

# Zur Einführung.

Die Werkstattbücher behandeln das Gesamtgebiet der Werkstatttechnik in kurzen selbständigen Einzeldarstellungen; anerkannte Fachleute und tüchtige Praktiker bieten hier das Beste aus ihrem Arbeitsfeld, um ihre Fachgenossen schnell und gründlich in die Betriebspraxis einzuführen.

Die Werkstattbücher stehen wissenschaftlich und betriebstechnisch auf der Höhe, sind dabei aber im besten Sinne gemeinverständlich, so daß alle im Betrieb und auch im Büro Tätigen, vom vorwärtstrebenden Facharbeiter bis zum leitenden Ingenieur, Nutzen aus ihnen ziehen können.

Indem die Sammlungen so den einzelnen zu fördern sucht, wird sie dem Betrieb als Ganzem nutzen und damit auch der deutschen technischen Arbeit im Wettbewerb der Völker.

## Bisher sind erschienen:

- Heft 1: Gewindeschneiden. Zweite, vermehrte und verbesserte Auflage. Von Oberingenieur O. M. Müller.
- Heft 2: Meßtechnik. Zweite, verbesserte Auflage. (7.—14. Tausend.) Von Professor Dr. techn. M. Kurrein.
- Heft 3: Das Anreißen in Maschinenbauwerkstätten. (7.—12. Tausend.) Von Ingenieur H. Frangenheim.
- Heft 4: Wechselräderberechnung für Drehbänke. (7.—12. Tausend.) Von Betriebsdirektor G. Knappe.
- Heft 5: Das Schleifen der Metalle. Zweite, verbesserte Auflage. Von Dr.-Ing. B. Buxbaum.
- Heft 6: Teilkopfarbeiten. (7.—12. Tausend.) Von Dr.-Ing. W. Pockrandt.
- Heft 7: Härten und Vergüten. 1. Teil: Stahl und sein Verhalten. Dritte, verbess. u. vermehrte Aufl. (18.—24. Tsd.) Von Dipl.-Ing. Eugen Simon.
- Heft 8: Härten und Vergüten. 2. Teil: Praxis der Warmbehandlung. Zweite, verbess. Auflage. (16.—17. Tausend.) Von Dipl.-Ing. Eugen Simon.
- Heft 9: Rezepte für die Werkstatt. 2. verbess. Auflage. (11.—16. Tausend.) Von Dr. Fritz Spitzer.
- Heft 10: Kuppelofenbetrieb. 2. verbess. Aufl. Von Gießereidirektor C. Irresberger.
- Heft 11: Freiformschmiede. 1. Teil: Technologie des Schmiedens. — Rohstoffe der Schmiede. Von Direktor P. H. Schweißguth.
- Heft 12: Freiformschmiede. 2. Teil: Einrichtungen und Werkzeuge der Schmiede. Von Direktor P. H. Schweißguth.
- Heft 13: Die neueren Schweißverfahren. Zweite, verbesserte u. vermehrte Auflage. Von Prof. Dr.-Ing. P. Schimpke.
- Heft 14: Modelltschlerei. 1. Teil: Allgemeines. Einfachere Modelle. Von R. Löwer.
- Heft 15: Bohren. Von Ing. J. Dinnebier.
- Heft 16: Reiben und Senken. Von Ing. J. Dinnebier.
- Heft 17: Modelltschlerei. 2. Teil: Beispiele von Modellen und Schablonen zum Formen. Von R. Löwer.
- Heft 18: Technische Winkelmessungen. Von Prof. Dr. G. Berndt.
- Heft 19: Das Gußeisen. Von Ing. Joh. Mehrrens.
- Heft 20: Festigkeit und Formänderung. Von Studienrat Dipl.-Ing. H. Winkel.
- Heft 21: Einrichten von Automaten. 1. Teil: Die Systeme Spencer und Brown & Sharpe. Von Ing. Karl Sachse.
- Heft 22: Die Fräser. Von Ing. Paul Zieting.
- Heft 23: Einrichten von Automaten. 2. Teil: Die Automaten System Gridley (Einspindel) u. Cleveland u. die Offenbacher Automaten. Von Ph. Kelle, E. Gothe, A. Kreil.
- Heft 24: Der Stahl- und Temperguß. Von Prof. Dr. techn. Erdmann Kothny.
- Heft 25: Die Ziehetechnik in der Blechbearbeitung. Von Dr.-Ing. Walter Sellin.
- Heft 26: Räumen. Von Ing. Leonhard Knoll.
- Heft 27: Einrichten von Automaten. 3. Teil: Die Mehrspindel-Automaten. Von E. Gothe, Ph. Kelle, A. Kreil.
- Heft 28: Das Löten. Von Dr. W. Burstyn.
- Heft 29: Die Kugel- und Rollenlager (Wälzlager). Von Hans Behr.
- Heft 30: Gesunder Guß. Von Prof. Dr. techn. Erdmann Kothny.
- Heft 31: Gesenkschmiede. 1. Teil: Arbeitsweise und Konstruktion der Gesenke. Von P. H. Schweißguth.
- Heft 32: Die Brennstoffe. Von Prof. Dr. techn. Erdmann Kothny.
- Heft 33: Der Vorrichtungsbau. I: Einteilung, Einzelheiten u. konstruktive Grundsätze. Von Fritz Grünhagen.
- Heft 34: Werkstoffprüfung (Metalle). Von Prof. Dr.-Ing. P. Riebensahm und Dr.-Ing. L. Traeger.

Fortsetzung des Verzeichnisses der bisher erschienenen sowie Aufstellung der in Vorbereitung befindlichen Hefte siehe S. Umschlagseite.

Jedes Heft 48—64 Seiten stark, mit zahlreichen Textabbildungen.

**WERKSTATTBÜCHER**  
**FÜR BETRIEBSBEAMTE, VOR- UND FACHARBEITE**  
**HERAUSGEGEBEN VON DR.-ING. EUGEN SIMON, BERLIN**

---

---

HEFT 18

# Technische Winkelmessungen

Von

**Professor Dr. G. Berndt**

Direktor des Instituts für Meßtechnik und Grundlagen des Austauschbaus  
an der Technischen Hochschule, Dresden

Zweite, verbesserte Auflage  
(5. bis 9. Tausend)

Mit 124 Abbildungen im Text  
und 34 Zahlentafeln



**Berlin**  
**Verlag von Julius Springer**  
1930

# Inhaltsverzeichnis.

	Seite
Vorwort des Herausgebers . . . . .	3
Einleitung . . . . .	3
Methode der Fehlerberechnung S. 3.	
I. Einheit und Normale . . . . .	5
a) Grad . . . . .	5
b) Bogenmaß . . . . .	6
II. Feste Winkel . . . . .	7
a) 90°-Stahlwinkel (DIN 875) . . . . .	7
b) Prüfung des 90°-Winkels . . . . .	10
c) Winkel von Schabestählen . . . . .	12
d) Schablonen . . . . .	13
e) Prüfung des Flankenwinkels von Gewinden . . . . .	14
f) Winkel von Kegel und Kimme an Flankenmikrometern . . . . .	16
III. Die Trigonometrische Winkelmessung . . . . .	16
a) Tangenslineal mit Parallelendmaßen . . . . .	16
b) Sinuslineal . . . . .	19
c) Tangenslineal mit Meßscheiben . . . . .	21
d) Einspringende Winkel . . . . .	22
IV. Optische Winkelmessung (ohne Teilkreis) . . . . .	24
a) Kleine Winkeländerungen . . . . .	24
b) Messung kleiner Winkelunterschiede . . . . .	26
c) Bestimmung der Parallelität von Flächen . . . . .	27
V. Die Verjüngung von Kegeln . . . . .	28
a) Werkzeugkegel . . . . .	28
b) Kegeldorne S. 30. (1. Vergleich mit einstellbaren oder festen Winkeln S. 30. — 2. Optische Messung S. 32. — 3. Aus zwei Durchmessern S. 33. — 4. Aus zwei Katheten S. 34. — 5. Mit Meßscheiben S. 35. — 6. Durch Vergleich mit Normalkegel S. 37.) . . . . .	
c) Kegelhülsen S. 40. (1. Mit Gegenlehre S. 40. — 2. Vergleich mit einstellbaren Winkeln S. 40. — 3. Mit Meßscheiben oder Kugeln S. 40. — 4. Durch Vergleich mit einer Normalhülse S. 42.) . . . . .	
VI. Goniometrische Messungen . . . . .	43
a) Transporteur . . . . .	43
b) Schmiege . . . . .	44
c) Mikroskopische Winkelmessung . . . . .	46
d) Einfluß der Exzentrizität . . . . .	47
e) Bestimmung der Teilkreisfehler . . . . .	48
VII. Reflexionsgoniometer und Libelle . . . . .	50
a) Reflexionsgoniometer . . . . .	50
b) Messung mit Teilkreis und Libelle . . . . .	52
c) Libelle (Wasserwaage, DIN 877) . . . . .	53
d) Libellenwinkelmesser . . . . .	57
e) Pendelneigungsmesser . . . . .	58
VIII. Untersuchung von Teilköpfen und geteilten Rundkörpern . . . . .	59
a) Untersuchung von Teilköpfen . . . . .	59
1. Lochscheibe S. 60. — 2. Schneckenrad S. 62. — 3. Schnecke S. 63.	
b) Untersuchung von geteilten Rundkörpern . . . . .	65
IX. Das Konstruieren und Anreißen von Winkeln . . . . .	68
a) Zeichnen nach festen Lehren . . . . .	68
b) Konstruktion des 90°-Winkels . . . . .	69
c) Konstruktion des 60°-Winkels . . . . .	70
d) Konstruktion des 45°-Winkels . . . . .	70
e) Fällen einer Senkrechten 71. — (1. Halbierung des Winkels von 90° S. 71. — 2. Halbierung des Winkels von 60° S. 71.) . . . . .	
f) Halbierung eines gegebenen Winkels 72. (1. Halbierung des 90°-Winkels S. 72. — 2. Halbierung des 60°-Winkels S. 72. — 3. Halbierung des 45°-Winkels S. 73. — 4. Halbierung des 30°-Winkels S. 73.) . . . . .	
g) Konstruktion des Winkels von 29° . . . . .	73
h) Konstruktion beliebiger Winkel mit Hilfe des Sinus . . . . .	74
i) Konstruktion beliebiger Winkel mit Hilfe des Tangens . . . . .	75
k) Konstruktion beliebiger Winkel mit Hilfe des Sinus des halben Winkels . . . . .	75

Alle Rechte, insbesondere das der Übersetzung in fremde Sprachen, vorbehalten.  
Copyright 1930 by Julius Springer in Berlin.

## Vorwort des Herausgebers.

Dieses Heft bildet eine Ergänzung zum Heft 2 von Kurrein: „Meßtechnik“, insofern als dort alle Meßgeräte des modernen Maschinenbaues nach Konstruktion und Anwendung geschildert wurden und als hier ein einzelnes, wenn auch wichtiges Teilgebiet besonders ausführlich behandelt wird.

Diese Ausführlichkeit erstreckt sich nicht nur auf die Beschreibung aller nötigen Geräte und aller möglichen Verfahren, sondern es wird immer die erzielbare Meßgenauigkeit sorgfältig untersucht. Die dazu nötige exakte Fehlerrechnung ist nun aber ohne etwas schwierigere mathematische Rechnungen und ohne Voraussetzung größerer mathematischer Kenntnisse, als sie sonst für die Werkstattbücher nötig sind, nicht möglich. Um jedoch dem Werkstattmann, der diesen mathematischen Ableitungen nicht folgen kann oder will, Zusammenhang und Verständnis des Heftes zu wahren, hat der Verfasser in allen Fällen die Ergebnisse seiner Rechnungen in Zahlentafeln übersichtlich zusammengestellt. So kann also der Leser, der dem Verfasser vertraut, sich den Inhalt des Heftes ziemlich mühelos aneignen.

Um den Leser von vornherein auf alle etwas schwierigen und umständlichen Rechnungen aufmerksam zu machen, sind sie in kleinerer Druckschrift (Petit) gesetzt.

### Einleitung.

Gegenüber der Bestimmung von Längen tritt die von Winkeln in der Technik stark zurück; dies lehrt bereits ein oberflächlicher Vergleich der Zahlen der für beide Zwecke bestimmten Meßgeräte. Dasselbe gilt auch bezüglich der Genauigkeit; geht man bei den Endmaßen, als den letzten Normalen für technische Längenmessungen, heute bis auf die Tausendstel  $\mu$  ( $1 \text{ My} = \frac{1}{1000} \text{ mm}$ ), so ist bei den Winkeln eine Genauigkeit von einigen Sekunden immer ausreichend (wobei allerdings von der Optotechnik abgesehen ist). Andererseits ist aber ihre Bestimmung häufig weit schwieriger als die von Längen, wenn z. B. die Schenkel der Winkel nur von geometrischen Linien gebildet werden (wie bei Kegellehren) oder gar nur in einem (nicht zu verwirklichenden) Schnitt auftreten, wie bei dem Flankenwinkel von Gewinden. Je nach den Umständen wird man also auch zur Bestimmung der Winkel den einzelnen Zwecken angepaßte Verfahren und Meßgeräte nehmen müssen.

#### Methode der Fehlerberechnung.

Vor allem soll dabei die Genauigkeit untersucht werden, die mit den verschiedenen Ausführungen zu erreichen ist.

Liegt eine genügende Zahl (etwa 6—10) von Messungen vor, so stellt der größte auftretende Unterschied einer Einzelbeobachtung gegen das arithmetische Mittel aus ihnen den größten Fehler dar. Zweckmäßiger gibt man indessen hier den mittleren Fehler an, der sich folgendermaßen berechnet. Es seien nebenstehende Beobachtungen gemacht:

Man bildet die Differenzen  $\delta = \text{Mittel} - \text{Beobachtung}$  und, um von ihrem Vorzeichen unabhängig zu werden, ihre Quadrate ( $\delta^2$ ). Nach Gauß bezeichnet man als mittleren Fehler einer Beobachtung die Größe

$$f = \pm \sqrt{\frac{\sum \delta^2}{n-1}}$$

Ableseung	$\delta$ min	$\delta^2$
60° 2'	— 2	4
60° 3'	— 3	9
59° 59'	+ 1	1
60° 1'	— 1	1
59° 57'	+ 3	9
59° 59'	+ 1	1
60° 2'	— 2	4
59° 58'	+ 2	4
Mittel: 60° 0'	$\sum \delta^2 = 33$	1*

wobei  $n$  die Zahl der Beobachtungen ist, und als mittleren Fehler des arithmetischen Mittelwerts die Größe

$$F = \pm \frac{f}{\sqrt{n}} = \pm \sqrt{\frac{\sum \delta^2}{n \cdot (n-1)}}.$$

Für obiges Beispiel ist

$$f = \pm \sqrt{\frac{33}{7}} = \pm 2,2' \quad \text{und} \quad F = \pm \sqrt{\frac{33}{56}} = \pm 0,35',$$

während der maximale Fehler der einzelnen Beobachtung  $\pm 3'$  sein würde<sup>1)</sup>.

Meist ist es aber in der Technik nicht möglich, eine für die Gaußsche Fehlerrechnung genügende Zahl von Beobachtungen anzustellen. In der Regel wird es sich sogar darum handeln, vor der Ausführung die Genauigkeit der einzelnen Verfahren zu bestimmen, um daraufhin entscheiden zu können, welches von ihnen für den vorliegenden Zweck geeignet bzw. ausreichend ist. Häufig wird sich dies durch einfache Betrachtungen ergeben; schwieriger wird aber die Fehlerberechnung, wenn das Meßergebnis nicht unmittelbar, sondern als Funktion einer Größe auftritt, oder wenn es von mehreren Faktoren abhängt. Am einfachsten führt hier die Anwendung der Differentialrechnung zum Ziele.

Es sei z. B. das Ergebnis  $R$  eine Funktion der beobachteten Größe  $x$ , also  $R = \varphi(x)$ .

Begeht man bei der Bestimmung von  $x$  einen Fehler  $\pm f$ , so erhält man im Ergebnis  $R$  einen Fehler  $F$ , der dadurch bestimmt ist, daß  $R + F = \varphi(x \pm f)$  sein muß.

Da nun der Fehler  $f$  im allgemeinen eine kleine Größe ist, so kann man die Funktion  $\varphi$  nach der Taylorschen Reihe entwickeln. Es wird also, da die zweiten und höheren Potenzen zu vernachlässigen sind,  $R + F = \varphi(x) \pm f \cdot d\varphi(x)/dx$ ; subtrahiert man hiervon die Gleichung  $R = \varphi(x)$ , so folgt  $F = \pm f \cdot d\varphi(x)/dx = \pm f \cdot dR/dx$ .

Es ist also der Fehler  $F$  des Ergebnisses gleich dem Produkt aus dem Beobachtungsfehler  $f$  und dem Differentialquotienten von  $R$  nach  $x$ .

Je nachdem, ob man für  $f$  den mittleren oder den maximalen Fehler einsetzt, erhält man auch für  $F$  den entsprechenden Fehler.

**Beispiel 1.** Ist  $R = C \cdot \sin x$ , wo  $C$  eine Konstante bedeutet, so folgt aus der letzten Gleichung sofort

$$F = \pm f \cdot d(C \cdot \sin x)/dx = \pm f \cdot C \cdot \cos x = \pm f \cdot R \cdot \operatorname{ctg} x.$$

Man erhält also den Fehler des Ergebnisses, wenn man dieses mit dem Beobachtungsfehler und der Kotangente von  $x$  multipliziert.

Daß man auch mit den Hilfsmitteln der niederen Mathematik zu demselben Ziele kommt, läßt sich leicht beweisen.

Es war angenommen  $R = C \cdot \sin x$ .

Wird nun bei der Beobachtung von  $x$  der Fehler  $\pm f$  begangen, so tritt im Ergebnis  $R$  ein Fehler  $F$  auf, der dadurch bestimmt ist, daß  $R + F = C \cdot \sin(x \pm f) = C \cdot (\sin x \cdot \cos f \pm \cos x \cdot \sin f)$ . Nun ist  $f$  eine kleine Größe, so daß man mit genügender Annäherung  $\cos f = 1$  und  $\sin f = f$  setzen kann. Dann wird  $R + F = C \cdot (\sin x \pm f \cdot \cos x)$ ; davon die Gleichung  $R = C \cdot \sin x$  abgezogen, ergibt

$$F = \pm f \cdot C \cdot \cos x = \pm f \cdot R \cdot \operatorname{ctg} x.$$

Bietet hier nun die Benutzung der Differentialrechnung noch keinen wesentlichen Vorteil, so wird dies sofort anders, falls  $R$  von mehreren Größen  $x_1, x_2, x_3 \dots$  abhängt, also  $R = \varphi(x_1, x_2, x_3 \dots)$  ist.

Man verfährt nun so, daß man zunächst den Einfluß der einzelnen Beobachtungsfehler  $f_1, f_2, f_3 \dots$  von  $x_1, x_2, x_3 \dots$  auf das Ergebnis berechnet. Seine Einzelfehler ergeben sich dann genau wie vorher zu  $F_1 = \pm f_1 \cdot \partial R / \partial x_1$ ;  $F_2 = \pm f_2 \cdot \partial R / \partial x_2 \dots$

Dabei sind die Differentiationen jedesmal so auszuführen, als wenn die übrigen Größen konstant wären, weshalb auch das Zeichen  $\partial$  der partiellen Differentiation gewählt ist.

<sup>1)</sup> Näheres s. V. Happach: Ausgleichsrechnung. 1923.

Der größtmögliche Gesamtfehler  $F$  ergibt sich als Summe der größten Einzelfehler  $F_1, F_2, F_3, \dots$ , somit wird

$$F = F_1 + F_2 + F_3 + \dots = \pm (f_1 \cdot \partial R / \partial x_1 + f_2 \cdot \partial R / \partial x_2 + f_3 \cdot \partial R / \partial x_3 + \dots).$$

Sind dagegen  $F_1, F_2, F_3, \dots$  die mittleren Einzelfehler, so erhält man den mittleren Gesamtfehler nach dem Fehlerfortpflanzungsgesetz aus

$$F = \pm \sqrt{F_1^2 + F_2^2 + F_3^2 + \dots}.$$

In nachfolgendem sollen aber, aus Sicherheitsgründen, immer die größtmöglichen Fehler berechnet werden.

**Beispiel 2.** Es sei  $R = x_1 \cdot x_2 \cdot x_3$ ; dann wird

$$F_1 = \pm f_1 \cdot \partial (x_1 \cdot x_2 \cdot x_3) / \partial x_1 = \pm f_1 \cdot x_2 \cdot x_3$$

$$F_2 = \pm f_2 \cdot \partial (x_1 \cdot x_2 \cdot x_3) / \partial x_2 = \pm f_2 \cdot x_3 \cdot x_1$$

$$F_3 = \pm f_3 \cdot \partial (x_1 \cdot x_2 \cdot x_3) / \partial x_3 = \pm f_3 \cdot x_1 \cdot x_2,$$

also  $F = \pm (f_1 \cdot x_2 \cdot x_3 + f_2 \cdot x_3 \cdot x_1 + f_3 \cdot x_1 \cdot x_2) = \pm R \cdot (f_1/x_1 + f_2/x_2 + f_3/x_3).$

Man erhält also den Fehler  $F$  des Ergebnisses  $R$ , wenn man  $R$  mit der Summe der einzelnen Beobachtungsfehler, jeden durch die Größe des beobachteten Wertes dividiert, multipliziert. — Auf elementarem Wege folgt das Ergebnis aus

$$\begin{aligned} R &= x_1 \cdot x_2 \cdot x_3 \\ R + F &= (x_1 \pm f_1) \cdot (x_2 \pm f_2) \cdot (x_3 \pm f_3) = (x_1 \cdot x_2 \pm f_1 \cdot x_2 \pm f_2 \cdot x_1) \cdot (x_3 \pm f_3) \\ &= x_1 \cdot x_2 \cdot x_3 \pm f_1 \cdot x_2 \cdot x_3 \pm f_2 \cdot x_3 \cdot x_1 \pm f_3 \cdot x_1 \cdot x_2, \end{aligned}$$

falls man wieder die Glieder, welche Produkte oder Potenzen der Fehler enthalten, vernachlässigt. Durch Subtraktion ergibt sich

$$F = \pm (f_1 \cdot x_2 \cdot x_3 + f_2 \cdot x_3 \cdot x_1 + f_3 \cdot x_1 \cdot x_2) = \pm R \cdot (f_1/x_1 + f_2/x_2 + f_3/x_3).$$

**Beispiel 3.** Als weiteres Beispiel sei der Fall  $R = x^n$  behandelt.

Dann wird  $F = \pm f \cdot dx^n/dx = \pm f \cdot n \cdot x^{n-1} = \pm f \cdot n \cdot R/x.$

Der Fehler  $F$  ist also gleich dem Produkt aus  $R$  und dem  $n$ -fachen Beobachtungsfehler  $f$ , dividiert durch die beobachtete Größe  $x$ . Es geht somit der Beobachtungsfehler  $f$  mit dem  $n$ -fachen Betrage ( $n \cdot f$ ) in das Ergebnis ein.

Auf elementarem Wege folgt  $R = x^n$ ;  $R + F = (x \pm f)^n = x^n \cdot (1 \pm f/x)^n.$

Durch Anwendung des binomischen Satzes wird daraus, wiederum unter Vernachlässigung der zweiten und höheren Potenzen von  $f$ ,

$$R + F = x^n \cdot (1 \pm n \cdot f/x) = x^n \pm n \cdot f \cdot x^{n-1};$$

Daraus folgt

$$F = \pm n \cdot f \cdot x^{n-1} = \pm n \cdot f \cdot R/x.$$

**Beispiel 4.** Als letztes Beispiel sei schließlich betrachtet  $R = x_1/x_2$ ; dann wird

$$\begin{aligned} F_1 &= \pm f_1 \cdot \partial R / \partial x_1 = \pm f_1/x_2; & F_2 &= \pm f_2 \cdot \partial R / \partial x_2 = \pm f_2 \cdot x_1/x_2^2; \\ F &= \pm (f_1/x_2 + f_2 \cdot x_1/x_2^2) = \pm R \cdot (f_1/x_1 + f_2/x_2). \end{aligned}$$

Bei Brüchen setzt sich also der Fehler des Ergebnisses aus den einzelnen Beobachtungsfehlern genau so wie bei Produkten zusammen.

Auf elementarem Wege würde folgen:

$$\begin{aligned} R + F &= (x_1 \pm f_1) / (x_2 \pm f_2) = (x_1 \pm f_1) \cdot (x_2 \pm f_2)^{-1} \\ &= (x_1 \pm f_1) \cdot (1 \mp f_2/x_2) / x_2 = (x_1 \pm f_1) \cdot (1/x_2 \mp f_2/x_2^2). \end{aligned}$$

Der größte Fehler tritt nun auf, wenn  $f_1$  und  $f_2$  entgegengesetzte Vorzeichen haben; dann wird

$$\begin{aligned} R + F &= x_1/x_2 \pm f_1/x_2 \pm f_2 \cdot x_1/x_2^2, \\ F &= \pm (f_1/x_2 + f_2 \cdot x_1/x_2^2) = \pm R \cdot (f_1/x_1 + f_2/x_2). \end{aligned}$$

Da der elementare Weg erheblich umständlicher ist, wird im folgenden für die Fehlerberechnung hin und wieder die Differentialrechnung benutzt werden.

## I. Einheit und Normale.

a) Grad. Die Einheit des Winkels ist der Grad, der 360ste Teil des Vollwinkels um einen Punkt. In der Technik wird der Grad stets eingeteilt in 60 Minuten zu je 60 Sekunden. Da der Vollwinkel von 360° jederzeit vorhanden



zuführen ist, es sei denn, daß es sich um die Ausmessung so kleiner Stücke auf einem Kreise von genügend großem Radius handelt, daß man den Kreisbogen durch die Tangente ersetzen kann. Gelegentlich wird auch in der Technik hiervon Gebrauch gemacht; sonst benutzt man die wissenschaftliche Winkleinheit aber nur zu gewissen Umrechnungen, wenn man nämlich kleine Winkel, bei denen der Bogen wiederum durch eine Gerade ersetzt werden kann, trigonometrisch berechnet und direkt aus dem gefundenen Seitenverhältnis, ohne Benutzung von Tafeln, den Wert in Sekunden oder Minuten haben will. Für die Technik kommen sonst nur der Grad, die Minute und die Sekunde in Frage.

## II. Feste Winkel.

a) 90°-Stahlwinkel. Weitaus am häufigsten wird zur Prüfung der senkrechten Lage zweier Teile der Stahlwinkel von 90° gebraucht. Man soll möglichst darauf sehen, daß er aus einem Stück besteht (Abb. 4, 5), während bei der Ausführung mit angesetztem dünnen Schenkel (Abb. 6) immer die Gefahr vorliegt, daß dieser sich lockert. Ob man beiden Schenkeln rechteckigen Querschnitt (Abb. 4) oder dem einen T-Form (Abb. 5, Anschlagwinkel) oder dreieckigen Querschnitt (Haarwinkel) gibt, richtet sich nach dem Verwendungszweck. Daß das Rechteck der geringeren Durchbiegung wegen hochkant stehen muß, ist wohl selbstverständlich.

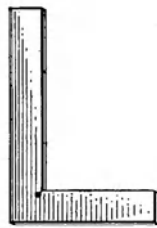


Abb. 4. Stahlwinkel.

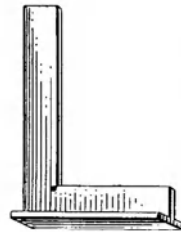


Abb. 5. Anschlagwinkel.

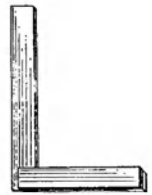


Abb. 6. Stahlwinkel mit angesetztem Schenkel.

Für die an die 90°-Stahlwinkel zu stellenden Anforderungen liegt ein Normungsvorschlag in DIN E 875 vom 15. August 1929 vor (s. S. 8); sie sind im wesentlichen dadurch gegeben, daß die Winkel im Grunde gekreuzte Lineale darstellen.

Nach DIN E 875 ist Bearbeitung der Meßflächen durch Schaben nicht zulässig, da darunter die Ebenheit leidet. Noch mehr zu verwerfen ist es, die Meßflächen, nachdem sie auf höchste Genauigkeit hin gearbeitet waren, des schönen Aussehens wegen mit einem gleichmäßigen Schabemuster zu „verzieren“. Auch dadurch wird die vorher vorhandene Genauigkeit nur herabgesetzt.

Die Anforderungen an die Genauigkeit des Außen- und Innenwinkels von 90° sind sehr hoch. Sie betragen bis zu Abständen von 100 mm vom Scheitel für:

Haarwinkel	Normalwinkel	Werkstattwinkel	
		I	II
$\pm 2.10^{-5}$ $\approx 4,1''$	$5.10^{-5}$ 10,3''	$10.10^{-5}$ 20,6''	$20.10^{-5}$ 41,2''

Die Feststellung der vorhandenen Abweichungen von dem Sollwert 90° soll nachher besprochen werden. Voraus sei nur bemerkt, daß die Prüfung bei der durch DIN 102 festgesetzten Bezugstemperatur von 20° erfolgen muß, da die Größe des Winkels (wohl infolge nicht ganz ausgeglichener innerer Spannungen) von der Temperatur abhängt; bei 40° wurden z. B. Änderungen von +19 bis +31'' gegenüber den Beobachtungen bei 20° festgestellt<sup>1)</sup>.

<sup>1)</sup> Zeitschr. f. Instrumentenkunde 48, 149, 1928.



## Stahlwinkel.

DIN-Entwurf E 875.

Werkstoff: Stahl.

Querschnitt der Arme: Rechtecke, T-, U- oder Doppel-T-Form, bei Haarwinkeln: Dreieckform. Scharfe Kanten sind durch Brechung oder Rundung zu vermeiden.

Bearbeitung der Meßflächen: Letzte Spanabnahme durch Schleifen oder ähnliche Maßnahme, nicht durch Schaben.

Winkelgenauigkeit: Liegt ein Winkel mit einer Meßfläche auf einer Ebene auf, und legt man durch den Scheitelpunkt des Winkels eine zu der Auflagerebene und zu dem auf dieser liegenden Winkelschenkel senkrecht stehende Ebene, so darf der Abstand der korrespondierenden Meßfläche des anderen Schenkels von dieser Ebene an keiner Stelle die zulässigen Grenzen überschreiten.

Zulässige Grenzen der Abweichungen der Hochkant Meßflächen vom rechten Winkel im Abstände  $L$  vom Scheitelpunkt:

Haarwinkel . . . . .	$\pm (0,002 \text{ mm} + L/100\,000)$
Normalwinkel . . . . .	$\pm (0,005 \text{ mm} + L/50\,000)$
Werkstattwinkel I . . . . .	$\pm (0,01 \text{ mm} + L/20\,000)$
Werkstattwinkel II . . . . .	$\pm (0,02 \text{ mm} + L/10\,000)$

Für die in der folgenden Zahlentafel genannten Abstände vom Scheitelpunkt des zu prüfenden Winkels sind die aus obigen Gleichungen errechneten Werte:

Abstand des Meßflächenpunktes vom Scheitelpunkt in mm	Grenzen des zulässigen Abstandes des Meßflächenpunktes von dem Schenkel des rechten Winkels in $\mu$ für:			
	Haarwinkel	Normalwinkel	Werkstattwinkel	
			I	II
0	$\pm 2$	$\pm 5$	$\pm 10$	$\pm 20$
100	$\pm 3$	$\pm 7$	$\pm 15$	$\pm 30$
200	$\pm 4$	$\pm 9$	$\pm 20$	$\pm 40$
300	$\pm 5$	$\pm 11$	$\pm 25$	$\pm 50$
400	$\pm 6$	$\pm 13$	$\pm 30$	$\pm 60$
500	$\pm 7$	$\pm 15$	$\pm 35$	$\pm 70$
600	$\pm 8$	$\pm 17$	$\pm 40$	$\pm 80$
700	$\pm 9$	$\pm 19$	$\pm 45$	$\pm 90$
800	$\pm 10$	$\pm 21$	$\pm 50$	$\pm 100$
900	$\pm 11$	$\pm 23$	$\pm 55$	$\pm 110$
1000	$\pm 12$	$\pm 25$	$\pm 60$	$\pm 120$
1200	—	$\pm 29$	$\pm 70$	$\pm 140$
1400	—	$\pm 33$	$\pm 80$	$\pm 160$
1600	—	$\pm 37$	$\pm 90$	$\pm 180$
1800	—	$\pm 41$	$\pm 100$	$\pm 200$
2000	—	$\pm 45$	$\pm 110$	$\pm 220$

Für Zwischenabstände zu prüfender Punkte vom Scheitelpunkt werden die Werte der nächstkleineren Stufe angewandt.

Zulässige Grenzen der Abweichung der Winkel zwischen der zur Prüfung verwandten Ebene und der darauf aufrecht stehenden Seitenfläche von einem rechten Winkel: das Dreifache der für die Hochkant-Meßflächen zugelassenen Abweichungen.

Parallelität der Flächen wird durch die Unterschiede der Abstände der korrespondierenden Punkte beider Flächen gemessen. Die zulässigen Grenzen dieser Unterschiede betragen:

für die Hochkant-Meßflächen: das Einfache,  
für die Seitenflächen: das Dreifache

der zulässigen Winkelabweichungen der Hochkant-Meßflächen.

Ebenheit der Hochkant- und Seitenflächen muß den Bedingungen für Lineale der gleichen kennzeichnenden Bezeichnung nach DIN 874 entsprechen<sup>1)</sup>.

<sup>1)</sup> Die Ebenheit der Flächen für Normalwinkel z. B. muß den Vorschriften über Ebenheit der Flächen der Normallineale entsprechen usw.

Die Anforderungen für die Ebenheit der Flächen von Stahllinealen lauten nach DIN-Entwurf E874 vom 15. August 1929:

**Ebenheit der Meßflächen:** Legt man durch das Profil der undeformierten Meßfläche eine Ebene derart, daß die höchsten und tiefsten Punkte des Profils symmetrisch zu ihr liegen, so darf der Abstand der Meßfläche von dieser Ebene an keiner Stelle die zulässigen Grenzen überschreiten. Da die Messung des Profils nicht im undeformierten Zustande ausgeführt werden kann, ist die Durchbiegung zu berücksichtigen. — Bei Linealen mit gerundeter oder abgefaster, zum Messen dienender Kante (Haarlinealen, Dreikantlinealen) muß die Prüfebene senkrecht zur Symmetrieebene stehen.

Zulässige Grenzen der Abweichung einer Meßfläche eines insgesamt  $L$  mm langen Lineals von der Ebene:

Haarlineale und Dreikantlineale . . . . .	$\pm(1 \mu + L/500\,000)$
Normallineale und Vierkantlineale . . . . .	$\pm(1 \mu + L/200\,000)$
Werkstattlineale I . . . . .	$\pm(2 \mu + L/100\,000)$
Werkstattlineale II . . . . .	$\pm(5 \mu + L/50\,000)$

Für die in der folgenden Zahlentafel genannten Lineallängen sind die aus obigen Gleichungen errechneten Werte:

Gesamtlänge des Lineals in mm	Grenzen der zulässigen Abweichungen der Meßfläche von der Ebene an beliebiger Stelle des Lineals in $\mu$ für:			
	Haar- und Dreikantlineale	Vierkant- und Normallineale	Werkstattlineale	
			I	II
70	$\pm 1,1$	—	—	—
100	$\pm 1,2$	$\pm 1,5$	—	—
150	$\pm 1,3$	—	—	—
200	$\pm 1,4$	$\pm 2$	$\pm 4$	$\pm 9$
300	$\pm 1,6$	$\pm 2,5$	—	—
500	$\pm 2$	$\pm 3,5$	$\pm 7$	$\pm 15$
1000	$\pm 3$	$\pm 6$	$\pm 12$	$\pm 25$
1500	—	$\pm 8,5$	$\pm 17$	$\pm 35$
2000	—	$\pm 11$	$\pm 22$	$\pm 45$
2500	—	$\pm 13,5$	$\pm 27$	$\pm 55$
3000	—	$\pm 16$	$\pm 32$	$\pm 65$
4000	—	$\pm 21$	$\pm 42$	$\pm 85$
5000	—	$\pm 26$	$\pm 52$	$\pm 105$

Für Zwischenlängen werden die Werte der nächstkleineren Stufe angewandt. Seitenflächen sind diejenigen Flächen des Lineals, die nicht als Meßflächen dienen, bei Haar- und Dreikantlinealen diejenigen, die an die Meßkante unmittelbar anschließen. Zulässige Abweichung der Ebenheit der Seitenflächen: das Dreifache.

Da die Winkel häufig zum Anreißen unter Benutzung der Seiten- oder der parallelen Flächen benutzt werden, müssen auch die Seiten- zu den Hochflächen innerhalb gewisser Grenzen senkrecht stehen bzw. die gegenüberliegenden Hoch- und Seitenflächen zueinander parallel sein. Aus den hierfür zulässigen Abweichungen folgt, daß am Außen- und Innenwinkel niemals entgegengesetzte maximale Winkelfehler auftreten können. Die Prüfung der senkrechten Lage der Seiten- zu den Hochflächen muß bei nur kleinen zulässigen Abweichungen in derselben Weise wie die der Hochflächen zueinander erfolgen. Die Unparallelität je zweier gegenüberliegenden Flächen bestimmt man am einfachsten durch Ausmessen der Schenkelbreite bzw. -dicke mittels Fühlhebels oder Schraublehre.

Eine weitere Voraussetzung für die Verwendbarkeit eines Stahlwinkels ist, daß er auch beim Auflegen auf eine kürzere Fläche dieselbe Lage beibehält wie bei vollständiger Auflage; dazu ist notwendig, daß seine Schenkel genügend eben sind. In der Praxis prüft man die Erfüllung dieser Bedingung häufig noch nach dem

Anreibverfahren gegen eine andere ebene Fläche (Lineal, Tuschierplatte); die Ergebnisse hängen aber stark vom Druck und der Geschicklichkeit des Ausführenden ab. Wesentlich besser ist schon die Benutzung des Lichtspaltverfahrens, indem man auf den zu prüfenden Schenkel ein gut ebenes Haarlineal legt. Wenn man auch an gut polierten Flächen, bei genügender Beleuchtung von hinten, mit unbewaffnetem Auge noch Abweichungen von  $1\ \mu$  zwischen den beiden Flächen festzustellen vermag, so wird man sich doch bei der üblichen Bearbeitung der Stahlwinkel mit einer Genauigkeit von etwa  $5\ \mu$  begnügen müssen<sup>1)</sup>. Unter Benutzung einer Lupe von der Vergrößerung  $V$  steigt sie auf  $5/V\ \mu$ ; diese Formel gilt aber bis höchstens  $V = 5$ , so daß man so auch auf etwa  $1\ \mu$  kommen könnte. Nebenbei sei bemerkt, daß man leicht entscheiden kann, ob ein etwaiger Fehler am Lineal oder am Stahlwinkel liegt, da er bei Bewegung des fehlerhaften Stückes mit diesem mitwandert. Zahlenmäßige Werte erhält man, wenn man ein Lineal von bekanntem Profil und den Prüfling unter Zwischenbringen von Endmaßen an ihren Enden gegeneinanderlegt und den Abstand ihrer einander zugekehrten Flächen an verschiedenen Punkten mit Endmaßen oder Innenfühlhebel ausmißt, wobei, wenn nötig, die Durchbiegungen durch das Eigengewicht und die Aufbiegungen beider Stücke durch den Meßdruck in Rechnung zu setzen sind<sup>2)</sup>. Kleinere Stahlwinkel kann man auch auf einem sauber geführten Schlitten unter einem Fühlhebel durchziehen (z. B. auf dem Kegelprüfer, Abb. 41) und so die Abweichungen von der Ebenheit feststellen. Aus dem bekannten Profil einer Fläche und der Unparallelität der gegenüberliegenden läßt sich auch deren Unebenheit bestimmen.

**b) Prüfung des 90°-Winkels.** Der 90°-Stahlwinkel wird am einfachsten durch Vergleich mit einem genauen Normal geprüft. Man stellt sie dazu beide auf eine gut ebene Platte, mit ihren senkrechten Schenkeln gegeneinander, und beobachtet, ob zwischen ihnen ein Lichtspalt auftritt. Um sicher zu sein, daß nicht Normal und Prüfling etwa entgegengesetzt gleiche Fehler haben, verwendet man 3 Stahlwinkel  $a$ ,  $b$  und  $c$  in den Kombinationen  $ab$ ,  $bc$ ,  $ca$ . Zeigt sich in allen drei Fällen kein Lichtspalt, so kann man die untersuchten Winkel innerhalb einer gewissen Genauigkeit als rechtwinklig ansehen. Ein gutes Normal läßt sich dadurch herstellen, daß man die Stirnfläche eines sorgfältig geschliffenen schweren Zylinders senkrecht zum Mantel justiert und ihn auf die Unterlegplatte stellt. Eine gewisse Schwierigkeit bereitet die genaue Messung des Winkels zwischen Stirnfläche und Mantellinie. Sie erfolgt am besten durch eins der später zu besprechenden optischen Verfahren, indem man an die Mantellinie ein endmaßmäßig bearbeitetes Parallelstück anlegt, was aber stets eine gewisse Unsicherheit mit sich bringt (Voraussetzung ist dazu noch, daß auch die Stirnfläche eine endmaßmäßige Oberflächenbeschaffenheit hat). Zweckmäßiger würde man daher wohl die zylindrische Säule durch ein rechtwinkliges Prisma ersetzen. Ein solches Prisma kann auch zur Prüfung des von den inneren Hochflächen gebildeten Winkels dienen.

Eine Verdoppelung des etwaigen Fehlers erhält man mit der in Abb. 7 schematisch und in Abb. 8 in Ansicht dargestellten Vorrichtung. Die pendelnd aufgehängte Säule (bzw. Lineal mit parallelen ebenen oder Haarmaßflächen<sup>3)</sup>) wird vermittels der seitlich links und rechts an der Grundplatte sichtbaren Schrauben unverrückbar so zu dem auf die Grundplatte (in Lage  $a$ ) gestellten Prüfling ausgerichtet, daß zwischen beiden kein Lichtspalt mehr zu erkennen

<sup>1)</sup> H. Schultz: Dtsch. Opt. Wochenschr. 7, 894, 1921.

<sup>2)</sup> Näheres s. G. Berndt: Grundlagen und Geräte technischer Längenmessungen. 1929.

<sup>3)</sup> Statt der Säule kann man auch einen Stab mit zwei gleichen Meßscheiben nehmen, von denen die obere in die Höhe verschiebbar ist.

ist<sup>1)</sup>. Wird jener nun in die Lage *b* gebracht, so gibt der Lagenunterschied zwischen Säule und Prüfling seinen doppelten Winkelfehler an, vorausgesetzt, daß wirklich die Unterlage eine Ebene und die Säule ein Zylinder ist (andernfalls müssen ihre Abweichungen davon in Rechnung gesetzt werden, s. unten). Die Beobachtung des Lichtspaltes läßt aber kein Urteil über die Größe des Fehlers zu.

