

Mitteilungen

über

Forschungsarbeiten

auf dem Gebiete des Ingenieurwesens

insbesondere aus den Laboratorien
der technischen Hochschulen

herausgegeben vom

Verein deutscher Ingenieure.

Heft 126.

Preuß: Versuche über die Spannungsverminderung durch die Ausrundung scharfer Ecken.

Preuß: Versuche über die Spannungsverteilung in Kranhaken.

Preuß: Versuche über die Spannungsverteilung in gelochten Zugstäben.

1912

Springer-Verlag Berlin Heidelberg GmbH

Preis 2 M.

(Bezugsbedingungen umstehend.)

ISBN 978-3-662-42237-3 ISBN 978-3-662-42506-0 (eBook)
DOI 10.1007/978-3-662-42506-0

Versuche über die Spannungsverminderung durch die Ausrundung scharfer Ecken.

Von Privatdozent Dr. - Ing. E. Preuß.

(Mitteilung aus der Material-Prüfungsanstalt Darmstadt.)

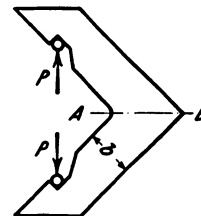
1) Einleitung.

Die Erfahrung lehrt, daß bei Konstruktionsteilen, die auf Biegung beansprucht werden, an scharfen Ecken und an solchen Stellen, wo unmittelbare Querschnittsübergänge und Richtungsänderungen des Konstruktionsgliedes vorkommen, besonders große und gefährliche Spannungen auftreten. Diesen Spannungen sucht man mit Erfolg durch eine genügende Ausrundung (Hohlkehle) der scharfen Ecken und der Querschnittsübergänge zu begegnen. Zahlenmäßige Angaben über den Wert dieser Ausrundungen und die durch sie erzielte Spannungsverminderung liegen nicht vor, wenn man von einigen Versuchen absieht, die zur angenäherten Klarstellung dieser Verhältnisse aus der Bruchbelastung von Probestücken dienen sollten. Insbesondere fehlt es an Versuchen über die Spannungsverminderung innerhalb des Gebietes der elastischen Formänderungen, also derjenigen Spannungen, die bei der Nutzbelastung von Konstruktionsgliedern auftreten.

2) Versuchsanordnung.

Zur Untersuchung dieser Frage wurden als Probekörper von möglichst einfacher Form Flacheisenwinkel nach Fig. 1 gewählt, die an der inneren Ecke *A* Ausrundungen von verschiedenem Halbmesser besaßen. Die Winkel wurden in der durch die Pfeile angedeuteten Weise belastet. Die Spannungen wurden durch Messung der Formänderungen mit Hilfe eines Feinmeßgerätes bestimmt. Mit Rücksicht auf den Zweck der Versuche und die selbst in nahe beieinander liegenden Punkten der Probewinkel verschiedenen Spannungen mußte die Formänderung der Winkel an den einzelnen Meßpunkten stets auf einer sehr kurzen Meßstrecke gemessen werden. Abgesehen von dem Winkel, der bei *A* in Fig. 1 eine vollkommen scharfe Ecke (Halbmesser = 0) besaß, wurde eine Länge der Meßstrecke von 3,3 mm gewählt. In unmittelbarer Nähe der eben genannten scharfen Ecke wurde die Formänderung auf einer Strecke von 0,7 mm gemessen. Meßgeräte, welche die Messung der Formänderung auf einer derartig

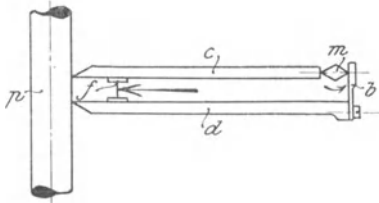
Fig. 1.
Form der Probekörper.



kurzen Meßstrecke mit hinreichender Genauigkeit gestatten, sind bisher nicht bekannt geworden. Es mußte daher ein Meßgerät mit besonders kurzer Meßstrecke entworfen und gebaut werden.

Der Grundgedanke der Vorrichtung ist schematisch in Fig. 2 dargestellt. Die Vorrichtung lehnt sich an das Feinmeßgerät von Martens an. Die beiden Hebel *c* und *d* sind durch eine Blattfeder *f* verbunden. An dem rechten Ende von *d* ist eine Blattfeder *b* angeordnet. Zwischen dieser und dem rechten Ende

Fig. 2.
Feinmeßgerät nach Preuß.

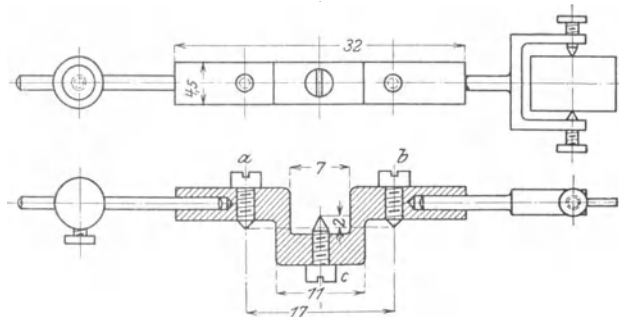


von *c* wird die prismatische Schneide *m* eingeklemmt. Das Gerät wird mit den schneidentartig ausgebildeten linken Enden der Hebel *c* und *d* durch Federkraft gegen den Probekörper *p* gedrückt. Längs sich der Probekörper *p* infolge einer Zugbeanspruchung, so entfernen sich die linken Enden der Hebel *c* und *d* voneinander. Entsprechend dem Uebersetzungsverhältnis beider Hebel nähern sich

dadurch die rechten Enden der Hebel einander um eine bestimmte Strecke. Hierdurch wird die Schneide *m* im Sinne des eingezeichneten Pfeiles gedreht. In der Längsachse der Schneide *m* ist ein Stift angeordnet, der einen Spiegel trägt. Dieser dreht sich um den gleichen Winkel wie die Schneide *m*, und seine Drehung wird in der üblichen Weise zur Messung der Verlängerung des Probekörpers *p* benutzt.

Das bei dem ausgeführten Feinmeßgerät angewandte Uebersetzungsverhältnis der Hebel *c* und *d* betrug etwa 1 : 8, ein Verhältnis, das mit Rücksicht auf die Abmessungen und den guten Sitz des Gerätes am Probekörper nicht mehr wesentlich überschritten werden darf. Diese Uebersetzung genügte jedoch nicht, um bei den kurzen Meßstrecken von 0,7 mm und 3,3 mm einen hinreichend großen Ausschlag bei der Spiegelablesung zu erzielen. Zur Vergrößerung dieses Ausschlages konnte auch die Breite der prismatischen Schneide *m* mit Rücksicht auf die Schwierigkeit ihrer genauen Herstellung nicht wesentlich unter den allgemein üblichen Wert von etwa 4 mm herabgesetzt werden. Die Schneide *m* wurde daher durch den in Fig. 3 und 4 wiedergegebenen Bügel mit

Fig. 3 und 4. Bügel des Feinmeßgerätes nach Preuß.



drei Spitzschrauben ersetzt, der gewissermaßen eine Umkehrung der Schneide darstellt. In die beiden Enden des Bügels sind von der gleichen Seite zwei Schrauben *a* und *b* und in die Mitte eine dritte Schraube *c* von der anderen Seite hineingeschraubt. Alle Schrauben sind mit ihrem Kopfe besonders fest gegen den Bügel geschraubt, so daß eine spätere Drehung ausgeschlossen ist.

sprechendes Eindringen der Schneiden g gestattet. Auf diese Weise wurde erreicht, daß sich der durch g ausgeübte Anpreßdruck möglichst gleichmäßig auf die beiden am Probekörper anliegenden Schneiden verteilte, was für einen guten Sitz des Gerätes erforderlich ist.

Der Berührungspunkt der beiden Schneiden der Stifte e und e' mit dem Aluminiumstück g bildet in der soeben beschriebenen Weise bei den Formänderungen des Probekörpers den Drehpunkt der Hebel c und d . Es ist daher erforderlich, daß die ebenfalls eine Drehung dieser Hebel gestattende, in Fig. 2 schematisch dargestellte Feder f so angeordnet wird, daß die durch sie gegebene Drehungsmöglichkeit der Hebel c und d nicht die durch das Aufliegen der Schneiden der Stifte e und e' auf g gebotene Drehungsmöglichkeit jener Hebel beeinträchtigt.

Die in Fig. 2 schematisch dargestellte Feder f wurde bei der Ausführung des Gerätes in zwei Federn f und f' aufgeteilt. Diese aus Messingblech bestehenden Federn sind bis kurz an ihre Mitte heran in aufgeschnittenen zylindrischen Messingstücken h gefaßt, so daß sie sich nur in ihrer nicht von dem Stück h bedeckten Mitte biegen und so eine Drehung der Hebel c und d gestatten können. Nach dem Vorstehenden müssen die Blattfedern f und f' so angeordnet werden, daß der Berührungspunkt der rechten Schneiden der beiden Stifte e und e' mit g in die durch f und f' gelegte Ebene fällt.

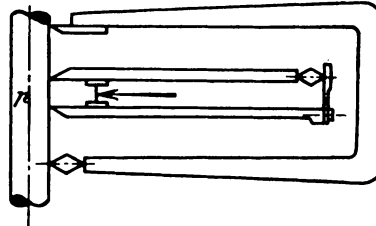
Neben dem Zweck, eine Drehung der Hebel c und d zu gestatten, was auch schon durch das Aufliegen der Schneiden der Stifte e und e' auf g allein erreicht werden würde, haben die Federn f und f' noch den weiteren Zweck, stets den gleichen Abstand zwischen den Hebeln c und d und damit zwischen den linken Schneiden der Stifte e und e' zu halten und so eine stets gleiche Meßlänge des Gerätes zu gewährleisten. Aus dem gleichen Zweck war es auch erforderlich, die Gabel j und den Stift k anzuordnen. Bei dem Ansetzen des Gerätes an den Probekörper wird der Stift k in das Loch der Gabel j gesteckt, um eine Verdrehung der Hebel c und d und damit eine Aenderung der Meßstrecke während des Ansetzens auszuschließen. Nach dem Ansetzen wird der Stift k entfernt, so daß sich die beiden Hebel c und d frei bewegen können.

Bei der Belastung der Probewinkel werden diese im allgemeinen stets eine, wenn auch geringfügige Aenderung ihrer Lage im Raume ausführen. Damit ändert sich auch die räumliche Lage des fest auf dem Probekörper sitzenden Spiegelgerätes. Dadurch können Skalenausschläge im Ablesefernrohr auftreten, welche sich in gleicher Weise zu erkennen geben, wie Ausschläge infolge der zu messenden Spannungen. Es ist daher erforderlich, diese durch die Aenderung der Lage des Probekörpers im Raume bedingten Ausschläge als solche kenntlich zu machen und die Ablesewerte entsprechend zu berichtigen. Dies geschieht durch einen Spiegel, der kurzweg als »Raumspiegel« bezeichnet wurde. Er sitzt am Feinmeßgerät unverrückbar fest, so daß er die Aenderung der räumlichen Lage des Gerätes erkennen läßt. Die durch diesen Raumspiegel beobachteten Ausschläge sind daher unter Berücksichtigung des Vorzeichens von den Ausschlägen des mit dem Spitzenbügel verbundenen Hauptspiegels abzuziehen.

Das neue Feinmeßgerät wurde in gleicher Weise, wie dies in Z. d. V. d. I. 1911 S. 2174 angegeben ist, geeicht. Zu diesem Zweck wurde das Feinmeßgerät nach Fig. 10 an den auf Zug belasteten Kontrollstab P aus bestem Tiegelgußstahl

angesetzt und dabei gleichzeitig die Dehnung derselben Längsfaser durch eine bügelartige Martenssche Spiegelvorrichtung, die um das neue Gerät herumgriff, gemessen. Es wurden 10 aufeinanderfolgende Meßreihen ausgeführt und dabei das Verhältnis der Skalenausschläge des neuen und des Martensschen Gerätes festgestellt. Nach jeder Meßreihe wurden die Spiegelgeräte abgenommen und neu angesetzt. Bei allen Meßreihen wurden je 3 Ablesungen gemacht, aus denen der Mittelwert gebildet wurde. Dabei ergab sich Folgendes:

Fig. 10. Eichung des Feinmeßgerätes.



