А. И. УЕМОВ

АНАЛОГИЯ В ПРАКТИКЕ НАУЧНОГО ИССЛЕДОВАНИЯ

АКАДЕМИЯ НАУК СССР

ИНСТИТУТ ИСТОРИИ
ЕСТЕСТВОЗНАНИЯ И ТЕХНИКИ

А. И. УЕМОВ

АНАЛОГИЯ В ПРАКТИКЕ НАУЧНОГО ИССЛЕДОВАНИЯ

Из истории
физико-математических наук

Москва

ИЗДАТЕЛЬСТВО «НАУКА»

1970

В книге рассматривается строение умозаключений по аналогии, дается их классификация. На многочисленных примерах раскрывается роль аналогии в научном познании. В краткой форме автор излагает историю применения выводов по аналогии в античном мире, в эпоху Средневековья, в современной физике, кибернетике, математике.

Выводы по аналогии играют большую роль не только в процессе развития науки, но и в практике приложений научных результатов и в повседневной жизни.

Ответственный редактор
Л. С. ПОЛАК

1-5-7
593-69 (II)

ПРЕДИСЛОВИЕ

Известно, что в процессе развития науки выводы по аналогии играют большую роль. Но является ли эта роль всегда или хотя бы в большинстве случаев положительной?

Еще Ибн-Сина полагал, что аналогия «может привлечь внимание и навеять сомнение, но не установить достоверность» [1]. Не менее резко высказывался А. И. Герцен: «Никто не прибегает к аналогии, если можно ясно и просто высказать свою мысль. В самом деле, строго логически ни предмету, ни его понятию дела нет, похожи ли они на что-нибудь или нет: из того, что две вещи похожи одна на другую разными сторонами, нет еще достаточного права заключать о сходстве неизвестных сторон. В какие грубые ошибки, например, впадала геология, желая обобщить факты, выведенные изучением альпийских гор, к другим полосам» [2].

Можно привести немало фактов из истории науки и техники, как будто подтверждающих справедливость приведенных мнений. Неоднократно выводы по аналогии являлись причинами серьезных заблуждений. Так, Аристотель, проводя аналогии между людьми и животными, заключал, что орлиный нос означает смелость; тонкие, как у зайца, волосы — робость и т. д. На основе аналогии возникла астрология, аналогии же привели в физике к возникновению ошибочной теории теплорода. Первые автомобили, исходя из аналогии с лошадью, пытались делать не на колесах, а на чем-то, похожем на лошадиные ноги.

---

[1] Ибн-Сина. Даниш-Намэ. Душанбе, 1967, стр. 116—117.

[2] А. И. Герцен. Избранные философские произведения, т. 1. М., 1948, стр. 106.

Но можно привести и противоположные мнения и факты. Так, Дидро пишет: «В физике все наши знания основываются только на аналогии: если бы сходство следствий не дало нам права заключить о тождестве их причин, что сталось бы с этой наукой?» [3]

В подтверждение положительной роли аналогии можно привести такие факты, как создание волновой и корпускулярной теории света, аналитической геометрии, планетарной модели атома, волновой механики и многих других научных теорий.

Невольно возникает вопрос: идет ли во всех этих случаях речь об одной и той же вещи, т. е. об умозаключениях одной и той же логической структуры. Общность наименования, как правило, указывает на общность в вещах. Но насколько далеко она простирается?

Чтобы ответить на эти вопросы, необходимо прежде всего выделить различные типы выводов по аналогии. Разные формы выводов по аналогии могут играть и играли совершенно различную роль в развитии науки. Одни из них служили главным образом источником заблуждений, другие — источником плодотворных идей; одни имели одни условия своей правомерности, другие — совершенно иные.

Поэтому в нашей работе основное внимание уделено выяснению той роли, которую играют в практике научного познания различные формы выводов по аналогии. Было бы очень интересно изучить использование различных форм выводов по аналогии во всех науках. Но это практически невозможно в рамках одной работы. Данная книга основывается главным образом на материалах из истории физики.

Выявление различных типов выводов по аналогии предполагает анализ логической структуры этих выводов. Поэтому мы прежде всего выясним, что такое вывод вообще и какова его логическая структура.

---

[3] Д. Дидро. Собрание сочинений, т. VII, стр. 192.

Глава
первая

НЕКОТОРЫЕ ПРОБЛЕМЫ ЛОГИКИ

§ 1. СТРОЕНИЕ УМОЗАКЛЮЧЕНИЙ

Трудности логического анализа умозаключения по аналогии во многом связаны с неопределенностью в определении ряда основных понятий логики, таких, как умозаключение, посылка и основание умозаключения, структура и правило.

В широком смысле слова всякое умозаключение представляет, на наш взгляд, процесс нахождения мыслей, истинностное значение которых находится в некотором заданном отношении к истинностным значениям других мыслей — посылок. Обычно посылки предполагаются истинными, и умозаключение представляет собой поиск истинных выводов.

Посылка в широком смысле — это всякая мысль, служащая для определения истинностного значения заключения. Однако под такое определение подойдет не только то, что обычно относится к посылкам. Например, в силлогизме «Все люди смертны. Кай — человек. Следовательно, Кай смертен» для определения истинности заключения необходимы не только суждения «Все люди смертны», «Кай — человек», но и положение о том, что, если признак присущ всему классу предметов, то он присущ и отдельному предмету, входящему в этот класс (так называемая аксиома dictum de omni).

Почему же аксиома dictum de omni не включается в состав посылок силлогизма? По мнению известного русского логика XIX в. М. И. Каринского, на этот вопрос «по всей вероятности, большинство логиков ответило бы так: эта аксиома вовсе не посылка, не суждение, содержащее особую, новую мысль, необходимую для вывода, а простая формула вывода: она представляет в отвлеченной форме ту связь понятий, которая необходима для состоятельности вывода и которая конкретно дана уже для каждого определенного силлогизма в самых его посылках» [5].

Перейдем от силлогизма к более общему случаю вывода. Как отмечает А. А. Зиновьев, процесс вывода совершается так: «Пусть имеется высказывание x (оно может быть совокупностью высказываний, объединенных логическими знаками в одно сложное высказывание). Рассматривается его логическое строение (предполагается соответствующий навык). На основе структурных свойств x и правила, учитывающего эти свойства, выводится некоторое высказывание y [6].

В логике это, отмечает А. А. Зиновьев, обобщается, в частности, таким образом:

«1) имеем x, отвлекаемся от содержания x; затем переходим к общему — к формуле x^*, по отношению к которой x можно представить как результат подстановки; 2) из перечня правил вывода отбираем $x^* \vdash y^*$ ($\vdash$ означает знак вывода. — *А. У.*), чем обусловлен отбор именно $x^* \vdash y^*$, если возможны $x^* \vdash y^{**}$, $x^* \vdash y^{***}$ и т. д. (т. е. возможны различные способы выделения формул, соответствующих высказыванию y. — *А. У.*) зависит от цели и контекста рассужения; 3) осуществляем подстановку в y^*, в зависимости от подстановки, какую осуществляем в x^*, если перевернуть переход от x к x^*; результат подстановки — y» [7].

Пусть, например, из высказываний «Или мир сотворен богом или религиозное мировоззрение несостоятельно» и «Мир не сотворен богом» (x) выводится, что «Религиозное мировоззрение несостоятельно» (y).

Отвлекаясь от содержания посылок, получаем для $x^* \vdash y^*$ формулу $(a \vee в) \& \sim a \vdash в$.

Если включать необходимое для получения вывода правило $(a \vee в) \& \sim a \vdash в$ в число посылок умозаключения, то последнее в целом будет иметь вид:

«Или мир сотворен богом или религиозное мировоззрение несостоятельно», «Мир не сотворен богом», но $(a \vee в) \& \sim$

---

[5] М. И. Каринский. Классификация выводов.— «Избранные труды русских логиков XIX века». М., 1956, стр. 46.

[6] А. А. Зиновьев. Логика высказываний и теория вывода. М., 1962, стр. 45.

[7] Там же, стр. 45—46.

$\sim a \vdash в$, следовательно, «Религиозное мировоззрение несостоятельно».

Если правило будет неправомерным, например, если мы будем исходить из $(a \vee b) \,\&\, a \vdash \sim b$, вывод может оказаться неверным так же, как и в том случае, когда несостоятельны какие-либо посылки. И тем не менее правило вывода, как и аксиома силлогизма, обычно не включается в число посылок.

Интересная дискуссия о причинах этого изложена в статье Л. Кэррола [8]. В качестве спорщиков выступают Ахиллес и черепаха. По мнению Ахиллеса, если A и B влекут Z, то, имея A и B, имеем Z. Черепаха возражает: необходимо C, говорящее о том, что если A и B влекут Z, то, имея A и B, имеем Z. Но в таком случае необходимо и некоторое $Д$, говорящее о том, что если C, A и B влекут Z, то, имея C, A и B, имеем Z. Далее нужно будет перейти к E, F и т.д. ad infinitum.

Приведенный выше аргумент Каринского не преодолевает трудности, указанной черепахой. Дана ли формула (можно сказать, правило) вывода уже самими посылками? Вопрос упирается в понятие «дано». Психологически, конечно, является совершенно обычной ситуация, когда человек, знающий посылки, не сможет сформулировать правило вывода. Кроме того, из одних и тех же посылок можно сделать разные выводы — по разным правилам. Какие же из этих правил даны? Если они даны все вместе, то следует одновременно рассматривать не одно, а сразу несколько заключений. Далее, отрешаясь от всякой психологии и рассматривая «данность» в чисто логическом смысле, можно сказать, что и сами выводы — в дедуктивном умозаключении—даны посылками. Значит ли это, что их не следует формулировать в качестве особых элементов умозаключения?

На наш взгляд, метод преодоления отмеченных трудностей должен быть связан с исследованием взаимопревращения противоположностей — посылки и правила вывода — друг в друга. Мы видели, что правила вывода приходится рассматривать как посылки. С другой стороны, то, что обычно считается посылкой, может функционировать как правило вывода.

---

[8] L. Carrol. What the Tortoise said to Achilles.— «Mind», vol. 4 (1895), p. 278—280.

Часто отвлекаются от вопроса, каким образом правило Z и посылки x связаны с выводом y [9]. Но можно отвлечься и от правила Z в том случае, если некоторые из посылок имеют формальный характер. Тогда мы можем абстрагироваться от вопроса, каким образом посылки x связаны с заключением y, как от вопроса, который имеет смысл лишь на ином, более высоком уровне логического анализа.

С этой точки зрения посылки умозаключения подразделяются на посылки конкретно-содержательного и формально-структурного характера. Вообще говоря, это не значит, что они должны обязательно исключать друг друга. Одна и та же посылка в одной связи может выполнять функции носителя конкретного содержания, а в другой — функции условия, определяющего правомерность вывода.

В качестве примера рассмотрим традиционный силлогизм «Все люди смертны. Сократ — человек. Следовательно, Сократ смертен».

Утверждения «Все люди смертны» вполне достаточно для того, чтобы говорить о смертности Сократа.

Как отмечает Д.С. Милль, «противники силлогистической теории неопровержимо правы, говоря, что предложение «Сократ смертен» уже предполагается в более общем утверждении: «Все люди смертны» [10]. Уточняя смысл бо́льшей посылки путем раскрытия объема субъекта, мы получаем, что Кай, Платон, Джон и т. д., в том числе и Сократ, смертны. Иными словами, с информационной точки зрения, вывод о смертности Сократа может быть сделан только на основе большей посылки: «Все люди смертны, следовательно, Кай смертен». Такое умозаключение носит название энтимемы. Предполагается, что, высказывая энтимему, мы о чем-то умалчиваем, что-то держим в уме.

Вообще говоря, мы можем держать в уме весь силлогизм, и так всегда бывает, когда у нас нет собеседников. Очевидно, что различие между силлогизмом «в уме» и силлогизмом в звуках или буквах не представляет никакого логического интереса. Почему же вызывает интерес тот случай, когда в уме держится часть силлогизма? На наш взгляд, опущение одной из посылок силлогизма указывает на логическое

---

[9] См.: А. А. Зиновьев. Логика высказываний и теория вывода, стр. 46

[10] Д. С. Милль. Система логики силлогистической и индуктивной. М., 1889, стр. 145.

различие между этими посылками. Человек считает достаточным для вывода одной посылки, поэтому он и не выражает другую, не записывает, не высказывает и, вероятнее всего, даже не держит ее в уме.

Сказанное не означает, что бо́льшая посылка всегда носит содержательный, а меньшая — структурный характер. Приведенный выше анализ основан на раскрытии объема субъекта большей посылки. Но можно рассуждать и иначе. То, что Сократ смертен, может следовать из содержательно понимаемой посылки «Сократ — человек». Имеем энтимему: «Сократ — человек, следовательно, Сократ смертен».

Посылка «Сократ — человек» уже содержит всю фактическую информацию, необходимую для вывода. Поэтому английский логик Томас Броун был по-своему вполне прав, когда он «счел своей обязанностью вовсе выкинуть бо́льшую посылку из процесса умозаключения», не заменив ее ничем другим. Он доказывал, что умозаключения состоят только из меньшей посылки и заключения: «Сократ — человек, следовательно, Сократ смертен» [11].

Для выяснения правомерности этой энтимемы необходимо проанализировать предикат посылки. Если в содержание этого предиката входит признак смертности, т. е. если «Все люди смертны», то вывод правомерен. Бо́льшая посылка определяет в данном случае структурное отношение между элементами умозаключения, являющееся основанием его правомерности.

В связи с этим Т. Броун говорил о необходимости *предварительного усмотрения* отношения между идеей человека и идеей смертности, которое позволяет вывести из посылки заключение. Милль критикует Броуна, доказывая, что бо́льшая посылка нужна, но он упускает в этой критике главное — вопрос, *для чего* нужна эта бо́льшая посылка — для получения дополнительной информации или для перехода от посылки к заключению. В другом месте он сам дает формулировку, подчеркивающую формальный характер большей посылки: «Бо́льшая посылка силлогизма и есть такого именно рода формула: заключение же есть вывод не из формулы, а сообразно формуле» [12].

---

[11] Д. С. Милль. Система логики силлогистической и индуктивной, стр. 158.
[12] Там же, стр. 152.

Выделяя опущенную бóльшую посылку как основание перехода от меньшей посылки к заключению, получим следующую схему:

Все люди смертны $\vdash$ (Сократ — человек $\vdash$ Сократ смертен). Так же, как и в разобранном выше случае, суждения «Все люди смертны» и «Сократ — человек» можно объединить как две посылки одного силлогизма. Поскольку принимается, что порядок посылок несуществен, обе энтимемы рассматриваются как энтимемы одного и того же силлогизма.

Сказанное позволяет принять следующее определение энтимематического следования «Высказывание b энтимематически следует из высказывания a относительно c, если и только если c определяет правомерность перехода от a к b».

Иными словами, c является основанием не b, а *перехода* от a к b. Имеем не $a \cdot c \vdash b$, но $c \vdash (a \vdash b)$.

Отношение выводимости, обозначаемое символом $\vdash$, не следует отождествлять с импликацией. Турецкий паша, уверявший Суворова, что скорее Дунай повернет свое течение, чем сдастся Измаил, утверждал тем самым некоторое импликационное отношение: если Дунай не повернет свое течение, то Измаил не сдастся. Однако было бы большой натяжкой полагать, что мысль о неприступности Измаила *выведена* из свойств стабильности течения Дуная.

Импликация может выражать те или иные стороны отношения выводимости, причем разные типы импликаций выражают разные стороны: отношение выводимости имеет разные аспекты в том случае, когда речь идет о выводе *в* из a и о выводе $(a \vdash b)$ из c. Так, энтимема категорического силлогизма $(a \vdash b)$ означает, что информация, содержащаяся в b, составляет часть информации, заключенной в a. Тот факт, что Сократ смертен, будет заключен в информации о том, что Сократ — человек. Но «Все люди смертны» уже нельзя рассматривать таким образом. Связь между c и $(a \vdash b)$ носит иной, более сложный характер.

Таким образом, заменяя вывод $c \vdash (a \vdash b)$ одним сложным суждением, мы, вообще говоря, должны прибегнуть к различным типам импликации. Обозначая одну из них символом $\supset$, а другую $\rightarrow$, получим: $c \supset (a \rightarrow b)$.

Изложенное выше понимание энтимематического следования предполагает, что *всякое следование по существу* является энтимематическим, поскольку предполагает свое основание на более высоком уровне логического анализа. Выражение $a \vdash b$ рассматривается как энтимема, поскольку есть c такое, что $c \vdash (a \vdash b)$. Последнее умозаключение также в свою очередь энтимема, так как есть d такое, что $d \vdash (c \vdash (a \vdash b)$ и т. д.

Если мы желаем оборвать цепь оснований, ведущую в бесконечность, в самом начале, то не должны выделять особого правила вывода, связывающего посылки с заключением. Если мы считаем, что это правило вывода столь же необходимо для получения заключения, как и посылки, то отбрасывание остальных оснований уже не будет отбрасыванием в самом начале.

Обрывая бесконечный процесс в самом начале, мы должны были бы остановиться на уровне посылок или даже отбросить некоторые из них. Но не существует логической необходимости обрыва этого процесса. Как справедливо отмечает Б. Рассел, регресс в бесконечность не всегда связан с логической дефектностью[13]. Вообще говоря, регресс в бесконечность отражает бесконечный процесс углубления человеческого познания. Бесконечность мира находит свое отражение в различных формах логической бесконечности. Одной из этих форм является положение, согласно которому любое основание само в свою очередь должно быть обосновано. Аксиоматизация дает лишь временное разрешение этого противоречия. Аксиомы тоже должны быть обоснованы, хотя и иным способом, чем вытекающие из них следствия. Другой тип бесконечности связан с обоснованием самого отношения между основанием и тем, что оно обосновывает. Первый тип бесконечности в настоящее время обычно не вызывает беспокойства. Не следует особенно беспокоиться и по поводу бесконечности другого типа.

Необходимо отметить, что для каждого человека в отдельности такой бесконечности не существует. Он не формулирует и не может формулировать бесконечной последовательности оснований. Умозаключая, человек обычно не отделяет оснований от посылок. *Все, из чего он исходит, рассматривается как посылки*, из которых делается вывод. Выделение основания представляет собой *результат логического анализа умозаключения*, но анализировать всегда должен реальный факт. В нашем случае первоначальным

[13] См.: B. Russel. The Principles of Mathematics. London, 1950.

материалом для анализа не может быть ничто иное, как тот процесс умозаключения, который имеет место в сознании мыслящего человека. Иными словами, логический анализ должен относиться прежде всего к психологическому факту. В дальнейшем может анализироваться этот факт в связи с результатами первоначального анализа и т. д. Но в основе всего лежит именно психологическая реальность.

Отсюда следует, что если мы желаем как-то охарактеризовать умозаключение, то должны исходить из того, что фактически есть в уме умозаключающего человека, а не из того, что там должно быть, с точки зрения той или иной логической теории. Если кто-либо выводит смертность Сократа только из того, что он человек, то логик должен характеризовать именно этот вывод, не приписывая к нему ничего из того, что, по его мнению, умозаключающий должен иметь «в уме». Дополнительные элементы умозаключения, находящиеся «в уме», на самом деле находятся в уме логика. С их помощью он оценивает данный вывод. Если возможно присоединить к данному выводу основание одного типа, вывод оценивается как правомерный, в противном случае — дается иная оценка вывода. Например, к умозаключению «Сократ — человек, следовательно, Сократ смертен» возможно присоединить основание «Все люди смертны». Присоединение этого основания объясняет, почему из посылки можно выводить заключение.

С другой стороны, к выводу «Сократ— человек, следовательно, он философ» нельзя присоединить подобного основания. «Все люди — философы» было бы, очевидно, ложным суждением. Здесь мы видим, что присоединение основания влечет за собой определенные требования к структуре посылок и вывода исходного умозаключения. Эти требования можно сформулировать в виде особых правил умозаключения. Выполнение этих правил будет определять условия применимости того или иного основания к данному умозаключению, т.е. *условия правомерности этого умозаключения*.

В отличие от основания правила не представляют собой дополнительного элемента умозаключения. Они являются теми следствиями, которые вытекают из присоединения основания для того умозаключения, к которому это основание относится. Иными словами, выполнение правил того или иного умозаключения определяет свойства именно этого ~~умозаключения~~, в состав которого не входит основание, сформулированное на более высоком уровне логического анализа.

Применение правил позволяет сортировать умозаключения. Те, в которых правила соблюдаются, относятся к категории правомерных умозаключений. В противном случае мы считаем умозаключение неправомерным. Между теми и другими обязательно должно иметь место какое-то различие в структуре. Можно в каждом отдельном случае непосредственно применять правила и можно заранее выделить те структуры, в которых правила заведомо соблюдаются, и затем сопоставлять конкретные выводы с этими структурами.

Однако, предполагая возможность присоединения того или иного основания к разным умозаключениям, мы уже тем самым предполагаем их однотипность. К разнородным умозаключениям нельзя применять одни и те же правила.

Рассмотрим примеры. Пусть дано умозаключение, имеющее структуру «S есть M, следовательно S есть P». К этому умозаключению присоединяется основание «Все M суть P». Исходя из этого основания, можно сформулировать правило: предикат посылки должен включаться в предикат заключения. Это правило заведомо выполняется в выводах, имеющих стуруктуру: «S есть AB, следовательно S есть A». В выводах, имеющих структуру: «S есть A, следовательно S есть AB», это правило, вообще говоря, не выполняется. Однако, поскольку оказывается возможным применять в обоих случаях одно и то же правило, оба вывода однотипны.

Данное правило и, соответственно, основание неприменимы к выводам другого типа, например «Ложно, что S есть P», следовательно, истинно, что «S не есть P». Здесь связь посылки с выводом объясняется с помощью другого основания: «два противоречащих друг другу суждения одновременно не могут быть ложными, т. е. законом исключенного третьего. Отсюда следует правило: между суждениями, о которых идет речь в посылке и заключении, должно быть отношение противоречия. Это правило соблюдается в том случае, если сравниваемые суждения имеют такую форму, как «Все S суть P» и «Некоторые S не суть P», и не соблюдается в случае «Все S суть P», «Ни одно S не есть P».

Но правильно ли рассуждал логик, устанавливая приведенные выше правила? Для ответа на этот вопрос необходимо перейти к анализу других умозаключений, в число посылок которых придется включить сведения о выполнении приведенных выше правил. Будем иметь, например, «Все M есть P; S есть M, следовательно, S есть P». В качестве основания такого умозаключения выдвигается аксиома dictum de omni. С ее помощью формулируются известные правила силлогизма. На основе этих правил отбираются правомерные модусы силлогизма. Однако правильные и неправильные модусы есть модусы одного и того же типа умозаключения — категорического силлогизма.

Но можно поставить следующий вопрос: правомерно ли пользоваться аристотелевской логикой при анализе умозаключений вообще или вне узких рамок домашнего обихода? Давая тот или иной ответ на этот вопрос, мы пользуемся уже третьим типом умозаключения, существенно отличающимся от силлогизма. Отрицание этого различия делает бесплодным любую дискуссию по поводу значимости оснований силлогистической теории. Обычно воспринимается как очень сильный аргумент против критики силлогизма Ф. Бэконом замечание М. И. Каринского о том, что эта критика велась силлогистическим путем [14]. Однако в таком случае и против самого Каринского, и против других защитников силлогизма можно сказать, что они защищают силлогизм с помощью силлогизмов же.

На самом деле, поскольку основание силлогизма включается в число посылок умозаключения, это умозаключение уже не силлогизм. Здесь требуется иное, не силлогистическое основание вывода, например принципы теории отражения.

Указанные различия между типами выводов, как они выглядят на разных уровнях логического анализа, можно пояснить в виде следующих схем.

Пусть a — заключение, b — первоначальная совокупность посылок, C_1 — основание первого уровня, C_2 — основание второго уровня и т. д.

На нулевом уровне схема вывода имеет вид: $\frac{b}{a}$ (например, энтимема категорического силлогизма).

На первом уровне: $C_1 \vdash \frac{b}{a}$ — например, категорический силлогизм первой фигуры.

[14] См.: М. И. Каринский. Классификация выводов. «Избранные труды логиков XIX века», стр. 23.

На втором уровне:

$$C_2 \vdash \frac{C_1 b}{a},$$

например, категорический силлогизм первой фигуры, обоснованный с помощью аксиомы dictum de omni.

На третьем уровне:

$C_3 \vdash \frac{C_2 C_1 b}{a}$, например, категорический силлогизм, как он выглядел в дисскусиях по поводу логики отношений, диалектической логики и т. д.

Одно и то же основание может применяться к разным умозаключениям на разных уровнях. Например, положения теории отражения, применяющиеся в дискуссиях по поводу силлогизмов, формулируются как основания третьего уровня. Но в случае анализа применимости закона исключенного третьего в той или иной области те же самые положения теории отражения будут выступать как положения второго уровня

С другой стороны, очень важным обстоятельством является то, что одно и то же умозаключение может иметь разные основания. С этим связаны зачастую длительные и бесплодные дискуссии о том, какое же из этих оснований является настоящим. Например, «Сократ — человек, следовательно, Сократ смертен» может иметь в качестве основания не только общеутвердительное суждение; мы можем в качестве основания воспользоваться также конъюнкцией единичных суждений, отражающих наш предшествующий опыт: «Солон — человек, и он смертен», «Эзоп — человек, и Эзоп смертен», «Гесиод — человек, и Гесиод смертен» и т.д. В таком случае на первом уровне логического анализа мы будем иметь различне умозаключния.

С точки зрения логики второго уровня, различие между выводами: «Все люди смертны $\vdash \frac{\text{Сократ — человек}}{\text{Сократ — смертен}}$» и «Солон, Эзоп, Гесиод и др. — люди, и они смертны $\vdash$ $\vdash \frac{\text{Сократ — человек}}{\text{Сократ — смертен}}$» — весьма существенно. Но человеку, выводящему факт смертности Сократа из того, что он человек, нет никакого дела до этого различия. Он предоставляет логикам спорить о подлинных основаниях своего умозаключения. От результата этого спора структура умозаключения нулевого уровня не зависит.

Сказанное, однако, не означает, что к любому умозаключению можно присоединить любое основание. Например, закон исключенного третьего в теории силлогизма не может заменить аксиому dictum de omni. Каждый тип умозаключения, таким образом, определяет некоторый класс возможных оснований [15].

§ 2. КЛАССИФИКАЦИЯ УМОЗАКЛЮЧЕНИЙ

Каким же образом можно отличить один тип умозаключений от другого, т. е. какие принципы можно положить в основу классификации умозаключений? Традиционная логика все умозаключения делила на три основных типа: дедукцию, которая определялась как вывод от общего к частному, индукцию — вывод от частного к общему — и дедукцию — вывод, в котором заключение имеет ту же степень общности, что и посылки. Такое деление неоднократно подвергалось резкой критике [16]. Однако при всех своих недостатках оно обладает одним, очень существенным с нашей точки зрения достоинством. Традиционное деление умозаключений относится к реальным процессам мышления, как они имеют место в голове человека. Иными словами, это деление относится к умозаключениям нулевого уровня. Поэтому оно не зависит от тех трактовок, которые будут даны этим умозаключениям в процессе развития логической теории.

Этим достоинством не обладают позднейшие определения. В современной логике принято дихотомическое деление умозаключений на два больших класса: дедуктивные и недедуктивные. Дедуктивные умозаключения определяются, например, как «такие умозаключения, для каждого из которых существует общее правило, устанавливающее, что если посылки о нем имеют определенную структуру и являются доказанными, то и заключение, имеющее также определенную структуру, будет доказано» [17].

---

[15] Об этих проблемах см. также: А. Уемов, Строение умозаключений как проблема логики научного познания.— «Вопросы философии», 1966, № 7.

[16] См., напр.: М. И. Каринский. указ. соч; В. И. Садовский. Проблемы методологии дедуктивных теорий.— «Вопросы философии», 1963, № 3, стр. 67—68.

[17] Д. П. Горский. Логика. М., 1968, стр. 144.

Такое определение относится не к нулевому — психологическому — уровню, а по крайней мере к первому уровню логического анализа. Оно характеризует не реальное умозаключение, а те логические основания, которые к нему можно присоединить. Поэтому получается, что характеристика умозаключений как дедуктивных или недедуктивных определяется уровнем развития логической теории[18].

Такой же недостаток имеют и другие современные определения дедукции. Для большинства логиков характерно определение дедукции «как достоверного вывода, в котором заключение логически следует из посылок»[19]. Здесь ничего не говорится о том, какими должны быть посылки и заключение, т. е. ничего не говорится о первоначальном, психологически данном умозаключении, имеющем место в сознании человека. Определяется лишь основание, которое должно быть достаточно надежным, чтобы обеспечить «логическое следование» заключения из посылок.

С термином «логическое следование» связаны существенные трудности. Обычно логическое следование определяется как вывод, согласно таким схемам, которые представляют собой формулы, не содержащие иных констант, кроме логических. Однако в таком случае выводы типа «$8 > 4$ и $4 > 2$, следовательно $8 > 2$ можно было бы считать или не считать дедукцией в зависимости от точки зрения на природу математики, а выводы типа «Париж западнее Берлина, Берлин западнее Варшавы, следовательно, Париж западнее Варшавы», в необходимом характере которых сомневаться невозможно, пришлось бы, как показывает польский логик З. Червинский[20], вообще исключить из сферы дедукции.

З. Червинский предлагает обобщенное определение дедукции, согласно которому в схемы дедуктивного вывода можно включать и нелогические константы. Важно лишь, чтобы эти схемы были неопровержимы. Однако такое расширение не избавляет от основного дефекта обычного определения дедукции. Мало того, оно даже подчеркивает этот дефект. По Червинскому, оказывается, что определение

---

[18] См.: А. Уемов. Рецензия «Учебное пособие по логике».— «Вопросы философии», 1959, № 10, стр. 165.

[19] В. Н. Садовский. Проблемы методологии дедуктивных теорий.— «Вопросы философии», 1963, № 3, стр. 67—68.

[20] Z. Czerwinski. On the Notion of Deductive Inference.— «Studia Filozoficzne», 1962, № 1, Selected Articles.

вывода как дедуктивного или недедуктивного является предметом эмпирического исследования истинности положений, не входящих в состав исследуемого умозаключения. Так, вывод «Эта жидкость окрашивает лакмусовую бумажку в красный цвет. Следовательно, эта жидкость кислота» будет дедуктивным в том случае, если опыт покажет, что окрашивание лакмусовой бумажки в красный цвет является специфическим свойством кислот. В противном случае умозаключение потеряет дедуктивный характер.

Ясно, что здесь речь идет об оценке умозаключения, а не о самом умозаключении, структура которого не может зависеть от данных будущих эмпирических исследований. Последовательно проводя эту точку зрения, мы вообще должны отказаться от характеристики каких-либо выводов, во всяком случае вне сферы математики, как дедуктивных, поскольку любые законы, основанные на опыте, могут быть опытом и опровергнуты.

Понятие дедукции оказывается, таким образом, сугубо относительным. И это — не специфика взглядов Червинского. Согласно критикуемому им общепринятому определению дедукции, «определенный вывод признается дедуктивным лишь по отношению к некоторой совокупности логических законов, т. е. в рамках данной системы; в другой системе он может быть исключен из числа достоверных дедуктивных выводов» [21].

Что же означает относительный характер дедукции? Отношение между чем и чем здесь определяется? Здесь определяется отношение умозаключения к основанию, т. е. проблема ставится в плоскости второго уровня логического анализа. В известных пределах такая постановка вопроса вполне правомерна. Однако при этом нужно иметь в виду, что классификации реальных фактов умозаключения, как они имеют место в сознании мыслящего человека, при данной постановке не дается.

Задача разработки такой классификации остается актуальной. Особенно существенна она для анализа процесса научного исследования, а также развития мышления в онтогенетическом плане. Здесь применение обычного в современной логике понимания различия между дедукцией и другими типами умозаключения встречает серьезные

---

[21] В. Н. Садовский. Проблемы методологии дедуктивных наук.— «Вопросы философии», 1963, № 3, стр. 69.

трудности хотя бы потому, что оно исключает возможность пользоваться понятием неправильной дедукции, т. е. ошибок в дедуктивном выводе. Неправильный вывод, естественно, не может быть достоверным, т. е. по определению не может быть дедуктивным.

В то же время такое ошибочное умозаключение, например неправильный силлогизм, не относится и к другим признанным логикой формам мысли. В результате оно остается вообще без анализа.

Этого затруднения нет в случае традиционного деления форм умозаключения. Неправильная дедукция остается выводом от общего к частному, как и правильная.

На наш взгляд, возможно такое уточнение традиционной классификации умозаключений, которое снимает обычно приводимые против нее возражения. Независимо от оснований, оправдывающих переход от посылок к заключению, все выводы можно подразделить на две группы.

В одной из них классы предметов, к которым относятся посылки и заключение, совместимы. Более того, один из этих классов является подклассом другого. К этому типу выводов относятся дедукция и индукция, которые можно определить следующим образом:

а) дедукция — умозаключение, вывод которого относится к предметам, не выходящим за рамки того класса вещей, о котором шла речь в посылках;

в) индукция — умозаключение, вывод которого относится к большему кругу предметов, чем тот, о котором говорится в посылках.

В другом типе выводов предметы, к которым относятся посылки и заключение, различны. Именно таков характер выводов по аналогии. Таким образом, можно дать следующее определение:

с) аналогия — умозаключение, в котором заключение относится к другому предмету, чем тот, о котором говорится в посылке.

Против понимания дедукции как вывода от общего к частному обычно приводят тот аргумент, что в одном случае дедукции (силлогизм третьей фигуры) вывод имеет более общий характер, чем посылки. Однако, строго говоря, это не так. И в третьей фигуре вывод должен иметь дело с тем же предметом, что и посылки. Исходя из посылок «Ксантиппа — жена Сократа» и «Ксантиппа была сварливой», мы не можем вывести, в смысле обобщения, что «некоторые жены Сократа были сварливыми». У Сократа была только одна жена, и о ней идет речь как в посылке, так и в заключении [22].

Применительно к нашему определению легко отвести аргументы, которые приводятся против понимания дедукции как выводов от общего к частному в статье В. Н. Садовского [23].

1. Формула «от общего к частному» не имеет однозначного толкования. В формальной логике нет иерархии общих высказываний по степени общности. Это возражение явно отпадает, поскольку наше определение не требует наличия указанной иерархии.

2. В логической теории Аристотеля содержится ряд логических законов, дающих право на достоверный вывод, которые, однако, невозможно истолковать как выводы от общего к частному. Таковы законы простого обращения. Во всех этих случаях вывод относится к тем же объектам, что и посылки. Например, если в посылке «Ни одна планета не есть звезда» речь идет о планетах и звездах, то то же самое относится и к выводу: «Ни одна звезда не есть планета». То обстоятельство, что вывод относится к тем же предметам, что и посылки, широко используется Аристотелем при анализе законов простого обращения [24].

3. К осуществляемым в рамках исчисления высказываний выводам вообще неприложимы характеристики общего и частного. Высказывания здесь берутся только с точки зрения их значений истинности. Все остальные свойства высказываний (их конкретное содержание, характер общности и т. д.) в рамках этой теории не имеют никакого значения. Вместе с тем именно это логическое исчисление (иногда называемое теорией дедукции) составляет основу создаваемой в рамках математической логики теории вывода, и с его помощью, в частности, может быть построена силлогистика Аристотеля.

Практически осуществляемые доказательства и выводы в тех научных теориях (математических, физических и некоторых других), которые издавна рассматриваются как дедуктивные, далеко не всегда представляют собой

---

[22] Ср.: К. Бакрадзе. Логика. М., 1951, стр. 315—316.

[23] См.: В. Н. Садовский. Проблемы методологии дедуктивных наук.— «Вопросы философии», 1963, № 10, стр. 67—68. См. также: В. Н. Садовский. Дедуктивный метод как проблема логики науки.— Проблемы логики научного познания». М., 1964, стр. 157—158.

[24] См.: Аристотель. Аналитики. 24 *b* 23—25 *a* 32.

выводы от общего к частному. В этих теориях гораздо большее применение находят законы исчисления высказываний и базирующихся на них других логических исчислений, чем правила силлогизма.

Однако исчисление высказываний не противоречит нашему определению дедукции. Напротив, оно целиком удовлетворяет ему. Все исчисление высказываний может быть построено, например, с помощью двух правил вывода: отделения и подстановки. Согласно правилу отделения, из двух высказываний $\mathfrak{A} \rightarrow \mathfrak{B}$ и $\mathfrak{A}$ получается высказывание $\mathfrak{B}$. Это — то же самое высказывание, которое является консеквентом одной из посылок. Следовательно, оно не выводит за рамки суждений, данных в посылках. Тем более оно не выводит за рамки предметов, о которых идет речь в посылках. В этом плане исчисление высказываний удовлетворяет более сильному требованию, чем силлогистика. В силлогистике заключение представляло собой такое образование, которое совсем не было дано посылками, и лишь предмет заключения не выходил за рамки объектов, заданных посылками. В исчислении же высказываний само заключение не выводит за рамки высказываний, имеющих место в посылках.

Мы говорили о правиле отделения. Тем более не выводит за рамки данного в посылках правило подстановки.

Определения дедукции, индукции и аналогии даны выше на «нулевом уровне», безотносительно к логическим основаниям, определяющим правомерность перехода от посылок и заключение. Каждая из этих форм мысли может иметь различные основания. Некоторые из них обеспечивают достоверность, другие — лишь известную степень правдоподобия вывода. Поэтому нельзя выделять дедукцию из других форм умозаключения по тому признаку, что вывод здесь якобы всегда достоверный. Дедукция может давать вероятные выводы. Примером этому может служить любой неправильный силлогизм. С другой стороны, существуют основания, делающие вполне достоверными выводы, полученные с помощью индукции и аналогии. Примером достоверной индукции может служить математическая индукция, примером достоверн'й аналогии — выводы, основанные на применении теории подобия [25].

---

[25] См.: А. Уемов. О достоверности выводов по аналогии.— «Философские вопросы современной формальной логики». М., 1962.

Задача логики заключается в нахождении таких оснований (первый уровень логического анализа) и доказательстве их надежности (второй уровень).

Обнаружение доказательного характера тех или иных индуктивных выводов или выводов по аналогии, естественно, не может изменить структуры этих выводов, не превращает их в дедукцию.

Однако, как отмечалось выше, относительная самостоятельность различных уровней логического анализа не означает, что любой тип умозаключения может иметь любое основание. Характер структуры на нулевом уровне определяет в известных пределах характер возможных оснований. Так, основания дедуктивных выводов обычно не несут содержательной информации. Они определяют формы преобразования той информации, которая уже дана в посылках. Поэтому на первом уровне логического анализа дедукцию можно определить как результат преобразования посылок [26].

Именно этот момент отмечает В. И. Садовский, когда он пишет, что «дедуктивная система есть всегда система однопорядковых элементов, а движение внутри нее сводится к комбинаторным преобразованиям элементов» [27].

В отличие от этого индукция и аналогия не сводятся к преобразованиям элементов. Они всегда требуют таких оснований, которые несут содержательную информацию.

§ 3. МЕТОД ИССЛЕДОВАНИЯ И ОБЩАЯ СХЕМА ВЫВОДОВ ПО АНАЛОГИИ

Существуют разные способы изучения роли той или иной логической формы в научном познании. Можно идти дедуктивным путем, т. е. строить теорию данной формы, исходя из уже известного логического аппарата, и затем разбирать разные случаи использования этой логической формы в тех или иных сферах научного познания. Поскольку теории различных логических форм, построенные таким образом, опираются на один и тот же логический аппарат, их легко согласовать друг с другом. Но может

---

[26] А. Уемов. Логические ошибки. М., 1958, стр. 36.

[27] В. Н. Садовский. Проблемы методологии дедуктивных наук.— «Вопросы философии», 1963, № 10, стр. 74.

случиться так, что сфера применения созданной логической теории окажется очень узкой. По-видимому, она не будет равна нулю. Однако господство традиции может привести к тому, что со временем возникнет серьезное противоречие между логическими концепциями и реальным ходом процесса познания.

Наиболее остро это противоречие проявляется в области изучения выводов по аналогии.

Говоря об этих выводах, логики опираются обычно на существующую традицию. Суть традиционной логической теории аналогии вкратце заключается в следующем: аналогия — это вывод от сходства одних свойств или отношений к сходству других. Заключение, полученное таким образом, может быть только вероятным. Анализируя процесс научного исследования, мы можем найти целый ряд примеров применения такого вывода, в том числе известный вывод об обитаемости Марса на основании обитаемости Земли. Легко сказать, что он используется лишь постольку, поскольку дает материал для гипотезы. На этом основании специфику аналогии видят в ее связи с гипотезой, зачастую объединяя в одном разделе эти совершенно различные формы мышления.

Таков традиционный способ изучения роли аналогии в научном исследовании. Согласно сказанному, го можно охарактеризовать как дедуктивный.

Существует иной, противоположный путь. Он начинается с исследования форм мысли, реально используемых в процессе познания. Затем выделяется группа форм, имеющих определенные общие черты, и строится теория этой группы на основе того логического аппарата, который в наибольшей мере приспособлен для решения этой задачи.

Иными словами, исследование идет не от логической концепции к реальности, а, наоборот, от реальности к логической концепции. Такой путь может быть назван индуктивным. Здесь нужно заметить, что термины «индукция» и «дедукция» относятся в рассматриваемом случае не к логике в узком смысле слова, а к исследованию самой логики, т. е. к тому, что обычно называется металогикой.

Использование время от времени индуктивного пути совершенно необходимо для того, чтобы логика не теряла своей практической ценности. В особенности это относится к изучению роли аналогии в научном исследовании.

Необходимо выяснить условия, в которых возникает необходимость в умозаключениях по аналогии, цели, ставящиеся перед ними, и результаты, к которым эти умозаключения приводят.

Такие задачи удобнее всего решать, если рассматривать соответствующий материал в историческом плане. Разбор лишь современного состояния вопроса имеет тот недостаток, что привел бы к пропуску тех проблем и положений, которые в настоящий момент забыты, но могут вновь оказаться актуальными в науке завтрашнего дня. Историческое рассмотрение имеет также то преимущество, что делает совершенно естественным переход от простых проблем ко все более сложным. Это облегчает как изложение, так и разработку теории.

При рассмотрении основных форм выводов по аналогии с самого начала возникает серьезная трудность. Какие мысли можно квалифицировать как выводы по аналогии?

Выше, в связи с проблемой классификации умозаключений, была определена группа выводов от одного предмета к другому. Применительно к ней использовался термин «умозаключения по аналогии». Законно ли такое использование этого термина? С точки зрения конвенционализма, вопрос решается просто. Одни определяют аналогию так, другие — иначе, и каждый может исходить из своего определения. Но это только кажущееся решение проблемы. Главное заключение в том, чтобы дать такие определения, которые раскрывали бы сущность форм мысли, реально встречающихся в процессе развития научного мышления.

Для решения подобной задачи нет иного пути, кроме кропотливого исследования различных случаев использования этих форм. Можно выделить некоторую группу умозаключений, которые учеными, использующими их, называются выводами по аналогии, и найти нечто общее в них.

Общность названия часто свидетельствует о смутно сознаваемой общности логических структур. Название, даваемое той или иной логической форме, может иметь важное, хотя и вспомогательное значение.

Наряду с термином «аналогия» в этом плане большое значение имеет использование термина «модель». Этот термин также многозначен. Однако все эти значения связаны друг с другом [28], и для них характерно следующее. Как отме-

[28] См.: А. Уемов. Аналогия и модель.— «Вопросы философии», 1962, № 3.

чалось на международном коллоквиуме, посвященном исследованию понятия и роли моделей в математике, естественных и общественных науках, «всякий, использующий систему A, которая ни прямо, ни косвенно не взаимодействует с системой B, для того, чтобы получить информацию о системе B, использует A как модель B» [29].

Система B в этом случае называется обычно образцом, оригиналом или прототипом. В дальнейшем будет отдано предпочтение термину «прототип».

В связи с этим приведенное выше определение умозаключения по аналогии можно сформулировать *как перенос информации от модели к прототипу.*

Как мы увидим ниже, это положение выражает то общее, что имеется в тех случаях, когда естествоиспытатели называют свои выводы выводами по аналогии. При этом обратное неверно, т. е. если термин «аналогия» не применяется, то это еще не значит, что нет переноса информации с модели на прототип.

Мы будем применять термин «аналогия» во всех случаях, когда имеет место указанный перенос информации.

Этому соответствует следующая общая схема вывода $\mathfrak{A}(a) \vdash \mathfrak{A}(b)$. Здесь $\mathfrak{A}(a)$ означает посылки, относящиеся к модели (a); $\mathfrak{A}(b)$ — заключение о прототипе — (b).

Используя введенную выше терминологию, можно сказать, что схема дана на нулевом уровне, поскольку не определено никаких оснований, делающих возможным этот перенос.

Наша задача будет заключаться в определении структуры выводов по аналогии, реально используемых в практике научного исследования. Такое определение предполагает прежде всего выяснение оснований, дающих возможность переносить информацию от модели к прототипу. Таким образом будет осуществлен переход к первому уровню логического анализа. На этом уровне будет выяснен также характер посылок и заключения. При этом первоначальный подход не будет строго формальным и будет учитываться ряд содержательных моментов.

---

[29] L. Apostel. Towards the formal Study of models in the non-formal sciences.— «Synthese», vol. XII, N 2/3, September 1960, p. 160. Отсутствие взаимодействия при этом необязательно. См. И. Б. Новик, А. И. Уёмов. Моделирование и аналогия.—В кн. «Материалистическая диалектика и методы естественных наук». М., 1968.

§ 4. СПОСОБЫ ВЫРАЖЕНИЯ ЛОГИЧЕСКИХ СТРУКТУР

Различные структуры выводов по аналогии представляют собой разного типа соотношения между вещами, их свойствами и отношениями. Мы будем исходить из того понимания вещей, свойств и отношений, которое излагается в нашей работе [30].

Поскольку для наших целей существенно выражение структуры выводов по аналогии в виде тех или иных формул, рассмотрим проблему обозначения вещей, свойств и отношений в естественных и символических языках.

1. Естественные языки

В естественных языках имеются два основных способа выражения логических категорий. Один из них заключается в выделении специальных слов для обозначения того или иного содержания. Например, слово «вещь» в русском языке обозначает все вещи, слово «свойство» — свойства, «отношение» — отношения. Такие слова выражают соответствующие категории в самом общем виде. Их можно также использовать и для обозначения отдельных вещей, свойств и отношений, сказав, например, что «стол это — вещь», «белый это — свойство», «выше — отношение».

При наличии такого рода языковых выражений определение принадлежности чего-либо к сфере той или иной логической категории в процессе логического анализа является тривиально простой операцией. Однако эти выражения могут иметь место лишь в том случае, когда принадлежность к логической категории уже была в центре внимания и является содержанием языкового выражения. В противном случае, когда выражается еще что-то, например конкретное отношение, использование специальных слов для обозначения логической категории затруднительно. Мы не говорим, что «вещь — стол», обладающая свойством «белый», находится в отношении «выше» к вещи — табуретке, обладающей свойством «быть голубой». Вместо этого

[30] А. Уемов. Вещи, свойства и отношения. М., 1963.

употребим фразу «белый стол выше голубой табуретки». И тем не менее категориальная принадлежность каждого из понятий, обозначенных словами этой фразы, будет ясной, причем ясной, быть может, даже для иностранца, не знающего значения слов, но сведущего в русской грамматике.

Это является, по-видимому, следствием того, что логические категории в данном случае выражены самой формой слов и их положением во фразе. Основываясь на этом, определяем части речи в нашем предложении: «стол» и «табуретка» — несомненно, существительные, «белый» и «голубой» — прилагательные, «выше» — наречие, а по частям речи судим о категориях.

Многие лингвисты, отстаивающие идею о самостоятельности языка по отношению к логике, будут возражать против этого положения.

На наш взгляд, эти возражения основаны на неправильном понимании сущности логических категорий. Отметим, что уже древние грамматики определяли существительное (имя) по его значению через категорию вещи. Так, по мнению Дионисия Фракийца, «имя есть склоняемая часть речи, обозначающая тело или вещь (тело, например, камень; нравоучение, например, воспитание) и высказываемая как общее и как частное: общее, например, человек; частное, например, Сократ» [31].

То же по существу утверждает и Харисий: «Имя есть часть речи, имеющая падеж, не имеющая времени, обозначающая телесную или бестелесную вещь собственным или общим образом — собственным, как Рим, Тибр, общим, как город, община, река» [32].

В русском языке общее значение вещности, предметности выражается словами «кто» и «что» [33]. Поэтому применительно к русскому языку простой и правильной ответ на поставленные выше вопросы дает элементарное школьное определение: именем существительным называется часть речи, которая обозначает предмет. «Предметом в грамматике называется все то, о чем можно спросить: «кто это?» или «что это»? «Например, кто? — *ученик*, *парашютистка*,

---

[31] Сб. «Античные теории языка и стиля». М.— Л., 1936, стр. 18.
[32] Там же, стр. 119.
[33] См.: А. М. Пешковский. Русский синтаксис в научном освещении. М., 1956, стр. 66.

пионер»; или «что это?» — *газета*, *работа*, *радость*, *демонстрация*» [34].

В то же время существительное имеет определенные грамматические, формальные особенности. Таким образом, определив по этим особенностям слово, являющееся именем существительным, мы можем сказать, что это слово выражает предмет.

Свойствам — тому, что в философии называется «атрибутом» и «акциденцией», в языке соответствуют прилагательное и глагол. Однотипность логического содержания, выражаемого прилагательным и глаголом, дает основание для объединения их в одну, более общую категорию предикатива [35].

Однако не всегда глагол выражает свойство самостоятельно, независимо от других слов. Самостоятельное выражение свойства имеет место лишь для непереходных глаголов, например «Петр спит», «Семен думает». В случае переходных глаголов свойство выражается словосочетанием, в которое входит глагол и существительное: «Петр колет дрова», «Семен убил тигра».

Сам по себе переходный глагол непосредственно выражает отношение. Соответствующая падежная форма существительного указывает на направление этого отношения[36].

Отношение может быть также выражено сравнительными прилагательными и наречиями. Особая форма выражения отношений — служебные слова, прежде всего предлоги и союзы [37]. Правда, как отмечает Л. Сумарокова, «служебные слова не являются самостоятельным средством выражения связей и отношений действительности, а осуществляют это лишь вместе с другими словами и грамматическими средствами» [38].

---

[34] «Грамматика русского языка», ч. 1. Под ред. Л. В. Щербы. М., 1952, стр. 51.

[35] См.: А. А. Драгунов. Исследования по грамматике современного китайского языка, ч. II. М.— Л., 1952, стр. 137, 161.

[36] См.: А. И. Уемов, Е. А. Уемова. Логические функции падежных конструкций.— Сб. «Логико-грамматические очерки». М., 1961.

[37] См.: А. Н. Савченко. Части речи и категории мышления. Ростов-на-Дону, 1959, стр. 51; В. М. Богуславский. Слово и понятие.— сб. «Мышление и язык». М., 1957, стр. 269—270.

[38] Л. Н. Сумарокова. Служебные слова и понятие.— Сб. «Логико -грамматические очерки». М., 1961, стр. 157.

Но в этом проявляется не столько специфика средств выражения, сколько специфика самой выражаемой категории. Л. О. Резников совершенно справедливо пишет, что «отношение есть всегда отношение чего-то к чему-то. Поэтому его конкретный смысл может быть понятен лишь при включении в мысль также определенных членов отношения. Так как члены отношения обозначаются особыми словами, то естественно, что конкретный смысл отношения, обозначаемого предлогом или союзом, раскрывается лишь в предложении. В этом смысле предлоги и союзы действительно играют лишь служебную, подчиненную роль» [39].

Однако, поскольку отношение обладает отмеченной Л. О. Резниковым спецификой, сказанное должно относиться не только к предлогам и союзам, но вообще к любым словам, выражающим отношение, например, к прилагательному «красивее», наречию «лучше», глаголу «учит» и т. д. И здесь конкретный смысл отношения кто кого красивее, кто кого учит и т. д. полностью раскрывается лишь в предложении.

Мы не останавливаемся на детальном анализе всех частей речи, например на выяснении логических функций числительных и местоимений, поскольку это не входит в нашу задачу. Отметим лишь, что числительные количественные, с точки зрения выражения категорий вещи, свойства и отношения, не отличаются от существительных, а порядковые — от прилагательных. Функции местоимений совпадают с функциями тех слов, которые они замещают.

Из сказанного можно сделать вывод, что в натуральных языках категории вещи, свойства и отношения выражаются с помощью грамматической формы слов, их принадлежностью к соответствующим частям речи. По грамматическим особенностям слов в принципе можно определить, выражает ли данное слово вещь, свойство или отношение.

В разных языках характер этих грамматических особенностей может быть различным. Иногда решающую роль играют флексии, иногда — порядок слов во фразе, чаще всего имеет значение то и другое. Если одних формальных моментов недостаточно для определения части речи, то это еще не значит, что для этого требуется знание содержания. Быть может, надо учесть другие формальные моменты.

---

[39] Л. О. Резников. Понятие и слово. Л., 1958, стр. 69.

2. Символические языки

Естественные языки в качестве языков науки имеют целый ряд существенных недостатков, подробно разобранных в литературе. Важнейший из них — неточность, неопределенность выражений. Эти недостатки стремятся преодолеть при конструировании специальных, символических языков современной логики. Каким же образом здесь обозначаются вещи, свойства и отношения?

Прежде всего возникает проблема обозначения вещи как таковой, независимо от каких бы то ни было ее свойств. В обычной речи для этого служат указательные местоимения типа «это». По мнению Л. Витгенштейна, понятие о вещи как таковой является чисто формальным или псевдопонятием. Сказать, что x есть объект, значит ничего не сказать [40].

Отсюда вытекает способ обозначения объектов как таковых с помощью переменных.

«Каждая переменная есть знак формального понятия. Потому что каждая переменная представляет постоянную форму, которой обладают все ее значения и которая может пониматься как формальное свойство этих значений.

Так, переменное имя x есть собственно знак псевдопонятия «объект».

«Там, где всегда правильно употребляется слово «объект» («предмет», «вещь» и т. д.), оно выражается в логической символике через переменные имена. Например, в предложении: «Имеется два объекта, которые...» — через $(\exists\ x, y)$...» [41].

Употребление переменных в этом смысле совершенно аналогично употреблению указательных местоимений в обычном языке. В том и другом случаях имеются в виду объекты как таковые, независимо от их свойств. Гораздо важнее проблема обозначения объектов, обладающих теми или иными свойствами.

Для того чтобы переменная могла обозначать объект как таковой, выражать чисто формальное понятие, на нее не должно накладываться никаких ограничений. «Но,— как отмечает Б. Рассел,— логик в те моменты, когда он не

---

[40] См.: Л. Витгенштейн. Логико-философский трактат. М., 1958, стр. 53, 20.
[41] Там же, стр. 53.

стоит на своей профессиональной точке зрения, может интересоваться вопросом, какие постоянные могут быть подставлены под его переменные»[42].

По нашему мнению, логик не может не интересоваться этим вопросом, даже когда стоит и на своей, профессиональной точке зрения.

В самом символе «x» не содержится никаких указаний на то, каким должен быть x. Однако, поскольку переменная «x» отличается от других переменных «y», «u», «v» и т. д., предполагается тем самым существование некоторых свойств, различающих те вещи, к которым применимы эти переменные. Но каковы эти свойства, об этом переменные ничего не говорят.

В свое время Г. Фреге исходил из признания универсальной предметной области, охватывающей все предметы мира. Шредер и Рассел показали, что признание существования такой области ведет к противоречию. В настоящее время общепризнанно, что «стремление Фреге к созданию в логике универсальной предметной области, которая охватывала бы все предметы в мире, было ошибочно»[43]. Причина тех противоречий, которые возникают при пользовании универсальной предметной областью, на наш взгляд, связана с тем, что переменная в таком случае не должна иметь никакого ограничения значений, т. е. не предполагать свойств у обозначаемых вещей. А это невозможно. Практически всегда какие-то свойства предполагаются. Отсюда и возникают противоречия.

Их преодоление требует фиксирования предлагаемых свойств вещей, к которым относится переменная, и тем самым ограничения области ее значений.

«Так как обычно необходимо ограничивать значения, которые может принимать переменная, то мы будем считать, что с переменной связана не пустая область ее возможных значений. Поэтому к содержанию переменной относится в некотором смысле и содержание собственного имени области ее значений»[44].

---

[42] Б. Рассел. Человеческое познание. М., 1957, стр. 108.

[43] В. В. Бирюков. О работах Фреге по философским вопросам математики,— Сб. «Философские вопросы естествознания», т. II. М., 1959, стр. 172.

[44] А. Черч. Введение в математическую логику, т. I, М., 1960, стр. 20.

Ограничение области возможных значений переменной подразумевается, но не символизируется. Оно обычно выражается словесно, с помощью натурального языка.

Но тенденция к символизации такого ограничения существует, особенно в тех случаях, когда ограничения являются довольно сильными. Эта тенденция проявляется в использовании так называемых ограниченных кванторов. Например, если имеется в виду не всякий x, а x, лежащий в определенной области, скажем $x \leqslant z$, то вместо обычного универсального квантора применяется ограниченный универсальный квантор $\underset{x \leqslant z}{\forall x}$. Соответственно вводится ограниченный квантор существования $\underset{x \leqslant z}{\exists x}$. В. А. Успенский связывает введение ограниченных кванторов со спецификой числовой области [45], предполагая, таким образом, резкое ограничение области значений переменной.

Но это необязательно. Ограниченные кванторы могут быть использованы в самом общем случае [46]. Например, если x относится к области Ф, то мы можем записать $\underset{\Phi(x)}{\forall x}$ и $\underset{\Phi(x)}{\exists x}$.

Квантор всеобщности указывает на то, что вещь рассматривается в плане всеобщности. Квантор существования не исключает всеобщности, поскольку указывает не на единичную вещь, а на существование по крайней мере одной единичной вещи.

Но в символической логике есть специальные методы обозначения единичных вещей. Прежде всего имеют место аналоги собственных имен. Это — так называемые индивидные постоянные.

Каждая такая постоянная представляет собой символ, специально выбранный для обозначения того или иного индивидуального предмета. Иногда в качестве таких символов используются начальные буквы латинского алфавита: a, b, c и т. д.

Очевидно, что возможности подобной символизации собственных имен крайне ограниченны. Число буквенных символов, которые можно использовать для обозначения

---

[45] См.: В. А. Успенский. Лекции о вычислимых функциях. М., 1960, стр. 78—79.

[46] См.: A. Mostowski. Logika matematyczna. Warszawa — Wroclaw, 1949, s. 49.

отдельных предметов, не идет ни в какое сравнение с числом собственных имен в любом естественном языке. Если же в качестве символов собственных имен брать не отдельные буквы, а их комбинации, то язык символов станет столь же сложным, как и язык слов, по существу не отличаясь от последнего.

Стремясь преодолеть недостатки символического языка имен, Р. Карнап предлагает использовать так называемый язык координат [47]. В таком языке каждый объект определяется его положением в ряду символов, которые переходят друг в друга по определенным правилам. Поскольку можно применять такое правило неограниченное число раз, этот способ позволяет обозначать неограниченное число индивидуальных объектов. Типичным примером использования координатного языка является изображение натурального ряда чисел в виде $0, 0', 0'', 0'''$, где каждый штрих означает переход к следующему числу.

В более сложных случаях можно использовать упорядоченные пары, тройки, четверки, и т. д. координат.

Координатный язык имеет ряд преимуществ и вместе с тем недостатков, не позволяющих ему вытеснить другие способы обозначения единичных объектов [48].

Координатный язык можно рассматривать как особый случай языка дескрипций. В общем виде дескрипция может быть определена с помощью своей структуры [49]. Например, обозначение числа — «e» не дескрипция, поскольку разные люди могут понять его по-разному. Другое имя — $\lim\limits_{n\to\infty}\left(1+\frac{1}{n}\right)^n$ уже дескрипция, так как однозначно определяет свой объект.

Пусть свойство F однозначно определяет некоторый объект. Тогда выражение: «Такой x, для которого верно, что $F(x)$ может быть символизировано с помощью ι-оператора как $\iota\, xF(x)$» [50].

Мы видим, что существует довольно полная аналогия между обозначением вещей в символических и естествен-

[47] См.: R. Carnap. Logische Syntax der Sprache. Wien, 1934, S. 10—11.

[48] См. об этом: Б. Рассел. Человеческое познание, стр. 110—115.

[49] См.: I. B. Rosser. Logic for mathematicians. N. Y., 1953, p. 181.

[50] Там же, стр. 181.

ных языках. При этом символический язык так или иначе опирается на язык естественный [51].

Как мы видели, существуют аналоги указательным местоимениям, указывающим на предметы в отвлечении от их свойств, аналоги имен нарицательных, обозначающих предметы, наделенные определенными свойствами, и аналоги имен собственных. Имеет место также аналог имени существительному вообще, объединяющему нарицательные и собственные имена. В качестве такого аналога выступает понятие *терма*. С. К. Клини пишет: «Сначала определим «терм», который аналогичен существительному в грамматике. Термы рассматриваемой системы все представляют натуральные числа, фиксированные или переменные» [52].

Определение термов производится индуктивно «1. 0 есть *терм*. 2. Каждая переменная есть *терм*. 3—5. Если S и t — *термы*, то $(S)+(t)$, $(S)\cdot(t)$ и $(S)'$ — *термы*. 6. Никаких других *термов*, кроме определенных, согласно 1—5, нет» [53].

Ясно, что аналогия между существительным и определенным таким образом термом имеет место лишь в довольно ограниченной области.

Как же в символических языках обозначаются свойства этих предметов, т. е. какие выражения будут служить аналогами прилагательных?

Со времен Г. Фреге для обозначения свойств пользуются математическим понятием функции. Фреге в некотором смысле отождествлял свойства с понятиями [54]. Показать, что предмет имеет свойство, то же самое, что показать подпадение его под соответствующее понятие. С другой стороны, понятие рассматривается как частный случай функции. Сущность всякой функции заключается в законе, по которому одним предметам поставлены в соответствие другие предметы. Аргументами понятия как функции являются предметы, а значениями функции — истина или ложь. Истинность и ложность рассматриваются как особого рода логические предметы. Функции такого типа

---

[51] См.: Д. П. Горский. Формальная логика и язык. — Сб. «Философские вопросы современной формальной логики». М., 1962.

[52] С. К. Клини. Введение в метаматематику. М., 1957, стр. 69.

[53] Там же.

[54] См.: Б. В. Бирюков. О работах Фреге по философским вопросам математики.— Сб. «Философские вопросы естествознания», т. II, стр. 146—148.

получили название пропозициональных или логических функций или предикатов.

Поскольку понятие отождествляется со свойством, оказывается таким образом возможным выразить свойство с помощью пропозициональной функции от одной переменной. Аргумент функции записывается в скобках. Тип функции — в виде особого символа, слева от скобки. Так, например, $P(x)$ может означать «x — простое число».

Для различных конкретных значений переменной x функция $P(x)$ обращается в *истину* или *ложь*. Например, $P(3)$ — истина, $P(6)$ — ложь.

Изложенный способ применяется для обозначения не только свойств, но также и отношений. Для обозначения отношений нужно лишь увеличить число переменных, являющихся аргументами функции. Так, например, функция $L(x, y)$ может обозначать «x старше y», $M(x, y)$ — x и y ровесники» и т. д.