Die Genauigkeit des Prüflings für den Fall, daß auch in Lage *b* kein Lichtspalt zu bemerken ist, kann man etwa folgendermaßen berechnen. Die Größe des eben noch wahrnehmbaren Lichtspaltes beträgt, wie früher mitgeteilt, für jede Seite  $5/V\mu$  ( $V$  die Lupenvergrößerung), auf beiden Seiten zusammen also im ungünstigsten Falle  $10/V\mu$ . Da der Fehler in Stellung *b* aber mit dem doppelten Betrage angezeigt wird, so ist die Genauigkeit  $\frac{1}{2} \cdot 10/V = 5/V\mu$  oder mit  $V = 5$  etwa  $1\mu$  (oder  $1 \cdot 10^{-3}/(L \cdot 4,85 \cdot 10^{-6}) \approx 200/L$  sek, falls  $L$  die

Schenkellänge in Millimeter bedeutet). Rechnet man nun für die Genauigkeit der Ebenheit der Grundplatte und des Zylinders — sehr günstig — mit je  $0,5\mu$ , so steigt der Fehler auf  $\pm 2\mu$ . Derselbe Wert würde sich auch etwa bei dem oben geschilderten Vergleich mit einer auf der Platte feststehenden Säule ergeben (da hier zwar nur ein Lichtspalt, andererseits aber auch nur der einfache Fehler beobachtet wird). Die Kontrolle kleiner Haarkanten mit derartigen Vorrichtungen würde also sehr hohe Anforderungen an ihre Ausführung stellen. Andererseits wäre das Hinarbeiten eines Normal- oder Werkstoffwinkels auf Verschwinden des Lichtspaltes unwirtschaftlich, da bei ihnen nach DIN E 875 größere Abweichungen zulässig sind. Ihre Messung ist mit dem in Abb. 8 wiedergegebenen Apparat möglich, wenn man die beiden Einstellschrauben als Mikrometerschrauben ausbildet. Sonst kann man auch wieder das vorher für die Bestimmung der Ebenheit angegebene Verfahren anwenden. Man bringt in der Stellung *b* (Abb. 7) zwischen Säule und Winkelscheitel ein bekanntes Endmaß und mißt den Abstand zwischen jener und dem senkrechten Schenkel an verschiedenen Punkten mit Endmaßen oder Innenfühlhebel. Im ersteren Falle ist die Säule, im zweiten das Parallellineal (bzw. eine Säule mit angeschliffener Fläche) vorzuziehen, um die Endmaße gut einführen zu können bzw. eine brauchbare Anlage für den Fuß des Fühlhebels zu haben. Bei der Benutzung von Endmaßen ist noch sehr darauf zu achten, daß infolge der Keilwirkung ein beträchtlicher Abbiege-

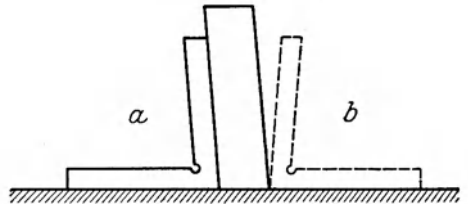


Abb. 7. Prüfung des 90°-Winkels.

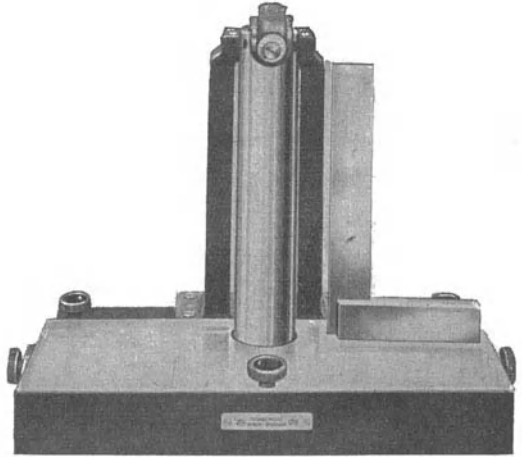


Abb. 8. Apparat zum Prüfen von 90°-Winkeln.

<sup>1)</sup> Bei einer Ausführung des National Physical Laboratory (Report for the year 1928) wird nicht die Säule, sondern die Grundplatte nebst der die Säule tragenden Vorrichtung um eine durch 2 Stahlkugeln gegebene Achse mittels Mikrometerschraube gekippt, bis jene Bedingung erfüllt ist.

druck auf den Winkelschenkel ausgeübt wird. Ist der Winkelfehler gleich  $\varphi$ , so ist der senkrecht zum Schenkel ausgeübte Druck  $P = G/\sin 2\varphi$ , falls  $G$  das Gewicht des Endmaßes bedeutet. Bei  $\varphi = 2\mu/100$  mm und Benutzung eines Endmaßes von etwa 1 mm würde sich  $P$  zu rund 50 kg berechnen. Wenn er auch durch die Reibung wesentlich verringert wird, so kann er doch auf keinen Fall vernachlässigt werden.

Eine unmittelbare Ablesung des Winkelfehlers gestattet der in Abb. 9 skizzierte Apparat. Er besteht aus einem kräftigen Winkelstück  $A$ , dessen obere



Abb. 9. Apparat zum Vergleich von 90°-Stahlwinkeln mit einem Normal.

wagerechte Fläche sorgfältig eben geschliffen ist. In seinem senkrechten Schenkel sind mehrere Präzisionsfühlhelb  $b, c, d$  (verstellbar) angebracht. Mit Hilfe eines genau bekannten Normals  $B$ , das gegen den kugelig abgerundeten Anschlag  $a$ , der die gleiche Krümmung wie die Meßbolzen  $b, c, d$  hat, mit bestimmtem Druck gelegt wird, werden sie auf Null bzw. auf den durch die Abweichungen des Normals vom Sollwert bedingten Skalenteil eingestellt. Wird nun das Normal gegen den Prüfling vertauscht, so geben die Ausschläge der Fühlhelb (gegen Null) sofort seine Fehler an den einzelnen Meßstellen an. Zwei senkrecht zur Zeichnungsebene stehende, einstellbare Anschläge sorgen noch dafür, daß die Meßflächen der Stahlwinkel in dieser Richtung senkrecht zur Achse der Meßbolzen sind. Der Apparat ist besonders geeignet zur Massen-

dann alle Korrekturen wegen etwaiger Abbiegung fortfallen. Die Genauigkeit des Vergleichs kann man zu etwa  $\pm 1\mu$  ansetzen, wozu noch die Ungenauigkeit in der Kenntnis der Fehler des Normals kommt, die man aber durch sorgfältige

(optische) Messung bei geeigneter Ausbildung (polierte Meßflächen) sehr gering halten kann<sup>1)</sup>. Bei entsprechender Ausbildung des Gestells kann man den Apparat auch zum Vergleich von Prüflingen von beliebigen Winkeln mit einem geeigneten Normal benutzen, ein Verfahren, das namentlich in der Optotechnik viel gebraucht wird.

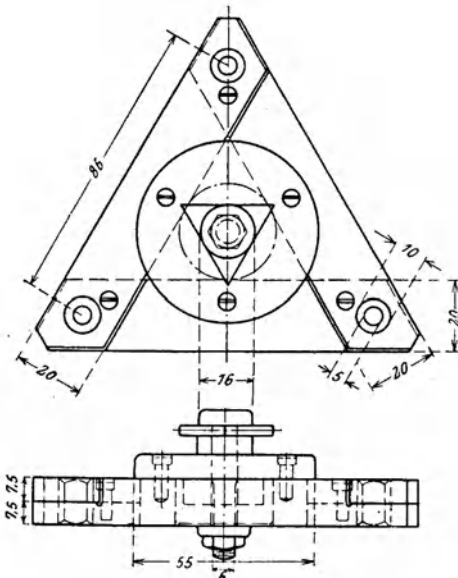


Abb. 10. Hauptdreieck.

Feste Winkel von 60°, 30° und 45° kommen für die Werkstatt im allgemeinen kaum in Betracht, sondern nur für den Zeichentisch, wo die Anforderungen wesentlich geringer sind. Eine Methode zur Prüfung größerer fester Winkel von beliebigem Wert wird in Abschnitt III besprochen.

e) Winkel von Schabestählen. Eine wichtige Rolle spielen aber bestimmte Winkel bei der Herstellung und Kontrolle der Schabestähle, die zur Fertigung der Gewindestähle und Strehler notwendig

sind. Hier benutzt man sehr genaue Hauptdreiecke, und zwar den verschiedenen Gewindestystemen entsprechend von 60° (Metrisch, Sellers), 55° (Whitworth) und

<sup>1)</sup> Für einen Vergleich der verschiedenen Methoden und die Meßergebnisse an verschiedenen Stahlwinkeln s. G. Berndt: Zeitschr. f. Feinmech. u. Präz. 35, 279, 295, 1927.

früher auch  $53^{\circ}8'$  (Löwenherz), wobei von seltener vorkommenden abgesehen werden soll. Diese Winkellehren hat man sich früher auf recht komplizierte Weise hergestellt<sup>1)</sup>, was sich daraus erklärt, daß damals die Beziehungen des Maschinenbaues zur Feinmechanik lockerer waren als heute. Da diese Herstellungsverfahren nur noch historisches Interesse haben, soll nur so viel gesagt werden, daß man von dem dem betreffenden gleichseitigen (bzw. gleichschenkligen) Dreieck eingeschriebenen Kreise ausging, der als genaue Meßscheibe hergestellt wurde, und nun an diese gut parallele und gerade Schienen anlegte, deren Verstiftungslochabstände genau berechnet und bestimmt waren (Abb. 10). Man hat auf diese Weise, wie die Nachmessung verschiedener Hauptdreiecke lehrte, eine Genauigkeit von etwa  $\frac{1}{4}'$  erreicht. Wesentlich einfacher ist es, sich zunächst ein volles Dreieck von angenähert dem verlangten Winkel herzustellen, den man mit einem Anlegegoniometer kontrolliert. Die genauere Ausmessung erfolgt nach einem der unter III und IV beschriebenen Verfahren, worauf dann die etwa notwendige Nachjustierung ausgeführt wird.

d) **Schablonen.** Nach den Hauptdreiecken werden dann Schablonen (Hohldreiecke, Abb. 11) hergestellt, die aus einem Winkel mit untergelegter Glasplatte bestehen. Da man ihre Richtigkeit meist nur nach dem vorhin geschilderten Lichtspaltverfahren kontrollieren kann, so empfiehlt sich, ihre Schenkel möglichst lang zu machen. Bei Benutzung einer Lupe von fünffacher Vergrößerung wird der Fehler etwa  $400/l$  sek, (da nur der einfache Fehler mittels Lichtspaltes auf beiden Seiten beobachtet wird). Um also eine Genauigkeit von  $15''$  zu erzielen, ist mindestens eine Schenkellänge  $l$  von 27 mm nötig; vorsichtshalber wird man indessen, wenn irgend möglich, auf 40 mm gehen. Fehlt ein entsprechendes Gegendreieck, so kann man sich mit Hilfe der von Johansson angegebenen Winkelprismen ein solches zusammensetzen.

Mit Hilfe der Hauptdreiecke werden nun die Schabestähle (Abb. 12) hergestellt, indem man sie auf jene so aufschiebt, daß ihre entsprechenden Seiten einander parallel sind (Abb. 13). Dadurch, daß man das Hauptdreieck nacheinander auf seine einzelnen Seiten auflegt, kann man dann die des Schabestahls mit der Schleifmaschine bearbeiten. Theoretisch müßte er hierbei dieselben Winkel erhalten; da aber die satte Auflage des Hauptdreieckes auf der Maschine durch kleine Spänchen leicht gestört werden kann, empfiehlt sich eine nachträgliche Kontrolle der Schabestähle. Sie erfolgt am einfachsten mit der Schablone. Da jene nur eine Kantenlänge von rund 25 mm haben, so wird man eine Meßgenauigkeit von etwa  $15''$

erwarten können, die sich, wegen der etwaigen Fehler der Schablone von derselben Größe, im ungünstigsten Falle indessen auf  $30''$  verschlechtern kann. In der Tat haben Nachmessungen verschiedener Schabestähle Fehler von  $5'' \div 34''$

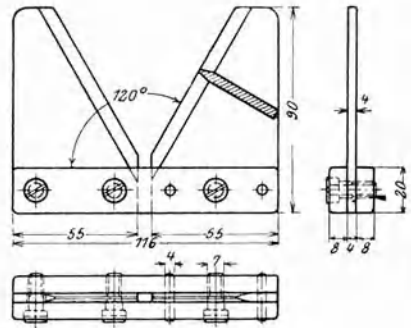


Abb. 11. Winkelschablone.



Abb. 12. Schabestahl.

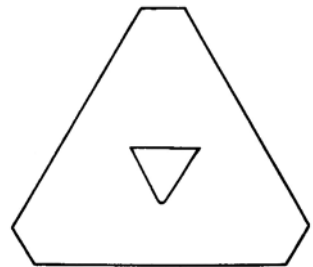


Abb. 13. Herstellung der Schabestähle.

<sup>1)</sup> O. Eckelt: Werkstatttechnik 1, 3, 1907.

ergeben. Man kann also wohl mit einer Genauigkeit von  $\pm 1/2'$  rechnen, die auch für die benötigten Zwecke ausreichend ist, da sie  $1/10 \div 1/50$  der Winkeltoleranz für Gewindelehren nach DIN 2244 beträgt. Steht keine Schablone zur Verfügung, so kann man auch ein gutes Anlegegoniometer oder ein Mikroskop mit Goniometerokular (s. VI) nehmen, muß sich dann aber mit einer Sicherheit von  $2 \div 3'$  begnügen.

e) **Prüfung des Flankenwinkels von Gewinden.** Dreiecke derselben Form sind früher vielfach zur Prüfung der Flankenwinkel von Gewinden benutzt, wobei man zweckmäßig ihre Seiten facettiert hat (Abb. 14). Die dabei zu erwartende Genauigkeit beträgt bei  $V = 5$  wiederum  $400/L'$  sek, wo  $L$  jetzt die Flankenlänge bedeutet, wozu dann noch mindestens  $1/2'$  für den etwaigen Fehler des Dreiecks hinzukommt. In Zahlentafel I sind für einige Durchmesser die Flankenlängen  $L$  des metrischen Gewindes, die sich danach ergebenden Winkelmeßfehler allein und unter Hinzufügung der des Schabedreieckes, sowie die bei Lehren zulässigen Winkeltoleranzen zusammengestellt. Danach würde der Winkelfehler  $110 \div 25\%$  der Toleranz betragen.

Zahlentafel I. Genauigkeit der Messung des Flankenwinkels beim metrischen Gewinde mit Hilfe von Dreiecken.

Durchmesser	Steigung	Flankenl. $L$	Messung	+ Schablone	Lehren- toleranz
1 $\div$ 1,2	0,25	0,188	2125'' $\approx$ 35'	35 $1/2$ '	32'
3	0,5	0,375	1067'' $\approx$ 18'	18 $1/2$ '	22'
6	1,0	0,750	533'' $\approx$ 9'	9 $1/2$ '	14'
14 $\div$ 16	2	1,500	267'' $\approx$ 4 $1/2$ '	5'	10'
36 $\div$ 39	4	3,000	133'' $\approx$ 2 $1/4$ '	2 $3/4$ '	8'
64 $\div$ 149	6	4,500	89'' $\approx$ 1 $1/2$ '	2'	8'

Eine derartige Messung kommt somit höchstens von 36 mm Durchmesser (4 mm Steigung) ab in Frage. Läßt man aber der größeren Sicherheit halber

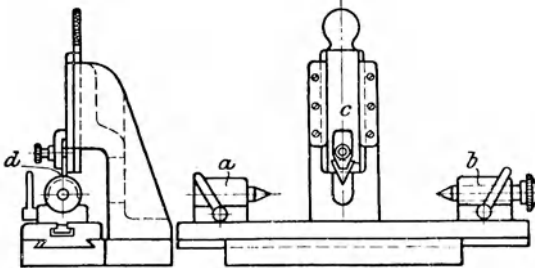


Abb. 14. Messung des Flankenwinkels von Gewinden mittels Dreiecks.

höchstens  $1/5$  der Toleranz als Meßfehler zu, so ist diese auf der Verwendung einer festen Lehre beruhende Meßmethode überhaupt nicht geeignet. Dabei ist noch nicht berücksichtigt, daß das Ergebnis nur dann richtig ist, wenn die Dreiecksebene genau im Achsialschnitt liegt; beim Messen von freier Hand wird man dagegen immer geneigt sein, das Dreieck mehr oder minder senkrecht zur Schraubenfläche zu stellen; der dadurch bewirkte Fehler beträgt (bei Steigungswinkeln von  $1^\circ \div 6^\circ$ )  $1/2' \div 16'$ . Es wird also selbst die angegebene ungenügende Genauigkeit nur erreicht, wenn man eine besondere Meßvorrichtung nach Abb. 14 benutzt, in der die genaue Lage des Dreiecks unbedingt gesichert ist.

Außerdem gibt das Verfahren nicht den für die Beurteilung eines Gewindes unbedingt notwendigen halben Flankenwinkel, für dessen Messung im wesentlichen nur das in Abschnitt VI beschriebene, unter Benutzung eines Mikroskops mit Goniometerokular, in Frage kommt.

Dieses versagt aber bei sehr großen Gewinden, bei denen der zur Erzielung eines scharfen Bildes nötige Objektabstand nicht zu erreichen ist. Hierfür ist von Göpel<sup>1)</sup> das folgende Verfahren angegeben, bei dem die Messung durch Vergleich gegen ein Johansson-Normal durch Abtasten mit einem Spiegelfühlhebel erfolgt. Nach der kurzen (die Theorie nicht enthaltenden) Beschreibung ist der Hebel *H* (Abb. 15) um eine wagerechte Spitzenachse *A* drehbar und legt sich mit seinem kugelförmigen Ende *B*, je nach dem Gewichtsdruck, so gegen die obere oder untere Flanke des achsensenkrecht aufgestellten Prüflings (wozu indessen Voraussetzung, daß seine Stirnfläche senkrecht zur Achse ist), daß er eine wagerechte Lage einnimmt. Diese Hebelstellung *I* wird (am besten mittels eines an ihm angebrachten Spiegels mit Fernrohr und Skala, s. Abschnitt IV) bestimmt. Dann wird der Hebel *H* senkrecht zur Gewindeachse (also in wagerechter Richtung) mittels eines Schraubenmikrometers um den Betrag *L* verschoben, wodurch seine Achse nach *A'* rückt und die Anlage an die Flanke in *B'* erfolgt, und wieder der Ausschlag (in dieser Stellung *II*) beobachtet.

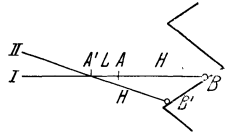


Abb. 15. Messung des Flankenwinkels großer Gewinde.

Darauf wird der Prüfling durch ein Winkelnormal vom theoretischen Wert ersetzt, dessen wagerechte Fläche (mittels Libelle) parallel zur Auflagefläche ausgerichtet wird, und das so eingestellt wird, daß der Hebel wieder die Lage *I* einnimmt. Schließlich wird *H* gleichfalls um den Betrag *L* verschoben und der neue Ausschlag beobachtet.

In Abb. 16 sei *BC* die Flanke des Gewindes vom halben Flankenwinkel  $\alpha'/2$ , *BD* die Winkelfläche des Normals vom Winkel  $\alpha/2$ . In den Dreiecken *A'BC* und *A'BD* ist nach dem Sinussatz

$$\frac{\sin(\alpha'/2 + \delta')}{\sin \alpha'/2} = \frac{a + L}{a} \quad \text{und} \quad \frac{\sin(\alpha/2 + \delta)}{\sin \alpha/2} = \frac{a + L}{a},$$

falls *a* die Länge des Hebelarms sowie  $\delta'$  und  $\delta$  die in den beiden Fällen beobachteten Ausschläge bedeuten. Somit wird

$$\frac{\sin(\alpha'/2 + \delta')}{\sin \alpha'/2} = \frac{\sin(\alpha/2 + \delta)}{\sin \alpha/2}.$$

Setzt man  $\alpha'/2 = \alpha/2 + \varepsilon$ , wobei  $\varepsilon$  eine kleine Größe ist, so wird

$$\frac{\sin(\alpha/2 + \delta' + \varepsilon)}{\sin(\alpha/2 + \delta)} = \frac{\sin(\alpha/2 + \varepsilon)}{\sin \alpha/2}$$

oder

$$\frac{\sin \varepsilon \cdot \cos(\alpha/2 + \delta') + \cos \varepsilon \cdot \sin(\alpha/2 + \delta')}{\sin(\alpha/2 + \delta)} = \frac{\sin \varepsilon \cdot \cos \alpha/2 + \cos \varepsilon \cdot \sin \alpha/2}{\sin \alpha/2}$$

$$\sin \varepsilon \cdot \left[ \frac{\cos(\alpha/2 + \delta')}{\sin(\alpha/2 + \delta)} - \text{ctg} \alpha/2 \right] = \cos \varepsilon \cdot \left[ 1 - \frac{\sin(\alpha/2 + \delta')}{\sin(\alpha/2 + \delta)} \right]$$

$$\text{tg} \varepsilon = \frac{\sin \alpha/2 \cdot [\sin(\alpha/2 + \delta) - \sin(\alpha/2 + \delta')]}{\sin \alpha/2 \cdot \cos(\alpha/2 + \delta') - \cos \alpha/2 \cdot \sin(\alpha/2 + \delta)}$$

$$\varepsilon = \frac{\sin \alpha/2 \cdot [\sin \alpha/2 \cdot (\cos \delta - \cos \delta') + \cos \alpha/2 \cdot (\sin \delta - \sin \delta')]}{\sin \alpha/2 \cdot \cos \alpha/2 \cdot (\cos \delta' - \cos \delta) - \sin^2 \alpha/2 \cdot \sin \delta' - \cos^2 \alpha/2 \cdot \sin \delta}$$

$$= \frac{\sin \alpha/2 \cdot [\cos \alpha/2 \cdot (\sin \delta' - \sin \delta) - \sin \alpha/2 \cdot (\cos \delta - \cos \delta')]}{\sin \alpha/2 \cdot \cos \alpha/2 \cdot (\cos \delta - \cos \delta') + \sin^2 \alpha/2 \cdot \sin \delta' + \cos^2 \alpha/2 \cdot \sin \delta}$$

Setzt man noch  $\delta' = \delta + \eta$ , wo auch  $\eta$  eine kleine Größe ist, so wird

$$\sin \delta' - \sin \delta = \sin \delta + \eta \cdot \cos \delta - \sin \delta = \eta \cdot \cos \delta.$$

$$\cos \delta - \cos \delta' = \cos \delta - \cos \delta + \eta \cdot \sin \delta = \eta \cdot \sin \delta.$$

$$\sin^2 \alpha/2 \cdot \sin \delta' + \cos^2 \alpha/2 \cdot \sin \delta = \sin^2 \alpha/2 \cdot (\sin \delta + \eta \cos \delta) + \cos^2 \alpha/2 \cdot \sin \delta$$

$$= \sin \delta + \eta \cdot \cos \delta \cdot \sin^2 \alpha/2.$$

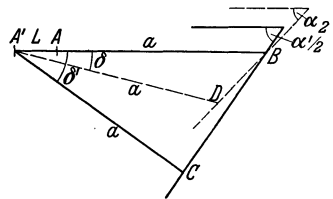


Abb. 16. Messung des Flankenwinkels durch Vergleich mit einem Normal.

1) F. Göpel: Zeitschr. f. Instrumentenkunde 49, 162, 1929.



Somit wird

$$\begin{aligned}\varepsilon &= \frac{\sin^2 \alpha/2 \cdot [\eta \cdot \cos \delta \cdot \cos \alpha/2 - \eta \cdot \sin \delta \cdot \sin \alpha/2]}{\eta \cdot \sin \delta \cdot \sin \alpha/2 \cdot \cos \alpha/2 + \eta \cdot \cos \delta \cdot \sin^2 \alpha/2 + \sin \delta} \\ &= \frac{\eta \cdot \sin \alpha/2 \cdot \cos(\alpha/2 + \delta)}{\eta \cdot \sin \alpha/2 \cdot \sin(\alpha/2 + \delta) + \sin \delta}.\end{aligned}$$

Aus dem bekannten  $\alpha/2$  des Normals und den beobachteten Größen  $\delta$  und  $\eta = \delta' - \delta$  läßt sich somit  $\varepsilon$  und damit schließlich  $\alpha'/2 = \alpha/2 + \varepsilon$  berechnen.

Die umständliche Rechnung ist zu vermeiden, wenn die Beobachtungen am Prüfling und an zwei Normalen ausgeführt werden, von denen das eine einen kleineren, das andere einen größeren Winkel hat, und die sich beide um  $1^\circ (= 60')$  unterscheiden. Sind die Differenzen der Ausschläge (die Winkel  $\delta$ ,  $\delta'$  und  $\delta''$ ) für die beiden Stellungen des Hebels am Prüfling und an den beiden Normalen gleich  $a$ ,  $b$  und  $c$  (in Skalenteilen), so ergibt sich die Abweichung  $\varepsilon$  des halben Flankenwinkels des Prüflings von dem Wert des kleineren Normals mit einer meist genügenden Annäherung zu  $\varepsilon = (b - a)/(c - b) \cdot 60$  min. Die erreichte Genauigkeit wird zu  $\pm 3$  min angegeben.

**f) Winkel von Kegel und Kimme an Flankenmikrometern.** Zu den festen Winkeln kann man auch die Kimme und den Kegel der Flankenmikrometer rechnen. Letztere haben eine Durchschnittslänge von 5 mm; bei der Prüfung mit der Schablone erreicht man also eine Genauigkeit von  $400/5 + 30 = 110''$  oder  $\pm 2'$ , mit der man im allgemeinen auch zufrieden sein könnte. Will man ihre Winkelabweichung wirklich messen, so muß man zu den unter VI geschilderten Methoden greifen. Diese haben nun gelehrt, daß Abweichungen von  $15'$  die Regel bilden, daß aber auch solche von  $1/2^\circ$  noch häufiger vorkommen<sup>1)</sup>. Für die Messung der Winkel der Kimmen gilt genau dasselbe wie bei den Flankenwinkeln, nur werden hier die Verhältnisse noch ungünstiger, da die Längen der Kimmenflanken noch kleiner sind. Demgemäß sind die in Zahlentafel I angegebenen Zahlen noch um etwa 50% zu erhöhen. Bei den Kimmen bildet eine Abweichung von  $1/2^\circ$  die Regel, es kommen aber auch Fehler bis  $1 1/2^\circ$  (und gelegentlich noch mehr) vor. Diese starken Abweichungen von Sollwert, die mit den bisherigen Meßmethoden mittels Dreieck und Lichtspalt kaum aufzufinden waren, sind ja eine der Ursachen für die Unbrauchbarkeit der Flankenmikrometer und aller mit Kegel und Kimme versehenen Meßgeräte zur genauen Ermittlung des Flankendurchmessers<sup>2)</sup>.

### III. Die trigonometrische Winkelmessung.

Die bisher angegebenen Verfahren erfordern entweder ein Normal oder Gegenstück (Schablone) zum Vergleich oder sind (wie bei Abb. 8) nur auf rechte Winkel anzuwenden. Zur Messung beliebiger Winkel (und im allgemeinen auch der Normale) muß man andere Verfahren benutzen. Häufig führt man die Messung nicht unmittelbar aus, sondern bestimmt die Winkel durch Messung zweier Seiten eines rechtwinkligen Dreiecks und trigonometrische Rechnung.

Hauptsächlich wird hierzu das Sinus- und das Tangenslineal benutzt.

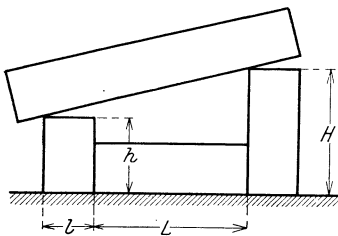


Abb. 17. Tangenslineal.

**a) Das Tangenslineal mit Parallelendmaßen** beruht darauf, daß man die beiden Katheten eines rechtwinkligen Dreiecks ermittelt, bzw. ihnen solche Werte gibt, daß die Hypotenuse mit einer von ihnen den gewünschten Winkel bildet. Der

<sup>1)</sup> Nur bei erstklassiger Ware kann man mit Höchstfehlern von  $5'$  rechnen.

<sup>2)</sup> G. Berndt: Der Betrieb 4,70, 1921; 333, 1922; Präzision 2, 127, 143, 154, 1923; Gewinde. Berlin: Julius Springer. 1925.

anscheinend einfachste Fall ergibt sich, wenn man zwei Parallelendmaße der Längen  $h$  und  $H$  (Abb. 17) auf eine ebene Platte in einem Abstände  $L$  aufstellt, der evtl. durch ein drittes (langgelegtes) Endmaß gegeben ist. Es gilt dann

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{H - h}{L + l} = A.$$

Um einen Überblick über die zu erwartende Genauigkeit zu erhalten, werde zunächst untersucht, wie der Winkel  $\alpha$  selbst durch den Fehler  $F$  von  $\operatorname{tg} \alpha$  beeinflusst wird.

Wir schreiben dazu  $\operatorname{tg} \alpha = x$ ,  $\alpha = \arctg x$ , dann ist der Fehler  $\varphi$  von  $\alpha$

$$\varphi = \pm F \cdot \frac{d \arctg x}{dx} = \pm F \cdot \frac{1}{1 + x^2} = \pm F \cdot \cos^2 \alpha.$$

Es ist also der Fehler  $F$  von  $\operatorname{tg} \alpha$  mit dem Quadrat von  $\cos \alpha$  zu multiplizieren, um den Fehler  $\varphi$  des Winkels  $\alpha$  selbst zu erhalten (wie sich auf elementarem Wege nach Beispiel 1 errechnet). Soll  $\varphi$  in den üblichen Einheiten angegeben werden, so wird

$$\varphi = \pm F \cdot \frac{\cos^2 \alpha}{4,85 \cdot 10^{-6}} = \pm 206 \cdot F \cdot \cos^2 \alpha \cdot 10^3 \text{ sek} = \pm 3,43 \cdot F \cdot \cos^2 \alpha \cdot 10^3 \text{ min.}$$

Einige Werte von  $\varphi/F$  sind in Zahlentafel 2 in Minuten angegeben.

Zahlentafel 2. Verhältnis des Fehlers  $\varphi$  des Winkels  $\alpha$  zu dem Fehler  $F$  von  $\operatorname{tg} \alpha$ .

$\alpha$ Grad	$\varphi/F$ min	$\alpha$ Grad	$\varphi/F$ min	$\alpha$ Grad	$\varphi/F$ min
1	$3,43 \cdot 10^3$	10	$3,32 \cdot 10^3$	40	$2,01 \cdot 10^3$
2	$3,43 \cdot 10^3$	15	$3,20 \cdot 10^3$	45	$1,72 \cdot 10^3$
3	$3,42 \cdot 10^3$	20	$3,03 \cdot 10^3$	50	$1,42 \cdot 10^3$
4	$3,41 \cdot 10^3$	25	$2,82 \cdot 10^3$	60	$0,86 \cdot 10^3$
5	$3,41 \cdot 10^3$	30	$2,57 \cdot 10^3$	70	$0,40 \cdot 10^3$
7	$3,40 \cdot 10^3$	35	$2,30 \cdot 10^3$	80	$0,10 \cdot 10^3$

Im vorliegenden Falle wird

$$F = \pm (f_1 \cdot \partial A / \partial H + f_2 \cdot \partial A / \partial h + f_3 \cdot \partial A / \partial L + f_4 \cdot \partial A / \partial l),$$

wobei  $f_1, f_2, f_3, f_4$  die Fehler von  $H, h, L$  und  $l$  bedeuten. Da im ungünstigsten Falle alle Glieder positiv zu rechnen sind, so wird (nach Beispiel 4)

$$F = \pm A \cdot \left( \frac{f_1 + f_2}{H - h} + \frac{f_3 + f_4}{L + l} \right).$$

Man erhält somit den Fehler  $F$  von  $A = \operatorname{tg} \alpha$ , wenn man die Quotienten aus der Summe der zugehörigen Fehler und der Meßstrecken (also  $\frac{f_1 + f_2}{H - h}$  und  $\frac{f_3 + f_4}{L + l}$ ) bildet, beide addiert und diese Summe mit  $A = \operatorname{tg} \alpha$  multipliziert.

Bei Endmaßen 1. Gütegrades nach DIN 861 kann man unter Berücksichtigung, daß in der Regel mehrere aneinandergesprengt werden müssen, im Durchschnitt  $f_1 = 1 \mu$ ,  $f_2 = 0,5 \mu$ , somit  $f_1 + f_2 = 1,5 \mu$  nehmen (hierin sollen zugleich — auch für die späteren Betrachtungen — die Abweichungen der Unterlage von der Ebene eingeschlossen sein), während man  $f_3 + f_4 = 2 \mu$  wird ansetzen müssen. Wählen wir, um ein Beispiel zu geben,  $L + l = 100 \text{ mm}$ , so liegen damit die Werte von  $H - h$  fest. In Zahlentafel 3 sind für einige Winkel  $\alpha$  die Größen  $\operatorname{tg} \alpha$   $H - h$ , sowie die Fehler  $F$  von  $\operatorname{tg} \alpha$  und  $\varphi$  von  $\alpha$  angegeben.

Zahlentafel 3. Genauigkeit bei Benutzung eines Tangenslineals und von Parallelendmaßen (für den Abstand  $L + l = 100$  mm).

$\alpha$	$\text{tg } \alpha$	$H - h$	$\frac{f_1 + f_2}{H - h}$	$\frac{f_2 + f_1}{L + l}$	$F$	$\varphi$
$2^\circ$	0,035	3,5	$42,6 \cdot 10^{-5}$	$2 \cdot 10^{-5}$	$15,6 \cdot 10^{-6}$	3,2''
$5^\circ$	0,087	8,7	$17,2 \cdot 10^{-5}$	$2 \cdot 10^{-5}$	$16,7 \cdot 10^{-6}$	3,4''
$10^\circ$	0,176	17,6	$8,5 \cdot 10^{-5}$	$2 \cdot 10^{-5}$	$18,5 \cdot 10^{-6}$	3,7''
$20^\circ$	0,364	36,4	$4,1 \cdot 10^{-5}$	$2 \cdot 10^{-5}$	$22,2 \cdot 10^{-6}$	4,0''
$45^\circ$	1,000	100,0	$1,5 \cdot 10^{-5}$	$2 \cdot 10^{-5}$	$35,0 \cdot 10^{-6}$	3,6''
$60^\circ$	1,732	173,2	$0,9 \cdot 10^{-5}$	$2 \cdot 10^{-5}$	$50,3 \cdot 10^{-6}$	2,6''

Man ersieht daraus, daß bei kleinem Winkel  $H - h$ , bei größerem dagegen  $L + l$  möglichst genau sein muß. Die Fehler berechnen sich auf maximal  $\pm 4$  sek, die Genauigkeit scheint also außerordentlich groß. Man darf sich aber dadurch nicht täuschen lassen; wegen des unvermeidlichen Randabfalls der Endmaße liegt das obere Lineal nicht an den scharfen Kanten auf. Der Fehler würde verschwinden, wenn die Abrundung stets denselben Wert hätte. Der ungünstigste Fall wird eintreten, wenn die Abrundung nur an dem einen Endmaß vorhanden ist, das andere dagegen eine scharfe Kante besitzt (Abb. 18). Das Lineal schneidet dann die verlängert gedachte Seitenfläche des Endmaßes in einem Punkt  $E$ , der um die Strecke  $DE = x$  tiefer liegt, als wenn das Lineal in dem Schnittpunkt  $D$  der nicht abgerundeten Kante anläge.

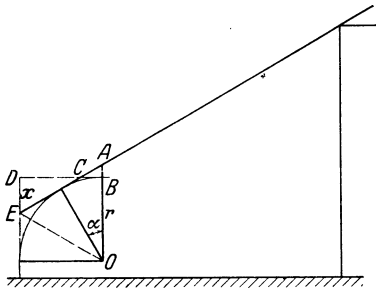


Abb. 18. Einfluß der Kantenabrundung der Endmaße beim Tangenslineal.

Es ist

$$\begin{aligned}
 x &= CD \cdot \text{tg } \alpha = (r - CB) \cdot \text{tg } \alpha \\
 &= (r - AB \cdot \text{ctg } \alpha) \cdot \text{tg } \alpha \\
 &= r \cdot (\text{tg } \alpha - 1/\cos \alpha + 1) \\
 &= \frac{r \cdot (\sin \alpha + \cos \alpha - 1)}{\cos \alpha} \\
 &= \frac{2r \cdot \sin \alpha/2 \cdot (\cos \alpha/2 - \sin \alpha/2)}{\cos^2 \alpha/2 - \sin^2 \alpha/2} \\
 &= \frac{2r \cdot \sin \alpha/2}{\sin \alpha/2 + \cos \alpha/2} \text{ mm} = \frac{2000 r \cdot \sin \alpha/2}{\sin \alpha/2 + \cos \alpha/2} \mu
 \end{aligned}$$

wobei  $r$  in mm einzusetzen ist.

In Zahlentafel 4 sind wieder für einige Werte von  $\alpha$  die zugehörigen Werte von  $x$  (in  $\mu$ ) angegeben, und zwar unter der Annahme eines Abrundungshalbmessers von  $r = 1$  mm. Dadurch vergrößern sich  $f_1 + f_2$  sowie  $F$  auf die in Spalte 3 und 4 vermerkten Werte und wächst der Fehler  $\varphi$  auf  $1 \div 10'$ .

Zahlentafel 4. Genauigkeit des Tangenslineals unter Berücksichtigung der Kantenabrundung (für den Abstand  $(L + l = 100)$  mm).

$\alpha$	$x$ $\mu$	$f_1 + f_2$ $\mu$	$F$	$\varphi$
$2^\circ$	34,3	36	$0,36 \cdot 10^{-3}$	1,2'
$5^\circ$	83,6	85	$0,85 \cdot 10^{-3}$	2,9'
$10^\circ$	161,0	163	$1,63 \cdot 10^{-3}$	5,4'
$20^\circ$	300,0	302	$3,02 \cdot 10^{-3}$	9,2'
$45^\circ$	586,4	588	$5,90 \cdot 10^{-3}$	10,1'
$60^\circ$	731,0	734	$7,36 \cdot 10^{-3}$	6,3'

Begnügt man sich mit einer Genauigkeit von 3', so kann man diese Methode also nur bis zu Winkeln von  $5^\circ$  anwenden.

Die vermerkten Übelstände sind bei der in Abb. 19 wiedergegebenen Vorrichtung vermieden<sup>1)</sup>, bei der man das Lineal auf die beiden Zapfen  $a$  und  $b$  von gleichem Durchmesser auflegt, von denen  $a$  fest,  $b$  in der Höhe verstellbar ist.

<sup>1)</sup> Zeitschr. f. Maschinenbau 1920, 98.

In seiner untersten Stellung, in welcher ein aufgelegtes Lineal genau parallel zur Grundlinie sein muß, mögen die beiden Zapfenmitten den Abstand  $L$  haben; hebt man  $b$  nun um das Stück  $h$ , so wird

$$\operatorname{tg} \alpha = h/L = A.$$

Die Formel gilt streng, trotzdem die Berührung nicht in der oberen Erzeugenden der Zylinder erfolgt, falls nur beide Zapfen gleichen Durchmesser besitzen. Analog wie früher berechnet sich der Fehler zu

$$F = \pm A \cdot (f_1/h + f_2/L).$$

In diesem Falle ist also der Fehler  $F$  gleich dem Produkt aus  $A$  ( $= \operatorname{tg} \alpha$ ) mit der Summe der Quotienten aus dem jeweiligen Fehler mit der Meßstrecke ( $f_1/h$  und  $f_2/L$ ).

Bei einer guten Teilung mit  $1/50$  Nonius muß man den Fehler  $f_1$  nach DIN 862 zu mindestens  $20 \mu$  ansetzen, während man für  $f_2$  mit etwa  $4 \mu$  auskommen wird. Da die Beobachtungsfehler dann rund 13mal größer als die in Zahlentafel 3 angegebenen werden, so muß man hier mit Gesamtfehlern von  $1/2' \div 1'$  rechnen, was für die meisten Stücke noch ausreichen wird. Dabei ist noch vorausgesetzt, daß die vorher aufgestellten Bedingungen erfüllt sind, daß also die Verbindungslinie der Zapfenmittelpunkte in der Nullstellung genau parallel zur Grundlinie ist, daß beide gleichen Durchmesser haben, und daß ferner der geteilte Schenkel senkrecht steht. Alle unvermeidlichen Abweichungen hiervon vergrößern aber den Fehler beträchtlich, so daß man dafür das Doppelte bis Dreifache der angegebenen Zahlen wird ansetzen müssen.

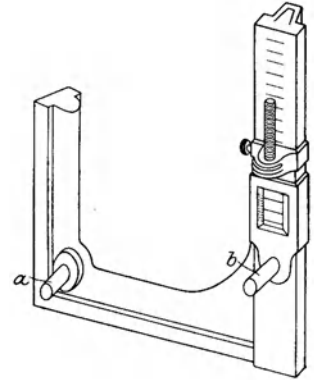


Abb. 19. Verstellbares Tangenslineal.

**b) Sinuslineal.** Aus diesem Grunde wird das Tangenslineal mit Parallelendmaßen selten verwendet und lieber durch das Sinuslineal ersetzt, welches aus ihm entsteht, wenn man die Zapfen in das Lineal verlegt (Abb. 20). Auch hier müssen beide gleichen Durchmesser haben und die Verbindungslinie ihrer Mittelpunkte parallel zur unteren Linealkante sein. Dies kann man leicht prüfen, wenn man den Abstand der Bolzen von der Linealkante mit einem geeigneten Meßgerät (Fühlhebel) bestimmt; man erreicht hiermit eine Genauigkeit von etwa  $0,5 \mu$ , beim optischen Fühlhebel sogar von  $0,1 \div 0,2 \mu$ . Wählt man  $L = 100 \text{ mm}$ , so wird der Winkelfehler  $0,1 \div 0,2 \cdot 10^{-5} \sim 1/5' \div 1/2'$  sek, was fast stets zu vernachlässigen ist.

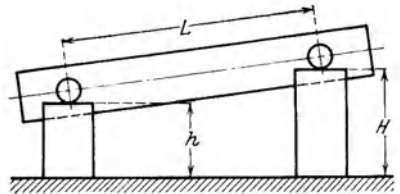


Abb. 20. Sinuslineal.

Beim Sinuslineal ergibt sich nach Abb. 20:  $\sin \alpha = (H - h)/L = A$ .