Bei dem Gerät mit 3,3 mm Meßlänge beträgt nach Zahlentafel 1 bei gleicher Spannung des Probestabes der Mittelwert der Verhältnisse der Ablesungen des neuen und des Martensschen Gerätes 0,8844, die höchsten und kleinsten Werte sind 0,930 und 0,843. Daraus ergibt sich der Genauigkeitsgrad der Ablesungen des neuen, bezogen auf die Angabe des Martensschen Bügelgerätes zu

$$\frac{930 - 884,4}{884,4} = + 5,2 \text{ vH}$$

und

$$\frac{884,4 - 843}{884,4} = - 4,7 \text{ vH}$$

Zahlentafel 1.
Spiegelgerät mit 3,3 mm Meßlänge.

| Meßreihe Nr. | Mittelwerte aus 3 Skalenablesungen | | Verhältnis der Ablesungen beider Geräte | Bemerkungen |
|-----------------|------------------------------------|-------------------------|---|----------------|
| | neues Gerät 0,1 mm | Martens-Gerät 0,1 mm | | |
| 1 | 125,75 | 145,5 | 0,864 | |
| 2 | 126,75 | 145,25 | 0,873 | |
| 3 | 131,5 | 144,0 | 0,913 | |
| 4 | 127,25 | 144,0 | 0,884 | |
| 5 | 129,25 | 147,5 | 0,877 | |
| 6 | 136,25 | 148,5 | 0,918 | |
| 7 | 130,0 | 150,0 | 0,867 | |
| 8 | 130,0 | 139,75 | 0,930 | höchster Wert |
| 9 | 128,5 | 152,5 | 0,843 | kleinster Wert |
| 10 | 131,5 | 150,25 | 0,875 | |
| Mittel | | | 0,8844 | |

Zahlentafel 2.
Spiegelgerät mit 0,7 mm Meßlänge.

| | | | | |
|--------|------|-------|---------------|----------------|
| 1 | 47 | 143 | 0,329 | |
| 2 | 46 | 142 | 0,324 | |
| 3 | 53 | 141 | 0,376 | höchster Wert |
| 4 | 49 | 145 | 0,338 | |
| 5 | 44 | 139 | 0,316 | kleinster Wert |
| 6 | 49 | 139 | 0,353 | |
| 7 | 46,5 | 139,5 | 0,333 | |
| 8 | 46 | 130 | 0,354 | |
| 9 | 47,5 | 132 | 0,360 | |
| 10 | 46 | 137 | 0,336 | |
| Mittel | | | 0,3419 | |

Die Ungenauigkeit der Angaben des neuen Meßgerätes mit 3,3 mm Meßlänge überschreitet also den Wert von etwa ± 5 vH nicht.

In gleicher Weise ergibt sich nach Zahlentafel 2 für das Gerät mit 0,7 mm Meßlänge der Mittelwert der Verhältnisse der Ablesungen des neuen und des Martensschen Gerätes zu 0,3419. Die höchsten und kleinsten Werte sind 0,376 und 0,316. Daraus ergibt sich der Genauigkeitsgrad der Ablesungen des neuen Gerätes zu

$$\frac{376 - 341,9}{341,9} = + 9,95 \text{ vH}$$

und

$$\frac{342 - 316}{342} = - 7,6 \text{ vH.}$$

Die Ungenauigkeit der Angaben dieses Gerätes überschreitet also nicht den Wert von etwa ± 10 vH. Dieser Genauigkeitsgrad ist, wie später gezeigt werden wird, ganz erheblich größer als die Abweichungen zwischen den Werten der theoretisch berechneten und durch Beobachtung gemessenen Spannungen, Abweichungen, die meist den Betrag von 100 vH mehr oder weniger überschreiten.

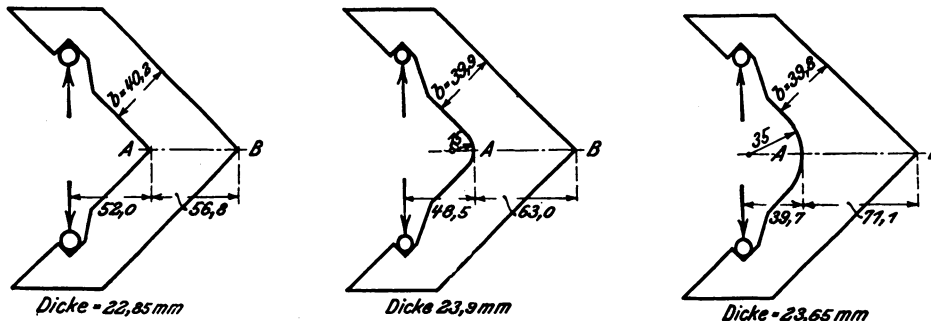
Das zur Eichung benutzte Martenssche Bügelgerät hatte eine Meßlänge von 48,3 mm. Hieraus sowie aus der Breite der bei jenem Bügelgerät angewandten prismatischen Schneide, dem Skalenabstand, dem Elastizitätsmodul des Materials der Probewinkel und dem eben genannten Verhältnis der Ablesungen des neuen und des Martensschen Bügelgerätes ergibt sich der Eichwert der beiden neuen Spiegelgeräte. Es wurde gefunden, daß die übliche Schätzungseinheit von 0,1 mm Skalenausschlag folgende Spannungsänderungen im Probekörper bedeutet:

$$\begin{array}{l} \text{für das Gerät mit 3,3 mm Meßlänge} = \mathbf{9,83 \text{ kg/qcm}} \\ \text{» » » » 0,7 » » » } = \mathbf{25,6 \text{ »}} \end{array}$$

Als Versuchsmaterial diente weiches, ausgeglühtes Flußeisen. Es hatte eine Streckgrenze von 2200 kg/qcm, eine Zerreißfestigkeit von 3790 kg/qcm, eine Dehnung von 25,5 vH, eine Querschnittsverminderung von 52 vH und einen Elastizitätsmodul von 2100000 kg/qcm. Die untersuchten Winkel wurden aus dem gleichen Flußeisen von etwa 25 mm Dicke durch Sägen auf kaltem Wege herausgearbeitet. Der Kraftangriff erfolgte bei den Probewinkeln, um eine möglichst gleichmäßige Spannungsverteilung zu gewährleisten, nach Fig. 1 durch Vermittlung von Stahlkugeln von 14 mm Dmr.

Es wurden 3 Winkel untersucht. Ein Winkel hatte auf der Innenseite bei A, Fig. 1, eine scharfe Ecke ($r = 0$ mm). Bei den beiden anderen Winkeln

Fig. 11 bis 13. Abmessungen der Probekörper.



war die innere Ecke durch Hohlkehlen ausgerundet, deren Halbmesser ρ 15 und 35 mm betragen. Die genauen Abmessungen der Winkel sind in den Fig. 11 bis 13 angegeben.

3) Versuchsergebnisse.

Zunächst wurden bei allen Winkeln die Formänderungen und damit, soweit es sich um Formänderungen innerhalb des elastischen Gebietes handelt, die Spannungen an verschiedenen Stellen der Linie $A-B$, Fig. 11 bis 13, in der zu $A-B$ senkrechten Richtung gemessen. Die Linie $A-B$ ist nachfolgend stets als »Diagonale« bezeichnet. Der Abstand der auf der Diagonale $A-B$ gewählten Meßpunkte a, b, c usw. von dem äußeren Eckpunkte B ist aus nachstehender Zahlentafel 3 ersichtlich:

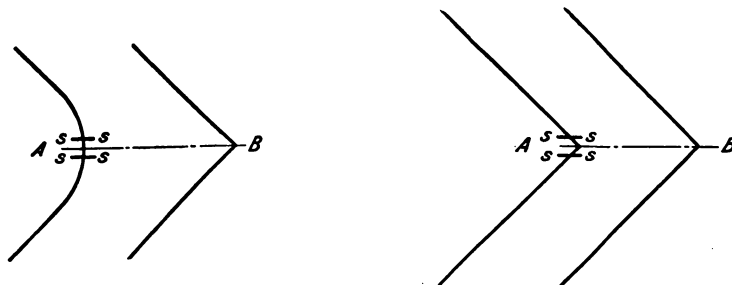
Zahlentafel 3.

| Winkel mit Halbmesser ρ mm | Abstand der Meßpunkte vom Eckpunkt B in mm | | | | | | | | | |
|--|--|------|------|------|------|------|------|------|------|------|
| | a | b | c | d | e | f | g | h | i | k |
| 0 | 6,0 | 14,5 | 23,0 | 31,5 | 38,0 | 44,0 | 50,0 | 56,0 | — | — |
| 15 | 6,0 | 14,5 | 23,0 | 31,5 | 38,0 | 44,0 | 50,0 | 56,0 | 62,2 | — |
| 35 | 6,0 | 14,5 | 23,0 | 31,5 | 38,0 | 44,0 | 50,0 | 56,0 | 62,0 | 68,0 |

Das Meßgerät wurde bei allen Meßpunkten a bis k so angesetzt, daß die Mitte der 1,5 mm breiten Schneide des Gerätes mit dem gewünschten Meßpunkt zusammenfiel.

Ferner wurde ein Meßpunkt unmittelbar am inneren Rande der Winkel gewählt. Dieser trägt die Bezeichnung »Auf der Kante«, und die dort gemessenen Formänderungen und Spannungen sind in den späteren Zahlentafeln als » σ_{\max} « bezeichnet. Das Meßgerät wurde in diesem Falle nach Fig. 14 so an-

Fig. 14 und 15. Sitz des Feinmeßgerätes an den Punkten A .



gesetzt, daß es mit der Mitte seiner Schneiden $s-s$ auf der Kante der Winkel aufsaß. Die Hälfte der 1,5 mm breiten Schneide befand sich also frei in der Luft und nur die andere 0,75 mm breite Hälfte der Schneide berührte den Probewinkel.

Für den scharfeckigen Winkel ($\rho = 0$ mm) ist dabei Folgendes zu beachten. Hier wurde in Ermangelung einer anderen Möglichkeit das Spiegelgerät nach Fig. 15 so angesetzt, daß die Mitte der beiden im Abstande von nur 0,7 mm voneinander befindlichen Schneiden $s-s$ auf der Innenkante des Winkels saß,

Die zwischen den beiden Schneidmitteln liegende Strecke ist keine Gerade, sondern eine rechtwinklig eingeknickte Linie. Die gefundene Formänderung ist trotzdem der Einfachheit halber in den späteren Zahlentafeln so angegeben, als ob sich die Formänderung auf eine gerade Strecke bezieht. Dies ist bei der Beurteilung jenes Wertes zu berücksichtigen. Naturgemäß wird insbesondere bei dem scharfeckigen Winkel die Angabe des Meßgerätes an dem Meßpunkt »Auf der Kante« sehr abhängig von dem zufälligen Sitze des Gerätes sein, da schon eine sehr geringfügige Änderung in dem Sitz des Gerätes zu anderen Ablesungsergebnissen führt. Immerhin liegen die Angaben des Gerätes bei den 4 verschiedenen Versuchsreihen, bei denen das Gerät jedesmal abgenommen und neu angesetzt wurde (vergl. die späteren Zahlentafeln 4 und 11), nicht so weit auseinander, daß die Bildung eines einigermaßen zuverlässigen Mittelwertes ausgeschlossen war.

Um sicher zu sein, daß das Feinmeßgerät möglichst genau an der gewünschten Stelle des Winkels angesetzt war, wurde auf die Oberfläche der Winkel starkes Kartonpapier geklebt. Dieses wurde vor dem Aufkleben mit entsprechenden Aussparungen an den gewünschten Meßstellen zur Aufnahme der Schneiden der Feinmeßgeräte versehen.