Метод Фреге в настоящее время широко распространен в логико-математической литературе [55]. Однако он вызывает ряд возражений. Прежде всего, по-видимому, неправомерно отождествлять свойства с понятиями по той причине, что свойства вещей окружающего нас мира существуют объективно, а понятия — лишь мысленные отображения этих свойств. По мнению Б. В. Бирюкова, Фреге понимает понятие не в традиционном смысле, т. е. не как мысленный образ вещей [56]. Однако, если не трактовать понятие обычным образом, т. е. как некоторую мысль, то несколько подрывается использование терминов «истина» и «ложь» для определения пропозициональной функции. Нет возражений против того, чтобы считать истину и ложь особыми предметами. Но это такие предметы, которые вместе с тем являются характеристиками мыслей. Только мысль может быть истинной или ложной, истина и ложь не существуют сами по себе, помимо мыслей.

В выражении «$P(a)$ есть истина» P нельзя понимать как свойство, ибо свойство, приписываемое предмету, само по

---

[55] См., напр.: П. С. Новиков. Элементы математической логики. М., 1959, стр. 127—129; А. И. Мальцев. Некоторые вопросы современной теории классов моделей. Новосибирск, 1961, стр. 3.

[56] См.: В. В. Бирюков. О работах Фреге по философским вопросам математики.— Сб. «Философские вопросы естествознания, т. II, стр. 163.

себе еще не истина и не ложь. Для того чтобы выражение «$P(a)$ есть истина» имело смысл, необходимо истолковать $P(a)$ как суждение и, следовательно, рассматривать P как понятие. Именно это и имело место у Фреге. Его метод можно считать вполне последовательным, но в рамках платонизма. Б. В. Бирюков весьма остроумно защищает Фреге от критики Чёрча и Кольмана, считающих его представителем объективного идеализма. Но эта защита, на наш взгляд, производится ценой невольного приписывания Фреге некоторой непоследовательности [57].

Видимо, использование истины и лжи в качестве значений функции делает невозможным их использование для обозначения объективно существующих свойств и отношений.

Следующее возражение связано с порочным кругом. Термин «функция» не может считаться само собой понятным словом обыденного языка, выступающего как метаязык при построении системы и поэтому не требующего специального определения. Термин «функция» должен быть определен. Но функция представляет собой особый случай отношений и поэтому не может быть использована как понятие, логически предшествующее отношению.

Далее Фреге определяет множество — объем понятия с помощью пропозициональной функции. Но всякая функция так или иначе уже предполагает известной область своих возможных значений, что неизменно отмечается в трудах некоторых неоинтуитивистов [58].

С нашей точки зрения важно и то обстоятельство, что метод Фреге предполагает исключительно экстенциональное понимание свойств и отношений, отождествляющее их с объемами соответствующих понятий. Как отмечает Б. В. Бирюков, в объемной логике предикат считается заданным, если указан его объем, т. е. в какой-либо форме сообщено, к каким предметам (парам, тройкам и т. д. предметов) рассматриваемой предметной области предикат относит истину. «Поэтому оказывается возможным просто отождествить свойства с множествами предметов, а отно-

---

[57] См.: B. V. B i r j u k o v. Two Soviet Studies on Frege, Translated and edited by J. Angelelli. Dortrecht (Holland), 1964.

[58] См., напр.: Л. П. Г о к и е л и. О природе логического. Тбилиси, 1958, стр. 234. Ряд тезисов автора мы, однако, принять не можем, равно как и ряд постоянно применяемых им полемических приемов, например глобальный упрек инакомыслящим в ошибке типа circulus vitiosus.

шения — с множествами пар, множествами троек и т. п. предметов. Свойства и отношения, рассматриваемые таким образом, можно называть свойствами и отношениями в объемном смысле. В математике объемный подход полностью себя оправдывает. Хорошо известно, что средств объемной, теоретико-множественной логики достаточно для обоснования большей части современной математики»[59].

Однако большая часть математики — это еще не вся математика. И математика еще не вся наука. И наука еще не вся область деятельности человечества, в которой находит свое применение логика. Мы уже видели, что чисто объемная точка зрения далеко не всегда себя оправдывает. Поэтому необходимо иметь такой метод обозначения свойств и отношений, который отличал бы их от соответствующих классов предметов.

Наконец, метод Фреге имеет еще один, наиболее существенный в плане настоящей работы недостаток. С помощью общего понятия предиката как пропозициональной функции выражается отношение как частный случай свойства, но здесь утрачивается особый, выражденный характер этого частного случая.

Обычно ограничиваются определением отношения как многоместного предиката, считая, что тем самым проблема различения свойств и отношений решается автоматически в зависимости от числа мест предиката. Так P в выражении $P(x, y, z)$ будет отношением, а в выражении $P(x)$ — свойством. Но пусть x обозначает мужчин, y — женщин и z — детей. Это аргументы. Пусть P — смертность.

Значением этой функции будет истина, а число аргументов равно трем. Тем не менее это с интуитивной точки зрения, несомненно, свойство, а не отношение.

Могут возразить, что предикат смертности будет выражать свойство потому, что он может быть приписан x, y, z по отдельности. Однако из самой формы записи $P(x, y, z)$ не следует, что предикат P не может быть определен на меньшем числе аргументов, например, что невозможно $P(x, y)$, $P(y, z)$, $P(x, z)$. Отношение «ровесник» существует между x, y, z именно потому, что оно имеет место между x, y; x, z; y, z по отдельности.

---

[59] Б. В. Бирюков. Теория смысла Готтлоба Фреге.— Сб.: «Применение логики в науке и технике». М., 1960, стр. 539—540.

Таким образом, чтобы исключить возможность для P в выражении $P(x, y, z)$ обозначать свойство, необходимо исключить возможность существования одноместных предикатов $P(x)$, $P(y)$, $P(z)$. Но мы не можем воспользоваться записью $P(x, y, z) \& \bar{P}(x) \& \bar{P}(y) \& \bar{P}(z)$, поскольку $P(x)$, $P(y)$, $P(z)$ не просто ложны. Они должны быть абсурдны, причем этот абсурд как раз и заключается в рассмотрении многоместного предиката как одноместного. Следовательно, необходимо вводить специальную символику для обозначения этого абсурда, что, несомненно, привело бы к крайнему усложнению формул логики предикатов.

Было бы более последовательным считать смертность, приписываемую мужчинам, женщинам и детям, отношением наряду со всеми другими многоместными предикатами. Такую последовательность мы находим, например, в работах известного американского логика Н. Гудмена и его учеников. Эти работы посвящены анализу понятия простоты. В них рассматривается проблема замены одноместных предикатов многоместными. Пусть вначале мы имеем $P(x)$, $Q(y)$, $S(z)$, где применительно к нашему примеру P означает быть мужчиной, Q — женщиной и S — ребенком. Три одноместных предиката, согласно Гудмену, мы можем заменить одним трехместным, скажем $T(x, y, z)$, который будет означать, что x — мужчины, y — женщины и z — дети. И этот предикат будет отношением, хотя и особого типа (так называемое самополное отношение) [60]. При этом не выдвигается требования, чтобы P, Q и S были различны. Они могут быть и одинаковыми, скажем, «быть человеком». Тогда и «быть человеком» тоже отношение.

Совершенно очевидно, что такая последовательность приводит к полному разрыву с обычным, неуточненным пониманием свойств и отношений, которое имеет место в повседневном мышлении. Следовательно, трактовка свойств и отношений, принятая в современной символической логике, не может считаться вполне удовлетворительной экспликацией тех понятий о свойстве и отношении, которыми мы пользуемся в науке и жизни.

---

[60] См.: N. Goodman. The Logical Simplicity of Predicates Journ. of Symb. Logic, v. XIV (1949), p. 32—41; N. Goodman. Axiomatic Measurement of Simplicity — «Journ. of Philosophy», v. LII, № 24, November; 1955, N. Goodman. The Test of Simplicity.— «Science», v. CXXVIII, 1958.

Мы показали это на примере возможности для многоместного предиката выражать свойства. С другой стороны, можно показать, что и отношения могут быть одноместными. Сюда относятся рефлексивные отношения типа «Петр любит самого себя». Здесь мы имеем не двух людей, любящих друг друга, а именно одного. Могут сказать, что этот один рассматривается как два. Однако такое рассмотрение является результатом установления данного отношения, а не предшествует ему. Вначале у нас нет двух Петров, даже и тождественных друг другу [61].

Изложенные соображения дают основание отказаться от метода Фреге или во всяком случае существенно видоизменить его. Если не связывать выражение свойств и отношений с помощью функций с определениями этих понятий, то использование функций для каждого выражения может быть сохранено. Но это не должны быть пропозициональные функции.

Вещь, обладающая определенным свойством, вообще говоря, не то же самое, что та же вещь безотносительно к этому свойству. Следовательно, добавление свойства к вещи меняет вещь. Образуется новая вещь, которую можно рассматривать как функцию старой.

Фреге пользовался универсальным классом. У него была по существу единственная, ничем не ограниченная переменная, истинностные значения которой определяли в свою очередь классы объектов. В современной символической логике пользуются конкретными переменными x, y, z и т. д., каждая из которых определена в своей области. Это дает возможность выражать область определения одной переменной в качестве функции области определения другой. Например, область переменности y — «квадрат» является функцией равносторонности P от области x — «прямоугольник». В этом смысле можно записать, что $y = P(x)$. Здесь функция P является выражением свойства, ограничивающего область переменности x.

В отличие от пропозициональной функции аргумент и значение функции в нашем случае однородны, т. е. принадлежат объектам одной и той же природы. Как уже отмечалось, области переменности обозначаются обычно не символически. Здесь используются слова ответствен-

[61] См.: A. U j o m o v. Nachwort des Verfassers zur deutschen Ausgabe. A. J. U j o m o v. Dinge, Eigenschaften und Relationen. Berlin, 1965, S. 173—178.

ного языка. Но символизация, во всяком случае частичная, возможна с помощью ограниченных кванторов. Пусть Ф обозначает область прямоугольников; y — определено на области квадратов. Тогда $\forall x_{\varphi(x)} P(x) = y$ будет означать, что всякий x из области Ф, обладающий свойством P (равносторонность), будет одним из квадратов.

С нашей точки зрения, имеет место существенная разница между функциями, выражающими свойства, с одной стороны, и отношения, с другой. Свойство в качестве функции, вообще говоря, лишь ограничивает область переменности своих аргументов, т. е. число объектов, которым приписывается данное свойство, в результате этой операции становится меньшим, чем число объектов до нее. Но новых объектов при этом не образуется. Так, приписывая x-ам, взятым из области прямоугольников, свойство равносторонности, мы ограничиваем область значений, которые может принимать x, однако, не образуем новых объектов, поскольку все x, обладающие P, входят в имевшуюся раньше область значений x.

Отношение же всегда образует новые объекты. Аргументы, даже если они являются переменными, будучи связаны отношением, превращаются в отдельные элементы целого — новой вещи. В приведенном выше примере $P(x, y, z)$, где x — мужчины, y — женщины, z — дети, если P — генетическое отношение, то связанные этим отношением x, y, z дают один объект — человеческое общество. Этот объект не был ни в области переменности x, ни в области переменности y, ни в области переменности z.

Вообще говоря, свойство также может ограничить тот или иной класс настолько, что он будет состоять из одного объекта. Кроме того, значение функции будет всегда единично, если единичны аргументы. Однако всегда существует различие между единичным объектом и классом, состоящим из одного объекта. cf. Lesniewski

Для того чтобы отразить разницу между свойствами и отношениями в обозначающих их формулах, используем следующее соглашение. Функция, изображающая свойство, *будет записываться всегда справа*, а функция, изображающая отношение, — *слева от символов, обозначающих* аргументы.

Так, в $(x, y, z)\,P$ символ P обозначает свойство, в $P(x, y, z)$ символ P обозначает отношение.

Необходимо также ввести соглашение, уточняющее использование терминов «выражает» и «обозначает». Будем говорить, что функция, *выражает* свойство и отношение. Но символ функции *обозначает* свойство или отношение.

В записи пропозициональной функции всегда имеют место символы, обозначающие аргументы и саму функцию. Но значения функции — истинность и ложность — обычно не выражаются. Они лишь подразумеваются. Таким образом, запись функции имеет вид: $P(x)$ — для свойств и $P(x, y)$, $P(x, y, z)$ и т. д. — для отношений.

Аналогичным образом мы также можем не записывать значений функции и выражать функции в виде:

$(x_1, x_2, \ldots, x_n)\, P$ — для свойств и

$P(x_1, x_2, \ldots x_n)$ — для отношений.

В дальнейшем это будет основной способ обозначения свойств и отношений в связи с вещами — их носителями.

Однако имеет место случай, который требует особого рассмотрения. Как записать в символической форме выражение типа «Любовь существует»? Обычно в символической логике такое выражение записывают с помощью квантора существования: $\exists x P(x)$, где P обозначает любовь. $\exists x P(x)$ будет значить: существует такой x, что он будет обладать свойством любви. Это не совсем то, что утверждается фразой «Любовь существует». Есть важное различие между этими двумя выражениями. Квантор существования, так же как и квантор всеобщности, относится не к символу единичной вещи, а к переменной. Он обозначает не сам факт существования единичного предмета, а присущность признака P по крайней мере одному из предметов x.

Но существуют ли единичные предметы, образующие область переменности x? Когда применяют квантор всеобщности $\forall x P(x)$, то существование x не предполагают в качестве обязательного условия его применения. В случае же $\exists x P(x)$ такое существование предполагается. Но это просто условное соглашение, не вытекающее из самой формы записи [62].

Можно было бы предполагать, что $\forall x\, P(x)$ всегда означает существование x, обладающих свойством P, а $\exists x\, P(x)$ значит, что если существуют предметы, входя-

[62] Ср.: В.028 Сеземанас. Пустые и универсальные классы в современной символической логике. LTSR. Aukštųjų Mokyklų moksło Darbai. Filosofija II, 2 sąs, 1962.

щие в область x, то среди них всегда найдутся такие, которые будут обладать свойством P. Во всяком случае утверждение о самом существовании единичных объектов не символизируется с помощью кванторов. В то же время, как показано рядом авторов, признак существования нельзя приписывать просто в качестве предиката тому или иному предмету. Если это и предикат, то совершенно особого рода [63]. Во всяком случае взгляд на существование как на обычное свойство приводит к целому ряду парадоксов.

С нашей точки зрения, целесообразно выражать существование с помощью особого оператора существования E (в отличие от выражения квантора существования E — не оборотное), прибавление которого справа к символам, обозначающим объекты, будет выражать тот факт, что эти объекты существуют. Например, $(l_1, \dots l_n)$ E будет означать факт существования объектов $l_1, \dots, l_n$. Символ E является оператором, поскольку совокупность объектов $l_1, \dots l_n$ он превращает в совокупность существующих объектов. Оператор существования относится к единичным объектам. Если даже в скобках перед этим оператором будут иметь место переменные, то и они, поскольку идет речь о существовании, рассматриваются как обозначения единичных предметов — областей их переменности.

Рассмотренные выше выражения по своей роли аналогичны прилагательным и глаголам естественного языка.

В естественном языке свойства и отношения могут выражаться существительными. Это имеет место в тех случаях, когда свойства и отношения рассматриваются самостоятельно, в отвлечении от их носителей, в качестве особых вещей.

В символической логике также имеются средства для выражения того факта, что отношение рассматривается в отвлечении от предметов. Для этой цели используется так называемый оператор абстракции. Часто он обозначается в виде крышечки, стоящей над символами предметов, от которых отвлекаются. Например, $\hat{x}, \hat{y}, \hat{z}\, R\, (x, y, z)$ будет обозначать отношение R.

Отношение, абстрагированное от одних предметов,

[63] См.: И. С. Нарский. Современный позитивизм. М., 1961, стр. 168.

может иметь место в других предметах, так что по определению, подставляя вместо R его значение, будем, например, иметь: $[(\hat{x}, \hat{y}, \hat{z})\ R\ (x, y, z)]\ (u, v, w) \equiv R\ (u, v, w)$[64].

Другими авторами для обозначения оператора абстракции используется менее наглядный символ λ[65].

Оператор абстракции можно использовать для выражения не только отношений, но и свойств. Учитывая наше соглашение о записи предиката, обозначающего свойство, будем иметь: $\hat{x}, \hat{y}, \hat{z}\ (x, y, z)\ R$. Здесь R будет обозначать свойство, взятое отдельно, независимо от его носителей x, y, z.

Использование оператора абстракции обычно приводит к довольно громоздким формулам. Однако оно необходимо для обозначения того факта, что отношения, существующие в разных предметах, тождественны друг другу. Понимаемое в этом смысле выражение $\hat{a}_1, \ldots, \hat{a}_n\ R\ (a_1, \ldots, a_n) = \hat{b}_1, \ldots, \hat{b}_n R\ (b_1, \ldots, b_n)$ будет широко применяться ниже.

Отметим, что если речь идет о том, что разные предметы $a_1, \ldots, a_n$ обладают тождественными *свойствами*, то для обозначения этого оператор абстракции совершенно не нужен. Этот факт выражается самой формой записи $(a_1, \ldots, a_n)\ P$. В частности, выражение $(a, b)\ P$ ниже широко будет применяться для того, чтобы показать, что сравниваемые предметы — модель и прототип — обладают общим свойством P. Если же они обладают рядом общих свойств $P_1, \ldots, P_m$, то естественна запись: $(a, b)\ P_1, \ldots, P_m$.

Для обозначения отдельных свойств и отношений самих по себе, независимо от вещей, использование оператора абстракции, вообще говоря, не является необходимостью. Если свойства и отношения рассматриваются самостоятельно, как отдельные предметы, то обозначать их можно так же, как и все прочие вещи, с помощью особых символов, играющих роль имен собственных. Например, символы R, Q, S могут обозначать отношения, символы α, β, γ — свойства. Для того чтобы отличить свойства и отношения от других вещей и друг от друга, для их обозначения можно подобрать особые алфавиты.

---

[64] См.: A. Mostowski. Logika matematyczna. Warszawa — Wrocław, 1948, s. 91.

[65] См.: Р. Карнап. Значение и необходимость. М., 1959, стр. 31.

Как правило, мы будем обозначать отношения прописными буквами центральной части латинского алфавита, свойства — буквами греческого алфавита или строчными буквами последней части латинского, прочие единичные вещи — строчными буквами начальной части латинского алфавита.

Поскольку различия между латинским и греческим алфавитами, прописными и строчными буквами используются нами для выражения различия между вещами, свойствами и отношениями, а различие между частями алфавита лишено должной наглядности и может послужить источником путаницы, особенно при большом числе употребляемых символов, необходимы другие способы отражения в символике различий между постоянными и переменными. Мы будем отличать постоянные от переменных с помощью точки, стоящей над символом. Так, $\dot{R}$, $\dot{a}$, $\dot{\alpha}$ будет константами, R, a, α — переменными.

Такое применение точек аналогично применению прописных букв для выделения имен собственных в русском языке. Использование символов R, $\dot{R}$, Q, S, α, $\dot{\alpha}$, β, x, y и т. д. для обозначения отношений и свойств, рассматриваемых как самостоятельные объекты, вполне аналогично использованию для этой цели существительных в естественных языках.

Кроме буквенных символов, мы будем применять для обозначения отношений также специальные знаки типа «$=$», «$\neq$», «$<$», «$>$» и т. д., а также числа.

Отношения между количествами в естественных науках обычно стремятся выражать при помощи знаков количеств. В этом случае функции слов разговорного языка, таких, как наречий «намного», «больше» «значительно больше» и т. д., выполняют числа, с той только разницей, что эти функции выполняются с большей точностью. Так, вместо выражения «Ветер свыше 29 *м/сек* значительно сильнее ветра в 18,3—21,5 м/сек» получим выражение «Ветер свыше 29 м/сек более чем на 7,5 м/сек сильнее ветра в 18,3—21,5 м/сек». Число 7,5 заменило слово «значительно».

Заметим, что число в этом выражении не полностью вытеснило качественное определение отношения. Последнее осталось в слове «сильнее». Можно видоизменить выражение в «разность между ветром в 29 м/сек и ветром в 18,3—21,5 м/сек будет составлять свыше 7,5 м/сек». Здесь качественное определение оттеснено еще дальше на задний план, но оно все же осталось в слове «разность». Полное его исключение невозможно.

Однако число выступает как существенная характеристика отношения. Поэтому об одинаковости отношений в разных системах можно судить по одинаковости как их качественного, так и числового выражения. Одних чисел все же, как было показано, недостаточно. Кроме количественной, всегда имеется качественная характеристика отношения, выраженная в словах «больше», «меньше», «разность» и т. д. Комбинация количественных и качественных символов представляет из себя формулу. Формула полностью выражает таким образом, отношение.

Но каждое отдельное действие, входящее в эту формулу, например сложение, вычитание, деление, умножение, извлечение корня и т. д., непосредственно еще не выражает отношения. Зная только то, что две величины складываются, умножаются, делятся друг на друга и т. д., мы еще ничего не знаем об их взаимоотношении. Каждое отдельное действие указывает лишь на то, какая метаморфоза производится с исходными количествами. Но как только будет известен результат этой метаморфозы, например окажется, что $a + b = c$, так действие будет выражать отношение, несмотря на то, что отдельно взятое $a + b$ отношения не выражает. Но это уже можно рассматривать как отношение между тремя объектами: a, b и c.

ГЛАВА
ВТОРАЯ

У ИСТОКОВ НАУКИ

Рассматривая проблему использования выводов по аналогии в научном исследовании, целесообразно начать с античности. Несмотря на то, что в античности не было науки в современном смысле слова, зародыши основных идей, определивших развитие науки на многие столетия, находятся именно там. И в их появлении огромную роль сыграла аналогия.

§ 1. ПЕРВЫЕ АНТИЧНЫЕ ФИЛОСОФЫ-МАТЕРИАЛИСТЫ

Начнем с Гераклита Эфесского и предшествующих ему философов Ионийской школы; с Гераклита, потому что от него осталось больше материалов, необходимых для выявления логической структуры выводов по аналогии. Все эти философы выступают против религиозных представлений. На место сверхъестественного в объяснении явлений природы они ставят естественное. «Этот космос,— говорит Гераклит,— один и тот же для всего существующего, не создал никакой бог и никакой человек. но всегда он был, есть и будет вечно живым огнем, мерами загорающимся и мерами потухающим» [1].

Понятие о субстанции мира — космическом огне Гераклита образовано по аналогии с обычным огнем. Здесь нет тождества: огонь космоса и пламя костра — это раз-

[1] Сб. «Материалисты древней Греции», М., 1955, стр. 44.

ные вещи. Но тем не менее, по мнению Гераклита, есть сходство отношений: как в пламени костра исчезают горящие предметы, а другие вещи возникают из него, так и в космическом огне все исчезает и все возникает из него. «На огонь обменивается все, и огонь на все, как на золото — товары и на товары — золото» [2].

Здесь мы видим новую аналогию: огонь в космосе играет такую же роль, как золото в товарно-денежных отношениях.

Пусть $\dot{S}$ — отношение субстанциональности, имеющее место между субстанцией a и наблюдаемыми предметами $a_1, \ldots, a_n$.

Ненаблюдаемые предметы обозначим $b_1, \ldots, b_m$, так что $a_1, \ldots, a_n, b_1, \ldots, b_m$ будут охватывать весь мир. Основанием аналогии является предположение об однородности,— $\dot{H}$ между $a_1, \ldots, a_n$ и $b_1, \ldots, b_m$. Вывод по аналогии, которую можно назвать субстанциальной, имеет следующую схему:

$$\dot{H}\,[(a_1, \ldots, a_n), (b_1, \ldots, b_m)] \vdash \frac{\dot{S}\,[a,(a_1, \ldots, a_n)]}{\dot{S}\,[a, (b_1, \ldots, b_m)]}. \qquad \text{(I)}$$

Разные философы берут разные конкретные объекты (разные a) в качестве «моделей» вселенной. Для Гераклита такой моделью является огонь, для его предшественников, философов Ионийской школы — вода (Фалес) или воздух (Анаксимен).

«Фалес видел или верил, что видит, что все образуется в результате превращений воды, затем с помощью очень смелой аналогии он перенес результат своих наблюдений на все мировое целое» [3].

Но, по-видимому, вода как основа мира и как обычно наблюдаемая вода и для Фалеса не совсем одно и то же. У Анаксимена отсутствие тождества между непосредственно наблюдаемым веществом и первоначалом выступает более ясно. «Здесь следует прежде всего отметить, что обычно наблюдаемый воздух,.. не тождествен, очевидно, для Анаксимена с его первоначалом, материей-воздухом» [4].

---

[2] Сб. «Материалисты древней Греции», стр. 49.

[3] Цит. по: P. G r e n e t. Les origines de l'analogie dans les dialogues de Platon. Paris, 1948, p. 71.

[4] «История философии», т. I. М., 1941, стр. 38.

Иными словами, здесь имеет место не тождество, не сведéние мирового начала к воздуху, а лишь подобие между тем и другим. В этом случае в заключении схемы (I) a следует заменить на подобные ему $b = a'$. Такая аналогия дала возможность Анаксимандру не переносить на свое первоначало название определенного конкретного вещества, а назвать его «беспредельным» — апейроном.

Большой интерес представляет использование аналогии в учении Демокрита. Вероятно, что основная идея Демокрита об атомном строении вещества возникла по аналогии с некоторыми наблюдаемыми явлениями. Об этом говорит свидетельство Аристотеля, который, излагая взгляды Демокрита и Левкиппа, пишет: «Атомы эти имеют сходство с теми пылинками, которые видны в полосе света, входящей через окна: рассеянные повсюду, они суть элементы, из которых состоит вся природа. Подобным же образом учит и Левкипп» [5].

На основе аналогии возникла идея о постоянном хаотичном движении атомов. «Такое мнение образовалось потому, что пылинки эти кажутся постоянно движущимися, даже в то время, когда воздух находится в совершенном покое» [6].

Здесь мы встречаемся с очень важной формой вывода по аналогии. Сущность его заключается в переносе признака «движение» с видимых пылинок на невидимые атомы. Обозначим модель — пылинки $a_1, \ldots, a_n$, а прототип — атомы $b_1, \ldots, b_m$.

Движение в данном случае будет представлять собой уже не отношение, а свойство, переносимое с одного предмета на другой. Обозначим его P. Будем иметь следующую схему перехода от посылок к заключению:

$$\frac{(a_1 \ldots, a_n)\ P}{(b_1, \ldots, b_m)\ P}.$$

Однако эта схема не исчерпывает всего рассуждения. Демокрит не только переносит свойство с пылинок на атомы, но и формулирует основание, делающее возможным этот перенос: атомы относятся к вещам $(c_1, \ldots, c_k)$, как пылинки к лучу света (обозначим последние символом d).

---

[5] Сб. «Демокрит в его фрагментах и свидетельствах древности», М., 1935, стр. 52.
[6] Там же, стр. 53.

Иными словами, атомы и пылинки *аналогичны*. Это положение является *основанием*, определяющим в данном случае правомерность переноса признака с одного предмета на другой. По своему характеру основание является дополнительной посылкой, несущей добавочную информацию.

Обозначим через R отношение атомов к вещам и пылинок к лучу. Воспользуемся оператором абстракции для выражения тождества отношения R в обоих случаях.

Таким образом, умозаключение в целом будет иметь вид:

$$\hat{a}_1, \ldots, \hat{a}_n, \hat{c}_1, \ldots, \hat{c}_k R[(a_1, \ldots, a_n), (c_1, \ldots, c_k)] =$$
$$= \hat{b}_1, \ldots, \hat{b}_m, \hat{d} R[(b_1, \ldots, b_m), d] \vdash \frac{(a_1, \ldots, a_n) P}{(b_1 \ldots, b_m) P}. \qquad \text{(II)}$$

Интересно отметить, что Демокрит широко использует аналогию для объяснения. Так, различия, существующие в мире атомов, иллюстрируются различиями в буквах. Как отмечает Аристотель, «они (т. е. атомисты.— *А. У.*) говорят, что сущее различается только очертанием, соприкосновением и поворотом, причем очертание — это форма, соприкосновение — это порядок и поворот — это положение. Так A отличается от N формой, AN от NA порядком, а N от Z положением» [7].

Аналогия в таком случае имеет вид простого приравнивания отношений. Здесь мы непосредственно не имеем еще вывода по аналогии, т. е. умозаключения в строгом смысле этого слова, поскольку нет зависимости валентных значений одних мыслей от валентных значений других. Однако такая иллюстрация в некотором смысле представляет собой *анáлог* умозаключения. Здесь имеет место перенос от одного предмета (отношения) к другому признаку ясности, понятности, который может рассматриваться как аналог истинности. Обозначим этот признак (свойство) через $\dot{k}$. Будем иметь следующую схему:

$$\hat{a}_1, \ldots, \hat{a}_n R(a_1, \ldots, a_n) = \hat{b}_1, \ldots, \hat{b}_m R(b_1, \ldots, b_m) \vdash$$
$$\vdash \frac{[R(a_1, \ldots, a_n)]\, \dot{k}}{[R(b_1, \ldots, b_m)]\, \dot{k}}. \qquad \text{(III)}$$

Назовем такую форму мысли *разъясняющей* аналогией.

---

[7] Там же, стр. 114—115.

§ 2. ПИФАГОРЕЙЦЫ И ПЛАТОН

Впервые термин «аналогия» (ἀναλογία) появился в школе Пифагора. Первоначально он применялся лишь в области изучения отношений между числами. Пифагорейцы разработали понятие числа, «среднего» между двумя другими числами. Никомах и Папп различают три типа «среднего» — среднее арифметическое, геометрическое и гармоническое. Среднее геометрическое относится к одному из чисел так же, как другое к нему самому. Применительно к такому отношению стал использоваться термин «ἀναλογία» — соразмерность, пропорция. Затем термин «аналогия» начал применяться и к отношениям между четырьмя числами, из которых первое относится ко второму, как третье к четвертому, например к «музыкальному» соотношению $\frac{12}{9} = \frac{8}{6}$, открытому Пифагором.

В пифагорейской школе понятие аналогии применялось лишь к отношениям целых чисел, к которым пифагорейцы стремились свести все другие отношения. Открытие несоизмеримых величин привело к обобщению понятия пропорции Эвдоксом Книдским, работы которого излагаются в V книге «элементов» Эвклида. Там дается общее определение аналогии как подобия отношений [8].

Здесь речь идет не только об отношениях между числами, но вообще о всяких отношениях между величинами, т. е. между отрезками и площадями и т. д. Поскольку термин «величина» понимался в очень широком смысле [9], такое определение делает возможным применение понятия пропорции, т. е. аналогии, вне математики — к отношениям людей, вещей, понятий.

Может возникнуть сомнение в том, является ли пропорция, например $\frac{12}{9} = \frac{8}{6}$, умозаключением. Решение этого вопроса зависит от того, рассматривается ли второе отношение как данное или же как производное от первого. Если $\frac{12}{9} = \frac{8}{6}$ даны заранее и пропорция рассматривается как констатация равенства этих отношений, то у нас не

[8] См. «Начала Эвклида», кн. I—VI. М.— Л., 1948, стр. 142.

[9] См.: Н. Г. Акимов. Величина и отношение у Эвклида.— сб. «Историко-математические исследования», вып. VIII. М., 1955.

умозаключение, а суждение. Иначе обстоит дело, когда рассматривается переход от $\frac{12}{9}$ и $\frac{8}{6}$. Отношение между 12 и 9 выражается с помощью числа 3. Пропорцию можно рассматривать как перенос этого отношения на другие числа — 8 и 6.

Таким образом, мы имеем вывод по схеме: $\frac{3\,(12, 9)}{3\,(8, 6)}$.

Основанием переноса отношения с модели на прототип является тождество отношений между соответствующими элементами сравниваемых систем. В нашем примере каждый из элементов первой системы (12 и 9) в полтора раза больше соответствующих им элементов второй системы (8 и 6).

Схема умозаключения по аналогии типа пропорции будет иметь вид:

$$\hat{a}_1\hat{b}_1Q\,(a_1, b_1) = \hat{a}_2\hat{b}_2Q\,(a_2, b_2) \vdash \frac{R\,(a_1\,a_2)}{R\,(b_1, b_2)}. \qquad \text{(IV)}$$

Знание пропорций позволяет математикам определять одни величины на основании других. То же самое оказывается возможным и при более широком понимании этого термина. Исходя из знания пропорций человеческого тела, скульптор определяет форму своей статуи; пользуясь музыкальными пропорциями, музыкант определяет длину струн. Пифагореец Алкмеон устанавливает пропорцию-аналогию между здоровьем человека и благополучием государства. Поскольку здоровье человека есть результат равновесия противоположных начал, то здоровье — благополучие государства — тоже будет лишь в том случае, если противоположные начала будут друг друга уравновешивать [10].

Архит из Тарента заявляет, что «математическая пропорция дает решение политических проблем» [11].

Пифагорейцы и, в частности, Архит оказали влияние на Платона, в философии которого аналогия играет очень большую роль. Автор капитального исследования, специально посвященного анализу роли аналогии в философии Платона, П. Грене приводит высказывание своего консультанта Жана Валя: «Аналогия? Это весь Платон» [12].

---

[10] См.: P. Grenet. Les origines de L'analogie dans les dialogues de Platon, p. 128.

[11] Там же.

[12] Там же, стр. 16.

Платон применяет аналогию прежде всего как метод сведения сложных проблем, непосредственный анализ которых в общем виде встречает те или иные трудности, к проблемам более простым, чаще всего к тому или иному примеру из другой области явлений. Если мы не можем прочитать написанные мелко буквы, то нужно найти, говорит Платон, такой случай, когда эти же буквы оказываются написанными более крупно [13].

«И опять, чтобы с успехом трудиться в делах великих, все и в древности постановили — сперва заниматься в том же отношении делами малыми и легкими, прежде чем приступить к великим» [14].

Так, например, Сократ, по Платону, рассматривает свой метод приведения собеседника к истине как майевтику, т. е. повивальное искусство. Аналогия с повивальным искусством служит для разъяснения всех особенностей метода Сократа [15].

Особая роль аналогии в философии Платона связана с его системой объективного идеализма. Истинный мир, по Платону,— это мир идей, имеющих сверхчувственный, потусторонний характер. Но человек непосредственно имеет дело с грубыми, чувственно воспринимаемыми вещами, поэтому ему недоступно прямо восприятие мира идей. Единственно, что остается,— это путь косвенного познания идей с помощью аналогии с вещами и отношениями материального мира.

Человек не может думать о чистой форме иначе, чем с помощью подстановки аналогичных понятий — логосов [16]. В свою очередь логосы познаются с помощью аналогии с чувственно воспринимаемыми вещами. Так, например, идея добра уподобляется солнцу. Непосредственное восприятие этой идеи также ослепляет человека, как и взгляд на солнце. Здесь чувственный образ — солнце. Логос — отражение солнца в мысли — умственный образ, чистая форма идеи добра.

Таким образом, познание идет от чувственных образов к логосам, от логосов — к идеальным формам [17]. Переход

---

[13] См.: Платон. Республика, 368.

[14] Платон. Софист, 218 *с*.— Платон. Соч., т. V. М., 1879, стр. 483.

[15] См.: Платон. Теэтет, гл. 6, 7. М., 1963, стр. 4—30.

[16] Федон. 99 с. Республика, 507 в. Политика, 286а.

[17] См.: P. Grenet. Op. cit. p. 66.

от одного этапа к другому происходит с помощью аналогии.

Идеализм Платона связан с религией. Для рассуждений о мире богов также используется аналогия. Философ уподобляет отношение бога к миру отношению кучера к повозке, капитана к кораблю, генерала к армии, врача к больному, крестьянина к полю и пастуха к стаду [18].

В каком же отношении находится аналогия Платона к аналогии в древнегреческой математике, т. е. к пропорции? Свои аналогии Платон часто формулирует так, как если бы они представляли собой математические пропорции.

«Так, под медицину, как я сказал, подделывается ласкательство кухонное, а под гимнастику точно таким же образом — косметическое, занятие злодейское, обольстительное, неблагородное, низкое, обманывающее видом, прикрасами, легкостью и нарядами, одним словом — делающее то, что люди, заимствуя чужую красоту, не радят о красоте, доставляемой гимнастикой. Чтобы не говорить много, употреблю выражение геометров; может быть, наконец, поймешь. Как ласкательство косметическое относится к гимнастике, так кухонное — к медицине, или лучше, как ласкательство косметическое относится к гимнастике, так софистическое — к законодательству, и как ласкательство кухонное относится к медицине, так риторское — к правоведению» [19].

Здесь мы имеем форму пропорции: $\frac{a}{b} = \frac{c}{d} = \frac{e}{f}$.

Форма пропорции 'αναλογια, по мнению Платона, не портится от того, что в качестве соотносящихся элементов берутся не числа, а свойства. Приравниваться друг к другу могут не только количественные, но и качественные отношения — причинности, зависимости, влияния, подобия. Платон устанавливает тесную связь между количественной и качественной аналогией»:— то же и пропорциональное из (*начал.— А. У.*) соотношение, по количеству, движениям и другим свойственным им силам [20].

---

[18] См. там же.

[19] Платон. Горгий, 465 в. Платон. Соч., т. II. СПб., 1863, стр. 264—265.

[20] Платон. Тимей 55^e — 55^e. — Платон. Соч., т. VI. М., 1876, стр. 434.

Однако, несмотря на то, что качественную аналогию можно рассматривать как непосредственное обобщение количественной, практически между ними большая разница. Одинаковость количественных отношений легко определить по равенству соответствующих чисел. Проблема определения равенства качественных отношений значительно труднее. Платон не только не решил этой проблемы, но даже не поставил ее.

§ 3. АРИСТОТЕЛЬ

Умозаключения по аналогии играют важную роль в работах основоположника логической науки — Аристотеля.

При этом интересно отметить, что аналогии уделяется большее внимание в естественнонаучных, чем в специально логических работах. Аристотель, как и его предшественники, понимает аналогию прежде всего в смысле равенства отношений, «ибо аналогия есть равенство отношений» [21], «а под аналогией я разумею [тот случай], когда второе относится к первому так же, как четвертое к третьему» [22].

Эти определения носят значительно более общий характер, чем определение математической пропорции. Здесь речь идет не только о количественных, но и о качественных соотношениях. Аристотель специально подчеркивает переход от количественной к качественной аналогии. «Если же имеются два предмета и каждый из них движет определенное количество в определенное время, то силы их, сложенные вместе, будут двигать сложные тяжести на одинаковую длину в то же время, согласно аналогии» [23].

Здесь речь идет о количественной аналогии — о равенстве числовых соотношений. «Но происходит ли то же при качественном изменении и росте?» — спрашивает вслед за этим Аристотель и дает положительный ответ на этот вопрос. «Вызывающее качественное изменение и качественно изменяемое суть нечто и также изменяются в опре-

---

[21] Аристотель. Никомахова этика, Е. 6.
[22] Аристотель. Поэтика, 1457 в. 9. М., 1957, стр. 109—110.
[23] Аристотель. Физика, 250а—250 в. М., 1936, стр. 136.

деленном количестве в отношении большей и меньшей степени и в количественно-определенное время, в двойном времени вдвое и вдвое больше во вдвое большее время» [24].

Необходимо отметить в понимании Аристотеля важное отличие аналогии от математической пропорции. Последняя сохраняется безразлично как при увеличении, так и при уменьшении ее членов в определенное число раз.

Та же аналогия, о которой говорит Аристотель, по его мнению, сохраняется лишь при увеличении. Если нечто вызывает действие, то удвоенное нечто вызывает удвоенное действие, но не наоборот. Половинное нечто может вообще не вызвать действия. Так, один гребец не может двигать судно, и малая часть зерна не производит никакого шума.

Аристотель понимает трудность, связанную с определением равенства качественных отношений, и находит выход в переходе от равенства к более широкому понятию подобия. «Ведь говорить о равенстве здесь нельзя, и количественному равенству соответствует здесь подобие» [25].

Подобие Аристотель часто понимает как сходство функций. Такое понимание ярче всего проявилось в его исследованиях по биологии. В работе «О частях животных» он пишет: «Я разумею под аналогом следующее: одним присуще легкое, другим оно не присуще: но то, что для имеющих его представляет собой легкое, то для других нечто иное, взамен него; и у одних имеется кровь, а у других ее аналог, обладающий той же силой, как у животных с кровью — кровь» [26].

Здесь уподобляются друг другу качественные соотношения органа и функции, которые уже никак нельзя выразить с помощью соотношения чисел.

Подобие рассматривается Аристотелем как одна из форм общности между явлениями, как такое общее, которое возможно при наличии качественной разнородности сравниваемых объектов. «А затем, одни вещи образуют одно по числу, другие — по виду, иные — по роду, а иные — по аналогии. По числу одно образуют те, у которых материя одна, одно по виду — те, у которых поня-

---

[24] Там же.

[25] Там же, 249 в.

[26] Аристотель. О частях животных (645а—646а). М., 1937, стр. 51.

тие общее, одно по роду — те, которые принадлежат к одной и той же категориальной форме, одно по аналогии — те, которые стоят между собою в таком же отношении, как что-нибудь другое — к чему-нибудь другому»[27]. При этом предшествующее предполагает последующее, но не наоборот. В частности, единство по аналогии может быть между такими видами, которые не едины даже по категориальной форме, т. е. при отсутствии общих существенных для них свойств[28].

Понятие общего по аналогии широко используется Аристотелем в его философских построениях. С этим понятием у него связывается по сути дела проблема единства мира, которое понимается в стихийно-диалектическом смысле, как такое единство, которое не только не исключает, но предполагает качественное многообразие. «Для всего же существующего в этом смысле одних и тех же начал нет, но они являются таковыми по аналогии... Однако каждое из этих начал — иное в каждом отдельном ряде, например, в области цвета — это белое, черное и поверхность»[29].

В «Физике», говоря о том, что все начала должны быть противоположностями, Аристотель отмечает их общность по аналогии[30]. В работе «О душе» аналогия противоположностей анализируется на следующем примере: «Пусть А белое будет как будто поставлено в отношение к Б черному и В к Г, то же самое и попеременно. Если ВГ будут восприниматься единым, то они будут в таком же положении, как АВ, и единое останется тем же, но способ бытия будет другим»[31]. Перевод этого места вызывает разногласия среди переводчиков; часть из них под В и Г понимает противоположности сладкого — горького. Некоторые, и в том числе переводчик этой книги на русский язык П. С. Попов, под В понимает сладкое, а под Г — теплое[32]. Первый вариант нам кажется более убеди-

---

[27] Аристотель. Метафизика, V, 1016 в 31—1017 а. М.—Л., 1934, стр. 86.

[28] См. там же. Примеч. Кубицкого к переводу «Метафизики», стр. 300.

[29] Аристотель. Метафизика, XII, 4 1070 а 31—1070 в 26.

[30] Аристотель. Физика, 189а.

[31] Аристотель. О душе, 231 а—25. Перев. П.С. Попова. М., 1937, стр. 101.

[32] Там же, стр. 155. См. Комментарии П. С. Попова, стр. 155.

тельным, более согласующимся с духом концепции Аристотеля.

Аналогичность начал всего существующего проявляется далее у Аристотеля в аналогичности принципов науки. «Из тех начал, которые применяются в доказывающих науках, одни свойственны каждой науке в отдельности, другие — общи всем; общи — по аналогии» [33]. (Б. А. Фохт почему-то переводит «по сходству», хотя в подлиннике стоит κατ'αναλογιαν).

Аристотель не ограничивается установлением тех или иных аналогий. Он их использует для умозаключения и доказательства.

Умозаключение есть уже в приведенном выше примере с аналогией между противоположностями белого А — черного Б и сладкого В — горького Г. Исходя из одинаковости отношений между этими противоположностями, Аристотель делает вывод об одинаковости отношений, с одной стороны, между сладким и белым, а с другой — между горьким и черным. «То же самое пришлось бы сказать, если бы А было сладким, а Б — белым» [34]. Таким образом, по Аристотелю, если белое относится к черному, как сладкое к горькому, то сладкое относится к белому, как горькое к черному.

Здесь мы видим, как одна аналогия является логическим основанием другой аналогии. Аристотель распространяет на качественную область ту схему вывода, которая характеризует использование пифагорейцами числовых пропорций (см. формулу IV). Умозаключение по аналогии служит для Аристотеля прежде всего инструментом открытия, способом исследования явлений при недостатке опытных данных. Если два объекта аналогичны, т. е. имеют одинаковое отношение к третьему, то это дает Аристотелю основание переносить на один из них то, что свойственно другому.

Таким умозаключением он пользуется, например, при определении режима ветров неизвестной части Земли. Поскольку по отношению к другому полюсу Земли должны существовать места, расположенные так же, как расположены наши страны по отношению к нашему полюсу,

---

[33] Аристотель. Вторая аналитика, кн. I, гл. 10, 76а 22—76а 22. М., 1952, стр. 199; ср: Aristotelis Stagiritae. Peripateticorum principiis organum. Francofurti, 1558, p. 400.

[34] Аристотель. О душе, 431 в, стр. 101.

то и метеорологические явления, в частности режим ветров в обоих полушариях, должны быть одинаковыми [35].

Этот вывод по аналогии такого же типа, как и приведенный выше вывод Демокрита о движении атомов (см. формулу II). Ввиду большого значения этого вида аналогии в эмпирических исследованиях будем называть его в дальнейшем *эмпирической* аналогией.

Выводы по аналогии широко применяются в биологических работах. Аристотель рассматривает все живые существа по аналогии друг с другом. Поэтому оказывается, что одни органы общие, а другие аналогичны у всех животных или даже животных и растений. Так, например, сердце есть у всех животных — «должен же быть в теле как бы очаг, в котором помещается оживляющее начало природы и притом в надежном охранении, наподобие акрополя тела» [36]. Другим общим органом является печень. Прочие же органы могут быть у одних и отсутствовать у других животных, например, легкие, почки, перья. но тогда взамен их имеются аналогичные органы. Вместо легких — жабры, вместо почек — плоские тела, подобные почкам, вместо перьев — чешуя и т. д. Даже у растений есть органы, аналогичные органам животных. «Ведь корни у растений имеют свойства рта и головы, а семя — наоборот» [37]. Характерно, что растения рассматриваются Аристотелем как особый выродженный случай животных.

Аналогичность всех органов животных для Аристотеля является следствием общности отношений живого существа к окружающей среде, общности функций питания, размножения, защиты и т. д.

Здесь мы видим новый интересный тип выводов по аналогии. Этот вывод сложный. Его можно разбить на два этапа. Вначале отношения, существующие в одних объектах (здесь — живых существах), переносятся на другие. Это можно выразить схемой $\frac{R(a_1, \ldots, a_n)}{R(b_1, \ldots, b_m)}$. Основанием переноса является одинаковость отношений Q — живых существ к окружающей среде m. В целом схема первого

[35] См.: M. D o r o l l e. Le raisonnement par analogie. Paris, 1949, p. 12.

[36] А р и с т о т е л ь. О частях животных 670 а—670 в.

[37] Там же, 687 а.

этапа вывода по аналогии будет иметь вид:

$$\hat{a}_1, \dots, \hat{a}_n, \hat{m}Q\,[a_1, \dots, a_n), m] = \hat{b}_1, \dots, \hat{b}_m, \hat{m}Q\,[b_1, \dots$$
$$\dots, b_m), m] \vdash \frac{R\,(a_1, \dots, a_n)}{R\,(b_1, \dots b_m)}\,. \qquad \text{(V)}$$

Полученный результат — тождество отношений в модели и образце — является основанием для дальнейшего вывода — наличия соответствующих друг другу элементов, образующих системы модели и прототипа. В таком случае полученный вывод можно выразить с помощью введенного выше оператора существования. В соединении с основанием этого вывода — результатом предшествующей части умозаключения по аналогии — будем иметь схему:

$$\hat{a}_1, \dots, \hat{a}_n R\,(a_1, \dots, a_n) = \hat{b}_1, \dots, \hat{b}_m R\,(b_1, \dots, b_m) \vdash$$
$$\vdash \frac{(a_1, \dots, a_n)\,E}{(b_1, \dots, b_m)\,E}\,.$$

Соединяя два этапа вывода и сокращая его, опустив промежуточное зерно, получим:

$$\hat{a}_1, \dots, \hat{a}_n, \hat{m}Q\,[(a_1, \dots, a_n), m] = \hat{b}_1, \dots, \hat{b}_m, \hat{m}Q(b_1, \dots,$$
$$b_m), m] \vdash \frac{(a_1, \dots, a_n)\,E}{(b_1, \dots, b_m)\,E}\,. \qquad \text{(VI)}$$

Это схема вывода от совпадения функций к сходству структур. Назовем его *функционально-структурной* аналогией.

Выводы по аналогии используются Аристотелем и в логике. Так, из одинаковости одних терминов по аналогии выводится одинаковость других. «Но то, что по аналогии одно и то же, для того и средний термин будет одним и тем же по аналогии» [38].

Интересно отметить использование аналогии для построения новой схемы умозаключения. Аналогично силлогизму «Всякий человек — живое существо, всякое живое существо — сущность, следовательно, всякий человек — сущность» Аристотель строит следующее умозаключение: «Если есть человек, то необходимо есть и живое

---

[38] Аристотель. Вторая аналитика, I, 18, 99 а 14—99 а 35.

существо, и если есть живое существо, то необходимо есть и сущность; следовательно, если есть человек, то необходимо есть и сущность» [39]. «Это еще не силлогизм», — отмечает Аристотель. Но это, несомненно, аналог категорического силлогизма, рассматриваемого Аристотелем. У последователей Аристотеля он получил название «силлогизма по аналогии» κατ 'ἀναλογίαν [40].

Выводы по аналогии дают возможность Аристотелю переносить методы решения одних проблем на другие. Проблемы могут быть тождественными даже в том случае, если относятся к разным наукам, например к оптике и акустике.

О таких проблемах Аристотель говорит: «Некоторые из них принадлежат к одному и тому же роду, но различаются между собой, поскольку относятся к разным предметам или происходят по-разному, например, отчего бывает это, или отчего получается отражение в зеркале, вследствие чего получается радуга? Все эти вопросы являются проблемами одного и того же рода (ибо все это — явления преломления) и различны только по виду» [41].

Таким образом, решение в оптике проблемы радуги решает вместе с тем проблему эхо в акустике. Отсюда следует, что если правильность решения проблемы доказана в одной области, то она вместе с тем доказана и в другой области. Это делает возможным использование доказательства по аналогии. Можно привести много примеров таких доказательств в различных работах Аристотеля. Подробно проведя доказательства в одной области явлений, применительно к другой области он такого доказательства обычно не приводит, а просто ссылается на то, что оно аналогично предыдущему.

Например: «... Если же обе посылки неопределенные и частные, то силлогизма не получится. Доказывается это так же, как при общих посылках, и посредством тех же терминов» [42].

---

[39] Аристотель. Первая аналитика, I, 32 47 а 23—47 в 6.

[40] См.: K. Berka. Zur Problematik der peripatetischen Schlüsse κατ ἀναλογιαν.— «Deutsche Zeitchrift fur Philosophie», 1958, № 6. А. Уемов. Проблема эквивалентности логических структур.— Сб. «Формальная логика и методология науки». М., 1964.

[41] Аристотель. Вторая аналитика, I, 15, 98 а 15—98 а 34.

[42] Аристотель. Первая аналитика, I, 21, 39 в 28—40 а 9.

«Но и бесконечное не проходит бесконечного в конечное время, ибо если оно проходит бесконечное, то и конечное, так как в бесконечном заключается конечное. И далее, если взять время, доказательство будет такое же точно» [43].

Встречается у Аристотеля и опровержение по аналогии. Так, опровергая теорию первоначального уродства животных, он пишет: «Далее, и в растениях имеется «ради чего», но только не так отчетливо, что же, и у них, следовательно, наподобие «быкорожденных мужеликих» возникали «лозорожденные масличноликие» или нет? Ведь это бессмысленно, а должно было быть, раз было у животных» [44].

Опровергая мнение о том, что человеческая голова может говорить, будучи отделена от тела, он ссылается на то, что «и у варваров, у которых быстро отрубают голову, никогда не происходит ничего подобного. Далее, почему этого не случается у других животных?» [45].

Из приведенных примеров видно, что наиболее характерным для Аристотеля типом аналогии являются выводы, основанные на тождестве отношений. Это — обобщение числовой аналогии пифагорейцев. Аристотель, подобно своему предшественнику Платону, рассматривает тождество не только числовых, но и вообще любых отношений. Такое тождество у Аристотеля играет роль основания вывода. Сами же выводы по аналогии очень разнообразны. В одних случаях это перенос свойств с модели на образец, как это имело место и у Демокрита (формула II), в других — это перенос отношений. Но отношения как правило являются двучленными. В этом существенная ограниченность Аристотеля.

Вывод от тождества одних отношений к тождеству других имеет вид:

$$\hat{a}_1,\hat{a}_2 Q\,(a_1, a_2) = \hat{b}_1,\hat{b}_2 Q\,(b_1, b_2) \vdash \frac{R\,(a_1, a_2)}{R\,(b_1, b_2)}\,. \qquad \text{(VII)}$$

Аналогию такого типа условно назовем эмпирико-реляционной. В некоторых случаях используется дополнительное основание, а именно, что отношение R является логическим следствием отношения Q. К этому случаю

---

[43] Аристотель. Физика, 238 в — 339 а.
[44] Там же, 199 в — 200 а.
[45] Аристотель. О частях животных, 637 а — 637 в.

относится использование аналогии в качестве доказательства. Схема такого вывода будет иметь вид:

$$[\acute{a}_1, \hat{a}_2 Q(a_1 a_2) = \hat{b}_1, b_2, Q(b_1, b_2)] \& (Q \supset R) \vdash \frac{R(a_1, a_2)}{R(b_1, b_2)}. \quad \text{(VIII)}$$

Здесь знак $\supset$ означает, что всегда, когда между какими-либо объектами существует отношение Q, между ними будет иметь место также R.

Для опровержения использовалась схема

$$\hat{a}_1, a_2 Q(a_1, a_2) = \hat{b}_1, \hat{b}_2 Q(b_1, b_2) \vdash \frac{(a_1)\,\overline{P}}{(b_1)\,\overline{P}}. \quad \text{(IX)}$$

Здесь черта над P означает отрицание присущности данного свойства сравниваемым объектам.

§ 4. ЭПИКУР И ЭПИКУРЕЙЦЫ

В последний период развития античной науки выводы по аналогии приобрели особую роль в школе Эпикура. И это не случайно. Эпикур был убежденным сенсуалистом. Мир познается только через чувственное восприятие. «Все чувства суть вестники истинного», «ничто не может опровергнуть чувственного восприятия», — говорит он. В этом отношении он идет дальше Демокрита, для которого чувства иногда могут давать и неправильное представление о вещах» [46].

Однако вместе с тем Эпикур —атомист. А атомы—не воспринимаются чувствами. Они скрыты от наших чувств, как и многие из тех небесных и земных явлений, которые привлекают внимание Эпикура. Каким же образом можно познавать эти явления?

И здесь на помощь приходят умозаключения по аналогии. Они являются как бы мостом, который соединяет наши чувственные восприятия с тем, что лежит за их пределами.

«Надо (для сравнения) наблюдать, сколькими способами у нас (на Земле) происходит одинаковое явление, и на основании этого определять причины небесных явлений и вообще всего неизвестного» [47], — пишет Эпикур

---

[46] См.: К. Маркс. Из ранних произведений. М., 1956, стр. 32.
[47] Цит. по сб. «Материалисты древней Греции». М., 1955, стр. 195.

в письме к Геродоту. Эту мысль он повторяет и в письме к Пифоклу [48]. И тут же дает пример использования такого метода: «Кроме того, возможно, что Луна имеет свет от себя, но возможно, что и от Солнца. В самом деле, и у нас, как мы видим, многие предметы имеют свет от себя, а многие — от других предметов» [49]. «Далее, правильность обращения небесных тел следует понимать так же, как и правильность некоторых явлений, случающихся у нас на Земле» [50].

Эпикур критически высказывается по адресу тех, кто не умеет пользоваться выводами по аналогии.

Некоторые люди, не соблюдавшие правил его метода, «впали в мысль вздорную, будто небесные явления происходят лишь одним способом, а все другие возможные способы отбрасывают, доходя до немыслимого и не будучи в состоянии сравнивать земные явления, которые должно принимать за указания» [51]. В другом письме, от которого сохранился лишь отрывок, эта критика была выражена, по-видимому, еще более резко: «Вспоминаю письмо от тебя и рассуждение твое о людях, которые не могли усмотреть ни аналогии между невидимыми предметами и видимыми явлениями, ни согласия между ощущениями и невидимыми предметами» [52].

Из этого отрывка видно, что взгляды Эпикура на аналогию разделялись его последователями. Эти последователи, и прежде всего Лукреций Кар, широко применяют метод умозаключений по аналогии.

«То, чтоб к словам моим ты с недоверием все ж не отнесся
Из-за того, что начала вещей недоступны для глаза,
Выслушай то, что скажу, и ты сам, несомненно, признаешь,
Что существуют тела, которых мы видеть не можем.
Ветер, во-первых, морей неистово волны бичует...
Рушит громады судов и небесные тучи разносит...
Стало быть, ветры — тела, повторяю, незримые нами,
Раз и по свойствам они и по действиям могут сравниться
С водами мощными рек, обладающих видимым телом» [53].

---

[48] См. там же, стр. 198.
[49] Там же, стр. 200—201.
[50] Там же, стр. 201.
[51] Там же.
[52] Там же, стр. 232.
[53] Лукреций Кар. О природе вещей, кн. 1, стр. 267—273, 295—298. Перев. Ф. А. Петровского, М., 1945.

«Ибо, коль мы о частях или членах чего-нибудь знаем,
Что и начала имели тела их и формы их смертны,
Мы заключаем тогда, что и в целом предмет этот смертен» [54].

Мы видим, что большинство из приведенных аналогий соответствуют схемам, разобранным выше. Но для эпикурейцев в целом, особенно в более поздний период, характерно понимание аналогии как вывода от общности ряда свойств сравниваемых предметов к общности еще одного свойства. Здесь общность одних свойств является основанием для переноса другого свойства с модели на прототип.

Пусть выражение $(a)\ P_1, P_2, \ldots, P_n$ означает, что предмет a обладает рядом свойств $P_1, P_2, \ldots, P_n$. Выразим тождественность свойств $P_1, \ldots, P_n$ сравниваемых предметов, как $(ab)\ P_1, \ldots, P_n$. Тогда аналогия в целом будет иметь вид:

$$(a, b)\, P_1, \ldots P_n \vdash \frac{(a)\, P_{n+1}}{(b)\, P_{n+1}}. \qquad \text{(X)}$$

Это аналогия типа парадейгмы — примера (термин Аристотеля) [55].

Мы рассмотрели, таким образом, основные формы выводов по аналогии, встречающиеся в трудах античных ученых. Много интересных примеров применения выводов по аналогии было опущено, например использование аналогии Архимедом. Последнее будет разобрано ниже, в связи с аналогиями Стевина и Д'Аламбера, в структурном отношении совпадающими с архимедовской.

---

[54] Лукреций Кар. О природе вещей, кн. V, М., 1945, стр. 240—243.

[55] Аристотель. Первая аналитика, кн. 2, гл. 24. М., 1952, стр. 169—170.

Глава
третья

АНАЛОГИИ ПЕРИОДА СТАНОВЛЕНИЯ КЛАССИЧЕСКОЙ ФИЗИКИ

§ 1. ГАЛИЛЕЙ И КЕПЛЕР

Начало периода нового времени сопровождается возникновением экспериментальных наук. Галилей, Декарт, Ньютон и другие выдающиеся умы этой эпохи закладывают фундамент так называемой классической физики. Не последнюю роль в этом процессе играет аналогия.

Коперник использует аналогию для того, чтобы показать совместимость своей теории с чувственным восприятием. Он ссылается на то, что человеку, находящемуся на корабле, кажется, что движется не он, а берег. Коперник цитирует стихи Вергилия: «Гавань мы покидаем: назад отступают и город и люди» [1]. С помощью аналогии обосновывает гелиоцентрическую систему Коперника Галилей. Противники этой системы ссылались главным образом на то, что движение земли должно было бы весьма существенным образом отразиться на явлениях, происходящих на ее поверхности. Так, камень, брошенный с башни, должен был бы не падать у ее основания, а отклоняться на расстояние, пройденное землей во время полета камня. Дальность стрельбы из пушки должна была бы зависеть от направления: на запад пушки должны были бы стрелять дальше, чем на восток; птицы не могли бы поспевать за движением земли и т. д. [2]

Все эти аргументы Галилей разбивает при помощи аналогии движения Земли с движением корабля. Он

---

[1] См.: В. Г. Кузнецов. Развитие научной картины мира в физике XVI—XVII вв. М., 1955, стр. 19.

[2] См.: Галилей. Диалог о двух главнейших системах мира—птолемеевой и коперниковой. М.— Л., 1948, стр. 104—109.

подчеркивает прежде всего, что законность этой аналогии признается и сторонниками системы Птолемея: «... спрошу я вас, синьор Симпличио, кажется ли вам самому опыт с кораблем настолько подходящим к нашему положению, чтобы с разумным основанием можно было полагать, что то, что наблюдается нами в случае с кораблем, должно также совершаться и с земным миром?» [3].

Симпличио отвечает утвердительно, поскольку полагает, что эта аналогия свидетельствует в его пользу: камень, брошенный с вершины мачты движущегося корабля, должен отклониться от основания мачты на расстояние, пройденное в это время кораблем. Однако Сальвиати, выражающий в диалоге взгляды Галилея, убедительно доказывает, что этого не произойдет и при отсутствии внешних воздействий камень упадет к основанию мачты. Спор в этом случае идет в сфере своего рода мысленного эксперимента, но Галилей ссылается и на реальный опыт: человек прыгает на одинаковое расстояние по направлению и против движения корабля, мухи летают в каюте корабля во все стороны с одинаковой скоростью, независимо от его движения и т. д. [4]

Поскольку аналогия движения корабля с движением Земли признана законной, рассмотренные явления дают право сделать вывод, что и на Земле мы должны наблюдать то же — ее движение не должно проявляться таким образом, как думали сторонники птолемеевой системы.

Здесь мы встречаемся с новой интересной формой вывода по аналогии. Это — комбинированная аналогия. Основанием в таком выводе служит признание правомерности переноса признака с одного предмета на другой, т. е. признание правомерности вывода по аналогии. Но если правомерна первая — положительная — аналогия, то это свидетельствует о правомерности другой, отрицательной аналогии, в которой с одного предмета на другой переносится отрицание данного свойства. В целом вывод по аналогии будет иметь вид:

$$\frac{(a)\,P}{(b)\,P} \vdash \frac{(a)\,\overline{P}}{(b)\,\overline{P}}\,. \qquad \text{(XI)}$$

---

[3] См. Галилей. Диалог о двух главнейших системах мира — птолемеевой и коперниковой, стр. 116.

[4] См. там же, стр. 146—147.

Важнейшим фактом, свидетельствующим в пользу учения Коперника, явилось открытие Галилеем спутников Юпитера. Юпитер со своими спутниками явился как бы моделью солнечной системы. Существование одной системы свидетельствовало по аналогии о существовании другой. «Открытие Галилеем спутников Юпитера укрепило при посредстве аналогии систему Коперника, оказавшись для того более мощной опорой, чем все другие аргументы» [5].

Такую аналогию можно назвать *аналогией существования, или экзистенциальной аналогией*. Ее сущность заключается в переносе с одного предмета на другой факта существования, который в данном случае является аналогом свойства. Основанием такого переноса является аналогичность сравниваемых предметов. Поскольку эти предметы выступают как системы, аналогичность означает тождественность отношений в них.