Auch hier sei zunächst der Einfluß des Fehlers  $F$  von  $\sin \alpha$  auf den Winkel  $\alpha$  selbst (Fehler  $\varphi$ ) untersucht.

Es ist  $x = \sin \alpha, \quad \alpha = \arcsin x,$

$$\text{also } \varphi = \pm F \cdot \frac{\partial \arcsin x}{\partial x} = \pm F \cdot \frac{1}{\sqrt{1-x^2}} = \pm F \cdot \frac{1}{\sqrt{1-\sin^2 \alpha}} = \pm F/\cos \alpha.$$

Es ist somit der Fehler  $\varphi$  des Winkels  $\alpha$  gleich den Quotienten aus dem Fehler  $F$  (von  $\sin \alpha$ ) und aus  $\cos \alpha$  (wie sich nach Beispiel 1 auch auf elementarem Wege ergibt). Soll  $\varphi$  in den üblichen Einheiten angegeben werden, so wird

$$\varphi = \pm 206 \cdot F \cdot 10^3 / \cos \alpha \text{ sek} = \pm 3,43 \cdot F \cdot 10^3 / \cos \alpha \text{ min.}$$

Einige Werte von  $\varphi/F$  sind in Zahlentafel 5 aufgeführt.

Zahlentafel 5. Verhältnis des Fehlers  $\varphi$  des Winkels  $\alpha$  zu dem Fehler  $F$  von  $\sin \alpha$ .

$\alpha$ Grad	$\varphi/F$ min	$\alpha$ Grad	$\varphi/F$ min	$\alpha$ Grad	$\varphi/F$ min
1	$3,43 \cdot 10^3$	10	$3,48 \cdot 10^3$	40	$4,48 \cdot 10^3$
2	$3,43 \cdot 10^3$	15	$3,55 \cdot 10^3$	45	$4,85 \cdot 10^3$
3	$3,43 \cdot 10^3$	20	$3,65 \cdot 10^3$	50	$5,34 \cdot 10^3$
4	$3,44 \cdot 10^3$	25	$3,78 \cdot 10^3$	60	$6,86 \cdot 10^3$
5	$3,44 \cdot 10^3$	30	$3,96 \cdot 10^3$	70	$10,01 \cdot 10^3$
7	$3,46 \cdot 10^3$	35	$4,24 \cdot 10^3$	80	$19,75 \cdot 10^3$

Aus der Formel folgt schon, daß die Messung mit dem Sinuslineal (bei gleichen Werten von  $F$  für  $\sin \alpha$  und  $\operatorname{tg} \alpha$ ) bei Winkeln über  $20^\circ$  merklich ungenauer wird als mit dem Tangenslineal; in verstärktem Maße gilt das für große Winkel, während man bis  $10^\circ$  beide als praktisch gleichwertig ansehen kann.

Der Fehler  $F$  berechnet sich (s. Beispiel 4) zu

$$F = \pm A \cdot \left( \frac{f_1 + f_2}{H - h} + \frac{f_3}{L} \right),$$

also praktisch in derselben Weise wie beim Tangenslineal.

Setzt man wieder  $f_1 + f_2 = 1,5 \mu$ ,  $f_3 = 2 \mu$ , so ergeben sich, wenn man  $L$  gleichfalls zu 100 mm annimmt, für  $f$  und  $\varphi$

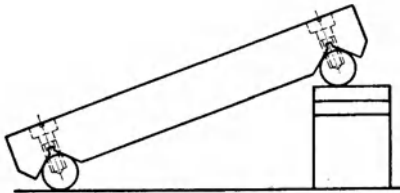


Abb. 21. Sinuslineal.

nach Zahlentafel 6 bei kleinen Werten von  $\alpha$  die gleichen Werte wie beim Tangenslineal (Zahlentafel 3). Beim Sinuslineal wächst aber der Fehler  $\varphi$  stän-

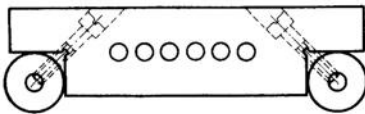


Abb. 22. Sinuslineal.

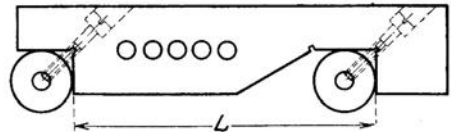


Abb. 23. Sinuslineal.

dig mit zunehmendem  $\alpha$  und erreicht bei  $\alpha = 60^\circ$  einen Betrag von etwa 10 sek. Wegen des beim Tangenslineal die Genauigkeit stark herabsetzenden Ein-

Zahlentafel 6. Genauigkeit bei der Benutzung eines Sinuslineals und von Parallelendmaßen (für den Abstand  $L = 100$  mm).

$\alpha$	$\sin \alpha$	$H - h$	$F$	$\varphi$
$2^\circ$	0,035	3,5	$15,6 \cdot 10^{-6}$	3,2 sek
$5^\circ$	0,087	8,7	$16,7 \cdot 10^{-6}$	3,4 „
$10^\circ$	0,174	17,4	$18,3 \cdot 10^{-6}$	3,8 „
$20^\circ$	0,342	34,2	$20,8 \cdot 10^{-6}$	4,5 „
$45^\circ$	0,707	70,7	$24,8 \cdot 10^{-6}$	7,2 „
$60^\circ$	0,866	86,6	$25,1 \cdot 10^{-6}$	10,3 „

fluss der Kantenabrundung, die beim Sinuslineal völlig bedeutungslos ist, wird man aber doch stets dieses vorziehen. Die Genauigkeit läßt sich bei kleinen Winkeln noch wesentlich erhöhen, wenn man die Korrekturen der Endmaße bestimmt und in Rechnung setzt. Für Winkel über  $45^\circ$  bildet man das Lineal zweckmäßig als rechten Winkel aus und stellt an dem die Zapfen tragenden Schenkel den Komplementwinkel ein.

Um mit nur einem Endmaß auskommen zu können, hat man dem Sinuslineal verschiedene Form gegeben (Abb. 21–23)<sup>1)</sup>, von denen sich die Ausführung nach Abb. 22 empfiehlt, da man die Mittelpunkte der beiden Zapfen sehr genau parallel zur Linealkante, ferner auch ihren Abstand (und zwar bequemer als bei der Ausführung nach Abb. 23) justieren kann.

c) **Tangenslineal mit Meßscheiben.** Steht kein Lineal mit Zapfen zur Verfügung, so muß man die Endmaße durch Meßscheiben ersetzen und kommt damit auf die in Abb. 24 wiedergegebene Anordnung. Zieht man  $AB \parallel MO$ , so folgt

$$\operatorname{tg} \alpha/2 = \frac{CB}{AC} = \frac{CO - AM}{AB \cdot \cos \alpha/2} = \frac{D - d}{2 \cdot MO \cdot \cos \alpha/2} = \frac{D - d}{D + d + 2L}.$$

Die Messung mit Meßscheiben beruht also auf dem Prinzip des Tangenslineals. Würde man dagegen nach Abb. 25 das Endmaß so legen, daß seine Achse parallel zu  $MO$  ist, so wäre

$$\sin \alpha/2 = \frac{CB}{AB} = \frac{D - d}{D + d + 2L}.$$

Der Fehler  $F$  von  $\operatorname{tg} \alpha/2$  berechnet sich (nach Beispiel 4) zu

$$F = \pm A \cdot \left( \frac{f_1 + f_2}{D - d} + \frac{2 \cdot f_3 + f_2 - f_1}{D + d + 2L} \right).$$

Wenn auch die Formel etwas komplizierter erscheint, so entspricht ihr Aufbau doch vollkommen der beim Tangenslineal abgeleiteten (für die Berechnung des

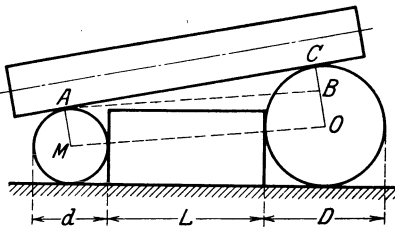


Abb. 24. Tangenslineal mit Meßscheiben.

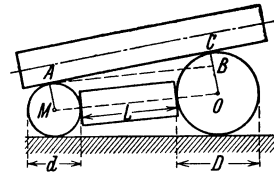


Abb. 25. Sinuslineal mit Meßscheiben.

Fehlers  $\varphi$  des ganzen Winkels  $\alpha$  ist der dem halben Winkel entsprechende Wert zu nehmen und der so erhaltene Wert zu verdoppeln). An die Stelle von  $f_3 + f_4$  bei jenem tritt hier der Ausdruck

$$2 \cdot f_3 + f_2 - f_1.$$

Da es sich hier um Meßscheiben handelt, so muß man  $f_1$  zu  $2 \mu$ ,  $f_2$  zu  $1 \mu$ ,  $f_1 + f_2 = 3 \mu$  ansetzen. Für  $f_3$  kommt man dagegen, da es sich um ein Endmaß handelt, mit  $1 \mu$  aus, so daß  $2 \cdot f_3 + f_2 - f_1 = 1 \mu$  wird.

In Zahlentafel 7 sind ähnlich wie in Zahlentafel 3 die einzelnen Werte unter der Annahme von  $D + d + 2L = 200 \text{ mm}$  zusammengestellt.

<sup>1)</sup> Stanley Almond: Machinery 28, 575, 1922; W. C. Betz: Machinery 24, 933, 1918. Für andere gute Konstruktionen s. Werkstattstechnik 19, 590, 1925; 22, 486, 1928 (letztere verstellbar).

<sup>2)</sup> Nimmt man zwei gleiche Meßscheiben ( $d$ ) und legt unter die rechte ein Endmaß ( $l$ ), so ergibt sich damit prinzipiell die Anordnung nach Abb. 20 u. 21. In der für diese abgeleiteten Gleichung sind  $H - h$  durch  $l$  und  $L$  durch  $L + d$  zu ersetzen.

Zahlentafel 7. Genauigkeit bei Benutzung eines Tangenslineals und von Meßscheiben (für  $D + d + 2L = 200$  mm).

$\alpha$	$\operatorname{tg} \alpha/2$	$D - d$	$\frac{f_1 + f_2}{D - d}$	$\frac{2f_3 + f_2 - f_1}{D + d + 2L}$	$F$	$\varphi$
$2^\circ$	0,017	3,4	$88,3 \cdot 10^{-5}$	$0,5 \cdot 10^{-5}$	$15,1 \cdot 10^{-6}$	6,2''
$5^\circ$	0,044	8,8	$34,1 \cdot 10^{-5}$	$0,5 \cdot 10^{-5}$	$15,2 \cdot 10^{-6}$	6,3''
$10^\circ$	0,087	17,4	$17,2 \cdot 10^{-5}$	$0,5 \cdot 10^{-5}$	$15,4 \cdot 10^{-6}$	6,3''
$20^\circ$	0,176	35,2	$8,5 \cdot 10^{-5}$	$0,5 \cdot 10^{-5}$	$15,8 \cdot 10^{-6}$	6,3''
$45^\circ$	0,414	82,8	$3,6 \cdot 10^{-5}$	$0,5 \cdot 10^{-5}$	$17,0 \cdot 10^{-6}$	6,0''
$60^\circ$	0,577	115,4	$2,6 \cdot 10^{-5}$	$0,5 \cdot 10^{-5}$	$35,8 \cdot 10^{-6}$	11,0''

Es ergibt sich also für kleine Winkel eine doppelt so große Ungenauigkeit wie beim Tangenslineal mit (allerdings in Wirklichkeit nicht existierenden) scharfkantigen Endmaßen (Zahlentafel 3) und wie beim Sinuslineal (Zahlentafel 6), während sie bei großen Winkeln etwa denselben Wert wie bei diesem hat. Im übrigen

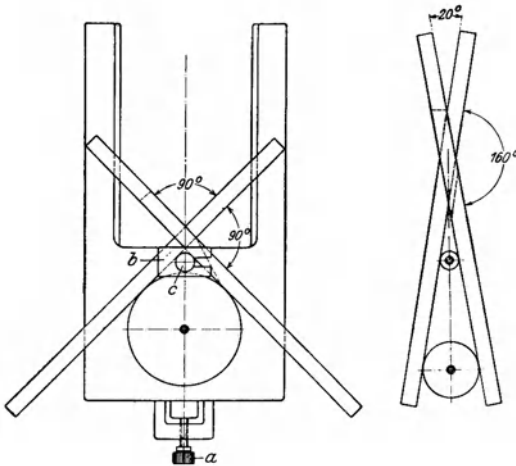


Abb. 26. Einstellbares Sinuslineal.

läßt sie sich auch hier durch Berücksichtigung der Korrekturen der Meßscheiben und des Endmaßes herabsetzen. Da das Glied  $(2 \cdot f_3 + f_2 - f_1)/(D + d + 2L)$  höchstens  $\frac{1}{6}$ , bei Winkeln unter  $45^\circ$  maximal nur  $\frac{1}{3}$  beträgt, hat es meßtechnisch keinen Zweck, die Meßscheiben so zu wählen, daß sie sich ohne zwischengeschaltetes Endmaß berühren. Die Genauigkeit wird dadurch kaum erhöht, dagegen würde diese Methode einen sehr großen Vorrat an Meßscheiben erfordern, und trotzdem bei der Einstellung beliebiger Winkel Schwierigkeiten bereiten.

Läßt man dagegen für  $f_3$  einen Betrag von  $2 \mu$  zu (womit  $2 \cdot f_3 + f_2 - f_1 = 3 \mu$  wird), so wird der Fehler  $\varphi$  von  $\alpha$  bei großen Winkeln um etwa 30% und bei  $45^\circ$  um rund 25% größer, was hier einen Fehler von 8 sek bedeuten würde. Somit kann man auch das Endmaß fortlassen und die eine Meßscheibe durch eine Schraublehre verstellbar machen, wie es bei dem in Abb. 26 wiedergegebenen Apparat geschehen ist<sup>1)</sup>, da man bei ausgesuchten Instrumenten nur mit Fehlern von  $2 \mu$  zu rechnen hat. Bei den üblichen Schraublehren, die selbst für die erste Güte nach DIN 863 Fehler bis zu  $4 \mu$  aufweisen dürfen, müßte man dagegen die Schraubenfehler bestimmen und berücksichtigen. Der Apparat hat den Vorteil, daß man mit einer festen und zwei gegeneinander austauschbaren (beweglichen) Meßscheiben auskommt.

Einige weitere trigonometrische Methoden werden bei der Messung von Kegeln behandelt werden.

d) **Einspringende Winkel.** Bei einspringenden Winkeln, wie sie z. B. bei kimmförmigen Körpern vorliegen, mißt man die Höhen  $CD = H$  und  $BD = h$  (Abb. 27) bei zwei eingelegten Lehdornen mit den Durchmesser  $D$  und  $d$ .

<sup>1)</sup> G. Fäldt: Werkstattstechnik 15, 151, 182, 1921. Eine ähnliche Konstruktion ist von Carl F. Mathiesen: Amer. Mach. 52, 52, 1920 angegeben.

$$\text{Es ist} \quad H = AC + AD = D/2 + \frac{1}{2}D/\sin\alpha/2 + AD$$

$$\text{und} \quad h = d/2 + \frac{1}{2}d/\sin\alpha/2 + AD,$$

$$\text{somit} \quad H - h = D/2 - d/2 + (D/2 - d/2)/\sin\alpha/2$$

$$\sin\alpha/2 = \frac{D - d}{2(H - h) - (D - d)} = \frac{A}{B - A} = C,$$

wo  $A$  und  $B$  Abkürzungen für die Differenzen  $D - d$  und  $2(H - h)$  sind. Es wird (s. Beispiel 4) der Fehler  $F$  von  $C$ , wenn  $f_1$  und  $f_2$  die von  $D - d$  und  $H - h$  sind,

$$F = \pm \left[ f_1 \cdot \left( \frac{1}{B - A} + \frac{A}{(B - A)^2} \right) + \frac{2 \cdot f_2 \cdot A}{(B - A)^2} \right]$$

$$= \pm C \cdot \left[ f_1 \cdot \left( \frac{1}{A} + \frac{1}{B - A} \right) + \frac{2 \cdot f_2}{B - A} \right]$$

$$F = \pm C \cdot \left( \frac{f_1}{A} + \frac{f_1 + 2f_2}{B - A} \right).$$

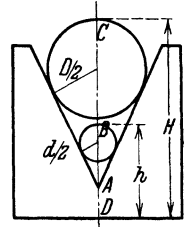


Abb. 27. Messung einspringender Winkel mit Hilfe von Lehrdornen.

Bei Benutzung guter Lehrdorne wird man im allgemeinen  $f_1 = \pm 3\mu$  und bei Messung von  $H$  und  $h$  mittels Fühlhebels  $f_2 = \pm 2\mu$ , demnach  $f_1 + 2 \cdot f_2 = \pm 7\mu$  annehmen müssen (da sie sich jedesmal aus 2 Beobachtungen zusammensetzen). Für  $B$  seien die in Zahlentafel 8 angeführten Werte gewählt, woraus sich dann die nebenstehenden Werte von  $A$ ,  $F$  und  $\varphi$  ergeben (für die Berechnung von  $\varphi$  s. die Erläuterungen zu Zahlentafel 5).

Zahlentafel 8. Genauigkeit der Messung einspringender Winkel durch Lehrdorne (für  $H - h = 5$  mm).

$\alpha$	$\sin \alpha/2$	$B$	$A$	$\frac{f_1}{A}$	$\frac{f_1 + 2f_2}{B - A}$	$F$	$\varphi$
2°	0,0175	1,5	0,026	174 · 10 <sup>-3</sup>	7,1 · 10 <sup>-3</sup>	2,14 · 10 <sup>-3</sup>	14,7'
5°	0,0436	2	0,084	35,9 · 10 <sup>-3</sup>	3,7 · 10 <sup>-3</sup>	1,73 · 10 <sup>-3</sup>	11,9'
10°	0,0872	3	0,240	12,5 · 10 <sup>-3</sup>	2,5 · 10 <sup>-3</sup>	1,31 · 10 <sup>-3</sup>	9,0'
20°	0,1737	4	0,592	5,1 · 10 <sup>-3</sup>	2,1 · 10 <sup>-3</sup>	1,25 · 10 <sup>-3</sup>	8,7'
45°	0,3827	5	1,383	2,2 · 10 <sup>-3</sup>	1,9 · 10 <sup>-3</sup>	1,57 · 10 <sup>-3</sup>	11,7'
60°	0,5000	6	2,000	1,5 · 10 <sup>-3</sup>	1,75 · 10 <sup>-3</sup>	1,63 · 10 <sup>-3</sup>	12,9'
90°	0,7071	8	3,313	0,91 · 10 <sup>-3</sup>	1,50 · 10 <sup>-3</sup>	1,44 · 10 <sup>-3</sup>	14,0'
120°	0,8660	10	4,64	0,65 · 10 <sup>-3</sup>	1,30 · 10 <sup>-3</sup>	1,41 · 10 <sup>-3</sup>	19,4'

Das Verfahren ist also, im Vergleich zu den vorhergehenden, sehr ungenau, da es Fehler von 10—20 min aufweist; zweifelsohne läßt sich die Genauigkeit etwas durch geeigneter Wahl von  $D - d = A$  verbessern. Brauchbar wird es aber erst, wenn man die Lehrdorne und auch die Höhen  $H$  und  $h$  auf etwa je  $0,25\mu$  mißt, wodurch sich die Fehler auf rund  $1/5$ , also auf 2—4 min, verringern. Andererseits ist aber zu bedenken, daß bei schwacher Ausführung des Winkels eine Aufbiegung und damit eine Winkeländerung durch den Meßdruck erfolgt, die bei der verschiedenen Höhe der Anlagepunkte der beiden Lehrdorne verschieden ist.

Weiter kommt man häufig, wenn man den Prüfling mit dem Winkel  $\alpha'$  mit einem entsprechenden Normal (Winkel  $\alpha$ ) unter Benutzung derselben Lehrdorne vergleicht.

Dann ist

$$\sin\alpha/2 = \frac{D - d}{2 \cdot (H - h) - (D - d)} = \frac{A}{B - A}$$

$$\sin\alpha'/2 = \frac{D - d}{2 \cdot (H' - h') - (D - d)} = \frac{A}{B' - A'}$$



also

$$\begin{aligned} B &= A \cdot (1 + 1/\sin \alpha/2) \\ B' &= A \cdot (1 + 1/\sin \alpha'/2) \\ B - B' &= A \cdot (1/\sin \alpha/2 - 1/\sin \alpha'/2). \end{aligned}$$

Man wird das Normal stets so wählen, daß es von dem Prüfling nur um einen kleinen Betrag  $2\delta$  abweicht; dann ist

$$\alpha'/2 = \alpha/2 + \delta$$

und

$$B - B' = A \left( \frac{1}{\sin \alpha/2} - \frac{1}{\sin \alpha/2 + \delta \cdot \cos \alpha/2} \right) = \frac{A \cdot \delta \cdot \cos \alpha/2}{\sin \alpha/2 \cdot (\sin \alpha/2 + \delta \cdot \cos \alpha/2)}.$$

Rechnet man  $\delta$  zu maximal etwa 5 min, so kann bei Winkeln von etwa  $5^\circ$  an das Glied  $\delta \cdot \cos \alpha/2$  gegenüber  $\sin \alpha/2$  vernachlässigt werden. Damit wird

$$\begin{aligned} B - B' &= \frac{A \cdot \delta \cdot \cos \alpha/2}{\sin^2 \alpha/2}, \\ \delta &= \frac{(B - B') \cdot \sin^2 \alpha/2}{A \cdot \cos \alpha/2}, \end{aligned}$$

(wobei  $\delta$  der Unterschied der halben Winkel ist).

Bezeichnen jetzt  $f_1, f_2, f_3$  die Fehler von  $A, B - B'$  und  $\alpha$ , so wird der Fehler von  $\delta$

$$F = \pm \left[ \frac{f_1 \cdot (B - B') \sin^2 \alpha/2}{A^2 \cdot \cos \alpha/2} + \frac{f_2 \cdot \sin^2 \alpha/2}{A \cdot \cos \alpha/2} + \frac{1}{2} \cdot f_3 \cdot \frac{B - B'}{A} \cdot \frac{\sin \alpha/2 \cdot (1 + \cos^2 \alpha/2)}{\cos^2 \alpha/2} \right]$$

$$F = \pm \delta \left[ \frac{f_1}{A} + \frac{f_2}{B - B'} + f_3 \cdot \frac{1 + \cos^2 \alpha/2}{\sin \alpha} \right].$$

Für ein Zahlenbeispiel sei angenommen:

$$\alpha = 60^\circ, A = 2,000 \text{ mm}, \delta = 5', \text{ dann ist } B - B' = 10,4 \mu.$$

Wählt man entsprechend wie vorher  $f_1 = 3 \mu, f_2 = 8 \mu$  [da  $B - B' = 2 \cdot \{(H - h) - (H' - h')\}$  ist],  $f_3 = 1' \sim 3 \cdot 10^{-4}$ , so wird

$$F = \pm 1,5 \cdot 10^{-3} \cdot (1,5 \cdot 10^{-3} + 0,77 + 4,5 \cdot 10^{-4}) = \pm 1,2 \cdot 10^{-3} = 4,3'.$$

Für den ganzen Winkel  $\alpha'$  des Prüflings wird somit der Fehler, unter Hinzurechnung der Unsicherheit von 2 min in der Kenntnis des Normals, 10,6' und also nur unwesentlich kleiner als bei unmittelbarer Messung (12,9' nach Zahlentafel 8). Der Vorteil liegt aber darin, daß bei der Vergleichsmessung die Durchmesser der Lehrdorne nur angenähert bekannt zu sein brauchen, da das Glied mit  $f_1$  praktisch vernachlässigt werden kann. Ebenso ist zur alleinigen Bestimmung der Differenz  $2 \cdot \delta = \alpha' - \alpha$  die genaue Kenntnis des Winkels  $\alpha$  nicht nötig. Wenn es gelingt, die Größen  $H, h, H'$  und  $h'$  auf je  $0,25 \mu$  zu messen, so daß  $f_2 = 2 \mu$  wird, folgt  $F = 2'$  und damit der Fehler von  $\alpha'$  zu rund 6'. Von Vorteil ist diese Vergleichsmethode vor allem bei der Messung der Flankenwinkel von Innengewinden, da man damit unabhängig von der praktisch stets vorhandenen Unrundheit der hier zu benutzenden Kugeln wird.

## IV. Optische Winkelmessung (ohne Teilkreis).

a) Kleine Winkeländerungen lassen sich mit Hilfe von Fernrohr, Spiegel und Skala (Poggendorfsche Spiegelmethode) beobachten<sup>1)</sup>. Man befestigt dazu an dem Gegenstand einen kleinen Spiegel  $S$  (Abb. 28), stellt ein Fernrohr  $F$  so, daß seine Achse senkrecht zur Reflexionsebene und die Skala  $M$  wieder

<sup>1)</sup> Für eine verfeinerte Methode s. G. D. Cristescu: Physik. Zeitschr. 30, 24, 1929; für eine Meßmethode mittels elektrischer Schwingungen s. A. Pflüger: Physik. Zeitschr. 22, 73, 1921.

senkrecht hierzu steht. Fällt das Bild des Skalenteils  $a$  auf das Fadenskreuz, so beobachtet man bei einer Drehung des Spiegels um den Winkel  $\alpha$  den Skalenteil  $a + e$ , wobei sich  $e$  aus der Formel  $\text{tg } 2\alpha = e/A$  berechnet. Für kleine Winkel kann man mit vollständig ausreichender Genauigkeit immer setzen  $\alpha = e/(2 \cdot A)$ .

Wählt man  $A = 2$  m, so entspricht jedem Ausschlage von 1 mm ein Winkel  $\alpha$  von  $51,6''$ . Bei genügender Beleuchtung, Spiegelgröße und Fernrohrvergrößerung kann man  $1/10$  Skalenteil bei jeder Beobachtung schätzen, so daß man den Fehler  $f_1$  von  $e$  zu  $f_1 = \pm 0,2$  mm ansetzen kann, während

Zahlentafel 9. Fehler bei der Poggendorfschen Spiegelmethode (für  $A = 2$  m).

$e$	$\text{tg } 2\alpha$	$f_1/e$	$f_2/A$	$F$	$\varphi$
10	0,005	0,020	0,0005	$102,5 \cdot 10^{-6}$	$10,5''$
20	0,010	0,010	0,0005	$105,0 \cdot 10^{-6}$	$10,8''$
50	0,025	0,004	0,0005	$112,5 \cdot 10^{-6}$	$11,6''$
100	0,050	0,002	0,0005	$125,0 \cdot 10^{-6}$	$12,8''$
200	0,100	0,001	0,0005	$150,0 \cdot 10^{-6}$	$15,4''$
500	0,250	0,0004	0,0005	$225,0 \cdot 10^{-6}$	$21,1''$

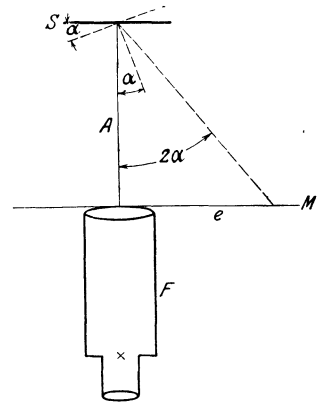


Abb. 28. Winkelmessung mit Spiegel, Fernrohr und Skala.

der von  $A$  etwa  $f_2 = \pm 1$  mm wird. Dann ergibt sich der Fehler  $F$  von  $\text{tg } 2\alpha$  (nach Beispiel 4) zu

$$F = \pm \text{tg } 2\alpha \cdot (f_1/e + f_2/A).$$

Für einige Werte von  $e$  sind die Fehler  $F$  von  $\text{tg } \alpha$  und  $\varphi$  von  $\alpha$  (s. Zahlentafel 3) in Zahlentafel 9 angegeben.

Die Formel  $\alpha = e/(2A)$  gilt streng nur bei kleinen Ausschlägen (nach Zahlentafel 10 bis etwa  $e = 50$  mm bei  $A = 2$  m). Will man damit auch für größere Ausschläge rechnen, so ist an  $e$  eine Korrektion  $c$  anzubringen, die sich wie folgt errechnet: Es ist

$$2\alpha = \text{arctg } \frac{e}{A} = \frac{e}{A} - \frac{1}{3} \left(\frac{e}{A}\right)^3 + \frac{1}{5} \left(\frac{e}{A}\right)^5 - \frac{1}{7} \cdot \left(\frac{e}{A}\right)^7 \pm \dots$$

$$\alpha = \frac{e - \frac{1}{3}(e^3/A^2) + \frac{1}{5}(e^5/A^4) - \frac{1}{7} \cdot (e^7/A^6)}{2A}$$

und somit

$$c = -\frac{1}{3} \cdot \frac{e^3}{A^2} + \frac{1}{5} \cdot \frac{e^5}{A^4} - \frac{1}{7} \cdot \frac{e^7}{A^6}.$$

Für  $A = 2000$  mm folgen daraus die in Zahlentafel 10 vermerkten Werte.

Statt des Fernrohrs kann man auch eine Lichtmarke in Gestalt eines beleuchteten Spaltes oder eines Fadens (im gleichmäßig erleuchteten Felde) benutzen, von dem eine Linse oder ein Hohlspiegel nach Reflexion an dem Spiegel  $S$  ein Bild auf der Skala entwirft.

Zahlentafel 10. Korrektionen  $c$  von  $e$  bei  $A = 2000$  mm.

$e$	$c$	$e$	$c$
10	-0,00	100	-0,08
20	-0,00	200	-0,66
50	-0,01	500	-10,04

Unabhängig von dem Abstand vom Spiegel wird man, wenn man ein Autokollimationsfernrohr nimmt, d. h. ein solches, welches in der Bildebene des Okulars eine das halbe Gesichtsfeld ausfüllende Skala hat. Bei auf unendlich eingestelltem Fernrohr entsteht dann nach Reflexion an dem

Spiegel ein Bild der Skala in der anderen Hälfte der Bildebene, wo seine Lage an einer festen Marke abgelesen wird<sup>1)</sup>.

Bei dieser Anordnung ist  $\operatorname{tg} 2\alpha = e/B$ , wo  $B$  die Brennweite des Fernrohr-objektives und somit eine Apparatkonstante ist.

Besitzt das Fernrohr ein Okularmikrometer mit  $1/10$  mm-Teilung, so kann man bei 10facher Okularvergrößerung noch die  $1/100$  mm schätzen, und es wird damit der gesamte Ablesefehler 0,02 mm. Da ferner nur kleine Ausschläge bis höchstens 5 mm in Frage kommen, kann man die Gleichung  $\alpha = e/(2 \cdot B)$  anwenden. Der Fehler  $\varphi$  von  $\alpha$  wird damit:  $\varphi = \pm \alpha \cdot (f_1/e + f_2/B)$ . Vernachlässigt man in erster Annäherung das Glied  $f_2/B$  (was nach Zahlentafel 9 statthaft ist), so wird  $\varphi = e/(2 \cdot B) \cdot f_1/e = f_1/(2 \cdot B) = 2 \cdot 10^{-5} \approx 4$  sek (für  $B = 500$  mm). Der Fehler sinkt somit auf  $2/5$  des in Zahlentafel 9 angegebenen (wie sich auch einfach daraus ergibt, daß die Ablesegenauigkeit 10mal größer, der Abstand aber 4mal kleiner geworden ist).

Ist das Autokollimationsfernrohr mit einem Okularschraubenmikrometer ausgerüstet und gestattet die Bildgüte, noch die Schätzung der  $M_y$  an diesem auszunutzen, so kommt man nochmals auf eine 10mal kleinere Ungenauigkeit und somit auf etwa  $1/2''$ , die man durch Mittelwertbildung aus einer größeren Zahl von Beobachtungen auf etwa  $1/4''$  herunterbringen kann. Die optische Methode erweist sich damit als eine der genauesten.

Unabhängig von der Kenntnis der Brennweite  $B$  und ferner von den Fehlern des Mikrometers wird man, wenn man die Skala, etwa mit Hilfe eines guten Sinuslineals (unter Berücksichtigung der Korrekturen der Endmaße), eicht. Mit dem Autokollimationsfernrohr kann man, da man im parallelen Strahlengange arbeitet, die Entfernung vom Spiegel ganz beliebig wählen, somit auch nahe hergehen und den ganzen Aufbau kompändiöser gestalten.

b) Messung kleiner Winkelunterschiede. Die geschilderte Methode ist auch vorzüglich geeignet zur Bestimmung der (kleinen) Winkelunterschiede zweier Stücke, deren Flächen dazu allerdings gut eben und poliert sein müssen. Ist der Wert des Normals  $N$  gleichfalls auf  $\pm 1/4''$  bekannt, so kann man damit auf eine Genauigkeit von etwa  $\pm 1/2''$  für den Prüfling  $P$  kommen.

Zum Vergleich legt man die beiden Stücke nacheinander oder, falls sie keine zu große Ausdehnung besitzen und zusammen im Fernrohr beobachtet werden können, gleichzeitig übereinander gegen einen festen Anschlag (der für die erste Anordnung

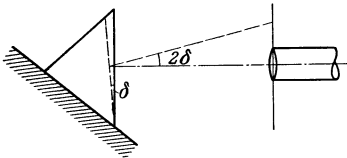


Abb. 29. Messung kleiner Winkelunterschiede mittels Fernrohrs.

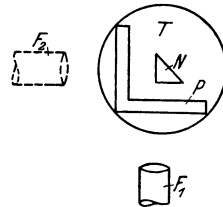


Abb. 30. Messung von Stahlwinkeln gegen ein Normal mittels Fernrohrs.

auch mit 3 Kugeln versehen sein kann) nach Abb. 29 und beobachtet in dem fest aufgestellten (Autokollimations-)Fernrohr die Lage der von beiden zurückgeworfenen Fadenbilder auf der Skala.

Dieses Verfahren kann man auch auf (polierte) Stahlwinkel  $P$  von im übrigen beliebigem Winkel und Größe anwenden, falls man über ein entsprechendes

<sup>1)</sup> Praktische Anwendung hat dieses Verfahren bei dem Optimeter gefunden, wo man allerdings nicht den Drehwinkel des Spiegels, sondern die Bewegung des Meßbolzens ermitteln will, welche die Drehung hervorbringt.

Normal  $N$  verfügt (Abb. 30). Man legt sie dazu auf einen um eine senkrechte Achse drehbaren Tisch und richtet sie senkrecht zum Fernrohr  $F_1$  aus. Man beobachtet dann nacheinander (oder gleichzeitig) wieder die Lage der reflektierten Fadenbilder und wiederholt dies, nachdem man den Tisch so gedreht hat, daß jetzt die beiden anderen Flächen als reflektierende wirken.

Falls kein drehbarer Tisch vorhanden, stellt man 2 Fernrohre  $F_1$  und  $F_2$  angenähert unter dem zu messenden Winkel auf<sup>1)</sup>.

c) Bestimmung der Parallelität von Flächen<sup>2)</sup>. Auch hier handelt es sich grundsätzlich um die Messung kleiner Winkel, nämlich der Abweichung von 0 bzw.  $180^\circ$ , nur daß die beiden einschließenden Flächen nicht aneinander anliegen. Sind sie einander abgewandt, wie bei Parallelendmaßen, so kann man das in Abb. 31 skizzierte Verfahren verwenden.

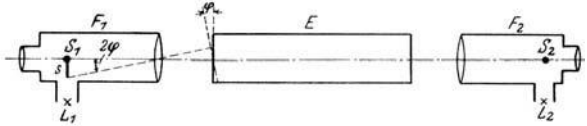


Abb. 31. Prüfung der Parallelität zweier Meßflächen.

Die beiden Autokollimationsfernrohre  $F_1$  und  $F_2$ , deren Fäden  $S_1$  und  $S_2$  von den Lampen  $L_1$  und  $L_2$  beleuchtet werden, sind in ihrer Nullstellung fluchtend zueinander ausgerichtet. Das Endmaß  $E$  wird zwischen ihnen so justiert, daß seine rechte Fläche sehr angenähert senkrecht zur gemeinsamen Fernrohrachse steht, und die Abstände  $s$  der reflektierten Fadenbilder von der Nullstellung in beiden Fernrohren gemessen. Die Unparallelität in der zur Zeichnungsebene senkrechten Richtung wird nach Drehung des Endmaßes um  $90^\circ$  um seine Achse in derselben Weise ermittelt.

Man kann auch mit einem Autokollimationsfernrohr  $F_1$  auskommen (Abb. 32), wenn man an die von ihm abgewandte Fläche von  $E$  ein Stück  $E'$  mit ebener Fläche (Endmaß) ansprengt und den Abstand der von ihm und der linken Fläche von  $E$  reflektierten Fadenbilder mißt.

Durch Vergleich mit einem Normal arbeitet der in Abb. 33 dargestellte Apparat. Jenes und der Prüfling werden nacheinander auf die drei kugelförmigen Füße gelegt und in beiden Fällen die Lage der von ihren Oberflächen reflektierten Fadenbilder im Fernrohr beobachtet. Das Normal wird entbehrlich, wenn

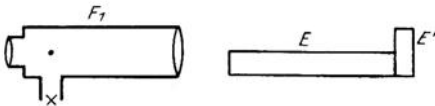


Abb. 32. Prüfung der Parallelität zweier Meßflächen.

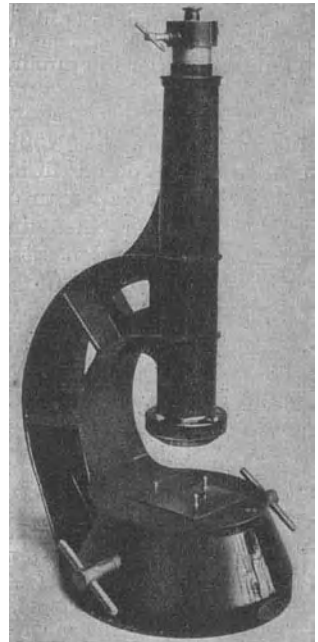


Abb. 33. Prüfung der Parallelität durch Vergleich mit Normal.

die Auflageebene senkrecht zur Fernrohrachse ausgerichtet ist und der Prüfling darauf gedreht wird; hierbei ermittelt man die vierfache Unparallelität.

<sup>1)</sup> Für eine Vergleichsmethode mit Fernrohr und Libelle s. Abschnitt VII.

<sup>2)</sup> Nähere Ausführungen in G. Berndt: Grundlagen und Geräte technischer Längenmessungen. 1929; Zeitschr. f. Feinmech. u. Präz. 35, 245, 1927.

Sind die beiden zu untersuchenden Flächen einander zugewendet, wie bei Schraub- und bei Rachenlehren, so setzt man ein kleines, oberflächenversilbertes Glas- oder ein Stahlprisma dazwischen (Abb. 34). Bei genau paralleler Lage beider Flächen müßten die von ihnen zurückgeworfenen Fadenbilder zusammenfallen, falls das Prisma einen Winkel von genau  $90^\circ$  hätte. Da dies kaum je genügend der Fall, bestimmt man den Nullpunkt mittels einer aus 3 Endmaßen  $E$ ,  $e_1$  und  $e_2$  (Abb. 35) zusammengesetzten Rachenlehre. Um dabei von einer etwaigen Unparallelität der Meßflächen von  $E$  unabhängig zu werden, sprengt man  $e_1$  und  $e_2$  einmal in der ausgezogenen, dann in der gestrichelt gezeichneten Lage an  $E$  an und nimmt aus den hierbei ermittelten Abständen der Fadenbilder das Mittel.

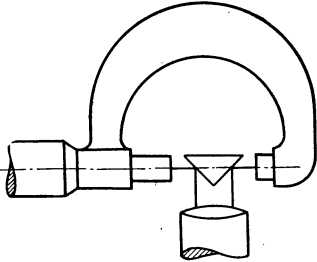


Abb. 34. Prüfung der Parallelität von Meßflächen mit Prisma und Autokollimations-Fernrohr.

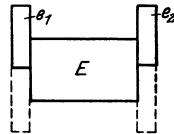


Abb. 35. Eichung des Apparates Abb. 34.

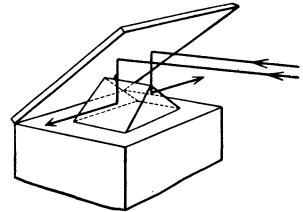


Abb. 36. Prüfung der Parallelität von Meßflächen mit Prisma und Spiegel.

Um auch die Unparallelität senkrecht zur Zeichnungsebene zu erhalten (und aus beiden die größte Unparallelität in beliebiger Richtung berechnen zu können), muß man Prüfling und Prisma um  $90^\circ$  drehen. Einfacher ist dies dadurch möglich, daß man das Prisma nach Abb. 36 auf seine Hypotenusenfläche legt und darüber einen unter  $45^\circ$  geneigten Spiegel anordnet, auf den die vom Fernrohr kommenden Strahlen zunächst auffallen. Justiert wird er dadurch, daß man das Prisma durch einen Spiegel ersetzt und die Neigung des  $45^\circ$ -Spiegels so lange ändert, bis das von dem wagerechten Spiegel reflektierte Bild auf die Marke im Fernrohr fällt.

Auf die Bestimmung der Parallelität durch Ausmessen mittels Außen-, bzw. Innenführlhebel oder -schraublehren, sowie durch Interferenz kann hier nur hingewiesen werden.

## V. Die Verjüngung von Kegeln.

a) **Werkzeugkegel.** Die ersten Kegel zur Werkzeugbefestigung wurden 1860 von Brown und Sharpe an Fräsmaschinen eingeführt<sup>1)</sup>; sie hatten eine Verjüngung  $V$  von  $\frac{1}{2}''$  auf  $1'$ , also  $V = 1 : 24$  (Ausnahme Nr. 10 mit  $0,5161''$  auf  $1'$ ). Im Jahre 1862 folgte der Morsekegel, der hauptsächlich bei Bohrmaschinen und Drehbänken verwendet wird, mit einer Verjüngung von  $\frac{5}{8}''$  auf  $1'$ , also  $V = 1 : 19,2$ . Infolge der unvollkommenen Meß- und Herstellungstechnik jener Zeit schwankte aber  $V$  von  $0,6000$  bis  $0,630''$  (statt  $0,625''$ ) auf  $1'$ . Leider hat man dies später nicht wieder richtiggestellt, sondern die einmal versehentlich gefertigten Größen beibehalten. Für größere Werkzeuge wurde 1889 von O. J. Beale der Jarno-Kegel mit einer Verjüngung von  $0,05''$  auf  $1'$ , also  $V = 1 : 20$ , angegeben.

In Deutschland werden für Werkzeuge fast ausschließlich der Morsekegel und der 1900 vom Verein Deutscher Ingenieure und dem Verein Deutscher Werkzeugmaschinenfabriken (auf Grund eines Antrages des Chemnitzer Bezirksvereins

<sup>1)</sup> Th. Fish: Machinery 35, 210, 1928.

von 1898) beschlossene metrische Kegel mit  $V=1:20$  benutzt (DIN 228, für Bohrfutter DIN 238). Die sonstigen an Kegeln, Senkschrauben und -nieten usw. vorkommenden Verjüngungen erstrecken sich nach DIN 254 von  $V=1:0,289$  ( $120^\circ$ ) bis  $V=1:50$  ( $1^\circ 8' 44''$ ).