Mit Ausnahme der Meßstellen in unmittelbarer Nähe der Ecke A des scharfeckigen Winkels ($\rho = 0$ mm), wo das Gerät mit der Meßlänge von 0,7 mm angewendet wurde, wurde stets das Gerät mit der 3,3 mm langen Meßstrecke benutzt.

Aus den gefundenen Formänderungen wurden unter Zugrundelegung des Elastizitätsmoduls des Materials der Probewinkel, welcher 2 100 000 kg/qcm betrug, die Spannungen berechnet und in die nachfolgenden Zahlentafeln und Schaubilder eingetragen. Die Berechnung der Spannungen aus den Formänderungen ist naturgemäß nur innerhalb des Gebietes der elastischen Formänderungen möglich. Es wurden jedoch auch in den wenigen in Betracht kommenden Fällen diejenigen Formänderungen, welche hinsichtlich ihrer Größe einer Spannung oberhalb der Elastizitätsgrenze bzw. Streckgrenze des Materials von 2200 kg/qcm entsprechen würden, in den Zahlentafeln und Schaubildern als Spannungen ausgedrückt. Diese Spannungswerte und die aus ihnen abgeleiteten Zahlen, die durch Einklammerung besonders kenntlich gemacht sind, bedeuten also nicht eine Spannung von der angegebenen Größe, sondern sollen lediglich dazu dienen, einen unmittelbaren und bequemen Vergleich der durch jene Werte ausgedrückten Formänderungen mit den elastischen Formänderungen zu gestatten. Es sei besonders darauf hingewiesen, daß diese Bemerkung für alle Fälle in diesem Versuchsbericht gilt, bei denen es sich um Spannungen handelt, die aus solchen Formänderungen ermittelt wurden, welche hinsichtlich ihrer Größe die Formänderung des Materials kurz vor Erreichen der Streckgrenze überschreiten.

Bei der Berechnung der oben genannten eingeklammerten Werte wurde angenommen, daß die Proportionalität zwischen der Spannung und Formänderung auch noch oberhalb der Proportionalitätsgrenze und Streckgrenze weiter bestände. Diese Annahme, aus der naturgemäß keine weiteren Schlußfolgerungen gezogen werden dürfen und auch nicht gezogen worden sind, ist lediglich gemacht, um bequeme Vergleichszahlen aufzustellen. Die Annahme hat jedoch auch, wenigstens soweit es sich um Formänderungen handelt, welche die Formänderung kurz vor Erreichen der Streckgrenze nur unwesentlich überschreiten, insofern bis zu einem bestimmten Grade eine gewisse Berechtigung,

als im vorliegenden Falle die am stärksten gespannten Fasern sich nach Ueberschreiten der Spannung an der Streckgrenze nicht so stark dehnen können, wie sich z. B. ein auf seinen ganzen Querschnitt gleichmäßig mit jener Spannung beanspruchter Stab dehnen würde. Der Grund dafür, daß bei den am stärksten gespannten Fasern im vorliegenden Falle nicht so hohe Dehnungen auftreten können, dürfte darin zu suchen sein, daß die jenen Fasern benachbarten, weniger gespannten Fasern infolge ihres innigen Zusammenhanges mit den am stärksten gespannten Fasern so hohe Dehnungen nicht zulassen. Ein weiterer Beweis dafür, daß die obige Annahme nicht ganz unberechtigt ist, und daß das Material in jenen Fällen nicht in unzulässiger Weise überansprucht wurde, dürfte darin zu suchen sein, daß die Wiederholung der Messungen in jenen Punkten, die bei der ersten Messung Spannungen oberhalb der Streckgrenze des Materials von 2200 kg/qcm ergeben hatten, zu den gleichen Messungsergebnissen führte, wie die erste Messung.

Die auf der Diagonale *A—B* in den Meßpunkten *a*, *b*, *c* usw. erhaltenen Skalenausschläge in zehntel Millimeter sind in den Zahlentafeln 4, 5 und 6 angegeben. Gemessen wurde auf den beiden Winkelseiten. An jedem der mit den Buchstaben *a*, *b* usw. bezeichneten Meßpunkte wurde das Meßgerät nur einmal angesetzt, und dabei wurden jedesmal nach Be- und Entlastung 3 Ablesungen gemacht, aus denen der Mittelwert gebildet wurde. Aus den Mittelwerten der je 3 Ablesungen auf den beiden Seitenflächen I und II wurde dann der in den Zahlentafeln 4 bis 6 mit »Gesamtmittelwert« bezeichnete Wert gebildet. Bei den Meßpunkten an dem Innenrande der Winkel, die die Bezeichnung »Auf der Kante« tragen, wurde das Meßgerät, um einen möglichst zuverlässigen Mittelwert zu erhalten, bei dem Winkel mit $\varrho = 0$ mm (scharfeckiger Winkel) auf den beiden Winkelseiten I und II viermal und bei den beiden anderen Winkeln ($\varrho = 15$ mm und $\varrho = 35$ mm) je zweimal nach jeder Versuchsreihe abgenommen und wieder neu angesetzt.

Die Zahlentafeln 4 bis 6 enthalten ferner die aus den Skalenausschlägen für die in allen Fällen stets gleich große Belastung $P = 1500$ kg berechneten Spannungen σ . Die Spannungen wurden aus den zu der diagonalen senkrechten

Zahlentafel 4 (vergl. Fig. 16).

Winkel $\varrho = 0$ mm. Schenkelbreite rd. 40 mm. Meßlinie: Diagonale *AB*.

| Seitenfläche des Winkels | Versuch Nr. | Ablesungen des Spiegelgerätes in 0,1 mm bei Meßpunkt | | | | | | | | | Auf der Innenkante Versuchsreihe Nr. | | | |
|--|-------------|--|----------|----------|----------|----------|----------|----------|-------------------|------|--------------------------------------|------|------|------|
| | | <i>a</i> | <i>b</i> | <i>c</i> | <i>d</i> | <i>e</i> | <i>f</i> | <i>g</i> | <i>h</i> | | 1 | 2 | 3 | 4 |
| | | | | | | | | | Versuchsreihe Nr. | | | | | |
| | | 1 | | 2 | | 3 | | 4 | | | | | | |
| I | 1 | -7 | -34 | -57 | -53 | -35 | -9 | +37 | +251 | +260 | +330 | +330 | +306 | +306 |
| | 2 | -9 | -35 | -58 | -52 | -34 | -9 | +36 | +249 | +260 | +328 | +328 | +302 | +304 |
| | 3 | -8 | -35 | -58 | -53 | -35 | -8 | +36 | +249 | +259 | +322 | +327 | +301 | +303 |
| | Mittel | -8 | -35 | -58 | -53 | -35 | -9 | +36 | +255 | | +316 | | | |
| II | 1 | -6 | -33 | -55 | -49 | -30 | -5 | +32 | +278 | +247 | +318 | +314 | +300 | +310 |
| | 2 | -6 | -34 | -54 | -50 | -32 | -7 | +30 | +273 | +247 | +310 | +320 | +296 | +307 |
| | 3 | -5 | -34 | -52 | -51 | -32 | -5 | +32 | +275 | +248 | +312 | +307 | +290 | +307 |
| | Mittel | -6 | -34 | -54 | -50 | -31 | -6 | +31 | +261 | | +308 | | | |
| Gesamtmittel Spannung σ in kg/qcm | | -7 | -34,5 | -56 | -51,5 | -33 | -7,5 | +33,5 | +258 | | +312 | | | |
| | | -86 | -424 | -688 | -633 | -406 | -92 | +412 | (+3170) | | (+9980) | | | |

Zahlentafel 5 (vergl. Fig. 17).

Winkel $\varrho = 15$ mm. Schenkelbreite rd. 40 mm. Meßlinie: Diagonale AB.

| Seitenfläche des Winkels | Versuch Nr. | Ablesungen des Spiegelgerätes in 0,1 mm bei Meßpunkt | | | | | | | | | auf der Innenkante Versuchsreihe | |
|--------------------------|-------------|--|------|------|------|------|------|-------|-------|-------|----------------------------------|-------|
| | | a | b | c | d | e | f | g | h | i | Nr. 1 | Nr. 2 |
| | | | | | | | | | | | | |
| I | 1 | -5 | -27 | -41 | -39 | -31 | -8 | +19 | +69 | +152 | +191 | +201 |
| | 2 | -6 | -29 | -43 | -41 | -31 | -11 | +20 | +69 | +151 | +193 | +199 |
| | 3 | -6 | -28 | -42 | -41 | -31 | -12 | +21 | +68 | +149 | +189 | +201 |
| | Mittel | -6 | -28 | -42 | -40 | -31 | -10 | +20 | +69 | +151 | +196 | |
| II | 1 | -3 | -26 | -43 | -43 | -35 | -10 | +17 | +71 | - | +196 | +201 |
| | 2 | -6 | -25 | -43 | -41 | -34 | -11 | +16 | +69 | - | +195 | +200 |
| | 3 | -5 | -27 | -45 | -43 | -36 | -7 | +17 | +69 | - | +195 | +199 |
| | Mittel | -5 | -26 | -44 | -42 | -35 | -9 | +17 | +70 | - | +198 | |
| Gesamtmittel | | -5,5 | -27 | -43 | -41 | -33 | -9,5 | +18,5 | +69,5 | +151 | +197 | |
| Spannung σ kg/qcm | | -68 | -332 | -528 | -504 | -406 | -117 | +227 | +854 | +1855 | (+2422) | |

Zahlentafel 6 (vergl. Fig. 18).

Winkel $\varrho = 35$ mm. Schenkelbreite rd. 40 mm. Meßlinie: Diagonale AB.

| Seitenfläche des Winkels | Versuch Nr. | Ablesungen des Spiegelgerätes in 0,1 mm bei Meßpunkt | | | | | | | | | | auf der Innenkante Versuchsreihe | |
|-----------------------------|-------------|--|-------|------|------|-------|-------|-----|-------|-------|-------|----------------------------------|-------|
| | | a | b | c | d | e | f | g | h | i | k | Nr. 1 | Nr. 2 |
| | | | | | | | | | | | | | |
| I | 1 | -3 | -17 | -27 | -32 | -28 | -19 | +1 | +29 | +60 | +102 | +132 | +136 |
| | 2 | -2 | -16 | -28 | -31 | -27 | -19 | 0 | +27 | +59 | +104 | +131 | +134 |
| | 3 | -3 | -17 | -28 | -32 | -26 | -19 | 0 | +27 | +59 | +105 | +133 | +135 |
| | Mittel | -3 | -17 | -28 | -32 | -27 | -19 | 0 | +28 | +59 | +104 | +134 | |
| II | 1 | -2 | -16 | -30 | -36 | -31 | -20 | -1 | +23 | +58 | +104 | +131 | +133 |
| | 2 | -2 | -16 | -29 | -37 | -32 | -20 | -2 | +25 | +59 | +104 | +132 | +132 |
| | 3 | -2 | -15 | -30 | -36 | -32 | -21 | -3 | +21 | +57 | +104 | +133 | +132 |
| | Mittel | -2 | -16 | -30 | -36 | -32 | -20 | -2 | +23 | +58 | +104 | +132 | |
| Gesamtmittel | | -2,5 | -16,5 | -29 | -34 | -29,5 | -19,5 | -1 | +25,5 | +58,5 | +104 | +133 | |
| Spannung σ in kg/qcm | | -31 | -203 | -356 | -418 | -362 | -239 | -12 | +313 | +718 | +1278 | +1635 | |

Formänderungen ohne Berücksichtigung des nicht sehr erheblichen Einflusses der Querkräfte¹⁾ ermittelt. Die Zugspannungen sind mit positivem, die Druckspannungen mit negativem Vorzeichen versehen. Bei der Berechnung der Spannungen aus den angegebenen Skalenausschlägen ist zu berücksichtigen, daß nach jeder Belastung nicht etwa bis auf den Wert $P = 0$ kg entlastet wurde, sondern nur bis zu einer sogenannten Nullast, die entsprechend den jeweiligen Verhältnissen zwischen 100 und 300 kg gewählt wurde.

