

*А. А. Харкевич*

**АВТОКОЛЕБАНИЯ**



**А. А. ХАРКЕВИЧ**

# **АВТОКОЛЕБАНИЯ**

**ГОСУДАРСТВЕННОЕ ИЗДАТЕЛЬСТВО  
ТЕХНИКО-ТЕОРЕТИЧЕСКОЙ ЛИТЕРАТУРЫ  
МОСКВА 1954**

## АННОТАЦИЯ

Книга содержит изложение физических основ автоколебаний. Изложение, проведенное без математического анализа, основывается на энергетических соотношениях. В книге рассмотрено большое число разнообразных примеров автоколебаний, встречающихся в физике и технике.

Книга предназначена для широкого круга читателей, имеющих общее знакомство с физикой и интересующихся автоколебательными явлениями.

## СОДЕРЖАНИЕ

Предисловие . . . . .	4
Введение . . . . .	5
§ 1. Автоколебательная система . . . . .	6
§ 2. Энергетика автоколебаний . . . . .	8
§ 3. Диаграммы работы . . . . .	13
§ 4. Статическая двузначность . . . . .	18
§ 5. Динамическая двузначность . . . . .	22
§ 6. Поршневые двигатели . . . . .	28
§ 7. Пневматические ударные инструменты . . . . .	34
§ 8. Фрикционный маятник . . . . .	40
§ 9. Автоколебания резца . . . . .	43
§ 10. Гармонный язычок . . . . .	48
§ 11. Часы . . . . .	53
§ 12. Роль фазы обратной связи . . . . .	60
§ 13. Падающая характеристика и отрицательное сопротивление . . . . .	63
§ 14. Анализ фаз . . . . .	68
§ 15. Релаксационные колебания . . . . .	74
§ 16. Фрикционные автоколебания . . . . .	79
§ 17. Примеры гидравлических систем . . . . .	85
§ 18. Релаксационные и почти гармонические колебания . . . . .	89
§ 19. Термопрерыватель . . . . .	93
§ 20. Автоколебания в трубах . . . . .	97
§ 21. Автоколебания, связанные с образованием вихрей . . . . .	109
§ 22. Флаттер . . . . .	115
§ 23. Шимми . . . . .	122
§ 24. Параметрическое возбуждение . . . . .	127
§ 25. Одна механическая модель . . . . .	135
§ 26. Электронные генераторы сверхвысоких частот . . . . .	139
§ 27. Заключение . . . . .	147
Добавления . . . . .	151
1. Диаграммы работы и ортогональность функций . . . . .	151
2. Уравнения шимми . . . . .	155
3. Автоколебания регуляторов . . . . .	158
4. Об $RC$ генераторах синусоидальных колебаний . . . . .	163
Литература . . . . .	169

## ПРЕДИСЛОВИЕ

Общеизвестна ведущая роль советской науки в области нелинейных колебаний и, в частности, автоколебаний.

Мы имеем превосходные, единственные в своем роде книги: «Теория колебаний» А. А. Андропова и С. Э. Хайкина, «Автоколебательные системы» К. Ф. Теодорчика и другие.

Но и предлагаемая небольшая книга может оказаться нелишней, так как она отличается от названных сочинений как целевой установкой, так и способом изложения.

Цель этой книги — по возможности просто и наглядно изложить основы автоколебаний, освободив предмет от трудностей, связанных с количественным его исследованием. Другая цель — описать с единой точки зрения различные виды автоколебаний, имеющих значение и интерес для физики и техники.

В книге приведены некоторые подробности автоколебательных явлений, иногда мало известных. Разумеется, невозможно выдержать высокий профессиональный уровень в каждой из затрагиваемых весьма различных областей — на это книга и не претендует.

Книга представляет собою попытку вывести общие качественные представления об автоколебаниях на основе рассмотрения многочисленных примеров. Качественное исследование может обойтись без аналитического аппарата. Специальный аппарат нелинейной теории колебаний иногда отпугивает читателя. Между тем, основные понятия сравнительно просты. Поэтому автор решился попробовать написать книгу «без математики» — в основном тексте нет ни одной формулы.

Если эта попытка будет способствовать распространению знаний об автоколебаниях, цель автора будет достигнута.

Москва, апрель 1952.

## ВВЕДЕНИЕ

Если присмотреться к окружающему, то оказывается, что автоколебательные системы самого различного свойства встречаются нам повсюду.

Ламповый генератор, электромагнитный прерыватель, духовые музыкальные инструменты — все это автоколебательные системы; колебания, возникающие в них, — это автоколебания.

Часы — также автоколебательная система. К автоколебательным системам следует также отнести поршневые двигатели (внутреннего сгорания и паровой).

Механические автоколебания, обусловленные трением, необычайно распространены в виде разного рода скрипов. Сюда же относятся и автоколебания режущего инструмента (например, резцов на токарных станках).

Огромное значение имеют в современной технике колебания разного рода регуляторов, которые при известных условиях приобретают свойства автоколебательных систем.

Целый ряд явлений природы имеет автоколебательный характер. Многие процессы в живом организме представляют собою автоколебания. Например, дыхание и работа сердца — автоколебания.

Из этого беглого перечня уже можно составить себе представление о широком значении автоколебаний не только для техники, но и вообще для естествознания. Если можно столь несходные явления объединить термином «автоколебания», то это означает, что эти явления обладают определенными общими чертами и что они могут рассматриваться с некоторой единой точки зрения, и к их изучению может применяться единая методика. Установление общих точек зрения и методики исследования и составляет содержание этой книги. Многие из перечисленных вначале видов автоколебаний будут рассмотрены в качестве примеров.

## § 1. АВТОКОЛЕБАТЕЛЬНАЯ СИСТЕМА

Мы называем автоколебательной системой устройство, преобразовывающее движение постоянного направления в колебательное движение. Термин «движение» применен здесь не в механическом, а в общем смысле; так, например, электрическая автоколебательная система — скажем, ламповый генератор — преобразует постоянный ток в переменный.

Не всякое устройство, выполняющее такого рода преобразование, является автоколебательной системой. Возьмем к примеру кривошипный механизм. Он может преобразовать равномерное вращение кривошипа в колебательное движение шатуна. Мы не назовем, однако, это устройство автоколебательной системой. Следовательно, первоначальное определение требует уточнения.

Рассматривая внимательно кривошипный механизм, мы отмечаем прежде всего, что оба вида движения — равномерное вращательное и колебательное — связаны в нем жесткой кинематической связью, т. е. каждому положению кривошипа соответствует единственное вполне определенное положение шатуна. Из этого, между прочим, следует, что кривошипный механизм как преобразователь обратим — он может с равным успехом преобразовывать колебательное движение во вращательное, для чего он широко и применяется в технике, например, в поршневых двигателях.

Аналогичные соотношения имеют место и в альтернаторе — электрической машине, вырабатывающей переменный ток в результате вращения ротора. И альтернатор может быть обращен: если питать его переменным током, то он превращается в синхронный двигатель.

Автоколебательные системы, вообще говоря, необратимы. Этого обстоятельства, однако, еще недостаточно для исчерпывающего определения автоколебательной системы. В поисках такого определения мы рассмотрим действие автоколебательной системы.

Возьмем в качестве примера простейший электромагнитный прерыватель (о нем еще много будет говориться в дальнейшем). Электрическая цепь прерывателя состоит из батареи и обмотки электромагнита (рис. 1). Электромагнит воздействует на якорь, который, колеблясь, размыкает и замыкает кон-

такт. Наличие контакта, управляемого движением якоря, — существеннейшая особенность устройства. Без размыкаемого контакта не могло бы, очевидно, быть никаких автоколебаний.

Схематизируя устройство прерывателя, мы отмечаем следующие составные части его:

1. Источник энергии — в данном случае батарея.

2. Клапан, т. е. орган, регулирующий поступление энергии в колебательную систему, — в данном случае контакт.

3. Колебательная система — в данном случае якорь.

Эти части находятся между собою во взаимодействии, состоящем в том, что, с одной стороны, клапан управляет движением колебательной системы, а с другой стороны, движение системы управляет работой клапана.

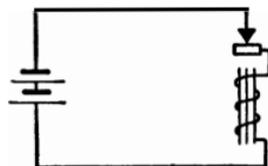


Рис. 1.

Такого рода обратное воздействие, чрезвычайно характерное для всякой автоколебательной системы, носит общее название обратной связи. При помощи обратной связи осуществляется то, так сказать, самоуправление, в результате которого могут возникнуть устойчивые незатухающие колебания.

На основании этих соображений можно представить общую схему автоколебательной системы, как показано на рис. 2.

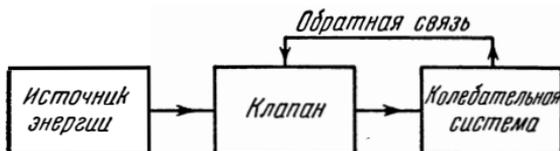


Рис. 2.

Что касается источника энергии, то он входит в состав автоколебательной системы, если мы определим ее как источник колебаний, и не входит в состав автоколебательной системы, если мы определим ее как преобразователь постоянного движения в колебательное. Выбор того или иного определения — дело нашего усмотрения. Остановимся на первом. Тогда определение автоколебательной системы, установ-

ливающее как ее основную функцию, так и способ действия, будет выглядеть следующим образом.

Автоколебательной системой называется устройство, способное создавать незатухающие колебания и характеризующееся наличием источника энергии, клапана, регулирующего поступление энергии в колебательную систему, и обратной связи с колебательной системы на клапан.

В качестве простого примера для закрепления введенных представлений рассмотрим обычный ламповый генератор. Легко

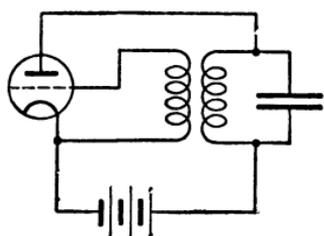


Рис. 3.

распознать на его схеме (рис. 3) вышеперечисленные основные части автоколебательной системы. Источник энергии — анодная батарея. Колебательная система — контур в анодной цепи. Роль клапана выполняет сетка; она управляет анодным током в соответствии с потенциалом на ней относительно катода. Обратная связь с анодного контура на сетку

осуществляется при помощи катушки связи, индуктивно связанной с контуром. В данном случае все устройство автоколебательной системы видно совершенно отчетливо. Нужно, однако, заранее предупредить, что механизм обратной связи далеко не всегда так очевиден, как в рассмотренных примерах электромагнитного прерывателя и лампового генератора. Иногда обратная связь действует по скрытым каналам; надо уметь ее найти, так как без этого нельзя понять действия автоколебательной системы.

## § 2. ЭНЕРГЕТИКА АВТОКОЛЕБАНИЙ

Одна из наиболее общих точек зрения, с которой можно рассматривать любое физическое явление, — это энергетическая точка зрения. Стоя на этой точке зрения, мы интересуемся прежде всего энергетическим балансом явления. Конечно, знание энергетического баланса не определяет специфических черт данного частного явления, но зато энергетическое рассмотрение целой группы родственных явлений позволяет установить наиболее общие черты, их объединяющие. А так как это и является нашей ближайшей целью, то энер-

гетическое рассмотрение автоколебательных систем вполне целесообразно.

С энергетической точки зрения действие автоколебательной системы может быть описано следующим образом. Пусть колебания уже происходят. Энергия этих колебаний должна была бы убывать вследствие неизбежных потерь (или вследствие передачи колебательной энергии потребителю). Но убыль энергии пополняется за счет источника, от которого известная порция энергии за каждый период (или вообще периодически) пропускается клапаном в колебательную систему. Совершенно ясно, что установившиеся (т. е. незатухающие и не возрастающие по амплитуде) колебания возможны; в том единственном случае, когда поступление энергии от источника за период (или в единицу времени) в точности равно потере энергии за то же время. Это условие баланса энергии и есть условие существования незатухающих колебаний. Также ясно, что если баланс будет нарушен в том смысле, что пополнение потерь будет недостаточным, то колебания будут затухать. Если же, наоборот, энергия будет поступать от источника в избытке, то колебания будут нарастать.

Теперь можно составить себе представление и о механизме самовозбуждения. Если вначале, т. е. при самых малых амплитудах, приход энергии больше расхода, то система будет раскачиваться, т. е. амплитуда колебаний будет возрастать. Если бы это соотношение между получаемой и теряемой энергиями всегда сохранялось, то амплитуда росла бы неограниченно. Таким образом, для получения установившегося режима необходимо, чтобы, начиная с некоторого значения амплитуды, потери росли с дальнейшим увеличением амплитуды быстрее, чем пополнение, получаемое от источника. При этом условии возможно достижение энергетического баланса, о котором говорилось раньше.

Все это очень наглядно поясняется графиком рис. 4, на котором энергия, получаемая от источника и обозначенная через  $E_+$ , и энергия, теряемая колебательной системой, обозначенная через  $E_-$ , изображены в зависимости от амплитуды  $a$  <sup>1)</sup>.

---

<sup>1)</sup> Этот график не относится к какому-либо конкретному устройству. Предполагается только, что  $E_+$  и  $E_-$  нарастают с увеличением амплитуды; это является в общем вполне правдоподобным предположением.

Точка пересечения кривых  $E_+$  и  $E_-$  отвечает балансу энергий; абсцисса этой точки соответствует значению установившейся амплитуды  $a_0$ . Диаграмма рис. 4 дает также сразу простейшее понятие об устойчивости колебательного движения.

Напомним, что устойчивым равновесием системы называется такое ее состояние, в которое она стремится вернуться, будучи из него выведена, а затем предоставлена самой себе.

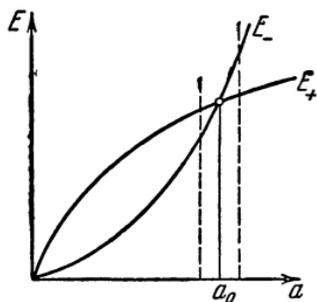


Рис. 4.

Неустойчивым равновесием, напротив, называется состояние, в котором система не может удержаться, так как при малейшем отклонении от этого состояния она стремится еще дальше уйти от него<sup>1)</sup>. Эти понятия и определения статики могут быть перенесены и на состояние движения, в частности колебательного. Мы будем называть движение устойчивым, если система, колебательный режим которой нарушен каким-

либо внешним воздействием, возвращается к первоначальному режиму после прекращения этого воздействия. Наоборот, движение будет неустойчивым, если сколь угодно малое внешнее воздействие выбивает систему из колебательного режима, от которого система в дальнейшем все более отходит. Подчеркивая аналогию между устойчивостью равновесия и устойчивостью движения, мы будем называть первую — статической устойчивостью, вторую — динамической устойчивостью<sup>2)</sup>.

Посмотрим теперь, устойчиво ли движение в условиях рис. 4.

Для проверки устойчивости возьмем два значения амплитуды меньше и больше  $a_0$ . Легко видеть, что в первом слу-

1) Существует еще один вид равновесия: безразличное равновесие. Оно характеризуется тем, что все положения системы являются равновесными и что система, следовательно, может оставаться в любом положении, будучи предоставлена самой себе. Простейшими моделями, поясняющими различие трех видов равновесия, могут служить: тяжелый шарик на вогнутой поверхности, тот же шарик на выпуклой поверхности и тот же шарик на горизонтальной плоскости.

2) Строгие определения устойчивости, данные Ляпуновым, нам пока не необходимы.

чае (см. пунктирные вертикальные линии на рис. 4)  $E_+ > E_-$  и, следовательно, амплитуда колебаний будет нарастать, пока не достигнет значения  $a_0$ . Во втором случае  $E_+ < E_-$  и, следовательно, амплитуда будет убывать, пока опять-таки не достигнет значения  $a_0$ . Таким образом, точка пересечения с абсциссой  $a_0$  есть точка устойчивого динамического равновесия.

Заметим, что начало координат, где пересекаются кривые  $E_+$  и  $E_-$ , есть точка статического равновесия.

Однако это равновесие неустойчиво, в чем легко убедиться, рассмотрев соотношения при сколь угодно малой, но не равной нулю амплитуде. Таким образом, условие самовозбуждения автоколебательной системы есть не что иное, как условие неустойчивости ее в состоянии покоя.

Кривые  $E_+$  и  $E_-$  могут пересекаться и не в одной точке. Рассмотрим график рис. 5. Здесь имеются три точки пересечения — три состояния равновесия. Рассуждая аналогично предыдущему, мы легко установим, что два из них устойчивы (абсциссы 0 и  $a_0$ ), а третье — неустойчиво (абсцисса  $a_1$ ). Из того, что начало координат есть точка устойчивого равновесия, следует, что система, предоставленная самой себе, будет сохранять состояние покоя, т. е. не будет самовозбуждаться. Однако это не значит, что в такой системе устойчивые автоколебания невозможны. Действительно, представим себе, что каким-либо внешним толчком, в системе возбуждены колебания с амплитудой, превосходящей  $a_1$ . Если это случится, то в дальнейшем система уже раскачается самостоятельно до амплитуды  $a_0$ .

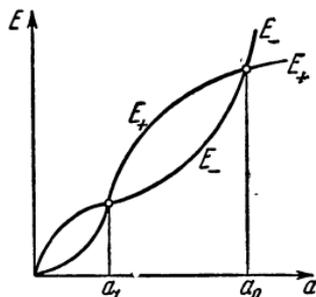


Рис. 5.

Этот случай, т. е. случай, когда требуется определенный конечной величины начальный толчок для того, чтобы вызвать самораскачивание автоколебательной системы, носит название жесткого самовозбуждения. В противоположность этому случай, соответствующий рис. 4, когда для раскачивания системы достаточно сколь угодно малого начального возмущения, всегда доставляемого теми или иными

флуктуациями, — называется мягким самовозбуждением<sup>1)</sup>.

Кривые  $E_+$  и  $E_-$  могут пересекаться и в большем числе точек. Все точки устойчивого равновесия (за исключением начала) означают возможные устойчивые режимы системы, в которых она может генерировать незатухающие колебания.

На основании приведенных рассуждений можно сделать еще одно заключение принципиального характера. Если бы система была линейна, то как потери, так и прибыль энергии росли бы по одинаковым законам, а именно, пропорционально квадрату амплитуды. Графически  $E_+$  и  $E_-$  были бы представлены двумя параболой<sup>2)</sup>, проходящими через начало координат, но больше нигде не пересекающимися. Одна из этих парабол, следовательно, всеми своими точками лежит выше другой. Либо система не возбуждается вовсе, либо она мягко самовозбуждается, но амплитуда колебаний неограниченно растет. Отсюда следует, что режим установившихся колебаний конечной амплитуды возможен только в нелинейной системе.

Таким образом, определение автоколебательной системы, данное в § 1, следует дополнить в том смысле, что в состав всякой реальной автоколебательной системы, способной генерировать колебания с установившейся амплитудой, непременно входит нелинейный элемент. При этом нужно заметить, что нелинейность может быть присуща как колебательной системе или нагрузке, так и механизму клапана, или цепи обратной связи, — одним словом, нелинейными свойствами может обладать любое из звеньев, входящих в состав автоколебательной системы.

1) Пользуясь моделью, упомянутой в сноске на стр. 10, можно уподобить систему с несколькими чередующимися точками устойчивого и неустойчивого равновесия тяжелому шарик, лежащему на волнистой поверхности. Чтобы шарик мог попасть из одной впадины в другую, нужно помочь ему перебраться через разделяющий эти впадины гребень.

2) Всякое отклонение от линейности проявляется в отклонении графика энергии от параболического закона. Можно предложить видоизменение графика энергии, состоящее в том, что по оси абсцисс откладывается не амплитуда, а ее квадрат. Тогда для линейной системы график энергии будет представляться прямой линией и всякое нарушение линейности будет проявляться в отклонении графика от прямой, что и удобно, и привычно.

Итак, мы видим, что даже самый поверхностный энергетический анализ автоколебаний снабжает нас сразу целым ассортиментом важных понятий и определений.

Нам нужно теперь ввести некоторые приемы более детального описания энергетических соотношений при автоколебаниях.

### § 3. ДИАГРАММЫ РАБОТЫ

Колебательный процесс можно описать, изобразив периодическую зависимость от времени одной или нескольких переменных величин, в изменении которых и состоит данный процесс. Так, например, механический колебательный процесс может быть определен через периодическое изменение смещения, или скорости, или ускорения, или силы реакции и т. п. Можно снять экспериментально осциллограммы названных величин. Они будут представлять собой периодические кривые в прямоугольных координатах; по оси ординат откладывается мгновенное значение измеряемой величины, по оси абсцисс — время. Осциллограммы могут дать нам достаточно полное представление о колебательном процессе. Но процесс этот может быть представлен и иначе.

Положим, что нам известно, как изменяются со временем смещение и скорость, т. е. пусть обе эти величины выражены как функции времени. Исключим время и выразим одну колебательную величину функцией другой величины. Иначе говоря, каждому мгновенному значению смещения сопоставим мгновенное значение скорости для одного и того же момента времени. Затем построим график движения в прямоугольных координатах, в которых по одной оси отложена скорость, а по другой — смещение. Полученное таким образом изображение отличается тем, что явная зависимость от времени на нем отсутствует, хотя каждая точка графика отвечает определенному моменту времени на протяжении периода колебания. Если процесс периодический, т. е. если по прошествии периода явление в точности повторяется, — а только такие процессы нас пока и интересуют, — то вышеописанный график будет представлять собою замкнутую кривую (или ломаную) линию. Лежащая на этой кривой точка изображает состояние системы в некоторый определенный момент — она так и называется: «изображающая точка». С течением времени изображающая

точка будет двигаться по замкнутому контуру, представляющему колебание, и по истечении периода совершает один полный оборот. Координатная плоскость в такого рода координатах, — когда по осям отложены две какие-либо колебательные величины, — носит название фазовой плоскости, а графики движения в этих координатах называются диаграммами на фазовой плоскости, или фазовыми диаграммами.

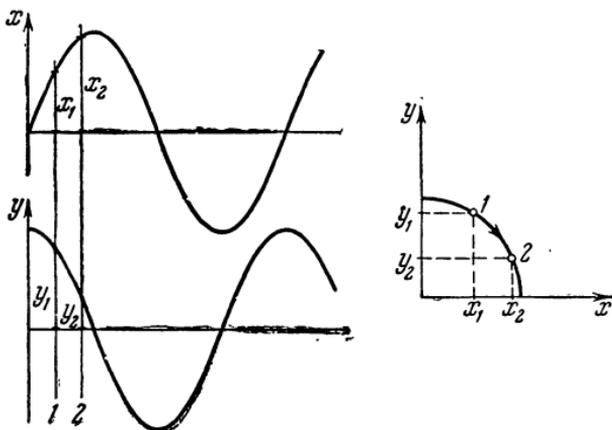


Рис. 6.

Исключительно приспособленным для непосредственного наблюдения фазовых диаграмм прибором является обычный электронный осциллоскоп. Для получения на его экране фазовой диаграммы колебательного процесса достаточно подвести к каждой из двух пар отклоняющих пластин напряжение, пропорциональное той или другой колебательной величине.

Уравнение фазовой диаграммы может быть получено аналитически путем исключения времени из двух выражений, дающих зависимость двух каких-либо колебательных величин от времени.

Эта же операция с удобством выполняется графически при наличии двух осциллограмм. Проводя ряд вертикальных линий, мы отмечаем значения двух переменных, соответствующие одному и тому же моменту времени, а затем переносим измеренные отрезки в качестве прямоугольных координат точки на фазовую диаграмму. Это построение показано на рис. 6.

Для получения фазовых диаграмм часто выбирают пару переменных так, чтобы одна являлась производной по времени от другой (например, смещение и скорость, заряд и ток и т. п.).

Для наших целей удобнее выбрать переменные по другому принципу, а именно, так, чтобы энергетические соотношения получили наглядное графическое представление. Мы достигнем этого, если выберем пару переменных, произведение которых выражает энергию, или работу. Этому требованию удовлетворяют в механическом случае пара сила — смещение, в электрическом случае пара напряжение — заряд. Откладывая по осям значения такой пары величин, мы получим, что энергия, или работа, выражается некоторой площадью на диаграмме. На этом основании мы будем в дальнейшем называть такого рода диаграммы диаграммами работы. Они не представляют собою ничего нового. Обычные так называемые индикаторные диаграммы, снимаемые при помощи весьма простых приборов при испытании поршневых двигателей, представляют собою не что иное, как диаграммы работы. Индикатор, применяемый при таких испытаниях, представляет собой пишущий прибор, барабан которого вращается вместе с валом двигателя, а движение пера вдоль образующей барабана осуществляется манометрическим устройством, так что смещение пера пропорционально давлению в цилиндре. Таким образом, на накрутой на барабан бумаге наносится график в прямоугольных координатах: по одной оси (вдоль окружности барабана) отсчитывается изменение объема  $V$  (пропорциональное смещению поршня), а по другой оси — давление  $p$ . Типичная индикаторная диаграмма дизеля показана на рис. 7. Площадь внутри замкнутого контура дает непосредственно работу, совершаемую двигателем за один цикл. Координаты  $p$  и  $V$  — давление и объем — обладают требуемым свойством: их произведение имеет размерность энергии.

На нескольких простейших механических примерах мы выясним теперь основные свойства диаграмм работы. В качестве

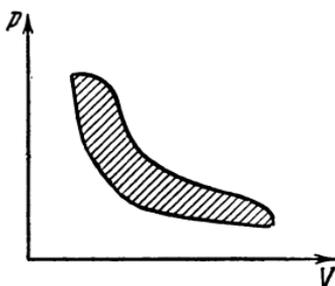


Рис. 7.

переменных выберем силу  $F$  и перемещение  $x$ . Под  $F$  будем понимать внешнюю силу, действующую на систему. Работа этой силы будет представлять собою вкладываемую в систему энергию. Условимся присваивать силе и перемещению одинаковые знаки, если сила действует в направлении вызываемого ею движения. Тогда работа внешней силы будет иметь положительный знак. Изобразим на диаграмме работы процесс, состоящий в периодическом возвратно-поступательном движении некоторого тела при наличии силы трения, величина которой постоянна (не зависит от скорости), но направлена, конечно, в сторону, противоположную движению.

Сила трения тормозит движение; внешняя сила должна ее

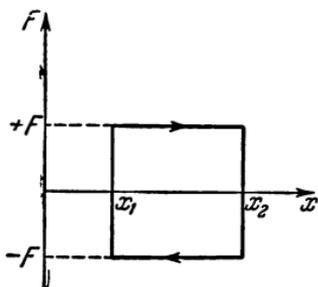


Рис. 8.

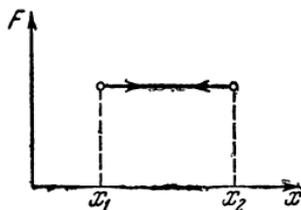


Рис. 9.

преодолевать. При этих условиях диаграмма работы выглядит, как показано на рис. 8. При движении вправо мы должны приложить силу  $+F$ , при перемене направления движения мы должны изменить и направление силы; величина силы по нашему предположению остается неизменной. Площадь прямоугольника, описываемого изображающей точкой, выражает работу, совершаемую внешней силой за цикл движения.

Рассмотрим теперь процесс, состоящий в периодическом поднятии и опускании некоторого груза. В этом случае внешняя сила постоянна как по величине, так и по направлению: она преодолевает неизменную силу тяжести. На рис. 9 изображена соответствующая диаграмма. Как видим, она вырождается в отрезок прямой, пробегаемый изображающей точкой туда и обратно. Замкнутый контур вырожден в линию; площадь, охватываемая таким вырожденным контуром, равна нулю; нулю равна и совершаемая за цикл работа. Действительно, работа, затрачиваемая при подъеме груза, полностью возвращается источнику энергии при опускании груза.

В качестве третьего примера рассмотрим периодическое растяжение пружины. Соответствующая диаграмма работы показана на рис. 10. И в этом случае работа за цикл равна нулю, так как работа, затраченная на растяжение пружины и запасенная в ней в форме потенциальной энергии деформации, возвращается обратно при сокращении пружины. Заметим, что это обстоятельство никак не связано с линейностью пружины; зависимость силы от удлинения пружины может выражаться какой угодно кривой. Суть дела заключается в том, что если пружина и нелинейна, но идеально упруга в том смысле, что при ее деформации не происходит ведущих к потерям необратимых процессов, то растяжение и сокращение такой пружины будут изображаться одной и той же линией, пробегаемой изображающей точкой в противоположных направлениях.

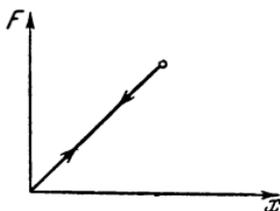


Рис. 10.

Сопоставляя рисунки 9 и 10 с рис. 8, мы можем сделать очень важное заключение, а именно: при однозначной зависимости силы от смещения работа совершена быть не может. Для того чтобы работа могла быть произведена, необходима не меньше чем двузначная зависимость силы от смещения. Однозначной зависимостью мы называем такую, при которой каждому значению смещения, т. е. каждому положению системы, отвечает вполне определенное и притом единственное значение силы, независимо от направления движения (как на рисунках 9 и 10). При двузначной зависимости некоторому положению системы отвечают два значения силы: одно для движения вперед, другое для движения назад (рис. 8). Понятно, что можно говорить как о двузначной зависимости силы от смещения, так и, наоборот, о двузначной зависимости смещения от силы. При двузначной зависимости изображающая точка описывает замкнутый контур, охватывающий площадь, не равную нулю, и, следовательно, совершается определенная работа.

В качестве примера упомянем еще кривую намагничивания ферромагнетика. Если гистерезис отсутствует, то мы имеем кривую линию. Если же имеется гистерезис, то при циклическом перемагничивании образца получается двузначная

зависимость индукции  $B$  от намагничивающего поля  $H$ ; эта зависимость выражается общезвестной гистерезисной петлей, площадь которой выражает потери на гистерезис за один цикл перемагничивания.

Еще два замечания. Во-первых, от направления обхода зависит знак работы. При выбранных нами переменных и с соблюдением правила знаков получается, что обход контура по часовой стрелке соответствует работе, затрачиваемой источником и вкладываемой в систему.

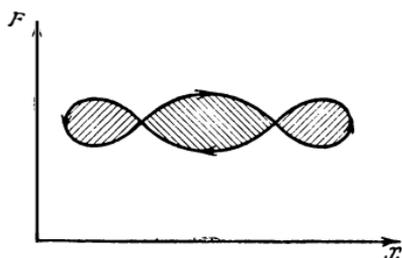


Рис. 11.

Противоположное направление обхода означало бы, что энергия поступает из системы в источник, т. е. возвращается источнику. В сущности рисунки 9 и 10 можно толковать как наложение двух одинаковых контуров с противоположными направлениями обхода.

Во-вторых, зависимость  $F$  от  $x$  может быть и многозначной. Тогда диаграмма работы может принять вид, как на рис. 11, образуя несколько замкнутых контуров. В этом случае работа выражается разностью площадей всех контуров, обегаемых по часовой стрелке, и всех контуров, обегаемых в противоположном направлении.

Мы применим теперь диаграммы работы к исследованию различных автоколебательных систем, рассуждая так: потери колебательной энергии или передача ее тому или иному потребителю существуют всегда. Следовательно, для того чтобы автоколебания были возможны, необходима передача энергии от источника в систему. Диаграммы работы покажут нам, происходит ли это и при каких условиях.

## § 4. СТАТИЧЕСКАЯ ДВУЗНАЧНОСТЬ

Как мы увидим дальше, целесообразно различать два механизма автоколебаний. Один из них характеризуется тем, что требуемая двузначность зависимости  $F$  от  $x$  содержится в статической характеристике автоколебательной системы, т. е. может быть обнаружена при сколь угодно медленном изменении положения системы. Двузначность такого рода мы

назовем статической двузачностью. О другом возможном механизме речь будет дальше.

Рассмотрим в качестве примера автоколебательной системы со статической двузачностью электрические часы старинного, но исправно действующего и применяемого ныне устройства. Устройство это состоит в следующем (рис. 12).

К маятнику 1 часов приделан стальной якорь 2, притягиваемый электромагнитом 3. На стержне маятника укреплен палец 4. Электрическая цепь часов состоит из электромагнита 3, контактных пружин 6 и батареи 7. На нижней из контактных пружин 6 подвешена свободно собачка 5.

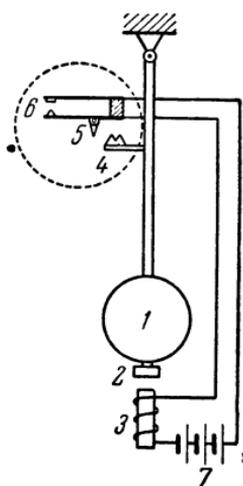


Рис. 12.

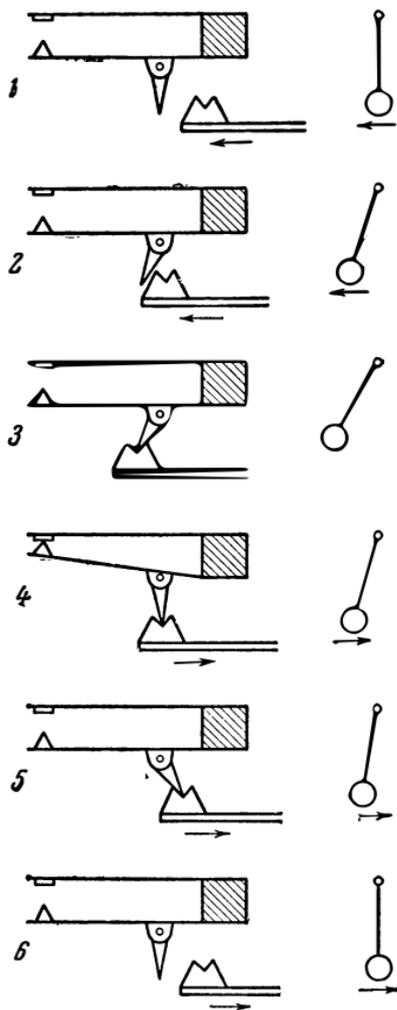


Рис. 13.