Die Verjüngungen für die genormten Morsekegel (DIN 231) sind aus den Angaben für Markendurchmesser und Länge in dem Katalog der Morse Twist Drill Comp. von 1915 berechnet (s. Zahlentafel 11); sie weichen indessen von den Angaben der Firma für  $V$  bis zu 2/100 mm auf 100 mm ab; noch stärker ist dies zum Teil bei den von ihr bezogenen Normalen der Fall, so daß jene Angaben eigentlich der inneren Berechtigung entbehren. Für die metrischen Kegel (DIN 233) ist die Verjüngung 1:20, entsprechend 5 mm auf 100 mm, beibehalten.

Zahlentafel 11. Verjüngung der Morsekegel nach DIN 231.

Nr.	$V$	auf 100 mm	Nr.	$V$	auf 100 mm
0	1: 19,212	5,205 mm	4	1: 19,254	5,1938 mm
1	1: 20,048	4,988 „	5	1: 19,002	5,26265 „
2	1: 20,020	4,995 „	6	1: 19,180	5,2138 „
3	1: 19,922	5,0196 „	(7)	1: 19,231	5,200 „

Die Werkzeugkegel werden heute, der überwiegenden Mehrzahl nach, noch mit entsprechenden Gegenlehren (Kegellehrhülse und -dorn)<sup>1)</sup> geprüft, wobei die Lehrhülsen den Lehrdornen nach dem Anreibverfahren angepaßt werden. Durch sachgemäße Ausführung lassen sich hierbei noch Unterschiede von  $2\ \mu$  auf 100 mm erkennen. Da aber die Lehrdorne selbst um größere Beträge, bis etwa  $15\ \mu$  auf 100 mm (rund 30 sek), schwanken<sup>2)</sup>, so würde bei wahllosem Zusammenbringen von Lehrdorn und -hülse kaum je ein richtiges Tragen zu bemerken sein. Demnach ist das Anpassen der Hülse an den Dorn unnötig genau und damit unwirtschaftlich. In noch höherem Grade gilt dies für die Kontrolle der Werkzeugkegel durch die Kegellehren. Andererseits sind bei jenen, gute Ausführung vorausgesetzt, Abweichungen bis zu  $60\ \mu$  auf 100 mm festgestellt worden, gelegentlich aber auch bis über  $1/2$  mm auf 100 mm<sup>3)</sup>. Da aber selbst bei diesen sich das übertragene Drehmoment noch als ausreichend erwiesen hat, so beweist dies, daß Abweichungen bis zu  $60\ \mu$  auf 100 mm (etwa 2 min) noch unbedenklich zugelassen werden können. Bis zu Fehlern von 10 min nimmt nämlich das Drehmoment im Durchschnitt nur um 4% je Minute ab<sup>4)</sup>.

Ob aber die Verjüngung eines Werkzeugkegels innerhalb der angegebenen Grenze liegt, ist mit den heute noch verwendeten Normalkegellehren nicht zu erkennen. Diese erfordern entweder eine viel zu genaue und damit zu teure Arbeit, wenn nämlich der Werkzeugkegel wirklich in der Gegenlehre tragen soll, oder sie verleiten zu schlechter Arbeit, wie die genannten Zahlen zeigen. Deshalb sollte man daran gehen, auch für Kegel Toleranzen aufzustellen, wie dies bereits für fast alle übrigen Maschinenelemente geschehen ist. Da es aber bei Kegeln nicht nur auf ihre Verjüngung, sondern auch auf Durchmesser, Länge, Lappendicke und -breite, sowie richtige Lage des Lappens ankommt, so sind mehrere Elemente zu prüfen. Da dies nach einem zuerst von Taylor aufgestellten Grundsatz zwar auf der Gutseite für alle auf einmal durch eine entsprechende Gegenlehre geschehen kann, auf der Ausschußseite dagegen alle Bestimmungsstücke einzeln geprüft werden müssen, so ist eine Verwendung von Grenzkegellehren

<sup>1)</sup> Diese sind genormt für

Morsekegel in DIN 229, 230, 324;  
Metrische Kegel in DIN 234, 235, 325.

<sup>2)</sup> G. Berndt: Loewe Not. 1922, 14.    <sup>3)</sup> G. Berndt: Loewe Not. 1922, 71.

<sup>4)</sup> W. Schütz: Dissert. Techn. Hochsch. Dresden 1926.

ausgeschlossen<sup>1)</sup>. Vielmehr muß die Kontrolle auf andere Weise geschehen. In Nachfolgendem sollen, da es sich hier ausschließlich um Winkelmessungen handelt, nur zur Messung der Verjüngung von Kegeldornen und -hülsen geeignete Methoden beschrieben werden.

**b) Kegeldorne.** 1. Vergleich mit einstellbaren oder festen Winkeln. Um sehen zu können, wie weit die Passung mit der Lehrhülse vorhanden ist, ist diese in Abb. 37 auf zwei (nach Abnutzung nachstellbare) schmale Lineale reduziert, die nach einem Normalkegel eingestellt werden sollen. Auch hier ist, wie bei allen festen Lehren, die zahlenmäßige Bestimmung einer etwa vorhandenen Abweichung nicht möglich. Die Lehre soll ferner gleichzeitig zur Kontrolle der übrigen Größen, wie der richtigen Lage des Markendurchmessers, der Kegel- und Lappenlänge (mittels der auf der einen Schiene angebrachten Marken) sowie der Lappendicke dienen, indem über die beiden Ansätze ein Haarlineal gelegt wird.

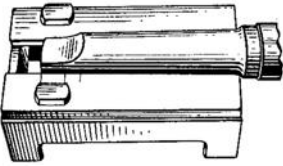


Abb. 37. Kegelflachlehre.

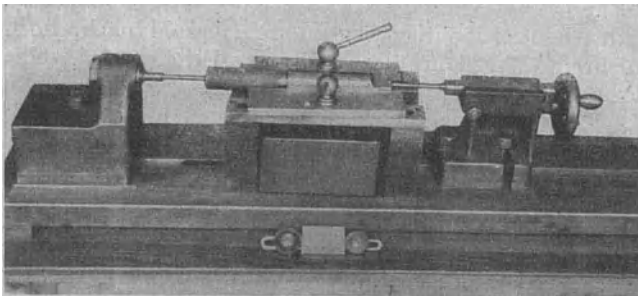


Abb. 38. Kegelmessung nach dem Prinzip des Tangenslineals mit Meßscheiben.

Regel wird es mit diesen zunächst auf den Sollwert eingestellt, was mit großer Genauigkeit möglich, dann durch die Knebel (Abb. 38) festgelegt, was nötig,

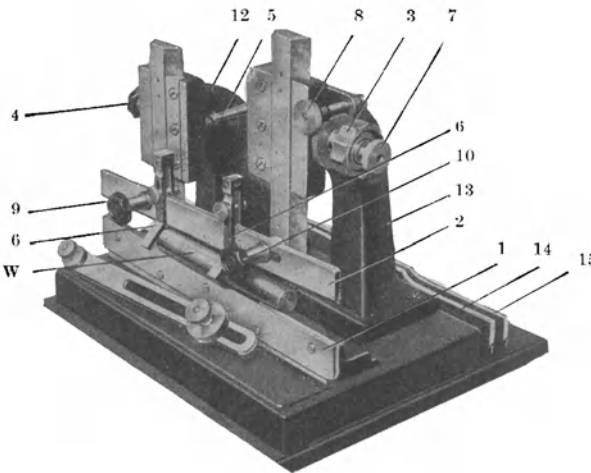


Abb. 39. Kegelmessung nach dem Prinzip des Tangenslineals mit Meßscheiben.

Die Lehre soll ferner gleichzeitig zur Kontrolle der übrigen Größen, wie der richtigen Lage des Markendurchmessers, der Kegel- und Lappenlänge (mittels der auf der einen Schiene angebrachten Marken) sowie der Lappendicke dienen, indem über die beiden Ansätze ein Haarlineal gelegt wird. Mit Ausnahme der letzten Kontrolle (die aber auch keine zahlenmäßige Bestimmung zuläßt) hängt der Ausfall der Prüfung noch von der Verjüngung ab; sie wird nur dann streng richtig, wenn diese den vorgeschriebenen Wert hat.

Meist wird die Verjüngung durch das Tangenslineal geprüft, und zwar in der Ausführung mit Meßscheiben. In der

Regel wird es mit diesen zunächst auf den Sollwert eingestellt, was mit großer Genauigkeit möglich, dann durch die Knebel (Abb. 38) festgelegt, was nötig, damit seine Stellung beim Einführen und Herausnehmen des Prüflings bzw. der Meßscheiben nicht geändert wird; schließlich wird der Kegel eingelegt und nach dem Lichtspaltverfahren untersucht. Zweckmäßiger wäre es wohl, erst das Lineal nach dem Kegel einzustellen und dann seinen Winkel durch die Meßscheiben und Ausfühlen ihres Abstandes mit Endmaßen zu ermitteln.

Da die Genauigkeit des Kegels etwa  $15 \mu$  auf 100 mm, entsprechend 30 sek, betragen soll, so

<sup>1)</sup> Für einen ausführlichen Nachweis dafür s. G. Berndt: Maschinenbau 4, 267, 1925.

dürfte der gesamte Meßfehler möglichst 10 sek nicht übersteigen. Nun beträgt die Genauigkeit des Tangenslineals für  $V = 1 : 20$  ( $2^\circ 52'$ ) nach Zahlentafel 7 rund 6 sek; rechnet man für die Beobachtung des Lichtspaltes noch  $1 \mu$  auf 100 mm, also 2 sek, so darf durch das Fixieren keine 2 sek oder  $1 \mu$  auf 100 mm übersteigende Änderung eintreten.

Es ist wohl klar, daß dieser Wert praktisch nur schwer innezuhalten sein dürfte. Zu vermeiden ist die Schwierigkeit, wenn man das entsprechend starr ausgebildete und schwere Lineal sich ausschließlich durch sein Eigengewicht in seiner Lage erhalten läßt, wobei nur notwendig ist, es in einer senkrechten Ebene zu führen (wie in Abb. 39) und den Abstand der Meßscheiben so groß zu wählen, daß man den zu messenden Kegel dazwischenbringen kann.

Bei der Ausführung nach Abb. 39, bei der das bewegliche Lineal 2 an den Ständern 12 und 13 geführt, mittels der Handräder 3 und 4 grob und nach Klemmung durch Schraube 7 mittels Schraube 8 fein zu verstellen ist, ist allerdings als Regelfall auch vorgezogen, es durch die Spannmutter 9 und 10 an seinen Führungsstäben fest-zuspannen.

Feste Winkel verwendet das durch Abb. 40a und b erläuterte Verfahren. Die beiden Meßstücke  $a_1$  und  $a_2$  haben jedes für sich einen Winkel vom halben Sollwert des Prüflings  $P$ . Sie werden nach Abb. 40b gegen diesen gelegt und dann die Abstände  $A$  und  $B$  in verschiedenen Höhen gemessen. Rechnet man an jeder Meßstelle mit einem Fehler von  $2 \mu$ , so würde der Beobachtungsfehler  $4 \mu$  und bei einem Abstände von 100 mm rund 8 sek betragen, wozu noch die Unsicherheit in der Kenntnis der Winkel von  $a_1$  und  $a_2$  kommt.

Bequemer und weniger ermüdend als mit dem Tangenslineal, bei gleichzeitig größerer Genauigkeit, ist die Prüfung mittels Fühlhebels, wie sie bei dem in Abb. 41 und 42

dargestellten Kegelprüfer benutzt wird. Das als Träger des Kegels dienende Lineal wird durch Unterlegen von Endmaßen am rechten Ende auf den verlangten Winkel  $\alpha$  so eingestellt, daß bei einem richtigen Kegel die obere Mantellinie genau parallel zur Führungsbahn liegen würde.

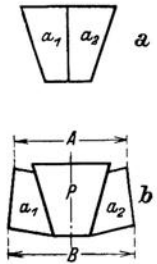


Abb. 40.  
Kegelmessung  
mit festen  
Winkeln.

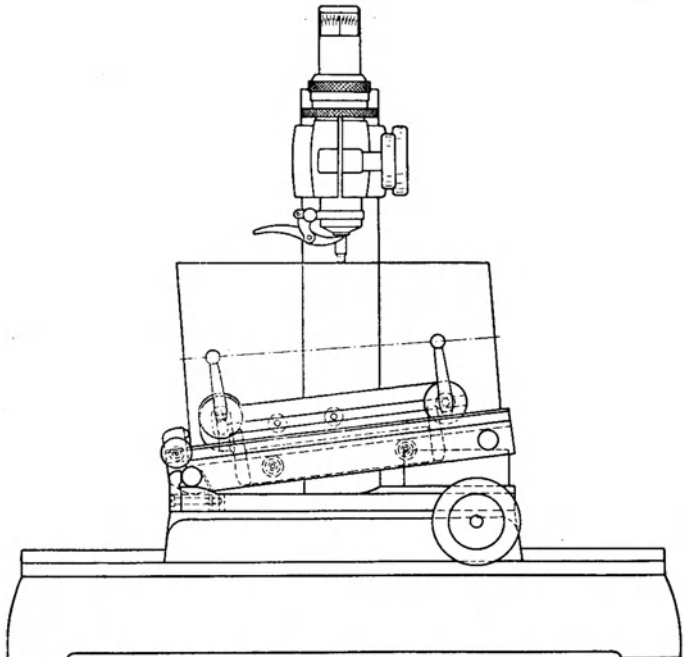


Abb. 41. Kegelprüfer mit Fühlhebel.



Ein etwaiger Unterschied in der Höhenlage der Auflageflächen  $A$  und  $C$  wird vorher durch Prüfung der Lage der oberen Fläche des Lineals (ohne untergelegte Endmaße) gleichfalls mit dem Fühlhebel durch Verschieben des Schlittens bestimmt und in Rechnung gesetzt. Um von etwaigen Unebenheiten des Lineals unabhängig zu sein, werden darauf 2 gleiche Zylinder befestigt, auf die auch

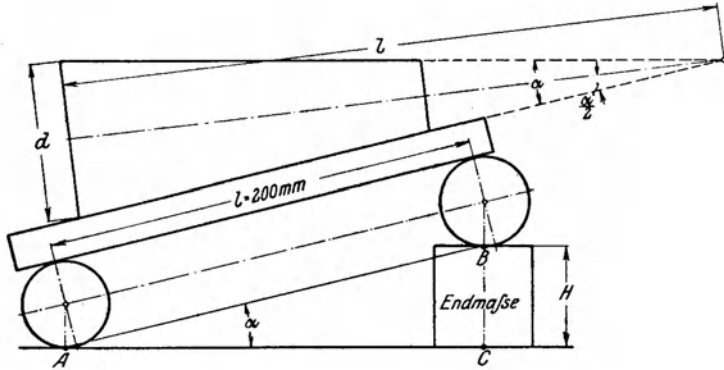


Abb. 42. Kegelmessgerät mit Fühlhebel.

nachher der Prüfling gelegt wird. Da man die Gesamtgenauigkeit der beiden Stellungen des Sinuslineals nach Zahlentafel 6 zu etwa 5 sek ansetzen kann (die Länge  $L$  beträgt hier 200 mm), und da ein Fehler des Fühlhebels von insgesamt  $1 \mu$  für 2 Beobachtungen in 100 mm Abstand nur 2 sek ausmacht, so erreicht man leicht eine Genauigkeit von 7 sek.

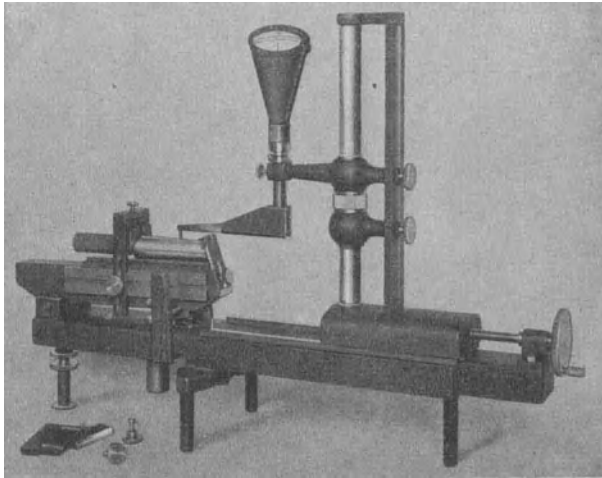


Abb. 43. Kegelmessgerät mit Fühlhebel.

Eine andere Ausführungsform des Kegelmessgeräts ist in Abb. 43 wiedergegeben<sup>1)</sup>. Die Kegelmessgeräte gestatten gleichzeitig die Untersuchung der Gradlinigkeit der Mantellinien<sup>2)</sup>.

Statt das Sinuslineal durch Endmaße einzustellen, kann man dies auch mit Hilfe eines Kegels mit genau gemessener Verjüngung tun und dann die Abweichungen des Prüflings gegen diesen Normalkegel feststellen, zu dessen Unsicherheit von  $10''$  aber noch der Meßfehler von

$4''$  hinzukommt, so daß man insgesamt mit  $14'' \div 15''$  Fehler zu rechnen hat.

2. Optische Messung. Eine sehr genaue Messung der Verjüngung ergibt sich auf optischem Wege nach der Poggendorffschen Spiegelmethode<sup>3)</sup>. Der Kegel wird auf eine feste (angenähert wagerechte) Unterlage  $U$  gelegt (Abb. 44)

<sup>1)</sup> M. Bartholdy: Werkstattstechnik 22, 118, 1928.

<sup>2)</sup> Für eine andere, etwas rohere Form s. Werkstattstechnik 22, 490, 1928.

<sup>3)</sup> F. Göpel: Zeitschr. f. Instrumentenkunde 43, 102, 1923.

und darauf eine Art Brücke mittels der zwei parallelen harten Stahlschneiden *ss* gesetzt (ihr Abstand beläuft sich auf etwa 50 mm). Sie trägt einen Spiegel *S* und ist ferner an einem Lenker um den Punkt *O* drehbar. Bringt man darauf den Kegel in die gestrichelte Stellung II, so nimmt der Spiegel die gestrichelte Lage an, die mit der ursprünglichen den Winkel  $2\alpha$  bildet. Die hierdurch eingetretene Neigung des Spiegels wird nun mit Fernrohr und Skala ermittelt. Diese ergibt den doppelten Drehwinkel, also  $4\alpha$ , so daß die Beobachtungsfehler nur mit  $1/4$  ihres Betrages in das Ergebnis eingehen. Selbst unter

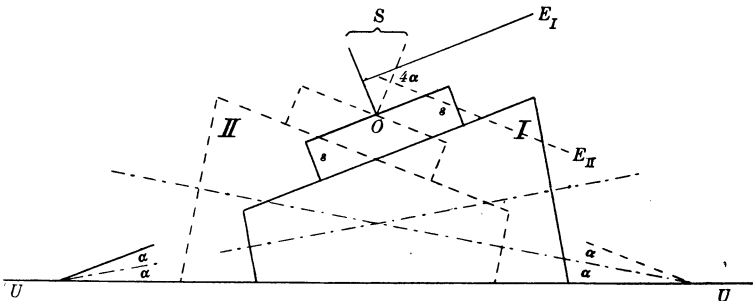


Abb. 44. Kegelmessung mit Spiegel, Fernrohr und Skala.

den ungünstigsten Verhältnissen wird man also nach Zahlentafel 9 mit einer Genauigkeit von  $5''$  rechnen können, die sich unter Benutzung eines größeren Skalenabstandes auf etwa  $2''$  bringen läßt. Voraussetzung ist natürlich dabei, daß während des Versuches die Unterlage *U* ihre Lage im Raum unverändert beibehält, was durch eine geeignete empfindliche Libelle zu kontrollieren ist, und daß ferner auch die einzelnen Erzeugenden des Kegelmantels innerhalb dieser Genauigkeit als Gerade betrachtet werden können.

3. Aus 2 Durchmessern. Mißt man 2 im Abstände *L* gelegene Durchmesser *D* und *d* (Abb. 45), so ergibt sich die Verjüngung  $\alpha$  aus

$$\operatorname{tg} \alpha/2 = 1/2 \cdot (D - d)/L.$$

Zur Messung wird der Kegel zwischen Spitzen auf einem Schlitten aufgenommen, der auf einem Bett verschoben werden kann. Die Größe *L* wird am besten durch Endmaße eingestellt. Senkrecht zu dieser Bewegung steht ein „schwimmender“ Schlit-

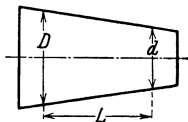


Abb. 45. Bestimmung der Verjüngung durch Messung zweier Durchmesser.

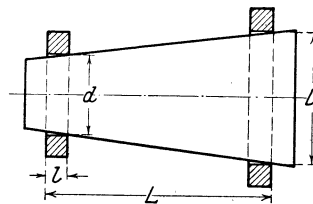


Abb. 46. Kegelmessung mit zwei Ringen.

ten, der die Schraublehre trägt, die einen Fühlhebel als Meßdruckanzeiger besitzt. Die Meßflächen werden zweckmäßig mit Zylindersegmenten ausgerüstet, deren Achsen senkrecht zur Kegelachse stehen.

Bezeichnet man die Meßfehler von  $D - d$  und von *L* mit  $f_1$  und  $f_2$ , so folgt der Fehler *F* von  $\operatorname{tg} \alpha/2$  aus

$$F = \pm \operatorname{tg} \alpha/2 \cdot [f_1/(D - d) + f_2/L].$$

Für  $L = 100$  mm wird bei den üblichen Kegeln (mit  $V = 1 : 20$ )  $D - d = 5$  mm; für ihre Fehler kann man etwa ansetzen:  $f_2 = 1 \mu$ ,  $f_1 = 2 \mu$  (da  $D - d$  aus 2 Messungen entsteht). Damit wird

$$F = \pm 0,025 \cdot (0,4 \cdot 10^{-3} + 1 \cdot 10^{-5}) = \pm 1 \cdot 10^{-5}$$

und nach Zahlentafel 2 der Fehler der ganzen Verjüngung:  $\varphi = \pm 4''$ . Aus der Gleichung für  $F$  folgt, daß es vor allem an die genaue Messung von  $D - d$  ankommt.

In der Praxis führt man diese Messung gelegentlich so aus, daß man auf den Kegel 2 Leerringe der Durchmesser  $D$  und  $d$  schiebt (Abb. 46) und ihren Abstand  $L$  mittels Schraublehre ermittelt.

Es gilt dann

$$\operatorname{tg} \alpha/2 = \frac{1}{2} \cdot (D - d)/(L - l) = A.$$

In diesem Falle berechnet sich der Fehler  $F$  von  $\operatorname{tg} \alpha/2$ , falls  $f_1, f_2, f_3, f_4$  die Fehler von  $D, d, L$  und  $l$  bedeuten, zu

$$F = \pm A \cdot \left( \frac{f_1 + f_2}{D - d} + \frac{f_3 + f_4}{L - l} \right).$$

Hier kann man im Durchschnitt ansetzen:  $f_1 = f_2 = 1,5 \mu$ ,  $f_4 = 2 \mu$ , während man für  $f_3$  etwa  $6 \mu$  annehmen muß, da die Ringe durch den Meßdruck leicht verkanteten.

Nun ist aber noch zu berücksichtigen, daß die Ringkanten niemals scharf, sondern stets abgerundet sind. Die ungünstigsten Verhältnisse treten auf, wenn man den einen Ring als scharf, den anderen als abgerundet ansieht, und zwar sei der Radius  $r$  der Abrundung zu 1 mm angenommen.

Wie aus Abb. 47 folgt, vergrößert sich dadurch der Fehler  $f_2$  um den Betrag

$$CE = r \cdot (1 - \cos \alpha/2) = 0,3 \mu$$

und  $f_3$  um

$$CB = r \cdot (1 - \sin \alpha/2) = 0,974 \text{ mm}.$$

Wählt man  $L - l = 50$  mm und demnach  $D - d = 2,5$  mm, so wird

$$F = \pm 0,025 \cdot (3,3 \cdot 10^{-3}/2,5 + 0,982/50) = \pm 524 \cdot 10^{-6};$$

nach Zahlentafel 2 wird der Fehler  $\varphi$  der Verjüngung  $\alpha$ :

$$\varphi = \pm 3,6''.$$

Wenn man mit dieser Methode genaue Ergebnisse erzielen will, so muß man die Ringe sehr gut abschleifen. Kann man es erreichen, daß  $r$  nur  $1/10$  mm beträgt, so wird

$$F = \pm 82,5 \cdot 10^{-6} \quad \text{und} \quad \varphi = \pm 34'' \sim \frac{1}{2}'.$$

Dabei ist aber noch sorgfältig auf den Druck zu achten, mit dem die Ringe auf den Kegel geschoben werden. Wird etwa der eine um  $1/10$  mm stärker aufgepreßt als der andere, so wird dadurch der Fehler seines Durchmessers um  $5 \mu$  vergrößert und steigt der Fehler auf den 1,6fachen Betrag, also auf  $54''$  oder rund  $1'$ . Will man, was unter Umständen möglich, eine Genauigkeit von  $10''$  erhalten, so gelingt es nur durch Ringe mit sehr geringer Vorweite und durch außerordentlich große Geschicklichkeit.

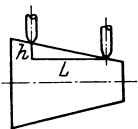


Abb. 48. Bestimmung der Verjüngung durch Messung zweier Katheten.

4. Aus 2 Katheten. Statt der Durchmesser kann man auch die Differenz  $h$  zweier im Abstände  $L$  gelegener Halbmesser (Abb. 48), d. h. die Katheten  $h$  und  $L$  eines rechtwinkligen Dreiecks, messen<sup>1)</sup>. Zweckmäßig verschiebt man dazu wieder den Kegel (und stellt  $L$  durch Endmaße ein). Die feststehende und senkrecht zur Kegelachse ausgerichtete Schraublehre wird am besten wieder mit Zylindersegmenten als Meßflächen versehen.

Sehr gut läßt sich für diese Bestimmung der eigentlich zu Gewindemessungen bestimmte Gewinde-Meßkomparator bzw. das Universal-Meßmikroskop (Abb. 49)

<sup>1)</sup> Ch. O. Herb: Machinery 32, 683, 1926.

verwenden, wobei man den Faden des (in der Mitte sichtbaren) Beobachtungsmikroskops parallel zur Mantellinie des Kegels ausrichtet und Schneiden an den Kegel anschiebt. Stellt man den Faden auf die Mitte des zwischen beiden sichtbaren kleinen Lichtspaltes ein, so ist dies der Ort der Mantellinie, da der Lichtspalt zwischen der Schneide und ihrem Spiegelbilde entsteht, das ebensoweit hinter der Mantellinie liegt, wie sich die Schneide vor ihr befindet. Die Größen  $L$  und  $h$  werden mit den links befindlichen beiden Mikroskopen an zwei Strichmaßstäben abgelesen, die in dem die Aufnahmespitzen tragenden Schlitten liegen und sich mit diesem bei seinen in zwei zueinander senkrechten Richtungen erfolgenden Bewegungen verschieben.

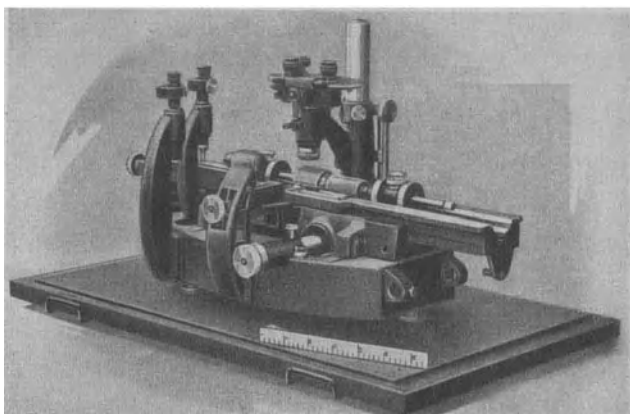


Abb. 49. Universal-Meßmikroskop.

Die Verjüngung  $\alpha$  folgt aus  $\operatorname{tg} \alpha/2 = h/L$

und der Fehler  $F$  von  $\operatorname{tg} \alpha/2$  aus:  $F = \pm \operatorname{tg} \alpha/2 \cdot (f_1/h + f_2/L)$ , falls  $f_1$  und  $f_2$  die Fehler von  $h$  und  $L$  sind. Es sei auch hier eine Meßlänge  $L = 100$  mm und somit  $h = 2,5$  mm angenommen. Bei der Messung mittels Schraublehre ist etwa  $f_1 = 2 \mu$ ,  $f_2 = 1 \mu$ , beim Universal-Meßmikroskop  $f_1 = 2 \mu$ ,  $f_2 = 3 \mu$ . Damit wird

$$F = \pm 0,025 \cdot (0,8 \cdot 10^{-3} + 1 \cdot 10^{-5}) = \pm 2 \cdot 10^{-5},$$

bzw. 
$$F = \pm 0,025 \cdot (0,8 \cdot 10^{-3} + 3 \cdot 10^{-5}) = \pm 2 \cdot 10^{-5}$$

und damit der Fehler  $\varphi$  der ganzen Verjüngung

$$\varphi = \pm 8'',$$

was sich praktisch mit dem beim Universal-Meßmikroskop beobachteten Werte  $\varphi = \pm 10''$  deckt.

Würde die Kegelachse nicht mit der Verbindungslinie seiner Körner zusammenfallen, so würde man für  $\alpha/2$  einen falschen Wert erhalten. Deshalb wird die Messung auf der anderen Seite des Kegels in der gleichen Weise wiederholt, was bei der optischen Methode leicht möglich, während bei der mechanischen eine zweite Schraublehre vorgesehen werden müßte. Ergeben die beiden Messungen die Größen  $\operatorname{tg} \alpha_1/2$  und  $\operatorname{tg} \alpha_2/2$  und wäre der wirkliche Wert  $\operatorname{tg} \alpha/2$ , so kann man setzen:

$$\alpha_1/2 = \alpha/2 + \delta, \quad \alpha_2/2 = \alpha/2 - \delta,$$

wo  $\delta$  eine kleine Größe ist. Es wird

$$\operatorname{tg} \alpha_1/2 + \operatorname{tg} \alpha_2/2 = \frac{\operatorname{tg} \alpha/2 + \delta}{1 - \delta \cdot \operatorname{tg} \alpha/2} + \frac{\operatorname{tg} \alpha/2 - \delta}{1 + \delta \cdot \operatorname{tg} \alpha/2} = 2 \cdot \operatorname{tg} \alpha/2.$$

Das arithmetische Mittel aus den Ergebnissen der auf beiden Seiten angestellten Messungen liefert also den wahren Wert  $\operatorname{tg} \alpha/2$ .

5. Mit Meßscheiben. Steht keine besondere Apparatur zur Verfügung, wie sie die vorhergehenden Methoden erfordern, so kann man die Verjüngung auch unter Benutzung von meist vorhandenen Rundpassungslehren und einer gewöhnlichen Schraublehre messen. Nach Abb. 50 setzt man gegen den Kegel,

der mit genau zur Achse senkrechter Stirnfläche auf der Grundplatte stehen muß, nacheinander je zwei gleiche Meßscheiben und mißt die Strecken  $L$  und  $l^1$ ).

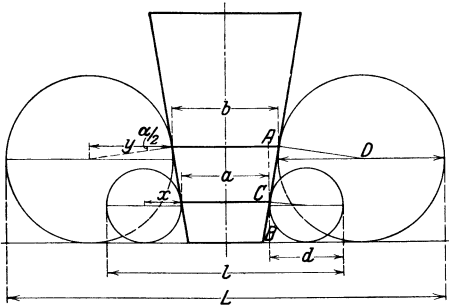


Abb. 50.

Kegelmessung mittels Meßscheiben.

Es ist

$$l = d + 2x + a$$

$$L = D + 2y + b$$

$$L - l = D - d + 2y - 2x + b - a.$$

Nun ist

$$y = \frac{1}{2} D \cdot \cos \alpha/2; \quad x = \frac{1}{2} d \cdot \cos \alpha/2;$$

$$AB = \frac{1}{2} \cdot D + \frac{1}{2} \cdot D \cdot \sin \alpha/2;$$

$$CB = \frac{1}{2} d + \frac{1}{2} d \cdot \sin \alpha/2;$$

$$AC = \frac{1}{2} \cdot (D - d) \cdot (1 + \sin \alpha/2);$$

$$\frac{1}{2} \cdot (b - a) = AC \cdot \operatorname{tg} \alpha/2;$$

$$b - a = (D - d) \cdot (1 + \sin \alpha/2) \cdot \operatorname{tg} \alpha/2,$$

also

$$\begin{aligned} L - l &= (D - d) \cdot [1 + \cos \alpha/2 + (1 + \sin \alpha/2) \cdot \operatorname{tg} \alpha/2] = (D - d) \cdot (1 + \operatorname{tg} \alpha/2 + 1/\cos \alpha/2) \\ &= (D - d) \cdot (1 + \operatorname{tg} \alpha/2 + \sqrt{1 + \operatorname{tg}^2 \alpha/2}). \end{aligned}$$

Setzt man  $\frac{L-l}{D-d} = A$ , so wird

$$\operatorname{tg} \alpha/2 = \frac{1}{2} \cdot \left( A - 1 - \frac{1}{A-1} \right) = \frac{1}{2} \cdot (B - 1/B),$$

wo

$$B = A - 1$$

ist. Es wird der Fehler  $f$  von  $A$  (und auch der von  $B$ ), wenn  $f_1, f_2, f_3, f_4$  die von  $L, l, D$  und  $d$  sind (nach Beispiel 4),

$$f = \pm A \cdot \left( \frac{f_1 + f_2}{L - l} + \frac{f_3 + f_4}{D - d} \right).$$

Der Fehler  $F$  von  $\operatorname{tg} \alpha/2$  bestimmt sich aus

$$F = \pm \frac{1}{2} \cdot f \cdot (1 + 1/B^2).$$

Aus der Gleichung für  $\operatorname{tg} \alpha/2$  berechnet sich  $B$  zu 1,025 und somit  $A = 2,025$ ; wählt man  $D - d = 50$  mm, so wird  $L - l \approx 101$  mm. Für die Fehler wird man annehmen können:  $f_1 = f_2 = 4 \mu$ ,  $f_3 = 2 \mu$ ,  $f_4 = 1 \mu$ ; damit wird

$$\begin{aligned} f &= \pm 2,025 \cdot (80 + 60) \cdot 10^{-6} = \pm 283 \cdot 10^{-6} \\ F &= \pm \frac{1}{2} \cdot 283 \cdot 10^{-6} \cdot (1 + 1/1,025^2) = \pm 283 \cdot 10^{-6}. \end{aligned}$$

Nach Zahlentafel 2 berechnet sich der Fehler  $\varphi$  der Verjüngung  $\alpha$  zu

$$\varphi = 1,94' \approx 2'.$$

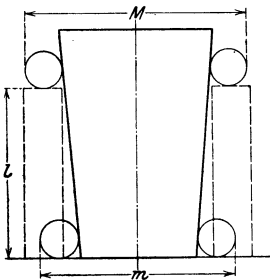


Abb. 51. Kegelmessung mittels Meßscheiben und Endmaßen.

Wie leicht zu entwickeln, wird

$$\operatorname{tg} \alpha/2 = \frac{1}{2} \cdot (M - m)/l = A$$

und somit (nach Beispiel 4) der Fehler  $F$  von  $\operatorname{tg} \alpha/2$ , falls  $f_1, f_2, f_3$  die von  $M, m$  und  $l$  sind,

$$F = \pm A \cdot \left( \frac{f_1 + f_2}{M - m} + \frac{f_3}{l} \right).$$

1) Zeitschr. f. Maschinenbau 1920, 187.

2) Sommer: Werkstattstechnik 15, 359, 1921.

Setzt man wieder  $f_1 = f_2 = 4\mu$  und  $f_3 = 1\mu$ ,  $l = 50\text{mm}$ , so wird

$$M - m = 2 \cdot 0,025 \cdot 50 = 2,50 \text{ mm,}$$

somit

$$F = \pm 0,025 \cdot (3,2 + 0,02) \cdot 10^{-3} = 80 \cdot 10^{-6}$$

und der Fehler  $\varphi$  von  $\alpha$  nach Zahlentafel 2

$$\varphi = \pm 33'' \approx 1/2'.$$

Die Genauigkeit ist zwar besser als bei der vorher betrachteten Methode, reicht aber auch nicht an die des Sinuslineals heran.

6. Durch Vergleich mit einem Normalkegel. Bei Werkzeugkegeln kann man sich häufig auf eine Vergleichsmessung gegen einen Normalkegel beschränken. Einige dafür geeignete Apparate sollen nachstehend besprochen werden. Die Ausführung nach Abb. 52<sup>1)</sup> entspricht im Prinzip dem in Abb. 43 dargestellten Kegelprüfer. Man stellt den schwenkbaren Schenkel  $d$  so mit dem Normalkegel  $W$  ein, daß der Fühlhebel  $b$  beim Verschieben keinen Ausschlag zeigt, und klemmt dann  $d$  fest; der früher hiergegen geäußerten Bedenken wegen legt man, wie in Abb. 52 angedeutet, besser ein, passendes Parallelendmaß

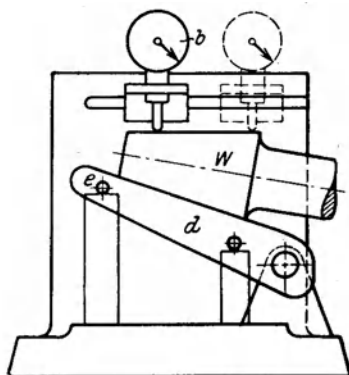


Abb. 52. Kegelprüfer, mit Normalkegel eingestellt.

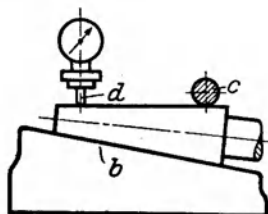


Abb. 53. Kegelprüfer, mit Normalkegel eingestellt.

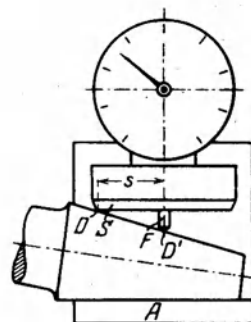


Abb. 54. Kegelmessung mit kreisringförmigen Schneiden.

unter seinen Zapfen  $e$ , dessen Maß natürlich nicht bekannt zu sein braucht (die Benutzung von 2 Parallelendmaßen, wie in Abb. 52, ist bei geeigneter Ausbildung von  $d$  nicht nötig).

Bei der Ausführung nach Abb. 53<sup>2)</sup> wird die Verschiebung des Fühlhebels dadurch überflüssig, daß Normal und Prüfling nacheinander auf dem Bett  $b$  gegen den festen Zapfen  $c$  geschoben und die Differenz  $h$  der Ausschläge an dem Fühlhebel  $d$  beobachtet wird. Hier muß wieder auf den Meßdruck geachtet werden, da eine Axialverschiebung um  $1/10$  mm einen Ausschlag von  $5\mu$  verursacht, was bei 100 mm Meßlänge einen Fehler von  $10''$ , bei kürzeren Längen einen entsprechend größeren Fehler ausmacht. Bezeichnet man den Abstand  $cd$  mit  $s$ , so berechnet sich der Fehler  $\delta$  des Prüflings aus  $\text{tg } \delta = h/s$  und bei kleinen Werten aus  $\delta = h/s$ .

Gewisse Schwierigkeiten treten bei diesen Methoden dadurch auf, daß die Messung auf einer Mantellinie erfolgen muß. Frei davon wird man, wenn etwa das untere Ende des Meßbolzens in Abb. 53 als Schneide gestaltet wird, die genau parallel zu dem Anschlag  $c$  steht. Da diese Bedingung auf die Dauer aber kaum einzuhalten ist, wird der Anschlag  $c$  (Abb. 54)<sup>3)</sup> als kreisringförmig

<sup>1)</sup> O. Kienzle: Der Betrieb 4, 299, 1922.

<sup>2)</sup> O. Kienzle: Der Betrieb 4, 299, 1922.

<sup>3)</sup> P. Biber: Zeitschr. f. Feinmech. u. Präz. 32, 104, 1924.

gestaltete Schneide  $S$  mit dem Halbmesser  $s$  ausgebildet, in deren Mittelpunkt der Meßbolzen  $F$  des Fühlhebels steht, und der Kegel auf der ebenen Unterlage  $A$  so lange geschwenkt, bis der Fühlhebel den größten Ausschlag zeigt.

Ein einfaches Handgerät, das im gewissen Sinne der Ausführung nach Abb. 53 ähnelt, ist in Abb. 55 wiedergegeben<sup>1)</sup>. Der Halter  $A$  trägt zwei der Verjüngung entsprechend abgeschrägte Leisten  $B$  und  $C$ , gegen die das Normal bzw. der Prüfling so eingeschoben werden, bis sich der Hebel  $D$  fest anlegt, dessen rechtes Ende auf die Meßuhr bei  $E$  einwirkt.

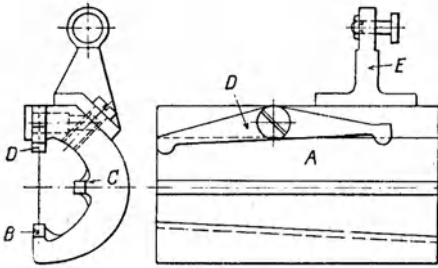


Abb. 55. Handgerät zur Kegelprüfung.

Einen sehr genauen Vergleich gestattet die Ausführung nach Abb. 56<sup>2)</sup>. Bei dieser wird das Lineal auf den Normalkegel  $W$  bzw. den Prüfling unter gleichzeitiger Verschiebung dieser, sowie auf die feststehende Meßscheibe  $a$  aufgelegt und beide Male die größere Meß-

scheibe  $c$  mit dem Lineal zur Berührung gebracht. Ihre dazu nötige Verschiebung  $w$  wird mit Strichmaßstab und Nonius, bzw. mit Winkelhebel  $d$  und Fühlhebel  $e$  gemessen. Die Rechnung gestaltet sich, wenn die Verjüngungen von Normal und Prüfling mit  $\alpha$  und  $\beta (= \alpha + 2\delta)$  bezeichnet werden, folgendermaßen:

Es wird (s. Abb. 57)

$$\sin \alpha/2 = \frac{D-d}{D+d+2L}; \quad \sin(\alpha/2 + \delta) = \frac{D-d}{D+d+2L-2w},$$

woraus folgt  $2 \cdot w = (D-d) \cdot [1/\sin \alpha/2 - 1/\sin(\alpha/2 + \delta)]$

oder bei kleinem  $\delta$

$$\frac{2w}{D-d} = \frac{\delta \cdot \cos \alpha/2}{\sin^2 \alpha/2 + \delta \cdot \sin \alpha/2 \cdot \cos \alpha/2}$$

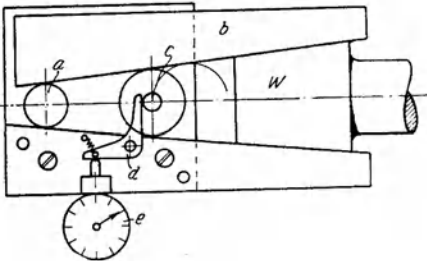


Abb. 56. Kegelprüfer mit Normalkegel eingestellt.

