

$$2 \times 2 = 4$$

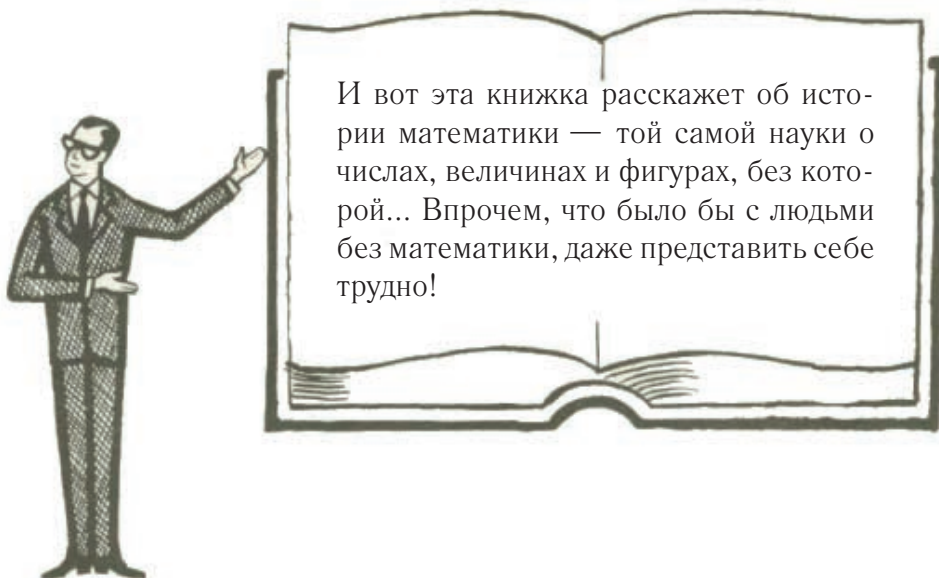
Когда речь идёт о чём-нибудь очень простом, понятном, мы часто говорим: «Дело ясно, как дважды два — четыре!»

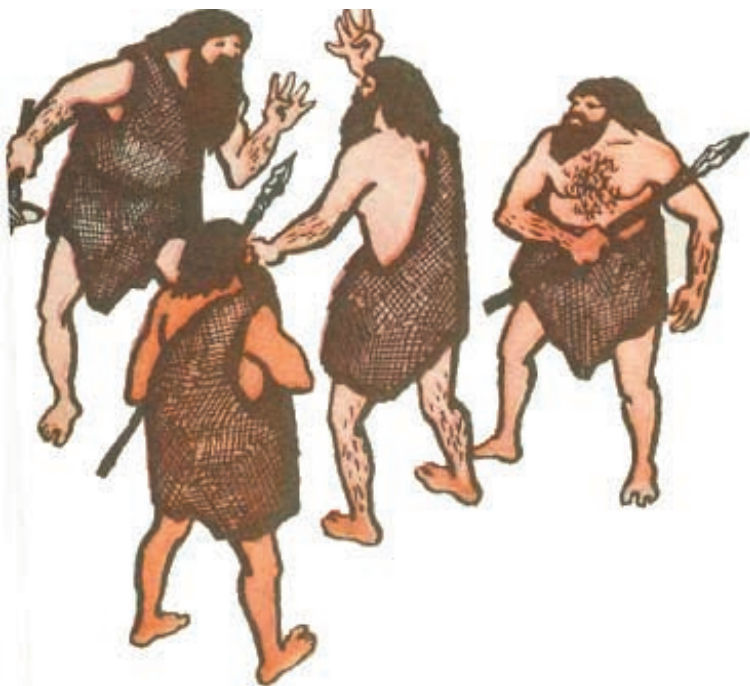
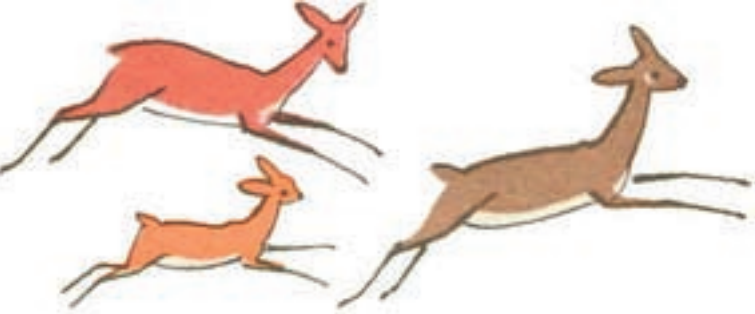
А ведь прежде чем додуматься до того, что дважды два — четыре, людям пришлось учиться много, много тысяч лет.

Конечно, это учение шло не за партой. Человек постепенно учился жить: строить жилища, находить дорогу в дальних походах, обрабатывать землю. И одновременно он учился считать. Потому что даже в самые далёкие времена, когда люди жили в пещерах и одевались в звериные шку-

ры, они не могли обойтись без счёта и меры.

О том, как люди учились считать и мерять, расскажет вам эта книжка. Из неё вы узнаете, что многие правила из ваших школьных учебников арифметики и геометрии были известны древним грекам две с лишним тысячи лет назад. Другие древние народы — египтяне, вавилоняне, китайцы, народы Индии — в третьем тысячелетии до нашего летосчисления имели сведения по геометрии и арифметике, которых не хватает некоторым ученикам пятого или шестого класса.





...КАК СВОИ ПЯТЬ ПАЛЬЦЕВ

Учиться считать люди начали в незапамятные времена, а учителем у них была сама жизнь.

Древние люди добывали себе пищу главным образом охотой. На крупного зверя — бизона или лося — приходилось охотиться всем племенем: в одиночку ведь с ним и не справишься. Командовал облавой обычно самый старый и опытный охотник. Чтобы добыча не ушла, её надо было окружить, ну вот хотя бы так: пять человек справа, семь сзади, четыре слева. Тут уж без счёта никак не обойдёшься! И вождь первобытного племени справлялся с этой первой задачей. Даже в те времена, когда человек не знал таких слов, как «пять» или «семь», он мог показать числа на пальцах рук.

Есть и сейчас на земле племена, которые при счёте не могут обойтись без помощи пальцев. Вместо числа пять они говорят «рука», десять — «две руки», а двадцать — «весь человек», — тут уж присчитываются и пальцы ног.

Лет двадцать пять — тридцать назад и в нашей стране были ещё народности, которые умели считать



только на пальцах. Вот как рассказывает об этом писатель Сёмушкин:

«Проезжая однажды мимо стойбища чукчей, я заметил на склоне небольшое стадо оленей. Я насчитал 128 оленей. Когда я спросил хозяина, сколько у него оленей, он ответил:

— Мы не считали. Но если хоть один олень пропадёт из стада, глаза мои узнают сразу.

— А можешь ты посчитать?

— Если тебе нужно, посчитаю. Долго буду считать. Поезжай пока в ярангу, а потом я принесу счёт.

В яранге мы успели попить чаю, закусить, переговорить с хозяином обо всём, а часа через два пришёл наш «подсчётчик». Он назвал число — 128. Старик хозяин крайне удивился такому множеству оленей.

— Наверно, ты ошибся. Так много оленей никогда у нас не было.

Старик решил проверить... Для этого он разулся и через три часа сообщил, что подсчёт произведён правильно (он помнил каждого оленя). Для подсчёта не хватило своей

семьи из пяти человек, и пришлось пригласить ещё двух человек из соседней яранги...»

Так люди начинали учиться считать, пользуясь тем, что дала им сама природа, — собственной пятернёй. Часто говорят: «Знаю, как свои пять пальцев». Не с того ли далёкого времени пошло это выражение, когда знать, что пальцев пять, значило то же, что уметь считать?



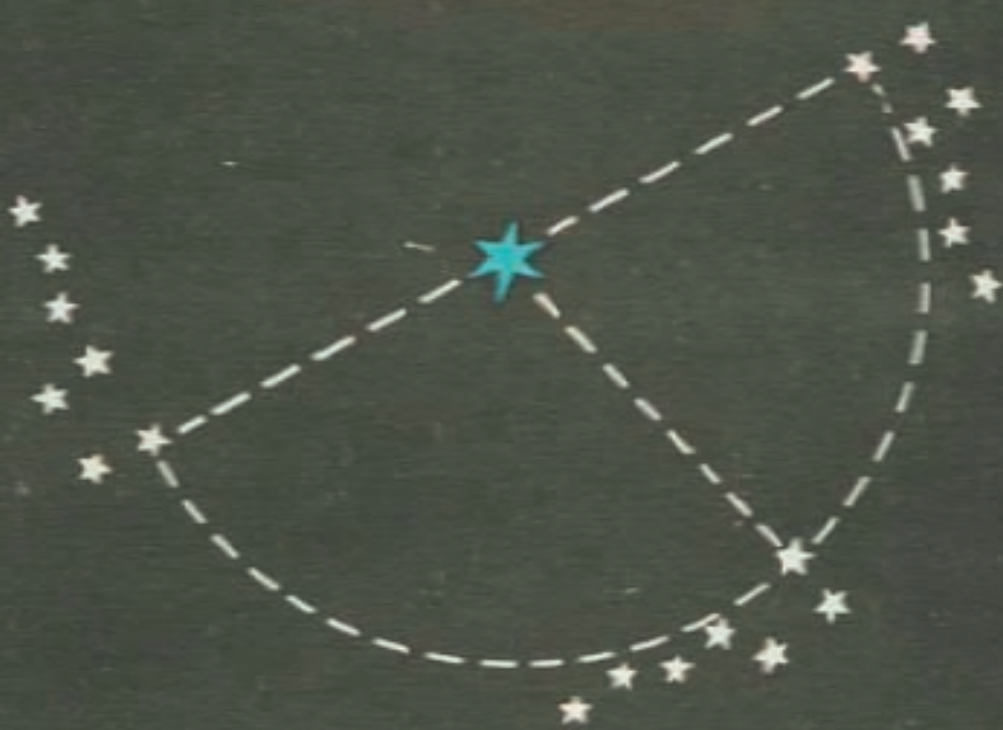


КАК ИЗМЕРЯТЬ И СЧИТАТЬ ВРЕМЯ?

Предметы считать просто: один, два, три, четыре... Измерить небольшое расстояние тоже несложно. Надо только иметь какую-нибудь мерку. Даже теперь мы нередко меряем расстояние по способу первобытных людей — считаем шаги.

Гораздо труднее найти мерку для времени. Тут ни пальцы, ни шаги не помогут: время можно измерять только временем. А мерка? Мерку надо было искать в природе.

Самыми древними «часами», которые к тому же никогда не останавливались и не ломались, оказалось Солнце. Утро, день, вечер, ночь. Не очень уж точные мерки, но поначалу первобытному человеку этого было достаточно. Потом люди научились определять время более точно: днём — по Солнцу, а ночью — по звёздам. Люди заметили, что звёзды на небе медленно двигаются. Все они как бы привязаны невидимыми ниточками к яркой звёздочке, которая всегда находится на одном и том же месте. Наверное, поэтому у некоторых народов она называется Гвоздём Неба. Мы же называем эту звезду Полярной; она показывает направление на север, на Северный полюс. Неподалёку от Полярной звезды на небе всегда можно найти семь звёзд, расположенных в виде ковша или кастрюль-



ки с длинной ручкой. Это созвездие Большая Медведица. За сутки Большая Медведица обходит вокруг Полярной звезды полный круг, за ночь полкруга. Вот и получается, что на небе есть настоящие ночные часы со звёздной стрелкой.

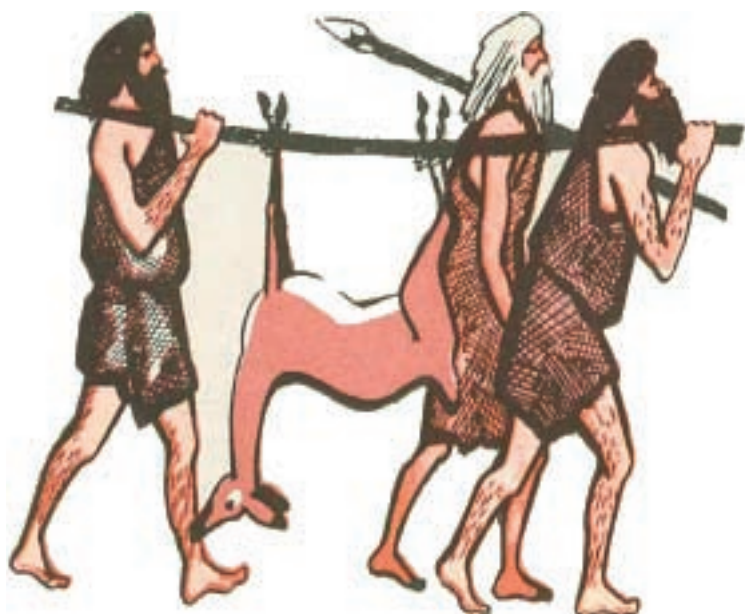
Звёзды были для людей не только первыми часами, но и первым компасом.

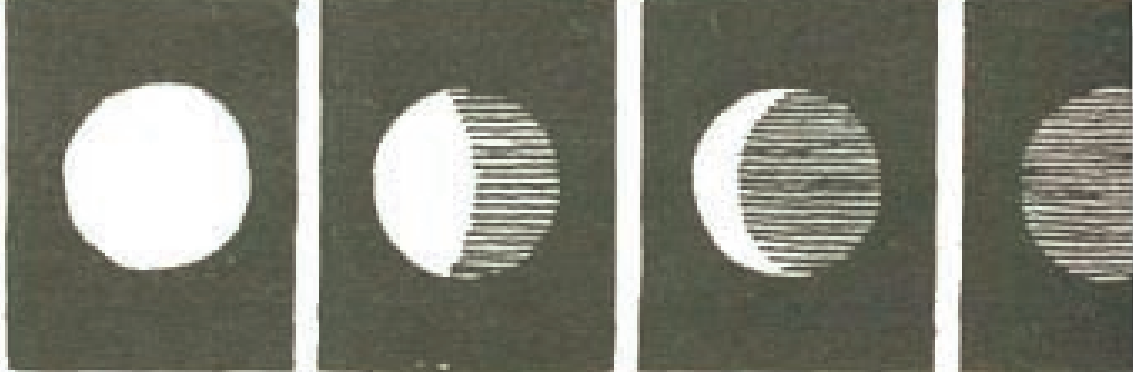
В поисках пищи первобытные люди большую часть времени кочевали, бродили с места на место. В знакомых местах дорогу можно было найти по приметам: холмам, озёрам, рекам. А при дальних походах? Ночью направление на север указывала Полярная звезда, а днём помогало находить дорогу Солнце. Этот компас

исправно работает и по сей час, помогая выбраться из леса грибникам или охотникам.

Названия стран света — восток и запад — как раз и означают стороны, где Солнце восходит, «востекает» на небо и «западает» за горизонт.

По Солнцу и звёздам удобно определять время суток. Но ведь людям были нужны и большие меры времени. Надо было знать, когда следует перебраться в лес за озером, где начали поспевать орехи, а когда перебраться к верховьям реки в которой рыба мечет икру. В природе нашлись и такие мерки времени.





Люди давным-давно заметили, что дни становятся то короче — зимой, то длиннее — летом. Промежуток времени от одного лета до другого — вот удобная большая мера. Ею пользуемся и мы с вами. Мы её называем — год. Только в древности год начинали не зимой, как у нас, а летом. Началом года люди считали самый длинный в году летний день, — по-нашему, 21 июня.

Интересно, что ещё три или даже четыре тысячи лет назад люди не только точно знали этот день, но и сумели построить каменный кален-

дарь, который без ошибки показывал начало года. Этот календарь отлично сохранился до наших дней. Он находится в Англии и называется «Стаунхендж».

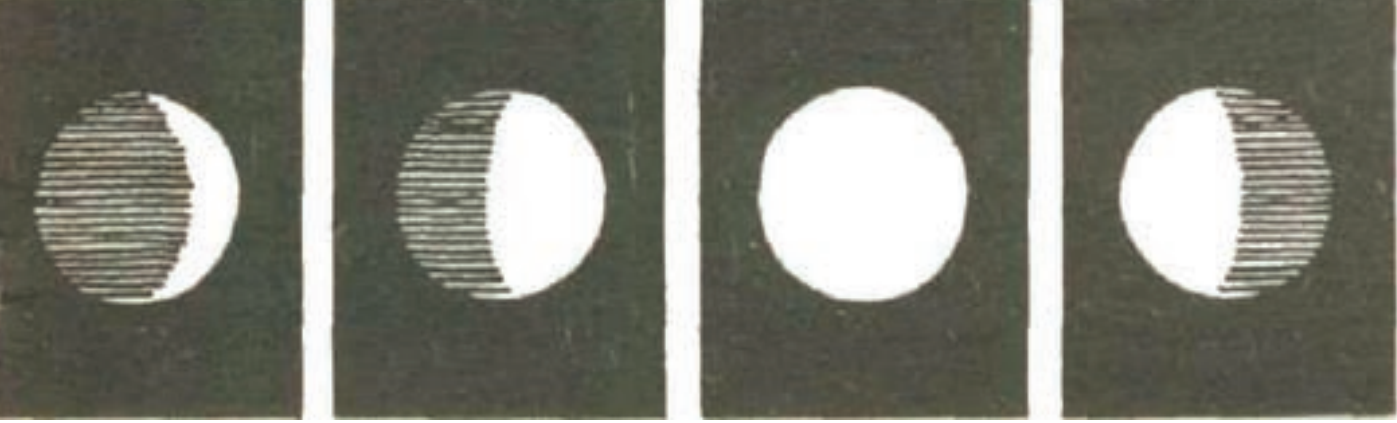
Представьте себе круглый забор из огромных камней, в середине которого вкопан в землю один камень. На круглую площадку внутри ограды ведёт построенный из таких же, как забор, огромных камней узкий коридор без крыши. Он направлен к тому месту, где в самый длинный день года лучи восходящего солнца освещают камень. Во все остальные дни года утром на камень падает тень от ограды.

А как разделить год? Весь год — это целых 365 дней, очень большая и не всегда удобная мера времени. На помощь пришла Луна. Люди заметили, что от полнолуния до полнолуния проходит почти ровно тридцать суток. Так появилась ещё одна мера времени — месяц. Понятно, почему и по-русски и на многих других языках слово «месяц» означает и Луну и отрезок времени. Потом месяц стали делить ещё на четыре части. Из этих четвертушек месяца родились наши недели.

Выходит, что все главные меры времени — сутки, месяц и год — люди позаимствовали у природы ещё в доисторические времена, много тысяч лет назад. Правда, с этими мерами долго происходила путаница: например, считали, что в году не 365, как на самом деле, а 360 суток. Первый настоящий, похожий на теперешний, календарь появился не так



Когда первый луч восходящего солнца падал на священный камень внутри круга, это означало, что наступило начало нового года.



уж давно — две с небольшим тысячи лет назад. Но об этом потом.

Для того чтобы считать дни, требовались большие числа: десятки, сотни и даже тысячи. Тут, конечно, никаких пальцев для счёта хватить не могло! Да и считая предметы, их можно было перекладывать, пересчитывать несколько раз. А в счёте времени ошибаться нельзя. Прошедший день исчез, его не вернёшь, не присоединишь к другим.

Как же считали дни люди в те времена, когда они и писать не умели?

Додумались. Ведь можно было каждый день делать зарубку на палке и потом зарубки эти сосчитать. Так началась первая на земле запись прожитых дней. Только делали её не пером, а топором. Именно таким деревянным календарём пользовался на необитаемом острове Робинзон Крузо. Через каждые тридцать дней, то есть каждое новолуние, он делал на своём календаре зарубку подлиннее. Получалась отметка месяца. Из месяцев складывался год.

Интересно, что зарубками на палках — вроде робинзоновского календаря — пользовались для счёта ещё совсем недавно: каких-нибудь полтора столетия назад. Только на них «записывали» не дни, а... подати, налоги и долги. Большинство крестьян в те времена были неграмотными. Поэтому, когда приходилось платить подать или оброк, крестьянин делал на специальной палочке столько надрезов, сколько мешков или мер зерна забирал у него сборщик на-

логов. Потом палочку раскалывали вдоль на две половинки. Одна оставалась у крестьянина и служила распиской, а другую вместо квитанции забирал с собой сборщик налогов. Так простая палочка с зарубками не только помогала считать, но и служила документом — квитанцией или распиской. Эти палочки-документы назывались бирками и хранились так же, как мы теперь храним квитанции об уплате денег за электричество или за квартиру.

Некоторые народы — например, индейцы в Северной Америке — вместо зарубок на палке завязывали узлы на шнуре или верёвке. Это, конечно, то же самое.

Так люди постепенно учились считать до сотен и тысяч и даже «записывать» эти числа с помощью палки или верёвки.





ЧИСЛА И ЦИФРЫ

Проходили многие-многие годы. Менялась жизнь человека. Люди приручали диких животных, и на земле появились первые скотоводы, затем и земледельцы.

Первыми земледельцами были женщины, которые пересаживали съедобные растения поближе к своему жилью. Раньше, чтобы набрать для семьи съедобных корней, женщине приходилось проходить по лесу многие километры, а тут они выращивали растения под боком, и всё в одном месте. Удобно!

Постепенно росли знания людей, и чем дальше, тем больше увеличивалась потребность в умении считать и мерить. Скотоводам приходилось пересчитывать свои стада, а при этом счёт мог идти уже сотнями и тысячами. Земледельцу надо было знать, сколько земли засеять, чтобы прокормиться до следующего урожая. А время посева? Ведь, если посеять не вовремя, урожая не получишь. И счёт времени по лунным месяцам уже не годился. Нужен был более точный календарь. К тому же людям всё чаще приходилось сталкиваться с большими числами, запомнить которые трудно или даже невозможно. Нужно было придумать, как их записывать.

