

Н. П. МИЛЕНКО, А. В. СЕРДЮК

**МОДЕЛИРОВАНИЕ
ИСПЫТАНИЙ
ЖРД**

Н. П. МИЛЕНКО, А. В. СЕРДЮК

МОДЕЛИРОВАНИЕ ИСПЫТАНИЙ ЖРД



Москва
«МАШИНОСТРОЕНИЕ»
1975

Миленко Н. П., Сердюк А. В. Моделирование испытаний ЖРД. М., «Машиностроение», 1974, с. 184.

В книге рассмотрены теоретические основы моделирования испытаний ЖРД, прогнозирования параметров и характеристик их надежности, а также описаны модели ускоренных испытаний, которые в целом ряде случаев могут быть применены и для других механических систем. Изложены методы построения математических моделей на основе выбора рационального вида аппроксимирующих функций, методологические и теоретические вопросы прогнозирования результатов испытаний в многофакторном плане. Представлены решения отдельных задач по прогнозированию параметров и характеристик надежности систем на основе количественной и качественной информации, а также решения конкретных задач прикладного характера.

Книга предназначена для инженерно-технических работников и научных сотрудников, занимающихся вопросами испытаний ракетной и авиационной техники. Книга может быть полезной также преподавателям, аспирантам и студентам технических вузов.

Табл. 20. Ил. 36. Список лит. 43 назв.

Рецензент д-р техн. наук **В. А. Махин**

М $\frac{31903-206}{038(01)-75}$ 206-75

© Издательство «Машиностроение» 1975 г.

ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ МОДЕЛИРОВАНИЯ ФИЗИЧЕСКИХ ПРОЦЕССОВ СЛОЖНЫХ СИСТЕМ

§ 1. ОБЩАЯ ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

Моделирование — это экспериментирование на действующих физических и математических моделях, обладающих с некоторым приближением свойствами исследуемых систем и их процессов. Если модели отражают реальный физический процесс, то моделирование имитирует его развитие. С помощью моделирования можно воспроизводить работу ряда систем, практически не прибегая к натурным испытаниям, оптимизировать их характеристики, осуществлять краткосрочный или глубокий прогноз. Основное назначение моделирования — выбор оптимальной стратегии поиска наилучшего из возможных вариантов. Однако на практике этим проблема моделирования не ограничивается. Выбранная в процессе моделирования стратегия исследования будет оптимальной для совокупности рассматриваемых условий. Но она может оказаться и неоптимальной, если в ходе исследования раскроются новые, до того неизвестные свойства системы. В этом случае должно измениться соответственно и направление поиска.

Допустим, что условиями технического задания на разработку двигательной установки (ДУ) космического корабля сформулированы основные требования — уровень надежности, значения основных параметров, масса конструкции и т. п. Благодаря проведенной отработке, поставленная цель оказалась достигнутой. Однако с помощью моделирования были выявлены некоторые новые свойства, и принятая схема конструкции ДУ и ее параметры оказались неоптимальными. Но в результате проведенного исследования наметилась новая стратегия поиска, позволяющая решать поставленную задачу уже при значительно облегченной конструкции. В этом и заключается эвристический смысл идеи моделирования, благодаря которому выявление новых свойств процесса при анализе полученных результатов определяет новые пути решения комплексной задачи. С учетом этого моделирование физических процессов позволяет решать задачи как бы двух планов:

- 1) определять оптимальным образом путь решения задачи при заранее известном составе факторов и

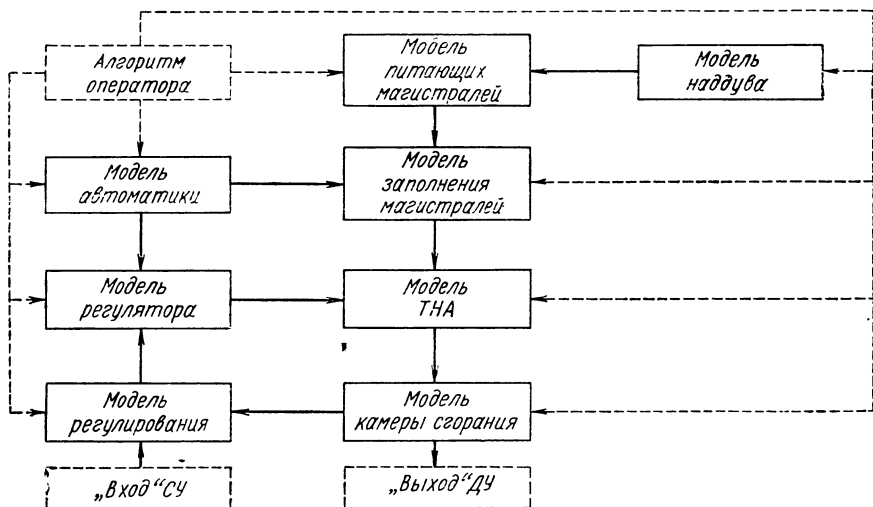


Рис. 1.1. Концептуальная модель процесса обработки ЖРД

2) благодаря выявлению новых свойств и особенностей исследуемого процесса осуществлять эвристически стратегию поиска.

Исследование методом моделирования начинается обычно с обработки априорной информации по испытаниям натуральных объектов, выбора вида модели, разработки специальной рабочей модели, предназначенной для конкретных исследований. Затем уже производится экспериментирование на данной модели с последующим уточнением ее вида и самих результатов моделирования. В ряде случаев моделирование заканчивается серией контрольных испытаний натуральных систем с целью подтверждения достоверности полученных результатов.

Разработка математических моделей может вестись на основе обработки статистических данных. Однако, если исследуется совершенно новое явление, то на ранних этапах исследователь не располагает достаточным объемом информации, что позволяет с помощью создаваемой модели увидеть не сам процесс, а «нащупать» лишь его схему. Такое приближенное отображение процесса фиксируется с помощью так называемых концептуальных моделей.

Концептуальные модели определяют наше условное представление об исследуемом процессе, точнее — дают лишь скелетную схему. Примером построения концептуальных моделей ДУ может служить схема, представленная на рис. 1.1.

Одна из наиболее важных задач моделирования — это изучение в процессе совершенствования обрабатываемых систем их характеристик и выявление скрытых свойств. К числу этих свойств применительно к ЖРД относятся: оптимальные конст-

руктивные и технологические характеристики; фактические значения основных параметров при любых сочетаниях внешних и внутренних факторов; значения параметров, определяющих экстремальные условия испытаний, и распределение характеристик надежности систем при заданных условиях эксплуатации. Важным вопросом является обеспечение научной основы для планирования испытаний и прогнозирования основных параметров. Последнее должно предшествовать всякому внедрению систем в производство.

В своей теоретической и практической основе разработка сложных систем зиждется на методах математического и физического моделирования, которые являются исходным началом для оптимизации поиска. Подход к обоим методам различен. Если математические модели — это отображение реального процесса при помощи условных математических символов, то физические модели — это упрощенные или уменьшенные «макеты» реальных систем.

Каждая из видов моделей не исключает, а дополняет другую и в рациональной программе участвуют вместе. Наша задача состоит в том, чтобы указать круг вопросов и задач, решаемых с помощью этих моделей, описать методы их создания, способы применения, одновременно отметить достоинства и недостатки.

§ 2. МАТЕМАТИЧЕСКИЕ МОДЕЛИ

Идея физического моделирования не исчерпывает весь арсенал методов и средств на отработку и повышение ее эффективности. Все чаще в практику отработки ЖРД внедряются математические модели, которые как бы переносят испытания со стендов и лабораторий в вычислительный центр. Естественно, это справедливо для условий, когда известен оператор исследуемого процесса. С учетом этого в общем виде математическую модель можно представить как —

$$Y = AX,$$

где Y и X — два вектора, первый из которых характеризует «выход», а второй «вход» системы,

A — оператор.

Тогда из сферы исследования непосредственно исключается не только физическая модель, но и натура. Они становятся лишь источником информации, используемой для определения и уточнения вида модели.

Математическая модель описывает структуру функциональных связей между варьируемым составом значимых факторов и выходным качеством процесса. При этом «вход» и «выход» модели должны находиться в математическом равновесии, состояние которого может быть как статическим, так и динамическим.

Успех моделирования определяется удачным выбором характеристики, определяющей выходное качество процесса, состава значимых факторов и формы функционально-логических связей между ними. Проводя анализ различных видов модели, определяют степень влияния вносимых в модель изменений на качество ее функционирования. Весьма важно при моделировании выявить состав значимых факторов и установить условия, влияющие на характеристику, подлежащую оптимизации.

Состав значимых факторов обусловлен свойствами самой системы и недопустимо навязывать их извне. Состав факторов необходимо выявлять самым тщательным образом, так как поспешность в этих вопросах всегда приводит к ошибкам. Однако, чем больше факторов включается в модель, тем сложнее ее решение. Поэтому важно также своевременно исключить из программы испытаний факторы, влияние которых на исследуемый процесс пренебрежимо мало или их эффект соизмерим с ошибкой аппроксимации.

Основные вехи на пути создания математических моделей заключаются в том, что путем анализа априорных данных изучаются основные свойства и характер поведения системы, возможность применения аналитических методов или законов, устанавливающих совокупность структурных связей между всеми переменными исследуемого процесса. Затем на основе накопившейся информации строится предварительная модель, результаты исследования которой должны находиться в непосредственном соответствии с поведением натурального объекта. Всякое заметное несоответствие их свойств устраняется путем модификации модели, ее совершенствования. Практически этот процесс должен идти непрерывно. Если для физических моделей важно сохранить физическое подобие натуре, касаясь не только выходных характеристик, но и основных внутренних свойств системы, то для математических моделей, как правило, важно сохранить только подобие реакции «выхода» на «вход».

При разработке математических моделей необходимо:

- 1) выявить состав управляемых и неуправляемых переменных,
- 2) определить границы изучаемого процесса,
- 3) глубину детализации процесса,
- 4) установить физические ограничения на разработку,
- 5) характер управления процессом (в статическом или динамическом режимах работы),
- 6) определить требуемую точность моделирования и
- 7) наметить пути дальнейшего совершенствования моделей.

Моделирование развивается по пути создания детерминистических и вероятностных моделей, для которых структурные связи могут быть стохастическими и детерминистическими.

Детерминистические и вероятностные процессы в свою очередь могут быть описаны соответственно детерминистическими и вероятностными моделями и, наоборот.

К недостаткам моделей можно отнести следующее: во-первых, они всегда являются приближенными и, во-вторых, при разработке моделей требуется весьма точная и достоверная информация. Причина этих недостатков может заключаться в следующем:

- неудачно выбрана выходная характеристика, определяющая качество исследуемого процесса;

- выбор состава значимых факторов строится на приближенных методах, не учитывающих физические особенности процесса;

- оценка адекватности разрабатываемой модели может оказаться недостоверной;

- некоторые из значимых факторов могут оказаться качественными, не имеющими количественного выражения;

- не всегда удается подобрать приемлемую математическую форму связи, отражающую без существенных упрощений реальный процесс;

- в ряде случаев по тем или иным причинам разработчик модели и сам не стремится к обеспечению высокой точности, руководствуясь решением, скажем, только первоочередных задач и т. д.

Если рассмотреть некоторые уравнения из теории ЖРД, устанавливающие критерии физического состояния жидкости или газа, а также зависимости для основных параметров, то мы придем к выводу, что это и есть математические модели. Однако их точность зависит от степени идеализации исследуемого процесса и точности измерения самих параметров, включенных в модель. Дело в том, что в ряде случаев параметры аналитических моделей не всегда удается измерить, а на реальных объектах ими трудно или невозможно управлять. Это и составляет основную трудность использования аналитической модели в факторном эксперименте. При этом необходимо отметить, что рассматриваемые модели, как правило, не учитывают конструктивные особенности исполнения изделия, условия его эксплуатации. В числе этих особенностей можно указать на всевозможные потери по газодинамическим трактам, а также неточность определения к. п. д. насосов и турбин расчетным путем. То же самое можно сказать о влиянии внешней среды, органов управления и т. п.

Поэтому на практике аналитические модели обычно используют для соответствующих расчетов и моделирования в процессе проектирования при выборе нескольких исходных вариантов двигателя. Но когда решается вопрос совершенствования штатной конструкции в ходе экспериментальной отработки, аналитические модели могут оказаться непригодными. Для того чтобы аналитическая модель служила указанным целям, она должна

учитывать конструктивные решения и влияние внешних и внутренних факторов. А это пока удается осуществить лишь на основе обработки экспериментальных данных.

Если речь идет о разработке математической модели, удовлетворяющей основным требованиям практики, то важно отметить следующее. В качестве выходной характеристики исследуемого процесса необходимо использовать параметры, определяющие качество двигателя или его надежность. В целом степень конструктивного совершенства ЖРД оценивается достигнутым уровнем надежности, величинами основных параметров, технологичностью исполнения, минимальными массами конструкции и высокими эксплуатационными свойствами. Поэтому, когда требуется оценить данные показатели, то в качестве выходной характеристики следует использовать не одну, а несколько видов моделей, каждая из которых служит определенным целям. Если говорить о параметрической составляющей, то в данном случае может быть применена математическая модель для удельной тяги двигателя. В ряде случаев с достаточной степенью точности такая модель может выражаться уравнением регрессии

$$y = \sum_{i=0}^n b_i x_i + \sum_{i < j}^n b_{ij} x_i x_j + \varepsilon, \quad (1.1)$$

где b_i ; b_{ij} — коэффициенты регрессии,

$x_1; \dots; x_n$ — варьируемые факторы,

ε — средняя ошибка аппроксимации.

В данном случае варьируемыми факторами могут быть давления на входах в двигатель по линиям горючего и окислителя, температуры компонентов топлива, давление в камере сгорания, коэффициент соотношения компонентов топлива, секундный расход компонента, впрыскиваемого в закритическую часть сопла, и другие факторы. Представленная модель будет справедлива для некоторой определенной конструктивной схемы двигателя. При этом особенности конкретного ЖРД будут определяться соответствующими коэффициентами регрессии. При изменении конструкции некоторых агрегатов должны изменяться соответствующим образом и коэффициенты модели. В некоторых случаях могут появиться новые переменные, их взаимодействия, а также может измениться сама форма связи и т. д.

Достоинство таких моделей заключается в учете особенностей конкретной конструкции и самого исследуемого процесса, в учете факторов, определяющих условия испытаний. Все факторы управляемы и регистрируются средствами измерения. Иногда в процессе отработки двигателя для каждой конструктивной схемы разрабатываются свои модели, сопоставление и анализ которых позволяют оптимизировать исследуемый процесс. Если же необходимость в натуральных экспериментах существует, то

математические модели позволяют разрабатывать оптимальные планы и программы испытаний, осуществлять текущий прогноз основных характеристик и т. д.

В математических моделях совокупность свойств и критериев одного плана используется для отражения совокупности свойств и критериев совершенно иного плана. При этом совокупность физических свойств может представляться символически в виде набора цифровых знаков, буквенных обозначений и т. п. Модели такого рода принято называть символическими.

Символические модели представляются, как правило, совокупностью условно записанных систем уравнений и неравенств, описывающих математическую структуру исследуемого процесса. В отличие от символических моделей, аналоговые модели позволяют исследовать реальный процесс с помощью моделей другого аналогового процесса, подобного натурному. Например, гидравлический поток может характеризовать поток электронов. Соответственно, модель, описывающая траекторию полета одной ракетной системы, принимается за аналоговую при моделировании другой и т. п. Однако перенесение аналоговой модели на исследуемый процесс может потребовать изменения соответствующих коэффициентов. В целом аналоговые и символические модели составляют основу для математического моделирования.

При условии разработки достаточно точных моделей исследуемых процессов реализация любого «эксперимента» на ЭЦВМ не составляет особого труда в сравнении с теми затратами средств и времени, которых требует натурное испытание. Сложность моделирования состоит в разработке соответствующих моделей и отладке вычислительных программ, достаточно точно отражающих реальный процесс. Математические модели делятся на конструктивные и описательные, т. е. на модели первого и второго рода. Модели первого рода являются средством постановки активного эксперимента. На практике при моделировании физических процессов чаще всего используются символические конструктивные модели, обладающие достаточной эффективностью и простотой в операционном отношении.

Большое практическое значение в процессе проектирования и на начальных этапах разработки двигателей приобрели аналитические символические конструктивные модели в комплексе с так называемыми эмпирическими моделями. Под эмпирическими моделями в данном случае понимают всякого рода зависимости, полученные на основании анализа и обработки экспериментальных данных. Этот вопрос будет нами рассмотрен отдельно в следующей главе.

§ 3. ФИЗИЧЕСКИЕ МОДЕЛИ

В специальной литературе по математической статистике и вычислительной технике иногда встречается термин «физические

модели», под которыми понимаются математические модели физических процессов. Этот термин довольно часто используется, особенно в зарубежной литературе [20]. Однако в технической литературе под физическими моделями понимают совсем другое: суть физических моделей заключается в том, что исследование некоторого физического процесса производится не на натурном объекте, а на его уменьшенных или упрощенных до некоторой степени моделях. В данном случае сами модели должны быть подобны натуре в смысле точного копирования изучаемых явлений. Моделирование может быть полным, если система полностью заменяется моделью или моделями, и частичным, если в ней заменяются моделью один или несколько элементов. Физические модели используются для изучения внутренней структуры сложных физических процессов, для определения не только выходных, но и промежуточных параметров, для выбора и проверки критериев подобия, различных физических констант, в то же время и для прогнозирования и объяснения различного рода явлений с достаточной степенью точности.

Физическая модель должна не только отражать изучаемый реальный процесс, но она должна быть менее сложной, чем сам натуральный объект, в противном случае теряется смысл в ее использовании. Физическая модель отличается от других видов моделей прежде всего тем, что она сохраняет самые существенные, определяющие свойства природы, представленные, как правило, в ином масштабе. Внешне она может быть похожей на натуру и отличаться от нее только размерами. Физические модели сохраняют специфику реального объекта, они конкретны и также сложны в эксперименте, а в ряде случаев и сложнее, чем на натуре, так как может потребоваться более сложная система измерительных датчиков и более чувствительная регистрирующая аппаратура.

Испытание ЖРД — дорогостоящий эксперимент, однако с помощью моделей дорогое, а в ряде случаев уникальное оборудование может быть исключено из программы отработки. Так, например, при отработке системы питания двигателя совместно с турбонасосным агрегатом камеру сгорания можно заменить физической моделью — дроссельными шайбами, настроенными на заданный секундный расход компонентов топлива [21]. Благодаря этому дорогое огневое испытание двигателя может быть заменено практически гидроиспытанием и перенесено со стенда огневых испытаний в гидроработорию.

Физическое моделирование — это экспериментирование на физических моделях. Фактически оно сводится к исследованию самой физической модели как в натуральных, так и воспроизводимых, имитируемых условиях испытаний. Принцип физического моделирования достаточно широко используется в практике опытно-конструкторской отработки ЖРД для выявления наиболее важных свойств данной конструкции, выбора оптимальных

критериев, определяющих ее качество, и т. д. Для сложных процессов обработка результатов моделирования с целью их оптимизации, как правило, ведется на ЭВМ.

Непременным условием применимости физических моделей является обеспечение подобия натурному процессу. Данный вопрос выходит за рамки настоящей книги, так как он достаточно широко освещен в специальной и технической литературе.

§ 4. КОМБИНИРОВАННЫЕ И ДРУГИЕ ВИДЫ МОДЕЛЕЙ

Физические и математические модели обладают каждая своей спецификой с точки зрения практического использования, поэтому они могут быть реализованы лишь для определенных условий. Кроме того они обладают различной степенью точности. Например, сравнительно трудно создать математическую модель для изучения распыла топлива форсуночной головкой, гораздо проще этот процесс изучать на физической модели. Для этого может быть использована отдельная сота форсуночной головки, одна или несколько штатных форсунок и т. п. При этом точность физического моделирования будет значительно выше точности математической модели. С другой стороны, если изучается степень влияния комплекса факторов на выходную характеристику ДУ, например, на надежность, то этот процесс можно исследовать и притом более рационально — на математических моделях. Физические модели в данном случае малоэффективны. Однако, когда речь идет об отработке сложной системы или комплекса, малоэффективными могут оказаться оба вида моделей. На практике в таких случаях применяют смешанное моделирование.

Допустим, обрабатывается система коррекции полета космического корабля в составе корректирующих двигательных установок и системы управления. При испытаниях такой комплексной системы часть блоков может быть представлена натурой, другая — физическими моделями, а остальные — заменены математической моделью.

Наряду с этим существуют и другие методы моделирования, ставящие своей целью воспроизведение той или иной ситуации в процессе испытаний. Это может производиться с целью, например, выяснения причин аварии, отказа соответствующей системы при недостаточном объеме необходимой для их выяснения информации. Такие модели в свою очередь делятся также на физические и математические. Первые чаще всего применяются при испытаниях натуральных объектов, когда для проверки одной из возможных гипотез в систему искусственно вводятся дефекты, с тем чтобы воспроизвести первоначальную картину возникновения аварии, разрушения, отказа и т. д. и выяснить истинные причины отказов в наиболее сложных случаях их проявления. Модельные испытания такого рода сложны и дороги, но они

столь же и необходимы, так как любые другие методы оказываются неэффективными.

Математические модели этого плана имеют довольно конкретную цель — определение причины и вида отказа или дефекта по аналитическим зависимостям, описывающим характер поведения параметров системы при аварийной ситуации. Данному вопросу специально посвящен раздел книги [21]. Существует также вид особого, так называемого структурного моделирования, нашедшего широкое применение в авиации и ракетной технике. Например, в случае аварийного исхода, связанного с разрушением материальной части, когда из обломков и деформированных деталей и агрегатов пытаются воссоздать первоначальный вид систем. Применяя различные виды моделей, можно выяснить неисправности конструктивного, технологического или эксплуатационного характера. Например, неправильное подключение кабелей к элементам автоматики, ослабление фланцевых соединений, узлов крепления агрегатов и блоков, нарушения условий эксплуатации и т. п.

В дальнейшем будут рассмотрены также модели специальных ускоренных испытаний, внедрение которых в практику отработки ЖРД связано со значительным эффектом в обеспечении надежности.

§ 5. КОМПЛЕКСНЫЕ МОДЕЛИ

Круг задач, решаемых при помощи быстродействующих вычислительных машин на основе математического моделирования, достаточно велик. В некоторых случаях, особенно при решении задач в многофакторном плане, полностью используется объем памяти и набор стандартных программ ЭЦВМ, что ограничивает возможность решения некоторых комплексных задач. Так, например, для машины БЭСМ-6 максимальное число вводимых в программу факторов линейной модели составляет 66. Если же форма связи выражается полиномом, допустим, второго порядка, в состав модели входят не только линейные члены, но также их взаимодействия и квадратичные члены. При этих условиях состав факторов автоматически ограничивается десятью, $n = 10$.

Следовательно, чтобы решать на данной машине задачи комплексного плана при составе факторов, превышающем допустимое число, необходимо применять уже не одну, а несколько вычислительных программ. В таких случаях может использоваться несколько машин параллельно. Соответственно сложная комплексная модель делится на несколько подмоделей — блоков. Решение может осуществляться последовательно и на одной вычислительной машине. Ограничение объема ввода в ЭЦВМ является не единственной причиной, объясняющей необходимость разбиения сложных моделей на блоки, чаще это диктуется тем, что состав значимых факторов для различных подмоделей исследуемого комплекса различный. Соответственно, сложный процесс

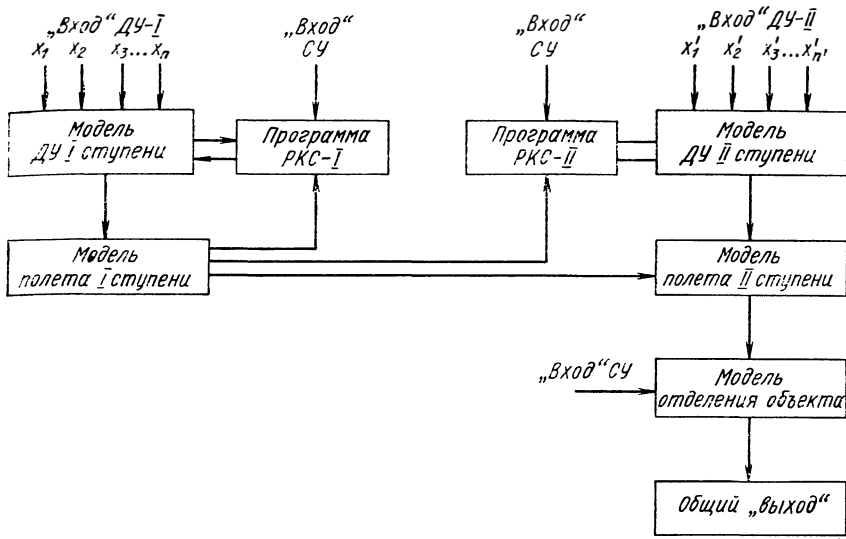


Рис. 1.2. Модель вычислительного комплекса ДУ

не может быть описан, скажем, одной регрессионной моделью, так как это приведет к тому, что комплексный состав факторов автоматически будет распространяться на все элементы процесса или его подсистемы, даже и на те из них, которым он совершенно не присущ. В результате нарушается физическая логика модели и, как следствие, ставится под сомнение ее достоверность.

Допустим, некоторая система состоит из нескольких подсистем, для которых состав значимых факторов определяется в том числе влиянием влажности и температур окружающей среды. Однако на некоторые подсистемы были введены герметичные экраны, исключающие попадание влаги, а для некоторых других — автономный подогрев. Создавая комплексную модель, мы не вправе распространять влияние таких факторов, как влажность и температура без исключения на все подсистемы, так как на часть из них эти факторы не оказывают никакого влияния. Вполне очевидно, что в данном случае следует идти по пути разработки подмоделей для отдельных подсистем. Во всех остальных случаях попытка воссоздать единую комплексную модель сопряжена с серьезными ошибками.

Для анализа возможности применения сложных комплексных моделей при решении важных практических задач, рассмотрим следующий пример. Допустим, накануне очередного космического полета требуется спрогнозировать точность вывода корабля на заданную орбиту. Аналогичного плана задачи решались с помощью вычислительной программы «Марк-7А» [43] при

полетах корабля «Аполлон». Естественно, что решение такой задачи не может ограничиваться разработкой одной модели ДУ. Разрабатывается комплексная модель, состоящая из ряда подмоделей для различных систем ракетного комплекса. Каждая из подмоделей может обеспечиваться соответствующей ЭЦВМ. В целом они составляют вычислительный комплекс. Если рассмотренный круг задач ограничить только оценкой влияния ДУ, то можно прийти к следующему виду концептуальной модели вычислительного комплекса, представленной на рис. 1. 2.

Представленная комплексная модель включает также достаточно большой состав значимых факторов, что само по себе обуславливает необходимость ее разбиения на блоки. При этом целый ряд частных выходных характеристик определяется последовательно на одних подмоделях и поступает на «вход» других. Так, например, выходные параметры I степени, вычисленные соответствующей подмоделью, передаются на «вход» программ, определяющих функционирование II степени, и т. д.

Вполне очевидно, что попытка решения этой задачи комплексно с помощью одной модели значительно усложнила бы алгоритм, отладку вычислительной программы и работу с ней, а в ряде случаев была бы и невозможной по ряду технических причин. Поэтому в таких случаях целесообразно идти по пути разбиения комплексной задачи, разработать соответствующие подмодели, которые затем свести в один вычислительный комплекс и решение вести последовательно на одной ЭЦВМ.

§ 6. ОСНОВНЫЕ ТЕХНИЧЕСКИЕ ПРИНЦИПЫ ПОСТРОЕНИЯ МАТЕМАТИЧЕСКИХ МОДЕЛЕЙ

Постараемся определить основные технические принципы построения математических моделей, не касаясь пока вопросов формализации физических процессов в математическом плане. При ведении достаточно серьезного исследования намечаем общую стратегию решения задачи, затем предлагаем его план исследования и теоретическое содержание. Применительно к ЖРД моделирование чаще всего начинается с построения концептуальных моделей и изучения статистических данных, определяющих «вход» и «выход» системы. Последнее применяется в тех случаях, когда внутренняя структура промежуточных процессов мало исследована и не ясна, или не поддается аналитическому выражению. Задачи такого плана часто встречаются на практике и получили символическое название задач «черного ящика».

С точки зрения изложения самих принципов построения математических моделей необходимо отметить следующее.

Использование того или иного принципа обусловлено степенью сложности системы или исследуемого процесса и глубиной раскрытия внутренних связей. Существует несколько принципов построения математических моделей, но использование из

них того или иного определяется прежде всего наличием априорной информации, степенью понимания физических особенностей исследуемых процессов, знанием и оценкой предполагаемых функциональных связей между элементами системы и т. п.

Итак, приступая к рассмотрению технических принципов построения моделей, укажем лишь наиболее приемлемые для наших условий. Общим элементом для всех принципов является определение состава значимых факторов, влияющих на исследуемый процесс. Данная задача решается в большинстве случаев самостоятельно. Методы ее решения широко известны [23], поэтому в настоящей монографии они не рассматриваются.

1. Принцип установления причинно-следственных связей

Построение математической модели ведется на основе логики установления причинно-следственных связей между управляемыми и неуправляемыми факторами. Практическое использование данного принципа можно показать на следующем примере.

Допустим, что для работы испытательного стенда регулярно заказывается N_1 тонн жидкого кислорода. Неизрасходованный в течение рабочего цикла компонент практически испаряется. При этом затраты на каждую реализованную тонну компонента составляют C_1 , а затраты на неиспользованную — C_2 . В свою очередь потербное количество кислорода, которое может израсходовать испытательный стенд, составляет N_2 . Помимо этого существует условие, что $N_1 \geq N_2$. Вероятность того, что в случайно выбранное время фактические потребности стенда составляют N_2 тонн, равна $P(N_2)$.

Требуется установить, какова взаимосвязь между перечисленными факторами и суммарными затратами D ?

Модель исследуемого процесса может быть построена на основе простейшего анализа. Управляемым фактором в данном случае следует считать количество ввозимого кислорода N_1 . Выходная характеристика D — критерий качества функционирования стенда при условии, что исключены нерациональные потери, проливы и т. п.

Если в какое-либо время потребности стенда в кислороде превышают заказанное количество $N_2 > N_1$, то суммарные затраты составят

$$D_{(N_2 > N_1)} = N_1 C_1.$$

Если же потребности стенда в кислороде не превышают заказанное количество $N_1 \geq N_2$, то затраты будут равны

$$D_{(N_1 \geq N_2)} = N_2 (C_1 - C_2) + N_1 C_2.$$

Ожидаемые затраты в один рабочий цикл

$$D = \sum_{N_2=0}^{N_1} P(N_2)[N_2(C_1 - C_2) + N_1 C_2] + \sum_{N_1+1}^{\infty} P(N_2) N_1 C_1.$$

Для его решения необходимо задать вид функции распределения вероятности $P(N_2)$ при изменении N_2 в пределах от нуля до бесконечности ($0 < N_2 < \infty$). К числу таких распределений можно отнести нормальный закон, распределение Вейбулла и другие статистические распределения. В случае необходимости вид функции вероятности достаточно точно может быть определен путем обработки предшествующей информации. Конечной целью решения поставленной задачи следует считать оптимизацию выходной характеристики модели для отыскания условий, обеспечивающих минимизацию финансовых затрат стенда на потребление жидкого кислорода.

II. Принцип использования однофакторных экспериментов

Причинно-следственные связи между выходным качеством процесса и значимыми факторами в функциональном виде неизвестны. Сделаем попытки получить некоторые математические зависимости с помощью простейших экспериментов. Исследование ведем на основе реализации двух схем, представленных на рис. 1.3.

Схема *a* позволяет установить форму связи для линейных эффектов, зависящих от отдельных факторов. В данном случае выборочно могут быть реализованы некоторые однофакторные эксперименты. Количество экспериментов, порядок их проведения и программу испытаний устанавливаем интуитивно или путем экспертного опроса.

В соответствии со схемой *a* (рис. 1.3) для линейного эффекта $y(x_n)$ управляемым фактором является x_n . С практической точки зрения такие эксперименты могут быть завершающими для какой-либо экспериментальной программы, проводимой в соответствии с планом отработки. При этом средствами телеметрии могут быть записаны соответствующие характеристики, определяющие выходное качество процесса.

Полученные результаты отработки определенной системы устанавливают частные зависимости. Каждая из зависимостей характеризуется соответствующей формой связи — экспоненциальной, степенной, линейной и т. п. В итоге установленные частные зависимости могут быть введены в общее уравнение вида

$$y = f(x_1; x_2; \dots; x_n),$$

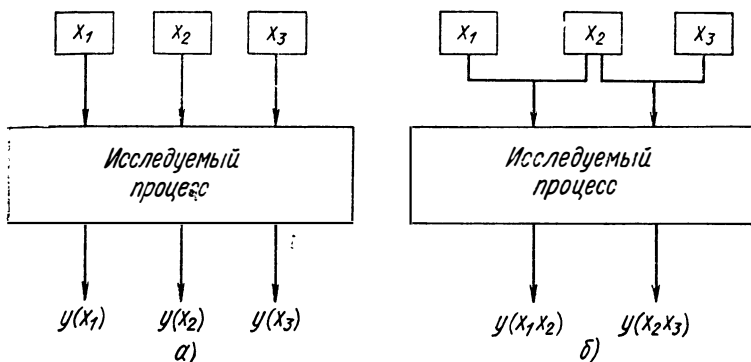


Рис. 1.3. Принцип использования однофакторных экспериментов для определения вида модели

но с соответствующими весовыми коэффициентами. Если для отдельных факторов установленные формы связи имеют вид

$$y(x_i) = b_{x_i} \varphi(x_i),$$

тогда в общем случае многомерная функция отклика может быть представлена для n -го числа факторов суммой частных функций

$$y(x) = \sum_{i=1}^n b_{x_i} \varphi(x_i).$$

Если это окажется недостаточно, тогда может быть аналогичным образом реализована схема б (рис. 1.3), позволяющая установить частные формы связи для взаимодействий факторов и их эффектов. Такие факторы вводятся в эксперименты попарно и группами по известным исследователю соображениям. Творчество и инициатива в данном случае являются одним из главных атрибутов качества разрабатываемой модели.

III. Принцип эмпирико-статистических исследований

Принцип можно назвать эмпирико-статистическим, если для определения формы связи при оценке влияния линейных факторов и их взаимодействий на выходную характеристику используются статистические данные в виде априорной информации.

Результаты статистических исследований в некоторых случаях следует дополнить проведением отдельных экспериментов. В остальных вариантах повторяется принцип использования однофакторных экспериментов.

IV. Принцип математической аппроксимации

В качестве аппроксимирующих функций при реализации данного принципа для обеспечения выбора рациональной формы связи априори принимаются ранее апробированные виды моделей. К таковым могут быть отнесены полиномы первой, второй и реже — третьей степеней, дифференциальные и интегральные уравнения, линейные, степенные, экспоненциальные и другого рода математические зависимости. Принцип аппроксимации широко применяется при решении частных задач с помощью так называемых моделей «черного ящика». Данный метод является одним из наиболее часто встречающихся методов формализации исследуемых процессов, когда их описание с помощью аналитических моделей вызывает серьезные трудности. Определение вида модели, как правило, осуществляется путем «перебора» нескольких видов аппроксимирующих функций, с помощью которых делается попытка «увязать» наиболее рациональным образом «вход» процесса с его «выходом». При этом в качестве оптимального направления тренда функции принимается вектор, проходящий через максимально возможное число точек-реализаций. Множественная регрессия является одним из методов практического развития данного принципа.

V. Принцип аналитических исследований

Математическая модель исследуемого процесса устанавливается на основании использования соответствующих законов физики, химии и других прикладных наук, описывающих происходящие процессы. В данном случае модель и программа дополняются соответствующей логической подмоделью, которая включает в расчет или исключает из него определенную систему уравнений в соответствующие моменты времени, вводит ограничения на параметры и т. д.

Этот принцип находит широкое применение на практике при проектировании ДУ и конкретно — при выборе основных проектных параметров. Вследствие некоторой идеализации исследуемого процесса с помощью теоретических функций реализуемые аналитические модели не всегда обладают требуемой точностью. Часто из-за сложности математического выражения отдельных функций, описывающих некоторые особенности исследуемого процесса, эти модели сознательно упрощаются, что также ведет к снижению точности исследований.

Существует еще одна особенность аналитических моделей, используемая при реализации других принципов. Как правило, аналитический вид применяемых при моделировании законов и уравнений позволяет заранее определить рациональные формы связей между входными и выходными параметрами процессов.

VI. Принцип уточнения аналитических моделей экспериментальным путем

Реализуемые аналитические модели на практике уточняют по экспериментальным данным, которые в свою очередь используются для повышения точности моделирования. В соответствии с этим можно записать общий вид такой, уточненной с помощью экспериментов аналитической модели —

$$y(x) = f_a(x_1; x_2; \dots; x_n) + \Delta f_1(x_1; x_2; \dots; x_n) + \\ + \Delta f_2(x_{n+1}; x_{n+2}; \dots; x_{n+k}).$$

В аппроксимирующей функции данного вида первый член правой части характеризует эффект, определяемый самой аналитической моделью; второй член характеризует эффект от влияния учтенных факторов путем реализации некоторого числа экспериментов и, наконец, третий определяет эффект факторов, не учтенных в аналитическом виде модели. Опыт показывает, что использование аналитических методов построения математических моделей, базирующихся на применении физических законов, вносит новый вид информации в разрабатываемую модель, что значительно сокращает объем экспериментальных исследований. Этим, собственно, и объясняется рациональность сочетания в одном виде вычислительной программы элементов аналитической и экспериментальной моделей.

Модели данного вида назовем экспериментально-аналитическими. Они с успехом применяются при исследовании динамических процессов. Рациональным методом использования данных моделей следует считать их сочетание с логическими моделями, позволяющими наилучшим образом осуществлять цикл вычислительных работ. По мере проведения экспериментальных исследований ряд аналитических функций, дающих приближенные результаты, заменяются аппроксимирующими зависимостями, позволяющими повысить точность моделирования. При исследовании динамических процессов ЖРД экспериментально-аналитические модели являются эффективным средством для прогнозирования ряда важных с точки зрения надежности характеристик двигателя. По мере накопления экспериментальных данных точность моделирования повышается. В этом отношении возможности экспериментально-аналитических моделей почти безграничны.

§ 7. ВОПРОСЫ МОДИФИКАЦИИ МОДЕЛЕЙ

Управляемые факторы математических моделей могут выражаться как количественными, так и качественными переменными. При этом сложность решения может состоять в том, что качественные переменные не всегда могут иметь однозначность

выражения. Например, уровень научной квалификации некоторого коллектива трудно представить каким-либо определенным показателем. В ряде случаев количественные переменные, входящие в структуру модели, не всегда могут быть измерены. Так, например, в процессе выхода двигателя на режим очень трудно представить в динамике изменение полноты сгорания топлива в камере. Однако эта характеристика может быть выражена через другие, зависящие от нее переменные. Чтобы избежать дополнительных ошибок при моделировании, модели такого рода, как правило, модифицируют, включая в состав значимых факторов переменные, имеющие количественное выражение и достоверную информацию. Точнее, модификация моделей должна основываться на использовании результатов измерения, так как привлечение новых средств измерения и ввод дополнительных каналов в ряде случаев нежелательны.

Проблема моделирования, как правило, решается на стыке двух задач.

Первая задача — разработка вида модели и отладка вычислительной программы. Вторая задача — обеспечение исходной информацией. Причем, вторая задача во много раз сложнее первой как в организационном, так и техническом отношении. В ряде случаев это объясняется необходимостью реализации сложных экспериментальных программ, решения ряда конструктивных мероприятий, постановки специальных средств измерения, модернизации существующего оборудования и т. п. Все эти вопросы имеют первостепенную важность, так как решение задачи, связанной с разработкой адекватной модели, подчинено обеспечению ее исходными данными. Сама модель, по возможности, должна быть простой, в то же время это стремление не должно снижать ее точности. Упрощение модели достигается исключением из состава значимых факторов переменных, имеющих, по мнению разработчика, второстепенное или неопределяющее отношение к решаемой задаче. Это несколько понижает точность, но в целом такой подход можно считать рациональным, особенно в тех случаях, когда информация по составу значимых факторов является неполной или отсутствует вообще. Как правило, исключение той или иной переменной должно подвергаться строгому анализу с точки зрения прогнозирования возможных последствий. Степень влияния исключаемой переменной на исследуемый процесс в ряде случаев устанавливается путем постановки специальных экспериментов.

Вторым моментом упрощения моделей является использование различных форм связи с оценкой точности по каждому из видов модели. Причем движение осуществляется в направлении от самого простого к сложному. В конечном итоге выбирается модель, которая будучи достаточно простой, удовлетворяла бы исследователя с точки зрения ее точности. Задача решается с помощью алгоритма «перебора».

Третьим методом упрощения моделей можно считать замену управляемой переменной некоторым постоянным уровнем, например, ее математическим ожиданием. Это может быть достигнуто в тех случаях, когда в процессе испытаний варьируемый фактор имеет малый диапазон изменения. Например, речь идет об изменении давления в баке ракеты в предпусковой период, когда сам наддув контролируется системой датчиков высокой точности.

Цели упрощения моделей служит замена дискретных форм связи линейными зависимостями. Так, например, часто в процессе программирования допускается линейная аппроксимация нелинейных функций. В некоторых случаях нелинейная функция аппроксимируется последовательным рядом прямолинейных участков. Однако, упрощая тот или иной вид модели, нужно стремиться к оценке последствий применения этого шага. Существенное упрощение вида модели может быть достигнуто путем снятия некоторых ограничений на условия решения задачи, а также требования, предъявляемого к составу значимых факторов. Допустим, решается задача по оптимизации некоторого процесса при известном составе факторов, в который входят такие переменные, как давление в камере сгорания ЖРД и коэффициент соотношения компонентов топлива. И, следовательно, «вход» процесса содержит переменные, строго говоря, зависящие друг от друга. При наличии данных предпосылок модель должна строиться на основе корреляционного анализа, например, с помощью импульсных переходных функций. Данная форма связи достаточно сложна, скажем, в сравнении с уравнением регрессии. Однако, зная физический смысл этой зависимости между факторами, можно установить, что существует некоторый оптимум.

Следовательно, если ввести ограничение на диапазон варьирования факторов, то можно обоснованно применить допущение о независимости этих двух переменных. При этом условии решение задачи значительно упрощается.

Опыт решения подобного вида задач показал, что в некоторых случаях, если и существует в физическом смысле некоторая форма корреляции между варьируемыми факторами, то ею можно пренебречь, если поиск ведется в зоне, близкой к экстремальным условиям.

§ 8. ОБЩИЕ ПРИНЦИПЫ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ С ПОМОЩЬЮ МАТЕМАТИЧЕСКИХ МОДЕЛЕЙ

В общем виде математическая модель представляет некоторую функцию или систему уравнений. Допустим, она имеет вид

$$y = f(x, z),$$

где y — определяет выходное качество процесса,

x и z — характеризуют соответственно управляемые и неуправляемые переменные.

При этом на модель могут быть наложены ограничения.

Существует несколько методов решения задач с помощью моделей. Так, например, если имеется модель с минимальным количеством переменных, для которых ограничения заданы в виде определенных равенств, то методы, непосредственно дающие решение y через x , z , называются *дедуктивными*. В тех случаях, когда выразить y через переменные x , z невозможно, решения получают для фиксированных значений переменных. Этот метод называется *индуктивным*.

Если названными двумя методами решение получить все же не удастся из-за отсутствия аналитического вида функции y , а также вследствие большого количества переменных, тогда прибегают к *итеративному* методу. Сущность его состоит в том, что решение начинается с некоторого приближенного вида модели, которая методом последовательного приближения доводится до требуемой точности. Если решение и в этом случае не приводит к желаемому результату, принимают другой вид начальной функции и решение повторяется. На итеративном методе в настоящее время основывается большинство алгоритмов линейного и динамического программирования.

Итеративный метод предусматривает три вида алгоритмов:

— к первому относятся алгоритмы, обеспечивающие неуклонное повышение точности модели с увеличением числа итераций (процесс может вестись как угодно долго);

— ко второму относятся алгоритмы, для которых каждое последовательное приближение повышает точность, но до определенного предела;

— к третьему относятся алгоритмы, использующие методы проб и ошибок (последовательное взятие проб может улучшить результаты, но неуклонное повышение точности при этом не гарантируется).

Независимо от вида решения, с практической точки зрения важно определить момент, когда дальнейшее повышение точности модели невозможно. Ответ на этот вопрос позволяет получить метод Лас-Вегаза.

Для детерминированных процессов это означает определение величины характеристики y в зависимости от количества испытаний — $y(N_1)$; $y(N_2)$; ...; $y(N_k)$ и т. д. Если $y(N_{k-1}) < y(N_k) < y(N_{k+1})$, то итерации продолжают пока $y(N_{k+\xi}) = \text{const}$, где $\xi > 1$.

Для вероятностных процессов важно при этом обеспечить постоянство точечной оценки характеристики $\bar{y}(N_{k+\xi}) \approx \text{const}$ и ее среднеквадратического отклонения $\sigma_{y(N_{k+\xi})} \approx \text{const}$.

Методы решения практических задач на математических моделях тесно сопряжены с моделированием. В ходе моделирова-

ния модель должна совершенствоваться с точки зрения повышения качества ее функционирования и обеспечения точности, разумеется, по мере поступления нового объема информации. При этом моделирование связано с реализацией огромного количества вычислительных операций, вследствие чего моделирование без ЭВМ практически невыполнимо. Однако этот процесс идет по нарастающей, благодаря чему уже сейчас осуществляется переход к быстродействующим вычислительным машинам. Аналитическое решение моделей, как правило, легко осуществить для установившихся процессов и достаточно сложно — для процессов, изменяющихся во времени. Такие модели в соответствии с названием процессов условимся называть *динамическими*. Задача решения динамических моделей является специфически сложной и поэтому будет рассмотрена нами в последующих главах.

§ 9. МЕТОДЫ ОПТИМИЗАЦИИ СТРАТЕГИИ ПОИСКА С ПОМОЩЬЮ ЭКСПЕРИМЕНТОВ

Оптимизация стратегии поиска, как правило, осуществляется с помощью математических моделей и экспериментов. При этом решение сводится к оценке или достоверному определению экстремальных значений критерия оптимальности. Одним из условий обеспечения оптимального поиска является условие о статистической устойчивости исследуемого процесса. Однако эти методы решения в математическом плане сопряжены с огромными трудностями. Более того, с точки зрения точности или достоверности получаемых результатов они не всегда удовлетворяют отработчиков систем, поэтому математические методы оптимизации стратегии поиска нуждаются в экспериментальной проверке. В таких случаях на помощь исследователям приходят методы экспериментальной оптимизации, обладающие высокой степенью точности. Их особенность заключается в том, что достоверные результаты могут быть получены при отсутствии моделей.

С технической точки зрения экспериментальная оптимизация подразделяется на параллельные и последовательные методы ведения испытаний. Под этим подразумевается: в первом случае — реализация программы испытаний параллельно на нескольких одинаковых образцах систем (или элементов), а во втором — последовательно, с корректировкой программы каждого последующего эксперимента. С практической точки зрения это означает, что реализация последовательного метода, несмотря на его большую эффективность, значительно сложнее параллельного. В то же время при последовательном методе реализации экспериментальной программы поиск может вестись не на нескольких, а, скажем, на одном образце. Разумеется, если этот образец не имеет конструктивных или технологических отличий от штатных изделий, а все изготавливаемые изделия в некотором

роде «близнецы». В зависимости от особенностей исследуемого процесса неуправляемые переменные могут быть введены в программу испытаний или исключены из нее.

Попытаемся разобраться в методах экспериментальной оптимизации на примере системы, для которой существенно варьирование лишь двух независимых переменных x_1 и x_2 . Решение этой задачи не представляет принципиальных трудностей и при большем числе факторов, но это усложняет само понимание техники реализации данных методов.

I. Метод случайного поиска

В данном случае интуитивно или на основании экспертного опроса выбирается шаг варьирования для каждого из факторов, после чего в некотором масштабе их значения переносятся на оси координат x_1 и x_2 (рис. 1.4). Затем при любых произвольных сочетаниях уровней факторов x_1 и x_2 реализуется достаточно большая серия экспериментов и в каждом случае фиксируется измеряемое выходное качество процесса. Все сочетания уровней факторов наносят на график рис. 1.4, а \times (крестики) с равными значениями характеристики выходного качества соединяют одной общей линией, подобно тому как наносят на географические карты рельеф местности с равными высотами, изотермы, изобары и т. п. В результате получаем графическое изображение проекции поверхности отклика на плоскость x_1x_2 . Поиск экстремума происходит в направлении движения в очерченную линией минимальную зону А.

Заранее следует сказать, что метод случайного поиска является нерациональным с точки зрения объема испытаний. А поэтому для дорогостоящих экспериментов он практически непригоден, особенно в тех случаях, когда речь идет о большом

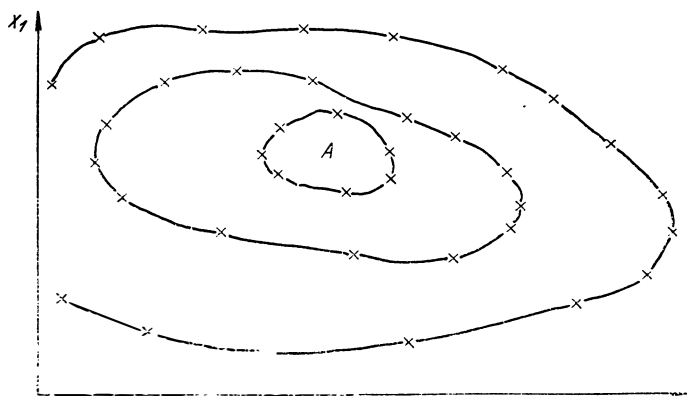


Рис. 1.4. Метод случайного поиска

Таблица 1.1

d	$n=2$	$n=3$	$n=4$	$n=5$	$n=6$
2	4	8	16	32	64
3	9	27	81	243	729
4	16	64	256	1024	4 096
5	25	125	625	3125	15 625

числе факторов. В табл. 1.1 представлен объем испытаний в зависимости от числа варьируемых факторов n и уровней d для полного факторного эксперимента.