Действие этого механизма поясняется рис. 13, на котором изображен ряд последовательных расположений деталей, отмеченных на рис. 12 пунктирным кружком.

1. Маятник, а с ним и палец движутся влево. Палец еще не коснулся собачки.

2. Палец коснулся собачки и отклоняет ее своей лобовой частью.

3. Крайнее левое положение пальца. Собачка заскочила в зубец на пальце.

4. Палец идет вправо. Заскочившая в зубец собачка поворачивается принудительно, давит снизу на контактную пружину, замыкая контакт.

5. Палец уходит вправо. Собачка принимает наклонное положение, и контакт размыкается.

6. Палец и собачка занимают положение 1. Палец движется вправо. Как видим, смысл всего этого устройства состоит именно в том, чтобы получить желаемую двузначность (разумеется, изобретатель этих часов едва ли рассуждал о них в таких терминах!). Контакт не замыкается при ходе маятника влево, но он замыкается при ходе маятника вправо. Электромагнит включается, и маятник получает ускоряющий импульс, который и необходим для поддержания незатухающих колебаний. Заметим, что если амплитуда колебаний больше чем нужно, то контакт не замыкается; при этих условиях палец продвигается влево дальше, чем показано на рис. 13 (положение 3), и собачка соскальзывает по затылочной части пальца, не заскакивая в зубец. Таким образом, устройство поддерживает вполне определенную амплитуду, при которой положение 3 является крайним.

Нетрудно усмотреть в описанном устройстве основные части автоколебательной системы: источник энергии — батарея, колебательная система — маятник, клапан — замыкающийся контакт. Обратная связь с колебательной системой на клапан состоит в управлении контактом со стороны маятника; механизм этого управления только что описан. Остается на основе диаграммы работы убедиться в том, что в колебательную систему вкладывается энергия, т. е. что автоколебания в этой системе действительно могут происходить.

Построим диаграмму в координатах  $F$ ,  $x$ , выбрав начало координат в среднем положении маятника (рис. 14). Пока маятник идет вправо и возвращается в среднее положение, внешней силы нет; эта часть диаграммы совпадает с осью  $x$ . Далее маятник идет влево от среднего положения, сила по-

прежнему на него не действует. Лишь при возвращении маятника из крайнего левого положения на короткое время замыкается контакт и маятник получает короткий импульс силы. Работа этого импульса покрывает потери энергии за промежуток времени между импульсами.

Своеобразный вид имеют графики зависимости энергии от амплитуды. Положим, что механизм потерь близок к ли-

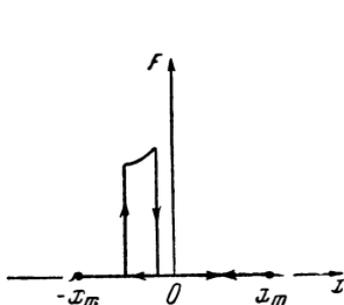


Рис. 14.

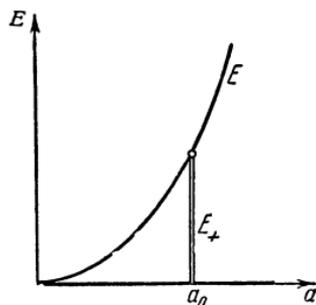


Рис. 15.

нейному, т. е. что теряемая энергия растет с увеличением амплитуды по закону, близкому к квадратичному, и изображается графически кривой, сходной с параболой (рис. 15, кривая  $E_-$ ). Что касается получаемой маятником энергии, то она равна нулю до тех пор, пока маятник еще не дотрагивается своим пальцем до контактного устройства. При определенном значении амплитуды контактное устройство начинает работать, как выше было описано, а при дальнейшем увеличении амплитуды бездействует и энергия в колебательную систему не поступает. Таким образом, график зависимости энергии, поступающей от источника, представляется линией, совпадающей с осью абсцисс во всех точках, кроме точки  $a_0$ , т. е. при установившейся амплитуде<sup>1)</sup>.

1) Все вышеприведенное описание относится к случаю, когда работа одного импульса в точности равна потерям за период. В действительности в часах описанной конструкции работа импульса в несколько десятков раз больше. Поэтому после каждого импульса маятник совершает соответствующее число постепенно затухающих колебаний, расходуя полученный им запас энергии, до тех пор, пока амплитуда не достигнет того значения, при котором срабатывает контактное устройство.

Как видим, рассмотренные часы представляют собою систему с очень жестким самовозбуждением. Для того чтобы пустить их в ход, нужно дать маятнику отклонение, большее установившейся амплитуды. Впрочем, все часы представляют собою системы с жестким самовозбуждением<sup>1)</sup>.

Мы не будем задерживаться на других возможных устройствах подобного же рода, полагая, что одного примера достаточно для уяснения смысла статической двузначности.

## § 5. ДИНАМИЧЕСКАЯ ДВУЗНАЧНОСТЬ

Рассмотрим теперь работу электромагнитного прерывателя — широко распространенного устройства, известного всем хотя бы в виде обычного электрического звонка. Схема такого прерывателя была приведена на рис. 1.

Несмотря на кажущуюся простоту устройства, его действие долго понимали неправильно. Особенность работы прерывателя сразу обнаруживается, если мы попытаемся построить диаграмму работы на основании статической характеристики.

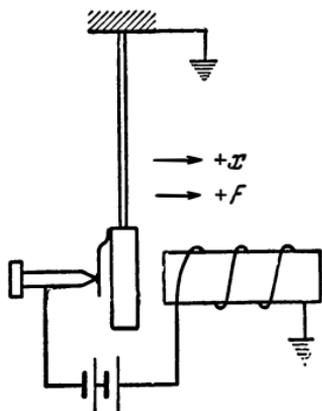


Рис. 16.

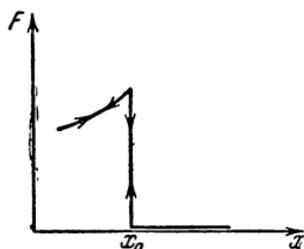


Рис. 17.

Условившись относительно знаков силы и смещения, как показано на рис. 16, и обозначая через  $x_0$  положение якоря, в котором замыкается контакт, мы получим диаграмму работы (рис. 17). Правее  $x_0$  контакт разомкнут и внешняя сила

<sup>1)</sup> Может показаться на первый взгляд, что это не относится к ручным и карманным часам. Но дело в том, что необходимые для их пуска начальные толчки эти часы в избытке получают в процессе завода.

равна нулю. Левее  $x_0$  контакт замкнут и на якорь действует сила, тем большая, чем ближе якорь к электромагниту.

В этой картине нужно обратить внимание на то, что контакт замыкается (при ходе якоря влево) и размыкается (при ходе вправо) в одном и том же положении якоря. Стало быть, сила есть однозначная функция положения, и диаграмма работы должна вырождаться в линию, как и показано на рис. 17. Следовательно, энергия в колебательную систему прерывателя не поступает, и он принципиально не может работать. Но, однако, он работает!

Для того чтобы разобраться в сути дела, начнем с построения осциллограмм силы и движения. Предположим для простоты, что зависимость движения якоря от времени синусоидальна. Хотя в действительности это и

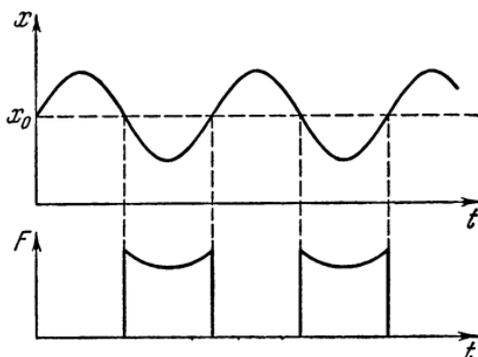


Рис. 18.

не так, но истинная форма движения несущественна для качественного рассуждения. На рис. 18 сверху изображена синусоида, представляющая изменение положения якоря со временем. Ниже изображена зависимость силы от времени. В точках  $x = x_0$  контакт включает и выключает ток, и следовательно, возникает и исчезает сила, которую мы считаем пропорциональной току.

Если мы на основании этих двух осциллограмм построим диаграмму работы, как описано было в § 3 (см.рис.6), то получим рис. 17.

Все дело заключается в том, что рис.18 не соответствует действительности и что на нем не показано влияние решающего в данном случае обстоятельства. Именно, ток не нарастает мгновенно до полного своего значения из-за задерживающего действия индуктивности обмотки электромагнита. (Эта обмотка обязательно обладает заметной индуктивностью; если бы она ею не обладала, то это означало

бы, что она не способна создавать магнитный поток, т. е. выполнять свое прямое назначение.)

Ток не убывает мгновенно до нуля при переходе якоря через положение  $x_0$  в обратном направлении благодаря возникновению искры. Если принять все это во внимание, то наши осциллограммы примут вид, показанный примерно на рис. 19. Здесь характерно общее запаздывание кривой силы (по сравнению с рис. 18).

Если теперь построить на основании осциллограмм рис. 19 диаграмму работы, то получится картина, представленная на

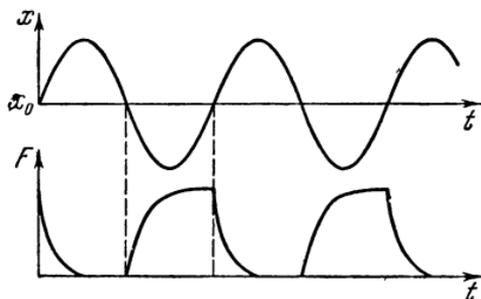


Рис. 19.

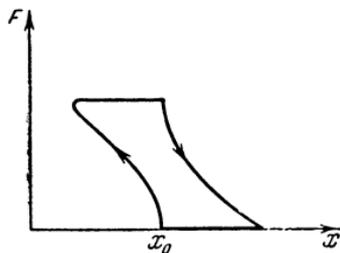


Рис. 20.

рис. 20. Двухзначность налицо, энергия в систему вкладывается и возможность автоколебаний, таким образом, показана.

Однако двухзначность в рассмотренном случае имеет совсем другой характер, нежели статическая двухзначность, рассмотренная в предыдущем параграфе. В случае прерывателя статическая двухзначность отсутствует (рис. 17); двухзначность возникает только при колебаниях в результате запаздывания силы, или, говоря другим языком, вследствие сдвига по фазе. Ни о запаздывании, ни о фазном сдвиге применительно к статическим закономерностям речи быть не может; эти понятия неразрывно связаны с временем, с динамикой процесса. Поэтому естественно назвать такого рода двухзначность динамической.

Радиотехник легко освоится с этим понятием, вспомнив динамическую характеристику триода с индуктивной нагрузкой в цепи анода. Эта характеристика, которую легко можно наблюдать на экране электронного осциллоскопа, имеет вид наклонной прямой при низких частотах или при очень

малой индуктивной компоненте анодной нагрузки. При увеличении же индуктивной компоненты динамическая характеристика превращается в эллипс. Это обусловлено тем, что анодный ток уже заметно сдвигается по фазе (запаздывает) относительно напряжения на сетке.

Впрочем, вопрос имеет значительно более общий характер. Речь идет, в сущности, о сложении двух взаимно пер-

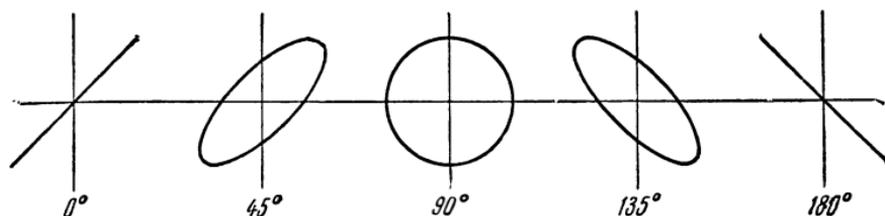


Рис. 21.

пендикулярных колебаний. Результат этого сложения представляется обычно графически в форме общеизвестных фигур Лиссажу, которые мы рассматриваем здесь для частного случая двух колебаний одинаковой частоты. В любом элементарном учебнике можно найти серию картинок, изображающих фигуры Лиссажу для этого случая при различном сдвиге фаз. Такая серия воспроизведена на рис. 21 для двух синусоидальных колебаний одинаковой частоты и амплитуды.

Подобного рода построения позволяют весьма простым образом изложить вопрос об ортогональности функций, имеющий прямое отношение к нашей теме. Попытка такого изложения вынесена в добавление (см. стр. 151).

Вернемся, однако, к прерывателю. Выяснив способ его действия, мы можем теперь заметить, что обычный прерыватель неприменим в качестве возбудителя для электрических часов. Дело в том, что обычный прерыватель работает на частотах порядка десятков и даже сотен герц, тогда как частота маятника часов всего 1 или 0,5 герца. При такой частоте относительное запаздывание (или сдвиг фаз) будет слишком малым и достаточное количество энергии не будет передано маятнику. Вот почему в электрических часах применяются возбудители со статической двузначностью.

Интересно в качестве примера разобрать одно очень простое видоизменение устройства обычного прерывателя, сообщающее ему свойство статической двузначности и, следовательно, способность работать на любых, сколь угодно низких частотах.

В принципе для этого необходимо, чтобы замыкание и размыкание контакта происходили в разных положениях якоря. Практически этого можно достигнуть, намагнитив кон-

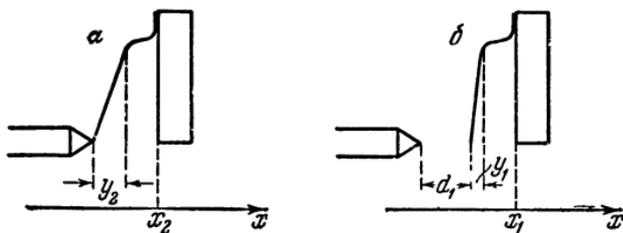


Рис. 22.

тактный винт так, чтобы стальная контактная пружина к нему прилипала. Разберем подробно, что при этом получится.

Прежде всего рассмотрим механизм замыкания и размыкания контакта. Для этого введем две переменные: координату якоря  $x$  и деформацию контактной пружины  $y$ . Когда якорь приближается к электромагниту (движение вправо, рис. 22, а), контактная пружина остается притянутой к намагниченному контактному винту до тех пор, пока сила упругости деформированной пружины не преодолет силы притяжения, после чего пружина оторвется от винта и контакт разомкнется. Если отсчитывать смещение якоря от положения, в котором недеформированная пружина только касается винта, то в условиях рис. 22, а смещение якоря и деформация пружины равны. Следовательно, для того чтобы найти положение якоря  $x_2$ , в котором происходит размыкание контакта, достаточно найти соответствующее значение деформации пружины  $y_2$ . Это легко сделать при помощи построения рис. 23. На этом рисунке показаны графики сил, действующих на пружину. Слева изображена упругая сила  $F_s$ , прямо пропорциональная деформации  $y$ . Справа кривой линией представлена зависимость силы притяжения между пружиной и винтом в функции расстояния  $d$  между

нимн. До отрыва это расстояние равно нулю, и сила притяжения имеет наибольшее значение  $F_0$ . Снося это значение, как показано пунктиром, на прямую  $F_s$ , находим значение деформации  $y_2$ , а следовательно, и равное ей смещение якоря  $x_2$  в момент отрыва.

Замыкание контакта происходит следующим образом. Когда якорь удаляется от электромагнита, двигаясь влево (рис. 22, б), то пружина испытывает все возрастающую силу притяжения, которая, наконец, оказывается доста-

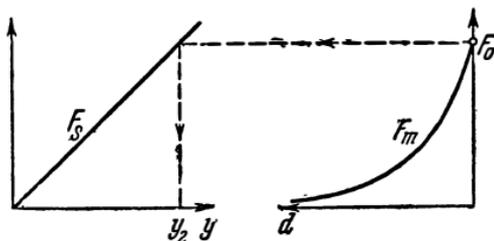


Рис. 23.

точной, чтобы притянуть пружину к винту. В этот момент пружина переходит через положение неустойчивого равновесия. Значения деформации  $y_1$  и положения якоря  $x_1$  в этот момент также находятся графически при помощи тех же кривых, что и на рис. 23, но несколько иным построением. Прежде всего мы находим расстояние  $d_1$ , на котором находится точка неустойчивого равновесия. Для этого проводим касательную к  $F_m$

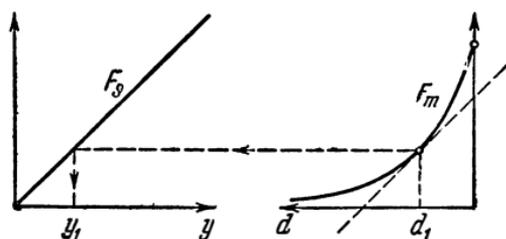


Рис. 24.

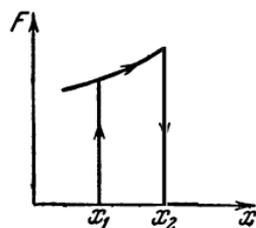


Рис. 25.

параллельно  $F_s$  (рис. 24). Сносим точку касания на прямую  $F_s$  и определяем, таким образом, деформацию  $y_1$ . Координата якоря  $x_1$  в момент замыкания равна, как нетрудно сообразить, сумме  $y_1$  и  $d_1$ .

Таким образом, координаты точек замыкания и размыкания контакта определены, и мы можем построить диаграмму работы. Она изображена на рис. 25, который полезно сравнить с рис. 17.

## § 6. ПОРШНЕВЫЕ ДВИГАТЕЛИ

Рассмотрим в качестве примеров автоколебательных систем поршневые двигатели и начнем с обыкновенной паровой машины. Само собою разумеется, что мы не будем здесь касаться новейших усовершенствований в этой отрасли техники; мы воспользуемся лишь простейшей схемой паровой машины.

Эта схема изображена на рис. 26. В цилиндре 1 движется поршень 2, который через посредство штока 3 и шатуна 4

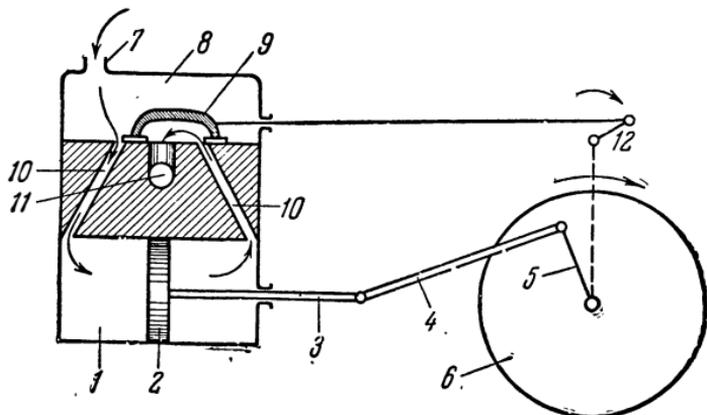


Рис. 26.

вращает кривошип 5, а с ним и маховик 6. Пар из котла через трубу 7 попадает в коробку 8. Здесь происходит парораспределение, которым заведует золотник 9. Его действие состоит в том, что он либо направляет пар из коробки в цилиндр по впускным трубам 10, либо сообщает цилиндр с выпускной трубой 11, откуда пар выходит наружу (в атмосферу или в холодильник). Движением золотника управляет эксцентрик 12, сидящий на валу машины.

Рассматривая систему как автоколебательную, мы видим ее составные части: источник энергии — паровой котел, колебательная система — поршень<sup>1)</sup>, клапан — это, очевидно,

<sup>1)</sup> К колебательной системе можно отнести кроме поршня также и кинематически связанные с ним шатун и кривошип, и даже маховик с валом. Вообще же и здесь и ниже мы будем понимать под колебательной системой ту часть автоколебательной системы, которая колеб-

золотник. Обратная связь состоит в управлении золотником со стороны вала, т. е. со стороны колебательной системы.

Данная система обладает статической двузначностью. Это характеризуется тем, что положения поршня и золотника определенным образом согласованы через посредство углового расположения кривошипа и золотникового эксцентрика. Согласование состоит в том, что при движении поршня вправо золотник открывает левую впускную трубу и одновременно дает возможность отработавшему пару из правой части ци-

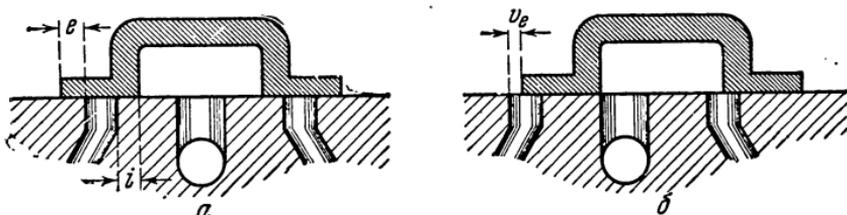


Рис. 27.

линдра выйти в выпускную трубу; при движении же поршня влево золотник, переместившись, создает обратное положение.

Чтобы разобраться в работе машины, нужно детально рассмотреть парораспределение. На рис. 27, *а* золотник изображен в своем среднем положении. Подошва золотника перекрывает отверстие впускной трубы. Внешний перекрыш обозначен буквой *e*, внутренний — буквой *i*. На рис. 27, *б* изображено положение золотника, соответствующее крайнему левому положению поршня. В этом положении поршня золотник уже должен приоткрыть впуск в левую часть цилиндра. Это достигается путем расположения эксцентрика золотника под углом, несколько большим  $90^\circ$  по отношению к кривошипу в сторону опережения. Дополнительный (сверх  $90^\circ$ ) угол обозначается  $\delta$  и называется углом опережения золотника.

Влияние всех этих величин на порядок парораспределения поясняется обычно при помощи так называемой золотнико-

лется, т. е. в которой наблюдается периодическое изменение интересующей нас физической величины. Необязательно, чтобы колебательная система в изолированном виде обладала способностью совершать колебания с определенным собственным периодом. Пример вырожденной колебательной системы нам еще встретится в § 15.

вой диаграммы. Было предложено много построений такого рода диаграмм. На рис. 28 показано одно из них. За основу диаграммы берется окружность, радиус которой изображает в известном масштабе радиус кривошипа, и, стало быть, диаметр окружности в том же масштабе изображает полный ход поршня между крайними положениями. Проекция

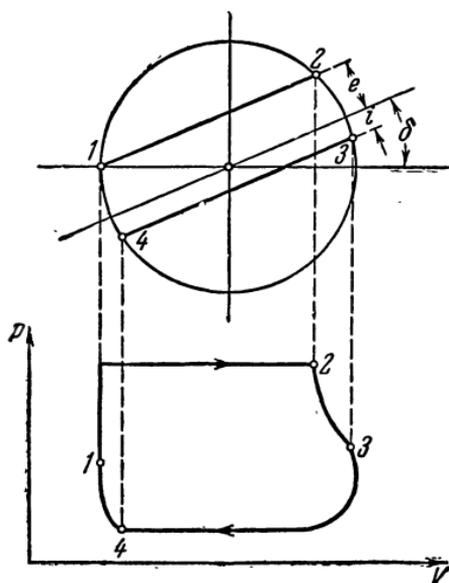


Рис. 28.

точки, равномерно движущейся по окружности, дает мгновенное положение поршня. Но проекция другой точки, сдвинутой относительно первой в сторону опережения на угол  $90^\circ + \delta$ , дает также мгновенное положение золотника. Если же повернуть диаграмму для золотника на этот же угол, то одна и та же точка даст нам положение как поршня, так и золотника.

Пересечение горизонтального диаметра с окружностью отмечает крайние левое и правое положения поршня. Вертикальный диаметр отмечает среднее положение поршня. Для построения

линии среднего положения золотника проводим наклонную прямую под углом  $\delta$  к горизонтальному диаметру (или под углом  $90^\circ + \delta$  к вертикальному). На расстояниях от этой прямой, равных внешнему и внутреннему перекрышам  $e$  и  $i$ , проводим еще две параллельные прямые. Если теперь обходить окружность по часовой стрелке, начиная от точки 1, то мы получим последовательно все фазы парораспределения. А так как нам известно в каждый момент и положение поршня, то мы можем сразу строить индикаторную диаграмму. Все это изображено на рис. 28; сверху — золотниковая диаграмма, внизу — индикаторная диаграмма, т. е. диаграмма работы в координатах  $p$  (давление) и  $V$  (объем, пропорциональный смещению поршня).

Последовательность явлений, происходящих по одну сторону поршня, такова:

1. Начало парораспределения. Золотник открывает впуск. Давление сразу становится равным рабочему давлению пара и остается неизменным при движении поршня вправо до тех пор, пока золотник не перекроет впуск.

2. Начало расширения. Впуск прекращен. При дальнейшем движении поршня происходит расширение уже поступившего в цилиндр пара. Давление его соответственно падает.

3. Начало выпуска. Золотник сообщает цилиндр с выпускной трубой. Давление быстро падает до атмосферного. Вскоре же начинается обратное движение поршня; давление остается пока неизменным.

4. Начало сжатия. Впуск прекращается. Поршень, продолжая двигаться влево, сжимает оставшийся пар, давление которого соответственно повышается.

1. Начало парораспределения. Золотник открывает впуск... и далее цикл повторяется в описанном выше порядке.

То же самое, но со сдвигом на  $180^\circ$  происходит по другую сторону поршня. Работа, совершаемая машиной за один цикл (т. е. за один оборот вала), выражается удвоенной площадью индикаторной диаграммы рис. 28. Площадь диаграммы

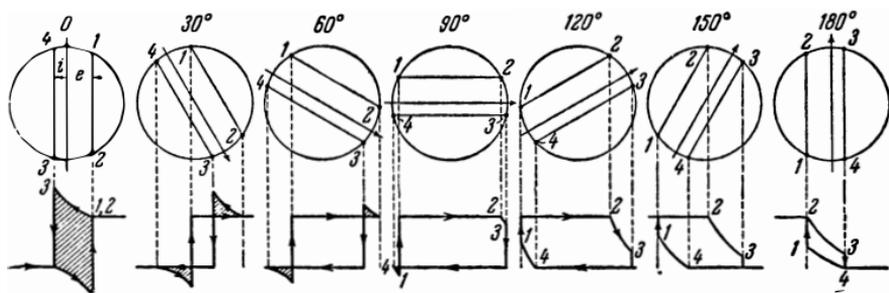


Рис. 29.

существенным образом зависит от выбранного сдвига между кривошипом и эксцентриком. Ясно, что имеется наивыгоднейшее значение этого сдвига. Его можно найти, проследив, как видоизменяется диаграмма работы в зависимости от фазы распределения. На рис. 29 представлена серия золотниковых диаграмм и соответствующих индикаторных диаграмм для

фазы распределения, выраженной через полный угол опережения золотника  $90^\circ + \delta$  в пределах от 0 до  $180^\circ$  (т. е. для  $\delta$  от  $-90$  до  $+90^\circ$ ). Диаграммы упрощены в том отношении, что предположены мгновенное нарастание давления до рабочего в момент впуска и мгновенное падение давления до атмосферного в момент выпуска. Как видим, при фазе 0 работа отрицательна. При фазе  $30^\circ$  на диаграмме работы наряду с отрицательными (заштрихованными) областями имеется положительная. При дальнейшем увеличении опережения соотношения изменяются в пользу положительных областей. При фазе  $120^\circ$  ( $\delta = 30^\circ$ ) отрицательных областей уже нет; это — наилучшее опережение для данной серии. При еще большем увеличении опережения площадь диаграммы сокращается. Интересно отметить, что при фазе  $180^\circ$  ( $\delta = 90^\circ$ ) работа, совершаемая машиной, не равна нулю, как можно было бы ожидать, основываясь на том, что открытие и закрытие впуска и выпуска происходят при одних и тех же положениях поршня. Возможность совершения работы связана с процессами сжатия и разрежения, благодаря которым первая гармоника действующей на поршень силы сдвинута

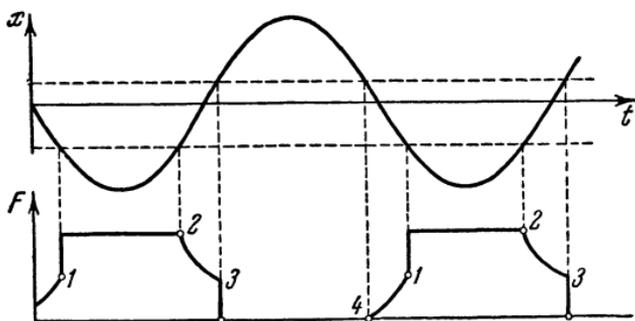


Рис. 30.

относительно положения поршня на угол, меньший  $180^\circ$ . Другими словами, имеется опережающая составляющая силы, хотя и относительно небольшая. Это видно из рис. 30, на котором изображены осциллограммы смещения поршня  $x$  и действующей на него (с одной стороны) силы  $F$  при фазе  $180^\circ$ .

В качестве второго примера рассмотрим обычный автомобильный бензиновый двигатель. Его устройство и работа

в настоящее время настолько широко известны, что описывать их здесь нет надобности. Отметим лишь интересные для нас подробности.

В автомобильном двигателе имеется двоякое распределение, причем оба рода распределения управляются валом двигателя. Во-первых, имеется распределение впуска и выпуска. Для этого служат пружинные клапаны — по одному впускному и выпускному на каждый цилиндр. Впускной клапан открывается только во время всасывания, выпускной — только во время выхлопа. Во время сжатия и в течение рабочего такта оба клапана закрыты. Работой клапанов управляет специальный распределительный вал, снабженный кулачками. Так как полный цикл работы цилиндра совершается за два оборота главного вала (т. е. за два полных хода поршня), то распределительный вал, связанный с главным (коленчатым) валом зубчатой передачей, делает вдвое меньшее число оборотов.

Во-вторых, имеется распределение зажигания. В автомобильном двигателе зажигание горючей смеси производится электрической искрой, проскакивающей в свече. Момент зажигания имеет очень большое значение. Как известно, двигатель развивает наибольшую мощность, если вспышка происходит не в верхней мертвой точке (по окончании такта сжатия и перед началом рабочего такта), а несколько раньше. Это называется опережением зажигания. Установка зажигания чрезвычайно критична, для ее регулировки предусмотрены специальные приспособления. В старинных автомобилях манетка опережения зажигания была выведена на рулевое колесо и водитель все время регулировал опережение вручную. В современных автомобилях управление опережением автоматизировано. Дело в том, что наивыгоднейшее опережение зависит от скорости двигателя; оно возрастает с увеличением числа оборотов. Современные двигатели довольно быстроходны (2000—3000 оборотов в минуту). Поэтому вариации опережения довольно значительны. Для автоматического увеличения опережения с возрастанием скорости предусмотрены два автомата: центробежный и вакуумный. Действие первого в общем понятно, второй управляется разрежением во всасывающей трубе, которое возрастает со скоростью.

Из этого беглого описания видно, какое большое значение имеет фаза распределения, т. е. сдвиг цикла обратной связи

относительно рабочего цикла системы. Усилия направлены к тому, чтобы правильным выбором этого сдвига получить при прочих равных условиях наибольшую площадь диаграммы работы, т. е. наибольшую мощность при данном расходе топлива, а значит и наибольший коэффициент полезного действия<sup>1)</sup>.

Одно заключительное замечание: дело в том, что в поршневых двигателях амплитуда колебания есть постоянная величина, вполне определяемая конструктивными параметрами двигателя, в частности радиусом кривошипа. Поэтому результатом увеличения подводимой энергии (повышение давления пара в паровой машине или обогащение смеси в бензиновом двигателе) будет неизбежно повышение частоты колебаний, т. е. скорости двигателя. Устойчивое значение скорости будет достигнуто тогда, когда подводимая энергия сравнивается с энергией, теряемой на валу (нагрузка плюс собственные потери двигателя). Увеличение нагрузки вызовет соответствующее

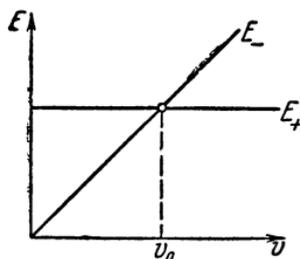


Рис. 31.

понижение скорости. Чтобы найти установившееся значение скорости из условия энергетического баланса, мы можем поступить так: обозначив через  $E_+$  и  $E_-$  попрежнему энергии, соответственно получаемую и теряемую системой за цикл, построить эти величины в функции скорости (а не амплитуды, как мы делали раньше).  $E_+$  от скорости не зависит (или почти не зависит: мы не учитываем газодинамических эффектов),  $E_-$  растет в первом приближении пропорционально скорости (при постоянной нагрузке). Получается график (рис. 31), на котором  $v_0$  означает установившуюся скорость (или частоту).

## § 7. ПНЕВМАТИЧЕСКИЕ УДАРНЫЕ ИНСТРУМЕНТЫ

К автоколебательным системам относятся разнообразные и широко применяющиеся в промышленности ударные пневматические инструменты, как, например, отбойный молоток,

<sup>1)</sup> Здесь сознательно не затрагиваются многие другие вопросы как, например, роль степени сжатия, влияние качества топлива и явления детонации и т. д.

клепальный молоток, пневматические лопаты, ломы, трамбовки, шпальные подбойки, колотушки для очистки труб и многие другие.

По устройству ударного механизма все эти инструменты можно разделить на золотниковые и беззолотниковые. Обе эти группы представляют для нас интерес. Мы начнем с беззолотникового механизма, как более простого в конструктивном отношении.