Мы с вами уже знаем, что первым способом «записи» чисел были

зарубки на палке. Хорошо, если число небольшое — десятки или, в крайнем случае, сотни. А если тысячи? Пока сосчитаешь зарубки, чтобы «прочитать» число, пройдет больше часа. Очень неудобная «запись»! И вот примерно пять тысяч лет назад почти одновременно в разных странах — Вавилонии, Египте, Китае — родился новый способ записи чисел.

Только, прежде чем говорить об этом, давайте разберёмся, как мы записываем числа сейчас.

Мы пользуемся всего десятью цифрами, но с помощью этих десяти значков — цифр — можем записать любое число. Как это получается? Возьмём какое-нибудь число, например 189. Чтобы получить это число, надо сложить:

$$1 \text{ сотню} + 8 \text{ десятков} + 9 \text{ единиц} = 189.$$

Мы с вами такое сложение проделываем в уме и обычно даже не

думаем об этом. Оказывается, каждое число состоит из ступенек: единиц, десятков, сотен, тысяч — и так далее. Математики называют такие ступеньки разрядами. Мы с вами считаем десятичными ступеньками — десятками: единицы, десятки, сотни (десятки десятков), тысячи (десятки сотен). Но мы могли бы считать и иначе: например, дюжинами или парами — двойками.

Так вот, около пяти тысяч лет назад люди додумались до того, что числа можно записывать не просто зарубками-единицами, а по разрядам: отдельно единицы, отдельно десятки, отдельно сотни. Это было очень важным открытием. Считать и записывать числа теперь стало гораздо легче.

Древние египтяне так же, как и мы сейчас, считали десятками. Но специальные значки-цифры у них были только для разрядов: единиц, десятков, сотен, тысяч. Чтобы записать нашу цифру 7, египтянину приходилось рисовать 7 палочек:



ЕГИПЕТ											
I	II	III	IIII	IIII	IIII	IIII	IIII	IIII	IIII	∩	∩
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	100	1000
ВАВИЛОН											
Y	YY	YYY	YYYY	YY	YY	YYY	YYYY	YYYY	YYYY	<	Y
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	60	360
РИМ											
I	II	III	IV	V	VI	VII	VIII	IX	X		
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10		
XX	XXX	XL	L	LX	XC	C	D	M			
20	30	40	50	60	90	100	500	1000			



А, например, число 1873 египтяне писали так:



В Древнем Вавилоне считали не десятками, а шестидесятками. Математик сказал бы, что система счёта была там не десятичная, как у нас, а шестидесятеричная. Число шестьдесят играло у них такую же роль, как у нас десять. Например, число 137 вавилонский учёный представлял себе так: 2 шестидесятки + 17 единиц = 137.

Конечно, записывал он это число не так, как мы. Вавилоняне пользовались всего двумя цифрами. Вертикальная чёрточка обозначала одну



единицу, а угол из двух лежащих чёрточек — десять. Эти чёрточки у них получались в виде клиньев, потому что вавилоняне писали острой палочкой на сырых глиняных дощечках, которые потом сушили и обжигали.

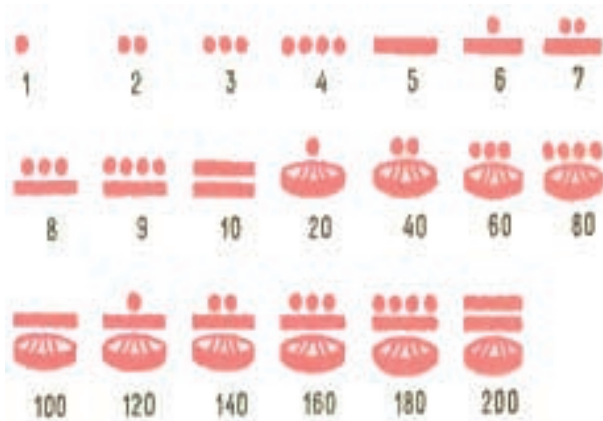


Вавилонская запись чисел была не очень удобной. Скучное занятие — рисовать много клинышков или уголков подряд, чтобы записать число двумя знаками. А если число было большое, то нередко происходила путаница, потому что специального значка для обозначения разряда 60 не было. И, например, число 3600 изображалось, как и единица, вертикальным клином. Вот тут и разберись!

Интересно, что до сих пор мы иногда пользуемся вавилонской системой счёта. Как вы думаете, почему в нашем часе 60 минут, а в минуте 60 секунд? Наверное, это осталось в наследство от вавилонян!

Очень интересная система счёта была у народа майя, который жил в Средней Америке (там, где сейчас государство Мексика). Около двух тысяч лет назад индейцы — майя — были гораздо культурнее, чем народы, жившие в то время в Европе.

Майя считали двадцатками, — у них была двадцатеричная система счёта. Числа от 1 до 20 обозначались точками и чёрточками. Если под числом был нарисован особый значок в виде глаза, это значило, что число надо увеличить в двадцать раз. Получались уже не единицы, а двадцатки,



второй разряд. Например, число 45 маяя записывали так:



Если глаз был нарисован дважды, то число надо было дважды умножить на двадцать. Это был третий разряд — четырёхсотки. Выходит, что изображение глаза играло у маяя ту же роль, что у нас цифра нуль. Только они рисовали глаз не рядом с числом, а под ним.



Вы видите, что, кроме цифр от 1 до 9, там есть ещё значки для 10, 100 и 1000. Если справа от цифры стоит значок «10», — значит, цифру надо умножить на 10. Получаются десятки, второй разряд. Например, число 1492 по-китайски надо записать так:



Как же в древности пользовались люди своим умением считать? Для чего им была нужна математика?

В те далёкие времена людей на земле было ещё мало, гораздо меньше, чем сейчас.

В степях, где росло много травы, жили редкие племена кочевников-скотоводов. Каждый раз, когда стада съедали и вытаптывали траву в ближайшей округе, им приходилось перебираться, перекочёвывать на новое место.

Домов кочевники не строили, жили в палатках из шкур, или юртах, которые возили за собой.

В долинах рек — на самых плодородных местах — люди обрабатывали землю.

Народы-земледельцы уже не кочевали с места на место, а жили большими селениями, из которых потом выросли первые города.

Собрать хороший урожай, конечно, не просто. Надо уметь обработать землю, выбрать и вовремя посеять семена, выпалывать сорняки, поливать. Земледельцам приходилось отводить воду из рек на поля, прорывать каналы, да так, чтобы вода текла туда, куда нужно. В тех местах, где поля были выше реки, надо было поднимать воду наверх.

Приходилось ломать голову над тем, как облегчить эту тяжёлую работу.

Народам-земледельцам, для того чтобы прожить и прокормиться, нужно было знать гораздо больше, чем кочевникам-скотоводам. Жизнь заставляла их учиться быстрее. Поэтому у земледельческих народов математика из набора отдельных простейших правил постепенно стала превращаться в науку.

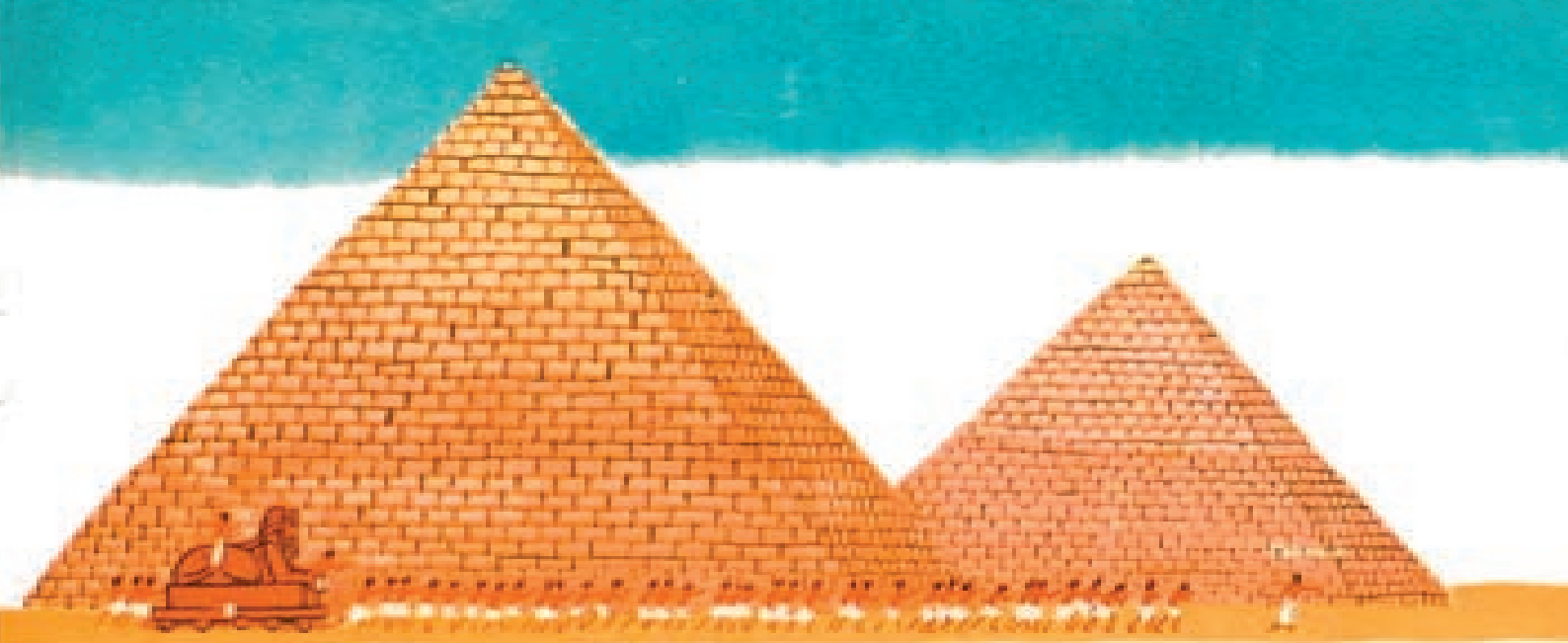


СТРОИТЕЛИ ПИРАМИД

Больше чем на шесть тысяч километров протянулась по Африке могучая река Нил. Она надвое разрезает выжженную солнцем пустыню. Вдоль реки тянется узкая полоса очень плодородной земли. Каждый год в середине лета Нил разливается. Когда вода спадает, на полях остаётся слой ила, который служит отличным удобрением. На такой земле можно снимать два и даже три урожая в год — только не ленись поливать посевы.

В долине Нила с незапамятных времён люди занимались земледелием. Пять с лишним тысяч лет назад там образовалось одно из первых на земле государств — Египет.

Древние египтяне были замечательными математиками и инженерами. Вы, наверное, слышали о египетских пирамидах — огромных гробницах египетских царей — фараонов. Словно из кубиков, они сложены из громадных — в десятки тонн весом — обтёсанных каменных глыб. Самая большая пирамида — пирамида Хеопса (или Хуфу) — выше сорокаэтажного дома. Даже сейчас поднять на такую высоту и расставить вплотную друг к другу тысячи многотонных каменных «кубиков» было бы не простым делом. А ведь у египтян не было ни подъёмных кранов, ни мощных домкратов.



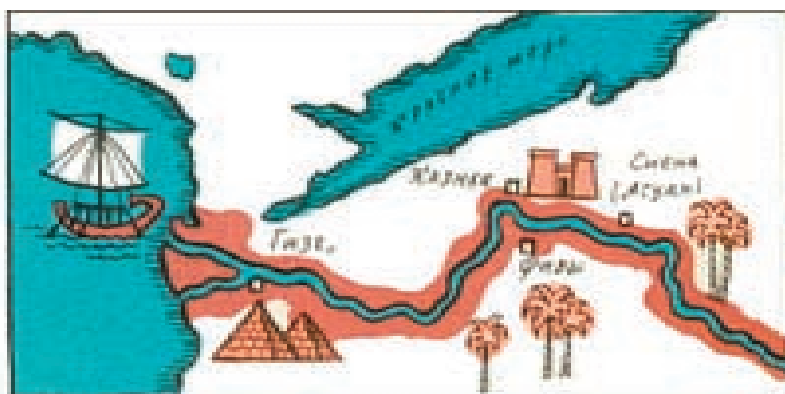
Все пирамиды имеют совершенно одинаковую правильную форму. И стоят они не как попало: одна сторона пирамиды всегда смотрит точно на восток, другие — на север, юг и запад. Но ведь построить (хотя бы на бумаге) правильную пирамиду совсем не так просто. Даже сейчас люди учатся этому только в средней школе. А египтяне умели строить пирамиды уже пять тысяч лет назад!

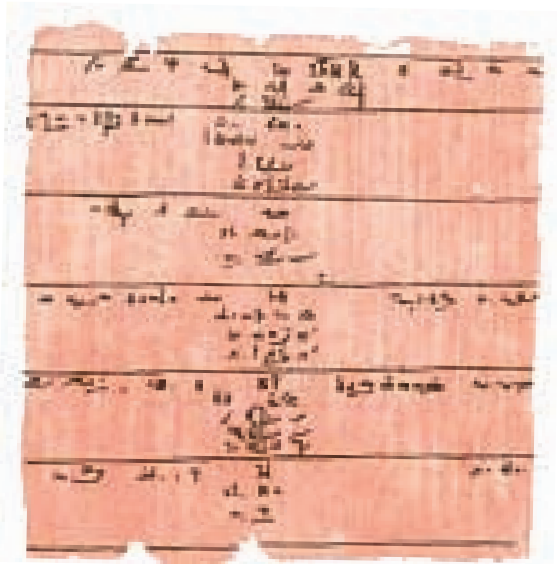
О замечательных постройках древних египтян можно рассказывать без конца. Некоторые секреты египетских строителей не раскрыты до сих пор.

Ясно, что строители пирамид должны были и знать и уметь очень много!

Кроме замечательных построек пирамид, храмов и дворцов, — до нас дошли многие записи и даже большие рукописи, сделанные древними египтянами. Некоторые из них высечены на камне, а большая часть написана чернилами на папирусе — плотной бумаге, которую египтяне делали из тростника. Учёные историки научились читать древнеегипетские рукописи. Поэтому мы представляем, как жили древние египтяне: чем они занимались, что знали, во что верили.

Некоторые из найденных учёными египетских рукописей специально посвящены математике. Это что-то вроде учебников, или, вернее, задачников, где даны решения разных практических задач.





Снимок кусочка папируса Ахмеса.

Древнейшая математическая рукопись египтян написана около 4000 лет назад. Она хранится в Москве — в Музее изобразительных искусств имени А. С. Пушкина, и называется Московским папирусом.

Другой математический папирус, написанный лет на двести-триста позднее Московского, хранится в Лондоне. Он называется: «Наставление, как достигнуть знания всех тёмных вещей, всех тайн, которые скрывают в себе вещи... По старым памятникам писец Ахмес написал это». Рукопись так и называют «папирусом Ахмеса», или папирусом Райнда — по имени англичанина, который разыскал и купил этот папирус в Египте.

В папирусе Ахмеса даётся решение 84 задач на различные вычисления, которые могут понадобиться на практике. Некоторые из этих задач показались бы довольно сложными даже ученику-старшекласснику нашей школы. Представляете себе, как трудно было их решить 4000 лет назад? Ведь у древних египтян не было ни удобного способа записи чисел, ни наших правил арифметических действий, ни таблицы умножения.

И, несмотря на это, египтяне свободно производили арифметические действия не только над целыми числами, но и над дробями. Правда, они употребляли при счёте только доли единицы, такие дроби, у которых в числителе единица: $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{3}$, $\frac{1}{4}$ и так далее. Однако это не мешало им решать задачи, которые имеют дробный ответ.

Например, в папирусе Ахмеса есть такая задача: «Разделить поровну 7 хлебов между восемью людьми». Мы с вами прямо сказали бы, что каждому должно достаться по $\frac{7}{8}$ хлеба. У египтян числа $\frac{7}{8}$ не было, и ответ задачи они записывали так:

$$\frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} [= \frac{7}{8}].$$

Если бы пришлось решать такую задачу не на бумаге, а на самом деле, мы с вами просто отрезали бы от каждого из хлебов по восьмушке и получили бы 8 одинаковых порций. А египтянин поступил бы иначе: четыре хлеба он разрезал бы на половинки, два — на четвертушки, один — на восьмушки, а потом сложил бы 8 одинаковых кучек:

$$\frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8}.$$

Большая часть задач папируса Ахмеса относится к арифметике: задачи на четыре действия арифметики, на пропорциональное деление, на предположение. Это почти такие же задачи, которые вы решаете (или будете решать) по школьному арифметическому задачнику. Но некоторые из задач папируса Ахмеса это уже не арифметика, а скорее алгебра.

Например, такая задача: «В доме 7 кошек, каждая кошка съедает 7 мышей, каждая мышь съедает 7 колосьев, каждый колос даёт 7 растений, на каждом растении вырастает 7 мер зерна, — сколько всех вместе?» Тут интересно, что в задаче надо ответить на вопрос: сколько всех вместе? Автор задачи не интересуется, о каких вещах или предметах идёт речь, важно только их общее количество. Значит, три с лишним тысячи лет назад египтяне уже представляли себе отвлечённое число. Не число кошек, или колосьев, или мышей, а именно само по себе число. Но ведь это совсем не так просто. Даже сейчас некоторые народы не знают отвлечённых чисел. Для того чтобы сложить, скажем, 2 и 3, им обязательно надо знать, чего 2 и чего 3: деревьев, камней или чего-нибудь другого. Иначе задача им не понятна.

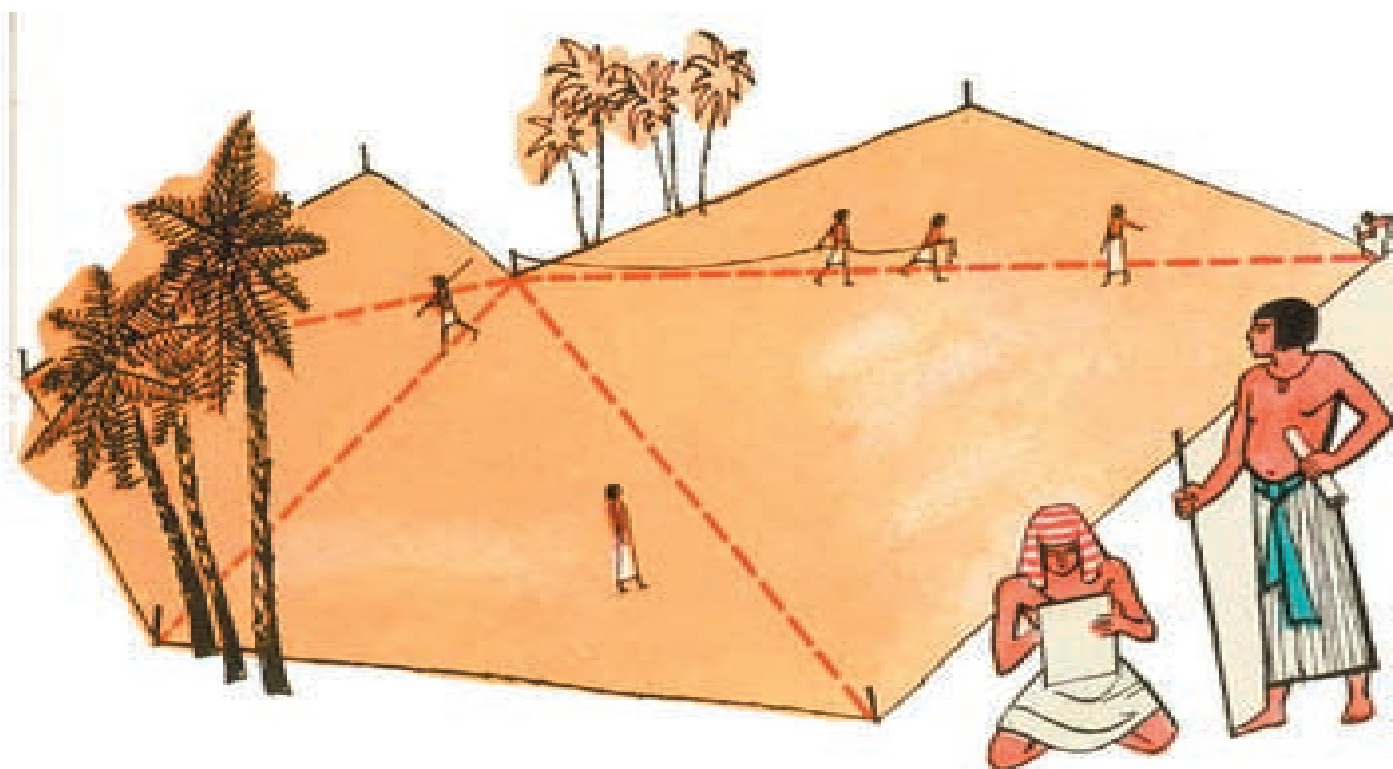
В папирусе Ахмеса почти нет задач по геометрии. Но о том, что египтяне отлично, для своего времени, знали геометрию, рассказывают дру-

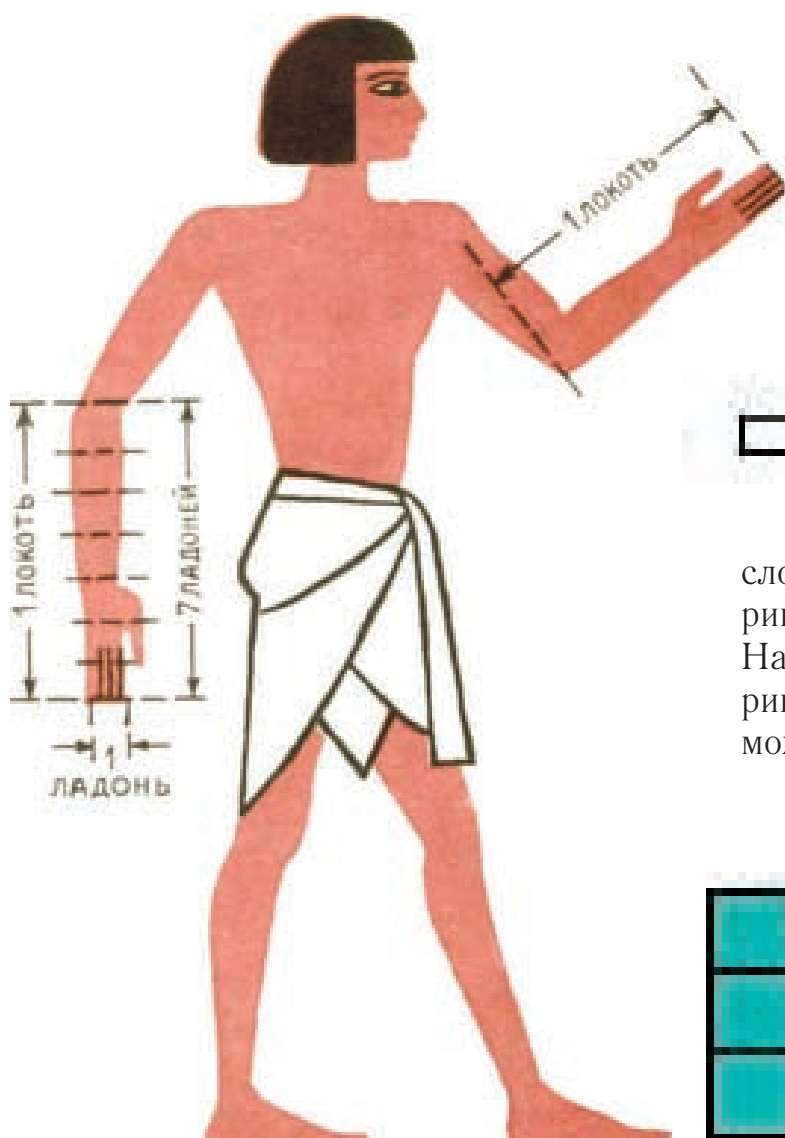
гие документы, да и сами замечательные египетские постройки.