Стуктуру аналогии существования можно выразить следующим образом:

$$\hat{a}_1, \ldots, \hat{a}_n R(a_1, \ldots, a_n) = \hat{b}_1, \ldots, \hat{b}_n R(b_1, \ldots, b_n) \vdash \vdash \frac{(a_1, \ldots, a_n) E}{(b_1, \ldots, b_n) E}. \qquad \text{(XII)}$$

Сказанное далеко не исчерпывает роль аналогии в работах Галилея. В частности, Галилей оставил нам интересный анализ использования аналогии в инженерном деле, но об этом речь будет идти впоследствии.

Особенно большое значение использованию аналогии в науке придавал И. Кеплер: «Итак, желательно подчинять геометрические рассуждения аналогии; я особенно люблю эти аналогии, моих вернейших учителей, участников тайн природы; преимущественно же в геометрии должно им следовать, ибо они странными своими терминами охватывают бесчисленные случаи в своих пределах и любое содержание и ясно обнаруживают перед нашими глазами сущность любой вещи» [6].

О геометрических аналогиях Кеплера речь будет идти впоследствии. Здесь мы отметим лишь аналогию, которая, хотя и является чрезвычайно наивной с современ-

---

[5] Э. Мах. Познание и заблуждение. М., 1909, стр. 233.
[6] Цит. по: Э. Мах. Познание и заблуждение, стр. 229.

ной точки зрения, в свое время сыграла большую роль в развитии представлений о природе. Речь идет об аналогии между очень большим и очень малым, макрокосмом и микрокосмом, в частном случае между планетами и живым организмом. Аналогии такого типа появились еще в древнем Китае и Греции. Их развивали Сенека и святой Августин. В средние века они особенно популярны [7]. Но даже в новое время такие выдающиеся мыслители, как Ш. Фурье, принимали их всерьез.

Согласно И. Кеплеру, тот факт, что планеты могут двигаться самостоятельно, как и живые организмы, означает, что первые, подобно вторым, имеют душу. Внутренней теплоте животных соответствует подземная теплота, сосудам животного — реки и т. д. [8]

Какова же структура такой аналогии? Ее нельзя рассматривать как простую аналогию типа парадейгмы, поскольку свойства внутренней теплоты, наличия сосудов и т. д. не общи, а лишь аналогичны, лишь соответствуют друг другу. Американская исследовательница роли аналогии в истории науки А. Арбер сближает аналогию между макрокосмом и микрокосмом с аристотелевской аналогией между растениями и животными, которая выше была названа функционально-структурной (формула VI). «Если мы рассмотрим средневековую доктрину макрокосма и микрокосма с точки зрения логики, то увидим, что ее образует основное допущение, из которого детальные следствия выводятся дедуктивно. То же самое верно и применительно к другим первоначальным формам умозаключения по аналогии. Например, из веры в эквивалентность животных и растительных организмов выводится положение о том, что отдельные части растений могут быть интерпретированы так же, как части животных» [9].

На наш взгляд, сходство здесь не исчерпывается ролью дедукции, которая имеет то или иное значение в любом выводе по аналогии. Общность между сравниваемыми аналогиями значительно глубже — она заключается в том, что в обоих случаях делается выход от *сходства*

---

[7] См.: A. A r b e r. Analogy in the History of Science.— «Studies and essays in tne History of Science and Learning offered in homage to G. Sarton». N. Y., 1944.

[8] См.: Ф. Р о з е н б е р г е р. История физики, ч. II. М.— Л., 1937, стр. 52.

[9] A. A r b e r Op. cit., p. 228.

функций, сходства отношений к окружающей среде к *сходству строения*. Поэтому аналогию между микро- и макрокосмом можно рассматривать как частный случай функционально-структурной аналогии.

А. Арбер считает, что аналогии такого типа относятся к донаучной стадии развития умозаключений по аналогии. Вряд ли это так. Мы будем иметь случай убедиться, что аналогии, имеющие такую структуру, встречаются и в современной науке.

§ 2. Р. ДЕКАРТ

Широкое применение аналогии мы находим в трудах Ренэ Декарта. В «Правилах для руководства ума» этому применению дается теоретическое обоснование. Противопоставляя аналогию силлогизму, Декарт пишет: «Но так как формы силлогизмов, о чем мы уже неоднократно упоминали, не оказывают никакой помощи в познании истин, то читателю будет полезно отбросить их совсем и понять, что всякое знание, не получаемое посредством простой и чистой интуиции отдельной вещи, достигается путем сравнения двух или многих вещей друг с другом... И необходимо отметить, что сравнение может быть названо простым и очевидным только тогда, когда искомая вещь и вещь данная равно причастны к какому-нибудь известному естеству, а все другие сравнения нуждаются в приготовлении лишь потому, что это общее естество не в одинаковой степени находится и в той и в другой, но скрыто от них в известных соотношениях и пропорциях; главная роль человеческого искусства заключается не в чем ином, как в сведении всех этих соотношений к тому, чтобы равенство между искомым и тем, что известно, сделалось совершенно очевидным» [10].

Здесь аналогия рассматривается как основной способ получения опосредованных знаний. Однако механическая концепция Декарта тут же ограничивает форму применения выводов по аналогии. Если пропорция у Аристотеля понималась не только количественно, но и качественно, то Декарт настаивает на том, что «никакие

---

[10] Р. Декарт. Избранные произведения М., 1950, стр. 144—145.

вещи не могут быть приведены к этому равенству, кроме тех, которые содержат в себе понятия о большем или меньшем, и что все эти вещи должны быть отнесены к области величин»[11]. Качественные соотношения он сводит к количественным. «Если об одной вещи и можно сказать, что она более или менее бела, чем другая, один звук резче или мягче, чем другой, и пр., то все-таки мы не можем точно определить, будет ли это превышение больше в два или в три раза и т. д., иначе как по известной аналогии его с протяжением тела, имеющего фигуру»[12]. Здесь некоторый шаг назад в сравнении с Аристотелем, но вместе с тем и движение вперед, к более точному, количественному анализу.

Наибольшие успехи этот метод Декарта принес в области геометрии. Здесь он сопоставил геометрические отношения отношениям алгебраическим. В результате возникла новая перспективная отрасль математической науки — аналитическая геометрия. Об этом будет речь дальше.

Метод сведения качественных отношений к количественным широко применяется Декартом при его попытках вскрыть внутренний механизм недоступных непосредственному восприятию явлений. Здесь Декарт восстанавливает старое эпикурейское правило, говоря: «Лучший философ тот, кто судит о происходящем в мельчайших тельцах, недоступных нашим чувствам единственно в силу своей малости, по примеру того, что происходит в телах, доступных нашим чувствам»[13].

Отсюда — вихри, потоки, давления и другие образцы, с помощью которых Декарт пытался объяснить явления микромира. Отношения в наблюдаемых явлениях без всякого изменения переносятся в область ненаблюдаемого. Например, «мы знаем из опыта, что суда, плывущие по реке, не движутся никогда так быстро, как несущая их вода, точно так же, как самые большие из них не плывут так быстро, как малые. Точно так же, хотя планеты и следуют, не сопротивляясь, течению материи неба, по одному руслу с ней, это не значит еще, что они движутся постоянно столь же быстро, как эта материя»[14].

---

11 Р. Декарт. Избранные произведения, стр. 145.
12 Там же.
13 Р. Декарт. Избранные произведения, стр. 537.
14 Там же, стр. 220.

Этот же метод переносился и в область физиологии, где нервы уподоблялись веревкам, с помощью которых заставляют звонить колокол [15]. Таким образом, животное превращалось в машину. Человек в значительной мере тоже уподобился машине, и полному тождеству этих двух вещей мешала душа, которую Декарт механически присоединял к телу.

В дальнейшем эти идеи будут развиты французскими материалистами XVIII в. и прежде всего Ламеттри. Таким образом, применение аналогии превращалось в метод сведения сложного к простому и было тесно связано с механическим мировоззрением [16].

Не следует думать, что аналогия между простым и сложным, в частности между механическим устройством и живым организмом, сыграла отрицательную роль в развитии науки. В общем и целом ее роль была безусловно положительной, поскольку с ее помощью были преодолены отрицательные моменты старой, перипатетической физики и подготовлено широкое применение метафизики в естественных науках. Аналогия между частями животного и физическими приборами привела уже в то время к большим успехам в конструировании этих приборов.

Современник Декарта, автор трактатов о телескопе Жан Тард полагал, что само изобретение телескопа является результатом аналогии между строением глаза и устройством зрительной трубы. Изобретатель «принял в соображение, что искусство подражает природе, взял в качестве модели природное устройство и таким путем создал это искусственное зрение по образцу естественного; ибо в строении глаза и механизме зрения есть пять или шесть вещей, в точности скопированных в устройстве телескопа» [17].

Давид Грегори в 1695 г., опираясь на аналогию с глазом, выдвигал проект усовершенствования зрительной трубы. «Было бы, вероятно, полезно составлять объектив зрительной трубы из различных сред, как это устроено в глазу природой, которая ничего не делает зря» [18]. Не

---

[15] См.: В. Ф. Асмус. Декарт. М., 1956, стр. 260.

[16] См.: С. Ф. Васильев. К вопросу о происхождении механического мировоззрения.— Сб. «Из истории научных мировоззрений». М.— Л., 1935, стр. 5—55.

[17] В. Ф. Асмус. Декарт, стр. 134.

[18] Ф. Розенбергер. История физики, ч. II, стр. 268.

является случайным то, что Декарт в своей «Диоптрике» проблемы физики и геометрии приводит в связь с физиологией и психофизикой.

Что же представляет собой аналогия Декарта и его последователей-механистов с логической точки зрения?

Основанием вывода по аналогии является основной принцип механического мировоззрения: мир механических явлений в конечном счете охватывает все реально существующие предметы и отношения. Если наблюдаемые объекты и отношения не воспринимаются как механические, то это означает, что восприятия не дают нам подлинной картины реальности, постигаемой с помощью разума. Отсюда — рационализм Декарта, который, вообще говоря, более соответствует духу механического мировоззрения, чем сенсуализм французских материалистов.

Основание рассматриваемого вывода можно выразить следующим образом:

$$\forall R \forall x_1, \dots, x_n \exists R^M \exists x_1^M, \dots, x_m^M \dot{E}_{ss} \times$$
$$\times [R^M (x_1^M, \dots, x_m^M), R (x_1, \dots, x_n)].$$

Здесь $\dot{E}_{ss}$ означает отношение «быть сущностью, реальной основой», которое имеет место между механическим отношением R^M, сопоставляющим механические объекты x_1^M ,..., x_m^M, и имеющим место в явлениях отношением $R(x_1 \dots, x_n)$. Механическая модель выступает как подлинная сущность прототипа.

Вывод заключается в том, что отношение, которое должно иметь место в модели — между механическими объектами, переносится на прототип, состоящий из таких объектов, которые чувственно не воспринимаются как механические. Это можно выразить как

$$\frac{R^M (x_1^M, \dots, x_m^M)}{R^M (x_1, \dots, x_n)}.$$

Схема вывода по аналогии в целом будет, таким образом, иметь вид:

$$\forall R \forall x_1, \dots, \forall x_n \exists R^M \exists x_1^M, \dots, x_m^M \dot{E}_{ss} [R^M (x_1^M, \dots$$
$$\dots, x_m^M), R (x_1, \dots, x_n)]$$
$$\vdash \frac{R^M (x_1^M, \dots x_m^M)}{R^M (x_1, \dots, x_n)}. \qquad \text{(XIII)}$$

Поскольку здесь имеет место сведе́ние всех отношения к механическим, такое умозаключение можно назвать механической аналогией сведе́ния.

Пусть, например, нервная система R ($x_1,\dots, x_n$) моделируется с помощью механической системы, в состав которой входят колокола и веревки. В механической системе обнаружено R^M — передача внешнего воздействия к центру (веревка приводит в движение колокол), следовательно, соответствующее отношение передачи внешнего воздействия к центру имеет место также в нервной системе.

Мы разобрали наиболее характерную для картезианцев форму выводов по аналогии. Но приведенные выше примеры свидетельствуют также об использовании индуктивного и других типов аналогий. В частности, широко применяются выводы от сходства функции (например, естественных органов живых существ и искусственных приспособлений) к сходству их строения. Это частный случай функционально-структурной аналогии.

§ 3. И. НЬЮТОН

Исаак Ньютон является основателем направления физических исследований, во многом противоположного направлению Декарта. Декарт — рационалист. Его физика — это физика гипотез. Ньютон в большей мере эмпирик. Он опирается на индуктивный метод. Его физика, по С. М. Вавилову,— это «физика принципов» [19].

Но это не означает, что широкое применение аналогии Декартом означает отрицание их Ньютоном. Ньютон также очень часто применяет аналогии. Но это аналогии иного типа. Ньютон с большой симпатией отзывается об эпикурейцах. Во введении ко второй части своих «Лекций по оптике» он пишет: «Учившие о цветах до сих пор делали это либо только на словах, как перипатетики, либо стремились исследовать природу их и причины, как эпикурейцы и другие более новые авторы» [20].

Ньютон стремится исследовать природу с помощью опыта, как и те авторы, на которых он ссылается. Несмотря

---

[19] С. И. Вавилов. Собрание сочинений, т. III, М., 1951, стр. 388—404.

[20] Цит. по: С. И. Вавилов. Собрание сочинений, т. III, стр. 712.

является случайным то, что Декарт в своей «Диоптрике» проблемы физики и геометрии приводит в связь с физиологией и психофизикой.

Что же представляет собой аналогия Декарта и его последователей-механистов с логической точки зрения?

Основанием вывода по аналогии является основной принцип механического мировоззрения: мир механических явлений в конечном счете охватывает все реально существующие предметы и отношения. Если наблюдаемые объекты и отношения не воспринимаются как механические, то это означает, что восприятия не дают нам подлинной картины реальности, постигаемой с помощью разума. Отсюда — рационализм Декарта, который, вообще говоря, более соответствует духу механического мировоззрения, чем сенсуализм французских материалистов.

Основание рассматриваемого вывода можно выразить следующим образом:

$$\forall R \forall x_1, \dots, x_n \exists R^M \exists x_1^M, \dots, x_m^M \dot{E}_{ss} \times$$
$$\times [R^M (x_1^M, \dots, x_m^M), R (x_1, \dots, x_n)].$$

Здесь $\dot{E}_{ss}$ означает отношение «быть сущностью, реальной основой», которое имеет место между механическим отношением R^M, сопоставляющим механические объекты $x_1^M, \dots, x_m^M$, и имеющим место в явлениях отношением $R(x_1 \dots, x_n)$. Механическая модель выступает как подлинная сущность прототипа.

Вывод заключается в том, что отношение, которое должно иметь место в модели — между механическими объектами, переносится на прототип, состоящий из таких объектов, которые чувственно не воспринимаются как механические. Это можно выразить как

$$\frac{R^M (x_1^M, \dots, x_m^M)}{R^M (x_1, \dots, x_n)}.$$

Схема вывода по аналогии в целом будет, таким образом, иметь вид:

$$\forall R \forall x_1, \dots, \forall x_n \exists R^M \exists x_1^M, \dots, x_m^M \dot{E}_{ss} [R^M (x_1^M, \dots$$
$$\dots, x_m^M), R (x_1, \dots, x_n)]$$
$$\vdash \frac{R^M (x_1^M, \dots x_m^M)}{R^M (x_1, \dots, x_n)}. \qquad \text{(XIII)}$$

Поскольку здесь имеет место сведе́ние всех отношений к механическим, такое умозаключение можно назвать механической аналогией сведе́ния.

Пусть, например, нервная система R $(x_1, \ldots, x_n)$ моделируется с помощью механической системы, в состав которой входят колокола и веревки. В механической системе обнаружено R^M — передача внешнего воздействия к центру (веревка приводит в движение колокол), следовательно, соответствующее отношение передачи внешнего воздействия к центру имеет место также в нервной системе.

Мы разобрали наиболее характерную для картезианцев форму выводов по аналогии. Но приведенные выше примеры свидетельствуют также об использовании индуктивного и других типов аналогий. В частности, широко применяются выводы от сходства функции (например, естественных органов живых существ и искусственных приспособлений) к сходству их строения. Это частный случай функционально-структурной аналогии.

§ 3. И. НЬЮТОН

Исаак Ньютон является основателем направления физических исследований, во многом противоположного направлению Декарта. Декарт — рационалист. Его физика — это физика гипотез. Ньютон в большей мере эмпирик. Он опирается на индуктивный метод. Его физика, по С. М. Вавилову,— это «физика принципов» [19].

Но это не означает, что широкое применение аналогии Декартом означает отрицание их Ньютоном. Ньютон также очень часто применяет аналогии. Но это аналогии иного типа. Ньютон с большой симпатией отзывается об эпикурейцах. Во введении ко второй части своих «Лекций по оптике» он пишет: «Учившие о цветах до сих пор делали это либо только на словах, как перипатетики, либо стремились исследовать природу их и причины, как эпикурейцы и другие более новые авторы» [20].

Ньютон стремится исследовать природу с помощью опыта, как и те авторы, на которых он ссылается. Несмотря

---

[19] С. И. Вавилов. Собрание сочинений, т. III, М., 1951, стр. 388—404.

[20] Цит. по: С. И. Вавилов. Собрание сочинений, т. III, стр. 712.

на то, что в работах Ньютона большую роль играет математика, с помощью которой выводятся из принципов отдаленные следствия, сами принципы получены с помощью индукции и аналогии. Ньютон формулирует свой метод в виде знаменитых четырех «правил философствования». Два из этих правил относятся к индукции, а одно — второе — к аналогии. «*Поэтому, поскольку возможно, должно приписывать те же причины того же рода проявлением природы.* Так, например, дыхание людей и животных, падение камней в Европе и в Америке, свет кухонного очага и солнца, отражение света на земле и на планетах» [21].

Такая аналогия не предполагает сведения качества к количеству. Здесь речь идет — совершенно в духе эпикурейцев — о переносе признаков с одних объектов на другие того же самого рода. Классическим примером использования аналогии Ньютоном является ее роль в открытии и обосновании им закона всемирного тяготения. Мы не будем касаться легендарной истории о яблоке, падение которого натолкнуло Ньютона на мысль о всемирном тяготении, хотя, по-видимому, эта история вполне правдоподобна. В «Математических началах натуральной философии», формулируя положение о том, что сила тяготения пропорциональна массам взаимодействующих тел, Ньютон применяет аналогию между земными и небесными телами в явном виде.

«Падение всех тяжелых тел на земле с одинаковой высоты (включив неравное замедление, происходящее от ничтожного сопротивления воздуха) совершается в одинаковое время, как это уже наблюдено другими, точнейшим же образом это может быть установлено по равенству времен качаний маятников... Конечно, не может быть сомнения, что природа тяжести на других планетах такова же, как и на земле. В самом деле, вообразим, что земные тела подняты до орбиты Луны и пущены вместе с Луною, также лишенной всякого движения, падать на земле; на основании уже доказанного несомненно, что в одинаковые времена они пройдут одинаковые с Луной пространства, ибо их массы так относятся к массе Луны, как их веса к весу ее.... На основании такого же рассуж-

---

[21] И. Ньютон. Математические начала натуральной философии, т. II. Пг., 1916, стр. 450.

дения следует, что планеты, обращающиеся вокруг Солнца, будучи пущены в разных от Солнца расстояниях, описывали бы при своем падении на Солнце в разные времена разные пространства. Но силы, которыми неравные массы ускоряются одинаково, пропорциональны массам, т. е. тяготения пропорциональны массам планет»[22].

В следующей теореме это положение обобщается на все тела вообще и подкрепляется дедуктивно выводом из ранее доказанных положений[23].

Широко применяется аналогия и в оптических работах Ньютона. Третья часть второй книги «Оптики» так и озаглавлена: «О постоянных цветах естественных тел и аналогии между ними и цветами прозрачных тонких пластинок».

Здесь рассматривается целый ряд аналогичных друг другу явлений. Так, например, из аналогии между отражением и преломлением делается вывод, что «поверхности, наиболее преломляющие, должны считаться наиболее сильно отражающими»[24].

Аналогия используется и для классификации, для объединения в одну группу различных явлений. Такое ее использование вызывает протест у бельгийского физика П. Дюгема. «Очень часто наблюдатели,— пишет он,— сближают в своих исследованиях один закон с другими на основании соображений совершенно случайных, аналогий совершенно поверхностных. Так, Ньютон в одном и том же сочинении излагает законы рассеяния света при прохождении через призму вместе с законами цветов мыльных пузырей, и делает он это просто потому, что и в том и другом случае наши глаза замечают эти два сорта явлений, благодаря слишком ярким цветам»[25].

Но установление общего в разнородных явлениях зачастую позволяет выявить ту или иную закономерность в чистом виде. Таков метод Ньютона. Установление общего между движением Луны и яблока тоже могло бы показаться чрезвычайно поверхностной аналогией, но эта аналогия привела к открытию закона всемирного тяготения. И оптические аналогии иногда давали ценные результаты.

---

22 Там же, стр. 461—462.
23 См. там же, стр. 464.
24 И. Ньютон. Оптика. М., 1954, стр. 187.
25 П. Дюгем. Физическая теория. Ее цель и строение. СПб., 1910, стр. 29.

Особенность метода аналогий, однако, такова, что, наряду с достижениями, он часто приводит и к заблуждениям. Так, к гипотезе о корпускулярной природе света Ньютон пришел именно на основании аналогии между действием тел на тела и на свет.

«Прозрачные вещества действуют на лучи света на расстоянии, преломляя, отражая и изгибая их, и взаимно лучи двигают части этих веществ на расстоянии, нагревая их; это действие и противодействие на расстоянии очень похожи на притягательную силу между телами» [26].

Другая аналогия, которой руководствовался Ньютон,— оптико-музыкальная. Ньютон стремился установить законы гармонии цветов, подобной созвучию тонов. Эта аналогия также привела к неудаче. «Гипноз аналогии между цветами видимого спектра и музыкальными интервалами,— пишет С. И. Вавилов,— послужил, по-видимому, одной из главных причин другого ошибочного утверждения Ньютона, которое имело роковые последствия. По его мнению, спектры, полученные от призм из любого прозрачного вещества, имеют одну и ту же длину, если только преломляющие углы призм одинаковы и преломление среднего луча спектра одинаково» [27].

Структура аналогий, характерных для Ньютона, имеет свои особенности. В общем виде сущность большинства его аналогий выражена в приведенной выше формулировке второго правила философствования. Ее можно представить в виде $\frac{(a)\dot{Q}}{(b)\dot{Q}}$. Здесь a и b — сравниваемые предметы, например свет кухонного очага и Солнца; $\dot{Q}$ — свойство, но это свойство особого рода: оно представляет собой отношение к объекту d, являющемуся причиной a. Пусть $\dot{C}$ — отношение каузальной зависимости, так что $a\dot{C}d$ будет значить: «a имеет в качестве причины d». $\dot{Q}$ представляет собой, таким образом, каузальное отношение к d: $\dot{Q} = \dot{C}d$.

На каком же основании переносится свойство $\dot{Q}$ предмета a на предмет b? Основание, отмечаемое И. Ньютоном, заключается в *родственности сравниваемых явлений*. Объекты a и b должны быть «того же рода». Это поня-

---

[26] И. Ньютон. Оптика, стр. 281

[27] С. И. Вавилов. Собрание сочинений, т. III, стр. 333.

тие весьма неопределенно. Вообще говоря, однородность предполагает общность каких-то свойств, хотя неясно, скольких свойств и каких именно. В частности, между светом кухонного очага и светом Солнца можно найти много различий, и с известной точки зрения оправданно считать их разнородными явлениями. Выразим отношение однородности, каким бы оно ни было, символом $\dot{H}$. В таком случае будем иметь следующую структуру вывода по аналогии:

$$\dot{H}(a, b) \vdash \frac{(a)\,\dot{Q}}{(b)\,\dot{Q}}.$$

Используя результат анализа Q, ту же самую структуру можно выразить более детально:

$$\dot{H}(a, b) \vdash \frac{(a)\,\dot{C}d}{(b)\,\dot{C}d}. \qquad \text{(XIV)}$$

Аналогию такого типа будем называть *каузальной*.

§ 4. М. В. ЛОМОНОСОВ

Широко используется аналогия в трудах М. В. Ломоносова. Его аналогии отличаются большим разнообразием структур. Часто встречается каузальная аналогия. Ньютоновское второе правило философствования Ломоносов формулирует в качестве одной из важнейших физических аксиом: «Одни и те же эффекты происходят от одних и тех же причин» [28].

Применяя это положение, он доказывает, что жидкие тела, как и твердые, состоят из твердых корпускул. Аргументом здесь является ссылка на одинаковость явлений: «Опыт показывает, что жидкие тела в своих наименьших доступных чувствам частицах до некоторой степени приближаются к твердому состоянию» [29].

Основание каузальной аналогии Ломоносов конкретизирует. Различие между однородными явлениями понимается как различие в масштабах. Так, говоря об обоснованной опытами Франклина и Рихмана аналогии между

---

[28] М. В. Ломоносов. Избранные философские произведения. М., 1950, стр. 100.
[29] Там же, стр. 118.

молнией и электрической искрой, Ломоносов пишет: «Самая великая сила грома состоит в том, чтобы части ударенного тела разделять ужасным действием от взаимного связания. Сие и произведенною через искусство электрическою силою происходит по мере ее малости» [30].

Обозначим отношение количественного различия качественно одинаковых явлений a и b через $\dot{G}(a, b)$. Будем иметь следующую модификацию каузальной аналогии:

$$\dot{G}(a, b) \vdash \frac{(a)\ \dot{C}d}{(b)\ \dot{C}d'}\,. \qquad (XV)$$

Здесь индекс — штрих при обозначении причины в заключении — означает, что причина берется в преобразованном определенным образом виде «по мере ее малости».

Такого преобразования причины нет в той формулировке каузальной аналогии, которая дается вторым правилом философствования И. Ньютона.

Интересно отметить использование М. В. Ломоносовым аналогии для опровержения. «Ежели кто скажет, что свет от солнца происходит течением эфира наподобие реки, для того, что есть между тем чувствительное расстояние времени, когда свет от солнца достигает до нашего зрения, тот должен заключить подобным следствием, что воздух от звенящих гуслей течет на все стороны такой же скоростью, какою приходит голос к уху. Однако я представляю себе скорость сильного ветра, когда воздух в одну секунду 60 футов провевает, подымая на водах великие волны и дерева с кореньями вырывая, и рассуждаю, что если бы от струн так скоро двигался проходным течением воздух, как голос, то есть больше тысячи футов в секунду, то бы от такой музыки и горы с мест своих сдвинуты были»[31].

Такая аналогия по своей структуре совпадает с аналогией, использованной Галилеем (см. формулу XI). Здесь так же, как и в случае Галилея, предпосылкой является признание того, что одно явление — a (звук), аналогичное другому — b (свет), может выступать как модель другого. Вывод говорит, что если a не обладает признаком P (здесь перенос вещества со скоростью, равной скорости

[30] М. В. Ломоносов. Избранные философские произведения, стр. 237.
[31] Там же, стр. 285.

распространения этого явления), то то же можно сказать относительно b.

Но не всякое опровержение по аналогии укладываетсь в данную схему. У Ломоносова есть интересный примея иной формы использования аналогии для опроверженияр Так, по его мнению, для того, чтобы убедиться в ложности. гипотезы о теплороде, «достаточно было бы и одной аналогии, ибо мы видим, что горячим телам свойственно изгонять из своих пор постороннюю материю, каковой является воздух, выбрасываемый из кипящей воды. То же самое мы должны допустить и для предполагаемой посторонней теплотворной материи» [32-33].

Обозначим через C горячее тело, a — воздух, b — теплород. $\dot{Q}(c, a)$ будет обозначать отношение нахождения a в порах c. $\dot{Q}(c, a)$ является моделью для $\dot{Q}(c, b)$. В посылке утверждается, что следствием $\dot{Q}(c, a)$ является $\bar{Q}(c, a)$, т. е. отсутствие воздуха в нагретом теле, поскольку он как посторонняя материя выбрасывается этим телом. Заключение переносит это отношение на прототип, т. е. имеем:

$$\frac{\dot{Q}(c, a) \to \bar{\dot{Q}}(c, a)}{\dot{Q}(c, b) \to \bar{\dot{Q}}(c, b)}\,.$$

Отсюда уже дедуктивно, исходя из того, что

$$[Q(c, b) \to \bar{Q}(c, b)] \to \bar{Q}(c, b),$$

получаем $\bar{\dot{Q}}(c, b)$.

Основанием рассматриваемого вывода по аналогии является допущение о том, что отношение нагретого тела к воздуху таково же, как и к теплороду. Схема всего вывода в целом будет иметь вид:

$$\hat{c}, \hat{a}\dot{Q}(c, a) = \hat{c}, \hat{b}\dot{Q}(c, b) \vdash \frac{\dot{Q}(c, a) \to \bar{\dot{Q}}(c, a)}{\dot{Q}(c, b) \to \bar{\dot{Q}}(c, b)} \qquad \text{(XVI)}$$

В заключение отметим, что основное назначение аналогии, по мнению Ломоносова, быть методом объяснения.

[32-33] М. В. Ломоносов. Полное собрание сочинений, т. 2, стр. 93.

«Уподобления не доказывают, лишь объясняют доказанное» [34].

Аналогия используется Ломоносовым как один из наиболее доходчивых способов объяснения. «Насколько удобной и насколько согласной с истиной является эта причина распространения света, лучше всего делается очевидным по аналогии с воздухом и т. д. [35]

Объяснительная аналогия Ломоносова, как и его предшественников, представляет собой приравнивание отношений в исследуемом предмете к отношениям в тех предметах, которые хорошо известны, например отношений между тремя эфирами к отношениям между ядрами, пулями и дробью [36]. В целом структура такой аналогии не отличается от той, которая была описана выше, формулой III.

Отрицая доказательную силу аналогии, М. В. Ломоносов не вполне последователен. Оказывается, что в ряде случаев выводы по аналогии дают достоверные положения [37]. Это связано с тем, что «уподобление рождает пространные и притом прекрасные идеи [38]». Но успех будет иметь место лишь тогда, когда «многие свойства, части или действия двух подобных вещей между собой прилично снесены будут» [39].

---

[34] М. В. Ломоносов Избранные философские произведения, стр. 96.
[35] Там же, стр. 279.
[36] См. там же, стр. 297.
[37] См.: Л. Г. Барулина. Вопросы логики в трудах М. В. Ломоносова.— «Уч. филос. фак-та МГУ», вып. 190, М., 1956, стр. 148.
[38] М. В. Ломоносов. Полное собрание сочинений, т. 7, стр. 41.
[39] Там же.

Глава
четвертая

АНАЛОГИИ ПЕРИОДА РАСЦВЕТА КЛАССИЧЕСКОЙ ФИЗИКИ

Период расцвета классической физики настолько богат выдающимися именами, что рассматривать творчество каждого крупного физика в отдельности невозможно. Остановимся на некоторых разделах физики, в разработке которых аналогия играла особенно большую роль.

§ 1. МЕХАНИКА

Для многих работ по механике весьма характерным является широкое использование особого типа аналогии, которую мы назовем аналогией *замещения*. Такой аналогией руководствовался еще Архимед при выведении своего знаменитого закона рычага.

С идеями Архимеда непосредственно связаны труды голландского механика XIV в. Стевина. Стевин доказывает гидростатический закон Архимеда. При этом он пользуется выводом по аналогии. Эта аналогия выражена в его *принципе отвердевания*.

Согласно этому принципу, равновесие в жидкости не нарушится, если какая-нибудь ее часть лишится подвижности — затвердеет. Условия равновесия этой твердой части (равенство веса равнодействующей сил давлений) переносится затем на жидкость [1].

---

[1] См.: П. С. Кудрявцев. История физики. М., 1948, стр. 168.

Сущность этой формы аналогии заключается в переносе некоторого отношения Q с модели на прототип. Имеем, таким образом:

$$\frac{Q(a_1, \dots, a_n)}{Q(b_1, \dots, b_m)}.$$

Специфика аналогии замещения заключается в основании, дающем возможность переносить отношение из одной системы объектов в другую. Здесь не устанавливается взаимно однозначное соответствие между элементами модели и прототипа. Например, в модели можем иметь один груз, в прототипе — несколько или наоборот. Дело здесь не в соответствии, а в том, что модель можно рассматривать как особый, вырожденный случай прототипа. Подобно тому как 0 — особый случай числа, груз, действующий на отрезке, равном 0 (т. е. сосредоточенный), является особым случаем грузов, действующих на некотором отрезке, вообще говоря, не равном нулю (т. е. рассредоточенных грузов).

С другой стороны, поскольку линия состоит из точек, рассредоточенный груз можно рассматривать как совокупность сосредоточенных. И если совокупность сосредоточенных грузов эквивалентна их равнодействующей, то этой равнодействующей, т. е. одному сосредоточенному грузу, будет эквивалентен рассредоточенный груз.

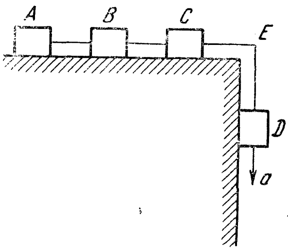
У Стевина в качестве модели жидкости рассматривается особая — «затвердевшая» жидкость и т. д. Тот факт, что модель $a_1, \dots, a_n$ является вырожденным случаем прототипа $b_1, \dots, b_m$, выразим с помощью символа $\dot{\mathrm{D}}\mathrm{eg}$ (от слова $\dot{\mathrm{D}}$egeneratio — вырождение).

Схема аналогии замещения в целом будет в таком случае иметь вид:

$$\dot{\mathrm{D}}\mathrm{eg}\,[(a_1, \dots, a_n), (b_1, \dots, b_m)] \vdash \frac{Q(a_1, \dots . a_n)}{Q(b_1, \dots, b_m)}. \quad \text{(XVII)}$$

Аналогия такого типа была превращена Д'Аламбером в общий метод решения всех задач динамики. Во времена Д'Аламбера статика представляла собой наиболее разработанную часть механики. Значительно больше неясностей оставалось в динамике. Д'Аламбер обратил внимание на то, что законы движения похожи на законы равновесия. Это натолкнуло его на мысль о возможности использования простых закономерностей статики — условий равновесия тела — для решения сложных проблем динамики [2]. Метод такого использования выражен в так называемом начале Д'Аламбера, которое можно сформулировать следующим образом:

«Все законы равновесия, все теоремы равновесия, все уравнения равновесия могут быть применены к нахождению движения системы. Для этого нужно только в условиях равновесия прибавить силы инерции, и тогда мы получим законы, теоремы и уравнения, относящиеся к движению системы» [3].



Для выяснения сущности аналогии, используемой в этом принципе, рассмотрим конкретный пример [4]. Пусть по поверхности гладкого стола движутся три груза: A, B и C. Движение с ускорением a происходит под воздействием веса P груза D, соединенного с остальными грузами нитью через блок E. Элементы прототипа представляют собой движущиеся грузы A, B, C, D, характеризуемые их массами m_1, m_2, m_3, m, и ускорение движения — a. Мы желаем установить закон этого движения, т. е. точную количественную зависимость ускорения a от масс m_1, m_2, m_3, m, иными словами, найти $Q(m_1, m_2, m_3, m, a)$.

Для этого заменяем движущиеся грузы покоящимися. Эта замена представляет собой нахождение модели. Случай покоящихся тел хорошо изучен. Мы не знаем те условия, при выполнении которых система будет покоиться, т. е. находиться в равновесии. Эти условия просты:

---

[2] П. С. Кудрявцев. История физики, стр. 168.
[3] В. Л. Кирпичев. Беседы о механике. М. — Л., 1950, стр. 85.
[4] См. там же, стр. 87—88.

на тела A, B, C, D должны действовать силы инерции I_1, I_2, I_3, I_4 в направлении, противоположном силе P, так, чтобы $I_1 + I_2 + I_3 + I_4 = P$.

Таким образом, в статической модели мы обнаружили отношение Q. Теперь остается перенести это отношение на образец — движущуюся систему грузов. Имеем следующее условие: $m_1a + m_2a + m_3a + ma = mg$. Это означает, что $a = g \frac{m}{m_1 + m_2 + m_3 + m}$. Таким образом, мы получили искомое уравнение движения.

Основанием использованной аналогии является представление о покое как особом, вырожденном случае движения — движении с нулевой скоростью.

Методы сведения динамических задач к задачам статики разрабатывает также Лагранж в своей «Аналитической механике»[5]. Вместе с тем в механике решается и обратная проблема — определение условий равновесия системы с помощью понятий динамики. В этом заключается сущность сформулированного Иоганном Бернулли и Лангранжем *принципа возможных перемещений.* Если силы, действующие на систему, направлены по одной прямой, то легко определить их сумму. При условии равенства этой суммы нулю система будет в равновесии. Но как быть в том случае, если на механическую систему в различных точках действует множество сил, направленных под равными углами друг к другу? Здесь пришлось бы прибегать к сложным геометрическим построениям.

Лагранж стремился заменить наглядные, но, как казалось ему, неточные геометрические методы аналитическими. Это ему удалось в «Аналитической механике», где нет ни одного чертежа. Геометрическое суммирование сил в принципе возможных перемещений заменяется сложением скалярных произведений сил на бесконечно малые перемещения, которые могла бы пройти точка под действием данной силы.

Этот принцип формулируется следующим образом: «Если какая-либо система любого числа тел или точек, на каждую из которых действуют любые силы, находится в равновесии и если этой системе сообщить любое малое движение, в результате которого каждая точка пройдет бесконечно малый путь, представляющий ее виртуальную

---

[5] См.: М. Лагранж. Аналитическая механика, т. I. М.— Л., 1950, стр. 326—327.

скорость, то сумма сил, помноженных каждая соответственно на путь, проходимый по направлению силы точкой, к которой она приложена, будет всегда равна нулю, если малые пути, проходимые в направлении сил, считать положительными, а проходимые в противоположном направлении — считать отрицательными»[6].

Произведение силы на путь, т. е. работа,— понятие не статики, а динамики. Таким образом, здесь статическая задача сводится по сути дела к динамической. Вместе с тем геометрические построения сводятся к вычислениям. Логическая сущность применяемого метода такова же, как и при использовании принципа Д'Аламбера. В том и другом случае имеет место аналогия замещения.

Из сказанного ясно, что этот тип выводов по аналогии нашел широкое применение при решении основных задач механики.

§ 2. ТЕРМОДИНАМИКА

В развитии термодинамики аналогия играла большую, но далеко не всегда положительную роль. Своеобразная форма аналогии использовалась на самых ранних этапах развития учения о теплоте. Теплота и холод рассматривались как две противоположности. Это давало основание считать холод такой же самостоятельной реальностью, как и теплоту. Первые термометры показывали не только степень теплоты, но и степень холода, для чего у них были две соответствующие шкалы[7]. Члены флорентийской академии опытов Accademio del Cimento (XVII в.) обнаружили, что холод, подобно теплоте, распространяется путем излучения. Академики поставили вогнутое зеркало на большом расстоянии от глыбы льда и обнаружили, что больше всего холода в фокусе зеркала[8].

Это воспринималось как доказательство справедливости аналогии между теплотой и холодом. Сущность такой аналогии можно выразить следующей схемой.

---

[6] Там же, стр. 42.
[7] См.: H. D i n g l e. Some Reflections on the history of science.— «The Scientific Adventure». London, 1932.
[8] См.: Ф. Р о з е н б е р г е р. История физики, ч. II. М.— Л., 1937, стр. 141.

Пусть a и b — противоположности, что можно обозначить как $\dot{C}_n(a, b)$. Это будет основанием для вывода от a к b; если модель a имеет свойство P, то прототип b будет иметь либо то же самое свойство, либо свойство $\dot{C}_n P$ — противоположное первому.

$$\dot{C}_n(a, b) \vdash \frac{(a)\,P}{(b)\,(P \dot{\vee} \dot{C}_n P)}. \qquad \text{(XVIII)}$$

Знак $\dot{\vee}$ используется здесь для обозначения исключающей дизъюнкции.

Назовем такой тип аналогии *аналогией противоположностей*. Это довольно распространенная в свое время форма аналогии. На основании подобных рассуждений предполагалось существование антиподов и материка в Южном полушарии, который соответствовал бы Евразии.

Аналогия другого типа привела к возникновению долгое время господствовавшей в термодинамике теории особой тепловой жидкости — теплорода. Эта теория развивалась главным образом сторонниками ньютоновского направления в физике. Ньютонианцы широко использовали метод своего учителя и, в частности, тот тип аналогии, который выражен Ньютоном во втором правиле философствования. Стремясь приписывать сходные причины сходным явлениям, Ньютон пришел к идее световых корпускул.

Этот же метод привел к признанию тепловой жидкости. Всякая жидкость переливается из одного сосуда в другой до тех пор, пока не будет равенства уровней. Жидкость, заключенная в порах твердого тела, будет тем больше проявлять себя, чем больше степень ее концентрации. Такими же свойствами обладает и теплота. Она переходит от одного тела к другому до тех пор, пока оба не будут одинаково нагреты. Чем больше теплоты сообщено телу, тем более оно нагревается. Если воздух расширяется, то концентрация теплоты в нем уменьшается и он заимствует теплоту из окружающих тел; если же он, наоборот, сжимается, то степень нагретости у него растет. Общность в свойствах теплоты и жидкости приводит к признанию общности в носителях этих свойств [9]. Трак-

[9] Именно так аргументирует в пользу существования теплого вещества немецкий физик Вильке (см.: Ф. Розенбергер. История физики, ч. II, стр. 289).

товка явления теплоты приводит к допущению особой тепловой жидкости — теплорода.

Как мы видим, здесь имеет место применение аналогии по схеме формулы XIV с той только разницей, что отношение между свойствами и их носителем, вообще говоря, отличается от отношения причинности, о котором говорил Ньютон. Обозначим отношение носителя к свойствам через $\dot{S}$. Тогда схема аналогии будет иметь вид:

$$\dot{H}(a,b) \vdash \frac{(a)\,\dot{S}d}{(b)\,\dot{S}d}\,. \qquad \text{(XIX)}$$

Назовем такую аналогию субстанциальной.

С помощью субстанциальной аналогии были сделаны выводы о существовании не только тепловой, но также и магнитных, электрических и еще целого ряда невесомых жидкостей. Все эти жидкости играли в различных разделах физики роли, аналогичные друг другу. Уверенность в одной из них явилась аргументом для признания существования другой.

Здесь опять-таки мы имеем дело с аналогией, но уже другого типа. Эта аналогия похожа на вывод об истинности гелиоцентрической системы Коперника на том основании, что была обнаружена система спутников Юпитера. Выше такая аналогия была названа аналогией существования (формула XII).

В развитии аналогии между различными группами явлений большое значение имело открытие таких свойств у одной группы, которые прежде считались специфичными для другой группы. Так, например, излучение рассматривалось как специфическая характеристика света. Свет распространяется в пространстве в виде прямолинейных лучей. А теплота? Может ли она излучаться? Понятие о невидимых тепловых лучах многим казалось бессмысленным, внутренне противоречивым. Однако именно в этом пункте была показана поразительная аналогия между светом и теплотой. Металлурги заметили, что от сильного жара можно защищаться с помощью стеклянных очков. Химик Шееле, обобщая подобные явления, выдвинул понятие лучистой теплоты. Пикте установил, что тепловые лучи отражаются от металлических зеркал по тем же законам, что и световые. В дальнейшем было показано, что все свойства световых лучей (двойное преломление, поляризация, дифракция и т. д.) имеют место и применительно к невидимым тепловым лучам. Эти лучи получили название инфракрасных, поскольку, как было показано Гершелем, максимум теплового излучения солнечного спектра находится за пределами видимой красной части. Таким образом, оказалось возможным рассматривать тепловые лучи как предельный частный случай световых.

И это было воспринято как самый сильный аргумент в пользу теории теплорода. Известный французский физик Био пишет: «Опыт показывает, что тепло распространяется в телах, передается от одного тела к другому, поглощается телом и затем снова выделяется последним, видоизменяет расположение, расстояния и притягательные свойства частиц. Но все это еще не представляет неоспоримого доказательства, что тепловое начало само по себе является телом. *Из существующих в пользу подобного мнения доводов наиболее сильным следует пожалуй, считать установленные совсем недавно аналогии между свойствами излучения света и теплоты*, аналогии, указывающие на то, что начала, лежащие в основании тепловых и световых ощущений, постепенно переходят друг в друга; другими словами, что они способны последовательно приобретать и терять те модификации, при помощи которых в нас вызываются те или другие ощущения» [10].

Здесь мы видим уже не простую аналогию существования, описанную формулой XII. В рассуждениях Био важную роль играет положение о взаимопревращаемости двух аналогичных начал. Обозначим отношение взаимопревращаемости между началами a и b как $\dot{J}\,(a, b)$. Непосредственно наблюдается превращение друг в друга свойств $\alpha_1, \ldots, \alpha_n$ и $\beta_1, \ldots, \beta_n$, т. е. $\dot{J}\,[(\alpha_1, \ldots, \alpha_n), (\beta_1, \ldots, \beta_n)]$. Отсюда по аналогии делается вывод о том, что $J\,(a, b)$. Основанием вывода является присущность свойств $\alpha_1, \ldots, \alpha_n$ началу a и $\beta_1, \ldots, \beta_m$ началу b.

Таким образом получаем следующую схему умозаключения:

$$(a)\,\alpha_1, \ldots, \alpha_n \,\&\, (b)\,\beta_1, \ldots, \beta_m \vdash \frac{\dot{J}\,[\alpha_1, \ldots, \alpha_n), (\beta_1, \ldots \beta_m)}{\dot{J}\,(a, b)} \quad . \quad (\mathrm{XX})$$

---

[10] Цит. по.: Ф. Розенбергер. История физики, ч. III, вып. 1. М.— Л., 1935, стр. 67—68.

Назовем такой вывод *аналогией превращений*. Она образует первую часть рассуждения Био. Дальше вывод делается по схеме

$$\dot{J}(a, b) \vdash \frac{aE}{bE} . \qquad \text{(XXI)}$$

В данном случае если носители тепловых и световых явлений превращаются друг в друга, то это является основанием для вывода от существования одного из них к существованию другого.

Мы видим, что аналогия сыграла большую роль в обосновании теории теплорода. Но немалое значение имела она и для ниспровержения этой теории. Еще Ф. Бэкон и М. В. Ломоносов указывали на аналогии между тепловыми явлениями и движением. Связь между тем и другим совершенно наглядно была показана в опытах Румфорда и Дэви. Выяснилось, что трением двух тел друг о друга можно получить сколь угодно большое количество тепла. Это явно противоречило свойствам жидкости и соответствовало свойствам движения. Вывод о том, что теплота есть вид движения, следует по формуле каузальной аналогии — от общности следствий к общности причин.

Интересно отметить, что Румфорд для обоснования положения о теплоте как форме движения стремился использовать то самое явление лучистой теплоты, на котором Био строил доказательство прямо противоположной точки зрения [11]. И Био и Румфорд рассуждали по аналогии. Но Био считал свет потоком телесных частиц, а Румфорд — колебательным движением. Различием посылок определяется и различие выводов по аналогии.

Несмотря на всю свою убедительность, опыты Румфорда и Дэви не покончили с теорией теплорода, которая продолжала развиваться после этих опытов. От теории теплорода пришлось окончательно отказаться лишь после того, как был сформулирован закон сохранения энергии.

§ 3. ЗАКОН СОХРАНЕНИЯ ЭНЕРГИИ

В процессе открытия этого закона выводы по аналогии играли немаловажную роль. Отправным пунктом здесь явилась аналогия с законом сохранения вещества. «Мы предпочитаем,— говорит Майер,— допу-

[11] См. там же, стр. 74.

щению существования причины без действия и действия без причины допущение, *что тепло возникает из движения* подобно тому, как химик вместо некритического допущения исчезновения H и O и возникновения необъяснимым образом воды устанавливает связь между H и O, с одной стороны, и водой, с другой»[12].

Для выяснения характера этой аналогии отметим, что Майер исходит из предпосылки, что все причины обладают двумя основными свойствами: неразрушимостью (они не могут возникнуть из ничего и исчезнуть без следа) и способностью к превращениям. Причины могут быть двух типов: весомые — материя, вещество и невесомые — силы. Отсюда следует, что если существует закон сохранения вещества, то должен быть и закон сохранения сил. Как мы видим, закон сохранения вещества играет роль модели, согласно которой формулируется закон сохранения сил. Однако общее положение здесь дается заранее, и модель служит лишь руководством, которое облегчает применение этого положения к частному случаю. Аналогичный случай обосновывает не общее положение, а правомерность вывода из него. Пусть выражение с ограниченным квантором $\underset{x \in Q}{\forall x}\,(x)\,C$ обозначает общее положение о наличии свойства C (сохраняемости) всех объектов, входящих в класс Q (здесь — причин). Схема ядра вывода по аналогии будет иметь вид:

$$\frac{\underset{x \in Q}{\forall x}\,(x)\,C \to (a)\,C}{\underset{x \in Q}{\forall x}\,(x)\,C \to (b)\,C}.$$

Основанием вывода является то, что как модель a, так и прототип b входят в класс Q (в нашем примере являются причинами). Таким образом, всему умозаключению в целом можно сопоставить схему:

$$(a \in Q)\,\&\,(b \in Q) \vdash \frac{\underset{x \in Q}{\forall x}\,(x)\,C \to (a)\,C}{\underset{x \in Q}{\forall x}\,(x)\,C \to (b)\,C}. \qquad \text{(XXII)}$$

[12] Цит. по.: И. С. Кудрявцев. История физики, М., 1948, стр. 442.

Посылка вывода по аналогии выражает как бы прецедент для заключения. Поэтому аналогию такого типа целесообразно назвать *прецедентной*.

Использование Майером аналогии с законом сохранения вещества сыграло большую положительную роль. Поэтому весьма странно выглядит заявление П. С. Кудрявцева: «Майер продолжает цепляться за спасительную аналогию с законом Лавуазье, ибо у него не хватает достаточной философской выучки и той смелости в применении гипотез, которую мы находим у Ломоносова» [13].

Противопоставление применения аналогии философской выучке и тем более смелости в применении гипотез лишено смысла.

Если общая формулировка закона сохранения энергии связана с рассмотренной выше аналогией, то при решении частных задач, например определения механического эквивалента теплоты, Майер пользуется аналогиями другого типа. Методы, применяемые к известному частному случаю, он переносит на аналогичный, более общий случай: «Для решения уравнений между силой падения и движением должно быть определено с помощью опыта пространство падения за определенное время, например за первую секунду; точно так же для решения уравнений между силой падения и движением, с одной стороны, и теплотою, с другой, необходимо ответить на вопрос, как велико количество тепла, соответствующее определенному количеству силы падения или движения. Так, например, мы должны были бы определить, на какую высоту над поверхностью земли следует поднять определенный груз, чтобы его сила падения была эквивалентна нагреванию равной ему по весу массы воды от 0° до 1?» [14].

Аналогию такого типа можно назвать *обобщающей*. Исходные соотношения между движением и падением относятся к области механических явлений. Эти отношения распространяются на случай различных форм движения, в данном примере — механической и тепловой. Обобщающую аналогию можно выразить схемой:

$$\dot{\mathrm{D}}\mathrm{eg}\,(a_1, b_1) \,\&\, \ldots \,\&\, \dot{\mathrm{D}}\mathrm{eg}\,(a_n, b_n) \vdash \frac{R\,(a_1, \ldots, a_n)}{R\,(b_1, \ldots, b_n)} \qquad \text{(XXIII)}$$

[13] П. С. Кудрявцев. История физики, т. I. М., 1956, стр. 476.

[14] Ф. Розенбергер. История физики, т. III, вып. 2, М. — Л., 1936, стр. 16—17.

Основание показывает, что объекты, о которых идет речь в посылках, являются особым, вырожденным частным случаем объектов, описываемых заключением. Переход от модели к прототипу является, таким образом, распространением отношения на общий случай.

Имеет место формальное сходство между рассматриваемым типом аналогии и аналогией замещения (формула XVII).

Однако, в отличие от аналогии замещения, отношение вырождения, выраженное в основании, относится не к модели и прототипу, взятым в целом, а к соответствующим элементам того и другого, взятым по отдельности.

С другой стороны, обобщающая аналогия рассматриваемого типа существенно отличается от индукции. Поскольку элементы модели и образца объединены в одно целое отношением R, то и другое представляет собой не классы предметов, а отдельные, индивидуальные предметы. И вывод по аналогии заключается в переносе отношения от одного индивидуального предмета к другому.

Рассматриваемый тип аналогии более точно можно назвать *обобщающей аналогией отношений*.

§ 4. ОПТИКА

Развитие торетической оптики в период расцвета классической физики определялось главным образом борьбой корпускулярной и волновой теорий света. Мы видели, что И. Ньютон, обосновывая корпускулярную гипотезу, опирался на аналогию. Аналогия служила отправным пунктом и для противников ньютоновской точки зрения. Но если Ньютон и ньютонианцы пользовались аналогией между светом и тяготеющими массами, то сторонники волновой теории опирались на аналогию между светом и звуком. Томас Юнг посвящает вопросам оптики один из разделов своей большой работы, который так и называется «Об аналогии между светом и звуком». В свою очередь звук еще со времен античности понимался по аналогии с распространением волн на поверхности воды [15].

Таким образом, здесь имеет место двойная аналогия: свет так же аналогичен волнам на поверхности воды, как и

[15] См.: В. И. Спасский. История физики, ч. I. М., 1956, стр. 69.

звук. Отношение света (b) к волнам на поверхности воды (d) такое же, как и отношение к этим волнам звука (a). В символической форме: $\hat{a}, \hat{d}\, R\,(a, d) = \hat{b}, \hat{d}\, R\,(b, d)$. Это положение является основанием своего рода прецедентной аналогии, в которой использование волн на поверхности воды для исследования звука выступает в качестве прецедента использования этих волн для изучения света. В целом все умозаключение будет иметь вид:

$$\hat{a}, \hat{d}R\,(a, d) = \hat{b}, \hat{d}R\,(b, d) \vdash \frac{(d)\,P \vdash (a)\,P}{(d)\,P \vdash (b)\,P}. \qquad \text{(XXIV)}$$

Практически большое значение имел вопрос, какие именно признаки брались за основу при проведении аналогии.

Аналогия Ньютона основывалась главным образом на явлениях отражения, преломления и поглощения света. Юнг исходил из других явлений, также детально изученных в свое время Ньютоном. Ньютон открыл, что при определенных условиях две части светового луча, взаимодействуя, могут усиливать или погашать друг друга, так что в результате образуется чередование светлых и темных полос (кольца Ньютона). Это явление он пытался объяснить с корпускулярной точки зрения, прибегая к помощи довольно произвольных гипотез *ad hoc*. Юнг избегает этих гипотез, обращая внимание на то, что усиление и взаимное уничтожение имеет место при взаимодействии волн на поверхности воды. Конечно, об этом знали и раньше, но не придавали должного значения. Юнг же на основе сходства этих явлений делает глубокие выводы, возобновляя уже забытую к тому времени волновую теорию света. Он делает выводы по аналогии — от сходства действий к сходству причин по той же самой схеме второго правила философствования, которую применял Ньютон. Различие между ними лишь в выборе явлений, на сходстве которых основана аналогия.

Волновые аналогии постепенно обнаруживали свое преимущество над корпускулярными. С их помощью легко объяснялись такие явления, как цвета тонких пленок, объяснение которых было затруднительно с корпускулярной точки зрения [15].

Большую роль в этом отношении сыграли работы Френеля, который дал волновое объяснение явления дифракции, согласовав принцип прямолинейности распространения света с отклонением луча от прямой линии при прохождении узких отверстий.

Интересно отметить, что одна аналогия может стать поддержкой другой. Вспомним то значение, которое Ньютон придавал оптико-музыкальной аналогии, приводившей его к неправильным выводам; та же оптико-музыкальная аналогия у сторонников волновой теории света, как отмечает Ф. Розенбергер, играла положительную роль: «... образование луча света в результате сложения различных лучей, световой волны из многих волн перестало казаться странным по аналогии с музыкальными звуками и их сочетаниями. Даже возможность различной интенсивности цветов, их гармонии и диссонанса становилась понятнее» [16].

Здесь отношение R между звуками $d_1, \ldots, d_n$ выступает в качестве основания, делающего более понятной возможность переноса этого отношения c волновой модели на оптический прототип. Схематически это выглядит как

$$R(d_1, \ldots, d_n) \vdash \frac{R(a_1, \ldots, a_n)}{R(b_1, \ldots, b_n)}. \qquad \text{(XXV)}$$

Для обоснования волновой аналогии большое значение имело выведение из нее следствий, которые подтверждались затем опытом. Такие следствия были получены рядом ученых. X. Допплер выдвинул положение о том, что высота тона звука должна зависеть от движения его источника так же, как и «высота тона», т. е. цвет в случае оптических явлений. Акустический эффект Допплера был обнаружен сразу же после его предсказания, оптический — значительно позже, после того как был создан спектральный анализ. Его открытие явилось триумфом оптико-акустической аналогии.

Эта аналогия проверялась не только на выводах от акустики к оптике, но и наоборот — от оптических явлений к акустическим. Так, Гельмгольц выдвинул мысль, что в звуке музыкального инструмента может содержаться любой простой тон совершенно в том же смысле, в каком в составе белого цвета содержатся различные цвета радуги [17].

Установление этого факта вновь подтвердило аналогию.

---

[16] Ф. Розенбергер. История физики, ч. III, вып. 1, стр. 162.

[17] См.: Ф. Розенбергер. История физики, ч. III, вып. 2, стр. 356.

Но это не значит, что ложности одного какого-либо следствия было достаточно для того, чтобы опровергнуть аналогию. Звуковые волны имеют продольный характер. Но продольность волн препятствует объяснению такого важного оптического явления, как поляризация. Юнг и Френель не отбросили на этом основании оптико-акустическую аналогию, а уточнили ее. Они выдвинули гипотезу о том, что световые колебания носят не продольный, как звуковые, а поперечный характер, как волны на поверхности воды. Это предположение было сделано ad hoc и противоречило господствующим в то время представлениям. Поэтому оно встретило энергичные возражения, особенно среди математиков, которые считали, что в сплошной, однородной среде поперечные волны невозможны [18]. Однако идея поперечности световых волн очень быстро доказала свою плодотворность.

Таким образом, обнаружение факта, противоречащего аналогии, приводит к ее уточнению.

Отказ от продольности волн не означает отказа от самой оптико-акустической аналогии, поскольку главное в аналогии — понимание света как колебательного процесса — остается. Сохраняют свое значение понятия, связанные с колебаниями: длина волны, частота колебаний и т. д. Но все же отношение между светом и его акустической моделью несколько меняется, сходство становится менее полным. Это выражается в замене одних свойств, переносимых с модели на прототип, другими. Формальная структура аналогии при этом остается прежней.

§ 5. ВАРИАЦИОННЫЕ ПРИНЦИПЫ

Наряду с оптико-акустической немаловажную роль в истории оптики играла и оптико-механическая аналогия.

Со времен Лейбница, считавшего, что вся природа устроена целесообразно (и даже раньше), шли поиски математического выражения этой целесообразности. Мопертюи высказал общее положение о том, что «природа, производя свои действия, всегда пользуется наиболее простыми

[18] См.: Ф. Розенбергер. История физики, ч. III, вып. 1, стр. 179.

средствами»[19]. Простоту средств Мопертюи связывает с понятием количества действия.

«Путь, которого он (свет) придерживается, является путем, для которого количество действия будет наименьшим... количество действия тем больше, чем больше скорость тела и чем длиннее путь, пробегаемый телом; оно пропорционально сумме произведений отрезков на скорость, с которой тело проходит каждый из них»[20].

Леонард Эйлер выдвинул положение о том, что если изолированное тело (материальная точка) движется под действием центральных сил, то $\int vds$ имеет экстремальное значение, т. е. всегда является минимумом или максимумом. Лагранж распространил это положение на случай любой системы тел, действующих друг на друга произвольным образом. Он показал, что механическая система будет всегда двигаться по такой траектории, при которой величина $S = \int\limits_A^B mvds$ будет иметь минимум или максимум. Это положение получило название принципа наименьшего действия. Лагранж был чужд телеологических соображений Мопертюи и рассматривал этот принцип как простой вывод из законов механики[21]. Принцип наименьшего действия определяет траекторию движения частиц. С другой стороны, в области оптики еще до Мопертюи был сформулирован принцип, определяющий траекторию луча. Это принцип Ферма, согласно которому свет движется так, что время, затраченное на движение, является наименьшим. Математически это выражается в виде требования, чтобы интеграл $\int\limits_A^B \frac{ds}{u}$, где u — скорость, имел минимальное значение.

В. Р. Гамильтон вскрыл аналогию между принципом наименьшего действия и принципом Ферма, связав тем самым друг с другом механические и оптические явления. Согласно Гамильтону, некоторое количество, являющееся в одной теории действием, а в другой — временем,

---

[19] П. Мопертюи. Согласование различных законов природы, которые до сих пор казались несовместимыми.— Сб. «Вариационные принципы механики». М., 1959, стр. 25.

[20] Там же, стр. 26.

[21] См.: Ж. Лагранж. Аналитическая механика, т. I. М.— Л., 1950, стр. 319—320.

затрачиваемым светом при переходе от одной точки к любой другой, оказывается меньшим, если свет идет своим фактическим путем, а не каким-нибудь иным или по крайней мере имеет то, что технически называется вариацией, равной нулю.

Гамильтон, не вникая в физический смысл этого количества, устанавливает его формально-математическое выражение,

$$W = \int_{t_1}^{t_2} L dt.$$

где L—так называемая функция Лагранжа. Этой функции можно придавать различный физический смысл. В частном случае она равна разности кинетической и потенциальной энергии $L = T - U$. Возможны и такие интерпретации, которые выходят за рамки оптики или динамики.

Принцип Гамильтона сыграл большую роль в развитии физики. Его рассматривали как наиболее общий физический принцип и стремились вывести из него другие физические положения. Например, Лармор вывел из него уравнение Максвелла. Но этот вывод сделан не из самой формы принципа, а на основе той конкретной интерпретации, которая была дана функции Лагранжа. Как отмечает Л. С. Полак, «вообще говоря, из принципа Гамильтона можно вывести какой-либо конкретный, частный закон только в том случае, когда либо из опыта, либо на основании каких-либо общих соображений определяются величины, входящие под знак интеграла. В этом смысле принцип Гамильтона не есть общий фундаментальный принцип в духе картезианской школы, рассматривавшей такие принципы как наиболее общие законы, заключающие в себе все частное многообразие законов и соотношений. Принцип Гамильтона бесплоден, как библейская смоковница, без конкретных данных, взятых из опыта или вводимых гипотетически» [22].

Таким образом, принцип Гамильтона обнаруживает весьма интересные логические особенности, отличающие

---

[22] Л. С. Полак. У. Р. Гамильтон и принцип стационарного действия. М., 1936, стр. 196.

его от других положений физики, например от закона сохранения энергии. Из закона сохранения энергии можно получить путем дедукции совершенно конкретный вывод. Из принципа Гамильтона, как мы видим, этого сделать нельзя. На наш взгляд, это связано с тем, что закон сохранения энергии, как и другие законы физики, в том числе принципы Мопертюи (наименьшего действия) и Ферма, представляют собой в логическом плане общие высказывания. Принцип же Гамильтона — это не высказывание, а скорее всего функция высказывания (подобно, например, выражению «x смертен»), которая становится высказыванием лишь при наличии конкретной интерпретации.

Использование функции высказывания дает возможность выяснить общие отношения или свойства в качественно различных объектах. Но никакого вывода непосредственно из этого общего сделать нельзя. Отсюда можно сделать лишь тот вывод, что отношение или свойство, имеющее место при одной допустимой интерпретации, будет иметь место и при другой допустимой интерпретации. Но это не дедукция из общего, а вывод по аналогии — от отдельного к другому отдельному.