Представленный в данной таблице объем испытаний следует считать максимальным. При случайном поиске экстремальных условий он может быть частично сокращен, основываясь на опыте и интуиции экспериментатора, обобщении и анализе результатов испытаний.

II. Метод многофакторного анализа

Данный метод отличается от метода случайного поиска формализацией исследуемого процесса. На основе теории факторного эксперимента [23] выбирается шаг варьирования для всех независимых переменных и с учетом особенностей исследуемого процесса составляется план испытаний. Затем часть его реализуется, но в объеме, необходимом для построения хотя бы приближенного вида модели. Реализация этих экспериментов для трех уровней варьирования факторов представлена на рис. 1.5. Даже для полного факторного эксперимента в соответствии с табл. 1.1 это означает девять испытаний. Методом наименьших квадратов определяется математическая модель, описывающая с некоторой ошибкой аппроксимации данный процесс. Затем путем моделирования находится ряд значений, очерчивающих область экстремума характеристики выходного качества. В отличие от метода случайного поиска данная область устанавливается не экспериментально, а путем моделирования. Далее проводятся контрольные испытания для подтверждения достоверности полученных результатов. Если цель не достигнута, модель уточняется проведением контрольных испытаний, после чего цикл поиска повторится вновь.

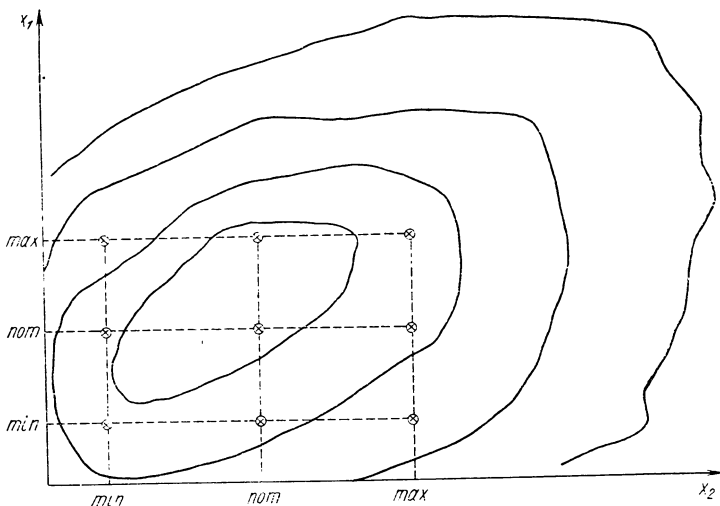


Рис. 1. 5. Метод многофакторного анализа

При формализации процесса и моделировании результатов испытаний объем экспериментов в целом значительно меньше, чем при использовании метода случайного поиска. При этом суммарный эффект тем заметнее, чем сложнее исследуемый процесс и чем больше варьируемых факторов участвует в эксперименте.

III. Метод одношаговой последовательной оптимизации

Этот метод основан на выявлении независимых переменных, оказывающих на исследуемый процесс наибольшее влияние. Сама по себе задача определения ранга значимости переменных не является сложной и в практических целях легко разрешима для любого состава факторов [23]. В простых случаях решение находится интуитивно. Аналогичным образом выбирается и шаг варьирования. Метод одношаговой последовательной оптимизации покажем на следующем примере.

Допустим, что эффект от влияния фактора x_1 более существенный, чем от фактора x_2 (рис. 1.6). На основании данного метода реализуется эксперимент 1, далее варьируется фактор x_2 при $x_1 = \text{const}$ (эксперимент 2) и фиксируется величина показателя выходного качества. При этом, начиная со второго эксперимента, заключаем, происходит ли изменение выходного качества в сторону экстремальных значений или нет? Если происходит, продолжаем двигаться в этом же направлении (эксперимент 3'). Если приближения к экстремуму не произошло, избираем новую стратегию движения, допустим, в сторону эксперимента 4. В слу-

чае успеха продолжаем движение в этом же направлении, при неудаче направление поиска меняем. В ряде случаев направление поиска может измениться на прямо противоположное.

Метод одношаговой последовательной оптимизации предложен Фридменом и Севиджем [1]. Метод может применяться при испытаниях систем, учитывающих влияние единичных факторов. При большом числе переменных ($n > 3$) методом последовательной одношаговой оптимизации пользоваться значительно сложнее. В этих случаях предпочтительнее оказывается метод II.

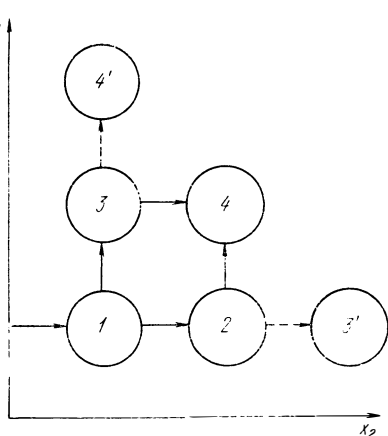


Рис. 1.6. Метод одношаговой последовательной оптимизации

IV. Метод круглого восхождения или спуска

Идея данного метода заключается в выборе кратчайшего пути движения к экстремуму по поверхности отклика. Для этого практически предпринимается следующее.

В некоторой локальной области поверхности отклика проводится небольшая серия экспериментов. В предельном случае их количество назначается исходя из условия, что аппроксимирующая функция является линейной, $N \geq n + 1$. Программа испытаний разрабатывается с учетом охвата экстремальных участков поверхности отклика. При решении этой задачи используются априорная информация и опыт исследователя. Затем с помощью специальной вычислительной программы для ЭЦВМ, а в более простых случаях вручную определяется вид математической модели. Ее исследование позволяет нам установить направление кратчайшего восхождения или спуска, в сторону которого и производится движение с шагом, пропорциональным интервалу варьирования факторов (см. направление I на рис. 1.7).

Если эксперименты сложные и дорогостоящие, то после реализации практически каждого последующего эксперимента уточняется вид модели. Если первоначальная аппроксимация оказалась недостаточно точной, направление поиска круглого восхождения (спуска) несколько изменяется, как это показано на рис. 1.7. Более подробно сам метод и строящиеся на его основе планы испытаний представлены в работе [1]. Движение в направлении экстремальных значений характеристики выходного качества процесса осуществляется до тех пор, пока изменение пока-

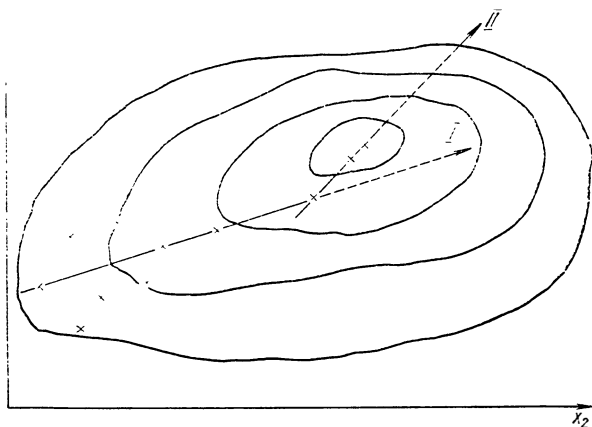


Рис. 1.7. Метод кругового восхождения (спуска)

зателя y происходит монотонно с одним знаком. Если знак изменился, то это означает, что экстремум функции пройден, в таких случаях целесообразно возвращаться назад и с целью проверки результатов назначить контрольное испытание.

В теории эксперимента метод кругового восхождения (спуска) является одним из наиболее эффективных средств при выборе оптимальной стратегии поиска. Метод дает неплохие результаты при исследовании отдельных участков поверхности отклика даже и в тех случаях, когда имеется не один, а несколько экстремумов. Однако этот метод не исключает необходимости проведения контрольных экспериментов, если, конечно, требуется соответствующая точность и достоверность результатов исследования.

МЕТОДЫ МАТЕМАТИЧЕСКОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ ФИЗИЧЕСКИХ ПРОЦЕССОВ ПРИМЕНИТЕЛЬНО К ИСПЫТАНИЯМ ЖРД

§ 1. ОПРЕДЕЛЕНИЕ ВИДА МОДЕЛИ СЛОЖНОГО ПРОЦЕССА НА ОСНОВЕ ФАКТОРНОГО АНАЛИЗА И ТЕОРИИ СЛУЧАЙНЫХ ФУНКЦИЙ

В предыдущей главе были рассмотрены шесть принципов построения математических моделей сложных процессов, из числа которых эмпирико-статистические и экспериментально-аналитические методы следует считать наиболее перспективными с точки зрения практического использования при решении задач обеспечения и контроля надежности ЖРД. В данном случае математические модели устанавливают функциональную связь между реализациями входных и выходных параметров исследуемых процессов и систем. Определение вида статистической связи по реализациям некоторой совокупности экспериментов является одной из четырех задач статистической динамики [2]. Наша задача состоит в том, чтобы определить вероятностные, случайные или детерминистические свойства исследуемого процесса по известным реализациям «входа» и «выхода». При этом может оказаться неизвестной физическая структура процесса, состав значимых факторов и даже форма статистической связи между «входом» и «выходом». Решение ведется путем определения отклика системы как реакции на ее «вход». В основу положен принцип: реакция «выхода» может проявиться лишь тогда, когда подано возмущение на «вход». Оговоренные выше условия справедливы для случаев, когда исследуются процессы, для которых математическое выражение внутренней структуры функциональных связей затруднено или из-за чрезвычайной сложности невозможно. В этом случае решение сводится к построению математических моделей, на основе которых и производится исследование второй задачи статистической динамики — поиска оптимальной системы, обладающей в определенном смысле наилучшими свойствами. В рациональном виде решение может быть достигнуто с помощью моделирования. В статистической динамике оптимизацию поиска называют задачами синтеза. Их решение, как правило, связано со значительными трудностями:

Обратимся теперь к решению основной задачи — поиску вида модели. Допустим, исследуется некоторый физический процесс, определяемый совокупностью факторов, характеризующих «вход», а «выход» представлен характеристикой, по которой осуществляется оптимизация поиска. Причинно-следственные или функциональные связи внутри системы недостаточно ясны. В таком случае решение задачи может идти путем описания отдельных реализаций выходной характеристики с помощью аппроксимирующей функции, обладающей свойствами многомерной поверхности отклика. В частном случае решение может быть найдено на основе методов множественной регрессии и факторного анализа. Решение в целом складывается из ряда последовательных этапов, из которых основными являются.

1. Корректная постановка задачи с указанием всех физических особенностей исследуемого процесса, какими обладают «вход» и «выход».

2. Анализ исходной информации с целью изучения возможностей ее использования в вычислительной программе.

3. На основании первых двух этапов и соответствующих статистических исследований выдвигается одна или несколько гипотез о том, что выходная характеристика имеет распределение, соответствующее выбранному виду полинома, системе дифференциальных, интегральных и других видов уравнений.

4. На основании постановки задачи и частичном анализе принятых гипотез с учетом особенностей исходной информации разрабатывается вычислительная программа первого расчетного варианта модели.

5. Производится систематизация исходной информации и подготовка данных для ввода в ЭЦВМ.

6. Обработка экспериментальных и статистических данных с помощью разработанной вычислительной программы.

7. Оценивается значимость коэффициентов и адекватность полученного варианта модели.

8. Методом «перебора» различных вариантов устанавливается рабочий вид модели.

9. Производится моделирование исследуемого процесса и осуществляется поиск экстремальных условий испытаний.

10. Ведется анализ полученных результатов моделирования, осуществляется оптимизация и прогнозирование основных параметров исследуемого процесса.

11. Осуществляется разработка планов и программ последующих испытаний с целью дальнейшего совершенствования обрабатываемой системы.

12. Реализуются соответствующие экспериментальные программы и планы испытаний.

13. Уточняются виды математических моделей исследуемого процесса.

14. Проводятся контрольные эксперименты и оптимизация результатов обработки.

При решении данной задачи «вход» системы может быть представлен в виде некоторого состава значимых факторов: $x_1; x_2; x_3; \dots; x_n$, определяющих конструктивно-технологические характеристики ЖРД и условия испытаний. В свою очередь «вход» системы может быть детерминистическим или случайным. Входные факторы могут быть независимыми друг относительно друга или коррелированными между собой. Задача по оптимизации стратегии поиска с помощью моделей решается как в статическом, так и динамическом планах в условиях однофакторного и многофакторного экспериментов. Если входные факторы изменяются случайно, а выходная характеристика аналогичным образом реагирует на «вход», процесс является стохастическим. В общем виде форма функциональной связи между «входом» и «выходом» может быть представлена как

$$y = f(x_1; x_2; x_3; \dots; x_n).$$

Это выражение характеризует поверхность отклика в некотором векторном пространстве. Так как исследование ведется без знания функциональных связей, то в ряде случаев можно применить разложение в ряд

$$y = \sum_{i=0}^n b_i x_i + \sum_{i < j} b_{ij} x_i x_j + \sum_{i=1}^n b_{ii} x_i^2 + \dots, \quad (2.1)$$

где $b_i; b_{ij}; b_{ii}$ — соответственно коэффициенты регрессии для линейных членов, взаимодействий и степеней.

Как следует из выражения (2.1), решение вопроса по определению вида модели фактически сводится к нахождению коэффициентов полинома. Однако представленный метод налагает ряд существенных ограничений, основные из которых следующие:

- 1) рассматриваемые факторы также как и сами эксперименты должны быть независимыми друг от друга;
- 2) результаты наблюдений должны следовать закону нормальной плотности распределения;
- 3) дисперсии статистических оценок должны быть постоянными;
- 4) ошибки измерения факторов малы по сравнению с ошибками измерения выходного качества;
- 5) средства измерения, включая подводящие каналы, не должны искажать физическую картину контролируемого процесса.

Наиболее важным моментом построения математических моделей априори является выбор формы функциональной связи между «выходом» и «входом». Формы связи могут быть, как показывают исследования, самыми различными. Для задач статического плана наиболее часто применяются следующие аппроксимирующие функции:

а) линейная модель —

$$y = b_0 + b_1 x_1 + b_2 x_2 + \dots + b_n x_n; \quad (2.2)$$

б) полином —

$$y = \sum_{i=0}^n b_i x_i + \sum_{i < j} b_{ij} x_i x_j; \quad (2.3)$$

в) степенная модель —

$$y = a_0 x_1^{a_1} x_2^{a_2} \dots x_n^{a_n}; \quad (2.4)$$

г) экспоненциальная модель —

$$y = a_0 a_1^{x_1} a_2^{x_2} \dots a_n^{x_n}; \quad (2.5)$$

д) модель в виде суперпозиции законов распределения единичных факторов —

$$y = y_0 f_1(x_1) f_2(x_2) \dots f_n(x_n). \quad (2.6)$$

Для зависимостей (2.4) и (2.5) коэффициенты $a_0; a_1; a_2; \dots a_n$ определяются частными производными, y_0 в выражении (2.6) есть математическое ожидание и функции $f_1(x_1); f_2(x_2); \dots f_n(x_n)$ — некоторые виды частных распределений для независимых переменных.

Представленные формы функциональных связей не исключают и другие виды моделей, особенно в тех случаях, когда исследуемый процесс налагает свои условия. Учитывая современные достижения в вычислительной технике, а именно — появление быстродействующих вычислительных машин, — выбор рациональной формы связи может быть автоматизирован на основе разработки алгоритма «перебора» различных видов аналитических, эмпирических, статистических функций и законов распределения. Данный алгоритм обеспечивает определение параметров корреляции между «входом» и «выходом», оценки адекватности по всем видам моделей, автоматическое сравнение полученных результатов и выбор наилучшего варианта из любого количества возможных.

Методы моделирования основываются на анализе объективных данных, однако на выходные характеристики исследуемых процессов могут оказывать влияние различные возмущения. Поэтому в теории моделирования и прогнозирования важное место занимает регрессивный анализ, учитывающий стохастический характер проявления многих физических процессов. При этом возможно выделить из модели две составляющие: систематическую и случайную. Причем в уравнении (1.1) суммы в правой части определяют систематическую составляющую, а ошибка аппроксимации — случайную. Количественное опреде-

ление первой составляющей входит в задачу регрессионного анализа, в то время как вторая составляющая может быть вычислена на основе корреляционного анализа. Решению данной задачи должно предшествовать исследование исходной информации. В данном случае рассматриваются две стороны одного и того же вопроса. С одной стороны, стремятся к более полному охвату информации и к использованию наибольшего количества исходных данных, так как только это условие — залог достоверности произведенных оценок коэффициентов модели. С другой стороны, желание включить возможно большее количество исходных данных в матрицу испытаний может привести к проявлению их разнородности. При этом может оказаться, что «истинные» средние не определяют физических особенностей процесса, так как они рассчитаны по исходным данным, принадлежащим к различным генеральным совокупностям. Сама модель строится при допущении, что исходная информация, принадлежащая к одной совокупности, распределена по нормальному закону. В соответствии с этим в расчет должны включаться лишь те исходные данные, которые попадают в заданный доверительный интервал

$$(\bar{x}_i + t_\alpha \sigma_{x_i}) - (\bar{x}_i - t_\alpha \sigma_{x_i}),$$

где \bar{x}_i — математическое ожидание i -го фактора,
 σ_{x_i} — среднеквадратическое отклонение,
 t_α — квантиль нормального распределения.

Наряду с отбором осуществляется ранжировка факторов по степени их влияния на выходную характеристику. Количественной мерой такой связи может быть принято множественное корреляционное отношение

$$\eta_{yx_i} = 1 - \frac{\sum_{i=1}^N (y_i - \hat{y}_i)^2}{\sum_{i=1}^N (y_i - \bar{y}_i)^2},$$

где \hat{y}_i — расчетное значение выходной характеристики,
 y_i — фактическое значение выходной характеристики,
 \bar{y}_i — математическое ожидание этой переменной.

Однако наличие стохастической связи между переменными y и x не означает еще, что между ними не существует какой-либо иной зависимости с точки зрения причинности связи. При этом не исключено, что при наличии нелинейной зависимости

$$\eta_{yx_i} \neq \eta_{x_i y}.$$

С учетом последнего ранжировку факторов следует производить

не по величине η_{yx_i} , а исходя из анализа частных корреляционных отношений [21].

Определение коэффициентов регрессии осуществляется методом наименьших квадратов —

$$\sum_{i=1}^N [y_i - f(x_1; x_2; \dots x_n)]^2 = \min.$$

Чтобы найти экстремум этой функции, берем ее частные производные по всем неизвестным коэффициентам. В результате получим следующую систему нормальных уравнений:

$$Nb_0 + b_1 \sum_{i=1}^N x_{i1} + b_2 \sum_{i=1}^N x_{i2} + \dots + b_n \sum_{i=1}^N x_{in} = \sum_{i=1}^N y_{i1};$$

$$b_0 \sum_{i=1}^N x_{i1} + b_1 \sum_{i=1}^N x_{i1}^2 + \dots + b_n \sum_{i=1}^N x_{i1}x_{in} = \sum_{i=1}^N y_{i1}x_{i2};$$

$$b_0 \sum_{i=1}^N x_{iN} + b_1 \sum_{i=1}^N x_{i1}x_{iN} + \dots + b_n \sum_{i=1}^N x_{iN}^2 = \sum_{i=1}^N y_{i1}x_{iN}.$$

Решение этой системы и позволяет нам вычислить искомые коэффициенты. В простых случаях решение может осуществляться вручную, в более сложных — на ЭЦВМ. Способ разработки алгоритма задачи в общем виде известен [11].

Для каждой формы связи решение может быть получено при условии, что число членов линейной модели в предельном случае удовлетворяет условию обеспечения квадратной матрицы испытаний, когда $N = n + 1$. Если модель нелинейная, то объем испытаний соответственно возрастает. Так, например, для полинома второго порядка необходимое количество испытаний при двух уровнях варьирования факторов составляет уже $N = 2^{n-k}$, где k — степень дробности полного факторного эксперимента. Однако, как показывают расчеты, достаточное с точки зрения практики решение может быть получено для нелинейной модели при условии, когда $N \approx 6n$, но и это не предел. Исследования, проведенные авторами в области моделирования некоторых физических процессов, показали, что в ряде случаев можно ограничиться лишь описанием отдельных локальных участков поверхности отклика в заданных пределах изменения рабочих параметров ЖРД или в зоне экстремальных условий испытаний. Как правило, этот способ позволяет добиться приемлемых результатов с помощью отдельных линейных моделей, т. е. при минимальном количестве экспериментов и минимуме материальных затрат.

Таким образом, мы рассмотрели методы определения систематической составляющей модели. Но не менее важно оценить и величину случайной составляющей, без которой решение задачи нельзя считать полным.

Величина случайной составляющей рассматривается как мера адекватности данного вида модели. Ее оценка ведется методом сравнения остаточной дисперсии с фактическим значением зависимой переменной. Для оценки адекватности модели обычно пользуются критерием Фишера

$$F = \left[\frac{\sum_{i=1}^N (y_i - \bar{y}_i)^2}{N-1} \right] : \left[\frac{\sum_{i=1}^N (y_i - \hat{y}_i)^2}{N-n-1} \right]$$

или показателем средней ошибки аппроксимации

$$\varepsilon_i = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \frac{|\hat{y}_i - y_i|}{y_i} 100\%.$$

Как правило, допустимая величина ошибки аппроксимации задается разработчиком модели, при этом она обычно оценивается уровнем 10—15%. Данное требование диктуется соображениями, предъявляемыми к точности аппроксимации.

В сравнении с рассматриваемыми моделями статического плана, алгоритмы разработки многофакторных динамических моделей отличаются особой сложностью. Приступая к их рассмотрению, введем некоторые определения. Динамическую систему, на «вход» которой поступает несколько случайных сигналов, изменяющихся во времени, а с «выхода» снимается одна или несколько характеристик, удовлетворяющих определенным условиям, называют *многоканальной*. Примером такой системы может служить регулируемый ракетный двигатель, тяга которого, как выходная характеристика, зависит от программы полета, изменения рабочих параметров и целого комплекса других факторов, определяющих условия испытаний.

Итак, если многоканальная динамическая система аппроксимируется математической моделью по схеме «черного ящика», то случайные реализации параметров, подаваемые на «вход», могут быть представлены в виде нескольких матриц испытаний:

$$\mathbf{X}(t) = \begin{pmatrix} x_{11}(t); x_{12}(t); \dots x_{1n}(t) \\ x_{21}(t); x_{22}(t); \dots x_{2n}(t) \\ \text{---} \\ \text{---} \\ x_{N1}(t); x_{N2}(t); \dots x_{Nn}(t) \end{pmatrix}.$$

Число матриц испытаний определяется количеством контролируемых и, соответственно, фиксируемых моментов времени t , характеризующих особенности развития процесса. Соответственно «выход» такой системы характеризуется таким же числом векторов-столбцов:

$$Y(t) = \begin{pmatrix} y_1(t) \\ y_2(t) \\ \vdots \\ y_N(t) \end{pmatrix}.$$

Решение данной задачи заключается в определении параметров аппроксимирующей функции, обладающей свойствами исследуемой динамической системы на основе ее реализаций. Возможные виды аппроксимирующих функций для динамических моделей являются также весьма разнообразными. Для решения задач этого плана могут быть использованы:

а) модели с усилительными звеньями вида

$$y(t) = \sum_{i=1}^n K_i x_i(t); \quad (2.7)$$

б) модели с запаздывающим звеном вида

$$y(t) = \sum_{i=1}^n K_i x_i(t - \Delta t); \quad (2.8)$$

в) модели дифференцирующего вида

$$y(t) = \sum_{i=1}^n \frac{\partial x_i(t)}{\partial t}; \quad (2.9)$$

г) модели интегрирующего вида

$$y(t) = \sum_{i=1}^n \int_0^{\infty} x_i(t) dt; \quad (2.10)$$

д) модели с форсирующими звеньями первого порядка

$$y(t) = \sum_{i=1}^n \left[T \frac{\partial x_i(t)}{\partial t} + x_i(t) \right]; \quad (2.11)$$

е) модели с форсирующими звеньями второго порядка

$$y(t) = \sum_{i=1}^n \left[T \frac{\partial^2 x_i(t)}{\partial t^2} + 2T \frac{\partial x_i(t)}{\partial t} + x_i(t) \right], \quad (2.12)$$

где K_i — коэффициент усиления для i -го фактора,
 Δt — время запаздывания,
 T — постоянная времени.

Кроме того, линейные динамические системы могут быть описаны с помощью импульсных или весовых функций. Для элементарного сигнала оператор системы определяется импульсной переходной функцией $q(t, \tau)$, которую следует рассматривать как характеристику произвольной линейной системы. Используя эту функцию, получим общее выражение для одного входного сигнала

$$y_i(t) = \int_0^{\infty} q_i(t, \tau) x_i(\tau) d\tau.$$

Если же рассматривается линейная динамическая система с несколькими «входами» и соответственно с одним только «выходом», то характеристика выходного качества будет выражаться суммой интегральных уравнений

$$y(t) = \sum_{i=1}^n \int_0^{\infty} q_i(t, \tau) x_i(\tau) d\tau. \quad (2.13)$$

Причем принятые пределы интегрирования от нуля до бесконечности означают, что при определении вида модели используются все реализации, включая текущие значения с момента начала исследования системы и предысторию ее развития. Как следует из выражения (2.13), при решении задачи необходимо для каждого «выхода» определить n значений весовых функций вида $q(t, \tau)$. Для стационарных систем весовая функция зависит только от разности аргументов $(t-\tau)$, а для нестационарных — наличием двух переменных t и τ . В целом решение сводится к определению следующей совокупности весовых функций:

- при наличии одного «выхода» — n раз,
- при наличии двух «выходов» — $2n$ раз и т. д.

Для стационарных систем при наличии некоррелированных «входов» динамическая аппроксимирующая модель может быть представлена системой уравнений, характеризующих связь i -го «входа» с «выходом»:

$$K_{x_1 y} = \int_0^{\infty} K_{x_1}(t-\tau) R_1(\tau) d\tau;$$

$$K_{x_2 y} = \int_0^{\infty} K_{x_2}(t-\tau) R_2(\tau) d\tau;$$

$$K_{x_n y} = \int_0^{\infty} K_{x_n}(t-\tau) R_n(\tau) d\tau;$$

где K_{x_i} — корреляционная функция для i -го «входа» и

R_i — соответственно коэффициенты корреляции.

Если исследуется функционирование системы или производится оценка точности ее настройки на определенные значения выходной характеристики, тогда оптимальной будет такая система, для которой разность между выходной реализацией и ожидаемой характеристикой будет минимальной.

При исследовании процессов обработки и испытаний сложных систем моделирования целесообразно производить в зависимости от количества испытаний, а не от времени, так как данный аргумент не является характерным с точки зрения роста надежности. Тогда с некоторым приближением можно записать выражение для аппроксимирующей функции

$$y(N) = \sum_{i=1}^n \int_0^{\infty} q_i(N - \Delta) x_i(\Delta) d\Delta, \quad (2.14)$$

где Δ — некоторое количество испытаний, выбираемое в интервале изменения аргумента N .

Представленный математический аппарат позволяет использовать экспериментальные значения входных и выходных характеристик для построения математических моделей процессов, включая модели прогнозирования. Как и в случае регрессионной модели, при статической постановке задачи динамическая модель вида $y(N)$ должна быть адекватной с точки зрения минимизации и соответствия математической модели процесса его физической сути. Практические рекомендации по этому вопросу изложены в монографии [21].

§ 2. ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНО-АНАЛИТИЧЕСКИЕ МЕТОДЫ ПОСТРОЕНИЯ МАТЕМАТИЧЕСКИХ МОДЕЛЕЙ

В теории моделирования достаточно полно изложены общие принципы построения математических моделей сложных процессов на основе обработки статистических данных и результатов испытаний. При этом получают так называемые экспериментальные модели. В данном случае использованы известные методы аппроксимации на основе рассмотренных выше методов. В то же время существуют определенные физические законы, аналитические уравнения, описывающие исследуемые процессы по некоторой совокупности параметров и физических констант. Эти уравнения и законы могут быть представлены как аналитические модели. Решая задачу применительно к ЖРД, мы можем говорить об использовании законов, определяющих параметры рабочего процесса для механических, газодинамических, пневматических, тепловых, гидравлических, а в ряде случаев и электрических систем.

Каждый из названных методов построения математических моделей обладает определенной совокупностью свойств, характеризующих их достоинства и недостатки. Так, например, методы построения математических моделей на основе обработки результатов испытаний позволяют с достаточной степенью точности определять виды структурных связей между «входом» и «выходом». Но высокая точность достигается ценою проведения некоторого количества экспериментов, как правило, достаточно дорогостоящих.

Аналитические модели могут быть менее точны, чем экспериментальные, но они не связаны с большими материальными затратами. Тогда возникает рациональная идея — объединить оба метода вместе. К этому надо стремиться в тех случаях, когда точность аналитических моделей по тем или иным причинам удовлетворить не может. На практике также важно, чтобы аналитические и экспериментальные модели не противопоставлялись, а дополняли друг друга.

Использование при разработке моделей аналитических зависимостей и физических законов безусловно вносит новый вид информации в экспериментальную модель, что позволяет в какой-то мере сократить количество испытаний при достижении требуемой точности решения задачи. В отличие от исследуемых процессов и их моделей, именуемых «черными ящиками», экспериментально-аналитические модели практики называют «серыми». Если разрабатываемые аналитические модели не обладают достаточной точностью или их невозможно создать, тогда проводят эксперименты.

Как правило, вид аналитических функций и математические выражения для физических законов достаточно полно определяют форму структурных связей между параметрами исследуемого процесса и его выходным качеством. Следовательно, при разработке экспериментально-аналитических и экспериментально-статистических моделей вид и форма структурных связей аналитических зависимостей и законов, по возможности, должны быть использованы. Так, например, если исследуется влияние комплекса факторов на величину удельной тяги двигателя, то в качестве аппроксимирующей функции для вновь разрабатываемых моделей могут быть использованы линейные уравнения регрессии или полином второго порядка. Если же исследуется, скажем, теплопередача в камере сгорания, то в некоторых случаях можно применить систему дифференциальных уравнений и т. д.

При разработке экспериментально-аналитических моделей могут использоваться линейные алгебраические уравнения и многочлены в виде приращений. Такая математическая модель в общем виде может быть представлена как

$$\Delta y_{ij} = \sum_{i=0}^n b_i \Delta x_i + \sum_{i < j} b_{ij} \Delta x_i \Delta x_j + \varepsilon_{ij}.$$

Модели подобного рода применяются при решении задач оптимизации процессов. Однако практика показывает, что наиболее рациональная форма применения экспериментально-аналитических моделей заключается в том, что опытные данные используются не столько для описания вида моделей, сколько для уточнения полученных расчетных оценок, определяемых с помощью теоретических зависимостей. В таком случае в качестве выходной характеристики принимается разность между аналитической y_a и экспериментальной $y_э$ оценками

$$\Delta y_{ij} = y_a - y_э = \sum_{i=0}^{\Delta n} b_{ij} x_i + \sum_{i < j}^{\Delta n} b_{ij} x_i x_j + \varepsilon_{ij}, \quad (2.15)$$

где x_i и $x_i x_j$ — соответственно линейные члены и их взаимодействия, не учтенные в аналитической модели или при теоретических расчетах.

Как и следовало ожидать, состав значимых факторов для такой модели определяет не весь комплекс параметров, характеризующих исследуемый процесс, а лишь те факторы, которые в силу определенных причин не были учтены при теоретических расчетах и в математической модели. С учетом данного предложения в конечном итоге при моделировании участвует практически весь комплекс управляемых и неуправляемых переменных. Вследствие этого и достигается хорошая сходимость теоретических и экспериментальных данных и высокая точность результатов моделирования. Модель (2.15) в некотором смысле можно считать рациональной, так как рассматриваемый в данном случае состав значимых факторов Δn будет гораздо меньше состава факторов для экспериментальной модели ($\Delta n < n$). Соответственно количество испытаний, необходимое для реализации экспериментально-аналитической модели ΔN , будет также в несколько раз сокращено. В этом легко убедиться, если проанализировать следующие зависимости:

— для полинома

$$\Delta N = d^{\Delta n} < d^n \quad \text{и}$$

— для линейной модели

$$\Delta N = \Delta n + 1 \ll d^n.$$

К числу варьируемых факторов модели (2.15) относятся параметры, учитывающие некоторые конструктивные и технологические особенности натуральных объектов и условия испытаний. Рассмотрим в качестве примера случай разработки математических моделей данного вида, позволяющих определять аналитическим путем характеристики выхода двигателя на режим, которые затем уточним с помощью экспериментальных данных.

Рассмотрим некоторый двигатель, выполненный по «замкнутой» схеме с дожиганием окислительного газа. Аналитическая

модель запуска ЖРД строится на основе исследования ряда физических законов и зависимостей, определяющих систему уравнений для заполнения:

- гидравлических магистралей,
- топливоподающих насосов горючего и окислителя,
- полостей камеры сгорания,
- газогенератора,
- турбонасосного агрегата (ТНА),
- регулятора расхода,
- дросселя системы опорожнения баков.

Процесс разработки моделей складывается из нескольких этапов.

I. Описание процесса заполнения магистралей компонентами топлива. В большинстве случаев на мощных ракетах-носителях для каждой ступени имеет место последовательное расположение баков горючего и окислителя. В результате чего подвод компонента топлива к двигательной установке из верхнего бака осуществляется по длинной магистральной трубе. Это обуславливает тот факт, что в момент прорыва пусковых мембран и начала заполнения топливных коммуникаций двигателя путем изменения количества движения жидкости происходит провал давления на входе в насос, затем пик давления, провал, пик и т. д. Колебательный процесс идет с затуханием. Описанное явление в значительной мере влияет на работоспособность ЖРД и представить его аналитической моделью с достаточной степенью точности довольно сложно. Поэтому сам процесс, как правило, описывают со значительным приближением, смысл которого сводится к следующему.

Составляют уравнения гидравлических магистралей, которые должны описывать динамику неустановившегося движения компонентов топлива в зависимости от времени развития процесса. Соответственно его можно описать при помощи уравнения Бернулли в преобразованном виде

$$\Delta p = R_1' G^2 + R_2' \frac{dG}{dt}, \quad (2.16)$$

где Δp — перепад давления на рассматриваемом участке магистрали;

R_1' и R_2' — коэффициенты соответственно гидравлического и инерциального сопротивлений.

В процессе заполнения магистралей все параметры в уравнении (2.16) изменяются, в том числе R_1' и R_2' . При этом параметр R_1' определяется объемом заполнения магистрали $V(\tau)$ и коэффициентом гидравлических сопротивлений для местных потерь ξ_m и потерь давления на трение $\xi_{тр}$.

В отличие от R_1' параметр R_2' зависит только от объема заполнения $V(\tau)$. Чтобы установить аналитические зависимости для параметров R_1' и R_2' от перечисленных выше факторов, не-

обходимо прибегать к сложным преобразованиям. Однако данные преобразования с достаточной для практики точностью могут быть заменены аппроксимирующими функциями в виде линейных уравнений регрессии. Тогда соответственно можем записать

$$R'_1 = b'_0 + b'_1 V(\tau) + b'_2 \xi_m + b'_3 \xi_{rp}$$

и

$$R'_2 = b''_0 + b''_1 V(\tau).$$

Коэффициенты приведенных уравнений устанавливают эмпирическим путем по результатам гидравлических проливок магистралей.

Таким образом, получаем эмпирико-аналитическую модель для магистрали двигателя

$$\Delta p = [b'_0 + b'_1 V(\tau) + b'_2 \xi_m + b'_3 \xi_{rp}] G^2 + [b''_0 + b''_1 V(\tau)] \frac{dG}{d\tau}. \quad (2.17)$$

С точки зрения точности аппроксимации полученная модель реального физического процесса (2.17) достаточно полно описывает натуральный объект, хотя при этом не учитываются противодействия со стороны воздуха и паров компонентов топлива, заполняющих магистрали при движении в них жидкости. Их влиянием в ряде случаев можно пренебречь, чтобы не усложнять решение задачи. Однако это не во всех случаях возможно. Например, противодействие может оказывать заметное влияние на исследуемый процесс при наличии усиленных вышибных заглушек, установленных в сопловой части камеры сгорания.

Если проанализировать зависимость (2.17), то легко заметить, что при моделировании достаточно неудобно оперировать переменной величиной объема заполнения $V(\tau)$. Поэтому введем преобразование между объемом заполнения магистрали и секундным расходом

$$qG = \frac{dV(\tau)}{d\tau},$$

где q — плотность компонента, зависящая только от температуры.

Проинтегрировав затем это выражение, получим уравнение, определяющее изменение объема заполнения $V(\tau)$ от времени развития процесса

$$V(\tau) = q \int_{\tau_1}^{\tau_2} G d\tau,$$

где τ_1 и τ_2 — соответственно время начала и окончания заполнения магистрали.

С учетом полученного выражения модель (2.17) примет окончательный вид

$$\Delta p = \left[b'_0 + \rho b'_1 \int_{\tau_1}^{\tau_2} G d\tau + b'_2 \xi_{\text{ст}} + b'_3 \xi_{\text{тр}} \right] G^2 + \left[b''_0 + \rho b''_1 \int_{\tau_1}^{\tau_2} G d\tau \right] \frac{dG}{d\tau}.$$

II. Следующим этапом разработки комплексной модели исследуемого процесса является составление уравнения, описывающего работу камеры сгорания. Аналогичные зависимости устанавливаются и для газогенератора. Разработка ведется при следующих допущениях.

1. В камере сгорания отсутствует накопление окислителя, как опережающего компонента, к моменту поступления горючего.

2. В каждый момент времени τ давление в камере сгорания одинаково в любой точке объема вплоть до критического сечения, т. е. влиянием акустических эффектов и гидравлическим сопротивлением газовой емкости пренебрегаем.

3. Коэффициент соотношения компонентов топлива по поперечному сечению камеры сгорания рассматривается как величина постоянная, т. е. не учитывается качество распыла компонентов топлива и наличие паровой завесы.

4. По истечении времени преобразования $\tau_{\text{пр}}$ топливо, поданное в камеру сгорания, мгновенно превращается в газообразные продукты сгорания. При этом плавная кривая выгорания топлива для реального процесса заменяется ступенчатой.

5. Продукты сгорания рассматриваются как идеальный газ, для которого справедливо уравнение Клапейрона — Менделеева.

С учетом названных допущений динамика газового потока в камере сгорания может быть описана уравнением баланса массы

$$G_{\text{обр}} = G' + \frac{dy}{d\tau},$$

где y — масса образовавшегося газа в камере сгорания;

G' — секундный расход продуктов сгорания через сопло;

$G_{\text{обр}}$ — скорость образования продуктов сгорания.

Далее, используя уравнение состояния газа в объеме камеры $V_{\text{к}}$, уравнение сплошности потока и закон сохранения массы, получим систему уравнений для параметров газового потока камеры сгорания. При этом для упрощения расчетных зависимостей используем также аппроксимирующую функцию вида

$$R_0 T_0 = A \left(\frac{G_0}{G_r} \right)^2 + B \left(\frac{G_0}{G_r} \right) + C,$$

где A, B, C — некоторые постоянные коэффициенты модели, определяемые по данным термодинамического расчета для камеры сгорания;

G_r, G_0 — соответственно секундные расходы горючего и окислителя;

R_0, T_0 — газовая постоянная и температура торможения потока, или температура в камере сгорания.

В конечном итоге получаем выражение для закона сохранения массы в виде производной давления в камере сгорания p_k по времени τ

$$\left(\frac{V_k}{R_0 T_0} \right) \frac{dp_k}{d\tau} = \frac{p_k V_k}{(R_0 T_0)^2} \cdot \frac{d(R_0 T_0)}{d\tau} + (G_0 + G_r)(\tau - \tau_{пр}) + G_{г.г} - A_k p_k F_{кр} (R_0 T_0)^{-\frac{1}{2}}, \quad (2.18)$$

где $F_{кр}$ — площадь критического сечения сопла;

$G_{г.г}$ — расход генераторного газа, поступающего в камеру сгорания в данный момент времени τ ;

A_k — коэффициент, определяемый зависимостью —

$$A_k = \sqrt{\kappa g \left(\frac{2}{\kappa + 1} \right)^{\frac{\kappa+1}{\kappa-1}}},$$

здесь κ — средний показатель расширения газа в сопле. Полученное выражение (2.18) устанавливает зависимость изменения давления в камере сгорания для двигателя при выходе на режим.

Уравнение, характеризующее изменение давления в газогенераторе, выводится аналогичным образом практически при тех же допущениях.

III. Следующим рассмотрим уравнение динамики центробежных насосов при переходных режимах работы. Для этой цели может быть использована аппроксимирующая функция следующего вида:

$$p_{вых} - p_0 = An^2(\tau) - BG(\tau)n(\tau) - CG^2(\tau) - D \frac{dG(\tau)}{d\tau} + E \frac{dn(\tau)}{d\tau},$$

где $p_0, p_{вых}$ — соответственно давления на входе в насос и выходе;

A — коэффициент, учитывающий размеры рабочего колеса и плотность компонента топлива;

B — коэффициент, зависящий от геометрических размеров рабочего колеса;

C — коэффициент, определяющий потери в зависимости от размеров входного и выходного патрубков насоса;

D, E — коэффициенты, характеризующие соответственно влияние инерции массы жидкости и самого ротора;

$n(\tau)$ — частота вращения рабочего колеса, как функция времени;

$G(\tau)$ — изменение секундного расхода компонента топлива, проходящего через насос.

Коэффициенты аппроксимирующей функции A, B, C, D, E могут быть определены расчетным путем. Однако более точной является аппроксимация данной функции полиномом второго порядка по результатам гидравлических проливов насосов ТНА. Более подробно динамика центробежных насосов рассмотрена в монографии [5].

IV. Для описания динамики переходных процессов ТНА можно составить уравнение количества движения —

$$J \frac{d\omega}{dt} = M_T - \sum_{i=1}^n M_{ni},$$

где J — момент инерции ротора ТНА;

ω — угловая скорость вращения ротора;

M_T — крутящий момент турбины;

$\sum_{i=1}^n M_{ni}$ — суммарный крутящий момент насосов.

Момент инерции ротора ТНА складывается из моментов инерции ротора турбины J_T , моментов инерции рабочих колес насосов горючего и окислителя J_n , моментов инерции компонентов топлива $J_{ж}$ и момента инерции столба жидкости $J_{ст}$:

$$J = J_T + J_n + J_{ж} + J_{ст}.$$

Рассмотрим теперь вопрос получения исходной информации, необходимо для реализации вычислительной программы.

Момент инерции ротора ТНА — это характеристика, которая может быть достаточно точно определена эмпирическим путем и несколько приближенно — расчетным. Крутящий момент турбины с достаточной для практики точностью может быть вычислен аналитическими методами, хотя более достоверным следует считать значение момента, полученное по результатам испытаний турбины или ТНА в целом. При этом мощность турбины

$$N_T = M_T \omega, \text{ или } N_T = N_{уд} G_t,$$

где $N_{уд}$ — удельная мощность турбины;

G_t — секунднй расход газа через сопловой аппарат.

Уравнение ТНА можно представить как

$$J \frac{n(\tau) \pi^2 dn(\tau)}{900d\tau} = N_T - \sum_{i=1}^n N_{in},$$

где N_{in} — требуемая мощность для каждого из насосов.

Суммарный момент, необходимый для вращения рабочих колес насосов ТНА, определяется по результатам гидронспытаний.

V. Для описания динамики работы регулирующих элементов ЖРД можно использовать принцип Даламбера:

$$Mh_1 = \sum_{i=1}^l P_i,$$

где M — масса подвижных элементов;

h_1 — перемещение плунжера регулятора или штока,

$\sum_{i=1}^l P_i$ — сумма элементарных сил, действующих на подвижную систему агрегатов.

Указанные характеристики устанавливаются при гидравлических проливках соответствующего вида регулирующих элементов. Одновременно определяется расходная характеристика регулятора в зависимости от величины перемещения плунжера или штока.

Уравнения, описывающие работу других элементов автоматики (типа пневмо-и пироклапанов), представлены в монографии [21].

Мы рассмотрели систему уравнений аналитического и эмпирического видов, которые позволяют на самых ранних этапах проектирования и отработки агрегатов ЖРД разрабатывать практически любые математические модели. Принципиальных трудностей это не вызывает. Соответственно рассмотренная выше система уравнений может быть запрограммирована для ЭЦВМ с целью последующего моделирования характера нарастания давления в камере сгорания двигателя в момент его выхода на режим.

Особенности такой вычислительной программы состоят в том, что она должна учитывать последовательность функционирования основных агрегатов ЖРД и элементов автоматики, агрегатов и систем двигательной установки. Так, например, согласно циклограмме запуска существует ряд характерных моментов времени вступления в работу элементов и систем, которые определяют параметры переходных процессов. К числу таких характерных моментов времени относятся:

— моменты прорыва пусковых мембран или открытия пусковых клапанов;

— время начала и время окончания заполнения компонентами топлива насосов горючего и окислителя;

— время заполнения отдельных участков топливных магистралей и полостей рубашки охлаждения камеры сгорания;

— время вступления в работу пиростартера и газогенератора;

— начало воспламенения компонентов топлива в камере сгорания и газогенераторе и т. п.

При проектировании двигателя каждый из указанных моментов времени задается приближенно в некотором интервале, исходя из учета особенностей работы других систем. В процессе моделирования эти показатели определяются расчетным путем, затем они уточняются на основе экспериментальных данных.

Соответственно рассматриваемая вычислительная программа должна строиться с учетом анализа логических и причинно-следственных связей. Смысл их использования заключается в том, что отдельные динамические уравнения или аппроксимирующие функции в определенный момент времени τ в заданной очередности подключаются к модели и отключаются от нее. Точнее, в вычислительную программу вводится специальный алгоритм обеспечения логических связей, который как бы «дирижирует» системой уравнений, отдельными функциями и уровнями варьирования факторов в рассматриваемой комплексной модели исследуемого процесса. Моделирование ведется при начальных и предельных значениях управляемых переменных. Алгоритм логического обеспечения должен учитывать практически все особенности управления исследуемым процессом.

Модели рассматриваемого вида находят широкое применение. При этом ошибка моделирования в ряде случаев может составлять порядка 10%, однако, это не всегда может удовлетворять исследователей. Поэтому наряду с методами разработки аналитических моделей рассматривают методы их совершенствования с целью дальнейшего повышения точности моделирования, что достигается путем последовательного улучшения характеристик моделей. Практически модификация моделей заключается в замене некоторой части аналитических уравнений более достоверными эмпирическими данными. Однако такой подход может привести к изменению всей вычислительной программы, что в особо сложных случаях совсем нежелательно. Поэтому одним из рациональных путей повышения точности моделирования можно назвать разработку дополнительного алгоритма к реализуемой вычислительной программе на основе использования функции вида (2.15). Так, например, при исследовании характера изменения давления в камере сгорания двигателя на основе рассмотренной экспериментально-аналитической модели не были учтены такие факторы, как упругость паров горючего и окислителя, влияющие на период заполнения магистралей, величины провалов и пиков давления на входах в насосы ТНА в момент срабатывания пиромембран и т. п.

Качественные зависимости приведены на рис. 2.1, где сплошной линией показана кривая нарастания давления $p_k(\tau)$, полученная на основе проектных данных, и пунктирными линиями — модельные характеристики $p_k(\tau)$, уточненные по экспериментальным данным при предельных уровнях варьирования температур компонентов топлива и давлений наддува баков. Заштри-

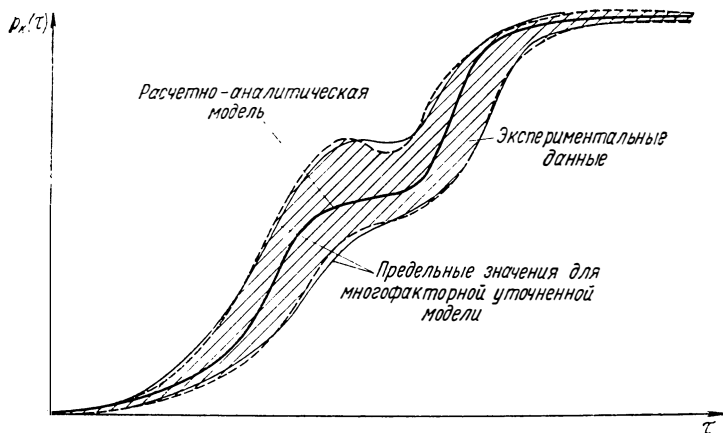


Рис. 2.1. Результаты моделирования процесса выхода двигателя на режим

хованной зоной показаны возможные результаты натуральных испытаний.

Как следует из приведенных зависимостей, результаты моделирования параметров экспериментально-аналитической модели максимально приближают нас к результатам натуральных испытаний.

§ 3. РАЗРАБОТКА ПРОГРАММ ИСПЫТАНИЙ ПРИ ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОМ ИССЛЕДОВАНИИ ДИНАМИЧЕСКИХ ПРОЦЕССОВ

Исследования статистических методов планирования испытаний показали, что при известном составе факторов один и тот же план можно в равной мере предложить как ЖРД, так и любому другому устройству или системе. С учетом этого на основе полных или дробных факторных экспериментов могут приниматься практически одинаковые планы, не учитывающие в полной мере физические особенности исследуемых систем и их процессов. При разработке дробных факторных планов единственно, когда они учитываются, так это при выборе генерирующих соотношений. Однако последние, как показывает практика, для большинства механических систем установить достаточно трудно.

Рассмотрим пример. Допустим, исследуется один из режимов работы ЖРД, определяемый следующим составом факторов:

- коэффициентом соотношения компонентов топлива — x_1 ;
- давлением в камере сгорания — x_2 ;
- входными давлениями по линиям горючего и окислителя, соответственно — x_3 и x_4 ;

— температурами компонентов топлива на входе в двигатель — x_5 и x_6 .