Самое слово «геометрия» по-гречески означает «землемерие». Учёные считают, что эта наука зародилась ещё у самых древних египетских земледельцев. После каждого разлива Нила им приходилось заново разбивать поля на участки, находить их границы. А для этого надо было уметь измерять площади различных фигур: ведь поле может иметь какую угодно форму. Особенно тщательно поля измеряли чиновники фараонов, которые собирали с земледельцев налоги.

Чем же и как мерили землю древние египтяне?

Главной мерой длины у египтян служил локоть. Локоть делился на семь «ладоней», «ладонь» — на четыре «пальца». Как и многие другие народы, в качестве мерок длины египтяне использовали части человеческого тела. Но люди бывают разного роста, и локти у них не оди-

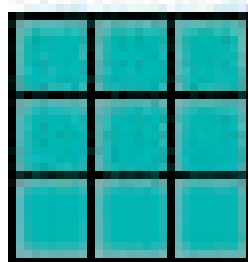




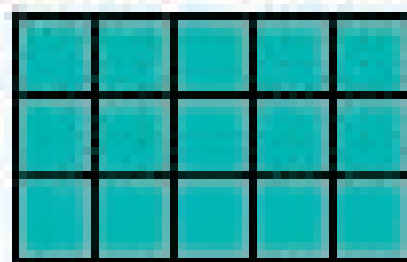
Происхождение мер.



сложное. Надо измерить длину и ширину поля, а потом их перемножить. Например, длина десять локтей, а ширина восемь. Значит, на этом участке можно уложить 80 квадратов со сто-



$$3 \times 3 = 9$$



$$3 \times 5 = 15$$

наковые. Египтяне это, конечно, понимали. Для того чтобы измерения получались точными и не происходило никакой путаницы, они придумали образцовые меры: локоть, ладонь и палец, общие для всего Египта. Теперь было уже неважно, какой длины руки у человека, который хотел что-нибудь измерить. Он мерил не своим, а «общим» локтем.

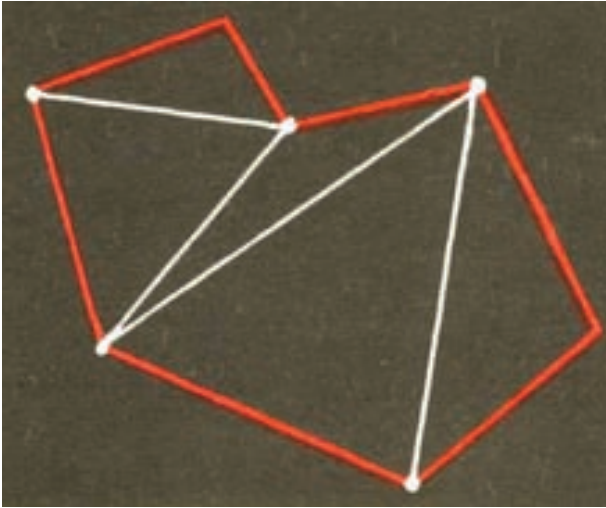
А площадь поля — как её измерить?

Если участок земли квадратный или прямоугольный, то это дело не-

роной в локоть. Его площадь — восемьдесят квадратных локтей.

Но участки могут иметь разную форму. Не всякий участок можно разделить на прямоугольники. А вот на треугольники можно разбить любой участок, — если только он ограничен прямыми линиями.

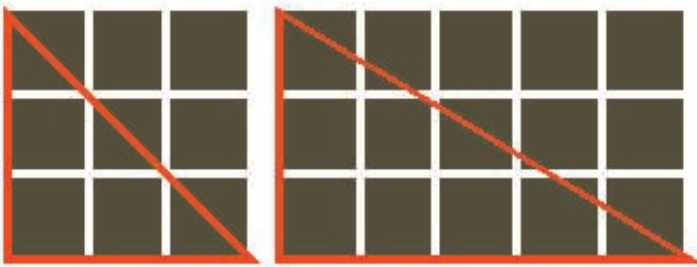
Посмотрите в ваш учебник геометрии. В нём изучению треугольников отведено гораздо больше места, чем изучению любой другой прямолинейной фигуры. Причина этого заключается в том, что изучение дру-



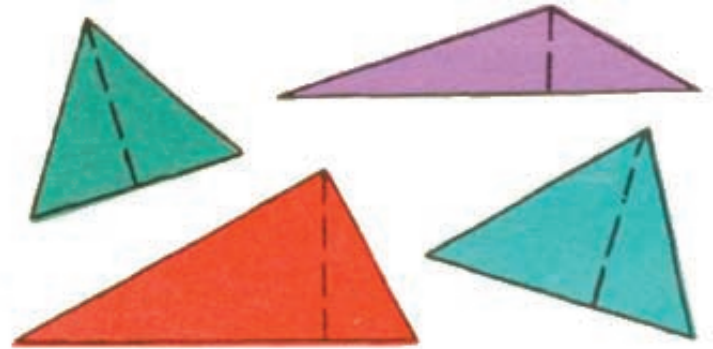
гих фигур основывается на знании свойств треугольников.

Ну, а если получается такой треугольник, у которого нет прямого угла? Как рассчитать?

Надо провести линию под прямым углом к одной из сторон треугольника так, чтобы она проходила через вершину противоположного этой стороне угла и образовала со стороною прямой угол. В геометрии такую линию называют высотой, а ту сторону, с которой она пересекается, — основанием треугольника. Видно, что высота делит треугольник опять же на два, но уже прямоугольных треугольника, вычислить площадь которых просто. Площадь



Вычисление площади треугольника.



И египетские землемеры научились измерять площадь треугольника.

Они рассуждали примерно так. Если в прямоугольнике провести прямую линию через два противоположных угла, то получится два одинаковых треугольника с прямыми углами. Площадь каждого из них вдвое меньше площади прямоугольника, из которого они получились. Значит, для того чтобы узнать площадь прямоугольного треугольника, надо измерить те его стороны, которые образуют прямой угол, перемножить длину их и от того, что получится, взять половину.

любого треугольника равна половине произведения основания на высоту.

Египетским математикам удалось решить и другую, гораздо более трудную задачу. Они нашли способ, хоть и приблизительно, вычислить площадь круга по его поперечнику (диаметру): за величину площади круга брали площадь квадрата поперечника круга. Проверка показывает, что правило египтян даёт недостаточно точный для практики результат. Египтяне это знали и установили другое, более точное правило: площадь круга равна площади такого квадрата, сторона которого есть $\frac{8}{9}$ поперечника круга.

Но давайте мысленно перенесёмся на 4000 лет назад и представим себе, что мы с вами египетские мастера, которые собираются строить пирамиду. С чего начинать?

Возьмём кусок папируса и нарисуем на нём чертёж нашей постройки. Чертёж в уменьшенном виде точно изображает все части будущей пирамиды.

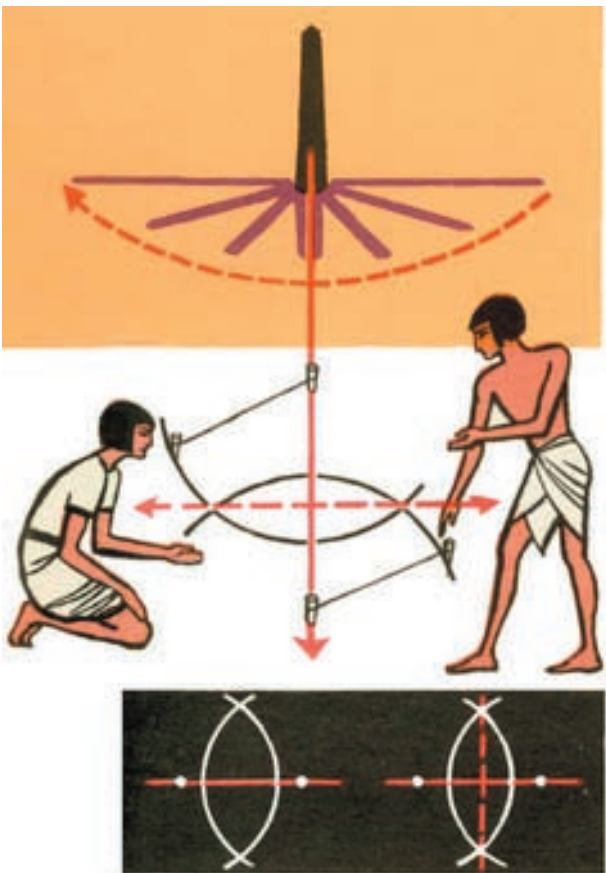
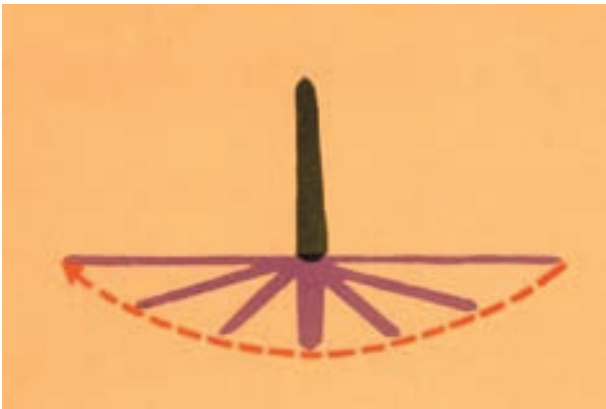
Теперь надо выбрать место для постройки и наметить на нём основание, фундамент пирамиды. Сделать это надо так, чтобы пирамида не получилась кособокой и чтобы стороны её смотрели на север, юг, восток и запад.

Поступим так, как это делали все египетские строители. Воткнём в землю отвесный шест. В полдень, когда тень от шеста будет короче всего, она покажет нам направление север — юг. Наметим на земле линию север — юг. Теперь проведём линию восток — запад. Для этого нужно взять верёвку с двумя колышками и провести на земле дуги так, как это показано на нашем рисунке. Через точки пересечения дуг натянем верёвку. Это и будет направление с востока на запад.

Линии север — юг и запад — восток пересекаются под прямым углом.

Значит, теперь мы можем из планок сделать себе угольник. Когда нам в следующий раз понадобится прямой угол, будем прикладывать этот угольник.

Впрочем, можно сделать иначе. Давайте возьмём верёвку и отмерим на ней сначала пять локтей, потом четыре, потом три. На концах участков верёвки завяжем узелки с колечками, а свободные концы верёвки аккуратно свяжем. Теперь вставим в колечки

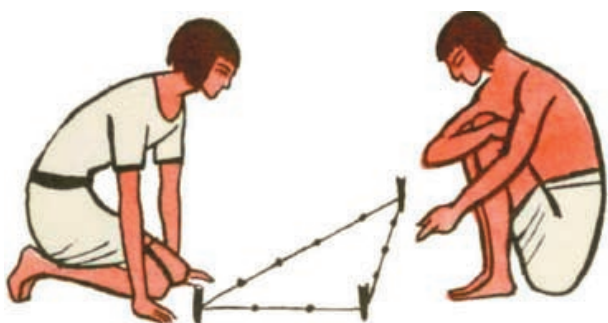


острые колышки и воткнём их в землю так, чтобы вся верёвка натянулась. У нас получился треугольник с прямым углом, который лежит как раз против большей стороны. Он и сейчас так называется — египетским.

Теперь надо наметить на земле основание пирамиды. По форме оно

А надсмотрщик с кнутом в руке не преминет наказывать рабочих не только за каждую неправильность в укладке, но и за лень!

Египтяне умели довольно точно измерять и вычислять не только длину или площадь, но и время. Как и другим народам, здесь им помогали наблюде-



такое же, как на чертеже. Только, конечно, во много раз увеличенное. Можно начинать строить!

Для того чтобы каменные «кубики», из которых складывается пирамида, ставились правильно, а не вкривь и вкось, пользуются отвесом — верёвочкой с гирькой. На первый слой «кубиков», отступя от краёв, укладывают второй, потом третий... И так до верха, пока в слое не останется всего один «кубик».

Всё это не так просто. Правда?





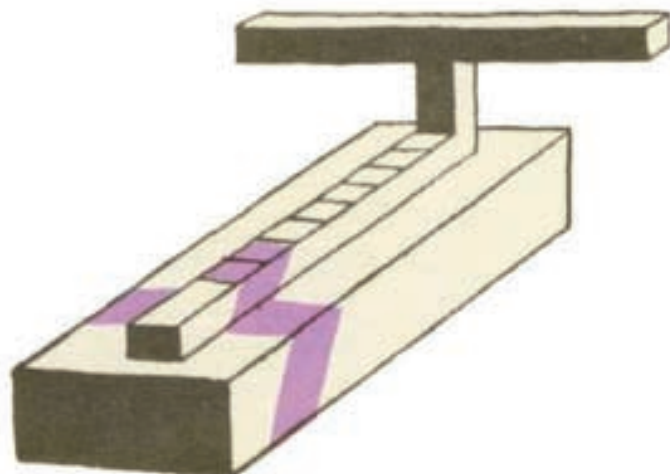
ния за Солнцем, Луной и звёздами. Они заметили, что разлив Нила начинается сразу после того, как над горизонтом впервые покажется одна из самых ярких на небе звёзд — Сириус. Представляете, как важно было для земледельцев заранее знать, через сколько дней их поля зальёт вода?

Египтяне изобрели один из самых удачных древних календарей. Они уже понимали, что год нельзя разделить на целое число лунных месяцев. В египетском году было $365 \frac{1}{4}$ суток. Это очень близко к тому, что есть на самом деле.

Египетский календарь оказался таким удачным, что потом им стали пользоваться и другие народы. Римский император Юлий Цезарь ещё в 46 году до начала нашего летосчисления ввёл египетский календарь в Древнем Риме; с тех пор этот календарь стали называть юлианским. По юлианскому календарю, по «старому стилю», до Великой Октябрьской социалистической революции жила и наша страна. Всего только сорок с лишним лет назад люди ещё пользовались замечательным изобретением египетских астрономов, живших тысячи лет назад.

Для того чтобы точнее измерять маленькие промежутки времени, египетские учёные изобрели часы. Первые часы были солнечные, они работали только днём. Вы видите на рисунке две сколоченные уголком планки? Это и есть египетские солнечные часы.

Утром, когда солнце только вставало, место тени на длинной планке отмечали зарубкой. Считалось, что прошёл час, когда тень доходила от одной отметки до другой. В полдень часы переворачивали другим концом, и теперь тень, увеличиваясь, опять шла по отметкам. Получалось шесть утренних часов и шесть вечерних — всего двенадцать дневных часов.





Позднее египтяне изобрели водяные часы, которые могли показывать время и ночью. Они так и назывались «ночные часы». Вы видите на рисунке, что водяные часы это просто сосуд, из которого через дырочку постепенно вытекает вода. Дырочка такая, что вся вода вытечет ровно за час. Потом нужно снова наполнять сосуд водой. Это, конечно, не очень удобный, но довольно точный способ измерения времени. Мы до сих пор часто говорим: время истекло. Это выражение возникло при употреблении водяных часов.



В Египте было сделано и много других замечательных изобретений. Только не надо думать, что все египтяне были изобретателями, хорошо знали арифметику и геометрию.

В Египте, как и во всех других древних странах, самыми учёными людьми были жрецы. У жрецов было время для того, чтобы наблюдать небо, изучать свойства чисел и фигур, думать, соображать. А простым людям Древнего Египта — крестьянам и ремесленникам, — для того чтобы прокормиться, приходилось с утра до ночи ходить за плугом или работать в мастерских. Тут уж не до науки! К тому же жрецы тщательно скрывали от народа свои знания. Чем меньше люди знают, тем легче заставить их верить в богов, тем проще держать народ в покорности. Это жрецы отлично понимали. Поэтому простые египтяне не знали и сотой доли того, что было известно египетским жрецам.



БАВИЛОН

На востоке от Аравийского полуострова с севера на юг текут две большие реки — Евфрат и Тигр. Между ними тянется узкая длинная полоса земли. В древности она называлась Месопотамией, что значит «Междуречье». Самым известным государством Месопотамии был Вавилон.

Во время разливов Тигра и Евфрата землю Междуречья покрывал плодородный ил. Вавилоняне, как и жители Египта, тоже были земледельцами. Только им приходилось труднее, чем египтянам. Тигр и Евфрат разливаются очень бурно. Для защиты от наводнений приходилось строить дамбы, обносить поля и селения насыпями. А для строительства всяких больших сооружений нужны знания. Не удивительно, что вавилоняне тоже стали хорошими математиками.

Земля в Междуречье плодородная, но там не было ни металлов, ни камня, ни леса, чтобы строить дома. Всё это вавилонянам приходилось покупать у других народов. Поэтому Вавилон раньше других стран стал вести большую торговлю. И, как это всегда бывает, вместе с товарами вавилонские купцы привозили и знания других народов.

Торговля помогала науке.

В математике вавилонские учёные добились ещё большего, чем египтяне.



Вавилоняне — вы уже знаете — считали шестидесятками. Нам такой счёт кажется неудобным, а вавилоняне отлично решали сложные задачи по математике. Кроме того, вавилонские учёные изобрели дроби, которые совершенно сходны с нашими десятичными дробями.

Десятичные дроби, как вы знаете, пишутся без знаменателя. Знаменатели 10, 100, 1000... определяются местом, которое занимает числитель, считая от запятой.

Вавилонские дроби были не десятичными, а шестидесятеричными. Действия с ними производились так же, как над десятичными дробями. Арифметика вавилонян усложнялась тем, что они не употребляли никакого знака (запятой) для отделения целой части числа от дробной.

Изображались вавилонские дроби так.

Сначала писали число целых единиц. На втором месте — число шестидесятых долей, на третьем — шестидесятые доли от предыдущих, и так далее. Записи получались сложными, длинными. Но всё-таки вавилоняне умели записывать любые дроби, любые части целого. Египтяне этого делать не умели.

Позднее шестидесятые доли единицы стали называть минутами, а шестидесятые доли минут — секундами. Выходит, что мы до сих пор пользуемся вавилонскими дробями, когда смотрим на часы!

Таблица умножения вавилонян.

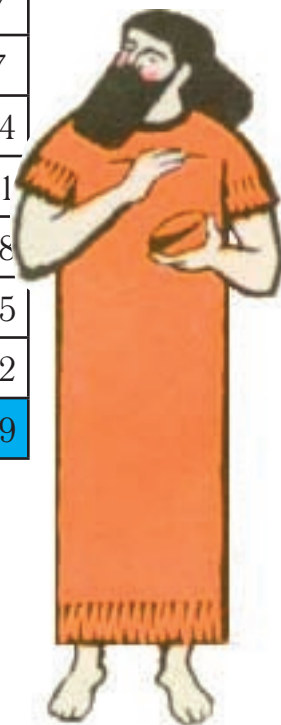
Для того чтобы было удобнее решать задачи, вавилонские учёные составили большую (60×60) таблицу умножения. По виду она, конечно, сильно отличалась от нашей, но смысл в ней был тот же самый. Вавилоняне пользовались и другими таблицами, которые помогали им решать задачи. Например, у них были таблицы квадратов и кубов чисел. В теперешних справочниках по математике тоже есть такие таблицы.