Die in den Tafeln 4 bis 6 angegebenen Spannungswerte sind in den Schaubildern, Fig. 16 bis 18, eingetragen, und zwar die Zugspannungen, von der Diagonale A—B aus gerechnet, nach oben, die Druckspannungen nach unten. Die erhaltene Spannungsschaulinie schneidet die Diagonale in den Punkten O_x . Dies sind die Spannungsnulldpunkte.

Es erschien wünschenswert, die gemessenen Spannungen mit den theoretisch berechneten Spannungen in Vergleich zu setzen. Für die theoretische

¹⁾ s. Z. d. V. d. I. 1907 S. 209.

Berechnung der Spannungen wurden 3 verschiedene Rechnungsarten zum Vergleich herangezogen, die im Folgenden als Fall I, II und III bezeichnet sind.

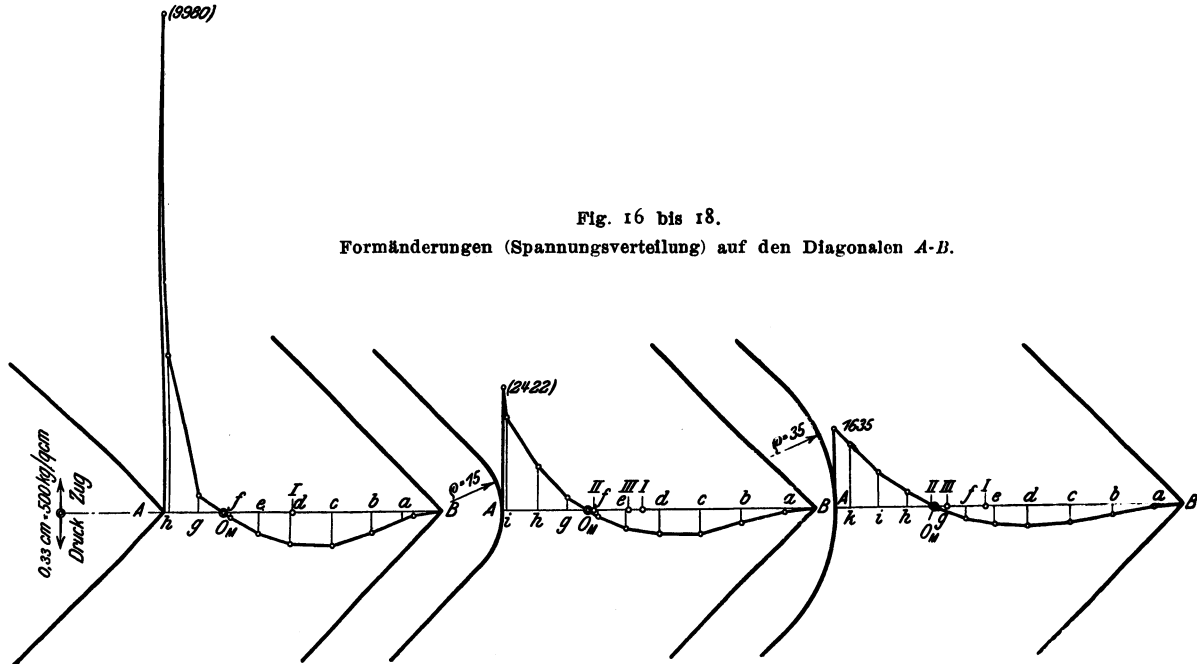


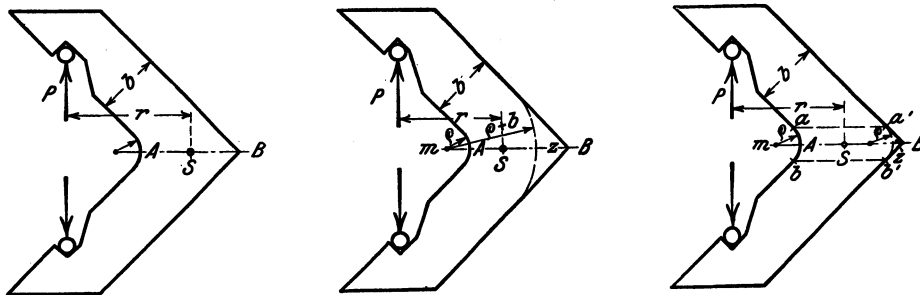
Fig. 16 bis 18.

Formänderungen (Spannungsverteilung) auf den Diagonalen A-B.

Bei Fall I erfolgte die Berechnung der größten Spannungen σ_{\max} im Punkte A nach Fig. 19 in folgender Weise, die in der Praxis sehr häufig angewandt wird. Es wurde die Kraft P im Querschnitt A-B als gleichmäßig verteilte Zugspannung angenommen und dazu die durch das Biegemoment $P \cdot r$ auftretende Zugspannung addiert.

Bei den Fällen II und III wurde die Grashofsche Formel für Stäbe mit gekrümmter Mittellinie angewandt. In Fall II wurde nach Fig. 20 aus dem Mittelpunkt m der inneren Hohlkehle ein Kreisbogen mit dem Halbmesser $\rho + b$

Fig. 19 bis 21. Arten der theoretischen Berechnung der Spannungsverteilung.



geschlagen gedacht. Man erhält in dieser Weise auf einem Bogen von 90° einen Stab von gleicher Schenkeldicke mit kreisförmig gebogener Mittellinie, auf den die Grashofsche Formel ohne weiteres anwendbar ist. Gegenüber der tatsächlichen Ausführungsform, nach der bei allen 3 Winkeln die Ecke bei Punkt B

scharfkantig ausgeführt wurde, wird also bei der Rechnungsart nach Fall II das Material des nicht unerheblichen Zwickels z als nicht vorhanden angesehen. Die nach Fall II erhaltenen theoretischen Werte stellen also die Verhältnisse als wesentlich zu ungünstig dar.

Bei Fall III wurde nach Fig. 21 der Kreisbogen $a-b$ von der Innenkante parallel in der Richtung nach dem Eckpunkt B zu verschoben gedacht, bis er zur Berührung mit den beiden Außenkanten des Winkels kommt. In diesem Falle wird nur das Material eines kleineren Zwickels z als nicht vorhanden angesehen. Fall III kommt also den wirklichen Verhältnissen näher als Fall II. Streng genommen, ist für diesen Fall die Anwendung der Grashof'schen Formel naturgemäß nicht richtig; immerhin dürfte sie in Ermangelung eines besseren Rechnungsverfahrens zulässig erscheinen, um einen Vergleich zwischen den Ergebnissen der theoretischen Rechnung und der Beobachtung zu erhalten.

Unter Zugrundelegung dieser Rechnungsarten Fall I bis III und der in den Fig. 11 bis 13 angegebenen Abmessungen der Probewinkel wurde für die Punkte A die dort eintretende Formänderung und die Spannung σ_{\max} nach der Grashof'schen Formel berechnet. Nach dieser Formel ist σ_{\max} linear proportional der Belastung P , also $\sigma_{\max} = cP$. Der Wert der auf Grund der Abmessungen der Probewinkel berechneten Konstante c sowie der Wert von x in der Grashof'schen Formel ist in Zahlentafel 7 angegeben. Für den scharfkantigen

Zahlentafel 7.
Theoretisch berechnete Spannungen σ_{\max} und Werte von c und x .
Schenkelbreite ∞ 40 mm.

| Rechnungsart | c, x und σ_{\max} | $\varrho = 0$ mm | $\varrho = 15$ mm | $\varrho = 35$ mm |
|----------------|----------------------------|------------------|-------------------|-------------------|
| Fall I . . . | c | 0,732 | 0,573 | 0,437 |
| | σ_{\max} in kg/qcm | 1098 | 860 | 655 |
| Fall II . . . | c | — | 1,93 | 1,36 |
| | x | — | 0,135 | 0,0477 |
| | σ_{\max} in kg/qcm | — | 2895 | 2040 |
| Fall III . . . | c | — | 1,25 | 0,858 |
| | x | — | 0,189 | 0,0754 |
| | σ_{\max} in kg/qcm | — | 1875 | 1287 |

Winkel ($\varrho = 0$ mm) sind die Rechnungsarten II und III naturgemäß nicht anwendbar. Die in Zahlentafel 7 angegebene Spannung σ_{\max} ist für die bei allen Versuchen mit den 3 Winkeln stets gleich groß gewählte Belastung $P = 1500$ kg berechnet.

Die in Zahlentafel 4 bis 6 enthaltenen, durch die Messung gefundenen Formänderungs- und die Spannungswerte σ_{\max} , die an den Meßpunkten mit der Bezeichnung »Auf der Kante« beobachtet wurden, sind in Zahlentafel 8 mit den in Zahlentafel 7 enthaltenen theoretisch berechneten Werten zusammengestellt.

Gleichzeitig enthält Zahlentafel 8 die prozentuale Abweichung der beobachteten Formänderungen und Spannungen σ_{\max} von den nach dem meist angewandten Rechnungsverfahren Fall I ermittelten Werten. Danach beträgt der Unterschied zwischen den tatsächlich beobachteten und den theoretisch berechneten Formänderungen und Spannungen in den Punkten A — unter Berücksichtigung des früher über die Art der Messung und die Ermittlung der Spannungen aus den beobachteten Formänderungen Gesagten — bei den Winkeln

Zahlentafel 8.

Vergleich der gemessenen und theoretisch berechneten Formänderungen (Spannungen σ_{\max}) in den Punkten *A*.
Schenkelbreite ∞ 40 mm.

| Hohlkehlenhalbmesser ρ mm | σ_{\max} ge- messen | σ_{\max} theoretisch berechnet nach | | | | Vergleich der gemessenen und theoretisch berechneten Formänderungen (Spannungen σ_{\max}) | | | |
|--------------------------------------|----------------------------------|---|---------------|----------------|-----------------------------|---|-----------------------------|--|--|
| | | Fall I | Fall II | Fall III | Fall $\frac{II+III}{2}$ | bezogen auf Fall I | | bezogen auf Fall $\frac{II+III}{2}$ | |
| | | σ_I | σ_{II} | σ_{III} | $\frac{\sigma_{II+III}}{2}$ | $\frac{\sigma_M - \sigma_I}{\sigma_I} 100$ | $\frac{\sigma_M}{\sigma_I}$ | $\frac{\sigma_M - \frac{\sigma_{II+III}}{2}}{\frac{\sigma_{II+III}}{2}} 100$ | $\frac{\sigma_M}{\frac{\sigma_{II+III}}{2}}$ |
| kg/qcm | kg/qcm | kg/qcm | kg/qcm | kg'qcm | vH | | vH | | |
| 0 | (9980) | 1098 | — | — | — | (+ 810) | (9,1) | — | — |
| 15 | (2422) | 860 | 2895 | 1875 | 2385 | (+ 181) | (2,8) | (+ 1,6) | (1,02) |
| 35 | 1635 | 655 | 2040 | 1287 | 1664 | + 150 | 2,5 | - 1,7 | 0,98 |

mit $\rho = 0$ mm, 15 mm und 35 mm 810 vH, 181 vH und 150 vH. In gleicher Weise sind die beobachteten Formänderungen und die Spannungen σ_{\max} dem Mittelwert der nach Fall II und III theoretisch berechneten Formänderungen und Spannungen gegenübergestellt. Man erkennt, daß in diesem Falle die Abweichungen zwischen den beobachteten und den in jener Weise theoretisch ermittelten Werten nur außerordentlich gering sind. Für die hier in Betracht kommenden Verhältnisse, d. h. für das hier vorliegende Verhältnis der Abmessungen der Winkelschenkellänge, der Schenkelbreite und des Hohlkehlenhalbmessers gibt also die theoretische Rechnungsart nahezu mit dem tatsächlichen Verhalten übereinstimmende Werte.

Zahlentafel 9 zeigt, in welcher Weise die Größe des Hohlkehlenhalbmessers die Formänderung und die Spannung σ_{\max} im Punkt *A* beeinflußt.