Рассмотрим их влияние на удельную тягу. Составляя дробный факторный план и выбирая генерирующие соотношения, вряд ли мы можем утверждать, что взаимодействие первых двух факторов x_1x_2 эквивалентно взаимодействию входных давлений x_3x_4 или температур x_5x_6 и т. д. Соответственно запишем $x_1x_2 \neq x_3x_4$ или $x_1x_2 \neq x_5x_6$, а также $x_1x_2 \neq x_3x_4x_5x_6$. Возможно, что такие соотношения могут быть установлены в каком-нибудь частном случае. Но это не характерно для ЖРД как системы в целом. Следовательно, в каждом конкретном случае до начала разработки факторного плана необходимо проводить специальные экспериментальные исследования с целью поиска генерирующих соотношений. А это может оказаться задачей более сложной, чем реализация полного факторного плана. Получается примерно следующее: необходимо проводить дополнительно специальные эксперименты на натурной системе ради сокращения объема целевых исследований. Причем не исключено, что объем дополнительных испытаний может оказаться большим или равноценным по отношению к основной экспериментальной программе. Наряду с этим немаловажным является и следующий момент.

Теория эксперимента [23] рассматривает только статически сбалансированные планы для фиксированных уровней варьирования факторов. На основании данных планов может быть разработана программа испытаний, например, для установившегося режима работы. Однако с точки зрения обеспечения надежности ЖРД и, следовательно, эффективности его отработки наиболее ответственными следует считать переходные режимы, при которых проявляется максимальное количество отказов [20, 21]. Поэтому разрабатываемые планы испытаний должны учитывать динамику изменения режимов работы и варьирования факторов не только по уровням, но и по времени. Этим, собственно, и объясняется необходимость поиска новых методов и планов проведения испытаний, имеющих достаточно полное обоснование с физической точки зрения. Статистические исследования показали, что применительно к сложным системам объективные планы и программы испытаний могут строиться на основе анализа физических процессов и их математических моделей.

Основой для разработки таких планов могут служить динамические модели вида

$$y(t) = \sum_{i=0}^n (\beta_{0x_i} + \beta_{1x_i}t + \beta_{2x_i}t^2) x_i + \sum_{i < j}^n (\beta_{0x_{ij}} + \beta_{1x_{ij}}t + \beta_{2x_{ij}}t^2) x_i x_j, \quad (2.19)$$

где $\beta_{0x_i(ij)}$; $\beta_{1x_i(ij)}$; $\beta_{2x_i(ij)}$ — частные коэффициенты полинома динамической модели.

Структура представленной модели может быть использована для разработки плана исследования динамического процесса. Для этого наряду со значениями линейных факторов x_i и их взаимодействий $x_i x_j$ введем понятия соответствующих им эффектов X_i и $X_i X_j$. Это позволяет строить планы испытаний как статических, так и динамических процессов для различных уровней варьирования факторов, совмещая ожидаемый эффект с соответствующим уровнем варьирования.

В качестве примера рассмотрим план исследований динамических процессов для двух уровней варьирования факторов, представленный в табл. 2.1. В данном случае знаком (+) отмечены моменты, при которых значения линейных факторов совпадают с соответствующими им эффектами, во всех остальных случаях программа испытаний характеризуется уровнем со знаком (—).

Смысл предлагаемого плана заключается в том, что весь контролируемый период развития динамического процесса разбивается на ряд характерных моментов времени: t_0 ; t_1 ; t_2 ; ... t_T . Применительно к ЖРД момент времени t_0 характеризуется включением главных клапанов, моменту времени t_1 соответствует максимальная глубина провала давления на входе в насос окислителя, t_2 — вступление в работу газогенератора и т. д.

Разрабатываемый план динамических исследований процессов с точки зрения объема следует признать оптимальным, так как варьируются лишь те факторы и их взаимодействия, которые вошли в математическую модель и являются значимыми. А это означает, что отсутствуют испытания, учитывающие варьирования малозначимых факторов, повторные и т. п. испытания. Наличие взаимодействий совместно с линейными факторами определяет объем и программу испытаний. Однако на практике не исключены случаи, когда для некоторого момента времени t_i эффект от взаимодействия двух и более факторов является значимым, а для момента t_j он близок к нулю. В этом случае представленный в табл. 2.1 план сократится соответствующим образом по числу экспериментов. Таким моментом следует считать время t_T , для которого эффект X_n равен нулю.

Предлагаемый план является динамически сбалансированным в определенном интервале времени функционирования системы. Достоверность плана практически обеспечена, так как он основывается на реализации модели, отражающей исследуемый процесс.

Если программа испытаний направлена на поиск экстремальных условий, то представленные в плане уровни факторов изменяются в направлении выбранной стратегии поиска методом экспериментов, как это показано в гл. 1. В ряде случаев это мо-

Таблица 2.1

t	x_1	x_2	...	x_n	...	$x_i x_j$...	Эффект
t_1	+	-	...	-	...	-	...	X_1
	-	-	...	-	...	-	...	X_2

	-	-	...	+	...	-	...	X_n

	-	-	...	-	...	+	...	$X_i X_j$
t_2	+	-	...	-	...	-	...	X_1
	-	+	...	-	...	-	...	X_2

	-	-	...	+	...	-	...	X_n

	-	-	...	-	...	+	...	$X_i X_j$
.	
.	
.	
t_r	+	-	...	-	...	-	...	X_1
	-	+	...	-	...	-	...	X_2

	-	-	...	-	...	+	...	X_n

	-	-	...	+	...	-	...	$X_i X_j$

жет достигаться путем оценки экстремума функции аппроксимации

$$\frac{\partial y(t)}{\partial x_i(t)} = 0 \text{ и } \frac{\partial y(t)}{\partial [x_i(t) x_j(t)]} = 0$$

или одним из методов статистической динамики.

§ 4. МЕТОДЫ ПОВЫШЕНИЯ ИНФОРМАТИВНОСТИ ИСПЫТАНИЙ

Информативность испытаний в основном определяет объем экспериментальных исследований, поэтому методы ее повышения имеют важное практическое значение. Применительно к ЖРД дальнейшее повышение информативности экспериментов может быть достигнуто:

1) путем совершенствования системы измерений, повышения точности датчиков и повышения качества подводящих каналов;

2) увеличением параметров наработки каждого из изделий по времени работы и количеству циклов. Это достигается проведением ресурсных и циклических испытаний на отказ или время и количества включений, значительно превышающие заданные;

3) утяжелением режимов работы двигателя путем его настройки на предельные значения основных параметров и широкого варьирования рабочими диапазонами регулирующих элементов;

4) комплексным изменением в сторону утяжеления всех известных режимов работы двигателя и его агрегатов как по параметрам, продолжительности испытаний, так и количеству включений.

Вполне очевидно, что все названные методы в основном могут применяться при стендовых испытаниях двигателей, их узлов и агрегатов. В отличие от остальных третий метод в силу своих особенностей частично может быть реализован в условиях полета при изменении параметров ДУ в допустимых пределах. Кроме этого отметим, что метод повышения информативности испытаний путем увеличения параметров наработки соответствует программе испытаний на надежность и рассматривается как однофакторный эксперимент. В данном случае математическая модель может соответствовать виду одной из аппроксимирующих функций

$$y_i = b_0 + b_i x_i + \varepsilon_i, \quad (2.20)$$

$$y_i = a_0 x_i^{a_i} + \varepsilon_i, \quad (2.21)$$

$$y_i = a_0 a_i^{x_i} + \varepsilon_i. \quad (2.22)$$

Как следует из анализа этих уравнений, информативность испытаний при одной степени свободы определяется уровнями варь-

рования фактора x_i , характеризующего параметр наработки или утяжеления режима работы.

Если при испытаниях на надежность ввести дополнительные факторы, определяющие, скажем, условия испытаний, то эксперимент из однофакторного превращается в многофакторный. При этом повышается информативность испытаний в соответствии с числом вводимых степеней свобод, которые определяются количеством введенных в модель линейных членов и их взаимодействий. Исходя только из сравнения числа степеней свобод, можно заключить, что комбинированные испытания (по четвертому методу) в несколько раз информативнее испытаний на надежность, а также испытаний, проводимых с некоторым утяжелением режимов работы. Каждый из названных видов испытаний обладает определенными достоинствами и недостатками. Данный вопрос подробно рассмотрен в книге [21]. Здесь лишь отметим, что при определенном уровне утяжеления режимов работы ЖРД наступает предельное состояние по материалам конструкции и параметрам рабочего тела, связанное с изменением физики исследуемого процесса. Это предельное состояние и определяет допустимые границы утяжеления режимов работы по каждому из варьируемых факторов.

Таким образом, комбинированные испытания, обладающие максимальным числом степеней свобод, должны иметь и повышенную информативность. Однако проведенные статистические исследования показали, что в условиях многофакторного эксперимента информативность испытаний определяется не только числом степеней свобод, но и диапазонами варьирования факторов. Влияние последних можно рассмотреть на следующем примере.

Допустим, что поверхность отклика A некоторого процесса определяется полиномом второго порядка. Однако эксперименты, проведенные по данной программе, реализованы в узком диапазоне варьирования факторов. Соответственно по их результатам описана некоторая линейная модель, адекватная для локального участка a , как это показано на рис. 2.2. Ошибка аппроксимации определится как разность

$$\varepsilon(x, y) = y_A(x) - y_a(x).$$

При этом, если варьируемые факторы изменяются в заданных пределах $(-)\leq x \leq (+)$, то ошибка аппроксимации стремится к нулю (или достаточно мала). Если же значения факторов превышают пределы, реализованные в экспериментальной программе, ошибка аппроксимации может резко возрастать и в пределе ее уровень практически неограничен. В таких случаях, если возникает необходимость экстраполяции, необходимо совершенствовать сам вид модели на основе реализации дополнительных экспериментов, проводимых при увеличенных диапазонах варьирования факторов. В итоге получают дополнительный объем

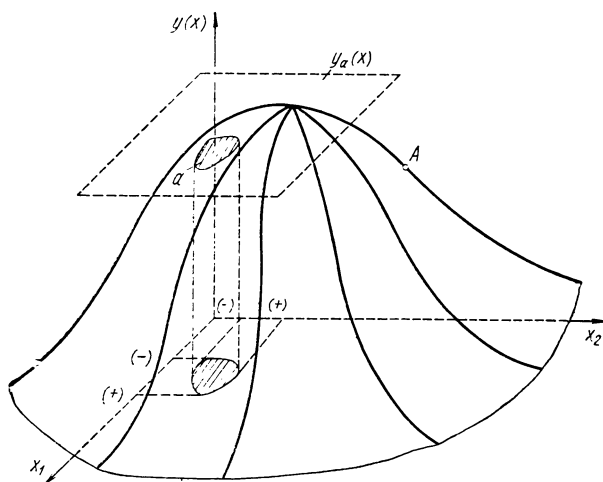


Рис. 2.2 Схема описания поверхности отклика

информации, позволяющий уточнить вид модели и повысить достоверность результатов моделирования.

Если диапазоны варьирования факторов сравнительно малы и их учет не вносит существенной информации, они без особого ущерба могут быть исключены из экспериментальной программы.

Повышение информативности испытаний, как это следует из проведенного анализа, достигается введением комплекса мероприятий — увеличением числа степеней свободы и расширением диапазонов варьирования значимых факторов.

В свою очередь, результативность испытаний определяется не только информативностью испытаний, но и качеством использования этой информации при разработке планов и программ дальнейших исследований. Как правило, рациональный учет информации позволяет решать довольно сложные задачи при относительно малом количестве экспериментов. В качестве одного из примеров, подтверждающего результаты проведенного анализа, решим следующую задачу.

При выходе на режим некоторого условного двигателя, допустим, имели место забросы давления в камере сгорания вследствие комплексного воздействия входных давлений x_1 ; x_2 и температур x_3 ; x_4 горючего и окислителя; массы заряда пиростартера x_5 ; времени работы пиростартера x_6 и времени совместной работы пиростартера и газогенератора x_7 . Допустим, что данный состав факторов установлен на основе анализа и обработки имеющейся информации. Методика обработки представлена в монографии [21].

По условию задачи требуется определить состав и уровни факторов, обеспечивающие нормальный выход двигателя на режим. Исходная схема изменения характеристики нарастания давления в камере сгорания представлена на рис. 2.3.

В качестве выходной характеристики принимается экстремальное значение параметра p_k в момент времени, соответствующий набору 100% тяги. Состав значимых факторов определялся методикой, представленной в монографии [21]. Одновременно условием задачи предусматривалось отыскание решения при минимальном количестве экспериментов, которое принималось равным n . Это значит, что в качестве аппроксимирующей функции использовалась линейная модель при значении фиктивной переменной x_0 , равной нулю.

Несмотря на выдвинутые ограничения решение с достаточной степенью точности удалось обеспечить путем сравнительно больших диапазонов варьирования факторов. Из семи значимых факторов большие диапазоны варьирования были реализованы для шести, исключением являлся параметр x_1 . В конечном итоге все же было достигнуто значительное изменение выходной характеристики, обеспечившее высокую информативность испытаний.

Рассматриваемый пример является как раз тем случаем, когда повышение информативности испытаний при фиксированном числе степеней свободы достигалось в основном путем увеличения диапазонов варьирования факторов. При любых других условиях решение этой задачи потребовало бы увеличения программы экспериментальных исследований. Исходные данные для

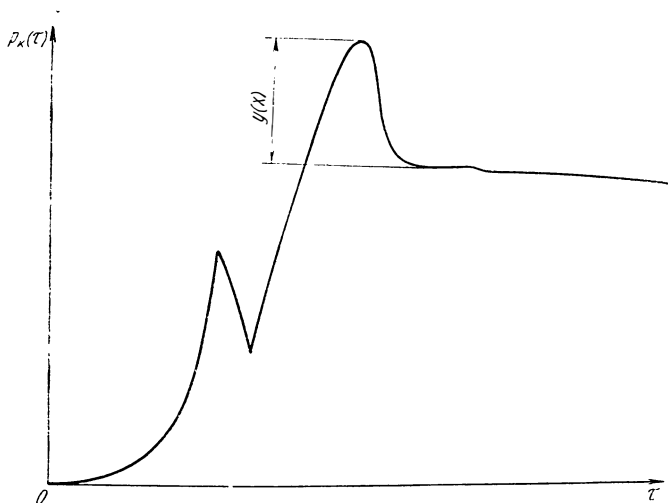


Рис. 2.3. Условная характеристика выхода двигателя на режим

Параметры вычислительной программы	X							Y	
	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6	x_7	опытный	расчетный
Исходные данные	17,1	8,4	30,8	35,6	8,12	2,32	0,896	188,3	
	17,1	8,1	21,0	27,4	6,41	1,82	0,420	71,6	
	17,1	8,1	19,6	29,4	6,55	1,48	0,224	2,2	
	16,8	8,4	14,0	23,5	6,44	1,51	0,196	-40,5	
	17,4	5,9	19,6	23,2	6,46	1,96	0,504	-115,6	
	17,6	4,5	25,2	33,6	4,81	1,29	-0,168	-378,0	
	17,4	4,2	19,6	33,6	4,79	1,23	-0,140	-306,3	
Коэффициенты модели	29,400	17,360	-2,072	-2,324	50,400	-729,671	931,240		
Результаты моделирования	17,6	11,2	14,0	14,0	6,44	1,82	0,420		39,2
	14,0	7,6	14,0	14,0	6,44	1,82	0,420		-131,0
	17,6	11,2	70,0	70,0	6,44	1,48	0,196		-167,5
	17,1	11,2	14,0	14,0	5,60	1,40	0,112	0	0

вычислительной программы и результаты частичного моделирования в закодированном виде представлены в табл. 2. 2.

Полученная математическая модель исследуемого процесса адекватна, удовлетворяет физическому смыслу задачи. В заданном диапазоне изменения факторов средняя ошибка аппроксимации не превышает 6,5%. Как следует из анализа решения задачи, максимальная величина заброса давления в камере сгорания в значительной мере зависит от массы заряда пиростартера, времени совместной работы пиростартера и газогенератора, а также от входных давлений. Поскольку для реально существующей конструктивной схемы двигателя варьирование такими факторами как x_1 , x_2 и x_7 практически невозможно, то обеспечение плавного выхода на режим достигается изменением массы заряда x_5 .

С учетом изменения остальных факторов в процессе моделирования может быть определена оптимальная масса пиростартера. Правильность выбора массы может быть подтверждена контрольными испытаниями.

Из данного решения задачи следует, что варьирование полным составом значимых факторов даже в пределах экспериментальных программ, имеющих другое целевое назначение, обеспечивает попутное решение весьма важной задачи: определение оптимальных параметров запуска ЖРД. Преимущества данного метода перед остальными методами эмпирического поиска или шаговой оптимизации достаточно очевидны.

Итак, рассмотренный пример позволил убедиться в том, что расширение диапазонов варьирования факторов обеспечивает значительное повышение информативности испытаний. Однако расширение этих диапазонов не может быть беспредельным. В обычных условиях уровни варьирования факторов определяются физическими особенностями исследуемых процессов, химической стойкостью компонентов топлива, характеристиками материалов конструкции и т. п. Например, если рассматривается вопрос охлаждения камеры сгорания, то предельные значения основных параметров не должны быть настолько высокими, чтобы реагент не разлагался, не вскипал и т. д. Его физическое и химическое состояния должны соответствовать нормальному ходу процесса в заданных условиях эксплуатации. Как правило, в стендовых условиях предельные уровни варьирования факторов определяются динамическими характеристиками испытываемых систем, возможными пределами регулирования, устойчивостью процессов горения топлива в камере и т. п. явлениями.

При летных испытаниях пределы изменения факторов еще более сужаются, так как на них дополнительно налагают свои ограничения особенности полетных программ, характеристики приборов системы управления, элементы конструкции ракеты и т. п. Тем не менее это не исключает необходимости и целесо-

образности более широкого внедрения в практику методов повышения информативности испытаний.

В заключение отметим: так как расширение диапазонов варьирования факторов связано с повышением информативности испытаний, то к этому надо стремиться при реализации любой экспериментальной программы. Расширяя информативность специальных испытаний, мы повышаем качество отработки изделий и одновременно сокращаем материальные затраты.

Методы повышения информативности испытаний, изложенные в данном параграфе, в значительной мере используются при разработке моделей ускоренных испытаний ЖРД. Этому направлению исследования надежности посвящены главы 4, 5 и 6 настоящей монографии.

ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ ВОПРОСЫ ПРОГНОЗИРОВАНИЯ ПАРАМЕТРОВ И ХАРАКТЕРИСТИК НАДЕЖНОСТИ

§ 1. НЕКОТОРЫЕ ОБЩИЕ МЕТОДОЛОГИЧЕСКИЕ ВОПРОСЫ ПРОГНОЗИРОВАНИЯ ХАРАКТЕРИСТИК СЛОЖНЫХ СИСТЕМ

Прогнозирование характеристик исследуемых процессов и результатов испытаний сложных систем типа ЖРД является одной из наиболее важных задач современной теории и практики.

Применительно к ЖРД прогнозирование означает возможность определения выходных характеристик систем до начала натуральных испытаний. Прогноз осуществляется путем формализации исследуемого процесса на основе анализа, обобщения и обработки предшествующей информации с учетом гипотез его дальнейшего развития. Исходя из этого математическая постановка задачи требует достоверного знания априорных законов распределения параметров процесса, отражающих его предысторию.

С практической точки зрения прогнозирование необходимо для принятия своевременных решений, обеспечивающих выполнение тактико-технических требований и технического задания на разработку конкретной системы. Одна из главных задач прогнозирования — оценка технического состояния двигателя и его элементов накануне ответственных испытаний. Таковыми могут быть стендовые испытания связок ДУ ступеней ракет, вывод на орбиту космических кораблей и т. п.

Основным инструментом прогнозирования в настоящее время следует считать математическую модель исследуемого процесса. В качестве таковой при разработке прогнозов может быть использована функция вида

$$y(t > t_n) = f[ay(t_n); x; \bar{\varepsilon}(t > t_n)],$$

где $y(t > t_n)$ — величина прогнозируемой характеристики в период t , следующий за периодом предыстории t_n ;
 $y(t_n)$ — базисная характеристика прогнозируемого процесса, или ее среднее значение за период предыстории;

x — случайные факторы, влияющие на прогноз;
 a — коэффициент преобразования;
 $\varepsilon(t > t_{н})$ — ошибка прогнозирования.

Если влияние случайных факторов x незначительно или они стремятся к нулю, то можно говорить о стабильном развитии процесса в будущем. Этому также способствует приближение коэффициента a к единице. В данном случае можно предполагать, что развитие процесса будет происходить без существенных изменений. Но если параметры a и x модели каким-то образом возрастают, то это говорит о проявлении новых, ранее неизученных свойств. Увеличение параметра a и x в конечном итоге должно привести к росту ошибки прогнозирования $\varepsilon(t > t_{н})$.

Можно отметить три момента прогнозируемых процессов:

- 1) дальнейшее развитие процесса происходит без существенных изменений;
- 2) в конце предыстории намечилось новое направление развития или проявились новые, ранее незамеченные свойства;
- 3) наряду с исследуемым процессом намечилось развитие совершенно нового процесса или явления.

На современном этапе развития в различных областях науки и техники все чаще и шире используются всевозможные методы прогнозирования, которые отличаются друг от друга не только по своей структуре, но и уровню научной обоснованности. Тем не менее в большинстве из них заложена идея экстраполяции параметров соответствующих моделей. Говоря об экстраполяции, имеем в виду распространение установленных закономерностей за границы изученной области или вне пределов варьирования факторов, реализованных в эксперименте. При этом техника экстраполяции может исходить из учета следующих двух принципов:

а) описания наиболее достоверного вида модели на основе имеющихся статистических данных;

б) выбора вида аппроксимирующей функции на основе анализа физических особенностей дальнейшего развития процесса.

Последний принцип исходит из необходимости учета опыта исследователя и раскрытия физических закономерностей поведения контролируемых параметров. На основе этого строятся соответствующие гипотезы, которые затем поочередно анализируются с точки зрения их достоверности.

Особенности использования обоих принципов легко усвоить путем разбора какого-либо примера.

Допустим, поставлена задача проанализировать возможность увеличения гарантийного времени работы ТНА по результатам достаточно большого количества испытаний. Специфика данной информации заключается в том, что рассматриваемая совокупность изделий испытывалась в заданных условиях эксплуатации в течение самого различного времени, не превышающего гарантийный ресурс $\tau_{г}$. При этом в качестве выходной характеристики

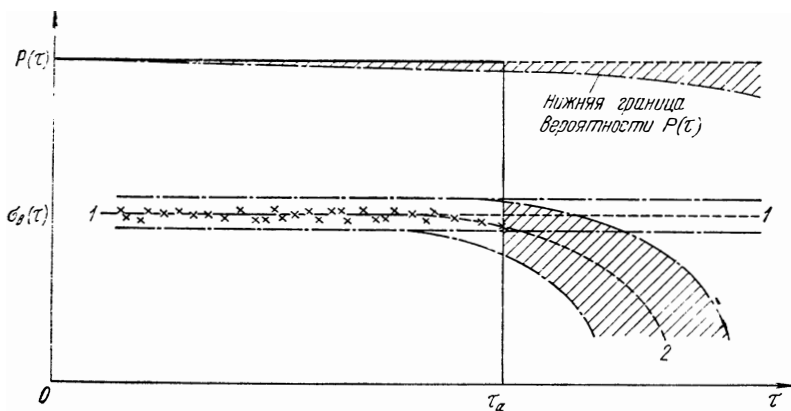


Рис. 3. 1. Изменение характеристик $P(\tau)$ и $\sigma_v(\tau)$ от времени работы

процесса могут быть использованы показатель надежности $P(\tau)$ или одна из характеристик прочности $\sigma_v(\tau)$ слабейшего звена. Последняя измеряется после завершения испытаний в процессе дефектации оставшейся материальной части.

Статистическое распределение указанных характеристик представлено на рис. 3.1 в зависимости от продолжительности испытаний. Предварительное исследование распределения показателя надежности $P(\tau)$ позволило установить его стабильность во времени τ . Далее на прогнозируемом участке времени наблюдается монотонное снижение надежности, ее оценки путем расширения доверительного интервала с увеличением параметра распределения τ [40]. В соответствии с этим прогноз на ближайший период может быть признан как вполне положительный.

Обратимся теперь ко второй характеристике σ_v . Обычный статистический анализ распределения $\sigma_v(\tau)$ указывает на некоторую флуктуацию единичных измерений вокруг некоторой средней $1-1$, описываемой соответствующим доверительным интервалом (незаштрихованная зона). При этом последние две точки ложатся несколько ниже аппроксимирующей линии и согласно правилам обработки статистических данных могут быть даже исключены из рассмотрения [7]. Тем не менее их учет также практически не скасался бы на конечных результатах. В этом собственно и состоит суть формально-статистического принципа, на основании которого можно сделать положительное заключение о возможности продления гарантийного ресурса ТНА.

Однако более внимательное отношение к представленному виду информации с физической точки зрения может привести нас к принятию совершенно иного решения. Данная точка зрения исходит из наличия гипотезы о том, что последние две точки распределения $\sigma_v(\tau)$ являются началом проявления усталостных явлений, приводящих к снижению прочностных характеристик

конструкционного материала. Принятие этой гипотезы позволяет нам существенно видоизменить тренд аппроксимирующей функции, не считаясь в прежней мере с периодом предьстории. Тогда прогнозируемые значения характеристики $\sigma_{\text{в}}(\tau)$ будут определяться доверительным интервалом (заштрихованная зона) относительно истинной средней $1-2$. И, естественно, при такой постановке задачи заключение о возможности продления гарантийного ресурса должно быть отрицательным.

Чтобы окончательно решить данный вопрос, напрашивается следующее решение: продлить испытания некоторого количества изделий-лидеров на время, превышающее гарантийный ресурс τ_a . В результате реализации данного решения получены новые экспериментальные данные, позволяющие точнее выбрать аппроксимирующую функцию и соответственно обеспечить качественный прогноз. Гораздо сложнее решить подобную задачу, когда постановка дополнительных экспериментов исключена. В таких случаях прогноз связан со значительным риском в ту или другую сторону. При этом выданное заключение должно квалифицироваться как «ориентировочный прогноз». Это собственно подводит нас к идее, что достоверный прогноз желателен и необходим, но не во всех случаях его можно осуществить.

В рассмотренном выше примере мы пользовались исходной информацией, представленной в виде динамического, или временного ряда. Под этим понимают числовую последовательность прогнозируемых характеристик исследуемого процесса, распределенную на некотором отрезке времени — предьстории. Отдельные значения динамического ряда называются его уровнями. В зависимости от физических особенностей, заложенных в информацию, и ее объема уровни этого ряда определяют тренд дальнейшего развития наблюдаемого процесса. Если условия испытаний, в которых протекает дальнейшее развитие процесса, не зависят от времени, то прогнозирование ведется на основе однопараметрических моделей. Для сложных многомерных процессов, при которых влияние внешних факторов ощутимо, каждый уровень динамического ряда представляется соответствующим количеством матриц испытаний $X(t)$ и векторов-столбцов $Y(t)$.

Одним из условий применимости для прогнозирования динамического ряда является наличие экспериментальных данных за более или менее длительный период эксплуатации. Данные, использованные для построения динамического ряда, должны быть однородными и сопоставимыми. При этом влияние случайных отклонений исключается. Следующим этапом должно явиться выравнивание динамического ряда с помощью специальных статистических методов: экспоненциального сглаживания, скользящей средней и других, рассмотренных в соответствующих работах [6, 11, 34]. Далее производится статистическая аппроксимация и выбор практически обоснованного вида функции.

Выбор, как правило, основывается на анализе периода предыстории, но он не исключает и субъективные оценки и мнения, особенно если они подкреплены личным опытом и знаниями в данной конкретной области. В некоторых случаях субъективные оценки или гипотезы, обоснованные физическими расчетами и специальными экспериментами (как это было показано в рассмотренном выше примере) могут свести на нет фактически всю предысторию.

Наряду с рассмотренными существуют задачи и методы прогнозирования совершенно иного плана. Они не ограничиваются только одной экстраполяцией периода предыстории, а ставят своей целью прогноз результатов будущих испытаний независимо от времени. Методы прогнозирования этого плана значительно сложнее. Из существующих методов прогнозирования они наиболее близко примыкают к инвариантному анализу [36]. Методы эти должны основываться на разработке математических моделей не только исследуемых процессов, но и конкретных систем.

В обычном смысле инвариантность означает неизменность во времени. Поэтому, если речь идет о прогнозировании результатов испытаний, то в качестве исследуемой характеристики надо принять показатель надежности, являющийся неизменной величиной для данной генеральной совокупности изделий. В математическом смысле под инвариантностью понимается функция, свойства которой остаются неизменными при осуществлении определенных преобразований. Примером этому можно назвать обычную показательную функцию вида $y = e^x$. Как правило, показательные функции и определяют вид законов распределения показателей надежности.

Прогнозирование результатов испытаний можно проводить методом определения структурных связей между элементами системы или анализом предельных значений параметров. Эти методы в какой-то мере заимствованы из других областей знаний [36], но их рациональное применение может быть полезным. Так, например, анализ предельных значений может применяться в технике следующим образом.

Допустим, нам известен предельный уровень A такого фактора, как перегрев компонента топлива в рубашке охлаждения камеры сгорания двигателя. При достижении предельного значения происходит изменение его физических свойств: начинается кипение, разложение, выделение твердой фазы и т. п. явления. Тогда при исследовании условий работоспособности камеры сгорания можно использовать уравнения с «насыщением»:

— для одномерных процессов

$$y(x) = \frac{Ax}{a+x};$$

$y(x) = ax \exp(bx)$, (предельный уровень в точке перегиба $A = -\frac{1}{b}$);

$$y(x) = \frac{A}{1 + \exp(a + bx + cx^2)};$$

— для многомерных процессов

$$y(x) = \frac{A}{1 + \exp\left(\sum_{i=0}^n b_i x_i\right)},$$

где a , b , c — некоторые постоянные коэффициенты. Представленные виды аппроксимирующих функций не исключают возможность использования других, более совершенных моделей.

Таким образом, мы определили следующие основные задачи: прогнозирование выходных параметров динамических систем, прогнозирование характеристик надежности, видов отказов и возможных сроков эксплуатации систем. Самостоятельной задачей является прогнозирование результатов испытаний.

Методы решения этих задач могут быть самыми разнообразными как и технические принципы построения математических моделей. В последние годы различные методы прогнозирования подвергались тщательному анализу, изучению и частично дополнительному научному обоснованию [6, 17, 20, 34, 36]. В результате отдельные методы практически развились в самостоятельную теорию, имеющую пока прикладное значение. Основная особенность теории прогнозирования состоит в ее связи с математической статистикой и теорией моделирования. Связь настолько сильна, что рассматривать прогнозирование без моделирования иногда не имеет практического смысла. В свою очередь моделирование и прогноз взаимно влияют на стратегию оптимального поиска. Примерную концептуальную схему этих связей можно представить, как это показано на рис. 3.2, где пунктирной линией отмечено направление отнюдь не оптимального эмпирического поиска.

Анализ динамики сложных физических процессов убеждает в том, что задача прогнозирования параметров должна ставиться прежде всего в многофакторном плане. Всякое упрощение моделей и перевод их из разряда многофакторных в однофакторные связаны с принятием существенных допущений. Все это не может не отразиться на точности прогнозирования.

Выходные характеристики процессов следует рассматривать как результат комплексного воздействия целого ряда внешних и внутренних факторов. В то же время какой бы сложной не была модель, все учесть не удастся. Поэтому по мере увеличения степени сложности процесса растет вероятностный смысл прогноза. Так как случайные отклонения неизбежно сопутствуют

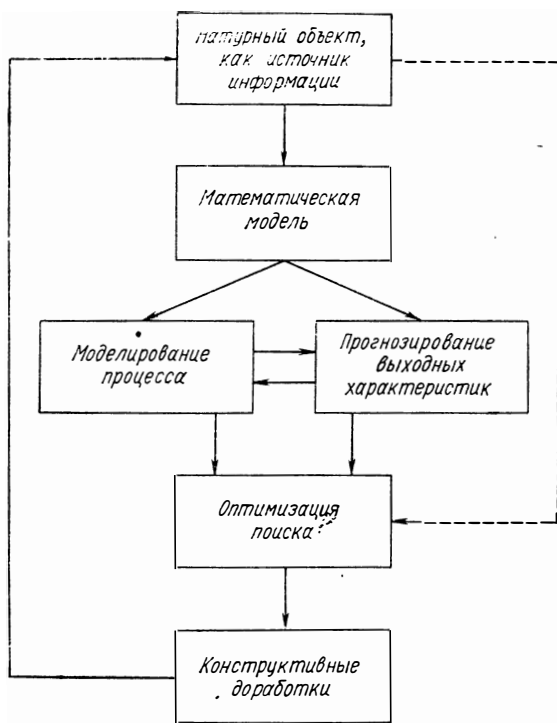


Рис. 3. 2. Концептуальная схема связи моделирования и прогноза

любому закономерному явлению, то и результат может оказаться случайным. Вот почему любую выходную характеристику сложного процесса следует рассматривать как сумму детерминистических и случайных составляющих. В соответствии с этим прогнозирование в большинстве случаев носит вероятностный характер. А в целом прогнозирование сводится как бы к решению двух правомерных задач, из которых первая ставит целью выделить тенденцию или закономерность развития процесса, а вторая — оценить возможные отклонения с учетом воздействия случайных факторов. Вторая задача полностью примыкает к вопросам оценки точности.

Рассмотрим еще одну весьма важную особенность оценок по прогнозированию, связанную с полнотой охвата информацией. Так, например, при сборе, обобщении и анализе статистических данных может оказаться, что рассматриваемая предыстория по каким-либо причинам не отражает некоторые особенности исследуемого процесса, способные проявиться в будущем. Если это так, то достоверность прогноза падает.

Прогнозируя выходные характеристики на несколько временных шагов вперед, можно оценить лишь те тенденции развития,

которые уже имели место ранее. Многое зависит от методов прогнозирования, улучшая их, можно в какой-то мере повысить точность. Но в общем все зависит от качества информации, ее объема. Получаемые оценки не могут быть достовернее самих исходных данных.

Динамический прогноз — это прежде всего вероятностная оценка характеристик исследуемого процесса при условии, что выявленные закономерности в определенном смысле остаются устойчивыми и сохраняются на относительно большой период времени, пока не произойдет каких-либо новых, качественных изменений. С определенной уверенностью можно считать, что применительно к ЖРД характер влияния внешних факторов является закономерным и устойчивым. Но вот реакция его на «вход» может изменяться, например, в зависимости от времени работы, появления усталостных явлений, износа, эрозии металла конструкции и т. д.

Все существующие методы прогнозирования строятся на однофакторных или многофакторных моделях. Если первые из них достаточно простые, то вторые, наоборот, могут быть весьма сложными. В последнем случае их применение может быть обусловлено необходимостью повысить точность или достоверность результатов.

Методы создаются применительно к виду информации, которая может быть количественной, параметрической или качественной. Количественная информация является наиболее достоверной и представляется в виде совокупности значений контролируемых параметров, обобщенных показателей, характеристик и их точностных оценок. Качественная информация содержит лишь констатацию фактов или заключения общего вида — «да — нет», «успех — отказ», «норма — ненорма».

Разработка прогноза состоит из:

1) анализа возможной структуры развития процесса в дальнейшем и определение состава значимых факторов, влияющих на прогнозируемый период;

2) анализа динамики изменения наиболее существенных факторов;

3) установления причинно-следственных и функциональных связей между «входом» и «выходом» на основе реализации одного из принципов разработки математических моделей;

4) анализа динамики исследуемого процесса и выявления тенденции его дальнейшего развития при помощи моделирования;

5) получения количественных оценок по прогнозируемым характеристикам и определение их отклонений методом доверительных интервалов.

Прогноз может быть достоверным при условии, если будут учтены все значимые факторы, влияющие на процесс, и определены действительные закономерности их развития. Текущий прог-

ноз не следует рассматривать как нечто завершенное. Подобно тому, как при моделировании производится постоянное совершенствование вида модели, так и при прогнозировании должно вестись непрерывное уточнение текущих оценок параметров на основе учета поступающей информации.

Прогноз следует считать устойчивым, если корректировка математической модели повышает точность прогнозирования. И, наоборот, он неустойчивый, если уточнение вида модели не влияет на достоверность результатов прогнозирования в целом. Это может быть, например, в тех случаях, когда глубина прогноза соизмерима с периодом предыстории. Одним из методов достижения устойчивого прогноза является уменьшение интервала между моментами контроля технических характеристик и параметров систем, определяющих информативность испытаний. Этой же цели служит повышение точности их определения.

Говоря о достоверности прогноза, мы отдаем себе отчет в том, что существующие методы учитывают в основном информацию, полученную по результатам натуральных испытаний. При этом достоверность прогноза зависит от информативности испытаний: чем она полнее, тем точнее оценки. И это справедливо как для простых элементов, так и для сложных систем. Рассматривая последние, отметим одну существенную особенность.

При натуральных испытаниях сложных систем типа ЖРД отказы их элементов не всегда могут в явном виде приводить к отказам системы в целом. Это легко показать на следующих примерах. Прогар камеры сгорания ЖРД не всегда может отразиться на выходных параметрах двигателя и потому он может быть не замечен в процессе летных испытаний верхних ступеней ракет. Для многокамерных ДУ, не имеющих резервирования, выход из строя одной камеры или падение ее тяги ниже допустимого уровня может закончиться тем, что система регулирования автоматически форсирует по тяге остальные камеры в допустимых пределах и за счет этого обеспечиваются выходные параметры ступени ракеты. В обоих случаях результаты испытаний могут быть квалифицированы как успешные, а это значит, что достоверный прогноз надежности обеспечить не удалось.

Практика показывает, что иногда на двигателях, успешно выдержавших типовые или контрольно-технологические испытания, в процессе последующей разборки и дефектации могут быть выявлены скрытые дефекты и отказы, которые при других неблагоприятных сочетаниях внешних и внутренних факторов непременно дали бы о себе знать. С учетом этого весьма эффективным оказывается прогноз, который строится не только на основе анализа статистических данных и результатов испытаний, но и с учетом результатов дефектации материальной части после завершения соответствующей экспериментальной программы. Результаты дефектации дают весьма ценную информацию о надежности, позволяющую правильно строить гипотезу о возмож-

ном направлении тренда прогнозируемой характеристики. Результаты дефектации в значительной мере дополняют информацию о типовых испытаниях, особенно в тех случаях, когда их количество мало, начальный исход положительный и отсутствуют сведения о возможных видах отказов. Благодаря этому в ряде случаев удастся спрогнозировать те виды отказов, которые могут проявиться лишь в процессе длительной эксплуатации. Все это указывает на то, что информативность любых видов испытаний ЖРД должна дополняться результатами дефектации узлов и агрегатов. Не исключена также необходимость после завершения программы дефектации отдельных агрегатов проводить их ускоренные испытания на надежность до обнаружения отказов, на увеличенный ресурс и т. п.

Методы прогнозирования, основанные на использовании информации по дефектации, получили название «прогноз со вскрытием».

Для систем и элементов одноразового использования после определенных сроков хранения и эксплуатации выборочная дефектация является эффективным средством прогнозирования их технического состояния. В ходе дефектации производится не только качественная оценка сохраняемости элементов конструкции, но и проверяются прочностные характеристики материалов, ведется физический контроль качества соединений, поверхностей и т. п.

Результаты ускоренных испытаний дефектируемых изделий одноразового использования являются источником для ведения прогноза изменения выходных характеристик систем в зависимости от сроков их эксплуатации.

При осуществлении прогноза наиболее ответственным моментом следует считать оценку его достоверности на основе экстраполяции параметров модели. Некоторые из методов определения точности будут рассмотрены нами ниже. Сейчас лишь отметим, что только опыт и будущее могут быть объективными критериями достоверности прогноза, все, что предшествует этому, следует считать оценками.

§ 2. ПРОГНОЗИРОВАНИЕ ХАРАКТЕРИСТИК СЛОЖНЫХ СИСТЕМ НА ОСНОВЕ ПАРАМЕТРИЧЕСКОЙ ИНФОРМАЦИИ

Для прогнозирования характеристик сложных систем могут в математическом плане быть использованы в качестве априорной формы связи зависимости (2. 20—2. 22) для одномерных процессов и (2. 1—2. 13) для многомерных. Однако в таком виде прогноз особенно для многомерных процессов не всегда возможно осуществить, так как решение с помощью динамических функций получается очень сложным и трудоемким. Поэтому на практике часто прибегают к решениям дискретного вида, используя статистический синтез регрессионных моделей.

Суть этого метода состоит в том, что весь период предыстории разбивается на ряд характерных моментов, объективно определяющих динамику развития исследуемого процесса. Для каждого из этих моментов составляется матрица испытаний X_i и вектор-столбец Y_i . Затем проводится решение в каждом конкретном случае и определяется соответствующий для каждого момента времени вид моделей. В итоге получаем количество статических моделей, равное числу принятых характерных для данного динамического процесса моментов времени. Параметры статических моделей в виде коэффициентов регрессии обобщаются с помощью какого-либо полинома, например, вида (2.19). Решение в каждом случае дискретное, а в целом приводится к синтезу частных моделей.

Допустим, что выходная характеристика некоторого наблюдаемого процесса в пределах одного эксперимента определяется r точками реализации T с некоторым временным шагом Δt . Последний может быть равномерным, тогда

$$\Delta t = \frac{T}{r}.$$

Но данное условие отнюдь не является обязательным. Как мы уже отмечали выше, временной шаг должен выбираться с учетом специфики и физических особенностей исследуемого процесса.

Соответственно для N реализаций вектор выходного качества может быть представлен в виде матрицы:

$$Y(t) = \begin{vmatrix} y_1(t_1); y_1(t_2); \dots y_1(t_r) \\ y_2(t_1); y_2(t_2); \dots y_2(t_r) \\ \text{-----} \\ \text{-----} \\ y_N(t_1); y_N(t_2); \dots y_N(t_r) \end{vmatrix}.$$

Данная матрица с принятым временным шагом характеризует «выход» процесса, которому должны строго соответствовать r матриц для «входа»:

$$X(t_1) = \begin{vmatrix} x_{11}(t_1); x_{12}(t_1); \dots x_{1n}(t_1) \\ x_{21}(t_1); x_{22}(t_1); \dots x_{2n}(t_1) \\ \text{-----} \\ \text{-----} \\ x_{N1}(t_1); x_{N2}(t_1); \dots x_{Nn}(t_1) \end{vmatrix} \vdots$$

$$X(t_r) = \begin{vmatrix} x_{11}(t_r); x_{12}(t_r); \dots x_{1n}(t_r) \\ x_{21}(t_r); x_{22}(t_r); \dots x_{2n}(t_r) \\ \text{-----} \\ \text{-----} \\ x_{N1}(t_r); x_{N2}(t_r); \dots x_{Nn}(t_r) \end{vmatrix}.$$

Если все элементы матриц $X(t)$ и $Y(t)$ взаимосвязаны между собой, то исследуя динамику процесса на основе экспериментальных или статистических данных, можно определить ряд значений характеристики $y(t)$ на несколько временных шагов вперед методом экстраполяции. В самом общем виде эта взаимосвязь может быть выражена полиномом вида:

$$y(t) = \sum_{i=0}^n b_i(t) x_i(t) + \sum_{i<j}^n b_{ij}(t) x_i(t) x_j(t) + \varepsilon_{ij}(t), \quad (3.1)$$

где $b_i(t)$ и $b_{ij}(t)$ — динамические коэффициенты модели.

В каждом конкретном случае коэффициенты полинома (3.1) находятся в соответствии с решением поставленной задачи, оптимальность которого заключается в минимизации ошибок прогнозирования. В отдельных случаях искомые коэффициенты могут приниматься априори на основе анализа процессов-прототипов, а также использования реализаций подобных экспериментальных программ.

Вычисление коэффициентов динамической модели производится поэтапно. При этом основным и самым трудоемким следует считать этап обработки первичной информации, необходимой при вычислении коэффициентов для r моделей статического вида. Естественно, что конечному результату в данном случае предшествует вся та огромная работа, которая может быть сравнительно просто выполнена с помощью ЭЦВМ. Основные расчетные зависимости, необходимые для разработки вычислительной программы, и особенности ее реализации представлены были во второй главе настоящей монографии, а также в работе [21].

Вычисленные коэффициенты моделей статического вида могут быть сгруппированы относительно значений варьируемых факторов и их взаимодействий, как это показано в табл. 3.1.

Таблица 3.1

Факторы и их взаимодействия	x_0	x_1	x_2	...	x_n	...	$x_i x_j$...	
Моменты предыстории:	t_0	b_{00}	b_{01}	b_{02}	...	b_{0n}	...	$b_{ij}(0)$...
	t_1	b_{10}	b_{11}	b_{12}	...	b_{1n}	...	$b_{ij}(1)$...

	t_r	b_{r0}	b_{r1}	b_{r2}	...	b_{rn}	...	$b_{ij}(r)$...
Коэффициенты динамической модели	$b_0(t)$	$b_1(t)$	$b_2(t)$...	$b_n(t)$...	$b_{ij}(t)$		

Исходя из постановки задачи коэффициенты модели (3.1) должны удовлетворять условию динамичности

$$b(t)_x = \beta_{0x} + \beta_{1x}t + \beta_{2x}t^2,$$

где β_{0x} ; β_{1x} ; β_{2x} — соответственно частные коэффициенты полинома динамической модели.

Рассматриваемые коэффициенты легко определить с требуемой степенью точности, имея систему линейных уравнений для различных моментов времени t :

$$\tilde{b}(0)_x = \tilde{\beta}_{0x} + \tilde{\beta}_{1x}(0) + \tilde{\beta}_{2x}(0);$$

$$\tilde{b}(1)_x = \tilde{\beta}_{0x} + \tilde{\beta}_{1x}(1) + \tilde{\beta}_{2x}(1);$$

$$\tilde{b}(2)_x = \tilde{\beta}_{0x} + \tilde{\beta}_{1x}(2) + \tilde{\beta}_{2x}(2^2);$$

$$\tilde{b}(r)_x = \tilde{\beta}_{0x} + \tilde{\beta}_{1x}(r) + \tilde{\beta}_{2x}(r^2).$$

В данной системе количество неизвестных коэффициентов будет всегда меньше числа уравнений при любой совокупности реализаций, а поэтому решение данной задачи в какой-то мере практически всегда обеспечено. Так, например, при значениях $t=0$ могут быть вычислены коэффициенты

$$\tilde{\beta}_{00} = \tilde{b}_{00}; \quad \tilde{\beta}_{01} = \tilde{b}_{01}; \quad \dots \quad \tilde{\beta}_{0n} = \tilde{b}_{0n}.$$

Аналогичным образом находятся и остальные коэффициенты при значениях времени t_1 ; t_2 ; ... t_r . Если количество неизвестных значительно меньше числа экспериментов, а это и является необходимым условием обеспечения точности, то получаем практическую возможность уточнить искомые значения коэффициентов путем решения нескольких уравнений для ряда последовательных реализаций. Полученные таким образом оценки для ряда коэффициентов усредняются и на основании данных оценок определяется тренд развития модели исследуемого динамического процесса. В то же время разброс этих коэффициентов учитывается при определении среднеквадратических отклонений соответствующих коэффициентов регрессии. Возможность более точного определения направления тренда модели вида (3.1) достигается путем многократного уточнения точечных оценок частных коэффициентов β_x . В данном случае направленность тренда динамической модели определяется методом сглаживания функций тренда для каждого из коэффициентов регрессии. Условный вид этого процесса представлен на рис. 3.3. При значениях $t > t_r$ зависимость для тренда представляет собою закономерную составляющую значений прогнозируемой характеристики. При соблюдении этих условий может быть обеспечен

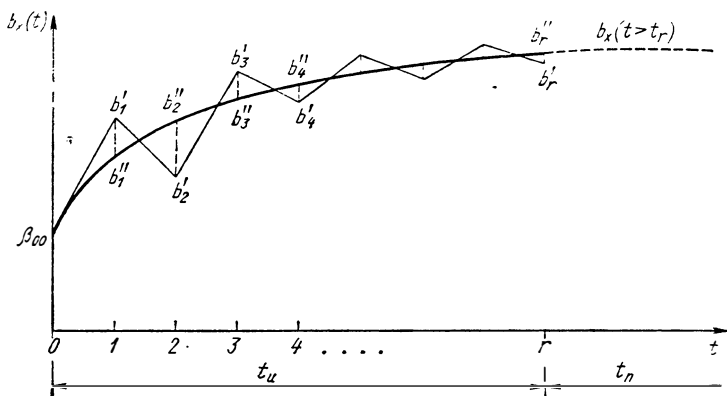


Рис. 3.3. Зависимость изменения коэффициентов регрессии

прогноз входной характеристики исследуемого процесса на любой интересующий нас момент времени, однако с соответствующей точностью.

Одним из методов оценки точности прогнозирования является метод линеаризации функции, с учетом которой дисперсия оценки

$$\begin{aligned} \sigma_{y(t)}^2 = & \sum_{i=1}^n \left[\frac{\partial y(t)}{\partial x_i} \right]^2 \sigma_{x_i}^2 + \sum_{i=1}^n \left[\frac{\partial y(t)}{\partial \beta_{x_i}} \right]^2 \sigma_{\beta_{x_i}}^2 + \\ & + \left[\frac{\partial y(t)}{\partial t} \right]^2 \sigma_t^2 + \sum_{i < j}^n \left[\frac{\partial y(t)}{\partial (x_i x_j)} \right]^2 \sigma_{x_i x_j}^2, \end{aligned}$$

где дисперсии $\sigma_{x_i}^2$; $\sigma_{x_i x_j}^2$; σ_t^2 и $\sigma_{\beta_{x_i}}^2$ — соответственно характеризуют точность измерения факторов, их взаимодействий, времени эксплуатации и методическую ошибку, связанную с оценкой коэффициентов модели.