Вавилонские учёные знали не только арифметику, но и геометрию и алгебру.

Некоторые учёные полагают, что самое слово «алгебра» является вавилонским.

В широкое употребление оно вошло много позднее через книги среднеазиатского математика аль Хорезми, имя которого происходит от

	1	2	3	4	5	6	7
1	1	2	3	4	5	6	7
2	2	4	6	8	10	12	14
3	3	6	9	12	15	18	21
4	4	8	12	16	20	24	28
5	5	10	15	20	25	30	35
6	6	12	18	24	30	36	42
7	7	14	21	28	35	42	49





названия местности Хорезм (Узбекская республика).

Около шести тысяч лет назад в Вавилоне было сделано замечательное открытие: люди изобрели колесо.

«Колесо? Что же тут замечательного?» — подумаете вы.

Но так кажется только на первый взгляд.

Представьте себе на секунду, что вдруг случилось чудо и на земле исчезли все колёса.

Это было бы настоящей катастрофой!

Остановятся автомобили и поезда, замрут заводы и фабрики, перестанут давать ток электростанции.

Словом, всё пойдёт кувырком!

Потому что в каждой машине — от карманных часов до космической ракеты — работают десятки и сотни самых разнообразных колёс.

Выходит, что неизвестный вавилонский изобретатель первого колеса действительно сделал великое открытие.

Вавилонские воины на боевых колесницах, запряжённых лошадьми, легко побеждали пеших врагов.

Вавилонские инженеры и мастера стали пользоваться блоками и катками. Они поднимали и перетаскивали такие тяжести, справиться с которыми без колеса было бы не под силу.

Колесо и рычаг были первыми мощными помощниками человека в работе с большими тяжестями.

Выполненные при помощи их работы величайшего учёного всех

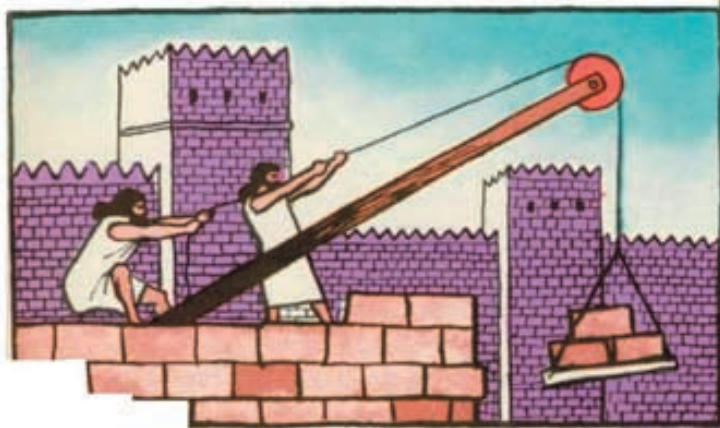


времен Архимеда, о котором речь впереди, вызвали удивление, которое приписало Архимеду слова:

«Дайте мне точку опоры, и я переверну Землю!»

Вавилонские горшечники стали делать посуду на гончарном круге.

Красивую круглую посуду с тонкими стенками охотно покупали не только в Вавилоне, но и в других странах.



Так изобретение колеса сыграло очень большую роль в истории Вавилона.

Не удивительно, что вавилонские учёные старательно изучали свойства окружности — колёсного обвода.

Прежде всего надо было научиться измерять длину окружности. Дело это не такое простое: ведь линейку с делениями к окружности приложить нельзя. Вот как приходилось поступать. Чертили окружность и два квадрата: один — так, чтобы его углы упирались в окружность изнутри, второй квадрат, побольше, рисовали так, чтобы окружность как раз в нём помещалась. Получалось, что больший

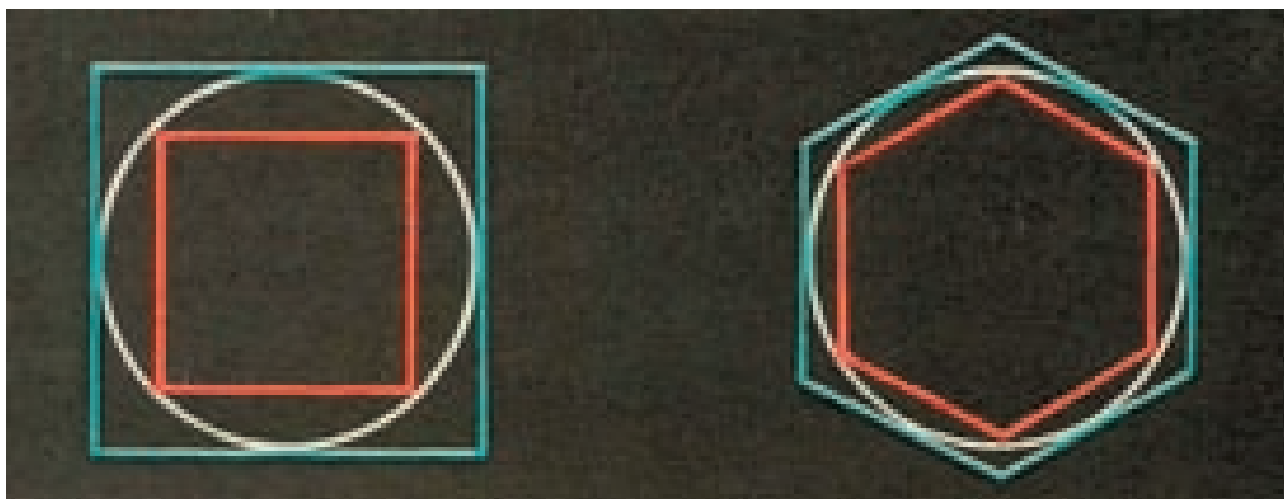
квадрат как бы надет на окружность и упирается в неё серединами своих сторон. Посмотрите на рисунок.

Потом измеряли длину всех сторон большего и меньшего квадратов, это легко сделать простой линейкой. Получившиеся числа они складывали и потом делили пополам. Считалось, что это и есть длина окружности. Она получалась в три с лишним раза больше, чем диаметр. Конечно, это не очень точный способ, но чаще всего этого было достаточно.

Если же нужно было решить задачу точнее, то вместо квадратов ва-

вилоняне чертили шести- или даже двенадцатиугольники. Видите — стороны шестиугольников ближе подходят к окружности, а значит, и измерение длины окружности будет более точным. В некоторых вавилонских задачах отношение длины окружности к диаметру почти совпадало с тем же числом, которым люди пользуются для вычислений и сейчас.

Как и в Египте, самыми учёными людьми в Вавилоне были жрецы. Особенно прославились вавилонские жрецы своими знаниями по астрономии. И действительно, для своего



Для вычисления длины окружности по известной длине диаметра нужно знать, сколько раз окружность длиннее диаметра.

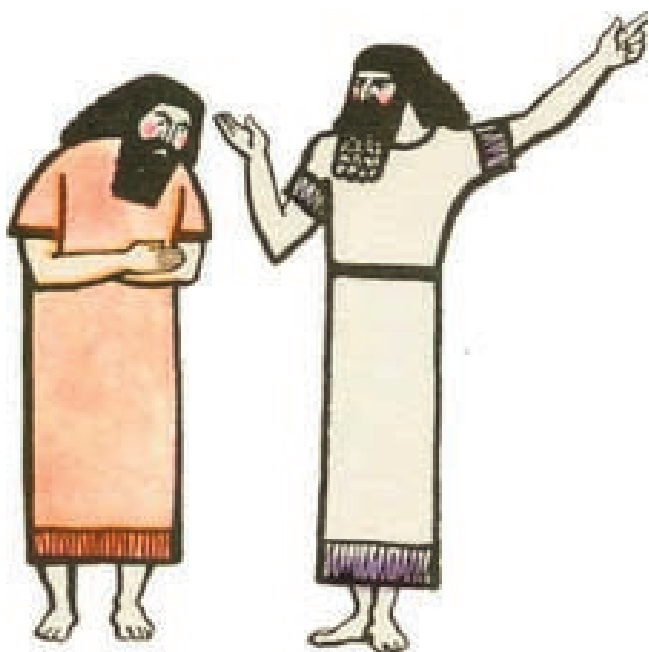
Отношение этих длин обозначается греческой буквой — π (пи), первой буквой слова «периферия».

Вавилонские учёные принимали — равным 3,125 (более точное значение — 3,14159...).

времени они были замечательными астрономами.

Наблюдая небо, вавилоняне заметили, что некоторые яркие звёзды по-особенному движутся среди других звёзд. Теперь мы их называем планетами. Вавилоняне не только знали планеты — Меркурий, Венеру, Марс, Юпитер, Сатурн, — но даже пытались вычислять, предугадывать наперёд пути их движения на небе.

Особенно интересовались жрецы затмениями Солнца и Луны. Пять с лишним тысяч лет назад по своим летописям они составили список всех затмений, которые были до этого. Оказалось, что солнечные затмения происходят через один и тот же промежуток времени. Значит, затмения можно предсказывать? Жрецам это было очень важно. Жрец, который заранее знал и мог предсказать, что разгневанные боги погасят Солнце, был в глазах тёмных людей великим волшебником. Разве можно в чём-нибудь послушаться такого могучего колдуна?



Вавилонские астрономы-жрецы наблюдают затмение.

Для того чтобы ещё больше подчинить себе простой народ, вавилонские жрецы придумали специальную «науку» — астрологию. Они убеждали людей, что расположение звёзд на небе влияет на судьбу человека, что по звёздам можно предсказывать будущее. Конечно, «предсказывать» по звёздам могли только сами жрецы. Простой народ верил в «предсказания». Предсказания затмений подкрепляли веру в могущество жрецов. Для этого и нужно знание астрономии.

Ясно, что астрология была вовсе не наукой, а обыкновенным жульничеством! Но в астрономии и математике вавилоняне много сделали и для настоящей науки.



НАУКУ РАЗВИВАЮТ МОРЕПЛАВАТЕЛИ

Примерно на полпути между Египтом и Вавилоном, на восточном берегу Средиземного моря, лежала небольшая страна, которая называлась Финикией.

У финикиян не было ни плодородной земли, ни богатых пастбищ. Жителей Финикии издавна кормило море и морская торговля. На своих скорлупках-кораблях финикийские купцы не только смело плавали по всему Средиземному морю, но и выходили через пролив в Атлантический океан. На севере они доплывали до Британских островов — современной Англии.

Из Англии финикияне везли олово, без которого нельзя приготовить бронзу. А бронза в те времена была самым важным для людей металлом: ведь железа они ещё не знали. Финикийские купцы плавали и далеко на юг — вдоль берегов Африки. Из Африки купцы привозили слоновую кость, золото, драгоценные камни.

Море для финикиян было не только кормильцем, но и учителем. Раньше всех других народов финикияне поняли, что Земля круглая. Ведь каждый раз, когда корабль прибли-



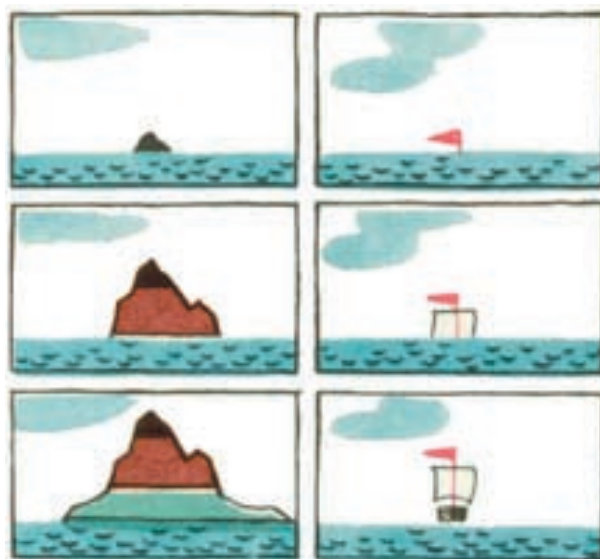
жался к берегу, сначала были видны верхушки мачт, потом паруса, и только в последнюю очередь из-за «горба» моря показывалось всё судно.

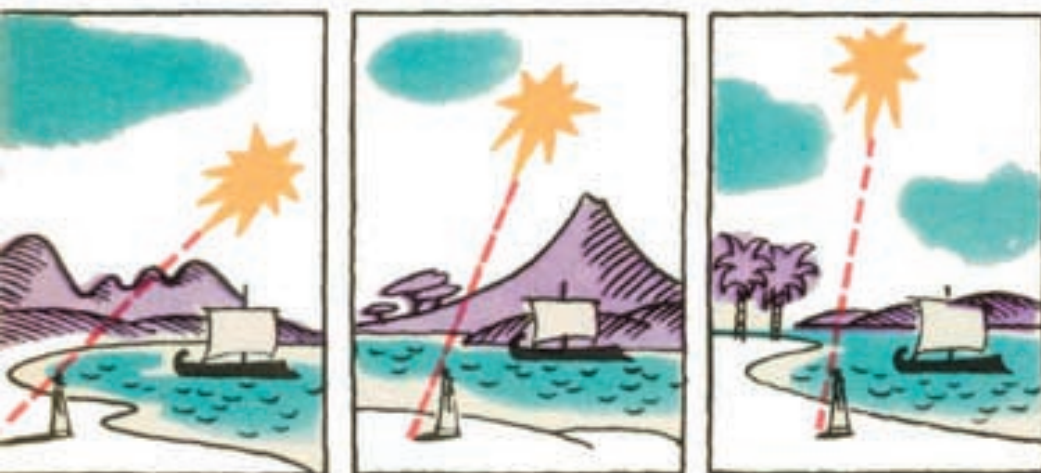
Финикияне плавали не только вдоль берегов, но и в открытом море. Поэтому финикийские моряки хорошо изучили звёздное небо. Они знали, что звёзды на небе не везде одни и те же.

Отправляясь из Средиземного моря к Британским островам, моряки видели, что Полярная звезда и другие звёзды северной половины неба поднимаются всё выше, а южные звёзды прячутся за горизонт.

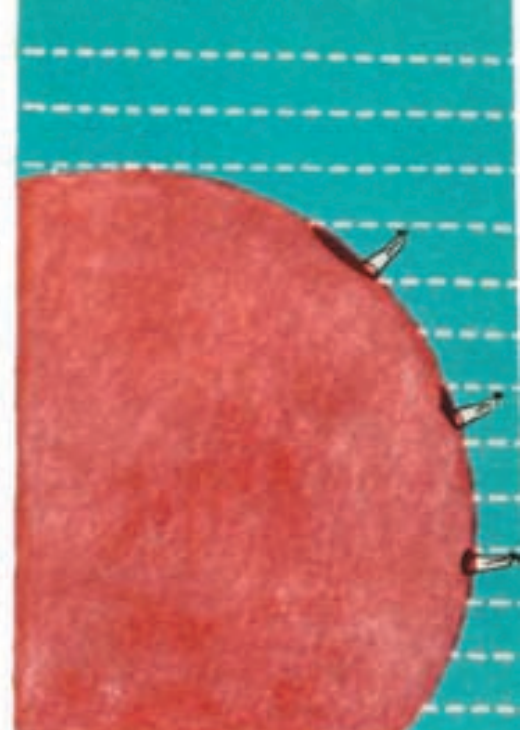
Скала, наблюдаемая с различных расстояний, и приближающийся корабль.

Когда финикияне плыли на юг, в Африку, всё происходило наоборот. Северные звёзды склонялись всё ниже и ниже, а из-за южного горизонта показывались новые, незнакомые созвездия, которые не были видны в родной Финикии. Наконец Полярная





*Левый рисунок:
длина тени зависит от высоты Солнца
на небе.*



*Правый рисунок:
Солнце находится на таком большом
от Земли расстоянии, что лучи солн-
ца считаются параллельными для всех
точек земной поверхности.*

звезда совсем скрывалась за горизонтом. Вы, наверное, уже догадались, что это означало: финикийские корабли пересекли экватор и переходили в южное полушарие.



На юге происходили удивительные вещи не только со звёздами, но и с Солнцем. Близ экватора в полдень Солнце стояло прямо над головой. Человек стоит на солнце, а тени от него никакой нет! Разве это не удивительно? Ещё дальше к югу солнце начало двигаться не слева направо, как мы привыкли, а, наоборот — справа налево.

Для народов, которые жили на одном месте, например египтян, всё это было бы совершенно непонятными чудесами.

А финикияне не только повидали все эти чудеса своими глазами, но и научились по звёздам и Солнцу находить в открытом море дорогу для своих кораблей. Недаром долгое время они считались лучшими знатоками мореплавания и астрономами.

Финикияне сделали ещё одно очень важное открытие, которое по наследству досталось и нам. Они первые стали писать буквами.

До этого все другие народы писали специальными значками-иероглифами. Каждый такой значок — полбуква-полукартинка — обозначал целое слово. Поэтому иероглифов было очень много — сотни и даже тысячи: на каждое слово — свой знак. Научиться писать иероглифами, конечно, было очень трудно. Попробуйте-ка запомнить алфавит из нескольких тысяч «букв»!

Вы, вероятно, слышали высказывания о трудности китайской грамоты.

Китайцы в течение тысячелетий пользовались иероглифическим письмом. Только в последние годы в Китае поднят вопрос о переходе на алфавитное письмо.

Финикияне догадались, что можно записывать значками не слова, а звуки, из которых состоят эти слова. Тогда малым числом значков можно записать любое слово.

Такие значки мы и называем буквами.

По примеру финикиян, буквами стали писать и другие народы, например греки и наши предки — славяне.

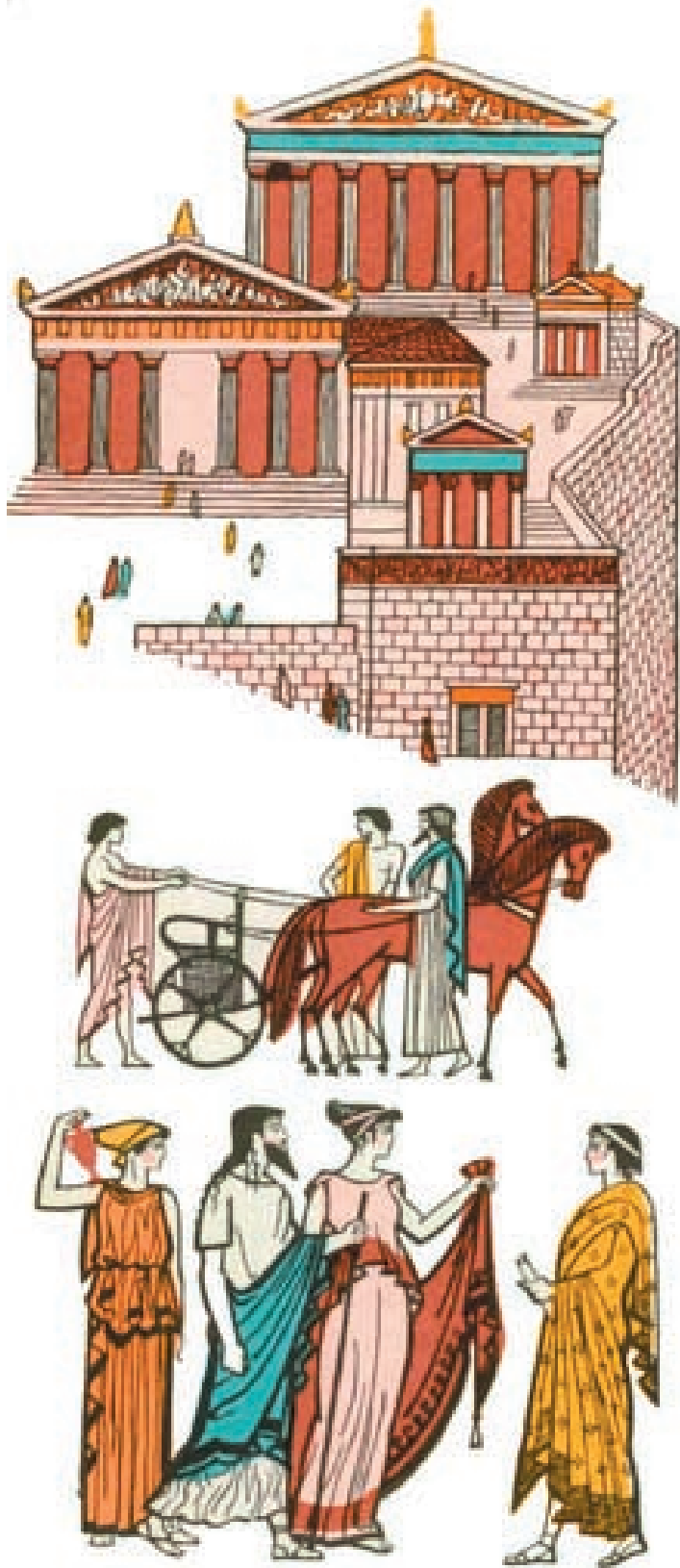
Выходит, что буквы, которыми написана эта книга, родились три тысячи лет назад, на берегу Средиземного моря!

Числа финикияне тоже стали записывать буквами.

Это было гораздо удобнее и, главное, скорее, чем египетский и вавилонский способ записи. Способ записи чисел буквами перешёл позднее к грекам и к другим народам.