Отличительной особенностью этого механизма является то, что он имеет только одну подвижную часть — поршень,

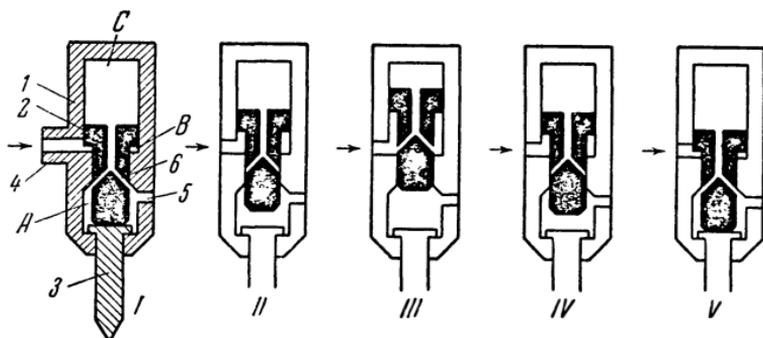


Рис. 32.

который одновременно служит бойком, ударяя по рабочему инструменту, и, кроме того, сам же управляет распределением воздуха, т. е. является золотником.

Таким образом, в этом устройстве опережение золотника принципиально исключено. Как мы сейчас увидим, условия работы беззолотникового механизма сходны с условиями работы паровой машины при фазе распределения  $180^\circ$ . Рассмотрим устройство и действие беззолотникового механизма.

На рис. 32 представлен схематически один из самых ранних беззолотниковых ударных механизмов в различных положениях на протяжении одного цикла автоколебаний. В цилиндре 1 ходит поршень 2, ударяющий по рабочему инструменту 3. Сжатый воздух подается в цилиндр через патрубок 4. Нижняя полость A всегда сообщена с атмосферой отверстием 5, так что давление в этой полости равно атмосферному. В кольцевой полости B под заплечиком поршня давление всегда равно давлению подаваемого сжатого воздуха. Распределение

осуществляется при помощи отверстий *б*, высверленных в теле поршня и соединенных с осевым каналом поршня.

Действие системы мы рассмотрим, начиная с момента удара.

I. Удар только что нанесен. Давление в полости *С* равно атмосферному, так как эта полость сообщается с полостью *А* через осевой канал и отверстия *б*. На поршень действует направленная вверх сила  $F_0$ , равная произведению рабочего давления на площадь заплечика поршня (кстати, эта сила действует на поршень все время). Под действием этой силы поршень идет вверх.

II. Поршень идет вверх. Отверстия *б* перекрыты. Поэтому воздух в полости *С* начинает сжиматься.

III. При дальнейшем движении поршня вверх отверстия *б* сообщают между собою полости *В* и *С*. Сжатый воздух врывается в полость *С*, давление в которой быстро повышается до рабочего. Возникает сила, давящая на торец поршня сверху вниз. Эта сила больше силы, действующей на заплечик в обратном направлении, вследствие того, что площадь торца поршня гораздо больше площади заплечика. Однако поршень продолжает еще некоторое время двигаться вверх по инерции. Давление в полости *С* остается неизменным.

IV. Поршень с большим ускорением идет вниз. В положении, изображенном на рис. 32, IV, отверстия *б* перекрыты и воздух, заключенный в полости *С* расширяется.

V. Удар. Сжатый воздух из полости *С* быстро выходит в атмосферу. Затем цикл возобновляется.

Действительные конструкции подобного рода дают легкие, но частые удары (до 4000—5000 в минуту).

Описанная последовательность явлений позволяет по-

строить диаграмму работы механизма, показанную на рис. 33. За положительное направление принято направление сверху вниз на рис. 32. Начало координат—в крайнем нижнем положении (в точке удара). На диаграмме отмечены характерные точки: *1*—начало цикла, *2*—начало сжатия, *3*—впуск, *4*—крайнее верх-

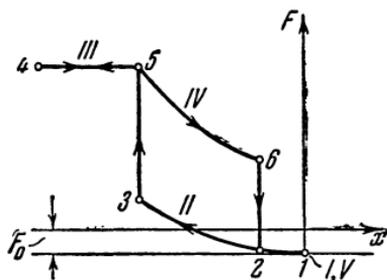


Рис. 33.

нее положение поршня, 5— начало расширения, 6— выпуск. 1 — удар — конец цикла и начало нового. Кроме того, на рис. 33 римскими цифрами отмечены точки, отвечающие положениям поршня, изображенным на рис. 32.

Диаграмма работы (индикаторная диаграмма) рис. 33 дает полное представление о рабочем цикле и позволяет разумным образом выбирать соотношения объемов, расположение распределительных отверстий и т. п.

Осциллограмма движения поршня представлена на рис. 34. Сперва поршень идет с небольшим ускорением вверх (в сто-

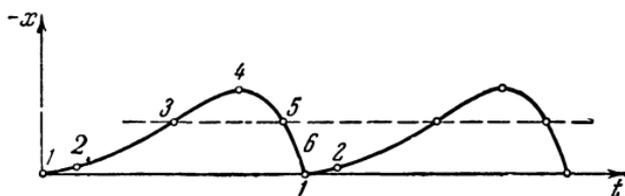


Рис. 34.

рону отрицательных  $x$ ). После впуска (точка 3) ускорение меняет знак и сильно возрастает (т. е. скорость начинает убывать). После перехода через крайнее положение (точка 4) поршень устремляется вниз и наносит с большой скоростью удар (точка 1). Удар предполагается неупругим, так что поршень теряет скорость и возобновляет движение вверх лишь под действием силы  $F_0$ .

Не останавливаясь на различных конструктивных вариантах этого устройства, перейдем к золотниковым механизмам, имеющим наибольшее значение для техники. Различают два конструктивных варианта; с цилиндрическим золотником и с плоским клапаном. Мы рассмотрим лишь первый вариант.

По поводу золотниковых ударных пневматических механизмов следует сделать одно замечание общего характера. Эти механизмы можно уже уподобить паровой машине, так как два главнейших элемента устройства паровой машины — поршень и золотник — имеются и в рассматриваемых механизмах. Однако здесь есть и существенная разница.

Дело в том, что между поршнем и золотником в паровой машине существует жесткая кинематическая связь. В пневма-

тических же ударных механизмах «поршень служит распределительным органом, управляющим движением золотника, а золотник — распределительным органом, управляющим движением поршня» ([6], стр. 160).

Обратная связь, таким образом, налицо; однако она не является жесткой. Механизм этого взаимного управления выясняется при рассмотрении типичной схемы устройства пневматического молотка, показанной на рис. 35. Основные части

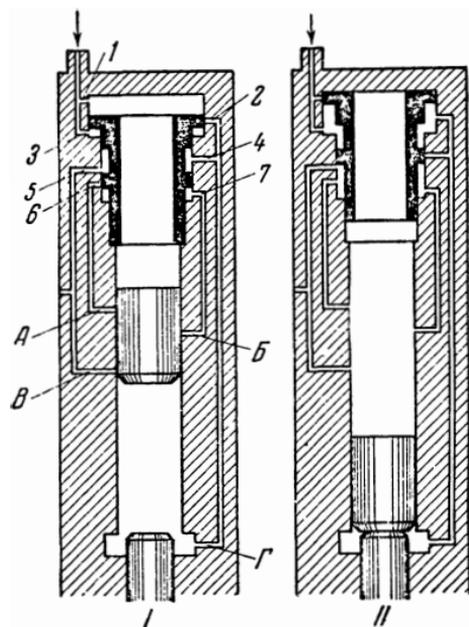


Рис. 35.

которого — цилиндр, поршень-ударник и золотник — показаны в двух различных положениях. Нижеследующее обстоятельное описание работы молотка заимствовано из практического руководства ([7], стр. 10—12).

«1. Золотник находится в нижнем положении. Сжатый воздух по радиальному каналу 1 поступает в верхнюю камеру, т. е. во внутреннюю полость молотка, расположенную над ударником, и здесь своим давлением стремительно гонит ударник вниз по направлению к вставному инструменту, т. е. обжимке, зубилу и т. п. Происходит рабочий ход ударника.

Одновременно сжатый воздух давит сверху на золотник и фиксирует его в нижнем положении. Через радиальный канал 3 сжатый воздух поступает в кольцевую полость между золотником и золотниковой коробкой и здесь давит на первый уступ золотника, частично разгружая золотник от давления на него сверху. Кольцевая площадь первого уступа меньше, чем кольцевая площадь золотника, на которую давит воздух сверху. В тот момент, когда верхний торец ударника проходит радиальный канал ствола Б, сжатый воздух из верхней камеры через канал Б, 7—Б и 7 поступает в кольцевую полость второго уступа и здесь давит на второй уступ золотника. Сумма давлений снизу вверх на первый и второй уступы почти равна давлению на золотник сверху, и поэтому золотник находится почти в равновесии.

При движении ударника вниз воздух, находящийся в нижней камере, т. е. во внутренней полости молотка, расположенной под

ударником, через каналы  $\Gamma$ ,  $2-4-\Gamma$  и  $4$  и далее через кольцевую выточку золотника через каналы  $5$  и  $5-B$  и выхлопное отверстие канала  $5-B$  выходит наружу, не препятствуя движению ударника вниз.

Когда верхний торец ударника минует радиальный канал  $B$ , сжатый воздух из верхней камеры через каналы  $C$  и  $5-B$  будет выходить наружу, и давление в верхней камере упадет. При этом упадет также давление на золотник, который под действием усилия, действующего на первый и второй уступы, переместится в верхнее положение.

Ударник, двигаясь по инерции дальше, нанесет удар по хвостовику вставного инструмента.

2. Золотник находится в верхнем положении. При этом радиальный канал закрыт... и сжатый воздух в верхнюю камеру не поступает. Также закрыт радиальный канал  $4$  и поэтому нижняя камера не имеет сообщения с атмосферой.

Сжатый воздух через радиальные каналы  $3$  и затем  $2$  и далее через продольный канал  $2-4-\Gamma$  и канал  $\Gamma$  поступает в нижнюю камеру, давит на ударник снизу и гонит его вверх. Происходит холостой ход ударника. Одновременно сжатый воздух давит на первый уступ золотника и фиксирует его в верхнем положении.

При движении ударника вверх воздух, находящийся в верхней камере, через каналы  $7-B$  и  $6-A$  и далее через верхнюю часть канала  $5-B$  выходит наружу, не препятствуя движению ударника вверх. Когда верхний торец ударника пройдет канал  $A$ , в верхней камере начнется сжатие воздуха.

Когда нижний торец ударника пройдет канал  $B$ , нижняя камера окажется сообщенной с атмосферой через канал  $5-B$  и отверстие в нем. Давление в нижней камере упадет. Однако по инерции ударник будет продолжать движение вверх, сжимая находящийся над ним в верхней камере воздух. В верхней камере образуется воздушная подушка, препятствующая удару ударника по внутреннему торцу рукоятки, а сжатый в верхней камере воздух давит на верхнюю кольцевую поверхность золотника, и в некоторый момент это давление преодолевает давление сжатого воздуха на первый и второй уступы золотника и золотник переместится вниз. При этом открывается радиальный канал  $I$ , через который сжатый воздух поступает в верхнюю камеру».

После этого весь цикл повторяется. Основываясь на вышеприведенном описании, мы могли бы построить диаграмму работы молотка данного типа, но мы и так уделили ему много внимания.

Ясно, что в золотниковом механизме может быть достигнута большая мощность и большая эффективность. Эти механизмы применяются для тяжелых работ. Частота ударов — порядка 1000—2000 в минуту.

## § 8. ФРИКЦИОННЫЙ МАЯТНИК [8, 9]

Фрикционный маятник (или маятник Фроуда) представляет собою механическую автоколебательную систему, в которой механизм возбуждения колебаний связан с зависимостью силы трения от относительной скорости трущихся тел.

Устройство фрикционного маятника показано на рис. 36. Оно состоит в том, что маятник прикреплен к муфте, насаженной на вращающийся с постоянной скоростью вал.

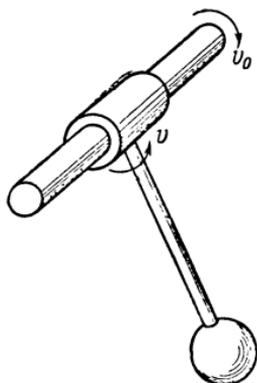


Рис. 36.

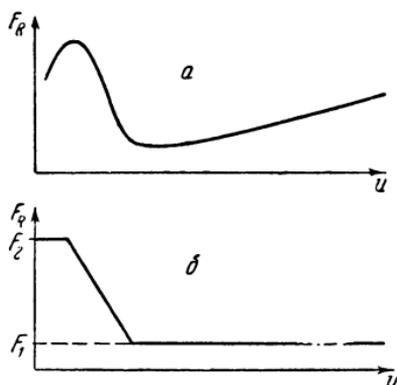


Рис. 37.

При известных обстоятельствах возникают автоколебания маятника. Мы исследуем условия возникновения этих автоколебаний и их энергетический баланс.

Типичная характеристика трения, т. е. зависимость силы трения  $F_R$  от скорости скольжения (относительной скорости двух трущихся тел), показана на рис. 37, а. Характеристика такого вида типична для случая, когда трущиеся поверхности смочены той или иной жидкостью. Для упрощения исследования аппроксимируем характеристику трения ломаной линией (рис. 37, б).

Положим, как оно и есть в действительности, что движение маятника близко к синусоидальному. Значит и скорость изменяется синусоидально, и мы можем, опираясь на характеристику трения, рис. 37, б, построить осциллограмму силы. Построение этой осциллограммы показано на рис. 38 для двух значений амплитуды. В одном случае изменения скорости лежат в пределах прямолинейного падающего участка

характеристики трения, в другом — заходят за изломы характеристики и выходят на ее горизонтальные участки. По поводу этого построения нужно заметить следующее. Во-первых, по оси абсцисс отложена относительная линейная скорость  $u$ . Она равна сумме линейной скорости вала  $v_0$  и линейной скорости муфты маятника  $v$ , если положительное направление

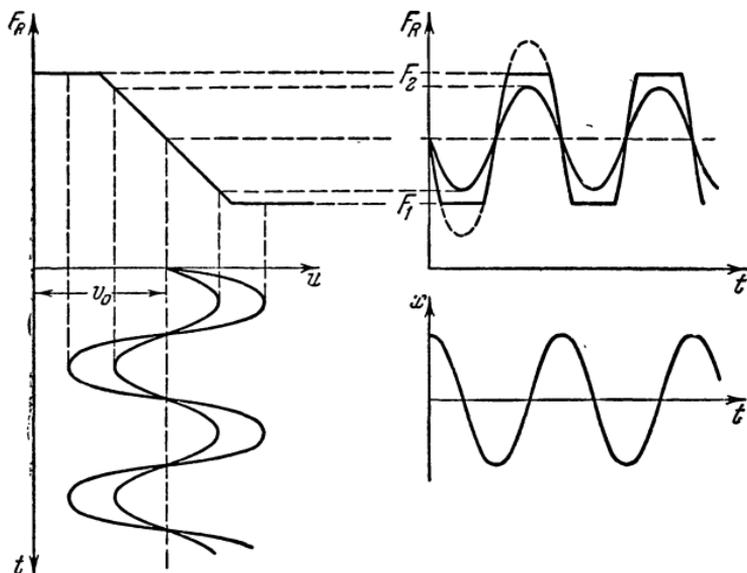


Рис. 38.

$v$  выбрано против  $v_0$ . Во-вторых, сила трения, рассматриваемая как внешняя по отношению к маятнику сила, есть не движущая, а тормозящая сила, направленная против движения. Поэтому в качестве внешней силы  $F$  нужно брать силу трения  $F_R$  с обратным знаком. Если мы не примем это обстоятельство во внимание, то не получим правильного фазного сдвига и надлежащего направления обхода диаграммы работы. На рис. 38 под осциллограммой силы построена осциллограмма перемещения. Из двух этих осциллограмм может быть получена диаграмма работы (рис. 39). Она представляется в общем случае эллипсом, усеченным двумя параллельными горизонтальными прямыми, отвечающими значениям силы  $F_1$  и  $F_2$ . При малых амплитудах эллипс не усечается; он вписывается полностью между указанными прямыми.

Рис. 39 дает нам представление о том, как изменяется вкладываемая в систему энергия в зависимости от амплитуды колебания. Получается, что для малых амплитуд, т. е. для неусеченного эллипса, площадь растет пропорционально квадрату амплитуды (так как площади подобных фигур пропорциональны квадратам линейных размеров). Для больших же амплитуд закон возрастания площади приближается к линейному, так как один из размеров фигуры (усеченного эллипса) остается неизменным. Что же касается потерь, то можно считать, что они растут пропорционально квадрату амплитуды.

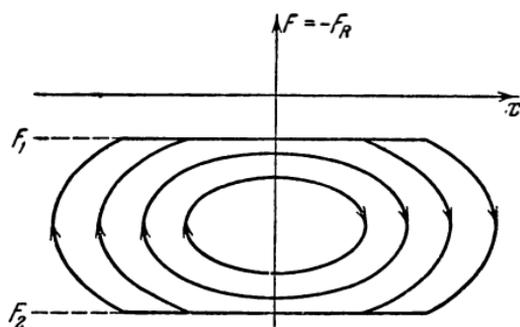


Рис. 39.

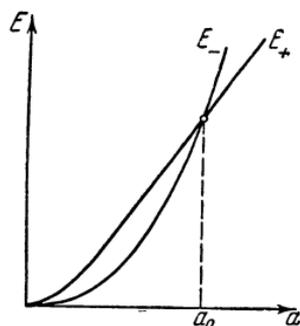


Рис. 40.

На основании этих соображений можем построить графики зависимости  $E_+$  и  $E_-$  от амплитуды (рис. 40). Эти графики позволяют найти установившуюся амплитуду колебаний. Все изложенное представляет собою уже достаточное приближение к действительным соотношениям в системе типа фрикционного маятника.

Из сказанного вытекает, между прочим, что для автоколебаний описанной системы существенную роль играет наличие падающего участка на характеристике трения. Действительно, если бы сила трения не убывала со скоростью, а нарастала, то при помощи рис. 38 нетрудно сообразить, что в этом случае фаза силы изменилась бы на  $180^\circ$  и, следовательно, направление обхода на диаграмме работы рис. 39 также изменилось бы на обратное. Это означало бы, что энергия не только не вкладывается в систему, но, наоборот, отнимается от нее.

Понятие падающей характеристики оказывается весьма общим, так как оно тесным образом связано с понятием устойчивости. Поэтому данное понятие может с успехом применяться при рассмотрении различных автоколебательных систем.

По поводу характеристик трения при смачивании (так называемое граничное трение) следует еще заметить, что форма рис. 37, а является типичной для самых различных условий. Оказывается, что даже при смазывании трущихся поверхностей маслом форма характеристик трения сохраняется, и на ней имеется явно выраженный падающий участок. Если так, то возможны автоколебания, и становится непонятным, почему смазывание устраняет автоколебания (например, скрип).

Дело заключается в том, что в случае масла в качестве смачивающей жидкости падающий участок характеристики трения перемещается в область очень малых относительных скоростей. Практически встречающиеся скорости лежат уже на возрастающем участке характеристики.

## § 9. АВТОКОЛЕБАНИЯ РЕЗЦА [10]

При обработке металла на токарном станке возникают иногда вибрации, представляющие собою автоколебательное явление. Явление это вредно, так как при вибрации резца резко ухудшается качество обработанной поверхности — она становится волнистой. Возрастает износ резца. И, наконец, вибрация может затруднить увеличение скорости резания, т. е. повышение производительности станка.

Явления, происходящие при резании, весьма сложны. Необходимо прежде всего, рассмотрев эти явления хотя бы в самых общих чертах, выделить те из них, которые могут иметь прямое отношение к возникновению автоколебаний<sup>1)</sup>.

Взаимное расположение резца и обрабатываемой детали показано на рис. 41. Со стороны изделия на резец действуют

---

1) Мы будем говорить в дальнейшем о колебаниях резца. Однако ясно, что речь идет всегда об относительном движении резца и обрабатываемого изделия. Нижеописываемые явления могут происходить при периодических деформациях как резца, так и изделия или всех деталей станка, определяющих взаимное расположение резца и изделия.

следующие усилия: 1) усилие резания  $F_1$ , т. е. усилие, требуемое для пластической деформации металла и отделения стружки; 2) сила  $F_2$  трения стружки, сбегаящей по передней грани резца; 3) сила  $F_3$  трения изделия о заднюю грань резца; 4) сила  $F_4$  давления упруго деформированного изделия на заднюю грань резца. Примерные направления всех этих сил показаны на рис. 42, а (предполагается, что все они при-

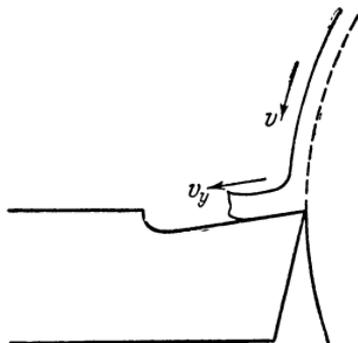


Рис. 41.

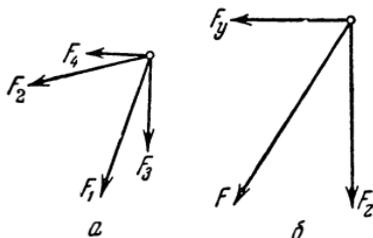


Рис. 42.

ложены к лезвию резца). Однако измерить эти силы порознь затруднительно. Поэтому при экспериментальных исследованиях условий резания ограничиваются измерением двух проекций результирующей силы  $F$ : радиальной силы  $F_y$  и касательной силы  $F_z$  (рис. 42, б).

Если зависимость касательной силы  $F_z$  от скорости резания  $v$  имеет падающий участок, то возможны автоколебания, механизм которых ничем по существу не отличается от механизма фрикционных автоколебаний, разобранных в § 8. Все, что говорилось в этом параграфе по поводу падающей характеристики, применимо и в данном случае.

Опыт показывает, что для чугуна и высокоуглеродистой стали касательная сила (определяемая главным образом усилием резания) практически от скорости не зависит. Значит необходимые для возбуждения автоколебаний условия отсутствуют. И действительно, вибрация резца при обработке этих металлов обычно не наблюдается. Вибрация возникает при обработке вязких малоуглеродистых сталей. На рис. 43 дана зависимость  $F_z$  от  $v$  для стали «15» при таком режиме: глубина резания 4 мм, подача 0,24 мм. Как видим,  $F_z$  быстро нарастает, начиная от скорости около 20 м/мин, и достигает

максимума при скорости около 50 м/мин. После этого  $F_z$  начинает спадать. Наблюдение за вибрацией показывает, что она возникает как раз при скоростях, приходящихся на падающий участок характеристики, т. е. начиная от 50 м/мин и выше.

Всякий, наблюдавший практически явление вибрации резца, знает, что колебания не срываются в широких пределах изменения глубины резания и подачи. И это находит себе объяснение в кривых зависимости  $F_z$  от  $v$  для различных режимов: величина усилия растет с увеличением сечения стружки, но общий характер зависимости сохраняется, в том числе и расположение падающего участка.

Если не вдаваться в анализ физических причин, обуславливающих представленный на рис. 43 ход зависимости  $F_z$  от  $v$ , что для наших целей излишне, то вопрос о механизме возбуждения вертикальных колебаний резца

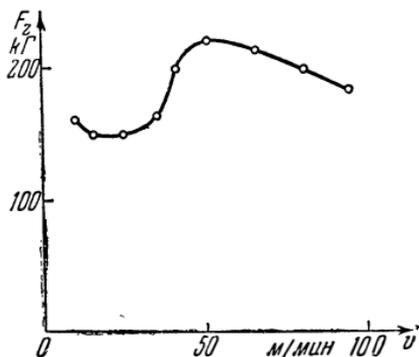


Рис. 43.

можно было бы считать в общем ясным. Однако нужно упомянуть и о других факторах, играющих существенную роль.

Прежде всего заметим, что возможно возбуждение колебаний в радиальном направлении за счет трения сбегающей по передней грани резца стружки. Сила этого трения в значительной мере определяет радиальную компоненту силы  $F_y$ . Радиальная сила весьма значительна, она достигает примерно половины касательной силы  $F_z$ . Это и неудивительно, если принять во внимание громадное вертикальное давление стружки на резец. О давлении, развиваемом стружкой на переднюю грань резца, можно судить хотя бы по характерному износу передней грани, придающему ей форму «лунки».

Теперь заметим, что стружка скользит по передней грани резца в радиальном направлении с постоянной скоростью, хотя и не равной скорости резания, но ей пропорциональной. Дело в том, что при выходе на переднюю грань резца стружка усаживается. Коэффициент усадки по данным многочисленных

измерений можно принять равным примерно 0,5. Таким образом, постоянная скорость скольжения стружки по резцу в радиальном направлении — обозначим ее через  $v_y$  — равна примерно половине  $v$ . Если теперь предположить, что зависимость силы трения стружки по резцу от скорости ее скольжения имеет падающий участок, то, очевидно, возможны радиальные автоколебания. Мы не располагаем опытными данными относительно зависимости силы трения  $F_2$  от скорости скольжения  $v_y$ . Но  $v_y$  пропорциональна  $v$ , а  $F_2$  является существенной слагающей радиальной силы  $F_y$ . Следовательно, о возможности возникновения радиальных автоколебаний можно судить по зависимости  $F_y$  от  $v$ , которая экспериментально определена. Эта зависимость (для тех же условий, что и рис. 43) показана на рис. 44. Как видим, она имеет такой же характер, как и зависимость  $F_2$  от  $v$ . Итак, радиальные колебания возможны, и притом в тех же условиях, т. е. при тех же скоростях резания, что и касательные колебания.

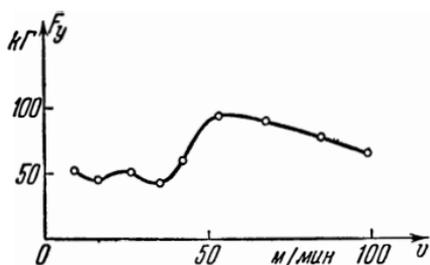


Рис. 44.

Это не является, конечно, совпадением. Ведь мы имеем, в сущности, дело с единым процессом, и рассмотрение соотношений в проекциях на две произвольно выбранные оси едва ли способствует уяснению явлений.

Помимо сказанного нужно еще учитывать следующее.

1. При колебаниях резца изменяется сечение стружки, что создает дополнительные переменные компоненты действующих на резец усилий.

2. При колебаниях резца могут также изменяться рабочие углы резца, что влечет за собою те же последствия.

Можно показать, что последнее обстоятельство само по себе может составить механизм радиальных автоколебаний. Этот механизм поясняется на рис. 45.

Благодаря радиальным колебаниям резец вырезает на поверхности изделия волнообразную линию. При этом плоскость резания наклоняется (положение  $A'A'$  на рис. 45, б). Рабочий передний угол  $\gamma$  при этом изменяется; его величина опреде-

ляется суммой постоянного угла  $\gamma_0$  — начального переднего угла — и переменного угла  $\alpha$ , представляющего собою наклон волнистой поверхности изделия в данной точке. Угол  $\alpha$  принимает как положительные, так и отрицательные значения. Заметим, что этот угол пропорционален радиальной скорости резца. На рис. 45, а резец изображен в крайнем левом положении. В этом положении его скорость, а с нею и угол  $\alpha$  равны нулю.

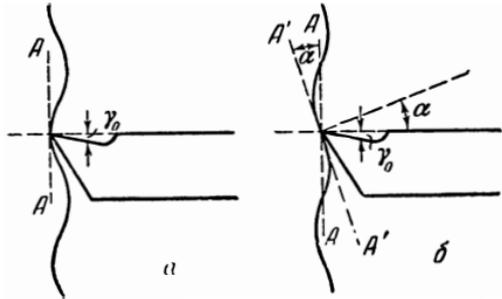


Рис. 45.

На рис. 45, б резец изображен в среднем положении. В этот момент его скорость и угол  $\alpha$  имеют наибольшие значения.

С другой стороны, известно, что и усилие резания, и его горизонтальная составляющая  $F_y$  зависят от величины переднего угла. Именно, с возрастанием  $\gamma$  сила  $F_y$  убывает, как

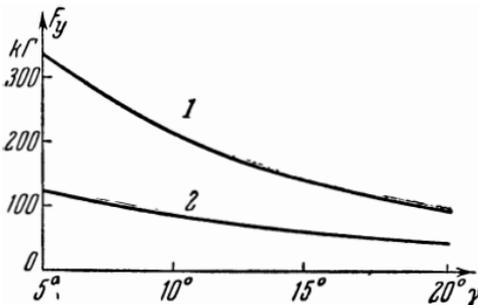


Рис. 46.

показано на рис. 46 (на этом графике, относящемся к стали «1035», кривая 1 относится к сечению стружки  $5 \times 0,75 \text{ мм}^2$ , кривая 2 —  $3 \times 0,48 \text{ мм}^2$ ). Но угол  $\gamma$ , точнее, его переменная составляющая  $\alpha$ , пропорционален радиальной скорости  $v_r$ . Значит, сила  $F_y$  есть убывающая функция радиальной скорости  $v_r$ .

А раз имеется падающая характеристика зависимости силы от скорости, значит, возможны автоколебания.

Есть основание полагать, что этот механизм возбуждения автоколебаний имеет практическое значение. Одним из таких оснований является тот факт, что специальная заточка резца, показанная на рис. 47, в значительной мере устраняет вибрации. Очевидно, что при такой форме резца условия скольжения стружки по передней грани существенно изменяются.

Мы не будем вдаваться в дальнейшие подробности. Приходится, к сожалению, признать, что сложная проблема автоколебаний резца изучена еще далеко не полностью. Неизвестно еще, какой из возможных механизмов автоколебаний играет здесь решающую роль. Поэтому нет еще и радикальных мер борьбы с вибрацией резца.



Рис. 47.

Однако нет сомнений в том, что постановка этой проблемы как автоколебательной и применение к ее решению общих принципов теории автоколебаний, а также использование современной экспери-

ментальной техники приведут нас в ближайшем времени к полному овладению проблемой вибрации резца.

## § 10. ГАРМОННЫЙ ЯЗЫЧОК

В этом параграфе речь пойдет об автоколебаниях в системе с воздушным возбуждением — об автоколебаниях в таких музыкальных инструментах, как различные гармони, в том числе баян, аккордеон, концертно, а также в фисгармонии и в язычковых регистрах органа. Теория автоколебаний гармонного язычка впервые была дана не так давно Б. П. Константиновым [11]. Вообще можно подчас удивляться, как поздно приходит правильное понимание давно наблюдаемых и используемых явлений.

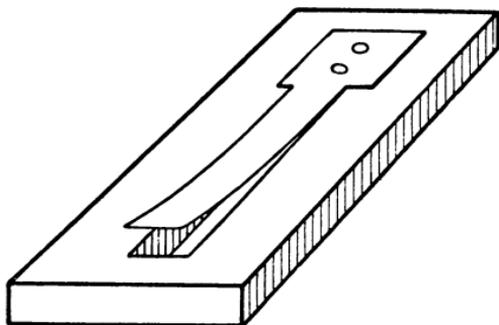


Рис. 48.

Гармонный язычок представляет собою тонкую металлическую пластинку, прикрепленную одним концом к более толстой пластинке — планке. Планка снабжена сквозным отверстием — проемом, в который язычок может входить с очень небольшим зазором. Свободный конец язычка в начальном положении несколько отогнут вверх (рис. 48).

В гармонии имеется целый набор планок с настроенными на различные частоты язычками. Каждая планка имеет сообщение с мехом гармонии через специальный канал, называемый входной камерой, или резонатором. Планки располагаются так, что избыточное давление, развиваемое мехом, действует на каждую планку сверху, пригибая язычок к проему. При изменении знака избыточного давления язычок не возбуж-

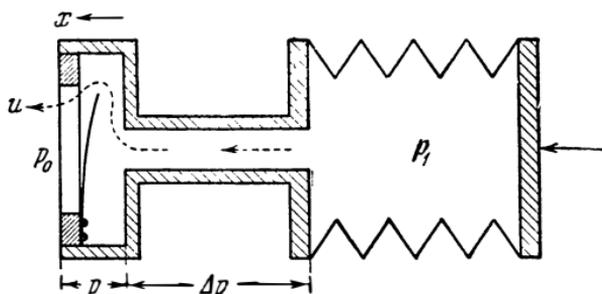


Рис. 49.

дается. Это обстоятельство и позволяет применить два набора язычков, из которых один возбуждается при сжатии меха, а второй — при растяжении.

Взаимное расположение планки с язычком входной камеры и меха показано схематически на рис. 49. Нужно отметить следующие величины: атмосферное давление  $p_0$ , давление в мехе  $p_1$ , перепад давления в камере при колебаниях  $\Delta p$ , рабочую разность давлений, действующую на язычок  $p$ . Эта последняя величина меньше постоянной разности давлений между мехом и атмосферой на величину перепада давления в камере. Далее действие системы определяется объемной скоростью воздуха, устремляющегося через проем наружу (как показано на рис. 49 стрелкой) под действием разности давлений  $p$ .

Прежде всего нужно установить зависимость объемной скорости  $u$  от положения конца язычка. Смещение язычка из начального положения мы обозначим через  $x$ . Легко сообразить, что, по мере того как язычок пригибается к планке, живое сечение, через которое проходит воздух, уменьшается, а следовательно, при постоянной разности давлений уменьшается и объемная скорость. Она достигнет наименьшего

значения, когда язычок полностью войдет в проем. Когда же при дальнейшем прогибании язычка он выйдет из проема по другую сторону планки, то объемная скорость будет нарастать. Зависимость объемной скорости от положения язычка, снятая

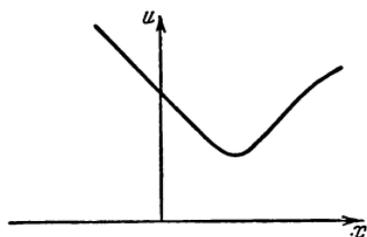


Рис. 50.

в статическом режиме (т. е. при неподвижном язычке — без колебаний), показана на рис. 50. Это — основная характеристика системы. Очень важно заметить, что на этой характеристике имеется падающий участок и что начальное положение язычка выбирается именно так, чтобы рабочая точка попала на падающий участок.