Если теперь принять условие, что ошибки измерения линейных факторов, их взаимодействий и времени реализации экспериментов весьма малы по сравнению с методическими ошибками, тогда допустимо принять условие, что

$$\sigma_{y(t)}^2 \cong \sum_{i=1}^n \left[\frac{\partial y(t)}{\partial \beta_{x_i}} \right]^2 \sigma_{\beta_{x_i}}^2.$$

Решение этого уравнения позволяет вычислить методическую ошибку определения закономерностей составляющей выходной характеристики процесса в зависимости от глубины прогноза.

Без учета периода предыстории, когда время реализации t_n очень мало по сравнению с глубиной прогноза t_n , оценка дисперсии будет

$$\sigma_{y(t)}^2 = \sum_{i=0}^n x^2(t)_i (A_i + B_i t^2 + C_i t^4) + \sum_{i < j} [x(t)_i x(t)_j]^2 \times \\ \times (A_{ij} + B_{ij} t^2 + C_{ij} t^4),$$

где $A_{i(ij)}$; $B_{i(ij)}$; $C_{i(ij)}$ — некоторые коэффициенты, определяемые значениями дисперсий соответствующих коэффициентов регрессии. Для момента времени $t=0$ коэффициенты $A_{i(ij)}$ равны $\sigma_{b_{i(ij)}}^2$.

Наличие периода предыстории значительно меняет вид функции

$$\sigma_{y(t)}^2 = \sum_{i=0}^n x^2(t)_i (\sigma_{\beta_{0i}}^2 + R_1 \sigma_{\beta_{1i}}^2 + R_1^2 \sigma_{\beta_{2i}}^2) + \\ + \sum_{i < j} [x(t)_i x(t)_j]^2 (\sigma_{\beta_{0ij}}^2 + R_1 \sigma_{\beta_{1ij}}^2 + R_1^2 \sigma_{\beta_{2ij}}^2),$$

где $R_1 = \left(1 + \frac{t_n}{t_n}\right)^2 t_n^2$.

Анализ полученного выражения показал, что при соблюдении условия $t_n \gg t_n$ дисперсия будет

$$\sigma_{y(t)}^2 \cong \sum_{i=0}^n x^2(t)_i \sigma_{\beta_{0i}}^2 + \sum_{i < j} [x(t)_i x(t)_j]^2 \sigma_{\beta_{0ij}}^2.$$

Однако на практике может оказаться, что пользоваться оценкой дисперсии $\sigma_{y(t)}^2$ через коэффициенты модели неудобно. К тому же сама оценка является приближенной, так как она не учитывает разброс точечных значений коэффициентов модели b_x относительно тренда функции $b_x(t)$. С учетом этого для оценки точности следует принять выражение вида

$$\sigma_{y(t)}^2 = \sum_{i=0}^n \left[\frac{\partial y(t)}{\partial b_x(t)_i} \right]^2 \sigma_{b_x(t)_i}^2 + \sum_{i < j} \left[\frac{\partial y(t)}{\partial b_x(t)_{ij}} \right]^2 \sigma_{b_x(t)_{ij}}^2,$$

или

$$\sigma_{b(t)}^2 = \sum_{i=0}^n x^2(t)_i \sigma_{b_x(t)_i}^2 + \sum_{i < j} [x(t)_i x(t)_j]^2 \sigma_{b_x(t)_{ij}}^2. \quad (3.2)$$

В данном случае дисперсии коэффициентов регрессии характеризуют суммарную оценку, определяемую точностью аппроксимации каждой частной модели $y(t)$ для каждого фиксированного момента времени и отклонениями расчетных значений b_x от

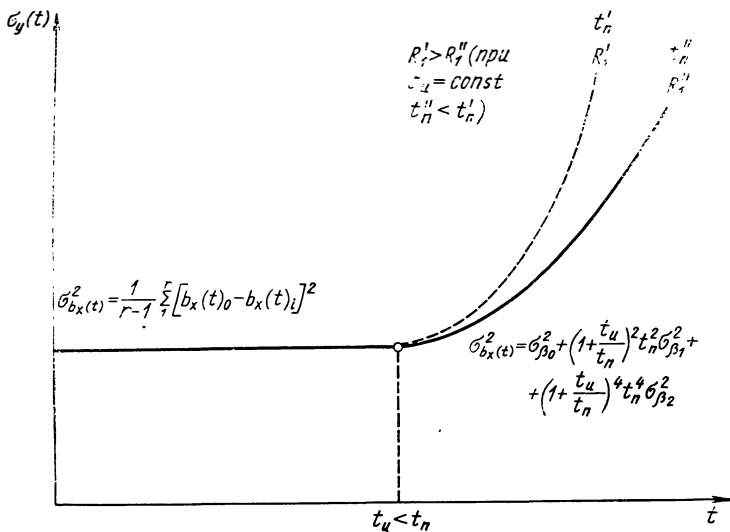


Рис. 3. 4. Зависимость ошибки прогнозирования от глубины прогноза

истинных средних значений, определяемых трендом функции $b_x(t)$. С учетом этого суммарные оценки дисперсии $\sigma_{b_x(t)}^2$ будут определяться двумя составляющими, из которых первая равна суммарной расчетной ошибке и вторая соответственно

$$\frac{1}{r-1} \sum_{i=1}^r [b_x(t)_0 - b_x(t)_{i(ij)}]^2.$$

Тогда получим выражение

$$\sigma_{b_x(t)}^2 = \frac{1}{r} \sum_{i=1}^r \sigma_{b_x(t)_i}^2 + \frac{1}{r-1} \sum_{i=1}^r [b_x(t)_0 - b_x(t)_i]^2. \quad (3.3)$$

Графическая интерпретация ошибки прогнозирования представлена на рис. 3. 4.

Исходя из характера распределения зависимости ошибки от глубины прогноза, можно заключить, что достоверный прогноз может быть получен только при условии наличия сравнительно большого предшествующего периода предьстории. С достаточной степенью точности прогноз на относительно большой отрезок времени вперед обеспечить не удается.

Для одного и того же периода реализации уменьшение времени t_n означает уменьшение ошибки прогнозирования.

§ 3. ПРОГНОЗИРОВАНИЕ ХАРАКТЕРИСТИК НАДЕЖНОСТИ СЛОЖНЫХ СИСТЕМ

Прогнозирование характеристик надежности систем типа ЖРД является более сложной задачей, чем прогнозирование параметров, так как сами характеристики не могут быть замерены при единичном испытании, а являются мерой свойств статистической совокупности изделий. При этом с точки зрения прогнозирования надежности существуют следующие три основные задачи:

1) прогнозирование изменения показателей надежности от времени эксплуатации с учетом влияния комплекса внешних и внутренних факторов;

2) прогнозирование возможных сроков использования систем на основе моделирования статистических законов распределения или путем исследования стабильности поведения выходной характеристики системы в заданных пределах ее изменения;

3) прогнозирование возможного вида отказов на основе исследования модели рассматриваемого процесса.

Особенность моделирования вероятностных характеристик состоит в том, что в данном случае нарушается аддитивность факторной модели. И чтобы этот эффект по возможности свести к нулю или хотя бы значительно его уменьшить, необходимо прибегать к преобразованиям особого вида, например, в логиты или пробиты. В данном случае все испытания генеральной совокупности разбиваются на группы N_i , с примерно близкими значениями параметров, осредненные значения которых и представляются в виде соответствующих строк матрицы испытаний. Тогда математическая модель надежности может быть представлена как

$$-\ln \left(P \frac{N_i}{N} \right) = \sum_{i=0}^n (x_{0i} - x_i) b_i + \sum_{i < j}^n (x_{0i} - x_i)(x_{0j} - x_j) b_{ij},$$

где x_{0i} и x_{0j} — математические ожидания соответствующих факторов, параметров модели.

Однако, как показывает практика, такое решение громоздко и требует очень большого объема испытаний. Задачу можно значительно упростить, если в качестве выходной характеристики модели использовать наработку на отказ h_x . При этом вводится следующая градация результатов испытаний:

— если в ходе первого цикла испытаний имел место отказ, то «выход» системы характеризуется показателем «0»;

— если в данном случае испытание было успешным и дальнейшие испытания прекращены, то «выход» характеризуется показателем «1»;

— если испытания продолжались и отказ произошел на третьем цикле, то «выход» соответственно характеризуется показателем «2»;

— если испытания проводятся не до отказа, то наработка определяется аналогичным образом с той лишь разницей, что выходная характеристика будет усеченной.

Такой подход к решению задачи позволяет нам не вводить в матрицу испытаний и соответственно в модель осредненные значения параметров и их математические ожидания. Исключается таким образом необходимость разбиения совокупности испытаний на группы. Более того, так как испытания ведутся циклами, увеличивается информативность испытаний и, вследствие этого, может быть сокращена выборка изделий. В итоге значительно упрощается экспериментальная программа и сокращается объем вычислительных работ. Упрощается подготовка исходных данных для ЭЦВМ, процесс моделирования и анализ результатов испытаний. Рассматриваемый метод решения задачи позволяет планировать испытания и тем самым переходить от пассивного эксперимента к активному.

Как частный случай следует рассмотреть исход, при котором отдельные виды наработок равны нулю. Тогда при обработке результатов испытаний в соответствии с вычислительной программой детерминант матрицы окажется равным также нулю, а при этом условии решение задачи невозможно. Поэтому с целью его обеспечения для текущего значения наработки h_x введем преобразование $y = \exp(-h_x)$. С учетом этого возможные виды моделей будут характеризоваться зависимостями:

а) линейной моделью

$$y = \exp(-h_x) = b_0 + b_1 x_1 + \dots + b_n x_n + \varepsilon;$$

б) полиномом

$$y = \exp(-h_x) = \sum_{i=0}^n b_i x_i + \sum_{i < j} b_{ij} x_i x_j + \varepsilon;$$

в) степенной моделью

$$-h_x = \sum_{i=0}^n a \ln x_i + \varepsilon;$$

г) экспоненциальной моделью

$$-h_x = \sum_{i=0}^n x_i \ln a_i + \varepsilon \text{ и т. д.}$$

Введенное преобразование обеспечивает следующие пределы изменения выходной характеристики модели: при изменении параметра наработки h_x от нуля до бесконечности ($0 \leq h_x \leq \infty$)

выходная характеристика соответственно ограничивается пределами от единицы до нуля ($1 \geq y \geq 0$). При этом ошибка аппроксимации ϵ включает в себя не только методическую ошибку вычислительной программы и погрешности измерения контрольных параметров, но и технологическую случайную составляющую, учитывающую индивидуальные особенности изготовления каждого экземпляра испытываемого двигателя или агрегата. Отклонение ϵ может быть определено как разность между опытными значениями параметров наработки и их расчетными оценками.

Непосредственный переход от параметров наработки испытываемой выборки изделий к характеристикам надежности осуществляется на основе известных зависимостей по методике, представленной в работе [21]. В данном случае имеется в виду применение экспоненциального распределения для безотказных испытаний и при наличии отказов — закон Вейбулла. На практике нередки случаи, когда испытания ведутся не до отказа, а со значительным усечением характеристики наработки. Это уменьшает информативность испытаний и затрудняет определение параметров распределения отказов. Такие испытания соответственно занижают оценки надежности. Тем не менее прогнозирование надежности на основе предложенных моделей позволяет выявить состав значимых факторов, установить направленность эффектов и степень их влияния на надежность. В конечном счете это и является наиболее важным итогом решения поставленной задачи с точки зрения обеспечения надежности, так как полученные результаты раскрывают в значительной мере причинность отказов и условий нормального функционирования систем.

Практика подтверждает, что в абсолютном большинстве случаев отказ может быть устранен, если известна причина его проявления. С целью подтверждения этого положения рассмотрим следующий пример.

Допустим, что в нашу задачу входит исследование и прогнозирование условий обеспечения нормального функционирования некоторой условной системы генерации с однокомпонентной схемой охлаждения. Реагентом является горючее. С этой целью произведем обработку статистических данных, определим вид модели и оценим влияние на надежность некоторого комплекса конструктивно-технологических и эксплуатационных факторов. Исследование ведется на основе статистических данных, относящихся к этапу отработки. При моделировании в качестве фиксируемой выходной характеристики принималась суммарная наработка по количеству циклов. На основании анализа, проводимого с целью выявления состава и ранга значимости факторов, было установлено, что основными показателями, влияющими в большей мере на надежность рассматриваемой системы являются:

— давление в камере сгорания,

— коэффициент соотношения компонентов топлива,
— начальные температуры и давления по линиям окислителя и горючего, а также удельный импульс.

Каждый из названных факторов должен соответствовать условиям, позволяющим применить метод множественной регрессии, в том числе количественному выражению факторов и отсутствию существенной корреляции между ними. С помощью такого фактора, как удельный импульс, представилось возможным учесть совокупность некоторых конструктивных и технологических факторов, которые количественно учесть не удастся. Известно, что при прочих равных условиях величина удельного импульса определяется качеством распыла топлива форсуночной головкой и соответственно полнотой его сгорания. Последняя может оказывать влияние на устойчивость процесса горения. В очень широком диапазоне варьирования факторов взаимосвязь удельного импульса с давлением в камере сгорания и коэффициентом соотношения топлива достаточно очевидна. Однако, если учесть, что диапазоны варьирования факторов ограничены экстремальными значениями, то в ряде случаев взаимным влиянием факторов друг на друга можно пренебречь. Отсутствие существенной корреляции примем как допущение при решении нашей задачи. Данное решение подтверждается с помощью дисперсионного анализа проверкой достоверности принятой гипотезы.

Помимо известных требований к исходной информации [23] она должна отражать физические особенности исследуемого процесса. На основании этого исключаются некоторые результаты экспериментов, проводимых по специальной программе. В матрицу испытаний включалась информация, относящаяся к одной конструктивной модификации исследуемой системы.

Как известно, наиболее ответственным и сложным вопросом является выбор рациональной формы связи между факторами. От этого в значительной мере зависит практическая ценность полученных результатов. Чтобы проверить значимость каждого фактора или уменьшить его влияние на конечный результат, применяется вычислительная программа с автоматическим «перебором» нескольких возможных вариантов аппроксимирующих функций. На основании этого независимо друг от друга разрабатываются математические модели для нескольких вариантов и оцениваются с точки зрения адекватности. Модель, удовлетворяющая заданным условиям, принимается за исходную. С точки зрения качества модели самым важным является ее физическая достоверность, удовлетворяющая физическому смыслу задачи. В этих целях в алгоритм «перебора» включаются ранее апробированные виды моделей, а именно — линейная, полином второго порядка, степенная, экспоненциальная и другие.

Как следует из самой постановки задачи, рациональным способом отбора факторов является переход от их большего числа

к меньшему, т. е. идти по пути сокращения количества факторов. Соответственно производится отсеивание малозначимых факторов и повторение затем «перебора» моделей при новом их составе. Полученные ошибки аппроксимации сравниваются с предыдущими, на основании этого принимается решение, какую модель определить как рабочую.

При решении поставленной задачи исходные данные и результаты их обработки представлялись по форме таблицы 2.2. Обработывалась статистика в объеме около 160 испытаний. Исходные данные в настоящей главе не приводятся из-за их громоздкости и малой значимости для читателя. Последнее обстоятельство объясняется тем, что из семи названных факторов шесть были исключены в процессе машинного счета как мало значимые. В итоге аппроксимирующая функция приняла вид

$$\exp(-h_x) = b_0 + b_6 x_6 + \varepsilon,$$

где x_6 — начальная температура горючего.

В целом средняя ошибка аппроксимации составила 3,6%.

Положительный знак при коэффициенте регрессии означает, что с увеличением уровня значимого фактора величина нагрузки h_x падает и соответственно уменьшается показатель надежности. В то же время понижение уровня фактора приводит к увеличению надежности. Практически это означает, что при верхних значениях фактора исследуемая система менее работоспособна, чем при нижних. Таким образом, эффект от увеличения фактора x_6 направлен в сторону понижения надежности.

Выявленный факт оказывается весьма важным, так как на основании его анализа можно установить вид отказа. В рассматриваемом случае на основании анализа статистических данных было установлено, что при испытании исследуемой системы возникали высокочастотные пульсации. В то же время результаты моделирования показывают, что причина снижения надежности — высокие значения температур охлаждающего компонента на входе в систему. Сопоставляя оба эти факта, с помощью инженерного анализа можно прийти к единственному выводу, что причиной отказов следует считать разложение компонента топлива вследствие его перегрева в зарубашечной полости. Это явление может наблюдаться только в том случае, если начальная температура компонента плюс подогрев в зарубашечной полости создают упругость паров, превышающую давление в форсуночной головке. Тогда в камеру сгорания вместо жидкой фазы поступает эмульсия, нарушается режим нормальной работы и возникает отказ. При низких значениях входных температур упругость паров не превышает давление компонента и описанное явление не наблюдается. В процессе моделирования сказанное можно принять как гипотезу, подлежащую экспериментальной проверке.

Приведенный пример указывает на возможность прогнозирования характерных видов отказов с помощью моделирования. Безусловно, представленный метод нельзя считать универсальным, так как это не во всех случаях удастся сделать. Но, как правило, положительные результаты получают, если исследуются отказы, связанные с влиянием на надежность отдельных технологических и эксплуатационных факторов. Несколько сложнее решить задачу, если отказы обусловлены влиянием не только самих факторов, но и их взаимодействий. Тем не менее прогнозирование причин отказов практически в любых ситуациях позволит в большей или меньшей мере сократить материальные затраты на отработку систем и послужит цели повышения достигнутого уровня надежности. При этом следует помнить, что прогнозирование видов отказов сложных систем типа ЖРД не такая уж легкая задача и не всегда удастся достигнуть благоприятных результатов. Но попытка ее решения на основе развития существующих и разработки новых методов всегда рациональна и не связана с какими-либо дополнительными материальными затратами. Ее решение надо стремиться осуществлять на базе имеющихся статистических данных.

Рассмотрим теперь случай использования количественной информации для прогнозирования показателей надежности, распределенной на некотором отрезке предыстории в виде количества отказов m . Данное число для каждого момента времени t может слагаться из некоторого количества постепенных и внезапных отказов —

$$m(t) = m(t)_п + m(t)_в.$$

Соответственно сумма долей этих отказов на каждый момент времени должна быть равна единице,

$$C_1(t) + C_2(t) = 1.$$

Тогда, имея рассматриваемый динамический ряд, мы можем оценить вероятности безотказной работы $P(t)_п$ и $P(t)_в$ для каждого текущего момента времени t по каждому из видов отказов. Оценка показателей надежности производится с использованием биномиального распределения Пуассона и других дискретных статистических законов. Методики таких оценок достаточно известны, в частности, могут быть использованы работы [7, 19, 40].

На основании сказанного суммарная оценка надежности элемента или системы для определенного вида информации может быть определена как

$$P(t) = C_1(t)P(t)_п + C_2(t)P(t)_в.$$

Статистическое распределение отказов и показателей надежности в зависимости от времени реализации условно показано на рис. 3.7. Соответственно дисперсии оценок для определения точ-

ности обобщенных показателей могут быть вычислены с помощью зависимости

$$\sigma_{P(t)}^2 = C_1^2(t) \sigma_{P(t)_H}^2 + C_2^2(t) \sigma_{P(t)_B}^2,$$

где $\sigma_{P(t)_H}^2$ и $\sigma_{P(t)_B}^2$ — дисперсии оценок показателей надежности для постепенных и внезапных отказов.

Рассматриваемый динамический ряд в виде распределения показателей надежности может быть аппроксимирован одним из статистических законов, например, двухпараметрическим законом Вейбулла:

$$P(t) = e^{-\frac{t^\beta}{t_0}}, \quad (3.4)$$

где β и t_0 — параметры распределения.

Сходимость теоретических и расчетно-статистических оценок обычно проверяется с помощью соответствующих критериев согласия [19, 40]. Данные критерия являются мерой справедливости принятой гипотезы. Для определения параметров модели (3.4) произведем некоторое преобразование:

$$\ln[-\ln P(t)] = \beta \ln t - \ln t_0.$$

Тогда для r точек предыстории получим систему линейных уравнений:

$$\begin{aligned} \tilde{\beta} \ln t_1 - \ln \tilde{t}_0 - \ln[-\ln \tilde{P}(t_1)] &= 0; \\ \tilde{\beta} \ln t_2 - \ln \tilde{t}_0 - \ln[-\ln \tilde{P}(t_2)] &= 0; \\ \text{---} & \\ \tilde{\beta} \ln t_r - \ln \tilde{t}_0 - \ln[-\ln \tilde{P}(t_r)] &= 0. \end{aligned}$$

Далее методом наименьших квадратов находим оценки параметров распределения β и t_0 . Однако этот метод не является единственно возможным. Для тех же целей может быть использован метод максимума правдоподобия или приближенный графо-аналитический метод, описанный в работе [40]. Общим недостатком всех этих методов является то, что они оказываются более или менее эффективными при числе точек предыстории не меньше 15—20. Применительно к рассматриваемым системам это условие не всегда удается выполнить. Поэтому укажем, что в особых случаях, когда объем статистических данных мал, но необходим хотя бы ориентировочный прогноз, тогда может быть предложен метод оценки параметров распределения β и t_0 , основанный на следующем.

Строится график изменения по времени показателей для известного динамического ряда, описываемого интуитивно аппрок-

симирующей кривой методом равенства площадей, отсекаемых кривой сверху и снизу. Предлагаемый метод хотя и является приближенным, тем не менее он имеет определенный практический смысл, так как учитывает не только известный объем статистических данных, но и априорную информацию по особенностям поведения параметров исследуемых систем, опыт и интуицию специалистов определенного профиля. Этот метод не обеспечивает высокую точность, так как рассматривается ограниченный объем статистических данных, при котором любые другие методы неэффективны или ими пользоваться нельзя. В данном случае параметры β и t_0 могут быть определены, если с аппроксимирующей кривой снять минимум в двух сечениях значения показателя надежности для моментов времени t_1 и t_2 . Тогда получим минимум два уравнения с двумя неизвестными:

$$\ln [-\ln \tilde{P}(t_1)] = \tilde{\beta} \ln t_1 - \ln \tilde{t}_0;$$

$$\ln [-\ln \tilde{P}(t_2)] = \tilde{\beta} \ln t_2 - \ln \tilde{t}_0;$$

Решение этих уравнений позволяет получить приближенные оценки параметров $\tilde{\beta}$ и \tilde{t}_0 , с помощью которых определяется аппроксимирующая функция. Последняя может быть проверена на сходимость теоретических и экспериментальных данных методом Колмогорова [40]. При этом принимается допущение, что вид распределения для данного динамического ряда известен.

Экстраполяция функции (3.4) обеспечивает нам ориентировочный прогноз на заданный момент времени t . Оценка точности может быть получена с помощью формулы

$$\sigma_{P(t)}^2 = \sigma_{P(t_n)}^2 + \frac{(t_n + t_n)^{2\tilde{\beta}}}{R\tilde{t}_0} \{ (2\tilde{\beta} - 1) [\tilde{\beta} \ln(t_n + t_n) - 2] \ln(t_n + t_n) + 2 \} \exp \left[-\frac{2(t_n + t_n)^{\tilde{\beta}}}{\tilde{t}_0} \right], \quad (3.5)$$

где $\sigma_{P(t_n)}^2$ — средняя дисперсия оценки показателя надежности, соответствующая процессу предыстории, t_n — прогнозируемый период времени.

Как следует из выражения (3.5), точность прогнозирования показателей надежности определяется не только временем чистого прогноза, но и периодом предыстории t_n .

Известно, что при выборе аппроксимирующей функции могут быть использованы не только статистические законы распределения случайных величин, но и динамические модели вида

$$a) y = 1 - a \exp(-bt) + \varepsilon;$$

$$\text{б) } y = a_0 + a_1 t + \varepsilon;$$

$$\text{в) } y = a_0 + a_1 t + a_2 t^2 + \varepsilon;$$

$$\text{г) } y = a_0 + a_1 t + a_2 t^2 + a_3 t^3 + \varepsilon,$$

где a , a_0 , a_1 , a_2 , a_3 и b — соответствующие коэффициенты.

Модель вида «а» по своей структуре мало чем отличается от функции распределения для экспоненциального закона, остальные представляют полиномы первого, второго и третьего порядков. Сами коэффициенты характеризуют некоторые среднестатистические характеристики. Так, например, при значении $a=1$ коэффициент b является интенсивностью отказов ($\lambda = \text{const}$). Значения коэффициентов могут быть определены методом наименьших квадратов. Выбор вида модели может быть также осуществлен на основе описанного выше метода «перебора» целого ряда аппроксимирующих функций. За исходную принимается модель, имеющая наименьшее значение средней ошибки аппроксимации.

Данная идея заложена в целом ряде других методов прогнозирования на основе однопараметрических и двухпараметрических моделей. Наиболее известные из них — методы последовательной аппроксимации и прогнозирования на основе численного метода. Различие этих методов состоит не в существе, а в подходе к решению задачи. Однако отметим одну особенность: при численном методе в ряде случаев первый шаг начинают с выбора аппроксимирующей функции, исходя не из всей совокупности статистических данных, соответствующих динамическому ряду —

$$t_1; t_2; \dots t_k; \dots t_r,$$

а лишь его части, например, используются статистические данные, определяемые периодом предистории от t_1 до t_k , где $k < r$.

Полученная зависимость экстраполируется на моменты времени t_{k+1} , t_{k+2} и т. д., т. е. вплоть до конца всей предистории. Затем результаты «прогнозирования» анализируются и производится оценка их точности. Такой подход позволяет нам оценить, насколько точен был прогноз или, вернее, насколько точно результаты ложатся в установленный доверительный интервал.

Таким образом, о точности прогноза по данному виду модели судят на основании отдельных реализаций, соответствующих заключительным этапам предистории. Такая операция безусловно имеет некоторый практический смысл. В конечном итоге выбор принятого вида модели осуществляется по всем точкам предистории.

В заключение можно сказать, что подобного рода прогноз возможен и необходим, если условия эксплуатации на прогнозируемый период времени остаются стабильными и практически полностью соответствуют условиям формирования предистории. Во всех остальных случаях, особенно когда заметную роль играет многофакторность программы испытаний, прогноз на

основе аппроксимации динамических или временных рядов практически непригоден.

§ 4. ПРОГНОЗИРОВАНИЕ ПАРАМЕТРОВ И ХАРАКТЕРИСТИК НАДЕЖНОСТИ ПО РЕЗУЛЬТАТАМ УСКОРЕННЫХ ИСПЫТАНИЙ

Исследование надежности функционирования сложных систем и агрегатов связано с обеспечением заданных характеристик в течение определенных сроков эксплуатации. Очень часто требуется оценить те эксплуатационные характеристики и свойства систем, которые могут проявиться спустя много лет. А это значит, что необходимо осуществить глубокий прогноз при отсутствии необходимой информации. И тогда с целью ее получения проводятся различные ускоренные испытания, по результатам которых изучают механизм проявления отказов и физические аспекты их устранения. В качестве примера можно рассмотреть влияние на надежность элементов автоматики ДУ твердых частиц, находящихся в компонентах топлива. Этому вопросу, в частности, уделяется достаточно серьезное внимание в ряде зарубежных работ [29].

Чтобы исследовать механизм влияния твердых частиц на конкретные агрегаты и узлы автоматики, должны быть проведены специальные экспериментальные исследования в условиях, максимально приближенных к натурным. Суть вопроса состоит в том, что элементы автоматики в абсолютном большинстве случаев имеют прецизионные пары в виде конструктивного сочетания цилиндра и поршня, плунжера и гильзы, золотника и гильзы и т. д. Их взаимное перемещение друг относительно друга связано в какой-то мере с сухим трением, так как в ряде случаев компоненты топлива обладают весьма плохими смазывающими свойствами. В таких условиях попадание твердых частиц (даже очень малых) между взаимно перемещающимися поверхностями приводит к образованию на них царапин, затиранию, наконец, к заклиниванию, резкому увеличению сил трения и т. п. Все это ведет к увеличению усилий на приводы, к отказам элементов автоматики, нарушению режимов нормального функционирования ДУ и соответственно к отказу ракетной ступени в целом. Исследуя надежность функционирования агрегатов конкретной конструкции, мы неизбежно приходим к вопросу прогнозирования параметров и показателей надежности в зависимости от влияния условий испытаний. Если мы хотим учесть влияние конкретных условий эксплуатации на работоспособность конкретных изделий, то исследование должно вестись в многофакторном плане. Решение этой задачи в каком-либо ином виде получить невозможно.

Итак, применительно к элементам многократного действия в соответствии с методикой ускоренных испытаний на надежность [21] могут быть предложены циклические испытания. Этим

испытаниям подвергается некоторая ограниченная выборка однотипных изделий. Программа экспериментального исследования может предусматривать стабильность условий испытаний для каждой из групп изделий, на которые делится вся выборка. Таким образом, ускоренные испытания ведутся сериями, при этом уровни варьирования факторов для каждой из серий отличаются между собой. А в основном программа строится на методах планирования факторных экспериментов. Такой подход дает возможность получить количественные оценки надежности для каждой из серий испытаний, характеризующих определенную совокупность условий их проведения (x_1' ; x_2' ; ... x_n'). В результате этого может быть получен динамический ряд показателей надежности $P(x')$; $P(x'')$; ... $P(x''')$, который совместно с исходными данными используется для определения вида модели

$$P(x) = f(x_1; x_2; \dots x_n).$$

На основе полученной модели и удается осуществить прогноз. Однако к этой задаче мы вернемся несколько позже, а пока рассмотрим некоторые другие пути реализации экспериментальных программ. Например, программу, при которой испытания ведутся не сериями при фиксированных условиях, а в условиях обычного факторного эксперимента, т. е. когда одно испытание отличается от другого уровнями варьирования факторов. А так как испытания при одинаковых условиях не повторяются, то в качестве выходной характеристики не удается использовать показатели надежности, но в этом случае может фиксироваться суммарная наработка на отказ — $h_1; h_2; h_3; \dots h_R$. В целом программа испытаний всей выборки изделий должна строиться на основе факторных планов. Математический аппарат для обработки результатов ускоренных испытаний рассмотрим в каждом случае отдельно.

При разработке программы экспериментального исследования надежности функционирования элементов автоматики ЖРД в качестве варьируемых факторов принимались концентрации и размеры твердых частиц в возможных диапазонах их изменения с учетом образования локальных зон выпадания осадков из компонентов топлива на нижние днища баков, разделительные мембраны и т. п. Наряду с этим необходимо учитывать гранулометрический состав твердых частиц. Все прочие факторы определяются условиями испытаний и конструктивно-технологическими особенностями самих элементов автоматики. Однако в процессе ускоренных испытаний не исключено варьирование некоторых внутренних факторов, обусловленных различием технологического исполнения элементов конструкции. К числу названных факторов относятся величины прецизионных зазоров.

Анализ исследуемого процесса показывает, что влияние зазоров на механизм образования отказов весьма заметно. В пределе можно представить следующее: изготовлена идеальная прецизионная пара, для которой величина зазора между плунжером

и гильзой близка к нулю, сами поверхности настолько гладкие, что влиянием сухого трения можно пренебречь. Тогда, какова бы ни была концентрация в компонентах топлива твердых частиц, попасть в зазор между плунжером и гильзой они не могут. А то, что оседает на открытой поверхности плунжера, счищается с нее острой кромкой гильзы при движении плунжера. Аналогичное явление может наблюдаться и тогда, когда величина зазора значительно меньше размера самих частиц или при их неправильной форме минимальных измерений.

Во всех остальных случаях картина получается обратная. Попавшие в рабочий зазор твердые частицы затирают поверхности и ухудшают их качество. Этот процесс развивается прогрессирующе, в результате чего наступает отказ. Если механические примеси не являются достаточно твердыми, может наблюдаться их слипание. В результате из мелких частиц могут образоваться крупные в виде пластин, чешуек и т. п.

1. Прогнозирование на основе статистических данных по ускоренным испытаниям изделий отдельными сериями

Данный метод предусматривает проведение испытаний сериями при фиксированных условиях в пределах каждой программы. Планирование испытаний осуществляется в соответствии с составом значимых факторов, определяющим работоспособность агрегатов или систем данного типа. В данном случае испытываемые изделия выборки R делятся на несколько групп $R_1; R_2; R_3; \dots$, для каждой из которых проводится своя серия экспериментов при фиксированных условиях. В целом $R = R_1 + R_2 + R_3 + \dots$. Если испытания серии проведены до отказа на достаточном количестве изделий ($R_i \geq 10$), то с соответствующей точностью могут быть оценены для каждой группы параметры наработки h_0 , σ_n , β . Методика обработки экспериментальных данных представлена в работе [21]. Исходные данные и результаты обработки сведены в табл. 3.2. В качестве выходных характеристик использовались параметры следующих видов распределений: усеченного нормального $h_0(x)$, $\sigma_{h(x)}$; экспоненциального $h_0(x)$ и Вейбулла $h_0(x)$, $\beta(x)$.

В случае экспоненциального распределения показатель надежности определяется величиной параметра $h_0(x)$. Соответственно при равных объемах выборок изделий в группах математическая модель процесса для полинома может быть представлена как

$$P(x)_n = \sum_{i=0}^n b_i x_i + \sum_{i < j} b_{ij} x_i x_j + \dots + \varepsilon_{ij}$$

Обратимся теперь к решению конкретной задачи — исследованию надежности функционирования регулирующих

Таблица 3.2

№ по пор.	X(x)					Y(x)		
	x_1	x_2	x_3	...	x_n	$h_0(x)$	$\sigma_{h(x)}$	$\beta(x)$
R_1	x_{11}	x_{21}	x_{31}	...	x_{n1}	$h_0(x)_1$	$\sigma_{h(x)_1}$	$\beta(x)_1$
R_2	x_{12}	x_{22}	x_{32}	...	x_{n2}	$h_0(x)_2$	$\sigma_{h(x)_2}$	$\beta(x)_2$
.
.
.
R_k	x_{1k}	x_{2k}	x_{3k}	...	x_{nk}	$h_0(x)_k$	$\sigma_{h(x)_i}$	$\beta(x)_k$

элементов ЖРД. В данном случае к числу значимых факторов относятся:

- секундный расход компонента G ;
- суммарная концентрация твердых частиц K ;
- их гранулометрический состав, который определяется размерами частиц δ , превышающими прецизионные зазоры;
- концентрация частиц, превышающих по своим размерам фактические зазоры K_δ ;
- средние значения прецизионных зазоров испытываемых изделий данной серии по рабочим поясам ξ и другие.

Ускоренные испытания рассматриваемой выборки изделий следует классифицировать как факторный эксперимент.

Для иллюстрации рассматриваемого метода прогнозирования показателей надежности обратимся к одному из примеров. Было испытано шесть групп по 12 элементов в каждой. Планирование испытаний велось в широком диапазоне варьирования факторов с учетом экстремальных значений их уровней. Ускоренные испытания проведены до отказа не полностью, а с некоторым усечением наработки.

После завершения экспериментальной программы материальную часть подвергали осмотру, разборке и дефектации. Для установления физических причин отказов и выявления характера развития износов, скрытых дефектов и не проявившихся отказов. В результате проведенных работ было установлено, что в процессе испытаний внутренние поверхности и прецизионные пары претерпели существенные изменения. Все внутренние поверхности деталей оказались покрытыми порошкообразным налетом, представляющим собою осадок твердых частиц. Наибольшее отложение замечено в кольцевых канавках плунжера и золотника, а также на их опорных торцах. Во внутренних полостях произошло слипание мелких частиц в более крупные. Последние

привели к образованию заметных вмятин на тонкостенных деталях конструкции. На рабочих поверхностях плунжера параллельно его оси появились царапины, местные и кольцевые засветления, зазубрины на кромках плунжера и гильзы. Замер фактических зазоров по прецизионным поясам производили в двух взаимно перпендикулярных направлениях с точностью до 2 мкм. При наличии зазоров до 30 мкм на трущихся поверхностях наблюдались мелкие осевые царапины длиной до 1 мм, а также небольшие кольцевые засветления. При наличии зазоров в 30—40 мкм и выше разрушение поверхностей более заметное. Характерно, что все отказы проявились на изделиях, имеющих повышенные зазоры. Уже отсюда следует вывод, что с увеличением зазоров в прецизионных парах увеличивается износ поверхностей и соответственно возрастает вероятность проявления отказов.

Проведенное экспериментальное исследование показало, что имеющиеся на плунжере кольцевые канавки являются своего рода улавливателями механических примесей в компонентах топлива, предохраняющие таким образом от засорения прецизионные зазоры.

Обработка результатов производилась следующим образом:

На основании исходных данных и результатов ускоренных испытаний для серии составляются матрица $X(x)$ и вектор $Y(x)$, определяемый для каждой серии экспериментов суммарной нагрузкой или показателями надежности. Так как в нашем случае количество изделий в каждой серии одинаково, то за показатель надежности можно принять нижнюю границу вероятности безотказной работы при заданной доверительной вероятности α . Определение вида модели производилось с помощью ЭЦВМ. В кодированном виде исходные данные и результаты приведены в табл. 3.3. При этом математическая модель исследуемого процесса получила вид

$$P(x)_n = 1,0007356 - 4,1278 \cdot 10^{-3}K - 0,7475 \cdot 10^{-3}\xi_1 - 0,3915 \cdot 10^{-3}K\xi_1 - 1,6726 \cdot 10^{-3}\xi_1 - 1,7655 \cdot 10^{-3}\xi_2,$$

где ξ_1 и ξ_2 — средние величины зазоров в прецизионных парах, измеренные по первому и второму поясам золотника.

Как следует из анализа самой модели, увеличение уровней варьирования значимых факторов приводит к снижению надежности.

Моделирование производилось с целью поиска экстремальных условий испытаний и прогнозирования возможного изменения показателей надежности. Результаты данной операции для наиболее характерных условий помещены в табл. 3.3.

В конечном итоге было установлено, что на работоспособность элементов автоматики данного типа результирующее влия-

Таблица 3.3

	K	δ	K_{δ}	ξ_1	ξ_2	P(x)	
						расчет- ные	моле- лируе- мые
Исходные данные	0,0005	0,020	0,6300	0,126	0,543	0,9994	0,9993
	0,005	1,000	0,0167	0,158	0,632	0,9986	0,9985
	0,005	0,072	0,0006	0,158	0,632	0,9993	0,9992
	0,200	0,500	0,0167	0,222	0,667	0,9980	0,9982
	0,330	0,072	0,4620	0,001	0,125	0,9991	0,9989
	0,590	0,072	0,0862	0,125	0,750	0,9967	0,9967
Коэффициенты модели	$-4,1278 \cdot 10^{-3}$	$-0,7475 \cdot 10^{-3}$	$-0,3915 \cdot 10^{-3}$	$-1,6726 \cdot 10^{-3}$	$-1,7655 \cdot 10^{-3}$		
Данные, использованные для прогноза	0,01	0,02	0,43	0,16	0,50		0,9994
	0,02	0,02	0,43	0,16	0,50		0,9993
	0,05	0,02	0,43	0,16	0,50		0,9992
	0,10	0,02	0,43	0,16	0,50		0,9990
	0,30	0,02	0,43	0,16	0,50		0,9982
	0,50	0,02	0,43	0,16	0,50		0,9970

ние оказывают в основном размеры прецизионных зазоров и концентрация твердых частиц заданного гранулометрического состава.

II. Прогнозирование на основе результатов ускоренных испытаний, проведенных при нестабильных условиях

В практике обработки элементов и систем ДУ обеспечить стабильность условий испытаний для всей совокупности изделий не представляется возможным, да это и нерационально. В соответствии с полученными результатами, текущими программами и этапами обработки меняется стратегия экспериментального поиска. При этом от испытания к испытанию, от программы к программе меняются не только уровни варьирования факторов, но даже их состав. В результате накапливается огромная статистика, которую вследствие нестабильности условий испытаний не всегда удается использовать при оценке надежности.

Общеизвестно, что помимо наработки надежность любой си-

Таблица 3.4

№ по пор.	X(x)					Y(x)	
	x'_1	x'_2	x'_3	...	x'_n	$h(x')_{\text{э}}$	$h(x)_{\text{пр}}$
1	—	—	—	...	—	$h_1(x')$	$h_1(x)_{\text{пр}}$
2	+	+	+	...	+	$h_2(x')$	$h_2(x)_{\text{пр}}$
3	+	+	—	...	—	$h_3(x')$	$h_3(x)_{\text{пр}}$
.
.
R	+	—	+	...	—	$h_R(x')$	$h_R(x)_{\text{пр}}$

стемы зависит от условий испытаний. В нашем случае они определяются комплексом значимых факторов, представленного в виде статического ряда $x'_1; x'_2; x'_3; \dots x'_n$. Соответственно результаты испытаний на надежность в общем виде могут быть представлены, как это показано в табл. 3.4.

Табл. 3.4 включает в себя матрицу исходных данных и вектор выходного качества, определяемый значениями наработки $h(x)$: $h(x')_{\text{э}}$ и $h(x)_{\text{пр}}$ — экспериментальными значениями наработки при нестабильных условиях и приведенными к заданному составу уровней факторов. При этом знаки (+) и (—) означают условные уровни варьирования.

Экспериментальные значения наработки $h(x')_{\text{э}}$ являются случайными параметрами выборки R при произвольных или планируемых уровнях варьирования факторов, определяющих условия испытаний. По этой причине они в целом характеризуются двумя составляющими, из которых одна $h(x')_{\text{пар}}$ зависит только от уровней факторов, а вторая — $h(x')_{\text{тех}}$ от комплекса неучтенных технологических характеристик. Тогда можно записать

$$h(x')_{\text{э}} = h(x')_{\text{пар}} + h(x')_{\text{тех}} + \varepsilon_i,$$

где ε_i — ошибка эксперимента.

Если факторы и их уровни, влияющие на первую составляющую наработки, известны, то ее как закономерную составляющую можно определить расчетным путем. Соответственно вторая технологическая составляющая может быть вычислена как разность

$$h(x')_{\text{тех}} = h(x')_{\text{э}} - h(x')_{\text{пар}}.$$

Данная характеристика определяется для каждого испытания отдельно и вносится в соответствующую строку вектора-столбца Y(x).

Так как ошибку эксперимента ε_i в нашем случае по единичным испытаниям оценить нельзя, то мы ее с определенным до-

пущением опускаем. Но при этом оговоримся, что при установлении вида модели она войдет в общую ошибку аппроксимации.

Для определения вида модели могут быть использованы методы и вычислительные программы, рассмотренные в гл. 2. В общем виде модель наработки может быть представлена выражением

$$h(x)_{\text{пр}} = f(x_1; x_2; \dots x_n) \dot{=} h(x')_{\text{тех}} \dot{=} \varepsilon,$$

где первый член правой части характеризует прогнозируемую величину наработки для принятого состава факторов, при котором требуется оценить надежность. Если экспериментальные значения наработки содержат нулевые значения, тогда имеет смысл ввести преобразование вида $y = e^{-h}$. После завершения расчетов, связанных с определением прогнозируемых значений наработки $h(x)_{\text{пр}}$, производится математическая обработка результатов для оценки параметров распределения вероятности безотказной работы в виде математического ожидания $h_0(x)$, среднеквадратического отклонения $\sigma_{h(x)}$ и параметра распределения $\beta(x)$. Методика оценки указанных параметров и расчета показателей надежности $P(x)$ представлены в работе [21].

При исследовании вопросов прогнозирования показателей надежности весьма важным моментом следует считать оценку точности с учетом того, что математическая модель любого вида не является абсолютно достоверной. Как известно, ее точность определяется средним значением ошибки аппроксимации ε при среднеквадратическом отклонении σ_ε . Эти данные выдаются ЭЦВМ в процессе машинного счета.

В итоге суммарное среднеквадратическое отклонение оценки надежности можно определить, используя метод линеаризации [7]. Применительно к нормальному распределению можно найти выражение для вычисления дисперсии оценки квантили

$$\sigma_U^2 = \sum_{i=1}^R \left[\frac{\partial U(x)}{\partial x_i} \right]^2 \sigma_\varepsilon^2 + \left[\frac{\partial U(x)}{\partial x_0} \right]^2 \sigma_{x_0}^2 + \left[\frac{\partial U(x)}{\partial \sigma_x^2} \right]^2 \sigma_{\sigma_x^2}^2,$$

где $\sigma_{x_0}^2$ — дисперсия оценки математического ожидания;

$\sigma_{\sigma_x^2}$ — среднеквадратическое отклонение оценки дисперсии σ_x^2 , определяющей точность измерения линейных значений факторов.

В результате преобразования получим следующую зависимость:

$$\sigma_U^2 = \frac{1}{R} \left[1 + \frac{R \tilde{U}^2(x)}{2(R-1)} + \left(\frac{\sigma_\varepsilon}{\sigma_x} \right)^2 \right]. \quad (3.6)$$

В данном случае последний член правой части уравнения определяет инструментальную ошибку, связанную с моделиро-

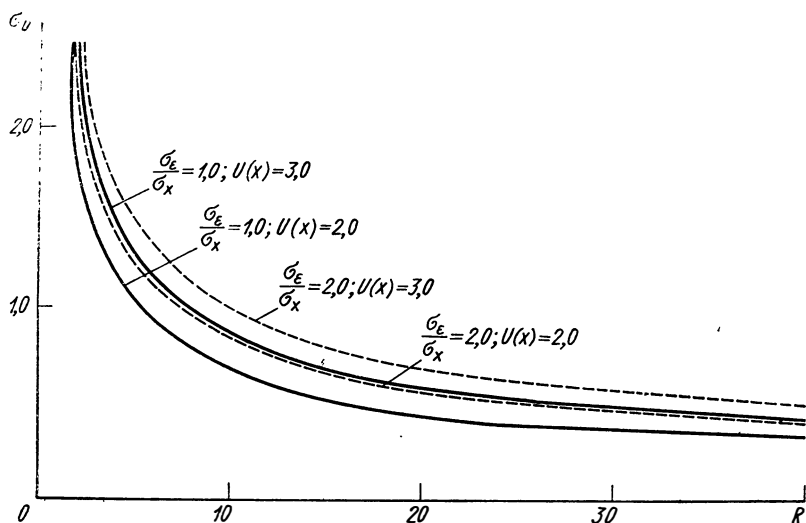


Рис. 3.5. Зависимость среднеквадратической ошибки от инструментальной погрешности и объема измерения

ваннем параметров исследуемого процесса. Первый член уравнения (3.6)

$$\frac{1}{R} + \frac{\bar{U}^2(x)}{2(R-1)}$$

определяет ошибку прогнозирования, обусловленную ограниченностью объема выборки испытываемых изделий.

Графическая интерпретация зависимости (3.6) представлена на рис. 3.5. Кривые построены с учетом инструментальной ошибки измерения при значениях квантили, равных 2 и 3.

Из данных кривых следует, что инструментальная ошибка оказывает заметное влияние на прогнозируемые показатели надежности, хотя в целом результат определяется объемом выборки практически до некоторого определенного значения R_{\min} , равного примерно 20.

§ 5. ПРОГНОЗИРОВАНИЕ ВОЗМОЖНЫХ СРОКОВ ЭКСПЛУАТАЦИИ СЛОЖНЫХ СИСТЕМ

Актуальность задачи прогнозирования возможных сроков эксплуатации сложных систем достаточно очевидна, а трудность ее решения объясняется отсутствием широко известных прикладных проработок в данной области и, как правило, заданием большой глубины прогноза при небольшом периоде предыстории. Особенность решения конкретных задач состоит и в том, что

необходимая для оценки информация не всегда является полной.

Одним из возможных путей решения задачи по прогнозированию возможных сроков эксплуатации является исследование стабильности во времени показателей надежности или определяющих их параметров. Так, например, к числу основных параметров, определяющих надежность ЖРД, относится ряд следующих динамических характеристик:

- изменение давления в камере сгорания $p_k(\tau)$, при этом контрольными точками следует считать время набора 60 и 90% тяги от момента открытия главных клапанов;

- распределение давлений наддува баков или давлений на входах в насосы горючего и окислителя;

- изменение давления в газогенераторе;

- распределение спадов давлений в камерах сгорания при прохождении команд на изменение режима работы, на выключение и другие.

В ряде работ [7 и 20] мерой стабильности определяющих характеристик считают неизменность в допустимых пределах математических ожиданий и их среднеквадратических отклонений. Для последних имеются в виду примерно равные объемы выборки. Применительно к рассматриваемой задаче в целом это нельзя считать достаточным, так как в итоге не учитывается влияние условий испытаний и других не менее важных характеристик. Оценка стабильности характеристик, определяющих работоспособность динамических систем, может производиться по результатам натурных испытаний. Так, например, при исследовании процесса выхода двигателя на режим можно выделить состав значимых факторов, влияющих на надежность, и на основе разработанной модели спрогнозировать изменение выходной характеристики в допустимых пределах. Данные пределы устанавливаются в соответствии с техническим заданием на разработку ЖРД или с учетом конкретных особенностей физических процессов. Известно, что для характеристики $p_k(\tau)$ чрезмерное форсирование двигателя при запуске может привести к его разрушению, особенно агрегатов, подверженных воздействию высоких градиентов температур и давлений. С другой стороны, достаточно замедленный выход двигателя на режим, как правило, связан с возбуждением различного рода пульсаций, неустойчивостью горения топлива, с самовыключением и т. п. В ряде случаев это сопряжено с аварийным исходом. По этой причине замедленный выход двигателя ступени ракеты-носителя контролируется специальной системой аварийной защиты.

Так как работоспособность ЖРД определяется комплексом перечисленных выше факторов, то решение задачи в целом должно вестись по всем этим характеристикам независимо друг от друга. В соответствии с этим для каждого из контролируемых

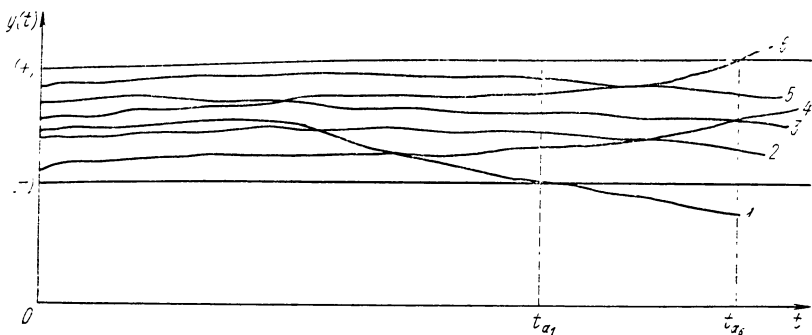


Рис. 3.6. Определение допустимых сроков эксплуатации систем на основе параметрической информации

периодов эксплуатации t составляется матрица испытаний $X(x)$ и вектор $Y(x)$, подобно тому как это предлагается в § 2.