Zahlentafel 9.

Vergleich der Formänderungen (Spannungen σ_{\max}) in den Punkten *A*.

| σ_{\max} | | $\rho = 35$ mm | $\rho = 15$ mm | $\rho = 0$ mm |
|-------------------------------|-----|----------------|----------------|---------------|
| gemessen | | 1 | (1,48) | (6,11) |
| berechnet nach Fall | I | 1 | 1,31 | 1,68 |
| | II | 1 | 1,42 | — |
| | III | 1 | 1,46 | — |

In dieser Zahlentafel sind die bei der Belastung $P = 1500$ kg für den Winkel mit $\rho = 35$ mm gemessenen und die theoretisch berechneten Werte von σ_{\max} im Punkt *A* als 1 gesetzt und die sich dann für die gleiche Belastung von 1500 kg ergebenden Verhältniszahlen für die Winkel mit $\rho = 15$ mm und $\rho = 0$ mm angegeben. Man erkennt, daß die Rechnungsart I die Zunahme der Spannung im Punkt *A* mit abnehmendem Krümmungshalbmesser als langsamer anwachsend hinstellt, als dies den wirklichen Verhältnissen auf Grund der Beobachtung entspricht. Die Rechnungsart I wird also der insbesondere bei kleinerem Krümmungshalbmesser erheblichen Spannungssteigerung im Punkt *A* nicht gerecht und gibt die Spannung gegenüber den wirklichen Verhältnissen um so

mehr als zu niedrig an, je kleiner der Krümmungshalbmesser ist. Die Rechnungsarten II und III dagegen stellen innerhalb des untersuchten Gebietes die Zunahme der Spannungssteigerung im Punkt *A* mit abnehmendem Krümmungshalbmesser annähernd richtig, d. h. den Beobachtungen entsprechend dar.

In den Schaubildern Fig 16 bis 18 ist auch der auf Grund der Messungen gefundene Spannungsnullpunkt O_M angegeben. Es ist dies der Schnittpunkt der Diagonale *A—B* mit den in jenen Schaubildern eingezeichneten Spannungsschaulinien. Dabei ist der Einfluß der Querkräfte¹⁾ auf die Lage des Spannungsnullpunktes unberücksichtigt gelassen. Die wirkliche Lage des Spannungsnullpunktes O_M ist in Zahlentafel 10 in Vergleich gesetzt mit den theoretischen

Zahlentafel 10.

Werte von η für den Spannungsnullpunkt auf der Diagonalen *AB*.
 $\eta_S = \eta$ theoretisch berechnet, bezogen auf den Schwerpunkt *S* der Diagonalen des jeweiligen Winkelquerschnittes.

$\eta_B = \eta$ theoretisch berechnet, bezogen auf den Winkeleckpunkt *B*.

$\eta_M = \eta$ durch Messung gefunden, bezogen auf den Winkeleckpunkt *B*.

| Krümmungshalbmesser mm | ge-messen η_M mm | Fall I | | | | Fall II | | | | Fall III | | | |
|---------------------------|-----------------------------|----------|----------|-------------------|--|----------|----------|-------------------|--|----------|----------|-------------------|--|
| | | η_S | η_B | $\eta_M - \eta_B$ | $\frac{\eta_M - \eta_B}{AB} \cdot 100$ | η_S | η_B | $\eta_M - \eta_B$ | $\frac{\eta_M - \eta_B}{AB} \cdot 100$ | η_S | η_B | $\eta_M - \eta_B$ | $\frac{\eta_M - \eta_B}{AB} \cdot 100$ |
| | | mm | mm | mm | vH | mm | mm | mm | vH | mm | mm | mm | vH |
| 0 | +45,0 | +2,99 | +31,39 | +13,61 | +24,0 | — | — | — | — | — | — | — | — |
| 15 | +46,6 | +3,65 | +35,15 | +11,45 | +18,2 | +2,17 | +45,22 | +1,38 | +2,2 | +3,27 | +38,07 | +8,53 | +13,6 |
| 35 | +50,3 | +4,84 | +40,39 | + 9,91 | +14,0 | +0,21 | +51,41 | -1,11 | -1,6 | +0,32 | +43,27 | +7,03 | + 9,9 |

Lagen des Nullpunktes, die sich nach den Rechnungsarten I, II und III ergeben. In dieser Zahlentafel bedeuten die Werte von η die in der Richtung von *A—B* gemessenen Abstände der Spannungsnullpunkte vom Schwerpunkt des Querschnittes *AB* bzw. von dem Winkeleckpunkt *B*. Nähere Angaben über die Bedeutung von η_S , η_B und η_M finden sich in Zahlentafel 10. Die nach Fall I bis III theoretisch berechneten Lagen des Spannungsnullpunktes sind ebenfalls in den Fig. 16 bis 18 eingetragen und dort mit I, II und III bezeichnet, während der durch die Messung gefundene Spannungsnullpunkt die Bezeichnung O_M trägt. Man erkennt aus diesen Figuren sowie aus Zahlentafel 10, daß der beobachtete Spannungsnullpunkt bei den Winkeln mit $\rho = 15$ mm und $\rho = 35$ mm fast nahezu mit den auf Grund der Grashof'schen Formel nach Fall II berechneten Spannungsnullpunkten zusammenfällt. Bei der theoretischen Berechnung nach Fall II ist dabei nach Fig. 20 der nicht unerhebliche Zwickel ε als nicht vorhanden angesehen. Würde dieser Zwickel bei der theoretischen Rechnung als vorhanden mitberücksichtigt werden, so müßte die theoretische Rechnung naturgemäß ergeben, daß der Spannungsnullpunkt weiter in der Richtung nach *B* zu liegt, als sich bei dem tatsächlich angewandten Rechnungsverfahren nach Fall II unter Außerachtlassung des Zwickels ε ergab. Da der tatsächlich beobachtete Spannungsnullpunkt fast nahezu mit dem nach Fall II berechneten Spannungsnullpunkt zusammenfällt, so ergibt sich nach Vorstehendem, daß in Wirklichkeit der Spannungsnullpunkt gegenüber den Ergebnissen der theoretischen Rechnung auf Grund der Grashof'schen Formel nach dem Krümmungsmittelpunkt zu verschoben liegt.

¹⁾ Vergl. Z. d. v. d. I. 1907 S. 209.

Diese Beobachtung wurde seitens des Verfassers auch schon bei der Untersuchung der Spannungsverteilung von Kranhaken ¹⁾ gemacht und an Hand der dort wiedergegebenen Fig. 21 durch die Tendenz einer möglichst geradlinigen Fortpflanzung der Spannungen zu erklären versucht. Auch der Einfluß der Querkräfte ²⁾ ist in dieser Richtung wirksam.

Die Folge dieser Verschiebung des Spannungsnullpunktes nach dem Krümmungsmittelpunkt zu ist, daß nunmehr der Abstand zwischen den Punkten *A* und dem Spannungsnullpunkt geringer ist und daher nur eine kleinere Fläche zur Aufnahme der Zugspannungen vorhanden ist, als die theoretische Rechnung annimmt. Infolgedessen muß naturgemäß die Zugspannung am Innenrande der Probekörper größer ausfallen, als sich nach der theoretischen Rechnung ergibt.

Nachdem die vorstehenden Versuche beendet waren, bei denen die Formänderungen auf den Diagonalen *A—B* in der zu *A—B* senkrechten Richtung gemessen wurden, wurden in gleicher Weise die Formänderungen auf den zu den Diagonalen *A—B* parallelen Linien *C—D*, *E—F*, *G—H* und *I—K*, und zwar wiederum in der zu diesen Linien senkrechten Richtung gemessen. Die eben genannten Linien *C—D*, *E—F* usw. sind nachstehend als »Meßlinien« bezeichnet. Ihr senkrechter Abstand ζ von der Diagonalen *A—B* betrug bei allen 3 Winkeln 5, 15, 25 und 35 mm. Die Messungen wurden nur auf je einem Schenkel der Winkel und nur auf einer Winkelseite angestellt. Die Meßpunkte *a*, *b*, *c* usw. wurden auf den genannten Meßlinien so gewählt, daß der in der Richtung jener Linien gemessene Abstand von den Außenkanten der Winkel gleich dem Abstand der gleichartig bezeichneten Meßpunkte auf den Dia-

Zahlentafel 11 (vergl. Fig. 22).

Winkel $\varrho = 0$ mm. Schenkelbreite rd. 40 mm. Meßpunkte auf Seitenfläche I.

| Meßlinie | Versuch Nr. | Ableseungen des Spiegelgerätes in 0,1 mm bei Meßpunkt | | | | | | |
|------------------------------|--------------------|---|----------|----------|----------|----------|----------|----------|
| | | <i>a</i> | <i>b</i> | <i>c</i> | <i>d</i> | <i>e</i> | <i>f</i> | <i>g</i> |
| <i>CD</i> $\zeta = 5$ mm | 1 | -22 | -48 | -52 | -34 | 0 | +45 | +125 |
| | 2 | -20 | -48 | -53 | -34 | -1 | +46 | +125 |
| | 3 | -22 | -47 | -53 | -34 | -1 | +46 | +125 |
| | Mittel | -21 | -48 | -53 | -34 | -1 | +46 | +125 |
| | σ in kg/qcm | -258 | -590 | -652 | -418 | -12 | +565 | +1540 |
| <i>EF</i> $\zeta = 15$ mm | 1 | -32 | -36 | -17 | +30 | +54 | +49 | +30 |
| | 2 | -34 | -37 | -16 | +31 | +54 | +50 | +30 |
| | 3 | -34 | -38 | -15 | +30 | +54 | +50 | +29 |
| | Mittel | -33 | -37 | -16 | +30 | +54 | +50 | +30 |
| | σ in kg/qcm | -406 | -455 | -197 | +369 | +663 | +615 | +369 |
| <i>GH</i> $\zeta = 25$ mm | 1 | -19 | -5 | +18 | +30 | +24 | +24 | +18 |
| | 2 | -20 | -6 | +19 | +29 | +24 | +22 | +16 |
| | 3 | -20 | -8 | +19 | +29 | +23 | +23 | +16 |
| | Mittel | -20 | -6 | +19 | +29 | +24 | +23 | +17 |
| | σ in kg/qcm | -246 | -74 | +234 | +356 | +295 | +283 | +209 |
| <i>JK</i> $\zeta = 35$ mm | 1 | +2 | +14 | +17 | +16 | +12 | — | — |
| | 2 | +3 | +13 | +18 | +16 | +12 | — | — |
| | 3 | +3 | +14 | +18 | +16 | +12 | — | — |
| | Mittel | +3 | +14 | +18 | +16 | +12 | — | — |
| | σ in kg/qcm | +37 | +172 | +221 | +197 | +148 | — | — |

¹⁾ S. 25 u. f. dieses Heftes.

²⁾ Z. d. V. d. I. 1907 S. 209.

gonalen $A-B$ von dem Winkelleckpunkt B war. Diese Werte sind in der Zahlentafel 3 enthalten. Die in der angegebenen Weise erhaltenen Versuchsergebnisse finden sich in den Zahlentafeln 11 bis 13 und in den Fig. 22 bis 24. In letzteren sind die aus den beobachteten Formänderungen ohne Berücksichtigung

Zahlentafel 12 (vergl. Fig. 23).