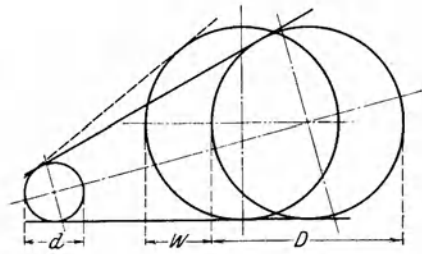


Abb. 57. Berechnung für den Kegelprüfer Abb. 56.

oder  $\delta \cdot (\cos \alpha/2 - \frac{2w}{D-d} \cdot \sin \alpha/2 \cdot \cos \alpha/2) = \frac{2w}{D-d} \cdot \sin^2 \alpha/2$

$$\delta = \frac{\frac{2w}{D-d} \sin \alpha/2 \cdot \operatorname{tg} \alpha/2}{1 - \frac{2w}{D-d} \cdot \sin \alpha/2} = \frac{2w \cdot \sin \alpha/2 \cdot \operatorname{tg} \alpha/2}{D-d - 2w \cdot \sin \alpha/2} \approx \frac{2w \cdot \sin^2 \alpha/2}{D-d}$$

(da bei  $\alpha = 3^\circ$   $\operatorname{tg} \alpha/2 = \sin \alpha/2$  ist und das Glied  $2w \cdot \sin \alpha/2$  gegenüber  $D-d$  in erster Annäherung vernachlässigt werden kann).

<sup>1)</sup> Werkstattstechnik 22, 487, 1928.

<sup>2)</sup> O. Kienzle: Der Betrieb 4, 299, 1922.

Für eine Überschlagsrechnung kann man im allgemeinen  $\operatorname{tg} \alpha/2 = 2,5/100$  und folglich  $\sin^2 \alpha/2 = 625 \cdot 10^{-6}$  setzen. Es sei ferner  $D - d = 5 \text{ mm}$  angenommen, dann wird

$$\delta = 125 \cdot w \cdot 10^{-6}.$$

Läßt man einen größten Fehler von  $\delta = 1' \approx 3 \cdot 10^{-4}$  (im Bogenmaß) zu, so wird  $w = 2,4 \text{ mm}$ . Für jede Kegeltypen (Metrischer oder die einzelnen Nummern der Morsekegel) kann man übrigens noch  $\delta = C \cdot w$  setzen, wo  $C$  jedesmal eine Konstante ist.

Sind  $f_1, f_2, f_3$  die Fehler von  $w, \alpha/2, D - d$ , so wird der Fehler von  $\delta$  (nach Beispiel 2 und 4)

$$F = \pm \delta \cdot [f_1/w + 2 \cdot f_2/\operatorname{tg} \alpha/2 + f_3/(D - d)].$$

Nun kann man bei Beobachtung durch Meßuhr setzen:  $f_1 = 0,02 \text{ mm}$ ;  $f_2 = 7,5 \cdot 10^{-5}$  (einem Fehler von  $1/4'$  für den halben Kegelwinkel entsprechend);  $f_3 = 3 \mu$ ; dann wird

$$F = \pm 3 \cdot 10^{-4} \cdot (0,0083 + 0,006 + 0,0006) = \pm 4,5 \cdot 10^{-6} \approx 1''.$$

Selbst bei  $f_1 = 0,2 \text{ mm}$  würde  $F$  erst  $27 \cdot 10^{-6} \approx 6''$  betragen, so daß der Fehler  $F$  in ziemlich weitgehendem Maße von der Genauigkeit der Messung der Verschiebung unabhängig ist.

Der Unterschied der beiden Kegel läßt sich also mit sehr großer Genauig-

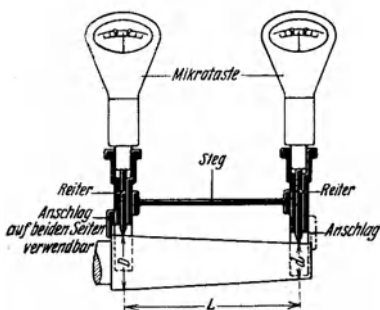


Abb. 58.

Kegelvergleichler von Krupp.

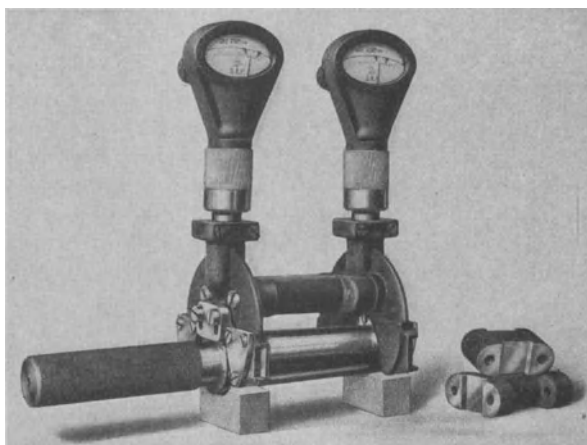


Abb. 59.

Kegelvergleichler von Krupp.

keit ermitteln, wobei es noch auf die genauen Werte der Meßscheiben nicht allzusehr ankommt.

Bei dem Kegelvergleichler von Krupp<sup>1)</sup> werden zwei Durchmesser des Normalkegels und des Prüflings mittels zweier Reiterlehren verglichen (Abb. 58 und 59), die durch einen Steg in festem Abstände voneinander gehalten sind. Ihre Winkel sind so gewählt, daß die Ausschläge der Fühlhebel unmittelbar die Unterschiede der Durchmesser angeben. Die richtige Lage auf dem Kegel soll durch einen (an beiden Seiten anzubringenden) Anschlag gesichert werden, so daß damit auch der Durchmesser des Prüflings (nahe seinem dicken oder dünnen Ende) kontrolliert werden könnte. Leider besitzen die meisten Werkzeugkegel (namentlich bei der Ausführung mit Lappen) keine geeignete Anlagefläche, so daß man im allgemeinen das Gerät nur so aufsetzen kann, daß der eine Fühlhebel beim Normal und beim Prüfling (gegebenenfalls angenähert) gleiche Ausschläge zeigt. Bezeichnet man allgemein die Ausschläge der Fühlhebel auf dem Normal mit  $A$  und  $a$ , auf dem Prüfling mit  $B$  und  $b$ , den Abstand der Meßzapfen mit  $L$ , so ergibt sich der Unterschied  $\delta$  der beiden Verjüngungen aus

$$\delta = [(A - a) - (B - b)]/L.$$

<sup>1)</sup> M. Bartholdy: Maschinenbau 4, 1236, 1925.



Setzt man die Genauigkeit der einzelnen Anzeige zu  $0,5 \mu$  an, so würde die Differenz der 4 Ausschläge um  $2 \mu$  fehlerhaft sein können, was bei  $L = 50 \text{ mm}$  für  $\delta$  einen Meßfehler von  $4 \cdot 10^{-5}$  oder rund  $8''$  ausmachen würde.

Das Gerät ist besonders für Massenprüfungen geeignet, bei denen die (sonst etwas Zeit kostende) Einstellung nur einmal vorgenommen zu werden braucht, da die Messung selbst außerordentlich schnell durchgeführt werden kann, und wird deshalb auch in der Werkstatt zur Kontrolle während des Schleifens von Kegeln viel verwendet.

**c) Kegelhülsen.** 1. Mit Gegenlehre. Eine zahlenmäßige Messung der Verjüngung einer Hülse *A* (Abb. 60) soll dadurch ermöglicht werden, daß sie auf einen Kegellehrdorn *B* vom Sollwert gesteckt und auf *A* ein ringförmiger Deckel *C* gelegt wird. In diesem ist eine Meßuhr gehalten, deren Meßbolzen sich auf die Stirnfläche von *B* stützt. Man mißt auf diese Weise aber mehr einen Durchmesser der Hülse als ihre Verjüngung.

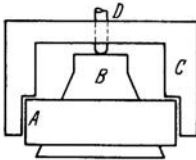


Abb. 60. Prüfgerät für Kegelhülsen.

2. Vergleich mit einstellbaren Winkeln. Die bei den Kegeldornen beschriebenen Kegelprüfer lassen sich entweder (wie nach Abb. 43) unmittelbar für die Prüfung von Kegelhülsen benutzen (Abb. 61) oder durch eine kleine Zusatzeinrichtung (wie bei Abb. 41) dafür verwendbar machen. Dabei trägt der Schlitten ein (oben am besten schwach abgerundetes) Lineal *A* (Abb. 62), das mittels Endmaßen so eingestellt wird, daß die untere Mantellinie der Hülse parallel zur Schlittenführung zu liegen kommt (falls sie den theoretischen Wert besitzt). Die etwaige Abweichung von der genauen Verjüngung wird

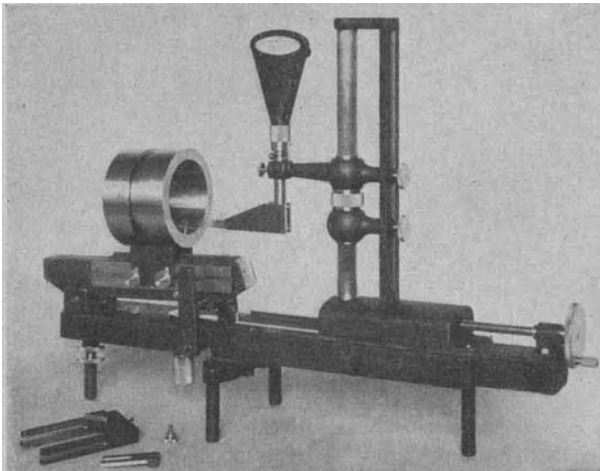


Abb. 61. Kegelhülsenprüfer mit Fühlhebel.

durch den gleicharmigen feststehenden Hebel *D* angezeigt, der auf den empfindlichen Fühlhebel *E* einwirkt. Mit diesen Ausführungen läßt sich, wie bei den Kegeldornen, eine Genauigkeit von etwa  $7''$  erreichen.

3. Mit Meßscheiben oder Kugeln. Ohne Sondergeräte kann die Verjüngung von Kegelhülsen durch Benutzung geeigneter fester Lehren und eines Tiefenmaßes bestimmt werden. Man schiebt dazu (Abb. 63) zwei Meßscheiben

von Durchmesser  $D$  und  $d$  (und der Dicke  $L$  und  $l$ ) ein und ermittelt ihren Abstand  $M$ , etwa mit einem Strichmaßstab oder besser mit einer Tiefenschraublehre bzw. Fühlhebel (unter Vergleich mit Endmaßen), die auf die Stirnfläche der Hülse aufgelegt werden. Es ist dann

$$\operatorname{tg} \alpha / 2 = \frac{1}{2} \cdot \frac{D - d}{M + L - l}.$$

Nach Beispiel 4 wird der Fehler von  $\operatorname{tg} \alpha/2$ , falls  $f_1, f_2, f_3, f_4, f_5$  die Fehler von  $D, d, M, L$  und  $l$  bezeichnen,

$$F = \pm \operatorname{tg} \alpha/2 \cdot \left( \frac{f_1 + f_2}{D - d} + \frac{f_3 + f_4 + f_5}{M + L - l} \right).$$

Nun kann man ansetzen  $f_1 = 2 \mu$ ,  $f_2 = 1 \mu$ ;  $f_4 = f_5 = 2 \mu$ ;  $f_3 = 5 \mu$ ; dabei ist indessen vorausgesetzt, daß die Meßscheiben völlig scharfe Kanten haben; infolge der

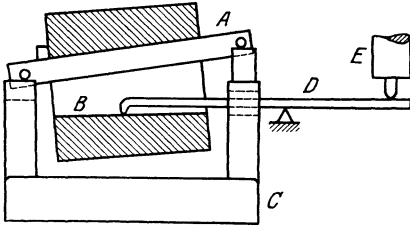


Abb. 62. Kegelhülsenprüfer.

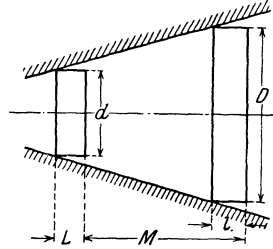


Abb. 63. Messung von Kegelhülsen mit Meßscheiben.

unvermeidlichen Abrundung muß man aber  $f_4 + f_5$ , wie bei der Messung der Dorne mit Ringen, auf mindestens  $1/10$  mm erhöhen. Nimmt man  $M + L - l = 50$  mm an, womit  $D - d = 2,5$  mm folgt, so wird

$$F = \pm 0,025 \cdot (1,2 \cdot 10^{-3} + 2 \cdot 10^{-3}) = \pm 80 \cdot 10^{-6}$$

und

$$\varphi = \pm 33'' \approx 1/2'.$$

Dieses Verfahren steht also den vorher aufgeführten an Genauigkeit beträchtlich nach, obwohl dabei schon mit sehr günstigen Verhältnissen für die Kantenabrundung gerechnet ist.

Um von dieser unabhängig zu werden, ersetzt man die Meßscheiben durch zwei Kugeln mit den Durchmessern  $D$  und  $d$  und mißt jedesmal ihren Abstand  $A$  bzw.  $a$  von der oberen Stirnfläche (s. Abb. 64). Man erhält damit grundsätzlich dieselbe Anordnung wie bei der Messung von einspringenden Winkeln in Abb. 27.

Aus Abb. 64 folgt  $h = L - A$ ,  $H = L - a$ , also  $H - h = A - a$

$$\text{und somit } \sin \alpha/2 = \frac{D - d}{2 \cdot (A - a) - (D - d)}.$$

Die Fehlerrechnung gestaltet sich genau so wie bei der Messung einspringender Winkel erläutert. Hier kann man den Fehler  $f_1$  von  $D - d$  zu  $1 \mu$  ansetzen (falls die Kugeln durch Fühlhebel mit Endmaßen verglichen sind) und den Fehler  $f_2$  von  $A - a$  zu  $2 \mu$  (wobei Messung mit Fühlhebel vorausgesetzt ist). Nimmt man  $A - a = 50$  mm an, so berechnet sich  $D - d = 2,44$  mm. Damit wird der Fehler  $F$  von  $\sin \alpha/2$

$$F = \pm 0,025 \cdot (0,41 + 0,051) \cdot 10^{-3} = \pm 11,5 \cdot 10^{-6}$$

und nach Zahlentafel 5 der Fehler  $\varphi$  der ganzen Verjüngung

$$\varphi = \pm 5''.$$

Wie man aus der Ableitung ersieht, spielt der Fehler  $f_2$  keine große Rolle. Selbst bei einem Meßfehler  $f_2 = 2/100$  mm würde erst  $\varphi = 10''$  werden. Immerhin wird man sich bemühen müssen, auch die Strecken  $A$  und  $a$  mit der möglichsten Genauigkeit zu messen, da noch der Meßdruck einen Fehler bewirkt, der (als nicht bekannt) in  $f_2$  mit einzuschließen ist. Auf jeden Fall ist die Messung von Kegelhülsen mit Kugeln der mit Meßscheiben weit überlegen. Bei vorsichtigem Arbeiten ist dabei auch eine für Lehrhülsen noch ausreichende Genauigkeit zu erzielen.

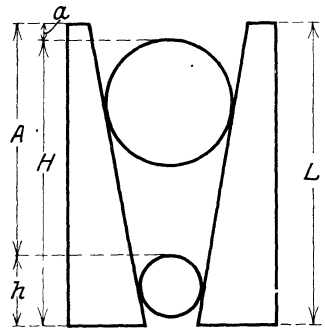


Abb. 64. Messung von Kegelhülsen mit Kugeln.

Sind keine geeigneten Kugeln zu beschaffen, was namentlich bei schlanken Kegeln leicht der Fall sein wird, so kann man sich dadurch helfen, daß man zwischen Hülse und Kugeln zwei geeignete Lehrdorne legt. Dadurch wird aber der Fehler  $f_1$  mindestens um 100% erhöht und somit die Ungenauigkeit von  $\varnothing$  etwa verdoppelt. Bei sehr großen Hülsen wird man die Kugeln zweckmäßig durch Kugelmäße ersetzen<sup>1)</sup>.

Für weniger genaue Messungen könnte man auch in der unteren Kugel einen zylindrischen Stab befestigen und die durchbohrte obere Kugel auf diesen gleiten lassen. Ihr Abstand wäre dann leicht an einer an dem Stab angebrachten Teilung, evtl. mittels Nonius, abzulesen.

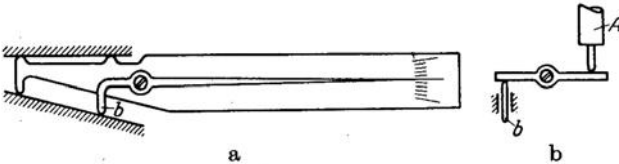


Abb. 65 a u. b. Messung von Kegelhülsen mittels Fühlhebel.

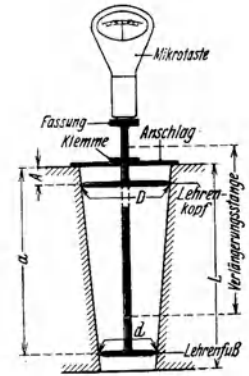


Abb. 66. Kegelhülsenvergleich von Krupp.

4. Durch Vergleich mit einer Normalhülse. Für die Messung von Werkzeugkegelhülsen wird man wieder den Vergleich mit einem Normal vornehmen. Eine einfache Vorrichtung dafür ist schematisch in Abb. 65 a wiedergegeben<sup>2)</sup>.

Zweckmäßiger wäre es wohl, den beweglichen Schenkel  $b$  nicht als Arm eines Winkelhebels, sondern als senkrecht zur Kegelwandung beweglichen Meßbolzen auszubilden, der dann auf einen geraden (gleicharmigen) Hebel einwirkt, der seinerseits einen empfindlichen Fühlhebel  $A$  betätigt (Abb. 65 b).

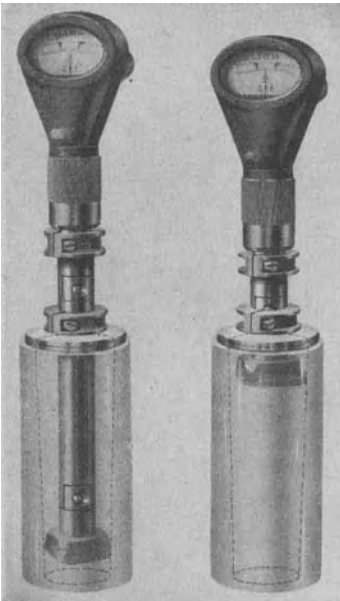


Abb. 67. Kegelhülsenvergleich von Krupp.

Nimmt man die Einstellung mit einem Sinuslineal (Fehler etwa 3'') vor, berücksichtigt den Fehler des Meßdruckes, der hier bei der Einstellung und beim Messen auftritt und deshalb mit etwa 15'' angesetzt werden muß, und nimmt schließlich noch den Ablesefehler des Fühlhebels hinzu, der in jedem Falle  $1 \mu/100 \text{ mm} \approx 2''$ , insgesamt also 4'' beträgt, so kommt man auf eine Genauigkeit von 23''; also mit einem gewissen Sicherheitszuschlag auf rund  $1/2'$ .

Bei dem Kegelhülsenvergleich von Krupp<sup>3)</sup> werden wieder zwei Durchmesser des Normal und des Prüflings miteinander verglichen (Abb. 66), und zwar mittels zweier Innenfühlhebel (Abb. 67), die mit (auf dem Lehrenschafte verschiebbaren) Anschlägen auf die Stirnflächen aufgesetzt werden. Ihre Anzeige gibt unmittelbar den Durchmesser-

<sup>1)</sup> C. C. Jensen: Amer. Machinist 1927, 23. Juli.

<sup>2)</sup> P. Biber: D. R. P., Klasse 42b, Nr. 359535.

<sup>3)</sup> M. Bartholdy: Maschinenbau 5, 460, 1926.

unterschied an den beiden Meßstellen. Der Gang der Beobachtung ist genau der gleiche wie bei dem entsprechenden Gerät für Kegeldorne. Die Ungenauigkeit wird man, da es sich hier um Innenfühlhebel handelt, etwas größer als bei jenem ansetzen müssen und etwa  $10 \div 15''$  betragen. Auch dieser Vergleich eignet sich sehr gut für Massenprüfungen und wird deshalb zur Kontrolle während der Fertigung viel verwendet.

## VI. Goniometrische Messungen.

a) **Transporteur.** Die bekannteste und zugleich roheste Form des Goniometers ist der (seit 1690 benutzte) Transporteur (Abb. 68). Er besteht aus einem geteilten Halbkreis, dessen Mittelpunkt in der unteren Schiene gekennzeichnet ist. Zu dem eigentlichen Anlegëgoniometer gehört noch ein drehbarer Schenkel (Abb. 69

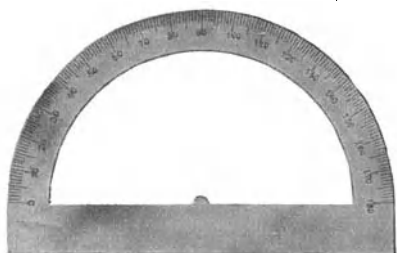


Abb. 68. Transporteur.

und 70), dessen Index (in seiner Verlängerung) stets durch den Mittelpunkt gehen muß. Bei roher Ausführung, wie sie bei den auf Papier gedruckten Teilungen vorliegt, muß man mit Fehlern von mindestens  $\frac{1}{5}^\circ$  rechnen, während man bei sauberer Teilung auf Metall 2 bis 3' annehmen kann. Zu diesen Teilungsfehlern treten dann aber noch die Schätzungsfehler mit mindestens  $\frac{1}{10}^\circ$ , so daß sich auch im letzteren Falle nur eine Genauigkeit von etwa 10' ergibt. Dieser Fehler bleibt erhalten, wie lang man auch den beweglichen Schenkel wählt, während ein damit berechneter Abstand absolut um so ungenauer wird, je länger der Schenkel ist.

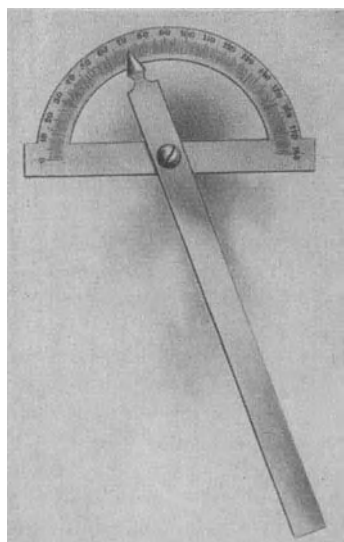


Abb. 69. Transporteur.

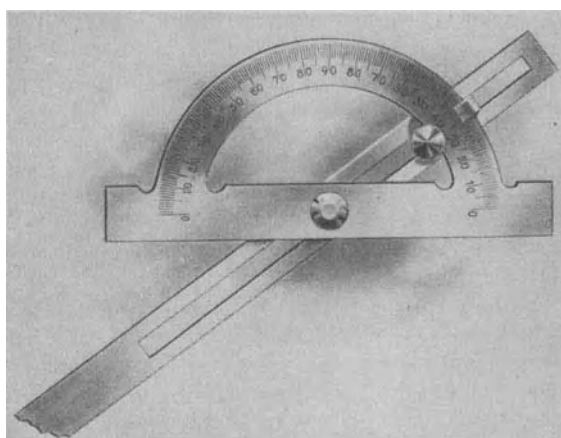


Abb. 70. Transporteur.

Genau so wie bei Linearteilungen kann man auch die Ablesungsgenauigkeit an Teilkreisen durch Nonien (Abb. 74) erhöhen, deren Teilung auf zwei zu dem Hauptkreise konzentrischen Kreissegmenten liegen. Entsprechen  $n - 1$  Teilungen der Hauptteilung  $n$  Teile des Nonius, so gibt die Ablesung  $1/n$  des Intervalles

der Hauptteilung. Ist diese z. B. in Viertelgrade ausgeführt und ist  $n = 15$ , so beträgt die Ablesungsgenauigkeit  $\frac{1}{15} \cdot \frac{1}{4}^{\circ} = 1'$ .

Für größere Genauigkeiten nimmt man Kreise mit feinerer Teilung und benutzt zur Ermittlung der Sekunden ein Mikroskop mit Okular-Schraubenmikrometer, das praktisch so eingerichtet ist, daß ein Intervall der Teiltrommel Sekunden abzulesen und  $\frac{1}{10}$  sek zu schätzen gestattet. Bei genügend großen Teilkreisen kann man kleine Bögen unbedenklich durch die Tangente ersetzen.

Eine besondere Form des Anlegegoniometers ist der von E. Simon angegebene Schneidwinkelmesser (Abb. 71)<sup>1)</sup>. Er ist zur Messung von Schneidwinkeln bestimmt und gestattet, jeden Winkel an der Schneide (Span-, Frei- und Neigungswinkel) unmittelbar zahlenmäßig festzustellen. Dazu wird der zu untersuchende Stahl auf eine ebene Grundplatte gelegt, die eine Säule trägt, auf welcher der eigentliche Winkelmesser verschiebbar ist. Der bewegliche Schenkel besitzt zwei zueinander senkrechte Anlegeflächen und einen dritten Arm, welcher die Ablesemarke trägt. Sie zeigt auf 0, wenn die beiden anderen Schenkel genau senkrecht bzw. wagerecht stehen, so daß die Ablesung unmittelbar die wirkliche

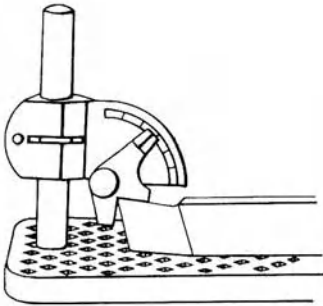


Abb. 71.  
Schneidstahl-Winkelmesser.

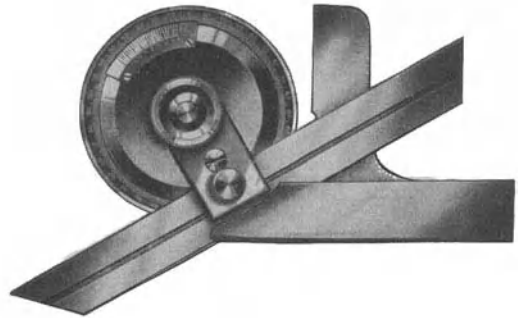


Abb. 72.  
Universal-Winkelmesser (Schmiege).

Größe des gemessenen Winkels angibt, falls man den Teilkreis so weit senkt, daß die betreffende Schneide satt an dem Werkstück anliegt.

**b) Schmiege.** Ein für viele Zwecke, z. B. als Lineal, Anschlag, Kreuz- und Gehrungswinkel brauchbarer Winkelmesser ist schon vor langer Zeit von Brown & Sharpe auf den Markt gebracht (Abb. 72); er wird jetzt indessen in mindestens gleicher Güte auch von deutschen Firmen hergestellt. Bei ihm ist der feste Schenkel mit dem (einen oder zwei Nonien tragenden) Vollkreise fest verbunden. Um diesen ist der zweimal von  $0^{\circ} \div 90^{\circ}$  geteilte Ring mit dem verschiebbaren Lineal drehbar, welches in seiner Führungsnut durch Exzenter so festgeklemmt wird, daß seine Kante stets parallel zur Verbindungslinie der beiden Nullstriche der Hauptteilung ist; es läßt sich auch durch den festen Schenkel durchschlagen. Da nun, je nach Bedarf, die eine oder die andere Kante der beiden Schenkel zur Anlage gebracht wird, so müssen vor allem die beiden Kanten möglichst genau einander parallel sein. Für die zulässige Abweichung hiervon darf man etwa  $15 \mu/100$  mm, also etwa  $\frac{1}{2}'$  zulassen. In bezug auf die Geradlinigkeit der Meßkanten und ihrer senkrechten Lage zu den Seitenflächen gilt das früher bei den festen Winkeln Gesagte. Wie die Winkel-

<sup>1)</sup> Für einen anderen Winkelmesser für Drehstähle s. F. Göpel: Werkstattstechnik 14, 562, 1922.

messungen jeweils nach dem vorliegenden Fall ausgeführt werden, darüber gibt am besten die Abb. 73 Auskunft.

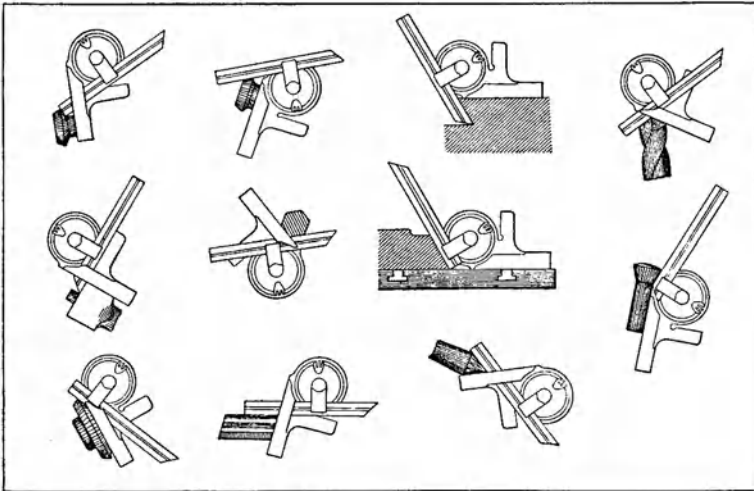


Abb. 73. Gebrauch des Universal-Winkelmessers.

Der Nonius liefert, wie aus Abb. 74 ersichtlich,  $5'$ ; damit diese Ablesegenauigkeit auch wirklich ausgenutzt wird, muß bei einem Durchmesser von 50 mm die Exzentrizität unter  $\frac{3}{100}$  mm bleiben; ein derartiger Grenzwert würde einen größten Fehler von  $2'$  geben (s. Abschnitt e).

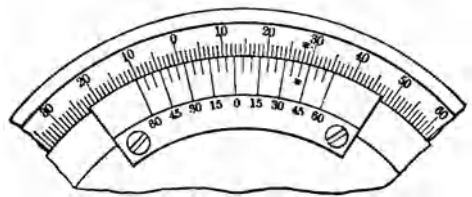


Abb. 74. Nonius.

Wesentlich verbessert ist dieser Winkelmesser in der Ausführung von Zeiss (von der Abb. 75 die äußere Ansicht, Abb. 76 einen Teilschnitt, Abb. 77 das Gesichtsfeld wiedergibt) dadurch,

daß die geteilte Skala durch eine auf photographischem Wege verkleinerte ersetzt ist (Abb. 77), die durch eine Lupe abgelesen wird. Das ermöglicht, direkt eine  $10'$ -Teilung anzubringen, während  $\frac{1}{5}$  davon, also  $2'$ , noch geschätzt werden können, so daß sich der Nonius erübrigt.

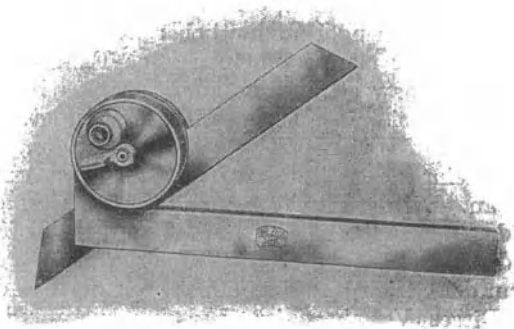


Abb. 75. Optischer Winkelmesser.

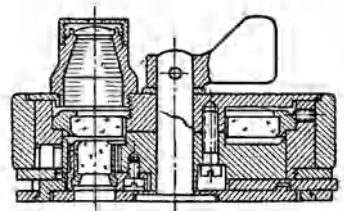


Abb. 76. Optischer Winkelmesser.

Bei dieser optischen Beobachtung liest man stets im durchfallenden Licht ab und wird dadurch frei von den Beobachtungsfehlern, die infolge ungenügender

Beleuchtung bei den mechanischen Winkelmessern auftreten; außerdem ist die vollständig eingebaute Skala vor Beschädigung und Verschmutzung geschützt. Die Konstruktion ist ferner so eingerichtet, daß sich der verschiebbare Schenkel um volle  $360^\circ$  drehen läßt. Dadurch kann man alle vorkommenden spitzen und stumpfen Winkel mit oder ohne wirklich vorhandenen Scheitelpunkt an zwei Linealkanten einstellen und

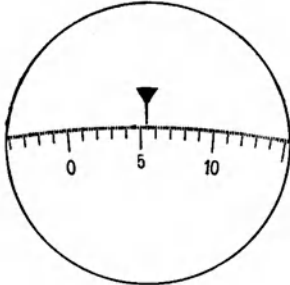


Abb. 77. Optischer Winkelmesser. Gesichtsfeld.

z. B. auch Kegel mit kleinen Verjüngungen messen, selbst wenn es nur möglich ist, die Schenkel an der Kegelspitze anzulegen. Da man bei diesen Winkelmessungen sowohl gegen den langen wie gegen den kurzen Arm des festen Schenkels zu messen hat, so müssen beide genau einen rechten Winkel einschließen, was nach einer der früher besprochenen Methoden, z. B. der Lichtspaltmethode, geprüft werden kann. Die Exzentrizität übersteigt nicht  $4\mu$  ( $\approx 1'$ ), was genau so wie die Teilung selbst vor dem Zusammenbau auf einem großen Goniometer untersucht wird. Als höchst zulässige Abweichung des zusammengebauten Instrumentes wird  $2\frac{1}{2}'$  garantiert. Da hierin der Exzentrizitätsfehler eingeschlossen ist, so kann man also mit einer Genauigkeit von  $2' \div 3'$  rechnen.

**c) Mikroskopische Winkelmessung.** Bei Winkeln mit sehr kurzen Flanken würde die Anlage der Schenkel der mechanischen Winkelmesser viel zu ungenau werden. Sie ist ferner nicht möglich, wenn der zu untersuchende Winkel, wie bei Gewinden, nur als gedachter Schnitt eines Körpers vorliegt. In diesen beiden Fällen geht man zur mikroskopischen Winkelmessung über. Das Objektiv des Mikroskopes entwirft in der Bildebene des Okulars, in welcher sich ein drehbarer (einfacher oder doppelter) Faden befindet, ein Bild des betreffenden Gegenstandes, und zwar immer nur von einer zur Mikroskopachse senkrechten Ebene desselben, die in der Regel die obere Fläche sein wird. Bei Gewinden muß aber der Winkel im Axialschnitt gemessen werden. Das bereitet, namentlich bei größeren Steigungen, Schwierigkeiten, weil die Flanken von oben oder unten überragen. Dadurch erhält man verschwommene Konturen, die durch Reflexe an den gewölbten Kanten noch undeutlicher werden. Diese Fehler vermeidet man, wenn man nach F. Meyer<sup>1)</sup> im Axialschnitt zwei Schneiden an die Flanken heranschiebt, so daß sich je ein enger Lichtspalt bildet. Bei Einstellung auf Mitte Spalt legt sich der Faden, wie früher auseinandergesetzt, an die Flanke im Axialschnitt an. Bei der neueren Ausführung besitzt die Schneide einen zu ihrer Anlegekante parallelen Strich; sie wird so angeschoben, daß der Lichtspalt über die ganze Länge verschwindet, und dann der Strich in der Bildebene auf den auf der Schneide befindlichen eingestellt. Dieses Verfahren ist aber nur anzuwenden, wenn die Schneidenkante genau parallel zu der Marke verläuft, eine Bedingung, die vor allem bei abgenutzten Schneiden nicht genügend erfüllt ist.

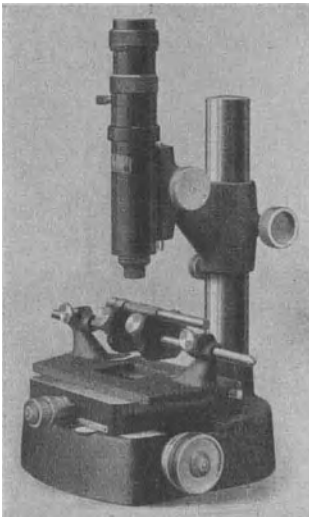


Abb. 78. Werkstattmikroskop.

1) F. Meyer: Der Betrieb 2, 136, 1920.

Die Drehung des Okulars wird entweder an einem äußeren Teilkreis mit Nonien oder auch, wie bei dem Werkstattmikroskop (Abb. 78) an einer in der Bildebene des Okulars befindlichen, photographisch verkleinerten Skala (Abb. 79) abgelesen. Die Teilung beträgt meist  $\frac{1}{1}^{\circ}$  bzw.  $\frac{1}{3}^{\circ}$ , so daß man im ersten Falle durch den sechsteiligen Nonius noch  $10'$  ablesen, im zweiten noch etwa  $7'$  schätzen kann<sup>1)</sup>. Wenn auch hiermit die Genauigkeit mancher trigonometrischen Methoden nicht erreicht wird, so bietet die mikroskopische Messung doch oft die einzige Möglichkeit, einen Winkel mit einiger Genauigkeit zu bestimmen.

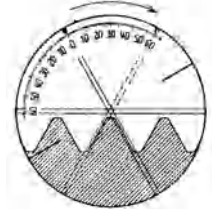


Abb. 79. Gesichtsfeld des Werkstattmikroskopes.

d) **Einfluß der Exzentrizität.** Bisher wurde stillschweigend angenommen, daß der bewegliche Schenkel genau durch den geometrischen Mittelpunkt geht, der indessen durchaus nicht immer mit dem Drehpunkt zusammenfällt. Es ist deshalb notwendig, den Einfluß der Exzentrizität ( $e$ ), d. h. der Abweichung des Drehpunktes  $D$  vom geometrischen Mittelpunkt  $M$  des Teilkreises zu betrachten. In Abb. 80 ist angenommen, daß in der Nullstellung beide Punkte auf einem Durchmesser  $AB$  liegen. Dreht man nun den Schenkel um den Winkel  $ADC$ , so hätte sich ein dazu parallel an-

Zahlentafel 12. Fehler bei einer Exzentrizität  $e = 1$  mm und einem Teilkreisradius  $R = 100$  mm.

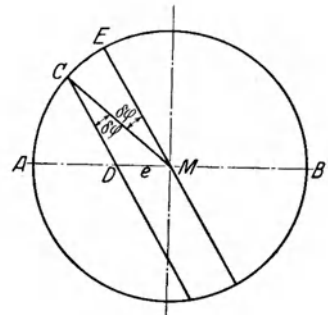


Abb. 80. Einfluß der Exzentrizität.

$\varphi$	$\delta\varphi$	$\varphi$	$\delta\varphi$
$1^{\circ}$	$36'' = 0' 36''$	$30^{\circ}$	$1030'' = 17' 10''$
$2^{\circ}$	$72'' = 1' 12''$	$35^{\circ}$	$1182'' = 19' 42''$
$3^{\circ}$	$108'' = 1' 48''$	$40^{\circ}$	$1324'' = 22' 4''$
$4^{\circ}$	$144'' = 2' 24''$	$45^{\circ}$	$1457'' = 24' 17''$
$5^{\circ}$	$180'' = 3' 0''$	$50^{\circ}$	$1578'' = 26' 18''$
$7^{\circ}$	$251'' = 4' 11''$	$60^{\circ}$	$1784'' = 29' 44''$
$10^{\circ}$	$358'' = 5' 58''$	$70^{\circ}$	$1936'' = 32' 16''$
$15^{\circ}$	$533'' = 8' 53''$	$80^{\circ}$	$2029'' = 33' 49''$
$20^{\circ}$	$705'' = 11' 45''$	$90^{\circ}$	$2060'' = 34' 20''$
$25^{\circ}$	$871'' = 14' 31''$		

genommener, durch  $M$  gehender Schenkel um den Winkel  $AME = \varphi$  gedreht; es ergibt sich somit ein Fehler der Größe  $CME = \delta\varphi$ . Aus dem Dreieck  $MCD$  folgt

$$DM/MC = \sin DCM/\sin CDM$$

oder

$$e/R = \sin \delta\varphi/\sin \varphi$$

und somit

$$\delta\varphi = e/R \cdot \sin \varphi.$$

In Zahlentafel 12 sind die Werte von  $\delta\varphi$  für Winkel von  $0 \div 90^{\circ}$  unter der Annahme  $e = 1$  mm und  $R = 100$  mm berechnet, wobei die Winkel von der vorher angenommenen Nullstellung aus gezählt sind. Für Winkel  $\psi$  zwischen  $90^{\circ}$  und  $180^{\circ}$  gelten dieselben Werte wie für einen Winkel  $\varphi = 180 - \psi$ ; für Winkel  $\psi$  über  $180^{\circ}$  gelten dieselben Werte, aber mit entgegengesetzten Vorzeichen wie für einen Winkel  $\varphi = \psi - 180$ .

<sup>1)</sup> Es würde indessen keine Schwierigkeiten bereiten, die Ablesegenauigkeit auf  $5'$  und, wenn nötig, auch auf  $1'$  zu steigern, wie dies bei dem Universal-Meßmikroskop geschehen ist.



Für andere Werte von  $e$  und  $R$  erhält man  $\delta\varphi$  aus der Beziehung

$$\delta\varphi = \frac{100 \cdot e}{R} \cdot \text{Zahlentafelwert.}$$

Eine graphische Darstellung, die natürlich eine Sinuslinie ist, ist für Winkel von  $0 \div 90^\circ$  und von  $90 \div 180^\circ$  in Abb. 81 gegeben.

Im zweiten Quadranten hat, wie schon bemerkt, die Exzentrizität den gleichen Einfluß, während sie im dritten und vierten Quadranten mit entgegengesetzten Vorzeichen auftritt. Bildet man, wie es im allgemeinen für Winkelmessungen notwendig ist, die Differenz zweier Ablesungen, so kann sich der Exzentrizitätsfehler im ungünstigsten Falle auf das Doppelte des angegebenen Wertes, also unter den angenommenen Verhältnissen auf etwa  $1^\circ$  erhöhen.