Абсолютное большинство факторов, включенных в матрицу исходных данных, при испытаниях контролируется системой телеметрии и затем обрабатывается с помощью ЭЦВМ. Далее по каждому из видов информации может быть произведено решение и определен вид модели. В каждом конкретном случае используются соответствующие вычислительные программы, для которых функциональные связи были рассмотрены в гл. 2. Используя соответствующие методы, можно по каждому из характерных параметров установить динамические модели, определяющие зависимость выходных характеристик от сроков эксплуатации. Затем уже на основе методов моделирования и экстраполяции параметров модели по каждому из значимых факторов осуществляется прогноз. В итоге фиксируется момент времени, при котором выходная характеристика довольно близко подходит к одной из границ работоспособности или уходит за ее пределы, как это показано на рис. 3.6. Момент времени t_a должен определять допустимый срок эксплуатации системы по данному виду параметра с учетом точности его измерения и прогнозирования. Применительно к регрессионной модели оценка точности прогнозирования может быть осуществлена согласно зависимости (3.2), а также (3.3).

Для сложной системы, как уже было сказано выше, оценка прогнозируемых сроков эксплуатации может производиться по совокупности основных параметров. Но фактический рабочий ресурс системы без учета ее восстановления должен определяться лимитирующими параметрами. В условиях эксплуатации космических кораблей и аппаратов к таковым могут быть отнесены коррозионная, химическая или термическая стойкость конструкционных материалов, утечка компонентов топлива и газов при негерметичности сварных швов, стыков, уплотнений и т. п.

Прогнозирование возможных сроков эксплуатации ЖРД и ДУ космических аппаратов на основе параметрической информации может производиться и в тех случаях, когда осуществляется постоянный или периодический контроль поведения основных параметров и технического состояния. Однако на практике реализовано множество систем ДУ, возможные сроки эксплуатации которых трудно оценить по комплексу определяющих их надежность параметров. В целом ряде случаев по тем или иным причинам они не могут быть измерены. Тогда возникает вопрос о необходимости прогнозирования возможных сроков эксплуатации ДУ путем исследования законов распределения отказов систем и элементов или показателей надежности. В качестве примера рассмотрим случай эксплуатации некоторой условной системы ДУ посадочной ступени орбитального спутника Земли. Неадекватность системы определялась утечкой паров компонента топлива из соответствующих бортовых емкостей. Контроль герметичности осуществляется периодически по спаду давления и другими объективными средствами.

Исследование причин и особенностей проявления негерметичностей показало на наличие стационарности проявления отказов. Это подтверждается анализом и обработкой статистических данных, относящихся к различным срокам эксплуатации объектов в примерно равных условиях.

С физической точки зрения оказалось возможным выделить следующие основные виды отказов:

- микротечь по сварным швам;
- негерметичность определенных типов соединений;
- негерметичность элементов автоматики.

Помимо этого исходная информация классифицировалась по годам изготовления и ввода объектов в эксплуатацию. Отработанная таким образом статистика характеризует распределение отказов по времени и может быть представлена в виде табл. 3.5.

При обработке статистических данных общая привязка времен проявления отказов осуществлялась относительно момента вы-

Таблица 3.5

№ по пор.	Время изготовления	Количество отказов			Время ввода в эксплуатацию	Общее количество отказов	Время проявления отказа	Период эксплуатации
		течь по швам	негерметичность соединений	негерметичность элементов автоматики				

вода спутника на орбиту. А обработка результатов эксплуатации производилась с учетом разделения информации об отказах в зависимости от физических причин их проявления.

Цель данного исследования заключается в определении вида статистической модели отказов и прогнозировании изменения вероятности безотказной работы. С этой целью может выдвигаться одна или несколько гипотез, например, о нормальном законе распределения, законе Вейбулла и т. д. Обработка статистических данных, представленных в табл. 3.5, ведется в соответствии с табл. 3.6.

Таблица 3.6

№ по пор.	Отказы i -ой группы (или всей совокупности статистических данных)						Примечание
	1	t_1	$\ln t_1$	$\tilde{P}(t_1)$	$\ln \tilde{P}(t_1)$	$\ln[-\ln \tilde{P}(t_1)]$	
2	t_2	$\ln t_2$	$\tilde{P}(t_2)$	$\ln \tilde{P}(t_2)$	$\ln[-\ln \tilde{P}(t_2)]$	$\tilde{U}(t_2)$	
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	
r	t_r	$\ln t_r$	$\tilde{P}(t_r)$	$\ln \tilde{P}(t_r)$	$\ln[-\ln \tilde{P}(t_r)]$	$\tilde{U}(t_r)$	

В данном случае показатель надежности $\tilde{P}(t)$ является точечной оценкой на текущий момент времени t , а $\tilde{U}(t)$ — точечное значение квантили нормального распределения

$$P(t) = F_0[U(t)],$$

где F_0 — функция Лапласа.

Исходные данные табл. 3.5 позволяют оценить параметры названных распределений графо-аналитическими методами [40]. Одновременно оцениваются степени согласия теоретических и экспериментальных данных.

Допустим, что достаточно хорошая сходимость получена для распределения Вейбулла

$$\frac{\ln[-\ln \tilde{P}(t)]}{\ln t} = \tilde{\beta}; \quad \tilde{t}_0 = \ln \tilde{P}(t=1),$$

где \tilde{t}_0 и $\tilde{\beta}$ — являются точечными оценками параметров распределения t_0 и β .

В соответствии с полученными результатами может быть построен доверительный интервал в виде нижней границы вероятности безотказной работы

$$P(t)_n = \tilde{P}(t) - t_{\alpha} \sigma_{P(t)},$$

$$\text{где} \quad \sigma_{P(t)}^2 = \sigma_{P(t=0)}^2 + \left\{ \frac{\ln^2 t}{\tilde{t}_0^2} \sigma_{\beta}^2 + \sigma_{\left(\frac{1}{t_0}\right)}^2 + \right. \\ \left. + \frac{2 \ln t}{\tilde{t}_0} \text{cov} \left(\frac{1}{t_0}, \beta \right) \right\} t^{2\tilde{\beta}} \exp \left(-\frac{2t^{\tilde{\beta}}}{\tilde{t}_0} \right).$$

Соответственно дисперсии оценок параметров $(1/t_0)$ и β и корреляционный момент будут равны

$$\sigma_{\left(\frac{1}{t_0}\right)}^2 = \frac{1}{\det A} \left(\frac{R}{\tilde{\beta}^2} + \frac{1}{\tilde{t}_0} \sum_{i=1}^R \tilde{t}_i^{\tilde{\beta}} \ln^2 t_i \right); \\ \sigma_{\beta}^2 = \frac{1}{\det A} R \tilde{t}_0^2; \\ \text{cov} \left(\frac{1}{t_0}, \beta \right) = -\frac{1}{\det A} \sum_{i=1}^R \tilde{t}_i^{\tilde{\beta}} \ln^2 t_i,$$

$$\text{где детерминант } \det A = \left(\frac{R}{\tilde{\beta}^2} + \frac{1}{\tilde{t}_0} \sum_{i=1}^R \tilde{t}_i^{\tilde{\beta}} \ln^2 t_i \right) \times \\ \times R \tilde{t}_0^2 - \left(\sum_{i=1}^R \tilde{t}_i^{\tilde{\beta}} \ln t_i \right)^2.$$

Приближенные оценки дисперсии $\sigma_{P(t)}^2$ могут быть получены согласно выражению (3.5).

На рис. 3.7 приведено статистическое распределение указанных характеристик для некоторой условной системы. Распределение рассматриваемых характеристик получено на основании обработки условных статистических данных на участке предыстории t_n . Далее следует чистый прогноз, которому соответствуют пунктирные линии (см. рис. 3.7). Пересечение характеристики $P(t)_n$ с некоторым заданным уровнем надежности $P(t)_3$ и определяет при заданном показателе α допустимый срок эксплуатации этой системы при условии отсутствия периода восстановления. Определение возможных или допустимых сроков эксплуатации может вестись на сопоставлении ожидаемых и требуемых уровней надежности, исходя из соотношений

$$\tilde{P}(t)_n \geq P(t)_3$$

при значении среднеквадратических отклонений

$$\sigma_{P(t)_n} \leq \sigma_{P(t)_3}.$$

На основании исследования распределения отказов лимитирующих элементов корректируются предельно допустимые сроки

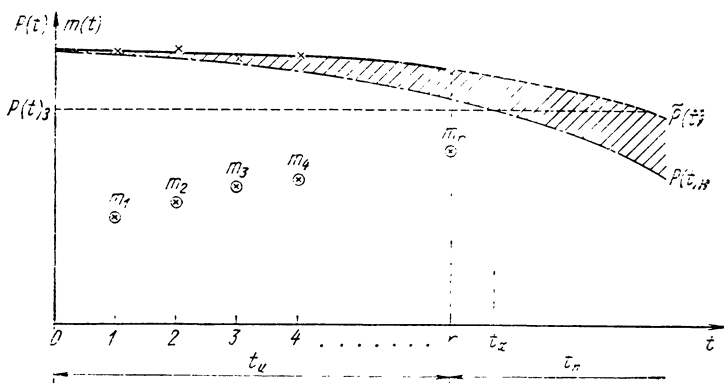


Рис. 3.7. Определение допустимых сроков эксплуатации на основе исследования характеристик надежности:

⊕ — распределение отказов $m(t)$; × — статистическое распределение вероятности безотказной работы $P(t)$

эксплуатации систем. При этом без учета восстановления должно обеспечиваться условие — допустимые сроки эксплуатации систем не могут быть больше возможных сроков эксплуатации лимитирующих элементов.

В математическом плане для элементов сложных систем методика определения возможных сроков эксплуатации практически остается прежней. Отличается лишь тем, что для сложных систем полученные оценки должны быть уточнены на основе исследований распределения отказов лимитирующих элементов. Последние определяются на основе анализа результатов дефектации систем и обработки статистической информации.

ОСНОВНЫЕ ПОЛОЖЕНИЯ УСКОРЕННЫХ ИСПЫТАНИЙ НАДЕЖНОСТИ ЖРД

§ 1. ОБЩИЕ ПОЛОЖЕНИЯ ПО МЕТОДАМ УСКОРЕННЫХ ИСПЫТАНИЙ

Под ускоренными испытаниями понимают испытания некоторой совокупности изделий, позволяющие получить информацию о надежности лимитирующих систем за более короткий промежуток времени, чем при непосредственном наблюдении надежности. При этом под непосредственным наблюдением надежности подразумевается время наработок до отказа при эксплуатационных значениях «нагрузки» и «прочности»*. При испытаниях высоконадежных изделий регистрация времен наработки до отказа сопряжена со столь большой продолжительностью испытаний для всей выборки, что необходимость сокращения суммарной продолжительности экспериментов перерастает в проблему. В отдельных случаях целесообразным может явиться усечение времени испытаний. Тогда непосредственное наблюдение надежности может осуществляться только по безотказным испытаниям либо по смешанной информации о временах наработки до отказа некоторой части двигателей и по безотказным испытаниям оставшейся выборки.

Ускоренные испытания различаются по принципам ускорения, целевому назначению и ряду других признаков. На рис. 4.1 представлена схема классификации ускоренных испытаний. По принципу ускорения рассматриваемые испытания подразделяются на сокращенные, форсированные, т. е. утяжеленные, и комбинированные. Сокращенные — это испытания при эксплуатационных значениях нагрузок и прочности. Как будет показано ниже, в качестве дополнительной информации о надежности могут быть использованы закономерности поведения «нагрузки» и «проч-

* Термины «нагрузка» и «прочность» употребляются не в узком смысле, лишь как характеристики механического воздействия и сопротивления. Нагрузка — это любые виды воздействия: механического, теплового, электрического и т. д. Прочность — это свойство сопротивления любому виду воздействия. Под «нагрузкой» следует понимать значение параметра, реализуемое в эксперименте, а под «прочностью» его предельно допустимое значение. В дальнейшем, если термины «нагрузка» и «прочность» употреблены нами не в общепринятом смысле, они будут заключены в «кавычки».

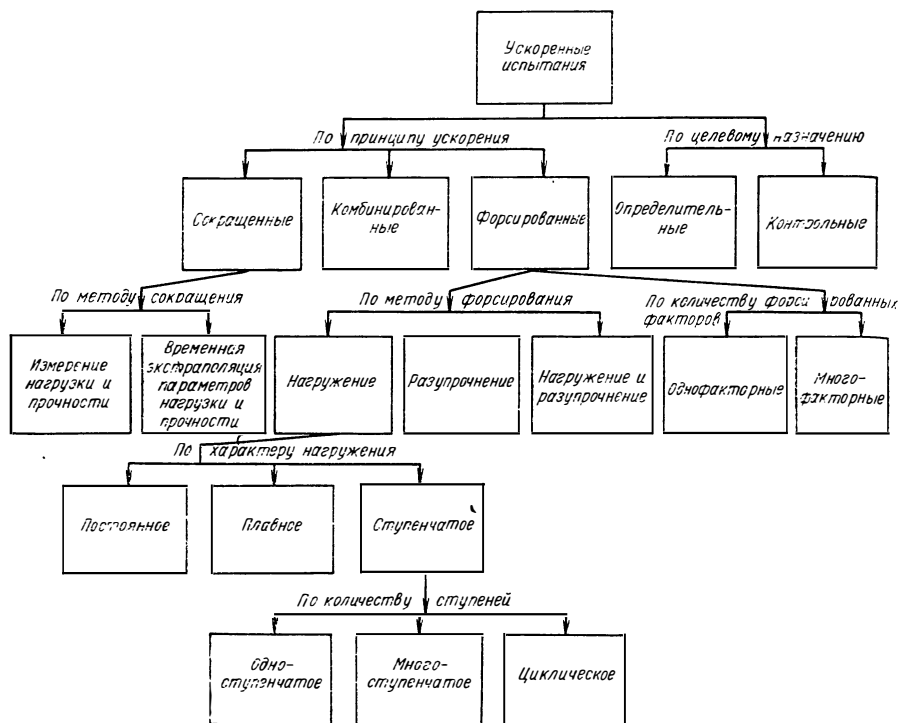


Рис. 4. 1. Классификация ускоренных испытаний

ности» на заданное время работы двигателя либо в промежуточные моменты времени с последующей экстраполяцией полученных результатов на заданное время функционирования.

При форсированных испытаниях эффект ускорения достигается путем повышения уровней «нагрузок» или снижения «прочности» по сравнению с эксплуатационными значениями, что приводит к интенсификации процессов появления отказов и, как следствие этого, уменьшению времени наработки на отказ. Повышение «нагрузок» может осуществляться различными способами, например, путем проведения:

- испытаний при постоянных «нагрузках», превышающих эксплуатационные уровни,

- испытаний со ступенчатоизменяющейся «нагрузкой», при этом возможно одноступенчатое, многоступенчатое или циклическое нагружение, т. е. периодическое чередование эксплуатационных и форсированных «нагрузок»,

- испытания с плавноизменяющейся «нагрузкой» и другие.

Форсирование может осуществляться изменением одного или нескольких параметров (однофакторное и многофакторное). Испытания с одновременным нагружением и разупрочнением

также следует считать многофакторными. Последняя категория ускоренных испытаний — это комбинированные испытания, при которых эффект ускорения достигается одновременным использованием обоих методов.

По целевому назначению ускоренные испытания делятся на определительные и контрольные. Определительные проводятся с целью определения фактических показателей конструктивно-технологической надежности, а результаты испытаний служат основанием для:

- определения соответствия фактических показателей надежности требованиям технического задания,
- внесения значений показателей надежности ЖРД в техническую документацию.

Контрольные испытания служат для оценки соответствия показателей надежности ЖРД предъявляемым требованиям, при этом определение истинного значения надежности может и не быть необходимым. Эти испытания служат в основном для контроля производственной составляющей надежности. Один из видов контрольных испытаний — это приемо-сдаточные испытания.

В соответствии с теорией моделирования ускоренные испытания ЖРД или его элементов следует рассматривать как испытания натуральных объектов либо их физических моделей, проводимые по специальным программам. Являясь источником необходимой информации, ускоренные испытания позволяют уточнить соответствующие математические модели, использующие в качестве аппроксимирующих функций вероятностно-статистические распределения «нагрузки» и «прочности», времени работы до отказа и т. п. Как и любые другие, модели ускоренных испытаний являются приближенными. Это объясняется в основном ограниченным объемом выборки; приближенность моделей ускоренных испытаний может быть обусловлена также недостаточно полной в отдельных случаях имитацией условий и режимов испытаний. Поясним последнее несколько подробнее. Предположим, что на основании предварительных исследований определено общее число сочетаний уровней значимых факторов, которое необходимо имитировать при реализации программы ускоренных испытаний, равное n_N , а число сочетаний уровней значимых факторов при проведении i -го испытания равно $n_i \leq n_N$ ($i = 1, 2, \dots$). Если $n_i = n_N$, то имитация всех n_N сочетаний уровней значимых факторов обеспечивается при стабильных от испытания к испытанию экспериментальных программах. Если $n_i < n_N$, то можно построить программу ускоренных испытаний таким образом, чтобы $\sum n_i = n_N$. Однако при этом программы отдельных испытаний будут отличаться между собой, в связи с чем исследуемая функция «выхода», например распределение времени безотказной работы, будет статистически неустойчивой, что, в свою очередь, может привести к большим ошибкам при аппроксимации полученных результатов. С другой стороны, при

обеспечении стабильности программы от испытания к испытанию, в этом случае будет охвачено $\sum n_i < n_N$ сочетаний уровней значимых факторов, т. е. имитация условий испытаний будет неполной. С учетом изложенного можно наметить два пути уточнения моделей ускоренных испытаний:

1) реализация мероприятий по увеличению числа сочетаний уровней значимых факторов, охватываемых в процессе одного испытания;

2) приведение полученных значений исследуемого выходного фактора к стабильным условиям испытаний.

Решение последней задачи в математическом плане не вызывает каких-либо принципиальных трудностей [27]. Сложность состоит в получении недостающей априорной информации о количественном влиянии каждого из значимых факторов на выходные параметры модели распределения «нагрузки», «прочности», времени безотказной работы и т. п.

Дальнейшее совершенствование в указанных направлениях методов и моделей ускоренных испытаний сулит дополнительное сокращение сроков и затрат на отработку за счет полного либо частичного совмещения программ ускоренных испытаний на надежность с другими программами экспериментальных исследований, реализуемыми на более ранних этапах отработки.

§ 2 .ОЦЕНКА ЭФФЕКТИВНОСТИ УСКОРЕННЫХ ИСПЫТАНИЙ

Эффективность ускоренных испытаний часто связывают с единственным критерием — коэффициентом ускорения, который определяется как отношение суммарной продолжительности ускоренных испытаний к суммарной продолжительности испытаний при эксплуатационных значениях нагрузки и прочности

$$K_{\tau} = \frac{\sum_{i=1}^{N_y} \tau_{y i}}{\sum_{i=1}^{N_0} \tau_{0 i}}, \quad (4.1)$$

где τ_i — продолжительность i -го испытания;

N — количество испытуемых изделий; индексы «у» и «0» соответствуют ускоренным и типовым испытаниям.

Зависимость (4.1) может оказаться достаточной в том случае, когда время испытаний однозначно регламентирует сроки и материальные затраты, связанные с экспериментальной отработкой систем. Такая ситуация типична для изделий, рассчитанных на длительную эксплуатацию (годы и десятки лет). В связи с этим такие факторы как время и стоимость изготовления изделий, предназначенных для испытаний, не являются доминирующими.

Применительно к ЖРД мы имеем дело с существенно отличной ситуацией: они рассчитаны для решения многих задач на непродолжительный период работы, во много раз меньший, чем полный цикл изготовления одного изделия, а стоимость производства может превышать стоимость испытаний.

Поэтому вполне очевидно, что коэффициент сокращения «чистого» времени испытаний не может служить исчерпывающей характеристикой эффективности ускоренных испытаний ЖРД и его элементов.

Далее рассмотрим вопрос об оценке эффективности ускоренных испытаний с общих позиций.

Все возможные последствия, когда принято решение о проведении ускоренных испытаний, условно разделим на две категории.

1. Ожидаемые положительные последствия (кроме сокращения продолжительности испытаний) — уменьшение сроков экспериментальной отработки, материальных затрат и т. п.

2. Возможные отрицательные последствия, к числу которых относятся, например, необходимость применения специального стендового оборудования, усложнение конструкции изделия и ухудшение основных параметров в связи с необходимостью обеспечения требуемого уровня форсирования, регистрация дополнительного количества параметров, последствия, связанные с повышенной вероятностью возникновения аварийной ситуации при стендовых испытаниях, и т. д.

Из приведенного перечня возможных последствий видно, что установление единого количественного критерия эффективности ускоренных испытаний является достаточно сложной задачей. В соответствии с этим условимся оценивать эффективность ускоренных испытаний по критериям, учитывающим только сокращение продолжительности испытаний, сроков проведения отработки и материальных затрат. Что касается сопоставления указанных выше двух категорий последствий и принятия на этом основании решения о целесообразности проведения ускоренных испытаний, то такая альтернатива должна решаться в зависимости от конкретной ситуации на основании знаний, опыта и интуиции исследователя. Только в двух случаях решение может быть определено заранее:

1) ускоренные испытания целесообразны, если они эффективны с точки зрения сокращения времени проведения испытаний, сроков на отработку и затрат, а последствия второй категории отсутствуют;

2) ускоренные испытания нецелесообразны, если они неэффективны в отношении сокращения времени испытаний, сроков и затрат на отработку.

В соответствии с изложенным, кроме критерия (4.1), введем еще два показателя, характеризующие эффект от уменьшения

сроков и затрат на обработку. В этом случае коэффициент сокращения сроков обработки

$$K_T = \frac{\sum_{i=1}^{N_y} \tau_{yi} + N_y t_y}{\sum_{i=1}^{N_0} \tau_{0i} + N_0 t_0}, \text{ т. е.} \quad (4.2)$$

коэффициент K_T равен отношению календарных продолжительностей экспериментов, включающих в себя «чистое» время испытаний и время, затраченное на изготовление, а также на технологические операции до начала испытаний и после их проведения. Время t — продолжительность изготовления, подготовки к испытаниям и анализа результатов после каждого эксперимента. Так как

$$\sum_{i=1}^{N_y} \tau_{yi} \ll N_y t_y \quad \text{и} \quad \sum_{i=1}^{N_0} \tau_{0i} \ll N_0 t_0,$$

то, предполагая, что времена изготовления, подготовки к испытаниям и анализа результатов для каждого экземпляра двигателя при ускоренных и типовых испытаниях равны, получим $K_T = N_y/N_0$. Вполне очевидно, что коэффициент K_T может быть больше единицы, в то время как $K_T < 1$, что является доказательством тому, что коэффициент K_T неоднозначно характеризует эффективность ускоренных испытаний.

Экономическую эффективность ускоренных испытаний можно охарактеризовать соответственно коэффициентом

$$K_э = \frac{D_y}{D_0} = \frac{\sum_{i=1}^{N_y} (C'_{yi} + C''_{yi} \tau_{yi})}{\sum_{i=1}^{N_0} (C'_{0i} + C''_{0i} \tau_{0i})},$$

где

D_y ; D_0 — общая сумма затрат соответственно при ускоренных и типовых испытаниях;

C'_{y} ; C'_{0} — стоимость изготовления одного экземпляра двигателя, подготовки испытания и обработки результатов соответственно при ускоренных и типовых испытаниях;

C''_{y} ; C''_{0} — стоимости проведения одной секунды ускоренных и типовых испытаний.

Предполагая, что стоимости производства каждого экземпляра двигателя одинаковы, запишем

$$K_3 = K_r \frac{1 + \frac{\sum_{i=1}^{N_y} C''_{yi} \tau_{yi}}{C' N_y}}{1 + \frac{\sum_{i=1}^{N_0} C''_{0i} \tau_{0i}}{C' N_0}}. \quad (4.3)$$

Если в исследовательских целях поставлен сравнительный эксперимент, дающий информацию об эффективности ускоренных испытаний, то оценка указанных показателей не представляет трудностей. Сложнее обстоит дело с прогнозированием указанных показателей, что дает возможность принять правильное решение относительно целесообразности проведения ускоренных испытаний. На первый взгляд такой прогноз трудно осуществим, поскольку значение показателей эффективности непосредственно зависит от фактических результатов ускоренных и типовых испытаний. Тем не менее, как мы увидим ниже, при достаточно общих предположениях относительно результатов испытаний возможно в ряде случаев указать области оптимальных решений, что позволяет правильно ориентироваться в вопросах планирования экспериментов.

Вполне очевидно, что значение показателей эффективности непосредственно зависит от вида принятой модели ускоренных испытаний. Поэтому рассматриваемые показатели будут уточняться и анализироваться при изучении конкретных моделей в следующих главах. Здесь же мы рассмотрим вопрос оценок

характеристик N_0 и $\sum_{i=1}^{N_0} \tau_{0i}$ базовых планов испытаний или планов

испытаний при эксплуатационных значениях «нагрузки» и «прочности», по отношению к которым оценивается эффективность ускоренных испытаний.

Как следует из самого определения, данного ускоренным испытаниям, в качестве базового метода рассматриваются испытания с фиксацией времен наработки до отказа всей выборки изделий, либо только части из них при усечении времени испытаний. Граничным с точки зрения характера получаемой информации является такое усечение времени, в рамках которого испытания всех экземпляров двигателей заканчиваются успешно. Именно к этому стремятся конструкторы при отработке ЖРД в пределах гарантийного ресурса. Исходя из этих соображений для определенности будем считать, что минимальное усеченное время типовых испытаний должно быть равно гарантийному ресурсу.

Если при испытаниях до отказа всей выборки эксперимент носит активный поисковый характер, поскольку каждое испыта-

ние дает информацию о «слабейшем» звене конструкции, то при усечении времени он носит уже выжидательный характер.

Какая же направленность эксперимента предпочтительней? На первый взгляд, в любом случае предпочтительными являются испытания всей выборки до отказа, так как при этом получаем количественную информацию о надежности и имеем возможность наиболее эффективно установить критические элементы конструкции. Однако проведение испытаний до отказа может оказаться в ряде случаев нецелесообразным, в частности, по следующим причинам:

- если отказы носят аварийный характер, тогда существенно возрастает риск разрушения стендового оборудования;

- усложняется технологический цикл испытаний (снятие ЖРД со стенда, переборка некоторых агрегатов, нейтрализация, дозаправка стендовых емкостей компонентами топлива и т. д.);

- суммарная продолжительность испытаний до отказа должна быть существенно больше, чем при испытаниях по усеченной выборке.

Далее анализируются зависимости для параметров двух базовых планов испытаний — испытания до отказа полной выборки и испытания предельно усеченной выборки, т. е. безотказные испытания в течение гарантийного ресурса. При этом предполагается, что однозначный выбор базового метода должен осуществляться с учетом всех перечисленных выше аспектов.

В связи с определением базового метода испытаний сделаем одно замечание. Иногда к ускоренным испытаниям относят случаи сокращения суммарной продолжительности реализации экспериментальных программ, когда известен вид распределения времени наработки до отказа. При увеличении продолжительности испытаний каждого изделия необходимый объем выборки уменьшается. При этом может также уменьшаться и суммарная продолжительность испытаний. В отличие от этого к ускоренным испытаниям при эксплуатационных значениях «нагрузки» и «прочности» мы будем относить лишь те испытания, которые позволяют получить для оценки надежности качественно иные, чем непосредственное наблюдение надежности, виды информации, а именно, статистические закономерности протекания физических процессов и динамику их развития во времени. Что касается возможного сокращения суммарной продолжительности испытаний при известных законах распределения, то, как это следует из предлагаемой нами методики оценки эффективности ускоренных испытаний, такие задачи должны решаться при выборе оптимальной стратегии базового метода испытаний.

Метод прогноза количества экземпляров и суммарной продолжительности испытаний после того, как выбран базовый метод, должен учитывать, как один из наиболее существенных факторов характер предполагаемых отказов испытываемых изделий. Отказы технических систем по характеру их проявления

условно принято подразделять на три основные категории: приработочные, внезапные и постепенные.

Приработочные отказы происходят в течение раннего периода эксплуатации, как правило, вследствие грубых производственных дефектов. Эта категория отказов может исключаться, например, путем проведения контрольно-технологических испытаний [10]. Причина проявления внезапных отказов заключается в случайном превышении «нагрузки» над «прочностью». В большинстве случаев поведение «нагрузки» представляет собой стационарный случайный процесс, а именно, процесс, протекающий во времени однородно и имеющий вид случайных колебаний относительно постоянной средней величины. При этом тенденция изменения амплитуды и частоты колебаний с течением времени и от одного экземпляра двигателя к другому отсутствует.

Если «нагрузку» рассматривать как стационарный случайный процесс и испытываемые образцы двигателей изготавливать по единой конструкторской и технологической документации, в связи с чем отклонение характеристик «прочности» от образца к образцу будет обусловлено проявлением случайных факторов, тогда закономерности возникновения отказов хорошо описываются экспоненциальным законом:

$$f(\tau) = \begin{cases} \lambda e^{-\lambda\tau}, & \tau \geq 0 \\ 0, & \tau < 0 \end{cases},$$

где $f(\tau)$ — плотность распределения времени безотказной работы;

λ — интенсивность проявления отказов.

Постепенные отказы происходят в результате необратимых явлений усталости и износа. Интенсивность таких отказов с течением времени возрастает. Закономерности рассматриваемой категории отказов обычно достаточно хорошо аппроксимируются нормальным, логнормальным распределениями и законом Вейбулла. В вопросах оценки эффективности ускоренных испытаний мы ограничимся рассмотрением только нормального распределения.

А. Базовый метод, основанный на регистрации исходов испытаний в течение гарантийного ресурса

В данном случае необходимый объем выборки и суммарную продолжительность испытаний будем определять, исходя из условия подтверждения заданного уровня надежности в виде нижней границы вероятности безотказной работы $R_{н.з}$ при доверительной вероятности α .

При качественной информации вида «успех — отказ» и равенстве вероятностей безотказной работы в течение заданного времени испытания τ_0 всех экземпляров двигателей связь между

объемом выборки и показателем надежности $P_{н.з}$ может быть установлена в соответствии с биномиальным распределением [7]

$$N_0(\tau_3) = \frac{\ln(1-\alpha)}{\ln P_{н.з}}$$

Эта зависимость справедлива и в том случае, когда время проведения испытания равно гарантийному ресурсу τ_r , превышающему τ_3 , при условии, что вероятности безотказной работы за время τ_3 и в последующие равные τ_3 промежутки времени также равны. Различие состоит лишь в том, что параметр $N_0(\tau_3)$ имеет в этом случае смысл эквивалентного, т. е. приведенного к заданному времени работы количества двигателей. Необходимый объем выборки при испытаниях в течение времени τ_r определяется из соотношения

$$N_0(\tau_r) = \frac{N_0(\tau_3)}{\kappa},$$

где κ — коэффициент превышения гарантийным ресурсом заданного времени работы, $\kappa = \tau_r/\tau_3$.

Суммарная продолжительность испытаний

$$\sum_{i=1}^{N_0(\tau_r)} \tau_{0i} = \frac{\ln(1-\alpha)}{\ln P_{н.з}} \tau_3.$$

Указанное условие справедливости биномиального распределения реализуется при неизменной во времени интенсивности отказов, т. е. при экспоненциальном распределении времени безотказной работы, когда имеют место только внезапные отказы.

При возрастающей во времени интенсивности λ , что характерно при нашем условии для постепенных отказов, использование указанной зависимости приведет к завышению объема испытаний. Тем не менее и в таких случаях испытания планируют исходя из экспоненциального распределения, учитывая то обстоятельство, что последующие оценки надежности не окажутся завышенными.

Соответственно коэффициенты, характеризующие эффективность ускоренных испытаний по сравнению с типовыми испытаниями в течение гарантийного ресурса, могут быть уточнены с помощью следующих зависимостей:

$$K_\tau = \frac{N_y \sum_{i=1}^{\ln P_{н.з}} \tau_y i}{\tau_3 \ln(1-\alpha)}, \quad (4.4)$$

$$K_\tau = \frac{\kappa N_y \ln P_{н.з}}{\ln(1-\alpha)}, \quad (4.5)$$

$$K_9 = K_r \frac{1 + \frac{\sum_{i=1}^{N_y} C_{yi}'' \tau_{yi}}{C' N_y}}{1 + \frac{C_0''}{C'} \tau_r}. \quad (4.6)$$

Б. Базовый метод, основанный на регистрации времен наработки до отказа всех испытуемых образцов

Для случая проявления внезапных отказов связь между объемом выборки и показателем надежности можно найти из соотношения, основанного на экспоненциальном распределении

$$P_n = e^{-\frac{\tau_3}{\tau_{0н}}} = e^{-\frac{\tau_3}{r_3 \tau_0}} = \tilde{P}^{r_3}, \quad (4.7)$$

где $\tau_{0н}$ — нижняя граница средней наработки до отказа, оцененная при заданной доверительной вероятности α ;

τ_0 — среднее значение наработки до отказа по результатам испытаний;

\tilde{P} — точечное значение вероятности безотказной работы;

r_3 — коэффициент, зависящий от объема выборки при заданной доверительной вероятности (см. табл. 11.2 в [39]).

Зависимость (4.7) представлена на рис. 4.2, а в координатах N_0 — P_n для различных значений \tilde{P} и доверительной вероятности $\alpha=0,9$.

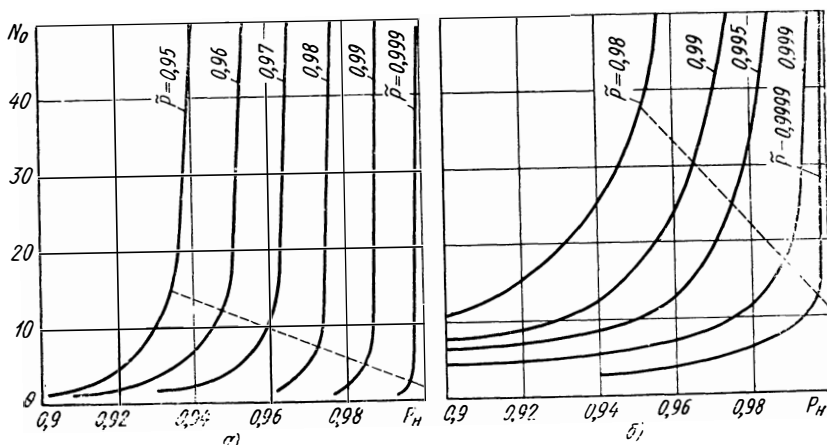


Рис. 4.2. К определению объема испытаний

Обращает на себя внимание тот факт, что по мере увеличения объема испытаний при неизменном точечном значении вероятности безотказной работы «цена» одного испытания для уточнения показателя P_n резко снижается. С учетом этого обстоятельства необходимый объем испытаний может быть определен исходя из следующих предпосылок.

Контроль надежности осуществляется последовательно и в соответствии с результатами испытаний принимается одно из трех возможных решений:

- 1) прекратить испытания с положительным заключением о надежности;
- 2) прекратить испытания и провести доработку конструкции вследствие отрицательного заключения о надежности;
- 3) продолжить испытания в связи с ограниченным объемом статистических данных.

Логические предпосылки, на основании которых вводятся критерии для принятия указанных решений, состоят в следующем.

1. Необходимым условием принятия положительного заключения о надежности является отсутствие отказов в пределах заданного ресурса, а достаточным — выполнение требований по надежности.

2. Решение о продолжении испытаний или прекращении испытаний с отрицательным заключением о надежности должно приниматься с учетом результатов прогноза относительно возможности и целесообразности подтверждения заданного уровня надежности $P_{н.з}$ только путем увеличения объема испытаний в предположении, что точечное значение вероятности безотказной работы \bar{P} останется неизменным. При этом, если $\bar{P} \leq P_{н.з}$, прогноз будет заведомо отрицательным, как это следует из выражения (4.7).

На основании изложенного можно сформулировать следующие правила.

1. Набор статистики прекращается и дается положительное заключение о надежности при условии, если $\bar{P} = 1$ и $P_n \geq P_{н.з}$ (\bar{P} — частота безотказной работы).

2. Испытания прекращаются с отрицательным заключением о надежности:

а) если $\bar{P} < 1$ (имели место отказы);

б) если $\bar{P} = 1$, $\tilde{P} \leq P_{н.з}$;

в) если $\bar{P} = 1$, $\tilde{P} > P_{н.з}$, $P_n < P_{н.з}$,

и в последнем случае требуется нерациональное увеличение объема выборки для подтверждения $P_{н.з}$ в предположении постоянства \tilde{P} . Нерациональным следует считать увеличение

объема испытаний за счет малоинформативного участка кривой $\bar{P} = \text{const}$, например, участка с градиентом $\frac{\partial P_n}{\partial N_0} \leq 0,0005$. Тем самым идем на некоторое увеличение риска забракования вполне нормальной конструкции двигателя, но выигрываем в объеме испытаний при принятии верного решения, если фактическое значение надежности не соответствует заданным требованиям.

3. Испытания продолжаются, если $\bar{P} = 1$, $P_n < P_{н.з}$ и положительный результат прогноза относительно возможности подтверждения требуемой надежности достигается при условии, что $\frac{\partial P_n}{\partial N_0} > 0,0005$ при $\bar{P} = \text{const}$.

На рис. 4.2, а участки кривых $\bar{P} = \text{const}$, начиная с которых градиент $\frac{\partial P_n}{\partial N_0}$ меньше примерно 0,0005, соединены пунктирной линией, близкой к прямой в диапазоне значения $P_n = 0,95 \div 0,995$.

Принятые правила означают, что предельный объем испытаний при последовательной процедуре принятия решений соответствует ординате границы малых градиентов над точкой на оси P_n , равной $P_{н.з}$. Исходя из этого предельный объем испытаний можно определить по следующей приближенной зависимости с последующим округлением до ближайшего целого

$$N_0 \simeq 12 \left(1 - \frac{P_{н.з} - 0,95}{0,06} \right).$$

Тогда суммарная продолжительность испытаний составит

$$\sum_{i=1}^{N_0} \tau_{0i} \simeq 12 \left(1 - \frac{P_{н.з} - 0,95}{0,06} \right) \bar{\tau}_0. \quad (4.8)$$

Заменив неизвестную среднюю наработку до отказа минимальным ее значением, необходимым для подтверждения заданного уровня надежности, находим

$$\bar{\tau}_{0н} = - \frac{\tau_3}{\ln P_{н.з}}. \quad (4.9)$$

Далее зависимость (4.8) с учетом выражения (4.9) принимает вид

$$\sum_{i=1}^{N_0} \tau_{0i} \simeq - 12 \left(1 - \frac{P_{н.з} - 0,95}{0,06} \right) \frac{\tau_3}{\ln P_{н.з}}. \quad (4.10)$$

Рассмотрим теперь случай проявления постепенных отказов. Связь между объемом испытаний и показателями надежности $N_0 = f(P_n; \bar{P}; \alpha)$ найдем, исходя из условия нормального распре-

деления (см. формулу 5.11). Зависимость $N_0 = f(P_{н.з}; \tilde{P}; \alpha)$ представлена кривыми на рис. 4.2, б.

Повторяя ход логических выводов, проделанный только что в отношении к внезапным отказам, можно определить предельный объем испытаний для случая постепенных отказов по следующей приближенной зависимости

$$N_0 \simeq 35 \left(1 - \frac{P_{н.з} - 0,95}{0,07} \right). \quad (4.11)$$

Отсюда суммарная продолжительность испытаний составит

$$\sum_{i=1}^{N_0} \tau_{0i} \simeq 35 \left(1 - \frac{P_{н.з} - 0,95}{0,07} \right) \bar{\tau}_0.$$

Выразить минимально ожидаемую суммарную продолжительность испытаний как функцию от известных величин $P_{н.з}$, τ_3 в данном случае невозможно, так как при нормальном распределении параметр $\tau_{0н}$ зависит не только от указанных характеристик, но и от неизвестного среднеквадратического отклонения времени наработки до отказа.

Следовательно, коэффициенты, определяющие эффективность ускоренных испытаний по сравнению с типовыми испытаниями, проводимыми по программе до отказа, могут быть уточнены следующим образом:

— для случая проявления внезапных отказов

$$K_\tau = \frac{\sum_{i=1}^{N_y} \tau_{yi}}{-12 \left(1 - \frac{P_{н.з} - 0,95}{0,06} \right) \frac{\tau_3}{\ln P_{н.з}}}, \quad (4.12)$$

$$K_r = \frac{N_y}{12 \left(1 - \frac{P_{н.з} - 0,95}{0,06} \right)}, \quad (4.13)$$

$$K_s = K_\tau \frac{1 + \frac{\sum_{i=1}^{N_y} C_{yi}'' \tau_{yi}}{C' N_y}}{1 - \frac{\tau_3}{\ln P_{н.з}} \frac{C_0''}{C'}}; \quad (4.14)$$

— для случая проявления постепенных отказов

$$K_{\tau} = \frac{\sum_{i=1}^{N_y} \tau_{y i}}{35 \left(1 - \frac{P_{н.з} - 0,95}{0,07} \right) \bar{\tau}_3}, \quad (4.15)$$

$$K_{\tau} = \frac{N_y}{35 \left(1 - \frac{P_{н.з} - 0,95}{0,07} \right)}, \quad (4.16)$$

$$K_{\vartheta} = K_{\tau} \frac{1 + \frac{\sum_{i=1}^{N_y} C_{y i}'' \tau_{y i}}{C' N_y}}{1 + \frac{C_0''}{C'} \bar{\tau}_0}. \quad (4.17)$$

Результаты, полученные в данном параграфе, будут использованы далее при анализе эффективности конкретных моделей ускоренных испытаний.

МОДЕЛИ УСКОРЕННЫХ ИСПЫТАНИЙ

В соответствии с принятой классификацией в настоящей главе рассмотрены математические модели ускоренных испытаний при эксплуатационных значениях «нагрузки» и «прочности», а также модели форсированных и комбинированных испытаний.

С точки зрения оценки надежности известны два пути ускорения испытаний при эксплуатационных значениях «нагрузки» и «прочности».

1. Установление закономерностей поведения «нагрузки» и «прочности» при испытаниях в течение времени $\tau = \tau_3$.

2. Экстраполяция параметров «нагрузки» и «прочности», полученных при $\tau < \tau_3$ на момент времени $\tau = \tau_3$.

Для краткости назовем модель, соответствующую методу 1, моделью типа «нагрузка — прочность», а методу 2 — моделью «нагрузка — прочность — время».

Рассмотрим каждый из перечисленных методов ускоренных испытаний.

§ 1. МОДЕЛИ ТИПА «НАГРУЗКА—ПРОЧНОСТЬ»

Возможность сокращения времени испытаний изделий при использовании моделей «нагрузка — прочность» основана на справедливости соотношения

$$P(\tau_3) = P(X < Y/\tau = \tau_3) = P(\tau > \tau_3), \quad (5.1)$$

где $P(\tau_3)$ — вероятность безотказной работы (ВБР) в течение заданного времени:

$P(X < Y/\tau = \tau_3)$ — вероятность того, что «нагрузка» меньше «прочности» в течение времени $\tau = \tau_3$;

$P(\tau > \tau_3)$ — вероятность того, что время работы до отказа τ превзойдет заданное.

Рассмотрим теперь методы оценки надежности для ряда распределений «нагрузки» и «прочности»: нормального, логарифмически нормального, Вейбулла, Релея (см. табл. 5.1).

Условием безотказности системы является соблюдение неравенства $Y > X$, где Y — «прочность», X — «нагрузка». Для находж-

дения функции ВБР построим на плоскости XOY линию, уравнение которой $X=Y$ (рис. 5.1). Левее и выше прямой (область D) $Y>X$. Следовательно, ВБР есть вероятность попадания случайной точки X, Y в область D , для которой:

$$\left\{ \begin{array}{l} -\infty < Y < \infty \\ -\infty < X < Y \end{array} \right\}$$

или

$$\left\{ \begin{array}{l} -\infty < X < \infty \\ X < Y < \infty \end{array} \right\}.$$

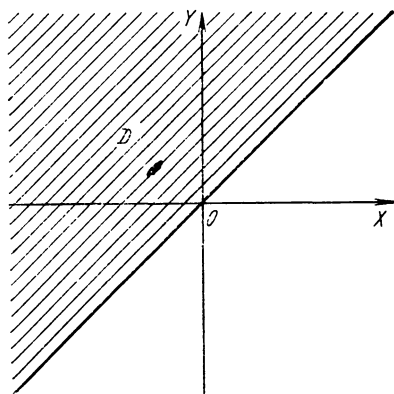


Рис. 5.1. К определению вероятности безотказной работы

При условии независимости X и Y их совместная плотность вероятности находится согласно уравнению

$$\varphi(x, y) = \varphi_1(x) \varphi_2(y).$$

Поэтому функция ВБР определится исходя из зависимости

$$P = \text{Вер}(Y > X) = \int_{-\infty}^{\infty} \varphi_2(y) F_1(y) dy. \quad (5.2)$$

Эту функцию можно также записать в виде

$$P = \text{Вер}(Y > X) = \int_{-\infty}^{\infty} \varphi_1(x) [1 - F_2(x)] dx, \quad (5.3)$$

где F — функция распределения.

В некоторых случаях удобнее оперировать функциями $Z=Y-X$ или $W=Y/X$, характеризующими запас работоспособности системы. Тогда условие безотказности системы определится неравенствами $Z>0$ или $W>1$. Последнее условие справедливо только для области положительных значений X и Y .

Соответственно вероятность безотказной работы определяется путем решения уравнения

$$P(z) = \text{Вер}(Z > 0) = \int_0^{\infty} f(z) dz$$

или уравнения

$$P(w) = \text{Вер}(W > 1) = \int_1^{\infty} \psi(w) dw.$$

Рассмотрим аналитические методы получения нижней границы ВБР для некоторых сочетаний распределения «нагрузки» и «прочности», основанные на решении приведенных зависимостей. При нормальном распределении «нагрузки» и «прочности» получим

$$P = F_0 \left(\frac{M_y - M_x}{\sqrt{\sigma_x^2 + \sigma_y^2}} \right) = F_0(U_P),$$

где M_y, M_x — математические ожидания соответственно «прочности» и «нагрузки»;

σ_y^2, σ_x^2 — дисперсии соответственно «прочности» и «нагрузки»;

F_0 — нормированная функция нормального распределения.

При решении практических задач параметры распределений «нагрузки» и «прочности», как правило, неизвестны, а могут быть определены лишь их оценки $\bar{x}, \bar{y}, S_x^2, S_y^2$. Выборочная квантиль

$$K = \frac{\bar{y} - \bar{x}}{\sqrt{S_x^2 + S_y^2}} = \frac{\bar{z}}{S_z},$$

вычисленная для каждой пары выборок, будет случайным образом колебаться около генеральной квантили U_P . Поэтому, чтобы распространить решение на все выборки из генеральной совокупности, положим, что вычисленная по результатам данного эксперимента выборочная квантиль K^* с вероятностью α оптимистичнее значений квантили K других пар выборок такого же объема, т. е. $\text{Вер}(K^* > K) = \alpha$

или

$$\text{Вер}(\bar{z} - K^* S_z < M_z - U_P \sigma_z) = \alpha,$$

что эквивалентно соотношению

$$\text{Вер} \left(\int_{-\infty}^{\bar{z} - K^* S_z} f(z) dz < \int_{-\infty}^{M_z - U_P \sigma_z} f(z) dz \right) = \text{Вер}(R > P) = \alpha.$$

Откуда следует, что P является нижней границей для вероятности R с доверительной вероятностью α , т. е. $P = P_H$.

В предположении нормального распределения случайного предела $\bar{z} = K^* S_z$ решение уравнения (5.4) получим в виде

$$P = F_0(K^* - U_\alpha \sqrt{\frac{1}{1+d^2} \left(\frac{1}{N_x} + \frac{d^2}{N_y} \right) + \frac{K^{*2}}{1+d^2} [(1-C_{yx}^2) + d^4(1-C_{yy}^2)]}), \quad (5.5)$$

где U_α — квантиль нормального распределения, соответствующая доверительной вероятности α ;

N_x, N_y — объемы выборок соответственно «нагрузки» и «прочности»;

$$d = \frac{S_y}{S_x}, \quad C_v = \frac{\Gamma\left(\frac{v+1}{2}\right)}{\Gamma\left(\frac{v}{2}\right)} \sqrt{\frac{2}{v}}, \quad v = N - 1,$$

здесь Γ — гамма-функция.

Рассмотрим далее случай логарифмически нормального распределения «нагрузки» и «прочности».

В данном случае условие работоспособности удобно представить в виде $Y/X > 1$. Логарифмируя это соотношение, получим эквивалентное условие работоспособности: $\ln Y - \ln X > 0$. Поскольку логарифмически нормальное распределение описывает случайные величины, логарифм которых распределен нормально, решение задачи сводится к рассмотренному выше случаю нормального распределения «нагрузки» и «прочности». Поэтому нижняя граница ВБР находится по зависимости (5.5) при условии, что выборочные характеристики определены после логарифмирования значений «нагрузки» и «прочности».

Если «нагрузка» и «прочность» следуют распределению Вейбулла, то согласно уравнению (5.3)

$$P = \frac{\beta_x}{a_x^{\beta_x}} \int_0^\infty x^{\beta_x-1} e^{-\left[\left(\frac{x}{a_x}\right)^{\beta_x} + \left(\frac{x}{a_y}\right)^{\beta_y}\right]} dx,$$

где a и β — параметры распределения.