Winkel $\varrho = 15$ mm. Schenkelbreite rd. 40 mm. Meßpunkte auf Seitenfläche I.

| Meßlinie | Versuch Nr. | Ablesungen des Spiegelgerätes in 0,1 mm bei Meßpunkt | | | | | | | |
|-------------------------|--------------------|--|------|------|------|------|------|------|-------|
| | | a | b | c | d | e | f | g | h |
| CD $\zeta = 5$ mm | 1 | -20 | -38 | -44 | -28 | -9 | +48 | +60 | +99 |
| | 2 | -19 | -39 | -44 | -30 | -11 | +50 | +60 | +99 |
| | 3 | -19 | -39 | -44 | -31 | -11 | +48 | +60 | +98 |
| | Mittel | -19 | -39 | -44 | -30 | -10 | +49 | +60 | +99 |
| | σ in kg/qcm | -233 | -479 | -541 | -369 | -123 | +602 | +737 | +1217 |
| EF $\zeta = 15$ mm | 1 | -25 | -33 | -24 | +4 | +34 | +58 | +52 | - |
| | 2 | -26 | -35 | -24 | +4 | +34 | +56 | +51 | - |
| | 3 | -26 | -35 | -23 | +4 | +34 | +56 | +51 | - |
| | Mittel | -26 | -34 | -24 | +4 | +34 | +57 | +51 | - |
| | σ in kg/qcm | -319 | -418 | -295 | +49 | +418 | +701 | +627 | - |
| GH $\zeta = 25$ mm | 1 | -22 | -13 | +6 | +25 | +35 | +30 | +20 | - |
| | 2 | -23 | -13 | +7 | +24 | +34 | +30 | +20 | - |
| | 3 | -23 | -13 | +6 | +24 | +34 | +30 | +20 | - |
| | Mittel | -23 | -13 | +6 | +24 | +34 | +30 | +20 | - |
| | σ in kg/qcm | -283 | -160 | +74 | +295 | +418 | +369 | +246 | - |
| JK $\zeta = 35$ mm | 1 | -6 | +3 | +18 | +22 | +27 | +- | - | - |
| | 2 | -6 | +4 | +18 | +20 | +28 | + | - | - |
| | 3 | -6 | +5 | +17 | +20 | +28 | +- | - | - |
| | Mittel | -6 | +4 | +18 | +21 | +28 | - | - | - |
| | σ in kg/qcm | -74 | +49 | +221 | +258 | +344 | - | - | - |

Zahlentafel 13 (vergl. Fig. 24).

Winkel $\varrho = 35$ mm. Schenkelbreite rd. 40 mm. Meßpunkte auf Seitenfläche I.

| Meßlinie | Versuch Nr. | Ablesungen des Spiegelgerätes in 0,1 mm bei Meßpunkt | | | | | | | | |
|-------------------------|--------------------|--|------|------|------|------|------|------|------|-------|
| | | a | b | c | d | e | f | g | h | i |
| CD $\zeta = 5$ mm | 1 | -11 | -23 | -30 | -31 | -18 | -5 | +24 | +52 | +94 |
| | 2 | -12 | -22 | -30 | -31 | -18 | -5 | +23 | +51 | +96 |
| | 3 | -11 | -22 | -31 | -31 | -18 | -5 | +23 | +52 | +96 |
| | Mittel | -11 | -22 | -30 | -31 | -18 | -5 | +23 | +52 | +95 |
| | σ in kg/qcm | -135 | -270 | -369 | -381 | -221 | -61 | +283 | +639 | +1170 |
| EF $\zeta = 15$ mm | 1 | -20 | -31 | -27 | -13 | +3 | +24 | +51 | +79 | - |
| | 2 | -21 | -30 | -27 | -14 | +2 | +25 | +50 | +78 | - |
| | 3 | -21 | -31 | -26 | -14 | +4 | +23 | +50 | +78 | - |
| | Mittel | -21 | -31 | -27 | -14 | +3 | +24 | +50 | +78 | - |
| | σ in kg/qcm | -258 | -381 | -332 | -172 | +37 | +295 | +615 | +958 | - |
| GH $\zeta = 25$ mm | 1 | -9 | -14 | -11 | +9 | +24 | +35 | +50 | - | - |
| | 2 | -9 | -14 | -11 | +9 | +26 | +35 | +49 | - | - |
| | 3 | -10 | -15 | -11 | +8 | +25 | +35 | +49 | - | - |
| | Mittel | -9 | -14 | -11 | +9 | +25 | +35 | +49 | - | - |
| | σ in kg/qcm | -98 | -172 | -135 | +98 | +308 | +430 | +602 | - | - |
| JK $\zeta = 35$ mm | 1 | -18 | -9 | +6 | +18 | +27 | - | - | - | - |
| | 2 | -18 | -10 | +5 | +17 | +28 | - | - | - | - |
| | 3 | -18 | -10 | +6 | +18 | +27 | - | - | - | - |
| | Mittel | -18 | -10 | +6 | +18 | +27 | - | - | - | - |
| | ζ in kg/qcm | -221 | -123 | +74 | +221 | +332 | - | - | - | - |

des Einflusses der Querkräfte berechneten Normalspannungen wieder in der zu den Meßlinien $C-D$, $E-F$ usw. senkrechten Richtung eingetragen, und zwar die Zugspannungen nach oben, die Druckspannungen nach unten. Verbindet man die Punkte miteinander, welche die Werte der gemessenen Spannungen darstellen, so erhält man die in den Figuren wiedergegeben Spannungsschaulinien. Diese schneiden ihre zugehörigen Meßlinien in einem Punkte, in dem bei der beschriebenen Art der Messung die Normalspannung $= 0$ ist. Die Verbindungslinie dieser Spannungsnullpunkte ergibt die in Fig 22 bis 24 stark ausgezogene Spannungsnulllinie. Links von dieser erhält man bei der beschriebenen Art der Messung nur Zugspannungen, rechts davon nur Druckspannungen.

Es sei bei dieser Gelegenheit auf den ähnlichen Verlauf der Spannungsnulllinie hingewiesen, die Coker¹⁾ auf optischem Wege bei einem auf Zug beanspruchten kreisförmigen Haken erhielt. Es sei noch besonders bemerkt, daß auch in der angezogenen Figur von Coker die Spannungsnulllinie in der zur Krafrichtung senkrechten und durch den Krümmungsmittelpunkt gelegten Querschnittsebene gegenüber den Anforderungen der Theorie in gleicher Weise wie bei den Versuchen des Verfassers nach dem Krümmungsmittelpunkt zu verschoben erscheint.

Aus den in Fig. 22 bis 24 dargestellten Spannungsschaulinien wurden die Punkte, in denen eine gleichgroße Spannung herrschte, ermittelt und miteinander verbunden. Auf diese Weise wurden die in Fig. 25 bis 27 enthaltenen Linien gleicher Spannung ermittelt.

Nach Beendigung der vorstehenden Versuche wurde die in den Fig. 11 bis 13 mit rd. 40 mm angegebene Schenkelbreite b durch Abhobeln auf etwa zwei Drittel ihres Wertes, das ist 26,6 mm, verringert. In diesem Zustande der Probewinkel wurden dann an allen Winkeln im Punkt A die Formänderungen und die Spannungen gemessen. Gemessen wurde stets auf den beiden Winkelseitenflächen I und II. Bei dem Winkel mit $\varrho = 0$ mm wurde das

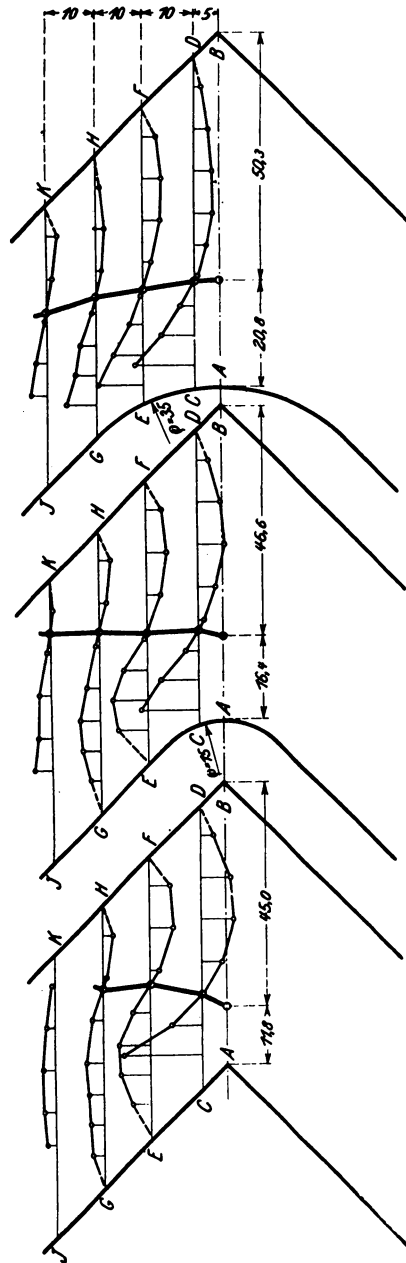


Fig. 22 bis 24.
Formänderungen (Spannungsverteilung) auf den zu den Diagonalen parallelen Meßlinien.

¹⁾ Engineering 1911 6. Januar, Farbdrucktafel I Abb. 20.
Mittellungen. Heft 126.

Meßgerät auf beiden Seiten je 4mal nach jeder Messung abgenommen und dann wieder angesetzt, bei den beiden anderen Winkeln je 2mal. Die Belastung P war wiederum bei allen 3 Winkeln gleich groß. P wurde so gewählt, daß sich für den Winkel mit $\varrho = 0$ mm im Eckpunkt A nach Rechnungsart I bei der neuen Schenkelbreite von 26,6 mm die gleiche Spannung von 1098 kg/qcm ergab, die bei der alten Schenkelbreite von rd. 40 mm rechnermäßig bei der Belastung von 1500 kg nach Rechnungsart I geherrscht hatte. Hieraus wurde P für die Schenkelbreite von 26,6 mm zu 765 kg ermittelt.

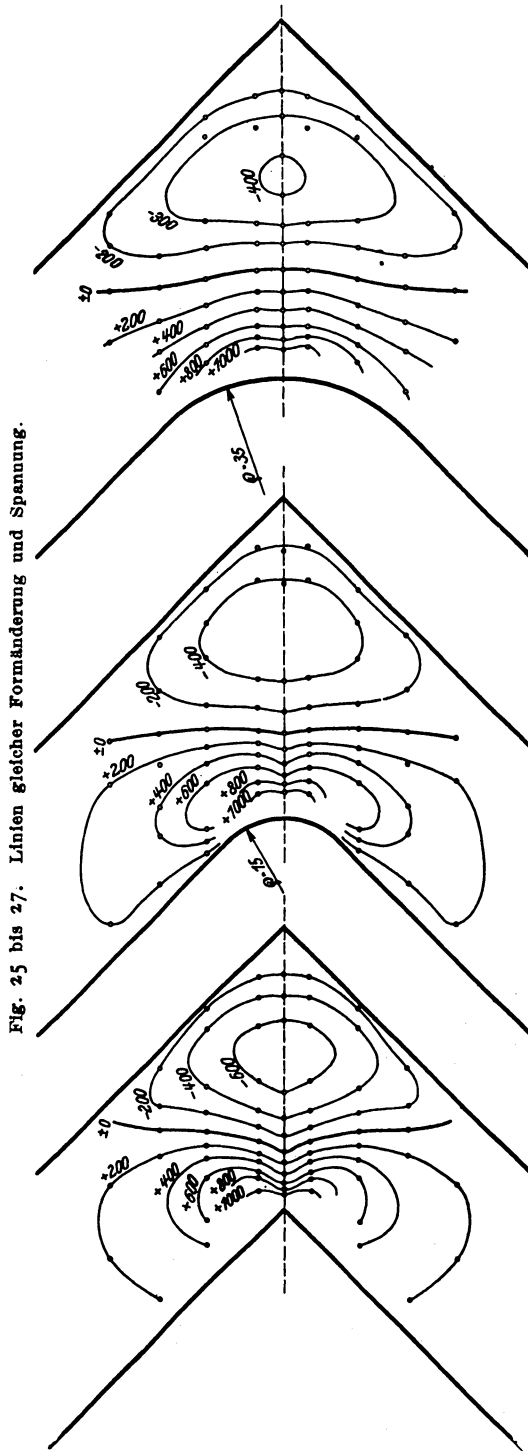


Fig. 25 bis 27. Linien gleicher Formänderung und Spannung.

Die Zahlen an den Spannungsschaulinien bedeuten die Spannung in kg/qcm.
+ Zugspannungen, - Druckspannungen, o aus den Messungen konstruierte Punkte.