Видимое положение Полярной звезды при передвижении наблюдателя с севера на юг. На правом рисунке видим, что лучи от Солнца или звезды образуют углы равной величины с горизонтальной плоскостью.



КАК МАТЕМАТИКА СТАЛА НАСТОЯЩЕЙ НАУКОЙ

— А разве у египтян и вавилонян математика не была наукой? — спросите вы. — Ведь они знали по математике уже немало и к тому же очень умело пользовались своими знаниями.

В том-то и дело, что знания были, а настоящей науки ещё не было. Потому что математика, как и всякая другая наука, прежде всего должна отвечать на вопрос «почему». Почему площадь треугольника равна половине произведения основания на высоту? Почему два любых числа всегда можно точно сложить друг с другом, а вот разделить друг на друга без остатка можно не всякие числа?

Египтяне знали, что у треугольника со сторонами в 3, 4 и 5 локтей один угол прямой. Но почему так получается, они не объясняли. Такой вопрос, может быть, и не приходил им в голову. Как и многие другие народы, египтяне просто пользовались готовыми правилами, которые «ощупью» находили на опыте и запоминали. В решениях их задач часто встречается совет: «Делай как делается».

Настоящей наукой математика стала только у древних греков. Это был маленький, но удивительно талантливый народ, у которого учат-



ся многому даже сейчас, тысячи лет спустя.

Греческие племена стали селиться на северных и восточных берегах Средиземного моря более трёх тысяч лет назад. Большая часть греков осела на Балканском полуострове там, где и сейчас государство Греция. Остальные расселились по большим и маленьким островам Средиземного моря и по берегу Малой Азии.

Как и финикияне, греки были отличными моряками. Их лёгкие остроносые корабли во всех направлениях бороздили Средиземное море. Они везли посуду и украшения из Вавилона, бронзовое оружие из Египта, шкуры зверей с берегов Чёрного моря. И, конечно, как и у других народов, вместе с товарами корабли привозили в Грецию знания.

Но греки не просто учились у других народов. Очень скоро они обогнали своих учителей.

Греческие мастера строили удивительной красоты дворцы и храмы, которые потом тысячи лет служили образцом для архитекторов всех стран. Греческие скульпторы создавали из мрамора чудесные статуи. А с греческих учёных началась не только «настоящая» математика, но и очень многие другие науки, которые вы проходите в школе.

А знаете, почему греки обогнали в математике все другие народы? Потому что они хорошо умели... спорить.

Чем же споры могут помочь науке?





В древние времена Греция состояла из многих маленьких государств. Чуть не каждый город с окрестными деревнями был отдельным государством. Каждый раз, когда приходилось решать какой-нибудь важный государственный вопрос, горожане собирались на площадь, обсуждали его, спорили о том, как сделать лучше, а потом голосовали. Понятно, что

они были хорошими спорщиками: на таких собраниях приходилось опровергать противников, рассуждать, доказывать свою правоту. Греки считали, что спор помогает найти самое лучшее, самое правильное решение. Они даже изречение придумали: «В споре рождается истина».

И в науке греки стали поступать так же, как на народном собрании.



Они не просто заучивали правила, а доискивались причины: почему правильно делать так, а не иначе.

Каждое правило греческие математики старались объяснить, доказать, что оно действительно верное. Для этого они спорили друг с другом, рассуждали, старались найти в рассуждениях ошибки. Докажут одно правило — рассуждения ведут к другому, более сложному, потом — к третьему, к четвёртому. Из правил складывались законы, а из законов — наука математика.

Едва родившись, греческая математика сразу семимильными шагами пошла вперёд. Ей помогали чудесные сапоги-скороходы, которых раньше у других народов не было. Они назывались «рассуждение» и «доказательство».

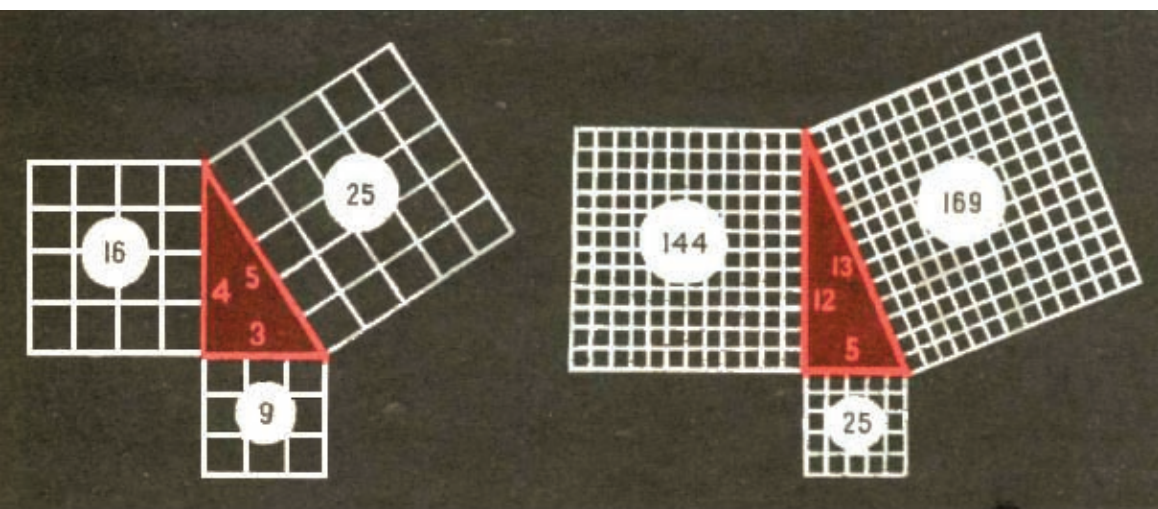
Давайте ещё раз вернёмся к нашему старому «знакомому» — прямоугольному египетскому треуголь-

нику. Вы заметили, что 3, 4 и 5 — не случайные числа? Смотрите-ка:

$$3 \times 3 = 9; \quad 4 \times 4 = 16; \quad 5 \times 5 = 25.$$

А если теперь сложить два первых числа? Ведь тоже получается 25. Оказывается, стороны египетского треугольника обладают каким-то особым свойством. Это видно на картинке. К каждой стороне треугольника там пририсовано по квадрату. В маленьком квадрате 9 клеток, в среднем — 16, а в большом, который лежит против прямого угла, — 25 клеток. Выходит, что в двух меньших квадратах столько же клеток, сколько в большем. Египтяне на это не обращали внимания.

Греческие учёные не случайно так много занимались математикой. «Математика есть ключ ко всем наукам», — говорил один из них. И он, конечно, был прав. Ведь всё, что

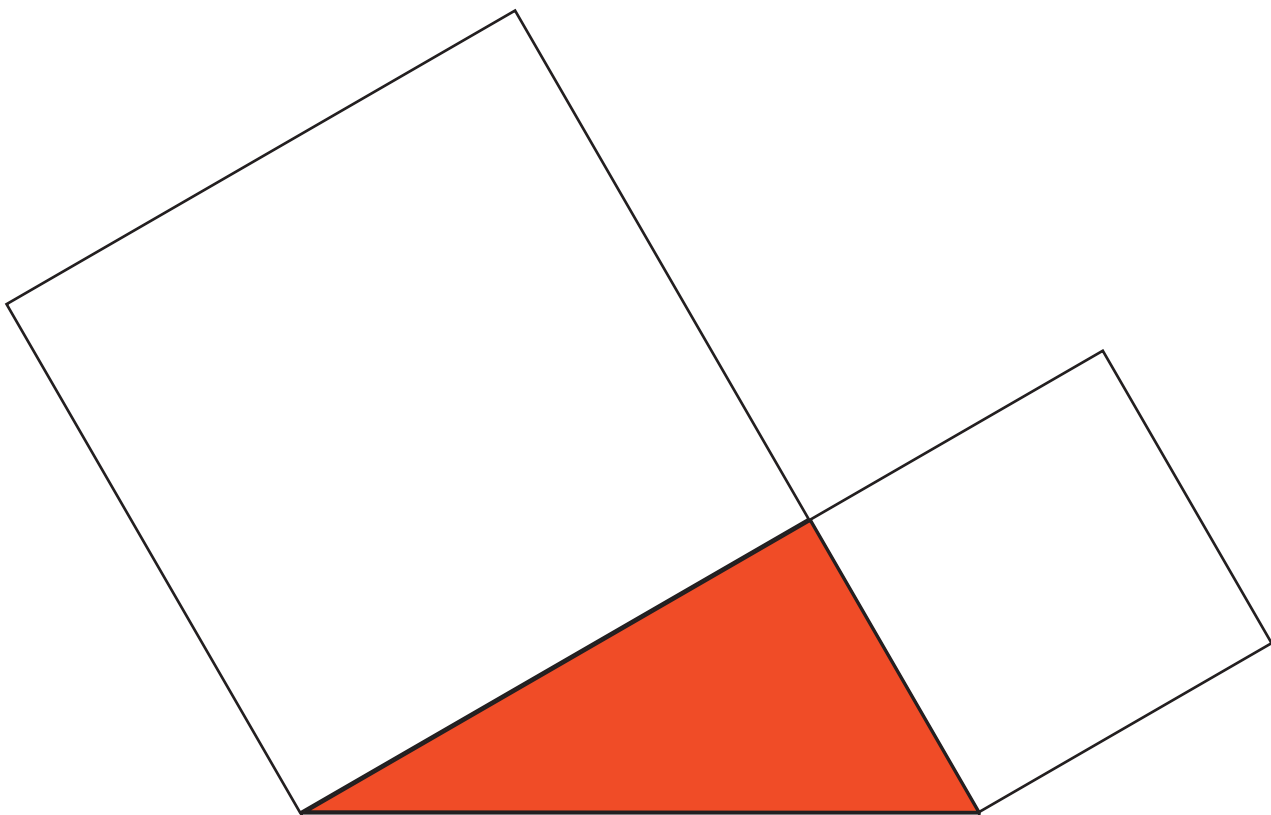


$$3 \times 3 \quad 4 \times 4 \quad 5 \times 5$$

$$12 \times 12 \quad 5 \times 5 \quad 13 \times 13$$

$$a^2 + b^2 = c^2$$





Греки же не только заметили это свойство «египетского» треугольника, но и сделали интереснейшее открытие. Две с половиной тысячи лет назад греческий математик Пифагор доказал, что в любом прямоугольном треугольнике стороны обладают тем же свойством, что в «египетском». Это знаменитая теорема Пифагора, которая теперь есть в каждом школьном учебнике геометрии. Теорема Пифагора — уже не правило, а закон, потому что она верна не для одного или нескольких, а для всех на свете прямоугольных треугольников.



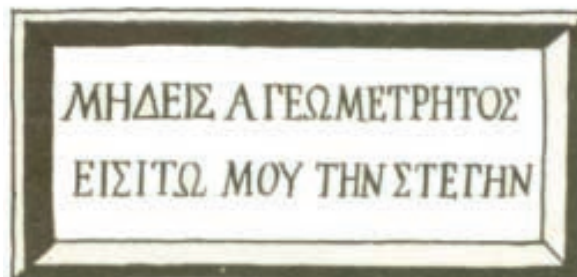
можно измерить, выразить числами, становится материалом для применения математики. Наверное, поэтому другой знаменитый учёный Платон — над дверью дома, в котором он занимался со своими учениками, велел сделать такую надпись:

«Не обучавшийся геометрии
пусть не входит в эту дверь».

В надписи Платона не случайно говорится о геометрии, а не о математике вообще. Геометрию греки считали особенно важной наукой.

Примерно 2200 лет назад жил знаменитый греческий геометр Евклид, имя которого сейчас знает весь мир. Евклид написал книгу «Начала», которую мы с вами назвали бы учебником геометрии. В неё вошла и вся геометрия того времени. Каждое свойство фигур Евклид доказывал и делал это так замечательно, что наш нынешний школьный учебник геометрии больше чем половину берёт прямо от Евклида.

Представляете себе, каким гениальным человеком был этот учёный, если его книга приносит людям большую пользу даже сейчас, более

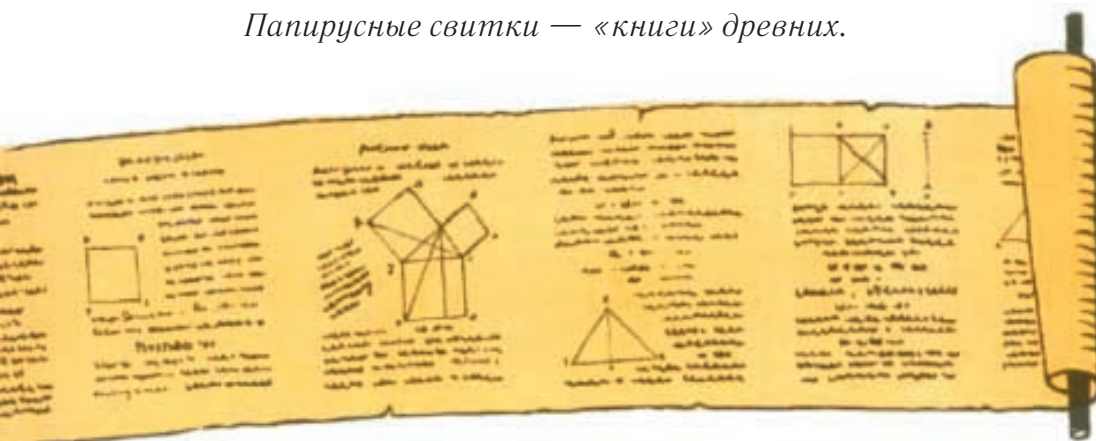


Платон и греческая надпись на двери его академии.

2000 лет спустя! Для построения фигур Евклид пользовался только линейкой и циркулем — других инструментов он не допускал. Самым важным «инструментом» у Евклида были рассуждения, правильные и точные рассуждения, которыми он доказывал всё то, что писал.

Теперь у наших математиков есть много разных инструментов и приборов, которые помогают им работать.

Папирусные свитки — «книги» древних.



α'	β'	γ'	δ'	ϵ'	ζ'	η'	θ'	
1	2	3	4	5	6	7	8	9
ι'	κ'	λ'	μ'	ν'	ξ'	\omicron'	π'	ρ'
10	20	30	40	50	60	70	80	90
σ'	τ'	υ'	ϕ'	χ'	ψ'	ω'	α'	
100	200	300	400	500	600	700	800	900
α'	β'	γ'	δ'	
1000	2000	3000					9000	

*Греки обозначали числа буквами.
Так же поступали и славяне.*

Однако и сейчас самое важное в математике — это рассуждение и доказательство.

Греки много занимались и наукою о числах, которая у них называлась, как и у нас, арифметикой.

В школьном учебнике арифметики вы находите правило греческого учёного Эратосфена, которое служит людям две с лишним тысячи лет.

Люди давно заметили, что числа бывают двух разных сортов. Например, число 12 можно без остатка разделить на 2, 3, 4 и 6. А следующее за ним число 13 делится без остатка только само на себя:

$$13:13 = 1.$$

Кроме того, каждое число делится на 1.

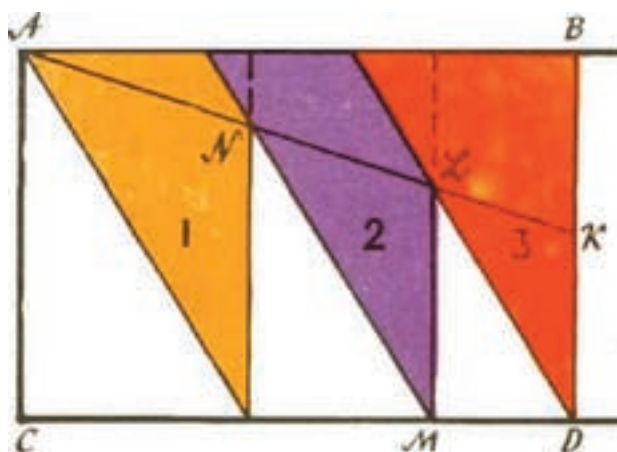
Такие числа, как 12 или 15, которые можно разделить на какое-нибудь другое, меньшее число, называются составными. Те, которые делятся только сами на себя, например 7, 11, 13, называются простыми.

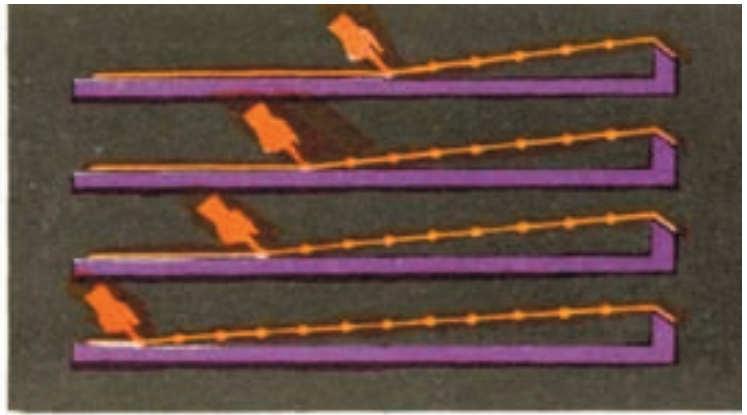
В математике часто бывает важно определить, простое или составное получившееся в задаче число.

Если такое число маленькое, как в наших примерах, для этого достаточно таблицы умножения. А вот когда число большое — приходится пользоваться правилом Эратосфена. В учебниках арифметики оно называется «решетом Эратосфена». Другого способа математики так и не придумали.

Греческие учёные много занимались задачей: найти длину ребра куба, объём которого вдвое больше объёма данного куба («удвоение куба»). Задача эта украшена многими преданиями. Греки стремились решить её при помощи только циркуля и линейки. Ныне доказано, что это невозможно. Эратосфен построил прибор для решения этой знаменитой задачи. Вот этот прибор.

Между рейками АВ и CD расположены три равных прямоугольных треугольника 1, 2, 3. Первый закреплён, 2 и 3 могут передвигаться. Если К — середина отрезка DB и треугольники 2 и 3 передвинуты так, что точки пересечения сторон треугольника L и N находятся на прямой АК, то куб с ребром ML имеет объём вдвое больший, чем куб с ребром DK.





Греческие музыкальные инструменты.

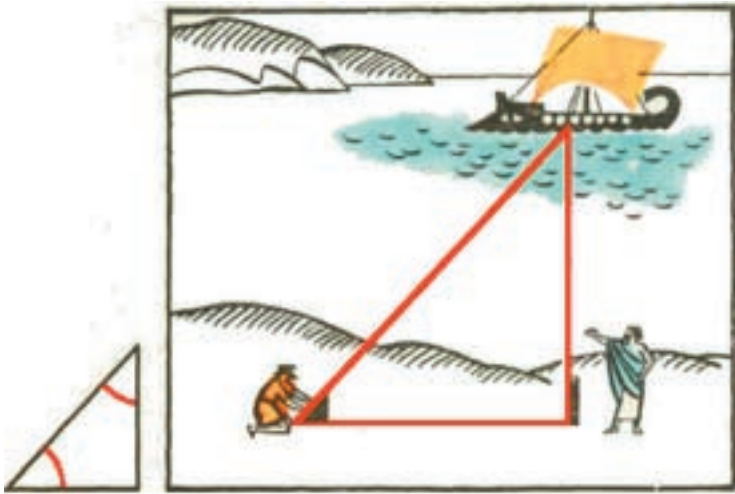
Греки открыли и много других важных свойств чисел и правил вычисления. И всё, что они делали, они не только объясняли, показывали, но и обязательно доказывали.

Кроме арифметики и геометрии, в греческую математику входила... музыка. Музыкой греки называли ту часть нашей арифметики, в которой говорится об отношениях и пропорциях.

Почему такое странное название?

Дело в том, что греки создали и научную теорию музыки. Они знали, чем длиннее натянутая струна, тем ниже, «толще» получается звук, который она издаёт. Они знали, что короткая струна издаёт высокий звук. Но у всякого музыкального инструмента не одна, а несколько струн. Для того чтобы все струны при игре звучали «согласно», приятно для уха, длины звучащих частей их должны быть в определённом отношении. Поэтому





учение об отношениях, о дробях и стало называться музыкой.

До сих пор мы с вами говорили о греческих учёных, которые изучали свойства числа, свойства фигур, открывали законы математики. Таких учёных сейчас называют теоретиками. Но математика всегда решала те задачи, какие ставила перед ней жизнь, практика. Поэтому греческие учёные решили и множество практических задач, которые до них люди решать не умели.