Приведенный интеграл не выражается в элементарных функциях. Для частного случая, когда параметр $\beta_x = \beta_y = \beta$,

$$P = \frac{a_y^\beta}{a_x^\beta + a_y^\beta}. \quad (5.6)$$

Если указанное условие выполняется и параметр β известен, то оценка вероятности безотказной работы \bar{P} находится путем замены в формуле (5.6) параметров распределения a_x и a_y их

Таблица 5.1

Распределение	Плотность распределения	Математическое ожидание, M_x	Дисперсия, $D(x)$	Коэффициент вариации, $v(x)$
Нормальное	$f(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(x-a)^2}{2\sigma^2}},$ $-\infty < x < \infty, \sigma > 0,$ $-\infty < a < \infty$	a	σ^2	$\frac{\sigma}{a}$
Логарифмически нормальное	$f(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(\ln x - \mu)^2}{2\sigma^2}}$ $x > 0, \sigma > 0,$ $-\infty < \mu < \infty$	$e^{\mu + \frac{\sigma^2}{2}}$	$e^{2\mu + \sigma^2} (e^{\sigma^2} - 1)$	$\sqrt{e^{\sigma^2} - 1}$
Вейбулла	$f(x) = \frac{\beta}{a^\beta} x^{\beta-1} e^{-\frac{x^\beta}{a^\beta}}$ $x \geq 0, \beta > 0, a > 0$	$a\Gamma\left(\frac{1}{\beta} + 1\right)$	$a^2 \left\{ \Gamma\left(\frac{2}{\beta} + 1\right) - \left[\Gamma\left(\frac{1}{\beta} + 1\right) \right]^2 \right\}$	$\sqrt{\frac{\Gamma\left(\frac{2}{\beta} + 1\right) - \left[\Gamma\left(\frac{1}{\beta} + 1\right) \right]^2}{\left[\Gamma\left(\frac{1}{\beta} + 1\right) \right]^2}}$
Релея	$f(x) = \frac{2x}{a^2} e^{-\frac{x^2}{a^2}},$ $x \geq 0, a > 0$	$0,886 a$	$0,215 a^2$	$0,52$
Экспоненциальное	$f(x) = \lambda e^{-\lambda x},$ $x \geq 0, \lambda > 0$	$\frac{1}{\lambda}$	$\frac{1}{\lambda^2}$	1
Гамма	$f(x) = \frac{\lambda^r}{\Gamma(r)} x^{r-1} e^{-\lambda x}$ $x \geq 0, \lambda > 0, r > 0$	$\frac{r}{\lambda}$	$\frac{r}{\lambda^2}$	$\frac{1}{\sqrt{r}}$

оценками, определенными методом максимума правдоподобия. Эти оценки могут быть получены также по известным выборочным среднему и дисперсии (см. табл. 5.1).

Нижняя граница вероятности безотказной работы может быть определена по приближенной зависимости [19]

$$P_n = \tilde{P} - U_a S_{\tilde{P}}, \quad (5.7)$$

где $S_{\tilde{P}}$ — оценка среднеквадратического отклонения показателя надежности \tilde{P} , полученная методом линеаризации функции P .

Окончательно получим

$$P_n = \tilde{P} \left(1 - \frac{U_a \tilde{P} \tilde{a}_x^\beta}{\tilde{a}_y^\beta} \sqrt{\frac{1}{N_x} + \frac{1}{N_y}} \right).$$

Рассмотрим теперь случай, когда «нагрузка» следует закону Релея, а «прочность» — нормальной плотности распределения. В соответствии с уравнением (5.2)

$$P = 1 - e^{-\frac{M_y^2}{a_x^2 + 2\sigma_y^2}} \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_y} \times \\ \times \int_{-\infty}^{\infty} e^{-\frac{1}{2} \left(\frac{\sqrt{a_x^2 + 2\sigma_y^2}}{a_x \sigma_y} y - \frac{a_x M_y}{\sigma_y \sqrt{a_x^2 + 2\sigma_y^2}} \right)^2} dy.$$

После замены

$$t = \frac{\sqrt{a_x^2 + 2\sigma_y^2}}{a_x \sigma_y} y - \frac{a_x M_y}{\sigma_y \sqrt{a_x^2 + 2\sigma_y^2}}$$

и интегрирования, получим

$$P = 1 - \frac{a_x}{\sqrt{a_x^2 + 2\sigma_y^2}} e^{-\frac{M_y^2}{a_x^2 + 2\sigma_y^2}}.$$

Используя зависимость (5.7) для определения P_n , находим

$$P_n = \tilde{P} - \frac{2U_a(1 - \tilde{P})}{\tilde{a}_x^2 + 2S_y^2} \times \\ \times \sqrt{\left(S_y^2 + \frac{\tilde{a}_x^2 \tilde{y}^2}{\tilde{a}_x^2 + 2S_y^2} \right)^2 \frac{1}{4N_x} + \frac{\tilde{y}^2 S_y^2}{N_y} + S_y^4 \left(\frac{2\tilde{y}^2}{\tilde{a}_x^2 + 2S_y^2} - 1 \right)^2 (1 - C_{y_y}^2)}. \quad (5.8)$$

Приведенные выше зависимости получены без учета погрешностей измерений «нагрузки» и «прочности». Ниже, на примере нормального распределения, для случая $Y=l=\text{const}$ (такая ситуация часто встречается на практике, когда в качестве «прочности» могут быть приняты заданный предел какого-либо параметра либо известная физическая величина), приведен один из возможных методов уточнения оценок ВБР путем учета погрешностей измерений.

Различают два вида погрешностей измерений: систематические и случайные. Интерес представляет учет систематических погрешностей известного происхождения, величина которых, однако, неизвестна. К их числу относится инструментальная погрешность, обусловленная неточностью изготовления и сборки приборов. Естественно, что относительно величины систематической погрешности такого рода можно высказать лишь вероятностные суждения.

Пусть инструментальная погрешность Δ подчиняется нормальному распределению с параметрами $M_{\Delta}=0$ и σ_{Δ}^2 . Если при этом измерения ведутся n приборами, можно указать предельно ожидаемую погрешность

$$\Delta_{\alpha, n} = \pm U_{\alpha} \frac{\sigma_{\Delta}}{\sqrt{n}}.$$

Что касается случайных погрешностей измерений δ , то предполагается, что они распределены нормально с известными параметрами $M_{\delta}=0$ и σ_{δ}^2 .

Задача состоит в определении нижней границы ВБР по известным значениям $\Delta_{\alpha, n}$ и σ_{δ}^2 и выборочным характеристикам распределения замеренных значений параметров \bar{x}_3 и $S_{x_3}^2$. Пусть предел, например, верхний

$$l = M_{x_d} + U_p \sigma_{x_d}$$

ограничивает некоторую долю P распределения действительных значений параметра. Повторив приведенные выше рассуждения для случая нормального распределения «нагрузки» и «прочности», получим

$$\text{Вер}(\bar{x}_3 \pm \Delta_{\alpha, n} + K_3^* S_{x_3} > M_{x_d} + U_p \sigma_{x_d}) = \alpha, \quad (5.9)$$

где

$$K_3^* = \frac{l - \bar{x}_3 \pm \Delta_{\alpha, n}}{S_{x_3}}.$$

При этом величине $\Delta_{\alpha, n}$ необходимо приписывать в конкретной ситуации тот знак, который дает гарантированную оценку вероятности.

Решая уравнение (5.9), находим

$$U_{P_H} = \frac{K_3^* C_v - U_\alpha \sqrt{\frac{1}{N} + K_3^{*2} (1 - C_v^2)}}{\sqrt{1 - \frac{\sigma_0^2}{\sigma_{x_3}^2}}}$$

Для получения гарантированного значения U_{P_H} вместо неизвестной дисперсии $\sigma_{x_3}^2$ запишем верхний доверительный предел $\frac{v}{\chi_{1-\alpha, v}^2} S_{x_3}^2$, где $\chi_{1-\alpha, v}^2$ — квантиль распределения χ -квадрат для вероятности $1 - \alpha$ и $v = N - 1$ степеней свободы. Таким образом,

$$P_H = F_0 \left(\frac{K_3^* C_v - U_\alpha \sqrt{\frac{1}{N} + K_3^{*2} (1 - C_v^2)}}{\sqrt{1 - \frac{\chi_{1-\alpha, v}^2 \sigma_0^2}{v S_{x_3}^2}}} \right). \quad (5.10)$$

При отсутствии погрешностей измерений

$$P_H = F_0 \left(K_3^* C_v - U_\alpha \sqrt{\frac{1}{N} + K_3^{*2} (1 - C_v^2)} \right). \quad (5.11)$$

На рис. 5.2 проиллюстрированы результаты вычислений по формуле (5.10). Как видно из графика, учет погрешностей измерений приводит к существенному уточнению показателей надежности.

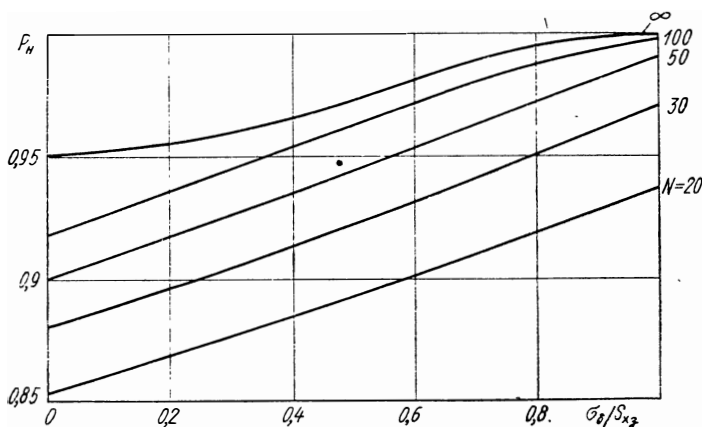


Рис. 5.2. К учету влияния погрешностей измерений на P_H

Мы рассмотрели примеры аналитических методов определения нижней границы ВБР. Для сочетаний некоторых распределений не удастся получить аналитические решения в законченном виде или они оказываются слишком громоздкими. В этих случаях нижняя граница ВБР может быть определена с применением метода статистического моделирования на ЭЦВМ.

Определение ВБР методом статистического моделирования при известных генеральных распределениях «нагрузки» и «прочности» сводится к следующей процедуре, осуществляемой с помощью ЭЦВМ [18].

В соответствии с заданными распределениями осуществляется реализация N пар независимых значений «нагрузки» и «прочности» и сравнение в каждой паре их величин. Тогда ВБР при большом числе опытов приблизительно равна $P = m/N$, где m — число случаев, когда $y_i > x_i$. Если вместо неизвестных генеральных параметров используются их выборочные характеристики, полученные экспериментальным путем, указанное решение дает лишь точечную оценку ВБР — \tilde{P} . Рассмотрим задачу получения нижней границы ВБР. Допустим, что имеется большое число выборок «нагрузки» и «прочности» постоянного объема и соответствующие им точечные оценки ВБР, расположенные в вариационный ряд $\tilde{P}_1 < \tilde{P}_2 < \dots < \tilde{P}_r$. Поскольку доверительная вероятность α имеет смысл ожидаемой частоты правильных выводов при многократном повторении опытов, то нижняя граница ВБР будет соответствовать точечной оценке с порядковым номером в вариационном ряду $r(1-\alpha)$, т. е. $P_H = \tilde{P}_{r(1-\alpha)}$.

Для получения ряда значений \tilde{P}_i на ЭЦВМ зададим плотность вероятности оценок генеральных параметров «нагрузки» и «прочности». Если распределения оценок неизвестны, то приближенно можно принимать их нормальными, поскольку метод максимума правдоподобия и метод приравнивания моментов дают асимптотически нормальные оценки. При наличии зависимости между параметрами распределения задается совместная плотность вероятности оценок. Параметры распределения оценок определяются на основании экспериментальных данных известными методами. В соответствии с заданными распределениями оценок осуществляется r циклов по их реализации и для каждого r_i цикла определяется значение \tilde{P}_i методом статистического моделирования либо приближенным решением функции надежности в виде (5.2), (5.3), после чего из вариационного ряда находится $P_H = \tilde{P}_{r(1-\alpha)}$.

Сравнение результатов, полученных методом статистического моделирования и аналитическим путем для нескольких вариантов распределений «нагрузки» и «прочности» и ряда исходных данных показывает удовлетворительную сходимость. При этом, начиная с объемов выборок $N_x = N_y = 20 \div 30$, расхождения в ре-

зультатах практически несутественны. Сходимость результатов улучшается с увеличением показателей надежности.

Преимущество данного метода состоит также в том, что он позволяет в ряде случаев исключить либо ослабить допущения, неизбежные при аналитическом решении задачи. Например, при нормальном распределении «нагрузки» и «прочности» вместо допущения о нормальном распределении случайного предела $\bar{z} - K^* S_z$ используются точные распределения выборочного среднего и дисперсии (нормальное и χ -квадрат соответственно).

Сделаем одно важное замечание по анализу результатов испытаний для количественной оценки надежности. В общем случае поведение «нагрузки» и «прочности» представляют собой случайные процессы. Если работоспособность устройства после снятия критической нагрузки восстанавливается и, следовательно, в процессе испытаний каждого образца возможен параллельный замер реализаций этих процессов, то при оценке надежности рассматривается распределение значений «нагрузки» и «прочности» в тех сечениях процессов, где запас работоспособности наименьший. В противном случае, учитывая, что «прочность» является невозрастающей функцией во времени, ее определяют по истечении времени испытаний τ_3 , когда она минимальна, и рассматривают распределение наименьших значений «прочности» и наибольших — «нагрузки», что приводит к гарантированной оценке надежности. Эти положения относятся в равной степени к моделям испытаний, рассматриваемым далее.

Оценка эффективности ускоренных испытаний с использованием модели «нагрузка — прочность»

Для начала рассмотрим базовый метод оценки эффективности, основанный на регистрации исходов испытаний в течение гарантийного ресурса. Если закон распределения «нагрузки» и «прочности» нормальный, то повторив рассуждения, которые привели к оценке целесообразного количества испытуемых образцов при нормальном распределении времени наработки до отказа, получим зависимость

$$N_y = 35 \left(1 - \frac{P_{н.з} - 0,95}{0,07} \right).$$

Будем предполагать, что «нагрузка» и «прочность» определяются на одних образцах. Тогда показатели эффективности примут вид

$$K_\tau \approx -15 [\ln P_{н.з}] \left(1 - \frac{P_{н.з} - 0,95}{0,07} \right),$$

$$K_\tau \approx -15 [\ln P_{н.з}] \left(1 - \frac{P_{н.з} - 0,95}{0,07} \right) z,$$

$$K_3 \approx -K_T \frac{1 + \frac{C_0^*}{C'} \tau_3}{1 + \frac{C_0^*}{C'} \tau_T}$$

Последнее выражение получено при условии, что $C_y'' = C_0''$. Зависимости K_τ и K_T для $\kappa=1$ представлены на рис. 5.5. Как видим, чем выше требования к надежности, тем целесообразнее применение модели «нагрузка — прочность».

Рассмотрим теперь базовый метод, основанный на регистрации времени наработки до отказа всех испытуемых образцов.

В этом случае коэффициенты, определяющие эффективность ускоренных испытаний, могут быть представлены в следующем виде:

— для внезапных отказов

$$K_\tau = -3 \ln P_{н.з};$$

$$K_T = 3,$$

$$K_3 = 3 \frac{1 + \frac{C_0^*}{C'} \tau_3}{1 - \frac{C_0^*}{C'} \frac{\tau_3}{\ln P_{н.з}}}$$

— для постепенных отказов

$$K_\tau = \frac{\tau_3}{\tau_0},$$

$$K_T = 1,$$

$$K_3 = \frac{1 + \frac{C_0^*}{C'} \tau_3}{1 + \frac{C_0^*}{C'} \frac{\tau_3}{\tau_0}}$$

§ 2. МОДЕЛИ ТИПА «НАГРУЗКА — ПРОЧНОСТЬ — ВРЕМЯ»

Метод экстраполяции показателей надежности на заданное время работы зависит от характера поведения параметров «нагрузки» и «прочности» во времени. Для упрощения систематизации возможных вариантов совместного поведения «нагрузки» и «прочности» на рис. 5.3 приведена классификация моделей отказов. Рассматриваются два варианта поведения «нагрузки»: когда она постоянна либо она изменяется в соответствии с параметрами стационарного случайного процесса $M_x(\tau) = M_x = \text{const}$ и $D_x(\tau) = D_x = \text{const}$. Вопросы прогнозирования надежности при программном изменении «нагрузки» будут рассмотрены при изучении моделей форсированных испытаний.

Исследование ведется при допущении постоянства «нагрузки» в процессе испытания с учетом того, что ЖРД оснащены регулирующими элементами для стабилизации нагрузок, а флуктуации «нагрузок» от испытания к испытанию обусловлены случайными погрешностями настройки. Предположение о стационарном случайном процессе допустимо в тех случаях, когда ЖРД настроен на один режим, но в связи с отсутствием систем для его поддержания случайными флуктуациями параметров пренебречь нельзя.

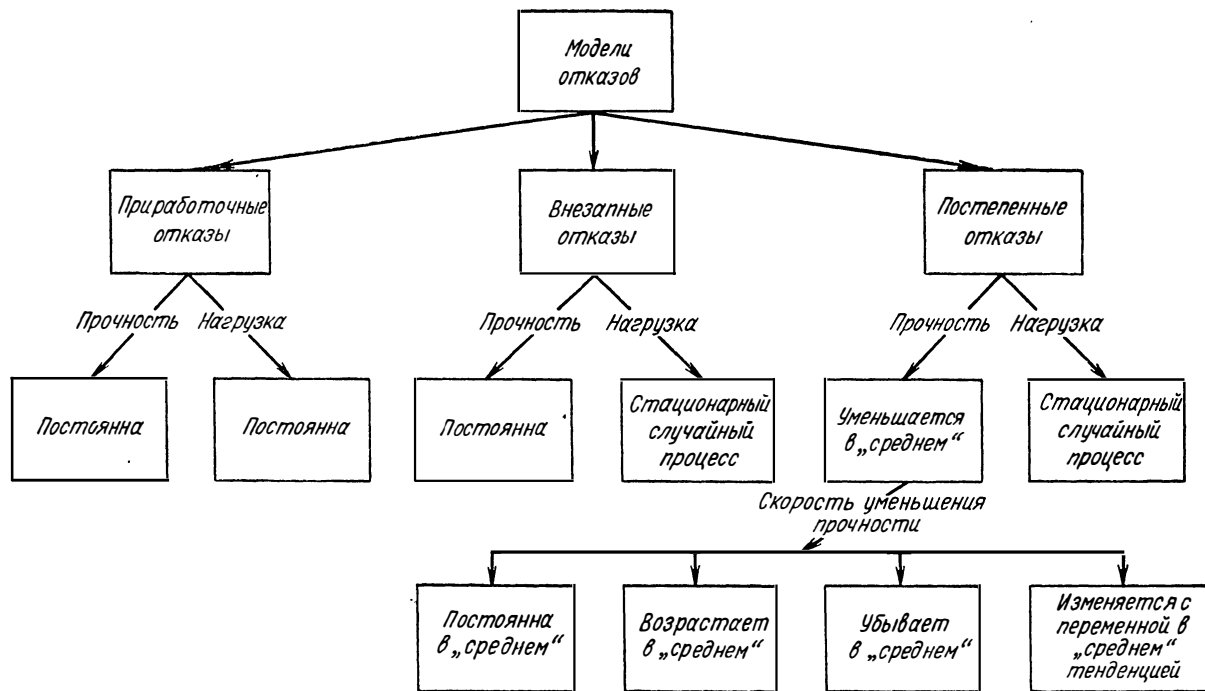


Рис. 5.3. Классификация моделей отказов

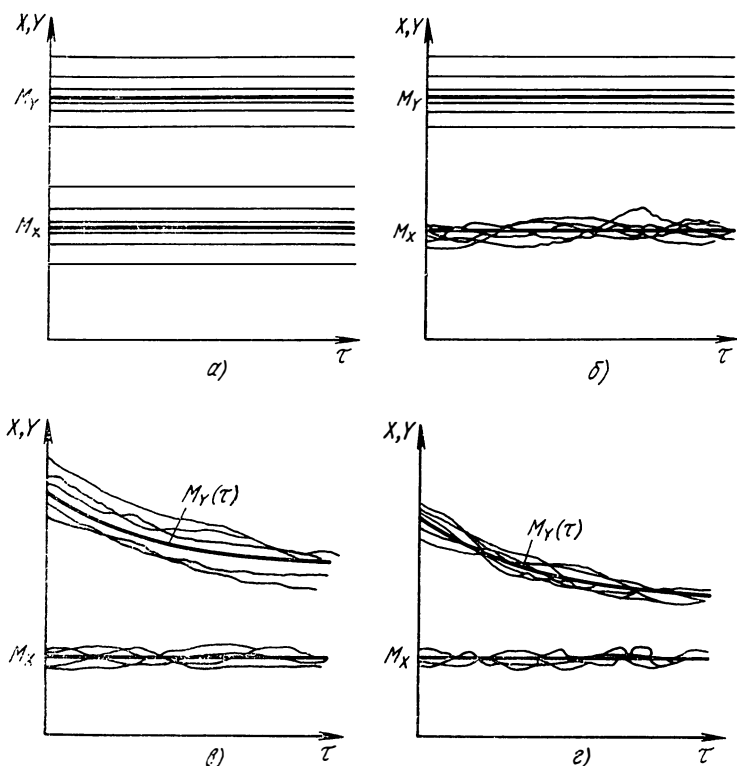


Рис. 5.4. Идеализированные схемы поведения «нагрузки» и «прочности» на установившемся режиме работы

В соответствии с представленной выше схемой анализ «прочности» ведется через градиент ее уменьшения. Как будет показано выше, связь скорости потери «прочности» с механизмом явления обычно более очевидна, чем у интегральной характеристики — потери «прочности» во времени.

Ниже приведено математическое описание различных видов моделей совместного поведения «нагрузки» и «прочности».

Рассмотрим случай, когда «нагрузка» и «прочность» постоянны. Такая ситуация изображена на рис. 5.4, а. Очевидно, что с вероятностью $P\{Y > X\}$ двигатель проработает безотказно в течение заданного времени τ_3 и с вероятностью $q\{Y \leq X\} = 1 - P\{Y > X\}$ откажет в момент времени $\tau = 0$.

Переходя к интервальным оценкам, указанные соотношения перепишем в следующем виде:

$$P_n\{Y > X\} : \tau = \tau_3$$

$$q_n\{Y \leq X\} = 1 - P_n\{Y > X\} : \tau = 0.$$

Так как в этом случае отказ возможен лишь в начальный момент времени, то вероятность безотказной работы не зависит

от продолжительности испытаний. Основываясь на этом факте, нижнюю границу вероятности безотказной работы в течение τ_3 можно определить, проведя испытания при времени $\tau_y < \tau_3$, достаточном для установления факта постоянства во времени «нагрузки» и «прочности». Если из предварительных исследований этот факт установлен, то время испытаний может быть сокращено до величины, достаточной для достоверного замера параметров. Определение $P_n\{Y < X\}$ осуществляется методом, изложенным выше, по известным значениям \bar{x} , \bar{y} , S_x .

S_y , N_x , N_y . Такая модель довольно часто используется для определения параметрической составляющей надежности, например, надежности обеспечения заданного диапазона изменения основных параметров и т. п. Аналогичные рассуждения можно привести и для случая, когда надежность является функцией не непрерывной, а дискретной величины, например, для числа циклов включений — выключений. Тогда нижняя граница вероятности безотказной работы, вычисленная для количества циклов $r_y < r_3$, является тождественной характеристикой надежности для заданного числа циклов r_3 .

Отказы, возникающие в начальный период работы из-за возможных производственных дефектов, относятся к категории приработочных. Очевидно, что рассмотренная выше упрощенная модель описывает отказы именно такого рода. Упрощение состоит, в основном, в том, что модель исходит из условия мгновенной индикации качества изготовления изделий. В действительности для выявления даже грубых дефектов может потребоваться определенный промежуток времени, равный от 5 до 20 с, в течение которого происходит рост и стабилизация тепловых, вибрационных и других видов нагрузок на элементы двигателя в процессе запуска.

Оценим эффективность такого вида ускоренных испытаний. Очевидно, что в качестве базового в этом случае необходимо применить метод испытаний в течение гарантийного ресурса, так как при справедливости рассматриваемых условий требование о проведении испытаний всей выборки до момента обнаружения приработочных отказов лишено смысла. Поэтому коэффициенты, характеризующие эффективность ускоренных испытаний, можно представить так:

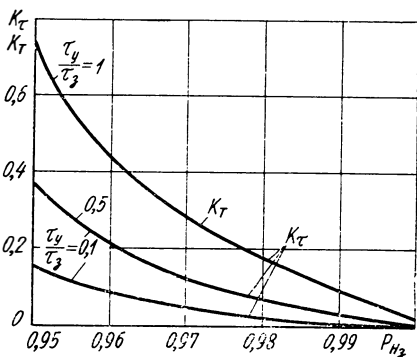


Рис. 5.5. Эффективность ускоренных испытаний по методу «нагрузка—прочность» и «нагрузка—прочность—время»

$$K_{\tau} = -15 [\ln P_{н.з}] \left(1 - \frac{P_{н.з} - 0,95}{0,07} \right) \frac{\tau_y}{\tau_3}, \quad (5.12)$$

$$K_{\tau} = -15 [\ln P_{н.з}] \left(1 - \frac{P_{н.з} - 0,95}{0,07} \right) z. \quad (5.13)$$

Зависимости (5.12) и (5.13) приведены на рис. 5.5. Как видно из графиков, изучение закономерностей поведения «нагрузки» и «прочности» во времени повышает эффективность метода «нагрузка — прочность» по сравнению с базовым методом в отношении суммарной продолжительности испытаний. При этом расход материальной части остается практически неизменным. Ожидаемая эффективность этого метода ускоренных испытаний тем значительнее, чем выше требования к надежности

Коэффициент экономической эффективности

$$K_{э} = K_{\tau} \frac{1 + \frac{C_0''}{C'} \tau_y}{1 + \frac{C_0''}{C'} \tau_r}.$$

Рассмотрим теперь случай, когда «нагрузка» соответствует стационарному случайному процессу, а «прочность» стабильна во времени. Характер изменения в этом случае «нагрузки» и «прочности» приведен на рис. 5.4, б. Такое поведение параметром нами уже обсуждалось при определении внезапных отказов (см. гл. 4). Известно, что такая схема распределения отказов соответствует экспоненциальному закону.

Если факт указанного поведения параметров установлен в течение промежутка времени $\tau_y < \tau_3$ и известны закономерности поведения «нагрузки» и «прочности» к моменту времени τ_y , то нижняя граница вероятности безотказной работы двигателя в течение времени τ_3 может быть установлена следующим образом.

Определяем нижнюю границу вероятности безотказной работы в течение τ_y по методу «нагрузка — прочность»:

$$P_{н}(\tau_y) = \text{Вер} \{ Y > X / \tau = \tau_y \}.$$

Далее, учитывая экспоненциальный закон распределения отказов, определим верхнюю границу для интенсивности отказов

$$\lambda_b = - \frac{\ln P_{н}(\tau_y)}{\tau_y}$$

и искомое значение нижней границы

$$P_{н}(\tau_3) = e^{[\ln P_{н}(\tau_y)] \frac{\tau_3}{\tau_y}}. \quad (5.14)$$

Значение показателей эффективности метода ускоренных испытаний, когда в качестве базового принимается метод испытаний в течение гарантийного ресурса, такое же, как и для модели с постоянными «нагрузкой» и «прочностью».

Если в качестве базового принят метод испытаний до отказа, то ожидаемые значения показателей эффективности составляют

$$K_{\tau} = -3 \frac{\tau_y}{\tau_3} \ln P_{н.з}; \quad (5.15)$$

$$K_{\tau} = 3;$$

$$K_3 = 3 \frac{1 + \frac{C_0''}{C'} \tau_y}{1 - \frac{C_0''}{C'} \frac{\tau_3}{\ln P_{н.з}}}.$$

Нетрудно убедиться, что по продолжительности испытаний этот метод намного экономичнее, чем испытания до отказа, но при этом требуется в несколько раз больше материальной части. Что касается экономики, то здесь могут возникнуть различные ситуации в зависимости от показателей стоимости, заданного и ускоренного времени работы. При этом заметим, что из сопоставления выражений (5.12) и (5.15) следует, что с точки зрения суммарной продолжительности испытания до проявления внезапных отказов при высоких уровнях надежности менее предпочтительны, чем испытания в течение гарантийного ресурса.

Далее рассмотрим случай, когда «нагрузка» соответствует стационарному случайному процессу, а «прочность» уменьшается. Формально изменение скорости разупрочнения материала конструкции можно представить в виде

$$\dot{\tau}(\tau) = v(\tau) + q(\tau), \quad (5.16)$$

где $v(\tau)$ — систематическая составляющая скорости изменения «прочности».

В общем случае систематическая составляющая скорости для данной реализации может случайным образом изменяться от испытания к испытанию. В выражении (5.16) параметр $q(\tau)$ характеризует случайную составляющую скорости изменения «прочности».

Примем допущение, что составляющая $q(\tau)$ изменяется в соответствии со стационарным случайным процессом относительно систематической составляющей $v(\tau)$.

Стационарный случайный процесс, описываемый центрированной функцией $q(\tau)$, удовлетворяет, как известно, двум условиям:

$$M_q(\tau) = 0;$$

$$D_q(\tau) = D_q = \text{const.}$$

Значение «прочности» в функции от времени определяется согласно зависимости

$$y(\tau) = y_0 - \int_0^{\tau} [v(\tau) + \varrho(\tau)] d\tau,$$

где y_0 — начальное значение «прочности».

Отсюда следует, что математическое ожидание «прочности» равно

$$M_y(\tau) = M_{y_0} - \int_0^{\tau} M_v(\tau) d\tau. \quad (5.17)$$

Соответственно дисперсия

$$D_y(\tau) = D_{y_0} + D_{y/v}(\tau) + D_{y/\varrho}(\tau),$$

где D_{y_0} — дисперсия «прочности» в момент времени $\tau=0$;

$D_{y/\varrho}(\tau) = D_y \left\{ \int_0^{\tau} \varrho(\tau) d\tau \right\}$ — дисперсия «прочности», обусловленная случайной составляющей скорости;

$D_{y/v}(\tau) = D_y \left\{ \int_0^{\tau} v(\tau) d\tau \right\}$ — дисперсия «прочности», обусловленная систематической составляющей скорости.

Для определения дисперсии $D_{y/v}(\tau)$ применим метод линеаризации функции случайных аргументов [7]. Предварительно запишем функцию $v(\tau)$ как $v(\tau, a_1, a_2, \dots, a_n)$, где a_i — коэффициенты, случайным образом изменяющиеся от испытания к испытанию.

Тогда

$$\begin{aligned} D_{y/v}(\tau) &= D_y \left\{ \int_0^{\tau} v(\tau, a_1, a_2, \dots, a_n) d\tau \right\} = \\ &= \sum_{i=1}^n \left[\frac{\partial}{\partial a_i} \int_0^{\tau} v(\tau, a_1, a_2, \dots, a_n) d\tau \right]_M^2 Da_i = \\ &= \sum_{i=1}^n \left[\int_0^{\tau} \frac{\partial}{\partial a_i} v(\tau, a_1, a_2, \dots, a_n) d\tau \right]_M^2 Da_i. \end{aligned}$$

В представленном выше выражении индекс «М» у квадратной скобки означает, что после проведения дифференцирования и интегрирования вместо каждого аргумента необходимо подставить его математическое ожидание.

Таким образом, для дисперсии «прочности» можно записать зависимость

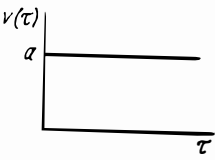
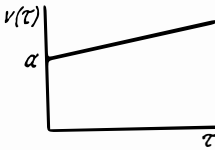
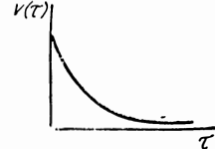
$$D_y(\tau) = D_{y_0} + D_{y/q} + \sum_{i=1}^n \left[\int_0^{\tau} \frac{\partial}{\partial a_i} v(\tau, a_1, a_2, \dots, a_n) d\tau \right]^2 D_{a_i}. \quad (5.18)$$

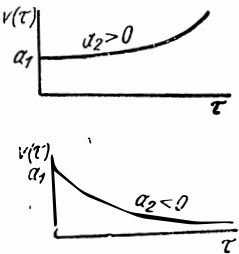
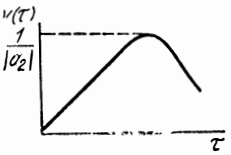
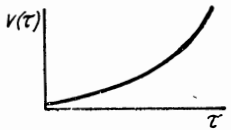
Нижнюю границу вероятности безотказной работы в течение времени τ_3 по результатам замеров рассматриваемых процессов в течение времени $\tau < \tau_3$ можно определить следующим путем. Вначале определяем нижние границы вероятности безотказной работы методом «нагрузка — прочность» для нескольких временных интервалов $[0 \div \tau_i] < [0 \div \tau_y]$, затем строим функцию надежности $P_H(\tau)$ на участке $[0 \div \tau_y]$ и экстраполируем ее на время τ_3 .

Если случайными флуктуациями «нагрузки» и «прочности» в процессе испытаний можно пренебречь ($D_{y/q} = 0$; $D_{x/q} = 0$), то, определив оценки математического ожидания и дисперсии на основании соотношений (5.17) и (5.18), найдем нижнюю границу вероятности безотказной работы, используя соответствующие зависимости § 1.

В табл. 5.2 приведены некоторые функции детерминистической составляющей скорости и соответствующие им оценки математического ожидания и дисперсии «прочности» как функции времени. Приведенные функции охватывают случаи постоянной, возрастающей, убывающей, а также возрастающей до некоторого времени, затем убывающей скорости. В последнем случае функция может характеризовать процесс износа, если вначале процесс прогрессирует во времени, а затем развитие его идет замедленно. Такое явление может наблюдаться, например, в случае отложения твердых частиц на внутренних поверхностях газогенератора при работе двигателя. С одной стороны, уменьшение проходного сечения вызывает уход за установленные пределы рабочей характеристики газогенератора с возрастающей скоростью, с другой стороны, при этом интенсифицируется унос осевших частиц газовым потоком и с некоторого момента времени скорость изменения характеристики начнет снижаться.

Мы рассмотрели случай, когда детерминистическая составляющая скорости изменения «прочности» варьируется от испытания к испытанию. Однако бывают случаи, когда детерминистическая составляющая скорости практически постоянна от испытания к испытанию, характерны лишь случайные флуктуации относительно математического ожидания. Такой процесс характерен для изделий высокого качества изготовления, стабильных нагрузок при испытаниях, что в целом приводит к хорошей воспроизводимости процесса накопления усталостных повреждений. Для реализаций падения «прочности» в этом случае характерно то, что они тесно переплетаются (см. рис. 5.4, з).

Функция детерминированной составляющей скорости изменения „прочности“ $v(\tau)$	График скорости изменения „прочности“	Параметры функции изменения „прочности“	
		Оценка математического ожидания $\bar{y}(\tau)$	Оценка дисперсии $S_y^2(\tau)$
a		$\bar{y}_0 - \bar{a}\tau$	$S_{y_0}^2 + \tau^2 S_a^2$
$a\tau$		$\bar{y}_0 - \bar{a} \frac{\tau^2}{2}$	$S_{y_0}^2 + \frac{\tau^4}{4} S_a^2$
$\frac{a}{1 + \tau}$		$\bar{y}_0 - \bar{a} \ln(1 + \tau)$	$S_{y_0}^2 + [\ln(1 + \tau)]^2 S_a^2$

$a_1 e^{a_2 \tau}$		$\bar{y}_0 - \frac{\bar{a}_1}{a_2} (e^{\bar{a}_2 \tau} - 1)$	$S_{y_0}^2 + \frac{(e^{\bar{a}_2 \tau} - 1)^2}{\bar{a}_2^2} S_{a_1}^2 + \frac{\bar{a}_1^2}{\bar{a}_2^4} \times$ $\times [(\bar{a}_2 \tau - 1) e^{\bar{a}_2 \tau} + 1]^2 S_{a_2}^2$
$a_1 \tau e^{a_2 \tau} (a_2 < 0)$		$\bar{y}_0 - \frac{\bar{a}_1}{\bar{a}_2} \times$ $\times [(\bar{a}_2 \tau - 1) e^{\bar{a}_2 \tau} + 1]$	$S_{y_0}^2 + \frac{1}{\bar{a}_2^4} [(\bar{a}_2 \tau - 1) e^{\bar{a}_2 \tau} + 1]^2 S_{a_1}^2 +$ $+ \bar{a}_1^2 \left[\frac{e^{\bar{a}_2 \tau} (\bar{a}_2^2 \tau^2 - 2\bar{a}_2 \tau + 2) - 2}{\bar{a}_2^3} \right]^2 S_{a_2}^2$
$a \tau^{a-1} (a > 1)$		$\bar{y}_0 - \bar{\tau}^{\bar{a}}$	$S_{y_0}^2 + \bar{\tau}^{2\bar{a}} \ln^2 \tau S_a^2$

С формальной точки зрения для оценки дисперсии изменения «прочности» в данном случае необходимо было бы в соответствующих зависимостях дисперсии параметров a_i детерминистической составляющей скорости положить равными нулю. В итоге можно было бы сделать вывод о том, что дисперсия «прочности» не зависит от времени и равна начальному значению D_{y_0} . Но этот вывод не подтверждается на практике, что связано с идеализацией модели падения «прочности». Теорией доказывается [9], что дисперсия «прочности» все же возрастает со временем. Так, в случае линейных реализаций с вариацией скорости $v(\tau)$ дисперсия D_y растет пропорционально τ^2 (см. табл. 5.2). Это обстоятельство может быть использовано для проверки гипотезы об однородности начального качества исследуемого процесса при изучении реализаций износа. Выражения для показателей эффективности модели «нагрузка — прочность — время» с уменьшающейся «прочностью» совпадают с соответствующими показателями эффективности модели рис. 5.4, б.

Важно подчеркнуть, что точность оценки надежности при использовании моделей вида «нагрузка — прочность — время» существенно зависит от достоверности исследования динамики изменения параметров и от погрешностей, связанных с экстраполяцией. Поэтому к результатам, полученным по моделям данного вида, необходимо относиться весьма критически, если они не базируются на знании физических предпосылок разупрочнения и анализе обширных эмпирических данных.

§ 3. МОДЕЛИ ФОРСИРОВАННЫХ УСКОРЕННЫХ ИСПЫТАНИЙ

Безотказность двигателя и отдельных его элементов в большой мере зависит от режима работы ε , который характеризуется некоторой совокупностью факторов, воздействующих на «нагрузку» и «прочность». К таковым относятся давления, температуры, пульсации и т. п. Режим работы условимся считать нормальным, если ни один из воздействующих факторов не выходит за заданные пределы, соответствующие условиям эксплуатации. Очевидно, что для приведения результатов форсированных испытаний к нормальному режиму необходимо располагать некоторой мерой, характеризующей способность двигателя противостоять воздействию факторам. В качестве такой меры может быть принята мера ресурса, как время, соответствующее определенному значению вероятности проявления отказа ($\omega = q$) или уровню определяющего параметра ($\omega = y$) [27].

Зависимость меры ресурса от режимов работы может быть установлена с помощью функции связи вида

$$\frac{T_0^{(\omega)}}{T_{\phi}^{(\omega)}} = f(\varepsilon_0, \varepsilon_{\phi}, \omega), \quad (5.19)$$

где $T^{(\omega)}$ — мера ресурса работоспособности.

Индекс «0» приписан параметрам нормального, а «ф» — форсированного режимов работы.

В отличие от традиционного представления о форсировании как о повышении уровня режима работы двигателя, под форсированным будем понимать только такой режим, который удовлетворяет условию $T_{\phi}^{(\omega)} < T_0^{(\omega)}$. Например, в отношении к низкочастотной устойчивости или охлаждению камеры сгорания пониженный режим по давлению фактически является форсированным, так как он приводит к уменьшению меры ресурса работоспособности.

Если функция связи известна из предварительных экспериментальных исследований, то достаточно испытать одну партию изделий в форсированном режиме и значение уровня ω , например, верхней границы вероятности отказа $q_{вз}$, полученное за время

$$T_{(\phi)}^{\omega} = \frac{T_0^{(\omega)}}{f(\varepsilon_0, \varepsilon_{\phi}, \omega)},$$

отнести ко времени $T_0^{(\omega)}$ и нормальному режиму работы ε_0 .

Установление функции связи в виде (5.19) требует чрезмерно большого объема испытаний, причем даже при незначительных изменениях конструкции узла функция связи может изменяться существенным образом. Проведение таких исследований может быть оправданным для простых нормализованных однотипных узлов, режим работы которых может изменяться в ограниченном пределе в зависимости от целевого назначения и характеристик двигателя.

Задача упрощается в том случае, когда функция связи в определенном диапазоне режимов E не зависит от уровня ω , т. е. является линейной

$$\frac{T_0^{(\omega)}}{T_{\phi}^{(\omega)}} = f(\varepsilon_0, \varepsilon_{\phi}) = \text{const.}$$

Условия линейности функции связи для одного и двухпараметрических законов распределения можно формулировать следующим образом [26]:

- 1) при изменении режима работы должен сохраняться вид распределения;
- 2) для двухпараметрических распределений коэффициент вариации $v_{\tau} = \frac{\sigma_{\tau}}{M_{\tau}}$ должен быть постоянным и не зависеть от режима работы.

Применительно к распределению Вейбулла это означает, в частности, требование постоянства параметра β , а для Гамма-распределения — постоянства параметра r , поскольку коэффициенты вибраций Вейбулла и Гамма-распределений являются однозначной функцией этих параметров (см. табл. 5.1).

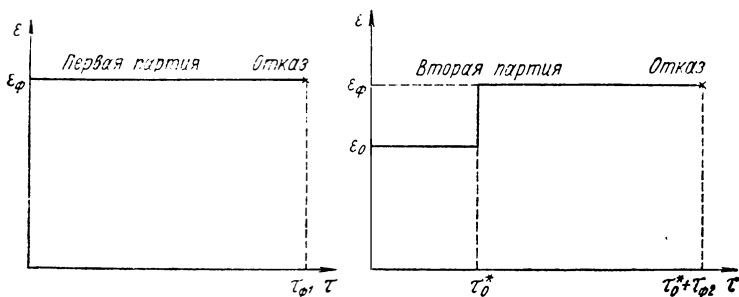


Рис. 5. 6. Метод непрерывного «доламывания»

Если функция связи неизвестна из априорных данных, то проведения испытаний только одной партии в форсированном режиме недостаточно. Для того чтобы получить недостающую информацию, необходимо испытать дополнительную выборку изделий, например, по одной из следующих программ:

1) в режиме ε_0 до фиксированного промежуточного уровня ω_0 , который ниже уровня, соответствующего отказам всех испытанных образцов;

2) в режиме ε_0 фиксированное время τ_0^* , а затем в форсированном режиме ε_ϕ до уровня ω_ϕ , который ниже уровня, соответствующего отказам всех испытанных образцов;

3) в режиме ε_0 фиксированное время τ_0^* , а затем в форсированном режиме ε_ϕ до отказа всей выборки (метод непрерывного «доламывания»);

4) циклическое нагружение чередованием режимов ε_0 и ε_ϕ до отказа всей выборки (метод циклического «доламывания»).

В ряде случаев циклические испытания ЖРД многократного включения целесообразно проводить по программе «запуск — двухступенчатый цикл — выключение», что позволяет полнее учитывать влияние динамических нагрузок, возникающих при переходных режимах на суммарную продолжительность работы двигателя. Программу форсированных ресурсных испытаний первой партии в этом случае целесообразно модифицировать в программу форсированных циклических испытаний. Циклическая скорость смены режимов может рассматриваться при этом как дополнительный фактор, воздействующий на ресурс работоспособности [41].

Очевидно, максимальный объем информации о надежности можно извлечь из программы 3 и 4-й, так как испытания ведутся до предельного уровня, соответствующего граничным условиям. Эти программы представлены на рис. 5. 6 и 5. 7.

Возможность приведения результатов испытаний методом «доламывания» к эксплуатационным условиям обусловлена

влиянием нормального режима работы на остаточную долговечность изделий, испытанных затем в форсированном режиме. Наиболее заметно закономерности этого влияния могут проявиться при испытаниях «стареющих» систем, т. е. тех, для которых характерно постепенное накопление усталостных повреждений. Примеры типичных «стареющих» систем — механическая прочность и жаростойкость конструкции. Проведение форсированных испытаний методами «доламывания» систем, основной вид разрушения которых может быть описан моделями для внезапных отказов, неэффективно.

Математические модели пересчета результатов испытаний, полученных при реализации указанных программ, к нормальному режиму основаны на так называемом физическом принципе надежности [32]. Одна из возможных формулировок этого принципа сводится к следующему.

Пусть E — множество режимов работы, при которых не нарушается физическая природа отказов, $q(\tau, \varepsilon)$ — вероятность отказа в течение времени работы τ в режиме ε , $q(\tau, \varepsilon/\tau_1, \varepsilon_1)$ — вероятность отказа в течение времени τ в режиме ε при условии, что изделие проработало до этого безотказно время τ_1 в режиме ε_1 . Тогда физический принцип надежности может быть сформулирован следующим образом: если при ε_1 и $\varepsilon_2 \subset E$

$$q(\tau_1, \varepsilon_1) = q(\tau_2, \varepsilon_2),$$

то для любого момента времени τ справедливо равенство

$$q(\tau, \varepsilon/\tau_1, \varepsilon_1) = q(\tau, \varepsilon/\tau_2, \varepsilon_2).$$

Это значит, что надежность изделия при условии $\varepsilon \subset E$ зависит от величины выработанного им ресурса и не зависит от того, как выработан этот ресурс. Одним из следствий физического принципа надежности для случая линейных моделей является спра-

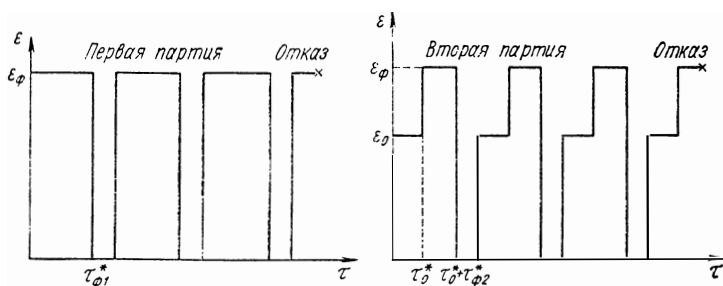


Рис. 5 7. Метод циклического «доламывания»

ведливость соотношения

$$\sum_{j=1}^k \frac{M_{\tau_j}(\varepsilon_j)}{M_{\tau_1}(\varepsilon_j)} = 1, \quad (5.20)$$

где k — число ступеней режимов работы;

$M_{\tau_1}(\varepsilon_j)$ — математическое ожидание времени безотказной работы при испытаниях в одну ступень в режиме ε_j ;

$M_{\tau_j}(\varepsilon_j)$ — математическое ожидание времени работы на j -й ступени в режиме ε_j .

Используя данное отношение, легко установить зависимость для оценки математического ожидания времени безотказной работы в случае методов непрерывного и циклического «доламывания». Если на первой ступени за время τ_0^* не наблюдаются отказы, то математическое ожидание времени безотказной работы в нормальном режиме при методе непрерывного «доламывания» определяется исходя из зависимости

$$M_{\tau_0} = \frac{\tau_0^*}{1 - \frac{M_{\tau_{\phi 2}}}{M_{\tau_{\phi 1}}}}.$$

Соответственно оценка математического ожидания времени безотказной работы в нормальном режиме составит

$$\bar{\tau}_0 = \frac{\tau_0^*}{1 - \frac{\bar{\tau}_{\phi 2}}{\bar{\tau}_{\phi 1}}}, \quad (5.21)$$

где

$$\bar{\tau}_{\phi 2} = \frac{\sum_{i=1}^{N_{\phi 2}} \tau_{\phi 2i}}{N_{\phi 2}}; \quad \bar{\tau}_{\phi 1} = \frac{\sum_{i=1}^{N_{\phi 1}} \tau_{\phi 1i}}{N_{\phi 1}},$$

$N_{\phi 1}$, $N_{\phi 2}$ — количество испытанных образцов соответственно в первой и второй партиях.

Математическое ожидание времени безотказной работы в нормальном режиме в случае метода циклического «доламывания» определится исходя из выражения

$$M_{\tau_0} = \frac{M_{\tau_{02}}}{1 - \frac{M_{\tau_{\phi 2}}}{M_{\tau_{\phi 1}}}}.$$

Соответственно оценку M_{τ_0} получим как

$$\bar{\tau}_0 = \frac{\bar{\tau}_{02}}{1 - \frac{\bar{\tau}_{\phi 2}}{\bar{\tau}_{\phi 1}}},$$

где

$$\bar{\tau}_{02} = \frac{1}{N_{\phi 2}} \sum_{i=1}^{N_{\phi 2}} [\tau_{02}^*(r_i - 1) + \tau_{02}^*(r_i)],$$

$$\bar{\tau}_{\phi 2} = \frac{1}{N_{\phi 2}} \sum_{i=1}^{N_{\phi 2}} [\tau_{\phi 2}^*(r_i - 1) + \tau_{\phi 2}^*(r_i)],$$

$$\bar{\tau}_{\phi 1} = \frac{1}{N_{\phi 1}} \sum_{i=1}^{N_{\phi 1}} [\tau_{\phi 1}^*(r_i - 1) + \tau_{\phi 1}^*(r_i)],$$

где r_i — число циклов до отказа i -го образца;
 $\tau_{02}^*(r_i)$, $\tau_{\phi 2}^*(r_i)$, $\tau_{\phi 1}^*(r_i)$ — времена работы в последнем r_i цикле.

Остальные обозначения приведены на рис. 5.7.