Nachdem diese Versuche mit der Schenkelbreite von etwa zwei Drittel der ursprünglichen Breite ausgeführt waren, wurde die Schenkelbreite nochmals verringert, und zwar auf etwa ein Drittel der ursprünglichen Breite, auf 13,3 mm. Dabei wurden Formänderung und Spannung in den Punkten A in der gleichen Weise wie oben gemessen. Auch die Belastung P , die ebenfalls wieder bei allen Winkeln gleich groß war, wurde nach dem oben angegebenen Gesichtspunkte so berechnet, daß sich bei dem Winkel mit $\varrho = 0$ mm nach Rechnungsart I wiederum dieselbe Spannung von 1098 kg/qcm im Punkt A ergab wie bei der ursprünglichen Schenkelbreite bei der Belastung von 1500 kg. In diesem Falle wurde P zu 229 kg ermittelt.

Die in den Punkten A erhaltenen Beobachtungswerte sind in Zahlentafel 14 angegeben. Man erkennt, daß die für den scharfeckigen Winkel mit $\varrho = 0$ mm bei der Schenkelbreite von 26,6

mm die gleiche Spannung von 1098 kg/qcm ergab, die bei der alten Schenkelbreite von rd. 40 mm rechnermäßig bei der Belastung von 1500 kg nach Rechnungsart I geherrscht hatte. Hieraus wurde P für die Schenkelbreite von 26,6 mm zu 765 kg ermittelt.

Zahlentafel 14.
Gemessene Formänderungen (Spannungen σ_{max}) in den Punkten A.
Schenkelbreite 26,6 und 13,3 mm.

| Seiten- fläche des Winkels | Versuch Nr. | Ablösungen des Spiegelgerätes in 0,1 mm | | | | | | | | | | | | | | | |
|---|----------------|---|-----|-----|-----|---------------|---------------|---------------|---------------|-------------------------------------|-----|---------------|----|-------------------------------------|----|---------------|----|
| | | $\varrho = 0$ mm Schenkelbreite | | | | | | | | $\varrho = 15$ mm Schenkelbreite | | | | $\varrho = 35$ mm Schenkelbreite | | | |
| | | 26,6 mm | | | | 13,3 mm | | | | 26,6 mm | | 13,3 mm | | 26,6 mm | | 13,3 mm | |
| | | Versuchsreihe | | | | Versuchsreihe | | | | Versuchsreihe | | Versuchsreihe | | Versuchsreihe | | Versuchsreihe | |
| | | 1 | 2 | 3 | 4 | 1 | 2 | 3 | 4 | 1 | 2 | 1 | 2 | 1 | 2 | 1 | 2 |
| I | 1 | 316 | 330 | 311 | 303 | 196 | 221 | 212 | ¹⁾ | 141 | 138 | 76 | 75 | 100 | 96 | 41 | 44 |
| | 2 | 310 | 332 | 308 | 309 | 196 | 228 | 210 | | 141 | 137 | 78 | 76 | 98 | 96 | 41 | 44 |
| | 3 | 311 | 335 | 307 | 304 | 194 | 227 | 206 | | 140 | 136 | 79 | 77 | 98 | 96 | 41 | 43 |
| | Mittel | 312 | 332 | 309 | 305 | 195 | 225 | 209 | | 141 | 137 | 78 | 76 | 99 | 96 | 41 | 44 |
| II | 1 | 288 | 262 | 274 | 264 | ¹⁾ | ¹⁾ | ¹⁾ | ¹⁾ | 158 | 160 | 79 | 78 | 92 | 93 | 39 | 40 |
| | 2 | 282 | 262 | 270 | 265 | | | | | 159 | 161 | 79 | 81 | 92 | 92 | 40 | 41 |
| | 3 | 280 | 265 | 260 | 270 | | | | | 158 | 160 | 78 | 80 | 92 | 92 | 40 | 41 |
| | Mittel | 283 | 263 | 268 | 266 | | | | | 158 | 160 | 79 | 80 | 92 | 92 | 40 | 41 |
| Gesamtittel σ_{max} in kg/qcm | | 292 (10100) | | | | 210 (9500) | | | | 149 1980 | | 78 1360 | | 95 1260 | | 41 715 | |

und 13,3 in den Punkten A gemessenen Spannungen nahezu übereinstimmen mit den an jenen Punkten bei der ursprünglichen Schenkelbreite von 40 mm beobachteten Spannungswerten (vergl. Zahlentafel 4). Dies ist bei jenem Winkel naturgemäß, da bei den verschiedenen Schenkelbreiten die jeweilige Belastung so gewählt worden war, daß sich nach Rechnungsart I in allen 3 Fällen die gleiche Spannung im Punkt A ergab.

Zahlentafel 15 enthält die Werte von c , κ und σ_{max} für die Schenkelbreite $\frac{2}{3}$ und $\frac{1}{3}$ der ursprünglichen Schenkelbreite (26,6 und 13,3 mm).

Diese in Zahlentafel 15 angegebenen Werte entsprechen den in Zahlentafel 7 für die ursprüngliche Schenkelbreite von rd. 40 mm mitgeteilten Werten. Es

Zahlentafel 15.
Theoretisch berechnete Formänderungen (Spannungen σ_{max}) und
Werte von c und κ . Schenkelbreite 26,6 und 13,3 mm.

| Rechnungsart | c , κ und σ_{max} | $\varrho = 0$ mm Schenkelbreite | | $\varrho = 15$ mm Schenkelbreite | | $\varrho = 35$ mm Schenkelbreite | |
|--------------|-----------------------------------|------------------------------------|---------|-------------------------------------|---------|-------------------------------------|---------|
| | | 26,6 mm | 13,3 mm | 26,6 mm | 13,3 mm | 26,6 mm | 13,3 mm |
| Fall I | c | 1,44 | 4,81 | 1,00 | 2,55 | 0,693 | 1,42 |
| | σ_{max} kg/qcm | 1098 | 1098 | 765 | 583 | 530 | 325 |
| Fall II | c | — | — | 3,38 | 10,1 | 2,49 | 7,81 |
| | σ_{max} kg/qcm | — | — | 0,0853 | 0,0335 | 0,0265 | 0,0086 |
| Fall III | c | — | — | 2,09 | 5,75 | 1,48 | 4,34 |
| | σ_{max} kg/qcm | — | — | 0,127 | 0,0546 | 0,0440 | 0,00153 |

¹⁾ Wegen Verletzung der scharfen Kante des Winkels infolge des wiederholten Ansetzens des Meßapparates war ein weiteres Ansetzen des Apparates nicht möglich.

kann daher wegen der Bedeutung dieser Werte auf jene Stelle verwiesen werden. Die in Zahlentafel 14 und 15 enthaltenen beobachteten und theoretisch berechneten Werte sind in Zahlentafel 16 einander gegenübergestellt. Dabei sind

Zahlentafel 16.

Vergleich der gemessenen und theoretisch berechneten Formänderungen (Spannungen σ_{max}) in den Punkten A. Schenkelbreite 26,6 und 13,3 mm.

| Versuchs- anordnung | Hohl- kehlen- halb- messer ϱ mm | σ_{max} , ge- messen σ_M kg/qcm | σ_{max} , theoretisch errechnet nach | | | | Vergleich der gemessenen und theo- retisch berechneten Formänderungen (Spannungen σ_{max}) | | | |
|---|--|---|--|---------|----------|-------------------------|--|-------------------|--|-----------------------------|
| | | | Fall I | Fall II | Fall III | Fall $\frac{II+III}{2}$ | bezogen auf Fall I | | bezogen auf Fall $\frac{II+III}{2}$ | |
| | | | | | | | σ_I | σ_{II+III} | $\frac{\sigma_M - \sigma_I}{\sigma_I} \cdot 100$ | $\frac{\sigma_M}{\sigma_I}$ |
| | | | kg/qcm | kg/qcm | kg/qcm | kg/qcm | vH | vH | vH | vH |
| Schenkelbreite = 26,6 mm $P = 765$ kg | 0 | (10100) | 1098 | — | — | — | (+820) | (9,2) | — | — |
| | 15 | 1980 | 765 | 2580 | 1600 | 2090 | +159 | 2,6 | -5,3 | 0,95 |
| | 35 | 1260 | 530 | 1900 | 1130 | 1515 | +138 | 2,4 | -16,8 | 0,83 |
| Schenkelbreite = 13,3 mm $P = 229$ kg | 0 | (9500) | 1098 | — | — | — | (+765) | (8,7) | — | — |
| | 15 | 1360 | 583 | 2310 | 1320 | 1815 | 133 | 2,3 | -25,1 | 0,75 |
| | 35 | 715 | 325 | 1790 | 992 | 1391 | 120 | 2,2 | -48,6 | 0,51 |

wiederum in gleicher Weise wie in Zahlentafel 8 für die Schenkelbreite von rd. 40 mm die beobachteten Werte von σ_{max} mit den nach Rechnungsart I berechneten Werten sowie dem Mittelwert der beiden Werte verglichen, die sich nach Rechnungsart II und III ergaben. Man erkennt, daß die gemessenen Spannungen nicht mehr in der gleichen Weise, wie dies Zahlentafel 8 für die Schenkelbreite von rd. 40 mm zeigt, mit denjenigen Spannungen übereinstimmen, die sich als Mittelwerte der Rechnungsart II und III für die betreffenden Fälle ergaben.

Zahlentafel 17.

Formänderungen (Spannungen σ_{max}) in den Punkten A.

| Schenkel- breite | Hohl- kehlen- halb- messer ϱ mm | σ_{max} , gemessen σ_M kg/qcm | σ_{max} , berechnet nach Fall I σ_I kg/qcm | Vergleich der gemessenen und berechneten Form- änderungen bzw. Spannungen σ_{max} | |
|---------------------|--|--|---|---|-----------------------------|
| | | | | $\frac{\sigma_M - \sigma_I}{\sigma_I} \cdot 100$ | $\frac{\sigma_M}{\sigma_I}$ |
| | | | | vH | vH |
| 40,0 | 0 | (9980) | 1098 | (+810) | (9,1) |
| | 15 | (2422) | 860 | (+181) | (2,8) |
| | 35 | 1635 | 655 | +150 | 2,5 |
| 26,6 | 0 | (10100) | 1098 | (+820) | (9,2) |
| | 15 | 1980 | 765 | +159 | 2,6 |
| | 35 | 1260 | 530 | +138 | 2,4 |
| 13,3 | 0 | (9500) | 1098 | (+765) | (8,7) |
| | 15 | 1360 | 583 | +133 | 2,3 |
| | 35 | 715 | 325 | +120 | 2,2 |

In Zahlentafel 17 sind nochmals für alle 3 Schenkelbreiten die gemessenen und nach Fall I berechneten Formänderungen und Spannungen gegenübergestellt. Man erkennt daraus Folgendes: Sieht man von dem scharfeckigen Winkel mit $\varrho = 0$ mm ab, so liegt die prozentuale Abweichung der gemessenen und nach Rechnungsart I berechneten Spannungen in den Punkten A innerhalb der verhältnismäßig engen Grenzen von 120 und 181 vH, d. h. also, innerhalb der recht weiten Grenzen für die Schenkelbreite von 13,3 mm bis zu dem 3fachen Wert von 40,0 mm; und innerhalb der Grenzen für den Hohlkehlenhalbmesser von 15 bis 35 mm beträgt die in den Punkten A gemessene Höchstspannung das 2,2- bis 2,8fache der nach der in der Praxis meist angewandten Rechnungsart I berechneten Spannungen. Man kann daher innerhalb des durch die Beobachtung gedeckten Gebietes als rohe Annäherung angeben, daß die Höchstspannung am Innenrande der Hohlkehlen der untersuchten Winkel etwa 2 $\frac{1}{2}$ mal größer ist, als die Rechnung nach Fall I ergibt, wobei die Schenkelbreite und die Größe des Hohlkehlenhalbmessers diesen Wert nur wenig beeinflusst.