Eine Berechnung dieses Fehlers ist nun fast stets unmöglich, da man die Größe der Exzentrizität  $e$  nicht kennt. Man könnte sie unmittelbar nur dadurch ermitteln, daß man den Außenkreis auf den Meßbolzen eines fest aufgestellten

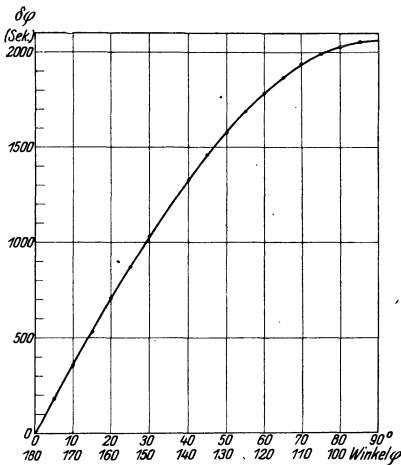


Abb. 81. Winkelfehler  $\delta\varphi$  durch eine Exzentrizität von 1 mm bei einem Krümmungshalbmesser von 100 mm.

Fühlhebels einwirken läßt, und zwar wäre  $e$  dann der halbe Unterschied des größten und kleinsten Ausschlages<sup>1)</sup>. Das würde aber nur für die derzeitige Anordnung gelten, und vor allem weiß man nicht, mit welcher Exzentrizität die Teilung selbst schon behaftet ist, die von einer nicht zentrischen Aufspannung beim Teilen bzw. von einer Exzentrizität des Originalkreises herrührt, nach welchem der Gebrauchskreis kopiert ist. Bei sehr gut ausgeführten Teilkreisen, wie sie für geodätische Instrumente gebraucht werden, sind die Exzentrizitäten außerordentlich klein und gehen bis auf  $1 \mu$  herunter. Bei den größeren Werkzeugen des Maschinenbaus muß man aber mit einigen hundertstel Millimetern rechnen.

Glücklicherweise läßt sich nun der Exzentrizitätsfehler durch Ablesung an zwei um  $180^\circ$  einander gegenüberliegenden Stellen herausbringen (eliminieren), wie aus Abb. 80 unmittelbar ersichtlich, und wie auch daraus folgt, daß

die Fehler der Winkel  $\varphi$  und  $180 + \varphi$  einander entgegengesetzt gleich sind. Dazu ist aber nötig, daß nicht etwa die Teilung von  $A$  aus nach beiden Seiten von  $0^\circ \div 180^\circ$  beziffert ist, vielmehr müßte für die obere Teilung der Nullpunkt bei  $A$ , für die untere bei  $B$  liegen. Statt dessen kann man natürlich auch die Teilung ringsherum von  $0^\circ \div 360^\circ$  beziffern, wobei man dann von der Ablesung auf dem unteren Halbkreis  $180^\circ$  abzuziehen hat.

e) Bestimmung der Teilkreisfehler. Zur Bestimmung der Fehler eines geteilten Kreises kann man ihn mit einem Originalkreis vergleichen. Dazu werden beide auf eine gemeinsame Achse gesteckt, der Originalkreis wiederholt um ein bestimmtes Intervall, etwa von  $1^\circ$  zu  $1^\circ$  (unter mikroskopischer Beobachtung und Berücksichtigung seiner Korrekturen), gedreht und die einzelnen Intervalle des Prüflings mit einem (mit Okularschraubenmikrometer ausgerüsteten) Mikroskop gemessen.

<sup>1)</sup> Für eine numerische oder graphische Berechnung der Exzentrizität aus den geeignet angestellten Beobachtungen s. Abschnitt VIII.

Da aber der  $360^\circ$ -Winkel als Vollwinkel um einen Punkt gegeben ist, so kann man auch ohne Originalkreis prüfen. Man nimmt dazu den Prüfling auf einen Apparat, etwa nach Abb. 82, auf, wobei vor allem auf die Vermeidung der Exzentrizität zu achten ist. Genau justiert wird mit einem an dem Apparat angebrachten empfindlichen Fühlhebel. Die beiden Mikroskope werden in einem dem gewünschten Intervall entsprechenden Abstände aufgestellt und nun die Abweichungen  $\delta_i$  der einzelnen Intervalle gegen diesen (bis zum gewissen Grade willkürlichen) Abstand gemessen, indem immer der Anfang des Intervalls unter das Mikroskop mit dem festen Fäden gebracht wird; die Lage des Endstrichs des Intervalls wird mit dem Okularschraubenmikrometer des anderen Mikroskops bestimmt<sup>1)</sup>.

Bezeichnet man die Anzahl der Beobachtungen mit  $n$  ( $= 360/\text{Intervall}$ ), die Summe der gefundenen Abweichungen  $\delta_1 + \delta_2 + \dots + \delta_n$  mit  $S$ , so sind die Fehler  $f_1, f_2, \dots, f_n$  der einzelnen Intervalle  $f_1 = \delta_1 - S/n, f_2 = \delta_2 - S/n, \dots, f_n = \delta_n - S/n$ , während die Fehler  $f'_1, f'_2, \dots, f'_n$  der vom Nullpunkt aus gerechneten Striche gegeben sind durch  $f'_1 = \delta_1 - S/n, f'_2 = \delta_1 + \delta_2 - 2S/n, \dots, f'_n = \delta_1 + \delta_2 + \dots + \delta_n - n \cdot S/n = 0$ .

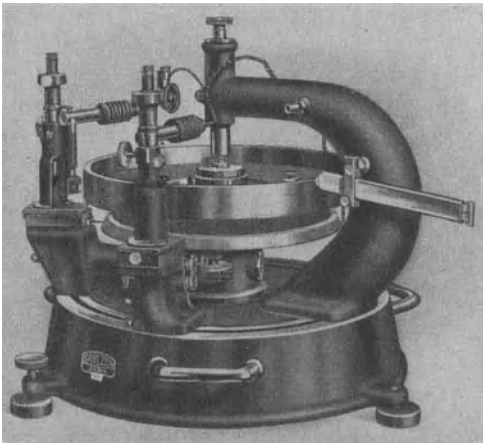


Abb. 82. Teilkreisprüfapparat.



Abb. 83. Strichplatte der Mikroskope des Teilkreisprüfapparates.

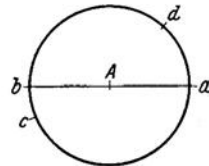


Abb. 84. Bestimmung der Fehler von Teilkreisen.

Es wäre noch zu befürchten, daß die Striche größerer Teilungen für eine mikroskopische Beobachtung zu dick sind. Die dadurch etwa auftretenden Schwierigkeiten werden durch eine besondere Ablesemarke auf der Strichplatte des Mikroskops vermieden, die in Abb. 83 wiedergegeben ist.

In der Technik wird man derartige Fehlerbestimmungen wohl nur ausnahmsweise vornehmen, da man gute Teilkreise mit höchstens  $5''$  Fehler käuflich beziehen kann und diese Genauigkeit fast stets ausreicht.

Bei geteilten Kreisen, an die nicht zu hohe Anforderungen gestellt werden, wie z. B. bei Schmiegen und Transporteuren, kann man die Prüfung auf folgende Weise ausführen: Man nimmt sie auf eine durch ihren Drehpunkt gehende Achse auf und reißt auf der Unterlage die Stellung des  $0^\circ$ - und des  $180^\circ$ -Striches an. Besitzt nun die Teilung einen Fehler, so werden diese beiden Stellen  $a$  und  $c$  (Abb. 84) nicht auf einer durch die Achsenmitte gehenden Geraden  $ab$  liegen. Dreht man jetzt den Teilkreis so, daß sein  $0$ -Punkt nach  $c$  kommt, so bewegt sich der  $180^\circ$ -Strich nach  $d$ , wobei der Bogen  $ad = 2 \cdot bc$  ist; der Fehler des  $180^\circ$ -Striches

<sup>1)</sup> Für ein durchgeführtes Zahlenbeispiel s. Abschnitt VIII.

ist somit durch  $\frac{1}{2} \cdot ad$  gegeben. Diese Prüfung wird dann entsprechend für die anderen Teilstriche durchgeführt, wobei man allerdings immer nur die Abweichung des um  $180^\circ$  gegenüberliegenden Striches von dem Sollwert von  $180^\circ$  feststellen kann.

Da die Ablesegenauigkeit bei den Schmiegen im allgemeinen  $5'$  beträgt, so wird dieser Fehler mit einer Genauigkeit von etwa  $2,5'$  bestimmt<sup>1)</sup>.

Zur Herstellung genauer Teilungen, die man indessen kaum selbst vornehmen wird, benutzt man eine Kreisteilmaschine, mittels der im allgemeinen ein genauer Teilkreis kopiert wird. Für rohere Zwecke geschieht dies durch die an vielen Mechanikerdrehbänken und auch an einfachen Teilköpfen vorhandenen Teilscheiben, in deren Körner eine feststehende Rast eingreift.

## VII. Reflexionsgoniometer und Libelle.

a) **Reflexionsgoniometer.** Die in den früheren Abschnitten betrachteten Methoden zur unmittelbaren Winkelmessung weisen selbst im günstigsten Falle noch Fehler von einigen Sekunden auf. Mit größerer Genauigkeit ließ sich dagegen der Winkelunterschied eines Prüflings gegen ein Normal ermitteln. Damit die Genauigkeit aber ausgenutzt werden kann, muß der Winkel des Normals bis auf etwa  $1''$  oder weniger bekannt sein. Eine derartige Genauigkeit läßt sich mit einem guten Teilkreis unter Benutzung optischer Methoden erreichen; diese setzen indessen gut ebene, polierte Flächen der (im allgemeinen prismatischen) Stücke voraus. Auch bei weniger hohen Ansprüchen kann diese Methode mit Vorteil verwendet werden. Sie beruht im Prinzip darauf, daß die beiden Flächen

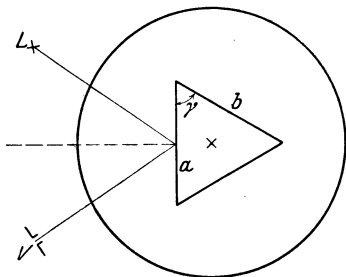


Abb. 85.

Prinzip des Reflexionsgoniometers.

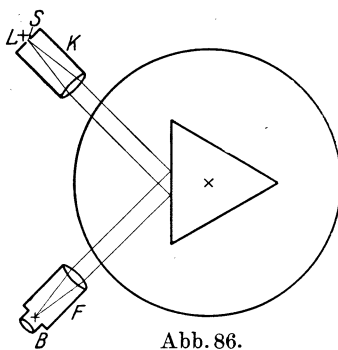


Abb. 86.

Schema des Reflexionsgoniometers.

des Prismas, das auf einem mit dem Teilkreis verbundenen Tische steht, nacheinander in dieselbe räumliche Stellung zu einer Marke gebracht werden, die durch einen Lichtstrahl geliefert wird. Es wird dabei das Prisma so gedreht, daß die von einer feststehenden Lichtquelle  $L$  kommenden Strahlen (Abb. 85) von seiner Fläche  $a$  gerade in das Visier  $V$  reflektiert werden; hierauf wird es so gedreht, daß die Fläche  $b$  an die Stelle von  $a$  tritt, was wieder unter Benutzung der Reflexion durch das Visier  $V$  beobachtet wird. Der Prismenwinkel  $\gamma$  ist dann das Supplement des Drehwinkels.

Um eine einwandfreie Messung zu ermöglichen, beobachtet man im parallelen Licht. Deshalb benutzt man als Lichtquelle einen beleuchteten Spalt  $S$ , der im Brennpunkt der Linse des sogenannten Kollimatorrohres  $K$  liegt (Abb. 86). Aus

<sup>1)</sup> Für ein weiteres Verfahren s. Abschnitt VII.

diesem treten die Lichtstrahlen parallel aus, werden an der Prismenfläche reflektiert und gelangen so in das Beobachtungsfernrohr  $F$ , in dessen Bildebene  $B$  ein Bild des Spaltes entsteht. Das Prisma wird so lange gedreht, bis das Spaltbild in seiner Längsrichtung gerade durch den in der Bildebene befindlichen Faden halbiert wird. Die Ausführung eines solchen Goniometers zeigt Abb. 87 (Fernrohr  $F$ , Kollimator  $K$  mit dem Spalt  $Sp$ , Prismenstück  $T$ , Nonien  $N$  zur Ablesung des Teilkreises).

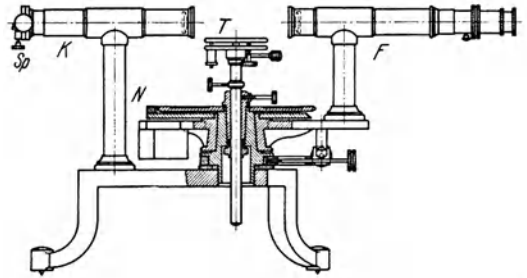


Abb. 87. Reflexionsgoniometer.

**Justierung des Goniometers.** Damit die Ergebnisse genau werden, sind eine Reihe von Bedingungen durch die Justierung zu erfüllen. Zunächst stellt man das Fernrohr  $F$  durch Visieren nach einem sehr weit entfernten Gegenstand auf Unendlich ein, dann bringt man es dem Kollimator gerade gegenüber und verschiebt den Spalt  $Sp$  in der Achsenrichtung so lange, bis er scharf und parallelaxenfrei erscheint, d. h. bis bei einer Bewegung des Kopfes Faden und Spaltbild keine Verschiebung gegeneinander aufweisen. Damit man ferner den Winkel des Prismas in seinem Hauptschnitt, d. h. senkrecht zu seiner (evtl. nur gedachten) Schnittkante mißt, müssen die beiden Flächen  $a$  und  $b$  (Abb. 85) parallel zur Drehachse und ferner die Fernrohrachse senkrecht hierzu stehen. Um letztere einzurichten, ersetzt man das Prisma durch eine planparallele Platte  $A$ , z. B. ein Endmaß (Abb. 88), die am besten in einem Kork gefaßt ist, dreht sie senkrecht zur Fernrohrachse und neigt sie dann durch Betätigung einer der drei Schrauben des Nivelliertisches  $T$  (in Abb. 87) so lange (in die Lage  $B$ ), bis der wagerechte Faden des Fadenkreuzes in sich selbst zurückgeworfen wird (und sie somit senkrecht zur Fernrohrachse  $C$  steht). Hierzu ist notwendig, das Fadenkreuz

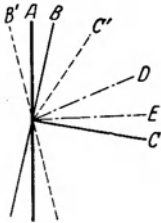


Abb. 88. Justierung der Fernrohrachse.

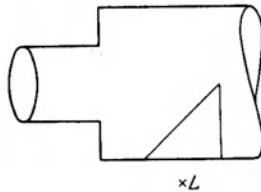


Abb. 89. Fernrohr-Okular nach Porro.

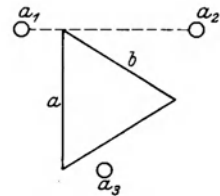


Abb. 90. Justierung des Prismas.

zu beleuchten, was entweder mit einem kleinen unter  $45^\circ$  zur Achse geneigten, vor das Okular gesetzten Glasplättchen geschieht (Gaußsches Okular), das von der Seite her beleuchtet wird, oder besser mit dem von Porro angegebenen Okular. Dieses besitzt in der Fadenebene ein kleines  $90^\circ$ -Prisma, welches das halbe Gesichtsfeld ausfüllt und dessen Gebrauch wohl aus Abb. 89 genügend deutlich hervorgeht. Nachdem die Glasplatte dadurch senkrecht zur Fernrohrachse gestellt ist, dreht man sie mit dem Tisch um  $180^\circ$ , wodurch sie in die Lage  $B'$  (Abb. 88) kommt; im allgemeinen wird man jetzt beobachten, daß das Spiegelbild des wagerechten Fadens nicht mit ihm selbst zusammenfällt. Dann korrigiert man die Hälfte der Abweichung durch Neigen des Fernrohres, das zu diesem Zweck mittels einer Mikrometerschraube um eine horizontale Achse gekippt werden kann, die andere Hälfte durch entsprechende Neigung der Platte mit dem Nivelliertisch, wodurch beide in die zueinander senkrechten Lagen  $E$  und  $A$  kommen. Sicherheitshalber wird die Kontrolle nach Drehen der Platte um  $180^\circ$  wiederholt. Damit ist die Fernrohrachse senkrecht zur Drehachse gerichtet. Nun stellt man das Prisma auf (Abb. 90), und zwar so, daß eine Fläche ( $a$ ) senkrecht steht zur Verbindungslinie von zwei der Schrauben ( $a_1$  und  $a_2$ ), die zum Nivellieren des Tisches  $T$  (Abb. 87) dienen. Nachdem man das Prisma mit dem Tisch gedreht hat, bis der Spalt in das Fernrohr zurückgeworfen wird, neigt man es durch Be-

tätigung einer der Schrauben  $a_1$  oder  $a_2$  so, daß der horizontale Faden das Spiegelbild halbiert. Darauf dreht man das Prisma, bis die Fläche  $b$  als reflektierende wirkt, und justiert diese entsprechend durch Betätigung der dritten Schraube  $a_3$ , wodurch die Neigung der Fläche  $a$  zur Fernrohrachse nicht geändert wird. Zweckmäßig wird ihre Stellung nachher nochmals beobachtet und, wenn nötig, berichtigt.

An Stelle von Kollimator und Fernrohr kann man auch mit einem Autokollimationsfernrohr auskommen.

Die zu erzielende Genauigkeit hängt im wesentlichen von dem Teilkreis ab; um frei von den Exzentrizitätsfehlern zu sein, ist stets das Mittel aus den Ablesungen an zwei um  $180^\circ$  einander gegenüberliegenden Stellen zu nehmen. Bei einfacheren Goniometern gibt der Nonius noch Minuten, bei besseren bis zu  $\frac{1}{10}'$  also  $6''$ . Für sehr genaue Messungen, wie sie in der Optotechnik benötigt werden, verwendet man sehr große Teilkreise, bei denen man mikroskopisch noch  $\frac{1}{10}''$  ablesen kann. Um von Teilungsfehlern frei zu werden, benutzt man verschiedene Stellen des Teilkreises und nimmt das Mittel aus den Beobachtungen.

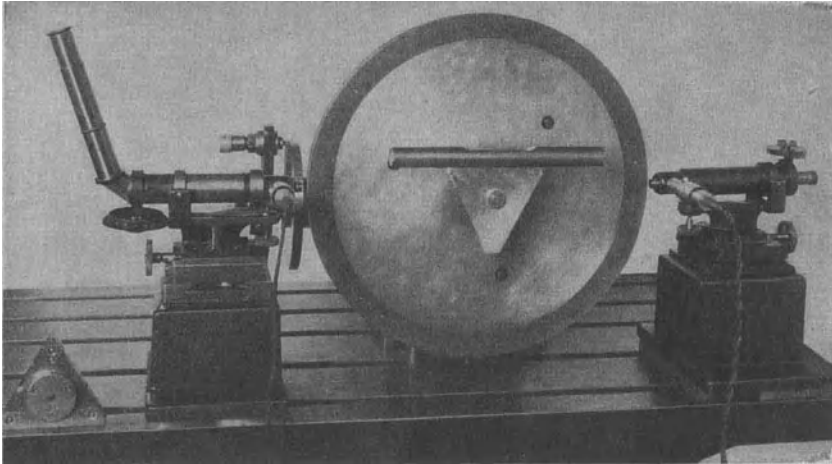


Abb. 91. Winkelmessung mit Teilscheibe und Libelle.

**b) Messung mit Teilkreis und Libelle.** Ist man im Besitz eines Teilkreises, wie er z. B. zur Untersuchung von Teilköpfen (s. Abschnitt VIII) benötigt wird, so kann man das (vorher auseinandergesetzte) Prinzip der Reflexionsgoniometer auch auf andere Weise erreichen<sup>1)</sup>.

Man setzt dazu den Teilkreis auf eine waagerechte Welle, die möglichst mit einer Vorrichtung zur Feindrehung ausgerüstet ist, und befestigt den zu untersuchenden Körper an der Scheibe, so daß die Schnittkante der beiden den Winkel einschließenden Flächen parallel zur Achse wird (Abb. 91). Hierauf dreht man die Scheibe so, daß die eine Prismenfläche ( $a$ ) genau wagerecht steht, was mit einer empfindlichen Libelle kontrolliert wird, und liest die Einstellung an zwei um  $180^\circ$  gegenüberliegenden Punkten (zur Ausschaltung der Exzentrizitätsfehler) mittels zweier Mikroskope ab. Dann dreht man die Scheibe so, daß jetzt die Prismenfläche  $b$  horizontal zu stehen kommt, was wieder mit Hilfe der Libelle festgestellt wird. Um sicher zu sein, daß nicht der Beobachtungstisch seine Neigung geändert hat, wiederholt man die

<sup>1)</sup> Nach einer mündlichen Mitteilung von Professor Göpel.

Beobachtung an der Fläche  $a$ ; man kann auch an ihm eine zweite empfindlichere Kontrolllibelle anbringen.

Die Mikroskope wählt man zweckmäßig so, daß ein Trommelteil des Schraubenmikrometers  $1 \mu$  bedeutet. Gibt man jetzt noch der Scheibe einen Durchmesser von  $411,7 \text{ mm}$ , so hat  $1^\circ$  eine Bogenlänge von  $3,6 \text{ mm}$ , und somit eine Sekunde eine solche von  $1 \mu$ , und es entspricht dann jedem Trommelteil  $1''$ . Diese Ablesegenauigkeit reicht vollkommen aus, da man mit Teilungsfehlern von etwa  $5''$  an der Scheibe rechnen muß. Auch hier kann man zur Erhöhung der Genauigkeit das Verfahren anwenden, die Messung unter Benutzung anderer Stellen der Scheibe zu wiederholen.

Will man die Genauigkeit wirklich ausnutzen, so muß man eine Libelle von  $1''$  Empfindlichkeit verwenden, d. h. eine solche, bei der sich die Blase für eine Neigung von einer Sekunde um einen Teilstrich verschiebt. Da man in der Regel  $\frac{1}{4}$  Intervall (das meist eine Länge von  $2 \text{ mm}$  hat) noch bequem schätzen kann, so reicht im Notfall auch eine Empfindlichkeit von  $4''$  aus.

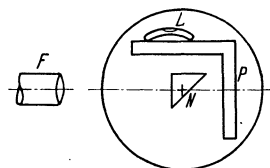


Abb. 92. Winkelmessung mit Libelle und Normal.

Ähnlich wie bei der optischen Methode kann man auch ohne Teilkreis auskommen, wenn man ein Normal von gleichem Winkel besitzt. Prüfling  $P$  (von im übrigen beliebigen Winkel) und Normal  $N$  (Abb. 92) werden an einer um eine wagerechte Achse drehbaren (ungeteilten) Scheibe befestigt und diese nacheinander so eingestellt, bis die auf die Schenkel von  $P$  gesetzte Libelle  $L$  einspielt. Gleichzeitig wird die Lage des von den Flächen von  $N$  reflektierten Fadenbildes in dem Autokollimationsfernrohr  $F$  beobachtet, woraus sich in der früher erörterten Weise der Winkelunterschied von  $P$  und  $N$  ergibt.

Das zuerst geschilderte Verfahren der Winkelbestimmung mit der Libelle ist auch sehr geeignet zur Prüfung von Anlegegoniometern. Man befestigt sie dazu auf der Teilscheibe und setzt die Libelle auf den sonst beweglichen Schenkel, um sicher zu sein, daß er seine Lage während des Versuches unverändert beibehält. Man dreht dann den Teilkreis mit Hilfe der Teilscheibe so, daß die Ablesemarke nacheinander auf die einzelnen Teilstriche zu stehen kommt und beobachtet die etwaigen Fehler an der Teilscheibe.

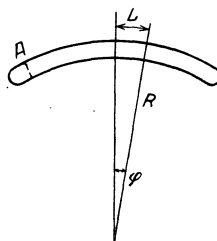


Abb. 93. Libelle.

c) **Libelle (Wasserwaage).** Die (bereits 1660 erfundene) Röhrenlibelle besteht aus einem Glasrohr, das innen nach einer bestimmten Krümmung geschliffen und bis auf eine kleine Blase mit Äther gefüllt ist (deshalb ist auch der gebräuchliche Name Wasserwaage falsch). Die Ätherdampfblase stellt sich in dem Rohr stets auf die höchste Stelle ein. Wird die Libelle aus ihrer symmetrischen Anfangsstellung (Abb. 93) um einen Winkel  $\varphi$  gekippt, so verschiebt sich die Blase um den Bogen  $L$ , der mit genügender Annäherung durch die Tangente ersetzt werden kann und der sich berechnet aus

$$L = R \cdot \varphi \quad (\varphi \text{ in Bogenmaß}) \quad \text{oder} \quad L = R \cdot \varphi / 206\,000 \quad (\varphi \text{ in Sekunden}).$$

Die Empfindlichkeit ist somit  $E = L/\varphi = R/206\,000 \text{ mm/sek.}$

Für eine Empfindlichkeit von  $1 \text{ mm/1 sek}$  braucht man demnach einen Krümmungshalbmesser von  $206 \text{ m}$ . Häufig erfolgt die Einteilung auf dem Glasrohr noch nach Pariser Linien (=  $2,2558 \text{ mm}$ ) oder in Doppelmillimeter; für eine Empfindlichkeit von  $1 \text{ Skt/1 sek}$  muß der Halbmesser  $406$  bzw.  $412,5 \text{ m}$  sein. Derartige empfindliche Libellen kommen aber nur für das Meßlaboratorium

in Frage. Für die gewöhnlichen Anwendungsgebiete des Maschinenbaues reicht eine Empfindlichkeit von  $1 \div 2$  Skt/1 min (Halbmesser etwa  $7 \div 14$  m) immer aus. Meist gibt man nicht die Empfindlichkeit in Skt/min, sondern die Höhe an, die ein rechtwinkliges Dreieck von 1 m Basis haben muß, um einen Ausschlag von 1 Skt zu erzeugen. Für einen Winkel von 1 min berechnet sich diese Höhe zu  $4,85 \cdot 10^{-6} \cdot 60 \cdot 1000 = 0,2909$  mm, und umgekehrt entspricht einer Empfindlichkeit von 1 mm/1 m eine Winkelempfindlichkeit von 1 Skt/3,4 min.

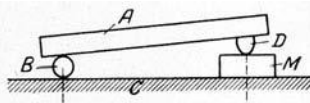


Abb. 94. Libellenprüfer.

Die Empfindlichkeit bestimmt man mit dem Libellenprüfer (Abb. 94). Er besteht aus einer ebenen Platte A, die um zwei Kugeln oder zwei kugelig abgerundete Schrauben B gekippt werden kann. Unter den kugeligen Anschlag D werden Endmaße geschoben (statt dieser wird häufig auch ein Schraubenmikrometer benutzt). Eine Änderung von M um  $e$  mm gibt eine Winkeländerung  $\varphi = e/L$ . Für  $e = 1 \mu$  wird  $\varphi = 1$  sek, wenn  $L = 206,2$  mm ist.

Die Libellen sind sehr empfindlich gegen Temperaturänderungen, da dadurch leicht eine Deformation des Glasrohres eintritt. Wegen der Unvollkommenheit des Schliffs kann man bei empfindlichen Libellen die Zehntelschätzung nicht



Abb. 95. Werkstatt-Libelle.

durchführen, sondern muß sich hier mit Schätzung auf  $1/4$  Skt begnügen. Da der Einstellfehler der Libelle umgekehrt proportional ihrer Blasenlänge ist, versieht man sie auch wohl mit einer Kammer, d. h. man trennt einen Teil des Rohres durch eine Glaswand A

(Abb. 93) mit einer kleinen Öffnung am Grunde ab, durch die man in umgekehrter Stellung Dampf in die Kammer bringen bzw. aus ihr entnehmen kann.

Um den Einfluß der Temperatur herabzusetzen, umgibt man die Libelle mit einem Schutzrohr, in dem sie zwangs- und spannungsfrei gelagert ist. Meist umgibt man das Fassungsrohr noch mit einem zweiten Schutzrohr, an dem auch die

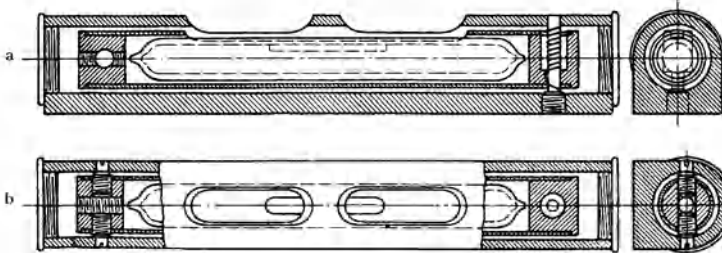


Abb. 96. Röhrenlibelle in Fassung.

Grundplatte (Sohle) befestigt ist. Wegen der Schwierigkeit der Herstellung größerer gut ebener Flächen setzt man empfindliche Libellen besser nicht mit der ganzen Sohle, sondern nur auf zwei Linien oder drei Punkten (Stahlkugeln) auf.

Das Hauptanwendungsgebiet der Libelle ist das Ausrichten wagerechter Flächen. Dazu muß sie so gefaßt sein, daß beim Aufsetzen auf eine solche die Blase symmetrisch einspielt. Die in der Technik gebrauchten Libellen (Abb. 95), deren Sohle vielfach auch zugleich als Prisma ausgebildet ist, werden bei der Herstellung entsprechend hingearbeitet. Feinere Libellen müssen aber mit einer Justiereinrichtung versehen sein, die gestattet, dem Fassungsrohr eine gewisse Neigung gegen die Sohle zu geben. Dies erfolgt mit der in Abb. 96a rechts sichtbaren Schraube, die die Libelle um die links befindliche wagerechte Achse zu kippen

gestattet (zweckmäßiger wird die Schraube von oben zugänglich gemacht). Justiert wird auf einem Gerät ähnlich dem Libellenprüfer (Abb. 94), der so eingerichtet wird, daß die Blase einspielt. Man setzt dann die Libelle um und beseitigt die Hälfte des jetzt beobachteten Ausschlages durch Änderung der Lage des Lineals *A*, die andere Hälfte durch Betätigung der Korrektionschraube an der Libelle. Wenn nötig, wird dieses Verfahren nach erneutem Umsetzen wiederholt. Nach längeren Pausen muß immer wieder berichtigt werden.

Sehr erwünscht ist es auch, wenn die Achse des Rohres in seitlicher Richtung parallel zur Mittellinie der Grundplatte ist. Man prüft dies dadurch, daß sich bei kleinen Drehungen der Libelle um ihre Achse (auf einer wagerechten Unterlage) der Ausschlag nicht ändern darf. Gegebenenfalls justiert man die Libelle mittels der in Abb. 96 b links sichtbaren Schrauben, die eine Drehung um die am rechten Ende befindliche senkrechte Achse hervorrufen. Besonders wichtig ist diese Justierung bei Libellen, die mit Prisma auf Zylinder gesetzt werden.

Für Montagezwecke reicht auch vielfach die (1777 erfundene) Dosenlibelle aus (Abb. 97); sie ist innen nach einer Kugelfläche geschliffen und wurde



Abb. 97. Dosenlibelle.

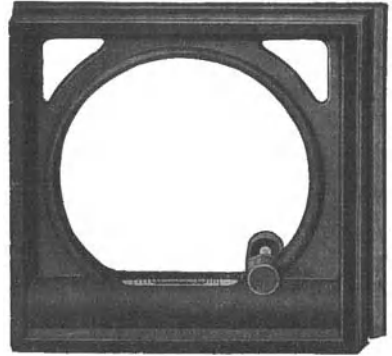


Abb. 98. Rahmenlibelle.

früher auf eine ebene kreisförmige Metallplatte gekittet. Da aber eine Kittung bzw. eine Verschlusschraube auf die Dauer nie dicht hält, verwendet man besser völlig zugeschmolzene Glaskörper (von F. Mollenkopf erfunden), die spannungsfrei in einer Metallfassung befestigt werden. Eine Justierung (mittels dreier Schrauben) zur Grundplatte wird in der Regel nicht vorgesehen, sondern vom Hersteller ausgeführt. Die Dosenlibelle bietet den Vorteil, ohne Umsetzen eine Fläche wagerecht einrichten zu können. Der mittlere Einstellfehler beträgt bei guten Dosenlibellen  $\pm 10''$ .

Zum Senkrechtstellen von Flächen oder Zylindern muß man die Röhrenlibelle mit einem guten Stahlwinkel kombinieren. Durchgeführt ist dies bei den Rahmenlibellen (Abb. 98).

Für die Libellen liegt ein Normungsvorschlag in DIN Entwurf E 877 vom 15. August 1929 vor (S. 56).

Die richtige Justierung der mit dem Glasrohr in gleicher Richtung liegenden Flächen wird am einfachsten dadurch geprüft, daß man die Libelle mit ihnen an eine (angenähert wagerechte) Ebene bzw. Zylinderfläche anlegt, diese so ausrichtet, daß die Blase in ihrer Nullstellung einspielt und dann die Libelle umsetzt. Für die zum Glasrohr senkrecht liegenden Flächen ist dies nicht möglich. Man könnte sie nur in einer Stellung an eine genau senkrechte Fläche oder Zylinder anlegen und den Abstand der Blase von ihrer Nullstellung beobachten (die durch das Mittel der bei der Umschlagprüfung auf wagerechter Fläche beobachteten Blasenstellungen gegeben ist). Senkrecht ausrichten kann man ein mit zwei genau parallelen Flächen versehenes Prisma bzw. einen Zylinder dadurch, daß man die Libelle an zwei um  $180^\circ$  versetzte Stellen anlegt und die Stellung jenes Prismas (Zylinders) so lange ändert, bis die Blase in beiden Lagen entgegengesetzt gleiche Ausschläge liefert. In diesem Fall kann man die Libelle zweckmäßig auch so prüfen, daß man bei Anlage auf der einen Seite die Blasenstellung durch Neigen des Prismas (Zylinders) auf Null bringt und dann den bei



## Wasserwaagen (Libellen).

DIN E 877.

Werkstoff des Körpers: Gußeisen oder andere geeignete Metalle. Die zweckentsprechende Flüssigkeit befindet sich in einem allseitig geschlossenen durchsichtigen Behälter, z. B. einem Glasrohr.

Ausführung: Die am Prüfling zur Anlage kommenden Meßflächen der Waage sind nach den Vorschriften und den weiter unten angegebenen Genauigkeitsgraden der DIN 876, Tuschierlineale und -platten, zu bearbeiten.

Prüfung: Bei der Prüfung auf Blasenausschlag sollen plane Meßflächen auf oder an Ebenen, V-förmige Meßflächen auf oder an Zylindern verschiedener Durchmesser geprüft werden.

Meßflächen, die in gleicher Richtung des Glasrohres liegen: Bei Prüfung auf oder an horizontaler Ebene bzw. horizontal liegendem Zylinder darf der Blasenausschlag von seiner Nullstellung aus in jeder Gebrauchsstellung der Waage  $\pm \frac{1}{8}$  Strichabstand bei 20° C für jede dieser Meßflächen nicht überschreiten. Bei Prüfung einer Meßfläche auf Umschlag darf der Unterschied der Blasenstellungen demnach nicht größer als  $\frac{1}{4}$  Strichabstand bei 20° C sein.

Meßflächen, die senkrecht zur Richtung des Glasrohres liegen: Bei Prüfung an senkrechter Ebene bzw. senkrecht stehendem Zylinder darf der Blasen-ausschlag von seiner Nullstellung aus  $\pm \frac{1}{4}$  Strichabstand bei 20° C für jede dieser Meßflächen nicht überschreiten.

Empfindlichkeit: Die Empfindlichkeit ist der senkrechte Höhenunterschied der Enden eines 1 m langen ebenen bzw. zylinderförmigen Lineals, der notwendig ist, um die Blase der auf das Lineal aufgesetzten Waage von einem Teilstrich zum anderen wandern zu lassen. Die Empfindlichkeit soll bei 20° C bestimmt und auf dem betreffenden Flüssigkeitsbehälter (Glasrohr) für den Bereich zwischen Nullstrich und dem ihm benachbarten Strich angegeben sein.

Als Richtlinien gelten:

	Empfindlichkeit bei 20° C in mm auf 1 m	Ebenheit der Meß- flächen nach DIN 876
Waagen für besondere Erfordernisse . . . . .	0,1 ÷ 0,2	Genauigkeit I
Normale Waagen für Maschinenbau . . . . .	0,25 ÷ 0,45	„ II
Kurze Waagen . . . . .	0,6 ÷ 0,9	„ III
Sehr kurze Querglasrohre . . . . .	1,2 ÷ 1,8	

Die entsprechenden Vorschriften der DIN 876 lauten:

Ebenheit: Legt man durch das Profil der unbelasteten Meßfläche der mittels der drei Auflager auf ebener Unterlage frei aufliegenden Platte eine Ebene derart, daß die höchsten und tiefsten Stellen des Profils symmetrisch zu dieser liegen, so darf der Abstand der Meßfläche von dieser Ebene an keiner Stelle die folgenden zulässigen Grenzen überschreiten:

Zulässige Grenzen der Abweichung einer Meßfläche von der Ebene, wenn  $L$  die gesamte Länge ihrer längsten Kante ist:

Genauigkeit I (eng geschabt) . . . . .	$\pm (0,005 \text{ mm} + L/200\,000)$
„ II (normal geschabt) . . . . .	$\pm (0,01 \text{ „} + L/100\,000)$
„ III (gehobelt) . . . . .	$\pm (0,02 \text{ „} + L/50\,000)$

Für die in der folgenden Zahlentafel<sup>1)</sup> genannten Gesamtlängen der längsten Kante sind die aus obigen Gleichungen errechneten Werte:

Gesamtlänge der längsten Kante in mm	Grenzen der zulässigen Abweichungen der Meßfläche von der Ebene an beliebiger Stelle derselben in $\mu$ für Genauigkeit		
	I	II	III
100	$\pm 5,5$	$\pm 11$	$\pm 22$
150	$\pm 5,75$	$\pm 11,5$	$\pm 23$
200	$\pm 6$	$\pm 12$	$\pm 24$
300	$\pm 6,5$	$\pm 13$	$\pm 26$

Für Zwischenlängen werden die Werte der nächst kleineren Stufe angewandt.

<sup>1)</sup> Die Zahlentafel ist hier nur bis 300 mm gegeben.

Anlage auf der gegenüberliegenden Seite auftretenden Ausschlag beobachtet, der wieder die doppelte Abweichung von der richtigen Justierung angibt. In allen Fällen ist für genügend feste Aufstellung zu sorgen, damit durch das Anlegen der Libelle keine Lagenänderung eintritt.

**d) Libellen-Winkelmesser.** Will man die (kleine) Winkelabweichung  $\delta$  einer Fläche von der Wagerechten oder Senkrechten bestimmen, so setzt man die justierte Libelle auf und beobachtet den auftretenden Ausschlag. Aus diesem und der bekannten Empfindlichkeit ergibt sich dann  $\delta$ . Handelt es sich nur um die Bestimmung der kleinen Winkelunterschiede zweier Flächen eines Stückes, so braucht die Libelle nicht justiert zu sein. Die Genauigkeit leidet in beiden Fällen darunter, daß häufig die Empfindlichkeit nicht über die ganze Teilungslänge gleich bleibt.

Unabhängig hiervon wird man bei dem in Abb. 99 wiedergegebenen Gerät, das in einem Abstände  $L = 200$  mm von seinem Drehpunkt mit einem Schraubenmikrometer ausgerüstet ist. Weicht die zu untersuchende Fläche von der Wage-

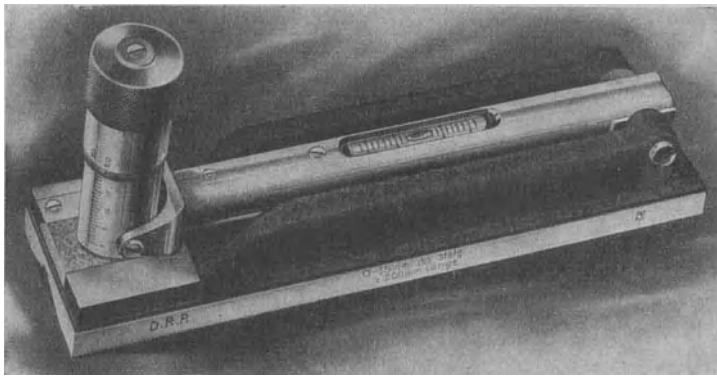


Abb. 99. Libellen-Winkelmesser für kleine Winkel.

rechten ab, so wird die Blase durch Betätigung der Feinschraube in ihre Nullage zurückgebracht. Die Winkelabweichung  $\delta$  berechnet sich dann aus  $\delta = h/200$ , falls  $h$  die Verstellung der Mikrometerschraube bedeutet, oder in Sekunden zu  $\delta = 206h \cdot 10^3/200 \approx h \cdot 10^3$  sek. Allgemein würde gelten:  $\delta = 206 \cdot h \cdot 10^3/L$  sek.

Bezeichnen  $f_1$  und  $f_2$  die Fehler von  $h$  und  $L$ , so ist nach Beispiel 4 der Fehler  $\varphi$  von  $\delta$

$$\varphi = \pm \delta \cdot (f_1/h + f_2/L).$$

Nun kann man  $f_1$  auf etwa  $\pm 4 \mu$ ,  $f_2$  auf etwa  $\pm 1/10$  mm ansetzen. Nimmt man das größte  $\delta$  zu  $2'$  an, so wird mit  $L = 200$  mm

$$\varphi = \pm 30 \cdot (2,3 \cdot 10^{-3} + 0,5 \cdot 10^{-3}) = \pm 5''.$$

Die Genauigkeit wird also, die Verwendung einer genügend empfindlichen Libelle vorausgesetzt, sehr groß. Selbstverständlich muß dabei der Nullpunkt der Schraube der genauen wagerechten Stellung der Libelle entsprechen, andernfalls seine etwaige Abweichung in Rechnung zu setzen ist.

Erreichen die mit der Wagerechten oder Senkrechten gebildeten Winkel größere Werte, so muß man die Libelle mit einem Anlegegoniometer kombinieren (Abb. 100). Bei diesem Libellen-Winkelmesser stellt man den die Libelle tragenden Arm auf einen vollen Gradstrich der Winkelteilung ein, bis sie angenähert einspielt, und verschiebt sie dann auf diesem, bis die Blase in der Nullage steht. Der Arm

ist in 60 Intervalle geteilt und so ausgeführt, daß jede Verschiebung um einen Teilstrich einer Winkeländerung von  $1'$  entspricht. Eine gewisse Schwierigkeit bei Benutzung dieses Gerätes liegt vor allem in der Einstellung auf die Gradstriche, die mit einer Genauigkeit von mindestens  $\frac{1}{2}'$  erfolgen müßte. Wenn auch durch die Anbringung zweier Hilfsstriche neben dem eigentlichen Index für möglichste

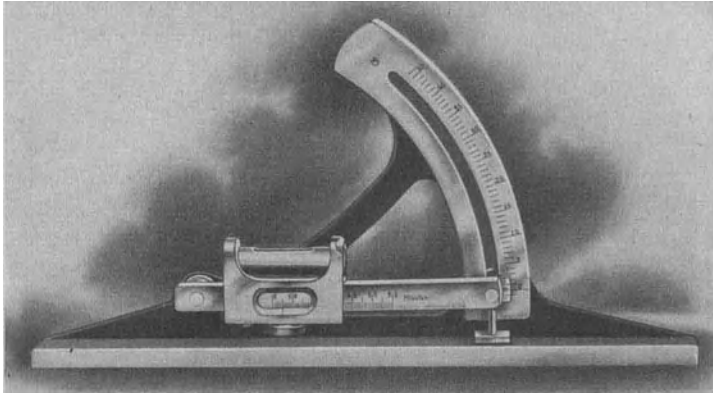


Abb. 100. Libellen-Winkelmesser für größere Winkel.