Например, греки первыми научились издали определять расстояние до корабля в море или другого недоступного предмета. Для этого

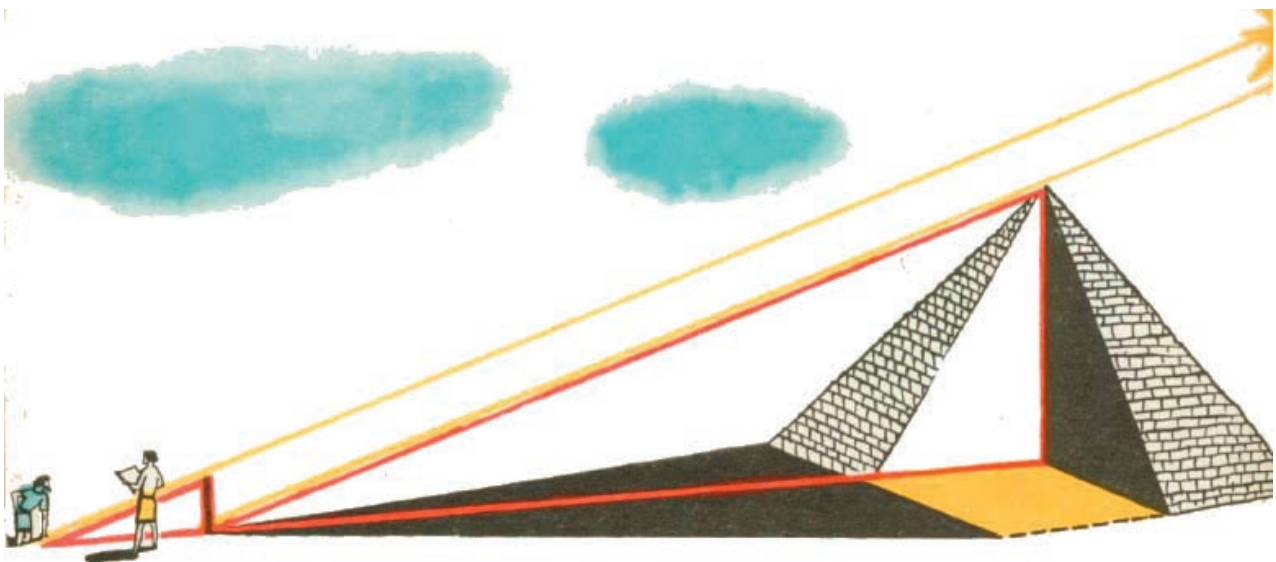
они использовали свойства прямоугольного треугольника с двумя одинаковыми сторонами — равнобедренного треугольника. У такого треугольника каждый из двух одинаковых углов равен 45 градусам, половине прямого угла.

Выходит, что если мысленно построить такой прямоугольный треугольник, то расстояние по берегу от вершины прямого угла, где вбит шест, до человека с угольником как раз равно расстоянию от шеста до корабля. Измерить расстояние до шеста по берегу, конечно, легче, чем по воде!

Греческий математик Фалес научил египтян определять высоту пирамиды по длине её тени. Как это делалось, понятно из картинки. Высота пирамиды во столько раз меньше длины тени, во сколько тень от палки длиннее палки.

Очень интересную задачу решил математик Эратосфен. Он впервые определил размеры земного шара.

Эратосфен жил около 2000 лет назад, не в Греции, а в Египте, в городе Александрии. Южнее Александрии на берегу Нила лежит город Асуан. Это название вы, может быть, слышали.



Сейчас в Асуане наши инженеры помогают египтянам строить огромную плотину на Ниле и электростанцию. Эратосфен знал, что в день летнего солнцестояния — самый длинный день года — в Асуане солнце заглядывает на дно самых глубоких колодцев. А в Александрии в этот день дно колодцев остаётся в тени. Там солнечные лучи падают на землю не отвесно, как в Асуане, а под углом, и освещают только стенку колодца. (Это видно на картинке.)

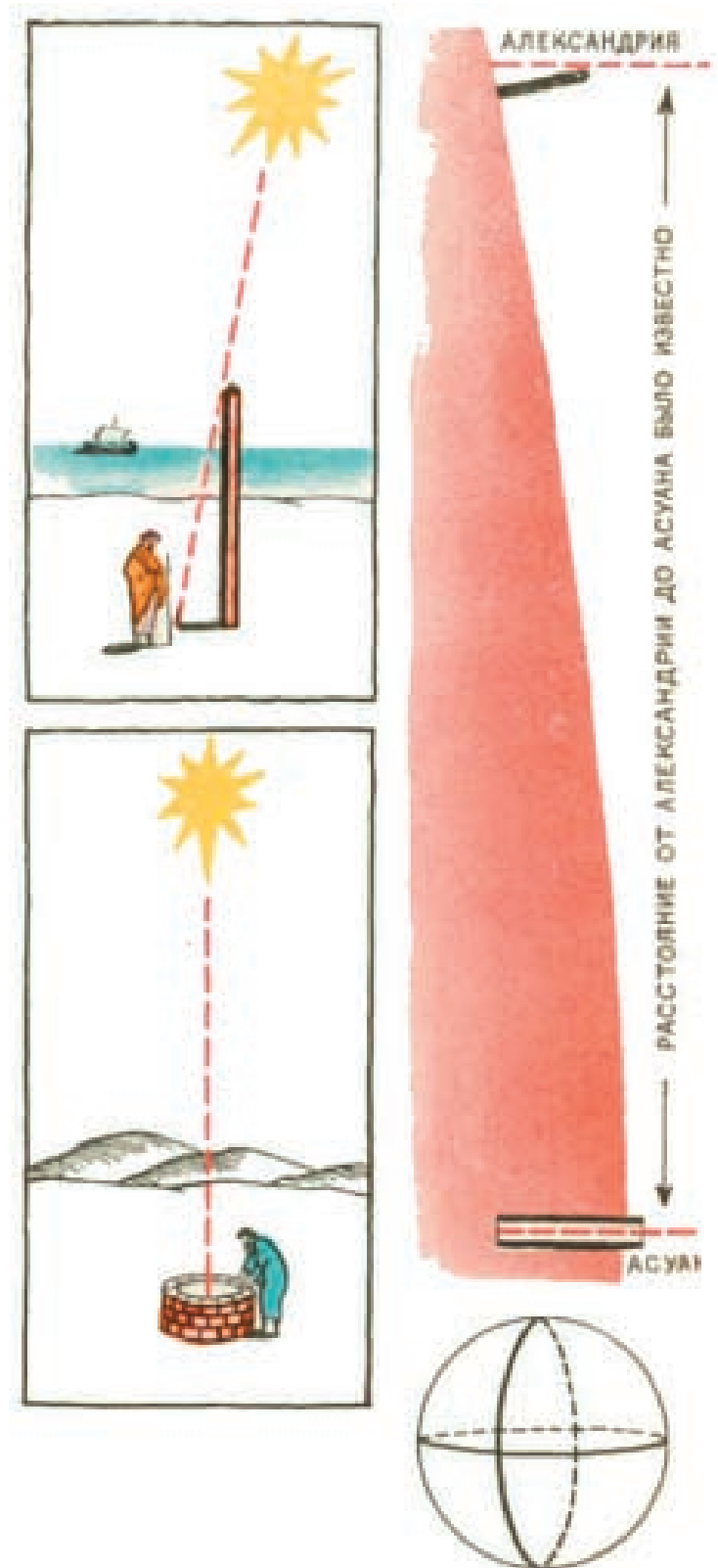
Эратосфен измерил угол между направлением солнечного луча и стенкой колодца. Оказалось, что этот угол равен $\frac{1}{50}$ части полной окружности.

Наверное, Эратосфен рассуждал примерно так:

«Солнечные лучи всюду параллельны, а колодцы всегда копают по отвесу. Солнце может по-разному освещать колодцы в Асуане и Александрии только потому, что Земля не плоская. Скорее всего она круглая, как шар. Но раз угол между солнечным лучом и отвесом в Александрии равен $\frac{1}{50}$ части полной окружности, то расстояние между Александрией и Асуаном также равно $\frac{1}{50}$ части окружности, которая опоясывает земной шар».

Расстояние от Александрии до Асуана Эратосфен приблизительно знал. Умножив это расстояние на 50, он определил длину окружности (меридиана), «надетой» на Землю. Если величину разделить на 3,14, то и получится диаметр земного шара.

Много практических задач по математике и физике решил греческий учёный и изобретатель Архимед, имя которого упоминается в каждом учебнике физики. Он нашёл, что при





взвешивании тела, погружённого в жидкость (например, в воду), весы показывают настолько меньше веса тела в воздухе, сколько весит вытесненная телом жидкость, — это один из самых важных законов физики. По этому закону плавают по воде тяжёлые железные суда, летают воздушные шары. По преданию, Архимед додумался до своего закона, когда ему поручили решить, не подмешали ли мастер в царскую корону из сплава золота с серебром слишком много серебра.

Подозревали, что мастер утаил часть золота. Архимед знал, что золото гораздо тяжелее серебра, и, взвесив корону сначала в воздухе, а потом в воде, он сумел ответить на этот вопрос.

За свою жизнь Архимед сделал так много, что рассказывать об этом подробно надо в отдельной книжке.

Он впервые решил много трудных задач по геометрии: нашёл правила вычисления площадей и объёмов различных тел, с большой точностью определил отношение длины окружности к её поперечнику.

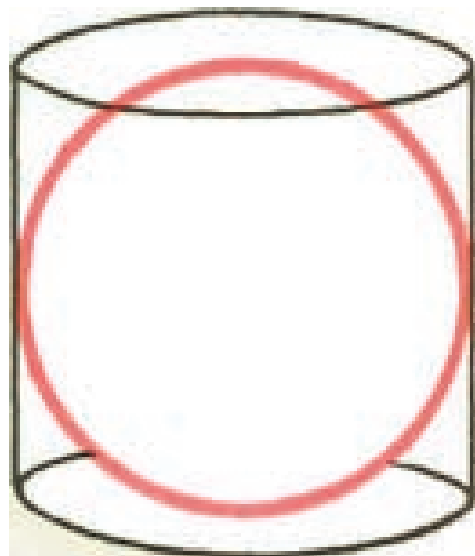
Среди других задач была и такая: найти отношение объёма шара, вставленного (математики говорят: «вписанного») в цилиндр.

Таким цилиндром может быть маленькая консервная банка, а шаром — резиновый мяч, вставленный в неё так, чтобы он прилегал к стенкам и обеим крышкам.

Архимед определил, что объём вписанного шара равен $\frac{2}{3}$ объёма цилиндра, и велел, чтобы после его смерти на могильном камне вырезали чертёж этой задачи: шар в цилиндре.

Потом, двести лет спустя, по этому чертежу нашли могилу Архимеда.

В арифметике Архимед особенно интересовался очень большими числами. Одна из его книг так и на-



зывается: «Исчисление песчинок» (наполняющих всё мировое пространство).

Но больше всего Архимед славился среди греков своими изобретениями. Некоторые его изобретения живут и по сей день.

Например, каждая хозяйка, сама того не зная, часто пользуется «винтом Архимеда».

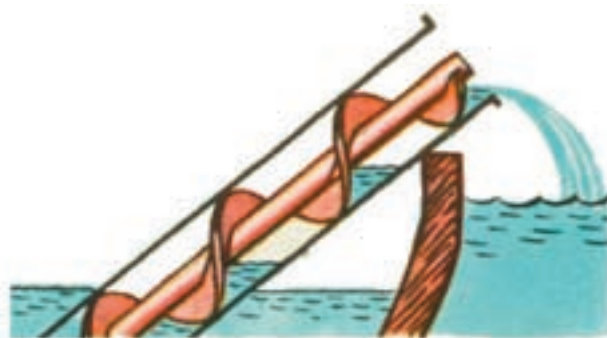
Главную часть мясорубки — винт, который вертится внутри трубки и толкает мясо к ножам, — изобрёл Архимед две с лишним тысячи лет назад. Он придумал его, конечно, не для мясорубки, а для насосов, которыми качали воду на поля.

Архимед жил не в самой Греции, а в греческой колонии — небольшом городе Сиракузы, на острове Сицилия. Когда Архимеду было около семидесяти лет, в 212 году до нашей эры, его родной город осадили войска могущественного Рима и потребовали сдачи. Сиракузцы решили защищаться.

Одним из руководителей обороны стал Архимед. Под руководством Архимеда горожане построили много военных машин для метания тяжёлых камней и брёвен.

Машины помогали им почти год отбиваться от многотысячных римских войск, но в конце концов римляне всё-таки ворвались в город и перебили почти всех жителей. Среди погибших был и Архимед.

Предание говорит, что, когда римский солдат уже замахнулся на



Архимеда мечом, он крикнул: «Не трогай мои чертежи!»

Несмотря на то, что греческие учёные были замечательными мастерами «рассуждений и доказательств», они встретили трудности в решении некоторых задач. Одной из таких задач, в которой как будто правильное рассуждение приводит к явно нелепо-



метров, а черепаха опять уползёт на метр, и так — до бесконечности. Выходит, что Ахиллес как будто никогда не только не перегонит злополучную черепаху, но даже не сможет её догнать. Но ведь это явно неверно! Для того чтобы догнать черепаху, совсем не надо быть Ахиллесом. Это ясно всем.



му результату, является знаменитая задача про Ахиллеса и черепаху.

Герой греческих сказаний Ахиллес был самым быстрым на свете бегуном. А черепаха — представляете, с какой скоростью она ползает! Условия задачи были такие: Ахиллес и черепаха стоят на одной и той же дороге, черепаха на одну меру пути впереди Ахиллеса. Они одновременно пускаются в путь в одном и том же направлении. Пусть Ахиллес двигается в 10 раз быстрее черепахи. Догонит ли Ахиллес черепаху и когда?

Рассуждали так. Когда Ахиллес пробежит до того места, где стояла черепаха, скажем, километр, черепаха уползёт вперёд на 100 метров. Ахиллес пробежит оставшиеся 100 метров, но черепаха опять уползёт на 10 метров. Ахиллес пробежит 10

Попробуйте-ка найти ошибку в рассуждении. Решите задачу про Ахиллеса и черепаху сами. Ответ у неё такой: для того чтобы догнать черепаху, Ахиллес должен пробежать $1\frac{1}{9}$ часть расстояния, которое было между ними вначале.

Кроме замечательных математических рукописей, греки оставили нам в наследство одно важное математическое изобретение.

Это изобретение — счётный столик, абак. Наши счёты, которыми пользуется каждый бухгалтер или счетовод, — очень близкий родственник греческого абак.

Мы уже знаем, что греки записывали числа буквами. Это был не очень удобный способ. Мы при сложении, например, пишем слагаемые одно под другим и складываем столбиками. Изобретение такого способа

сложения было важным шагом вперёд в развитии арифметики.

При обозначении чисел буквами сложение столбиками невозможно. Для облегчения производства арифметических действий люди изобрели счётный столик — абак (полагают, что им пользовались уже вавилоняне, греки, римляне). Потом он получил такой вид.

Доска абак разделена на вертикальные полосы. Каждая полоска назначена для откладывания отдельных разрядов чисел: в первую полоску ставили столько камушков или бобов, сколько в числе единиц; во вторую полоску — сколько в числе десятков; в третью — сколько в числе сотен, и так далее. Полоски соединены дужками по три в классы: единиц, тысяч, миллионов. На картинке на абак отложено число 510 742.

Наши счёты представляют также абак, в котором место полосок занимают проволоки для единиц, десятков и так далее.

В некоторых книгах пишут, что наши счёты китайского происхож-

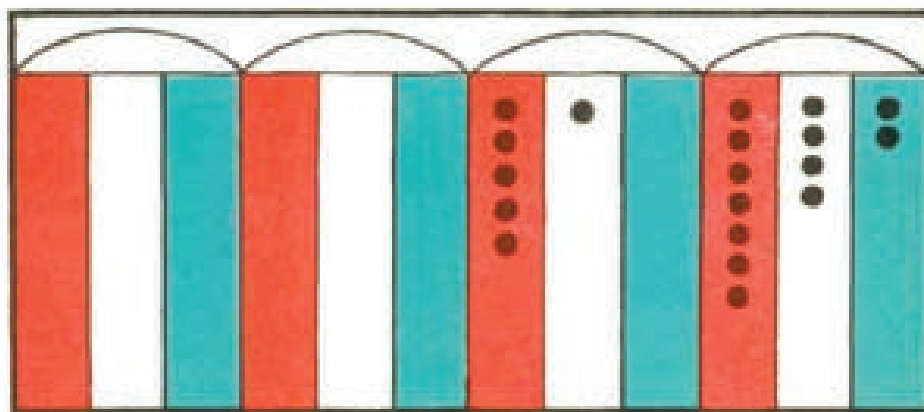
дения и были привезены в Россию при Петре I в начале XVIII века. Это мнение ошибочное. Китайцы, правда, также изобрели счёты, но они отличаются от наших.

В них на каждой проволоке имеется не по десяти шариков, как в наших счётах, а семь. Последние два шарика отделены от первых, и каждый из них обозначает пять. Когда при расчётах набирается пять шариков, вместо них откладывают один шарик второго отделения счётов.

Такое устройство китайских счётов уменьшает необходимое число шариков.

Китайские счёты изобретены в то отдалённое время, когда пользовались не десятичной системой счисления, а пятеричной. Десятичная система счисления является дальнейшей, более поздней, ступенью развития в пользовании числами.

Пятеричное счисление сохранилось до нашего времени у некоторых народов, например у чукчей, о чём рассказывает писатель Т. Сёмушкин в книге «На Чукотке».





НАУКЕ НУЖНЫ НЕ СОЛДАТЫ, А УЧЁНЫЕ

Незадолго до начала нашего летоисчисления — две с небольшим тысячи лет назад — все страны, о которых мы говорили, да и многие другие страны были покорены древними римлянами. Могущественное Римское государство сначала захватило всю Италию, а потом — шаг за шагом — почти всю Западную Европу и многие страны Азии. Ни одна из тогдашних стран не могла долго сопротивляться натиску закованных в броню римских полков.

Римляне приносили в завоёванные страны свой язык, свои порядки и законы. Они строили дороги, мосты, водопроводы. Развалины древнеримских построек во многих местах сохранились и до наших дней. Латинский язык, на котором говорили древние римляне, надолго стал международным языком учёных, писателей, врачей. Ещё двести лет назад большая часть научных книг писалась на латинском языке. А врачи и сейчас, пишут свои рецепты по-латыни. Казалось бы, в таком огромном и могучем государстве, как Древний Рим, и науки должны были развиваться особенно быстро. А получилось наоборот.



Карта Римской империи.

Римляне не только не продвинули математику вперёд, но даже не сумели как следует усвоить замечательные достижения греческих учёных. Римские землемеры и строители владели лишь скудными обрывками греческой математики. И это было не случайно. В Древнем Риме любой невежественный, но храбрый вояка стоял гораздо выше, чем самый талантливый учёный. Убить великого Архимеда римляне сумели.

А вот хорошими математиками они так никогда и не стали: науке нужны не солдаты, а учёные.

Много веков у римлян происходила путаница с календарём. Только в 46 году до нашего летосчисления Юлий Цезарь ввёл в Риме более или менее точный календарь. Но ведь этот «юлианский» календарь выдумали не сами римляне, а египтяне, и на много столетий раньше. Помните?



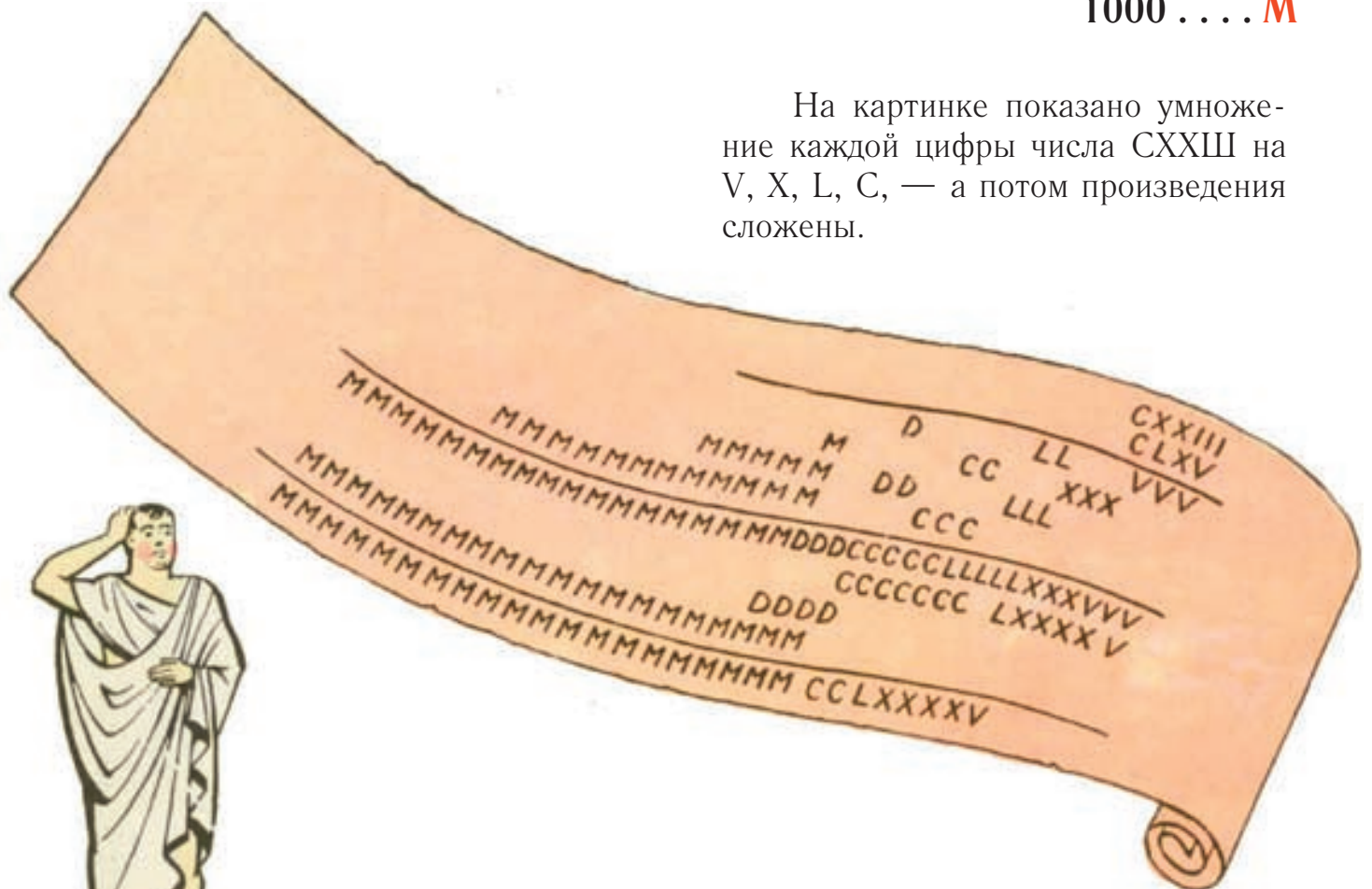
Единственным наследством, которое Древний Рим оставил после себя в математике, был ещё один способ записи чисел — римские цифры. Сейчас мы пользуемся другим, гораздо более удобным способом, но и римские цифры иногда находят себе применение. Их можно увидеть на циферблатах часов, на корешках книг, на праздничных лозунгах.