Таким образом, применение принципа Гамильтона в области самых разнообразных физических явлений означает вместе с тем применение выводов по аналогии.

Как отмечает Л. С. Полак, «значение принципа Гамильтона резко возрастает благодаря тому, что он может быть сформулирован таким образом, что входящие в него величины будут иметь не только механическое значение. Другими словами, исходя из механической формулировки принципа, мы расширяем область его применения и на другие отделы физики. Это достигается путем введения понятия обобщенных координат, под которыми понимается совокупность любых параметров, которыми однозначно определяются состояния системы.

При этом все другие параметры, как, например, скорости, должны быть получены из этих обобщенных координат. Таким образом, принцип, оставаясь механическим по своему происхождению, охватывает другие области физики. Первостепенную роль в этом расширении сферы действия принципа играет аналогия, ибо хотя по содержанию обобщенные координаты могут существенно отличаться от координат механики x, y, z, но формы связи их между собой и скоростями их изменений совпадают с соответствующими формами механики»[23].

Тот тип аналогии, с помощью которой принцип Гамильтона находит применение в самых различных областях физики, можно назвать *интерпретационной* аналогией. Ее сущность заключается в том, что от одной допустимой интерпретации формальных соотношений мы переходим к другой допустимой интерпретации. Сами формальные соотношения при этом играют роль основания, делающего возможным такой переход. Структура такой аналогии будет иметь следующий вид:

$$R = (x_1, \ldots, x_n, d_1, \ldots, d_m) \vdash \frac{R(a_1, \ldots, a_n, d_1, \ldots, d_m)}{R(b_1, \ldots, b_n, d_1, \ldots, d_m)}. \quad \text{(XXVI)}$$

Здесь $x_1, \ldots, x_n$ — переменные с неопределенной областью значений, которая во всяком случае охватывает всю физику. $a_1, \ldots, a_n$ и $b_1, \ldots, b_n$ — вполне конкретные переменные, которые по отношению к $x_1, \ldots, x_n$ выступают как обозначения единичных объектов; $d_1, \ldots, d_m$ — прочие переменные (например, время), одинаковые как для формального выражения, так и для его интерпретаций.

Использование интерпретационной аналогии очень характерно для работ Гамильтона. Так, он стремился преодолеть противоположность волновой и корпускулярной теории света разработкой такого математического аппарата, который не зависит от того, какими, корпускулярными или волновыми, представлениями мы пользуемся; те и другие рассматриваются как разные интерпретации общих соотношений.

§ 6. ЭЛЕКТРИЧЕСТВО И МАГНЕТИЗМ

1. Аналогия Ома

Не рассматривая применение аналогии в развитии теории электричества и магнетизма подробно, отметим несколько примеров. Один из основных законов

[23] См.: Л. С. Полак. Вариационные принципы механики.— Сб. «Вариационные принципы механики», стр. 871; см. также: Ю. Ф. Сафонов. Физический смысл и методологическая роль вариационных принципов.— Сб. «Философия и естествознание». Воронеж, 1965, стр. 77.

электродинамики, закон Ома, был сформулирован на основе уподобления электрического тока потоку жидкости. Действие — «сила» потока зависит от скорости течения, которая определяется наклоном русла, т. е. разностью высот на данном участке. Роль разности высот в случае тока играет разность электрических напряжений на концах проводника — электродвижущая сила. Значит, сила тока (i) должна быть пропорциональна электродвижущей силе (e). С другой стороны, сила потока будет тем меньше, чем при той же разности высот на концах участка длиннее сам участок: равнинные реки текут значительно медленнее горных. Отсюда следует, что сила тока должна быть обратно пропорциональна длине пути тока l.

Таким образом[24], при условии однородности цепи по всей ее длине и надлежащем выборе единиц измерения $i = \frac{e}{l}$. В более общем виде при учете всякого сопротивления, обозначаемого буквой r, формула приобретает вид: $i = \frac{e}{r}$.

Сущность аналогии, использованной Омом, заключается в том, что устанавливается взаимно однозначное соответствие между комплексом величин $a_1, \ldots, a_n$, отношение R между которыми известно, и новым комплексом величин $b_1, \ldots, b_n$.

Здесь мы имеем весьма важный тип аналогии, который можно рассматривать как обобщение античной пропорции (см. формулу IV). Обобщение заключается в том, что в то время, как в античной аналогии речь шла о переносе с модели на прототипы бинарных отношений, здесь мы имеем перенос отношения любого числа мест. Что касается корреляторов, сопоставляющих элементы одной системы элементам другой, то, как нам было показано выше, уже у пифагорейцев, и особенно у Платона и Аристотеля, они понимались не в узком, количественном, но в широком качественном смысле. Корреляторы могут быть более или менее богаты признаками. В качестве корреляторов способны выступать любые отношения, сопоставляющие каждому элементу одной системы определенный элемент другой. В том случае, когда качественная характеристика

---

[24] Ф. Розенбергер. История физики, т. III, вып. 1, стр. 208.

корреляторов несущественна, можно их отождествить с отношением взаимно-однозначного соответствия. Это отношение должно быть одинаково для всех элементов сравниваемых систем.

Назовем рассмотренное обобщение пропорции изоморфизмом, а соответствующий тип вывода по аналогии *аналогией через изоморфизм*.

Его схема будет иметь вид:

$$\hat{a}_1, \hat{b}Q(a_1, b_1) = \ldots = \hat{a}_n, \hat{b}_nQ(a_n, b_n) \vdash \frac{R(a_1, \ldots, a_n)}{R(b_1, \ldots, b_n)}. \tag{XXVII}$$

В случае аналогии Ома речь идет о переносе с модели на прототип трехместного отношения $a_1 = \frac{a_2}{a_3}$. Мы далеки от мысли, что именно Ому принадлежит первое использование аналогии через изоморфизм. Очевидно, что такие аналогии употреблялись гораздо раньше, и аналогия, использованная Омом, может рассматриваться лишь как один из примеров аналогии через изоморфизм.

2. Аналогия Фарадея

Говоря о развитии теории электричества и магнетизма, нельзя не остановиться на работах Майкла Фарадея. Лейтмотивом всего его научного творчества явилось убеждение в единстве сил природы. С этим было связано широкое использование аналогии. Характерной чертой аналогии Фарадея является вывод от предполагаемого единства сущности к общности явлений. Экспериментальное обнаружение этой общности служит подтверждением правомерности аналогии.

До работ Фарадея электростатическое электричество и электрический ток (вольт-электричество) рассматривались как две совершенно разнородные области, что было связано с различным характером их проявлений. Вольт-электричество производило физиологические, химические, физические и другие действия, которые невозможно получить с помощью электричества статического. С другой стороны, статическое электричество было связано с такими явлениями, как, например, индукцией, которые не обнаружились у электрического тока. Будучи убежденным в единстве всех электрических сил, Фарадей ищет общее у того и другого электричества. Эти поиски увенчиваются успехом — были обнаружены индукционные действия электрического тока.

Далее Фарадей перебрасывает мост между электрическими и магнитными явлениями. Свойства одних он переносит на другие. Так, электрические действия объясняются им с помощью понятия силовых линий. Такие же линии по аналогии приписываются магнитным силам. «Я склоняюсь к мысли, — пишет Фарадей, — что они физически существуют соответственно их аналогу, электрическим линиям» [25].

Аналогии между электричеством и магнетизмом Фарадей придавал очень большое значение. К числу основных предпосылок, лежащих в основе его исследований, он относил следующую: «Наблюдаемая аналогия между магнитной силой и другими двойственными силами как в статическом, так и динамическом состоянии, в особенности же аналогия между магнитом и вольтовой батареей или другим постоянным источником электрических токов» [26].

Не останавливаясь на этом, Фарадей стремится установить аналогии между электрическими, магнитными и оптическими явлениями. Вот пример такой аналогии. В кристаллах имеет место оптическая анизотропия. Следовательно, предполагает Фарадей, должна иметь место также электрическая и магнитная анизотропия [27].

Аналогии Фарадея имеют сходство с ньютоновскими. Но если Ньютон с помощью аналогии, схема которой выражена во втором правиле философствования, умозаключал от следствий к причине, то Фарадей пользуется аналогией для вывода от причины к следствиям. Суть такой аналогии следствий можно выразить так: «Приписывай сходные следствия одинаковым причинам» или в виде формулы:

$$(a, b)\,\dot{C}d \vdash \frac{(a)\,P_1, \ldots, P_n}{(b)\,P_1, \ldots, P_n}. \qquad \text{(XXVIII)}$$

---

[25] Цит. по: П. С. Кудрявцев. История физики, т. I, М., 1956, стр. 456.
[26] Там же, стр. 458.
[27] См. там же, стр. 455.

3. Аналогии Максвелла

Труды Фарадея явились исходным пунктом творчества основоположника теории электромагнитного поля — Д. К. Максвелла. Максвелл придает идеям и методам Фарадея новую, более совершенную форму, благодаря которой была расширена область их применения. Это относится и к аналогии. Использование аналогий, которое у Фарадея имеет более или менее стихийный характер, Максвеллом специально формулируется как важнейший метод физики. В работе «О фарадеевых силовых линиях», с которой начинается серия его работ по электричеству [28], Максвелл разбирает вопрос, каким образом может быть создана теория электрических явлений. Чтобы создать теорию, нужно, пишет он, прежде всего упростить выводы прежних исследований, которых накопилось так много, что их трудно держать в памяти. Результаты такого упрощения могут быть представлены или математической формулой, или физической гипотезой. Оба эти пути имеют существенные недостатки: «В первом случае мы совершенно теряем из виду объяснимые явления и потому не можем прийти к более широкому представлению об их внутренней связи (хотя и можем предвычислять следствия из данных законов).

С другой стороны, принимая некоторую физическую гипотезу, мы уже смотрим на явления предубежденно и становимся склонными к той слепоте по отношению к фактам и поспешности в допущениях, которым способствуют частные односторонние объяснения» [29].

Отсюда возникает задача нахождения нового метода, который был бы лишен этих недостатков. «Мы должны поэтому найти такой метод исследования, который на каждом шагу основывался бы на ясных физических представлениях, не связывая нас в то же время какой-нибудь теорией, из которой заимствованы эти представления, благодаря чему мы не будем отвлечены от предмета исследованием аналитических тонкостей и не отклонимся от истины из-за излюбленной гипотезы» [30].

---

[28] Л. Больцман отмечает, что своеобразный метод Максвелла выступает ярче всего в его ранних произведениях (см.: Д. К. Максвелл. Избранные сочинения по теории электромагнитного поля. М., 1954, стр. 90).

[29] Там же, стр. 12.

[30] Там же.

Таким методом Максвелл считает метод физических аналогий: «для составления физических представлений без принятия специальной физической теории,— пишет он,— следует освоиться с существованием физических аналогий. Под физической аналогией я разумею то частное сходство между законами двух каких-нибудь областей науки, благодаря которому одна является иллюстрацией для другой» [31].

В другом месте, разъясняя сущность своего понимания аналогии как иллюстрации, он пишет: «Истинно научный иллюстративный метод есть метод, который позволяет понять какое-либо представление или закон одной отрасли науки с помощью представления или закона, взятых из другой отрасли, и который, отвлекаясь вначале от различия физической природы реальных явлений, направляет мысль на овладение математической формой, общей соответствующим идеям в обеих науках... признание формальной аналогии между двумя системами идей приводит к более глубокому познанию обеих, чем познание, которое можно было получить, изучая каждую систему в отдельности» [32].

Максвелл связывает с аналогией всякое применение математики к конкретным физическим явлениям. «В этом смысле все применения математики в науке основаны на соотношениях между законами, которым подчиняются физические величины, и законами математики, так что цель точных наук состоит в том, чтобы свести проблемы естествознания к определению величин при помощи действий над числами. Переходя от наиболее общей из аналогий к специальной, мы находим сходство в математической форме явлений двух различных областей природы, которое послужило, например, основой физической теории света» [33].

Здесь Максвелл приводит в качестве примеров, с одной стороны, аналогию между изменением направления луча света и движением частиц, ведущую к корпускулярной теории света, а с другой — аналогию света с колебаниями упругой среды, связанную с волновой теорией. Хотя Максвелл стоит на точке зрения волновой теории, он

---

[31] Д. К. Максвелл. Избранные сочинения по теории электромагнитного поля, стр. 12.

[32] Д. К. Максвелл. Статьи и речи. М.— Л., 1940, стр. 14.

[33] Д. К. Максвелл. Избранные сочинения по теории электромагнитного поля, стр. 12—13.

признает ценность применения и первой аналогии при решении ряда задач как искусственного математического приема.

Говоря об аналогии между явлениями совершенно различной физической природы, между которыми как будто нет ничего общего, Максвелл приводит следующий поразительный пример: «Законы теплопроводности в однородных средах кажутся на первый взгляд в физическом отношении как нельзя более отличными от законов притяжений. Величины, которые мы встречаем в этих новых явлениях, суть температура, поток тепла, теплопроводность. Слово «сила» чуждо этой области науки. Несмотря на это, мы находим, что математические законы стационарного движения тепла в однородных средах тождественны по форме с законами притяжений, будучи обратно пропорциональными квадрату расстояния; заменяя центр притяжения источником тепла, ускоряющее действие притяжения — тепловым потоком, потенциал — температурой, мы преобразуем решение задач о притяжении в решение соответствующих задач по теплопроводности. Эта аналогия между формулами учений о теплоте и о притяжении была подчеркнута впервые, как мне кажется, проф. Вильямом Томсоном.

Хотя предполагается, что тепловой поток связан с действием между смежными частями среды, а сила притяжения есть взаимодействие тел на расстоянии, тем не менее математические формулы, выражающие законы той и другой области явлений, совершенно тождественны.

Конечно, обе теории примут совершенно различный вид, если включим в круг наших исследований другие соображения и дополнительные факты, но математическое сходство некоторых законов останется в силе и с успехом может быть использовано в полезных математических приемах.... Мой метод одинаков с тем, которого придерживался Фарадей в своих исследованиях, и который, хотя ему и дано уже математическое истолкование проф. Томсоном и др., еще довольно часто считают менее определенным и строгим, чем методы, употребляемые математиками-специалистами» [34].

Эту аналогию Максвелл берет в качестве образца для своей работы: «При помощи аналогии такого рода я

[34] Там же, стр. 14—15.

попытался представить в удобной форме те математические приемы и формулы, которые необходимы для изучения электрических явлений»[35].

Рассмотрим в общих чертах применение Максвеллом этого метода. Он начинает с истолкования важнейшего в теории Фарадея понятия силовой линии. Через каждую точку пространства можно провести линию, направление которой будет совпадать с направлением электрической или магнитной силы. Таким образом, с помощью этих кривых создается геометрическая модель физических сил, выражающая их направление. Но сила, кроме направления, имеет еще интенсивность. Выразить интенсивность можно в том случае, «если представлять рассматриваемые кривые не простыми линиями, но трубками с переменным сечением, по которым течет несжимаемая жидкость; так как скорость такой жидкости обратно пропорциональна сечению трубы, то, подбирая соответствующим образом сечения, мы можем добиться того, что скорость жидкости будет изменяться по любому заданному закону. Этим приемом мы можем достичь того, что поток жидкости в трубках своей скоростью представит напряженность силы, а своим направлением — ее направление»[36].

Жидкость, о которой говорит Максвелл, не совсем обычна: она лишена всех свойств действительных жидкостей, кроме способности к движению и сопротивления сжатию, и представляет собой «исключительно совокупность фиктивных свойств, составленную с целью представить некоторые теоремы чистой математики в форме, более наглядной и с большей легкостью применимой к физическим задачам, чем форма, использующая чисто алгебраические символы»[37].

К числу таких фиктивных свойств относится способность жидкости возникать в одних местах, называемых источниками, и уничтожаться в других — стоках. В этом нет никакого противоречия, отмечает Максвелл, «так как свойства жидкости вполне зависят от нашего произвола. Как ничто не мешает нам представлять ее себе абсолютно несжимаемой, так ничто не мешает нам

[35] Д. К. Максвелл. Избранные сочинения по теории электромагнитного поля, стр. 14.
[36] Там же, стр. 16.
[37] Там же, стр. 18.

предположить, что она в известных местах создается из ничего, в других снова сводится к ничему» [38].

С помощью представлений о такой жидкости Максвелл создает точные модели различных электрических и магнитных явлений. Однако эти модели не охватывали всего; с их помощью в этой работе Максвеллу не удалось описать электромагнитную индукцию. Поэтому здесь он прибегает к помощи абстрактных символов, не оставляя, впрочем, надежды и для этого явления найти в будущем соответствующий механический образ [39].

Итак, мы видим, что в исследованиях Максвелла аналогия играет определяющую роль. Каков же логический характер этой аналогии? Совпадает ли аналогия Максвелла с какой-либо из тех схем, которые были рассмотрены выше?

Максвелл исходит из работ Фарадея, но это не значит, что аналогия, характерная для Максвелла, того же самого логического типа, что и та, которая была характерна для Фарадея. В аналогии Фарадея большую роль играла идея единства физических сил, качественная однородность тех явлений, между которыми устанавливается аналогия. Фарадей с помощью аналогии исследует причинные связи. Максвелл использует аналогию для иных целей. «Сводя все к чисто геометрической идее движения некоторой воображаемой жидкости,— пишет он,— я надеюсь достигнуть общности и точности и избежать тех опасностей, которые возникают при попытках с помощью преждевременной теории объяснить причины явлений. Предлагаемые мною здесь рассуждения выполнят свое назначение, если будут полезны физикам-экспериментаторам при классификации и наглядном истолковании найденных ими результатов» [40].

Есть много общего между аналогиями Максвелла и Декарта и других, которые выше были названы механическими аналогиями сведения. В обоих случаях каждому физическому явлению соответствуют определенные механические явления. Но, если для Декарта и его последователей сведение физического к механическому носит реальный характер и означает таким образом стирание качест-

---

[38] Там же, стр. 21.
[39] См. там же, стр. 59.
[40] Там же, стр. 17.

венных граней между различными явлениями природы, то Максвелл подчеркивает фиктивный характер такого сведения: он не сводит электромагнитные явления к механическим, а лишь интерпретирует их механически.

Тогда, быть может, это интерпретационная аналогия, т. е. аналогия такого типа, которая имеет место при использовании принципа Гамильтона? Но здесь также имеется существенная разница. Применяя принцип Гамильтона, мы заранее имеем общую формулу, в которую входят чрезвычайно абстрактные символы, а Максвелл пользуется аналогией именно для того, чтобы избежать абстрактных символов.

Очевидно, здесь мы имеем дело с особой формой аналогии. В своей основе это изоморфизм. Каждому элементу, составляющему область электромагнитных явлений $b_1,\dots$ $\dots,b_n$, приводится во взаимно-однозначное соответствие элемент фиктивного механического объекта $a_1,\dots, a_n$. На этом основании отождествляются отношения в сопоставляемых системах.

Однако аналогия Максвелла отличается от обычного использования изоморфизма, например, Омом. Ом идет от реального объекта — настоящей жидкости, опираясь на известные ранее законы ее движения. В выводе получено известное отношение в новой области — электрических явлений. Максвеллу же отношения в области электромагнитных явлений в основном известны, они были установлены ранее Фарадеем. И он создает мысленную модель, с помощью которой эти отношения лишь иллюстрируются, а не открываются. Поэтому аналогию Максвелла за неимением лучшего термина можно назвать *иллюстративной*.

Естественно возникает вопрос о познавательной ценности такой аналогии. П. Дюгем связывает ее использование с особенностями английского ума — широкого, но слабого. Англичанин, по мнению Дюгема, легко представляет себе сложные группировки конкретных предметов, но трудно усваивает абстрактные понятия. «Абстрактные понятия материальной точки, силы, силовой линии, поверхности равного потенциала,— пишет он,— не удовлетворяют его потребности представить себе конкретные материальные вещи, видимые и осязательные» [41].

---

[41] П. Дюгем. Физическая теория. СПб., 1910, стр. 84.

Потому-то английские физики в противоположность, например, французским или немецким и стремятся к созданию механических моделей. Иронизируя над такими моделями, Дюгем пишет: «На каждом шагу вы находите здесь веревки, переброшенные через блоки, продетые сквозь небольшие кольца и носящие тяжести, трубки, из которых одни насасывают воду, другие набухают, стягиваются и растягиваются, зубчатые колеса, сцепленные между собой или с зубчатыми стержнями. Мы надеялись попасть в мирное и заботливо упорядоченное хозяйство дедуктивного разума, а попали на какой-то завод» [42].

Очевидно, что стремление объяснить использование моделей национальными особенностями мышления англичан совершенно несостоятельно. Механические модели широко использовались физиками других национальностей. С другой стороны, в Англии далеко не всегда и не все применяли этот метод. Об этом говорят примеры, приведенные самим Дюгемом. Наиболее ярким представителем английского мышления у него оказывается Декарт, а французского — Ньютон [43].

Широкое применение иллюстративной аналогии такими выдающимися физиками, как Максвелл или У. Томсон, нельзя объяснить только субъективными потребностями. Сама потребность в моделях возникает потому, что их применение дает ценные физические результаты. Каким же образом возможно получение этих результатов, если аналогия устанавливается произвольно, по существу с фиктивным объектом?

Роль такой аналогии можно уподобить роли абстрактных математических символов. Такое уподобление делается и Максвеллом, и Дюгемом, противопоставляющими то и другое,— такое противопоставление имеет смысл, если имеются в виду два метода, применяемые для достижения одной и той же цели. Математические символы сами по себе ничего не значат. Но они приводятся во взаимнооднозначное соответствие с определенными физическими свойствами. В результате отношения между символами будут выражать отношения между физическими свойствами — иллюстрировать их математически. Таким образом, применение математической символики

[42] Там же, стр. 84—85.
[43] См. там же, стр. 86—87.

представляет собой частный случай иллюстративной аналогии.

Не случайно для обозначения математических выражений физических процессов часто употребляется термин «математическая модель». Главное назначение такой модели в том, что она позволяет отвлечься от множества конкретных деталей, которыми изобилует конкретное физическое явление, и исследовать отношения между небольшим количеством объектов. Эти отношения, поскольку они носят формальный характер и не зависят от конкретной физической природы явлений, основательно изучены математикой, и поэтому создается возможность в математических символах усмотреть такие следствия из данных отношений, которые трудно заметить непосредственно на опыте.

Подобным образом функционируют и механические модели Максвелла. Они заменяют сложный комплекс свойств электромагнитных явлений небольшой группой хорошо изученных механических свойств. На механической модели можно ясно видеть те следствия из данных отношений, которые незаметны в электромагнитном прототипе. Тот факт, что модель носит абстрактный, искусственный характер, играет положительную роль, поскольку позволяет воссоздать в модели именно те отношения, которые существуют в образце.

Таким образом, иллюстративная аналогия Максвелла и его учеников представляет возможность для далеко идущих выводов. Этим она отличается от простой разъясняющей аналогии, описанной выше схемой III. В схеме речь шла о переносе особого свойства «понятности» с модели на образец. К. Максвелл, У. Томсон и другие также считали явление «понятным», когда была построена его механическая модель. Но это понятность особого рода. Например, Максвелла не смущало, что его воображаемая жидкость могла возникать из ничего и превращаться в ничто.

Вряд ли это было более понятно, чем те электромагнитные явления, которые иллюстрировались с помощью такой жидкости. «Понятность» у Максвелла относится не к самой механической модели, а к тем выводам, которые получаются с ее помощью. Понятно, разумеется, не то, как жидкость возникает из ничего, а то, как одни свойства механической модели вытекают из других.

В этой связи становится ясным и тот факт, что английские физики зачастую применяли одновременно несколько различных, даже исключающих друг друга механических моделей. Каждая из них иллюстрировала определенный вывод. Это аналогично использованию различных систем координат для математических описаний явлений. Используя декартову систему координат, математик не хочет сказать тем самым, что она более реальна, чем, например, полярная.

Учитывая все сказанное выше, схему максвелловской иллюстративной аналогии можно выразить следующим образом:

$$\hat{a}_1, \hat{b}_1 Q_1 (a_1, b_1) = \ldots = \hat{a}_n \hat{b}_n Q_n \ (a_n b_n) \vdash$$
$$\vdash \frac{R_1 (a_1, \ldots, a_n) \to R_2 (a_1, \ldots, a_n)}{R_1 (b_1, \ldots, b_n) \to R_2 (b_1, \ldots, b_n)} . \qquad \text{(XXIX)}$$

С помощью аналогий рассматриваемого типа Максвелл получил блестящие физические результаты,— на их основе были получены знаменитые максвелловские уравнения [44], остающиеся вплоть до настоящего времени основой классической теории электромагнитного поля.

Роль аналогии в выводе уравнений Максвелла признают даже те, кто отрицательно относится к самим этим аналогиям. Вот как об этом пишет Л. Больцман: «Никто не усмотрит доказательства правильности максвелловых уравнений в механических представлениях этого цикла исследований, никто в настоящее время не отдает предпочтения выводу максвелловых уравнений из этих механических представлений перед позднее усвоенным самим Максвеллом выводом последних из более общих механических идей или перед методом Герца, который уравнения вовсе не выводил, а рассматривал их просто как феноменологическое описание фактов. Открытие, однако, произошло при посредстве механических представлений. Максвелл нашел свои уравнения в результате стремления доказать при помощи механических моделей возможность объяснения электромагнитных явлений, исходя из концепций близкодействия, и только эти модели впервые указали путь к экспериментам, которые окончательно и решитель-

[44] См.: П. С. Кудрявцев. История физики, т. II. М., 1956, стр. 175. О плодотворности метода аналогий у Максвелла говорится также на стр. 140 этой книги П. С. Кудрявцева.

но установили факт близкодействия и в настоящее время образуют наиболее простой и наиболее достоверный фундамент найденных другими путями уравнений» [45].

Мы разобрали наиболее характерную для Максвелла форму аналогии. Но в его работах встречаются и другие формы. Отметим некоторые наиболее интересные случаи. С помощью аналогии Максвелл приходит к одной из наиболее важных своих идей — идее тока смещения. Обычный электрический ток течет в проводниках — через изоляторы он проходить не может. Но не могут ли в изоляторах иметь место явления, аналогичные току? Максвелл пишет об изоляторах: «Хотя электричество через них не течет, все же электрические действия распространяются по этим телам. Характер этих действий зависит от природы тела, так что одинаково хорошие изоляторы могут в качестве диэлектриков вести себя совершенно различно.

Таким образом, мы имеем два независимых качества тел: одно, благодаря которому они не допускают прохождения через них электричества, и другое, вследствие которого они позволяют электрическому действию передаваться через них без того, чтобы какой-либо электрический ток проходил через них. Проводящее тело может быть сравнено с пористой мембраной, которая представляет большее или меньшее сопротивление прохождению жидкости, диэлектрик же похож на упругую мембрану, которая непроницаема для жидкости, но передает давление от жидкости, находящейся на одной ее стороне, жидкости, находящейся на другой стороне» [46].

Поскольку изолятор может передать электрическое действие, эту передачу можно рассматривать как своеобразный электрический ток: «Это смещение не представляет собой настоящего тока, потому что, достигнув определенной величины, оно остается постоянным, но это есть начало тока, и изменения смещения образуют токи в положительном или отрицательном направлении, в зависимости от того, увеличивается ли смещение или уменьшается» [47].

---

[45] Д. К. Максвелл. Избранные сочинения по теории электромагнитного поля, стр. 195.
[46] Там же, стр. 162.
[47] Там же, стр. 163.

Рассмотренный вывод Макс Лауэ считает решающим шагом для всей дальнейшей работы и отмечает, что он получен с помощью гипотетической квазимеханической модели [48]. Эта квазимеханическая модель, как и магнитная, играла роль образца, по которому строился вывод от тока проводимости к току смещения. Сам же этот вывод может быть описан схемой аналогии через изоморфизм (XXVII).

Интересно отметить яркий образец применения Максвеллом каузальной аналогии. К своей идее об электромагнитной природе света Максвелл пришел с помощью той же самой аналогии (от сходства явлений к сходству причин), которая привела Ньютона к корпускулярной, а Юнга и Френеля — к волновой теории света. «Скорость поперечных волновых колебаний в нашей гипотетической среде, вычисленная из электромагнитных опытов Кольрауша и Вебера, столь точно совпадает со скоростью света, вычисленной из оптических опытов Физо, что мы едва ли можем отказаться от вывода, *что свет состоит из поперечных колебаний той же самой среды, которая является причиной электрических и магнитных явлений*» [49].

---

[48] См.: М. Л а у э, История физики. М., 1956, стр. 63—64.

[49] Д. К. М а к с в е л л. Избранные сочинения по теории электромагнитного поля, стр. 175.

Глава
пятая

АНАЛОГИИ СОВРЕМЕННОЙ ФИЗИКИ

§ 1. СПЕЦИАЛЬНАЯ ТЕОРИЯ ОТНОСИТЕЛЬНОСТИ

Наряду с квантовой механикой теория относительности является одной из основ современной физики. Первая ее часть, специальная теория относительности, создана главным образом работами Лоренца, Эйнштейна, Пуанкаре, Минковского. Исходным пунктом этих работ явилось стремление преодолеть противоречие между теорией и опытными данными — прежде всего отрицательным результатом известного опыта Майкельсона — Морлея. Большую роль в процессе преодоления указанного противоречия сыграла аналогия. При этом разные авторы пользовались аналогиями, различными по своей структуре.

1. Лоренц

Как известно, Лоренц объяснил отрицательный результат опыта Майкельсона — Морлея с помощью гипотезы о сокращении длины тела в направлении его движения. Эта гипотеза обосновывается с помощью аналогии между электромагнитными и молекулярными силами, т. е. силами, определяющими, по мнению Лоренца, расстояния между молекулами и тем самым форму тела. «Как ни странна на первый взгляд указанная гипотеза, нужно будет все же признать, что она вовсе не так неприемлема, если только мы допустим, что и молекулярные силы передаются через эфир, подобно тому как мы можем теперь определенно утверждать это относительно электрических и магнитных сил. Если это так, то весьма вероятно, что поступательное движение изменит взаимодействие между двумя молекулами или атомами подобным же образом, как и притяжение или отталкивание между заряженными частицами. Так как форма и размеры твердого тела в конечном итоге обусловливаются интенсивностью молекулярных взаимодействий, то в этом случае не может не произойти и изменения размеров»[1].

В дальнейшем Лоренц обобщает и уточняет эту аналогию, рассматривая ее наряду с гипотезой об изменении размеров электронов под влиянием поступательного движения как одно из основных допущений своей теории. «Во-вторых, я принимаю, — пишет он, — что силы, действующие между незаряженными частицами, так же как и силы, действующие между незаряженными частицами и электронами, вследствие поступательного движения подвергаются изменению точно таким же образом, как электрические силы в электростатической системе»[2].

Эти мысли Лоренца в общем не выходят за рамки идей классической физики. Он стремится показать, что его гипотеза выглядит «странной» лишь на первый взгляд. Аналогия служит для того, чтобы примирить, согласовать гипотезу сокращения длин с общепринятыми физическими теориями. По своей логической структуре аналогии Лоренца также не представляет собой чего-то необычного. В первой из приведенных выше цитат речь идет о том типе аналогии, который был назван прецедентной (см. формулу XXII). Так же как Майер исходил из общего положения о сохраняемости причин, Лоренц предполагает общее положение о передаче сил через эфир. Электрические и магнитные силы играют роль модели — прецедентов, которые показывают, как из общего положения вытекает частное следствие, относящееся к зависимости расстояний между частицами от состояния движения.

Во второй цитате излагается аналогия обобщающего типа (формула XXIII).

---

[1] Г. А. Лоренц. Интерференционный опыт Майкельсона.— Сб. «Принцип относительности», М., 1935, стр. 13.

[2] Г. А. Лоренц. Электромагнитные явления в системе, движущейся с любой скоростью, меньшей скорости света.— Сб. «Принцип относительности», стр. 31.

В такой аналогии данный частный случай (здесь электрические силы) выступает как модель общего случая. На этот общий случай переносится изученное на модели отношение. При этом происходит абстракция от конкретных особенностей модели (независимость от природы частиц).

2. А. Эйнштейн

Основная идея Эйнштейна, приведшая к созданию специальной теории относительности, основана на аналогии. По своей логической структуре аналогия Эйнштейна сходна с аналогией Лоренца. Здесь также имеет место перенос отношений от частного к общему. Эйнштейн распространяет принцип относительности, справедливость которого применительно к механическим явлениям была установлена еще Галилеем, на электродинамические и оптические, а затем и на любые физические явления. «Примеры подобного рода, как и неудавшиеся попытки обнаружить движение земли относительно «светоносной среды», ведут к предположению, что не только в механике, но и в электродинамике никакие свойства явлений не соответствуют понятию абсолютного покоя, и даже более того,— к предположению, что для всех координатных систем, для которых справедливы уравнения механики, имеют место те же самые электродинамические и оптические законы, как это уже доказано для величин первого порядка» [3].

Аналогия Эйнштейна, как и аналогия Лоренца, в структурном отношении относится к классу обобщающих аналогий. Но вместе с тем между обеими аналогиями есть существенная разница. У Лоренца, как уже говорилось, аналогия не выводит за рамки идей классической физики — она служит для того, чтобы согласовать новые допущения с этими идеями. Аналогия Эйнштейна, наоборот, требует отказа от целого ряда основных положений физики, и поэтому его работа кладет начало новому периоду ее развития.

Для того чтобы совместить принцип относительности с хорошо установленным опытным фактом — постоянством

[3] А. Эйнштейн. Собрание научных трудов, т. I. М., 1965 стр. 7.

скорости света, Эйнштейн пересмотрел фундаментальные понятия пространства и времени. «В результате анализа физических понятий времени и пространства было показано, что в *действительности принцип относительности и закон распространения света совместимы* и что, систематически придерживаясь этих законов, можно построить логически безупречную теорию» [4].

Принцип относительности нельзя было просто перенести с классической модели на прототип. Чтобы этот перенос был правомерен, нужно по-иному сформулировать законы сложения скоростей, формулы преобразования пространственных и временных координат и т. д.

Этот пересмотр выразился, с одной стороны, в замене классических понятий и законов релятивистскими, а с другой — в замене галилеевских преобразований преобразованиями Лоренца.

Классическую модель можно выразить в виде $\dot{I}\,[(a_1,\dots,a_n),a]$.

Здесь $a_1,\dots,a_n$ — законы классической механики, a — преобразования Галилея. $\dot{I}$ — отношение первых ко второму. В рассматриваемом случае это будет отношение инвариантности. Прототип будет иметь вид: $\dot{I}\,[(b_1,\dots,b_n,\ b_{n+1},\dots,b_m),b]$. В этой формуле $b_1,\dots,b_n$ означают релятивистские аналоги законов механики, $b_{n+1},\dots b_m$ — релятивистские законы из других разделов физики, b — преобразования Лоренца.

Важный вопрос заключается в выражении отношения между классическими и релятивистскими законами. Известно, что первые являются вырожденными случаями вторых, так же, как преобразования Галилея — вырожденные случаи более общих преобразований Лоренца. Однако, отношение вырождения, которое мы обозначаем символом Deg, не выражает специфику отношения между элементами модели и прототипа. В данном случае речь идет не просто о вырождении, а о преобразовании элементов модели по определенному стандартному правилу, одинаковому для элементов сравниваемых систем. Здесь в качестве такого правила выдвигается требование соответствия принципу постоянства скорости света. Это, вообще говоря, иной тип отношения, чем отношение перехода от вырожденного случая к общему. Назовем его

[4] А. Эйнштейн. Физика и реальность. М., 1965, стр. 177.

отношением регулярного преобразования и обозначим символом Reg (от латинского Regulatim — по правилу). Отношение регулярного преобразования может сопровождаться отношением вырождения, как в данном случае, или же существовать независимо от последнего. Иными словами, это разные отношения.

Специфика рассматриваемой структуры вывода по аналогии заключается также и в том, что в ее основание входят такие элементы $a_{n+1}, \ldots, a_m$ — классические законы физики, которые не включаются в модель. Они должны войти в основание потому, что релятивистские законы получаются на основе регулярного преобразования — в соответствии с принципом постоянства скорости света — классических законов. Вместе с тем они не могут являться элементами модели, так как они не инвариантны по отношению к a, т. е. к преобразованиям Галилея.

Некоторые законы, как, например, уравнения Максвелла, инвариантны по отношению к b. Применительно к ним регулярное преобразование вырождается в тождественное.

На основе сказанного формулу вывода по аналогии, использованного Эйнштейном в процессе создания специальной теории относительности, можно записать следующим образом:

$$\dot{\mathrm{R}}\mathrm{eg}\,(a_1, b_1), \ldots \dot{\mathrm{R}}\mathrm{eg}\,(a_n, b_n), \ldots, \dot{\mathrm{R}}\mathrm{eg}\,(a_m, b_m), \dot{\mathrm{R}}\mathrm{eg}\,(a, b) \vdash$$

$$\vdash \frac{\dot{I}\,[(a_1, \ldots, a_n), a]}{\dot{I}\,[(b_1, \ldots, b_n, b_{n+1}, \ldots, b_m), b]}. \qquad \text{(XXX)}$$

Этот тип вывода будем условно называть аналогией Эйнштейна.

3. А. Пуанкаре

Представляет большой интерес использование аналогии в работе А. Пуанкаре. Пуанкаре детально исследует преобразования Лоренца и стремится найти их инварианты, т. е. такие соотношения, которые остаются при этих преобразованиях неизменными [5]. Здесь в качестве аналогов выступают системы, связанные друг с

[5] См.: М. Пуанкаре. О динамике электрона.— Сб. «Принцип относительности», стр. 117—129.

другом преобразованиями Лоренца. «Уравнения электромагнитного поля не изменятся в результате некоторых преобразований, которые мы будем называть преобразованиями Лоренца; две системы, — одна неподвижная, другая перемещающаяся поступательно, представляют, таким образом, точное изображение одна другой» [6].

«Точное изображение» означает в нашей терминологии полную аналогичность. Наличие такой аналогичности дает возможность переносить отношения с одной системы на другую, но не всякие отношения. Уравнения Максвелла сохраняют свой смысл при преобразованиях Лоренца, а уравнения ньютоновской механики — нет. Их необходимо изменить, прежде чем такой перенос станет возможным. Значит, здесь важен тип переносимых отношений. А. Пуанкаре устанавливает такие отношения, которые можно переносить с данной модели на любой прототип, связанный с моделью преобразования Лоренца.

Здесь имеет место особый случай изоморфизма. Специфика заключается в том, что, в то время, как изоморфизмы, рассмотренные выше, предполагают переход от одной модели к одному прототипу, у Пуанкаре речь идет о преобразованиях к бесконечно большому числу систем. Если аналогия справедлива по отношению к одному конкретному преобразованию, то она справедлива и по отношению ко всем остальным. Именно это доказывает Пуанкаре, выясняя, что преобразования Лоренца образуют группу [7].

Таким образом, общую схему аналогии, применяемой Пуанкаре, можно выразить следующим образом:

$$\dot{Q}\,[(b_1, \dots, b_n)^m, (a_1, \dots, a_n)]\,\&\,[R\,(a_1, \dots, a_n) \to \to R\,(b_1, \dots, b_n)] \vdash \frac{R\,(a_1, \dots, a_n)}{R\,(b_1, \dots, b_n)^m}. \qquad \text{(XXXI)}$$

Здесь символ m, приобретающий значения целых чисел от 1 до бесконечности, означает, что рассматривается бесконечно большое множество систем, связанных с моделью преобразованиями типа $\dot{Q}$ (здесь преобразованиями Лоренца).

---

[6] См.: А. Пуанкаре. О динамике электрона.— Сб. «Принцип относительности», стр. 52—53.
[7] Там же, стр. 79.

Термин «инвариантность» предполагает сохранение не только формы уравнения, но и каждой величины, входящей в его состав. В более общем случае, о котором по сути дела и шла речь выше, уравнения сохраняются без того, чтобы их члены оставались неизмененными. В таком случае применительно к ним употребляется термин «ковариантность» по отношению к соответствующему типу преобразований.

Пуанкаре подошел с другой — математической — стороны к тем же проблемам, что и Эйнштейн. «Ковариантность уравнений является математическим свойством, которое соответствует существованию принципа относительности для физических законов, описывающихся этими уравнениями» [8].

Здесь мы встречаемся с новой аналогией — на этот раз не между непосредственно физическими явлениями, а между разными теориями, которые эти явления описывают. Эта аналогия заключается в том, что обе теории строго соответствуют друг другу, так что каждое утверждение одной можно «перевести» в соответствующее утверждение другой. В структурном отношении такая аналогия представляет собой обычный случай изоморфизма.

Изоморфизм не означает, что обе из сравниваемых теорий равноценны во всех отношениях. В частности, подход Эйнштейна, будучи более физическим и философским, исторически имел гораздо большее значение, чем математический анализ Пуанкаре. Но одно не исключает другое. Специальная теория относительности в ее современном виде включает в себя в нераздельном виде оба эти аспекта.

Идея ковариантности уравнений в отношении к определенному типу преобразований получила глубокое развитие в трудах Эйнштейна. По его мнению, «содержание частной теории относительности может быть подытожено в одном предложении: «все законы природы должны быть так определены, чтобы они были ковариантными относительно преобразований Лоренца» [9].

---

[8] П. Г. Бергман. Введение в теорию относительности. М., 1947, стр. 32.

[9] А. Эйнштейн. Рассуждение об основах теоретической физики.— Собрание научных трудов, т. IV. М., 1967, стр. 234.

4. Г. Минковский

Не меньшую роль, чем у Эйнштейна или Пуанкаре, играет аналогия в работе Г. Минковского, придавшего теории относительности простую и наглядную математическую форму. Основная идея Минковского связана с проведением далеко идущей аналогии между пространством и временем. Он показывает, что уже в ньютоновской механике пространство и время обладают общими чертами: «Уравнения ньютоновской механики обнаруживают двойную инвариантность. Их форма сохраняется, во-первых, тогда, когда положенную в основу пространственную координатную систему подвергают любому *изменению положения*, и, во-вторых, тогда, когда состояние движения этой системы подвергается изменению, именно — когда этой системе сообщается какое-нибудь *равномерное поступательное движение*; нулевая точка времени также не играет никакой роли» [10].

Формулируя аналогию математически, Минковский сопоставляет трем пространственным координатам одну временную, получая таким образом четырехмерный мир. «Я буду называть пространственную точку, рассматриваемую в какой-нибудь момент времени, т. е. систему значений x, y, z, t, мировой точкой. Пусть многообразие всех мыслимых систем значений x, y, z, t называется миром. Я мог бы смело начертить мелом на доске четыре мировые оси. Уже одна начерченная ось состоит из целого ряда колеблющихся молекул и участвует вдобавок в движении земли во вселенной, т. е. требует достаточно высокой абстракции. Несколько большая абстракция, связанная с числом 4, не представляет затруднения для математики» [11].

Однако, несмотря на то, что время рассматривается Минковским как одна из координат четырехмерного мира, оно во многих формулах играет роль, существенно отличную от роли остальных трех координат. Так, в выражении для квадрата пространственно-временнòго интервала $d\tau^2 = c^2dt^2 - dx^2 - dy^2 - dz^2$ дифференциал времени входит с другим знаком, чем дифференциалы пространственных расстояний. Чтобы преодолеть это различие,

[10] Г. Минковский. Пространство и время.— Сб. «Принцип относительности», стр. 181.
[11] Там же, стр. 182—183.

Минковский величину t заменяет через ict, которая выступает как полный аналог пространственным координатам.

Благодаря этой симметрии пространственно-временной интервал, разлагающийся на пространственную и временную компоненты, становится совершенно аналогичным понятию длины в обычной механике. Поскольку эти понятия являются основными, лежащими в основе всех остальных понятий механики, то на новую, пространственно-временную область оказывается возможным распространить те соотношения, которые были хорошо изучены применительно к трехмерному пространству.

С логической точки зрения аналогия Минковского обладает рядом интересных особенностей. Для проведения более точной аналогии с пространством понятие времени подвергается преобразованию: t заменяется на ict, причем выражение ict само по себе лишено смысла, это — мнимая величина. Однако использование этой мнимости, сообщающей формулам, по выражению Минковского, «мистический характер»[12], дает возможность осуществить полную формальную аналогию.

Аналогия Минковского бесспорно (как и аналогии других создателей специальной теории относительности) относится к классу обобщающих. Она переносит отношения трехмерного пространства на более общий случай четырехмерного пространственно-временного континуума. Это можно выразить как $\frac{R\,(a_1,\ a_2,\ a_3)}{R\,(a_1,\ a_2,\ a_3,\ b)}$. Здесь a_1, a_2, a_3 означают пространственные координаты, а b — их аналог — мнимое псевдовремя.

Основанием для аналогии является полная симметричность отношения R — возможность менять все корреляты этого отношения местами. Выразим это свойство отношения в данных коррелятах символом симметричности $\dot{S}y$, поставленным справа от скобки с обозначением отношения в данных коррелятах. Тогда схема аналогии Минковского будет иметь вид:

$$[R\,(a_1, a_2, a_3, b)]\,\dot{S}_y \mid\!\!- \frac{R\,(a_1,\ a_2,\ a_3)}{R\,(a_1,\ a_2,\ a_3,\ b)}.$$

[12] Г. Минковский. Пространство и время, стр. 199.

Эта схема легко обобщается на случай любого числа измерений.

Тогда будем иметь:

$$[R(a_1, \ldots, a_n, b)]\, \dot{S}_y \vdash \frac{R(a_1, \ldots, a_n)}{R(a_1, \ldots, a_n, b)}. \qquad \text{(XXXII)}$$

§ 2. ОБЩАЯ ТЕОРИЯ ОТНОСИТЕЛЬНОСТИ

Через несколько лет после появления специальной теории относительности А. Эйнштейном был создан ее аналог— общая теория относительности. Исследователи давно отметили тот факт, что в то время как специальная теория относительности была изобретением почти одновременно целого ряда ученых, создание общей теории относительности является исключительной заслугой А. Эйнштейна. Этот факт представляет большой интерес в плане логики и психологии научного творчества. На наш взгляд, его объяснение должно быть связано с исследованием логических структур умозаключений, сыгравших определяющую роль в процессе создания теории. Обращает на себя внимание то обстоятельство, что структура вывода по аналогии, приведшего к основной идее общей теории относительности, напоминает не аналогию Лоренца, Пуанкаре или Минковского, а именно ту аналогию, которую использовал сам Эйнштейн в процессе создания специальной теории относительности.

Напомним, что в специальной теории относительности рассматриваются как равноценные различные инерциальные системы отсчета, движущиеся друг относительно друга равномерно и прямолинейно. В своей работе «О влиянии силы тяжести на распространение света» А. Эйнштейн поставил вопрос об эквивалентности системы отсчета k, покоящейся в поле тяготения, и k', двигающейся равномерно ускоренно в пространстве, свободном от гравитационных полей. При этом Эйнштейн исходит из опытного факта одинаковости ускорения свободного падения тел в поле тяготения независимо от их веса. «Мы придем к весьма удовлетворительной интерпретации этого опытного закона, если допустим, что системы k и k' физически в точности равноценны, т. е. допустим, что систему k также можно рассматривать как систему, находящуюся в пространстве, свободном от поля тяготения;

но при этом мы должны рассматривать k как равномерно-ускоренную систему. При таком способе понимания нельзя говорить об *абсолютном ускорении* координатной системы, так же как нельзя по теории относительности говорить об абсолютной скорости»[13].

Сущность этой аналогии, как мы видим,— в распространении принципа относительности со скоростей на ускорения. Аналогия здесь имеет обобщающий характер.

«Этот общий принцип относительности можно выразить еще и в другой форме, из которой еще отчетливее видно, что он является естественным обобщением специального принципа относительности. Согласно специальной теории относительности, уравнения, которые выражают общие законы природы, сохраняют свою форму, если вместо пространственно-временных переменных относительно x, y, z, t (галилеева) тела отсчета k ввести с помощью преобразования Лоренца переменные x', y', z', t' относительно нового тела отсчета k'. Согласно же общей теории относительности, эти уравнения при любом преобразовании гауссовых переменных x_1, x_2, x_3, x_4 должны переходить в уравнения того же вида, поскольку всякое преобразование (не только преобразование Лоренца) отвечает переходу от одной гауссовой системы координат к другой»[14].

Как мы видим, в состав модели входят преобразования Лоренца (a) и законы физики $a_1,\ldots, a_n$, ковариантные по отношению к этим преобразованиям. Прототип включает любые преобразования (b) и законы физики, также ковариантные по отношению к ним. Но это не те же самые законы, о которых идет речь в модели. Для того чтобы общий принцип относительности выполнялся, т. е. вывод от модели к прототипу был правомерным, необходимо, чтобы законы физики были преобразованы согласно определенному стандартному правилу. Если в специальной теории относительности в качестве такого правила выступал принцип постоянства скорости света, то здесь это принцип эквивалентности — ускорения и тяготения. Законы должны быть изменены таким образом, чтобы в них было учтено влияние тяготения, эквивалентного тем

---

[13] А. Эйнштейн. Собрание научных трудов, т. I, стр 166.
[14] А. Эйнштейн. Физика и реальность, стр. 215.

ускорениям, которые описываются соответствующими преобразованиями координат.

Таким образом, схему вывода по аналогии, которым пользовался А. Эйнштейн в процессе создания общей теории относительности, можно записать следующим образом:

$$\dot{\mathrm{R}}\mathrm{eg}\,(a_1, b_1), \ldots, \dot{\mathrm{R}}\mathrm{eg}\,(a_n, b_n), \quad \dot{\mathrm{R}}\mathrm{eg}\,(a, b) \vdash$$

$$\vdash \frac{\dot{I}\,[(a_1, \ldots, a_n), a]}{\dot{I}\,[(b_1, \ldots, b_n), b]}\,. \qquad \text{(XXXIII)}$$

Как мы видим, эта аналогия по своей структуре почти такая же, как и та, которая привела Эйнштейна к созданию специальной теории относительности. Однако модель в схеме XXXIII охватывает все те элементы $a_1, \ldots$ $\ldots, a_n$, результатом преобразования которых являются элементы прототипа — общерелятивистские законы $b_1, \ldots$ $\ldots, b_n$. В этом отношении схема XXXIII проще схемы XXX.

Итак, очевидной является преемственность в способе рассуждения, приводящего к основным идеям специальной и общей теории относительности. Это преемственность между разными фазами творчества Эйнштейна. Интересно отметить, что в другом плане имеет место также преемственность в способе рассуждения между А. Эйнштейном и И. Ньютоном.

Выше была рассмотрена та роль, которую играет принцип эквивалентности в обосновании правомерности перехода от специального к общему принципу относительности. Но принцип эквивалентности сам в свою очередь обосновывается с помощью аналогии. Эйнштейн исходит из мысленного опыта, который показывает, что «в *равномерно-ускоренной* относительно «инерциальной системы» системе координат движение происходит так же, как бы оно происходило в однородном гравитационном поле относительно «покоящейся системы координат» [15]. Иными словами, имеет место общность физических явлений. Отсюда по второму правилу философствования, сформулированному И. Ньютоном, следует вывод об общности при-

---

[15] **А. Эйнштейн.** Физика и реальность, стр. 48—49.

чин, т. е. в данном случае об общности физической природы указанных явлений. Именно этот вывод и делает А. Эйнштейн.

«Принцип эквивалентности,— пишет М. Гарднер,— не что иное, как ошеломляющее утверждение (Ньютон счел бы Эйнштейна безумцем), что тяжесть и инерция одно и то же. Это не просто похожие явления. Тяжесть и инерция — два различных слова для одного и того же явления» [16].

Ньютон не имел бы права счесть Эйнштейна безумцем, так как последний применил метод рассуждения, сформулированный самим Ньютоном. Разница между ними лишь в том, что Эйнштейн применил его к таким явлениям, принципиальная важность которых недооценивалась И. Ньютоном.

Мы оставляем в стороне детальное рассмотрение вопроса, правомерно ли полное отождествление инерции и гравитации, о котором пишет М. Гарднер. Такое отождествление скорее всего было бы неправильным. Приходится проводить различие между «фиктивными» гравитационными полями, исчезающими при соответствующих преобразованиях координат, и «реальными» полями, не исчезающими ни при каких преобразованиях. Однако для всякого ускорения можно подобрать такое поле тяготения, которое будет ему эквивалентно. Поэтому мы не согласны с известными возражениями академика В. А. Фока против термина «общая относительность». По мнению В. А. Фока, «Эйнштейн, употребляя этот термин, проявил непонимание своей теории» [17].

Структурная однотипность формул XXXIII и XXX, на наш взгляд, свидетельствует о естественности и правомерности термина «общая относительность». Недоразумения, о которых говорит академик Фок, как, например, то, что уже в Ньютоновой механике имеют место общековариантные уравнения Лагранжа второго рода [18], свидетельствуют против общего принципа относительности не больше, чем против специального принципа

---

[16] М. Гарднер. Теория относительности для миллионов. М., 1965, стр. 84.
[17] В. А. Фок. Теория пространства, времени и тяготения. М., 1961, стр. 17.
[18] См. там же.

относительности, признающегося В. А. Фоком. В самом деле, будучи общековариантными, они являются и Лоренц-ковариантными, как и уравнения Максвелла. В этом случае, как уже отмечалось выше, регулярные преобразования вырождаются в тождественные. Такой случай соотношения между элементами модели и прототипа столь же допустим в схеме XXXIII, как и в схеме XXX. Можно привести другие соображения в защиту принципа эквивалентности и «общей относительности» [19].

Принцип эквивалентности связан с использованием аналогии не только от общности проявлений к общности причин. Не менее существенным является обратный вывод — от общности причин к общности проявлений, соответствующий схеме аналогии Фарадея (формула XXVIII).

Как отмечает Паули, «поскольку течение процессов в ускоренной системе может быть определено с помощью вычислений, открывается возможность определить также влияние однородного поля тяжести на любой процесс. В этом эвристическая сила принципа эквивалентности» [20].

В качестве примера можно указать на вывод об искривлении луча света в поле тяготения. По отношению к Галилееву исходному телу k луч света распространяется по прямой линии со скоростью c. Но в отношении к находящемуся в состоянии ускоренного движения ящику (исходное тело k') путь того же самого луча, как это легко вывести, уже не будет прямолинеен. Отсюда следует заключить, что *лучи света в пределах полей тяготения по общему правилу распространяются по кривой линии* [21].

Обнаружение этого явления (эффект Эйнштейна), как известно, явилось триумфом общей теории относительности, сыгравшим определяющую роль в процессе ее признания широкими кругами ученых.

---

[19] См.: Х. П. Керес. Единство инерции и гравитации.— Сб. «Философские проблемы теории тяготения Эйнштейна и релятивистской космологии». Киев, 1965; см. также статью В. А. Унта «Об общем принципе относительности» в этом же сборнике.

[20] В. Паули. Теория относительности. М. —Л., 1947, стр. 208.

[21] См.: А. Эйнштейн. Физика и реальность, стр. 203.

§ 3. КВАНТОВАЯ МЕХАНИКА

Роль аналогии в создании квантовой механики общепризнана. «Развитие так называемой волновой механики, — пишут Эйнштейн и Инфельд, — является типичным примером достижения прогрессирующей теории, полученной путем глубоких и удачных аналогий» [22].

В последнее время опубликован ряд интересных работ, в которых эта роль подробно изучается [23]. При этом основное внимание уделяется анализу физического содержания аналогий, а не их логической структуре, что является предметом нашего исследования.

1. Луи де-Бройль

Луи де-Бройль, работы которого положили начало квантовой (в его терминологии — волновой) механики, руководствовался прежде всего оптико-механической аналогией. Исходной идеей де-Бройля явилось сравнение двух выражений для энергии. С одной стороны, внутренняя энергия частицы, согласно Эйнштейну, определяется формулой $E = mc^2$. С другой стороны, согласно квантовой теории, энергия существует лишь в виде порций $E = h\nu$, где ν — частота колебаний, а h — постоянная Планка. Квантовые соотношения наводят де-Бройля на мысль приписать внутреннюю энергию частицы некоторому периодическому явлению [24]. В дальнейшем, развивая эту идею, он пишет: «Квантовое соотношение не имело бы большого смысла, если бы энергия распределялась в пространстве непрерывно, но мы только что

---

[22] А. Эйнштейн, Л. Инфельд. Эволюция физики. М.— Л., 1948, стр. 243.

[23] См.: Л. С. Полак. Вариационные принципы механики. М., 1960, стр. 528—574; Ц. С. Сарангов, Б. И. Спасский. Роль аналогий в открытии квантовой механики.— Сб. «История и методология естественных наук», вып. II. Физика. М., 1963; Ц. С. Сарангов, Б. И. Спасский. О методе моделей и аналогий в развитии физики.— «Вестник МГУ», № 5; серия III, физика, астрономия. М., 1963. Ц. С. Сарангов. Роль моделей и аналогии в развитии физической науки. Автореферат канд. дисс. М., 1965.

[24] Луи де-Бройль. Попытка построения теории световых квантов. Сб. «Вариационные принципы механики». М., 1959, стр. 633.

показали, что это совсем не так. Таким образом, можно себе представить, что, согласно какому-то великому закону природы, каждая порция энергии массы m_0 связана с периодическим явлением частоты ν_0 уравнением $h\nu_0 = m_0c^2$, где ν_0, конечно, измеряется в системе, связанной с порцией энергии. Эта гипотеза является основой нашей системы» [25].

Периодическое явление, о котором идет речь, не обязательно должно быть локализовано в самом электроне. Энергия электрона распределена по всему пространству, поэтому по всему пространству может быть распределено и периодическое явление. Это приводит к понятию волны, ассоциированной (сопряженной) с любой элементарной частицей материи. Но распространяются ли волны по тем же законам, что и частицы? Здесь необходимо сравнить принципы Ферма и Мопертюи.

Основываясь на соотношении $mc^2 = h\nu$, де-Бройль сводит оба принципа к одному виду, отмечая, что «здесь намечается аналогия между принципом Мопертюи для частицы и принципом Ферма для сопряженной волны» [26].

Однако при этом скорость частицы не отождествляется со скоростью распространения фронта волны (фазовая скорость). С частицей связывается не одна, а целая группа-пакет волн, и скорость частицы приравнивается к так называемой групповой скорости этого пакета. Все содержание созданной де-Бройлем волновой механики сводится к обоснованию соответствия между движением частиц и сопряженных волн в различных условиях.

Таким образом, здесь мы имеем перенос отношений от частиц к волнам и обратно. Каждая из этих систем может рассматриваться как модель другой. Это роднит рассматриваемый вывод с аналогиями через изоморфизм. Однако в отличие от изоморфизма основанием вывода не является тождественность корреляторов, сопоставляющих соответствующие друг другу элементы сравниваемых систем. Таким основанием является отождествление определенного свойства, у де-Бройля — внутренней энергии частицы и соответствующего периодического процесса. Это свойство (P) является существенным, опреде-

---

[25] Луи де-Бройль. Исследования по теории квантов.— Сб. «Вариационные принципы механики», стр. 646.

[26] Луи де-Бройль. Введение в волновую механику. Харьков — Киев, 1934, стр. 49.

ляющим другие характеристики сравниваемых систем. Существенность будет представлять собой некоторое свойство ($\dot{S}$) второго порядка, присущее P. Это можно выразить как $(P)\dot{S}$. Здесь важно отметить, что свойство P выражено переменной, ибо в других выводах подобного типа отождествляемое свойство могло бы быть не внутренней энергией, а каким-либо иным свойством. Но оно должно быть обязательно существенным, т. е. $\dot{S}$ является константой.

Учитывая все сказанное, получим следующую схему вывода:

$$[(a_1, \ldots, a_n), (b_1, \ldots, b_m)]\,[(p)\,\dot{S}] \vdash \frac{R\,(a_1, \ldots, a_n)}{R\,(b_1, \ldots, b_m)}\,. \quad \text{(XXXIV}$$

В этом выводе на основе отождествления свойства отождествляются отношения.

2. Э. Шредингер

Дальнейшее развитие оптико-механическая аналогия получила в работах Э. Шредингера, сделавшего следующий после де-Бройля значительный шаг в создании волновой механики. Характерной особенностью рассуждений Шредингера является использование многомерного конфигурационного пространства. Подчеркивая связь принципа Гамильтона с волновыми процессами, он пишет: «Вариационный принцип Гамильтона может рассматриваться как принцип Ферма для распространения волн в конфигурационном пространстве (q-пространстве); при этом уравнение Гамильтона выражает здесь принцип Гюйгенса для данных волн» [27].

Раскрывая эту аналогию, Шредингер обнаруживает ее неполноту. Фактически, несмотря на использование ряда волновых понятий, здесь речь идет об аналогии между механикой и геометрической оптикой, а не между механикой и волновой оптикой. Это обусловлено тем, что понятие луча, с которым до тех пор главным образом связывалась механика, является понятием геометричес-

---

[27] Э. Шредингер. Квантование как задача о собственных значениях.— Сб. «Вариационные принципы механики», стр. 679.

кой оптики. В рамках этой оптики истолковывается и принцип Ферма. Для таких же важнейших понятий, специфических для волновой теории, как амплитуда, длина волны, частота, нет механических параллелей.

Какие же выводы следуют из этого обстоятельства для развития теории? «Если рассматривать весь приведенный параллелизм понятий, — пишет Э. Шредингер, — только как любопытный наглядный способ выражения, то отсутствие полной аналогии не приводит к каким-либо затруднениям, и стремление к последовательному проведению этого параллелизма не имеет смысла. Аналогия *сохранялась* бы в данном случае лишь с *геометрической*, или, самое большее, с весьма упрощенной волновой оптикой» [28].

Однако, подчеркивая необходимость полноты аналогии, Шредингер приходит к другому, очень интересному выводу. «Так можно было бы подумать с первого взгляда, —пишет он. — Однако уже первая попытка построения полной волновой картины приводит к таким поразительным следствиям, что, наоборот, появляется другое подозрение. *Ведь сейчас известно, что наша классическая механика неверна при малых размерах и большой кривизне траекторий*; не является ли это обстоятельство вполне аналогичным известной неприменимости геометрической оптики, т. е. оптики с «бесконечно малой длиной волны», в случае «препятствий» или «отверстий», сравнимых по размерам с действительной конечной длиной волны. Быть может, наша классическая механика представляет полную аналогию с геометрической оптикой и подобно последней отказывается служить и не согласуется с действительным положением вещей при размерах и радиусе кривизны траекторий, приближающихся по величине к некоторой длине волны, которая теперь принимает в q-пространстве реальный смысл. Тогда целесообразно попытаться построить «волновую механику», и первым шагом на этом пути является, конечно, волновое истолкование представлений Гамильтона» [29].

Развивая указанную аналогию, Шредингер показывает, что если изобразить движение механической системы как

---

[28] Там же, стр. 683.
[29] Там же, стр. 684.

движение точки в конфигурационном пространстве, то «точка совпадающих фаз некоторого n-параметрического инфинитезимального многообразия волновых систем двигается по тем же законам, что и точка, изображающая механическую систему» [30].

Действительное механическое явление, по мнению Шредингера, следует понимать как волновой процесс в рассматриваемом пространстве.

Развивая эту аналогию и используя волновое уравнение в q-пространстве, он приходит к своему знаменитому уравнению, содержащему все основные результаты новой механики.