При помощи статической характеристики объемной скорости можно определить закон изменения скорости во времени, если известна форма колебаний язычка. Опыт показывает, что

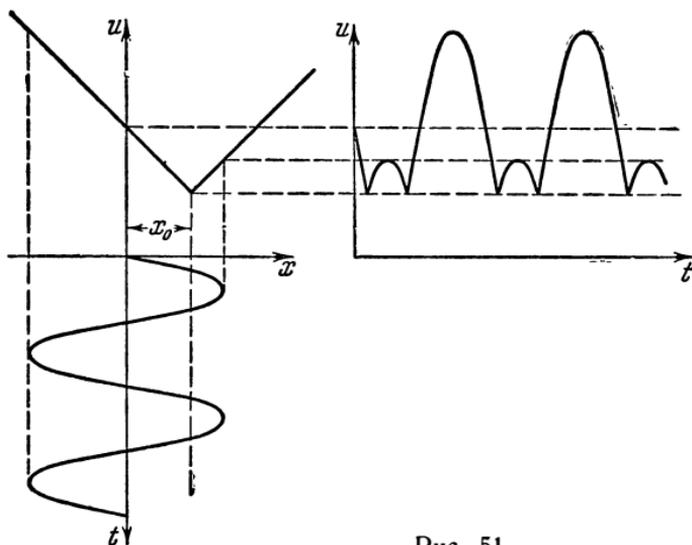


Рис. 51.

язычок колеблется практически синусоидально. Зная это, получаем осциллограмму объемной скорости воздуха простым построением, показанным на рис. 51 (на этом рисунке для упрощения характеристика объемной скорости представлена

двумя отрезками прямой; такая аппроксимация пригодна в случае очень тонкой планки).

Таким образом, при синусоидальном движении язычка изменение объемной скорости несинусоидально благодаря резкому излому характеристики скорости. Этим объясняется то, что звук гармонии, будучи очень богат обертонами, обладает специфическим тембром. Нетрудно предвидеть, — и опыт подтверждает это, — что при больших давлениях и, следовательно, при больших амплитудах спектр звука гармонии будет еще богаче.

Обратная связь в данной автоколебательной системе состоит в том, что движение язычка оказывает влияние на рабочую разность давлений. Это влияние осуществляется путем изменений объемной скорости в зависимости от положения язычка; изменения скорости в свою очередь вызывают колебания давления. Дело в том, что столб воздуха в камере обладает известной инерцией. При протекании воздуха по камере с неизменной скоростью эта инерция себя не проявляет. Если же скорость изменяется, т. е. если имеется ускорение, то возникает динамический перепад давления, пропорциональный массе воздуха в камере и ускорению. При положительном ускорении этот перепад уменьшает рабочую разность давлений, при отрицательном ускорении, т. е. при замедлении, — увеличивает. Учитывая это обстоятельство, мы можем построить осциллограмму силы, действующей на язычок (эта сила пропорциональна, очевидно, разности давлений  $p$ ). Сопоставив эту осциллограмму с синусоидой, изображающей движение язычка, получим диаграмму работы.

На рис. 52 изображены осциллограммы следующих величин (сверху вниз): смещения язычка  $x$ , объемной скорости  $u$ , динамического перепада  $\Delta p$ , пропорционального ускорению воздуха, рабочей разности давлений  $p$ . При помощи первой и четвертой осциллограмм построена диаграмма работы рис. 53. Как видим, она имеет форму эллипса, от которого отсекается сегмент, обходимый в противоположном направлении.

Теперь можно составить себе представление об энергетическом балансе. При очень малых амплитудах язычка объемная скорость меняется почти по синусоидальному закону. Когда же амплитуда превзойдет величину, соответствующую точке излома характеристики скорости (или, проще говоря,

когда язычок при колебаниях начнет уже проходить сквозь планку), то скорость примет резко несинусоидальный характер, показанный на рис. 51 и 52.

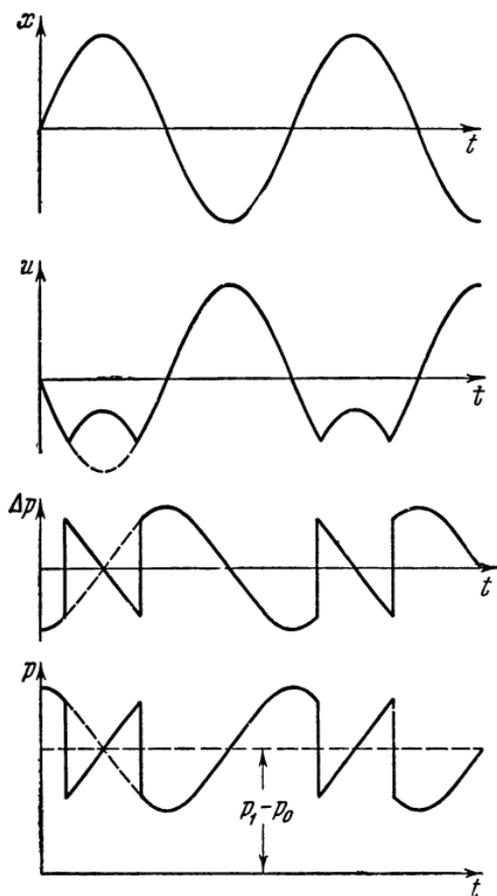


Рис. 52.

На диаграмме работы, имеющей для малых амплитуд вид эллипса, появится срез, отнимающий с дальнейшим увеличением амплитуды все большую долю площади эллипса. Поэтому, если при малых амплитудах вкладываемая в язычок энергия растет пропорционально квадрату амплитуды, то

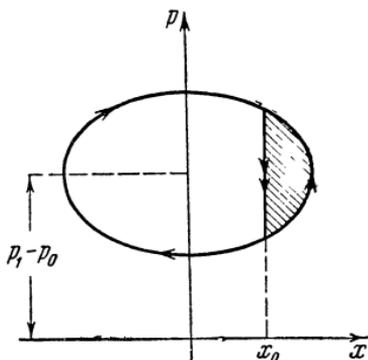


Рис. 53.

в дальнейшем рост  $E_+$  замедляется. В то же время теряемая энергия  $E_-$  растет неизменно пропорционально квадрату амплитуды (в рассматриваемом случае  $E_-$  зависит главным образом от потерь на звукоизлучение). Таким образом, мягко самовозбуждающийся язычок достигает предельной амплитуды.

Эти соображения очень сходны с высказанными в § 8 по поводу фрикционного маятника. В частности, графики для  $E_+$  и  $E_-$  имеют вид рис. 40.

Сказанное требует еще уточнения вот в каком отношении: при увеличении постоянного давления в мехе возрастает и постоянная разность давлений  $p_1 - p_0$ . Под действием этой разности язычок пригибается к проему (речь идет о статическом прогибе). Вследствие этого смещается рабочая точка на характеристике объемной скорости. Если давление настолько велико, что рабочая точка попадает на излом характеристики, то колебания вообще не возникают. В этом легко убедиться практически: при чрезмерном давлении колебания срываются. Кроме того, можно заметить, что срыв колебаний наступает раньше для слабо отогнутых язычков.

Из предыдущего видно, какую большую, решающую роль в механизме самовозбуждения язычка играет входная камера. Без камеры язычки вообще не возбуждаются в обычных режимах. Вместе с тем можно отметить, что рассмотренная система представляет собою пример динамической двузначности: фазовый сдвиг силы относительно движения получается только «на ходу» в результате запаздывания, обусловленного инерцией воздуха в камере. В этом смысле данная система аналогична электрическому звонку.

## § 11. ЧАСЫ

Вернемся еще раз к часам, чтобы разъяснить один важный специальный вопрос.

Об электрических часах уже говорилось в § 4. Теперь мы рассмотрим обычные механические часы.

Существует большое число конструкций механизмов, управляющих движением маятника; эти конструкции называются на профессиональном языке ходами.

Не перечисляя существующих разновидностей ходов, остановимся на одном из вариантов анкерного механизма — так называемом ходе Грэхема. Его устройство и действие поясняются рис. 54. Зубчатое колесо *1* получает вращающий момент (на рисунке вправо) от гиревого или пружинного завода. Якорь (анкер) *2* качается на оси, будучи жестко связан с маятником. Якорь снабжен двумя палеттами *3* и *4*. Через посредство палетт импульс сообщается маятнику два раза за период при прохождении его через среднее положение. Это происходит следующим образом: когда зубец колеса попадает на скошен-

ный торец палетты — так называемую «плоскость импульса», — то, проскальзывая по ней под действием вращающего колеса момента, зубец подталкивает якорь, а с ним и маятник. В это время вторая палетта опускается и удерживает очередной зубец, пока якорь снова не вернется в среднее положение. На рис. 54 изображено положение, когда маятник, двигаясь вправо, только что прошел среднее положение и получил импульс в том же направлении, так как зубец 5 проскользнул по скосу палетты 3. Палетта 4 уже опустилась и удерживает очередной зубец 6. Этот зубец сообщит импульс

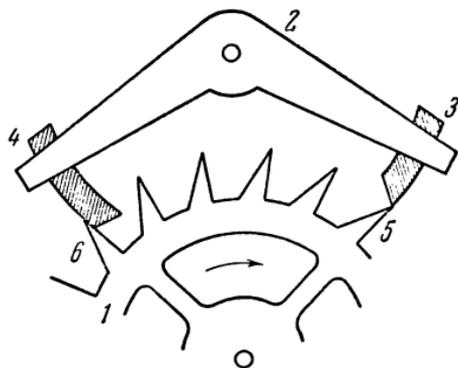


Рис. 54.

противоположного направления через посредство палетты 4 маятнику при проходе его через среднее положение справа налево.

Таким образом, дело сводится к тому, что маятник получает более или менее короткий импульс два раза за период. Так обстоит дело во всех часах, в том числе и в электрических часах, рассмотренных в § 4. Правда, в тех часах маятник получает не два, а один импульс за период, но это не имеет никакого принципиального значения. В последующих рассуждениях мы будем иметь в виду именно тот случай, когда маятнику за период сообщается один импульс.

Вопрос, который имелось в виду разобрать, — это вопрос о фазе импульса. То, что во всех хороших часах импульс сообщается в момент прохождения маятника через среднее положение, т. е. когда скорость его наибольшая, — общеизвестно. Но надо выяснить, что произойдет, если фаза импульса изменится. Оказывается, — и это для часов чрезвычайно суще-

ственно, — что действие импульса может проявляться не только в увеличении энергии маятника, что необходимо для поддержания его незатухающих колебаний, но и в изменении его периода. Само собою разумеется, что при конструировании часов нужно позаботиться о таком выборе соотношений, чтобы влияние воздействия импульса на период колебаний маятника было минимальным.

Займемся энергетической стороной вопроса. На рис. 55 даны осциллограммы движения и силы при разных фазах импульса.

*а.* Импульс сообщается в среднем положении маятника (фаза импульса — 0).

*б.* Импульс сообщается примерно на середине размаха (фаза импульса около  $45^\circ$ ).

*в.* Импульс сообщается в крайнем положении маятника, когда скорость его меняет знак (фаза импульса —  $90^\circ$ ).

*г.* Импульс того же знака сообщается при обратном движении маятника примерно на середине размаха (фаза импульса около  $135^\circ$ ).

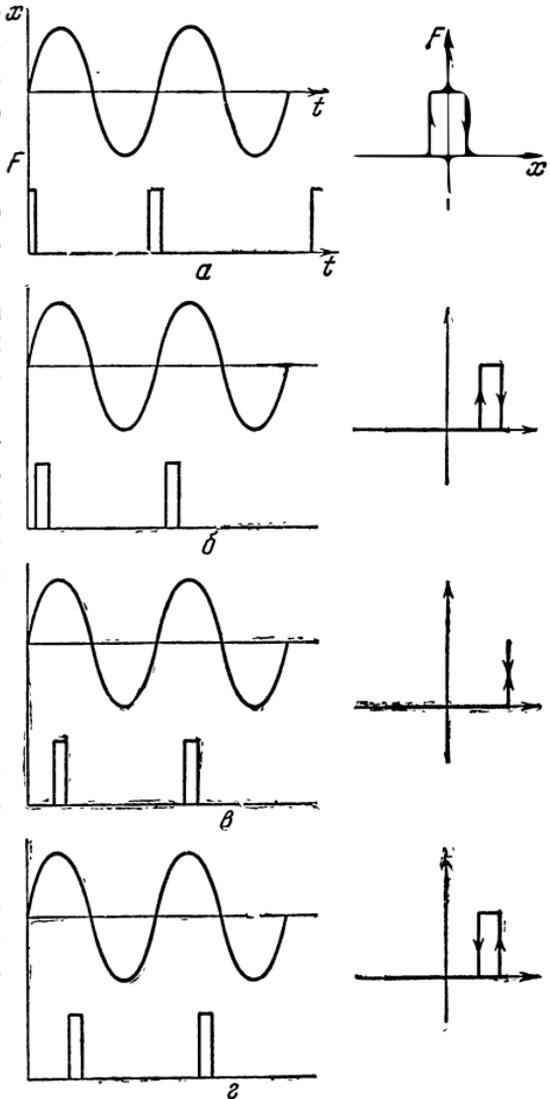


Рис. 55.

середине размаха (фаза импульса

Здесь же построены и диаграммы работы. Как видим, площадь диаграммы наибольшая при фазе нуль. При фазе  $90^\circ$  контур диаграммы вырождается в линию. Это значит, что энергия в маятник не вкладывается. При фазе свыше  $90^\circ$

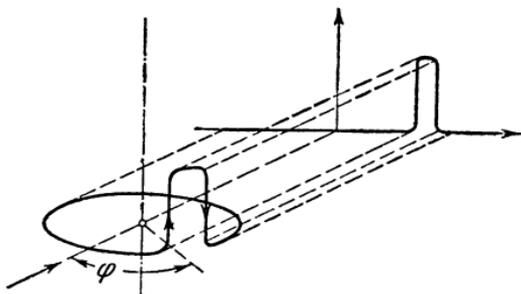


Рис. 56.

направление обхода диаграммы меняется. Это значит, что импульс не только не подталкивает маятник, но, напротив, тормозит его. Изменения диаграммы работы в зависимости от фазы импульса легко проследить, если представить себе

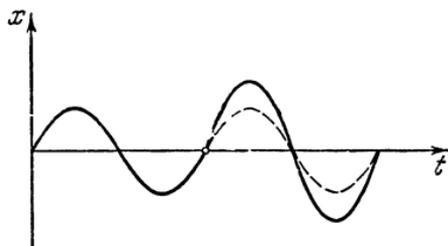


Рис. 57.

проекцию проволочной модели рис. 56 на плоскость, параллельную оси, при постепенном повороте модели вокруг оси.

Теперь выясним влияние фазы импульса на период. Если импульс действует с нулевой фазой, т. е. при проходе маятника через сред-

нее положение, то действие импульса состоит в увеличении скорости в этот момент. Имея большую начальную скорость, маятник совершит колебание с большей амплитудой, но продолжительность цикла его движения от этого не изменится. Это иллюстрируется рис. 57, на котором показано действие одиночного импульса. Происходящее изменение скорости на этом и последующих рисунках грубо преувеличено для наглядности, а влияние затухания не показано. На рис. 57 пунктиром намечено движение маятника, которое он совершал бы, если бы не получил импульса.

Посмотрим теперь, что получится, если мы приложим импульс в крайнем положении маятника. Условимся называть импульс положительным, если он направлен в ту же сторону, в которую отклонен маятник. На рис. 58 показано действие положительного импульса с фазой  $90^\circ$ . Пунктиром намечена синусоида невозмущенного движения маятника. Продолжительность импульса отмечена черточкой на оси. Импульс начи-

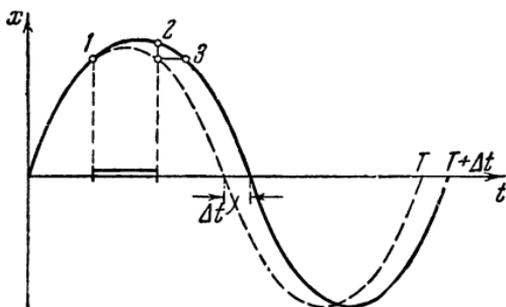


Рис. 58.

нает действовать в точке 1. Скорость маятника нарастает в направлении импульса в течение всего времени его действия. Импульс прекращается в точке 2. В точке 3 маятник имеет точно такую же скорость, какую он имел бы при невозмущенном движении в том же положении. Однако в это положение маятник приходит с запозданием, которое обусловлено действием импульса. Энергия в маятник не вложена, работа импульса равна нулю. Поэтому амплитуда последующего колебания маятника остается такой же, как и при невозмущенном движении. Стало быть, единственный результат действия импульса — это увеличения периода колебания на время  $\Delta t$ , т. е. соответствующее замедление хода часов.

Если на маятник с той же фазой  $90^\circ$  действует отрицательный импульс (или, что то же самое, положительный импульс с фазой  $270^\circ$ ), то и в этом случае изменения амплитуды колебания произойти не должно, так как работа импульса равна нулю. Что же касается влияния такого импульса на период, то оно иллюстрируется рис. 59. Действие импульса, уменьшающего скорость, проявляется в том, что в момент прекращения импульса маятник имеет такую же скорость,

какую он имел бы при невозмущенном движении в том же положении на  $\Delta t$  позже. Иными словами, действие импульса состоит в сокращении периода колебаний маятника, т. е. в ускорении хода часов.

Заметим, что действие отрицательного импульса с фазой  $90^\circ$  есть не что иное, как эффект удара маятника об ограничитель. А как известно, всякое ограничение свободных колебаний укорачивает их период<sup>1)</sup>.

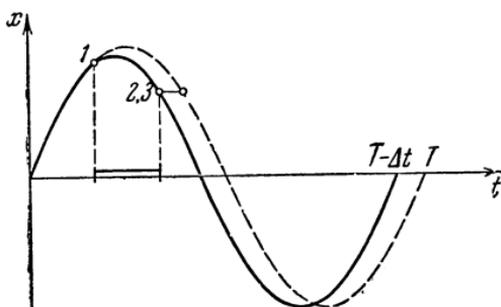


Рис. 59.

Рассмотренные соотношения тесно связаны с теми, которые можно вывести, рассматривая комплексную обратную связь (т. е. обратную связь с произвольной фазой) в радиотехнических устройствах. Об этом говорится в следующем параграфе.

В заключение, рискуя несколько запутать вопрос, следует все же предостеречь читателя от рассуждений, опирающихся на представление о бесконечно коротком импульсе. Эта абстракция в ряде случаев весьма полезна, и пользование ею к недоразумениям не ведет, однако данный случай составляет одно из исключений.

Мы понимаем под бесконечно коротким импульсом (речь идет о физической его трактовке) такое воздействие на механическую систему, которое вызывает мгновенное скачкообразное (точнее, совершающееся на протяжении бесконечно малого времени) изменение скорости системы. Предполагается, что система обладает конечной

<sup>1)</sup> Автор наблюдал случай, когда стенные часы с открытым маятником внезапно пошли раза в полтора быстрее. Оказалось, что причиной этой аномалии было то, что маятник при каждом взмахе ударялся о корешок тетради, положенной на столик около часов.

массой, т. е. что для изменения ее скорости нужен конечный импульс. Это в свою очередь означает, что бесконечно короткий импульс должен характеризоваться действием бесконечно большой силы на протяжении бесконечно малого промежутка времени.

Так вот, если бы мы попробовали провести предшествующие рассуждения о влиянии фазы импульса на колебания маятника для бесконечно короткого импульса, то мы пришли бы к частично неверным выводам.

В самом деле, пусть бесконечно короткий импульс с фазой  $90^\circ$  действует на маятник. На рис. 60 показаны осциллограммы: *а* — действие положительного импульса, *б* — действие отрицательного импульса. Если сравнить этот рисунок с рис. 58 и 59, то мы увидим, что суждение о влиянии на период, которое мы составили бы на основании рис. 60, правильно. Но как при положительном, так и при отрицательном бесконечно коротком импульсе получается увеличение

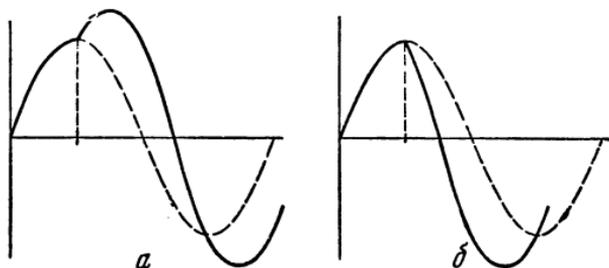


Рис. 60.

амплитуды последующего колебания. Так оно и должно быть: всякое увеличение абсолютной величины скорости маятника (т. е. независимо от знака) при данном его положении должно вызвать увеличение амплитуды колебания.

Итак, использование представления о бесконечно коротком импульсе требует известной осторожности.

Окончательный же вывод, к которому мы приходим, таков: как с точки зрения наибольшей работы импульса, так и с точки зрения наименьшего его влияния на величину периода наивыгоднейшей фазой импульса является фаза нуль, т. е. когда импульс сообщается маятнику при проходе его через среднее положение.

## § 12. РОЛЬ ФАЗЫ ОБРАТНОЙ СВЯЗИ

Мы уже не один раз видели, что фаза обратной связи играет существенную роль в вопросах автоколебаний. Вопрос о роли фазы будет теперь рассмотрен еще с несколько иной и в некотором отношении более общей точки зрения.

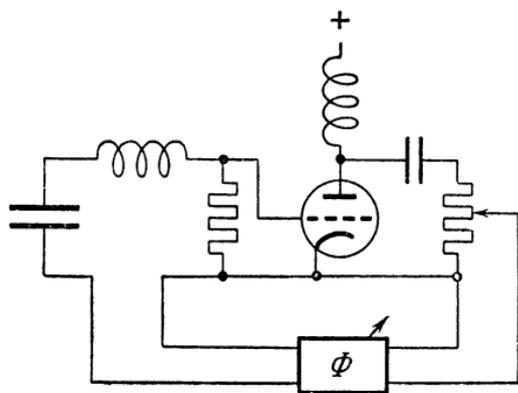


Рис. 61.

Рассмотрим схему рис. 61. Она состоит из колебательной системы в виде контура  $LCR$ . Напряжение  $U_R$  подается на сетку триода. С сопротивления в анодной цепи снимается переменная составляющая усиленного напряжения и через фазовращатель вводится

снова в контур. Таким образом, мы имеем обычную систему с обратной связью, в которой могут при известных условиях возникнуть автоколебания. Проследим в подробностях, что будет происходить при изменении фазы напряжения обратной связи  $U'$ . Для этого воспользуемся обычной векторной диаграммой, применяемой в теории переменных токов. Предполагая все токи и напряжения синусоидальными, можем составить диаграмму напряжений в контуре в виде рис. 62.

Здесь  $U_L$ ,  $U_C$  и  $U_R$  — соответственно напряжения на индуктивности, емкости и сопротивлении.  $U'$  — напряжение обратной связи, величину и фазу которого мы можем по желанию изменять. Фазный сдвиг напряжения  $U'$  обозначим через  $\varphi$  и будем отсчитывать его от вектора  $U_R$ .

Заметим, что диаграмма рис. 62 представляет также сопротивления в контуре. Для перехода от напряжений к сопротивлениям достаточно разделить напряжения на ток в контуре.

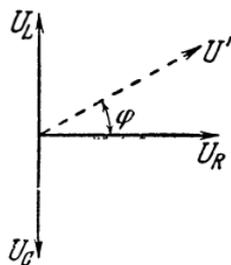


Рис. 62.

При такой постановке вопроса влияние напряжения  $U'$  можно представить, как результат введения в контур некоторого сопротивления  $Z'$ , равного частному от деления  $U'$  на ток в контуре. Тогда, отбрасывая всю цепь обратной связи, можно представить контур эквивалентной схемой рис. 63.

Теперь рассмотрим различные фазные соотношения. При  $\varphi = 0$   $U'$  совпадает по фазе с  $U_R$ , так что  $Z'$  есть активное сопротивление. При такой фазировке обратная связь просто увеличивает активное сопротивление контура. Это есть так называемая отрицательная обратная связь.

При  $\varphi = 180^\circ$   $U'$  имеет обратную фазу по отношению к  $U_R$ . Если оба напряжения равны друг другу по абсолютной величине (т. е. по амплитуде), то действие активного сопротивления уничтожается действием обратной связи.

Это эквивалентно тому, что  $Z'$  представляет собой отрицательное активное сопротивление, численно равное  $R$ . При этом теряемая в контуре энергия восполняется обратной связью. Такой режим есть режим самовозбуждения, а фазные соотношения при этом характеризуются как положительная обратная связь.

Если  $\varphi = +90^\circ$ , то напряжение  $U'$  противоположно по фазе напряжению  $U_C$  и совпадает по фазе с  $U_L$ . Сопротивление  $Z'$  имеет при этом, очевидно, индуктивный характер. Но с равным правом можно говорить, что обратная связь вводит в контур отрицательную емкость.

При  $\varphi = -90^\circ$  аналогичным образом возрастает напряжение  $U_C$ . Сопротивление  $Z'$  имеет емкостный характер; можно говорить также о введении отрицательной индуктивности.

Как видим, изменяя фазу обратной связи, можно полностью или частично компенсировать влияние каждого из параметров  $R$ ,  $L$  или  $C$ . Заметим, что фаза обратной связи  $\varphi = 180^\circ$  дает нам самовозбуждение без изменения собственной частоты колебательной системы. Если  $\varphi$  меньше  $180^\circ$  (рис. 64, а), то

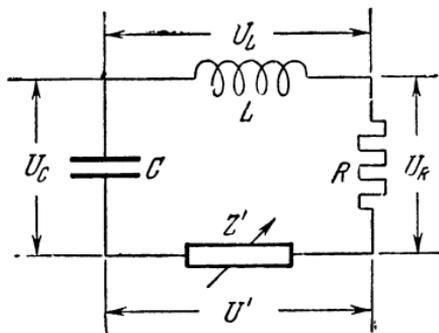


Рис. 63.

кроме компенсации  $U_R$  происходит еще частичная компенсация  $U_C$  (или, что то же, увеличение  $U_L$ ). Это ведет к уменьшению собственной частоты контура. Если же  $\varphi$  больше  $180^\circ$  (рис. 64, б), то самовозбуждение происходит на частоте выше номинальной.

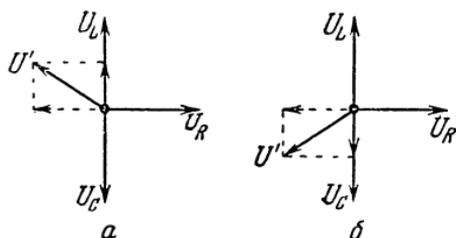


Рис. 64.

переменные силы: сила трения, сила инерции и возвращающая сила (зависящая от веса маятника). Сила, соответствующая напряжению обратной связи  $U'$  доставляется анкерным механизмом; она имеет характер периодических импульсов. Разложим эту силу на гармонические составляющие и заметим, что работу производит только первая гармоника; высшие гармоники (при чисто синусоидальном движении маятника) работы не совершают. Это вытекает из ортогональности тригонометрических функций (см. добавление в конце книги).

Сила, действующая на маятник, и ее первая гармоника изображены на рис. 65.

Наивыгоднейшие соотношения получатся, если первая гармоника силы будет совпадать по фазе со скоростью, т. е. будет противоположна по фазе трению. При этом сила будет опережать по фазе на  $90^\circ$  движение маятника. Скорость и смещение также представлены на рис. 65 для указанного наивыгоднейшего случая.

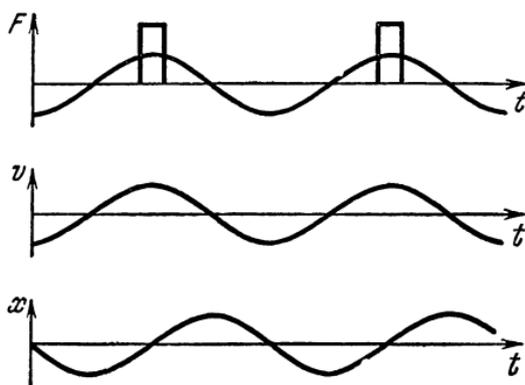


Рис. 65.

Теперь нам ясно, что изменение фазы неминуемо повлияет на период маятника, и мы, таким образом, подтверждаем заключение, сделанное в предыдущем параграфе на основании других соображений.

Из сказанного, между прочим, следует, что закон изменения силы, действующей на маятник, не играет никакой роли. Не требуется вовсе, чтобы импульсы были короткими. Достаточно, чтобы сила была периодическая (с периодом, равным периоду маятника; это условие обеспечивается автоматически работой механизма обратной связи) и чтобы первая гармоника этой силы опережала смещение маятника на  $90^\circ$ . При этом условии будет, во-первых, совершаться наибольшая работа, а во-вторых, будет отсутствовать влияние обратной связи на период маятника.

### § 13. ПАДАЮЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА И ОТРИЦАТЕЛЬНОЕ СОПРОТИВЛЕНИЕ

Мы уже встречались с падающей характеристикой в случае зависимости силы от скорости. Падающая характеристика обнаруживается и в электрических автоколебательных системах. Понятие падающей характеристики является довольно общим, равно как и тесно связанное с ним понятие отрицательного сопротивления. Эти понятия и их взаимную связь легче всего уяснить, рассмотрев режим стационарных синусоидальных колебаний.

Мы начнем несколько издалека, установив сначала фазовые соотношения и их влияние на энергетический баланс. При этом нам придется отчасти повторить сказанное в предыдущих параграфах.

Ранее было установлено, что если в колебательном режиме сила  $F$  и перемещение  $x$  совпадают по фазе, то совершаемая работа равна нулю. Наибольшая работа получается для сдвига фаз между силой и смещением на  $90^\circ$ . Однако от знака этого сдвига, т. е. от того, опережает сила смещение или запаздывает относительно него, зависит направление обхода диаграммы работы, а следовательно, и знак работы.

На рис. 66, *а* изображены осциллограммы смещения и силы для случая силы, опережающей смещение на  $90^\circ$ , а на рис. 66, *б* — соответствующая диаграмма работы.

На рис. 67, *а* изображены осциллограммы и диаграмма работы для случая запаздывающей на  $90^\circ$  силы. Как видим, в первом случае сила совершает работу, вкладываемую в си-

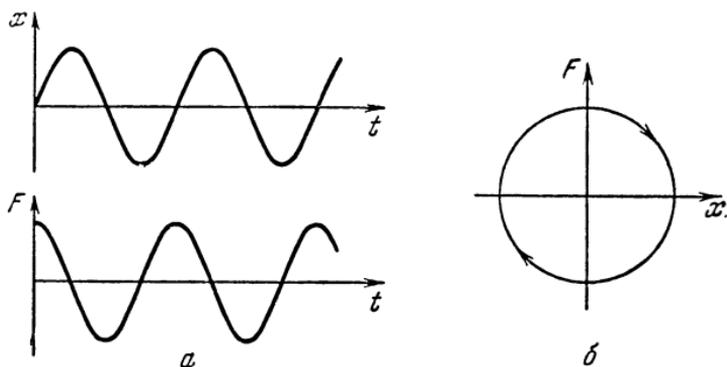


Рис. 66.

стему, а во втором случае энергия извлекается из системы, на что указывает направление обхода диаграммы рис. 67, *б*.

Посмотрим теперь, как обстоит дело с фазовыми соотношениями между силой  $F$  и скоростью  $v$ . При синусоидаль-

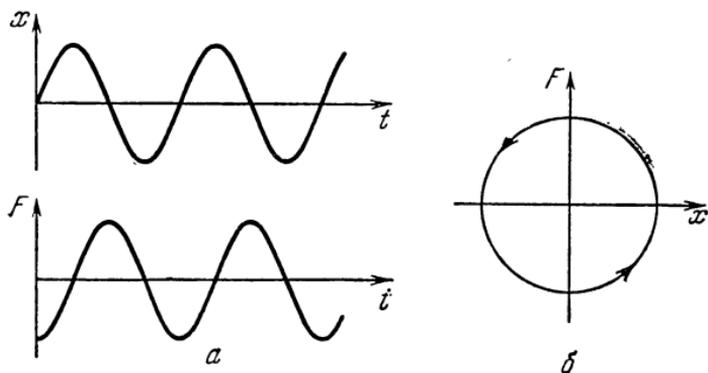


Рис. 67.

ном движении скорость (т. е. производная от смещения по времени) всегда опережает смещение по фазе на  $90^\circ$ . Следовательно, в случае опережающей смещение силы, т. е. при соотношениях, соответствующих рис. 66, мы имеем совпадение силы и скорости по фазе. В случае же, когда сила отстает от смещения на  $90^\circ$ , она отстает от скорости на  $180^\circ$ ,

и следовательно, в этом случае сила и скорость находятся в противоположных фазах. Изобразив зависимость силы от скорости для этих двух случаев, мы получим диаграммы рис. 68, *а* и *б*. Первая соответствует соотношениям рис. 66, вторая — рис. 67.

Характеристика рис. 68, *а* имеет положительный наклон, характеристика рис. 68, *б* — отрицательный. Характеристика с отрицательным наклоном — это есть п а д а ю щ а я характеристика.

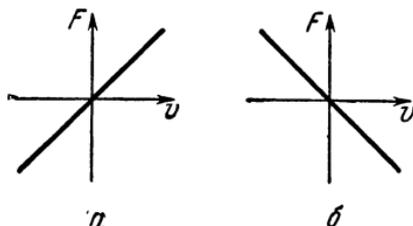


Рис. 68.

Мы видим, таким образом, что система с падающей характеристикой является источником колебательной энергии.

Наличие в системе элемента с падающей характеристикой означает возможность возникновения автоколебаний. Иначе говоря, введение в систему элемента с падающей характеристикой может превратить эту систему в автоколебательную.