Zahlentafel 18 zeigt unter teilweiser Benutzung der schon in Zahlentafel 9 mitgeteilten Werte den Einfluß der Größe des Hohlkehlenhalbmessers auf die Formänderung und Spannung in den Punkten A. Es ist im ersten Teile von

Zahlentafel 18.

Vergleich der gemessenen Formänderungen (Spannungen σ_{\max} ¹⁾) in den Punkten A.

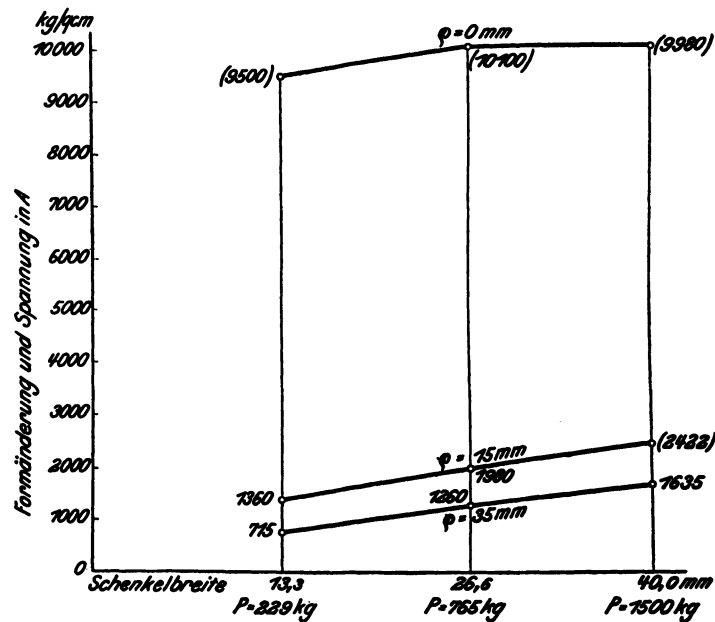
| Schenkelbreite mm | $\varrho = 35$ mm | $\varrho = 15$ mm | $\varrho = 0$ mm |
|----------------------|-------------------|-------------------|------------------|
| 40,0 | 1 | (1,48) | (6,11) |
| 26,6 | 1 | 1,57 | (8,00) |
| 13,3 | 1 | 1,90 | (13,30) |
| 40,0 | 0,16 | (0,24) | (1) |
| 26,6 | 0,125 | 0,20 | (1) |
| 13,3 | 0,075 | 0,14 | (1) |

Zahlentafel 18 wiederum die Formänderung und die Spannung im Punkt A für den Winkel mit $\varrho = 35$ mm als 1 gesetzt, und die sich bei gleicher Belastung P für die übrigen Winkel in den Punkten A ergebenden Formänderungen und Spannungen sind als Verhältniszahlen ausgedrückt. Im zweiten Teile von Zahlentafel 18 ist die Formänderung im Punkt A für den Winkel mit $\varrho = 0$ mm als 1 gesetzt, und die entsprechenden Formänderungen in den Punkten A für die beiden anderen Winkel sind als Verhältniszahlen angegeben. Man erkennt, in welcher Weise bei abnehmender Schenkelbreite der günstige Einfluß der Hohlkehle auf die Formänderungsverminderung und auf die Spannungsverminderung wächst. Bezieht man die Formänderungen im Punkt A der beiden mit Hohlkehlen versehenen Winkel auf die Formänderungen im Punkt A des scharfeckigen Winkels, so erhält man Folgendes: Bei der Schenkelbreite von 40 mm beträgt die größte Formänderung bei dem Winkel mit $\varrho = 15$ mm nur 24 vH und bei dem Winkel mit $\varrho = 35$ mm nur 16 vH der größten Formände-

¹⁾ Ein Vergleich der Spannungen σ_{\max} ist nur bei den nicht eingeklammerten Werten zulässig; für den Vergleich der Formänderungen kommen jedoch auch die eingeklammerten Werte in Betracht.

rungen des scharfeckigen Winkels ($\rho = 0$ mm). In gleicher Weise betragen bei der Schenkelbreite von 26,6 und 13,3 mm die größten Formänderungen bei dem Winkel mit $\rho = 15$ mm nur 20 und 14 vH und bei dem Winkel mit $\rho = 35$ mm nur 12,5 und 7,5 vH der größten Formänderungen des scharfeckigen Winkels. Hierzu sei nochmals bemerkt, daß diese Zahlen für den Fall gelten, daß bei jeder Schenkelbreite die Belastung P aller 3 Winkel gleich groß ist, und zwar war $P = 1500$ kg für die Schenkelbreite von 40,0 mm, 765 kg für die Schenkelbreite von 26,6 mm und 229 kg für die Schenkelbreite von 13,3 mm.

Fig. 28. Formänderungen in den Punkten A bei verschiedenem Krümmungshalbmesser und verschiedener Schenkelbreite.



Diese Verhältnisse zeigt auch Fig. 28 besonders deutlich. Zu dieser Figur sei nochmals bemerkt, daß für jede der 3 verschiedenen Schenkelbreiten die Belastung P für alle 3 Winkel gleich groß war. Die Fig. 28 zeigt daher nicht nur den zunehmenden günstigen Einfluß der Hohlkehlen mit abnehmender Schenkelbreite, sondern auch bei gleicher Schenkelbreite und gleicher Belastung P die Abnahme der Höchstspannungen im Punkt A mit wachsendem Krümmungshalbmesser.

4) Zusammenfassung.

1) Es werden zwei Spiegelfeinmeßgeräte beschrieben, die bei einer Meßlänge von 3,3 und 0,7 mm die Messung von Formänderungen mit der für die vorliegenden Zwecke hinreichenden Genauigkeit von ± 5 bzw. ± 10 vH gestatten. Bei den Ablesungen dieser Geräte bedeutet die Schätzungseinheit von 0,1 mm Skalenausschlag eine Spannungsänderung des Probekörpers von 9,83 und 25,6 kg/qcm.

Ferner hat sich, soweit das Gebiet durch die vorstehenden Versuche gedeckt ist, Folgendes ergeben:

2) Ist bei gleicher Schenkelbreite die Belastung P für alle 3 Winkel gleich groß, so beträgt die größte Formänderung¹⁾ im Punkt A bei dem Winkel mit $\varrho = 15$ mm 14 bis 24 vH und bei dem Winkel mit $\varrho = 35$ mm 7,5 bis 16 vH der größten Formänderungen im Punkt A des scharfeckigen Winkels mit $\varrho = 0$ mm (Zahlentafel 18). Die kleineren dieser Werte gelten für die geringeren Schenkelbreiten, bei denen also Hohlkehlen von gleichem Krümmungshalbmesser eine verhältnismäßig größere Formänderungsverminderung (Spannungsverminderung) bewirken als bei größeren Schenkelbreiten.

3) Bei dem scharfeckigen Winkel ($\varrho = 0$ mm) beträgt die größte Formänderung im inneren Eckpunkt A unabhängig von der Schenkelbreite etwa das 9fache des nach der häufig angewandten Rechnungsart I berechneten Wertes (Zahlentafel 17).

4) Bei den Winkeln mit Hohlkehlen ist die im Punkt A gemessene größte Formänderung und Spannung²⁾ angenähert etwa $2\frac{1}{2}$ mal größer als die nach Rechnungsart I für jenen Punkt berechnete Formänderung und Spannung. Der genannte Wert hängt verhältnismäßig wenig von der Schenkelbreite und der Größe des Krümmungshalbmessers ab (Zahlentafel 17).

5) Bei größerer Schenkelbreite (etwa 40 mm) stimmen bei den mit Hohlkehlen versehenen Winkeln die gemessenen größten Formänderungen und Zugspannungen im Punkt A nahezu überein mit den Mittelwerten der nach Rechnungsart II und III berechneten Werte (Zahlentafel 8).

6) Die durch die Messungen festgestellte Lage des Spannungsnullpunktes auf den Diagonalen $A-B$ ist gegenüber der nach Rechnungsart I theoretisch berechneten Lage erheblich nach dem Krümmungsmittelpunkt zu verschoben. Für die Krümmungshalbmesser $\varrho = 0$ mm bzw. 15 mm bzw. 35 mm beträgt die Verschiebung 24,0 vH, 18,2 vH und 14 vH der Länge der Diagonalen $A-B$ (Zahlentafel 10).

7) Die durch die Messungen festgestellte Lage des Spannungsnullpunktes deckt sich bei den Winkeln mit Hohlkehlen nahezu mit der nach Rechnungsart II auf Grund der Grashof'schen Formel theoretisch berechneten Lage (Zahlentafel 10). Bei dieser Rechnungsart bleibt der erhebliche Zwickel z , Fig. 20, dessen Breite, in der Richtung von $A-B$ gemessen, 37 vH und 44 vH der ganzen Länge von $A-B$ ausmacht, als nicht vorhanden unberücksichtigt. Würde dieser Zwickel z bei der theoretischen Rechnung mit berücksichtigt werden, so würde nach der Rechnung der Spannungsnullpunkt auf der Diagonalen $A-B$ noch weiter nach B zu liegen, als Zahlentafel 10 angibt. Daraus folgt, daß der durch Messung gefundene Spannungsnullpunkt auf der Diagonalen $A-B$ auch gegenüber der Rechnungsart II auf Grund der Grashof'schen Formel nicht unerheblich nach dem Krümmungsmittelpunkt zu verschoben ist.

8) Für die Rechnungsart III ergibt sich nach Zahlentafel 10 ebenfalls auf Grund der Grashof'schen Formel in ähnlicher Weise, wie dies unter 7) für Rechnungsart II ausgeführt wurde, eine Verschiebung des durch die Messung ge-

¹⁾ Bei der Beurteilung dieser sowie der nachstehenden Verhältnisse ist das früher über die Art der Messung Gesagte, insbesondere die Erläuterung zu Fig. 8. zu berücksichtigen. Auch sei auf die früheren Ausführungen verwiesen, inwieweit es zulässig ist, aus der Größe der gemessenen Formänderungen auf die Größe der herrschenden Spannungen zu schließen.

²⁾ Bei den untersuchten Winkeln mit Hohlkehlen ist, wenn man von dem Einfluß der Querkräfte absieht, die unmittelbare Übertragung der für die Formänderungen gefundenen Verhältnisse auf die Spannungen möglich, da nur in einem Falle die beobachtete Formänderung unwesentlich die Größe der Formänderungen kurz vor dem Erreichen der Streckgrenze überschreitet.

fundenen Spannungsnulldpunktes gegenüber der theoretisch berechneten Lage nach dem Krümmungsmittelpunkt zu. Diese Verschiebung beträgt 13,6 vH und 9,9 vH der Länge der Diagonalen $A-B$.

9) Aus der Verschiebung des Spannungsnulldpunktes nach dem Krümmungsmittelpunkt zu gegenüber den Ergebnissen der theoretischen Rechnung¹⁾ kann unter der Annahme, daß diese Verschiebung teilweise durch die Tendenz einer möglichst geraden Fortpflanzung der Spannungen bedingt ist, gefolgert werden, daß zur Aufnahme der Zugspannungen auf der inneren Winkelseite nur eine kleinere Querschnittsfläche vorhanden ist, als die Theorie annimmt. Daraus folgt, daß die größte Zugspannung im Innenrande bei A größer sein muß, als sich nach den theoretischen Rechnungen ergibt.

Die vorstehende Arbeit wurde in der Materialprüfungsanstalt an der Technischen Hochschule zu Darmstadt ausgeführt. Dem Vorstand der Anstalt, Hrn. Geh. Baurat Prof. Berndt, bin ich für die tatkräftige Unterstützung sowie die mannigfachen Anregungen bei der Ausführung der Arbeit zu Dank verpflichtet. Bei der Auswertung der Versuchsergebnisse hat Hr. Dipl.-Ing. Wallenborn in dankenswerter Weise mitgewirkt.

¹⁾ Vergl. auch Z. d. V. d. I. 1911 S. 2175, 76.