Луи де-Бройль следующим образом характеризует ход мыслей Э. Шредингера: «И вот в начале 1926 года Эрвин Шредингер, вдохновленный моими первыми работами, в ряде известных статей сделал весьма тщательные обобщения этих работ. Ограничиваясь нерелятивистским приближением, он, разумеется, оставлял в стороне мои первоначальные релятивистские соображения, но, углубляя аналогию с теорией Гамильтона-Якоби, искал уравнение волн, которое допускает уравнение Якоби, как уравнение геометрической оптики; так ему удалось написать (в нерелятивистской форме, действительной для корпускул без спина) уравнение распространения волн волновой механики, носящее его имя. Будучи увлеченным формальной аналогией с теорией Гамильтона — Якоби, такой, как ее можно развить для систем корпускул, Шредингер также ассоциировал с движением такой системы движение волны в абстрактном, конфигурационном пространстве, определенном ансамблем координат корпускул этой системы, и написал уравнение распространения в этом пространстве» [31].

Рассуждение Шредингера имеет весьма интересную логическую структуру. Прежде всего делается вывод от неточности геометрической оптики к неточности классической механики. Основанием вывода является предположение о полной аналогичности обеих теорий. Это

---

[30] Э. **Шредингер**. Квантование как задача о собственных значениях, стр. 689.

[31] Луи де-Бройль. Интерпретация квантовой механики.— «Вопросы философии», 1956, № 6, стр. 82.

можно выразить в виде схемы:

$$\hat{a}_1, \ldots, \hat{a}_n R(a_1, \ldots, a_n) = \hat{b}_1, \ldots, \hat{b}_n R(b_1, \ldots, b_n) \vdash \frac{\overline{R}(a_1, \ldots, a_n)}{\overline{R}(b_1, \ldots, b_n)}.$$

В таком виде схема напоминает рассмотренную выше схему опровержения по аналогии. Однако между обеими типами выводов имеется существенное различие. Задача Шредингера не в том, чтобы опровергнуть классическую механику, а в том, чтобы перестроить ее в полном соответствии с оптикой т. е. подобно тому, как построена волновая оптика, построить волновую механику.

Иными словами, согласно Шредингеру, механика при переходе к малым расстояниям должна быть модифицирована так же, как модифицируется оптика. Пусть $R'(a', \ldots, a'_n)$ означает модифицированную оптику, $R'(b', \ldots, b'_n)$ — модифицированную механику. Тогда схему аналогии, которой пользуется Шредингер, можно выразить в виде:

$$\hat{a}_1, \ldots, \hat{a}_n R(a_1, \ldots, a_n) = \hat{b}_1, \ldots, \hat{b}_n R(b_1, \ldots, b_n) \vdash$$

$$\vdash \frac{Q[R'(a'_1, \ldots, a'_n), R(a_1, \ldots, a_n)]}{Q[R'(b'_1, \ldots, b'_n), R(b_1, \ldots, b_n)]}. \qquad \text{(XXXV)}$$

С другой стороны, Шредингер делает прямой переход от $R'(a_1 \ldots, a'_n)$, то есть от волновой оптики в конфигурационном пространстве, к $R'(b'_1, \ldots, b'_n)$ — волновой механике. Здесь мы имеем дело с частным случаем изоморфизма.

3. В. Гейзенберг

Работы В. Гейзенберга, третьего основателя новой механики, существенно отличаются от работ де-Бройля и Шредингера. В то время как последние пользовались в основном старыми, классическими понятиями, Гейзенберг стремился построить свою квантовую механику на совершенно новых основаниях, отказавшись от традиционных представлений о движении электронов по определенным траекториям. И тем не менее при создании теории Гейзенберга аналогия играла не меньшую роль, чем в трудах де-Бройля и Шредингера. Но если последние развивали более или менее конкретную аналогию, берущую начало в старой, классической физике, то Гейзенберг строил совершенно новую теорию, беря за образец классическую физику в целом. Это связано с так называемым принципом соответствия, первоначальная формулировка которого дана еще Нильсом Бором.

Нильс Бор, как известно, отказался от положения о тождественности частот излучения атома и частот механического движения электронов, создав новую, квантовую теорию движения электронов в атоме. Согласно этой теории, электроны движутся по стационарным орбитам, характеризуемым квантовыми числами, растущими по мере удаления от ядра атома. Бор обратил внимание на то, что в области больших квантовых чисел есть возможность удовлетворить требование классической теории о совпадении частоты движения электрона и испускаемого им излучения. В теории Бора при большом удалении от ядра разница в значениях энергии и частот в соседних состояниях атома уменьшается, переходя в классическую непрерывную последовательность. Бор предположил, что совпадение выводов новой и старой теории имеет место и для других характеристик излучения атома: интенсивности и поляризации [32].

Таким образом, классическую механику оказалось возможным использовать для изучения квантовых систем. В этом — эвристическое значение предположения Бора, получившего название принципа соответствия.

Сущностью этого принципа является утверждение о существовании предельного перехода между старой и новой теориями. Положения старой теории оказываются особым, выpожденным случаем новой. При этом первая служит моделью для создания второй.

Будем рассматривать положения теории как вещи $a_1, \ldots, a_n$, между которыми существует отношение T. В таком случае имеем в качестве основания Deg $[(a_1, \ldots, a_n), (b_1, \ldots, b_n)]$, где $b_1, \ldots, b_n$ — положения новой

[32] См.: И. В. Кузнецов. Принцип соответствия в современной физике и его философское значение. М., 1948, стр. 11—13.

теории. В выводе отношение T переносится с модели $T(a_1, \ldots, a_n)$ на прототип $T(b_1, \ldots, b_n)$.

Таким образом, мы приходим к тому типу выводов по аналогии, который выше был назван аналогией замещения (формула XVII).

Принцип соответствия был взят В. Гейзенбергом в качестве основы для построения квантовой механики. «Для вывода математической схемы квантовой теории, — пишет Гейзенберг, — мы имеем в распоряжении два источника: эмпирические факты и принцип соответствия [33].

Гейзенберг дает следующую формулировку принципа: «Боровский принцип соответствия в своей наиболее общей формулировке гласит, что между квантовой теорией и соответствующей данной примененной картине классической теорией существует качественная аналогия, которая может быть проведена до деталей. Эта аналогия не только дает указания для нахождения формальных законов, ее особенное значение заключается главным образом в том, что она одновременно дает и физическую интерпретацию найденных законов» [34].

Известно, что «Формально-математические аналогии привели Гейзенберга к открытию, что адекватной математической формой для описания атомных систем является матричное исчисление» [35].

Физическая интерпретация математического формализма также дается с помощью принципа соответствия. Классической периодически изменяющейся координате

---

[33] В. Гейзенберг. Физические принципы квантовой теории. М. —Л., 1932, стр. 80.

[34] Там же. Впоследствии, оценивая роль принципа соответствия в развитии квантовой теории, Гейзенберг писал: «Принцип соответствия представлял собой совершенно необычную в физике формулировку закона, поскольку он не имел никакого количественного выражения и являлся прежде всего лишь предписанием того, как путем постоянного сравнения квантовой и классической теорий можно вывести количественные суждения об экспериментальных данных. Несмотря на это, принцип соответствия больше других достижений того времени подготовил почву для действительного понимания квантовой теории, которое при всех внешних успехах теории все еще отсутствовало» (В. Гейзенберг. Пятьдесят лет квантовой теории.— Сб. «Философские проблемы атомной физики». М., 1953, стр. 110).

[35] Ц. С. Сарангов, Б. И. Спасский. Роль аналогии в открытии квантовой механики.— Сб. «История и методология естественных наук», вып. II. М., 1963, стр. 188.

электрона сопоставляется совокупность колебаний, частоты которых совпадают с частотами спектральных линий; эти линии, согласно боровской теории, испускались при изменении соответствующих координат. Поскольку каждой частоте соответствует переход между двумя состояниями, то совокупность таких частот можно выразить в виде таблицы — квадратной матрицы. Каждый элемент матрицы q_{il} связан с величиной, характеризующей вероятность перехода между i и l состояниями. Квадрат этой величины определяет интенсивность спектральной линии, вызванной этим переходом. «Матричные элементы, — делает вывод Гейзенберг, — должны, таким образом, стоять в таком же отношении к излучению атома, как коэффициенты ряда Фурье классической модели к ее излучению» [36].

Согласно другому правилу физической интерпретации, «среднее по времени значение некоторой переменной в каком-нибудь стационарном состоянии определяется соответствующим этому состоянию диагональным членом матрицы, которая представляет переменную» [37].

Подвергнем ход мыслей Гейзенберга логическому анализу. Несмотря на то, что Гейзенберг руководствуется принципом соответствия, его рассуждения в целом нельзя выразить формулой аналогии замещения (XVII).

Предельный переход, за исключением последнего из приведенных нами правил физической интерпретации, не играет существенной роли в построении Гейзенберга. Наоборот, для него характерно подчеркивание принципиального отличия новых, квантовых понятий от классических.

Часто принцип соответствия излагается только в понимании Бора, а Гейзенбергу приписывается это боровское понимание [38]. Однако трактовки этого принципа Бором и Гейзенбергом различны, на что обратил внимание И. В. Кузнецов [39].

---

[36] В. Гейзенберг. Физические принципы квантовой теории, стр. 84.

[37] Там же, стр. 83.

[38] См.: Ю. Ф. Сафонов. Соотношение относительной и абсолютной истины и некоторые закономерности развития физических теорий.— «Философские науки», 1960, № 3, стр. 130—131.

[39] См.: И. В. Кузнецов. Принцип соответствия в современной физике и его философское значение. М., 1948, стр. 14—16.

Можно сказать, что принцип соответствия Гейзенберг понимает в другом, более широком смысле, чем его первоначально понимал Бор. Для Гейзенберга это метод, согласно которому новую теорию нужно строить по образцу формальных соотношений, имеющихся в старой теории, несмотря на качественные различия объектов, между которыми устанавливаются эти отношения. При этом Гейзенберг опирается не на предельный переход, а на установленное опытными фактами сходство отношений. Сходство одних отношений является основанием для отождествления других.

Исходные отношения модели классической механики выражены системой уравнений a, b, c. Обозначим величины классической механики как $a_1, \ldots, a_n$. На основе уравнений a, b, c имеем $R_1\ (a_1, \ldots, a_n)$; $R_2\ (a_1, \ldots, a_n)$; $R_3\ (a_1, \ldots, a_n)$. Каждое из отношений R_1, R_2, R_3 непосредственно связывает лишь часть величин множества $a_1, \ldots, a_n$. Но в широком смысле все эти отношения имеют место между $a_1, \ldots, a_n$. В квантово-механической области величинам $a_1, \ldots, a_n$ соответствуют величины $b_1, \ldots, b_n$.

Эмпирически обнаружено сходство одного из отношений модели (скажем, R_1) между классическими объектами и отношением между объектами квантовыми. Это сходство неполное, поскольку место бесконечно-малых приращений занимают конечные разности.

Таким образом, в квантовой области мы имеем дело не в точности с тем же отношением R_1, а с преобразованным отношением R_1'.

На основании сходства отношений R_1 и R_1' с модели на прототип переносятся отношения R_2 и R_3. Схема вывода по аналогии, таким образом, будет иметь вид:

$$\hat{a}_1, \ldots, \hat{a}_n R_1 (a_1, \ldots, a_n) \approx \hat{b}_1, \ldots, \hat{b}_n R_1' (b_1, \ldots, b_n) \vdash$$

$$\vdash \frac{R_2 (a_1, \ldots, a_n) \mathbin{\&} R_3 (a_1, \ldots, a_n)}{R_2' (b_1, \ldots, b_n) \mathbin{\&} R_3' (b_1, \ldots, b_n)}. \qquad \text{(XXXVI)}$$

Полученная схема является естественным обобщением схемы эмпирико-реляционной аналогии (формула VII) Аристотеля на случай многоместных отношений.

О плодотворности аналогии Гейзенберга свидетельствует тот факт, что с ее помощью выводятся закон сохранения энергии и квантовые соотношения Бора, которые невозможно получить из формул классической механики.

Весьма существенным и интересным обстоятельством, с точки зрения логической теории, является то, что Гейзенберг использует аналогию не только для получения новых формул, но и для их физической интерпретации. Последнее может показаться странным, поскольку, несмотря на одинаковость формальных соотношений в классической и квантовой механике, физическая природа объектов, между которыми эти отношения устанавливаются, различна. И тем не менее аналогия используется для выяснения этой природы.

Это связано с тем, что сущность любой вещи раскрывается в отношении. Поэтому естественно, что одинаковость отношения классической характеристики к излучению классической модели и квантовой к излучению атома раскрывает физическую природу последней. Здесь мы также имеем аналогию, но совершенно особую. Ее результатом является не суждение, а разъяснение соответствующего понятия. Это по сути дела аналогия того же типа, что и разъясняющая аналогия Демокрита (формула III).

Кроме такой экспликационной аналогии, Гейзенберг использует для разъяснения понятий также и предельный переход. Это можно выразить в виде формулы

$$\dot{\mathrm{D}}\mathrm{eg}\,[(b_1, \ldots, b_k)\,(a_1, \ldots, a_k)] \vdash \frac{(a_1, \ldots, a_k)\,\dot{K}}{(b_1, \ldots, c_k)\,\dot{K}}. \quad \text{(XXXVII)}$$

Здесь символ k употребляется в том же смысле, что и в формуле III, как обозначение ясности.

В заключение анализа концепции квантовой механики, развитой Гейзенбергом, остановимся на так называемом принципе наблюдаемости. Ц. С. Сарангов и Б. И. Спасский пишут: «При построении математической схемы матричной механики Гейзенберг исходил из того, что ее соотношения должны быть соотношениями между наблюдаемыми на опыте величинами. Это положение, известное под названием **принцип наблюдаемости**, в логическом отношении является выводом по аналогии, а именно: новая механика должна быть аналогичной механике макротел в том, что в ее уравнения, как и в уравнения механики макротел, должны входить наблюдаемые на опыте величины»[40].

Далее отмечается, что «Гейзенберг и другие объявили принцип наблюдаемости, являющийся логическим выводом по аналогии и поэтому имеющий ограниченный, вероятностный характер, всеобщим принципом, обязательным при построении любой физической теории»[41].

Для выяснения ограниченности этой аналогии делается ссылка на то, что в современной физике, наряду с наблюдаемыми на опыте величинами, используются и ненаблюдаемые гипотетические величины (элементарная длина, величины, относящиеся к виртуальным частицам)[42].

В связи с этим возникает ряд возражений. Прежде всего если ограниченный, вероятностный характер принципа наблюдаемости связывать с тем, что он является выводом по аналогии, то тогда эту характеристику следует отнести ко всему, что получено с помощью аналогии, в том числе ко всему математическому аппарату квантовой теории и таким вещам, как, например, закон сохранения энергии.

Однако принцип наблюдаемости сам по себе нельзя считать выводом по аналогии. Это скорее дедуктивное следствие основных положений философии эмпиризма. Принцип наблюдаемости Гейзенберг связывает с использованием классических понятий. «Наше теперешнее положение в естествознании таково, что для описания эксперимента мы фактически используем или должны использовать классические понятия»[43].

По Гейзенбергу получается, что такое использование является «прямым следствием научного метода прошлых столетий. Применение классических понятий есть, следовательно, в конечном счете результат общего духовного развития человечества»[44].

Очевидно, что здесь речь идет о чем то гораздо большем, чем простой вывод по аналогии. Выводом по аналогии

---

[40] Ц. С. Сарангов, Б. И. Спасский. Роль аналогий в открытии квантовой механики. «История и методология естественных наук», вып. II. Физика, стр. 183.
[41] Там же, стр. 184.
[42] См. там же.
[43] В. Гейзенберг. Копенгагенская интерпретация квантовой теории.— Сб. «Физика и философия», М., 1963, стр. 35.
[44] Там же.

является не сам принцип. Аналогия имеет место в процессе применения этого принципа. В квантовой механике он должен применяться аналогично тому, как он применяется в классической механике. Поскольку механические частоты и амплитуды оказались ненаблюдаемыми, их роль в квантовой механике была передана оптическим частотам и амплитудам. Последние представляют собой также классические понятия, которые сохраняют свое значение и в новой области. Мы имеем здесь аналогию типа прецедентной (см. формулу XXII).

Необходимо отметить, что Гейзенберг понимал невозможность абсолютно точного соблюдения принципа наблюдаемости. «Чтобы создать абсолютно достоверное основание для физических теорий, необходимо, как кажется, потребовать, чтобы для описания явлений применялись только целиком основанные на опыте понятия. Это требование, однако, совершенно невозможно провести, так как тогда должны были бы подвергнуться пересмотру повседневные понятия, и трудно сказать, что после этого осталось бы от нашего языка»[45].

Поскольку это требование совершенно невозможно провести последовательно не только в квантовой, но также и в классической области, использование в современной физике наблюдаемых величин типа элементарной длины не опровергает аналогию между использованием принципа наблюдаемости в классической и квантовой механике, а подтверждает ее.

Итак, мы рассмотрели три разных подхода к созданию новой механики микроявлений. Каждый из них был основан на аналогии. Каждый привел к результатам первостепенного значения[46]. Естественно возникает вопрос о сопоставлении этих результатов друг с другом. Теорию Шредингера можно рассматривать как дополнение и развитие идей де-Бройля. Созданная ими механика получила название волновой. Гейзенберг создал по видимости совершенно другую, квантовую механику. Однако вскоре Эккарту и самому Шредингеру удалось доказать, что, несмотря на все различие исходных установок, волновая механика де-Бройля и Шредингера математически экви-

---

[45] В. Гейзенберг. Физические принципы квантовой теории. М., 1932, стр. 9.

[46] Иногда использование аналогии неправомерно связывают преимущественно только с каким-либо одним из этих подходов.

валентна квантовой механике Гейзенберга [47]. Было показано, что из решений, даваемых уравнением Шредингера, можно вычислить элементы матриц соответствующей задачи квантовой механики.

Здесь мы вновь имеем дело с аналогией. Однако, в то время как в приведенных выше рассуждениях, приведших к созданию квантовой механики, речь шла об аналогии между классическими и квантовыми соотношениями в самой природе, в данном случае аналогичными являются утверждения теорий, описывающих эти соотношения. С такого рода аналогией между теориями мы встречались, например, при сравнении теорий Пуанкаре и Эйнштейна. Это равнозначные формы записи объективно одних и тех же соотношений. Аналогия там представляла собой частный случай изоморфизма.

Такой же характер имеет аналогия между волновой и квантовой механикой. Здесь в качестве коррелятивных отношений берутся отношения вычислимости. Элементы одной теории можно вычислить на основе элементов другой и наоборот. Это дает основание для утверждения об эквивалентности обоих теорий. В силу указанной эквивалентности волновую механику Шредингера и квантовую Гейзенберга также можно рассматривать как разные формы записи объективно одних и тех же соотношений. Поэтому термины «волновая механика» и «квантовая механика» употребляются как синонимы.

Иной характер носит соотношение между волновой и классической механикой. Несмотря на тесную аналогию между ними, это существенно различные теории. Объекты, описываемые классическими и квантово-механическими величинами, объективно различны, хотя и соответствуют друг другу. Поэтому нельзя превратить одну теорию в другую простым изменением формы записи.

4. Введение операторов

Аналогия между классической и квантовой механикой не исчерпывается теми соотношениями, которые были использованы при создании квантовой меха-

[47] См.: А. Г а а з. Волны материи и квантовая механика. М. —Л., 1930, стр. 103—109.

ники. Вскоре после того, как последняя была в основных чертах сформулирована, была установлена новая замечательная аналогия между обеими теориями.

Почти одновременно ряд ученых, среди которых отметим Макса Борна и Норберта Винера, ввели в математический аппарат квантовой механики понятие оператора [48]. Если из одной функции $y(x_1, x_2, \ldots)$ получается другая функция z от тех же переменных, согласно определенному правилу, то это можно символически выразить в виде умножения функции y на некоторую величину, называемую оператором. Например, если $z = \frac{dy}{dx}$, то z можно представить как символическое произведение $z = \frac{d}{dx} \cdot y$; $\frac{d}{dx}$ в данном случае будет оператором. Функцию x можно считать оператором, применение которого к x дает саму эту функцию. В классической механике оператор сам по себе не имеет никакого физического смысла. Борн и Винер предложили сопоставить каждой величине классической механики оператор, подобно тому как Гейзенберг сопоставлял им матрицы. В частности, координате q был сопоставлен оператор q. Импульсу p, основываясь на аналогии с перестановочными соотношениями Гейзенберга, был сопоставлен оператор $\frac{h}{2\pi i} \frac{\partial}{\partial q}$.

Беря классическую формулу кинетической энергии $L = \frac{1}{2m}(P_x^2 + P_y^2 + P_z^2)$ и заменяя в ней проекции импульсов соответствующими операторами, действующими на функцию ψ, легко получить уравнение Шредингера.

Такой переход от классических к квантово-механическим соотношениям имеет большое значение для построения и развития квантовой механики. Как пишет Э. В. Шпольский, «поскольку система квантовой механики строится по аналогии с механикой классической, квантовая механика пользуется теми же динамическими переменными. Своеобразие законов движения в микроскопических системах проявляется в квантовой механике в том, что эти динамические переменные в ней изображаются величинами *иной математической природы*, нежели в ме

---

[48] См.: Б. Г. Кузнецов. Основы теории относительности и квантовой механики. М., 1967, стр. 105.

ханике классической. Именно в основе системы квантовой механики лежит следующая аксиома.

Каждой динамической переменной классической механики в квантовой механике сопоставляется определенный линейный оператор, действующий на функцию ψ, и допускается, что между этими линейными операторами имеют место те же тождественные соотношения, какие существуют в классической механике между соответствующими величинами»[49].

Аналогия, о которой идет речь, является, таким образом, типичным частным случаем изоморфизма. В логическом отношении она не дает чего-либо принципиально нового в сравнении с уже рассмотренными выше случаями. Мы остановились на этой аналогии для того, чтобы подчеркнуть то значение, которое имеют умозаключения такого типа в современной физике.

5. Критики квантовой механики

Аналогия играла большую роль не только в ходе возникновения и развития квантовой механики, но также и в процессе критики этой теории. Известно, что группа физиков как у нас, так и за рубежом в начале 50-х годов подвергла критике индетерминистское понимание квантовой механики, связанное со взглядами Бора и Гейзенберга, и в противовес этому выдвинули другую, причинную интерпретацию, предлагающую необходимость разработки новой теории, пригодной там, где обычная квантовая механика отказывается служить. При этом широко применяется аналогия.

Так, например, Д. Бом проводит аналогию между полем, описываемым в квантовой механике функцией ψ, и полями классической механики. Классическое поле действует на частицу с силой, зависящей от потенциала поля $V(x)$. С помощью уравнения Шредингера он определяет аналогичный классическому квантово-механический потенциал:

$$U(x) = -\frac{\hbar^2}{2m}\frac{\nabla^2 R}{R},$$

[49] Э. В. Шпольский. Атомная физика, т. II. М. — Л., 1950, стр. 29.

где $R(x)$ — абсолютная величина волновой функции ψ в той точке, где находится частица.

Поскольку $U(x)$ оказывается зависящим от $R(x)$, это, по мнению Бома, «приводит нас к необходимости рассматривать волновую функцию как математическое представление некоторого реального, объективно существующего поля. Последнее обусловливает существование силы, действующей на частицу подобно (но не идентично) тому, как электромагнитное поле действует с некоторой силой на электрические заряды, а мезонное поле — на нуклеоны. Действительно, не видно, почему бы ψ-поле должно было отличаться в этом отношении от электромагнитного или гравитационного, от ряда мезонных полей, а может быть, и еще от каких-нибудь полей, пока не открытых.

Аналогия с электромагнитным и другими полями простирается довольно далеко. Так ψ-поле подчиняется уравнению Шредингера, а электромагнитное — уравнениям Максвелла. В обоих случаях задание величин поля во всех точках пространства в некоторый момент времени определяет их значения во все остальные моменты времени. В обоих случаях, зная величины поля, можно вычислить силу, действующую на частицу, и, следовательно, определить всю траекторию последней, коль скоро известны ее начальные координаты и импульс» [50].

Добавляя к обычному, классическому, квантово-механический потенциал, Бом получает следующее уравнение движения частицы:

$$m \frac{d^2x}{dt^2} = - \nabla \left\{ V(x) - \frac{\hbar^2}{2m} \frac{\nabla^2 R}{R} \right\}.$$

С логической стороны аналогия Бома напоминает аналогию Минковского (формула XXXII). В обоих случаях имеет место объединение двух, казалось бы, разнородных величин в единую формулу, в которой они играют аналогичные роли. Этими величинами у Минковского является пространство и время, а у Бома — классический и квантово-механический потенциалы.

[50] Д. Бом. О возможности интерпретации квантовой теории на основе представления о «скрытых» параметрах.— Сб. «Вопросы причинности в квантовой механике». М., 1955, стр. 44.

С другой стороны, у аналогии Бома много общего с обобщенной парадейгмой (формула X): оба поля обладают рядом общих свойств, электромагнитное поле существует объективно, следовательно, ψ-поле также обладает этим свойством. Но поскольку переносится не простое свойство а свойство существования, мы имеем дело с аналогией существования (различие между понятиями «существование» и «объективное существование» не принимается во внимание). Пусть a обозначает обычное, классическое поле, b — квантово-механическое. В ядре аналогии имеем $(a)\ E \vdash (b)\ E$. Одним из оснований служит возможность объединения характеристик обоих полей в одном уравнении. Выразим этот факт в виде $\dot{T}\ (a,\ b)$. Другое основание заключается в наличии ряда обоих свойств у a и b. Таким образом, аналогию Бома в целом можно выразить формулой:

$$\dot{T}\ (a,\ b)\ \&\ (a,\ b)\ P_1,\ \ldots,\ P_n \vdash \frac{(a)\ E}{(b)\ E}\,. \qquad \text{(XXXVIII)}$$

Другой аналогией, широко используемой сторонниками нового понимания квантовой механики, является аналогия между движением электрона и броуновской частицы. Как отмечает И. Феньеш, «ужѐ многократно указывалось на формальную аналогию между квантовой механикой и различными статистическими дисциплинами классической физики» [51].

Уравнению Шредингера

$$\frac{\partial \psi}{\partial t} = \frac{2\pi}{h}\, iV\psi - \frac{ih}{4\pi m}\,\Delta\psi$$

можно сопоставить уравнение Фоккера для броуновского движения точечной частицы: $\frac{\partial \omega}{\partial t} = \operatorname{div} \omega \boldsymbol{v} - D\Delta\omega$, где V — потенциальная энергия; Δ — оператор Лапласа; ω — плотность вероятности распределения броуновских частиц; $\boldsymbol{v}$ — скорость, соответствующая макроскопическому току; D — коэффициент диффузии. При отсутствии внешних сил, когда $V = 0$ и $v = 0$, аналогия между обоими урав-

[51] И. Феньеш. Теоретико-вероятностное обоснование и истолкование квантовой механики.— Сб. «Вопросы причинности в квантовой механике», стр. 244.

нениями становится особенно заметной:

$$\frac{\partial\psi}{\partial t} = -\frac{ih}{4\pi m}\Delta\psi,$$

$$\frac{\partial\omega}{\partial t} = -D\Delta\omega.$$

Однако, несмотря на эту аналогию, Паули, Шредингер, Фюрт и другие авторы подчеркивают принципиальное отличие квантовой механики от статистических дисциплин классической физики. Это различие они связывают с наличием в квантовой механике соотношения неопределенностей, с тем, что в уравнение Шредингера, в отличие от уравнения Фоккера, входит множитель i и т. д.

И. Феньеш признает существование этих различий. Однако он пишет, что «более глубокое исследование показывает, что между статистическим аппаратом классической физики, с одной стороны, и волновой механики — с другой, нет никакой разницы. Именно мы увидим, что все особенности квантовой механики, отличающие ее от дисциплин классической физики, обусловлены исключительно статистическим способом рассмотрения, и к этому сводятся все существенные различия между классической и квантовой физикой. Аналогичные различия имеются и между отдельными статистическими проблемами чисто классического типа» [52].

В дальнейшем изложении И. Феньеш показывает, что из классических соображений, относящихся к марковским процессам, можно получить статистические соотношения квантовой механики. «Из всего сказанного следует, что квантово-механические процессы суть частный случай марковских, и именно этим обстоятельством обусловлены как соотношения неопределенности, так и правила перестановки. Далее мы видим, что правила перестановки, полученные в п. 3, представляют собой отнюдь не случайную формальную аналогию квантово-механическим соотношениям, а непосредственно превращаются в последние» [53].

Однако в связи с этим возникает трудность. «Как мы

---

[52] И. Феньеш. Теоретико-вероятностное обоснование и истолкование квантовой механики.— Там же, стр. 246.
[53] Там же, стр. 254.

видели, весь статистический аппарат квантовой механики следует из уравнения Фоккера. В то же время рассуждения Неймана, доказывающие невозможность существования скрытых параметров, основаны исключительно на этом аппарате.... на основании изложенных рассуждений могло бы показаться, что благодаря установленной нами связи марковских процессов с квантовой теорией гносеологические трудности последней (например, проблема причинности) не только не решаются, но наоборот, переносятся на все марковские процессы. Казалось бы, не только квантовые, но и вообще все марковские процессы становятся акаузальными, и принцип причинности к ним ни в какой форме не применим» [54].

Но Феньеш делает другой вывод из этого положения. «Это, однако, не так,— пишет он.— Действительно, формально доказательство Неймана должно было бы иметь силу и для явления диффузии, т. е. для такого случая, в котором явно имеются скрытые параметры. Это означает, что в рассуждениях Неймана не учитывается какое-то существенное обстоятельство» [55].

Основанием в рассуждении Феньеша является отождествление некоторого отношения R_1 в сравниваемых объектах — тех, которые описываются соответственно уравнениями Шредингера и Фоккера, т. е. имеем:

$$\hat{a}_1, \ldots, \hat{a}_n R_1 (a_1, \ldots, a_n) = \hat{b}_1, \ldots, b_n R_1 (b_1, \ldots, b_n).$$

В модели из R_1 выводятся некоторые следствия индетерминистского характера: $R_1 (a_1,\ldots,a_n) \rightarrow R_2 (a_1,\ldots,a_n)$. В заключении этот вывод распространяется на классический прототип. Таким образом, получаем следующую схему вывода по аналогии:

$$\hat{a}_1, \ldots, \hat{a}_n R_1 (a_1, \ldots, a_n) = \hat{b}_1, \ldots, \hat{b}_n R_1 (b_1, \ldots, b_n) \vdash$$
$$\vdash \frac{R_1 (a_1, \ldots, a_n) \rightarrow R_2 (a_1, \ldots, a_n)}{R_1 (b_1, \ldots, b_n) \rightarrow R_2 (b_1, \ldots, b_n)}. \qquad \text{(XXXIX)}$$

В заключительной части рассуждения Феньеша классический прототип становится моделью и используется для опровержения индетерминистского отношения R_2

---

[54] Там же, стр. 255.
[55] Там же, стр. 255—256.

в квантово-механическом прототипе. Полученный выше результат является основанием для опровержения по аналогии.

Заменяя переменные $a_1, \ldots, a_n$ на $b_1, \ldots, b_n$ и наоборот, получим следующую схему опровержения индетерминизма в квантовой механике

$$[R_1(b_1, \ldots, b_n) \to R_2 b_1 \ldots, b_n)] \to [R_1(a_1, \ldots, a_n) \to R_2(a_1, \ldots, a_n)] \vdash \frac{\overline{R}_2(a_1, \ldots, a_n)}{\overline{R}_2(b_1, \ldots, b_n)}. \qquad \text{(XL)}$$

§ 4. СОВРЕМЕННАЯ ТЕОРИЯ ЭЛЕМЕНТАРНЫХ ЧАСТИЦ

Известно, что современная физика в целом и теория элементарных частиц в частности имеют гораздо менее наглядный характер, чем соответствующие разделы классической физики. Если раньше частицы мыслились как маленькие биллиардные шарики, то сейчас совершенно очевидна ограниченность подобных представлений. В связи с этим некоторые говорят об уменьшении роли моделей и аналогий. Однако не следует отождествлять использование моделей со стремлением к наглядности. Совершенно прав И. Б. Новик, когда он пишет: «если первой существенной чертой моделирования в современной физике является уменьшение в нем элементов наглядности, то второй его особенностью следует признать возрастание в познании роли моделей, состоящих из логических элементов» [56]. Вместе с тем уменьшение роли наглядности не следует понимать как ее отсутствие.

Колоссально возросшее значение математического аппарата в современной физике также не означает уменьшения роли аналогии. Сфера применения дедукции расширяется не за счет сужения сферы применения аналогии и других эвристических методов исследования, а за счет более точной формулировки их предпосылок и результатов. В связи с этим некоторые формы аналогии выступают на первый план за счет других, менее совершенных форм. Особое значение приобретают аналогии типа изоморфизма.

---

[56] И. Б. Новик. Наглядность и модели в теории элементарных частиц.— Сб. «Философские проблемы физики элементарных частиц». М., 1963, стр. 305.

Сравнительную роль различных форм выводов по аналогии в современной физике можно иллюстрировать на примере теории элементарных частиц. Перечислим основные аналогии, имевшие наибольшее значение в развитии этой теории.

1. Современные представления об элементарных частицах берут свое начало с создания планетарной модели строения атома. Отношения внутри атома были уподоблены отношениям в солнечной системе. Элементарные частицы, электроны рассматривались как аналоги планет. Ядро, которое в атоме водорода оказалось элементарной частицей, протоном, выступало как аналог Солнца.

2. Развитие теории элементарных частиц вскрыло глубокую аналогию между веществом и излучением. Благодаря наличию ряда общих черт между элементарными частицами и квантами электромагнитного поля — фотонами и главным образом благодаря открытию их взаимопревращаемости, фотоны стали рассматриваться как одна из разновидностей элементарных частиц.

3. П. А. М. Дирак предсказал существование частицы, аналогичной электрону, т. е. обладающей всеми свойствами, общими с электроном, но отличающейся от электрона одним свойством — знаком заряда[57]. Такая частица была экспериментально обнаружена Андерсоном в 1932 г.

4. Аналогия помогла объяснить явление бета-распада. Было установлено, что в ядрах атомов нет электронов. И тем не менее они вылетают из ядер при бета-распаде. Ситуацию оказалось возможным понять по аналогии с атомом, испускающим фотоны, несмотря на то, что фотоны не входят в число частиц, из которых состоит атом.

5. Взаимодействие между заряженными частицами с помощью виртуальных фотонов послужило моделью для создания обменной теории ядерных сил (Тамм и др.), в которой ядерные частицы взаимодействуют с помощью обмена другими виртуальными частицами. Эта аналогия привела Хидеки Юкаву к гипотезе о существовании особых частиц — тяжелых фотонов. Гипотеза Юкавы подтверждена впоследствии открытием π-мезонов.

6. Само понятие виртуальных частиц создано по аналогии с реальными частицами. Это — «как бы» частицы.

---

[57] См.: П. А. М. Дирак. Теория позитрона.— Сб. «Атомное ядро». М.— Л., 1934.

Взаимодействия осуществляются так, «как если бы» виртуальные частицы существовали.

7. По аналогии с предсказанием позитрона были предсказаны античастицы для протонов, нейтронов и мезонов.

8. По аналогии с мультиплетными состояниями атомов, понятие дуплета было применено к нуклону и триплета — к π-мезонам.

9. По аналогии с обычным спином было выдвинуто понятие так называемого изотопического спина. Физический смысл изотопического спина ничего общего не имеет с обычным спином. «Это название оправдано лишь формальной аналогией свойств векторов $\vec{\tau}$ — изотопического спина, и $\vec{\sigma}$ — механического спина:

$$[\vec{\Gamma}\times\vec{\Gamma}] = 2i\vec{\Gamma};\ [\vec{\sigma}\times\vec{\sigma}] = 2i\vec{\sigma}'\text{»}$$ [58].

10. Важная аналогия существут между миром частиц и античастиц в целом. На основе принципа симметрии относительно зарядового сопряжения предполагается, что законы природы не должны меняться, если все частицы заменить античастицами. Это значит, что отношения, существующие между частицами, можно переносить на античастицы. Отсюда вытекает предположение о существовании так называемого антивещества, во всем аналогичного обыкновенному веществу, но в атомах которого вместо протонов, нейтронов и вращающихся вокруг них электронов находятся антипротоны, антинейтроны и позитроны.

Открытие Ли и Янгом нарушения закона сохранения четности в слабых взаимодействиях иногда истолковывается как обнаружение асимметрии мира относительно положительных и отрицательных зарядов и тем самым неправомерности или во всяком случае неточности приведенной выше аналогии [59].

Однако открытие несохранения четности не отменяет аналогию между частицами и античастицами, а лишь меняет характер корреляционных соотношений, сопостав-

[58] А. К. Вальтер. Введение в физику элементарных частиц. Харьков, 1960, стр. 121—122.

[59] См.: А. А. Соколов. К теории движения электрона с учетом вакуумных флуктуаций.— Сб. «Философские вопросы естествознания», т. II. 1959, стр. 21—22.

ляющих элементы модели и прототипа. На место простого зарядового сопряжения, согласно идее Ли, Янга и Л. Ландау, ставится комбинация зарядового сопряжения и инверсии пространства, так называемая комбинированная инверсия [60].

Использование комбинированной инверсии необходимо лишь при анализе процессов, связанных со слабыми взаимодействиями. В большинстве же случаев — в электромагнитных и π-мезонных взаимодействиях — в качестве корреляторов вполне достаточно зарядового сопряжения.

Из приведенных примеров, число которых можно умножить, первый, пятый, восьмой, девятый, десятый явно относятся к аналогиям типа изоморфизма. Во всех них отождествляются отношения в модели и прототипе на основании установления различного типа взаимнооднозначных соответствий элементов сравниваемых систем.

Второй пример ближе всего к тому виду аналогии, которая выше была названа субстанциональной (формула XIX). Здесь вывод делается от сходства проявлений корпускул и фотонов к тождеству субстанциальной основы этих проявлений. Подобно тому, как обнаружение общих свойств теплоты и жидкости приводило к идее о том, что теплота — это своего рода жидкость, обнаружение общих свойств фотона и элементарных частиц привело к признанию фотона особой элементарной частицей. Специфика последнего случая заключается лишь в понимании субстанции, которая в современной физике обычно не мыслится вне своих проявлений.

Аналогия Дирака по своему характеру относится к классу экзистенциальных. Ядро аналогии заключается в выводе от существования электрона e к существованию антиэлектрона $\bar{e}$, т. е. $\dfrac{(e)\,E}{(\bar{e})\,E}$. Основание этого вывода заключается не в том, что e и $\bar{e}$ обладают многими общими свойствами и различаются лишь знаком заряда. На таком основании можно было бы предполагать, например, существование частицы, обладающей всеми свойствами электрона и лишь слегка отличающейся от него по мас-

[60] См.: А. А. Абрикосов, И. М. Халатников. Новые свойства элементарных частиц. М., 1957, стр. 6—9.

се и т. д. В аналогии, использованной Дираком, дело заключается не в количестве общих свойств, а в инвариантности уравнения Дирака относительно зарядового сопряжения. Иными словами, основанием аналогии служит тождественность соотношений между характеристиками частицы и античастицы. Это того же типа основание, что и в рассмотренной выше аналогии существования (формула XIV).

Четвертый из приведенных выше примеров представляет собой соединение каузальной аналогии Ньютона с изоморфизмом. Основание здесь такое же, как и во втором правиле философствования Ньютона — однородность наблюдаемых явлений, в данном случае — излучения $H\,(a,\,b)$. Но вывод по аналогии заключается не в отождествлении причин обоих явлений, а в установлении однозначного соответствия между этими причинами. Иными словами, отождествляются не сами причины, а их структуры. Пусть $C\,[a\,(a_1,\ldots,a_n)]$ означает, что $(a_1,\ldots,a_n)$ является причиной a. Соответствующее выражение построим для b. Тогда сущность рассматриваемого вывода по аналогии можно выразить формулой:

$$\dot{H}\,(a,\,b)\,\&\,\{\dot{C}\,[a,\,(a_1,\,\ldots,\,a_n)]\,\&\,\dot{C}\,[b,\,(b_1,\,\ldots,\,b_n)]\}\dashv$$
$$\vdash \frac{R\,(a_1,\,\ldots,\,a_n)}{R\,(b_1,\,\ldots,\,b_n)}. \qquad \text{(XLI)}$$

Это можно рассматривать как особый структурно-каузальный тип выводов по аналогии.

Представляет большой интерес аналогия между виртуальными и реальными частицами, без которой было бы невозможно само понятие виртуальных частиц (пример шестой). Виртуальные частицы наделены качествами, заведомо исключающими их реальное существование. И тем не менее они помогают лучше понять реальные явления.

Разгадка этого заключается в том, что лучшее понимание не всегда обусловлено причинным объяснением. Явление лучше понимается и тогда, когда оно более точно или более наглядно описывается. В этом — смысл рассмотренных выше иллюстративных аналогий Максвелла. Значение понятия виртуальной частицы заключается в том, что оно дает возможность использования наглядного образа для описания явлений, недоступных чувственному восприятию. Утверждается, что эти явления происходят так, как если бы частицы с такими странными свойствами существовали реально. С помощью таких представлений мы лучше понимаем, как происходят явления. Но это не значит, что мы понимаем причины происходящего. Например, допущение нарушения закона сохранения энергии при испускании виртуальной частицы препятствует возможности причинного объяснения этого события, но не мешает его описанию.

Сущность аналогии типа «как если бы» заключается в замене неясно понимаемого отношения X между реальными объектами отчетливо понимаемым отношением R в фиктивных объектах. Таким образом, ее можно рассматривать как частный случай, разъясняющий аналогии (формула III). В схеме этой аналогии допускается, что объекты, в которых поясняется данное отношение, могут быть любыми, в том числе и фиктивными. Фиктивные объекты имеют то преимущество, что всегда могут быть подобраны таким образом, чтобы отношение между ними удовлетворяло нужному требованию. Фиктивный объект аналогичен реальному в том смысле, что обладает всеми свойствами реального, за исключением тех, которые препятствуют выражению соответствующего отношения.

В следующем, седьмом, примере применения аналогии в теории элементарных частиц используется двойная аналогия, описанная формулой XXIV.

Таким образом, мы видим, что большая часть из приведенных аналогий в теории элементарных частиц относится к аналогиям типа изоморфизма. Однако широкое применение находят и другие формы выводов по аналогии. По-видимому можно было бы привести примеры из современной физики на все формулы выводов по аналогии, рассмотренные выше.

Глава
шестая

АНАЛОГИИ В ИСТОРИИ МАТЕМАТИКИ

Математика, согласно сложившемуся представлению, типично дедуктивная наука. В соответствии с этим анализ логического аппарата математики понимается как анализ дедуктивных умозаключений. Основное содержание современной математической логики представляет собой теорию дедукции. Лишь в самое последнее время проявляется интерес к анализу других форм умозаключений, используемых в математике, в частности, аналогии. В этой связи следует особо отметить работы Д. Пойа [1].

Говоря об открытиях в математике, Д. Пойа пишет: «Аналогия, по-видимому, имеет долю во всех открытиях, но в некоторых она имеет львиную долю» [2].

Другие авторы дают использованию аналогии в математике еще более высокую оценку. Так, например, французский математик Дильтей пишет о том, что «область аналогии покрывает почти всю математику» [3].

Однако «почти всю математику» рассмотреть невозможно. В то же время анализ отдельных специально подобранных примеров не представляет большого интереса. Мы рассмотрим ряд основных разделов математики и покажем, что выводы по аналогии тесно связаны с генезисом основных идей каждого из них.

---

[1] См.: Д. Пойа. Математика и правдоподобные рассуждения. М., 1957; Д. Пойа. Как решить задачу. М., 1959.

[2] Д. Пойа. Математика и правдоподобные рассуждения, стр. 36.

[3] De Solages. Dialogue sur l' Analogie. Paris, 1946, p. 19.

§ 1. ВВЕДЕНИЕ БУКВЕННЫХ ОБОЗНАЧЕНИЙ

Одним из важнейших этапов в развитии математики является введение буквенных обозначений. По справедливому замечанию Ф. Клейна, «математика собственно и начинается с действия над буквами» [4].

В Европе в систематическом виде буквенные обозначения стал употреблять Ф. Виетом. Первоначально действия над буквами не рассматривались как простое обобщение действий над отдельными числами. Буквенное исчисление разрабатывалось как самостоятельное исчисление по аналогии с известным исчислением чисел. «Лишь позднее, когда алгебраическое исчисление достаточно окрепло и было распространено также на иррациональные числа, стало возможным рассматривать числовое исчисление только как частный случай алгебраического» [5].

Таким образом, процесс создания буквенного исчисления представляет собой по сути дела использование аналогии.

Числовое исчисление явилось моделью для построения исчисления буквенного, т. е. имеем:

$$\frac{R(a_1, \ldots, a_n)}{R(b_1, \ldots, b_n)}.$$

Что же является основанием перехода от модели к прототипу? Таким основанием не может быть соответствие элементов сравниваемых систем, поскольку оно не является однозначным. Один и тот же буквенный символ, вообще говоря, может обозначать любое число.

Вывод по аналогии в данном случае основывается на факте общности оснований для $R(a_1, \ldots, a_n)$ и $R(b_1, \ldots, b_n)$. Отношения в числовой и буквенной системах являются следствием одних и тех же основных соотношений, зафиксированных в аксиомах коммутативности, ассоциативности и дистрибутивности.

Одинаковость отношений, дедуктивным следствием которых являются отношения в модели и прототипе, будет

---

[4] Ф. Клейн. Элементарная математика с точки зрения высшей, т. I. М.— Л., 1933, стр. 10.

[5] Г. Вилейтнер. История математики от Декарта до середины XIX столетия. М., 1960, стр. 13.

основанием вывода по аналогии. Обозначив отношение дедуктивного следования символом $\rightarrow$, будем иметь структуру рассматриваемого типа выводов по аналогии:

$$\hat{a_1}, \ldots, \hat{a_n} Q(a_1, \ldots, a_n) = \hat{b_1}, \ldots, \hat{b_m} Q(b_1, \ldots, b_m) \,\&$$
$$\& \, [Q(a_1, \ldots, a_n) \rightarrow R(a_1, \ldots, a_n)] \,\&\, [Q(b_1, \ldots, b_m) \rightarrow$$
$$\rightarrow R(b_1, \ldots, b_m)] \vdash \frac{R(a_1, \ldots, a_n)}{R(b_1, \ldots, b_m)} \,. \qquad \text{(XLII)}$$

Такой тип аналогии чрезвычайно характерен для математики. Его специфика — в отношении логического следования, связывающего отношение, фиксированное в основании, с отношением, имеющим место в посылке и заключении. Поэтому аналогию такого типа условно можно назвать *логической аналогией отношений*.

В связи с рассмотренным примером логической аналогии возникает вопрос, в каком смысле действия над числами можно переносить на символы. Понятно, что, скажем, $5 + 4 = 9$. Здесь производится операция сложения над числами 5 и 4, в результате чего они превращаются в число 9. Но разве можно говорить, что в результате сложения *символы* 5 и 4 превращаются, скажем, в 9? Как отмечает Георг Клаус, «в строгом смысле слова алгебраические символы не складываются и не умножаются. Символы могут лишь упорядочиваться, связываться и т. д. Складываются и умножаются алгебраические величины. Сами символы являются только знаками для этих величин» [6].

Это как будто подрывает утверждение о тождественности отношения R для числового и буквенного исчислений.

Однако если уж совсем строго говорить, то складываться и умножаться не могут не только буквенные символы a, b, c, но и цифровые символы 5, 4, 9. Сложение и умножение в буквальном смысле слова относится к реальным величинам, как они существуют в объективном мире. Здесь же речь идет о знаковых системах, в которых операции выражаются в виде функций, сопоставляющих одни символы с другими. В этом смысле нет большой разницы между выражениями $5 + 4 = 9$ и $a + b = c$.

[6] G. Klaus. Bemerkungen des Herausgebers. S. Rowenski, A. Ujomow, J. Ujomowa. Maschine und Gedanke. Urania. Verlag, Leipzig, Jena, Berlin, 1962, S. 177.

Если правомерно говорить, что «пять» складывается с «четырьмя» и получается «девять», то столь же правомерно утверждать, что сложение a с b дает c. Здесь имеет место лишь переход от одного уровня абстракции к другому. Поэтому нет никакой бессмыслицы в утверждении о тождественности отношений в обоих случаях.

Разобранная форма аналогии mutatis mutandis применима к анализу различных этапов обобщения понятия числа (например, распространение этого понятия на иррациональные, комплексные числа и т. д.). Во всех случаях решающим является общность аксиом, определяющих свойства основных операций.

Аналогия между различными типами чисел позволяет понять возможность оперирования термином «число» при отсутствии строгого определения этого понятия.

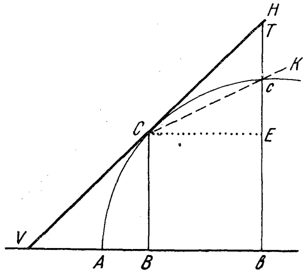
§ 2. АНАЛИЗ БЕСКОНЕЧНО-МАЛЫХ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫЙ ТРЕУГОЛЬНИК

Новый период в развитии математики связан с созданием исчисления бесконечно-малых. Основное понятие этого исчисления — понятие производной — образовано с помощью представления о так называемом дифференциальном треугольнике. И. Ньютон следующим образом вводит понятие производной (в его терминологии — отношение флюксий).

«Пусть ордината BC из своего положения BC перешла в какое-нибудь положение bc. Дополнив параллелограмм $BCEb$, проводим прямую VTH, касающуюся прямой в точке C и пересекающую продолженные BA и bc в V и T. Тогда приращения абсциссы AB, ординаты BC и длины дуги кривой AC, при этом образовавшиеся, суть Bb, Ee, Cc, стороны треугольника ECT находятся в предельном (первом) отношении этих зарождающихся приращений, следовательно, флюксии самих AB, BC и AC пропорциональны сторонам CE, ET и TC треугольника CET, которыми они и могут быть представлены, или, что то же самое, сторонами треугольника VBC, ему подобного (См. стр. 160).

То же самое получится, если принять флюксии в предельном (последнем) отношении исчезающих частей. Проведем прямую Cc и продолжим ее до K; когда ордината

bc будет возвращаться к своему первоначальному положению BC и когда точки c и C сольются, то прямая CK совпадет с касательной CH и исчезающий треугольник CEc в предельном (последнем) своем виде станет подобным треугольнику CET, и его исчезающие стороны будут в пределе относиться друг к другу, как стороны CE, ET, TC треугольника CET; следовательно, в этом же отношении находятся и флюксии линий AB, BC и AC. Если же



точки C и c находятся в каком-нибудь малом удалении друг от друга, то и прямая CK будет находиться в некотором небольшом удалении от касательной. Чтобы прямая CK совпадала с касательной CH и чтобы получились предельные (последние) отношения линий CE, Ec и cE, точки C и c должны сойтись и совпасть вполне» [7].

Такой метод введения новых понятий не соответствует канонам математической строгости, хотя и оказывается чрезвычайно плодотворным. Вот как об этом пишет Ф. Клейн: «Убедительность такого рода наивных рассуждений представляется, конечно, различным лицам весьма различной. Многие — и к ним принадлежу и я сам — чувствуют себя в высшей степени ими удовлетворенными. Другие же, будучи односторонне расположены к чисто логической стороне, находят, что такие соображения ничего не говорят, и не могут согласиться с тем, чтобы на них можно было вообще смотреть как на основание для математических рассуждений.

С другой стороны, такие наивные приемы мышления и в настоящее время очень часто применяются всякий раз,

---

[7] И. Ньютон. Математические начала натуральной философии, т. I.— «Известия Николаевской морской академии», вып. IV. Пг. 1915, стр. 66.

когда хотят — в математической физике, в механике, в дифференциальной геометрии — применить какое-нибудь математическое положение, так как там эти приемы, как вы все знаете, весьма целесообразны»[8].

Но действительно ли столь плодотворные приемы мышления оказываются противоречащими логике? Такой вывод можно сделать лишь отождествляя логику с чистой дедукцией. В данном случае мы действительно не имеем дедуктивного вывода. Но это не значит, что, вводя понятие производной с помощью предельного перехода, мы покидаем почву логики. Здесь выступают на первый план другие логические формы мысли и прежде всего — умозаключение по аналогии.

Речь идет об аналогии между конечным прямолинейным треугольником и бесконечно-малым треугольником, одной из сторон которого является отрезок кривой линии. Моделью служит хорошо изученный прямолинейный треугольник. Прототип представляет собой вырожденный частный случай модели.

В выводе определенное свойство модели, а именно соотношение (R) между сторонами треугольника $R\ (a_1,\ldots,a_n)$, переносится на прототип — $R\ (b_1,\ldots, b_m)$.

Перенос отношения с вырожденного на общий случай уже рассматривался выше в связи с физикой (формулы XVII, XXIII). Здесь речь идет, наоборот, о переносе отношения с общего случая на вырожденный. Таким образом, специфика рассматриваемого случая заключается лишь в порядке коррелятов, связываемых отношением вырождения. Схема вывода будет иметь вид:

$$\mathrm{Deg}\,[(b_1, \ldots, b_m), (a_1, \ldots, a_n)] \vdash \frac{R\ (a_1, \ldots, a_n)}{R\ (b_1, \ldots, b_m)}\ . \quad \text{(XLIII)}$$

Если бы вместо вырождения имело место обычное отношение общего и частного, то аналогия превратилась бы в дедукцию — по первой фигуре категорического силлогизма. Однако у нас прототип представляет собой вырожденный случай модели. При вырождении ряд свойств может быть утрачен. Поэтому одной дедукции для получения вывода недостаточно.

---

[8] Ф. Клейн. Элементарная математика с точки зрения высшей, т. I, стр. 314—315.

§ 3. АНАЛИТИЧЕСКАЯ ГЕОМЕТРИЯ

Известно, что в создании аналитической геометрии Декартом широкое применение нашла аналогия между алгеброй и геометрией. До Декарта геометрические фигуры, за рядом исключений, обычно рассматривались независимо от каких-либо уравнений, относимых к области другой науки — алгебры. Аристотель даже считал логической ошибкой использование числовых соотношений при доказательствах в геометрии. «Нельзя следовательно, вести доказательство так, чтобы из одного рода переходить в другой, как, например, нельзя геометрическое положение доказать при помощи арифметики» [9].

Декарт сопоставил каждой точке на плоскости два числа — ее координаты x, y, представляющие собой числовые выражения расстояний до двух взаимноперпендикулярных прямых — осей координат. Таким образом, каждой линии можно было сопоставить уравнение с двумя неизвестными, и наоборот, любому уравнению с двумя неизвестными — некоторую линию на плоскости.

Это имеет большое значение для решения геометрических и алгебраических задач. Как отмечает Н. И. Мусхелишвили, связь между геометрическими и числовыми образами осуществима тем или иным способом, и можно всякую геометрическую задачу свести к задаче анализа. «Из сказанного уже ясно, насколько важную роль должна играть аналитическая геометрия: ведь она позволяет использовать для геометрии значительную часть того богатства, которое сосредоточено в математическом анализе и, в частности, в алгебре. Больше того, очень часто является удобным сводить решение некоторых задач анализа к рассмотрению геометрических фигур, так что и геометрия, в свою очередь, является существенным подспорьем для анализа» [10].

Мы видим, что в аналитической геометрии алгебраические соотношения используются в качестве модели для геометрических и, наоборот, геометрия — как модель для алгебры. Плодотворность аналитической геометрии как математической теории в своей основе обусловлена,

---

[9] Аристотель. Вторая аналитика, кн. I, 75 а 29—75 в 5.
[10] Н. И. Мусхелишвили. Курс аналитической геометрии. М., 1947, стр. 17.

таким образом, плодотворностью переноса признаков с модели на образец, т. е. умозаключения по аналогии.

Каково же логическое строение этой аналогии? Основное ее содержание, ее ядро, заключается в переносе отношений с модели на образец. Это можно выразить как

$$\frac{R(a_1, \ldots, a_n)}{R(b_1, \ldots, b_n)}.$$

При этом конечный элемент модели и образца один и тот же — индекс n. Это определяется тем, что количество тех и других элементов одинаково, поскольку между ними имеет место взаимнооднозначное соответствие. Нужно только иметь в виду, что точкам соответствуют не отдельные числа, а пары чисел или тройки их, в зависимости от числа измерений пространства, в котором рассматриваются геометрические образы.

Из сказанного ясно, что основная идея аналитической геометрии основана на аналогии типа изоморфизма (формула XXVII).

Интересная форма аналогии, в некотором отношении обратная изоморфизму, использована И. Кеплером. Как уже отмечалось, Кеплер вообще высоко ценил роль аналогии в науке, особенно в геометрии. Выше уже шла речь о его аналогии между микро- и макрокосмом. Рассмотрим геометрическую аналогию Кеплера.

В качестве аналогичных объектов Кеплер рассматривает различные конические сечения. Результатом аналогии является утверждение о существовании соответствующих друг другу элементов во всех сравниваемых объектах.

«Итак, в круге есть один фокус A, он же и центр; в эллипсе два фокуса A и B, равно отстоящие от центра фигуры и находящиеся ближе к ее вершинам; в параболе один D внутри конического сечения, а другой надо вообразить себе расположенным на оси в бесконечном расстоянии от первого и притом или внутри, или вне сечения, так что прямая HG или SG, проведенная из этого невидимого фокуса к любой точке сечения, будет параллельна оси. В гиперболе внешний фокус тем ближе к внутреннему, чем гипербола тупее. И тот из фокусов, который вне одной из противоположных ветвей гиперболы, находится внутри другой, и наоборот.

Итак, по аналогии следует, что для прямой линии оба фокуса (говорим так о прямой не обычно, но ради полноты аналогии) совпадают с прямой и совпадают в одной точке, как в круге. В круге фокус помещен в самом центре и наиболее удален от ближайшей точки кривой; в эллипсе уже менее удален, в параболе еще менее, наконец, в прямой фокус наименее отстоит от нее, т. е. лежит на самой линии. Итак, в крайних случаях, круге и прямой, фокусы совпадают, в круге фокус наиболее отстоит от линии, в прямой непосредственно лежит на линии. В среднем случае, т. е. параболе, фокусы отстоят друг от друга бесконечно далеко; в случаях же промежуточных есть, действительно, по два фокуса, отстоящих друг от друга на конечном расстоянии, притом в эллипсе другой фокус внутри сечения, в гиперболе — вне»[11].

Сущность аналогии Кеплера можно выразить следующими словами: все конические сечения аналогичны друг другу, следовательно, во всех них есть фокусы.

Но конические сечения объединяют сходство их отношений к окружающему миру — все они могут быть получены, как об этом свидетельствует само название, с помощью сечения конуса плоскостью. Таким образом, вывод делается от сходства функций к сходству структуры. Эта аналогия того же типа, что и аналогия между микро- и макрокосмом. Выше такая аналогия была названа *функционально-структурной* (формулы V, VI).

Специфика рассматриваемого случая заключается в том, что Кеплер сравнивает не только окружность и эллипс. Он соотносит все конические сечения друг с другом.

Такая же аналогия, как между эллипсом и окружностью, имеет место между эллипсом и параболой, эллипсом и гиперболой, соответственно между параболой и гиперболой, гиперболой и окружностью и т. д.

В логике существует точка зрения, согласно которой аналогия представляет собой вывод не от отдельного предмета к другому предмету, а от группы к предмету[12].

Аналогия Кеплера могла бы служить лучшим примером в ее пользу. Однако эта точка зрения не находит своего отражения в структурном отношении, поскольку признается, что группа выступает через своего представителя — отдельный предмет. На наш взгляд, возможны разные случаи выводов по аналогии от предмета к предмету

---

[11] Э. Мах. Познание и заблуждение. М., 1909, стр. 228—229.

[12] См: М. И. Каринский. Классификация выводов.— «Избранные труды русских логиков XIX века». М., 1956, стр. 121; В. Ф. Асмус. Логика. М., 1947, стр. 135.

и от группы к предмету, равно как и от предмета к группе и т. д.

Наличие большого числа сравниваемых предметов имеет то положительное значение, что все отдельные аналогии усиливают друг друга. В этом случае, когда один из сравниваемых предметов резко отличается от остальных, последние составляют группу. Именно этот случай имеет место в аналогии Кеплера. Прямая резко отличается от других конических сечений. Это вырожденный случай конического сечения. И тем не менее на него распространяется та же аналогия с эллипсом, что и на окружность, параболу и гиперболу.

Кеплер не ограничивается утверждением о существовании фокусов прямой по аналогии с другими коническими сечениями. Он определяет также местонахождение этих фокусов. И это также делается по аналогии. Здесь проводится аналогия прямой с окружностью как одного крайнего случая с другим. Пусть $\dot{i}$ — отношение тождества. Имеем:

$$\frac{\dot{I}\,(a_1, a_2)}{\dot{I}\,(b_1, b_2)},$$

что означает перенос отношения тождества с фокусов модели на прототип — прямую.

В качестве основания служит утверждение о том, что окружность и прямая — крайние вырожденные случаи конических сечений. Это различные крайние случаи. Но предполагается, что крайности сходятся, во всяком случае в отношении фокусов.

Таким образом, мы имеем особый частный случай аналогии противоположностей (формула XVIII). Если модель имеет свойство P (здесь — совпадение фокусов), то то же самое свойство будет приписываться и противоположному модели прототипу. Специфика здесь заключается в том, что в отличие от общего случая аналогии противоположностей не предполагается возможность противоположного свойства.

Таким образом, имеем:

$$\dot{C}_n^{-}\,(a, b) \vdash \frac{(a)\,P}{(b)\,P}\,. \qquad \text{(XLIV)}$$

Положение фокуса на прямой определяется по аналогии с гиперболой. Но эта аналогия выражена менее ясно, потому мы ее разбирать не будем.

§ 4. ПРОЕКТИВНАЯ ГЕОМЕТРИЯ

Своеобразным обобщением обычной, или метрической, геометриия вляется проективная геометрия. Важнейшим понятием здесь является понятие проективного преобразования. Такое преобразование заключается в следующем. От каждой точки данной фигуры проводится прямая к некоторой точке, называемой центром проекции, через некоторую плоскость — плоскость проекции. Фигура, образованная точками пересечения указанных прямых плоскостью проекции, будет являться результатом перспективного преобразования первоначальной фигуры. Результат некоторой последовательности перспективных преобразований — проективное преобразование, или проективное соответствие.

Проективная геометрия изучает свойства фигур, не меняющиеся при проективном преобразовании. Например, проективное преобразование переводит окружность в эллипс. Следовательно, проективная геометрия изучает свойства, одинаково присущие окружности и эллипсу, а не то, чем различаются эти фигуры.

Окружность и эллипс можно рассматривать как аналогичные системы. Здесь имеет место частный случай изоморфизма (XXVII).

Однако, если рассматриваются точки обычного пространства, как в метрической геометрии, взаимная однозначность соответствия элементов модели и образца может быть нарушена.

Отсутствие однозначности соответствия привело бы к большим трудностям в формулировках положений проективной геометрии. Поэтому было предложено считать, что в подобных случаях точке проективного изображения соответствует особая, бесконечно удаленная точка прототипа. Употребляя терминологию проективной геометрии, следует определять параллельные в плоскости не как никогда не пересекающиеся прямые, а как прямые, пересекающиеся в бесконечно удаленной точке.

Аналогично бесконечно удаленной точке вводятся понятия бесконечно удаленной прямой и бесконечно удаленной плоскости. Бесконечно удаленные элементы получили в нашей литературе название несобственных. Их введение позволяет сделать целый ряд обобщений. Теперь можно утверждать, что каждая точка одной плоскости без всяких исключений проектируется в точку другой плоскости, и наоборот, каждая точка второй плоскости является проекцией точки первой. Многие геометрические утверждения приобретают более простой и общий вид. Например, нет необходимости формулировать в качестве самостоятельного положение о том, что через точку вне прямой можно провести единственную прямую, параллельную данной. Это положение является простым частным случаем общего положения о том, что через две точки (здесь собственную и несобственную) проходит одна прямая.