Отношение приращения силы к приращению скорости называется механическим сопротивлением (речь идет о сопротивлении при колебательном движении)<sup>1)</sup>. Это отношение пред-

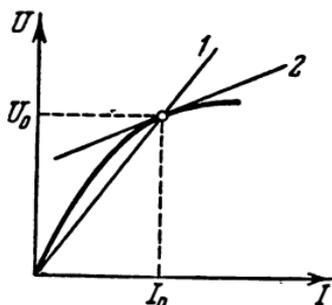


Рис. 69.

ставляет наклоном графика зависимости силы от скорости. Наклон графика положителен на рис. 68, *а* и отрицателен на рис. 68, *б*. На этом основании, характеризуя

1) Напомним, что если в электрической цепи вольтамперная характеристика нелинейна, то можно по-разному определять сопротивление цепи. Сопротивление постоянному току определяется для данного значения тока (или напряжения) наклоном секущей линии 1 (рис. 69). Сопротивление же переменному току при данной постоянной составляющей тока (или напряжения) определяется наклоном касательной 2 к вольтамперной характеристике в данной точке. Это сопротивление, выражаемое отношением бесконечно малого приращения напряжения к бесконечно малому приращению тока, называется дифференциальным сопротивлением. Именно это определение сопротивления и имеется здесь в виду.

систему с падающей характеристикой, говорят, что она обладает отрицательным сопротивлением. Это просто другой способ описания свойств системы с падающей характеристикой. Итак, можно сказать, что отрицательное сопротивление является источником энергии, тогда как положительное сопротивление — ее потребителем.

Если колебания возбуждены в системе с положительным сопротивлением и если система затем предоставлена самой себе, колебания будут затухать. Если сопротивление равно нулю, мы будем иметь незатухающие колебания. На этом основании можно говорить о всякой автоколебательной системе, совершающей установившиеся колебания, что в ней наряду с неизбежным положительным сопротивлением имеется также равное по абсолютной величине отрицательное сопротивление, так что сумма обоих сопротивлений — результирующее сопротивление — равна нулю.

Действие обратной связи в автоколебательной системе можно трактовать как внесение в систему отрицательного сопротивления. Действительно, недовозбужденный генератор, т. е. генератор, в котором обратная связь не доведена еще до самовозбуждения, может применяться в качестве колебательной системы с очень малым затуханием. Это опять иной аспект тех же энергетических соотношений: действие обратной связи состоит в подведении к колебательной системе энергии; в недовозбужденном режиме эта энергия частично восполняет потери в системе. Стоя на этой точке зрения, можно сформулировать условия самовозбуждения следующим образом: автоколебательная система может самовозбудиться, если отрицательное сопротивление сравнивается с положительным, т. е. если результирующее сопротивление обращается в нуль. Случай, когда результирующее сопротивление меньше нуля, т. е. когда оно отрицательно, не отвечает установившемуся режиму, так как при отрицательном результирующем сопротивлении приход энергии больше расхода, и система колеблется с возрастающей амплитудой.

В качестве примера и для выяснения еще одной подробности рассмотрим дуговой генератор, схема которого показана на рис. 70. Дуга питается от источника постоянного тока через реостат  $R_1$  и дроссель  $L_1$ ; последний защищает цепь источника от колебательного тока. Параллельно дуге под-

ключена цепь из  $R$ ,  $L$  и  $C$ . По отношению к колебательному току в этой цепи дуга включена последовательно.

Сопротивление дуги переменному току обозначено через  $R'$ . Таким образом, возможность возникновения автоколебаний определяется соотношением между положительным сопротивлением  $R$  и сопротивлением дуги  $R'$ , которое может быть и отрицательным.

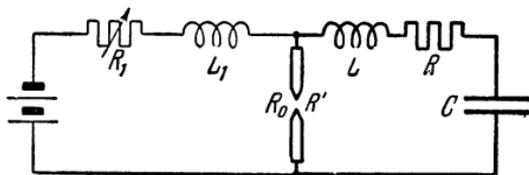


Рис. 70.

В схеме рис. 70

возможны колебания трех родов: 1) малые синусоидальные колебания на падающем участке характеристики; 2) разрывные колебания, связанные с периодическим гашением дуги, и 3) так называемые колебания с обратным зажиганием. Мы рассматриваем здесь только колебания первого рода. Что касается колебаний второго рода, имеющих для техники наибольшее значение, то их механизм ничем не отличается по существу от механизма колебаний в генераторе с неоновой лампой, который будет рассмотрен позже.

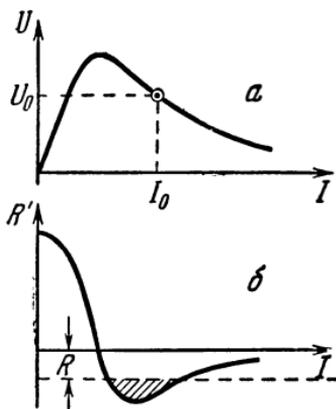


Рис. 71.

Вольтамперная характеристика дуги показана на рис. 71, а. Если выбрать рабочую точку на падающем участке характеристики (отмечена кружком), то сопротивление дуги переменному току  $R'$  (определяемое наклоном вольтамперной характеристики в данной точке) будет отрицательным. Не следует, однако, смешивать это сопротивление с сопротивлением постоянному току  $R_0$ , которое всегда положительно; оно равно отношению постоянных составляющих напряжения и тока ( $U_0$  и  $I_0$  на рис. 71, а). Таким образом, дуга обладает положительным сопротивлением для постоянного тока и отрицательным сопротивлением для переменного. Иными словами, дуга потребляет энергию постоянного тока и генерирует энергию переменного тока.

Вольтамперная характеристика дуги показана на рис. 71, а. Если выбрать рабочую точку на падающем участке характеристики (отмечена кружком), то сопротивление дуги переменному току  $R'$  (определяемое наклоном вольтамперной характеристики

в данной точке) будет отрицательным. Не следует, однако, смешивать это сопротивление с сопротивлением постоянному току  $R_0$ , которое всегда положительно; оно равно отношению постоянных составляющих напряжения и тока ( $U_0$  и  $I_0$  на рис. 71, а). Таким образом, дуга обладает положительным сопротивлением для постоянного тока и отрицательным сопротивлением для переменного. Иными словами, дуга потребляет энергию постоянного тока и генерирует энергию переменного тока.

Условия самовозбуждения иллюстрируются рис. 71, б, на котором построен график  $R'$ , т. е. наклона вольтамперной характеристики (производной от  $U$  по  $I$ ). Сопротивление  $R'$ , положительное вначале, убывает и, перейдя через нуль, становится отрицательным. Если теперь перенести ось абсцисс на отрезок  $R$  вниз, как показано пунктиром на рис. 71, б, то относительно этой новой оси мы получим график результирующего сопротивления в контуре, включающем в себя дугу. Область самовозбуждения характеризуется участком, на котором результирующее сопротивление отрицательно.

В заключение заметим, что условие неположительности результирующего сопротивления есть удобная в ряде случаев формулировка условий самовозбуждения. Однако изучение баланса энергий и исследование устойчивых амплитуд автоколебаний удобнее вести, опираясь на зависимости от амплитуды величин  $E_+$  и  $E_-$ , как это мы и делали раньше.

## § 14. АНАЛИЗ ФАЗ

Исследование автоколебаний имеет практическую ценность, если в результате этого исследования мы получаем возможность отвечать на ряд основных вопросов, а именно: возможны ли в данной системе автоколебания; при каких условиях они возможны; если невозможны, то что нужно сделать, чтобы система приобрела свойства автоколебательной; если колебания возникают, то как можно видоизменить систему, чтобы исключить возможность самовозбуждения, и т. п. По крайней мере на первый из этих вопросов мы можем уже частично дать ответ.

В предыдущих параграфах установлено и показано на различных примерах, что автоколебания возможны в том случае, когда в результате действия обратной связи возникает сила, совпадающая по фазе со скоростью (или, что то же, опережающая смещение на  $90^\circ$ ). Это положение позволяет нам анализировать различные системы и выяснять их способность к автоколебаниям.

Если в системе имеется отрицательное сопротивление, т. е. падающая характеристика зависимости силы от скорости, то вопрос ясен, так как требуемое соотношение фаз налично.

Но очень часто в системе более или менее сложным образом связан между собою целый ряд физических величин; су-

ществует целая цепь, в каждом звене которой имеется свой фазный сдвиг. В этих случаях нужно проанализировать всю цепь и найти в конце концов интересующее нас соотношение фаз между силой и скоростью (или между напряжением и током в случае электрической системы).

Сделаем несколько предварительных замечаний. Во-первых, заметим, что во всякой замкнутой цепи преобразования колебательных величин суммарный фазный сдвиг после обхода всей цепи равен нулю, а на любом участке этой цепи, включающем в себя несколько звеньев, фазный сдвиг равен сумме сдвигов в каждом отдельном звене. Такого рода замкнутая цепь представлена на рис. 72, где  $x_1, x_2, \dots, x_k$  означают те или иные колебательные величины. Первое звено преобразует величину  $x_1$  в величину  $x_2$ ; мы обозначим это звено и его действие символом  $x_1 \rightarrow x_2$ . Колебательная величина  $x_2$  на выходе звена сдвинута относительно  $x_1$  на угол  $\varphi_1$ . Во втором звене  $x_2 \rightarrow x_3$  величина на выходе  $x_3$  сдвинута относительно  $x_2$  на  $\varphi_2$ , и так далее. Если подключить

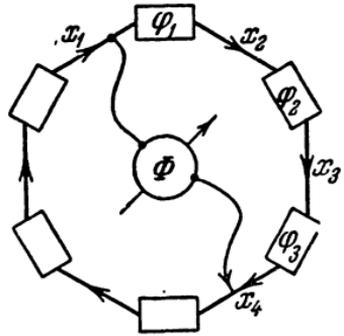


Рис. 72.

фазометр, как показано на рисунке, т. е. так, чтобы измерялся фазный сдвиг между  $x_4$  и  $x_1$ , — при этом измеряется фазный сдвиг на цепочке из трех звеньев  $x_1 \rightarrow x_2$ ,  $x_2 \rightarrow x_3$  и  $x_3 \rightarrow x_4$ , — то фазометр покажет, очевидно, фазный сдвиг, равный сумме сдвигов  $\varphi_1, \varphi_2$  и  $\varphi_3$ . Если теперь обойти всю замкнутую цепь, то результирующий фазный сдвиг будет, очевидно, равен нулю, так как в этом случае речь идет о фазном сдвиге между какой-либо из величин  $x_k$  и ею самой.

Во-вторых, заметим, что во всякой автоколебательной системе образуется замкнутая цепь взаимосвязанных колебательных величин. Такая замкнутая цепь возникает благодаря наличию обратной связи, соединяющей выход системы с ее входом. Выделив эту замкнутую цепь, мы можем применить к ней сказанное выше о соотношениях фаз в замкнутой цепи.

Теперь заметим, что вопрос о том, возможны ли в данной системе автоколебания, сводится к вопросу о том, какова фаза возникающей в результате действия обратной связи колеба-

тельной силы по отношению к колебательной скорости. Если сила совпадает со скоростью по фазе, то она будет раскачивать систему — это значит, что автоколебания возможны. Если же сила противоположна скорости по фазе, то она будет тормозить колебательное движение, которое становится затухающим. В этом случае автоколебания невозможны. Итак, мы должны представить себе, что колебания в системе тем или иным способом возбуждены, затем исследовать фазовые соотношения и установить, возможны ли нарастающие колебания.

Для выполнения этого анализа нужно:

1. Выделить замкнутую цепь колебательных величин, включая обратную связь.

2. Выделить то основное звено, фазные соотношения в котором играют решающую роль (например, звено, связывающее силу со скоростью или со смещением, или напряжение с током и т. п.).

3. Определить тем или иным способом фазные сдвиги во всех остальных звеньях.

4. Просуммировать все эти сдвиги и вычесть сумму из нуля; результат даст искомый сдвиг в основном звене.

Для того чтобы облегчить себе эту операцию, полезно составить функциональную схему системы в виде той самой цепи взаимосвязанных величин, о которой только что говорилось. Все эти соображения мы поясним на примерах.

В качестве первого примера выберем гармонный язычок. В этой системе мы имеем дело со следующими величинами

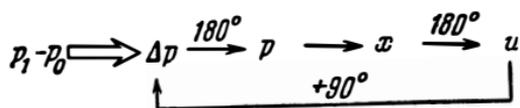


Рис. 73.

(см. § 10):  $p_1 - p_0$  — номинальная разность давлений,  $\Delta p$  — перепад давления в камере, обусловленный ускорением воздуха в камере,

$p$  — рабочая разность давлений, меньшая номинальной на величину перепада,  $x$  — смещение язычка,  $u$  — объемная скорость воздуха. Взаимосвязь между всеми этими величинами может быть представлена функциональной схемой рис. 73.

На этой схеме  $p_1 - p_0$  — источник энергии; переменные величины  $\Delta p$ ,  $p$ ,  $x$ ,  $u$  образуют замкнутую цепь взаимодействия; цепь замкнута обратной связью с  $u$  на  $\Delta p$ .

Искомой величиной является фазный сдвиг в звене  $p \rightarrow x$ . Нужно установить фазные сдвиги во всех остальных звеньях.

1. Звено  $\Delta p \rightarrow p$ . Рабочая разность давлений  $p$  равна постоянной номинальной разности  $p_1 - p_0$  за вычетом перепада. Значит, переменная составляющая  $p$  сдвинута по фазе относительно  $\Delta p$  на  $180^\circ$ . Этот сдвиг отмечен на схеме.

2. Звено  $x \rightarrow u$ . Связь между смещением язычка и изменением объемной скорости известна: она выражается падающей характеристикой. Значит, между  $x$  и  $u$  также имеется сдвиг на  $180^\circ$ .

3. Звено  $u \rightarrow \Delta p$  (обратная связь). Перепад пропорционален ускорению воздуха, т. е. производной от скорости по времени. Значит, в звене  $u \rightarrow \Delta p$  имеется сдвиг  $+90^\circ$ .

Результирующий сдвиг составляет  $+90^\circ$ . Следовательно, в остающемся звене сдвиг фазы между  $p$  и  $x$  составляет  $-90^\circ$ , т. е. сила опережает смещение на  $90^\circ$ , что и требуется для автоколебаний.

Фазные соотношения очень наглядно представляются векторными диаграммами теории переменных токов. Эти диаграммы можно применять и в случае несинусоидальных колебаний, относя их к первым гармоникам рассматриваемых переменных величин. Для системы гармонического язычка векторная диаграмма изображена на рис. 74.

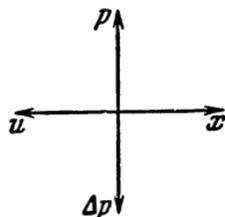


Рис. 74.

В рассмотренном примере интересно вот что: имеется падающая характеристика зависимости  $u$  от  $x$ . Это, однако, не та падающая характеристика, которая непосредственно обуславливает появление в системе отрицательного сопротивления. Но всякая падающая характеристика означает сдвиг фаз на  $180^\circ$  между переменными составляющими величин, взаимозависимость которых данная падающая характеристика выражает. Таким образом, мы видим, что падающая характеристика зависимости  $u$  от  $x$  играет в данном случае решающую роль в образовании надлежащих фазных соотношений. Если бы не было этой падающей характеристики, то сила не совпала бы по фазе со скоростью, а была бы с нею в противофазе, или, что то же, не опережала бы смещение

язычка на  $90^\circ$ , а, наоборот, отставала бы на  $90^\circ$  и автоколебания были бы невозможны.

В качестве второго примера рассмотрим паровую машину. Здесь мы введем ряд обозначений, которые не фигурировали в нашем описании действия паровой машины в § 6. Именно,

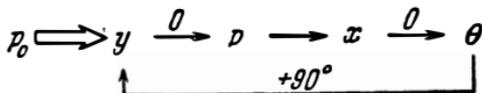


Рис. 75.

обозначим:  $x$  — смещение поршня,  $y$  — смещение золотника,  $p$  — давление пара в цилиндре,  $\theta$  — угол поворота кривошипа и вала. Величины  $x$  и  $\theta$  будем отсчитывать от одного и того же положения; тогда они будут совпадать по фазе. Смещение золотника  $y$  и давление пара  $p$  будем также считать совпадающими по фазе. Тогда схема и векторная диаграмма для рассматриваемого случая будут иметь вид, показанный на рис. 75 и 76. В звеньях  $y \rightarrow p$  и  $x \rightarrow \theta$  фазный сдвиг равен нулю. В звене  $\theta \rightarrow y$  (обратная связь) фазный сдвиг равен  $+90^\circ$ , так как движение золотника происходит с опережением (точнее, сдвиг составляет  $90^\circ + \delta$ , см. § 6). Таким образом, результирующий сдвиг составляет  $+90^\circ$ , а искомый сдвиг в звене  $p \rightarrow x$  составляет  $-90^\circ$ , как оно и должно быть.

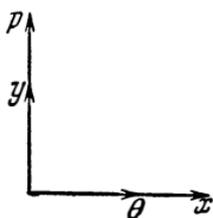


Рис. 76.

Само собою разумеется, что фазный сдвиг между силой и смещением не должен составлять ровно  $90^\circ$ . Достаточно хотя бы небольшого опережения, т. е. наличия составляющей силы, совпадающей по фазе со скоростью; возможность самовозбуждения устанавливается затем исследованием энергетического баланса.

Рассмотрим еще один пример — электрический звонок. Здесь для целей анализа удобно ввести еще одну условную переменную: функцию коммутации, которая выражает проводимость цепи для постоянного тока. Обозначим ее через  $y$ ; тогда, если  $I$  — ток,  $F$  — сила,  $x$  — смещение якоря, схема будет иметь вид рис. 77. В звене  $I \rightarrow F$  фазного сдвига нет. Что же касается звена обратной связи  $x \rightarrow y$ , то из зависи-

мости между этими величинами, представленной на рис. 78, следует, что фазный сдвиг между ними составляет  $180^\circ$  (речь идет, разумеется, о первых гармониках). В звене  $y \rightarrow I$  имеется запаздывание на некоторый угол  $\varphi$ , обусловленное

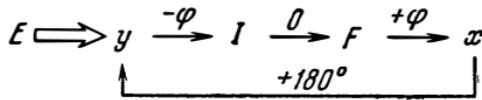


Рис. 77.

влиянием индуктивности и искрообразования. Стало быть, в звене  $F \rightarrow x$  величина  $x$  сдвинута по фазе относительно  $F$  на угол  $180^\circ + \varphi$ , т. е. имеется требуемое опережение на угол  $180^\circ - \varphi$ , как показано на векторной диаграмме рис. 79.

В заключение этого параграфа нужно пояснить, что наличие благоприятных фазных соотношений еще не означает возможности существования устойчивых автоколебаний. Необхо-

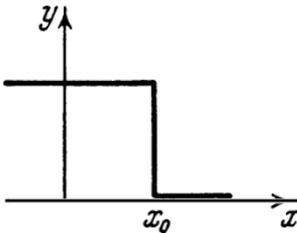


Рис. 78.

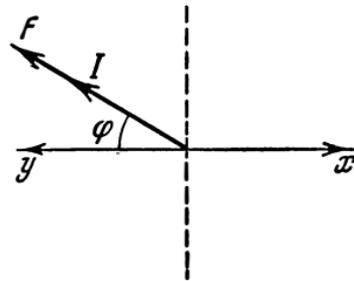


Рис. 79.

дное для этого условие состоит в том, что доставляемая в систему энергия должна покрывать потери. И энергетические соотношения можно, впрочем, исследовать при помощи векторных диаграмм. Для этого нужно строить диаграммы с соблюдением некоторого определенного масштаба и наряду с движущими силами, обусловленными действием обратной связи, строить на диаграмме также тормозящие силы, находящиеся в противофазе со скоростью и зависящие от потерь и от реакции потребителя. Условие существования устойчивых автоколебаний будет тогда с точки зрения векторной диаграммы состоять в том, что сумма проекций всех сил на вектор скорости равна нулю.

Все сказанное в этом параграфе представляет собою изложенные в несколько необычном виде соображения, относящиеся к известному в теории автоколебаний условию «баланса фаз и амплитуд».

Эти соображения приводят к известным критериям устойчивости Найквиста, Цыпкина, Михайлова. Однако эти критерии здесь не разбираются, и вот почему: во-первых, их применение требует знания количественных соотношений — мы же ограничиваемся рассмотрением только качественной стороны дела, — во-вторых, эти критерии приспособлены для описания свойств системы в целом, тогда как для нас представляет интерес выяснение роли каждого звена сложной системы в отдельности.

## § 15. РЕЛАКСАЦИОННЫЕ КОЛЕБАНИЯ

Пересматривая различные виды автоколебаний, мы различаем два типа колебаний, называемых обычно почти гармоническими <sup>1)</sup> и релаксационными.

Внешнее различие этих двух типов колебаний есть различие в форме. Форма почти гармонических колебаний близка к синусоидальной; их частота определяется обычно собственной частотой задающей колебательной системы.

Релаксационные колебания резко несинусоидальны. Они зачастую принимают форму разрывных колебаний, когда наблюдаемая величина изменяется скачком.

Существенное различие почти гармонических и релаксационных колебаний определяется различием в порождающих эти колебания механизмах и, в частности, в свойствах колебательных систем.

Если колебательная система состоит из двух элементов, в каждом из которых может запасаться энергия, то процесс колебания состоит в периодическом обмене запасом энергии между обоими элементами. Например, для случая механической колебательной системы, составленной из массы и упругости, запас энергии системы то сосредоточивается в виде

---

<sup>1)</sup> Почти гармонические колебания называют иногда томсоновскими; это название связано с формулой Томсона, выражающей собственную частоту системы через ее параметры (например, индуктивность и емкость).

кинетической энергии движущейся массы, то переходит в потенциальную энергию деформированного упругого элемента. Аналогично обстоит дело для электрического колебательного контура, составленного из индуктивности и емкости. Свободные колебания таких систем мало отличаются от синусоидальных. Посредством обратной связи можно превратить такие системы в почти гармонические автоколебательные.

Иначе обстоит дело в релаксационной системе. Одним из ее признаков является то, что в ней имеется не два накопителя энергии (например, индуктивность и емкость), а лишь один (например, емкость).

«Периодическое движение в системе становится по существу обменом энергии между внешней средой и системой, в которой имеется лишь один накопитель энергии.

Обмен энергией происходит следующим образом: имеется система, из которой энергия притекает к накопителю, и, вообще говоря, другая система, куда энергия уходит из накопителя. Колебание складывается в этом случае из двух частей:

- а) приток энергии из первой системы к накопителю,
- б) отток энергии от накопителя во вторую систему.

Накопитель энергии является как бы ее транзитным складом, попеременно наполняющимся и пустеющим. Конечно, вся физическая картина колебаний этого рода резко отличается от картины томсоновских колебаний» ([<sup>5</sup>], стр. 163).

Основываясь на этих соображениях, можно составить представление о том, каково должно быть действие клапана в релаксационной системе. Клапан должен иметь два положения: «открыт» и «закрыт». В положении «закрыт» клапан отключает от накопителя сток (потребляющую систему); в этом положении происходит накопление энергии. В положении «открыт» клапан сообщает накопитель со стоком, в результате чего накопитель отдает свой запас энергии. Но при этом совершенно очевидно, что клапан должен открываться при одном значении энергии накопителя, а закрываться при другом, а именно, меньшем значении. Таким образом, характеристика клапана должна характеризоваться перепадом между указанными двумя значениями.

Из предыдущего следует, что релаксационные колебания должны иметь вполне определенный размах, зависящий от перепада характеристики клапана. Что же касается частоты

релаксационных колебаний, то она зависит от скорости процессов накопления и расходования запасов энергии накопителя, т. е., в конечном счете, от параметров системы.

Все эти представления можно уяснить себе, рассмотрев какую-либо конкретную релаксационную систему. В предыдущем мы имели пример релаксационной системы: это — пневматический молоток. Единственный накопитель энергии в его устройстве — масса поршня, способная накапливать кинетическую энергию и отдавать ее при ударе.

В качестве другого примера мы рассмотрим генератор с неоновой лампой. Схема генератора изображена на рис. 80. Она

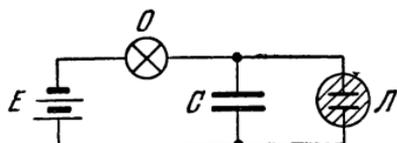


Рис. 80.

состоит из батареи  $E$ , ограничителя тока  $O$  (например, диода в режиме насыщения), конденсатора  $C$  и неоновой лампы  $L$  (лампы тлеющего разряда). Действие этой схемы описывается обычно следующим образом: с момента включения батареи в

конденсатор течет зарядный ток, постоянство которого поддерживается ограничителем. Вследствие этого заряд конденсатора, а следовательно, и напряжение на нем, нарастает линейно со временем. Когда напряжение достигнет напряжения зажигания неоновой лампы  $L$ , лампа вспыхивает (т. е. происходит ионизация заключенного в ней разреженного газа и возникает большая ионная проводимость). Конденсатор быстро разряжается через проводимость лампы, пока напряжение не упадет до значения  $U_1$  — напряжения потухания. Лампа гаснет (т. е. ионизация, а с нею и проводимость пропадают), после чего возобновляется процесс зарядки конденсатора, и так далее. В результате получается периодическое изменение напряжения между значениями  $U_1$  и  $U_2$ , как показано на осциллограмме рис. 81. Характеристика неоновой лампы как клапана показана на рис. 82.

Это описание само по себе не встречает возражений, однако попытка построить диаграмму работы сразу наталкивается на затруднения. В каких переменных строить диаграмму? В данной чисто электрической системе мы должны выбрать переменные  $U$  — напряжение и  $Q$  — заряд. При этом понимается, что  $U$  — внешнее напряжение, доставляемое ис-

точником. Что же касается  $Q$ , то эта величина должна выражать заряд в колебательной системе. Что является в данной схеме колебательной системой? Эту роль играет, очевидно, конденсатор, периодически заряжающийся и разряжающийся. Клапаном является неоновая лампа, управляющая чередованием



Рис. 81.

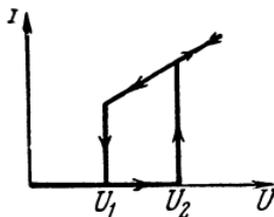


Рис. 82.

процессов заряжения и разряжения конденсатора. Обратная связь с колебательной системы на клапан состоит в том, что неоновая лампа зажигается и гаснет в зависимости от напряжения на конденсаторе. Таким образом, полный состав автоколебательной системы налицо. Однако напряжение на конденсаторе всегда пропорционально его заряду, и наоборот. Никакой двузначности, ни статической, ни динамической, в этой зависимости нет и быть не может. Значит, диаграмма работы имеет вид, показанный на рис. 83, т. е. представляет собою отрезок прямой, независимо от вида осциллограммы, и следовательно, автоколебания невозможны. Между тем схема работает! Дело усложняется еще и тем, что источник все время расходует энергию на покрытие потерь в неоновой лампе, через которую протекает пульсирующий ток, так что мощность, теряемая в лампе, имеет периодическую составляющую. Однако энергетические взаимоотношения источника энергии (т. е. батареи) с лампой не имеют прямого отношения к автоколебаниям; в колебательную систему, как мы убедились, энергия не поступает.

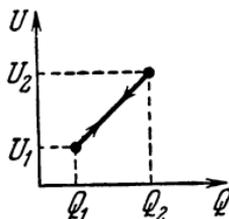


Рис. 83.

Нам не удастся свести концы с концами вот по какой причине, связанной с особенностями данной схемы. Дело в том, что в этой схеме нужно учесть наличие какого-либо

потребителя колебательной энергии. В ранее рассмотренных случаях этого не нужно было делать: мы просто предполагали, что вложенная в колебательную систему энергия так или иначе расходуется. При этом механизм, пополняющий убыль энергии в колебательной системе, действует независимо от наличия потребителя. В данной же схеме энергия в колебательную систему вкладывается лишь в меру ее расходования. Следовательно, в отличие от ранее рассмотренных случаев в схеме с неоновой лампой амплитуда установившихся колебаний не зависит от энергетического баланса. И действительно, как мы видели, в схеме без потерь (рис. 80) устанавливается колебательный режим с вполне определенной амплитудой, определяемой разницей между напряжениями зажигания и потухания. Таким образом, для данной схемы график зависимости  $E_+$  и  $E_-$  от амплитуды нечего строить, так как  $E_+$  и  $E_-$  всегда равны друг другу.

Введя в схему потребитель колебательной энергии, мы сможем построить диаграмму работы. Пусть последовательно с конденсатором включено омическое сопротивление  $R$  (рис. 84). По этому сопротивлению будет проходить переменный ток, и следовательно, в нем будет выделяться некоторая мощность. Благодаря наличию сопротивления общее напряжение  $U$  уже не будет равняться напряжению  $U_C$  на конденсаторе.

Во время зарядки конденсатора  $U_C$  меньше  $U$  на величину падения напряжения на сопротивлении  $R$ . Эта разность остается во время зарядки постоянной, так как величина тока поддерживается ограничителем. После зажигания лампы напряжение на ней меньше напряжения на конденсаторе, так как ток, идущий через сопротивление  $R$ , меняет свое направление и знак падения напряжения меняется на обратный. Таким образом, напряжение  $U$  в момент зажигания лампы изменяется скачком. Величина этого скачка обозначена через  $\Delta U$  на последующих рисунках. На осциллограммах рис. 85 изображено изменение во времени напряжений  $U$  и  $U_C$ . По этим осциллограммам, принимая во внимание, что заряд  $Q$  прямо про-

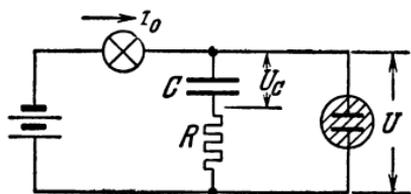


Рис. 84.

порционален  $U_C$ , можно построить диаграмму работы, которая и изображена на рис. 86. При увеличении сопротивления  $R$  энергия, поглощаемая за цикл, а следовательно, и доставляемая источником, будет возрастать. При этом площадь диаграммы работы будет возрастать за счет роста вертикального отрезка  $\Delta U$ .

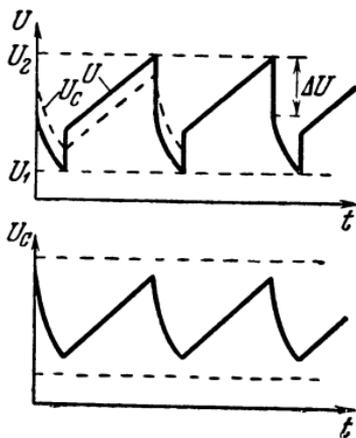


Рис. 85.

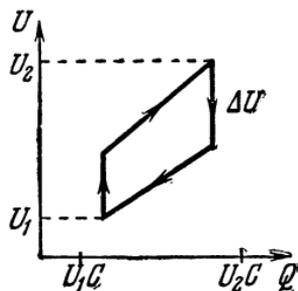


Рис. 86.

На этом мы закончим исследование генератора с неоновой лампой. В следующих параграфах нам еще встретятся системы с аналогичными свойствами.

## § 16. ФРИКЦИОННЫЕ АВТОКОЛЕБАНИЯ

Фрикционные (т. е. обусловленные трением) релаксационные автоколебания — пожалуй наиболее распространенный вид автоколебаний. Фрикционные колебания в форме различных скрипов воспринимаются нами постоянно. Скрипит паркет под нашими ногами, скрипит кожаная обувь, скрипят вилка по тарелке и палец по стеклу, скрипят двери и ворота, скрипит пробка флакона, скрипит (скрежешет) трамвай на закруглении пути, скрипит гвоздь, выгибываемый из доски. Совершенно аналогичные явления происходят и в скрипке, на что прямо указывает краткое и точное название этого музыкального инструмента.

Наблюдая перечисленные и многие другие явления, мы замечаем следующие три обстоятельства: во-первых, скрип наблюдается повсеместно, откуда следует, что условия самовозбуждения этого вида автоколебаний легко осуществляются.

Во-вторых, эти колебания достигают иногда очень большой мощности, о чем можно судить хотя бы по слуховым ощущениям. И, в-третьих, этот вид колебаний обладает поразительной устойчивостью. Какая-нибудь калитка может на протяжении многих лет скрипеть своим особым «голосом», не подвергаясь никаким изменениям.

Скрип возникает при скольжении одного тела по другому. В общих чертах картина явления такова: когда на упругое тело, прижатое к другому, действует касательная сила, то сперва относительно движения по поверхности соприкосновения обоих тел нет, так как они сцеплены между собою силой трения покоя. Поэтому приложенная сила вызывает только деформацию тела. Когда же при увеличении приложенной силы и соответственном возрастании деформации упругая сила превзойдет, наконец, силу трения покоя, произойдет срыв. Тело скачком перейдет в новое положение, потеряв упругую деформацию, после чего все будет происходить в том же порядке. На рис. 87

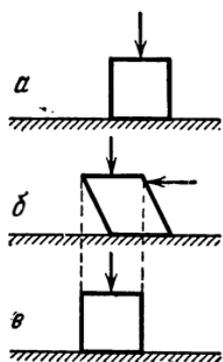


Рис. 87.

все это показано схематически: *а* — упругое тело прижато к другому вертикальной силой; *б* — приложена горизонтальная (касательная) сила; накапливается упругая деформация; *в* — произошел срыв. Упругое тело заняло новое положение.

То, что колебания описанного типа зависят именно от трения, всем хорошо известно. Мы знаем из повседневного опыта, что стоит смазать трущиеся поверхности (маслом — металлические, мылом — деревянные), чтобы скрип исчез, хотя бы на некоторое время.