Римские цифры вам знакомы:

1 I	6 VI	11 XI	50 L
2 II	7 VII	12 XII	60 LX
3 III	8 VIII	20 XX	90 XC
4 IV	9 IX	30 XXX	100 C
5 V	10 X	40 XXXX	500 D
			1000 M

На картинке показано умножение каждой цифры числа СХХШ на V, X, L, C, — а потом произведения сложены.



Насколько римские цифры не удобны для вычислений, показывает картинка, изображающая умножение 123 на 165.

Шло время.

Всё чаще покорённые римлянами страны поднимались на борьбу против своих угнетателей. Один народ за другим стал сбрасывать владычество Рима.

Могущество Римской империи пошло на убыль.

К пятисотому году нашего летоисчисления Римское государство было разгромлено племенами, которые пришли с севера Европы, и перестало существовать.

Начался тысячелетний период средних веков.

Это время по праву можно назвать «тёмными веками». У науки появился злейший враг — христианство, христианская церковь. Книги древних учёных невежественные монахи сжигали на кострах.

Считалось, что это опасные «сатанинские» книги, — ведь древние греки не были христианами. Нередко вместе с книгами на костёр попадал и тот, кто их читал. Наука древних была прочно забыта. Церковники заставляли людей слепо верить каждому слову, написанному в «священных» христианских книгах.

Вместо изучения законов природы они проповедовали слепую веру. Вместо размышлений, рассуждений и споров древних греков людей заставляли бояться бога и молиться. Церковь жестоко преследовала всякую научную мысль.

Лишь кое-где в монастырях отдельные смелые люди потихоньку читали и переписывали сочинения древних учёных.

Европа надолго сошла с большой дороги науки.





СВЕТ С ВОСТОКА

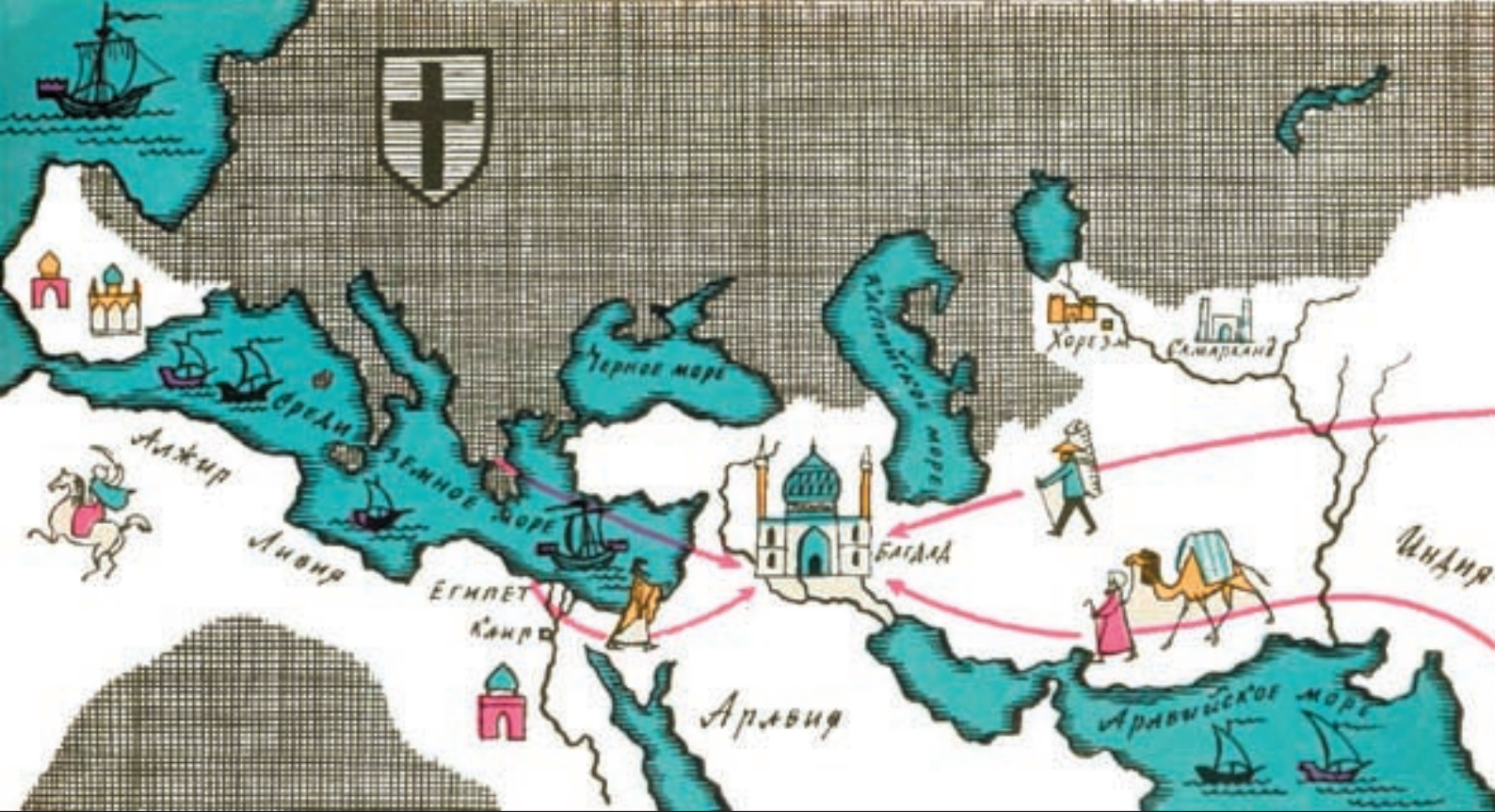
Убить науку нельзя. Никакие гонения и преследования не могут остановить стремление людей к знанию. Поэтому в средние века, когда церковники всеми силами боролись против науки в Европе, она не погибла и даже не остановилась в своём развитии. Просто она переменила «местожительство», и центром научной мысли стали страны Азии.

Особенно много для развития математики в средние века сделали арабы, вернее, народы, говорившие и писавшие на арабском языке. Возникшее на Аравийском полуострове в VII веке государство арабов за каких-нибудь двести лет подчинило себе всю Западную и часть Средней Азии, Северную Африку и даже кусочек Европы — Испанию и Португалию.

Столицей этого огромного мусульманского государства стал город Багдад на реке Тигр.

Арабы понимали значение науки. Они тщательно собирали, изучали и переводили на свой язык книги древнегреческих учёных по математике, астрономии, медицине. В арабских странах жили и работали последние из учёных-греков, которые бежали туда из Европы от преследования христианских попов и монахов. Арабы восприняли и сберегли науку и лите-





*В Багдад стекаются товары и знания
со всех концов тогдашнего мира:
Читая, Индии, Египта, Греции.*

ратуру древних греков. Многие труды греческих учёных дошли до нас только потому, что сохранились их арабские переводы.

Однако, кроме греческой науки, в распоряжении арабских учёных оказался ещё один богатейший источник знаний по математике. Таким источником была наука Индии.

В Индии и Китае математика зародилась примерно тогда же, когда и в Египте, — пять с лишним тысяч лет назад. К началу нашего летосчисления индийцы уже были замечательными математиками. Кое в чём они обогнали даже древних греков. Однако Индия была оторвана от других стран, — на пути лежали тысячи километров расстояния и высокие горы. Арабы были первым «чужим» наро-





дом, которому посчастливилось поучиться у индийских математиков. А в Индии было чему поучиться!

Индийские учёные сделали одно из важнейших в математике открытий. Они изобрели позиционную систему счисления — тот способ записи и чтения чисел, которым теперь пользуется весь мир.

Что же такое позиционная система счёта?

Вы знаете уже, что с незапамятных времён люди стали записывать числа по разрядам: отдельно единицы, потом десятки, сотни и так далее. Индийцы тоже пользовались разрядами. Только названий разрядов у них было гораздо больше, чем у нас, и каждый



разряд обозначался отдельным словом. Мы, например, говорим: «Десятки тысяч», а на языке хинди десятки тысяч обозначаются специальным названием. Для сотен тысяч имеется своё название, для десятков миллионов — другое.

Чтобы назвать большое число, индийцам приходилось после каждой цифры произносить название разряда. Сколько цифр — столько слов. Это было громоздко, неудобно, и индийцы стали поступать иначе. Мы теперь, называя номер телефона, — например, 42 752, — произносим не «сорок две тысячи семьсот пятьдесят два», а говорим: «Четыре, два, семь,



пять, два». Мы перечисляем подряд все цифры телефонного номера. Именно так делали индийцы. Получалось удобнее, короче.

А если в числе не было какого-нибудь разряда, как например в числах 101 или 1024, то индийцы вместо названия цифры говорили слово «пусто». Чтобы не получалось путаницы, при записи на месте «пустого» разряда ставили точку. Позднее вместо точки стали рисовать кружок. Такой кружок назывался «сунья». На языке хинди «сунья» значит «пусто», «пустое место».

Арабские математики перевели это слово по смыслу на свой язык. Вместо «сунья» они стали говорить «сифр», а это уже знакомое нам сло-

во. Слово «цифра» по наследству от арабов досталось и нам.

Правда, сейчас цифрами называются все десять значков для записи чисел, которыми мы пользуемся: 0, 1, 2, 3... Но ещё двести лет назад цифрой и в русском языке назывался один-единственный значок — ноль.

Современное слово «ноль» родилось сравнительно недавно — гораздо позже, чем «цифра». Оно происходит от латинского слова «nulla» — «никакая».

Почему же изобретение нуля считается одним из важнейших математических открытий? На первый взгляд кажется, что это самая «не-



солидная» цифра. Пустое место — и всё.

Дело в том, что при новом способе записи чисел значение каждой написанной цифры стало зависеть от её позиции, места в числе. Например, одна и та же цифра 4 в числе 405 обозначает четыре сотни, в числе 41 — четыре десятка, а в числе 4181 — четы-

Индийские цифры IX века	१	२	३	४	५	६	७	८	०
Арабские цифры X века	1	2	3	۴	۵	۶	۷	۸	۰
Испанские цифры 976 г	1	۲	۳	۴	۵	۶	۷	۸	۹
Французские цифры XVIII века	1	۲	۳	۴	۵	۶	۷	۸	۹
Готические цифры 1400 г	1	۲	۳	۴	۵	۶	۷	۸	۹
Цифры эпохи Возрождения	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Современные цифры	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Постепенное превращение первоначальных индийских цифр (смотри предыдущую страницу) в наши современные цифры. Нынешняя форма цифр установилась только после изобретения книгопечатания — в XV веке.

ре тысячи. Выходит, что при помощи всего лишь десяти цифр можно записать любое, даже самое большое число, и сразу ясно, какая цифра что означает. Индийский позиционный способ записи чисел оказался таким удобным для вычислений, что теперь весь мир пользуется только им. Нам даже трудно себе представить, что можно писать и считать числа как-то иначе.



Самые цифры, которыми мы пользуемся, — тоже изобретение математиков Древней Индии. Их нередко называют арабскими, но это неверно. Хотя народы Европы получили позиционную систему счёта и современные цифры от арабов, но изобрели их индийцы. Таким же путём, через арабов, вошли в европейскую науку и многие другие замечательные открытия, сделанные математиками Древней Индии.

Однако не следует думать, что арабские математики были только прилежными учениками древних греков и индийцев. Учёные арабских стран много сделали для науки и сами. Особенно больших успехов они добились в математике и астрономии.

Многие из арабских учёных жили на территории нашей страны: ведь в те времена вся Средняя Азия — Узбекистан, Туркмения, Таджикистан — входила в состав арабского Халифата.

В IX веке нашего летосчисления в городе Хорезме на Аму-Дарье жил и работал математик Мухаммед бен

Муса аль Хорезми. Он написал книгу об общих правилах решения арифметических задач и уравнений. Она называлась «Китаб аль Джебр». Эта книга дала имя науке алгебре. Очень большую роль сыграла ещё одна книга аль Хорезми, в которой он подробно описал индийскую арифметику. Триста лет спустя эту книгу перевели на латинский язык, и она стала первым учебником «индийской» (то есть нашей современной) арифметики для всех европейских народов.

В Средней Азии работали и многие другие знаменитые математики и астрономы арабского средневековья. Один из них — эмир Улугбек — построил в Самарканде большую астрономическую обсерваторию, кото-

рая по тому времени была лучшей в мире. Развалины этой обсерватории сохранились до наших дней. В том же Самарканде математик Гияседдин Джемшид аль Каши впервые в мире изобрёл десятичные дроби. В Европе до десятичных дробей додумались почти на 200 лет позже.

Индийцы, китайцы, арабы и другие народы Востока сделали так много замечательных открытий в математике и астрономии, что для того, чтобы их только перечислить, понадобилась бы толстая книга.

Учёные стран Востока как бы приняли математическую эстафету от древних греков, пронесли её через все средние века и потом, тысячу лет спустя, передали народам Европы.





МАТЕМАТИКА В ДРЕВНЕЙ РУСИ

Предки русского народа — славяне — с незапамятных времён жили на землях Средней и Восточной Европы. Первые письменные упоминания о славянах встречаются в книгах древних римлян, написанных в самом начале нашей эры. Арабские книги говорят о том, что в середине первого тысячелетия славяне вели большую торговлю с греками, арабами и другими народами и храбро воевали с иноземцами, которые пытались их покорить. В X веке нашего летосчисления у славян появилась письменность. С этого времени начинается «писаная» история Древней Руси.

У славян, как и у всех других народов, первым учителем математики была жизнь, практика. Постепенно рождались и накапливались навыки счёта, правила измерения: ведь без этого нельзя было бы ни торговать, ни даже обмениваться продуктами. В первом тысячелетии у славян появилась денежная единица — рубль, название которой сохранилось до наших дней. Слово «рубль» происходит от глагола «рубить». Первые рубли, по всей вероятности, были просто кусочками металла, которые отрубали от полосы серебра или меди. Для того чтобы разрубить металлическую

ā	ḃ	ǣ	ḍ	ē	š	z	h	ǫ
1	2	3	4	5	6	7	8	9
ī	ḱ	l	m	n	z̑	o	p	č
10	20	30	40	50	60	70	80	90
ṙ	č	ṭ	ṽ	ḥ	χ	ψ	ω	ц
100	200	300	400	500	600	700	800	900

Славянские цифровые знаки — буквы с титлами.

полосу на равные части, нужно было знать простейшие дроби:

$$\frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{1}{4},$$

уметь складывать и вычитать числа. При измерении полей славяне употребляли и более сложные дроби: $\frac{1}{6}$, $\frac{1}{8}$ и даже $\frac{1}{32}$. В раскопках славянских селений учёные находили изображения циркуля. Значит, древним славянам были известны некоторые свойства окружности. Основу своего алфавита славяне вместе с христианской религией позаимствовали от средневековых греков — византийцев. Способ записи цифр буквами со специальными значками — «титлами» — они тоже взяли от греков. С появлением письменности на Древней Руси стали появляться переводы греческих книг. Поначалу это были только «священные» книги, но и в них нет-нет да и встречались обрывки замечательной математики древних греков. Знания славян по математике постепенно росли.

Известно, что в Англии в VII веке чудом учёности считался монах, который мог выполнить деление чи-

сел; и долго считалось, что нет труднее четырёх действий арифметики над целыми числами. По-видимому, математические знания славян около 1000-го года были не ниже, чем у западных народов.

Однако несколько десятилетий спустя большая часть русских княжеств была захвачена ордами полу-

ā	ТЫСЯЩА
⊙	ТЬМА
⊙	ЛЕГЕОН
⊙	ЛЕОДР
⊙	ВОРОН
ā	КОЛОДА

Оригинальный способ славян для обозначения больших чисел без введения новых цифровых знаков.



диких кочевников — монголов. Стоял над Русской землёй. Горели города, лилась кровь. Жизнь замерла; приостановилась и древнерусская образованность.

Почти триста лет длилось монгольское иго. За это время наука Западной Европы сделала большой шаг вперёд: народы Европы ознакомились с замечательной математикой арабов и индийцев. А в задавленной захватчиками и отрезанной от всего культурного мира России математика стала отставать от науки Западной Европы. Для того чтобы потом, после свержения монгольского ига, снова выйти в ряды мировой науки, ей понадобилось несколько столетий.

В XVI веке, при Иоанне Грозном, на Руси появляются первые рукописные учебники по математике, а немного позже — печатные книги о применении математики для разных практических нужд; таковы, например, «Книга сошного письма» и «Устав ратных, пушечных и иных дел, касающихся до воинской науки».

В 1134 году новгородский монах Кирик написал сочинение «...о том, как узнать человеку числа всех

лет». Это самый древний дошедший до нас письменный памятник славянской математики. В своей рукописи Кирик подробно вычисляет, сколько лет, месяцев, недель и дней прошло от «сотворения мира» до года, в котором он, Кирик, писал свой труд. Главная «священная» книга христиан — библия — дала церковникам основание утверждать, что мир был сотворен богом ровно за 5508 лет до начала нашего летосчисления. Кирик, по-видимому, где-то ошибся: число месяцев у него получилось больше, чем должно быть, но это, конечно, никому не повредило. Ведь вычисления Кирика никому, кроме него самого, не были нужны; они не могли принести никакой практической пользы людям. Видимо, Кирик был «числолюбцем», ему доставлял удовольствие сам процесс вычисления. А вот для нас рукопись Кирика очень важна. Она ясно показывает, что славяне без малого тысячу лет назад отлично владели четырьмя действиями арифметики, свободно обращались с очень большими целыми числами и с очень маленькими дробями.

Что усвоение этого умения представляло большие трудности, можно видеть из того, что в немецком языке имеется поговорка: «Попал в дробь». Так говорят про человека, который оказался в трудном положении, или, по-нашему, который «попал в переплёт». Ещё в XVIII веке английский учебник арифметики говорит, что дроби приводят учащихся в уныние и к восклицанию: «В эти дебри мы не пойдём!»

Выходит, что в это время на Руси математика не только не отставала, но, пожалуй, шла даже немно-



го впереди науки народов Западной Европы.

В 1682 году в Москве вышла книга: «Считание удобное, которым всякий человек, купующий и продающий, зело удобно изыскати может число всякия вещи». Это была первая в России не рукописная, а напечатанная в типографии книга по математике, которая должна была помогать решению разных практических задач. Была в ней таблица умножения (до 100×100), записанная славянскими цифрами.

Особенно важную роль в развитии русской науки сыграла книга «Арифметика, или наука числительная», написанная Леонтием Филипповичем Магницким. «Арифметика» Магницкого была издана при Петре I, в 1703 году, и долгое время была настольной книгой всех образованных русских людей. Великий русский учёный Михаил Васильевич Ломоносов знал её наизусть и называл её вместе с учебником грамматики «воротами своей учёности».

Книга Магницкого называлась «Арифметика», но, кроме арифметики, там были начала алгебры, геометрии, тригонометрии и даже немного мореходной астрономии. Это была настоящая энциклопедия по математике, в которой каждое правило, каждый приём подробно разъяснялся и подкреплялся решением примеров и практических задач.

Замечательной книгой Магницкого закончилась многовековая история древнерусской математики.

А для того, чтобы поведи разговор о современной математике, нам придётся вернуться на два столетия назад — в XVI век — и из России перенестись в Западную Европу.



Начало первого рукописного учебника геометрии Ивашки Елизарьева сына 1625 года.

*«Арифметика»
Магницкого 1703 года.*





КАК МАТЕМАТИКА СТАЛА ВСЕМОГУЩЕЙ

В 1492 году корабли Христофора Колумба открыли Америку. Шесть лет спустя португалец Васко да Гама обогнул Африку и проложил морской путь в Индию. Ещё через двадцать лет эскадра капитана Магеллана совершила первое кругосветное плавание. Эти годы так и называются — веком великих открытий.

А вскоре за великими открытиями на географической карте началась эпоха великих открытий в науке. И это было, конечно, не случайно. Европа просыпалась после тысячелетнего сна средних веков. Росли города, ширилась торговля, всё новые и новые корабли отправлялись в далёкие плавания. В городах стали появляться первые фабрики, для большой торговли нужно было изготавливать много товаров. Но ручную работа шла медленно. Для того чтобы её ускорить, люди стали изобретать себе помощников: разные машины и станки. Изобретения делались, конечно, и раньше, но теперь нужда в них была гораздо больше, чем в прежние времена, и новые машины стали появляться одна за другой.



Сначала это были самые простые машины: например, кузнечный молот, соединённый с водяным колесом, который «сам» бьёт по наковальне, или простейший ткацкий станок. Но с каждым десятилетием машины становились всё «умнее» и сложнее. А сложную машину по старинке, «на глаз», строить не-


льзя. Её обязательно надо сначала рассчитать. И появилась новая наука — механика, наука о движении, которая помогала рассчитывать машины. Но ведь всякие расчёты и вычисления — это наша старая знакомая математика!