Какова же логическая сущность этого приема, с помощью которого достигнут столь замечательный результат? Согласно обычной точке зрения, этот прием сводится к простому изменению терминологии. «Дезарт не оспаривает Евклида. Он вносит чисто словесное изменение в евклидово определение. Непересекающиеся прямые одной плоскости Дезарт предлагает называть «пересекающимися в бесконечно удаленной точке». «Ну что ж, пусть называются»,— скажет читатель. К чему, однако, эта детская игра со словами? Оказывается, что такая «словесная игра» чрезвычайно полезна в новой геометрии» [13].

Это верно. Действительно, игра словами оказалась очень полезной. Но разве таким образом мы вскрываем причину этой полезности?

Другие авторы подчеркивают иной момент. Так, например, Н. А. Глаголев, сказав вначале, что введение несобственных элементов представляет простое изменение терминологии [14], пишет затем, что «существенно новым моментом, который вносит проективная геометрия, является признание полного равноправия между собственными и несобственными элементами» [15]. Об этом же говорит Д. В. Юнг. «Если мы условимся считать, что каждая прямая линия, помимо своих обыкновенных точек, содержит еще одну идеальную точку, и при этом откажемся от различия между обыкновенными и идеальными точ-

---

[13] О. А. Вольберг. Основные идеи проективной геометрии. М., 1949, стр. 6.

[14] См.: Н. А. Глаголев. Проективная геометрия. М.— Л., 1936, стр. 31.

[15] Там же, стр. 32

ками и будем смотреть на них как на эквивалентные во всех отношениях, то придем к понятию проективной прямой»[16].

Что же получается? 1. Различие между положениями: а) «параллельные прямые не пересекаются» и б) «параллельные прямые пересекаются в несобственной точке» — только терминологическое. Оба эти положения истинны.

2. Несобственные точки не отличаются от обыкновенных. Следовательно, различия между положениями: «Параллельные прямые пересекаются в несобственной точке» и «Параллельные прямые пересекаются в обыкновенной точке» — также нет никакого.

Отсюда следует явное противоречие. Параллельные прямые не пересекаются и вместе с тем пересекаются в обыкновенных точках.

Можно избежать этого противоречия в замкнутой формальной системе понятий проективной геометрии. Однако при попытке осмыслить эту систему мы неминуемо должны выйти за ее рамки, сопоставляя понятия проективной геометрии с понятиями метрической и с чувственными представлениями. Авторы приведенных выше рассуждений, делая это, приходят к противоречию. Преодолеть такое противоречие вне рамок формального подхода можно, на наш взгляд, лишь в том случае, если отказаться от обоих положений, а именно, что введение несобственных элементов означает лишь изменение терминологии и что нет никакого различия между собственными и несобственными элементами во всех отношениях.

Когда мы говорим, что параллельные прямые имеют общую бесконечно удаленную, или несобственную точку, то такая терминология может способствовать получению ценных результатов только в том случае, если и на самом деле параллельные прямые имеют нечто общее. Ничего иначе, кроме путаницы, не получится. Таким общим, что объективно свойственно всем параллельным прямым, является их направление. Направление само по себе, конечно, не является точкой. Но оно в некотором отношении аналогично точке. В самом деле, две точки определяют прямую. Но прямая будет определена и в том случае,

[16] Д. В. Юнг. Проективная геометрия, М., 1949, стр. 19.

если задание одной из точек заменить заданием направления.

Аналогия проявляется именно в тех отношениях, которые существенны для проективной геометрии. Поэтому и возникает мнение, что между собственной и несобственной точками вообще нет никакой разницы во всех отношениях. Но это то же самое, что утверждать отсутствие каких бы то ни было различий между точкой и направлением. Различие между собственными и несобственными точками видно уже из того, что для определения направления прямой достаточно указать одну ее несобственную точку (поскольку она сама лишь псевдоним направления), но требуются минимум две собственных точки (если не различать противоположных направлений).

Однако аналогичность точки и направления никоим образом не требует тождественности во всех отношениях. Напротив, аналогия вместе с тождественностью в одних отношениях предполагает существенные различия в других. Таким образом, использование понятия аналогии дает возможность выяснения сущности введения несобственных элементов в проективную геометрию. Плодотворность такого введения естественно объясняется плодотворностью выводов по аналогии, а вовсе не чисто словесными манипуляциями.

Рассмотрим структуру вывода по аналогии, который можно сопоставить введению несобственных элементов. Отношения между собственными элементами обозначим как $R\ (a_1,\ldots, a_n)$. Собственные элементы рассматриваются как модели, соответственно которым подбираются несобственные элементы $b_1,\ldots,b_k$. Вывод заключается в том, что часть собственных элементов заменяется несобственными с сохранением прежнего отношения. При этом речь идет о переносе не любых отношений, а отношений, являющихся проективными, то есть обладающих определенным фиксированным свойством — $\dot{P}$. Это можно выразить так:

$$\frac{[R\ (a_1, \ldots, a_n)]\ \dot{P}}{[R\ (b_1, \ldots, b_k, a_{k+1}, \ldots, a_n)]\ \dot{P}}.$$

Заключение здесь говорит о том, что несобственные элементы играют такую же роль в отношении R, как их модели — собственные элементы.

Для того чтобы сделать вывод правомерным, необходимо основание, дающее сведения о свойствах несобственных элементов. Ряд свойств Q_1, Q_2, ..., Q_l оказываются одинаковыми для несобственных и собственных элементов. Выразим это с помощью формулы: $[(a_1, \ldots, a_n), (b_1, \ldots, b_k)]\, Q_1 \ldots, Q_l$. Тогда схема всего вывода будет иметь вид:

$$[(a_1, \ldots, a_n), (b_1, \ldots, b_k)]\, Q_1, \ldots, Q_l \vdash$$

$$\vdash \frac{[R\,(a_1, \ldots, a_n])\,\dot{P}}{[R\,(b_1, \ldots, b_k, a_{k+1}, \ldots, a_n)]\,\dot{P}}. \qquad \text{(XLV)}$$

В такой форме аналогия нам еще не встречалась. Назовем ее аналогией *частичного замещения.*

Аналогия частичного замещения не исчерпывает приведенных выше рассуждений. Последние не ограничиваются выводом об аналогии между собственными и несобственными элементами. Эта аналогия используется для обобщения положений геометрии, для ликвидации исключений из них. Будем обозначать все геометрические элементы как собственные, так и несобственные буквой x. Первоначально, до введения несобственных элементов, то или иное геометрическое положение $(x)\,P$ действительно не для всех x. Из него имеются исключения. Это мы выразим с помощью универсального квантора с ограниченной областью $\forall x_{x \in Q}\,(x)\,P$. Такая формула означает, что свойство P необходимо присуще x лишь в том случае, если x включается в некоторую область Q.

В выводе сфера применения универсального квантора расширяется. Он действует во всей области, состоящей из собственных и несобственных элементов. Иными словами, справедливо $\forall x\,(x)\,P$. Обобщение в целом имеет вид:

$$\frac{\forall x_{\,x \in Q}\,(x)\,P}{\forall x\,(x)\,P}.$$

Такое обобщение производится с помощью аналогии. Результат аналогии между собственными и несобственными элементами играет роль основания, обеспечивающего правомерность указанного обобщения.

Аналогия имеет определяющее значение в проективной геометрии не только при введении несобственных элементов. Не менее значительна ее роль в процессе применения другого важнейшего положения проективной геометрии — принципа двойственности.

В начале прошлого века выдающийся французский математик Понселе обнаружил очень интересный факт. Точка и прямая — совершенно разные вещи. Но в теоремах проективной геометрии можно заменять слово «точка» словом «прямая», заменяя вместе с тем слово «прямая» словом «точка». Если в истинном положении произвести такую замену, то будет получено новое истинное положение. Например, пусть доказано, что «во всякой коллинеации, имеющей неизменную прямую (ось), существует одна и только одна неизменная точка (центр), в которой пересекаются все собственно-двойные прямые». Заменяя слово «точка» и «прямая» друг другом, автоматически получаем, что «во всякой коллинеации, имеющей неизменную точку (центр), существует одна и только одна неизменная прямая (ось), на которой лежат все собственно двойные точки».

С взаимозаменой точки прямой связана возможность взаимозамены угла многоугольника его стороной и точки, лежащей на кривой,— касательной к этой кривой. Это дает возможность делать более сложные выводы. Например, с помощью такой замены из теоремы Паскаля: «Во всяком шестиугольнике, вписанном в линию второго порядка, точки пересечения противоположных сторон лежат на одной прямой» получаем теорему Брианшона: «Во всяком шестистороннике, описанном около линии второго порядка, прямые, соединяющие противоположные вершины, пересекаются в одной точке».

Соответственно, наоборот, из теоремы Брианшона вытекает теорема Паскаля.

Изложенное положение, относящееся к соотношениям на плоскости, носит название малого принципа двойственности. В пространстве ему соответствует большой принцип двойственности, согласно которому двойственными, т. е. взаимозаменимыми, понятиями являются понятия точки и плоскости. При замене их друг другом понятие линии остается без изменения. Например, согласно большому принципу двойственности, из теоремы о том, что «Если точка и прямая не инцидентны (т. е. точка не лежит на прямой), то существует одна и только одна плоскость, инцидентная с ними», следует теорема: «если плоскость и прямая не инцидентны, то существует одна и только одна точка, инцидентная с ними», и обратно.

Нетрудно заметить, что применение принципа двойственности основано на аналогии. В посылке фигурирует отношение между одними объектами, скажем, между точками и прямой, а в выводе — между другими объектами: между прямыми и точкой. Это относится как к малому, так и к большому принципам двойственности с той только разницей, что, применяя большой принцип двойственности, мы оставляем некоторые из соотносящихся элементов — линии — без изменения. При таком радикальном преобразовании соотносящихся элементов само отношение остается прежним. Это можно выразить схемой:

$$\frac{R(a_1, c_1, \ldots, c_k a_n)}{R(b_1, c_1, \ldots, c_k, b_n)}.$$

Здесь имеется в виду более общий случай, когда некоторые элементы не подвергаются преобразованию. В связи с их положением они могут быть названы центральными в противоположность крайним элементам. Большой принцип двойственности предполагает в качестве центральных элементов линии.

Применяя малый принцип двойственности, мы не встречаемся с ними, и тогда наша схема будет иметь более простой вид:

$$\frac{R(a_1, a_2)}{R(b_1, b_2)}.$$

Отождествление отношений в модели и прототипе роднит рассматриваемый тип аналогии с изоморфизмом. Если понимать изоморфизм в широком смысле тождества отношений, то понятно утверждение Н. Бурбаки о том, что поразительная двойственность теорем проективной геометрии «сыграла большую роль в осознании понятия изоморфизма» [17].

Однако основание для отождествления отношений в случае применения принципа двойственности существенно отличается от основания аналогии типа изоморфизма. Это основание заключается не в отождествлении корреля-

[17] Н. Бурбаки. Очерки по истории математики. М., 1963, стр. 34.

тов, а в отождествлении двойственным образом соответствующих друг другу элементов: $b_1 \equiv a_n$; $b_n \equiv a_1$. Таким образом, имеем следующую схему двойственной аналогии:

$$(b_1 \equiv a_n) \& (b_n \equiv a_1) \vdash \frac{R(a_1, c_1, \ldots, c_k, a_n)}{R(b_1, c_1, \ldots, c_k, b_n)}. \quad \text{(XLVI)}$$

Эта схема носит более общий характер, чем требуется для выражения вывода с помощью большого принципа двойственности, поскольку в ней предполагается, вообще говоря, множество центральных элементов.

Таким образом, наша схема пригодна и для различных обобщений большого принципа двойственности, например в многомерном пространстве. Для плоскости в области действия малого принципа двойственности схема приобретает более простой вид:

$$(b_1 \equiv a_2) \& (b_2 \equiv a_1) \vdash \frac{R(a_1, a_2)}{R(b_1, b_2)}.$$

Принципы двойственности имеют место не только в проективной геометрии. Такие же принципы есть в теории множеств, математической логике, топологии. Поэтому и сфера применения указанных формул не ограничивается рамками проективной геометрии.

§ 5. НЕЕВКЛИДОВА ГЕОМЕТРИЯ И ЕЕ МОДЕЛИ

Создание неевклидовой геометрии Лобачевским и Больяи сразу же поставило важную логическую проблему. Основные положения этой геометрии резко противоречат наглядным представлениям. Но в пользу новой концепции можно было сказать, что она внутренне непротиворечива. Во всяком случае никаких противоречий между отдельными положениями этой геометрии обнаружено не было. Однако, быть может, они будут обнаружены впоследствии? Выход из этого положения впервые был найден Бельтрами для планиметрической части геометрии Лобачевского.

Бельтрами обратил внимание на аналогию, существующую между прямыми на плоскости и геодезическими линиями на поверхности постоянной кривизны. Те и другие, совпадая при наложении в двух своих точках, совпадают на всем своем протяжении. «Из этого следует, — пишет Бельтрами,— что кроме случаев, в которых это свойство подчинено ограничению, теоремы планиметрии, доказываемые для фигур на плоскости посредством принципа наложения и постулата о прямой, имеют место равным образом для фигур, образованных аналогично геодезическими линиями на поверхности постоянной кривизны» [18].

Далее Бельтрами указывает на исключения, ограничивающие данную аналогию. В случае поверхностей положительной постоянной кривизны две точки не определяют геодезическую линию, когда эти точки диаметрально противоположны,— известно, что все меридианы сферы пересекаются в двух точках — полюсах. Бельтрами находит более полную аналогию, рассматривая поверхности отрицательной постоянной кривизны — псевдосферы.

Основное содержание его работы заключается в доказательстве того, что «теоремы неевклидовой планиметрии, относящиеся к плоским прямолинейным фигурам, необходимо имеют место также для аналогичных геодезических фигур, существующих на псевдосферической поверхности» [19].

После того как это положение доказано, проблема непротиворечивости неевклидовой планиметрии сводится к вопросу о непротиворечивости евклидовой теории поверхности псевдосферы. Если непротиворечива одна, то соответственно должна быть непротиворечива и другая теория.

Использование аналогии в приведенном выше рассуждении можно разбить на два этапа. Вначале обнаруживается взаимно-однозначное соответствие у элементов модели, т. е. псевдосферы и прототипа — плоскости Лобачевского. Соответствующие друг другу элементы модели и прототипа удовлетворяют одним и тем же аксиомам.

Пусть $a_1, \ldots, a_n$ — совокупность теорем, определяющих отношения элементов на псевдосфере; $b_1, \ldots, b_n$ — совокупность теорем плоскости Лобачевского. Те и другие вытекают из одного и того же набора аксиом: $c_1, \ldots, c_k$.

---

[18] Э. Бельтрами. Опыт интерпретации неевклидовой геометрии.— Сб. «Об основаниях геометрии». М., 1956, стр. 182.
[19] Там же, стр. 192.

В модели множество теорем непротиворечиво: $\dot{D}\ (a_1, \ldots$ $\ldots, a_n)$. Следовательно, оно будет непротиворечиво также и в прототипе.

Вывод производится по схеме:

$$c_1, \ldots, c_k \to [(a_1, \ldots, a_n) \& (b_1, \ldots, b_n)] \vdash \frac{\dot{D}(a_1, \ldots, a_n)}{\dot{D}(b_1, \ldots, b_n)}. \qquad \text{(XLVII)}$$

Переменные этой схемы, в отличие от предшествующих схем, носят не предметный, а пропозициональный характер. Здесь мы имеем одну из разновидностей логической аналогии (формула XIII). Сущность ее заключается в переносе некоторого отношения с одних положений на другие на том основании, что те и другие являются логическими следствиями одних и тех же положений.

Тождественность аксиом $c_1, \ldots, c_k$ для модели и прототипа является, в свою очередь, также результатом вывода по аналогии, на этот раз типа изоморфизма (формула XXVII).

Бельтрами стремился обеспечить однозначность соответствия элементов прототипа и модели и тем самым тождественность аксиом, определяющих соотношения на них. Однако позднее Гильбертом было показано, что такое соответствие имеет место не для всей плоскости Лобачевского [20].

Впоследствии Клейном, Пуанкаре и другими были построены новые модели планиметрии Лобачевского, в которых более строго выполняется приведенное выше условие [21].

Недавно оригинальная модель плоскости Лобачевского была построена югославским математиком Д. Банушей [22]. Эти модели весьма отличны друг от друга по

---

[20] См.: Д. Гильберт. О поверхностях постоянной гауссовой кривизны.— Сб. «Об основаниях геометрии». М., 1956.

[21] См., напр: Б. Н. Делоне. Краткое изложение доказательства непротиворечивости планиметрии Лобаческого. М., 1953; Н. А. Широков. Краткий очерк основ геометрии Лобачевского. М., 1955; Б. В. Кутузов. Геометрия Лобачевского и элементы оснований геометрии. М.,1950; А. Пуанкаре. Наука и гипотеза. СПб., 1906.

[22] См.: А. Солодовников, Д. Блануша. Новая модель плоскости Лобачевского.— «Математическое просвещение», М., 1960, № 5.

тем геометрическим образам евклидовой геометрии, которые в них используются. Однако, с точки зрения своей логической струтуры, все они эквивалентны друг другу.

Модели самым широким образом применяются не только для обоснования непротиворечивости конкретной математической системы, какой является геометрия Лобачевского, но и в тех случаях, когда речь идет о непротиворечивости формальных дедуктивных систем, аксиомы которых определяют отношения независимо от природы соотносящихся объектов.

§ 6. ТЕОРИЯ ЧИСЕЛ. МЕТОД СРАВНЕНИЙ

Теория чисел — одна из ведущих отраслей математической науки. Среди множества приемов исследования, которые в ней применяются, особое значение имеет метод сравнений. Как отмечает А. Я. Хинчин, можно «без преувеличения считать теорию сравнений (едва ли не единственным) универсальным методом теории чисел» [23].

При делении двух чисел a и b на третье m (модуль) может случиться так, что они дадут один и тот же остаток. В таком случае числа a и b будут называться равноостаточными, или сравнимыми по модулю m. Это соотношение записывается в таком виде: $a \equiv b (\mathrm{mod}\ m)$.

Сравнимые по данному модулю числа обнаруживают целый ряд общих свойств. Например, общий делитель числа a и m вместе с тем будет общим делителем b и m и т. д.

«Сравнимость (т. е. равноостаточность) двух чисел по данному модулю m делает их, как мы видели, в какой-то мере родственными, сходными между собою в их отношении к числу m. Отношение сравнимости есть, таким образом, некое сходство, подобие двух чисел, и установление и использование важнейших свойств этого родственного отношения двух чисел и составляют собою руководящую идею теории сравнения» [24].

Здесь нужно иметь в виду, что указанное сходство существует лишь в отношении к числу m. По отношению к другому модулю это сходство, вообще говоря, исчезает.

Это отличает сравнимость чисел от их равенства, су-

---

[23] А. Я. Хинчин. Элементы теории чисел.— «Энциклопедия элементарной математики», т. I. М.— Л., 1951, стр. 272.

[24] Там же, стр. 273.

ществующего между числами независимо от отношения к какому-либо конкретному объекту.

Однако имеется целый ряд свойств сравнений, подобных соответствующим свойствам равенства. Так, например, два числа, сравнимые с третьим, сравнимы между собой; сравнения можно почленно складывать, как и равенства; слагаемое, стоящее в какой-либо части сравнения, можно переносить в другую часть, переменив знак на обратный, сравнения можно почленно перемножать, обе части сравнения можно возводить в одну и ту жу степень и т. д. [25]

Это означает, что сравнениями можно в известной мере оперировать так же, как равенствами. Однако при делении между тем и другим обнаруживается существенное различие. Числа не всегда останутся сравнимыми, если их разделить на одно и то же число. Но если модулем оказывается простое число, аналогия существует и в этом отношении. «...В случае простого модуля запрещается делить обе части сравнения лишь на такие числа, которые сравнимы с нулем по данному модулю. Но числам, сравнимым с нулем по данному модулю, в теории равенств по аналогии соответствует обыкновенный нуль, деление на который ведь также запрещается. Таким образом, мы видим, что в этом вопросе, как и во многих других, сравнения по простому модулю ведут себя в точности аналогично равенствам» [26].

Итак, мы видим, что важнейший метод теории чисел, метод сравнений, целиком основан на использовании аналогии. Это аналогия того же самого логического типа, что и та, которая описывается формулой XLII. То отношение, которое выражается аксиомами равенств и сравнений, одинаково в обоих случаях. Это дает основание говорить об одинаковости любых отношений в модели и прототипе.

§ 7. ВЫСШАЯ АЛГЕБРА

В высшей алгебре самое широкое применение нашла аналогия типа изоморфизма. В связи с этим нужно иметь в виду, что слово «изоморфизм» употребляется в качестве технического термина высшей алгебры. Значе-

---

[25] См.: И. М. Виноградов. Основы теории чисел. М. —Л., 1952, стр. 42—43.

[26] «Энциклопедия элементарной математики», т. I, стр. 276—277.

ние этого термина не совпадает с тем значением, в котором выше говорилось об изоморфизме. Но и в рамках самой высшей алгебры термин «изоморфизм» в различных случаях определяется различным образом. Как будет ясно из нижеследующего, разнообразие пониманий этого термина в алгебре отражает многообразие частных случаев применения общелогического понятия изоморфизма.

Первоначально понятие изоморфизма было сформулировано в теории групп [27]. Изоморфизм двух групп выражается, например, с помощью следующего определения: «Группы G и G^1 называются изоморфными, если между ними можно установить такое взаимно-однозначное соответствие, при котором для любых элементов a, b из G и соответствующих им элементов a', b' из G' произведению ab соответствует произведение $a'\,b'$» [28].

Аналогичное определение дается для изоморфизма колец. Различия здесь связаны с тем, что в кольце определена не одна операция, как в группе, а две, которые условно называются суммой и произведением. Кольца L и L' называются изоморфными, если между ними можно установить такое взаимно-однозначное соответствие, при котором для любых элементов a, b из L и соответствующих им элементов a', b' из L' сумме $a+b$ соответствует сумма $a'+b'$, а произведению ab соответствует произведение $a'b'$» [29].

Понятия группы и кольца находят свое обобщение в понятии алгебры. Если в группе имеет место одна операция, а в кольце две, то в алгебре определено, вообще говоря, любое множество операций. Соответствующим образом обобщается и понятие изоморфизма. «Под изоморфизмом между двумя алгебрами, допускающими одни и те же операции (например, между двумя группами или двумя кольцами), мы понимаем взаимно-однозначное соответствие элементов, которое сохраняет все операции» [30].

Иной характер имеет понятие изоморфизма частично упорядоченных множеств. В каждом таком множестве определена не операция, а отношение частичного упоря-

---

[27] Н. Бурбаки. Очерки по истории математики. М., 1963, стр. 34—35.
[28] А. Г. Курош. Курс высшей алгебры. М.—Л., 1952, стр. 313.
[29] Там же, стр. 30.
[30] Г. Биркгоф. Теория структур. М., 1952, стр. 7.

дочивания, существующее между любыми двумя элементами множества. Это отношение обозначается символом $\leqslant$, который может интерпретироваться как «меньше или равно», «содержится в», «предшествует» и т. д.

«Пусть между частично упорядоченными множествами M и M' установлено взаимно-однозначное соответствие φ

$$a\varphi = a'; \quad a \in M; \quad a' \in M'.$$

Если из $a \leqslant b$, где a, $b \in M$, всегда следует $a\varphi \leqslant b\varphi$ и обратно, то φ называется изоморфизмом между M и M', а сами множества M и M' — изоморфными частично упорядоченными множествами» [31].

В случае частично упорядоченных множеств большое значение имеет порядок, в котором берутся сопоставляемые элементы. В связи с этим определяется понятие инверсного изоморфизма. «Частично упорядоченные множества M и M' называются инверсно изоморфными, если одно из них изоморфно другому, взятому с обратной частичной упорядоченностью» [32].

В частично упорядоченном множестве рассматривается по сути дела одно отношение между элементами — частичного упорядочивания. Но может быть задано множество с целой системой отношений. В таком случае определение изоморфизма обобщается так же, как оно обобщалось при переходе от групп и колец к алгебрам. Общее понятие изоморфизма множеств разными авторами определяется, на наш взгляд, существенно различным образом. Так в «Энциклопедии элементарной математики» пишется: «Два множества M и M', в каждом из которых определены отношения элементов, образующие некоторую систему отношений, называются изоморфными (запись $M \cong M'$) относительно данной системы отношения (короче, просто изоморфными), если между ними существует взаимно-однозначное соответствие, сохраняющее все отношения системы S, то есть такое, что если любые элементы M находятся в любом из отношений системы S, то соответствующие им элементы M' находятся в том же отношении, и обратно» [33].

---

[31] А. Г. Курош. Лекции по общей алгебре. М., 1962, стр. 20.
[32] Там же, стр. 21.
[33] «Энциклопедия элементарной математики», ч. I. М.— Л., 1951, стр. 121—122.

«Большая Советская Энциклопедия» дает другое определение: «Пусть даны две системы объектов S и S', причем в первой определены отношения

$$F_k(x_1, x_2, \ldots) \quad k = 1, 2, \ldots, n,$$

а во второй — отношения:

$$F'_k(x'_1, x'_2, \ldots) \quad k = 1, 2 \ldots, n.$$

Системы S и S' с указанными в них отношениями называются изоморфными, если их можно поставить в такое взаимно-однозначное соответствие $x' = \varphi(x)$, $x = \psi(x')$ (где x — произвольный элемент S, а x' — произвольный элемент S'), что из наличия $F_k(x_1, x_2, \ldots)$ вытекает $F_k'(x'_1, x'_2, \ldots)$, и наоборот» [34].

Принципиальное различие между обоими определениями заключается в том, что в то время как в одном из них требуется совпадение отношений между соответствующими элементами, другое предполагает лишь соответствие этих отношений. Первое условие и соответствующее ему определение можно назвать сильным в отличие от второго — слабого.

Для того чтобы воспользоваться сильным определением, нужно уже знать заранее, что отношения в сравниваемых системах тождественны. Иными словами, нужно знать то, что является результатом умозаключения по аналогии. В связи с этим определение такого типа в принципе не годится для выяснения оснований соответствующего вывода по аналогии.

Иной характер имеет слабое определение. Здесь не требуется знание тождественности отношений. Вместо этого достаточно установить взаимно-однозначное соответствие между отношениями. Решение такой задачи обычно не вызывает больших затруднений.

Различие между слабыми и сильными определениями изоморфизма имеет место и применительно к алгебрам. Приведенное выше определение изоморфизма алгебр, данное Биркгофом, является сильным, поскольку предполагает сохранение операций, т. е. их тождественность в обоих сравниваемых алгебрах. В то же время в определениях изоморфизма групп и колец Курошем имеет значе-

[34] Б. С. Э. Изд. 2. Статья «Изоморфизм».

ние лишь соответствие операций. Математики обычно не обращают внимания на различие между сильными и слабыми определениями изоморфизма, поскольку молчаливо предполагается, что взаимно-однозначное соответствие операций или отношений дает основание считать их тождественными.

Все изоморфные друг другу группы отождествляются, несмотря на различия их элементов. Они рассматриваются как одна и та же абстрактная группа, поскольку задачей теории групп является изучение свойств операций, а эта операция предполагается одной и той же во всех изоморфных группах. То же самое говорится о кольцах и других типах алгебр. Аналогичным образом отождествляются изоморфные частично упорядоченные и другие типы множеств.

Таким образом, получается, что при установлении изоморфизма математики пользуются слабым определением, но затем оперируют этим понятием так, как если бы оно имело сильное определение.

Остановимся на вопросе о соотношении изоморфизма множеств с определенными на них отношениями и множеств с определенными на них операциями, таких, как группы, поля и т. д. Иногда между тем и другим не усматривается существенного различия. Так, например, Ван дер-Варден пишет: «Пусть даны два множества $\mathfrak{M}$, $\overline{\mathfrak{M}}$, в каждом из которых определены некоторые соотношения между элементами. Например, множества $\mathfrak{M}$, $\overline{\mathfrak{M}}$ могут быть группами, а соотношениями служить равенства $a \cdot b = c$, существующие в силу наличия групповой операции; либо, скажем, множества упорядочены, и рассматриваемые соотношения суть не равенства $a > b$.

Если эти множества так взаимно-однозначно отобразить одно на другое, чтобы определенные в них соотношения при отображении не нарушились, т. е. если каждому элементу a из $\mathfrak{M}$ можно взаимно-однозначно отнести элемент $\bar{a}$ из $\overline{\mathfrak{M}}$ так, чтобы соотношения, существующие между любыми элементами a, b из $\mathfrak{M}$, имели место и между соответствующими элементами $\bar{a}$, $\bar{b}$,..., и обратно,— то эти множества называют изоморфными относительно рассматриваемых соотношений [35].

---

[35] Ван дер-Варден. Современная алгебра. М.— Л., 1947, стр. 44.

Как мы видим, Ван дер-Варден дает «сильное» определение изоморфизма, требующее не только соответствия, но тождества отношений в сравниваемых системах. Это определение он в равной мере распространяет как на множества с отношениями, так и на множестве с операциями, рассматривая вторые как простые частные случаи первых.

В более современной литературе имеет место противопоставление тех и других. Так, например, А. И. Мальцев строго различает операцию и отношение (предикат): «N-членной (n-арной) операцией на множестве $\mathfrak{M}$ называется функция от n-аргументов, значения которой принадлежат этому же множеству.

n-местным (n-арным или n-членным) предикатом на $\mathfrak{M}$ называется n-арная функция, определенная на $\mathfrak{M}$, значения которой принадлежат особому двухэлементному множеству. Элементы последнего множества называются истиной и ложью и обозначаются И и Л.

Если P — n-членный предикат на $\mathfrak{M}$, $a_1,\ldots,a_n \in \mathfrak{M}$ и $P(a_1,\ldots, a_n) = U$, то говорят, что элементы $a_1,\ldots, a_n$ находятся в отношении P»[36].

В соответствии с различием операции и предиката различаются алгебры и модели. «Множество $\mathfrak{M}$, снабженное конечной системой операций $f_1,\ldots, f_s$, расположенных в определенном порядке, называется алгеброй. Множество $\mathfrak{M}$, снабженное конечной последовательностью предикатов $P_1,\ldots, P_n$, называется моделью»[37].

Однако, несмотря на эти различия, между операцией и отношением имеет место строгое соответствие, позволяющее заменять исследование одного исследованием другого.

«Пусть $f(x_1,\ldots, x_n)$ — операция, определенная на множества $\mathfrak{M}$. Вводим на $\mathfrak{M}$ предикат $F(x_1,\ldots, x_n, x)$, полагая по определению $x = f(x_1,\ldots, x_n)$. Предикат F называется предикатом, отвечающим операции f. Зная F, мы знаем f, и поэтому изучение операций можно рассматривать как изучение предикатов определенного частного вида»[38].

На этом основании мы можем заменить операции ал-

---

[36] А. И. Мальцев. Некоторые вопросы современной теории классов моделей. Новосибирск, 1961, стр. 3.

[37] Там же, стр. 3, 4. Ср. А. И. Мальцев. Алгебраические системы. М., 1970, стр. 42—44.

[38] Там же, стр. 3.

гебры предикатами, и тогда получим модель, отвечающую алгебре или представляющую эту алгебру.

Необходимо отметить, что согласно приведенным определениям операцию никоим образом нельзя рассматривать как частный случай отношения, даже самого специального типа. Это можно было бы сделать лишь тогда, когда во множество, на котором определяются операции алгебры, входили бы в качестве его элементов истина и ложь. Однако подобные алгебры обычно не рассматриваются. В таком случае становится совершенно непонятной возможность рассматривать изучение операций как изучение предикатов частного вида. Здесь нельзя даже воспользоваться понятием изоморфизма и считать, что алгебра изоморфна отвечающей ей модели. Изоморфизм предполагает соответствие отношений, но отношения определены лишь в модели, а не в представляемой ею алгебре.

На наш взгляд, отмеченные трудности связаны с определением отношения в духе концепции Фреге. Критика этой концепции уже дана выше.

Исходя из другого, более широкого понимания отношения как понятия, сопоставляемого вещам и свойствам, можно считать любую функцию частным случаем отношения. Поскольку в определении А. И. Мальцева операция рассматривается как вид функции, то таким образом операция также оказывается отношением. При этом под операцией имеется в виду не само действие, как, например, сложение или умножение, а соотношение между теми вещами, к которым применяется операция, и результатом операции. Именно это отношение и определяет А. И. Мальцев в качестве операции.

Если приведенные соображения справедливы, то становится вполне понятной возможность замены исследования операций исследованием отношений. Все дело в том, что операция сама определена как отношение, и, заменяя операцию предикатом, мы лишь меняем форму выражения этого отношения. Могут возразить, что n-членным операциям алгебры соответствуют $n + 1$-членные отношения модели. Однако при определении членности операции учитываются только объекты, над которыми эта операция производится, и игнорируется результат операции, т. е. значение функции. Это в известной мере произвольно.

При определении членности функции как зависимости значений функции от ее аргументов более логично было бы учитывать не только число аргументов, но и число значений функции. Из сказанного можно сделать вывод, что не существует принципиальной разницы между алгеброй и моделью, поскольку мы не можем выразить свойства операции иначе, чем посредством отношения. Определяя операцию, мы тем самым определяем отношение. Однако отношения в алгебрах имеют свою специфику. Сама возможность введения понятия операции свидетельствует о том, что элементы и отношения алгебры имеют стандартный характер, допуская легкую идентификацию и дифференциацию. Это обстоятельство имеет существенное значение для установления изоморфизма.

В качестве типичного примера изоморфизма алгебр обычно приводится изоморфизм между группой всех действительных чисел с заданной операцией сложения и группой положительных действительных чисел с операцией умножения. Первую группу обозначим $\mathfrak{A}$, вторую $\mathfrak{B}$. Между элементами обеих групп легко устанавливается взаимно-однозначное соответствие, если мы сопоставим числу a из $\mathfrak{A}$ число $b = k^a$ из $\mathfrak{B}$ (где $k > 1$). Обратно, b сопоставляется $a = \log kb$. В таком случае сумме $a_3 = a_1 + a_2$ будет соответствовать произведение $b_3 = b_1 \cdot b_2$, соответствующих чисел другой группы.

Соответствующие друг другу отношения в изоморфных алгебрах отождествляются. Основанием такого отождествления служит взаимно-однозначный характер коррелятов. Точнее говоря, само взаимно-однозначное соответствие выступает в качестве коррелятов между элементами сравниваемых систем. Это отношение имеет место для всех элементов, иными словами, корреляторы для всех элементов одинаковы.

Таким образом, рассмотренные формы использования понятия изоморфизма в высшей алгебре удовлетворяют приведенной выше (формула XXVII) общей схеме вывода по аналогии типа изоморфизма.

Глава
Седьмая

ТЕХНИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ

Выше мы имели дело с аналогиями либо между различными теоретическими построениями, либо между данными, не зависящими от нас реальностями, которые описывались в соответствующих теориях. Конструируемые модели имели чистомысленный, умозрительный характер. Но наряду с ними вполне возможно построение материального объекта, представляющего собой модель интересующего нас явления.

Например, в XVI в. У. Гильберт построил материальную модель Земли — намагниченный железный шар, названный им тереллой, т. е. маленькой землей. Он показал, что магнитная стрелка на поверхности шара ведет себя примерно так же, как и на поверхности Земли. Отсюда вывод — Земля представляет собой колоссальный естественный магнит.

Вывод сделан из общности проявлений к общности причины, т. е. соответствует схеме каузальной аналогии (XIV). Но общность причины не предполагает общность материала модели и прототипа. Поэтому нельзя говорить, что этот опыт «соответствует истинной природе вещей», поскольку «Земля состоит главным образом из железа, никеля и других тяжелых элементов» [1].

Применительно к модели такого типа употребляются термины: «технические, действующие, или материальные модели» [2], «материальные (вещественные и в этом смысле —

---

[1] В. И. Лебедев. Исторические опыты по физике. М.— Л., 1937, стр. 86.

[2] См.: В. А. Штофф. Гносеологические функции модели.— «Вопросы философии», 1961, № 12; В. А. Штофф. Понятие моде-

физические)» [3], «вещественные» [4], «вещественно-технические» [5] и «вещественно-агрегатные» [6].

В дальнейшем такие модели нашли применение главным образом в технике. Поэтому мы будем употреблять термин «техническое моделирование». Не останавливаясь на истории технического моделирования, интересный очерк которого можно найти в работе А. Морозова [7], перейдем сразу к современному этапу.

В настоящее время в технике различают три типа моделей, которые обычно называются геометрическими, физическими и математическими [8].

§ 1. ГЕОМЕТРИЧЕСКИЕ МОДЕЛИ

Геометрические модели «дают внешнее представление натуры и большею частью служат для демонстрационных целей. Они показывают принцип действия, взаимное расположение частей, процесс сборки и разборки, компоновку объекта. Примерами геометрических моделей являются макеты машин и архитектурных сооружений (экспонаты технических выставок или наглядные пособия), демонстрационные схемы технологических процессов и систем диспетчерского управления» [9].

Геометрическая модель представляет собой объект, геометрически подобный своему прототипу. При этом материал, из которого сделана такая модель, не имеет большого значения и определяется соображениями удобства изготовления и сохранения.

ли в современной науке.— «Некоторые вопросы диалектического материализма». Л., 1962. В. А. Штофф. О роли моделей в познании. Л., 1963, стр. 12.

[3] См.: И. Т. Фролов. Гносеологические проблемы моделирования биологических систем.— «Вопросы философии», 1961, № 2.

[4] Ю. А. Жданов. Моделирование в органической химии— «Вопросы философии», 1963, № 6.

[5] См.: И. Б. Новик. Гносеологическая характеристика кибернетических моделей.— «Вопросы философии», 1963, № 8.

[6] См.: В. А. Веников. Некоторые методологические вопросы моделирования.— «Вопросы философии», 1964, № 11, стр. 82.

[7] См.: А. Морозов. Тайны моделей. М., 1955.

[8] См.: И. М. Тетельбаум. Электрическое моделирование. М., 1959, стр. 7.

[9] См. там же.

Геометрическое подобие является, таким образом, основным требованием, предъявляемым к геометрической модели.

Поэтому в данной связи оправдано специальное рассмотрение этого понятия. Это тем более целесообразно, что геометрическое подобие является важной составной частью подобия физических явлений. Последнее можно рассматривать в значительной мере по аналогии с первым, что значительно облегчает понимание многих связанных с ним вопросов.

Понятие подобия в геометрии играет роль, аналогичную понятию равенства, являясь его обобщением. Установление равенства геометрических объектов выполняет важные функции в умозаключениях геометрии, позволяя переносить признаки, присущие одному из объектов, на другой. Например, о длине одной стороны многоугольника или оси эллипса мы можем судить по длине соответствующих элементов у равной им фигуры. Однако для установления равенства геометрических объектов требуется совпадение при наложении всех их элементов — как углов, так и сторон или граней. Не всегда удается свести задачу к рассмотрению объектов, совпадающих всеми элементами. Поэтому ставится задача найти те условия, выполнение которых позволяло бы умозаключать на основании неполного равенства между объектами, на основании совпадения лишь части их элементов (например, углов).

К числу объектов, позволяющих выполнять такие умозаключения, и относятся преимущественно те, которые геометрия называет подобными. Само же подобие является не чем иным, как ослабленным равенством. Если при равенстве мы переносим все признаки, внутренне присущие одному объекту, на другой без изменения, то при подобии сделать этого нельзя. Необходимо установить правила, определяющие возможные при подобии выводы. Этим и занимается соответствующий раздел геометрии. Кроме того, в нем решается важный вопрос о признаках, необходимых и достаточных для подобия. В определении подобия тех или иных геометрических фигур включаются эти признаки. Так, например, говорится, что подобными треугольниками будут называться такие, у которых соответствующие углы равны, а сходственные стороны пропорциональны.

При наличии у треугольников этих признаков или других, из которых они вытекают, т. е. при подобии их, возможно, например, на основании определенного отношения длин сторон в одном треугольнике определить отношение сходственных сторон в другом треугольнике. Таким образом, подобие позволяет делать выводы аналогичные выводам, получаемым при равенстве. Однако «ослабленность» проявляется в том, что, в то время как при равенстве можно определять абсолютную величину сторон, при подобии определяется лишь их отношение.

Признаки подобия треугольников не могут быть механически перенесены на все другие фигуры. Для подобия многоугольников также необходима пропорциональность сходственных сторон, при условии равенства соответствующих углов. Однако эти признаки, необходимые и достаточные для подобия многоугольников, не могут служить для определения подобия криволинейных фигур, хотя бы потому, что последние не имеют ни углов, ни сторон.

Все подобные многоугольники обладают следующим свойством: в том случае, если расположить их один внутри другого так, чтобы соответственные стороны были параллельны друг другу, и затем подвергнуть один из них однородной деформации, т. е. соответственно увеличить или уменьшить каждую из сторон в одно и то же k число раз, но меняя при этом величины углов, то оба многоугольника совпадут друг с другом.

Это свойство подобных фигур можно положить в основу общего определения подобия геометрических объектов, согласно которому *два геометрических объекта считаются подобными, если при соответствующем расположении их можно добиться их совпадения при помощи однородной деформации линейных размеров*, т. е. изменений всех их в одно и то же k число раз. Таким образом определяется подобие как многоугольников, так и криволинейных фигур и тел.

Из общего определения подобия можно вывести, что подобные объекты обладают некоторыми тождественными друг другу элементами. Такими элементами будут именно те, которые определяют геометрическую форму, тип объекта. В случае многоугольников такими «формальными» элементами являются углы. В общем случае они выражаются аналитически формой уравнений, опредляющих геометрическую фигуру или тело. Уравнения, описывающие подобные объекты, отличаются друг от друга лишь численным значением параметров. Именно эта тождественность формы и дает возможность использовать подобие объектов для умозаключений от свойств одного из них к свойствам другого. При этом необходимо прежде всего выяснить, какие свойства объектов определяются сохраняющимися при подобном преобразовании элементами и не зависят от других, например от линейных размеров. Лишь в отношении этих свойств и возможны выводы при подобии.

В случае подобия треугольников такими свойствами являются, например, отношения длин сторон. В общем случае, как это видно из общего определения подобия, ими будут являться свойства, не изменяющиеся при однородной деформации геометрического объекта, т. е. при увеличении или уменьшении всех его линейных размеров в одно и то же число раз. Такая неизменяемость, или инвариантность, означает независимость от абсолютных величин линейных размеров объекта.

Отсюда понятна возможность использования модели геометрически подобной прототипу для выражения особенностей этого прототипа. С логической точки зрения такое использование представляет собой вывод по аналогии.

Структура этого вывода может быть двоякой. Если основанием вывода является тождество одних отношений в сравниваемых системах (например, тождество пространственных отношений между сторонами треугольников, т. е. углов), а с модели на прототип переносятся другие отношения (например, геометрические отношения между величинами сторон этих треугольников), то мы имеем умозаключение, названное выше эмпирической аналогией, или эмпирико-реляционной аналогией (формула VII). Но если отождествление отношений производится на основании взаимно-однозначного соответствия элементов модели и прототипа, то вывод описывается схемой изоморфизма (формула XXVII).

Между обеими формами аналогии имеет место тесная связь. Как мы увидим ниже, условия правомерности аналогии типа изоморфизма могут быть использованы для выяснения правомерности эмпирико-реляционной аналогии.

§ 2. ФИЗИЧЕСКИЕ МОДЕЛИ

Гораздо большее значение, чем геометрические, в современной технике имеют физические модели.

Геометрическая модель изображает прототип не во всем многообразии его свойств, не в любых качественных границах, а в границах чистопространственных. Здесь имеет место аналогия не вообще между вещами, а между особыми типами вещей — телами. Это является существенной ограниченностью геометрических моделей, значительно снижающей ценность выводов, получаемых с их помощью.

В противовес этому в физических моделях вещь понимается в более общем, качественном смысле. Здесь вместо геометрического определяющую роль играет физическое подобие явлений. Так же, как и геометрическое, такое подобие можно рассматривать как вид ослабленного равенства, когда физические явления тождественны не во всей массе своих элементов, а лишь в некоторых из них. Однако в то время как геометрическое подобие относилось лишь к величинам, являющимся пространственными характеристиками сравниваемых объектов, более общий случай физического подобия относится ко всем величинам, существенным для этих объектов.

«Физически подобными,— пишет А. П. Ваничев,— называются явления, протекающие в геометрически-временных подобных системах при постоянном значении отношений одноименных физических величин в сходственных точках. Такое определение подобия является непосредственным распространением понятия о геометрическом подобии на физические процессы» [10].

Эта формулировка совпадает с формулировкой, приводимой в книге М. В. Кирпичева и М. А. Михеева: «Подобными называются явления, у которых отношение характеризующих их величин есть постоянное число. Понятие подобия механических систем включает в себя прежде всего их геометрическое подобие» [11].

Однако в ряде случаев системы считаются физически подобными даже при отсутствии геометрического подо-

---

[10] А. П. Ваничев. О рассмотрении содержания физического подобия.— «Журн. технич. физики», 1938, т. VIII, вып. 2, стр. 198.

[11] М. В. Кирпичев и М. А. Михеев. Моделирование тепловых устройств. М.— Л., 1936, стр. 9.

бия. Это имеет место тогда, когда удастся скомпенсировать отсутствие тождества пространственных отношений соответствующим изменением отношений между физическими величинами, и наоборот, так что в итоге отношения между этими величинами в сходственных точках пространства будут одинаковыми. Поэтому, как отмечает А. П. Ваничев, «понятие о подобии не обязательно основывать на предпосылке о простом геометрическом подобии. В ряде случаев применение теории подобия может быть значительно расширено путем обобщения понятия о группе подобных явлений, которое может включить в себя явления, протекающие в средах, геометрически не подобных, но находящихся в некоторых более сложных геометрических отношениях» [12].

В понятие физического подобия явлений включается и признак тождественности формы математического описания обоих явлений. Этот признак также можно использовать для определения. Такое определение приводится в работе М. В. Кирпичева и А. А. Гухмана: «Если 1) два явления определяются одним и тем же уравнением и при этом 2) все сходственные величины обеих систем находятся в моноскалярном соотношении, то такие явления называются подобными» [13].

В приведенное определение, как мы видим, не включается признак геометрического подобия систем.

Наиболее полно классическое определение понятия о подобии приведено в статье К. Д. Воскресенского «Обратная теорема теории подобия». В ней в явном виде выражены те признаки, которые лишь подразумевались в предыдущих определениях:

«Группой подобных процессов называют такую совокупность процессов, для *любой* пары A и B которых выполняются следующие три требования:

I. Математические описания процессов A и B отличаются друг от друга только величиной содержащихся в них именованных чисел. При этом предполагается, что оба описания составлены в одной и той же системе координат при помощи одной и той же системы единиц измерения....

---

[12] А. П. Ваничев. О рассмотрении содержания физического подобия.— «Журн. технич. физики», 1938, т. VIII, вып. 2, стр. 198.

[13] М. В. Кирпичев и А. А. Гухман. Математические основы теории подобия. Л., 1928, стр. 2.

II. Сходственные величины $\varphi_{i,j}^A$ и $\varphi_{i,j}^B$ процессов A и B связаны друг с другом преобразованием подобия

$$\varphi_{i,j}^A = C_i \varphi_{i,j}^B.$$

Причем константы подобия C_i ($i = 1,2,\ldots, j$) безразмерны, положительны, вообще говоря, не равны единице, не зависят ни от времени, ни от координат, ни от направления и различны для различных групп однородных величин, а уравнение справедливо как для векторных, так и для скалярных величин....

III. Выбор константы подобия C_i ограничен таким условием. Безразмерное математическое описание процесса A, будучи подвергнуто преобразованию (5), превращается в безразмерное математическое описание процесса B, не содержащее констант подобия»[14].

Если процессы в двух объектах физически подобны друг другу, то один из них может выступать в качестве физической модели другого. Другой объект — прототип в нашей терминологии — называется в советской технической литературе «образцом», «оригиналом» или просто «объектом».

В этой связи моделирование физического явления определяется как «осуществление явления, подобного образцу. Иными словами, моделирование — это осуществление такого явления, в котором поля всех физических переменных подобны полям соответствующих переменных в моделируемом явлении»[15].

При этом прототип не обязательно должен существовать реально до построения модели. Модель может существовать одновременно с прототипом, и так бывает в случае натурного моделирования, имеющего особенно большое значение в геологии. Здесь модель не создается человеком, она ищется в природе. Так, труднодоступный участок берега Тихого океана может быть моделирован с помощью участка берега Черного моря. По поведению

---

[14] К. Д. Воскресенский. Обратная теорема теории подобия.— Сб. «Теория подобия и моделирование». М., 1951, стр. 32—34; см. также: он же. Сборник задач по теплопередаче. М., 1951, стр. 105.

[15] Л. С. Эйгенсон. Моделирование. М., 1951, стр. 70.

основательно изученной модели судят о будущем прототипе [16].

Во многих случаях модель создается до построения образца и служит прообразом будущих физически подобных ей образцов. Таким образом, экспериментом на модели можно заменить исследование не только трудно поддающихся такому эксперименту, хотя и существующих объектов, но даже таких объектов, которые находятся лишь в проекте. Благодаря этому можно вносить изменения в конструкцию этих объектов еще до их создания. Так применяются, например, модели при проектировании плотин и каналов, большинство результатов сооружения которых можно предвидеть лишь при помощи моделей.

С логической стороны различие между физическим и геометрическим моделированием несущественно. В обоих случаях имеет место эмпирико-реляционная аналогия или же аналогия типа изоморфизма. Отличие заключается лишь в типе соответствующих друг другу элементов. Геометрическую модель можно рассматривать как особый, выродженный случай физической модели. Блгодаря этому переход от геометрического к физическому моделированию представляет собой применение аналогии, описанной формулой XXIII.

Но такую аналогию можно применить и дальше. Само физическое моделирование является особым, частным случаем математического моделирования, так же как геометрическое моделирование — частный случай физического.

§ 3. МАТЕМАТИЧЕСКИЕ МОДЕЛИ

При физическом моделировании предполагается, что модель и прототип представляют собой объекты одинаковой физической природы, т. е. движение жидкости моделируется движением жидкости, электрический ток электрическим же током и т. д.

---

[6] См.: Л. Б. Розовский. Опыт применения теории физического подобия в инженерной геологии. «Геология и разведка», 1964, № 4; В. А. Веников. Некоторые методологические вопросы моделирования.— «Вопросы философии», 1964, № 11, стр. 82; Л. Б. Розовский. Введение в теорию геологического подобия и моделирования. М., 1969.

Однако вполне возможно моделировать явление одной природы явлениями совсем другой природы, например течение жидкости — током, движение небесных светил — крутильными колебаниями вала многоцилиндрового двигателя дизеля, движение вод в песках — теплопередачей [17] и т. д.

Такого типа моделирование носит (не вполне удачное) название математического метода, или «*метода аналогии*». Аналогия отличается от подобия или модели в узком смысле этого слова именно тем, что она не предполагает тождественности физической природы сравниваемых объектов.

Однако с формальной стороны между тем и другим много общего. Аналогия обычно определяется следующим образом:

«Если два физических явления различной природы протекают в геометрически подобных системах и при этом поля соответствующих этим явлениям переменных (например θ и C) в геометрически соответственных точках, т. е. при

$$\frac{x_1}{x_2} = \frac{y_1}{y_2} = \frac{z_1}{z_2} = \frac{l_1'}{l_2'} = \frac{l_1''}{l_2''} = \ldots = \frac{l_1^i}{l_2^i} = C_l,$$

в сходственные моменты времени, т. е. при

$$\frac{\Gamma_1'}{\Gamma_2'} = \frac{\Gamma_1''}{\Gamma_2''} = \ldots = \frac{\Gamma_1^m}{\Gamma_2^m} = C_\Gamma$$

удовлетворяют условию $\frac{\theta'}{C'} = \frac{\theta''}{C''} = \ldots = \frac{\theta^m}{C^m} = C_{C,\,\theta}$, то говорят об аналогии рассматриваемых явлений и об аналогии полей соответствующих физических переменных» [18].

Величины θ и C, находящиеся во взаимно однозначном соответствии, носят название *аналогов*.

Нетрудно заметить сходство между определяемым таким образом понятием аналогии и понятием подобия. Однако в то время как в подобных системах отношения соответствующих величин, вследствие их однородности,

---

[17] См., напр.: Н. Н. Сунцов. Методы аналогии в аэрогидродинамике. М., 1958, стр. 8—10.

[18] Л. С. Эйгенсон. Моделирование, стр. 65.

представляют собой величины безразмерные, поскольку размерности обоих членов отношения сокращаются $\left(\frac{\theta'}{C'} = k\right)$, в случае аналогии они имеют определенную размерность, вычисляемую на основании размерности обеих соотносящихся величин [19].

Поэтому преобразования $\theta = C_{\theta c} C$ нельзя рассматривать как простые масштабные преобразования, поскольку в результате простого изменения масштабов мы не выходим за пределы величин одной и той же природы. Однако если отвлечься от размерностей и иметь в виду лишь численные значения величин независимо от их природы, то эти преобразования можно рассматривать как масштабные.

Подобие явлений можно рассматривать как частный случай аналогии. В самом деле, в приведенном определении под величинами θ и C можно понимать любые величины, в частности C может быть одной природы с θ. В таком случае $\frac{\theta'}{C'}$ будет равняться безразмерной величине — коэффициенту k, и аналогия превращается в подобие.

При $k = 1$ подобие превращается в тождество. Таким образом, понятие аналогии является обобщением понятия подобия, так же как последнее представляет собой обобщение понятия тождества.

Интересен вопрос о форме уравнений, описывающих аналогичные явления. Ясно, что в том частном случае, когда численное значение всех коэффициентов $C^i_{\theta c}$ равно 1, уравнения будут тождественны по своей форме, отличаясь лишь физической природой входящих в их состав величин. Это следует из того, что

$$\theta' = C'_{\theta C} C'; \quad \theta'' = C''_{\theta C} C'', \ldots, \ \theta^i = C^i_{\theta C} C^i$$

при

$$C'_{\theta c} = C''_{\theta C} = \ldots = C^i_{\theta c} = 1$$

дает

$$\theta' = C', \ \theta'' = C'', \ldots \ \theta^i = C^i,$$

---

[19] Если только не считать того случая, когда эти величины, несмотря на свою различную природу, являются одноименными, т. е. имеющими одинаковую размерность. Например, коэффи-

т. е. если речь идет о численном значении величин, то в уравнениях величины θ можно заменять их аналогами C и наоборот, не меняя отношений между величинами, входящими в уравнение.

В этом случае говорят об аналогичности уравнений. Например, уравнение теплопроводности $dq = -\alpha \operatorname{grad} \times \theta df d\tau$, где θ — температура, α — коэффициент теплопроводности, dq —количество тепла, проходящего за время $d\tau$ через площадку df, будет аналогично уравнению диффузии

$$dm = -k \operatorname{grad} C df d\tau,$$

где C — концентрация, k — коэффициент диффузии, dm— масса, диффундирующая через df за $d\tau$.

Однако в более общем случае, когда $C'_{\theta C} \neq \ldots \neq C^{i}_{\theta C} \neq 1$ нельзя ожидать, что тождественность формы уравнений будет обеспечена автоматически, самим существованием преобразований $\theta = cC$.

Аналогии имеют ряд преимуществ по сравнению с моделями в узком смысле. Как отмечает Л. И. Гутенмахер, «метод моделирования, основанный на опытах с моделями одной физической природы с образцом, обладает существенными недостатками, а иногда совершенно неприменим. Недостатки этого метода состоят в том, что изготовление моделей занимает часто много времени, стоимость моделей обычно очень велика, а главное, методы измерения искомых величин большей частью грубы, неточны и искажают изучаемое явление» [20].

Эти недостатки преодолеваются в аналогиях.

В чисто логическом плане различие между математическим и физическим моделированием столь же несущественно, как и отличие физического моделирования от геометрического. Во всех случаях имеют место одни и те же типы выводов по аналогии.

Очень ясно общность логической основы всех перечисленных видов технического моделирования выражена в следующих определениях, данных У. Карплюсом:

«Две системы являются *аналогичными*, если имеется

циент кинематической вязкости и коэффициент температуропроводности имеют одну и ту же размерность — $м^2/час$.

[20] Л. И. Гутенмахер. Электрические модели. М., 1949, стр. 10.

однозначное соответствие между каждым элементом этих систем, а также между функциями возмущения и реакциями этих элементов и всей системы в целом. Аналогией подобного типа обладает масштабная модель, в которой воспроизводится каждый элемент прототипа, но в измененных размерах....

Более тонким типом аналогии является аналогия между системами, принадлежащими к двум совершенно различным физическим категориям. Аналогия между такими системами часто выражается как подобие между уравнениями, характеризующими эти системы»[21]. Здесь выделяются два основания выводов по аналогии: однозначное соответствие элементов сравниваемых систем и подобие уравнений, которые их описывают. Первое характеризует аналогию типа изоморфизма, второе определяет тождество отношений и тем самым является основанием эмпирико-реляционной аналогии.

Эмпирико-реляционная аналогия представляет собой более общий случай. Однозначность соответствия между элементами сравниваемых систем в техническом моделировании обычно устанавливается на основе подобия отношений. Таким образом, изоморфизм выступает в качестве промежуточного звена эмпирико-реляционной аналогии[22].

---

[21] У. Карплюс. Моделирующие устройства для решения задач теории поля. М., 1962, стр. 31—32.

[22] Подробнее об аналогиях в технике см., напр: Г. Ольсон. Динамические аналогии. М., 1947; А. Уемов. Аналогия в технике. Канд. диссерт. М., 1952; А. Уемов. О достоверности выводов по аналогии.— Сб. «Философские вопросы современной формальной логики». М., 1962; В. А. Веников. Теория подобия и моделирование применительно к задачам электроэнергетики. М., 1966; В. А. Штофф. Моделирование и философия. М, 1966.

Глава
восьмая

АНАЛОГИИ В НАУКАХ КИБЕРНЕТИЧЕСКОГО ТИПА

§ 1. ПРЕДШЕСТВЕННИКИ КИБЕРНЕТИКИ

Приведенный выше пример аналогии между целым рядом совершенно различных по своей физической природе вещей указывает на возможность отождествления отношений в них. Эти отношения можно изучать в качестве особых вещей. Возможно возникновение специальных наук об этих вещах, т. е. наук об отношениях независимо от природы соотносящихся вещей [1]. Логической основой таких наук будут выводы по аналогии.

Попытки создания наук о тех или иных типах отношений имели место давно. Но особенное значение они приобрели в последнее столетие. В качестве одного из примеров можно указать на теорию колебаний. Предмет теории колебаний объединяет разнородные по своей физической природе вещи — вибрации машин и звук, качку корабля и электромагнитные волны. Однако отношения в этих вещах одинаковы. Как отмечает С. М. Рытов, «то, *что* колеблется, — совершенно различно, но самый процесс колебания протекает одинаково».

Таким образом, принцип, по которому выделяется содержание учения о колебаниях, несколько необычный принцип или, по крайней мере, существенно отличный от того, на котором основываются такие области физики, как акустика, оптика, учение о теплоте и т. п.» [2].

---

[1] См.: А. Уемов. Некоторые тенденции в развитии естественных наук и принципы их классификации.— «Вопросы философии», 1961, № 3; А. Поликаров. По някои общи методологически въпроси на природните науки.— «Известия на института по философия», кн. VIII, с. I, София, 1963.

[2] С. М. Рытов. Современное учение о колебаниях и волнах. М., 1951, стр. 9.

С. М. Рытов справедливо отстаивает правомерность метода теории колебаний. Вполне ли законен такой метод исследования в физике? Будут ли иметь эвристическое значение возникающие при этом математические аналогии? С. М. Рытов продолжает: «Чем он оправдан, что он дает для изучения физических явлений?

Это естественно напрашивающиеся вопросы, и их нельзя оставить без ответа.

Относительно законности этого метода можно сказать следующее. Если при изучении природы мы открываем существование объективных закономерностей, общих для совершенно, казалось бы, различных явлений, то нельзя указать решительно никаких обстоятельств, которые препятствовали бы брать за основу именно эту общность закономерностей» [3].

Теория колебаний во многом аналогична статистической физике [4]. Статистическая физика изучает системы, состоящие из очень большого числа одинаковых элементов. Природа этих элементов может быть различна — атомы, молекулы, макроскопические тела, а также различного рода колебания или волны [5].

Однако все эти элементы не выходят за пределы области, изучаемой физикой, как и объекты, исследуемые теорией колебаний. Поэтому статистическая физика и теория колебаний рассматриваются как разделы физики.

Но такое ограничение не вытекает из определения предметов этих наук. Колебания и системы, состоящие из очень большого числа однородных элементов, можно найти не только в области физики. Например, такие системы можно найти в человеческом обществе. Но к человеческому обществу статистическая физика не применяется. Здесь мы имеем сферу применения экономической статистики [6]. С гораздо большим правом термин «общая теория статистики» можно отнести к тому направлению, которое у нас называется математической статистикой,

---

[3] Там же.

[4] См. там же, стр. 9—10.

[5] См.: Я. И. Френкель. Статистическая физика, М., 1948, стр. 5—6.

[6] См. напр.: Т. И. Козлов, В. Е. Овсиенко, Д. В. Савинский, В. И. Смирнский. Курс общей теории статистики. М., 1856; Д. В. Савинский, А. Я. Боярский, Г. Л. Громыко, М. Г. Трудова. Общая теория статистики. М., 1960.

например, к работам К. Пирсона и его школы. Здесь исследуются все «количественные данные, обусловленные многообразным действием многочисленных причин» [7], совершенно независимо от того, относятся ли эти данные к области общественных наук, языкознания, биологии или физики. Иными словами, математическая статистика изучает отношения в большей независимости от конкретной природы соотносящихся объектов, чем статистическая физика.

Это связано с расширением сферы применения вывода по аналогии типа изоморфизма, с помощью которого отождествляются отношения в разнородных, но соответствующих друг другу системах.

Нельзя ли таким же образом расширить сферу объектов, к которым применяются аналогии теории колебаний?

Нельзя ли в этой расширенной сфере установить и другие аналогии, на базе которых можно было бы создать целый ряд наук типа теории колебаний?

В плане ответа на эти вопросы большой интерес представляют работы югославского ученого Пѐтровича. В своей книге «Механика явлений, основанная на аналогиях», он приводит поразительные примеры сходства между различными явлениями природы, такими, как электричество и движение жидкостей, процессы в газах и осмотическое давление и т. д. В связи с этим ставится задача выяснения основания, общего всем этим аналогиям, и выделения элементов, играющих сходную роль в аналогичных явлениях.

«Следующие вопросы, — пишет Пѐтрович, — возникают совершенно естественно: возможно ли каким-либо образом выяснить их (т. е. указанных элементов) функции в том, что их связывает специально с тем или иным явлением, возможно ли представить их в форме, одновременно достаточно простой и общей, так, чтобы они могли быть применены ко всем явлениям, охватываемым одной и той же аналогией? Если эти функции схематизированы таким образом, то можно ли схематизировать также явления той же группы, сведя их к общей схеме, которая соответствует то одному, то другому явлению группы со-

---

[7] Д. Э. Юл, М. Д. Кендол. Теория статистики. М., 1960, стр. 19.

гласно конкретным значениям, которые будут даны разным элементам этой схемы»[8].