Закономерности фрикционных автоколебаний удобно изучить на какой-либо простой модели, вроде показанной на рис. 88. На этом рисунке изображен двигатель 1, равномерно вращающий маховик 2. К ободу маховика прижата колодка 3, удерживаемая пружиной 4. Колодка увлекается маховиком при его вращении. Этому препятствует пружина; при известном растяжении она отрывает колодку и возвращает ее на прежнее место. Все это возможно благодаря резкому различию между силами трения, покоя и скольжения. Поэтому для фрикционных автоколебательных систем основное значение

имеет характеристика трения, т. е. зависимость силы трения от относительной скорости трущихся тел.

Предположим для начала (упрощая действительные соотношения), что характеристика трения имеет вид, показанный на рис. 89, т. е. что сила трения покоя (при относительной скорости, т. е. скорости скольжения, равной нулю) имеет значение  $F_2$  большее, чем при сколь-

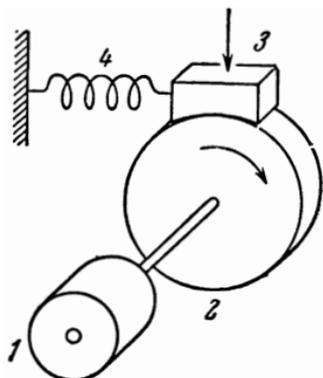


Рис. 88.

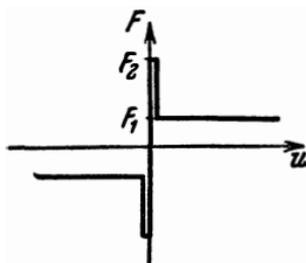


Рис. 89.

жении. При этом предполагается, что сила трения скольжения  $F_1$  не зависит от относительной скорости.

Зная характеристику трения и упругость пружины, можем найти то положение  $x_2$  колодки, в котором происходит срыв. Это положение определяется по характеристике пружины, т. е. по зависимости упругой силы  $F_s$  от растяжения  $x$ , как показано на рис. 90. Обычно пренебрегают для упрощения

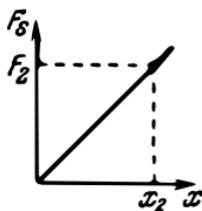


Рис. 90.

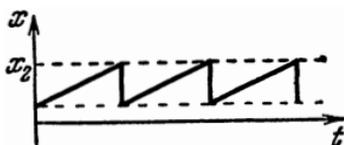


Рис. 91.

влиянием массы колодки. Тогда график ее движения представится ломаной линией, изображенной на осциллограмме рис. 91.

Однако, хотя на первый взгляд это и не очевидно, при сделанных предположениях (т. е. при характеристике трения вида рис. 89 и в пренебрежении массой колодки) автоколе-

бания невозможны. Действительно, для возобновления цикла, т. е. для того чтобы после срыва колодка вновь увлеклась маховиком, необходимо, чтобы относительная скорость колодки и маховика хотя бы на мгновение стала равной нулю; тогда в действие вступит трение покоя. Но это невозможно, так как после срыва колодка либо движется навстречу маховику, либо стоит на месте. И в последнем случае относительная скорость не равна нулю — она равна скорости маховика. Таким образом, сила трения есть сила трения скольжения; она лишь дает некоторое постоянное натяжение пружине.

Следовательно, для того чтобы получить описание действительно возможного явления, мы должны отказаться от одного из двух упрощений, которые мы вначале приняли. Отбросим второе упрощение, т. е. примем во внимание влияние массы колодки.

Тогда с момента срыва скорость колодки будет изменяться по почти синусоидальному закону. Частота этой синусоиды — это собственная частота колебательной системы, составленной из упругости пружины и массы колодки. При возвратном движении колодки (на рис. 88 влево) она по инерции проходит то положение, в котором пружина не напряжена; продолжая двигаться в том же направлении, она сжимает пружину, а затем, достигнув крайнего левого положения, под действием сжатой пружины начинает двигаться с ускорением вправо, т. е. в ту же сторону, что и маховик. При этом в

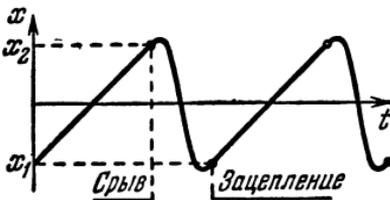


Рис. 92.

некоторый момент скорости колодки и маховика сравниваются, т. е. относительная скорость становится равной нулю. В этот момент колодка сцепляется с маховиком и начинает двигаться вместе с ним до следующего срыва. Описанное движение изображено на рис. 92, на котором

$x = 0$  означает положение колодки при ненапряженной пружине.

Итак, при разрывной характеристике трения вида рис. 89 наличие незатухающих автоколебаний может быть объяснено только с учетом массы колебательной системы.

Анализируя состав автоколебательной системы рис. 88, мы разыскиваем ее главнейшие части: источник энергии —

двигатель, колебательную систему — пружину (или пружина плюс масса колодки). Роль клапана играет механизм сцепления, который либо связывает колодку с маховиком трением покоя, либо отпускает колодку в момент срыва. Обратная связь с колебательной системы на клапан состоит в том, что упругая сила пружины обуславливает срыв колодки в определенном ее положении.

Мы видим, что рассмотренная система во многом аналогична генератору с неоновой лампой. Эта система также обладает тем свойством, что амплитуда установившихся колебаний определяется не балансом энергий, а фиксиро-

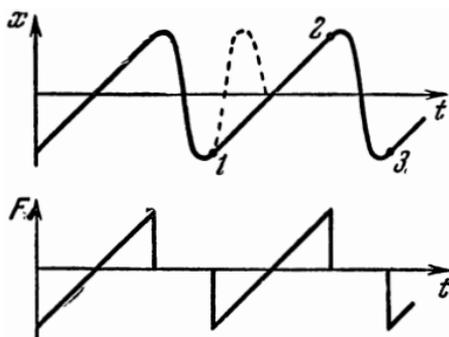


Рис. 93.

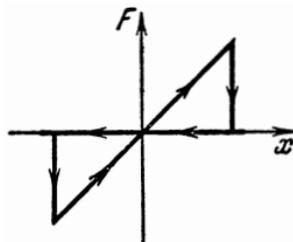


Рис. 94.

ванными предельными значениями смещения. Точно так же и диаграмма работы может быть построена лишь после введения в схему потребителя энергии.

На рис. 93 изображены осциллограммы смещения и силы. Сцепление осуществляется на прямолинейном участке 1—2. На этом участке движение равномерное, т. е. без ускорения. Поэтому наличие массы не оказывает влияния, и внешняя сила работает только против силы упругости пружины. Сперва пружина сжата и внешняя сила отрицательна. Лишь на второй половине участка 1—2 внешняя сила растягивает пружину.

Диаграмма работы показана на рис. 94. Она состоит из двух треугольников, обходимых в противоположных направлениях. В силу полной симметрии осциллограммы оба треугольника одинаковы и, следовательно, работа внешней силы равна нулю. Так оно и должно быть — ведь мы не учитывали потерь энергии колебательной системой. Если же эти потери

учесть, то положение изменится. Энергия будет теряться на протяжении свободного хода системы, т. е. на участке 2—3. Движение будет, следовательно, представляться на

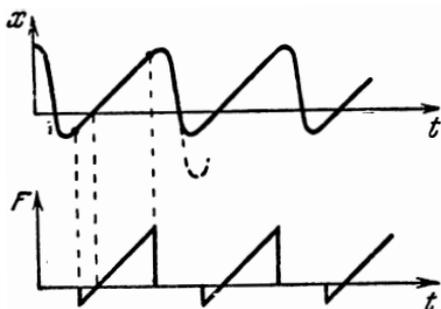


Рис. 95.

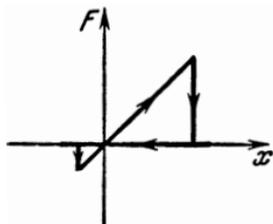
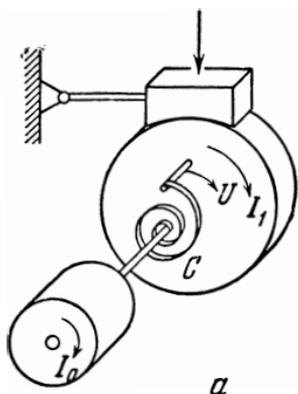


Рис. 96.

этом участке затухающей синусоидой; размах в сторону отрицательных  $x$  будет меньше; симметрия осциллограммы нарушится. Осциллограммы получат вид рис. 95, а соответствующая диаграмма работы — рис. 96. Как видим, треугольник, обходимый по часовой стрелке, больше; это означает, что источник силы совершает работу, которая, очевидно, идет на покрытие потерь.



а

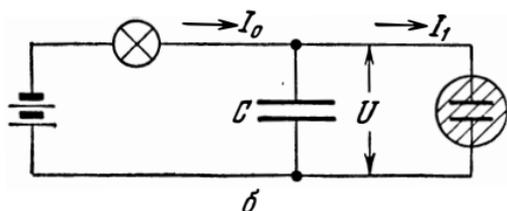


Рис. 97.

Интересно заметить, что небольшим видоизменением устройства фрикционной автоколебательной системы можно привести ее к полному физическому подобию схеме генератора с неоновой лампой. Такое видоизмененное устройство изображено на рис. 97, а.

Тут же, на рис. 97, б, повторена схема генератора с неоновой лампой. Механическое устройство состоит попрежнему

из двигателя, маховика, пружины и колодки, но теперь пружина включена между двигателем и маховиком, а колодка неподвижна. Для того чтобы подчеркнуть аналогию, на рис. 97, *а* и *б* аналогичные величины отмечены одинаковыми буквами. Аналогия такова:

Механическая система	Электрическая система
Постоянная скорость вращения, обеспечиваемая двигателем.	Постоянный ток, создаваемый батареей с ограничителем.
Момент закручивания пружины.	Напряжение на конденсаторе.
Пульсирующая скорость маховика.	Пульсирующий ток через неоновую лампу.

Эта аналогия настолько полна, что почти все рассуждения, относящиеся к генератору с неоновой лампой, могут быть (после «перевода на механический язык») повторены применительно к фрикционной автоколебательной системе, данной на рис. 97, *а*. Заметим мимоходом, что построить электрическую схему, аналогичную системе рис. 88, не удастся.

## § 17. ПРИМЕРЫ ГИДРАВЛИЧЕСКИХ СИСТЕМ

Рассмотрим примеры автоколебательных систем с движением жидкости. Одна из наиболее простых автоколебательных систем

этого рода — так называемый сосуд Тантала. Устройство его показано на рис. 98. Сосуд 1 наполняется водой, вытекающей с постоянной скоростью из питающей трубы 2. Сосуд снабжен сифоном 3. Когда уровень воды в сосуде достигнет высоты  $h_2$ , сифон вступает в действие и быстро опорожняет сосуд до уровня  $h_1$ . Дальнейшее действие сифона прекращается, так как вода из него уходит.

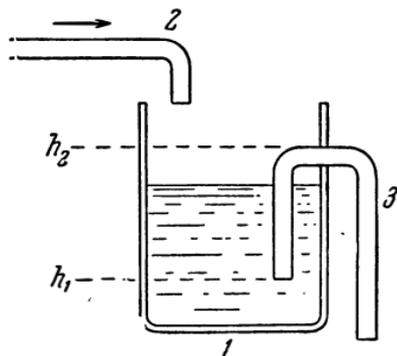


Рис. 98.

Уровень воды снова начинает повышаться, и так далее. Таким образом, возникает периодическое изменение

уровня, зависимость которого от времени показана на рис. 99. Описанное устройство постоянно приводится в качестве модели генератора с неоновой лампой (см. § 15). И действительно, аналогия получается довольно полная. Бак уподобляется конденсатору, уровень воды в баке — напряжению на конденсаторе, количество воды в баке — заряду конденсатора. Наполнение бака соответствует заряданию конденсатора, опо-

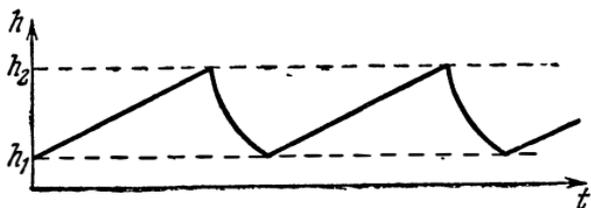


Рис. 99.

рожнение — разряжению. Сифон выполняет функции, аналогичные функциям неоновой лампы. Момент, когда уровень достигает верхнего колена сифона, вследствие чего сифон начинает действовать, соответствует моменту, когда напряжение на конденсаторе достигает напряжения зажигания. Пони-

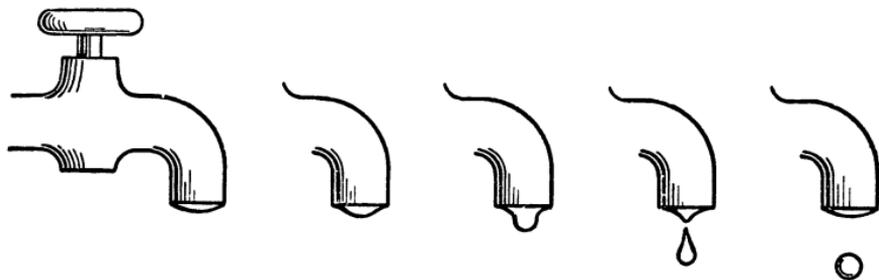


Рис. 100.

жение уровня воды до  $h_1$  соответствует падению напряжения на конденсаторе до напряжения потухания неоновой лампы. В обеих системах происходит, таким образом, срыв при определенном значении колебательной величины, управляющей работой клапана (т. е. уровня воды в случае сосуда Танталя и напряжения в случае генератора с неоновой лампой).

Нужно, впрочем, заметить, что вполне аналогичные явления происходят в еще более простой водяной модели. Речь идет об образовании капель.

Пусть из неплотно завернутого крана понемногу сочится вода. Она будет образовывать на срезе крана выпуклую поверхность (рис. 100), охватывающую постепенно возрастающий объем воды. Здесь находятся в равновесии следующие силы: сила поверхностного натяжения, сила сцепления частиц воды и сила тяжести. Последняя все время растет, так как вода непрерывно прибывает. Наконец, сила тяжести преодолевает противодействующие силы, и происходит срыв: капля срывается. Процесс, происходящий, как все это наблюдали, со строгой периодичностью, также представляет собою полнейшую аналогию релаксационным процессам в сосуде Тантала и в генераторе с неоновой лампой.

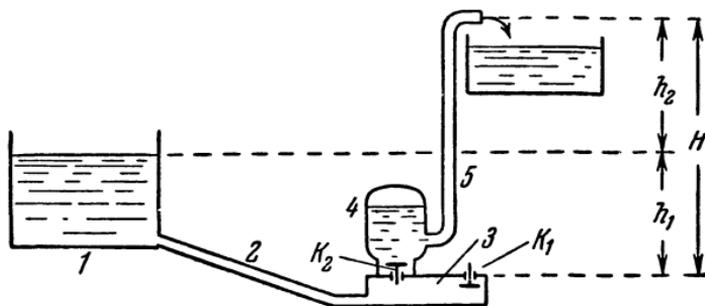


Рис. 101.

Рассмотрим более сложную по устройству и действию систему, известную под названием гидравлического тарана. Этот прибор, изобретенный в 1798 году, служит в качестве насоса, приводимого в действие водой и поднимающего воду на более высокий уровень, чем первоначальный (разумеется ценою уменьшения количества поднимаемой воды).

Устройство гидравлического тарана показано схематически на рис. 101. Вода из сосуда 1 по трубе 2 попадает в коробку 3, снабженную двумя клапанами — выпускным  $K_1$ , открывающимся внутрь, и рабочим  $K_2$ , открывающимся наружу в воздушный колпак 4. Сюда нагнетается под давлением вода, поднимающаяся затем по трубе 5 на более высокий уровень.

Действие прибора состоит в следующем. Вначале клапаны закрыты: клапан  $K_1$  гидростатическим давлением столба  $h_1$ , клапан  $K_2$  — столба  $H$ . Для запуска системы нужно нажать клапан  $K_1$  (жесткое самовозбуждение!). Вода начнет вытекать

через  $K_1$ ; под действием напора  $h_1$  ее скорость постепенно будет увеличиваться. При этом на клапане  $K_1$  образуется возрастающий перепад давления, который, наконец, закроет клапан, преодолев его вес. Истечение внезапно прекратится, и произойдет явление гидравлического удара, состоящее в том, что давление в камере резко повысится. Механизм этого явления, разобранный в свое время Н. Е. Жуковским, таков: если движущийся столб воды внезапно останавливается, то его кинетическая энергия превращается в потенциальную, т. е. давление в столбе воды резко повышается. Образовавшееся сжатие распространяется со скоростью звука в направлении, противоположном первоначальному движению воды. Вследствие малой сжимаемости воды давление могло бы достигнуть колоссальных значений. Однако явление смягчается тем, что всякая труба не вполне жестка и может упруго растягиваться внутренним давлением. Тем не менее, в обычной водопроводной трубе вследствие гидравлического удара возможно повышение давления в 10—12 раз. Этого совершенно достаточно для того, чтобы разорвать трубу. Вот почему все водопроводные краны делаются винтовыми: они могут перекрыть струю лишь постепенно.

Вернемся, однако, к тарану. Повысившееся вследствие гидравлического удара давление в коробке 3 открывает клапан  $K_2$  и вода поступает в колпак 4. Заключенный в нем воздух служит в качестве буфера, смягчающего толчки и обеспечивающего более равномерное течение воды по трубе 5. Когда волна сжатия распространится по трубе 2 до сосуда 1, она отразится оттуда в виде волны разрежения. В момент прихода этой волны в коробку клапан  $K_2$  закроется, а клапан  $K_1$  откроется — на этот раз автоматически, — и в дальнейшем весь процесс повторится<sup>1)</sup>.

В реальном устройстве частота колебаний достигает порядка 100 в минуту. Высота подъема  $H$  может превышать  $h_1$  в 20 раз. На рис. 102 показаны осциллограммы скорости воды в трубе 2 и давления в камере 3. Последняя величина выражена через высоту водяного столба. Ход явления таков:

---

<sup>1)</sup> Следует заметить, что объяснение явлений в гидравлическом таране без учета разрежения невозможно. Между тем, в некоторых описаниях волновые явления игнорируются, и картина процесса остается вследствие этого совершенно непонятной.

в момент  $a$  клапан  $K_1$  открывается, и вода течет в коробку со все возрастающей скоростью. При этом давление в коробке равно атмосферному, так как клапан  $K_1$  открыт. Однако когда скорость достигает больших значений, давление в коробке

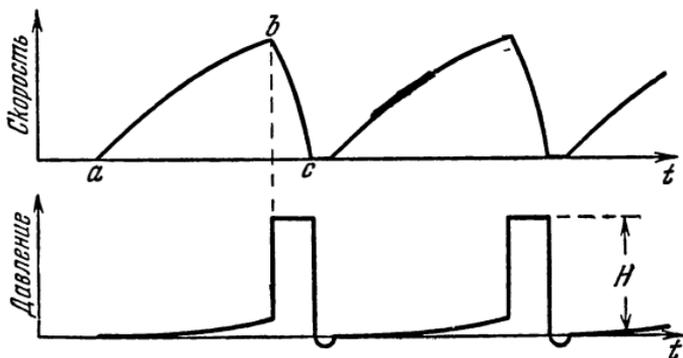


Рис. 102.

несколько повышается, и в момент  $b$  клапан закрывается. С этого момента скорость быстро убывает, а давление в коробке подсакивает вследствие гидравлического удара. После остановки воды (момент  $c$ ) приходит волна разрежения, открывающая клапан  $K_1$ .

## § 18. РЕЛАКСАЦИОННЫЕ И ПОЧТИ ГАРМОНИЧЕСКИЕ КОЛЕБАНИЯ

Хотя различие между обоими названными типами колебаний и велико, но, как это обычно бывает, граница между ними нерезка и возможен непрерывный переход одного типа колебаний в другой. Изучение деталей этого перехода как раз и позволяет наилучшим образом усвоить различие между почти гармоническими и релаксационными колебаниями и понять, что оба эти типа колебаний являются в определенном смысле предельными случаями некоторой более общей картины колебаний. Выше уже говорилось, что внешнее различие между почти гармоническими и релаксационными колебаниями состоит в том, что первые синусоидальны, вторые же имеют резко несинусоидальный, а иногда и разрывной характер. Вторая внешняя отличительная черта состоит в том, что амплитуда релаксационных колебаний не зависит от нагрузки.

Внутреннее различие обоих типов колебаний определяется прежде всего различием в свойствах колебательных систем. В то время как почти гармоническая колебательная система состоит из двух накопителей, обменивающихся между собою энергией, в релаксационной системе имеется только один накопитель, периодически запасаящий энергию, а затем отдающий ее.

Второе внутреннее различие состоит в том, что в релаксационной системе работа клапана представляет собою скачкообразный периодический переход из одного положения в другое («открыт — закрыт») при различных значениях энергии накопителя, тогда как механизм действия почти гармонической колебательной системы описывается обычно при помощи понятия падающей характеристики или отрицательного сопротивления. Из этого последнего противопоставления следует, между прочим, что для того, чтобы плавный переход релаксационных колебаний в почти гармонические был возможен, необходимо, чтобы характеристика клапана обладала обоими признаками: и перепадом и падающим участком.

О возможности колебаний различного рода в одной и той же системе уже упоминалось в связи с дуговым генератором (§ 13), который может генерировать как малые почти синусоидальные колебания на падающем участке характеристики, так и релаксационные колебания, связанные с периодическим гашением дуги.

Мы рассмотрим более подробно другой пример.

Вернемся к фрикционной автоколебательной системе (рис. 88). Если масса колодки пренебрежимо мала, то в системе происходят чисто релаксационные колебания по пилообразному закону, изображенному на рис. 91. Если увеличить массу, то форма колебаний несколько изменится и будет соответствовать рис. 92. Если бы мы увеличивали массу и далее, то пришли бы постепенно к синусоидальным колебаниям. Но экспериментально осуществить постепенное увеличение массы затруднительно. Мы можем получить тот же переход не путем изменения массы, а путем изменения скорости вращения маховика.

Рассмотрим рис. 103, на котором изображены колебания при различных скоростях маховика.

$a$  — скорость маховика, представляемая графически наклоном прямолинейного участка кривой колебания, мала. Проме-

жуток времени  $t_1$ , на протяжении которого колодка равномерно движется вместе с маховиком, значительно больше промежутка  $t_2$ , на протяжении которого совершается обратное движение; график движения имеет почти пилообразную форму т. е. мы имеем почти предельный случай чисто разрывных колебаний.

$b$  — скорость значительно увеличена. Разница между промежутками  $t_1$  и  $t_2$  заметно сократилась.

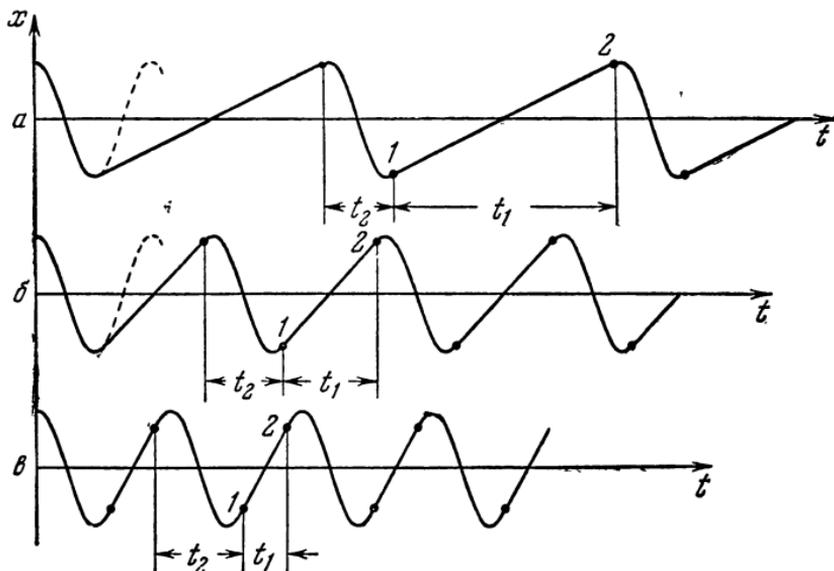


Рис. 103.

$v$  — скорость еще увеличена. Теперь уже  $t_2$  больше, чем  $t_1$ . Форма колебаний почти синусоидальна.

При дальнейшем увеличении скорости  $t_1$  уменьшается, стремясь к нулю, а  $t_2$  увеличивается, стремясь к периоду свободных колебаний системы. Напомним, что при малой скорости  $t_2$  немногим более половины периода свободных синусоидальных колебаний системы. Предельные соотношения поясняются еще вспомогательным рис. 104. На этом рисунке представлено синусоидальное свободное колебание. Здесь же изображены прямые, наклон которых представляет скорость маховика. Сцепление и срыв происходят в точках, в которых наклон этих прямых и наклон касательной к синусоиде, дающий мгновенное значение колебательной скорости, совпадают. Цифрами

1 и 2 на рис. 103 и 104 обозначены соответственно точки сцепления и срыва. Рис. 104, *a* соответствует примерно соотношениям рис. 103, *в*. Буквой *б* на рис. 104 обозначен предельный случай, когда наибольшая мгновенная скорость сравнивается со скоростью маховика. Наконец, буквой *в* обозначено такое положение, когда колодка вообще не может быть подхвачена маховиком, так как скорость последнего всегда больше скорости колодки. Следовательно, при очень большой скорости автоколебания уже невозможны. Однако здесь есть еще одна тонкость. Наблюдая все описанные явления экспериментально,

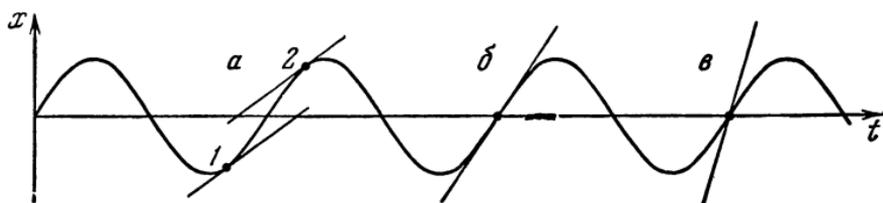


Рис. 104.

мы отмечаем одно обстоятельство, резко бросающееся в глаза, а именно: пока колебания имеют пилообразный характер, с увеличением скорости вращения частота колебаний растет, а амплитуда остается неизменной (см. рис. 103, *a* и *б*). Когда же колебания приобрели уже синусоидальный характер, то при увеличении скорости вращения частота остается неизменной — ведь она равна собственной частоте системы, — зато амплитуда растет до поры до времени, пока колебания не сорвутся вовсе.

Но если амплитуда растет, то растет и колебательная скорость (при неизменной частоте). Следовательно, возможность сцепления сохраняется до больших значений скорости, чем это следовало бы из рис. 104 в предположении постоянства амплитуды. Наблюдается следующее явление: колебания прекращаются во время увеличения скорости при гораздо большем значении скорости, чем то, при котором они возникают, если постепенно уменьшать скорость.

Описанные явления легко объясняются при помощи элементарных энергетических соображений. При увеличении скорости возрастает развиваемая двигателем мощность. Естественно предположить, что при этом возрастает и мощность колеба-

ний. Но мощность колебаний растет с колебательной скоростью, которая равна произведению частоты колебаний на их амплитуду. Следовательно, при постоянной амплитуде мощность может возрасти за счет увеличения частоты, а при постоянной частоте — за счет увеличения амплитуды. Эти закономерности мы и наблюдаем в вышеописанном опыте.

Итак, во фрикционной автоколебательной системе возможен плавный переход от релаксационных колебаний к почти гармоническим. Такого рода переход может наблюдаться и в других релаксационных системах по мере того, как начинает играть все более заметную роль второй накопитель энергии, влиянием которого в чисто релаксационной системе пренебрегают. Таким образом, становится ясным, что релаксационная система есть вырожденный предельный случай системы более общего вида.

## § 19. ТЕРМОПРЕРЫВАТЕЛЬ

Биметаллическая пластинка, изгибающаяся при нагреве и размыкающая электрический контакт, составляет основу целого ряда устройств, применяемых в различных отраслях техники.

Укажем прежде всего на терморегулятор — устройство для поддержания постоянства температуры, применяемое в термостатах, в которых не требуется высокой степени постоянства температуры<sup>1)</sup>. Действие регулятора состоит в том, что биметаллическая пластинка управляет цепью электрического нагревателя непосредственно или при помощи реле. Когда температура дойдет до установленного верхнего предела, пластинка изогнется и разомкнет контакт. Когда же температура в термостате понизится и пластинка охладится, она выпрямится и снова замкнет контакт. Температура начнет повышаться, и так далее.

Процесс регулирования имеет, таким образом, колебательный характер; описанный терморегулятор является автоколебательной системой. Ее составные части: источник энергии —

---

<sup>1)</sup> Для точных термостатов применяются более «деликатные» регуляторы типа газовых термометров с контактом. Впрочем, механизм автоколебаний системы термостат — регулятор не зависит от конструкции регулятора; все существенные черты явлений остаются неизменными.

источник тока, питающего нагреватель, колебательная система — нагреватель с термостатом. Колебания имеют тепловую природу; они состоят в периодическом изменении температуры под влиянием периодического подвода и отвода тепла. Клапаном служит биметаллическая пластинка, включающая и выключающая нагреватель. Обратная связь состоит в том, что окружающая среда нагревает или охлаждает биметаллическую пластинку, заставляя ее соответственным образом деформироваться.

Сходным образом устроены многие системы передачи показаний, например электрические дистанционные термометры, применяемые в автомобилях для передачи на приборный щиток сведений о температуре воды и масла. В этой последней системе как датчик, так и приемник представляют собою биметаллические пластинки, снабженные нагревательной обмоткой. В датчике имеется контакт, так что пластинка датчика совершает автоколебания. Но кроме нагрева током, протекающим по нагревательной обмотке, пластинка датчика получает еще дополнительный нагрев от окружающей среды. Повышение температуры среды изменяет среднее положение пластинки; режим датчика изменяется в том смысле, что общее время, в течение которого контакт разомкнут, возрастает. Это вызывает уменьшение среднего тока, проходящего через приемник. Последний представляет собою по существу тепловой амперметр с большой постоянной времени. Его шкала проградуирована непосредственно на температуру.

Если в терморегуляторе автоколебания представляются хотя неизбежным, но, в общем, нежелательным явлением, то в целом ряде устройств создание автоколебаний является основным их назначением. Таковы, например, всевозможные «мигалки» — устройства для периодического (с большим периодом) включения и выключения огней — рекламных и сигнальных (например, освещение пожарных сигналов, автомобильных указателей поворота и т. п.). Схема такого терморывателя крайне проста; она показана на рис. 105. Биметаллическая пластинка состоит из двух слоев с различными коэффициентами теплового расширения. На рис. 105 предполагается, что левый слой имеет больший коэффициент расширения. Если так, то при нагревании пластинка изогнется вправо, как намечено на рисунке пунктиром.

Рассмотрим действие термореле, заметив, что ток есть однозначная функция положения пластинки<sup>1)</sup>.

Когда по нагревателю начинает проходить ток, то выделяется тепло, нагревающее пластинку. Скорость нагревания зависит от теплоемкости пластинки. Чем теплоемкость больше, тем медленнее повышается температура. Пренебрегая потерями тепла, можно полагать, что температура пластинки нарастает со временем линейно (если не меняется ток, питающий нагреватель). Когда же ток прекратился, пластинка начинает отдавать тепло более холодной окружающей среде и сама остывает. Скорость остывания зависит от условий теплоотдачи, т. е. от внешней теплопроводности пластинки.

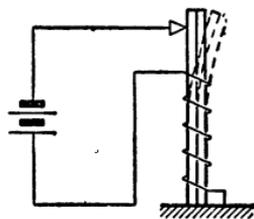


Рис. 105.

Однако такое описание явлений никак не объясняет возникновения автоколебаний. Действительно, стоит только контакту замкнуться, как дополнительное количество тепла, выделившееся в нагревателе, выгнет пластинку и ослабит контакт. А так как характеристика реального контакта может и не иметь разрыва, то возможно равновесное положение без всяких колебаний. Это равновесие характеризуется тем, что выделяется ровно столько тепла, сколько отдается окружающей среде (при неизменном токе).

Следовательно, в нашем описании пропущена какая-то существенная деталь. И действительно, мы упустили из вида теплоемкость самого нагревателя, а главное — условия теплообмена между нагревателем и пластинкой. В действительности благодаря конечной теплопроводности между нагревателем и пластинкой рост температуры пластинки отстает по отношению к нагревателю. Поэтому, когда контакт уже разомкнулся и выделение тепла прекратилось, дальнейший нагрев пластинки еще продолжается за счет передачи тепла от более

1) Фазный сдвиг, игравший решающую роль в случае электромагнитного прерывателя, здесь не принимается во внимание, во-первых, потому, что колебания термореле происходят с малой частотой (порядка десятых долей герца), а во-вторых, потому, что в цепи принципиально может не быть индуктивности — нагревательная обмотка вовсе не обязана ею обладать; например, она может быть бифилярной.

горячего нагревателя; пластинка далеко отойдет от контакта, прежде чем ее температура сравняется с температурой нагревателя, после чего она начнет вместе с ним охлаждаться. Когда же в результате охлаждения контакт снова замкнется, пластинка будет еще в течение некоторого времени охлаждаться, пока вследствие повышающейся температуры

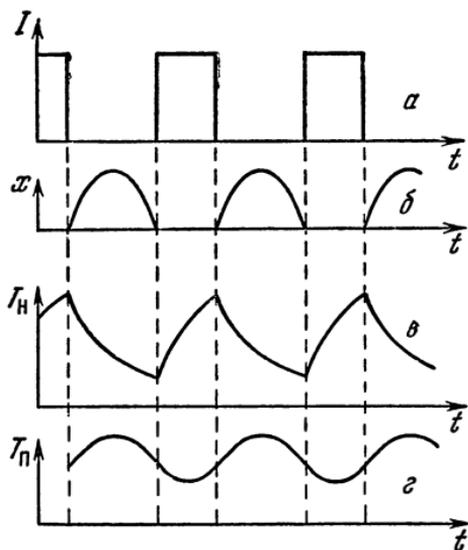


Рис. 106.