Erleichterung der Einstellung gesorgt ist, so kann man doch höchstens damit rechnen, daß sie auf  $\frac{1}{50} \div \frac{1}{60}$  der Teilung, also auf  $1'$  genau, ausgeführt werden kann. Dies setzt aber schon sehr gute und gleichmäßige, vor allem gleich dicke Striche auf dem Gradbogen und dem Index, ferner gute Beleuchtung voraus, so daß doch wohl nur eine Genauigkeit von  $2' \div 3'$  zu erreichen sein wird. Praktischer wäre es wohl, den Gradbogen

in  $\frac{1}{2}^\circ$  zu teilen und statt der verschiebbaren Libelle eine feststehende zu verwenden, dafür aber den schwenkbaren Arm mit einem in 30 Teile geteilten Nonius auszurüsten, welcher unmittelbare Ablesung auf  $1'$  gestattet, wie dies im Prinzip in Abb. 101 ausgeführt ist.

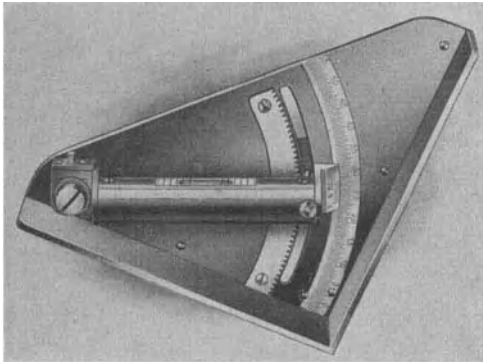


Abb. 101.

Libellen-Winkelmesser für große Winkel.

Bei einer anderen Konstruktion ist die Libelle seitlich an einer senkrechten, in  $360^\circ$  geteilten runden Scheibe angebracht, die in einem Fuß mit wagerechter Auflageplatte drehbar ist. Sie wird so lange gedreht, bis die Libelle einspielt und dann die Abweichung der untersuchten Fläche von

der Wagerechten mittels des am Fuß angebrachten Nonius abgelesen. Vor Gebrauch ist zu untersuchen, ob sich beim Aufsetzen auf eine wagerechte Platte die Ablesung 0 (bei einspielender Libelle) ergibt.

e) **Pendelneigungsmesser.** Kommt es bei der Bestimmung von Neigungen gegen die Wagerechte oder Senkrechte nicht auf äußerste Genauigkeit an, sondern genügt eine solche von  $5'$ , so kann man statt der Libelle ein Pendel nehmen, das zwischen Spitzen oder mittels Schneide in einer Pfanne gelagert

ist. Eine Ausführungsform eines solchen Pendelneigungsmessers zeigt Abb. 102<sup>1)</sup>. Das mit einem breiten ebenen Fuß versehene Gehäuse trägt eine sich um den Vollkreis erstreckende Gradteilung. An dem eigentlichen Pendel ist ein Nonius befestigt, der 5' abzulesen erlaubt.

Bildet man das Pendel als Trommel aus und überträgt ihre Drehung durch Zahnräder auf einen Zeiger, so kann man sogar Ablesung auf 1' erreichen<sup>2)</sup>. Ein Vorteil dieser Instrumente ist, daß sie auch Neigungswinkel beliebiger Größe zu messen gestatten.

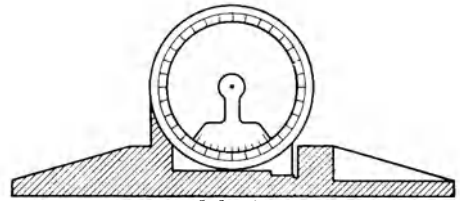


Abb. 102. Pendelneigungsmesser.

## VIII. Untersuchung von Teilköpfen und geteilten Rundkörpern.

Vielfach handelt es sich in der Technik nicht um die Feststellung der Größe von Winkeln, sondern nur darum, ob eine Teilung gleichmäßig ausgeführt ist, also alle Winkel gleich groß sind, wie z. B. bei Teilköpfen, Keilwellen, Zahnrädern usw.<sup>3)</sup>.

a) **Untersuchung von Teilköpfen.** Bei den mechanischen Teilköpfen (Abb. 103 und 104) wird der gewünschte Winkel durch die mit Kurbel gedrehte Schnecke *e* eingestellt, die das Schneckenrad *f* und damit die Teilkopfspindel *a* dreht. Das Übersetzungsverhältnis ist dabei so gewählt, daß eine volle Umdrehung der Kurbel  $\frac{1}{40}$  Umdrehung der Spindel bewirkt. Entsprechende andere Teilungen lassen sich dadurch einstellen, daß man nicht um ganze Kurbelumdrehungen sondern um Bruchteile hiervon weitergeht; diese werden, und zwar stets gleichbleibend, dadurch gesichert, daß die Kurbel mittels einer federnden Rast auf bestimmte Löcher der Lochscheibe *l* eingestellt wird<sup>4)</sup>.

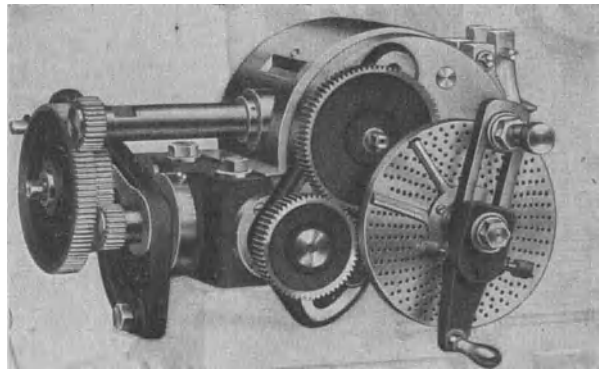


Abb. 103. Universal-Teilkopf.

Bei dem optischen Teilkopf von Zeiss<sup>5)</sup> (Abb. 105 und 106) erfolgt dagegen die Einstellung nach einer Glasskala mit Gradteilung, die durch ein Mikroskop beobachtet wird, dessen Strichplatte eine Teilung in 60 min trägt, wobei Viertelminuten noch geschätzt werden können. Die Teilungsfehler bleiben unter 4 sek. Die Schnecke dient hier nur zur Feinverstellung und nicht als Meßorgan. Um von der mehr oder minder guten Flankenanlage unabhängig zu werden, wird die erfolgte Einstellung fixiert<sup>6)</sup>. Der optische Teilkopf hat den Vorteil, eine größere Genauigkeit zu geben (selbst bei starker Bean-

<sup>1)</sup> Amer. Machinist 57, 505, 1922.    <sup>2)</sup> Werkstattstechnik 23, 183, 1929.

<sup>3)</sup> Für die Messung von Zahnrädern s. G. Berndt: Zahnradmessungen. 1925.

<sup>4)</sup> Näheres s. Heft 6: Teilkopfarbeiten.

<sup>5)</sup> C. Büttner: Zeitschr. f. Feinmech. u. Präz. 34, 169, 1926.

<sup>6)</sup> Für eine andere Ausführung s. H. F. Kurtz: Mech. Engg. 47, 987, 1925.

spruchung übersteigen die Fehler nicht  $\pm 5''$ , gutes Fluchten der beiden Spitzen vorausgesetzt), sowie keine Abnutzung und damit auch keine Verringerung seiner

Güte zu erleiden; er gestattet aber, im Gegensatz zu den mechanischen Teilköpfen, kein automatisches Teilen.

Für die Durchführung der Untersuchung sei der in Abb. 103 und 104 dargestellte mechanische Teilkopf als Beispiel gewählt.

1. Lochscheibe. Die Zahl  $Z$  der Löcher und die Durchmesser  $D$  der verschiedenen Lochreihen sind aus Zahlentafel 13 ersichtlich.

Es möge nun die Vorschrift gelten, daß an keiner Stelle die tatsächliche Lage des Loches um mehr vom richtigen Wert abweichen soll, als einem Fehler von  $\pm 10''$  am Teilkopf entspricht, was bei 40facher Unter-  
setzung  $400''$  ausmacht. Umgerechnet auf Längenmaß ergibt dies die in der Reihe A der Zahlentafel 13 aufgeführten zulässigen Höchstabweichungen in  $\frac{1}{100}$  mm bei den einzelnen Kreisen.

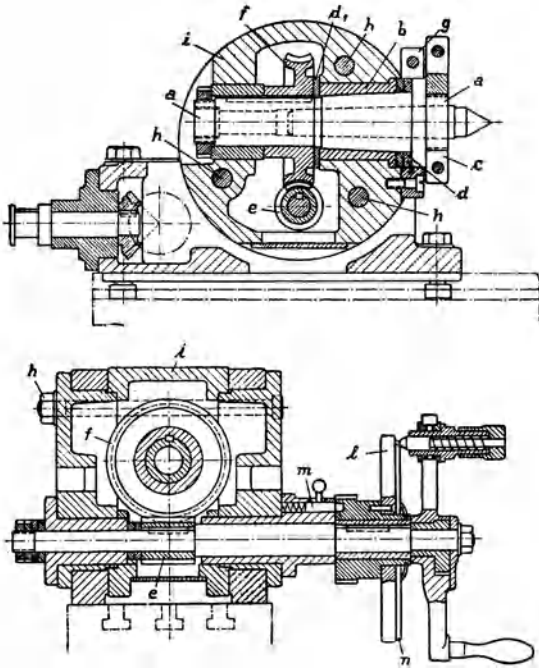


Abb. 104. Schnitte durch den Universal-Teilkopf.

Die Prüfung läßt sich dadurch ausführen, daß in je zwei benachbarte Löcher zwei genau passende kegelige Stifte gesteckt und ihr jeweiliger Abstand mit

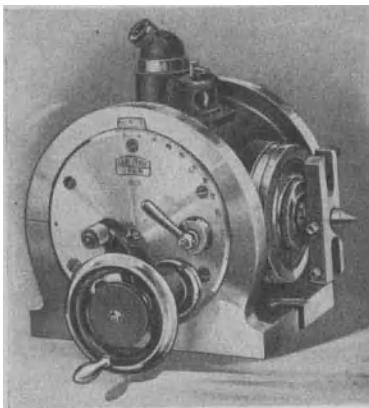


Abb. 105. Optischer Teilkopf.

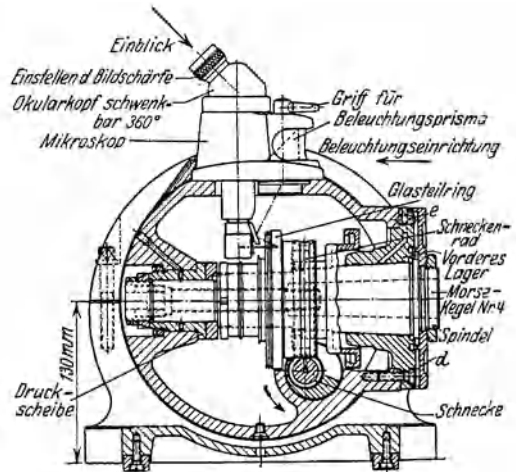


Abb. 106. Optischer Teilkopf.

einem empfindlichen Fühlhebel ermittelt wird (Abb. 107) (dabei sind der Anschlag und die Meßuhr mit dem Gestell fest verbunden und werden beide mit diesem —

Zahlentafel 13. Zahl  $Z$  der Löcher und Durchmesser  $D$  der einzelnen Lochkränze (in mm) sowie zulässige Höchstabweichung  $A$  der Lochabstände (in  $\frac{1}{100}$  mm).

$Z$ }	15	16	17	18	19	20	21	23	27
	29	31	33	37	39	41	43	47	49
$D$	75	86	97	108	119	130	141	152	163
$A$	$\pm 7,3$	8,3	9,4	10,5	11,5	12,6	13,7	14,7	15,8

bei unveränderter gegenseitiger Lage — nach Versetzen der Stifte von Loch zu Loch weitergedreht). In der nachstehenden Zahlentafel 14 sind nun die Unterschiede (in  $\frac{1}{100}$  mm), die sich in einem bestimmten Falle für einen Lochkranz von  $n = 16$  Löchern gegen einen willkürlich angenommenen Wert ergeben hatten, vermerkt. Um den Fehler, vom Ausgangsloch aus gerechnet, zu haben, muß man die Summe  $S$  der Fehler bilden (zweite Spalte); das Mittel aus der Endziffer ( $S'/n = S'/16$ ), multipliziert mit der betreffenden Lochnummer  $m$ , also mit 1, 2, ..., 16, ergibt die theoretischen Abweichungen von dem willkürlich angenommenen Wert; die Differenz gegen die Werte der zweiten Spalte liefert dann die Korrekturen der einzelnen Lochabstände gegen das Ausgangsloch. Um von seiner willkürlichen Wahl frei zu werden, bildet man noch die algebraische Summe aus der größten positiven und der größten negativen Korrektur. Diese muß dann unter dem doppelten der oben angegebenen  $\pm$ -Zahlen bleiben.

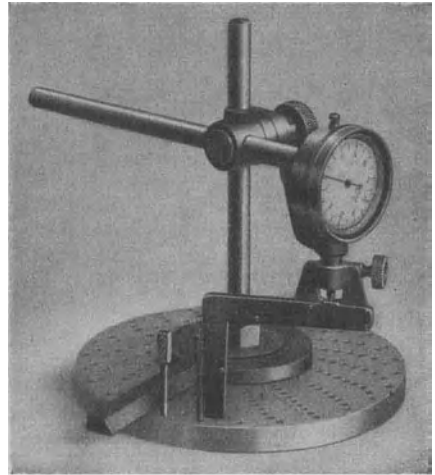


Abb. 107. Prüfung der Lochscheibe mittels Meßuhr.

Zahlentafel 14. Prüfung der Lochreihe 16 eines Teilkopfes.

$m$	Beob.	$S$	$m \cdot S'/16$	Korr.
1	$\pm 0$	$\pm 0$	+ 1,4	- 1,4
2	$\pm 0$	$\pm 0$	+ 2,8	- 2,8
3	- 2	- 2	+ 4,2	- 6,2
4	+ 2	$\pm 0$	+ 5,6	- 5,6
5	+ 1	+ 1	+ 7,0	- 6,0
6	+ 2	+ 3	+ 8,4	- 5,4
7	+ 4	+ 7	+ 9,8	- 2,8
8	+ 1	+ 8	+ 11,2	- 3,2
9	+ 3	+ 11	+ 12,6	- 1,6
10	+ 1	+ 12	+ 14,0	- 2,0
11	+ 5	+ 17	+ 15,4	+ 1,6
12	+ 1	+ 18	+ 16,8	+ 1,2
13	+ 1	+ 19	+ 18,2	+ 0,8
14	+ 2	+ 21	+ 19,6	+ 1,4
15	$\pm 0$	+ 21	+ 21,0	$\pm 0,0$
16	+ 1	$S' = + 22$	+ 22,4	- 0,4

Zahlentafel 15. Prüfung der Lochscheibe eines Teilkreises.

Lochzahl	Fehler beobachtet:			Fehler zulässig
	größter	kleinster	Summe	
16	+ 1,6	- 6,2	7,8	16,6
17	+ 2,6	- 7,2	9,8	18,8
18	+ 4,2	- 7,8	12,0	21,0
19	+ 4,3	- 8,0	12,3	23,0
20	+ 5,6	- 9,0	14,6	25,2
21	+ 3,1	- 8,9	12,0	27,4
23	+ 0,6	- 11,4	12,0	29,4
27	+ 9,0	- 2,7	11,7	31,6
31	+ 3,3	- 4,9	8,2	16,6
33	+ 3,6	- 1,6	5,2	18,8
37	+ 7,7	- 2,9	10,6	21,0
41	+ 6,4	- 5,1	11,5	25,2
43	+ 10,2	- 0,8	11,0	27,4
47	+ 15,7	- 6,3	22,0	29,4
49	+ 7,8	- 8,3	16,1	31,6

Das Ergebnis der Prüfung einer vollkommenen Lochscheibe ist in Zahlentafel 15 aufgeführt.

Die Fehler liegen also durchweg beträchtlich unter den zugelassenen Werten; im allgemeinen kann man rechnen, daß die durch fehlerhafte Lochlage verursachten Unsicherheiten unter  $\pm 5''$ , also der Hälfte des zugelassenen Wertes, bleiben. Wie die graphische Auftragung lehrt, rühren sie im wesentlichen von der Exzentrizität her, da sich die Beobachtungspunkte ohne Zwang durch eine Sinuslinie verbinden lassen. Die Lage der Exzentrizität ist aber bei den einzelnen Kreisen etwas verschieden, was nach dem Herstellungsverfahren leicht erklärlich ist.

2. Schneckenrad. Für die Prüfung des eigentlichen Teilkopfes muß von folgender Überlegung ausgegangen werden. Die Fehler können herrühren einmal von Unregelmäßigkeiten in der Teilung, Zahnstärke oder Zahnform des Schneckenrades und

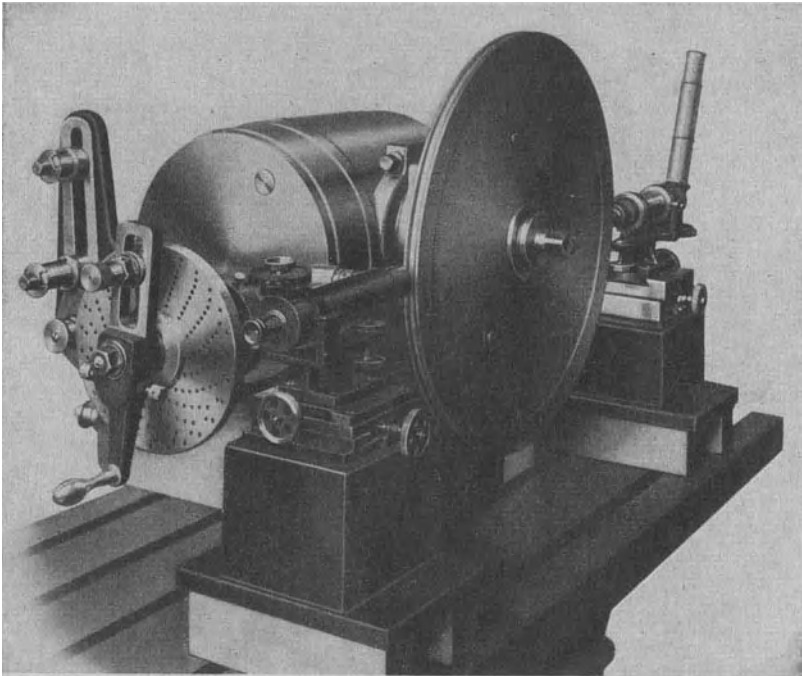


Abb. 108. Prüfung des Teilkopfes mit Hilfe von Teilscheibe und Meßmikroskopen.

weiterhin von Unregelmäßigkeiten in der Schnecke. Gibt man dieser eine volle Umdrehung, so legt sich das Schneckenrad immer wieder an dieselbe Stelle der Schnecke; man erhält also dann im wesentlichen die Fehler des Schneckenrades, und zwar unabhängig von den Fehlern des Lochkreises, da man die Raste immer wieder in dasselbe Loch einschnappen läßt. Dreht man die Schnecke aber immer nur um Bruchteile einer vollen Umdrehung, so kommen auch ihre Unregelmäßigkeiten zur Geltung. Selbstverständlich gehen hierbei auch die Fehler des benutzten Lochkreises mit ein. Die Fehler werden nun dadurch bestimmt, daß auf die Spindel *a* (Abb. 104) eine in  $\frac{1}{1}^{\circ}$  geteilte Scheibe (Abb. 108) aufgesetzt und möglichst exzentrizitätsfrei mit Hilfe einer Meßuhr ausgerichtet wird. In Höhe der Achsenmitte stellt man dann (wie in Abb. 91) zwei Ablesemikroskope auf (zwei Stück, um die etwa noch vorhandenen Exzentrizitätsfehler ausschalten zu können), die mit Okular-Schraubenmikrometern ausgerüstet sind. Die Einrichtung wird zweckmäßig gleichfalls so getroffen, daß 1 Skalenteil 1'' entspricht.

Für die Bestimmung der Fehler des Schneckenrades wird nun die Kurbel je einmal voll herumgedreht, wodurch sich die Scheibe um genau  $9^\circ$  drehen würde, falls der Teilkopf absolut fehlerfrei wäre. Es werden dann die Abstände der beiden im Gesichtsfelde der Mikroskope erscheinenden Striche von dem Nullpunkte der dort angebrachten Skala in Trommel-

Zahlentafel 16. Prüfung eines Teilkopfes (volle Umdrehungen der Schnecke).

teilen, unter den angegebenen Verhältnissen also in Winkelsekunden, bestimmt. Zweckmäßig stellt man bei Beginn der Meßreihe die beiden Mikroskope (mit Hilfe der eine kleine Neigung um eine wagerechte Achse bewirkenden Schraube) so ein, daß die Gradstriche der Teilscheibe etwa in der Mitte der Mikroskopskala liegen, um das leicht zu Irrtümern Veranlassung gebende Rechnen mit positiven und negativen Zahlen zu vermeiden.

Das Protokoll einer wirklich ausgeführten Beobachtung, zunächst für die Fehler des Schneckenrades, ist in Zahlentafel 16 mitgeteilt. In seinen einzelnen Spalten sind angeführt: die Zahl Z der Kurbeldrehungen und die Ablesung an den beiden um  $180^\circ$  einander gegenüberliegenden Mikroskopen in Sekunden. Aus der Summe der Ablesungen ist dann der am Fuß der Zahlentafel stehende Mittelwert berechnet, der sich bei jeder Ablesung hätte ergeben müssen, falls der Teilkopf völlig fehlerfrei gewesen wäre. Zieht man ihn von den einzelnen Beobachtungen ab, so erhält man die Korrekturen für die beiden Ablesungsreihen einzeln, und das Mittel aus ihnen gibt dann die exzentrizitätsfreie Korrektur. In den Unterschieden zwischen den Korrekturen links und rechts stecken noch die eigentlichen Beobachtungsfehler mit drin, so daß die größte zwischen beiden auftretende halbe Differenz von 17 Sekunden nicht vollständig auf die Exzentrizität der Teilscheibe zu werfen ist.

Z	Linkes Mikroskop Ablesung	Differenz	Rechtes Mikroskop Ablesung	Differenz	Mittel
0	338	- 10	338	- 5	- 8
1	331	- 17	333	- 10	- 14
2	305	- 43	316	- 27	- 35
3	310	- 38	325	- 18	- 23
4	315	- 33	335	- 8	- 21
5	325	- 23	345	+ 2	- 11
6	323	- 25	343	± 0	- 13
7	316	- 32	340	- 3	- 18
8	329	- 19	351	+ 8	- 6
9	338	- 10	360	+ 17	+ 4
10	332	- 16	352	+ 9	- 4
11	347	- 1	365	+ 22	+ 11
12	347	- 1	363	+ 20	+ 10
13	362	+ 14	371	+ 28	+ 21
14	351	+ 3	360	+ 17	+ 10
15	357	+ 9	361	+ 18	+ 14
16	353	+ 5	353	+ 10	+ 8
17	340	- 8	340	- 3	- 6
18	330	- 18	326	- 17	- 18
19	338	- 10	332	- 11	- 11
20	347	- 1	340	- 3	- 2
21	340	- 8	330	- 13	- 11
22	345	- 3	335	- 8	- 6
23	355	+ 7	340	- 3	+ 2
24	354	+ 6	335	- 8	- 1
25	353	+ 5	335	- 8	- 2
26	354	+ 6	336	- 7	- 1
27	358	+ 10	338	- 5	+ 3
28	365	+ 17	340	- 3	+ 7
29	371	+ 23	347	+ 4	+ 14
30	376	+ 28	338	- 5	+ 12
31	377	+ 29	348	+ 5	+ 17
32	378	+ 30	353	+ 10	+ 20
33	374	+ 26	350	+ 7	+ 17
34	377	+ 29	353	+ 10	+ 20
35	379	+ 31	360	+ 17	+ 24
36	367	+ 19	349	+ 6	+ 13
37	360	+ 12	342	- 1	+ 6
38	340	- 8	334	- 9	- 9
39	344	- 4	334	- 9	- 7

Mittel: 348

343

Größte Fehler des Teiltrades + 24, - 35  
(Drehrichtung rechts).

Für die Ablesung bei  $0^\circ$  ist bei der Berechnung das Mittel aus den beiden zu Anfang und zum Schluß der Messung beobachteten Werte genommen.

3. Schnecke. In ganz entsprechender Weise ist bei der Beobachtung um je  $\frac{1}{9}$  Umdrehung verfahren. Beobachtungen und Rechnungen ergeben sich aus Zahlentafel 17.





größten Fehler von Schneckenrad und Schnecke zusammenkommen. Im Durchschnitt wird man deshalb wohl nur mit der Hälfte der angegebenen Zahlen zu rechnen brauchen.

**b) Untersuchung von geteilten Rundkörpern.** Ganz ähnlich verfährt man auch bei der Prüfung von Rastenscheiben, Keilwellen u. a. Man setzt dazu Prüfling und Teilscheibe auf eine gemeinsame Welle, die zwischen Spitzen gut gelagert wird (Abb. 111). Durch die Wirkung eines um die Welle geschlungenen Gewichtes legen sich die einzelnen Flanken nacheinander jeweils mit demselben Druck gegen einen in ein Kugelsegment endenden Anschlag. Zum weiteren Drehen wird dieser herausgeklappt; er ist selbstverständlich so auszubilden, daß er nach dem Zurückschlagen immer wieder dieselbe Stelle einnimmt<sup>1)</sup>. An Stelle des festen Anschlages kann auch ein Fühlhebel treten; man stellt dann den Prüfling so ein, daß jener stets denselben Ausschlag zeigt (das Gewicht für den Meßdruck wird dabei natürlich fortgelassen). Es wird dann genau so wie bei der Untersuchung der Teilköpfe verfahren, und zwar ist auch hier wieder in beiden Drehungsrichtungen zu beobachten.

Nachstehend sind in Zahlentafel 19 die in derselben Weise wie in Zahlentafel 16 berechneten Mittel

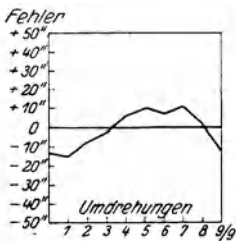


Abb. 110. Fehler der Schnecke eines Teilkopfes.

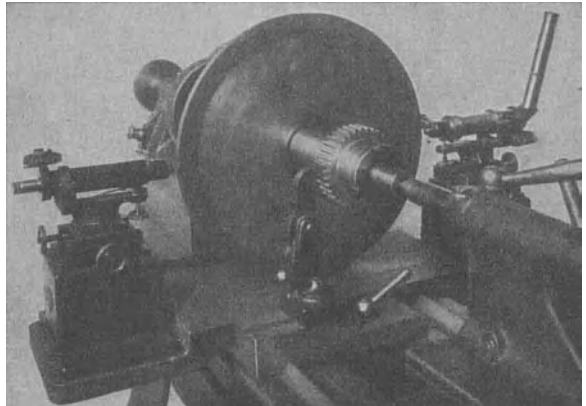


Abb. 111. Zahnradprüfung mit Teilscheibe.

der aus den Beobachtungen an beiden Mikroskopen bei einem Zahnrad mit 36 Zähnen erhaltenen Korrekturen (in Sekunden) mitgeteilt. Trägt man sie graphisch auf (Abb. 112, ausgezogene Zickzacklinie), so erkennt man deutlich einen sinusförmigen Verlauf, was auf das Vorliegen einer Exzentrizität hinweist.

Die Korrekturen werden sich demnach durch eine Gleichung der Form

$$\delta' = a \cdot \sin(\varphi + \psi)$$

darstellen lassen, wo  $\varphi$  den jeweiligen Drehwinkel und  $\psi$  den Wert von  $\varphi$  bedeutet, für den  $\delta' = 0$  wird, d. h. der tatsächliche und der geometrische Drehpunkt auf einem Durchmesser liegen.

Die Gleichung werde in der Form geschrieben

$$\delta' = a \cdot \sin \varphi \cdot \cos \psi + a \cdot \cos \varphi \cdot \sin \psi = A \cdot \sin \varphi + B \cdot \cos \varphi,$$

wo

$$A = a \cdot \cos \psi, \quad B = a \cdot \sin \psi$$

und somit

$$\operatorname{tg} \psi = B/A$$

ist. Die Ermittlung der Konstanten  $A$  und  $B$  erfolgt am besten mittels der Methode der kleinsten Quadrate, bei welcher die Konstanten so bestimmt werden, daß die

<sup>1)</sup> Ein auf diesem Prinzip beruhender Apparat ist auch von M. Kurrein (Werkstattstechnik 17, 225, 1923) beschrieben; da hier aber nur ein Mikroskop vorgesehen ist, so werden die Exzentrizitätsfehler der Teilscheibe nicht ausgeschaltet.

Summe der Restfehlerquadrate ein Minimum wird. Die Fehler der einzelnen Beobachtungen sind nach Abzug der Exzentrizität:

$$\delta_1 - A \cdot \sin \varphi_1 - B \cdot \cos \varphi_1, \quad \delta_2 - A \cdot \sin \varphi_2 - B \cdot \cos \varphi_2, \dots$$

es muß also

$$\sum (\delta - A \cdot \sin \varphi - B \cdot \cos \varphi)^2$$

ein Minimum werden.

Damit dies erfüllt ist, müssen die partiellen Differentialquotienten nach  $A$  und  $B$  gleich 0 werden. Es muß also sein

$$\sum \delta \cdot \sin \varphi - A \cdot \sum \sin^2 \varphi - B \cdot \sum \sin \varphi \cdot \cos \varphi = 0$$

und

$$\sum \delta \cdot \cos \varphi - B \cdot \sum \cos^2 \varphi - A \cdot \sum \sin \varphi \cdot \cos \varphi = 0.$$

Aus beiden Gleichungen folgt

$$A = \frac{\sum \delta \cdot \cos \varphi \cdot \sum \sin \varphi \cdot \cos \varphi - \sum \delta \cdot \sin \varphi \cdot \sum \cos^2 \varphi}{(\sum \sin \varphi \cdot \cos \varphi)^2 - \sum \sin^2 \varphi \cdot \sum \cos^2 \varphi},$$

$$B = \frac{\sum \delta \cdot \sin \varphi \cdot \sum \sin \varphi \cdot \cos \varphi - \sum \delta \cdot \cos \varphi \cdot \sum \sin^2 \varphi}{(\sum \sin \varphi \cdot \cos \varphi)^2 - \sum \sin^2 \varphi \cdot \sum \cos^2 \varphi}.$$

Wenn die Größe  $\frac{360}{Z}$  ( $Z$  die Zähnezahl) ohne Rest in  $90^\circ$  teilbar ist, wird:

$$\sum \sin \varphi \cdot \cos \varphi = 0 \quad \text{und} \quad \sum \sin^2 \varphi = \sum \cos^2 \varphi = \frac{Z}{2}.$$

In diesem Sonderfalle wird also

$$A = \frac{\sum \delta \cdot \sin \varphi}{\sum \sin^2 \varphi} = \frac{2}{Z} \cdot \sum \delta \cdot \sin \varphi, \quad B = \frac{\sum \delta \cdot \cos \varphi}{\sum \sin^2 \varphi} = \frac{2}{Z} \cdot \sum \delta \cdot \cos \varphi.$$

Die Durchführung der Rechnungen für das geprüfte Zahnrad (mit  $Z = 36$ ) ergibt:

$$A = -63,86; \quad B = +49,85,$$

woraus folgt

$$\operatorname{tg} \psi = -0,7807; \quad \psi = -38^\circ;$$

$$a = -81,035$$

es wird somit

$$\delta' = -63,86 \cdot \sin \varphi + 49,85 \cdot \cos \varphi$$

oder

$$\delta' = -81 \cdot \sin(\varphi - 38^\circ),$$

wobei für  $\varphi$  die Werte  $10^\circ, 20^\circ, \dots, 360^\circ$  einzusetzen sind. Die damit berechneten Werte sind in der 5. Spalte der Zahlentafel 19 vermerkt (Abb. 112, ausgezogene Sinuskurve). Zieht man die Werte von  $\delta'$  von den beobachteten  $\delta$  ab, so gibt die Differenz

$\delta - \delta'$  (6. Spalte) die Fehler, welche allein von der Ungleichförmigkeit der Teilung, Zahnstärke und Zahnform herrühren (Abb. 112, gestrichelte Kurve).

Der größte Fehler ohne Abzug der Exzentrizität ergibt sich, da das Zahnrad einen Durchmesser von 114 mm und die Teilscheibe von 411,7 mm hatte und bei dieser einem Winkel von  $1''$  die Strecke  $1 \mu$  entspricht, zu

$$107 \cdot 114/411,7 = 30 \mu.$$

Auf die angegebenen Ausführungsfehler entfallen davon

$$36 \cdot 114/411,7 = 10 \mu,$$

während  $20 \mu$ , also das Doppelte, auf Rechnung der Exzentrizität kommt. Ihr Betrag  $e$  berechnet sich zu

$$e = 81 \cdot 114/411,7 = 22 \mu$$

Man kann ihn auch aus der früher abgeleiteten Formel

$$e = R \cdot \delta \varphi / \sin \varphi = 57 \cdot 81 \cdot 4,85 \cdot 10^{-6} / 1 = 22 \mu$$

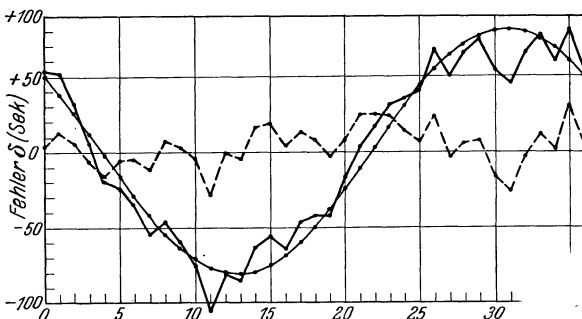


Abb. 112. Fehler eines Zahnrades, berechnet nach der Methode der kleinsten Quadrate.

Zahlentafel 19. Prüfung eines Zahnrades.

Zähnezahl Z	Korr. (beob.) $\delta$	Ausgleich nach der Methode der kleinsten Quadrate				Ausgleich durch ein- gezeichnete Sinuslinie	
		$\varphi + \psi$	$\sin(\varphi + \psi)$	$\delta'$	$\delta - \delta'$	$\delta'$	$\delta - \delta'$
1	+ 51"	- 28°	- 0,4695	+ 38,0"	+ 13,0"	+ 26,3	+ 25
2	+ 30"	- 18°	- 0,3090	+ 25,0"	+ 5,0"	+ 13,4	+ 17
3	+ 5"	- 8°	- 0,1392	+ 11,3"	- 6,3"	± 0	+ 5
4	- 20"	+ 2°	+ 0,0349	- 2,8"	- 17,2"	- 13,4	- 7
5	- 23"	+ 12°	+ 0,2079	- 16,9"	- 6,1"	- 26,3	+ 3
6	- 35"	+ 22°	+ 0,3746	- 30,4"	- 4,6"	- 38,5	+ 4
7	- 55"	+ 32°	+ 0,5299	- 42,9"	- 12,1"	- 49,5	- 5
8	- 47"	+ 42°	+ 0,6691	- 54,2"	+ 7,2"	- 59,0	+ 12
9	- 61"	+ 52°	+ 0,7880	- 63,8"	+ 2,8"	- 66,7	+ 6
10	- 76"	+ 62°	+ 0,8830	- 71,5"	- 4,5"	- 72,4	- 4
11	- 107"	+ 72°	+ 0,9511	- 77,1"	- 29,9"	- 75,8	- 31
12	- 81"	+ 82°	+ 0,9903	- 80,2"	- 0,8"	- 77,0	- 4
13	- 86"	+ 92°	+ 0,9994	- 81,0"	- 5,0"	- 75,8	- 10
14	- 63"	+ 102°	+ 0,9782	- 79,2"	+ 16,2"	- 72,4	+ 9
15	- 56"	+ 112°	+ 0,9272	- 75,1"	+ 19,1"	- 66,7	+ 11
16	- 65"	+ 122°	+ 0,8481	- 68,7"	+ 3,7"	- 59,0	- 6
17	- 47"	+ 132°	+ 0,7431	- 60,2"	+ 13,2"	- 49,5	+ 3
18	- 42"	+ 142°	+ 0,6157	- 49,9"	+ 7,9"	- 38,5	- 3
19	- 42"	+ 152°	+ 0,4695	- 38,0"	- 4,0"	- 26,3	- 16
20	- 17"	+ 162°	+ 0,3090	- 25,0"	+ 8,0"	- 13,4	- 4
21	+ 3"	+ 172°	+ 0,1392	- 11,3"	+ 14,3"	± 0	+ 3
22	+ 17"	+ 182°	- 0,0349	+ 2,8"	+ 14,2"	+ 13,4	+ 4
23	+ 31"	+ 192°	- 0,2079	+ 16,9"	+ 14,1"	+ 26,3	+ 5
24	+ 35"	+ 202°	- 0,3746	+ 30,4"	+ 4,6"	+ 38,5	- 4
25	+ 40"	+ 212°	- 0,5229	+ 42,9"	- 2,9"	+ 49,5	- 10
26	+ 68"	+ 222°	- 0,6691	+ 54,2"	+ 13,8"	+ 59,0	+ 9
27	+ 50"	+ 232°	- 0,7880	+ 63,8"	- 13,8"	+ 66,7	- 17
28	+ 67"	+ 242°	- 0,8830	+ 71,5"	- 4,5"	+ 72,4	- 5
29	+ 75"	+ 252°	- 0,9511	+ 77,1"	- 2,1"	+ 75,8	- 1
30	+ 54"	+ 262°	- 0,9903	+ 80,2"	- 26,2"	+ 77,0	- 23
31	+ 45"	+ 272°	- 0,9994	+ 81,0"	- 36,0"	+ 75,8	- 31
32	+ 66"	+ 282°	- 0,9782	+ 79,2"	- 13,2"	+ 72,4	- 6
33	+ 77"	+ 292°	- 0,9272	+ 75,1"	+ 1,9"	+ 66,7	+ 10
34	+ 60"	+ 302°	- 0,8481	+ 68,7"	+ 8,7"	+ 59,0	+ 3
35	+ 80"	+ 312°	- 0,7431	+ 60,2"	+ 19,8"	+ 49,5	+ 30
36	+ 53"	+ 322°	- 0,6157	+ 49,9"	+ 3,1"	+ 38,5	+ 14

erhalten. Es liegt also eine Abweichung des tatsächlichen Drehpunktes von dem geometrischen um rund  $\frac{2}{100}$  mm vor.

Um ein vollständiges Urteil über die Genauigkeit des Zahnrades zu haben, müssen die Beobachtungen an anderen Punkten der Zahnflanken, sowohl in radialer wie in dazu senkrechter Richtung, wiederholt werden.

Für die Praxis ist die Eliminierung der Exzentrizität nach der Methode der kleinsten Quadrate im allgemeinen zu umständlich. Genügend genau kommt man zum Ziele, wenn man durch die Beobachtungen (Abb. 113, ausgezogene Zickzackkurve) zunächst eine Sinuskurve legt, die sich den Beobachtungen möglichst gut anpaßt, und die Stelle aufsucht, an der sie die

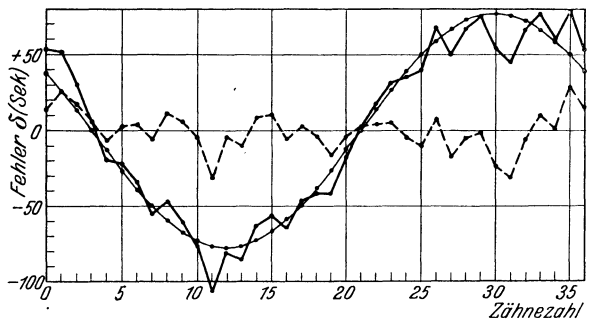


Abb. 113. Fehler eines Zahnrades, graphisch ausgeglichen.

Nulllinie schneidet, was in diesem Falle bei Zahn 3 und 21 geschieht. Durch diese legt man dann eine Sinuslinie derart, daß die von ihr und den Beobachtungen eingeschlossenen Flächen zu angenähert gleichen Teilen ober- und unterhalb der Sinuslinie fallen. Am besten läßt sich dies durchführen, wenn man (bei konstanter Länge der Abszissenachse) auf durchsichtiges Papier oder Zelluloid Sinuslinien verschiedener Amplituden zeichnet und sieht, welche von ihnen jener Bedingung am besten entspricht. Aus der Figur entnimmt man dann die Ordinaten  $\delta'$  der Sinuslinie für die einzelnen Zähne und zieht diese wieder von  $\delta$  ab, wie das in den beiden letzten Spalten der Zahlentafel 19 durchgeführt ist. Die hierbei gefundene Übereinstimmung  $\psi = -30^\circ$  (statt  $38^\circ$ ) und  $a = -77$  (statt  $-81$ ) ist vollständig ausreichend.

### IX. Das Konstruieren und Anreißen von Winkeln.

a) **Zeichnen nach festen Lehren.** Am einfachsten läßt sich ein bestimmter Winkel zeichnen oder anreißen, wenn ein entsprechender fester Winkel oder eine Schablone vorliegt. Es sollen dann die Striche parallel zu seinen Schenkeln gezogen werden. Nun wird sich aber die Parallelität nicht streng für die ganze Länge aufrechterhalten lassen und dadurch im ungünstigsten Falle eine Zeichnung entstehen, wie sie (übertrieben) in Abb. 114 dargestellt ist. Der gesamte dabei auftretende Fehler  $F'$  ergibt sich (im Bogenmaß) sofort zu  $F' = \pm (f_1/L_1 + f_2/L_2)$ .

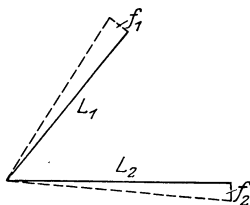


Abb. 114. Zeichnen eines Winkels nach einer festen Lehre.

Hierzu kommt noch der Fehler  $F''$  der Lehre selbst, so daß der Gesamtfehler  $F$  wird  $F = F' + F'' = \pm (f_1/L_1 + f_2/L_2 + F'')$ .