Стремясь решить эту задачу, Пѐтрович формулирует понятие группы совершенной аналогии (un groupe d'analogie perfaite), в которую объединяются разнородные явления, описываемые одинаковым уравнением. В качестве примера такой группы приводятся различного рода колебания, для которых имеет место уравнение типа:

$$m \frac{d^2y}{dt^2} + p \frac{dy}{dt} + qy = 0.$$

Символы этого уравнения схематизируют соответствующие друг другу элементы различных по своей физической природе явлений. Так, например, m может быть массой маятника, моментом инерции маятника, коэффициентом самоиндукции или общей массой столба жидкости; q — отношением веса маятника к длине, отношением силы упругости к деформации, величиной обратной емкости, отношением веса столба жидкости к его длине; $m \frac{d^2y}{dt^2}$ — силой инерции, электродвижущей силой индукции и т. д.

Однако, несмотря на разнообразие физической природы явлений, в данном примере они не выходят за рамки физики и того, что изучается в теории колебаний.

Однако в других случаях Пéтрович использует не только физические явления, хотя физика поставляет основной материал для его рассуждений. Например, общее понятие работы автор определяет так: $T = \int_{t_0}^{t} x dq$. Здесь T может быть механической работой, работой сил упругости, а также тем, что автор называет термической, электрической и химической работой. Соответственно x — механическая сила, внешнее давление, абсолютная температура, электродвижущая и химическая силы. В таком случае q — координата, объем энтропии, количество электричества и масса переносимого вещества.

Пѐтрович дает классификацию переменных, выделяет прямые и косвенные причины и выражает общими схемами разные случаи действия причин. Один тип уравнений выражает действие прямой причины, постоянной во

[8] M. Petrovitch. La mecanique des phenomenes fondee sur les analogies. Paris, 1906, p. 5.

времени, другой — действие причины, спонтанно меняющейся во времени, третий — действие причины, зависящей от координаты и т. д. Особо рассматривается одновременное действие двух и трех причин. Автор полагает, что формальная классификация различных типов причинных связей облегчает перенос известных методов отыскания причинных связей с одного явления на другие, аналогичные ему.

Изложенные идеи привели Пѐтровича к мысли о создании на базе аналогии формальной теории явлений — «общей феноменологии» [9]. Эта мысль отчетливо выражена в другой крупной работе Пѐтровича «Общие механизмы разнородных явлений» [10]. Здесь подробно анализируется подобие функций (roles) и подобие хода процессов (resemblances d'allure). Например, выделяются следующие основные типы функций, которые может выполнять тот или иной элемент в сравниваемых системах: а) описания, б) причины, в) связи, г) препятствия, д) среды (Terrain).

Выясняя функции каждого из элементов, можно определить механизм явления, тем самым объяснив его. Важным результатом работы является установление связи механизма явлений с особенностями его протекания.

Установление такой связи позволяет делать достоверный вывод от общности механизмов к общности хода процессов и вероятный вывод в обратном направлении — от общности хода к общности механизмов.

Несмотря на большое количество различных аналогий, используемых Пѐтровичем при построении своей теории, большинство из них принадлежит к одному логическому типу — аналогиям типа изоморфизма (XXVII). Кроме них, существенное значение имеет функциональная аналогия — от сходства функций к сходству структуры (V), (VI). Понятие структуры конкретизируется в том, что Пѐтрович называет механизмом, а «ход процесса» уточняет понятие функционирования.

Другой заслуживающей внимания попыткой построения общей формальной теории разнородных явлений на базе аналогий между ними является «Всеобщая организационная наука (тектология)» А. Богданова.

---

[9] См.: M. Milankovitch. Notice sur les travaux scientifiques de Mishel Petrovitch. Paris, 1922.

[10] См. M. Petrovitch. Mecanismes Communs aux phenomenes disparates. Paris, 1922.

Известно, что В. И. Ленин подверг резкой и справедливой критике философские взгляды Богданова периода реакции после поражения революции 1905 г. Однако В. И Ленин подчеркивал вместе с тем факт философской эволюции А. Богданова и высоко ценил те его положения, которые являлись правильными [11].

Идеалистические установки А. Богданова в значительной мере сохранились и во время написания им «Тектологии». Они оказали серьезное отрицательное влияние во многих отношениях.

Однако на этом основании нельзя отбрасывать конкретное научное содержание тектологии, так же как нельзя отбрасывать теорию относительности, квантовую механику или кибернетику, исходя из ошибочности философской позиции Эйнштейна, Бора, Гейзенберга или Винера.

Серьезной критики тектологии с точки зрения современной ступени развития науки и диалектического материализма до сих пор не было. Не входит она в задачу и настоящей работы, цель которой в данном случае заключается в выяснении логической структуры выводов по аналогии, на базе которых строятся обобщенные теории.

А. Богданов исходит из того, что проблемы легче решаются, будучи сформулированы в общей форме: «Весь опыт науки убеждает нас, что возможность и вероятность решения задач возрастает при их постановке в обобщенной форме. Если бы вопрос о расстоянии, положим, от Земли до Луны решался только как самостоятельный, частный вопрос, он, конечно, до сих пор не нашел бы себе ответа» [12].

Но почему это так? На наш взгляд, причина здесь заключается в том, что речь идет о познании отношения. Отношение же легче познается тогда, когда его рассматривают как особый предмет, в отвлечении от тех конкретных вещей, между которыми оно существует.

Первой фазой такого отвлечения является отождествление отношений, существующих в различных по своей физической природе системах объектов, т. е. особый тип выводов по аналогии.

---

[11] См.: В. И. Ленин. Полное собрание сочинений, т. 18, стр. 45, 243.

[12] А. Богданов. Всеобщая организационная наука (тектология), ч. I. М.—Л., 1925, стр. 3.

А. Богданова интересуют те отношения, которые он называет организационными. По его мнению, «всякая задача может и должна рассматриваться как *организационная*; таков именно их всеобщий и постоянный смысл.

«Какова бы ни была задача — практическая, познавательная, эстетическая, она слагается из определенной суммы *элементов*, ее «данных»; самая же ее постановка зависит от того, что наличная комбинация этих элементов не удовлетворяет то лицо или коллектив, который выступает как действенный субъект в этом случае. «Решение» сводится к новому сочетанию элементов, которое «соответствует потребности» решающего, его «целям», принимается им как «целесообразное». Понятия же «соответствие», «целесообразность» — всецело *организационные*, а это значит выражающие некоторое повышенное, усовершенствованное соотношение, подобное тем, какие характеризуют организмы и организации, соотношение, «более организационное» с точки зрения субъекта, чем то, какое имелось раньше»[13].

А. Богданов здесь говорит об организационной деятельности субъекта, но в другом плане его теорию можно рассматривать как учение об особом классе вещей — «организаций».

В отличие от Пѐтровича, который сознательно использует аналогии при построении своей теории, А. Богданов относится к аналогиям пренебрежительно. Мало того, он, критикуя Пѐтровича, связывает использование аналогии с... буржуазной ограниченностью: «Классам с частично-организаторскими тенденциями, классам, воспитанным на анархии производственных отношений, тектологическая точка зрения чужда. Однако организационные закономерности существуют, конечно, в их опыте и не могут вполне ускользать от исследования их учеными и мыслителями. Но их мышление не может понимать эти закономерности как структурно-организационные, а воспринимает их только как аналогии соотношений, формул, механизмов в разных областях явлений. Оно способно создать не тектологию, а только учение об аналогиях»[14].

---

[13] А. Богданов. Всеобщая организационная наука (тектология), ч. I, стр. 5.

[14] А. Богданов. Всеобщая организационная наука (тектология), ч. III. М.— Л., 1929, стр. 186.

Здесь мы видим яркий пример отрицательного влияния вульгаризации марксистской точки зрения на науку.

На практике, конечно, понять какие-либо закономерности как структурно-организационные можно было лишь на базе использования аналогии. Вопрос об аналогиях возникает сразу же, как только ставится задача обоснования тех или иных тектологических положений. По мнению А. Богданова, такое обоснование может быть получено с помощью так называемых организационных экспериментов. В качестве одного из примеров приводятся опыты Кванке и Бючли с «искусственными клетками». Будучи составлены из коллоидных смесей, по своему физическому строению они соответствуют живой протоплазме. Но химический состав в обоих случаях различен. В таких клетках удавалось воспроизводить важнейшие двигательные реакции одноклеточных организмов: передвижение посредством ложноножек, захватывание твердых частиц, копуляцию и т. д.

«К какой области науки следует отнести эти опыты, — спрашивает А. Богданов, — к биологии? Но ее предмет — живые тела, жизненные явления, которых здесь нет. К физике коллоидных тел? Но весь смысл и цель опытов лежат вне ее задачи: дело идет о новом освещении, новом истолковании процессов жизни. Ясно, что опыты эти принадлежат той науке, задачи и содержание которой охватывают одновременно то и другое, — науке об общем строении живого и неживого в природе, об основах организации всяких форм» [15].

Другими примерами «организационных экспериментов» служат опыты Плато, воспроизводящие в жидкости картину колец Сатурна, опыты Майера, в которых условия равновесия электронов в атоме выясняются с помощью, электромагнита, и гидродинамические модели Бьеркнеса, воспроизводящие свойства электрических полюсов и токов.

Совершенно очевидно, что здесь речь идет об аналогиях. По своей логической структуре и познавательной роли они относятся к тому же классу, к которому принадлежат иллюстративные аналогии Максвелла (формула XXIX). Однако в то время как Максвелл конструировал мыслен-

---

[5] А. Богданов. Всеобщая организационная наука (тектология), ч. I, стр. 106.

ные модели, в приведенных А. Богдановым случаях имеет место воспроизведение отношений, являющихся предметом исследования, в материальном объекте. Поэтому они и носят характер экспериментов.

Интересно отметить ряд других аналогий, использованных А. Богдановым. Например: «Машины же, высший тип орудий, разделением функций своих частей нередко до крайности напоминают живой организм; особенно таковы механизмы автоматические, и тем более —механизмы, пока еще редкие, автоматически регулирующиеся: напр., подводная самодвижущаяся торпеда, с ее сложным двигателем, ее рулями глубины и направления и пр. Можно сказать, что машина, продукт наиболее сознательных форм творчества, строится человеком все в большей степени по его образу и подобию, — недаром она во все большем числе случаев заменяет его рабочую силу» [16].

Анализ автоматического регулирования приводит к необходимости введения двух довольно простых организационных понятий. Первое из них весьма обычно — «регулятор». Это приспособление, которое служит для того, чтобы поддерживать какой-нибудь процесс на определенном уровне.

«...Второе понятие — производное от первого, но сложнее—*бирегулятор*, т. е. «двойной регулятор». Это такая комбинация, в которой два комплекса взаимно регулируют друг друга. Напр., в паровой машине может быть устроено так, что скорость хода и давление пара взаимно регулируют друг друга: если давление поднимается выше надлежащего уровня, то возрастает и скорость, а зависящий от нее механизм тогда уменьшает давление, и обратно. В природе бирегуляторы встречаются нередко; пример — хотя бы знакомая нам система равновесия «вода—лед» при 0°» [17].

Идею бирегулятора А. Богданов считает основной мыслью своего понимания механизма ассимиляции [18].

Логический анализ приведенных аналогий будет дан ниже в связи с кибернетикой, которая вновь сформули-

---

[16] А. Богданов. Всеобщая организационная наука (тектология), т. II. М.— Л., 1927, стр. 27—28.
[17] Там же, стр. 120.
[18] См. там же, стр. 123.

ровала эти мысли. Но системы с бирегуляторами называются в кибернетике системами с обратной связью, а «основная мысль понимания механизма ассимиляции» — основной гипотезой кибернетики [19] или «тем фундаментальным принципом, на котором выросла кибернетика как оригинальное научное направление» [20]. Организационный эксперимент сейчас был бы назван «кибернетическим экспериментом».

Сказанное, разумеется, не означает, что в «тектологии» А. Богданова уже содержалась вся кибернетика. Однако ее с полным правом можно отнести к числу предшественниц кибернетики.

§ 2. КИБЕРНЕТИКА

Первой обобщающей теорией, решительно вышедшей за рамки традиционных наук и тем не менее завоевавшей почти всеобщее признание, была кибернетика. Здесь предметом исследования является отношения управления и коммуникации. Возникновение новой науки было связано с пониманием «принципиального единства ряда задач, в центре которых находились вопросы связи, управления и статистической механики и притом как в машине, так и в живой ткани» [21].

«Было решено назвать всю теорию управления и связи в машинах и живых организмах *кибернетикой*, от греческого слова κυβερνήτης, т. е. кормчий» [22]. В дальнейшем сфера применения кибернетики была естественно расширена на все те объекты, в которых имело место исследуемое отношение управления и связи (более точный перевод—коммуникации), т. е. на языкознание, социологию и т. д. [23]

Вопрос об определении предмета кибернетики вызвал оживленную дискуссию. В ходе этой дискуссии дава-

---

[19] См.: J. O. Wisdom. The hypothesis of cybernetics.— «The Brit. Journal for the Philos. of Sc.», vol. 11, № 5, May 1951, p. 5.
[20] П. К. Анохин. Теория функциональной системы как предпосылка к построению физиологической кибернетики.— «Биологические аспекты кибернетики». М., 1962, стр. 75.
[21] Н. Винер. Кибернетика. М., 1958, стр. 23.
[22] Там же.
[23] См.: там же.

лись самые различные формулировки. Одни из них определяют предмет кибернетики через теорию информации [24]. При этом возникают трудности либо в связи с сужением предмета кибернетики [25], либо в связи с определением понятия информации, которое оказывается или слишком широким, или содержащим круг [26].

А. Марков определяет кибернетику как общую науку о причинных сетях [27]. С точки зрения Г. Клауса, «кибернетика есть теория связей возможных динамических саморегулирующихся систем со своими подсистемами» [28]. Ласло Кальмар расширяет предмет кибернетики, сближая его со всеобщей организационной наукой.

«Кибернетика имеет дело прежде всего со всеобщими закономерностями организации материальных систем и переработкой информации внутри этих систем, особенно в целях управления и регулирования, которые имеют значение независимо от специфической формы движения материи» [29].

На наш взгляд, эти разногласия не имеют принципиального значения. Можно изучать часть того, что стремились исследовать Н. Винер и его коллеги, можно изучать больше этого. Будет ли при этом использован термин «кибернетика» — неважно.

Но нужно иметь в виду, что сущность кибернетического подхода заключается в исследовании определенных отношений независимо от материальной природы соотносящихся элементов. В связи с этим предмет кибернетики, определенный Винером, следует понимать как исследование тех особенностей контроля и коммуникаций, которые являются общими для всякого контроля и коммуникаций, независимо от физических свойств тех систем, в которых они имеют место.

---

[24] См.: А. Н. Колмогоров. Кибернетика.— Б. С. Э. т. 51, стр. 149; изд. 2; С. Л. Соболев и А. А. Ляпунов. Кибернетика и естествознание. М., 1957, стр. 3.

[25] См. сб.: «Философские проблемы современного естествознания». М., 1959, стр. 633.

[26] См.: А. А. Марков. Что такое кибернетика — Сб. «Кибернетика. Мышление. Жизнь». М., 1964, стр. 40—41.

[27] См. там же, стр. 47.

[28] Г. Клаус. Кибернетика и философия, М., 1963, стр. 30.

[29] L. Kalmar. Einige philosophische Probleme der Kybernetik.— «Naturwissenschaft und Philosophi». Berlin, 1960, S. 391, 392.

Такое понимание предмета кибернетики предполагает возможность существования в каждом конкретном случае (например, в случае живого организма) таких особенностей, относящихся к контролю и коммуникациям, которые не сводятся к закономерностям, общим им с другими системами (например, с механизмами), и, таким образом, не входят в компетенцию кибернетики [30].

Обобщения, изучаемые кибернетикой, получены на основе аналогий между системами различной физической природы, в частности между механической конструкцией и живым организмом. Одна из этих систем используется в качестве модели при изучении другой.

Как отмечает В. М. Глушков, «Развитие электронно-вычислительной техники и выявление аналогии между мозгом и электронно-вычислительной машиной послужило основой для создания этой новой науки» [31]. То, что в основе кибернетики лежат выводы по аналогии, в настоящее время является общепринятым как среди сторонников, так и среди противников этой науки и критиков ее «чрезмерных притязаний». Так, например, Л. Сэмюэль полагает, что Н. Винер способствовал «неточному мышлению, выдвигая как один из основных догматов кибернетики, что существует глубокая аналогия между функциями управления у людей и у машин» [32]. Но самые крайние противники кибернетики признают также, что в действительности аналогия между электронно-вычислительными машинами и живыми организмами имеет место. «Несомненно, аналогии между машиной и человеком су-

---

[30] Здесь и в ряде мест автор использует материалы своей статьи «Реальный смысл проблем кибернетики и их извращение в буржуазной науке», опубликованной в «Ученых записках Ивановского педагогического института», т. 8 (Иваново, 1955).

[31] В. М. Глушков. О кибернетике как науке.— Сб. «Кибернетика. Мышление. Жизнь», стр. 55—56; см. также: Э. Кольман. Что такое кибернетика — «Философские вопросы современной физики». М., 1958, стр. 239—242.

[32] А. Л. Самюэль. Искусственный разум: прогресс и проблемы.— В кн. М. Таубе. Вычислительные машины и здравый смысл. М., 1964, стр. 132; см. также: A. Lentin. La cybernetique. Problemes reels et mystification — «La pensee», 1958, № 47, p. 57—59; С. Ф. Анисимов. Человек и машина. М., 1959, стр. 26—27; С. Г. Иванов. Некоторые философские вопросы кибернетики. М., 1960, стр. 38—39.

ществуют, и изучение этих аналогий является важным и ценным интеллектуальным занятием»[33].

Разногласия относятся к оценке аналогий, т. е. к выяснению характера соответствующих выводов по аналогии. Так, М. Таубе полагает, что он научно доказал, что «непосредственные аналогии, проводимые между вычислительными машинами и разумными организмами, несостоятельны»[34]. По мнению Т. К. Гладкова, ошибка основателей кибернетики заключается в том, что «относительные аналогии они превратили в абсолютные»[35].

При этом разница между отрицательными и непосредственными аналогиями и аналогиями, признаваемыми «просто аналогиями», так же как между отрицаемыми абсолютными аналогиями и аналогиями, признаваемыми относительными, не анализируются. Поэтому утверждение М. Таубе о «научном» характере его доказательства остается на совести автора.

Что же на самом деле представляют собой кибернетические аналогии?

Исследования многих ученых привели к установлению некоторых общих для человека и ряда механизмов черт. Крайне важным фактором, характеризующим активность живого организма, является его способность изменять свои движения в зависимости от сигналов, поступающих из внешней среды. Например, зенитчик, следящий за целью, будет изменять направление ствола орудия в зависимости от движения цели. Этот процесс может быть как сознательным, так и бессознательным.

В солнечный день мы прищуриваемся, чтобы уменьшить количество света, падающего на глаз. Под влиянием яркого света чувствительность наших глаз уменьшается. В сумерках же, наоборот, она увеличивается. После адаптации глаза мы можем видеть даже в относительной темноте.

Совершенно аналогичные задачи решаются широко применяемыми в технике механизмами особого типа, кото-

---

33 М. Таубе. Вычислительные машины и здравый смысл, стр. 128.
34 Там же, стр. 96.
35 Т. К. Гладков. Кибернетика — псевдонаука о машинах, животных, человеке и обществе.— «Вестник МГУ», 1955, № 1. стр. 60.

рые носят название «сервомеханизмов», или «следящих систем»[36]. Одним из простейших сервомеханизмов является прибор для определения постоянной температуры в жилом помещении — «термостат».

Наиболее характерной особенностью сервомеханизмов, или следящих систем, является наличие в них так называемой обратной связи, т. е. кругового процесса, в котором одно явление, производимое другим, оказывает обратное регулирующее влияние на производящую его причину. Например, в случае термостата повышение температуры вызывает деформацию пластинки, которая в свою очередь с помощью электрического тока приводит к обратному воздействию на температуру.

Увеличение скорости вращения регулятора Уатта под влиянием повысившегося давления пара в цилиндре приводит к прекращению доступа пара в цилиндр и, таким образом, к снижению давления. Точно так же увеличение светового раздражения глаза приводит к сужению зрачка и тем самым к уменьшению количества света, проникающего в глаз. Изменение положения цели относительно ствола орудия вызывает действие артиллериста, ликвидирующее это изменение.

Понятие механизма обратной связи, являющееся одним из основных в кибернетике, вскрывает общие свойства некоторых автоматов и живых организмов. Дальнейшее установление общих свойств обусловливает возможность конструирования автоматов, действия которых в некоторых отношениях удивительно напоминают поведение живых существ.

Наличие общих свойств, отношений в таких разнородных объектах, как электромеханическое устройство и живой организм, дает возможность рассматривать механизм как аналог, как модель живого организма. Поскольку модель конструируется нами и мы знаем ее вплоть до деталей, то проведение этой аналогии во многом облегчает исследование функций живого организма. Ярким примером этого является применение аналогии с механическими устройствами при выяснении сущности различных форм расстройства двигательных функций человека (атаксии).

---

[36] См.: И. Геттинг. Следящие системы.— Сб. «Теория следящих систем», М., 1963, стр. 7—11.

При одной из этих форм (tabes dorsalis) человек ходит крайне неуверенно. Для того чтобы не упасть, он должен видеть, куда ставит ногу. В темноте он не может поставить ногу туда, куда хочет, и падает на землю.

При другой форме атаксии (cerebellar tremor) при попытке больного сделать какое-нибудь движение, например поднести чашку чая ко рту, руки начинают трястись, и вода расплескивается. Попытка больного прекратить тряску вызывает лишь ее усиление.

В обоих случаях человек обладает совершенно здоровыми, непарализованными мускулами. Характер заболевания помогает понять сравнение его с аналогичными расстройствами систем с обратной связью в технике. Такие расстройства могут быть двух типов: или следящая система не будет в должной мере реагировать на изменения интересующей нас величины, или же эта реакция будет чрезмерной. Возьмем для примера следящую систему на корабле. В первом из указанных двух случаев корабль, отклонившись от первоначального направления, уже не будет возвращаться к нему и, таким образом, собьется с курса. Во втором случае следящая система не только ликвидирует отклонения корабля от курса, скажем, влево, но сообщает ему при этом излишнее движение вправо. Получается новое отклонение уже в другую сторону. Исправление этого отклонения приводит опять к отклонению в первоначальном направлении, но в еще большей степени. В этом случае корабль, хотя в конечном счете и сохраняет первоначальное направление, но при своем движении он непрерывно сбивается с курса, совершая колебательные движения вокруг него.

Таким образом, в движении корабля мы можем наблюдать картину, аналогичную тем формам заболеваний, о которых шла речь выше. Как корабль сбивается с курса при расстройстве следящей системы, так человек при tabes dorsalis не может сделать целенаправленного движения, поскольку его нога также постоянно сбивается с курса, и за ней нужно непрерывно следить.

Во втором случае, подобно тому как корабль, двигаясь в общем по заданному курсу, совершает вокруг него отклонения в разные стороны, происходит и трясение руки человека при cerebellar tremor. Мы знаем причину аномалии в функционировании следящей системы: это расстройство обратной связи.

Умозаключение по аналогии дает возможность сделать вывод, что аналогичной причиной — расстройством функций обратной связи — обусловлена атаксия. При tabes dorsalis мы имеем дефект в передаче информации — обратная связь организма не регистрирует отклонения от заданного курса. Это связано с потерей так называемой проприоцептивной чувствительности. При cerebellar tremor обратная связь фиксирует отклонения, но вызывает чрезмерную реакцию на эти отклонения.

Аналогии между организмом и механическими устройствами не исчерпываются аналогией нервной системы с сервомеханизмами. Большое теоретическое и практическое значение имеет аналогия между нервной системой и счетными машинами. Задача конструирования различного рода счетных машин (например, механизмов для определения будущего положения самолета, о которых шла речь выше, машин для интегрирования дифференциальных уравнений и т. д.) является одной из основных проблем, которыми занимается кибернетика. Здесь перед машиной ставятся задачи такого же типа, какие свойственно решать человеческому мозгу. Машина может легко справиться с работой, которую обычно выполняют целые бригады вычислителей в течение нескольких месяцев. При этом счетная машина совершает действия, аналогичные математическим и логическим операциям. Аналогия, проводимая между счетной машиной и нервной системой, используется как для улучшения конструкции счетных машин, так и для лучшего понимания функционирования нервной системы.

Счетные машины бывают двух основных типов. Одни, например дифференциальные анализаторы, о которых шла речь выше, работают по принципу аналогии. В них создают физическую систему, описываемую тем уравнением, которое нужно решить, и затем получают нужный результат путем измерения. Другие — так называемые цифровые машины — дают конечный вывод сразу в числовой форме. Последние считаются более точными. Кибернетика интересуется прежде всего цифровыми машинами.

Математические операции над числами, совершаемые современной математической машиной, соответствуют логическим операциям. Современная числовая математическая машина является в то же время и логической машиной. Ясно поэтому, что изучение функционирования математической машины может помочь решению некоторых проблем логики.

Операции в цифровой математической машине происходят при помощи большого количества переключателей — реле, каждый из которых может находиться в двух состояниях — открытом, обозначающем «1», и закрытом, обозначающем «0». В каждый данный момент состояние каждого реле определяется состояниями всех остальных реле на предшествующей стадии операции. Реле могут быть различного типа — механические, электромеханические (соленоидальные), электрические, вакуумные — электронные лампы, полупроводниковые и т. д. Электронные лампы пока еще пользуются в настоящее время наиболее широким распространением — в сверх быстрых счетных машинах.

Операции математической машины обнаруживают большое сходство с процессами, совершающимися в нервных клетках.

Электронным лампам соответствуют клетки нервной системы — нейроны. Нейроны, так же как электронные лампы, действуют по принципу «да» или «нет», т. е. они могут также находиться в двух состояниях — в возбужденном или заторможенном, причем эти состояния определяются состояниями всех остальных нейронов.

Важным вопросом, с которым имеют дело конструкторы вычислительных машин, является задача сохранения результатов предшествующих вычислений, необходимых для дальнейших операций, т. е. создание искусственной «памяти». Механизм искусственной памяти должен быстро регистрировать данные и затем быстро и полностью их устранять тогда, когда они больше уже не нужны. В этом заключено важное различие между машиной и мозгом, в котором то, что удерживалось памятью, никогда не исчезает полностью.

Одним из методов конструирования кратковременно действующей памяти в машине является создание серии импульсов, двигающихся по замкнутой линии до тех пор, пока они не будут уничтожены воздействием извне.

Кроме кратковременной памяти, разрабатываются способы, при помощи которых результаты вычислений сохраняются на более длительный срок. Для этого используются, например, магнитные ленты или фотографии.

Таким образом, в машине создается специальный орган памяти. Но в нервной системе человека и животных такого органа до сих пор не обнаружено. Это обстоятельство не заставляет кибернетиков отказаться от аналогии. Напротив, оно побуждает сделать вывод по аналогии: если такое устройство есть в машине, то оно должно быть и в нервной системе.

«До сих пор мы не принимали в расчет того устройства, —пишет Д. Нейман, — наличие которого в нервной системе весьма вероятно, если не несомненно, хотя бы по той причине, что оно играло жизненно важную роль во всех созданных до сих пор искусственных вычислительных машинах, из чего можно заключить, что оно имеет скорее принципиальное, чем случайное значение. Я имею в виду *память*» [37].

Здесь делается вывод от общности определенных аспектов функционирования машины и нервной системы к общности определенного момента в их строении. Такого типа выводы весьма характерны для кибернетики. При этом далеко не всегда моделью служит машина. Очень часто вывод делается от организма к машине. Как отмечает К. Эттингер, «первая мысль, естественно приходящая на ум, — имитировать функции живых организмов, имитируя также известные или предполагаемые особенности их строения. В этом направлении сосредоточены усилия все более многочисленных исследователей. Следует надеяться, что эти усилия будут успешны, так как их успех будет иметь значение как для неврофизиологии, так и для построения машин» [38].

Поэтому инженеров интересует, например, поведение живого существа — мечехвоста, глаза которого способны усиливать контраст между краями видимого объекта и фоном изображения. Они рассчитывают использовать данные о строении глаза мечехвоста для создания электронного устройства, имитирующего функции этого глаза. Такое устройство можно было бы использовать в телевизионных камерах для повышения контрастности изображений [39].

---

[37] Д. Нейман. Вычислительная машина и мозг.— «Кибернетический сборник», т. I, М., 1960, стр. 48.

[38] Г. Эттингер. Контрасты и аналогии.— «Кибернетический сборник», т. I, стр. 66.

[39] См.: В. В. Парин. Применение кибернетики в биологии и

Здесь предполагается, что для того, чтобы перенести на машину функции глаза мечехвоста, можно воспользоваться переносом на нее его структуры.

С другой стороны, данный вывод можно понять как ожидание сходства функций на основании сходства структуры. Выводы от сходства структуры к сходству функций иногда делаются не от живого существа к машине, а наоборот, от машины к живому существу. Так, например, французский математик Луи Куффиньяль обнаружил аналогию между структурой диодной памяти машины Института Блеза Паскаля и структурой мозжечка. Основными элементами мозжечка являются нейроны особого типа, так называемые клетки Пуркинье.

Геометрическое расположение клеток Пуркинье в мозжечке такое же, как и расположение диодов в органе механической памяти. Отсюда был сделан вывод, приписывающий каждой клетке Пуркинье память на особое понятие [40].

По справедливому замечанию П. Косса, здесь мы имеем переход от морфологической аналогии к функциональному тождеству [41]. Иногда тождество функций двух систем противопоставляется аналогии между этими системами.

«Мы намеренно избрали термин «воспроизведение», — пишет инженер И. И. Гальперин, — взамен неопределенного термина «аналогия», фигурирующего в тех вынужденных уступках и полупризнаниях, которые делаются в адрес управляющих машин» [42].

Термина «аналогия» иногда избегает даже сам автор статьи, специально посвященной роли аналогии в кибернетике: «Эти стороны деятельности (но, разумеется, не вся деятельность организма) не просто аналогичны, а целиком тождественны процессам, происходящим в сложных системах связи и управления. Определенные законы имеют ту же форму, один и тот же характер и для процессов прохождения информации в нервной системе

медицине.— «Биологические аспекты кибернетики». М., 1962, стр. 25.

40 См.: П. К о с с а. Кибернетика. М., 1958, стр. 53.

41 См. там же, стр. 54—55.

42 И. И. Г а л ь п е р и н. О рефлекторной природе управляющих машин.— «Вопросы философии», 1957, № 4, стр. 159.

человека, и в системе связи, в системе регулирования или в вычислительных устройствах»[43].

Здесь имеет место простое недоразумение. Тождество определенных свойств или отношений, как мы уже имели много случаев убедиться, является необходимым структурным элементом рассмотренных выше форм выводов по аналогии.

Некоторая «боязнь» термина «аналогия», выраженная в приведенных цитатах, на наш взгляд, связана с отождествлением выводов по аналогии вообще со слабейшими его формами. Можно согласиться с тем, что кибернетика не построена на аналогиях типа парадейгмы (формула X), когда ряд общих свойств является основанием для переноса от модели к прототипу нового свойства. Однако из сказанного ясно, что сам предмет кибернетики определяет необходимость использования аналогии для решения задач, стоящих перед этой наукой. Каков же логический тип этих аналогий?

Рассмотрим прежде всего аналогии, приведшие к формулировке общего понятия об обратной связи. Здесь мы имеем отождествление отношений в различных по своей физической природе объектах. Но на каком, основании производится это отождествление? Прежде всего, естественно, возникает мысль о взаимнооднозначном соответствии элементов сравниваемых систем, т. е. изоморфизме. В технических аппаратах обычно легко определить элементы, находящиеся в отношении обратной связи. Управляющий и управляемый орган пространственно выделены. Поэтому само понятие следящей системы можно определить как особый вид сочетания определенных элементов[44]. Но в приведенном выше примере системы «вода—лед» найти сочетающиеся элементы довольно трудно, поскольку не все они выделены пространственно. Еще труднее обстоит дело с обратными связями в живом организме. Так, например, сопоставляя схемы обратной связи (обратной сигнализации оценки полезного эффекта), П. К. Анохин выделяет в автоматическом регуляторе такие элементы, как усилительно-преобразующее устройство, регулирующий орган, чувствительный элемент ре-

---

[43] А. А. Фельдбаум. Роль аналогий в кибернетике.— «Философские вопросы кибернетики». М., 1961, стр. 339.

[44] См.: И. Геттинг. Следящие системы.— Сб. «Теория следящих систем». М., 1953, стр. 8.

гулятора, программное устройство. В биологических же системах всему этому поставлено в соответствие «Ц. Н. С.» (центральная нервная система) или же просто «человек», который одновременно и «чувствительный элемент», и «некоторое преобразующее устройство» [45].

Отсюда ясно, что однозначное соответствие элементов в данном случае не может быть исходным пунктом вывода по аналогии. Само оно может быть установлено лишь в результате аналогии.

Таким исходным пунктом может быть, например, практически доказанный факт принципиальной взаимозаменяемости живых организмов и следящих систем. Следящая система применяется для того, чтобы заменить в определенных функциях человека. С другой стороны, человек, вообще говоря, может заменить вышедшую из строя следящую систему. Как следует из приведенных выше примеров, технические следящие системы и живые организмы могут быть объединены в одну, более сложную следящую систему. Речь не идет здесь о степени совершенства, экономических выгодах такой замены и т. д. Важен принципиальный факт: одно заменяет другое. И в той мере, в какой имеет место эта замена, имеет место отождествление функций.

Обозначим ситуацию, в отношении к которой производится замена буквой c, взаимозаменяющиеся объекты — a и b; само отношение замещения T. Факт взаимозаменяемости a и b относительно c будет выражаться как $T[(a, b), c]$. Это — основание вывода по аналогии. Сам вывод заключается в отождествлении функций a и b относительно c. Таким образом, получаем следящую структуру умозаключения по аналогии:

$$T[(a, b), c] \vdash \frac{F(a, c)}{F(b, c)}. \qquad \text{(XLVIII)}$$

Выводы такой формы выше не рассматривались. Их можно назвать аналогиями *функциональной заменимости*.

Полученный с помощью такой аналогии результат может быть получен и другими способами, исходя из иных оснований. Однако во всех случаях вывод о тождестве функций сравниваемых систем не является окончатель-

[45] П. К. Анохин. Физиология и кибернетика.— «Вопросы философии», 1957, № 4, стр. 150—151.

ным и используется как промежуточное звено для дальнейших рассуждений.

Основная цель проведения аналогии между сервомеханизмами и биологическими системами заключается в распространении на вторые методов и результатов исследования первых, например математических расчетов условий, при которых требуется для сохранения устойчивости то или иное количество обратных связей. Сущность рассуждений Винера хорошо выражена П. К. Анохиным: «Если механическая система и живая система функционируют «одинаковым образом», т. е. в обоих случаях имеются обратные связи и автоматическая регуляция, и если для понимания механической системы имеется математическая теория, то, следовательно, эта математическая теория в одинаковый степени может быть применена и к физиологической системе»[46]. Здесь основанием является положение о тождестве функций сравниваемых систем, независимо от их физической природы. Но это не совсем тот тип умозаключения, который был выше назван функциональной аналогией (формулы V и VI).

В функциональной аналогии на основе тождества функций сравниваемых систем делается вывод о тождестве структур этих систем. Но в нашем случае речь не идет о распространении структуры сервомеханизма на биологические системы. В живом организме нет аналогов усилительно-преобразующих устройств, программных устройств и т. д. Но если даже таких аналогов нет, это не колеблет вывода, распространяющего на живые организмы методы исследования обратных связей, о которых идет речь в работе Н. Винера[47]. Все дело в том, что методы Винера относятся не столько к анализу систем с обратными связями, сколько к анализу самого отношения обратной связи. «Внутренние» и «внешние» точки, «эффективные границы» и т. д. — это не точки и границы приборов, а точки и границы функционального пространства, которые изображают определенные стороны отношения обратной связи. В результате анализа отношение F (a, c) предстает как $[R\ (f_1, \ldots, f_n)]\ (a, c)$, где $f_1, \ldots, f_n$ — совокупность различных сторон отношения F.

[46] П. К. Анохин. Физиология и кибернетика. «Вопросы философии», 1957, № 4, стр. 153.

[47] См.: Н. Винер. Кибернетика, стр. 4.

Вывод заключается в переносе результатов анализа отношения F с системы a на b. Этому выводу соответствует следующая схема:

$$\hat{a}F(a, c) = \hat{b}F(b, c) \vdash \frac{[R(f_1, \ldots, f_n)](a, c)}{[R(f_1, \ldots, f_n)](b, c)}. \quad \text{(XLIX)}$$

Основание здесь такое же, как и в функциональной аналогии. Но переносимый признак различен. Поэтому аналогию рассматриваемого типа условно можно назвать за неимением лучшего термина *псевдофункциональной.*

Псевдофункциональная аналогия по своей сущности близка к дедукции. Она превратилась бы в дедукцию в том случае, если бы анализ функционального отношения F производился совершенно вне всякой связи с его коррелятами a, c. Тогда не было бы необходимости для получения вывода опираться на основание функциональной аналогии, и умозаключение можно было бы сопоставить схеме:

$$\frac{R(f_1, \ldots, f_n)}{[R(f_1, \ldots, f_n)](b, c)}.$$

Однако в нашем случае анализ отношения F производится с помощью математических методов, применимость которых несомненна лишь для коррелятов a, c. Распространение их на другие корреляты — b, c не носит тривиального характера и не может рассматриваться как простой пример, хотя характер изложения в книге Н. Винера может создать видимость этого. Существует много ученых, в их числе П. К. Анохин, признающих законность $R(f_1, \ldots, f_n)(a, c)$, но отрицающих $R(f_1, \ldots$ $\ldots, f_n)(b, c)$.

Важным случаем применения псевдофункциональной аналогии является вывод новых отношений и перенос их с модели на образец, что соответствует схеме:

$$\hat{a}F(a, c) = \hat{b}F(b, c) \vdash$$

$$\vdash \frac{[R_1(f_1, \ldots, f_n)](a, c) \to [R_2(f_1, \ldots, f_n)](a, c)}{[R_1(f_1, \ldots, f_n)](b, c) \to [R_2(f_1, \ldots, f_n)](b, c)}. \quad \text{(L)}$$

Например, из анализа функций сервомеханизмов (R_1) следует, что возможны две основные формы нарушения этих функций. Перенос этого вывода с механической модели на биологический прототип дает нам объяснение tabes dorsalis и cerebellar tremor.

Но обязательно ли модель в рассматриваемом типе аналогии должна быть технической? Никаких логических оснований для такого ограничения нет. Выше шла речь лишь о фактическом положении дела на первом этапе развития кибернетики. В принципе вполне возможен также перенос методов физиологического анализа отношений с биологических систем на технические. Структура вывода по аналогии при такой замене моделей не изменится.

В дальнейшем, по-видимому, будет создан адекватный аппарат анализа отношений типа обратной связи, совершенно независимый от специфики объектов, между которыми осуществляется эта связь. Тогда на смену аналогии придут выводы дедуктивного характера. В связи с этим кибернетику можно будет рассматривать как дедуктивную систему.

Приведенные выше примеры показывают, что, наряду с псевдофункциональной аналогией, в кибернетике применяется также обычная функциональная аналогия как вывод от тождества функций к тождеству структур. Этот вид аналогии описывается формулами V и VI, о которых уже неоднократно говорилось выше.

Представляет интерес тот факт, что в кибернетике используется вывод, по своему характеру обратный функциональной аналогии—перенос функций с модели на образец на основании тождества структур. Такой вид умозаключения можно назвать структурной аналогией. Ей соответствует следующая схема:

$$\hat{a}_1, \ldots, \hat{a}_n R (a_1, \ldots, a_n) = \hat{b}_1, \ldots, \hat{b}_n R (b_1, \ldots, b_n) \vdash$$

$$\vdash \frac{F [(a_1, \ldots, a_n), m]}{F [(b_1, \ldots, b_n), m]}. \qquad \text{(LI)}$$

Аналогии такого типа лежат в основе использования знания о строении тех или иных органов животных для создания искусственных устройств, функционирующих аналогичным образом (бионика) [48].

---

[48] См., напр., Л. П. Крайзнер. Бионика, М., 1962.

Большую роль в кибернетике играют аналогии типа изоморфизма. Числа в бинарной системе и логические валентности суждений взаимно-однозначно соответствуют друг другу. Это дает основание для отождествления логических и числовых соотношений и тем самым — использования счетной машины для решения логических задач.

Такое же однозначное соответствие имеет место между состояниями элементов числовой счетной машины, например электронных ламп, и состояниями элементов нервной системы — нейронов. Это дает основание использовать машину как модель нервной системы, и наоборот. При этом применяется аналогия типа изоморфизма (формула XXVII).

Этот вид аналогии широкое применение нашел также в процессе формулировки понятия о количестве информации, которое является одним из важнейших понятий кибернетики [49].

Остановимся в заключение на вопросе, который из всех проблем, дискутируемых в связи с кибернетикой, имеет наибольшее философское значение и поэтому по праву может быть назван основной философской проблемой кибернетики. Это вопрос о соотношении машины и мышления [50], вопрос о том, может ли машина мыслить, может ли она иметь сознание. Мы здесь не будем разбирать различные точки зрения. Для нас важно отметить, что положительное решение поставленного вопроса основано на аналогии. Сознание по самой своей сути носит субъективный характер. Его нельзя зафиксировать физическим прибором подобно тому, как это мы делаем для физических явлений.

Единственный путь, который ведет к определению наличия сознания у других объектов, заключается в анализе поведения. Именно таким путем мы определяем наличие сознания у других людей. Вывод от внешнего по-

---

[49] Анализ этой аналогии см. в статье А. И. Уемова «О достоверности выводов по аналогии» (сб. «Философские вопросы современной формальной логики». М., 1962, стр. 209—212).

[50] Не все согласны с тем, что это основная философская проблема кибернетики, чему автор и обязан громоздким названием своей статьи «Аналогия как метод решения проблемы соотношения машины и мышления» (сб. «Кибернетика. Мышление. Жизнь». М., 1964).

ведения к внутренней сущности рассматривается как вывод по аналогии. Он привлекал внимание философов задолго до появления кибернетики [51].

Утверждение, что машина в принципе может мыслить так же, как и человек, основано на возможности воспроизведения в машине функций человека, его поведения. Если машина сможет выполнять те действия, причиной которых у человека является сознание, то она также будет иметь сознание. В отчетливой форме такой способ рассуждения можно видеть в высказывании одного из основателей кибернетики — Артуро Розенблюта (Arturo Rosenblueth):

«Если я описываю поведение какой-нибудь охотничьей собаки, преследующей зайца... и говорю, что она имеет определенное намерение и руководствуется этим намерением, то почему я не могу приписывать определенное намерение торпеде, которая ищет корабль?» [52]

Совершенно очевидно, что здесь используется каузальная аналогия (формула XIV): причины одинаковых явлений должны быть одинаковыми.

Иногда каузальная аналогия дополняется другими формами аналогии. Например, А. Тьюринг положение о тождественности функции человека и машины обосновывает с помощью мысленного эксперимента замены человека машиной — «имитации» [53]. Здесь применяется аналогия функциональной заменимости, которая была разобрана выше в связи с принципом обратной связи (формула XLVIII).

В работе Г. Клауса «Кибернетика и философия» решение основной философской проблемы кибернетики связывается с выделением четырех различных ступеней аналогии. «Две системы S_1 и S_2 могут:

а) достигать одинаковых результатов на основе различного принципа функционирования;

б) достигать одинаковых результатов на основе одинакового способа поведения;

в) достигать одинаковых результатов на основе одина-

---

[51] См. напр.: С. Аскольдов. Основные проблемы теории познания и онтологии. СПб., 1900, стр. 131—173.

[52] Цит. по: А. Л. Субботин, А. И. Абрамов. Философский семинар в Мексике.— «Вопросы философии», 1957, № 1, стр. 241.

[53] См.: А. Тьюринг. Может ли машина мыслить? М., 1960.

кового способа поведения, возникшего в результате одинаковой структуры;

г) достигать одинаковых результатов на основе одинакового способа поведения, одинаковой структуры и одинаковости материала, из которого построена эта структура» [54].

Очевидно, что эти четыре ступени не определяют собой четыре различных типа выводов по аналогии. На уровне (а) сформулировано только основание вывода по аналогии, а сам вывод отсутствует. Поскольку способ поведения рассматривается как причина результата, уровень (б) соответствует каузальной аналогии. Уровень (в) углубляет эту каузальную аналогию. Уровень (г) представляет собой дополнение двух каузальных аналогий субстанциальной аналогией (формула XIX).

Если мышление связано не с результатами самими по себе, не со способом поведения и не со структурой, а лишь с материалом, то вывод о невозможности воспроизвести сознания в машине типично кибернетическими способами является вполне правомерным [55]. В то же время этот вывод не отвергает возможность воспроизведения сознания в машине в случае субстанциального тождества сравниваемых систем [56]. Поэтому странно выглядит заявление авторов послесловия, к книге Клауса, усмотревших в этом противоречие [57].

Другой вопрос — является ли субстанциальное тождество более существенным, чем структура, каким образом можно достичь этого тождества, какое значение имеет тот факт, что мозг — продукт общественного развития [58]. Рассмотрение этих проблем выходит за рамки настоящей работы.

§ 3. ДАЛЬНЕЙШИЕ ПЕРСПЕКТИВЫ

Из сказанного следует, что кибернетика не является единственно возможной наукой об отношениях. Уже говорилось о теориях, явившихся предшественница-

---

[54] Г. Клаус. Кибернетика и философия. М., 1963, стр. 67.
[55] См. там же, стр. 270—271.
[56] См. там же, стр. 272.
[57] См. там же, стр. 493—495.
[58] См.: П. Копнін. Теорія пізнання та кібернетика. Київ, 1964, стр. 17.

ми кибернетики. В настоящее время возникает целый ряд наук или во всяком случае идей таких наук, которые можно назвать продолжательницами кибернетики. Они образуют особую группу, не укладывающуюся в традиционную схему классификации наук [59].

Многое из того, что было сказано о применении аналогии в кибернетике mutatis mutandis можно распространить и на другие науки этой группы.

К таким наукам относится, например, теория игр, которая исследует отношение столкновения, борьбы интересов, независимо от того, где — в экономике, военном деле или азартных играх — происходит эта борьба [60].

Здесь азартные игры выступают как модели более сложных экономических и других явлений. Начало теории игр было положено одним из крупнейших математиков нашего времени Д. Нейманом, который пришел к убеждению, что «экономику лучше всего изучать посредством аналогии с салонными (стратегическими) играми, чем посредством простой аналогии с аналитической задачей нахождения максимумов и минимумов» [61].

Указанная аналогия, с помощью которой строится теория игр, относится к аналогиям типа изоморфизма. Такого же типа аналогии доминируют при построении общей теории систем [62]. Здесь предметом исследования являются «системы», которые можно рассматривать как комплексы элементов, объединяемых отношением определенного типа [63]. Как отмечает один из основателей этой теории Л. Берталанфи, «первым следствием существования общих свойств систем являются структурные подобия или изоморфизмы в различных областях [64].

Сторонники общей теории систем, стремясь к унификации знания, признают невозможность редукции, т. е. сведéния закономерностей одних наук к закономерно-

---

[59] См.: А. Уемов. Выступление по докладу С. Л. Соболева и А. А. Ляпунова.— «Философские проблемы современного естествознания», М., 1959, стр. 633, 634.

[60] См. напр.: Р. Д. Льюис, Х. Райфа. Игры и решения. М., 1961, стр. 19.

[61] Д. М. Кинси. Введение в теорию игр. М., 1960. стр. 13.

[62] См.: «Исследования по общей теории систем». М., 1969; «Системные исследования». М., 1969.

[63] «Проблемы формального анализа систем». М., 1968.

[64] L. V. Bertalanffy. General system theory.— «General systems», vol. 1, 1956, p. 1.

стям других, например биологии к физике. Взамен этого предлагаются другие методы унификации. По существу здесь вместо дедукции законов одной области из другой предполагается лишь установление соответствия между ними, т. е. аналогия типа изоморфизма.

Существует еще целый ряд более частных теорий такого типа (например, праксеология Котарбинского). Здесь исследуются проблемы эффективности действия независимо от его конкретного содержания [65]. Оказывается возможным выяснить общую структуру праксеологических высказываний как практических директив, отвлекаясь от того, на что именно эти директивы направлены [66].

Подобно тому как можно исследовать праксеологические высказывания, можно изучать также высказывания о связях вообще, отвлекаясь от конкретного характера этих связей [67]. Такие исследования имеют существенное значение для создания общей теории связей как особого типа отношений. Очевидно, что здесь аналогия типа изоморфизма должна занять ведущее место. Дедуктивное построение теории имеет значение главным образом для систематического обзора уже полученных эмпирических результатов [68].

В заключение нашего обзора следует отметить разработку теории коммуникаций как особой научной дисциплины [69] и также идею создания науки о конструировании, объединяющей ряд вопросов техники, физики, биологии, медицины и т. д. [70] Во всех случаях мы можем убедиться в определяющей роли аналогии, особенно аналогии типа изоморфизма.

---

[65] См.: T. Kotarbinski. Traktat o dobrej robocie. Wroclaw — Warszawa, 1958.

[66] См. T. Kotarbinski. Zdania prakseologiczne. — «Studia Filozoficzne», 1960, № 4.

[67] См.: А. А. Зиновьев. Логическое строение знаний о связях.— Сб. «Логические исследования». М., 1959; он же. Следование как свойство высказываний о связях.— «Философские науки», 1959, № 3; он же. К вопросу об общности высказываний о связях.— Сб. «Применение логики в науке и технике». М., 1960.

[68] А. А. Зиновьев. Дедуктивный метод в исследовании высказываний логики о связях.— «Применение логики в науке и технике», стр. 215.

[69] C. Cherry. On Human Communication N. Y., 1957.

[70] См.: F. Hansen. Dialektischer materialismus und Konstructionswissenschaft.— «Naturwissenschaft und Philosophie». Berlin, 1960, S. 409—418.

Глава
девятая

КЛАССИФИКАЦИЯ ВЫВОДОВ ПО АНАЛОГИИ

Выше было выделено множество различных форм выводов по аналогии. Однако ясно, что оно не исчерпывает всего многообразия этих форм, применяющихся в практике научного исследования. В связи с тем, что разновидностей выводов по аналогии оказалось так много, особенно важна задача их систематизации, т. е. классификации основных форм выводов по аналогии.

§ 1. ПРОБЛЕМА КЛАССИФИКАЦИИ ВЫВОДОВ ПО АНАЛОГИИ В ТРАДИЦИОННОЙ ЛОГИКЕ

В плане современной символической логики проблема классификации выводов по аналогии не ставилась. В традиционной логике она также по-настоящему не разрабатывалась, поскольку логики, за некоторыми исключениями, рассматривали лишь одну форму выводов по аналогии или же незначительные вариации этой формы. Существенно отличные формы аналогии, как, например, пропорция, зачастую рассматривались как умозаключения совсем другого типа, и тем самым снимался вопрос об определении соотношения между разными формами аналогии.

Однако некоторые идеи классификации выводов по аналогии были высказаны, и они требуют критического анализа.

1. Иберве

Среди этих идей можно отметить выделение немецким логиком XIX в. Ибервегом трех разных форм выводов по аналогии [1].

В нашей системе обозначений, заменяя символы Ибервега $M_1, \ldots, M_n$ на $a_1, \ldots, a_n$; S на b, $A_1, \ldots, A_n$ на $P_1, \ldots$ $\ldots, P_n$, эти три формы можно выразить следующим образом:

$$(a_1, \ldots, a_n, b)\, P_1 \vdash \frac{(a_1, \ldots, a_n)\, P_2}{(b)\, P_2}$$

$$(a, b)\, P_1, \ldots, P_n \vdash \frac{(a)\, P_{n+1}}{(b)\, P_{n+1}}$$

$$(a_1, \ldots, a_n, b)\, P_1, \ldots, P_n \vdash \frac{(a_1, \ldots, a_n)\, P_{n+1}}{(b)\, P_{n+1}}$$

Совершенно очевидно, что все они укладываются в рамки парадейгмы (формула X) и отличаются друг от друга лишь числом сравниваемых предметов и признаков. Можно выделить по этим же основаниям и другие формы парадейгмы, например:

$$(a_1, b_1, \ldots, b_n)\, P_1 \vdash \frac{(a)\, P_2}{(b_1, \ldots, b_n)\, P_2}$$

$$(a_1, b_1, \ldots, b_n)\, P_1, \ldots, P_n \vdash \frac{(a)\, P_{n+1}}{(b_1, \ldots, b_n)\, P_{n+1}}$$

$$(a, b)\, P_1 \vdash \frac{(a)\, P_2}{(b)\, P_2} \quad \text{и т. д.}$$

Таким образом, классификация Ибервега не может считаться исчерпывающей даже для парадейгмы. Это является следствием того, что Ибервег подбирал схемы выводов так, чтобы их можно было разложить на индукцию и дедукцию. То, что не допускало такого разложения, осталось вне сферы рассмотрения.

---

[1] Ueberweg. System der Logik und Geschichte der Logischen Lehren. Bonn, 1868, S. 374.

2. В. Биганский

Более интересно, чем у Ибервега, деление выводов по аналогии польского логика В. Биганского. Согласно концепции Биганского [2], большая посылка в выводах по аналогии имеет вид: $M\ (a,\ b,\ c) \xleftarrow{k} P$. Здесь, как отмечает Биганский, три класса символов. Одни из них обозначают признаки a, b, c объекта M, другие — признак P, третьи — отношение K между теми и другими. Вторая посылка может относиться соответственно к a, b, c, K или P. Таким образом, выделяются три типа умозаключений по аналогии.

В умозаключениях первого типа вторая посылка утверждает первый член отношения, т. е. говорит о том, что предмет N обладает характеристиками a, b, c.

В заключении признак P приводится в отношение K к предмету N. Сущность этой формы можно выразить в следующей схеме:

$$\frac{MKP = NKx}{NKP}. \qquad (x = P)$$

Во второй форме вторая посылка утверждает оба члена отношения a, b, c и P. Неизвестным является характер отношения между этими свойствами в предмете N. Заключение переносит это отношение K с предмета M на N, что выражается схемой:

$$\frac{MKP = NxP}{NKP}. \qquad (x = K).$$

Третья форма имеет следующий вид:

$$\frac{MKP = xKP}{N\ (a,\ b,\ c)\ KP}. \quad x = N\ (a,\ b,\ c).$$

Это означает, что если в M признаки a, b, c находятся в некотором отношении K к P и в N встречается P, то в N есть также a, b, c.

Как будто три указанные формы исчерпывают все возможные случаи преобразования той структуры выводов по аналогии, которая приведена в работе Биганского.

---

[2] W. Bieganski. Wnioskowanie z analogii. Lwów, 1909, s. 46.

Однако впоследствии Биганский добавляет к перечисленным четвертую форму умозаключений по аналогии: «Если отношение между членами A и B в области явления M подобно отношению между членами A_1 и B_1 в области явления N и если знаем, что отношение между членами A и B в области явления M приводит к следствиям p, q, r, то делаем вывод, что отношение между членами A_1 и B_1 в области явления N может приводить к тем же самым или им подобным результатам» [3].

Биганский приводит различные примеры, иллюстрирующие каждую из перечисленных форм. Так, примером первой формы служит следующий вывод, сделанный Лавуазье. При сгорании вследствие соединения углерода с кислородом выделяется тепло. При дыхании происходит также соединение углерода с кислородом.

Следовательно, при дыхании должно также выделяться тепло.

По второй форме, согласно Биганскому, строилось умозаключение Дарвина:

В практике животноводства из случайных вариаций с помощью отбора создаются различные расы, разновидности.

В природе мы также встречаемся со случайными вариациями и различными видами.

Следовательно, в природе различные виды также должны возникать из случайных вариаций путем естественного отбора, подобного искусственному.

Примером третьей формы аналогии является вывод, что найденные во многих местах Европы огромные валуны принесены туда ледником, на том основании, что ледники в Альпах приносят в долины камни.

Наконец, четвертая форма используется всегда, когда отношение между одними объектами иллюстрируется с помощью отношения между другими объектами, например, в логике отношение понятий выражается с помощью кругов Эйлера.

Концепция Биганского, на наш взгляд, имеет существенные логические дефекты, приводящие к ряду трудностей.

---

[3] W. Bieganski. Czwarta postać wnioskowania r analogii. Warszawa, 1913, s. 32.

Основная трудность связана с тем, что Биганский дает вначале общую схему вывода по аналогии, соответствующую общему определению этого умозаключения. Отсюда следует, что любой вывод, не удовлетворяющий этой схеме, не удовлетворяет также определению умозаключения по аналогии и поэтому не может считаться таковым. Однако в дальнейшем оказывается, что приведенная общая схема соответствует лишь одной форме умозаключения по аналогии и что существуют еще две или даже три формы этого умозаключения. На каком же основании мы считаем эти формы формами умозаключения по аналогии?! Единственным основанием может быть соответствие общему определению аналогии и тем самым первой ее схеме. Но в таком случае исчезает то многообразие форм умозаключения по аналогии, о котором говорит Биганский.

Рассуждения, приведенные Биганским как примеры второй и третьей форм, на самом деле имеют такую структуру, которая описывается неправильными формами силлогизма и прежде всего — второй фигурой с утвердительными посылками:

Отбор превращает в животноводстве случайные вариации в разновидности.

Видообразовательный механизм в природе превращает случайные вариации в разновидности.

Видообразовательный механизм в природе есть отбор.

Ледник приносит камни на равнину.

Что-то принесло камни на равнину.

Что-то есть ледник.

Отличие от второй фигуры силлогизма здесь только в том, что в среднем термине требуемая тождественность заменена сходством.

Сказанное не означает, что рассмотренные примеры не могут быть сформулированы иначе. Можно их выразить так, чтобы ясно проступала структура умозаключения по аналогии:

В случае животноводства (M) случайные вариации превращены в разновидности (a, b, c) путем отбора (P).

В природе (N) имеет место превращение случайных вариаций в виды (a', b', c'). Следовательно, там имеет место отбор — P'. Получаем первую схему умозаключения по аналогии. То же самое и с выводом о ледниках.

В Альпах (M) имеются камни в долинах (a, b, c). Они имеют определенное отношение (K) к леднику (P).

В других местах (N) также имеются камни на равнине (a', b', c'). Следовательно, они имеют такое же отношение к леднику (P).

Четвертая форма умозаключения по аналогии обладает большей самостоятельностью. Здесь мы имеем пропорцию в чистом виде. В других формах аналогии у Биганского пропорция выступала в единстве с парадейгмой. За пределы парадейгмы и пропорции классификация Биганского не выходит.

3. Советские логики

Проблеме классификации выводов по аналогии уделялось известное внимание в советской логике. Так, П. Н. Пипуныров делит аналогии на дедуктивные, индуктивные и ассоциативные [4].

Следовало бы исключить ассоциативную аналогию, так как ее анализ относится больше к компетенции психологии. Таким образом, остаются индуктивная и дедуктивная аналогии. Именно такие аналогии выделяются, например, в учебнике М. С. Строговича [5].

Это деление имеет смысл, но лишь при установлении условия правомерности выводов по аналогии. Но оно не вскрывает специфику выводов по аналогии как особых типов умозаключения.

Более развернутый характер носит деление, приведенное в учебнике Н. И. Кондакова. Здесь различаются «простая», «распространенная», «строгая» и «нестрогая» аналогии [6]. Под простой аналогией понимаются парадейгма и классификационная аналогия. Распространенной аналогией, или «аналогией распространения», Н. И. Кондаков называет каузальную аналогию, когда вывод делается от сходства явлений к сходству причин. Простая и распространенная аналогии представляют собой действительно разные структуры выводов по аналогии. Что же касается «строгой» и «нестрогой» аналогий, то здесь речь идет не о структурах, а об оценке выводов с точки зрения их правомерности. Эта оценка даже не связана

---

[4] См.: П. Н. Пипуныров. О роли аналогии в процессе познания.— «Вопросы логики». Уч. записки ЛГУ, № 247, вып. 12. Л., 1957.

[5] См.: М. С. Строгович. Логика. М., 1949, стр. 313—317.

[6] См.: Н. И. Кондаков. Логика. М., 1954, стр. 252, 253.

с различием структур. Сравним два умозаключения:

«а) Студент *А* довольно часто строит свои выводы на основе поспешных обобщений, и потому рассуждения его часто бывают ошибочными. Зная, что студент *В* также довольно часто делает поспешные обобщения, можно заключить, что и его рассуждения часто завершаются ошибочными выводами»;

б) «Медь ковка, электропроводна и теплопроводна. Изучая бериллий, мы установили, что он ковок и электропроводен. На основании этого мы можем предположить, что бериллий также теплопроводен».

Структура обоих умозаключений, рассматриваемых как выводы по аналогии, одинакова. В обоих случаях с модели на прототип переносится свойство на основании общности других свойств, т. е. в обоих случаях имеет место парадейгма. Между тем первый пример Н. И. Кондаков относит к строгой аналогии, поскольку предполагает связь между общими и переносимыми признаками, а второй пример квалифицируется им как нестрогая аналогия, так как здесь такой связи не предполагается. Если рассматривать строгую аналогию как тип структуры, а не только оценки вывода по аналогии, то она будет совпадать с дедукцией. Иными словами, если рассматривать знание о связи признаков в качестве посылки, то ссылка на модель, в данном случае на студента *А*, становится совершенно излишней.

Представляет интерес деление выводов по аналогии П. В. Копниным. Наряду с обычным выводом, когда сравниваются признаки двух отдельных предметов, П. В. Копнин выделяет еще два типа вывода: от группы к отдельному предмету и от отдельного предмета к группе. Схема первой из этих форм записывается так: «Предметы группы К имеют признаки а, б, в, г.

Предмет В имеет признаки а, б, в. Следовательно, предмет В, вероятно, имеет признак г» [7].

Другая форма имеет вид: «Предметы группы К имеют признаки а, б, в.

Предмет В из группы К имеет еще признак г. Следовательно, другие предметы группы К, вероятно, имеют признак г» [8].

---

[7] П. В. Копнин. О некоторых вопросах теории умозаключения.— «Вопросы логики». М., 1955, стр. 176.

[8] Там же.

Первая форма выражает собой то понимание аналогии, которое было характерно для русского логика М. И. Каринского. Признание ее должно вести за собой признание и ее аналога — второй формы. В науке вторая форма встречается не реже, чем первая. Выделение второй формы представляет собой заслугу П. В. Копнина.

Однако является ли различие между отдельным предметом и группой в данном случае существенным? Если это различие существенно, то выводы по аналогии в целом нельзя рассматривать как традуктивные умозаключения, на чем настаивает П. В. Копнин. В противном случае, который, на наш взгляд, имеет место на самом деле, это различие несущественно, и дополнительные формы аналогии, которые выделяет П. В. Копнин, можно рассматривать как модификации парадейгмы.

Наиболее детальный характер в нашей литературе носит классификация видов умозаключений по аналогии, приведенная в работе А. А. Старченко [9]. Все выводы по аналогии А. Старченко делит по двум основаниям: характеру переносимого признака и логической ценности знания, полученного с помощью аналогии.

Согласно первому основанию выделяются: 1) аналогия качеств и свойств; 2) аналогия отношений.

«В первом случае уподобления переносимый признак представляет собой знание о новом качестве или свойстве предмета... Логической основой переноса признаков в данном случае является однородность уподобляемых предметов в целом, либо их сходство в определенной группе существенных признаков, характеризующих предмет со стороны его отдельных качеств и свойств.

По иному обстоит дело в случаях аналогии отношений. Здесь уподобляются друг другу не два отдельных предмета, а два отношения между предметами. Если установлено, например, что явление A относится к явлению B так же, как явление C относится к явлению D, то тем самым на отношение $C — D$ может быть перенесено все то, что установлено в отношении между первой парой явлений $A — B$» [10].