нагревателя не образуется возрастающий поток тепла в пластинку. Этот поток сперва только компенсирует теряемое пластинкой тепло — в этот момент прекратится ее охлаждение — и лишь после этого она начнет нагреваться.

Все эти явления показаны на осциллограммах рис. 106, на котором: *a* — изменение тока в цепи нагревателя, *б* — отклонение пластинки, *в* — температура нагревателя, *г* — температура пластинки.

Интересно заметить, что мы не встретились бы с затруднением, если бы начали с рассмотрения автоколебаний терморегулятора: в этом случае ясно видно, что температуры нагревателя и пластинки различны. Однако именно благодаря очевидности этого обстоятельства (в случае регулятора) мы рисковали бы не оценить должным образом его решающее значение.

Данная система довольно сложна в том отношении, что мы имеем, в сущности, колебания двойкой природы — механические и тепловые. Мы можем по нашему желанию рассматривать колебательную систему как механическую, а все тепловые явления отнести к механизму обратной связи. Можем поступить и иначе — рассматривать тепловые колебания, а механические явления отнести к механизму управления. Мы не будем развивать эти соображения.

В заключение отметим еще интересные тепловые автоколебания, наблюдаемые иногда в угольных микрофонах. Конструкция такого микрофона показана на рис. 107. Между угольной диафрагмой 1 и угольной колодкой 2 засыпан угольный же порошок, удерживаемый войлочным кольцом 3, не препятствующим колебаниям диафрагмы. Диафрагма завальцована по краю в корпус 4. При включении постоянного тока диафрагма может совершать медленные (с периодом порядка минут) автоколебания.

Механизм этих автоколебаний таков. При прохождении тока порошок нагревается и нагревает диафрагму. Будучи закреплена по краю, она выпучивается наружу, ослабляя давление на порошок. Сопротивление порошка возрастает, ток резко убывает, количество выделяемого тепла также убывает, так что система начинает охлаждаться. Диафрагма возвращается назад, надавливает на порошок, его сопротивление падает, ток возрастает, интенсивный нагрев возобновляется, и так далее.

Бывают случаи, когда диафрагма имеет тенденцию прогибаться внутрь. При этом никаких автоколебаний не возникнет; происходит монотонное увеличение тока, приводящее к гибели микрофона. Микрофоны с такой тенденцией представляют собою производственный брак. В некоторых конструкциях ставятся даже специальные пружинки, отжимающие диафрагму наружу.

Легко усмотреть полнейшую аналогию между тепловыми автоколебаниями микрофона и автоколебаниями термопрерывателя.

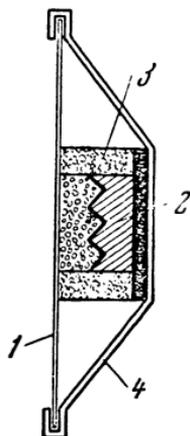


Рис. 107.

## § 20. АВТОКОЛЕБАНИЯ В ТРУБАХ

В трубах могут быть возбуждены мощные автоколебания воздушного столба. Хотя практическое использование этого вида автоколебаний ограничивается созданием музыкальных, а также сигнальных звуков, мы уделим трубам довольно большое внимание, так как в качестве примеров автоколебательных систем они дают нам много поучительного.

Автоколебания в трубах характерны тем, что задающей колебательной системой является труба, т. е. система с распределенными постоянными. Поэтому перед тем, как рассматривать отдельные частные случаи, необходимо в двух словах напомнить свойства труб и основные относящиеся к ним понятия.

Самое существенное — это то, что в трубе распространяются с конечной скоростью звуковые волны, чем и определяются интересующие нас свойства трубы. Эти свойства могут рассматриваться с двух точек зрения: с точки зрения установившегося синусоидального режима и с точки зрения неустановившегося режима. Нам понадобятся и те и другие представления.

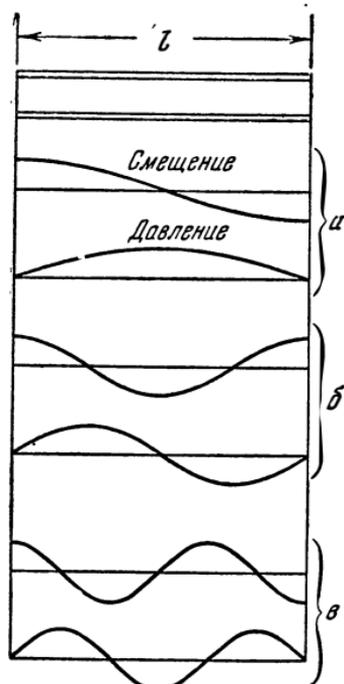


Рис. 108.

1. Установившийся режим. В установившемся режиме труба рассматривается как отрезок волновой системы с определенными условиями, заданными на концах трубы. Если труба возбуждается на одном конце, то вследствие отражения от другого конца в трубе образуется стоячая волна. При определенных соотношениях возникают резонансы трубы, причем в отличие от системы с сосредоточенными постоянными труба обладает бесчисленным множеством резонансов, частоты которых для трубы неизменного сечения образуют гармоническую, или почти гармоническую, последовательность. Говорят также, что труба может возбуждаться как в основной частоте, так и в обертонах. Различ-

ные обертоны характеризуются возникновением в трубе того или иного числа узлов. Например, основная частота, или основной тон открытой с обоих концов трубы соответствуют показанному на рис. 108 распределению вдоль трубы давления и смещения частиц воздуха. На открытых концах трубы всегда образуются пучности смещения (и скорости) частиц и узлы давле-

нения. Посреди трубы образуются для основного тона узел смещения и пучность давления. Как видим, при возбуждении в основном тоне на длине трубы укладывается половина длины звуковой волны данной частоты. Следующая возможная форма колебаний показана на рис. 108, б. Это — первый обертон, характеризующийся уже двумя узлами смещения. При колебаниях в первом обертоне на длине трубы укладывается целая длина волны. Для второго обертона на длине трубы укладывается три полуволны (рис. 108, в), и так далее. Таким образом, труба может быть возбуждена на частотах, для которых длина трубы составляет целое число полуволн, или четное число четвертей волн.

Для трубы с одним закрытым концом на этом конце получается узел смещения и пучность давления, а на открытом конце — пучность смещения и узел давления. На длине трубы при основном тоне укладывается четверть волны (рис. 109, а), при первом обертоне — три четверти волны (рис. 109, б), при втором обертоне — пять четвертей волны, и так далее. Таким образом, закрытая на одном конце труба имеет собственные частоты, определяемые тем, что на длине трубы укладывается нечетное число четвертей длины волны. Основной тон трубы, закрытой с одного конца, вдвое ниже, чем у трубы, такой же длины, открытой с обоих концов.

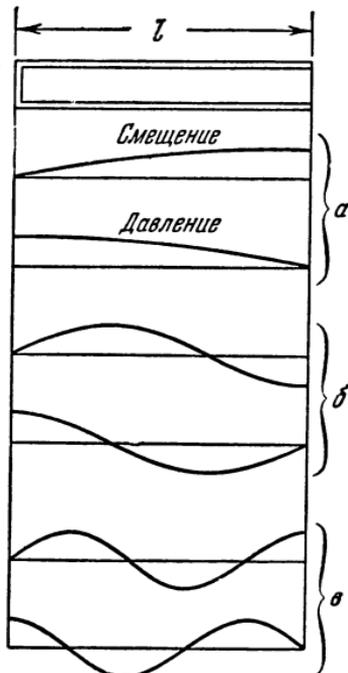


Рис. 109.

2. Не установившийся режим. Рассмотрение трубы в неустановившемся режиме состоит в том, что мы наблюдаем за распространением по трубе импульсов. Под импульсом понимается малая по сравнению с длиной трубы область, в которой тем или иным способом задано измененное значение какой-либо из величин, характеризующих звуковое поле. Так, например, если мы говорим о распространении по трубе импульса сжатия, то понимаем под этим, что по трубе пере-

двигается со скоростью звука область, внутри которой давление выше атмосферного. Наибольшее значение для последующего имеют закономерности отражения импульсов. Если импульс сжатия отражается от закрытого конца, то после отражения он возвращается обратно также в виде импульса сжатия. Если же отражение происходит от открытого конца, то импульс сжатия превращается в результате отражения в импульс разрежения.

Можно условиться описывать явления при помощи понятия избыточного давления; тогда при сжатии избыточное давление положительно, при разрежении — отрицательно.

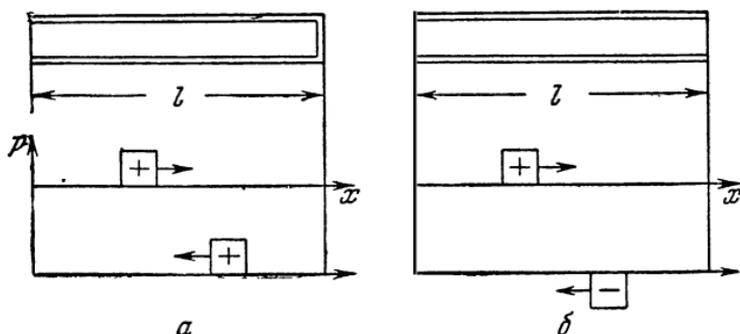


Рис. 110.

Картина отражения импульсов представлена на рис. 110. Рис. 110, а изображает отражение импульса давления от закрытого конца трубы, рис. 110, б — от открытого конца трубы.

Для импульсов скорости или смещения получаются обратные соотношения: импульс скорости сохраняет знак при отражении от открытого конца и меняет знак на обратный при отражении от закрытого конца.

Переходя к вопросу о роли трубы в составе автоколебательной системы, заметим, что во всех рассмотренных ниже примерах независимо от механизма возбуждения принято, что труба является задающей системой. Иными словами, частота автоколебаний почти совпадает с одной из собственных частот трубы. Мы не можем получить произвольную частоту автоколебаний; изменяя параметры возбудителя, мы можем лишь перескочить с одного обертона на другой. Хроматическая по-

следовательность, получаемая в любом духовом инструменте, обеспечивается изменением рабочей длины трубы посредством клапанов, включающих дополнительные колена. В тромбоне возможно и плавное изменение длины (а следовательно, и частоты) благодаря наличию выдвижной кулисы. Число клапанов в духовом инструменте обычно невелико. Те или иные комбинации клапанов (так называемая аппликатура) позволяют обычно получить хроматический звукоряд в пределах октавы. Весь диапазон инструмента перекрывается совместным действием клапанов и «передувания», т. е. перескока на обертоны трубы.

Духовые музыкальные инструменты делятся на язычковые (кларнет, гобой, саксофон и др.) и мундштуковые (труба, тромбон и др.). В последних возбудителем являются губы музыканта, вдавливаемые в чашечку мундштука и работающие на манер голосовых связок.

В органе в высоких регистрах также применяются трубы с язычковым возбуждением. Рассмотрим сперва этот способ возбуждения.

В параграфе, посвященном гармонному язычку, язычок рассматривался как задающая система, т. е. автоколебания имели частоту язычка. Собственные же частоты примкнутой акустической системы не принимались во внимание (на этом основании к входной камере и не применялся ремесленный термин «резонатор»).

В случае же трубы, возбуждаемой язычком, мы имеем обратное положение вещей: труба является задающей системой, а собственная частота язычка игнорируется. Конечно, строго говоря, мы имеем дело с так называемой связанной системой. Однако язычок, применяемый для возбуждения трубы, делается обычно мягким и с частотой более низкой, чем собственная частота трубы. Движение язычка управляется давлением, действующим изнутри трубы. Самое большее, что мы можем сделать, это, воздействуя на язычок, получить небольшие поправки на частоту трубы. Надо сказать, что эта возможность постоянно используется, так как получить в точности весь необходимый звукоряд в духовых инструментах практически невозможно. Труба всегда немного фальшивит; чтобы избежать этого, музыкант напрягает губы и с силой вжимает их в мундштук. Таким образом ему удается не-

много изменить частоту автоколебаний<sup>1)</sup>. Этим же путем достигается перескок на обертоном. При игре на кларнете музыкант короче и крепче прихватывает язычок губой.

Труба возбуждаемая язычком, изображена схематически на рис. 111. Механизм самовозбуждения удобно рассматривать, наблюдая за распространением и действием отдельных импульсов, т. е. кратковременных сгущений и разрежений. Пусть в первый момент язычок отогнут, как показано на рис. 111. Сжатый воздух врывается в трубу и создает в ее начале сгущение — импульс сжатия. Сразу же давление сжатого воздуха прижимает язычок, который, действуя как клапан, замыкает вход в трубу и прекращает дальнейшее поступление в нее сжатого воздуха. Импульс сжатия бежит вдоль трубы. Достигнув открытого конца, он отражается от него уже в виде импульса разрежения, который распространяется в обратном направлении. Претерпев отражение в начале трубы, которое является закрытым концом, импульс разрежения бежит снова к открытому концу, откуда возвращается в виде импульса сжатия. В момент его прибытия к началу трубы давления внутри и снаружи трубы почти сравниваются, и язычок снова открывает вход в трубу.

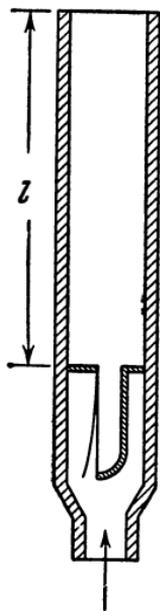


Рис. 111.

Продолжительность цикла равна учетверенному времени пробега импульсом длины трубы. Отсюда определяется частота основного тона, которая, конечно, получается такой же, как была определена выше на основании рассмотрения стоячих волн.

Из приведенного описания процесса видно, что язычок работает как клапан, управляемый со стороны колебательной

<sup>1)</sup> Интересно отметить, что новые необыгранные трубы «жестче»: на них трудно играть. Со временем труба обыгрывается. Дело заключается в том, что с течением времени на внутренних стенках трубы откладывается слой окислов. Затухание трубы возрастает и резонанс становится менее острым. Следовательно, легче вызвать небольшие изменения частоты. Понятно, что обыгрывание можно заменить предварительной обработкой внутренних стенок трубы. Эти подробности могут показаться излишними. Однако они мало известны, а между тем представляют несомненный физический интерес.

системы, т. е. со стороны трубы. В этом и состоит механизм обратной связи в рассматриваемой системе. Можно отметить еще следующее обстоятельство. Если бы колебания воздуха в трубе происходили без потерь, то давление в начале трубы по окончании вышеописанного цикла было бы в точности равно первоначальному давлению, т. е. давлению, развиваемому источником сжатого воздуха. В таком случае даже при открытом входе в трубу сжатый воздух в нее поступать не будет, так как внутреннее давление равно внешнему. В трубе происходили бы при таких условиях незатухающие свободные колебания. Но в действительности имеются потери, и весьма значительные, в частности потери на звукоизлучение. Поэтому импульсы ослабевают, и получаемое к концу цикла внутреннее давление меньше внешнего. В результате этого в трубу поступает при открытии язычка свежая порция сжатого воздуха, доводящая давление в импульсе сжатия до первоначального значения. Таким образом происходит автоматическое поддержание энергетического баланса. При повышении внешнего давления возрастает, естественно, мощность колебаний.

В более тонкие детали явлений мы вдаваться не будем, так как нам предстоит рассмотреть еще ряд механизмов самовозбуждения.



Рис. 112.

Заканчивая описание язычкового механизма, упомянем еще о том, что точно такое же устройство применяется в пневматических сигнальных приспособлениях, например в автомобильных гудках (в настоящее время вытесненных электрическими) и в мощных сигнальных аппаратах, устанавливаемых на побережье в качестве звуковых маяков.

Обратимся теперь к классической безязычковой органной трубе. Ее устройство изображено на рис. 112. Сжатый воздух поступает в камеру, выходное отверстие которой имеет форму сравнительно узкой щели. Струя воздуха, выходящая из щели, попадает на клиновидно скошенную часть стенки трубы.

Органная труба являлась издавна — за недостатком других объектов — предметом многочисленных исследований. В новейшее же время, когда как раз и теория и экспериментальная

техника достигли высокой степени развития, интерес к органной трубе почти совсем угас. Поэтому наши сведения о явлениях в органной трубе основываются на сравнительно старых исследованиях. Господствующие представления о механизме звукообразования следует считать сомнительными. Сущность этих представлений состоит в том, что звук возбуждается посредством так называемых клиновых тонов, возникающих при попадании струи воздуха на клин. Механизм возникновения клиновых тонов связан с вихреобразованием (о клиновых тонах и вихрях подробнее говорится в § 21). Экспериментальным подтверждением изложенной точки зрения является то, что если вдуть в трубу дым, то при стробоскопическом наблюдении ясно видны образующиеся вихри. Картина вихреобразования запечатлена на многочисленных photographиях; их можно найти в любом более старом учебнике акустики, в котором еще рассматриваются органные трубы.

В последующем изложении принята другая точка зрения. Она состоит в том, что хотя вихри и возникают — отрицать это не приходится, — но их образование есть побочное явление, не определяющее механизм возбуждения трубы. Основной же механизм представляется в следующем виде.

Предположим, что в начальный момент в результате вдутья воздуха в начале трубы возникает импульс сжатия. Этот импульс побежит к открытому концу трубы и, отразившись от него, вернется в виде импульса разрежения. Когда импульс разрежения достигнет начала трубы, то давление в начале трубы станет меньше внешнего атмосферного давления. Под действием разности давлений струя воздуха, вытекающая из щели, отклонится внутрь трубы и создаст в ней повышенное давление. В результате этого разность давлений изменит знак и струя отклонится наружу. В то же время новый импульс сжатия побежит по трубе. Один цикл совершается за время пробега импульса вдоль трубы в обоих направлениях. Так оно и должно быть, так как в данном случае мы имеем дело с трубой, открытой с двух концов. Если труба закрыта на удаленном конце (такие закрытые трубы также применяются в органах), то описание хода явлений соответственно изменяется. Именно, первый импульс сжатия возвращается после отражения от закрытого конца трубы также в виде импульса сжатия.

Возникающая разность давлений отклоняет струю наружу. Отразившись от открытого конца, импульс снова пускается в путь в виде импульса разрежения. После нового отражения от закрытого конца импульс разрежения возвращается опять к началу трубы. В этот момент происходит втягивание струи внутрь трубы и кладется начало следующему циклу. Таким образом, в случае закрытой трубы продолжительность цикла равна учетверенному времени пробега импульсом длины трубы в один конец. Последовательность явлений иллюстрируется рис. 113, на котором импульсы сжатия и разрежения обозна-

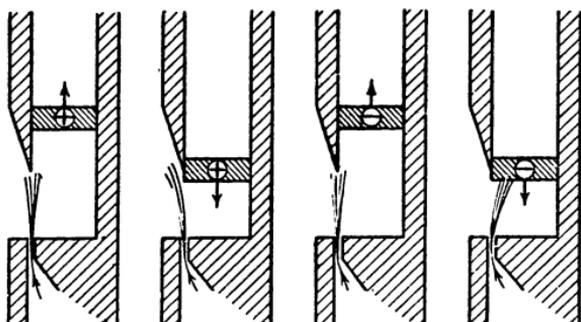


Рис. 113.

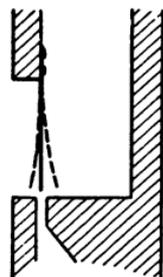


Рис. 114.

чены соответственно знаками (+) и (-). Итак, истекающая из щели струя рассматривается как клапан, управляемый со стороны трубы. Механизм обратной связи совершенно ясен. Специальные опыты, которые здесь по недостатку места не описываются, показывают, что струя действительно чрезвычайно чувствительна к боковому напору и заметно изменяет свое направление при самых малых разностях давлений по обе стороны струи.

Заметим попутно, что описание явлений несколько не изменилось бы, если бы мы видоизменили устройство трубы, снабдив ее самым настоящим клапаном в виде подвижного язычка, как приблизительно показано на рис. 114.

Рассмотрим еще один механизм возбуждения автоколебаний в трубе. В 1939 году Б. П. Константинов произвел в Научно-исследовательском институте музыкальной промышленности чрезвычайно эффектный опыт. Он создавал в открытой на свободном конце трубе вынужденные колебания при помощи

обычной сирены, вставленной в другой конец трубы. По мере повышения давления высота звука, естественно, повышалась, пока не достигалась высота собственного тона трубы. При дальнейшем повышении давления высота звука, т. е. частота колебаний, оставалась неизменной; повышение давления вызывало лишь увеличение мощности колебаний. Это явление трактовалось тогда как стабилизация сирены вследствие захватывания. По существу же описанное устройство представляет собою типичную автоколебательную систему. Разберем ее действие.

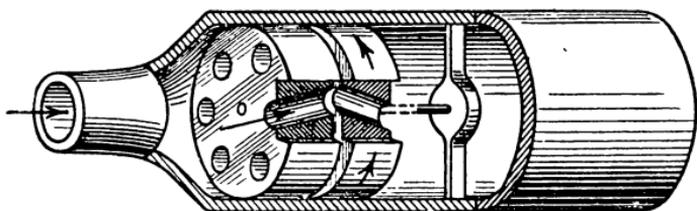


Рис. 115.

Сирена состоит из двух дисков — статора и ротора, — снабженных одинаковым числом косо просверленных отверстий (рис. 115). Эти отверстия играют роль лопаток турбины, так что сирена представляет собою не что иное, как миниатюрную воздушную турбину. Но отверстия статора и ротора сирены играют еще и другую роль: они прерывают воздушную струю, проходящую через сирену. Воздух проходит через сирену, когда отверстия ротора и статора совпадают. Когда же при повороте ротора его отверстия окажутся против промежутков между отверстиями статора, прохождение воздуха прекратится. Таким образом, при вращении ротора сирены через нее проходит прерывистая (модулированная) струя воздуха. Частота модуляции пропорциональна числу отверстий и скорости вращения ротора. Последняя же тем больше, чем больше давление. Даже при неизменном давлении ротор сирены набирает скорость постепенно. Этим обусловлен всем известный воющий характер звука сирены. Итак, сирена есть клапан, управляемый вращательным движением ротора.

Рассмотрим теперь взаимоотношения сирены  $\rightarrow$  примкнутой к ней трубой. Начнем с момента, когда отверстия статора и

ротора сирены совпадают. В этот момент сжатый воздух врывается в трубу и создает в ее начале импульс сжатия. Этот импульс, отразившись от открытого конца в виде импульса разрежения, возвращается назад к сирене. Здесь он может произвести различное действие, в зависимости от того, каковы скорость вращения сирены и время пробега импульса по трубе, так как от соотношения этих величин зависит относительное расположение статора и ротора сирены к моменту возвращения импульса. Мы разберем два различных случая.

1. За время пробега импульса по трубе туда и обратно ротор поворачивается на величину шага отверстий. Другими словами, к моменту прибытия отраженного импульса отверстия ротора и статора совпадают. При этом для вращения ротора сирены создаются благоприятные условия, так как вследствие разрежения внутри трубы рабочая разность давлений, приводящая ротор во вращение, больше, чем если бы разрежения не было. Таким образом, при описанных условиях реакция со стороны трубы создает дополнительный момент, ускоряющий вращение ротора сирены.

2. За время пробега импульса в оба конца ротор сирены поворачивается на половину шага, так что отраженный импульс встречает закрытый конец. Не произведя никакого действия, импульс отражается, бежит к открытому концу, вновь отражается и возвращается вновь в виде импульса сжатия. Теперь он застаёт отверстия совпавшими и проход для воздуха открытым. Но так как давление внутри трубы повышено, то рабочая разность давлений меньше, чем при отсутствии колебаний. Следовательно, при описанных условиях колебательная реакция со стороны трубы создает дополнительный момент, тормозящий ротор сирены.

Два описанных случая относятся к скоростям ротора, различающимся вдвое. Совершенно ясно, что на этом интервале найдется такая скорость, при которой реакция трубы не будет оказывать ни тормозящего, ни ускоряющего действия. Это и будет установившаяся скорость, «стабилизованная» реакцией трубы. В самом деле, если бы ротор почему-либо пошел медленнее, реакция трубы подогнала бы его; если же он пошел бы быстрее, реакция трубы подтормозила бы его. Частота же звука, отвечающая этой стабильной скорости, определяется длиной трубы.

Таков механизм обратной связи в этой своеобразной автоколебательной системе. Что касается энергетических соотношений, то в установившемся режиме трубы с сиреной к ней применимы те же соображения, что и к трубе, возбуждаемой при помощи язычка.

В заключение этого параграфа разберем еще один интересный тепловой механизм возбуждения автоколебаний. Речь идет о явлении, открытом Рийке в 1859 году, и описанном у Рэлея ([<sup>2</sup>], стр. 227), следующим образом:

«Когда кусок частой металлической сетки, натянутый на нижнюю часть трубы, открытой с обоих концов и расположенной вертикально, нагревается газовым пламенем, помещенном ниже ее, то почти непосредственно вслед за удалением пламени слышен звук значительной силы, длящийся несколько секунд... образование звука тесно связано с возникновением сквозной тяги, встречающей нагретую сетку.

Поддержание звука связано с переменной передачей тепла, являющейся результатом переменного движения воздуха через сетку, причем это движение складывается из равномерного движения вверх с движением попеременно вверх и вниз, обязанным колебанию».

Таково явление в общих чертах. Во всяком случае ясно, что источником энергии является нагретая сетка, отдающая свое тепло колеблющемуся воздуху.

К сожалению, мы не можем воспользоваться для исследования механизма данного явления тем же приемом, который применялся в предыдущих случаях, т. е. рассмотрим распространения и действия импульсов давления. Затруднение состоит вот в чем. Прямое действие источника энергии заключается в том, что сетка нагревает соприкасающийся с нею воздух и тем самым повышает его давление. Обратная же связь состоит в том, что тепло отдается воздуху в той или иной мере в зависимости от колебательной скорости воздуха в месте расположения сетки. Таким образом, действие каналов прямой и обратной связи обусловлено разными колебательными величинами, что сильно осложняет дело. Поэтому, отказываясь от детального разбора явления, мы ограничимся лишь общими соображениями.

Как сказано, переход тепла от сетки к воздуху вызывает повышение давления, имеющее колебательный характер. В трубе

устанавливается половина волны давления с узлами по концам. Одновременно образуется стоячая полуволна скорости, имеющая узел посреди трубы и пучности по концам (см. рис. 108, а). Если мгновенная колебательная скорость направлена вниз, то условия нагрева будут неблагоприятны, так как на сетку будет попадать уже нагретый воздух, поднимающийся от сетки вверх. Если же колебательная скорость направлена вверх, то на сетку будет попадать свежий воздух снизу, и при этом получатся наиболее благоприятные условия для передачи тепла от сетки воздуху. Из этого следует, что при наличии колебаний тепло будет отбираться от сетки периодически, причем работой своеобразного теплового клапана управляет колебательная скорость. В этом и состоит механизм обратной связи в данной системе.

Очевидно, что для того чтобы обратная связь могла действовать, нельзя помещать сетку в узле скорости, т. е. посреди трубы. С другой стороны, для получения переменного давления нельзя ставить сетку и на конце трубы, так как там имеется узел давления. Значит, нужно поместить горячую сетку где-то между узлами давления и скорости, скажем, на расстоянии четверти длины трубы от нижнего конца. Опыт подтверждает это заключение.

## § 21. АВТОКОЛЕБАНИЯ, СВЯЗАННЫЕ С ОБРАЗОВАНИЕМ ВИХРЕЙ

С незапамятных времен известно, что ветер порождает звуки. В частности, дуновение ветра может возбудить колебания струны. Это явление используется в так называемой эоловой арфе — рамке с настроенными в унисон струнами, подвешиваемой на открытом воздухе и издающей под влиянием ветра слабый мелодичный звук.

Первое количественное исследование эоловых тонов было сделано Струхалем (1878). Он изучал звукообразование при обдувании потоком воздуха неподвижных цилиндрических стержней и установил ряд простых закономерностей. Оказалось, что частота звука пропорциональна скорости потока и обратно пропорциональна диаметру стержня.

Кроме эоловых тонов давно уже наблюдались так называемые щелевые и клиновые тоны. При продувании воздуха через щель на фоне шума прослушивается музыкальный тон, впрочем

довольно слабый и неустойчивый. Этот тон приобретает значительную силу и устойчивость, если перед щелью расположить клин, обращенный к щели острой гранью, так что выходящая из щели струя попадает на эту грань. Частота получаемого звука зависит от скорости потока, ширины щели и расстояния до клина.

Все эти явления получили объяснение после опубликования в 1912 году исследований Кáрмана. Кáрман показал, что как при обтекании тела потоком, так и при истечении из щели образуются вихри, периодически срывающиеся с краев препятствия или щели и распространяющиеся затем в виде вихревых

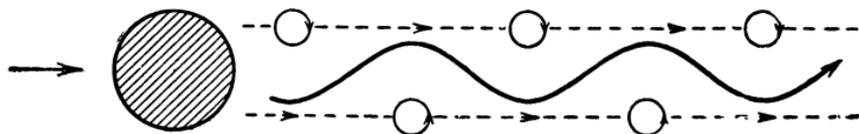


Рис. 116.

дорожек или цепочек. В каждой дорожке вихри располагаются на определенном расстоянии друг от друга и движутся в направлении потока с определенной скоростью. Показано, что устойчивая форма вихревых дорожек отвечает поочередному отрыванию вихрей то с одной, то с другой стороны. Примерная картина вихревых дорожек, образующихся при обтекании потоком цилиндрического препятствия, показана на рис. 116.

Возникновение золотых тонов объясняется с точки зрения представления о вихрях следующим образом: каждый раз при срыве вихря в области непосредственно за препятствием создается импульс давления. А так как срыв вихрей происходит периодически, то мы имеем дело с источником звука соответствующей частоты, расположенным около препятствия, позади него. Сама же вихревая дорожка источником звука не является [13].

Аналогичная картина возникает и при истечении воздуха из щели. Влияние клина может быть удовлетворительным образом объяснено путем рассмотрения взаимодействия клина с двумя вихревыми дорожками.

Механизм образования вихрей состоит в том, что позади препятствия образуется мертвое пространство, в котором среда находится в покое, т. е. не совершает поступательного

движения в направлении потока. В пограничном слое между движущейся и покоящейся средами возникают касательные силы, обусловленные вязкостью среды. Эти силы приводят покоящуюся среду во вращательное движение, как показано схематически на рис. 117, на котором изображены два симметрично расположенных зародыша вихрей. Благодаря небольшой начальной асимметрии один зародыш развивается за счет другого. Достигнув полного развития, вихрь срывается. Наступает очередь развития и срыва вихря с другой стороны,

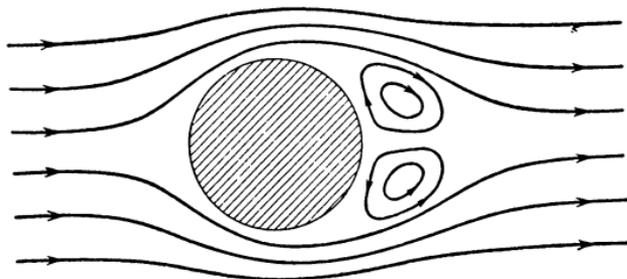


Рис. 117.

и так далее. Этот процесс в некоторых отношениях напоминает периодическое образование, созревание и срыв капель, о чем говорилось в § 17. Мы еще воспользуемся этой аналогией.

Но нас интересует главным образом не образование вихрей само по себе, а вихревое возбуждение колебаний различных механических и акустических колебательных систем. Наблюдалось и описано весьма большое число случаев такого возбуждения. Об эоловой арфе уже говорилось. Рэлей (1884) наблюдал колебания растопыренных пальцев при движении руки в воде, а также колебания движимого в воде гибкого стержня. В недавнее время Стрелков [14] производил опыты с маятником в форме шара, подвешенного на проволоке в аэродинамической трубе. Блохинцев [12] исследовал возбуждение резонаторов, помещая их в воздушный поток в аэродинамической трубе.

Во всех этих и многих других опытах отмечалось два обстоятельства. Во-первых, при колебаниях твердых тел (струны, стержня, шара) эти колебания совершаются в плоскости, перпендикулярной к направлению потока.

Во-вторых, во всех без исключения случаях наблюдается возбуждение механических и акустических колебательных систем в собственных частотах.

Первое обстоятельство легко понять, если связать колебания с возникновением вихрей: вихри срываются поочередно то с одной, то с другой стороны, вследствие чего создаются импульсы давления, действующие в поперечном направлении попеременно то в одну, то в другую сторону.

Первоначальное объяснение второго факта, естественно вытекающее из представления о периодическом срыве вихрей, состояло в том, что наблюдаемое явление есть не что иное, как обычный резонанс. Процесс вихреобразования доставляет периодическую вынуждающую силу, способную заметным образом раскачать данную колебательную систему только на собственной (резонансной) частоте.

В последнее время, в связи с развитием общего понимания автоколебаний, высказывается иная гипотеза, представляющаяся гораздо более правдоподобной. Эта гипотеза не отрицает роли вихреобразования в возбуждении колебаний, но предполагает, что существует и обратная связь, состоящая во влиянии колебательного движения системы на процесс образования и срыва вихрей. Таким образом, новое представление отличается от старого тем, что явление рассматривается не как вынужденное колебание, а как автоколебание. С этой точки зрения возбуждение в собственной частоте совершенно понятно.

К сожалению, об этих явлениях известно поразительно мало, принимая во внимание многолетнюю научную историю вопроса. Образование вихревых дорожек изучено только для двумерного случая, т. е. для случая обтекания тел в форме цилиндра или длинной пластинки. Картина вихреобразования при обтекании шара совершенно не исследована; высказано лишь предположение, что за шаром образуется винтовой вихрь. Что же касается деталей зарождения, развития и срыва вихрей, и в частности связи этих явлений с движением обтекаемого тела, то об этом не известно решительно ничего.