Ist die Lehre nach dem Lichtspaltverfahren geprüft (siehe Abschnitt I), was besonders bei  $90^\circ$  Lehren zutrifft, so wird (falls noch  $V$  die Vergrößerung der bei ihrer Untersuchung benutzten Lupe bezeichnet)

$$F = \pm [f_1/L_1 + f_2/L_2 + 5 \cdot 10^{-3}/(L \cdot V)] .$$

In Sekunden ergibt sich schließlich der Fehler zu

$$\varphi = \pm 206 \cdot 10^3 \cdot F = \pm [206 \cdot 10^3 \cdot (f_1/L_1 + f_2/L_2) + 1030/(L \cdot V)] .$$

Setzt man  $f_1 = f_2 = 0,1 \text{ mm}$ ,  $L_1 = L_2 = L$ ,  $V = 5$ , so wird

$$\varphi = \pm (412 \cdot 10^3 \cdot 0,1/L + 0,206 \cdot 10^3/L) = \pm 41,4 \cdot 10^3/L .$$

Man ersieht daraus, daß die Fehler der festen Lehren praktisch ohne Einfluß sind, so daß man bei Zeichnungsfehlern  $f_1 = f_2 = n/10 \text{ mm}$  den Fehler  $\varphi$  einfach  $n$  mal größer ansetzen kann. Die für  $f_1 = f_2 = 1/10 \text{ mm}$  bei verschiedenen Schenkellängen  $L$  auftretenden Fehler  $\varphi$  sind in der Zahlentafel 20 zusammengestellt.

Schenkellänge $L$ mm	Fehler $\varphi$ min	Schenkellänge $L$ mm	Fehler $\varphi$ min
10	$69 \approx 1^\circ$	100	6,9
20	$34,5 \approx 1/2^\circ$	150	4,6
30	23	200	3,5
50	14	250	2,8
75	9,2	500	1,4

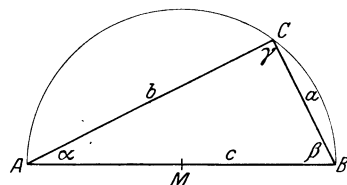
Während der Fehler also bei

kleinen Schenkellängen auf über  $1^\circ$  steigen kann, läßt sich bei genügend großen Lehren eine recht beträchtliche Genauigkeit erreichen, selbstverständlich voraus-

gesetzt, daß die Lehre nicht mit größeren Fehlern behaftet ist.

b) **Konstruktion des 90°-Winkels.** Ohne Benutzung fester Lehren läßt sich der 90°-Winkel konstruieren, und zwar auf Grund des geometrischen Satzes, daß der Winkel im Halbkreis stets ein rechter ist.

Man schlägt dazu über eine Strecke (um den Punkt  $M$ ) einen Halbkreis (Abb. 115), der sie in  $A$  und  $B$  schneidet. Zieht man von  $A$  eine beliebige Gerade bis zum Schnitt  $C$  mit dem Halbkreis und verbindet  $C$  mit  $B$ , so ist Winkel  $ACB$  ein rechter. Bei der Zeichnung oder dem Anreißen läßt es sich nun aber nie so einrichten, daß man von den Punkten  $A$  und  $B$  ausgeht, und daß auch  $C$  wirklich genau auf dem Halbkreis liegt. Dadurch wird auch der Winkel  $ACB$  von 90° abweichen. Um seinen Fehler zu berechnen, muß man das Dreieck  $ACB$  als schiefwinkelig betrachten. Es seien (wie auch im folgenden immer) die den Punkten  $A, B, C$  gegenüberliegenden Seiten mit  $a, b, c$  und die Winkel bei  $A, B, C$  mit  $\alpha, \beta, \gamma$  bezeichnet.



Nach dem verallgemeinerten Pythagoras ist

$$c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cdot \cos \gamma, .$$

daraus folgt 
$$\cos \gamma = \frac{a^2 + b^2 - c^2}{2ab} .$$

Abb. 115 Konstruktion des 90°-Winkels im Halbkreis.

Bezeichnen  $f_1, f_2, f_3$  die Fehler von  $a, b, c$  (d. h. die Abweichungen der bei der Konstruktion benutzten Strecken  $a, b, c$  von der Länge, welche sie bei idealer Konstruktion hätten), so wird der Fehler  $F$  von  $\cos \gamma$  (nach Beispiel 4)

$$\begin{aligned} F &= \pm (f_1 \cdot \partial \cos \gamma / \partial a + f_2 \cdot \partial \cos \gamma / \partial b + f_3 \cdot \partial \cos \gamma / \partial c) \\ &= \pm \left[ f_1 \cdot \left( \frac{2a}{2ab} - \frac{a^2 + b^2 - c^2}{2a^2b} \right) + f_2 \cdot \left( \frac{2b}{2ab} - \frac{a^2 + b^2 - c^2}{2ab^2} \right) + f_3 \cdot \frac{2c}{2ab} \right] \\ F &= \pm \frac{1}{ab} \cdot [a \cdot f_1 + b \cdot f_2 + c \cdot f_3 - \frac{1}{2} \cdot (a^2 + b^2 - c^2) \cdot (f_1/a + f_2/b)] . \end{aligned}$$

Bei der Berechnung von  $F$  genügt es, für die Größen  $a, b, c$  die idealen Werte einzusetzen. Ferner sei ein besonderer Fall angenommen, daß nämlich angenähert  $AC = BC$  gewählt war, daß also das rechtwinkelige Dreieck gleichschenkelig ist. Dann wird (da ja mit dem idealen rechtwinkelligen Dreieck gerechnet werden darf)

$$a = b = c/\sqrt{2} .$$

Nimmt man ferner für alle drei Seiten gleich große Fehler an, so daß  $f_1 = f_2 = f_3 = f$  ist, so wird

$$F = \pm \frac{2}{c^2} \cdot c \cdot (1 + \sqrt{2}) \cdot f = \pm 4,828 \cdot f/c .$$

Der Fehler  $\varphi$  des Winkels  $\gamma$  selbst berechnet sich nach Beispiel 1 im Bogenmaß zu

$$\varphi = \pm F/\sin \gamma \text{ oder } \varphi = \pm 206 \cdot F \cdot 10^3/\sin \gamma \text{ sek} .$$

Da nun  $\gamma \approx 90^\circ$ , so wird schließlich

$$\varphi = \pm 206 \cdot 4,828 \cdot 10^3 \cdot f/c = \pm 994,6 \cdot 10^3 \cdot f/c .$$

Rechnet man im allgemeinen mit einem Fehler von  $f = 1/4$  mm, so wird schließlich  $\varphi = \pm 248,6 \cdot 10^3/c$  sek .

Die sich für verschiedene Durchmesser  $c$  ergebenden Fehler  $\varphi$  sind in Zahlentafel 21 zusammengestellt.

Zahlentafel 21. Fehler bei der Konstruktion des rechten Winkels.

Zur Erzielung einer Genauigkeit von auch nur 1° ist also ein Halbkreisdurchmesser von mindestens 75 mm, praktisch besser 100 mm, notwendig, falls die Zeichnungsungenauigkeit 1/4 mm beträgt. Wird dieser Fehler größer, so ist

c mm	φ min	c mm	φ min
10	414 ≈ 7°	100	41 ≈ 3/4°
20	207 ≈ 3 1/2°	150	28 ≈ 1/3°
30	138 ≈ 2 1/4°	200	21
50	83 ≈ 1 1/2°	250	17
75	55 ≈ 1°	500	8

der Halbkreisdurchmesser  $c$  im entsprechenden Verhältnis länger zu nehmen, um dieselbe Genauigkeit zu erhalten (da ja der Fehler  $\varphi$  proportional  $f/c$  ist).

c) **Konstruktion des 60°-Winkels.** Ebenso wie den 90°- kann man auch den 60°-Winkel geometrisch leicht konstruieren, und zwar als Winkel im gleichseitigen Dreieck. Man schlägt dazu mit der Strecke  $AB$  (Abb. 116) um die beiden Endpunkte  $A$  und  $B$  zwei Kreise, die sich im Punkt  $C$  schneiden und verbindet  $C$  mit  $A$  und  $B$ . Es stellt dann jeder der drei Winkel  $\alpha$ ,  $\beta$ ,  $\gamma$  einen 60°-Winkel dar. Genau wie in dem soeben betrachteten Falle weichen sie aber auch wieder von dem verlangten Werte ab.

Die (genau so wie beim 90°-Winkel auszuführende) Rechnung ergibt für den Fehler  $\varphi$  von  $\gamma$  ( $= \alpha = \beta$ ) die Gleichung (bei  $f = 1/4$  mm):

$$\varphi = \pm 118,94 \cdot 10^3 / c.$$

Bei gleicher Länge der Basis  $c$  wird also der Fehler des 60°-Winkels nur etwa halb so groß wie beim rechten Winkel.

Die sich für verschiedene Werte von  $c$  ergebenden Fehler  $\varphi$  sind in Zahlentafel 22 berechnet.

Zahlentafel 22. Fehler bei der Konstruktion des 60°-Winkels (im gleichseitigen Dreieck).

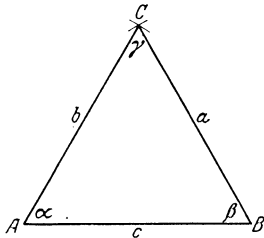


Abb. 116. Konstruktion des 60°-Winkels im gleichseitigen Dreieck.

$c$ mm	$\varphi$ min	$c$ mm	$\varphi$ min
10	$198 \approx 3\frac{1}{4}^0$	100	20
20	$99 \approx 2\frac{3}{4}^0$	150	13
30	$66 \approx 1^0$	200	10
50	$40 \approx \frac{3}{4}^0$	250	8
75	$26 \approx \frac{1}{2}^0$	500	4

Bei der Konstruktion des 60°-Winkels erreicht man also eine Genauigkeit von 1° bereits bei Benutzung einer Grundlinie von 30 mm, die man sicherheitshalber indessen auf etwa 50 mm erhöhen wird.

d) **Konstruktion des 45°-Winkels.** Der Winkel von 45° läßt sich geometrisch mit Hilfe des gleichschenkelig-rechtwinkligen Dreiecks konstruieren. Wie beim rechten Winkel schlägt man dazu (Abb. 117) über einer Strecke (in dem Punkt  $M$ ) einen Halbkreis, der sie in  $A$  und  $B$  schneidet, und schlägt darauf um diese beiden Punkte mit einem größeren Halbmesser zwei Kreise, welche sich in  $D$  schneiden. Die Verbindungslinie  $DM$  trifft den Halbkreis in  $C$ ; verbindet man noch  $C$  mit  $A$  und  $B$ , so sind die Winkel  $\alpha$  und  $\beta = 45^\circ$ .

Die Rechnung ergibt für den Fehler  $\varphi$  von  $\alpha$  ( $= \beta$ ) die Gleichung (bei  $f_1 = f_2 = 1/2$  mm,  $f_3 = 1/4$  mm):  $\varphi = \pm 197,2 \cdot 10^3 \cdot f/c$ .

Die sich hiernach ergebenden Werte findet man in Zahlentafel 23.

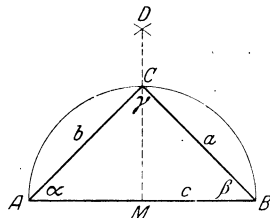


Abb. 117. Konstruktion des 45°-Winkels im gleichschenkelig-rechtwinkligen Dreieck.

Zahlentafel 23. Fehler bei der Konstruktion des 45°-Winkels. (Gleichschenkelig-rechtwinkliges Dreieck.)

$c$ mm	$\varphi$ min	$c$ mm	$\varphi$ min
10	$329 \approx 5\frac{1}{2}^0$	100	$33 \approx \frac{1}{2}^0$
20	$164 \approx 2\frac{3}{4}^0$	150	22
30	$110 \approx 1\frac{3}{4}^0$	200	16
50	$66 \approx 1^0$	250	13
75	$44 \approx \frac{3}{4}^0$	500	7

Zur Erreichung einer Genauigkeit von 1° braucht man also einen Halbkreis-durchmesser von 50 mm, wofür man aber sicherheitshalber etwa 75 mm nehmen wird.

e) Fällen einer Senkrechten. Die Winkel 90°, 60° und 45° sind die einzigen, die sich unmittelbar auf Grund geometrischer Sätze konstruieren lassen. Aus ihnen kann man nun durch Halbierung auch die halben Winkel, also 45°, 30° und 22½°, und durch weiter fortgesetzte Halbierung z. B. 15°, 7½° usw. erhalten. Diese Konstruktion kann man nun bei dem 90°- und 60°-Dreieck auch in der Weise ausführen, daß man mit Hilfe von 90°-Lehren in ihnen die Senkrechte fällt (da sie hier identisch mit der Winkelhalbierenden ist).

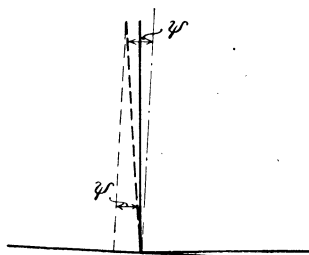


Abb. 118. Fällen der Senkrechten mit Hilfe der 90°-Lehre.

Dabei kann der rechte Winkel um einen Betrag falsch ausfallen (siehe Abb. 118), den man aus der in Abschnitt a entwickelten Formel erhält, wenn man  $L_1 = c/2$  und  $L_2 = h$  setzt. Dann wird der Fehler  $\psi$  des rechten Winkels

$$\psi = \pm [206 \cdot 10^3 \cdot (2f_1/c + f_2/h) + 2 \cdot 1030/(c \cdot V)].$$

Setzt man wieder  $f_1 = f_2 = 0,1 \text{ mm}$ ,  $V = 5$ , so wird

$$\psi = \pm [20,6 \cdot 10^3 \cdot (2/c + 1/h) + 0,412 \cdot 10^3/c] = \pm (41,6/c + 20,6/h) \cdot 10^3.$$

Ebenso groß wird auch der Fehler des durch die Senkrechte halbierten Winkels. Dazu kommt dann aber im ungünstigsten Falle noch der halbe Betrag  $\chi$  des Fehlers, welchen der 90°- oder 60°-Winkel bereits besitzt (siehe Zahlentafel 21 und 22). Es wird somit der Fehler des halben Winkels  $\varphi = \psi + \chi$ .

1. Halbierung des Winkels von 90°. Es ist  $h = \sqrt{a^2 - c^2/4} = \sqrt{c^2/2 - c^2/4} = c/2$ ; damit wird  $\varphi = \pm 83,2 \cdot 10^3/c + \chi$ .

Für den auf diese Weise bei  $C$  entstandenen 45°-Winkel ergeben sich die Fehler aus Zahlentafel 24, in deren letzter Spalte auch die Fehler vermerkt sind, die bei unmittelbarer Konstruktion auftreten können.

Die Fehler, welche bei der Halbierung des 90°-Winkels durch Fällen der Senkrechten entstehen, sind also nur unwesentlich größer als bei unmittelbarer Konstruktion.

2. Halbierung des Winkels von 60°. Es ist  $h = 1/2 \cdot \sqrt{3} \cdot c = 0,866 \cdot c$ ; damit wird  $\varphi = \pm (65,4 \cdot 10^3/c + \chi)$ .

Zahlentafel 24. Fehler bei der Konstruktion des 45°-Winkels durch Fällen der Senkrechten im gleichschenkelig-rechtwinkligen Dreieck

c mm	$\psi$ min	$\chi$ min	$\varphi$ min	bei direkter Konstruktion (min)
10	139	207	346 $\approx 5^{3/4} 0$	329 $\approx 5^{1/2} 0$
20	69,5	103,5	173 $\approx 3^0$	164 $\approx 2^{3/4} 0$
30	46	69	115 $\approx 2^0$	110 $\approx 1^{3/4} 0$
50	28	41,5	70 $\approx 1^{1/4} 0$	66 $\approx 1^0$
75	18,5	27,5	46 $\approx 3/4 0$	44 $\approx 3/4 0$
100	14	20,5	35 $\approx 1/2 0$	33 $\approx 1/2 0$
150	9	14	23	22
200	7	10,5	18	16
250	5,5	8,5	14	13
500	2,5	4	7	7

Zahlentafel 25. Fehler bei der Konstruktion des 30°-Winkels durch Fällen der Senkrechten im gleichseitigen Dreieck.

c mm	$\psi$ min	$\chi$ min	$\varphi$ min
10	109	99	208 $\approx 3^{1/2} 0$
20	54,5	49,5	104 $\approx 1^{3/4} 0$
30	36	33	69 $\approx 1^{1/4} 0$
50	22	20	42 $\approx 3/4 0$
75	14,5	13	28 $\approx 1/4 0$
100	11	10	21
150	7	6,5	14
200	5,5	5	11
250	4	4	8
500	2	2	4



Die Werte von  $\varphi$  für verschiedene Größen von  $c$  sind in Zahlentafel 25 enthalten.

Zur Erreichung einer Genauigkeit von  $1^\circ$  braucht man also ein gleichseitiges Dreieck von mindestens 50 mm, besser 75 mm Seitenlänge.

f) **Halbierung eines gegebenen Winkels.** Im allgemeinen Falle nimmt man die Halbierung des gegebenen Winkels so vor, daß man um seinen Scheitel  $C$  (Abb. 119) einen Kreis mit einem beliebigen Halbmesser schlägt, der seine Schenkel in  $A$  und  $B$  schneidet, dann um diese Punkte zwei Kreise (mit wiederum beliebigem Halbmesser) schlägt, die sich in  $C'$  schneiden, und  $C$  mit  $C'$  verbindet. Es ist dann Winkel  $ACC' = BC'C = \gamma/2$ .

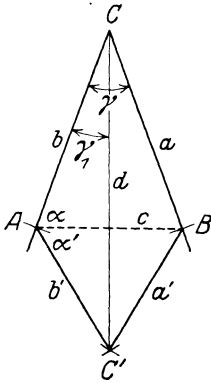


Abb. 119. Halbierung des Winkels  $\gamma$ .

Tatsächlich werden aber die Strecken  $CA$  und  $CB$  wie auch  $AC'$  und  $BC'$  nicht einander gleich ausfallen. Es muß also der so entstandene Winkel  $\gamma$  aus dem schiefwinkligen Viereck  $ACBC'$  berechnet werden, in welchem der Winkel  $\gamma$  und die vier Seiten  $a, b, a', b'$  als bekannt anzusehen sind. In diesem Falle läßt sich für  $\gamma_1$  kein einfacher geschlossener Ausdruck mehr ableiten; man muß vielmehr die zur Berechnung notwendigen Stücke einzeln ermitteln.

Es sei hier auf die teilweise recht umständliche Fehlerrechnung verzichtet, vielmehr seien nur die Ergebnisse der Rechnung für bestimmte Fälle in Zahlentafeln angegeben. Dabei ist vorausgesetzt, daß  $AC = AC'$  gewählt, die Konstruktion also gemäß Abb. 120 ausgeführt ist.

1) **Halbierung des  $90^\circ$ -Winkels.** Obwohl eine Konstruktion des Winkels von  $45^\circ$  durch Halbierung des rechten Winkels praktisch nicht in Frage kommt, da man ihn unmittelbar geometrisch konstruieren kann, soll dieser Fall doch, des Vergleichs mit den anderen Winkeln wegen, betrachtet werden.

Die sich für verschiedene Werte von  $a$  ergebenden Fehler findet man in Zahlentafel 26 (bei  $f = 1/4$  mm).

Die Genauigkeit, welche man durch Halbierung des Winkels erreicht, ist demnach noch etwas geringer als beim Fällen der Senkrechten; beide Methoden kommen also nicht an die Genauigkeit der unmittelbaren Konstruktion heran.

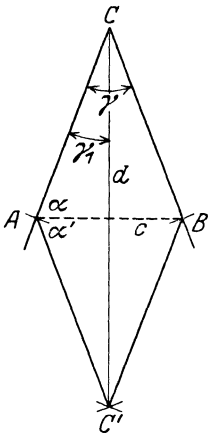


Abb. 120. Halbierung des Winkels  $\gamma$  (mit  $AC = AC'$ ).

Zahlentafel 26. Fehler bei der Konstruktion des  $45^\circ$ -Winkels durch Halbierung des rechten Winkels.

$a$ mm	$\sim c$ mm	$\varphi$ min	bei direkter Konstruktion min	bei Fällung der Senkrechten min
10	14,1	$404 \approx 6^{3/4}_0$	$329 \approx 5^{1/2}_0$	$346 \approx 6^{3/4}_0$
20	28,3	$202 \approx 3^{1/2}_0$	$164 \approx 2^{3/4}_0$	$173 \approx 3^0$
30	42,4	$135 \approx 2^{1/4}_0$	$110 \approx 1^{3/4}_0$	$115 \approx 2^0$
50	70,7	$81 \approx 1^{1/4}_0$	$66 \approx 1^0$	$70 \approx 1^{1/4}_0$
75	106,1	$54 \approx 1^0$	$44 \approx 3/4^0$	$46 \approx 3/4^0$
100	141,4	$40 \approx 3/4^0$	$33 \approx 1/2^0$	$35 \approx 1/2^0$
150	212,1	$27 \approx 1/2^0$	22	23
200	282,8	20	16	17
250	353,6	16	13	16
500	707,1	8	7	7

2) **Halbierung des  $60^\circ$ -Winkels.** Die Fehler des so entstandenen Winkels von  $30^\circ$  findet man in Zahlentafel 27.

Zahlentafel 27. Fehler bei der Konstruktion des 30°-Winkels (durch Halbierung des 60°-Winkels).

$a = c$ mm	$\varphi$ min	durch Fällen der Senkrechten	$a = c$ mm	$\varphi$ min	durch Fällen der Senkrechten
10	$545 \approx 9^\circ$	$208 \approx 3\frac{1}{4}^\circ$	100	$55 \approx 1^\circ$	21
20	$273 \approx 4\frac{1}{2}^\circ$	$104 \approx 1\frac{3}{4}^\circ$	150	$36 \approx \frac{1}{2}^\circ$	14
30	$182 \approx 3^\circ$	$69 \approx 1\frac{1}{4}^\circ$	200	$27 \approx \frac{1}{2}^\circ$	11
50	$109 \approx 2\frac{3}{4}^\circ$	$42 \approx \frac{3}{4}^\circ$	250	22	8
75	$73 \approx 1\frac{1}{4}^\circ$	$28 \approx \frac{1}{2}^\circ$	500	11	4

Die Fehler bei der Winkelhalbierung sind also fast doppelt so groß wie bei der Konstruktion durch Fällen der Senkrechten.

3) Halbierung des 45°-Winkels. Die entsprechenden Fehler sind in Zahlentafel 28 angegeben.

4) Halbierung des 30°-Winkels. Die entsprechenden Fehler sind aus Zahlentafel 29 zu ersehen.

Zahlentafel 28. Fehler des Winkels von  $22\frac{1}{2}^\circ$  (durch Halbierung von  $45^\circ$ ).

$a$ mm	$\varphi$ min	$a$ mm	$\varphi$ min
10	$1530 \approx 15\frac{1}{2}^\circ$	100	$153 \approx 2\frac{1}{2}^\circ$
20	$715 \approx 12^\circ$	150	$102 \approx 1\frac{3}{4}^\circ$
30	$510 \approx 8\frac{1}{2}^\circ$	200	$72 \approx 1\frac{1}{4}^\circ$
50	$306 \approx 5^\circ$	250	$61 \approx 1^\circ$
75	$204 \approx 3\frac{1}{2}^\circ$	500	$31 \approx \frac{1}{2}^\circ$

Zahlentafel 29. Fehler des  $15^\circ$ -Winkels (durch zweimalige Halbierung von  $60^\circ$ ).

$a$ mm	$\varphi$ min	$a$ mm	$\varphi$ min
10	8401	100	840
20	4201	150	560
30	2800	200	$420 \approx 7^\circ$
50	1680	250	$336 \approx 6^\circ$
75	1120	500	$168 \approx 3^\circ$

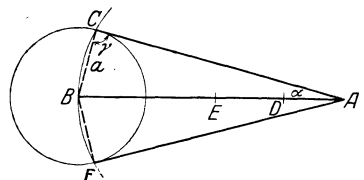
Der Zahlentafel kommt, wie aus den Zahlen hervorgeht, keine reelle Bedeutung mehr zu. Es liegt dies daran, daß die Voraussetzungen der ganzen Rechnung nicht mehr erfüllt sind, daß nämlich die Fehler nur einen geringen Betrag ausmachen, so daß man ihre höheren Potenzen vernachlässigen kann. Das gilt auch schon für die vorhergehende Zahlentafel 28 bei den kleineren Werten von  $a$  oder  $c$ . Die hierfür berechneten Zahlen geben also mehr die Größenordnung als den wirklichen Wert. Erst für Fehler von  $1^\circ$  und darunter kann man demgemäß die verschiedenen Zahlen als genau ansehen.

g) Konstruktion des Winkels von  $29^\circ$ . Für den beim Acme-Trapez-Gewinde vorkommenden Winkel von  $29^\circ$  ergibt sich eine einfache Konstruktion dadurch, daß der Sinus des halben Winkels, also von  $14\frac{1}{2}^\circ$ , mit recht großer Annäherung gleich  $\frac{1}{4}$  (genau 0,25038) ist.

Man trägt dazu (Abb. 121) auf einer Geraden von  $A$  aus viermal die beliebige Strecke  $AD$  ab, so daß  $AB$  gleich  $4 \cdot AD$  wird, schlägt um  $B$  einen Kreis mit dem Halbmesser  $AD$  und um den Mittelpunkt  $E$  von  $AB$  einen Kreis mit dem

Zahlentafel 30. Fehler des Winkels von  $29^\circ$ .

$a$ mm	$\varphi$ min	$a$ mm	$\varphi$ min
10	$355 \approx 6^\circ$	100	$36 \approx \frac{1}{2}^\circ$
20	$178 \approx 3^\circ$	150	24
30	$118 \approx 2^\circ$	200	18
50	$71 \approx 1\frac{1}{4}^\circ$	250	14
75	$47 \approx \frac{3}{4}^\circ$	500	7

Abb. 121. Konstruktion des Winkels von  $29^\circ$ .

Halbmesser  $AE$ , welcher jenen in  $C$  und  $F$  schneidet. Verbindet man diese beiden Punkte mit  $A$ , so ist Winkel  $CAF$  gleich  $29^\circ$ . Der Beweis liegt darin, daß das Dreieck  $ABC$  rechtwinklig ist (Winkel im Halbkreis). Somit gilt  $\sin BAC = BC/AB = 1/4$ .

Für die Untersuchung der Genauigkeit muß man das Dreieck  $ABC$  wieder als schiefwinklig betrachten.

Die hiernach sich ergebenden Fehler sind in Zahlentafel 30 vermerkt (bei  $f = 1/4$  mm,  $f_2 = 1$  mm).

Der Fehler ist also etwas größer als bei der Konstruktion des  $45^\circ$ -Winkels (siehe Zahlentafel 23).

**h) Konstruktion beliebiger Winkel mit Hilfe des Sinus.** Handelt es sich um die Konstruktion eines beliebigen Winkels (der nicht gerade  $90^\circ$ ,  $60^\circ$ ,  $45^\circ$ ,  $30^\circ$  oder  $29^\circ$  ist), so kann man dies unter Benutzung von Zahlentafeln ausführen, welche die trigonometrischen Funktionen enthalten. Dabei kann man zwei Fälle unterscheiden, je nachdem, ob man vom Sinus oder vom Tangens ausgeht (während die Benutzung des Cosinus oder des Cotangens mit diesen beiden im Prinzip identisch ist). Die Konstruktion mit Hilfe des Sinus gestaltet sich auf Grund der Beziehung (s. Abb. 122)  $\sin \alpha = a/c$  wie folgt: man sucht in der trigonometrischen Zahlentafel den Wert  $\sin \alpha = s$  auf, nimmt für  $c$  irgendeinen beliebigen Wert (am besten ein Vielfaches von 10) und berechnet dann  $a$  aus  $a = c \cdot s (= c \cdot \sin \alpha)$ .

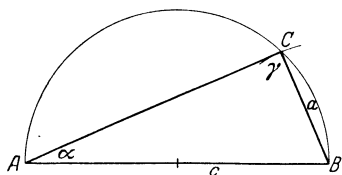


Abb. 122. Konstruktion eines beliebigen Winkels mit Hilfe des Sinus.

Man konstruiert dann über der Strecke  $AB = c$  den Halbkreis, schlägt um  $B$  mit dem Halbmesser  $a$  einen Kreis, der den Halbkreis in  $C$  schneidet, und verbindet  $C$  mit  $A$ . Es ist dann Winkel  $A$  der gesuchte Winkel  $\alpha$ .

Das Ergebnis der Fehlerrechnung ist für verschiedene Winkel und verschiedene Werte von  $c$  in Zahlentafel 31 zusammengestellt (bei Fehlern von  $1/2$  mm für  $a$  und  $1/4$  mm für  $c$ ).

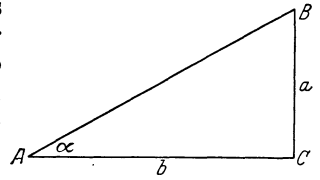
Zahlentafel 31. Fehler (in Minuten) bei der Konstruktion mit Hilfe des Sinus.

$c \alpha$	$5^\circ$	$10^\circ$	$15^\circ$	$20^\circ$	$30^\circ$	$40^\circ$	$45^\circ$	$50^\circ$	$60^\circ$	$70^\circ$	$80^\circ$
10	180	189	201	214	248	296	329	404	492	738	1475
20	90	95	100	107	124	148	164	202	246	369	738
30	60	63	67	71	83	99	110	135	164	246	492
50	36	38	40	43	50	59	66	81	98	148	295
75	24	25	27	29	33	39	44	54	63	98	197
100	18	19	20	21	25	30	33	40	49	74	148
150	12	13	13	14	17	19	22	27	32	49	98
200	9	9	10	11	12	15	16	20	25	37	74
250	7	8	8	9	10	12	13	16	20	30	59
500	4	4	4	4	5	6	7	8	10	15	30

Für den Winkel von  $45^\circ$  müssen sich dieselben Fehler wie bei der unmittelbaren Konstruktion ergeben; daß dieses zutrifft, lehrt ein Vergleich mit Zahlentafel 23. Für den  $30^\circ$ -Winkel fällt die Konstruktion aus dem Sinus etwas, wenn auch nur unwesentlich, genauer aus als durch Halbierung des  $60^\circ$ -Winkels (s. Zahlentafel 27), dagegen wird sie für den  $29^\circ$ -Winkel beträchtlich genauer als bei der vorher betrachteten Konstruktion. Für den  $60^\circ$ -Winkel werden die Fehler aber wesentlich größer als wenn man ein gleichseitiges Dreieck kon-

struiert (s. Zahlentafel 22). Da bei größeren Winkeln der Fehler immer größer wird (der relative Fehler, d. h. der Quotient aus Fehler und Winkel nimmt aber ab), so verfährt man besser so, daß man bei Winkeln über  $45^\circ$  ihr Komplement (also den Winkel  $90 - \alpha$ ) konstruiert, da man dann auf kleinere Fehler kommt.

i) **Konstruktion beliebiger Winkel mit Hilfe des Tangens.** Ebenso kann man auch die Konstruktion der Winkels mit Hilfe der Beziehung (s. Abb. 123)  $\operatorname{tg} \alpha = a/b$  ausführen. Man sucht dazu in der trigonometrischen Zahlentafel den Wert  $\operatorname{tg} \alpha = t$ , nimmt für  $b$  eine beliebige Strecke (am besten wieder ein Vielfaches von 10) und berechnet dann  $a$  aus:  $a = b \cdot t (= b \cdot \operatorname{tg} \alpha)$ .



Man zeichnet einen rechten Winkel  $C$ , trägt auf seinen Schenkeln die Strecken  $a$  und  $b$  bis  $B$  und  $A$  ab und verbindet diese beiden Punkte; dann ist Winkel  $A = \alpha$ .

Abb. 123. Konstruktion eines beliebigen Winkels mit Hilfe des Tangens.

Die Ergebnisse der Fehlerrechnung sind in Zahlentafel 32 zusammengestellt (bei Fehlern von  $1/2$  mm für  $a$  und  $1/4$  mm für  $c$ ).

Zahlentafel 32. Fehler (in Minuten) bei der Konstruktion mit Hilfe des Tangens.

$a \setminus \alpha$	$5^\circ$	$10^\circ$	$15^\circ$	$20^\circ$	$30^\circ$	$40^\circ$	$45^\circ$	$50^\circ$	$60^\circ$	$70^\circ$	$80^\circ$
10	176	195	212	232	280	332	357	382	423	452	463
20	88	97	106	116	140	166	179	191	212	226	232
30	59	65	71	77	93	111	119	127	141	151	154
50	35	39	42	46	56	66	71	76	85	90	93
75	23	26	28	31	37	44	48	51	58	60	62
100	18	19	21	23	28	33	36	38	42	45	46
150	12	13	14	16	19	22	24	25	29	30	31
200	9	10	11	12	14	17	18	19	21	23	23
250	7	8	8	9	11	13	14	15	17	18	19
500	4	4	4	5	6	7	7	8	8	9	9

Die Werte sind bis  $45^\circ$  nur unwesentlich größer als bei der Konstruktion mit Hilfe des Sinus, weiterhin werden sie bedeutend kleiner. Auch hier kann man günstigere Verhältnisse erreichen, wenn man für Winkel über  $45^\circ$  das Komplement  $90 - \alpha$  konstruiert.

Im allgemeinen ist also die Konstruktion mit Hilfe des Sinus vorzuziehen, zumal man hier auch ohne die  $90^\circ$ -Lehre auskommen kann.

k) **Konstruktion beliebiger Winkel mit Hilfe des Sinus des halben Winkels.** Da im gleichschenkligen Dreieck (Abb. 124)  $\sin \alpha/2 = 1/2 \cdot a/c$  ist, so ergibt sich auch hieraus eine Konstruktion für den Winkel  $\alpha$  mit Hilfe von  $\sin \alpha/2$ . Man sucht dazu in der trigonometrischen Zahlentafel den Sinus des halben Winkels auf, nimmt für  $c$  einen beliebigen Wert (am besten wieder ein Vielfaches von 10) und erhält dann die Dreiecksseite  $a$  aus:  $a = 2c \cdot \sin \alpha/2$ .

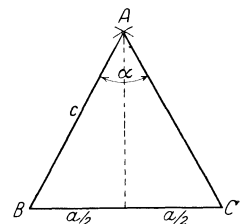


Abb. 124. Konstruktion eines beliebigen Winkels mit Hilfe des Sinus des halben Winkels.

Die Konstruktion geschieht derart, daß man die Strecke  $a$  abträgt, um ihre Endpunkte  $B$  und  $C$  mit dem Halbmesser  $c$  zwei Kreise schlägt, die sich in  $A$  schneiden, und den Schnittpunkt  $A$  mit  $B$  und  $C$  verbindet. Es ist dann, wie leicht ersichtlich, Winkel  $A = \alpha$ .

Die Ergebnisse der Fehlerrechnung sind in Zahlentafel 33 zusammengestellt (bei Fehlern von  $1/2$  mm für  $a$  und  $1/4$  mm für  $c$ ).

Zahlentafel 33. Fehler (in Minuten) bei der Konstruktion aus dem Sinus des halben Winkels.

$a \setminus \alpha$	5°	10°	15°	20°	30°	40°	45°	50°	60°	70°	80°	90°
10	358	375	392	409	447	490	514	539	594	659	736	829
20	179	187	196	205	224	245	257	269	297	330	368	424
30	119	125	131	136	149	163	171	180	198	220	245	276
50	72	75	78	82	89	98	103	108	119	132	147	166
75	48	50	52	54	60	65	69	72	79	88	98	111
100	36	37	39	41	45	49	51	54	59	66	74	83
150	24	25	26	27	30	33	34	36	40	44	49	55
200	18	19	20	20	22	25	26	27	30	33	37	42
250	14	15	16	16	18	20	21	22	24	26	29	33
500	7	7	8	8	9	10	10	11	12	13	15	17

Beim Vergleich mit der Genauigkeit der anderen Konstruktionen ist aber zu beachten, daß diese auf  $c$  als Grundlinie bezogen sind, und daß den in Zahlentafel 33 angenommenen Werten von  $a$  die in Zahlentafel 34 vermerkten Werte von  $c$  entsprechen.

Zahlentafel 34. Werte der Dreieckseite  $c$  für verschiedene Grundlinien  $a$  und Winkel  $\alpha$ .

$a \setminus \alpha$	5°	10°	15°	20°	30°	40°	45°	50°	60°	70°	80°	90°
10	115	57	38	29	19	15	13	12	10	9	8	7
20	229	115	77	57	39	29	26	24	20	17	16	14
30	344	172	115	86	58	44	39	36	30	26	23	21
50	573	287	192	144	97	73	65	59	50	44	39	35
75	860	430	287	216	146	120	98	89	75	65	58	53
100	1146	574	383	288	193	146	131	118	100	87	78	71
150	1719	860	575	432	292	219	196	178	150	131	117	106
200	2293	1147	766	572	386	292	261	237	200	174	156	142
250	2866	1434	958	720	483	365	327	296	250	218	195	177
500	5731	2868	1915	1440	966	731	653	592	500	436	389	354

Selbst ohne Berücksichtigung des Umstandes, daß  $c$  hier andere und bei Winkeln unter  $60^\circ$  größere Werte hat, als bei den früheren Methoden angenommen wurden, ist die Konstruktion mit dem Sinus des halben Winkels, wie durch Vergleich mit Zahlentafel 31 folgt, wesentlich ungenauer.

Das allgemeine Ergebnis lautet also dahin, daß, wenn keine feste Lehre vorhanden ist und es sich nicht um die aus dem gleichschenkelig-rechtwinkligen bzw. gleichseitigen Dreieck leicht zu konstruierenden Winkel von  $90^\circ$ ,  $45^\circ$  bzw.  $60^\circ$  handelt, man am besten vom Sinus ausgeht, wobei man noch bei Werten über  $45^\circ$  den Komplementwinkel konstruiert.

Bei Winkeln über  $90^\circ$  konstruiert man unter Berücksichtigung dieser Gesichtspunkte den Supplementwinkel  $180 - \alpha$ .

Folgenden Firmen hat der Verfasser für Unterlagen zu Abbildungen zu danken:

- Alig & Baumgärtel, Aschaffenburg. Abb. 68, 69, 70, 95, 98.
- Fortuna-Werke, Stuttgart-Cannstatt. Abb. 41, 42.
- M. Hasse & Comp., Berlin-Reinickendorf. Abb. 8.
- Friedrich Krupp, Essen. Abb. 43, 58, 59, 61, 66, 67.
- L. Loewe & Co., Berlin. Abb. 91, 103, 104, 107, 108, 111.
- Maß-Industrie, Werdau. Abb. 99, 100, 101.
- Schuchardt & Schütte, Berlin. Abb. 38, 49, 71–79, 82, 83, 105, 106.
- F. Werner, Berlin-Marienfelde. Abb. 39.

# WERKSTATTBÜCHER

FÜR BETRIEBSBEAMTE, VOR- UND FACHARBEITER  
HERAUSGEGEBEN VON DR.-ING. EUGEN SIMON, BERLIN

Bisher sind erschienen (Fortsetzung):

Heft 35: Der Vorrichtungsbau.

II: Bearbeitungsbeispiele mit Reihenplanmäßig konstruierter Vorrichtungen. Typische Einzelvorrichtungen.  
Von Fritz Grünhagen.

Heft 36: Das Einrichten von Halbautomaten.

Von J. van Himbergen, A. Bleckmann, A. Waßmuth.

Heft 37: Modell- und Modellplattenherstellung für die Maschinenformerei.

Von Fr. und Fe. Brobeck.

Heft 38: Das Vorzeichnen im Kessel- und Apparatebau.

Von Ing. Arno Dorl.

Heft 39: Die Herstellung roher Schrauben.

1. Teil: Anstauchen der Köpfe.

Von Obering. H. Berger.

Heft 40: Das Sägen der Metalle.

Von Dipl.-Ing. H. Hollaender.

In Vorbereitung bzw. unter der Presse befinden sich:

Der Vorrichtungsbau. III: Wirtschaftliche Herstellung und Ausnutzung der Vorrichtungen. Von Fritz Grünhagen.

Das Pressen von Nichtisenmetallen. Von Dr.-Ing. A. Peter.

Stanztechnik I und II. Von Dipl.-Ing. Erich Krabbe.

Stanztechnik III. Von Dr.-Ing. Walter Sellin.

Fellen. Von Dr.-Ing. Bertold Buxbaum.

**Maschinentechnisches Versuchswesen.** Von Professor Dr.-Ing. A. Gramberg, Oberingenieur an den Höchster Farbwerken.

Erster Band: Technische Messungen bei Maschinenuntersuchungen und zur Betriebskontrolle. Zum Gebrauch an Maschinenlaboratorien und in der Praxis. Fünfte, vielfach erweiterte und umgearbeitete Auflage. Mit 326 Figuren im Text. XII, 565 Seiten. 1923. Gebunden RM 18.—

Zweiter Band: Maschinenuntersuchungen und das Verhalten der Maschinen im Betriebe. Ein Handbuch für Betriebsleiter, ein Leitfaden zum Gebrauch bei Abnahmeversuchen und für den Unterricht an Maschinenlaboratorien. Dritte, verbesserte Auflage. Mit 327 Figuren im Text und auf 2 Tafeln. XVIII, 601 Seiten. 1924. Gebunden RM 20.—

**Der praktische Maschinenbauer.** Ein Lehrbuch für Lehrlinge und Gehilfen, ein Nachschlagebuch für den Meister. Herausgegeben von Dipl.-Ing. H. Winkel.

Erster Band: Werkstattausbildung. Von August Laufer, Meister der Württemb. Staatseisenbahn. Mit 100 Textfiguren. VI, 208 Seiten. 1921. Gebunden RM 6.—

Zweiter Band: Die wissenschaftliche Ausbildung.

1. Teil: Mathematik und Naturwissenschaft. Bearbeitet von R. Kramm, K. Ruegg und H. Winkel. Mit 369 Textfiguren. VIII, 380 Seiten. 1923. Gebunden RM 7.—

2. Teil: Fachzeichnen, Maschinenteile, Technologie. Bearbeitet von W. Bender, H. Frey, K. Gotthold und H. Guttwein. Mit 887 Textfiguren. IX, 411 Seiten. 1923. Gebunden RM 8.—

Dritter Band: Maschinenlehre. Kraftmaschinen, Elektrotechnik, Werkstattförderwesen. Bearbeitet von H. Frey, W. Gruhl und R. Hänchen. Mit 390 Textfiguren. VIII, 316 Seiten. 1925. Gebunden RM 12.—

**A. zur Megede, Wie fertigt man technische Zeichnungen?** Leitfaden

zur Herstellung technischer Zeichnungen für Schule und Praxis, mit besonderer Berücksichtigung des Bauzeichnens, des Maschinenzichnens und des topographischen Zeichnens. Achte Auflage. Neu bearbeitet und erweitert von Regierungsbaumeister M. Weßlau. Mit 5 Abbildungen im Text und 4 lithographischen Tafeln. VI, 110 Seiten. 1926. Gebunden RM 4.80