Различение аналогии свойств и аналогии отношений является вполне правомерным уже на нулевом уровне

[9] А. А. Старченко. Роль аналогии в познании. М., 1961.
[10] Там же, стр. 10.

логического анализа. Это различение, соответствующее различию между парадейгмой и пропорцией, действительно существенно для характеристики структуры выводов по аналогии. Однако формулировка сущности аналогии отношений, данная Старченко, не выявляет ее специфику. Под предметом в логике может пониматься все, что угодно, в том числе и отношение. Когда два отношения сравниваются друг с другом, «уподобляются друг другу», они выступают именно как предмет. Здесь нет специфической функции отношения. Поэтому в логическом плане различие между обоими типами аналогии в формулировках Старченко исчезает.

Другое основание — логическая ценность полученного знания — приводит А. Старченко к делению выводов по аналогии на строгие и нестрогие [11]. Поэтому к такому делению относится все, что было сказано в связи с учебником Н. И. Кондакова. В работе Старченко различие между строгой — полной и нестрогой — неполной аналогиями прослеживается более подробно, и это различие ставится в прямую связь с условиями правомерности вывода по аналогии. Ставить вопрос об этих условиях имеет смысл лишь в том случае, когда уже известна структура выводов.

§ 2. КЛАССИФИКАЦИЯ ВЫВОДОВ ПО АНАЛОГИИ ПО ТИПУ ПОСЫЛОК И ЗАКЛЮЧЕНИЯ

Мы видим, что предлагавшиеся до сих пор классификации далеко не охватывают всего многообразия форм выводов по аналогии. Строго говоря, это не классификации, поскольку они не представляют собой системы делений по различным основаниям. Мы сделаем попытку создания такой системы.

Выше, во вводной части, уже отмечалось, что классификация умозаключений, отражающая реальные различия между процессами мысли, как они имеют место в сознании человека, должна основываться прежде всего на выяснении характера посылок и заключения. Над этой классификацией в свою очередь надстраивается клас-

---

[11] Там же, стр. 21.

сификация по типам оснований. В рассмотренных формах выводов по аналогии выделенные нами основания несут фактическую информацию и поэтому обычно осознаются использующими эти умозаключения людьми в качестве посылок. Поэтому классификация по выделенным нами основаниям выводов по аналогии будет отражать различия в структурах реального процесса мышления. Но все же и без выделенных нами оснований рассмотренные формы умозаключений по аналогии остаются психологически возможными. Ядро вывода сохраняет основные черты умозаключения.

Если же отбросить часть этого ядра, например, то, что выше было определено как посылка, умозаключение распадается, становится психологически невозможным.

Поэтому и в случае умозаключений по аналогии следует начинать с классификации по типу посылок и заключения.

В выводе по аналогии посылка описывает модель, заключение — прототип. Тип посылок и заключения связан с характером той информации, которая переносится с модели на прототип. Прежде всего следует различить два основных типа выводов по аналогии, в зависимости от того, что переносится — свойство или отношение. В соответствии с этим будем иметь аналогию свойств и аналогию отношений.

Необходимо отметить, что в обоих случаях сравниваются вещи или по свойствам, или по отношениям.

Поэтому более правильно было бы говорить не об аналогии свойств и отношений, а об аналогии по свойствам и по отношениям.

Из наших формул к аналогии свойств относятся формулы II, III, VI, IX, X, XI, XII, XIV, XV, XVIII, XIX, XXI, XXVIII, XXXVII, XXXVIII, XLIV, XLV. Аналогия отношений охватывает все остальные случаи. Из наших формул, отнесенных к аналогии свойств, формулы XIV, XV, XIX имеют промежуточный характер. Здесь с модели на прототип переносится свойство, но такое свойство, которое представляет собой эксплицитное выражение отношения.

Рассмотрим подразделения аналогии свойств. Здесь прежде всего имеет значение, идет ли в данной схеме речь о переносе какого-либо одного вполне определенного свойства, или же вообще — любое свойство, обнаруженное в модели, можно переносить на образец. В первом случае символ переносимого свойства является константой, во втором — переменной. Поэтому назовем эти типы выводов соответственно *аналогией констант и аналогией переменных* (более точно было бы «аналогия по константам» и «аналогия по переменным»).

В связи с выделением аналогии констант естественно возникает мысль о замене констант переменными. В таком случае соответствующие схемы приобретают обобщенный вид, так что одна и та же схема может охватить такие выводы по аналогии, которые выше были отнесены к различным типам. Например, одной и той же схемой были бы охвачены каузальная и субстанциональная аналогии (формулы XIV, XIX).

Такое обобщение в ряде случаев было бы целесообразно, однако оно не означает, что обобщаемые таким образом формы выводов нельзя рассматривать каждую по отдельности, в качестве особых форм. Дело в том, что переменную P, которой мы заменяем соответствующие постоянные $\dot{P}_i$ и $\dot{P}_k$, нужно было бы определить таким образом, чтобы ее значения были только $\dot{P}_i$ и $\dot{P}_k$, так как иные значения переменной не имели бы соответствия в тех формах выводов по аналогии, которые, как было показано, встречаются в практике научного исследования. Исследованные нами формы предполагают перенос строго определенных типов свойств, и общность, обнаруженную между различными формами выводов, скорее всего можно рассматривать как аналогию между ними.

Таким образом, выделение различного вида аналогий констант вполне оправданно даже в том случае, когда эти виды имеют одинаковое строение. Тем более такое выделение оправданно тогда, когда существует только одна форма — с данным строением. Здесь замена константы переменной не имела бы смысла даже для проведения аналогии между разными формами выводов.

К аналогии констант можно отнести выводы, описываемые формулой III, т. е. экспликативную аналогию. Здесь с модели на образец переносится только одно свойство $\dot{K}$ — ясность. Применительно к другим свойствам, например к сложности, пространственности и т. д., эта аналогия теряет смысл. Однако сказанное не означает, что выводы по аналогии такого типа становятся менее значимыми.

Переносимое свойство обладает особой важностью и используется в очень многих, различных по конкретному содержанию, т. е. по конкретным свойствам сравниваемых объектов, случаях. Оно может иметь место также в аналогии иного типа. Так, в экспликационной аналогии Гейзенберга (формула XXXVII) свойство $\dot{k}$ относится не к отношению R между объектами $a_1, \ldots, a_n$, а к совокупности положений $a_1, \ldots, a_k$. Символы $a_1, \ldots, a_k$ здесь уже не предметные, а пропозициональные переменные.

Поскольку свойство $\dot{k}$ может характеризовать самые различные случаи использования аналогии, оно в известной мере приобретает формальный характер.

В еще большей мере формальный характер имеет свойство существования, которое переносится с модели на образец, в экзистенциальных аналогиях типа VI, XII, XXI, XXXVIII. Все эти аналогии имеют почти одинаковые ядра. Различие заключается лишь в том, что в схемах VI, XII модель и прототип рассматриваются как системы элементов, так что вывод делается о существовании каждого из них, а схемы XXI, XXXVIII относятся к нерасчлененным объектам. Ведутся споры о том, можно ли рассматривать существование как предикат [12]. Не решая вопроса во всей его полноте, отметим, что в ряде случаев это вполне возможно, во всяком случае возможно рассматривать существование в качестве аналога предиката.

Свойство ясности и существования, хотя они и являются в известной мере формальными, все же нельзя считать логическими. К последним можно отнести такие свойства, как правильность, истинность, непротиворечивость и т. д., относящиеся к мыслям.

Логическая аналогия того типа, которая описывается формулой XLVII, заключается в переносе свойства непротиворечивости с одного комплекса мыслей — модели на другой — прототип. Поэтому такой тип аналогии также относится к аналогии констант. Но это особая разновидность аналогии констант — аналогия логических констант, противоположная аналогии констант вне логического характера.

---

[12] См.: И. Нарский. Современный позитивизм. М., 1962, стр. 146.

Мы рассмотрели аналогию констант. Другой класс выводов по аналогии свойств представляет собой аналогию переменных. Этот класс можно подразделить на два подкласса. Один из них, более обширный — подкласс *позитивных* аналогий, когда на прототип переносится свойство, найденное в модели. Другой, охватываемый формулами IX и XI,— подкласс *негативных* аналогий. Здесь на прототип переносится факт отсутствия некоторого свойства, не существующего в модели. Разумеется, в широком смысле отсутствие свойств само есть свойство. Но здесь речь идет не вообще о свойстве, а о каком-то конкретном свойстве, доказательство отсутствия которого в прототипе является целью вывода.

Рассмотрим более подробно позитивные аналогии. Сюда относится прежде всего аналогия, описываемая формулой II. С помощью такой аналогии Демокрит перенес на атомы свойство движения. Но можно таким же образом перенести и какое-нибудь другое свойство, проявляющееся в том же отношении. Но в этом случае выбор переносимых свойств ограничен. Такого ограничения нет в случае парадейгмы — простой аналогии, которая описывается формулой X. Здесь любое свойство модели переносится на прототип, несмотря на то, что сравниваемые объекты мыслятся различными.

Особый характер носит каузальная аналогия. Здесь переносимое свойство Q может быть различным, т. е.— переменным, но область переменности здесь сравнительно узкая. Q всегда представляет собой отношение к причине. Если задана модель a, то задано и свойство Q. Но поскольку модель a может быть самой различной, т. е. a — переменная, переменным является и ее свойство Q. Поскольку выясняется причина d, свойство Q выражается как отношение к d, и таким образом рассматриваемый тип аналогии переходит в аналогию отношений.

В обратной каузальной аналогии (формула XXVIII) посылка имеет более выраженный атрибутивный характер. Здесь любые свойства P_1, ..., P_n модели переносятся на прототип.

Аналогия отношений охватывает наиболее существенные в практике научного исследования типы выводов по аналогии. Формы аналогии отношений более многообразны, чем формы аналогии свойств. Здесь требуются новые основания деления.

Прежде всего существенно различие двух случаев аналогии отношений. В одном из них переносимое отношение может исчерпывать собой все то общее, что имеет место между посылкой и заключением. При этом не требуется одинаковости каких-либо элементов помимо сравниваемых систем.

В другом случае сам перенос отношения из одной системы в другую означает, что некоторые вещи, о которых идет речь в посылке и заключении, помимо того отношения, которое переносится,— одинаковы. Первый случай можно назвать *чистой* аналогией отношений; второй — *смешанной* аналогией отношений.

Так же, как в случае аналогии свойств, каждый из указанных классов форм аналогии отношений можно подразделить на два подкласса, в зависимости от того, идет ли речь о переносе одного определенного отношения (его символ — константа) или же различных отношений (его символ — переменная).

Константы в свою очередь могут иметь логический или фактический характер, в связи с чем осуществляется дальнейшее подразделение аналогии отношений. Мы не будем специально проводить деление на позитивные и негативные аналогии отношений, поскольку к негативным аналогиям можно отнести лишь два из рассмотренных выше типов выводов по аналогии (формулы XVI и XL).

Рассмотрим чистые аналогии констант. Сюда относятся выводы, описываемые формулами XX и XXXIII. В первом из них с модели на прототип может переноситься только одно, конкретное отношение — отношение тождества. Роль модели здесь играют свойства, роль прототипа — носители этих свойств. Тождественность свойств является посылкой для утверждения о тождественности носителей.

Тождественность можно считать логическим отношением. Этого нельзя сказать об отношении инвариантности, о котором идет речь в формуле XXXIII.

Инвариантность — более конкретное отношение, чем тождественность. Инвариантность предполагает тождественность, но относится она не к любым, произвольно взятым объектам, а лишь к таким, которые сами выступают как отношение. При этом в формуле XXXIII эти отношения берутся из сравнительно узкой области. Это — определенного типа физические законы.

Формулу XXXIII можно обобщить, заменив константы переменными. В таком случае это будет другой тип аналогии — аналогия переменных.

Чистая аналогия переменных — наиболее обширный класс аналогии отношений.

Важнейшая форма аналогии рассматриваемого типа — пропорция (формула IV). Переменные a_1, a_2, b_1, b_2 первоначально относились только к числам. Соответственно узкой была и область переменности R. Развитие этого типа выводов, о котором подробно шла речь выше, было связано с расширением областей переменности символов, входящих в формулу IV.

Ядро эмпирико-реляционной аналогии (формула VII) и той формы вывода, которая описывается схемой VIII, такое же, как ядро пропорции. Различия здесь имеют место только в основаниях. Но в аналогии через изоморфизм (формула XXVII) мы имеем важное изменение ядра, связанное с переходом от бинарных к многоместным отношениям — от R (a_1, a_2) к R $(a_1, \ldots, a_n)$.

Ядро аналогии через изоморфизм имеет ту же структуру, что и ядра большинства других форм чистой аналогии переменных, описываемых формулами XVII, XXIII, XXV, XXXI, XXXIV, XXXVI, XL, XLI, XLII, XLIII, XLVIII.

Различия между всеми этими выводами по аналогии связаны лишь со спецификой оснований и тех предметных областей, в которых применима та или другая аналогия. Спецификой в структуре ядра обладают аналогии типа XLVIII, где имеет место возврат от многоместных к бинарным отношениям, т. е. к такому же ядру вывода, которое имеет пропорция.

Другая особенность связана с аналогией Пуанкаре (формула XXXI). Здесь прототип представляет собой совокупность бесконечного множества различных систем. В формуле XXXVI имеет место конъюнкция двух отношений. Формула XL определяет негативную аналогию. В этих случаях имеет место некоторое усложнение ядра вывода. Однако в целом ядра выводов гетерогенной аналогии отношений отличаются своей простотой.

Более сложный характер имеют ядра смешанной аналогии отношений. Так же, как и рассмотренную выше чистую аналогию, смешанную аналогию отношений можно подразделить на аналогию констант и аналогию отношений. Но здесь это деление играет бо́льшую роль. Если перенос констант не характерен для чистой аналогии отношений и с таким переносом связано лишь два типа выводов, большинство форм смешанной аналогии определяет именно перенос констант.

Остановимся прежде всего на том случае, когда переносимые константы не являются логическими. Сюда относится прежде всего каузальная аналогия (формулы XIV, XV). Здесь общим между моделью и прототипом является не только переносимое каузальное отношение, выраженное константой $\dot{C}$. Кроме переносимого отношения, в посылке и заключении речь идет об общем для модели и прототипа объекте — причине d, хотя этот объект и не является частью сравниваемых систем a и b. Сказанное mutatis mutandis относится к субстанциальной аналогии (формула XIX).

В аналогии частичного замещения (формула XLV) некоторые элементы сравниваемых систем, а именно $a_{k+1}, \ldots$ $\ldots, a_n$, являются одинаковыми, поскольку в прототипе замещается лишь часть ($a_1, \ldots, a_k$) элементов модели, т. е. эта аналогия смешанная. Поскольку переносится константа $\dot{P}$, она относится к рассматриваемой разновидности смешанной аналогии отношений. Каузальные и субстанциальные аналогии и аналогия частичного замещения не имеют констант в выражении элементов сравниваемых систем. Единственная константа обозначает отношение, переносимое с модели на прототип.

Мы рассмотрели перенос констант физического характера. Однако часто переносится с модели на образец именно логическое отношение. Так, в негативной аналогии Ломоносова (формула XVI) с модели на образец переносится логическое отношение импликаций. Формула не дает права на перенос какого-либо иного отношения. Кроме отношения импликации, в посылке и заключении говорится об общем элементе c и отношении $\dot{Q}$, которое в посылке представляет собой отношение к a, а в заключении к b.

Отношение импликации переносится и в прецедентной аналогии Майера (формула XXII). Кроме импликации, посылка и заключение имеют дело с общим свойством c (сохраняемости), что и обуславливает отнесение прецедентной аналогии к типу гомогенных.

Двойная аналогия Юнга (формула XXIV) переносит из посылки в заключение отношение логической выводимости. Здесь при описании модели a и прототипа b речь идет об общем элементе d.

Отношение импликации переносится в иллюстративной аналогии Максвелла (формула XXIX), а также в аналогиях, описываемых формулой XXXIX. Во всех этих случаях можно найти общие элементы, используемые при описании модели в посылке и прототипа — в заключении.

Мы рассмотрели смешанную аналогию констант. Другая разновидность смешанной аналогии отношений связана с переносом переменных. Сюда относится, например, интерпретационная (формула XXVI). С помощью такой аналогии переносятся самые разнообразные отношения R. Коррелятами этих отношений, кроме элементов модели $a_1, \ldots, a_n$ и прототипа $b_1, \ldots, b_n$, является также ряд общих для посылки и заключения объектов — $d_1, \ldots, d_m$.

Аналогия Минковского (формула XXXII) включает модель в состав прототипа. Следовательно, уже́ поэтому посылку и заключение объединяет нечто общее помимо переносимого отношения R.

Общие для посылки и заключения элементы $c_1, \ldots, c_k$ имеет случай двойственной аналогии (формула XLVI). При этом с помощью такой аналогии с модели на прототип можно переносить самые различные отношения R.

Элемент c объединяет посылку и заключение в аналогии функциональной заменимости (формула XLVIII), где символ переносимого отношения F является переменным.

То же можно сказать и о псевдофункциональной аналогии (формула XLIX). Элемент m, обозначающий среду, связывает посылку и заключение структурной аналогии (формула LI).

Подытоживая приведенное рассмотрение, заметим, что смешанную аналогию отношений можно подразделить на два типа еще и по другому основанию. В одном случае имеет место частичное совпадение элементов модели и прототипа. Во втором посылку и заключение объединяют те объекты, которые, будучи вне сравниваемых систем, привлекались тем не менее для того, чтобы охарактеризовать эти сравниваемые системы. К первому случаю относятся выводы, описываемые формулами XXXII, XLVI.

Второй случай, более существенный, охватывает все остальные формы смешанной аналогии.

В подавляющем большинстве выводов по аналогии свойство или отношение, обнаруженное в модели, переносятся на прототип без изменения. Однако в аналогиях, описываемых схемами XV и XVIII, имеют место некоторые модификации свойств и отношений при переносе их с модели на прототип.

В каузальной аналогии Франклина — Ломоносова (формула XV) причина d, определенная в посылке, заменяется причиной d', измененной в точном соответствии с количественными соотношениями характеристик сопоставляемых явлений. В аналогии противоположностей (формула XVIII) модели приписывается свойство p. На прототип же переносится дизъюнкция $pv\ \dot{c}_n\ p$. Но, зная p, мы можем определить и дизъюнкцию. Таким образом, здесь имеет место вполне определенная модификация. Однако в принципе вполне возможны аналогии, где указанная модификация не является определенной.

§ 3. КЛАССИФИКАЦИЯ ВЫВОДОВ ПО АНАЛОГИИ ПО ТИПАМ ОСНОВАНИЙ

Основаниями выводов по аналогии, как и вообще всякого умозаключения, могут быть некоторые свойства или отношения. В связи с этим выводы по аналогии по характеру их оснований, как и по характеру переносимой информации, можно было бы подразделить на аналогии свойств и аналогии отношений. Однако в этом смысле аналогии свойств редки. Из наших формул к ним относятся лишь аналогия Минковского, в которой основанием является определенное свойство отношений (формула XXXII), и аналогия замещения (формула XX). В остальных случаях основаниями выводов по аналогии бесспорно являлись отношения. Отношения в свою очередь могут быть отношениями между предметами, между свойствами и между отношениями. Все эти случаи действительно имеют место в основаниях выводов по аналогии. Поэтому указанное различение можно использовать для подразделения всех выводов по аналогии на три группы. В соответствии с характером основания назовем их *реаль-*

ными, атрибутивными и релятивными аналогиями. В реальной аналогии основание представляет собой соотношение предметов, в атрибутивной — соотношение свойств и в релятивной — соотношение отношений.

Введенные термины выражают только этот факт, и не следует приписывать им какого-либо другого значения. В частности, они ничего не говорят о характере ядер выводов. Соотношение между типом основания и ядра, т. е. между реальными, атрибутивными и релятивными аналогиями, с одной стороны, и аналогией свойств и аналогией отношений, с другой, ниже будет предметом особого рассмотрения.

Каждый из выделенных типов выводов по аналогии допускает дальнейшие подразделения. Так, реальные аналогии можно разбить на два класса в зависимости от соотношения объемов понятий: «вещи, между которыми устанавливается отношение, являющееся основанием вывода», и «элементы сравниваемых систем». Если корреляты отношения, являющегося основанием вывода (для краткости в дальнейшем будем называть это отношение «фундаментальным») не выходят за рамки элементов сравниваемых систем, то аналогию такого типа назовем *внутренней*.

В противном случае, когда фундаментальное отношение устанавливается не только между элементами сравниваемых систем, но выходит за их рамки, будем иметь *внешнюю* аналогию.

Далее, фундаментальное отношение может быть однозначно определенным, т. е. символ, представляющий его, будет константой, и, с другой стороны, можно допустить существование некоторого множества фундаментальных отношений, когда символ, их представляющий, будет переменной. В свою очередь константа может иметь логический или фактический характер.

Во всех внутренних аналогиях фундаментальное отношение однозначно определено; во всяком случае во всех приведенных выше формулах, которые можно отнести к внутренней аналогии, фундаментальное отношение выражается с помощью константы.

Рассмотрим вначале те формулы, где эта константа носит логический характер.

В субстанциальной аналогии формула XIX имеет в качестве основания предположение об однородности явлений. Отношение однородности $\dot{H}'$ устанавливается между объектами a и b. Поэтому в нашей терминологии рассматриваемая аналогия относится к классу реальных. $\dot{H}$ является константой, причем логической. Ее корреляты не выходят за пределы сравниваемых систем.

Другой логической константой является черта как символ отношения выводимости в негативной аналогии Галилея (формула XI). Отношение выводимости устанавливается между суждениями $(a)P$ и $(b)P$. Здесь нет привлечения посторонних модели и прототипу предметов, поэтому аналогия может считаться внутренней.

В формуле каузальной аналогии Ньютона (XIV) идет речь о том же отношении однородности, что и в формуле XIX.

Отношение вырождения, являющееся основанием в аналогии замещения (формула XVII), также представляет собой отношение логического типа. Корреляты этого отношения здесь не выходят за пределы элементов модели и прототипа.

К другим разновидностям внутренней реальной аналогии рассматриваемого типа можно отнести выводы, выражаемые формулами XVIII (здесь логическим отношением является отношение противоположности между моделью и прототипом), XXI, XLIII, XLVI.

Во всех этих случаях фундаментальное отношение является логическим. Этого нельзя в полной мере сказать о том варианте каузальной аналогии, который связан с работами Ломоносова (формула XV). Здесь фундаментальное отношение $\dot{G}$ представляет собой не только логическое отношение однородности, но также фактическое отношение — количественного различия.

Другим примером фактического характера фундаментального отношения реальной внутренней аналогии является основание обобщающих аналогий Эйнштейна (формулы XXX и XXXIII).

Перейдем теперь к рассмотрению внешней аналогии, когда корреляты фундаментального отношения охватывают такие предметы, которые выходят за рамки элементов модели и прототипа. Первой аналогией такого типа в нашем списке является прецедентная аналогия Майера (формула XXII). Здесь фундаментальное отношение представляет собой включение модели и прототипа в третий объект — класс Q, объем которого не исчерпывается сравниваемыми системами. Отметим, что фундаментальное отношение в прецедентной аналогии Майера относится к отношениям логического типа.

Иной характер имеет основание обратной каузальной аналогии Фарадея (XXVIII). Здесь корреляты фундаментального отношения также выходят за рамки сравниваемых предметов, поскольку охватывают и причину d. Но в отличие от предыдущего случая фундаментальное отношение — причинности — не является логическим. Не является логическим и отношение взаимозаменимости (формула XLVII). В других же случаях рассматриваемого типа выводов по аналогии, описываемых формулами XLIV, XLVII, фундаментальное отношение имеет логический характер.

Во всех рассмотренных выше случаях реальной внешней аналогии фундаментальное отношение было однозначно определенным. Однако это не является общей закономерностью. Существуют такие формы реальной внешней аналогии, когда возможен целый класс отношений, каждое из которых является фундаментальным.

Символ фундаментального отношения здесь не константа, а переменная. Сюда относятся выводы, описываемые формулами XXV и XXVI. Интересно отметить, что в первом из указанных форм вывода по аналогии основание вывода вообще не имеет дела ни с моделью, ни с прототипом. В число коррелятов фундаментального отношения не входит ни один из элементов сравниваемых систем. Внешний характер основания здесь доведен до крайности. И все же такие выводы не только психологически возможны, но зачастую обладают большой убедительностью.

В интерпретационной аналогии (формула XXVI) корреляты основания в известном смысле охватывают элементы модели и прототипа, поскольку эти корреляты являются переменными $x_1, \ldots, x_n$, а элементы сравниваемых систем входят в область значений этих переменных. В обоих случаях любое отношение R является фундаментальным, поскольку с модели на прототип переносится именно то отношение, которое имеет место в основании.

На этом можно закончить рассмотрение реальной аналогии. Следующим типом выводов является атрибутивная аналогия, в которой фундаментальное отношение устанавливается между свойствами сравниваемых систем.

Единственным типом фундаментального отношения, которое имеет место в атрибутивных аналогиях, является отношение тождества. Речь идет, однако, о тех формах выводов по аналогии, которые есть в нашем списке. Поскольку вполне возможны и другие типы выводов по аналогии, нельзя на этом основании отрицать принципиальную возможность и других оснований.

Основной формой атрибутивной аналогии является парадейгма простая, основание которой утверждает тождество ряда свойств сравниваемых систем (формула X). Сюда же относится аналогия частичного замещения (формула XLV).

Особняком стоит аналогия Де-Бройля (формула XXXV). Если в парадейгме отношение тождества относится к произвольному классу свойств сравниваемых систем, т. е. символы отождествляемых свойств представляют собой переменные, в формуле аналогии Де-Бройля речь идет об отождествлении свойства только одного, точно определенного класса.

Наиболее важным типом выводов по аналогии являются реляционные, в основании которых устанавливается отношение между отношениями. Обычно это отношение тождества, но в отличие от атрибутивной аналогии фундаментальное отношение может иметь и другой характер. Например, в основании аналогий, описываемых формулой VIII) наряду с отношением тождества, имеет место отношение включения одного отношения в другое.

Однако функциональным отношением подавляющего большинства реляционных аналогий является отношение тождества. При этом существенно различие между двумя случаями. В одном из них отождествляются отношения, каждое из которых охватывает только одну из сравниваемых систем — или модель, или прототип. Из мнемонических соображений можно условно назвать такую аналогию *горизонтальной*, поскольку в принятой нами форме записи элементы сравниваемых систем выражаются символами, расположенными двумя горизонтальными строчками.

В другом случае отождествляются отношения, каждое из которых соединяет элементы модели и прототипа. Такую аналогию условно можно назвать *вертикальной*.

Горизонтальная аналогия естественно подразделяется на два подкласса. В одном из них отождествляемые отношения определены только на элементах сравниваемых систем (внутренняя реляционная аналогия). Во втором подклассе в число коррелятов отождествляемых отношений входят не только элементы сравниваемых систем (внешняя реляционная аналогия).

К внутренней горизонтальной реляционной аналогии относятся выводы, описываемые формулами III, VII, XII, XVII, XXXV, XXXVI, XXXIX. Все различия между основаниями этих типов выводов по аналогии заключаются в числе коррелятов отождествляемых отношений, т. е. в числе элементов сравниваемых систем. В одних случаях отождествляются бинарные, а в других — многоместные отношения.

Внешняя горизонтальная аналогия имеет большое разнообразие оснований, что связано с разнообразием тех коррелятов отождествляемых отношений, которые выходят за рамки сравниваемых систем. Древнейшей формой вывода такого типа является эмпирическая аналогия, использованная Демокритом (формула II). Здесь отождествляются отношения модели — пылинок к лучу и прототипа — атомов к вещам. Луч и вещи сами не являются элементами сравниваемых систем. В функциональной аналогии (формулы V и VI) за рамки сравниваемых предметов выходит среда m. Другие типы внешней горизонтальной аналогии описываются формулами XVI, XXV.

Перейдем к рассмотрению вертикальной аналогии. Древнейшей формой здесь является знаменитая пропорция (формула IV), поскольку в ней предполагается отождествление отношений между соответствующими друг другу элементами сравниваемых систем. Сюда же относится обобщение пропорции — аналогия типа изоморфизма (формула XXVII). Если фундаментальное отношение пропорции отождествляет два отношения, то изоморфизм требует отождествления n отношений — по числу элементов сравниваемых систем.

Такое же основание, как при изоморфизме, предполагается иллюстративной аналогией Максвелла (формула XXIX). В аналогии Пуанкаре (формула XXXI) отождествляемые отношения также выражаются константами, хотя это и не отношения тождества. Кроме того, здесь один из коррелятов отождествляемых отношений имеет бесчисленное множество значений.

Мы рассмотрели «чистые случаи», когда основание вывода по аналогии относится только к одному из перечисленных выше разновидностей. Наряду с этим имеют место также «смешанные» основания, которые объединяют в себе особенности различных типов.

Так, основание аналогии существования, выраженной формулой XXXVIII, представляет собой конъюнкцию двух оснований. Одно из них определяет отношение между вещами — моделью и прототипом, и поэтому данный вывод можно отнести к внутренней реальной аналогии, а другое — отношение тождества между свойствами, и по этому признаку мы имеем дело с атрибутивной аналогией.

Структурно-каузальная аналогия (формула XLI) в качестве основания также имеет конъюнкцию различных оснований. Одно из них представляет логическое отношение между сравниваемыми системами, определяющее внутреннюю реальную аналогию, а другое — фактическое отношение, выходящее за рамки сравниваемых систем (внешняя реальная аналогия).

К другой разновидности смешанной аналогии относятся выводы, определяемые формулой XLII.

§ 4. СООТНОШЕНИЕ МЕЖДУ ДВУМЯ ТИПАМИ КЛАССИФИКАЦИЙ

Сопоставим друг с другом рассмотренные выше два типа классификации выводов по аналогии: по ядрам и по основаниям. Сразу же бросается в глаза, что между основными подразделениями той и другой нет однозначного соответствия. Так, аналогия свойств может основываться и на некотором отношении между предметами, и на отношении между свойствами, и на отношении между отношениями. Точно так же аналогия отношений может быть реальной, атрибутивной и релятивной.

Однако это не означает, что перенос информации того или иного типа может быть произведен на любом основании и что, наоборот, любое основание может быть присоединено к любому ядру вывода по аналогии. Между структурой переносимой информации и возможными основаниями этого переноса имеются определенные связи, которые проявляются в том, что известные более или менее мелкие рубрики одной классификации целиком включаются или исключаются из соответствующих рубрик другой. Выделим несколько связей такого рода.

Остановимся прежде всего на тех ограничениях, которые связаны с применением оснований «реальной» аналогии. Исходя из нашего списка формул, можно сделать следующие выводы:

1. Всякая реальная внешняя аналогия, в которой фундаментальное отношение выражается переменной, является в то же время аналогией отношений. Иными словами, класс отношений, устанавливаемых между предметами, которые выходят за рамки сравниваемых систем, может быть лишь основанием аналогии отношений, но не аналогии свойств. При этом отношение, переносимое с модели на прототип, выражается переменной. Единственными формами выводов по аналогии, имеющими указанное выше основание, являются интерпретационная аналогия (формула XXVI) и родственный ей вывод, описываемый формулой XXV. В обоих случаях мы имеем аналогию, в которой с модели на прототип могут переноситься различные отношения.

2. Ни одна реальная внешняя аналогия, фундаментальное отношение которой выражается константой, не является в то же время чистой аналогией отношений, переносимое отношение которой выражается переменной. В нашем списке к числу форм выводов, входящих в объем субъекта высказанного положения, относятся выводы, описываемые формулами XXII, XXVIII, XXIV, XLVIII, XLIX. Часть из этих форм относится к аналогии свойств, другая — к аналогии отношений, но ни одна не является чистой аналогией, в которой переносимое отношение выражается переменной.

3. Ни одна реальная внутренняя аналогия, переносимое отношение которой выражается константой фактического характера, не может быть в то же время аналогией, в которой имеет место перенос с модели на прототип отношения или свойства, выражаемого константой логического характера. Субъект приведенного положения включает в себя выводы, описываемые схемами XIV, XV, XIX, XXX, XXXIII. Часть из них представляет собой аналогии отношений, часть — аналогии свойств.

Во всех случаях символ переносимой информации, будь то информация о свойстве или отношении, не является константой логического характера.

4. Ни одна реальная внутренняя аналогия, в которой фундаментальное отношение выражено логической константой, не является чистой аналогией отношений, в которой переносимое отношение является константой логического характера. Субстанциальная аналогия (формула I) является единственным примером реальной внутренней аналогии с фундаментальным отношением, выраженным логической константой; эта константа в то же время представляет собой гомогенную аналогию, в которой с модели на прототип переносится только одно строго определенное отношение. Однако это отношение не имеет логического характера. Некоторые закономерности можно установить и применительно к реляционным аналогиям.

5. Ни одна внутренняя горизонтальная реляционная аналогия не является смешанной аналогией, в которой с модели на прототип переносится отношение, выражаемое константой. Одна из внутренних горизонтальных реляционных аналогий, а именно структурная аналогия (формула LI), представляет собой смешанную аналогию отношений, но здесь отношение выражено переменной.

6. Ни одна внешняя горизонтальная реляционная аналогия не является чистой аналогией отношений, в которой переносимое отношение выражается переменной. Существует одна формула внешних горизонтальных реляционных аналогий (XXIV), которая одновременно является формулой чистой аналогии отношений. Но здесь это отношение выражается константой.

7. Наиболее важной является следующая закономерность: все вертикальные реляционные аналогии являются аналогиями отношений. Вертикальные реляционные аналогии охватывают значительный класс выводов по аналогии. Ни одна из этих формул не выражает аналогию свойств. Все они относятся к аналогии отношений.

Необходимо отметить, что все перечисленные выше закономерности носят сугубо эмпирический характер. Они установлены на базе исследованного нами материала. Привлечение нового материала может внести существенные изменения в эти закономерности и даже показать их несостоятельность.

Эмпирические закономерности становятся более надежными в том случае, когда получают теоретическое обоснование. Однако приведенные связи нельзя обосновать логически.

Логический анализ может выяснить условия правомерности той или иной формы, но не факт ее использования в практике мышления. Поэтому теоретическое обоснование найденных выше закономерностей, если оно возможно, является предметом скорее психологии мышления, чем логики.

§ 5. РАЗВИТИЕ ПОНЯТИЯ О ВЫВОДАХ ПО АНАЛОГИИ

Приведенный анализ показывает, что употребление термина «выводы по аналогии» в науке соответствует принятому нами первоначальному определению этих выводов как переноса информации от одного предмета к другому. При всем разнообразии структур выводов по аналогии указанный признак действительно является общим. Вместе с тем, как было показано в первой главе, этот признак не присущ ни дедукции, ни индукции. Если в аналогии речь идет о распространении тех же свойств или отношений на новые предметы, то в дедукции на те же предметы, о которых говорилось в посылках, распространяются новые свойства и отношения[13]. Индукция имеет с аналогией то общее, что в ней свойства одних предметов распространяются на новый класс, содержащий, однако, в отличие от аналогии все те объекты, о которых что-либо говорится в посылках.

В некоторых случаях разграничительная линия между аналогией и индукцией является довольно смутной. В других случаях стирается резкость грани между аналогией и дедукцией. Однако в целом все выводы по аналогии, разобранные выше, представляют собой достаточно определенное единство, чтобы выделить его как особый предмет исследования.

Наше первоначальное определение вывода по аналогии можно считать окончательным. Но содержание об-

[13] См.: А. Уемов. Аналогия и модель.— «Вопросы философии», 1962, № 3.

щего понятия вывода по аналогии не исчерпывается этим определением [14]. Сюда включаются и другие признаки. Рассмотрим важнейшие из них.

Обычно всякая аналогия противопоставляется тождеству. На таком противопоставлении Г. Геффдинг основывает даже различение основных философских направлений [15].

Зачастую аналогия противопоставляется не только тождеству вещей, но также тождеству свойств и отношений [16].

Поэтому в общих определениях вывода по аналогии и в формулах, описывающих его структуру, подчеркивается, что свойства и отношения сравниваемых систем не тождественны, но лишь сходны. Если свойства одного объекта обозначаются, скажем a, b, c, то для обозначения свойств другого из осторожности используются индексы: a', b', c'. Действительно, атмосфера Марса это совсем не то, что атмосфера Земли, и население Марса, если оно есть, по-видимому, существенно отличается от населения Земли. Однако эти различия представляют собой различия не между свойствами сравниваемых систем, а между теми вещами, в отношении к которым определены данные свойства. Атмосфера это не свойство Марса, это даже вообще не свойство в обычном смысле этого слова. Атмосфера Марса — самостоятельный предмет, и как таковой он имеет некоторые свойства, общие с атмосферой Земли, и некоторые — различные. Но свойство *обладания атмосферой* у Марса и Земли совершенно одинаково.

Если не допускать, что аналогичные предметы имеют не просто сходные, но тождественные свойства или отношения, то нетрудно прийти к выводу, что между ними вообще нет ничего общего. В самом деле, свойства a и a' сравниваемых предметов предполагаются сходными. Если у этих сходных свойств в свою очередь нет тождественных элементов, то следует искать тождество у элементов этих элементов и т. д. Если ни на одном этапе тождественные элементы не будут обнаружены, то это значит, что

[14] Так же, как и содержание большинства других понятий. На наш взгляд, определение лишь в редких случаях раскрывает содержание понятий. Обычно он применяется для уточнения их объема.

[15] См.: H. H ö f f d i n g. Der Begriff der Analogie. Leipzig, 1924, S. 43.

[16] См.: А. П. Ф а у с т о в. О некоторых положениях периодического закона.— «Вопросы философии», 1955, № 2, стр. 173; А. Ш а ф ф. Некоторые проблемы марксистско-ленинской теории познания. М., 1953, стр. 49.

между аналогичными предметами действительно нет ничего общего. В противном случае, когда на каком-либо этапе допускается, что сходные объекты имеют тождественные элементы, нет оснований отрицать это с самого начала.

Таким образом, отсутствие тождественности не может считаться признаком, входящим в содержание общего понятия аналогии. Наоборот, тождественность некоторых характеристик сравниваемых систем предполагается этим понятием. При этом могут быть тождественными свойства, отношения и даже предметы, как например, в случае каузальной аналогии, утверждающей тождественность причин на основе тождественности явлений. Однако сравниваемые системы в целом всегда предполагаются различными.

Тождественные друг другу системы можно, вообще говоря, рассматривать как частный случай аналогичных, но это — особый, вырожденный частный случай. Применительно к нему вывод по аналогии становится излишним. Здесь могут быть использованы более простые и надежные формы вывода.

Существенное различие между тождественными и только сходными объектами заключается в том, что для переноса информации от одного к другому в обоих случаях требуются различные основания.

Для первого случая, т. е. дедукции, характерно, что ее основания уже на первом уровне носят чисто формальный характер. Они могут не включаться в число посылок без ущерба для убедительности. В выводах по аналогии этого сделать нельзя. Во всех выводах, выражаемых формулами I — LI, основание является носителем не только формальных функций, но и содержательной информации. Поэтому оно осознается как посылка и практически почти никогда не опускается.

Таким образом, для всех выводов по аналогии характерно совмещение в их основании формальных и содержательных функций. Это является важнейшим признаком, входящим в общее понятие аналогии.

Общему понятию вывода по аналогии и отдельным его типам сопоставим следующие схемы. $\mathfrak{A}$ (a) представляет собой высказывание, относящееся к предмету a — модели; $\mathfrak{B}$ (b) — высказывание, описывающее предмет b — прототип; $\mathfrak{C}$ (a, b) — основание, делающее возможным переход от одного к другому. В таком случае общая схема вывода по аналогии на первом уровне будет иметь вид:

$$\mathfrak{C}(a, b) \vdash \frac{\mathfrak{A}(a)}{\mathfrak{B}(b)}; \quad (a \neq b).$$

Различные классы выводов по аналогии соответствуют различным значениям переменных $\mathfrak{A}(a)$ $\mathfrak{B}(b)$, $\mathfrak{C}(a, b)$. Так, например, $\mathfrak{A}(a)$ и $\mathfrak{B}(b)$ можно рассматривать как переменные, имеющие два значения: $\mathfrak{A}^p_{(a)}$, $\mathfrak{B}^p_{(b)}$ и, соответственно, $\mathfrak{A}^R_{(a)}$, $\mathfrak{B}^R_{(b)}$. В первом случае речь идет о приписывании свойства, во втором об установлении отношения.

Формула $\mathfrak{C}_{(a, b)} \vdash \frac{\mathfrak{A}^P_{(a)}}{\mathfrak{B}^P_{(b)}}$ будет выражать аналогию свойств.

Формула $\mathfrak{C}_{(a, b)} \vdash \frac{\mathfrak{A}^R_{(a)}}{\mathfrak{B}^R_{(b)}}$ выражает аналогию отношений.

Условие $a \neq b$ не пишется как само собой разумеющееся.

Переменной $\mathfrak{C}(a, b)$ также можно придать различные значения. В подавляющем большинстве случаев область переменности здесь ограничена различного типа отношениями. Эти отношения могут иметь место между предметами, и основание тогда выразим как $\mathfrak{C}^A_{(a,b)}$, между свойствами, что обозначим как $\mathfrak{C}^P_{(a,b}$, и между отношениями, что будет обозначаться как $\mathfrak{C}^R_{(a,b)}$.

Соответственно этому будем иметь следующие формулы:

$\mathfrak{C}^A(a, b) \vdash \frac{\mathfrak{A}^p(a)}{\mathfrak{B}^p(b)}$ — реальная аналогия свойств.

$\mathfrak{C}^A(a, b) \vdash \frac{\mathfrak{A}^R(a)}{\mathfrak{B}^R(b)}$ — реальная аналогия отношений.

$\mathfrak{C}^p(a, b) \vdash \frac{\mathfrak{A}^p(a)}{\mathfrak{B}^p(b)}$ — атрибутивная аналогия свойств.

$\mathfrak{C}^p(a, b) \vdash \frac{\mathfrak{A}^R(a)}{\mathfrak{B}^R(b)}$ — атрибутивная аналогия отношений.

$\mathfrak{C}^R(a, b) \vdash \frac{\mathfrak{A}^p(a)}{\mathfrak{B}^p(b)}$ — реляционная аналогия свойств.

$\mathfrak{C}^R(a, b) \vdash \frac{\mathfrak{A}^R(a)}{\mathfrak{B}^R(b)}$ — реляционная аналогия отношений.

Каждый из символов в полученных формулах, за исключением чисто логических $\vdash$ —, можно в свою очередь рассматривать как переменные. Выделяя различные значения этих переменных, получим более мелкие подразделения приведенной выше классификации. Продолжая этот процесс дальше, придем к формулам I — LI.

* * *

Мы рассмотрели многообразие форм выводов по аналогии, используемых в практике научного исследования. Это рассмотрение является неизбежно неполным, однако приведенного материала вполне достаточно, чтобы сделать вывод о том, что изучаемые логикой под названием «выводы по аналогии» структуры мысли составляют лишь незначительную часть тех структур, которые под этим же названием применяются в практике научного исследования. Очевидно, что дальнейший анализ историконаучного материала позволит выделить новые формы выводов по аналогии, многие из которых существенно отличаются от рассмотренных.

§ 6. ПРОБЛЕМА УСЛОВИЙ ПРАВОМЕРНОСТИ ВЫВОДОВ ПО АНАЛОГИИ

Важнейшей задачей исследований в области логики науки является определение условий правомерности различных форм выводов по аналогии. Выяснение этих условий позволило бы по-иному взглянуть на проблему обоснования научных теорий. Однако определение правил выводов по аналогии отнюдь не простая задача. Пока можно говорить лишь о правилах применительно к отдельным формам и частным случаям форм выводов по аналогии.

Так можно установить правила традиционной аналогии типа парадейгмы, которая в нашей классификации выступает как один из видов атрибутивной аналогии свойств. Если рассмотреть свойства как предметы, а их отнесенность к модели и прототипу как свойства этих предметов, то для установления правил выводов по аналогии можно воспользоваться теми правилами, которые применяются к выводам индуктивного типа. Сюда относится прежде всего традиционное правило, приводимое обычно в учебниках логики. Вывод будет тем более правомерным, чем больше общих свойств установлено у модели и прототипа. Это правило соответствует индуктивному правилу, согласно которому вывод будет тем надежнее, чем большее число предметов исследовано.

Но надежность вывода будет повышаться не только в этом случае. Важно, чтобы предметы подбирались «без предвзятости». Применительно к аналогии это дает требование, согласно которому предметы *должны сравниваться по любым, случайно выбранным свойствам.*

Однако в индуктивном выводе при прочих равных условиях надежность вывода будет выше, если исследуемые предметы берутся из разных подклассов исследуемого класса объектов. Применительно к аналогии отсюда получается требование, чтобы *признаки, общность которых дана посылками, максимально отличались друг от друга*, были возможно более разнообразными. Например, применительно к выводу об обитаемости Земли к обитаемости Марса нужно сравнивать не только геометрические или механические, но также физические, химические и т. п. свойства.

Но если нет возможности исследовать большое количество разнообразных свойств, необходимо предпочесть свойства наиболее типичные, характерные для модели и прототипа.

Индуктивный вывод будет тем правомернее, чем более однороден тот класс предметов, к которому относится вывод. Применительно к выводам по аналогии мы получаем отсюда требование, чтобы при всем разнообразии свойств, общность которых для прототипа и модели зафиксирована в посылках, переносимое свойство было *того же типа*, что и в посылках. Например, если общность между моделью и прототипом установлена по свойствам механического характера, то переносимое свойство также должно иметь механический характер.

Далее можно отметить требование, согласно которому свойства, общие для модели и прототипа, были возможно более *специфичны для них.* Применительно к выводу будет действовать противоположное правило. Он будет тем правомернее, чем банальнее, чем меньшую информацию несет о прототипе. Здесь приходится за ценность информации «платить» меньшей достоверностью и наоборот.

Изложенные правила не всегда согласуются друг с другом в том смысле, что выполнение одного из них не всегда способствует выполнению других. Например, требование разнообразия и типичности отождествляемых свойств сравниваемых предметов даже противоречит друг другу. Однако с подобной ситуацией в оценке предметов мы встречаемся на каждом шагу. Мы хотим квартиру тихую, ближе к природе, но это часто связано с тем, что приходится тратить больше времени для того, чтобы добраться до работы. В этих случаях мы руководствуемся принципом отбора «при прочих равных условиях». Этот принцип следует применять и для отбора выводов по аналогии, согласно приведенным выше правилам.

Эти правила могут повысить вероятность вывода по аналогии, но они не делают их достоверными. Однако можно сформулировать также условия, выполнение которых делает тот или иной тип вывода по аналогии вполне достоверным. Сюда относятся прежде всего условия, сформулированные в теории подобия. Как было показано выше, в главе VII, техническое моделирование основано на использовании главным образом эмпирико-реляционной аналогии. Применительно к тому случаю, когда имеется математическое описание сравниваемых объектов в виде уравнений, теория подобия формулирует условия достоверного характера выводов по аналогии[17].

Определение условий правомерности всех форм выводов по аналогии в общем виде требует объединенных усилий большого коллектива логиков и специалистов в конкретных науках. Отметим, что решение этой задачи не превратит выводы по аналогии в разряд дедуктивных умозаключений, поскольку в практике научного исследования они применяются и будут применяться как перенос информации, полученной при исследовании одного предмета, на другой предмет.

---

[17] См., например, В. А. Веников. Теория подобия и моделирование применительно к задачам электроэнергетики. М., 1966.

СПИСОК СХЕМ ВЫВОДОВ ПО АНАЛОГИИ

I. Субстанциальная аналогия

$$\dot{H}\,[(a_1,\ldots,a_n),(b_1,\ldots,b_m)] \vdash \frac{\dot{S}\,[a,(a_1,\ldots,a_n)]}{\dot{S}\,[a,(b_1,\ldots,b_m]} .$$

II. Аналогия Демокрита

$$\hat{a}_1,\ldots,\acute{a}_n\hat{c}_1,\ldots,\hat{c}_k R\,[(a_1,\ldots,a_n),(c_1,\ldots,c_k)] =$$
$$= \hat{b}_1,\ldots,\hat{b}_m,\hat{d}R\,[(b_1,\ldots,b_m),d] \vdash \frac{(a_1,\ldots,a_n)\,P}{(b_1,\ldots,b_m)\,P} .$$

III. Разъясняющая аналогия

$$\hat{a}_1,\ldots,\hat{a}_n R\,(a_1,\ldots,a_n) = \hat{b}_1,\ldots,\hat{b}_m R\,(b_1,\ldots,b_m)$$
$$\vdash \frac{[R\,(a_1,\ldots,a_n)]\,\dot{k}}{[R\,(b_1,\ldots,b_m)]\,\dot{k}} .$$

IV. Аналогия типа пропорции

$$\hat{a}_1\hat{b}_1 Q\,(a_1,b_1) = \hat{a}_2\hat{b}_2 Q\,(a_2,b_2) \vdash \frac{R\,(a_1,a_2)}{R\,(b_1,b_2)} .$$

V. $\hat{a}_1,\ldots,\hat{a}_n,\hat{m}Q\,[(a_1,\ldots,a_n),m] = \hat{b}_1,\ldots,\hat{b}_m,\hat{m}Q\,[(b_1,\ldots,$

$$b_m),m] \vdash \frac{R\,(a_1,\ldots,a_n)}{R\,(b_1,\ldots,b_m)} .$$

VI. Функционально-структурная аналогия

$$\hat{a}_1,\ldots,\hat{a}_n,\hat{m}Q\,[(a_1,\ldots,a_n),m] = \hat{b}_1,\ldots,\hat{b}_m,\hat{m}Q\,[(b_1,\ldots,$$
$$b_m),m] \vdash \frac{(a_1,\ldots,a_n)\,E}{(b_1,\ldots,b_m)\,E} .$$

VII. Эмпирико-реляционная аналогия

$$\hat{a}_1, \hat{a}_2 Q(a_1, a_2) = \hat{b}_1, b_2 Q(b_1, b_2) \vdash \frac{R(a_1, a_2)}{R(b_1, b_2)}.$$

$$\text{VIII.}\ [\hat{a}_1, \hat{a}_2 Q(a_1, a_2) = \hat{b}_1, b_2 Q(b_1, b_2)] \& (Q \supset R) \vdash \frac{R(a_1, a_2)}{R(b_1, b_2)}.$$

$$\text{IX.}\ \hat{a}_1, a_2 Q(a_1, a_2) = \hat{b}_1 b_2 Q(b_1, b_2) \vdash \frac{(a_1)\overline{P}}{(b_1)\overline{P}}.$$

X. Аналогия типа парадейгмы

$$(a, b) P_1, \ldots, P_n \vdash \frac{(a) P_{n+1}}{(b) P_{n+1}}.$$

XI. Комбинированная аналогия

$$\frac{(a) P}{(b) P} \vdash \frac{(a)\overline{P}}{(b)\overline{P}}.$$

XII. Аналогия существования

$$\hat{a}_1, \ldots, \hat{a}_n R(a_1, \ldots, a_n) = \hat{b}_1, \ldots, \hat{b}_n R(b_1, \ldots, b_n) \vdash \frac{(a_1, \ldots, a_n) E}{(b_1, \ldots, b_n) E}.$$

XIII. Механическая аналогия сведения

$$\forall R \forall x_1, \ldots, \forall x_n \exists R^{\text{M}} \exists x_1^{\text{M}}, \ldots, x_m^{\text{M}} E_{ss} [R^{\text{M}}(x_1^{\text{M}}, \ldots, x_m^{\text{M}}), R(x_1, \ldots, x_n)] \vdash \frac{R^{\text{M}}(x_1^{\text{M}}, \ldots, x_m^{\text{M}})}{R^{\text{M}}(x_1, \ldots, x_n)}.$$

XIV. Каузальная аналогия

$$\dot{H}(a, b) \vdash \frac{(a)\dot{C}d}{(b)\dot{C}d}.$$

XV. Модификация каузальной аналогии

$$\dot{G}(a, b) \vdash \frac{(a)\dot{C}d}{(b)\dot{C}d^{1}}$$

$$\text{XVI.}\ \hat{c}, \hat{a} Q(c, a) = \hat{c}, \hat{b} Q(c, b) \vdash \frac{\dot{Q}(c, a) \to \overline{Q}(c, a)}{\dot{Q}(c, b) \to \overline{Q}(c, b)}.$$

XVII. Аналогия замещения

$$\dot{\mathrm{D}}\mathrm{eg}\,[(a_1,\ldots,a_n),(b_1,\ldots,b_m)] \vdash \frac{Q(a_1,\ldots,a_n)}{Q(b_1,\ldots,b_m)}.$$

XVIII. Аналогия противоположностей

$$\dot{C}_n(a,b) \vdash \frac{(a)\,P}{(b)\,(P \dot{\vee} C_n P)}.$$

XIX. Субстанциальная аналогия

$$\dot{H}(a,b) \vdash \frac{(a)\,\dot{S}d}{(b)\,\dot{S}d}.$$

XX. Аналогия превращений

$$(a)\,\alpha_1,\ldots,\alpha_n \,\&\, (b)\,\beta_1,\ldots,\beta_m \vdash \frac{\dot{J}(\alpha_1,\ldots,\alpha_n)(\beta_1,\ldots,\beta_m)}{\dot{J}(a,b)}.$$

XXI. $\dot{J}(a,b) \vdash \frac{aE}{bE}$.

XXII. Прецедентная аналогия

$$(a \in Q)\,\&\,(b \in Q) \vdash \frac{\underset{x \in Q}{\forall x}\,(x)\,C \to (a)\,C}{\underset{x \in Q}{\forall x}\,(x)\,C \to (b)\,C}.$$

XXIII. Обобщающая аналогия

$$\dot{\mathrm{D}}\mathrm{eg}\,(a_1,b_1)\,\&\ldots\&\,\dot{\mathrm{D}}\mathrm{eg}\,(a_n,b_n) \vdash \frac{R(a_1,\ldots,a_n)}{R(b_1,\ldots,b_n)}.$$

XXIV. $\hat{a},\hat{d}R(a,d) = \hat{b},\hat{d}R(b,d) \vdash \frac{(d)\,P \vdash (a)\,P}{(d)\,P \vdash (b)\,P}$.

XXV. $R(d_1,\ldots,d_n) \vdash \frac{R(a_1,\ldots,a_n)}{R(b_1,\ldots,b_n)}$.

XXVI. Интерпретационная аналогия

$$R = (x_1,\ldots,x_n,d_1,\ldots,d_m) \vdash \frac{R(a_1,\ldots,a_n,d_1,\ldots,d_m)}{R(b_1,\ldots,b_n,d_1,\ldots,d_m)}.$$

XXVII. Аналогия через изоморфизм

$$\hat{a}_1, \hat{b}Q(a_1, b_1) = \ldots = \hat{a}_n, \hat{b}_n Q(a_n, b_n) \vdash \frac{R(a_1, \ldots, a_n)}{R(b_1, \ldots, b_n)}.$$

XXVIII. Аналогия Фарадея

$$(a, b)\dot{C}d \vdash \frac{(a)\,P_1, \ldots, P_n}{(b)\,P_1, \ldots, P_n}.$$

XXIX. Иллюстративная аналогия

$$\hat{a}_1, \hat{b}_1 Q_1(a_1, b_1) = \ldots = \hat{a}_n \hat{b}_n Q_n(a_n, b_n)$$
$$\vdash \frac{R_1(a_1, \ldots, a_n) \to R_2(a_1, \ldots, a_n)}{R_1(b_1, \ldots, b_n) \to R_2(b_1, \ldots, b_n)}.$$

XXX. Аналогия Эйнштейна

$$\dot{R}\mathrm{eg}(a_1, b_1), \ldots, \dot{R}\mathrm{eg}(a_n, b_n), \ldots, \dot{R}\mathrm{eg}(a_m, b_m)$$
$$\vdash \frac{\dot{I}\,[(a_1, \ldots, a_n), a]}{\dot{I}\,[(b_1, \ldots, b_n, b_{n+1}, \ldots, b_m), b]}.$$

XXXI. Аналогия Пуанкаре

$$\dot{Q}\,[(b_1, \ldots, b_n)^m, (a_1, \ldots, a_n)]\,\&\,[R(a_1, \ldots, a_n) \to$$
$$\to R(b_1, \ldots, b_n)] \vdash \frac{R(a_1, \ldots, a_n)}{R(b_1, \ldots, b_n)^m}.$$

XXXII. Аналогия Минковского

$$[R(a_1, \ldots, a_n, b)]\,\dot{S}_y \vdash \frac{R(a_1, \ldots, a_n)}{R(a_1, \ldots, a_n, b)}.$$

XXXIII. $\dot{R}\mathrm{eg}(a_1, b_1), \ldots, \dot{R}\mathrm{eg}(a_n, b_n), \dot{R}\mathrm{eg}(a, b)$

$$\vdash \frac{\dot{I}\,[(a_1, \ldots, a_n), a]}{\dot{I}\,[(b_1, \ldots, b_n), b]}.$$

XXXIV. Аналогия де-Бройля

$$[(a_1, \ldots, b_n), (b_1, \ldots, b_m)]\,[(p)\,\dot{S}] \vdash \frac{R(a_1, \ldots, a_n)}{R(b_1, \ldots, b_m)}.$$

XXXV. Аналогия Шредингера

$$\hat{a}_1,\ldots,\hat{a}_n R(a_1,\ldots,a_n)=\hat{b}_1,\ldots,\hat{b}_n R(b_1,\ldots,b_n) \vdash \frac{Q[R'(a'_1,\ldots,a'_n),R(a_1,\ldots,a_n)]}{Q[R'(b'_1,\ldots,b'_n),R(b_1,\ldots,b_n)]}.$$

XXXVI. Обобщение эмпирико-реляционной аналогии

$$\hat{a}_1,\ldots,\hat{a}_n R_1(a_1,\ldots,a_n)\approx\hat{b}_1,\ldots,\hat{b}_n R_1(b_1,\ldots,b_n) \vdash \frac{R_2(a_1,\ldots,a_n)\mathbin{\&}R_3(a_1,\ldots,a_n)}{R_2(b_1,\ldots,b_n)\mathbin{\&}R_3(b_1,\ldots,b_n)}.$$

XXXVII. Аналогия Гейзенберга

$$\mathrm{Deg}\,[(b_1,\ldots,b_k)(a_1,\ldots,a_k)\vdash\frac{(a_1,\ldots,a_k)\dot{K}}{(b_1,\ldots,c_k)\dot{K}}.$$

XXXVIII. Аналогия Бома

$$\dot{T}(a,b)\mathbin{\&}(a,b)P_1,\ldots,P_n\vdash\frac{(a)E}{(b)E}.$$

XXXIX. Аналогия Феньеша

$$\hat{a}_1,\ldots,\hat{a}_n R_1(a_1,\ldots,a_n)=\hat{b}_1,\ldots,\hat{b}_n R_1(b_1,\ldots,b_n) \vdash \frac{R_1(a_1,\ldots,a_n)\to R_2(a_1,\ldots,a_n)}{R_1(b_1,\ldots,b_n)\to R_2(b_1,\ldots,b_n)}.$$

XL. $$[R_1(b_1,\ldots,b_n)\to R_2 b_1,\ldots,b_n)]\to[R_1(a_1,\ldots,a_n)\to \to R_2(a_1,\ldots,a_n)]\vdash\frac{\overline{R}_2(a_1,\ldots,a_n)}{\overline{R}_2(b_1,\ldots,b_n)}.$$

XLI. Структурно-каузальная аналогия

$$\dot{H}(a,b)\mathbin{\&}\{\dot{C}[a,(a_1,\ldots,a_n)]\mathbin{\&}\dot{C}[b,(b_1,\ldots,b_n)]\} \vdash\frac{R(a_1,\ldots,a_n)}{R(b_1,\ldots,b_n)}.$$

XLII. Логическая аналогия отношений

$$\hat{a}_1,\ldots,\hat{a}_n Q(a_1,\ldots,a_n)=\hat{b}_1,\ldots,\hat{b}_m Q(b_1,\ldots,b_m)$$
$$\mathbin{\&}[Q(a_1,\ldots,a_n)\to R(a_1,\ldots,a_n)]\mathbin{\&}$$

$$\& [Q(b_1, \ldots, b_m) \to$$

$$\to R(b_1, \ldots, b_m)] \vdash \frac{R(a_1, \ldots, a_n)}{R(b_1, \ldots, b_m)} .$$

XLIII. $\mathrm{Deg}\,[(b_1, \ldots, b_m), (a_1, \ldots, a_n) \vdash \frac{R(a_1, \ldots, a_n)}{R(b_1, \ldots, b_m)}$.

XLIV. $C_n(a, b) \vdash \frac{(a)\, P}{(b)\, P}$.

XLV. Аналогия частичного замещения

$$[(a_1, \ldots, a_n), (b_1, \ldots, b_k)]\; Q_1, \ldots, Q_l$$

$$\vdash \frac{[R(a_1, \ldots, a_n)]\; \dot{P}}{[R(b_1, \ldots, b_k, a_{k+1}, \ldots, a_n)]\; \dot{P}} .$$

XLVI. Двойственная аналогия

$$(b_1 \equiv a_n) \& (b_n \equiv a_1) \vdash \frac{R(a_1, c_1, \ldots, c_k a_n)}{R(b_1, c_1, \ldots, c_k, b_n)} .$$

XLVII. $c_1, \ldots, c_k \to [(a_1, \ldots, a_n) \& (b_1, \ldots, b_n)] \vdash \frac{\dot{D}(a_1, \ldots, a_n)}{\dot{D}(b_1, \ldots, b_n)}$.

XLVIII. Аналогия функциональной заменимости

$$T[(a, b), c] \vdash \frac{F(a, c)}{F(b, c)} .$$

XLIX. Псевдофункциональная аналогия

$$\hat{a}F(a, c) = \hat{b}F(b, c) \vdash \frac{[R(f_1, \ldots, f_n)]\,(a, c)}{[R(f_1, \ldots, f_n)]\,(b, c)} .$$

L. $\hat{a}F(a, c) = \hat{b}F(b, c)$

$$\vdash \frac{[R_1(f_1, \ldots, f_n)]\,(a, c) \to [R_2(f_1, \ldots, f_n)]\,(a, c)}{[R_1(f_1, \ldots, f_n)]\,(b, c) \to [R_2(f_1, \ldots, f_n)]\,(b, c)} .$$

LI. Структурная аналогия

$$\hat{a}_1, \ldots, \hat{a}_n R(a_1, \ldots, a_n) = \hat{b}_1, \ldots, \hat{b}_n R(b_1, \ldots, b_n)\; m$$

$$\vdash \frac{F[(a_1, \ldots, a_n)\, m]}{F[(b_1, \ldots, b_n)\, m]} .$$

ОГЛАВЛЕНИЕ

Авенир Иванович Уемов

Утверждено к печати
Институтом истории естествознания и техники АН СССР
Редактор *Н. И. Стяжкин*. Художник *А. А. Люминарский*

Технический редактор *Н. Ф. Егорова*

Сдано в набор 30/I 1970 г. Подписано к печати 16/VI 1970 г. Формат $84 \times 108^1/_{32}$
Бумага № 2. Усл. печ. л. 13,44. Уч.-изд. л. 13,4. Тираж 4300
Т-10207. Тип. зак. 248. Цена 99 коп.

Издательство «Наука». Москва, К-62. Подсосенский пер., 21

2-я типография издательства «Наука». Москва, Г-99, Шубинский пер., 10