Из условия постоянства коэффициента вариации в нормальном и форсированном режимах работы среднее квадратическое отклонение времени безотказной работы в нормальном режиме как в случае непрерывного, так и циклического «доламывания» равно

$$\sigma_{\tau_0} = \frac{M_{\tau_0}}{M_{\tau_{\phi 1}}} \sigma_{\tau_{\phi 1}}.$$

Оценка среднего квадратического отклонения

$$S_{\tau_0} = \frac{\bar{\tau}_0}{\bar{\tau}_{\phi 1}} S_{\tau_{\phi 1}}. \quad (5.22)$$

Зависимость (5.21) была получена Х. Б. Кордонским в предположении постоянства скорости накопления повреждений и хорошего переплетения реализаций износа [16]. Очевидно, что эти предположения должны быть эквивалентны требованию сохранения вида закона и постоянства коэффициентов вариации для времени безотказной работы как в нормальном, так и форсированном режимах работы. Действительно, линейные реализации износа описывает Гамма-распределение, плотность которого определяется выражением, представленным в табл. 5.1. При этом параметр r означает количество внутренних повреждений до отказа, которое не зависит от рабочего режима. Коэффициент вариации Гамма-распределения является функцией только па-

параметра r

$$\tau'_\tau = \frac{1}{r}$$

и, следовательно, также не зависит от режима работы.

Основываясь на анализе формирования законов распределения при различных моделях накопления повреждений можно убедиться в том, что условия сохранения вида распределения и постоянства коэффициента вариации при переходе с одного режима на другой могут соблюдаться при определенных условиях и в случае переменной скорости накопления повреждений. Так, например, условие линейности функции связи выполняется, если в зоне нормальных и форсированных режимов сохраняется поток отказов, описываемый распределением Релея. Однако данное распределение формируется не при постоянной, а при возрастающей скорости накопления усталостных повреждений, пропорциональной времени (см. гл. 6). К этому выводу нетрудно прийти и путем непосредственного анализа закономерностей потери работоспособности.

Рассмотрим для этого в качестве количественного критерия накопления усталостных повреждений (меры повреждения) соотношение

$$Q = \frac{\eta^*}{\eta},$$

где η^* — величина повреждений, накопленных к моменту времени τ^* ;

η — величина повреждений, соответствующая отказу. Очевидно, что параметр Q изменяется в пределах $0 \leq Q \leq 1$.

Если средняя скорость накопления повреждений может быть определена как

$$v(\tau) = a\tau,$$

то мера повреждений

$$Q = \frac{\int_0^{\tau^*} a\tau d\tau}{\int_0^{\tau} a\tau d\tau} = \left(\frac{\tau^*}{\tau}\right)^2.$$

На основании данного выражения запишем следующее дифференциальное уравнение

$$Q^{-\frac{1}{2}} dQ = \frac{2}{\tau} d\tau^*.$$

Решение этого уравнения для условий работы на первой ступени в режиме ϵ_0 дает зависимость

$$Q_0 = \left(\frac{\tau_0^*}{\tau_0} \right)^2. \quad (5.23)$$

Аналогично для второй ступени получим

$$Q_{\Phi 2} - Q_0^2 = \frac{\tau_{\Phi 2}}{\tau_{\Phi 1}}. \quad (5.24)$$

Решая теперь совместно уравнения (5.23) и (5.24), определим

$$\bar{\tau}_0 = \frac{\tau_0^*}{1 - \frac{\tau_{\Phi 2}}{\tau_{\Phi 1}}}$$

при условии, что $Q_{\Phi 2} = 1$.

Данное выражение соответствует выражению (5.21), справедливому для линейной функции связи.

Рассмотрим теперь другой пример, когда средняя скорость накопления повреждений возрастает согласно зависимости

$$v(\tau) = C\tau^{d-1}, \quad (d > 1), \quad (5.25)$$

где C — постоянный коэффициент. В этом случае $Q = (\tau^*/\tau)^d$. Путем аналогичных выкладок, выполненных в предыдущем примере, найдем, что

$$\tau_0 = \frac{\tau_0^*}{\left(1 - \frac{\tau_{\Phi 2}}{\tau_{\Phi 1}}\right)^{d_{\Phi}/d_0}}. \quad (5.26)$$

Из последнего выражения следует, что линейная модель справедлива, если $d_{\Phi} = d_0$, т. е. если для описания скорости при переходе с одного режима на другой достаточно скорректировать только коэффициент C в формуле (5.25).

Скорость накопления повреждений в виде (5.25) соответствует распределению Вейбулла (см. гл. 6). При этом коэффициент d играет роль параметра формы распределения β .

Следовательно, условие $d_{\Phi} = d_0$ справедливости линейной модели тождественно условию постоянства параметра формы распределения Вейбулла при нормальном и форсированном режимах работы.

Соотношение (5.26) и частные условия, при которых они выносятся в линейные модели, могут быть получены аналогичным образом и для других видов законов. Таким образом, ограничения, которые приводят к линейной функции связи, существенно слабее, чем требование постоянства скорости накопления

повреждений. Это обстоятельство позволяет значительно расширить область применения уравнения (5.21), в частности, при форсированных испытаниях ЖРД.

В некоторых случаях даже при нарушении условия линейности функции связи можно сознательно применять линейные модели, если это не приводит к нежелательным последствиям. Последние могут быть выражены в виде ложного заключения о достижении заданного уровня надежности. Если принятие линейной модели приводит к недопустимым погрешностям при пересчете результатов форсированных испытаний, необходима дополнительная информация для введения поправок на нелинейность. Например, такой информацией в последнем примере является соотношение параметров d в формуле скорости для форсированного и нормального режимов, т. е. d_{ϕ}/d_0 . Соответственно формулу для среднеквадратического отклонения, которая получена исходя из условия постоянства коэффициента вариации, в этом случае также необходимо уточнить, воспользовавшись зависимостью

$$\sigma_{\tau_0} = \sqrt{\left(\frac{\partial \tau_0}{\partial \tau_{\phi 2}}\right)_M^2 \sigma_{\tau_{\phi 2}}^2 + \left(\frac{\partial \tau_0}{\partial \tau_{\phi 1}}\right)_M^2 \sigma_{\tau_{\phi 1}}^2}$$

с последующей подстановкой вместо математических ожиданий случайных аргументов их оценок. Для условий рассматриваемого примера, если отношение d_{ϕ}/d_0 известно,

$$S_{\tau_0} = \frac{\bar{\tau}_0}{\frac{d_0}{d_{\phi}} (\bar{\tau}_{\phi 1} - \bar{\tau}_{\phi 2})} \sqrt{S_{\tau_{\phi 2}}^2 + \left(S_{\tau_{\phi 1}} \frac{\bar{\tau}_{\phi 2}}{\bar{\tau}_{\phi 1}}\right)^2}.$$

Если среднее значение $\bar{\tau}_0$ и среднеквадратическое отклонение времени безотказной работы S_{τ_0} определены по результатам ускоренных испытаний, тогда нижняя граница вероятности безотказной работы может быть определена по формулам, приведенным в § 1 настоящей главы.

Поскольку эквивалентом испытания одного образца в нормальном режиме в случае метода «доламывания» служат испытания двух образцов: одного в форсированном, а другого — в ступенчатом режимах, то при определении показателя R_n необходимо оперировать числом пар образцов N_{ϕ} , испытанных в форсированном и ступенчатом режимах.

Рассмотрим теперь зависимость для определения нижней границы R_n при нормальном законе распределения безотказной работы по результатам испытаний методом непрерывного «доламывания»

$$R_n = F_0 \left(K_P C_{\phi} - U_{\alpha} \sqrt{\frac{1}{N_{\phi}} + K_P^2 (1 - C_{\phi}^2)} \right).$$

Ее анализ позволяет установить весьма полезный с практической точки зрения результат в случае линейного накопления повреждений. Пусть время работы образцов второй партии в нормальном режиме равно заданному, т. е. $\tau_0^* = \tau_3$.

Учитывая, что в случае линейного накопления повреждений справедливо соотношение

$$\frac{\tau_0}{\tau_{\phi 1}} = \frac{a_{\phi}}{a_0},$$

где a_{ϕ} , a_0 — скорости накопления повреждений соответственно в форсированном и нормальном режимах, можно записать

$$\tau_0 = \tau_3 + \frac{a_{\phi}}{a_0} \tau_{\phi 2},$$

откуда

$$\bar{\tau}_0 = \tau_3 + \frac{\bar{a}_{\phi}}{a_0} \bar{\tau}_{\phi 2}, \quad (5.27)$$

$$S_{\tau_0} = \frac{\bar{a}_{\phi}}{a_0} S_{\tau_{\phi 2}}. \quad (5.28)$$

Подставляя (5.27), (5.28) в выражение для $K_p = \frac{\bar{\tau}_0 - \tau_3}{S_{\tau_0}}$, получим

$K_p = \frac{\bar{\tau}_{\phi 2}}{S_{\tau_{\phi 2}}}$ и, следовательно,

$$P_n = F_0 \left(\frac{\bar{\tau}_{\phi 2}}{S_{\tau_{\phi 2}}} C_{\nu\phi} - U_{\alpha} \sqrt{\frac{1}{N_{\phi}} + \left(\frac{\bar{\tau}_{\phi 2}}{S_{\tau_{\phi 2}}} \right)^2 (1 - C_{\nu\phi}^2)} \right).$$

Как видим, в выражении для P_n отсутствуют параметры результатов испытаний образцов в одну ступень в форсированном режиме. Следовательно, при справедливости линейной гипотезы накопления повреждений достаточно испытать одну партию образцов методом непрерывного «доламывания», назначив при этом $\tau_0^* = \tau_3$.

Приведем зависимости для оценки эффективности форсированных ускоренных испытаний, взяв в качестве примера метод непрерывного «доламывания».

А. Базовый метод основан на регистрации исходов испытаний в течение гарантийного ресурса. При этом

$$K_{\tau} = \frac{N_{\phi} (\tau_0 + \bar{\tau}_{\phi 1} + \bar{\tau}_{\phi 2}) \ln P_{n,3}}{\tau_3 \ln(1 - \alpha)},$$

где N_{ϕ} — число пар образцов, один из которых испытан в форсированном, а другой — в ступенчатом режимах. Если решения

принимают последовательно после испытаний каждой пары образцов, то характеристику N_{Φ} можно оценить с помощью зависимости (4.11). Тогда для $\alpha=0,9$

$$K_{\tau} = - \frac{15 \left(1 - \frac{P_{н.з} - 0,95}{0,07} \right) (\tau_0^* + \bar{\tau}_{\Phi 1} + \bar{\tau}_{\Phi 2}) \ln P_{н.з}}{\tau_3};$$

$$K_{\tau} = -30 \left(1 - \frac{P_{н.з} - 0,95}{0,07} \right) \times \ln P_{н.з};$$

$$K_{\Phi} = K_{\tau} \frac{1 + \frac{C_0''}{C'} \tau_0^* + \frac{C_{\Phi}''}{C'} (\bar{\tau}_{\Phi 1} + \bar{\tau}_{\Phi 2})}{1 + \frac{C_0''}{C'} \tau_{\tau}}$$

Б. Базовый метод основан на регистрации времени наработки до отказа всех испытуемых образцов. В этом случае

$$K_{\tau} = \frac{\tau_0^* + \bar{\tau}_{\Phi 1} + \bar{\tau}_{\Phi 2}}{\bar{\tau}_0};$$

$$K_{\tau} = 2;$$

$$K_{\Phi} = 2 \frac{1 + \frac{C_0''}{C'} \tau_0^* + \frac{C_{\Phi}''}{C'} (\bar{\tau}_{\Phi 1} + \bar{\tau}_{\Phi 2})}{1 + \frac{C_0''}{C'} \bar{\tau}_0}$$

Зависимости получены при условии $N_{\Phi} = N_0$, обеспечивающем одинаковую достоверность результатов форсированных и нормальных испытаний (без учета достоверности предварительных исследований). Как видим, с точки зрения расходования материальной части форсированные испытания всегда менее эффективны, чем испытания в нормальном режиме до отказа всех образцов. Если функция связи линейна, выражение для K_{τ} может быть преобразовано к виду

$$K_{\tau} = \frac{\tau_0^*}{\bar{\tau}_0} \left(1 - \frac{\bar{\tau}_{\Phi 1}}{\bar{\tau}_0} \right) + 2 \frac{\bar{\tau}_{\Phi 1}}{\bar{\tau}_0}.$$

Данная зависимость представлена на рис. 5.8. Из нее следует, что проведение форсированных испытаний методом «доламывания» неэффективно при любых значениях $\tau_0^*/\bar{\tau}_0$, если форсирование не обеспечивает более чем двукратное сокращение среднего времени испытаний в форсированном режиме по сравнению со средним временем испытаний в нормальном режиме. Значение τ_0^* с точки зрения эффективности целесообразно выбирать по

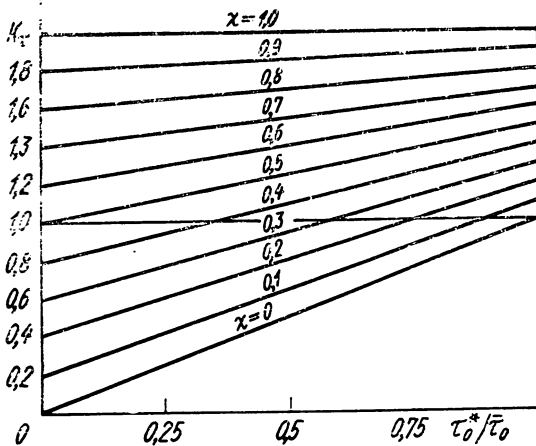


Рис. 5.8. Эффективность ускоренных испытаний методом непрерывного «доламывания»

возможности меньшим, но таким, чтобы утрата ресурса работоспособности оказывала более существенное влияние на среднюю наработку в последующем форсированном режиме, чем случайные вариации средней наработки, обусловленные ограниченностью выборки.

Для количественной оценки ожидаемой эффективности форсированных испытаний можно воспользоваться зависимостями средней долговечности от напряжений и температур, полученными по результатам испытаний образцов из различных металлов и сплавов [22]. Естественно, что такая оценка будет носить сугубо ориентировочный характер, поскольку реальные конструкции из тех же металлов и сплавов из-за особенностей формы, местных концентраций напряжений, влияния вибраций не могут строго подчиняться этим зависимостям.

§ 4. КОМБИНИРОВАННЫЕ УСКОРЕННЫЕ ИСПЫТАНИЯ

Возможность проведения комбинированных ускоренных испытаний возникает в случае, когда из предварительных исследований установлена зависимость «нагрузки» или «прочности» от режима работы.

Допустим, что известна модель, например, «прочности» от режимов работы вида

$$y = f(\varepsilon, a_1, a_2, \dots, a_k) \quad (5.29)$$

в области допустимых режимов $\varepsilon \in E$, причем параметры a_i неизвестны. Для определения параметров a_i проводим k серий

опытов в одной серии испытаний N_{ϕ} . Коэффициенты, характеризующие эффективность комбинированных испытаний, совпадают с соответствующими коэффициентами в моделях «нагрузка — прочность» и «нагрузка — прочность — время», если в зависимостях (5.29) и (5.30) неизвестным является один параметр, следовательно, необходимо провести одну серию испытаний. В противном случае, объем комбинированных испытаний превосходит объем испытаний при использовании указанных моделей. Тем не менее проведение таких испытаний, как правило, целесообразно, поскольку позволяет вести активный поиск «слабейших» конструктивных элементов. Часто бывает определена более частная, чем соотношения (5.29) и (5.30), функциональная зависимость параметров «прочности» в различных режимах, например, вида

$$y_1 = f(y_2, \varepsilon_1, \varepsilon_2, c_1, c_2, \dots, c_n).$$

План проведения испытаний и схема обработки их результатов в таком случае принципиально не отличаются от рассмотренных выше.

В заключение подчеркнем, что достоверность оценки надежности по результатам форсированных и комбинированных испытаний в сильной мере зависит от достоверности предварительных исследований, с учетом которых назначен метод испытаний и выбрана математическая модель приведения результатов испытаний к нормальным режимам. Поэтому первостепенное значение приобретают исследования природы и механизма отказов, а также систематизация и анализ данных, полученных при испытаниях однотипных систем на различных режимах, доведенных до математических зависимостей типа функции связи, функции скорости накопления повреждений и т. п. в зависимости от режимов работы.

§ 5. ПРИМЕРЫ РЕШЕНИЯ НЕКОТОРЫХ ПРАКТИЧЕСКИХ ЗАДАЧ

Приведем примеры, иллюстрирующие применение рассмотренных моделей при решении практических задач. Принятые исходные данные являются условными.

Пример 1. Конструктивными мерами повышен уровень управляющего сигнала перекрывного клапана, лимитирующего выполнение требований надежности ЖРД ($P_{н.з} \geq 0,995$ при $\alpha = 0,90$). Клапан открывается при запуске и удерживается в открытом положении в процессе всей работы двигателя давлением горячего, отбираемого за насосом. Достаточность принятых конструктивных мер оценим по методу «нагрузка — прочность». При этом за «нагрузку» принимаем разность давлений горячего в управляющей полости и на входе в клапан $\Delta p = p_{упр} - p_{вх}$, соответствующую минимальному давлению в камере $p_{к \min}$, поскольку

для рассматриваемой системы неблагоприятным является низкий режим работы. За «прочность» примем разность давлений, соответствующую моменту начала закрытия клапана.

Достоверное определение «нагрузки» возможно обеспечить по результатам специальных испытаний клапанов в составе ЖРД при $p_{к\text{ min}}$, а «прочности» — при автономных испытаниях тех же клапанов в условиях стенда.

Продолжительность испытаний и экономические затраты определяются в основном испытаниями клапана в составе ЖРД, а поэтому ожидаемая минимальная эффективность метода по сравнению с испытаниями в течение гарантийного ресурса для следующих исходных данных

$$\frac{C_0''}{C'} = 0,001 \text{ 1/с, } \tau_3 = 300 \text{ с; } \tau_r = 3\tau_3$$

составляет (см. § 1):

$$K_\tau = -15 \left(1 - \frac{0,995 - 0,95}{0,07} \right) \ln 0,995 = 0,027,$$

$$K_r = 3 \cdot 0,027 = 0,081,$$

$$K_s = 0,081 \frac{1 + 0,001 \cdot 300}{1 + 0,001 \cdot 3 \cdot 300} = 0,055.$$

Как видим, применение метода «нагрузка — прочность» эффективно.

Надежность клапана оценивается последовательно, начиная с объема выборки $N_y = 3$ по формуле (5.5), так как по результатам испытаний клапанов подобной конструкции и аналогично целевому назначению установлено, что распределение «нагрузки» и «прочности» соответствует нормальной плотности. Значение «нагрузки» и «прочности», результаты расчетов, принимаемые в соответствии с указанными выше (§ 2, гл. 4) критериями решения, приведены в табл. 5.3.

Таблица 5.3

№ по нор.	«Нагрузка» x_i бар	«Прочность» y_i бар	\bar{x} бар	\bar{y} бар	S_x бар	S_y бар	\bar{P}	\tilde{P}	P_n	Решение по итогам испытаний
1	46,6	19,2								—
2	37,4	18,1								—
3	39,7	19,1	41,2	18,8	4,7	0,6	1	1	0,967	Испытания продолжить
4	45,9	17,9	42,4	18,6	4,6	0,7	1	1	0,994	То же
5	36,5	19,4	41,2	18,7	4,7	0,7	1	1	0,997	Испытания прекратить

Испытания прекращены в связи с положительным заключением о надежности. Фактическая эффективность проведенных испытаний в данном случае составляет

$$K_{\tau} = \frac{5 \cdot 300 \ln 0,995}{300 \ln 0,1} = 0,011,$$

$$K_{\tau} = 3 \cdot 0,011 = 0,033,$$

$$K_{\tau} = 0,033 \frac{1 + 0,001 \cdot 300}{1 + 0,001 \cdot 3 \cdot 300} = 0,022.$$

Пример 2. В процессе опытного производства ЖРД проводятся контрольно-технологические испытания продолжительностью $\tau_{\text{кти}} = 0,5 \tau_3$. Одной из контролируемых характеристик является устойчивость внутрикамерных процессов.

При обработке результатов испытаний за «нагрузку» приняты амплитуды колебаний газов в камере двигателя, за «прочность» — амплитуды развитых автоколебаний, предшествующие разрушению материальной части.

Для оперативности принятия решения относительно обеспечения выполнения требований по надежности ($P_{\text{н.з}} \geq 0,95$ при $\alpha = 0,95$) принят скользящий последовательный контроль. При этом объем выборки ограничен 15-ю изделиями.

К началу опытного производства имеется следующая априорная информация:

- а) «нагрузка» подчиняется распределению Релея;
- б) «прочность» распределена в соответствии с нормальным законом и параметрами $M_y = 2,8$ бар, $\sigma_y = 0,2$ бар;
- в) интенсивность отказов по причине неустойчивой работы камеры двигателя на установившемся режиме в пределах гарантийного ресурса не зависит от продолжительности испытаний.

Указанные исходные данные позволяют применить схему расчета «нагрузка — прочность — время».

В данном случае показательным является лишь критерий эффективности K_{τ} , характеризующий оперативность принятия решения при рассматриваемом методе контроля по сравнению с методом контроля надежности, использующим качественную информацию вида «успех — отказ»

$$K_{\tau} = \frac{N_y \cdot \tau_{\text{кти}} \ln P_{\text{н.з}}}{\tau_3 \ln (1 - \alpha)} = \frac{15 \cdot 0,5 \ln 0,99}{\ln 0,05} = 0,025.$$

Исходные данные по «нагрузке», результаты расчетов и принимаемые решения для одного из этапов контроля приведены в табл. 5.4. Нижняя граница вероятности безотказной работы определяется по формуле (5.8) с последующим приведением к заданному времени функционирования согласно зависимости

№ по пор.	«Нагрузка», бар	\tilde{a}_x	\bar{P}	P_n	Прогнозируемое значение P_n	Решение
1	0,8	—	—	—	—	—
2	1,2	—	—	—	—	—
3	1,0	1,02	1	0,987	0,993	Контроль продолжить
4	1,2	1,06	1	0,984	0,990	То же
5	0,9	1,03	1	0,988	0,992	„
6	1,1	1,04	1	0,987	0,991	„
7	1,4	1,10	1	0,975	0,980	Провести доработку конструкции

(5.14). Решение принимается в соответствии с методикой, представленной в гл. 4, за исключением случая $\bar{P}=1$ и $P_n < P_{н.з.}$. Поскольку нами введено ограничение на максимальный объем выборки, в ситуации $\bar{P}=1$ и $P_n < P_{н.з.}$ решение принимаем в зависимости от результатов прогноза выполнения требований к надежности при условии неизменности выборочных параметров распределения при объеме выборки $N_y=15$.

Пример 3. При проведении ресурсных испытаний выявлен критический в отношении усталостной долговечности элемент — входной коллектор турбины. Решено оценить выполнение требований к надежности ($P_{н.з.} \geq 0,997$ при $\alpha=0,95$ для $\tau_3=400$ с) по результатам форсированных испытаний методом непрерывного «поламывания». Форсирование осуществляется путем повышения давления и температуры. Предварительные исследования показали, что в назначенном диапазоне форсирования допустимо принять линейную функцию связи

$$\frac{T_0^{(\omega)}}{T_\Phi^{(\omega)}} = f(t^0, p),$$

а закон распределения усталостной долговечности — логнормальный.

В соответствии с методикой гл. 4 решение принимаем последовательно, начиная с результатов испытаний трех пар образцов. После каждой пары испытаний проверяем по критерию Стьюдента значимость расхождений характеристик $\bar{\tau}_{\Phi 1}$ и $\bar{\tau}_{\Phi 2}$

$$\vartheta = \frac{\bar{\tau}_{\Phi 1} - \bar{\tau}_{\Phi 2}}{\sqrt{S_{\tau_{\Phi 1}}^2 + S_{\tau_{\Phi 2}}^2}} \sqrt{N_\Phi}.$$

№ по пор.	τ_0^* с	$\tau_{\phi 2}$ с	$\tau_{\phi 1}$ с	$\bar{\tau}_{\phi 2}$ с	$\bar{\tau}_{\phi 1}$ с	$S_{\tau_{\phi 2}}$ с	$S_{\tau_{\phi 1}}$ с	$\bar{\tau}_0$ с	S_{τ_0} с	Значимость расхожде- ния $\bar{\tau}_{\phi 1}$ и $\bar{\tau}_{\phi 2}$	P_H	Решение
1		225	272	—	—	—	—	—	—	—	—	—
2		171	331	—	—	—	—	—	—	—	—	—
3	800	123	375	173	326	51	52	1705	272	Значимо	0,850	Испытание про- должить
4		106	394	156	343	53	54	1467	231	"	0,980	То же
5		137	359	152	346	47	47	1427	194	"	0,999	Испытание пре- кратить, так как $P_H > P_{H.з}$

Если $|\vartheta| < \vartheta_{q,v}$, участок τ_0^* должен быть увеличен; $\vartheta_{q,v}$ — критическое значение критерия ϑ для уровня значимости q и $v = 2(N_{\phi} - 1)$ степеней свободы. Расчеты ведем в следующей последовательности:

1) определяем выборочные характеристики — среднее и дисперсию на форсированных режимах $\bar{\tau}_{\phi 1}$, $\bar{\tau}_{\phi 2}$, $S_{\tau_{\phi 1}}^2$, $S_{\tau_{\phi 2}}^2$;

2) находим аналогичные характеристики $\bar{\tau}_0$ и $S_{\tau_{\phi}}^2$, соответствующие нормальному режиму, по формулам (5.21) и (5.22);

3) по известным $\bar{\tau}_0$, $S_{\tau_0}^2$ определяем $\ln \bar{\tau}_0$, $S_{\ln \tau_0}^2$, используя зависимости логнормального распределения (см. табл. 5.1);

4) нижнюю границу вероятности безотказной работы находим по формуле (5.11).

Данные по наработке каждого экземпляра обоих выборок, результаты расчетов и принимаемые решения приведены в табл. 5.5. Коэффициенты эффективности ускоренных испытаний по сравнению с испытаниями до отказа в нормальном режиме работы составляют (см. § 3)

$$K_{\tau} = \frac{800 + 152 + 346}{1427} = 0,91,$$

$$K_r = 2,$$

$$K_{\vartheta} = 2 \frac{1 + 0,001 \cdot 800 + 0,001 \cdot 498}{1 + 0,001 \cdot 1427} = 1,89.$$

Пример 4. Допустим, определены условия срыва безкавитационной работы центробежного насоса при температуре окислителя $t^{\circ} = 50^{\circ} \text{C}$, окислитель — 98%-ная азотная кислота.

$$p_{cp 50^{\circ}} = 3,35; 3,47; 3,52; 3,21; 3,30; 3,58; 3,23; 3,42;$$

$$3,60; 3,20 \text{ бар}; (\bar{P}_{cp 50^{\circ}} = 3,39; S_{p_{cp 50^{\circ}}} = 0,152).$$

Оценим с коэффициентом доверия $\alpha=0,9$ вероятность безотказной работы насоса при условии, что предельная температура окислителя в условиях эксплуатации не превышает $t \leq 30^\circ \text{C}$. За «нагрузку» примем минимальное давление на входе в насос ($p_{\text{вх min}}=3,9$ бар), а за «прочность» — давление срыва потока.

Распределение характеристики «прочности» примем нормальное.

Для приведения полученных результатов к $t^\circ=30^\circ \text{C}$ воспользуемся приближенной зависимостью

$$p_{\text{ср } 30^\circ} = \frac{Q_{30^\circ}}{Q_{50^\circ}} (p_{\text{ср } 50^\circ} - p_{\text{п } 50^\circ}) + p_{\text{п } 30^\circ},$$

где $p_{\text{ср}}$; $p_{\text{п}}$ — давление срыва потока и упругости паров при указанных температурах;

Q — плотность окислителя при тех же температурах.

При указанных исходных данных приведенная выше зависимость принимает вид

$$p_{\text{ср } 30^\circ} = 1,02 p_{\text{ср } 50^\circ} - 0,18.$$

В результате получим

$$\bar{p}_{\text{ср } 30^\circ} = 1,02 \bar{p}_{\text{ср } 50^\circ} - 0,18 = 3,28 \text{ бар};$$

$$S_{p_{\text{ср } 30^\circ}} = 1,02 S_{p_{\text{ср } 50^\circ}} = 0,155 \text{ бар}.$$

Далее нижняя граница вероятности безотказной работы определяется с помощью выражения (5.9): $P_{\text{н}} \geq 0,996$. Так как параметры $p_{\text{ср}}$, $p_{\text{п}}$ и Q — известные физические константы при заданных значениях температур, то в условиях нашего примера оказалось достаточным проведение испытаний только на одном уровне форсирования.

ИНЖЕНЕРНЫЕ ОСНОВЫ УСКОРЕННЫХ ИСПЫТАНИЙ ЖРД

§ 1. ВОПРОСЫ ПЛАНИРОВАНИЯ УСКОРЕННЫХ ИСПЫТАНИЙ ЖРД

В предыдущих главах были рассмотрены математические модели ускоренных испытаний. Эти модели позволяют представить результаты ускоренных испытаний в виде обобщенного количественного показателя — оценки вероятности безотказной работы при условиях и режимах, соответствующих требованиям технического задания.

В настоящей главе рассмотрены основные инженерные аспекты планирования и анализа результатов ускоренных испытаний применительно к ЖРД.

Задача планирования ускоренных испытаний включает в себя:

- выбор объектов испытаний;
- выбор параметров «нагрузки» и «прочности» и, следовательно, критерия работоспособности;
- выбор вида испытаний для определения «нагрузки» и «прочности»;
- выбор метода ускоренных испытаний;
- выбор управляемых факторов для воздействия на «нагрузку» и «прочность» при проведении форсированных и комбинированных испытаний;
- определение потребного объема испытаний;
- оценку ожидаемой эффективности ускоренных испытаний.

Инженерной основой решения указанных вопросов является структурно-функциональный анализ работы ЖРД. В основе этого анализа лежит определение надежности как свойства изделия выполнять заданные функции, сохраняя свои эксплуатационные показатели в заданных пределах в течение требуемого промежутка времени [24]. В соответствии с данным определением анализ начинается составлением перечня функций, выполнение которых должно быть обеспечено двигателем. Указанные функции зависят от целевого назначения и принципиальной схемы. В соответствии с этим должны быть определены конструктивные единицы (узлы и агрегаты), предназначенные для

Таблица 6.1

№ по пор.	Функция	Конструктивные единицы
1	Обеспечение энергетических характеристик	Камера двигателя
2	Обеспечение тепловой энергии, необходимой для подачи компонентов топлива в камеру сгорания	Газогенератор
3	Обеспечение механической энергии, необходимой для создания давления компонентов топлива	Турбина
4	Повышение давления компонентов топлива до требуемого уровня	Насосы
5	Обеспечение запуска, переключение режимов работы и выключение	Пиростартер, клапаны
6	Подача компонентов топлива	Трубопроводы, фильтры и т. п.
7	Поддержание и регулирование основных параметров двигателя	Регулирующие элементы
8	Передача усилия от двигателя к ракете	Рама
9	Обеспечение выходных характеристик	Двигатель

выполнения известных функций. Типовой перечень функций ЖРД и соответствующих им конструктивных единиц представлен в табл. 6.1. Перечень этот составлен применительно к ЖРД, к которым не предъявляются какие-либо специфические требования, например, связанные с длительной работой в условиях разреженной среды и т. п.

Следующий шаг в структурно-функциональном анализе — выявление всех физических процессов и свойств, называемых в дальнейшем «системами», при определенном состоянии которых наступает отказ двигателя. Систему назовем элементарной, если условие ее отказа может быть задано в виде соотношения между каким-либо одним параметром «нагрузки» и одним параметром «прочности». Очевидно, что элементарные системы определяют глубину детализации структурной схемы двигателя. Совокупность элементарных систем, характеризующих общее физическое явление в рамках одной конструктивной единицы, назовем комплексной системой.

После окончания структурно-функционального анализа выбираем параметры «нагрузки» и «прочности» и тем самым задаем условие работоспособности элементарных систем, являющееся определяющим при количественном анализе надежности ЖРД. В таблице 6.2 приведены конструктивные единицы и соот-

ветствующие им комплексные и элементарные системы, указываются также параметры «нагрузок» элементарных систем.

При составлении таблицы приняты следующие сокращенные и условные обозначения:

- O_1 — общий подогрев охлаждающего компонента,
- O_2 — локальный подогрев охлаждающего компонента,
- ЖСТ — жаростойкость,
- У — устойчивость рабочего процесса,
- МП₁ — механическая прочность при плавно изменяющейся нагрузке,
- МП₂ — механическая прочность при динамических нагрузках (вибропрочность, циклическая прочность),
- Γ_1 — герметичность уплотнений,
- Γ_2 — герметичность соединений,
- АКС — антикавитационная способность насосов,
- Є — срабатывание,
- З — засоряемость,
- $t^{\circ}_{\text{вых}}$ — температура охлаждающего компонента на выходе из зарубашечной полости,
- $\Delta p_{\text{ф}}$ — перепад давления на фильтре,
- τ_{90} — время набора 90% тяги,
- X — параметр,
- $t^{\circ}_{\text{ж.с}}$ — температура жидкостной стенки,
- $t^{\circ}_{\text{о.с}}$ — температура огневой стенки камеры сгорания,
- A — амплитуда колебаний для наиболее опасных частот,
- p — давление,
- P_1 — сила тяги,
- τ — время работы до отказа,
- r — число рабочих циклов до отказа,
- $p_{\text{упр}}$ — давление в управляющей полости клапана,
- G — степень негерметичности,
- $p_{\text{вх}}$ — давление на входе в насос,
- $n(\tau)$ — число оборотов турбонасосного агрегата,
- m — масса пирозаряда в пиропатроне.

Зная параметр «нагрузки», как правило, можно назвать соответствующий ему параметр «прочности». Так, например, параметр «прочности» элементарной системы — общий подогрев охлаждающего компонента — это температура кипения компонента при заданном давлении в зарубашечной полости, и т. д. Приведенные в табл. 6.2 параметры «нагрузки» элементарных систем не следует рассматривать как единственно возможные. Так, для системы «жаростойкость» можно рассматривать также в качестве «нагрузки» время или число циклов до наступления прогара, а в качестве «прочности» — заданное время работы или количество циклов.

Определение возможных критериев оценки работоспособности позволяет приступить к решению основной задачи — выбору

Таблица 6.2

№ по пор.	Конструктивные элементы	Охлаждаемость		ЖСТ	У	Механическая прочность		Герметичность		АКС	С	З	Выходные параметры ($P_{у.т}$, K , . . . и т. д.)
		O_1	O_2			$t_{\text{ж.с}}^{\circ}$	$t_{\text{о.с}}^{\circ}$	p	$\tau(r)$				
1	Камера	$t_{\text{вых}}^{\circ}$	$t_{\text{ж.с}}^{\circ}$	$t_{\text{о.с}}^{\circ}$	A	p	$\tau(r)$	G					
2	Газогенератор			$t_{\text{о.с}}^{\circ}$	A	p	$\tau(r)$	G					
3	Турбина							G					
	а) ротор					$n(\tau)$	$\tau(r)$						
	б) статор					p	$\tau(r)$	G					
4	Насосы							G		$P_{\text{вх}}$			
	а) крыльчатка					$n(\tau)$	$\tau(r)$						
	б) корпус					p	$\tau(r)$						
5	Пороховой стартер					p	$\tau(r)$	G			τ_{90}		
6	Клапаны одноразового срабатывания					p	$\tau(r)$	G	G		m		
7	Клапан много-разового срабатывания					p	$\tau(r)$	G	G		$P_{\text{упр}}$		
8	Агрегаты регулирования					p	$\tau(r)$	G	G		$P_{\text{упр}}$		
9	Трубопроводы, фильтры					p	$\tau(r)$	G			$\Delta P_{\text{ф}}$		
10	Рама					P_1	$\tau(r)$						
11	Двигатель												X

Таблица 6.3

Виды априорной информации	Методы ускоренных испытаний						
	в нормальном режиме		форсированных			комбинирован- ных	
	«нагрузка — проч- ность»	«нагрузка — проч- ность — время»	одна партия в режи- ме «Ф»	одна партия методом «доламывания»	одна партия в режи- ме «Ф», вторая — мето- дом «доламывания»	с «нагрузкой — проч- ностью»	с «нагрузкой — проч- ностью — временем»
Вид распределения «на- грузки» и «прочности»	×						
Изменение «нагрузки» и «прочности» во времени и вид их распределения 1. «Прочность» постоян- на, «нагрузка» постоянна или стационарный случай- ный процесс	×	×			×		
2. «Прочность» уменьша- ется с постоянной ско- ростью, «нагрузка» постоян- на или стационарный слу- чайный процесс	×	×		×	×		
				[при $\tau_0^* = \tau_3$]	[при $\tau_0^* \neq \tau_3$]		
3. «Прочность» уменьшает- ся с возрастающей или убы- вающей скоростью, «нагруз- ка» постоянна или стацио- нарный случайный процесс	×	×			×		
Функция связи			×				
Зависимость «нагрузки» и «прочности» от режима и вид их распределения	×					×	
Зависимость «нагрузки» и «прочности» от режима и времени работы, и вид их распределения	×	×				×	×

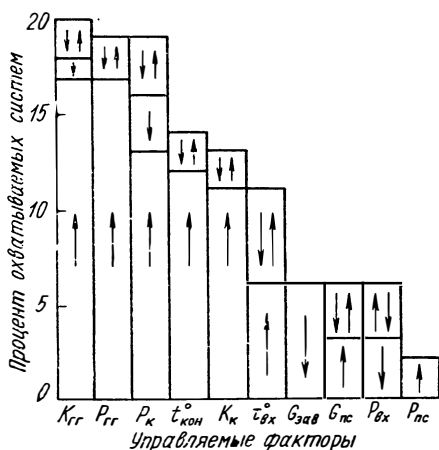


Рис. 6.1. Примерная диаграмма охвата систем управляемыми факторами

метода ускоренных испытаний. Метод ускоренных испытаний, как это следует из рассмотренных выше математических моделей, в значительной мере зависит от априорной информации (см. табл. 6.3).

В табл. 6.4 приведены рекомендованные виды ускоренных испытаний конкретных систем ЖРД. Из таблицы следует, что наиболее универсальным следует считать метод «нагрузка—прочность». Данный метод наиболее часто применяется при практическом анализе надежности.

Соответствующие виды испытаний для получения информации о надежности систем указаны в табл. 6.5. В таблице использованы следующие условные обозначения:

КОИ — комплексные огневые испытания систем и агрегатов в составе двигателя.

АОИ — автономные огневые испытания.

АХИ — автономные «холодные» испытания (гидроопрессовки, пневмоиспытания, гидропроливки и т. п.).

Прочерки в таблице означают, что «нагрузка» и «прочность» не определялись экспериментальным путем, поскольку это заданные параметры или известные величины, например, температуры кипения или разложения компонентов топлива и т. п.

К числу наиболее важных факторов, воздействуя на которые можно утяжелять режимы испытаний, относятся: давление в камере сгорания и коэффициент соотношения компонентов топлива, параметры газогенератора (p_k , $p_{гр}$, K_k , $K_{гр}$), расход компонента топлива на завесу охлаждения $G_{зав}$, температура и давления компонентов на входе в двигатель ($t_{вх}^{\circ}$, $p_{вх}$), температуры элементов конструкции ($t_{юн}^{\circ}$), газопроизводительность и давление пиростартера $G_{пс}$, $p_{пс}$.

На рис. 6.1 показан примерный состав систем, на которые можно воздействовать каждым из названных факторов. Стрелки в столбцах диаграммы указывают направление варьирования факторов, приводящее к утяжелению условий испытаний. При этом изменение условий в определенном направлении может оказывать качественно иное влияние на различные системы. Для одних это утяжеленные режимы, а для других — облегченные.

Таким образом, при испытаниях ЖРД с преднамеренным ужесточением условий испытаний утяжеленным режимам может

Таблица 6.4

Метод ускоренных испытаний		Элементарные системы											
		O ₁	O ₂	ЖСТ	У	МП ₁	МП ₂	Г ₁	Г ₂	АКС	С	З	ВП
В нормальном режиме	«Нагрузка—прочность»	×	×	×	×	×		×	×	×			×
	«Нагрузка — прочность — время»				×					×	×		×
Форсированные	Одна партия в режиме ε _ф												
	Одна партия методом «доламывания»			×		×	×						
	Одна партия в режиме ε _ф , вторая методом «доламывания»			×		×	×						
Комбинированные	«Нагрузка—прочность»	×	×	×		×				×			×
	«Нагрузка — прочность — время»									×			×

Таблица 6.5

Методы ускоренных испытаний	Элементарные системы											
	O ₁	O ₂	ЖСТ	У	МП ₁	МП ₂	Г ₁	Г ₂	АКС	С	З	ВП
Нагрузка	КОИ [АОИ]	КОИ [АОИ]	КОИ [АОИ]	КОИ	КОИ [АОИ]	КОИ [АОИ]	АХИ	АХИ	—	КОИ	КОИ	КОИ
Прочность	—	—	—	КОИ	АХИ	—	—	—	КОИ	АХИ	—	—

быть подвергнута одновременно лишь ограниченная совокупность систем.

Эффект ускоренных испытаний в большой мере зависит от уровней нагружения факторов. В этом смысле желательно возможно большее снижение запасов работоспособности систем пу-

тем взаимного сближения математических ожиданий «нагрузки» и «прочности». Однако чрезмерное утяжеление условий испытаний может привести к качественному изменению самой природы отказа, за счет чего нарушается подобие модели натуре и прогноз надежности будет ошибочным. Так, например, если механизм разрушения шарикоподшипников ТНА при нормальных нагрузках объясняется выкрашиванием беговой дорожки, то при чрезмерном увеличении контактных напряжений разрушение происходит в результате смятия шариков. Прогар камеры двигателя при испытаниях в эксплуатационных режимах работы может наступить в результате постепенной эрозии металла, а при ужесточении факторов — в результате перехода режима пузырькового кипения компонента в пленочное.

При изучении изменения «прочности» во времени было установлено, что начиная с некоторого уровня напряжений и температур происходит резкое снижение прочности металлов в результате перехода от одного вида разрушения (по зерну) к другому (по границам зерен).

Границы допустимого изменения уровней факторов могут быть установлены физико-статистическими методами. Статистические методы определения границ варьирования факторов предложены в работе [26]. Однако эти методы исходят из необходимости проведения большого объема испытаний для получения приемлемой точности. Поэтому не следует ограничиваться только статистическими методами установления области автоточности, необходимо изучать физическую природу отказов, возникающих при воздействии внешних факторов. Как следует из анализа табл. 6.3, ускоренные испытания целесообразны лишь при наличии априорной информации. Какой из видов ускоренных испытаний предпочтительнее решается в каждом конкретном случае на основании анализа и комплексного инженерного решения следующих вопросов.

1. Достоверность информации о значениях параметров «нагрузки» и «прочности» при различных видах испытаний. На нее оказывают влияние погрешности измерений, погрешности методов пересчета и приведения параметров к заданным условиям эксплуатации, например приближенность имитация натуральных условий при стендовых испытаниях и т. п.

2. Статистическая устойчивость значений «нагрузки» и «прочности». Это требование следует считать достаточно важным, так как прогноз надежности основывается на вероятностных моделях, которые справедливы только для статистически устойчивых характеристик. Статистическая устойчивость может быть обеспечена, если не изменяются условия испытаний, влияющие на выходное качество, а также в тех случаях, когда имеются достаточно точные зависимости для приведения результатов испытаний к заданным условиям.

3. Техническая возможность получения информации о «нагрузке» и «прочности». Лимитирующим в данном случае может быть сам двигатель или стендовое оборудование.

4. Ограничения, распространяющиеся на методы испытаний той или иной системы, вытекающие из комплексной программы проведения экспериментальных работ. Так реализация признанных рациональными методов испытаний может оказаться невыполнимой или нецелесообразной в рамках комплексной программы, например, метод «нагрузка — прочность — время» не имеет смысла применять в тех случаях, когда для решения других задач требуется проведение испытаний, допустим, на полный ресурс.

5. Опасность возникновения аварийных ситуаций при различных видах испытаний и связанная с этим возможность выхода из строя стендового оборудования и потери информации о работоспособности других систем.

6. Эффективность различных видов ускоренных испытаний. В заключение подведем итог изложению данного параграфа в виде типовой блок-схемы решения задачи по планированию ускоренных испытаний агрегатов и систем ЖРД (см. рис. 6.2). На блок-схеме обозначены номера графиков, таблиц и схем, которые необходимо применять как справочный материал при решении прикладных задач.

Планирование ускоренных испытаний не следует рассматривать как одноактный процесс, осуществляемый только на стадии проектирования и ранних этапах обработки. Планы ускоренных испытаний должны корректироваться с учетом поступающей информации, если это приводит к оптимизации процесса отработки двигателя в целом.

§ 2. ОСНОВЫ ИНЖЕНЕРНО-СТАТИСТИЧЕСКОГО АНАЛИЗА РЕЗУЛЬТАТОВ УСКОРЕННЫХ ИСПЫТАНИЙ

К основным вопросам анализа результатов ускоренных испытаний относятся определение законов распределения «нагрузки» и «прочности» и динамика их поведения во времени, что позволяет получить в конечном итоге показатели надежности. Детальный разбор всех аспектов анализа результатов ускоренных испытаний в данной работе сделать не представляется возможным, поэтому здесь сформулированы лишь основные логические посылки, которых целесообразно придерживаться при обработке результатов испытаний.

Что касается техники статистической обработки результатов испытаний, то подробное изложение этих вопросов можно найти во многих трудах по математической статистике, в частности, можно рекомендовать литературу [3, 28, 35]. В последние годы исследователи стали обращать внимание на необходимость дифференцированного подхода к обоснованию законов распреде-

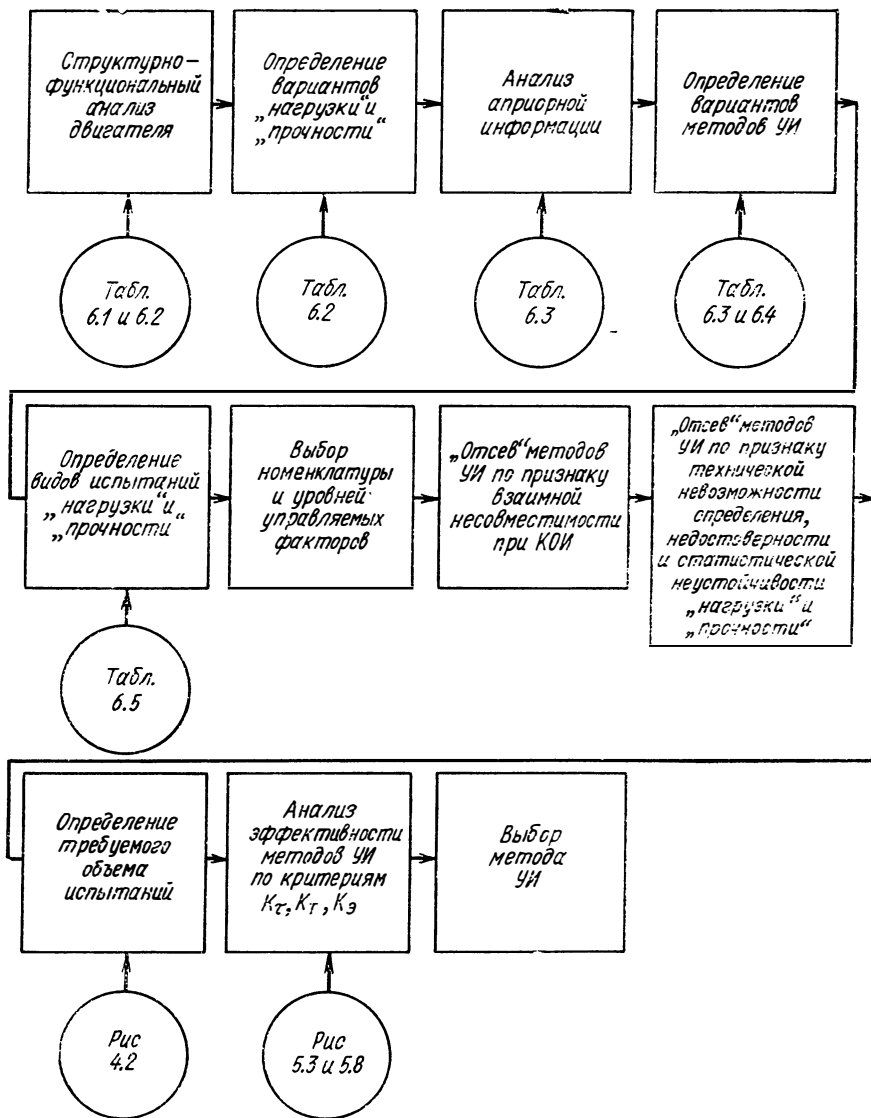


Рис. 6.2. Блок-схема планирования ускоренных испытаний

ления случайных явлений. Так, например, четко и последовательно эта мысль проводится в книге [35]. Однако при обработке статистических данных часто увлекаются гипотезой о нормальном законе распределения, и это увлечение вполне объяснимо. Объективная причина состоит в том, что нормальный закон присущ многим случайным явлениям. Объясняется это тем, что поведение многих случайных процессов является результатом малых воздействий большого числа независимых переменных, при этом ни одно из них не является преобладающим. Согласно центральной предельной теореме в этом случае независимо от законов распределения воздействующих факторов случайная величина распределена по нормальному закону. Естественно, что возможны и такие ситуации, когда какой-либо воздействующий фактор, не подчиняющийся нормальному закону, является доминирующим и в этом случае принятие нормального закона непромерно.

В качестве обоснования или довода о правомерности принятия законов распределения обычно приводят положительные результаты проверки согласия теоретических и экспериментальных данных по статистическим критериям. Однако не следует забывать, что методы проверки гипотез относительно достоверности принимаемых законов позволяют достаточно уверенно отвергнуть гипотезу как несостоятельную, если она действительно неверна, но они не позволяют доказать, что именно она верна. Поэтому к положительным результатам статистических проверок достоверности выдвигаемых гипотез также следует относиться осторожно. Особенно в тех случаях, когда выводы основаны на относительно небольшом объеме статистических данных. Подтверждением этому является тот факт, что статистические выводы, построенные на экстраполяции параметров распределения за пределы наблюдаемых значений для различных законов, могут резко отличаться между собой. Покажем это на примере; исходные данные условные.