И физика, и небесная механика, и другие точные науки, которые стали появляться одна за другой, — все они в конце концов широко пользовались математикой.



Первый ткацкий станок.





Морякам, которые стали плавать по всем морям и океанам, нужно было как можно точнее определять по Солнцу и звёздам место своего корабля. Поэтому астрономы взялись за составление подробных звёздных карт и мореходных таблиц. Но это опять вычисления и, значит, опять математика.

Ведь всюду, где надо что-то считать, измерять, сравнивать, без математики не обойтись. А чем дальше, тем больше и точнее нужно было считать.

Одна за другой появлялись новые, всё более сложные математические задачи, которые ждали своего решения. И математика гигантскими шагами пошла вперёд. Началась новая история математики, эпоха «великих математических открытий», которая продолжается и по сей час, в наши дни.

К сожалению, по-настоящему поговорить о математике нового времени нам с вами не придётся, потому что почти все математические задачи стали очень сложными. Просто — без формул — о них не расскажешь.

А главное, в новое время математики сделали так много замечательных открытий, что если бы их только перечислить, то нашу книжку пришлось бы сделать в несколько раз толще.

С каждым десятилетием математика становилась всё нужнее людям. Теперь расчётами и вычислениями приходилось заниматься не только самим математикам: и инженеры, и моряки, и строители на каждом шагу сталкивались с вычислениями. Было очень нужно придумать средство для того, чтобы упростить и ускорить расчёты.

Такое средство придумали шотландец Непир и швейцарец Бюрги. В XVII веке, почти одновременно друг с другом, они изобрели логарифмы, выучите их в школе.

Вы, конечно, знаете по опыту, что умножать и делить большие числа гораздо сложнее, чем складывать или вычитать. А если надо возвести число в степень — несколько раз умножить само на себя, — то это ещё сложнее и дольше.

Так вот оказалось, что, вместо того чтобы перемножать два каких-то числа, можно сложить два других числа — их логарифмы.

Вместо деления двух чисел можно вычесть их логарифмы.

Словом, с помощью логарифмов сложные действия можно заменить более простыми. С логарифмами расчёты пошли в десятки раз скорее и легче.

Недаром великий французский математик Лаплас говорил, что изобретение логарифмов удлинило жизнь людей.

Вскоре после логарифмов изобрели счётную логарифмическую линейку. Такую линейку — с движком посередине и стёклышком, нониусом, — вы, наверное, уже видели. Без неё теперь не обходится ни один инженер, конструктор или



рабочий-изобретатель. Пользоваться логарифмической линейкой очень просто и удобно. Для этого даже не обязательно знать, что такое логарифм: надо только запомнить несколько правил.

В том же XVII веке в математике произошло ещё одно очень важное событие: она «научилась» обращаться не только с постоянными величинами, — например, с числами, — но и с величинами, которые всё время меняются.

Представьте себе, что мы с вами выстрелили из пушки и хотим знать,

на каком расстоянии от Земли будет наш снаряд через десятую долю секунды, через полсекунды и через секунду после выстрела. Ответить на этот вопрос совсем не просто.

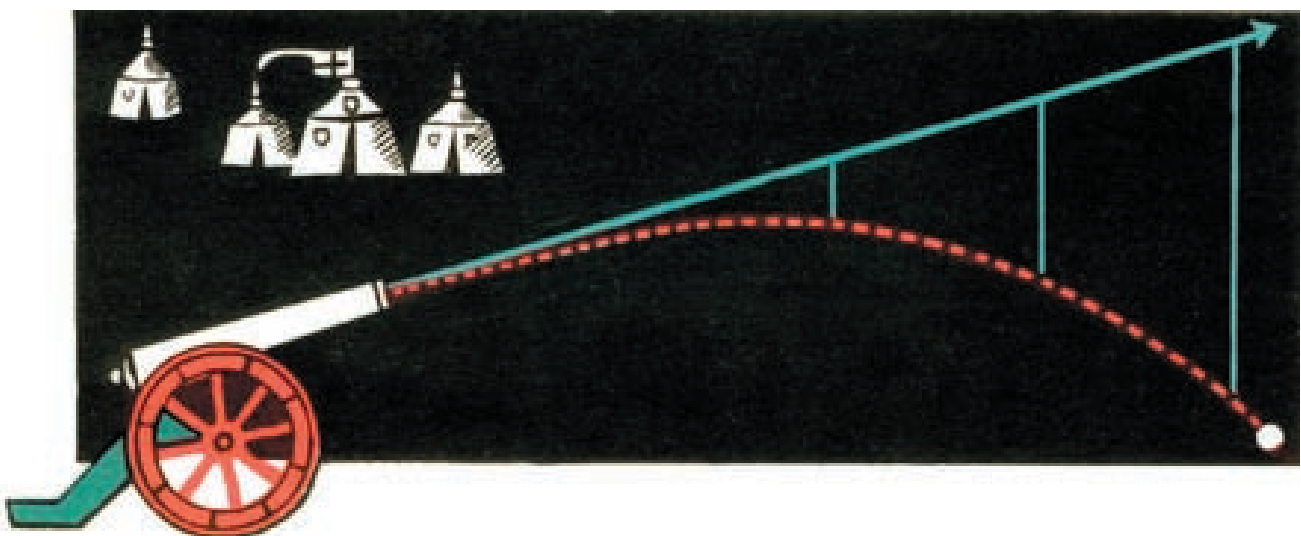
Во-первых, снаряд летит не по прямой. Его притягивает к себе Земля, и направление полёта всё время изменяется. Во-вторых, снаряду мешает воздух. Снаряд как бы трётся о воздух, тормозится, и поэтому скорость его полёта тоже всё время меняется.

Ни арифметика, ни алгебра, ни геометрия тут не помогут. Зато математика переменных величин, которую чаще называют высшей математикой, легко справится с нашей задачей.



Верхний рисунок показывает направление движения ядра (красная стрела), которое получило толчок в направлении зелёной стрелы и которое притягивается Землёю в направлении чёрной стрелы.

Нижний рисунок изображает путь движения снаряда.



До недавнего времени люди начинали изучать высшую математику только после окончания школы, в институте. Но с каждым годом у нас появляется всё больше и больше замечательных машин: сложных станков, различных автоматов. Для того чтобы хорошо работать на таких машинах, надо очень много знаний.

СЕЙЧАС ВЫСШАЯ МАТЕМАТИКА НУЖНА НЕ ТОЛЬКО УЧЁНОМУ ИЛИ ИНЖЕНЕРУ, НО И МАСТЕРУ, И РАБОЧЕМУ НА ЗАВОДЕ.





ВЧЕРА, СЕГОДНЯ, ЗАВТРА

Что может математика? Астроному она помогает определить пути далёких звёзд. Инженер с помощью математики рассчитывает реактивный самолёт, корабль или новую электростанцию. Учёному-физику математика открывает законы атомного ядра, а моряку указывает путь корабля в океане. Словом, математика может всё или почти всё там, где нужно что-либо вычислять.

Однако ещё лет 15-20 назад встречалось немало таких задач, решить которые было практически невозможно, хотя математики и знали, как их нужно решать.

Бывало, что для решения одной-единственной задачи десятки людей работали несколько лет. Вычисления шли медленно. Главные «инструменты» математика были те же, что во времена древних греков — собственная голова и чистый лист бумаги с карандашом.

И вот совсем недавно у математики появился новый могучий помощник, который называется электронно-вычислительной машиной. С изобретением электронно-вычислительных машин началась новая эпоха в математике и многих других науках.



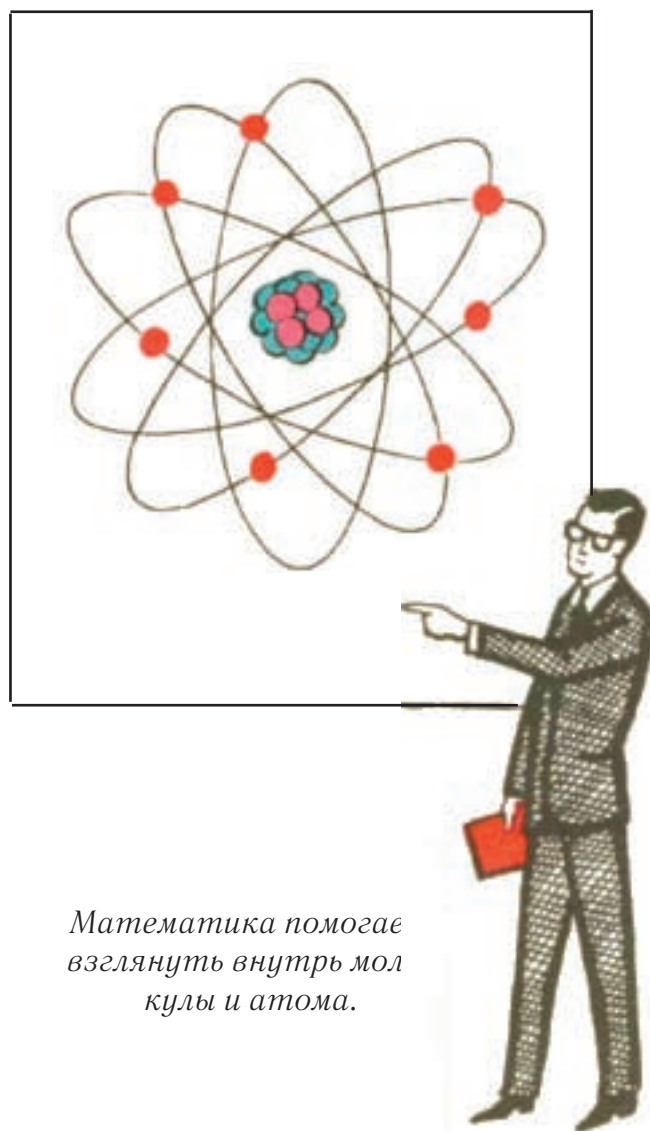


Представьте себе, что вам нужно сложить тысячу больших чисел. Как вы думаете, сколько времени это займёт? Если складывать числа на бумаге столбиком, то, вероятно, часа четыре. Опытный бухгалтер на счётах сложит тысячу чисел примерно за час. А электронно-вычислительной машине понадобится для этой работы... доля секунды. К тому же для проверки она проделает вычисление несколько раз.

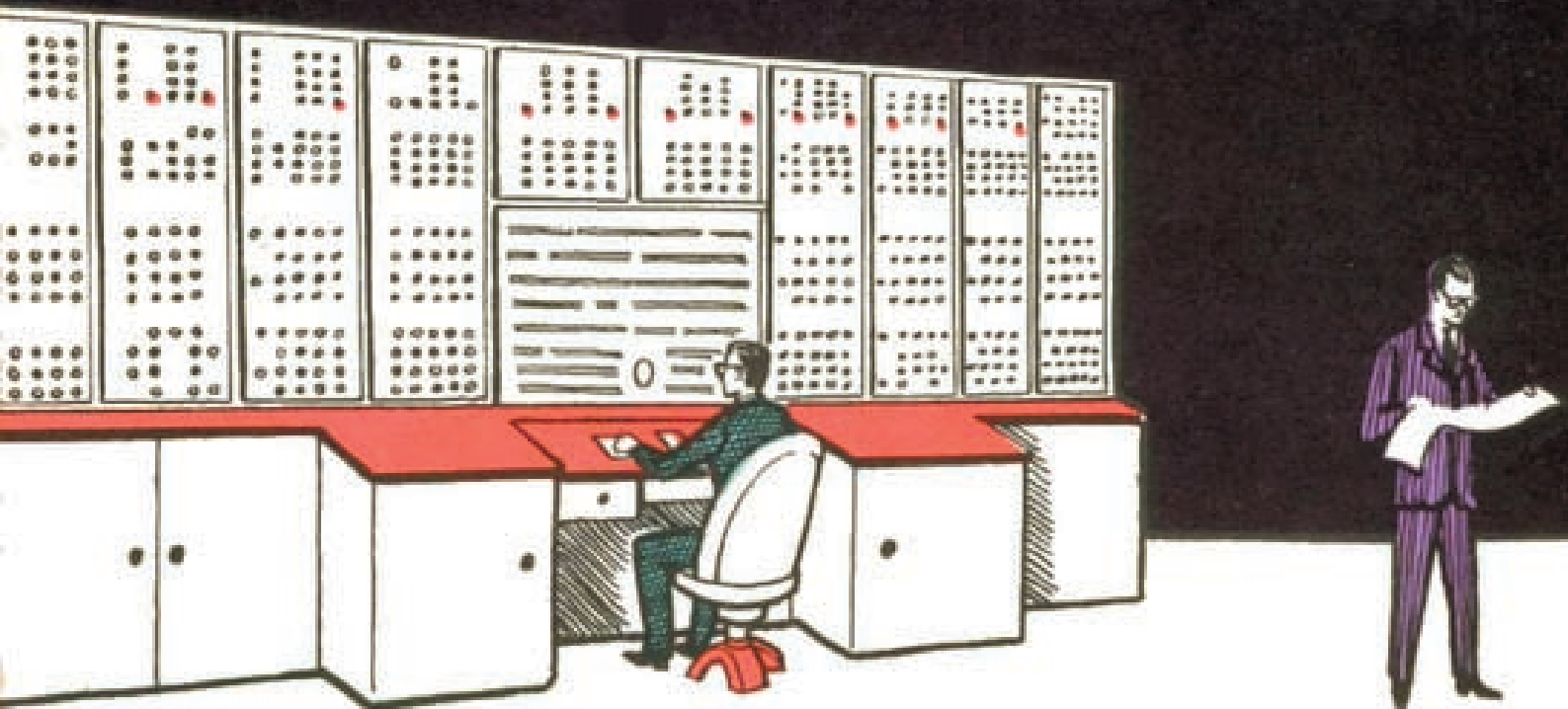
Существующие быстродействующие машины работают в сотни тысяч раз быстрее человека.

Нуждается ли практика в такой скорости вычислений? Судите сами.

Для предсказания завтрашней погоды требовалось проделать 2 700 000 арифметических действий. При ручном счёте два специалиста потратили бы на эти вычисления пять лет, а машина выполнила работу за час. Вы легко решаете систему двух и трёх уравнений. Решение системы из четырёх, пяти или шести уравне-



*Математика помогает
взглянуть внутрь молекулы и атома.*



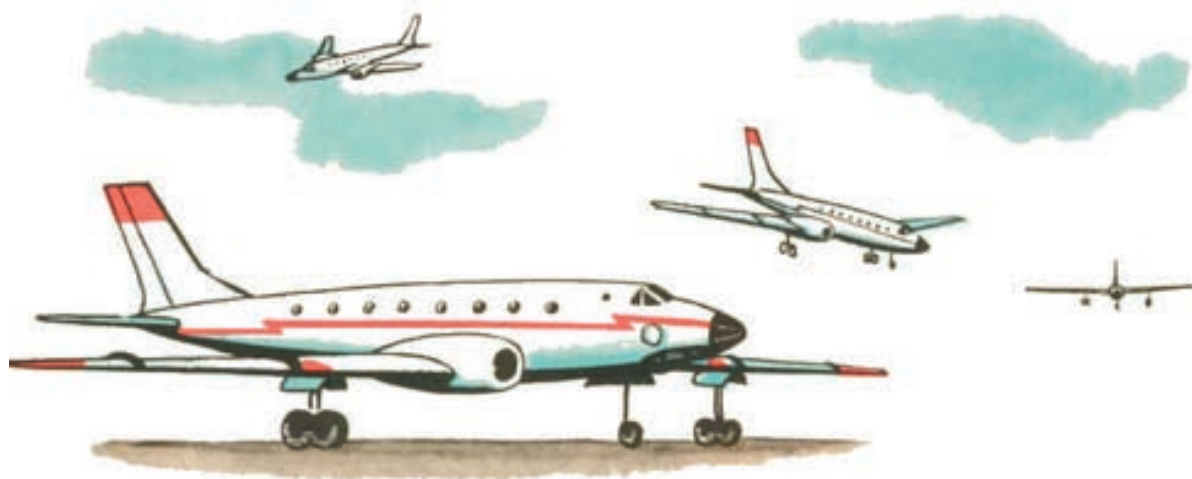
Быстродействующая электронная счётная машина.

ний требует уже порядочного времени. А дальнейшее увеличение числа уравнений? Вы, быть может, скажете, нужно ли решать такие системы уравнений?

Нужно. Для составления новых карт в Москве была решена система восьмисот уравнений. Для её решения вручную потребовались бы многие-многие годы. Машина решила задачу в несколько часов.

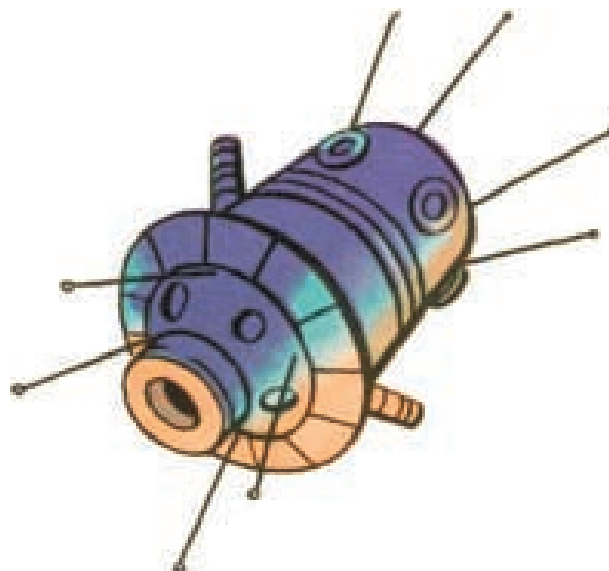
Задачи, над которыми люди раньше сидели месяцами, электронно-вычислительная машина решает за несколько часов. А ведь с каждым годом такие машины становятся всё «умнее» и работают всё точнее и быстрее!

Сначала электронно-вычислительные машины служили учёным для решения таких же математических задач, которые можно решать и

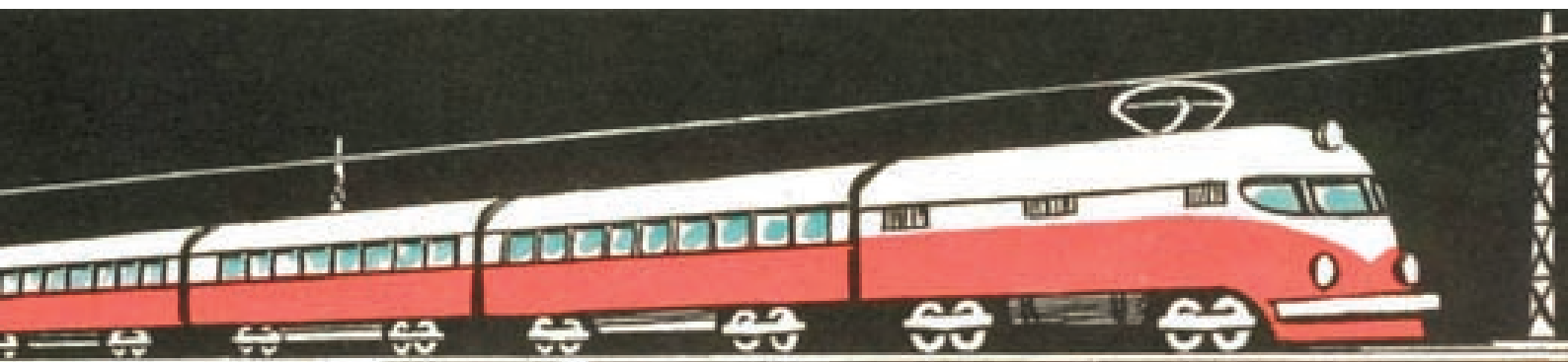


Вместо человека-диспетчера в аэропорту распоряжается электронная машина.

на бумаге. Однако вскоре вычислительные машины «научились» многим таким вещам, которые раньше вообще казались невозможными. Например, во многих больших аэропортах электронно-вычислительные машины вместо человека-диспетчера управляют взлётом и посадкой самолётов. Машина оказывается гораздо лучшим диспетчером, чем человек: она быстрее «думает», никогда не волнуется, не устаёт и почти никогда не ошибается. Выходит, что «с помощью» электронно-вычислительной машины математика может управлять самолётами! Другие вычислительные машины управляют



Спутниками управляют машины.



Поезда везут машины.

поездами, метро, искусственными спутниками Земли, заводами и даже переводят книги с одного языка на другой. Каждая такая машина работает по законам математики. Никогда ещё математика не была настолько всеобъемлющей и такой нужной людям наукой, как сегодня.

О том, какой будет математика завтра, говорить трудно. Она разви-

вается сейчас так стремительно, так часто делаются в ней новые открытия, что гадать о том, что будет, пожалуй, бесполезно. Одно можно сказать наверняка: завтра математика станет ещё могущественнее, ещё важнее и нужнее людям, чем сегодня.



$B791041081000000000$
 $0,005 W 48 0,1+0,2+$
 $2,0514 45675 T 0,87$
 $123456 A, B, C + N 4621$
 $0,081573462 \sqrt{573}$
 $63^m v^2 a+b=c R$
 $\pi D \frac{a}{b} 5 CCLXXXIII$
 $0.0001 \pi=3.14 ABCD$
 $\alpha \beta \gamma \Sigma 5750-654=$
 $420507 \frac{6}{9} 14578201$
 $a b c d e f g h i$

ИЗДАТЕЛЬСТВО
 „ДЕТСКАЯ ЛИТЕРАТУРА“