Пример 1. При испытаниях 20 двигателей, настроенных на номинальное значение давления в камере сгорания, получены экспериментальные значения давлений, приведенные в табл. 6.6 («нагрузка» X). Из них десять экземпляров подвергнуты граничным испытаниям по давлению в камере сгорания до появления предельно-допустимых амплитуд колебания давления газов опасного диапазона частот. Полученные значения приведены в табл. 6.6 («прочность» Y).

Результаты оценки надежности в виде нижней границы вероятности безотказной работы в части устойчивости в предположении различных законов распределения «нагрузки» и «прочности» приведены в табл. 6.7. Как следует из этой таблицы, различие в полученных оценках весьма существенно.

При выборе вида закона распределения необходимо наряду со статистической обработкой экспериментальных данных при-

Таблица 6.6

№ испытаний	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
„Нагрузка“ X, бар	28,7	30,2	29,2	31,5	29,0	30,0	29,1	30,0	30,4	28,8
„Прочность“ Y, бар	42,8	53,0	45,5	44,3	43,8	42,4	54,2	52,6	54,5	46,8

Продолжение

№ испытаний	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
„Нагрузка“ X, бар	30,8	31,3	28,6	31,3	29,4	28,9	30,6	30,8	29,6	31,1
„Прочность“ Y, бар	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—

Таблица 6.7

Закон распределения		Нижняя граница вероятности безотказной работы ($\alpha=0,9$)
„нагрузки“	„прочности“	
Нормальный	Нормальный	0,992
Логнормальный	Логнормальный	0,999
Вейбулла ($\beta=3$)	Вейбулла ($\beta=3$)	0,621
Релея	Нормальный	0,854

менять инженерный анализ влияния конструктивных, технологических факторов, условий и режимов испытаний на вариации параметров «нагрузки» и «прочности». Необходим анализ физических принципов накопления усталостных повреждений, возможных диапазонов изменения параметров «нагрузки» и «прочности» с учетом их физической природы. Это позволяет в ряде случаев вскрыть механизм формирования законов распределения и самой динамики изменения исследуемых параметров.

Для всестороннего анализа рассмотрим еще несколько примеров.

Пример 2. Одним из возмущающих факторов, который необходимо свести к нулю в процессе полета ракеты, является собственный момент асимметрии, возникающий из-за отклонения вектора тяги от оси качания камеры двигателя. Проведя качественный и количественный анализ влияния различных возмущающих факторов на величину момента асимметрии, выясним возможность установления для него вида закона распределения.

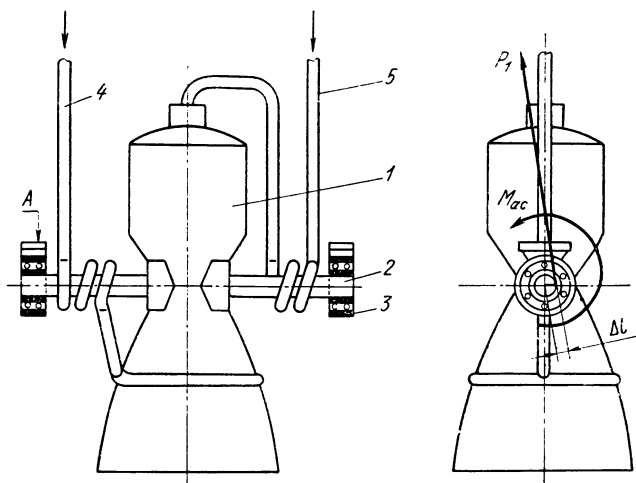


Рис. 6.3. Конструктивная схема рулевой камеры:
 1—камера; 2—цапфа; 3—шарикоподшипник; 4—магистраль Γ подвода; 5—магистраль O подвода; А—опорная плоскость

На рис. 6.3 проведена конструктивная схема рулевой камеры. Момент асимметрии тяги

$$M_{ac} = P_1 \Delta l,$$

где P_1 — проекция вектора тяги на плоскость, перпендикулярную оси качания камеры;

Δl — плечо момента — кратчайшее расстояние от оси качания до проекции вектора P_1 .

Таким образом, вариация момента асимметрии обусловлена случайными отклонениями P_1 и Δl от их номинальных значений

$$P_{1ном} \text{ и } \Delta l_{ном} = 0.$$

В свою очередь, на случайные отклонения плеча момента оказывают влияние следующие факторы:

- технологическое смещение и перекося оси камеры относительно оси качания, а также искажение контура сопла, обусловленные неизбежными погрешностями изготовления;

- деформация сопла камеры двигателя и цапф из-за воздействия неравномерных нагрузок по контуру сопла, высоких температур, силы тяги, перегрузок, давлений в магистралях;

- неравномерность атмосферного давления по периметру сопла из-за искажения и деформации его контура.

Анализ конструктивной схемы и технологии изготовления позволяет заключить, что вследствие симметрии конструкции камеры, узлов качания, подводящих магистралей, симметрии технологических допусков на изготовление, которые влияют на взаимное положение

ние оси камеры и оси качания, расположение и величина плеча момента равновероятны в любом направлении на плоскости, перпендикулярной оси качания. Следовательно, закон распределения Δl является симметричным с математическим ожиданием, равным номинальному значению, т. е.

$$M_{\Delta l} = \Delta l_{\text{ном}} = 0.$$

Можно предположить, что большие отклонения от номинального значения, обусловленные каждым фактором, менее вероятны, чем малые, т. е. распределение Δl имеет нисходящие влево и вправо от математического ожидания ветви. Такой вид, как известно, имеет нормальное распределение. В пользу нормального распределения свидетельствует также количественный анализ вклада различных факторов в дисперсию момента асимметрии тяги, проведенный расчетным путем с привлечением экспериментальных данных. Результаты анализа показали, что среди доминирующих факторов нет такого, который приводил бы к распределению Δl , отличному от нормального. В данном случае доминирующими факторами являются неравномерность нагрузок по контуру сопла и температурные воздействия, приводящие к его деформации. Статистическая обработка данных свидетельствует о том, что величина тяги также хорошо согласуется с нормальным распределением.

Таким образом, момент асимметрии тяги является функцией двух независимых, случайных нормально-распределенных аргументов. Для определения плотности распределения произведения двух независимых случайных величин X и Y может быть использована зависимость:

$$g(z) = \int_{-\infty}^{\infty} \varphi_1(x) \varphi_2\left(\frac{z}{x}\right) \frac{1}{|x|} dx.$$

Для нормальной плотности это выражение преобразуется к виду

$$g(z) = \frac{1}{2\pi\sigma_x\sigma_y} \int_{-\infty}^{\infty} e^{-\frac{(x-M_x)^2}{2\sigma_x^2} - \frac{\left(\frac{z}{x}-M_y\right)^2}{2\sigma_y^2}} \frac{1}{|x|} dx. \quad (5.1)$$

Интеграл в последнем соотношении не выражается через элементарные функции. Известно аналитическое решение для частного случая, когда $M_x = M_y = 0$, в виде

$$g(z) = \frac{1}{\pi\sigma_x\sigma_y} K_0\left(\frac{z}{\sigma_x\sigma_y}\right),$$

где K_0 — табулированная функция Макдональда.

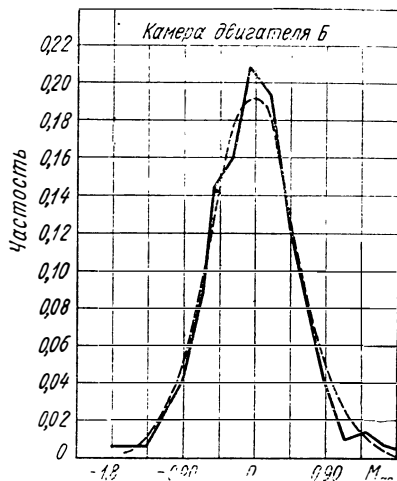
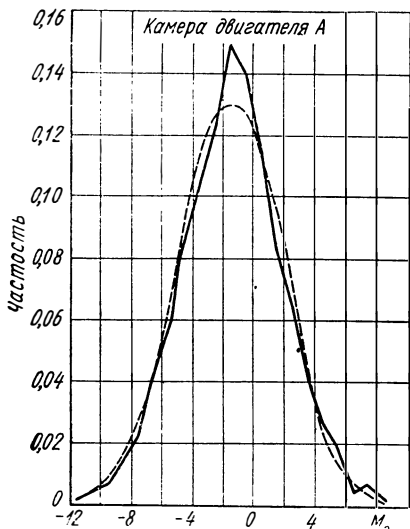


Рис. 6. 4. Сравнение эмпирического (сплошные линии) и нормального (пунктир) распределений момента асимметрии

Хотя это решение имеет частный характер, тем не менее оно позволяет выяснить одну характерную деталь — наличие положительного эксцесса у распределения, задаваемого плотностью (6.1). Эмпирические плотности, построенные по результатам непосредственного замера M_{ac} , приведены на рис. 6.4. Там же для сравнения приведена плотность нормального распределения. Эмпирические плотности распределения симметричны и имеют положительный эксцесс (для камеры двигателя А — $E = +0,37$, для камеры двигателя Б — $E = +0,8$), т. е. являются более компактными, чем нормальное распределение. Это подтверждает правильность рассмотренного механизма формирования распределения M_{ac} .

Пример 3. Рассмотрим некоторые модели уменьшения прочности. Предположим, что отказ является дискретным процессом накопления повреждений и наступает после некоторого числа повреждений r . Если из анализа механизма разрушений можно заключить, что вероятность возникновения единичного повреждения за время от τ до $\tau + \Delta\tau$ пропорциональна его длине и не зависит от предыстории (числа полученных ранее повреждений), т. е.

$$P(\tau) = P = \lambda \Delta\tau + 0(\Delta\tau),$$

то рассмотренная схема накопления повреждений соответствует Гамма-распределению [9], задаваемому плотностью

$$f(\tau) = \begin{cases} \frac{\lambda^r}{\Gamma(r)} \tau^{r-1} e^{-\lambda\tau}, & \tau \geq 0 \\ 0, & \tau < 0 \end{cases}.$$

Описанная ситуация соответствует периоду нормальной эксплуатации, когда приработка уже закончена, а момент катастрофического износа еще не наступил.

Как показано в работе [9], детерминистическая составляющая скорости износа в рассмотренной модели постоянна и равна

$$M_{\xi}(\tau) = v(\tau) = v = \lambda y,$$

где y — величина износа при единичном повреждении. С увеличением r Гамма-распределение стремится к нормальному с параметрами

$$M_{\tau} = \frac{r}{\lambda}, \quad D_{\tau} = \frac{r}{\lambda^2}.$$

Согласно рекомендациям [9] признаком приемлемости перехода от Гамма-распределения к нормальному является сильное переплетение реализаций износа.

Таким образом, нормальное распределение формируется как следствие однородности качества объектов, постоянной средней скорости падения прочности, что приводит, в свою очередь, к сильному переплетению реализаций износа.

Опишем теперь более общую модель уменьшения прочности, когда, как и в предыдущем случае, отказ наступает после накопления некоторого числа повреждений r , но скорость падения прочности изменяется во времени. Представим вероятность единичного повреждения P на отрезке $(\tau; \tau + \Delta\tau)$ в более общем виде

$$P = \lambda v(\tau) \Delta\tau + O(\Delta\tau),$$

где $v(\tau)$ — детерминистическая составляющая скорости потери «прочности».

Тогда плотность распределения $f(\tau)$ времени работы до накопления r повреждений можно представить в виде [27]

$$f(\tau) = \begin{cases} \frac{\lambda^r}{\Gamma(r)} \eta'(\tau) [\eta(\tau)]^{r-1} e^{-\lambda\eta(\tau)}, & \tau \geq 0 \\ 0, & \tau < 0 \end{cases}, \quad (6.2)$$

где $\eta(\tau) = \int_0^{\tau} v(\tau) d\tau$ — величина снижения «прочности»,
 $\eta'(\tau) = v(\tau)$.

Если средняя скорость

$$v(\tau) = \frac{a}{1 + \tau} \quad (a > 0),$$

$$f(\tau) = \begin{cases} \frac{\lambda^r}{\Gamma(r)} \frac{a^r}{1+\tau} [\ln(1+\tau)]^{r-1} e^{-\lambda a \ln(1+\tau)}, & \tau \geq 0 \\ 0, & \tau < 0. \end{cases}$$

При увеличении r это распределение асимптотически приближается к логнормальному [9]. Следовательно, логнормальное распределение описывает процессы, характеризующиеся свойством упрочнения с течением времени. Это распределение широко применяется при обработке данных по испытаниям на вибропрочность, циклическую усталость металлов. Экспериментальным путем установлено, что по мере роста числа циклов нагружения средняя скорость накопления усталости в металлах убывает. Уменьшение скорости накопления усталости рассматривается как процесс упрочнения, препятствующий возникновению новых усталостных повреждений. Наличие упрочнения имеет непосредственное подтверждение в виде изменения петли гистерезиса при переходе от цикла к циклу. Непосредственная статистическая проверка распределения усталостной долговечности по экспериментальным данным, полученным исследователями для различных технических устройств, также подтверждает справедливость логнормального распределения [30, 31]. При этом в случае относительно низких напряжений кривая плотности распределения смещается вправо на некоторую величину, называемую порогом чувствительности. Наличие порога чувствительности означает, что при низких напряжениях существует некоторый «инкубационный» период, во время которого металл не получает усталостных повреждений.

Примером технического устройства, механизм разрушения которого вписывается в рамки рассмотренной физической модели, может быть перекрывной клапан для ЖРД многоразового включения. Конструктивная схема одного из клапанов такого типа показана на рис. 6.5. Анализ конструктивных особенностей и результатов автономных испытаний свидетельствует о том, что долговечность клапана по числу срабатываний определяется упругими элементами, циклическое нагружение которых приво-

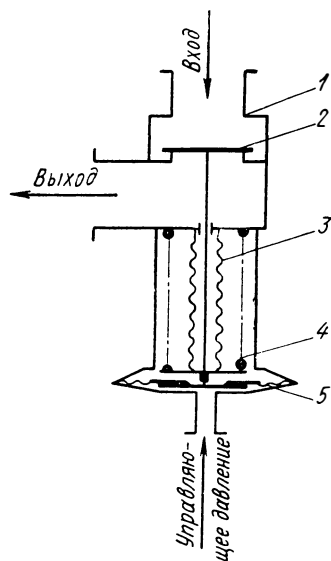


Рис. 6.5. Конструктивная схема перекрывного клапана:

1—корпус; 2—клапан со штоком;
3—сильфон; 4—пружина; 5—мембрана

дит к их усталостному разрушению. Осуществлена статистическая проверка соответствия экспериментальных данных логарифмически-нормальному распределению. Вообще говоря, число циклов до отказа r является дискретной случайной величиной. Однако погрешности аппроксимации ее непрерывным распределением несущественны, так как среднее число циклов до разрушения упругих элементов клапана исчисляется сотнями. Для этой цели были использованы результаты автономных циклических испытаний до разрушения упругих элементов клапанов нескольких наименований. Все клапаны имели аналогичную конструкцию, но отличались проходными сечениями гидравлических трактов и размерами некоторых конструктивных элементов. При этом упругие элементы, отказы которых формируют закон распределения, были выполнены совершенно идентично. В связи с этим логично предположить, что вид закона распределения для числа циклов до отказа для всех клапанов должен быть одним и тем же, хотя параметры закона могут отличаться. Это позволило применить методику проверки согласия по совокупности малых выборок. Поскольку логарифмы случайной величины, подчиненной логнормальному распределению, распределены нормально, то решение задачи сводится к проверке гипотезы о нормальном законе. Проверка гипотезы о нормальном законе основывается на том, что безразмерная величина

$$\eta = \frac{v \sqrt{N-2}}{\sqrt{N-1-v^2}} \quad (6.3)$$

следует распределению Стьюдента с $v=N-2$ степенями свободы. В равенстве (6.3)

$$v = \frac{x_i^{(j)} - \bar{x}^{(j)}}{S_x^{(j)}},$$

где

$$x_i^{(j)} = \ln r_i^{(j)},$$

$r_i^{(j)}$ — какое-либо взятое случайным образом i -е наблюдение j -й выборки;

$$\bar{x}^{(j)} = \frac{\sum_{i=1}^N x_i^{(j)}}{N}; \quad S_x^{(j)} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^N [x_i^{(j)} - \bar{x}^{(j)}]^2}{N-1}}.$$

Проверка согласия распределения величины η закону Стьюдента осуществлялась по испытаниям до разрушения, при этом согласно процедуре проверки по совокупности малых выборок, статистика была разбита на несколько групп. Гипотеза нормальности проверялась с помощью критерия согласия Колмогорова. Проверка показала, что полученная максимальная разность эмпирической и теоретической функций распределения лежит

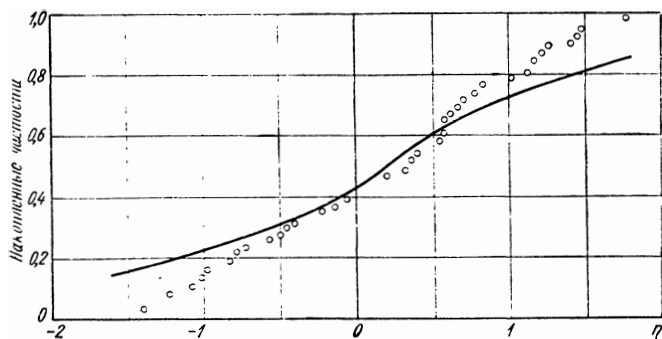


Рис. 6.6. Сравнение функции эмпирического распределения с функцией распределения Стьюдента

внутри области допустимых значений, что свидетельствует о непротиворечивости экспериментальных данных логарифмически-нормальному распределению (уровень значимости принимался равным 5%). Сравнение теоретической и эмпирической функций распределения приведено на рис. 6.6.

Для иллюстрации погрешностей в оценках усталостной долговечности в предположении нормального закона распределения числа циклов до отказа были выполнены расчеты нижней границы вероятности безотказной работы. Зависимость нижней границы вероятности безотказной работы как функции заданного числа циклов r_3 для клапанов двух наименований приведена на рис. 6.7.

Из рассмотрения графиков видно, что принятие для распределения усталостной долговечности нормального закона дает существенно отличающиеся результаты для большого диапазона заданного числа циклов. При наступлении катастрофического износа скорость падения прочности возрастает. Пусть, например, средняя скорость уменьшения прочности

$$v(\tau) = C\tau^{d-1} \quad (d > 1).$$

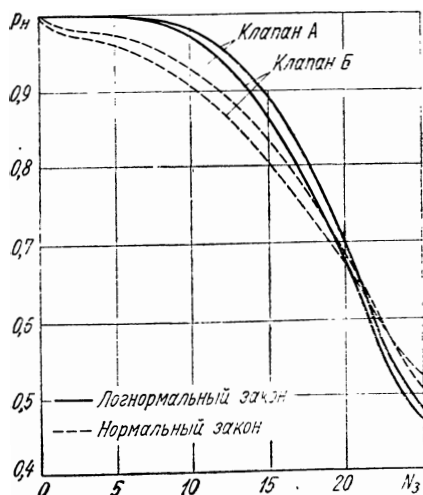


Рис. 6.7. Зависимость нижней границы вероятности безотказной работы клапанов от заданного числа циклов срабатывания

Тогда, согласно выражению (6.2), плотность распределения

$$f(\tau) = \begin{cases} \frac{\lambda^r}{\Gamma(r)} C \tau^{d-1} \left[\frac{C}{d} \tau^d \right]^{r-1} e^{-\frac{C}{d} \lambda \tau^d}, & \tau \geq 0 \\ 0, & \tau < 0. \end{cases} \quad (6.4)$$

В частном случае, если $r=1$, выражение (6.4) задает плотность распределения Вейбулла (см. табл. 5.1) с параметрами

$$\beta = d, \quad a = \left(\frac{d}{C\lambda} \right)^{\frac{1}{d}}.$$

Если $d=2$, распределение Вейбулла эквивалентно распределению Релея. При этом скорость износа линейно возрастает — $v(\tau) = C\tau$. Распределение Вейбулла имеет широкое применение в задачах надежности, в частности, оно хорошо описывает распределение времени наработки до отказа шарикоподшипников общего назначения, работающих в масляной среде [13]. При этом параметр формы близок к 1,4. Что касается подшипников ТНА для ЖРД, то они работают в специфичных условиях, отличных от работы в масляной среде. Подшипники ТНА охлаждаются компонентами топлива, которые обладают невысокими смазывающими свойствами, низкой вязкостью, горючее в ряде случаев обладает высокой способностью проникать в мельчайшие расслоения, получающиеся на поверхности металла. В связи с этим наблюдается почти сухое трение, что, естественно, значительно снижает долговечность подшипников. По данным работы [14], при нагрузках $\sigma_{\max} = 43\,000$ кгс/см² срок службы подшипников, охлаждаемых керосином, в пять раз ниже, чем подшипников, работающих в масляной среде. На беговой дорожке подшипника, охлаждаемого горючим, могут возникнуть так называемые питтинги — особый вид повреждения поверхности при перемежающемся контакте под действием переменных условий, превышающих некоторый предел для данного материала [14]. Иначе говоря, питтингообразование — это процесс контактной усталости поверхностей при качении со скольжением. Механизм образования питтингов в данном случае может предполагаться следующим.

Вначале образуется усталостная трещина на дорожках качения подшипника как сумма микротрещин на участках контакта и как результат сухого трения. Благодаря своим свойствам, горючее легко проникает в трещины, а дальнейшая накатка шариков приводит к образованию «жидкостного клина», который еще больше расширяет первичную трещину и, в конечном счете, приводит к отрыву кусочков металла от поверхности. Существенное уменьшение долговечности могут вызывать значительные виброперегрузки, при которых работает подшипник, большие осевые

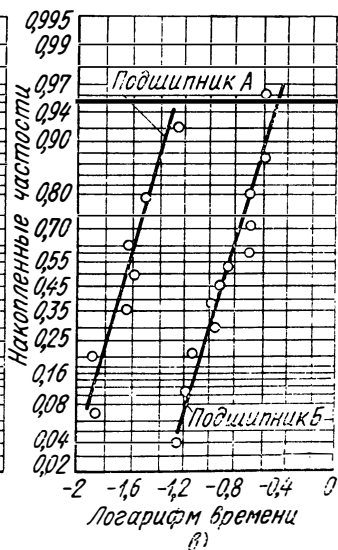
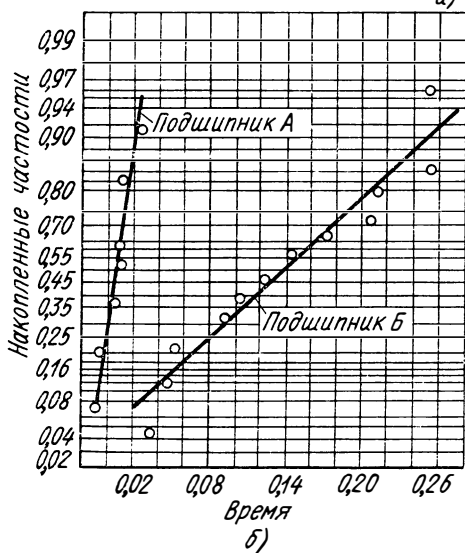
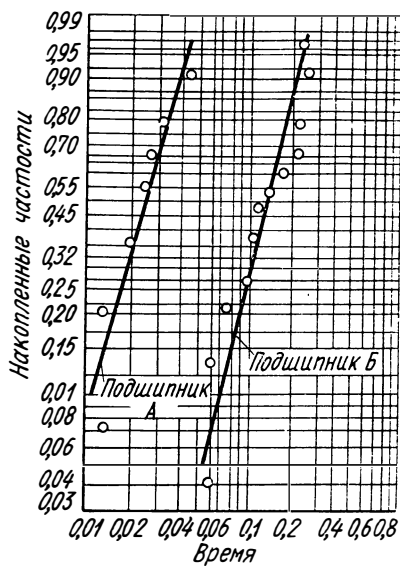


Рис. 6. 8. Вываживание экспериментальных данных о времени работы до отказа подшипников на вероятностной бумаге

и радиальные нагрузки, что облегчает расклинивание начальных поверхностных микротрещин. Анализ физики питтингообразования и экспериментальных исследований позволил установить, что, начавшись, процесс питтингообразования идет с возрастающей скоростью, причем более интенсивно, чем разрушение подшипников общего применения. Таким образом, анализ механизма разрушения подшипников ТНА позволяет предположить и в этом случае справедливость распределения Вейбулла для времени работы до отказа, при этом ожидаемое значение параметра формы распределения, непосредственно связанное со скоростью накопления повреждений, должно превосходить значение параметра формы распределения подшипников общего назначения, т. е. $\beta > 1,4$. Для проверки этого предположения была обработана статистика по испытаниям подшипников, назовем их условно А и Б. Результаты качественной проверки сходимости экспериментальных данных с распределением Вейбулла приведены на рис. 6.8, а. Параметр формы распределения Вейбулла для того и другого подшипников близок к $\beta = 2,4$, т. е. превосходит параметр распределения для подшипников общего назначения. Следует отметить, что параллельно проводилась обработка статистических данных на соответствие нормальному и логнормальному распределениям, которая дала результаты, вполне сопоставимые с результатами проверки согласия с распределением Вейбулла (см. рис. 6.8, б, в). Тем не менее, физические предпосылки, лежащие в основе нормального распределения, — постоянства скорости накопления повреждений и логнормального распределения, уменьшающаяся скорость накопления повреждений, — позволяют сделать заключение о их неадекватности рассматриваемому процессу разрушения и отвергнуть эти распределения как несостоятельные. Приведенные примеры иллюстрируют возможность описания скорости потери прочности, если известен механизм разупрочнения, и установления на этом основании распределения времени безотказной работы. Справедливо и обратное, а именно: если на основании анализа статистического материала определен характер скорости изменения «прочности» или распределение времени безотказной работы — это помогает вскрыть механизм разупрочнения.

В предыдущих примерах предполагалось, что детерминистическая составляющая скорости не изменяется от испытания к испытанию, т. е. коэффициенты в функции скорости — постоянные величины. Это допущение оправдано при однородном начальном качестве образцов и хорошей воспроизводимости процесса потери работоспособности.

Рассмотрим теперь модель износа, когда коэффициенты в функции скорости изменяются случайным образом. Ограничимся случаем линейного износа. Величина «прочности» в этом случае определяется выражением

$$y(\tau) = y_0 - a\tau. \quad (6.5)$$

Если процесс производства стабилен и качество исходных материалов однородно, можно предположить, что y_0 и a подчинены нормальному распределению. Тогда и «прочность» в фиксированный момент времени τ также подчинена нормальному распределению с параметрами

$$\left. \begin{aligned} M_y(\tau) &= M_{y_0} - M_a \tau; \\ \sigma_y^2(\tau) &= \sigma_{y_0}^2 + \tau^2 \sigma_a^2. \end{aligned} \right\} \quad (6.6)$$

Покажем, что распределение времени наработки до достижения предельно-допустимого значения «прочности» подчинено при этом распределению, отличному от нормального. Для простоты ограничимся случаем, когда вариацией начального качества можно пренебречь, т. е. разброс величины уменьшения «прочности» обусловлен только невоспроизводимостью процесса износа. Из выражения (6.5) следует, что

$$a = \frac{y_0 - y(\tau)}{\tau}$$

или для значения $y(\tau)$, соответствующего предельно-допустимому значению $y_{пр}$,

$$a = \frac{y_0 - y_{пр}}{\tau} = \psi(\tau).$$

Обозначим плотность распределения случайной величины a

$$f(a) = f[\psi(\tau)].$$

Тогда закон распределения монотонной случайной функции τ одного случайного аргумента a определится по зависимости [7]

$$g(\tau) = f[\psi(\tau)] |\psi'(\tau)|$$

и будет равен

$$g(\tau) = \frac{1}{\tau \sqrt{2\pi} \sigma_a} e^{-\frac{\left(\frac{y_0 - y_{пр}}{\tau} - M_a\right)^2}{2\sigma_a^2}} \left| \frac{y_0 - y_{пр}}{\tau^2} \right|. \quad (6.7)$$

Плотность распределения времени наработки, определяемая выражением (6.7), отличается от плотности нормального распределения.

Если параметры σ_a , M_a не определены, но вычислены параметры распределения времени работы до отказа и установлен факт линейности реализаций износа, то плотность распределения времени наработки (6.7) с учетом зависимостей (6.5) и (6.6) удобно преобразовать к следующему виду

$$g(\tau) = \frac{M_\tau^2}{\tau \sqrt{2\pi} \sigma_\tau \tau^2} e^{-\frac{(M_\tau - \tau)^2}{2\sigma_\tau^2} \frac{M_\tau^2}{\tau^2}}. \quad (6.8)$$

Рассмотрим условный числовой пример. При обработке обнаружено систематическое уменьшение давления в камере по закону, близкому к линейному:

$$\Delta p_k(\tau) = \Delta p_{k0} - a\tau,$$

где $\Delta p_k(\tau)$ — величина снижения давления относительно начального значения;

Δp_{k0} — отклонение начального значения давления от номинала.

Для исключения этого явления была установлена система поддержания давления (СПД) в камере сгорания. Оценим вероятность безотказной работы, если предельное отклонение давления в камере от номинального значения, которое может парировать СПД, равно $\Delta p_{k,пр} = 7$ бар. Требуемое время работы $\tau_3 = 100$ с. На основании анализа реализаций износа получены следующие данные:

$\bar{a} = 0,04$ бар/с; $S_a = 0,01$ бар/с; $\bar{\Delta p}_{k0} \simeq 0$; $S_{\Delta p_{k0}} \simeq 0$; $\bar{\tau} = 198$ с; $S_{\tau} = 67$ с, где \bar{a} , S_a , $\bar{\Delta p}_{k0}$, $S_{\Delta p_{k0}}$, $\bar{\tau}$, S_{τ} — оценки соответствующих генеральных параметров. Ограничимся определением точечного значения вероятности безотказной работы. Полученные исходные данные позволяют оценить надежность как по методу «нагрузка — прочность — время», с экстраполяцией до τ_3 , так и с использованием соотношения (6.7) или (6.8). По методу «нагрузка — прочность — время» получаем

$$\bar{\Delta p}_k(\tau_3) = \bar{a}\tau_3 = 4 \text{ бар};$$

$$S_{\Delta p_k}(\tau_3) = S_a\tau_3 = 1 \text{ бар};$$

$$\tilde{P} = F_0 \left\{ \frac{\Delta p_{k,пр} - \bar{\Delta p}_k(\tau_3)}{S_{\Delta p_k}(\tau_3)} \right\} = F_0(3) = 0,9986.$$

Используя выражение (6.8), получим

$$P = \int_{\tau_3}^{\infty} \frac{M_{\tau}^2}{\sqrt{2\pi\tau^2\sigma_{\tau}}} e^{-\frac{(M_{\tau} - \tau)^2}{2\sigma_{\tau}^2}} \frac{M_{\tau}^2}{\tau^2} d\tau.$$

Введя замену $U = \frac{M_{\tau} - \tau}{\sigma_{\tau}}$ и выполнив необходимые преобразования, получим

$$P = F_0 \left\{ \frac{M_{\tau}}{\sigma_{\tau}} \left[\frac{M_{\tau}}{\tau_3} - 1 \right] \right\} - F_0 \left\{ -\frac{M_{\tau}}{\sigma_{\tau}} \right\}$$

или, заменяя генеральные параметры их оценками для определения точечного значения ВБР,

$$\tilde{P} = F_0 \left\{ \frac{\bar{\tau}}{S_{\tau}} \left[\frac{\bar{\tau}}{\tau_3} - 1 \right] \right\} - F_0 \left\{ -\frac{\bar{\tau}}{S_{\tau}} \right\}.$$

После подстановки численных значений, получим

$$\tilde{P} = F_0(2,9) - F_0(-2,96) = 0,9981 - 0,0016 = 0,9965.$$

Как видим, оценки надежности по этому методу и методу «нагрузка — прочность — время» получились довольно близкими; это свидетельствует о том, что предположение о линейном характере функции $\Delta p_K(\tau)$ является обоснованным.

Оценивая вероятность безотказной работы по плотности нормального распределения величины τ , получим

$$\tilde{P} = F_0 \left\{ \frac{\bar{\tau} - \tau_3}{S_{\tau}} \right\} = F_0(1,46) = 0,93.$$

На рис. 6.9 приведена плотность распределения (6.8) для условий рассмотренной задачи. Там же для наглядности пунктирной линией изображена плотность нормального распределения.

Информацию о поведении параметров «нагрузки» и «прочности» получают в процессе обработки ЖРД, когда изменяются

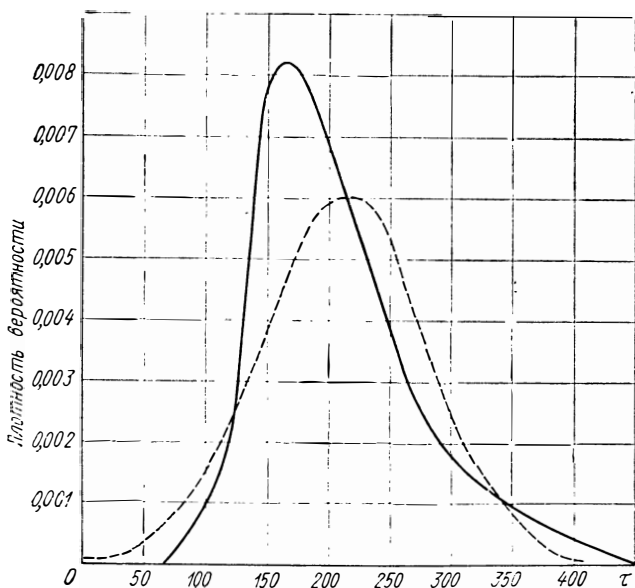


Рис. 6.9. Сравнение нормального распределения (пунктир) с распределением, заданным соотношением (6.8)

конструкции агрегатов, параметры настройки, режимы регулирования и условия испытаний. В целом это приводит к разнородности исходных данных, применяемых для оценки надежности. В связи с этим подбор представительных статистических данных должен осуществляться на основе четких правил классификации результатов испытаний. Естественно, что по каждому рассматриваемому параметру могут быть свои конкретные классификационные признаки. Тем не менее можно рекомендовать некоторые признаки представительности, которые носят общий характер. Так, например, если исследуют результаты ускоренных испытаний в нормальных условиях, то может быть рекомендовано следующее:

а) система, определяющая данный параметр, является штатной,

б) настройка двигателя должна осуществляться в соответствии с действующей документацией,

в) контроль параметров осуществляется на режимах работы, соответствующих эксплуатационно-технической документации,

г) имеются отличия от названных выше классификационных признаков, однако проведенный инженерный анализ свидетельствует о несущественности этих отличий или представляется возможным с помощью аналитических или экспериментальных зависимостей осуществить приведение полученных результатов к заданным условиям работы,

д) при испытаниях не было повреждений материальной части, влияющих на исследуемый параметр.

При проверке согласия теоретических и экспериментальных данных не всегда возникает необходимость прибегать к количественным критериям типа Мизера — Крамера, Колмогорова. $n\omega^2$ и другим, требующим громоздких вычислительных работ. Иногда оказывается достаточным ограничиться более простыми приемами проверки, например, с помощью вероятностной бумаги, либо путем сопоставления характерных для законов распределения констант с их эмпирическими значениями. В качестве такой константы можно воспользоваться коэффициентом вариации, который для некоторых распределений имеет вполне определенные значения (см. табл. 5.1).

Если эмпирическое значение коэффициента вариации существенно отличается от теоретического, то в ряде случаев принятую гипотезу о законе распределения можно отвергнуть, не прибегая к более сложным расчетам. Так в условиях примера 1 выборочные значения коэффициентов вариации для «нагрузки» и «прочности» соответственно составляют $v_x=0,033$ и $v_y=0,104$. Такие значительные расхождения выборочных и генеральных значений коэффициентов вариации дают основание усомниться в справедливости распределения Релея в данном случае и закона Вейбулла при значениях показателя $\beta=3$.

Способ проверки соответствия экспериментальных данных

нормальному распределению основан на справедливости следующего соотношения [4]:

$$\frac{\eta}{\sigma} = \sqrt{\frac{2}{\pi}} = 0,8,$$

где η — простое среднее отклонение, представляющее собой математическое ожидание абсолютной величины отклонения, вычисляется по формуле

$$\eta = 2 \int_0^{\infty} x\varphi(x) dx. \quad (6.9)$$

Статистическим аналогом зависимости (6.9) является выражение

$$\tilde{\eta} = \frac{\sum_{i=1}^N |\varepsilon_i|}{\sqrt{N(N-1)}},$$

где $|\varepsilon_i|$ — абсолютное значение i -го отклонения от среднего. В условиях примера 1 отношения $\tilde{\eta}/S$ соответственно равны

$$\frac{\tilde{\eta}_x}{S_x} = 0,86; \quad \frac{\tilde{\eta}_y}{S_y} = 0,94.$$

Различие указанных выше оценок с генеральным значением $\eta/\sigma = 0,8$ невелико и, следовательно, отвергнуть гипотезу о нормальном законе распределения «нагрузки» и «прочности» не представляется возможным.

Укажем еще на один прием отбраковки несостоятельных гипотез о законах распределения. Данный прием основан на сопоставлении результатов оценок надежности, полученных различными методами. Допустим, в качестве параметра «нагрузки» для исследуемого процесса применимы давление и температура. Причем закон распределения давления достоверно определен на основе обработки статистических данных, а закон распределения температуры неизвестен. Тогда, считая оценку надежности, произведенную по давлению, достоверной, можно отвергнуть, как несостоятельные, те гипотезы о законах распределения температур, которые приводят к существенно отличающимся оценкам надежности. Наиболее просто можно использовать для такого сопоставления качественную информацию, классифицированную по признаку «успех — отказ». При этом следует иметь в виду, что ограниченность статистических данных в рассматриваемом случае влияет в большей степени на точность оценки надежности по схеме «успех — отказ», чем по схеме «нагрузка — прочность». Поэтому такое сопоставление в общем случае позволяет отбраковать только те гипотезы о законах распределения, принятие которых приводит к более низким показателям надежности, чем в схеме «успех — отказ».

Допустим, в примере с отсечным клапаном показатель надежности, полученный путем регистрации исходов испытаний клапана A в составе двигателя при заданном числе циклов $r_3=2$ составил $P_n \geq 0,995$. Сопоставляя полученный результат с оценками надежности по результатам испытаний клапанов (см. рис. 6.7), можно еще раз сделать вывод о несостоятельности гипотезы о нормальном законе распределения для числа циклов до разрушения упругих элементов ($P_n \geq 0,998$ при логнормальном законе и $P_n \geq 0,98$ при нормальном).

На основании статистических данных по испытаниям подшипника насоса горючего получена нижняя граница вероятности безотказной работы $P_n \geq 0,96$. Аналогичный показатель надежности, вычисленный в предположении нормального распределения наработки подшипника до выхода из строя, составил $P_n \geq 0,783$, а по закону Вейбулла $P_n \geq 0,962$. Таким образом, нормальное распределение существенно занижает показатели надежности и должно быть отброшено. Очень важно, чтобы классификация, систематизация и обработка статистики велась по единым методам. Это позволит накапливать фонд априорной информации о закономерностях поведения конкретных параметров. В случае преемственности методов проектирования, конструирования и изготовления при создании новых изделий, априорная информация позволит дать дополнительное обоснование принимаемым законам распределения.

Необходимо иметь в виду, что установление законов распределения параметров при решении практических задач в большинстве случаев не является самоцелью. Важно сделать правильное заключение о соответствии фактических показателей надежности предъявленным требованиям и, основываясь на этом, принять соответствующее решение. Поэтому, если достоверно установить закон распределения не удастся, то из числа рассматриваемых распределений необходимо отдать предпочтение тому из них, принятие которого не приведет к нежелательным последствиям в конкретной ситуации. При этом можно выделить две категории таких последствий:

— сделано неверное заключение о невыполнении требований по надежности, что повлечет за собой дополнительные затраты на доработку,

— сделано ошибочное заключение о выполнении требований технического задания на разработку двигателя (последствия такого заключения не всегда можно измерить).

Учитывая сказанное, как правило, ограничение накладывается на риск, связанный с последствиями второй категории. Соответственно принимают решение, основываясь на законе распределения, дающем гарантированную оценку надежности по нижнему пределу.

1. **Акоф Р., Сасени М.** Основы исследования операций. М., «Мир», 1971, 534 с., с ил.
2. **Болотин В. В.** Применение методов теории вероятностей и теории надежности в расчетах сооружений М., «Стройиздат», 1971, 308 с., с ил.
3. **Большев Л. Н., Смирнов Н. В.** Таблицы математической статистики. М., «Наука», 1965, 464 с.
4. **Бронштейн И. Н., Семендяев К. А.** Справочник по математике. Изд-во технико-теоретической литературы. М., 1957, 608 с., с ил.
5. **Волков Е. Б., Головков Л. Г., Сырицын Т. А.** Жидкостные ракетные двигатели. М., Воениздат, 1970, 590 с., с ил.
6. **Васильев Б. В.** Прогнозирование надежности и эффективности радиоэлектронных элементов. М., «Советское радио», 1970, 336 с., с ил.
7. **Вентцель Е. С.** Теория вероятностей. М., «Наука», 1969, 576 с., с ил.
8. **Вейбулл В.** Усталостные испытания и анализ их результатов. М., «Машиностроение», 1964, 236 с., с ил.
9. **Герцбах И. Б., Кордонский Х. Б.** Модели отказов. М., «Советское радио», 1966, 166 с., с ил.
10. **Добровольский М. В.** Жидкостные ракетные двигатели. М., «Машиностроение», 1968, 396 с., с ил.
11. **Евланов Л. Г.** Контроль динамических систем. М., «Наука», 1972, 424 с., с ил.
12. **Епифанов А. Д.** Надежность автоматических систем. М., «Машиностроение», 1964, 332 с., с ил.
13. **Жевтунов В. П., Меркулова В. Г., Перегудов В. Н.** Разработка методов форсированных испытаний подшипников качения на долговечность. Всесоюзная научно-техническая конференция «Ускоренные методы испытаний на надежность технических систем», 29—31 мая 1972 г. Тезисы докладов, ВНИИНМАШ Госстандарта СССР. М., 1972, с. 48—49.
14. **Зайцев А. М., Коросташевский Р. В.** Авиационные подшипники качения. М., Оборонгиз, 1963, 340 с. с ил.
15. **Ивахненко А. Г., Лапа В. Г.** Кибернетические предсказывающие устройства. Киев «Наукова думка», 1965, 214 с., с ил.
16. **Кордонский Х. Б.** Форсированные испытания надежности машин. «Стандартизация», 1964, № 7.
17. **Корн Г.** Моделирование случайных процессов на аналоговых и аналогоцифровых машинах. М., «Мир», 1968, 316 с., с ил.
18. **Креденцер Б. П., Ластовченко М. М., Сенецкий С. А., Шишонок Н. А.** Решение задач надежности и эксплуатации на универсальных ЭЦВМ. М., «Советское радио», 1967, 286 с., с ил.
19. **Ллойд Д., Липов М.** Надежность. М., «Советское радио», 1964, 686 с., с ил.
20. **Ли Т. Г., Адамс Г. Э., Гейнс У. М.** Моделирование и оптимизация. М., «Советское радио», 1972. 312 с., с ил.

21. **Махин В. А., Миленко Н. П., Пронь Л. В.** Теоретические основы экспериментальной обработки ЖРД. М., «Машиностроение», 1973, 282 с., с ил.
 22. **Мицурин А. И.** Ускоренные испытания на надежность технических систем и изделий. М., «Знание», 1966, 186 с., с ил.
 23. **Налимов В. В.** Теория эксперимента. М., «Наука», 1971, 208 с., с ил.
 24. **Надежность в технике.** Термины. ГОСТ 13377—67, 1968.
 25. **Парроте А. И., Карташов Г. Д., Цветаев К. Н.** Основы ускоренных испытаний радиоэлементов на надежность. М., «Советское радио», 1968.
 26. **Пешес Л. Я., Степанова М. Д.** Методика определения предельной нагрузки для проведения ускоренных испытаний. Изв. АН СССР, «Техническая кибернетика», 1966, № 6, М., «Наука», с. 93—97, с ил.
 27. **Пешес Л. Я., Степанова М. Д.** Основы теории ускоренных испытаний на надежность. Минск, «Наука и техника», 1972, 154 с., с ил.
 28. **РТМ 44—62.** Методика статистической обработки эмпирических данных. М., Стандартгиз, 1966.
 29. **Справочник по надежности.** Т. 2. М., «Мир», 1969, 304 с., с ил.
 30. **Серенсен С. В., Степнов М. Н., Качаев В. П., Гиацинтов Е. В.** Исследование рассеивания характеристик выносливости конструкционных алюминиевых сплавов в связи с технологией их производства. Труды МАТИ. Вып. 35. М., Оборонгиз, 1958, 124 с.
 31. **Серенсен С. В., Степнов М. Н. и др.** Устойчивость функций распределения долговечности при испытаниях на усталость алюминиевых сплавов. Труды МАТИ. Вып. 37. М., Оборонгиз, 1959, 119 с.
 32. **Седякин Н. М.** Об одном физическом принципе теории надежности. Изв. АН СССР. «Техническая кибернетика», 1966, № 3. М., «Наука», 1966, с. 80—87.
 33. **Френкель А. А.** Математический анализ производительности труда. М., «Экономика», 1968, 216 с., с ил.
 34. **Френкель А. А.** Прогнозирование производительности труда. М., «Экономика», 1971, 190 с., с ил.
 35. **Хан Г., Шапиро С.** Статистические модели в инженерных задачах. М., «Мир», 1969, 234 с., с ил.
 36. **Хауштейн Г.** Методы прогнозирования в социалистической экономике. М., «Прогресс», 1971, 388 с., с ил.
 37. **Хорасфас Д. Н.** Системы и моделирование. М., «Мир», 1967, 422 с., с ил.
 38. **Червоный А. А., Лукьященко В. И., Котин Л. В.** Надежность сложных систем. М., «Машиностроение», 1972, 304 с., с ил.
 39. **Шор Я. Б., Кузьмин Ф. И.** Таблицы для анализа и контроля надежности. М., «Советское радио», 1968, 284 с.
 40. **Шор Я. Б.** Статистические методы анализа и контроля качества и надежности. М., «Советское радио», 1962, 552 с., с ил.
 41. **Sary H., Thomas R. E.** Accelerated Testing as Problem of Modeling, Proceedings Sixth National Symposium on Reliability and Quality Control in Electronics. 1960, pp. 69—87.
 42. **Proceedings of IAS Aerospace Systems Reliability Symposium,** 1962, pp. 26—32.
 43. **Ball L. C.** AIAA Paper No. 69—733; AIAA 5th Propulsion Joint Specialist Conf. June 9—13, 1969.
-

	<i>Стр.</i>
Глава 1. Теоретические основы моделирования физических процессов сложных систем	3
§ 1. Общая постановка задачи	3
§ 2. Математические модели	5
§ 3. Физические модели	9
§ 4. Комбинированные и другие виды моделей	11
§ 5. Комплексные модели	12
§ 6. Основные технические принципы построения математических моделей	14
§ 7. Вопросы модификации моделей	19
§ 8. Общие принципы решения задач с помощью математических моделей	21
§ 9. Методы оптимизации стратегии поиска с помощью экспериментов	23
Глава 2. Методы математического моделирования физических процессов применительно к испытаниям ЖРД	29
§ 1. Определение вида модели сложного процесса на основе факторного анализа и теории случайных функций	29
§ 2. Экспериментально-аналитические методы построения математических моделей	38
§ 3. Разработка программ испытаний при экспериментальном исследовании динамических процессов	48
§ 4. Методы повышения информативности испытаний	52
Глава 3. Теоретические вопросы прогнозирования параметров и характеристик надежности	59
§ 1. Некоторые общие методологические вопросы прогнозирования характеристик сложных систем	59
§ 2. Прогнозирование характеристик сложных систем на основе параметрической информации	68
§ 3. Прогнозирование характеристик надежности сложных систем	75
§ 4. Прогнозирование параметров и характеристик надежности по результатам ускоренных испытаний	84
§ 5. Прогнозирование возможных сроков эксплуатации сложных систем	92
Глава 4. Основные положения ускоренных испытаний надежности ЖРД	99
§ 1. Общие положения по методам ускоренных испытаний	99
§ 2. Оценка эффективности ускоренных испытаний	102
Глава 5. Модели ускоренных испытаний	114
§ 1. Модели типа «нагрузка — прочность»	114

	<i>Стр.</i>
§ 2. Модели типа «нагрузка — прочность — время»	124
§ 3. Модели форсированных ускоренных испытаний	134
§ 4. Комбинированные ускоренные испытания	145
§ 5. Примеры решения некоторых практических задач	147
Глава 6. Инженерные основы ускоренных испытаний ЖРД	153
§ 1. Вопросы планирования ускоренных испытаний ЖРД	153
§ 2. Основы инженерно-статистического анализа результатов ускоренных испытаний	161
Литература	181



Редактор издательства *В. М. Токарь*
Художник *А. Я. Штаркман*

Технический редактор *Т. С. Старых*
Корректор *Е. П. Карнаух*

Сдано в набор 13/VIII-1974 г. Подписано к печати 29/I-1975 г. Т-00463
Формат 60×90¹/₁₆ Бумага № 2 Печ. л. 11,5 Уч.-изд. л. 11,15
Тираж 3300 экз. Изд. зак. 3946 Цена 57 коп.

Издательство «Машиностроение», 107885 Москва, Б-78, 1-й Басманный пер., 3

Московская типография № 8 Союзполиграфпрома
при Государственном комитете Совета Министров СССР
по делам издательств, полиграфии и книжной торговли.
Хохловский пер., 7. Тип. зак. 1640

Цена 57 коп.