Вопрос о связи вихреобразования с движением колебательной системы — вопрос об обратной связи — представляет исключительный интерес для исследования механизма автоколебаний и заслуживает подробного изучения.

А пока что для уяснения соотношения между старой и новой точками зрения на процесс возбуждения колебаний рассмотрим некоторую модель, в которой используется аналогия между образованием вихрей и образованием капель. Сама по себе эта аналогия весьма поверхностна, но в нижеследующем ее возможности едва ли переоценены.

Пусть под кран, из которого капает вода, подставлен массивный желоб, закрепленный шарнирно на одном конце и снабженный пружиной, так что возможно колебательное движение желоба (рис. 118). Каждая падающая в желоб капля

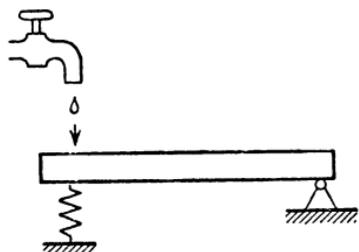


Рис. 118.

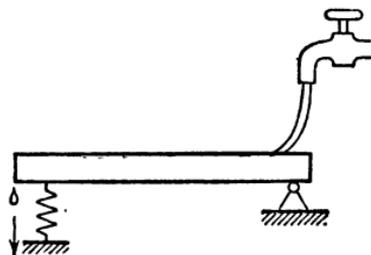


Рис. 119.

сообщает ему импульс силы. Капли падают периодически; если частота капель совпадает с собственной частотой желоба, то возможны вынужденные колебания его со значительной амплитудой. Совершенно ясно, что в этой модели движение желоба не оказывает никакого влияния на образование и срыв капель.

Видоизменим теперь модель, как показано на рис. 119. Теперь вода подается в желоб по вставленному в кран фитилю, а капли срываются с края желоба. При таком устройстве движение желоба уже непосредственно влияет на образование и срыв капель. Во-первых, вода будет стекать к концу желоба с ускорением, зависящим от наклона желоба и его угловой скорости. Приток воды к концу желоба, а следовательно, и рост капель зависят, таким образом, от движения желоба. Во-вторых, — и это самое существенное, — срыв капель происходит под действием силы тяжести и добавляющейся к ней при движении желоба силы инерции, зависящей от линейного ускорения свободного конца. Нетрудно сообразить, что наиболее благоприятные условия для срыва капли создаются, когда желоб находится в крайнем

нижнем положении. Действительно, в этом положении ускорение максимально и направлено вверх; сила, действующая на каплю и отрывающая ее, равна произведению массы капли на ускорение силы тяжести плюс максимальное значение колебательного ускорения. Говоря проще, желоб стягивает с себя капли в нижнем своем положении. Итак, образование и срыв капель в определенной мере зависят от движения желоба <sup>1)</sup>.

Возвращаясь к вихрям, рассмотрим снова рис. 117 и представим себе, что обтекаемое тело движется поперек потока. При этом в пограничном слое, прилегающем к его поверхности, возникнут обусловленные движением дополнительные вязкие силы. Направление этих сил таково, что они благоприятствуют развитию (а следовательно, и ускорению срыва) одного зародыша и, наоборот, препятствуют развитию другого зародыша. Так, например, при движении тела вверх (см. рис. 117) благоприятные условия развития создаются для верхнего зародыша. А так как вязкие силы пропорциональны скорости, то в системе могут создаться требуемые фазные соотношения, при которых возможны автоколебания. Эти простые общие соображения требуют, конечно, экспериментальной и теоретической проверки.

По поводу вихревого механизма автоколебаний следует еще заметить, что наблюдается некоторое увлечение этими представлениями со времени первых работ о вихреобразовании. Это увлечение выражается в том, что вихреобразованием объясняют самовозбуждение и в тех случаях, когда роль вихрей вовсе не бесспорна. Так, например, автоколебания безязычковой органной трубы могут быть объяснены при помощи не вихревого, а струйного механизма, как это и сделано в § 20. Общеизвестное возбуждение низкого тона при вдувании воздуха под углом в горлышко пустой бутылки, вероятно, также должно быть отнесено за счет струйного механизма, по крайней мере при весьма малых скоростях потока, при которых этот вид колебаний возможен.

---

1) В модели рис. 119 автоколебания невозможны, так как импульс силы, возникающий при срыве капли, действует в ненадлежащей фазе — в момент максимума ускорения, а не скорости. Для того чтобы автоколебания стали возможны, необходимо при помощи какого-либо приспособления задержать отделение капли от желоба.

Практическое значение вихревого возбуждения колебаний, помимо звукообразования, состоит в том, что этот механизм может порождать мешающие нормальной работе или даже опасные колебания элементов конструкций. Речь может идти при этом о возбуждении колебаний как под действием естественного ветра, так и искусственного дутья (например, в мощных воздуходушных установках, в аэродинамических трубах и т. п.), а также о колебаниях элементов конструкции самолета.

## § 22. ФЛАТТЕР [15]

В этом параграфе мы рассмотрим механизм автоколебательного явления, имеющего очень большое значение для самолетостроения. Речь пойдет об опасных колебаниях крыльев и хвостового оперения самолетов, возникающих при определенных скоростях полета и приводящих чрезвычайно быстро — за несколько секунд после возникновения — к полному разрушению и гибели самолета. Это явление носит профессиональное название ф л а т т е р (англ. flutter — трепетание).

Само собою разумеется, что изучению этого страшного явления было уделено самое серьезное внимание. В настоящее время его механизм достаточно выяснен и всякая новая конструкция самолета рассчитывается так, чтобы флаттер не мог возникнуть.

Теория флаттера и связанные с ней расчеты сравнительно сложны; мы рассмотрим вопрос в самых общих чертах.

Механизм флаттера имеет чисто аэродинамическую природу. Энергия, необходимая для возбуждения автоколебаний, доставляется встречным потоком воздуха. Этот поток создает, как известно, подъемную силу, направленную вверх и поддерживающую самолет в воздухе. Другая сила, создаваемая потоком, — это направленная назад (т. е. против движения самолета) сила сопротивления.

Нас интересуют, однако, не эти постоянные силы, а те переменные силы, которые возникают при колебаниях крыла. Если эти силы направлены против скорости колебательного движения крыла, то они вызовут затухание колебаний (положительное сопротивление). Если же возникающие при колебаниях крыла переменные силы направлены в каждый момент по скорости колебательного движения, то такие силы будут

раскачивать крыло и амплитуда колебаний будет нарастать вплоть до разрушения крыла (отрицательное сопротивление).

Таким образом, для того чтобы разобраться в механизме флаттера, нужно прежде всего выяснить вопрос о том, как возникают силы, совпадающие со скоростью по фазе, т. е. как образуется отрицательное механическое сопротивление.

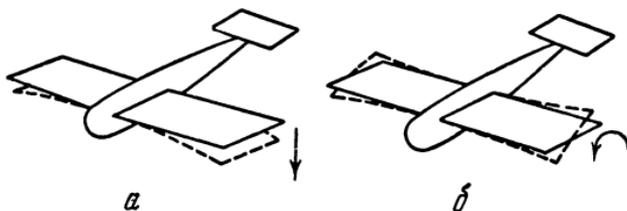


Рис. 120.

Крыло, рассматриваемое как балка, заделанная одним концом, может совершать колебания двух основных видов: изгибные и крутильные (рис. 120, а и б). Определим силы, действующие на крыло, совершающее колебания изгиба во встречном потоке воздуха. При колебаниях изгиба сечение крыла, изображенное на рис. 121, движется вверх и вниз, оставаясь параллельным самому себе. Крыло несколько наклонено по отношению к направлению полета; угол  $\alpha$  (рис. 121) называется углом атаки. Но если крыло, совершая



Рис. 121.

колебания, движется в некоторый момент вверх, то это равносильно уменьшению угла атаки. Чтобы убедиться в этом, нужно представить себе траекторию частицы воздуха, скользящей по нижней

поверхности крыла с учетом движения всего крыла вверх. Если же крыло движется вниз, то это равносильно увеличению угла атаки.

С другой стороны, подъемная сила зависит от угла атаки; в первом приближении приращение подъемной силы  $\Delta F$  пропорционально приращению угла атаки.

Таким образом, при движении крыла вверх, когда угол атаки получает отрицательное приращение, возникает добавочная сила  $\Delta F$ , направленная вниз, т. е. против скорости

колебательного движения. Когда же крыло движется вниз, то угол атаки возрастает и возникает добавочная сила  $\Delta F$ , направленная вверх.

Итак, приращение подъемной силы направлено всегда против скорости. Следовательно, мы имеем положительное сопротивление колебательному движению, и чисто изгибные автоколебания крыла в полете возникнуть не могут.

Аналогичным образом можно убедиться в том, что невозможны и чисто крутильные автоколебания крыла. Это следует из того, что развивающиеся при крутильных колебаниях дополнительные аэродинамические моменты направлены против угловых скоростей сечения крыла.

Для объяснения явления флаттера необходимо рассмотреть сложные изгибно-крутильные колебания крыла.

Оказывается, что чисто изгибные или чисто крутильные колебания крыла невозможны; один вид колебаний порождает другой, так что в действительности они существуют совместно. Иначе говоря, задача о колебаниях крыла есть задача о колебаниях связанных систем, или о колебании системы с двумя колебательными степенями свободы. Этим определяется относительная сложность проблемы флаттера крыла.

Разберем механизм связи обоих видов колебаний. Возьмем сперва колебания крыла в отсутствии потока. Если рассматривать данное сечение крыла, то можно отметить две точки, определяющие механические свойства конструкции: центр тяжести сечения и центр жесткости сечения. Понятие центра тяжести общеизвестно; центром жесткости называется точка приложения равнодействующей упругих сил, возникающих при деформации крыла. Оба названных центра не совпадают. На рис. 121 показано их примерное расположение.

Представим себе, что крыло изгибается и начинает с ускорением движение вниз. В таком случае возникнут силы инерции, направленные вверх; равнодействующая сил инерции будет приложена в центре тяжести. Вследствие этого появится крутящий момент, равный произведению равнодействующей сил инерции на расстояние между центром тяжести и центром жесткости. Этот момент вызовет закручивание крыла. Фазовые соотношения всех входящих в игру величин можно пояснить при помощи рис. 122 и векторной диаграммы рис. 123. На рис. 122 показаны четыре последовательных положения коле-

блющегося крыла:  $a$  — крыло движется вниз. Это — среднее положение, в котором смещение и ускорение равны нулю, а скорость имеет наибольшее значение.  $b$  — крайнее нижнее положение. В этом положении скорость равна нулю, а смещение и ускорение максимальны. На сечение действует сила упругости  $F_s$ , направленная вверх и приложенная в центре жест-

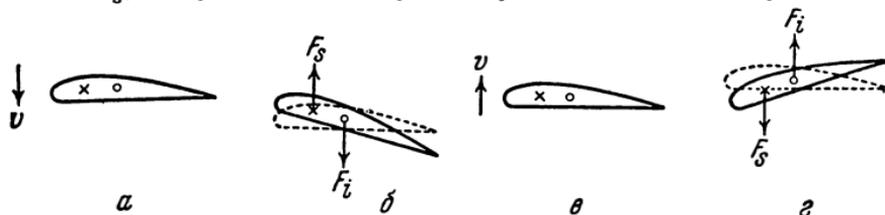


Рис. 122.

кости, и сила инерции  $F_i$ , направленная вниз и приложенная в центре тяжести. Силы  $F_s$  и  $F_i$  образуют пару, закручивающую крыло по часовой стрелке.  $в$  — среднее положение; крыло движется вверх.  $г$  — крайнее верхнее положение; направления сил и моментов изменились на обратные. На рис. 123 изображена векторная диаграмма для всех переменных величин. Здесь обозначено:  $x$  — смещение крыла (данного сечения),  $v$  — скорость,  $a$  — ускорение,  $F_s$  и  $F_i$  — соответственно силы упругости и инерции,  $M$  — крутящий момент, происхождение которого

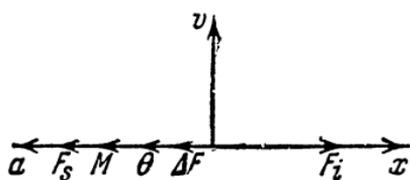


Рис. 123.

объяснено выше. Момент  $M$  вызывает поворот сечения на некоторый угол  $\theta$ . Так как частота крутильных колебаний в действительных конструкциях выше частоты изгибных колебаний, то сопротивление крыла кручению имеет упругий (а не инерционный) характер. Поэтому (если пренебречь активным сопротивлением, обусловленным потерями при деформации) изменения угла  $\theta$  совпадают по фазе с изменениями момента  $M$ , как и показано на диаграмме.

Посмотрим теперь, что получится, если колеблющееся описанным образом крыло поместить во встречный воздушный поток. При выбранных направлениях отсчета угол  $\theta$  представляет собою положительное приращение угла атаки. Но, как

говорилось выше, подъемная сила получает приращение  $\Delta F$ , пропорциональное приращению угла атаки, т. е. находящееся с ним в фазе. Следовательно, переменная сила  $\Delta F$  совпадает по фазе с ускорением; она не может поэтому совершать работу; она лишь влияет на период свободных колебаний крыла, уменьшая этот период. Итак, рассмотренная связь изгибных и крутильных колебаний крыла не содержит еще механизма автоколебаний.

Мы установили, что изгибные колебания порождают крутильные. Аналогичным образом можно показать, что крутильные колебания вызывают изгибные. Таким образом, крыло представляет собою систему с двумя колебательными степенями свободы с инерционной связью между ними. Как всегда, в такого рода системе наблюдаются две собственные частоты, несколько отличающиеся от собственных частот для чисто изгибных и чисто крутильных колебаний. Хотя наличия связи между изгибными и крутильными колебаниями само по себе еще недостаточно для объяснения механизма флаттера, эта связь играет существенную роль в возникновении автоколебаний, как мы сейчас увидим.

Представим себе, что тем или иным способом мы возбудили изгибные колебания крыла, находящегося во встречном потоке. Результатом этих колебаний является периодическое изменение угла атаки, как было выяснено раньше. Но изменения угла атаки вызывают пропорциональные изменения аэродинамического момента. Переменный момент вызывает крутильные колебания. Последние же благодаря наличию инерционной связи усиливают колебания изгиба. Так образуется замкнутая автоколебательная система с отчетливой обратной связью и с преобразованием энергии потока в колебательную энергию.

Заметим, что здесь в отличие от предыдущего появляется новый вид связи между колебаниями изгиба и кручения, а именно, аэродинамическая связь. Ее отличие от ранее рассмотренной инерционной связи — отличие, чрезвычайно существенное с точки зрения автоколебаний, — состоит в том, что при инерционной связи закручивающий момент пропорционален ускорению изгибного движения крыла, тогда как при аэродинамической связи момент пропорционален скорости этого движения.

Энергетический обмен в описанном механизме поясняется схемой рис. 124.

Аналогичный механизм образуется, если исходить вначале из колебаний кручения. Колебания кручения вызывают перио-

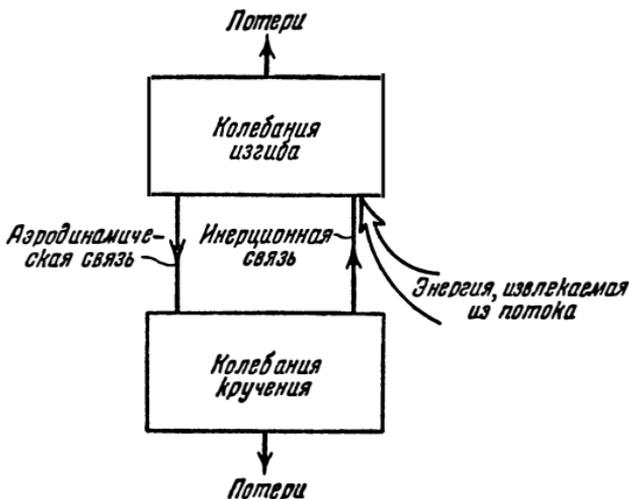


Рис. 124.

дическое изменение подъемной силы; изменения подъемной силы порождают колебания изгиба, а последние через инерционную связь могут усилить колебания кручения, и так далее.

Для того чтобы оба описанных механизма могли действовать, необходимо выполнение фазовых условий: необходимо, чтобы дополнительная сила, получаемая вследствие обратной связи, совпадала по фазе со скоростью данного типа колебательного движения.

Для первого механизма, т. е. для колебаний изгиба с обратной связью через крутильные колебания, фазовые соотношения иллюстрируются векторной диаграммой рис. 125. Основные векторы — смещение  $x$ ,

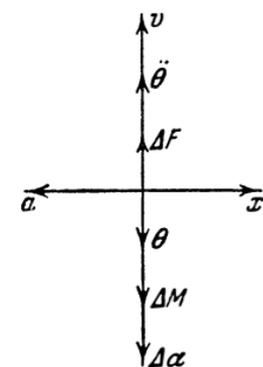


Рис. 125.

скорость  $v$  и ускорение  $a$  — те же, что и на рис. 123. Далее,  $\Delta \alpha$  — приращение угла атаки, сдвинутое относительно ско-

рости на  $180^\circ$  (так как при положительной скорости — вверх — приращение угла отрицательно, и наоборот). Добавочный аэродинамический момент  $\Delta M$  совпадает по фазе с  $\Delta \alpha$ . Переменный угол закручивания  $\theta$  совпадает по фазе с моментом  $\Delta M$  — здесь сохранены те же предположения, что и при построении диаграммы рис. 123. Угловое ускорение  $\ddot{\theta}$  противоположно по фазе угловому смещению  $\theta$  и совпадает по фазе со скоростью  $\dot{\theta}$ . Наконец, переменная сила  $\Delta F$ , обусловленная инерционной связью, совпадает по фазе с угловым ускорением, а следовательно, и со скоростью  $\dot{\theta}$  колебаний изгиба. Мы убеждаемся, таким образом, что автоколебания возможны.

Энергия, извлекаемая колеблющимся крылом из встречного потока воздуха, быстро растет с увеличением скорости потока, т. е. скорости полета. Поэтому существует вполне определенная скорость полета, при которой поступление энергии сравнивается с потерями и возникают автоколебания. Эта скорость называется критической. У правильно рассчитанного самолета критическая скорость должна быть значительно выше максимальной скорости полета, включая и такие особые режимы полета, как пикирование, штопор и т. п. Выполнение этого условия гарантирует самолет от возникновения флаттера.

Критическая скорость в настоящее время надежно и сравнительно просто подсчитывается по конструктивным параметрам крыла и по данным продувок модели крыла в аэродинамической трубе. Однако неизменная тенденция к повышению максимальных скоростей самолетов заставляет рассмотреть общие пути к устранению флаттера.

Если бы возможные механизмы автоколебаний исчерпывались сказанным выше, то радикальное устранение флаттера мы получили бы, если бы центры тяжести и жесткости совпадали в любом сечении крыла. Тогда не существовали бы инерционные связи между колебаниями кручения и изгиба, а, как было выяснено выше, чисто изгибные и чисто крутильные колебания могут быть только затухающими. Однако, во-первых, имеются еще аэродинамические подробности, в рассмотрение которых мы не входим, а во-вторых, указанное требование очень трудно осуществить конструктивно. Вместе с тем если не совмещение, то сближение обоих центров возможно, а тем самым уменьшается поступающая в крыло ко-

лебательная энергия  $\pi$ , следовательно, повышается критическая скорость.

Наряду с флаттером крыльев наблюдается еще флаттер, усложненный наличием элеронов (закрылков), флаттер хвостового оперения, флаттер винтов. Все эти явления сходны по физической природе с рассмотренными выше, все они вредны и опасны и подлежат безусловному устранению.

В заключение следует еще отметить, что явление флаттера встречается и в природе. Например, трепетание листьев на ветру имеет, по существу, ту же природу, что и флаттер. В особенности характерной моделью является осиновый лист (известно, что листья осины трепещут при самом слабом ветре) с его косым подвесом на длинном черенке, обладающем очень малой боковой жесткостью.

### § 23. ШИММИ

Этим профессиональным термином обозначается виляющее движение катящегося колеса.

Шимми наблюдалось в передних колесах автомобилей ранних конструкций. В новейшее время проблема шимми возникла в связи с распространением самолетных шасси с носовым колесом. Этот вид шасси имеет серьезные преимущества с точки зрения условий посадки самолета на аэродром [17]. Однако на первых порах внедрению этой рациональной конструкции препятствовало явление шимми, приводившее к ряду тяжелых аварий, пока не была разъяснена его природа и не были изысканы средства к его устранению. Нужно заранее признать, что явление слишком сложно, чтобы его можно было до конца объяснить качественно. Поэтому в данном параграфе будет дано только общее описание явления и характеристика факторов, от которых оно зависит. Взаимные же связи между этими факторами в том виде, как они установлены М. В. Келдышем [16], вынесены в добавление (см. стр. 155).

Переднее колесо самолета установлено на поворотной стойке (ноге) и принимает на себя определенную вертикальную нагрузку (рис. 126). В спокойном состоянии эта нагрузка сжимает пневматик (пневматическую шину), в результате чего он соприкасается с опорной плоскостью по некоторой площади, имеющей форму эллипса.

Явление шимми существенно образом зависит от упругих деформаций пневматика. Если отвлечься от влияния наклона колеса, то таких деформаций две: боковое смещение колеса  $\lambda$  и угол закручивания колеса относительно площади соприкосновения  $\varphi$ . Первый вид деформации показан на рис. 127, на котором пунктиром отмечена эллиптическая площадь соприкосновения до деформации, сплошной линией — площадь соприкосновения, деформированная в результате бокового смещения.

Второй вид деформации поясняется рис. 128. На этом рисунке показана неизменная площадь соприкосновения (заштрихована) и измененное положение колеса при деформации вследствие закручивающего момента, действующего по часовой стрелке.

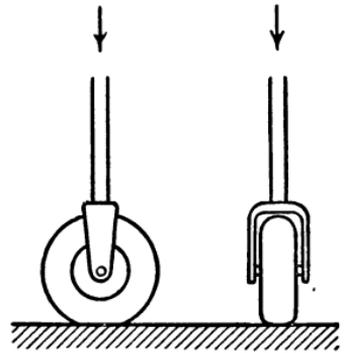


Рис. 126.

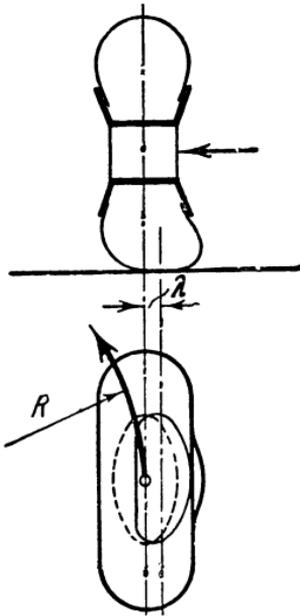


Рис. 127.

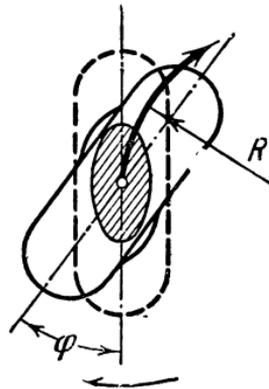


Рис. 128.

нием явления шимми, состоит в том, что обе вышеописанные деформации пневматика сообщают колесу тенденцию двигаться

по кривой, кривизна которой пропорциональна этим деформациям. Направления зависящих от деформаций траекторий колеса отмечены на рис. 127 и 128 кривыми стрелками; через  $R$  обозначен радиус кривизны траектории.

Этих представлений уже достаточно для описания одной из простейших разновидностей явления — так называемого кинематического шимми. Обозначим через  $\theta$  угол между плоскостью обода колеса и направлением движения самолета, или, проще говоря, угол поворота стойки. Пред-

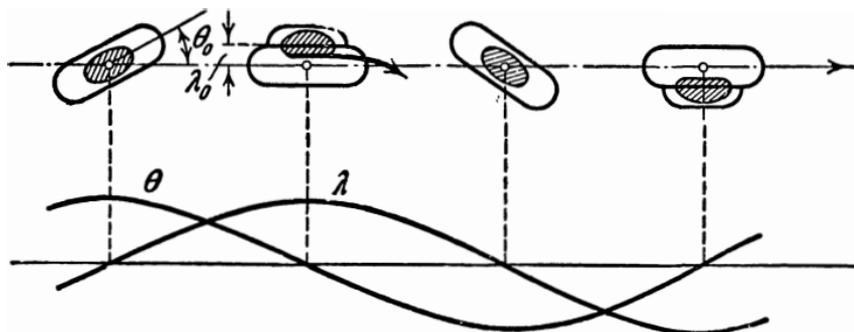


Рис. 129.

положим, что в начальный момент колесо повернуто на угол  $\theta_0$  (рис. 129). При дальнейшем движении колесо сойдет с прямой, по которой движется ось стойки; начнет накапливаться деформация  $\lambda$ . Колесо станет поворачивать обратно, катясь по траектории переменной кривизны (эта траектория оказывается синусоидой). Наибольшая кривизна траектории получается в положении, когда боковое смещение  $\lambda$  наибольшее. При этом колесо располагается параллельно направлению движения. Затем под влиянием деформации  $\lambda$  оно возвращается на основную линию. Деформация при этом исчезает, но зато увеличивается угол  $\theta$ , достигающий к концу полуцикла значения  $\theta_0$ . Таким образом, при описанных условиях колесо будет катиться по синусоиде, размах которой не убывает. Любое случайное начальное возмущение вызывает непрерывающееся в дальнейшем шимми. На рис. 129 кроме четырех последовательных положений колеса изображены также графики изменения величин  $\lambda$  и  $\theta$ . Боковое смещение колеса изображено в сильно преувеличенном виде. При рас-

смотрении явления не принималась во внимание угловая деформация, так как на свободно вращающейся стойке (рис. 126) не могут развиваться какие-либо моменты, а динамику колеса мы пока не учитываем.

Радикальной мерой к устранению кинематического шимми является такое видоизменение конструкции стойки, при котором колесо вынесено относительно оси стойки, как показано на рис. 130. Вынос  $t$  считается положительным, если колесо сдвинуто по отношению к стойке назад. Наличие выноса сильно усложняет дело. Появляется момент относительно оси стойки, и как следствие этого возможны деформации закручивания. Они играют положительную роль: благодаря им колебания возможны только при самых малых выносах, да и то эти колебания оказываются затухающими. При больших же выносах движение вообще теряет колебательный характер; случайно отклонившееся колесо аperiodически возвращается на основную линию.

Основной интерес представляет, однако не кинематическое, а динамическое шимми. При рассмотрении этого явления приходится учитывать кроме описанных факторов еще и момент инерции колеса относительно стойки. Колесо само по себе представляет колебательную систему, способную совершать крутильные колебания относительно стойки, причем параметрами, определяющими частоту этих колебаний, являются момент инерции колеса и момент упругости, обусловленный деформацией пневматика. С другой же стороны, механизм кинематического шимми остается в силе. Таким образом, явление состоит в автоколебаниях связанных систем, или системы с двумя степенями свободы: одна степень свободы динамическая, другая — кинематическая. Аналогичный случай нам встретился при рассмотрении флаттера; мы имели там связанные колебания двух видов: изгибные и крутильные. Но связи между обоими видами колебаний в случае флаттера проще и поддаются расчленению. Задача же о шимми сложнее; не пытаясь дать качественной картины самовозбуждения, отметим лишь, что применение стойки с выносом оказывается

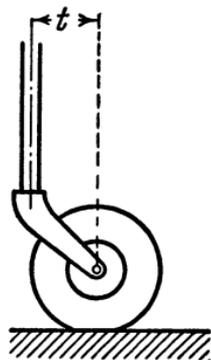


Рис. 130.

весьма радикальным средством борьбы с шимми и в общей постановке задачи, т. е. применительно к динамическому шимми.

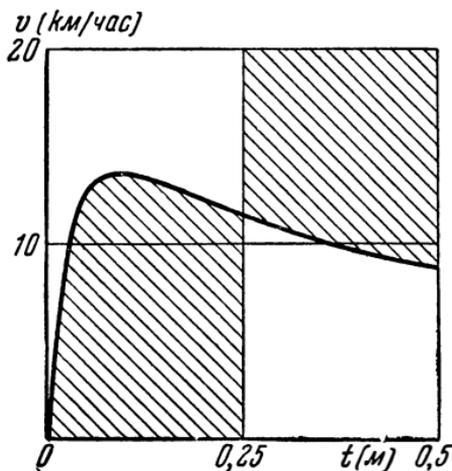


Рис. 131.

На рис. 131 изображена диаграмма, заимствованная из работы Келдыша. На этой диаграмме по осям отложены скорость самолета  $v$  и вынос  $t$ . Площадь диаграммы разбита на области, показывающие, при каких условиях возможны автоколебания. Области устойчивости (т. е. области, в которых автоколебания невозможны) на диаграмме заштрихованы. Критическое значение  $t$  (на рисунке  $t=0,25$ ), при котором смыкаются области устойчивости и неустойчи-

вости, зависит от кинематических параметров деформации пневматика.

Первоначально основной мерой борьбы с шимми являлось применение демпферов, гасящих вращательные колебания стойки. Конечно, демпферы — вполне универсальное средство предотвращения колебаний. Но желательно обойтись без них, так как они сильно усложняют и утяжеляют конструкцию. Рациональная конструкция стойки позволяет значительно облегчить демпферы или даже вовсе устранить их. В частности, очень эффективным видоизменением конструкции, данной на рис. 130, является стойка с двойным шарниром, устройство которой показано схематически на рис. 132. Колесо на такой стойке может совершать свободные колебания двоякого рода: колебания кручения, частота которых зависит от момента инерции колеса и момента упругости пневматика, и колебания бокового смещения, частота

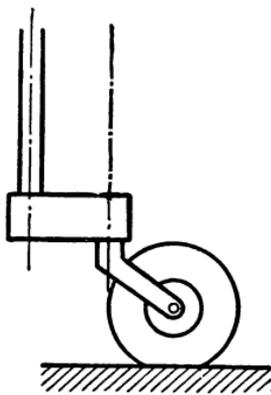


Рис. 132.

которых зависит от массы колеса и упругости пневматика. Анализ показывает, что если частота крутильных колебаний меньше, чем частота боковых колебаний, то шимми не возникает ни при каких скоростях самолета (без демпферов). Таким образом, эта конструкция при выполнении указанного условия представляет собою радикальное решение проблемы шимми.

## § 24. ПАРАМЕТРИЧЕСКОЕ ВОЗБУЖДЕНИЕ

Энергия может быть вложена в систему не только прямым путем, который мы до сих пор рассматривали, т. е. не только путем периодического воздействия силы на колебательную систему.

Энергия может быть вложена в систему также путем периодического изменения какого-либо параметра системы при условии, что для этого изменения нужно совершать работу.

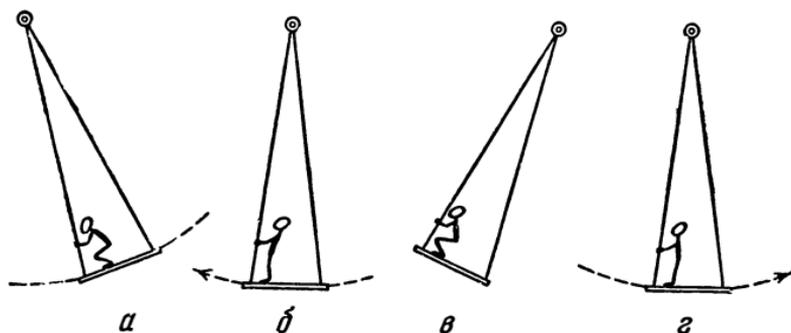


Рис. 133.

А это условие выполняется только, если изменение параметра имеет надлежащую частоту и должным образом фазировано относительно движения системы.

Общее представление о параметрическом возбуждении можно составить, рассматривая такой простейший пример, как раскачивание качелей. Для того чтобы раскачаться, человек, стоящий на доске качелей, приседает в крайних (верхних) положениях качелей (а и в на рис. 133) и резко распрямляется при проходе качелей через среднее (нижнее) положение (б и г на рис. 133). Центр тяжести системы при этом пери-

одически поднимается и опускается. С учетом качания центр тяжести описывает траекторию, показанную на рис. 134.

Если бы человек приседал и распрямлялся на неподвижных качелях, то никакой работы он совершить не мог бы: работа, затраченная при поднятии центра тяжести, возвращалась бы при его опускании. Действительно, раскачать описанным способом неподвижные качели нельзя.

Но если качели уже качаются, то при каждом цикле описанного выше сложного движения совершается работа, идущая на увеличение размаха качелей.

Дело в том, что, распрямляясь на движущихся качелях, человек развивает усилие, пропорциональное радиальному (центростремительному) ускорению, и совершает соответствующую работу. Радиальное ускорение зависит от скорости. Оно имеет наибольшее значение при проходе качелей через среднее (нижнее) положение.

Именно в этом положении человек распрямляется. В крайних же (верхних) положениях скорость, а с нею и радиальное ускорение равны нулю, и, приседая в этих положениях, человек никакой работы не производит<sup>1)</sup>. Работа же, зависящая от силы тяжести, за цикл равна нулю, как пояснено выше.

Рассматривая качели, как математический маятник, мы можем трактовать происходящие при раскачивании качелей явления как результат периодического изменения длины маятника. Длина маятника — его основной параметр. Таким образом, колебания возникают вследствие периодического изме-

<sup>1)</sup> То же самое можно сказать и по-другому, а именно: человек, распрямляясь, уменьшает момент инерции качелей, как системы, совершающей вращательное движение. Момент количества движения при этом сохраняется; значит, возрастает угловая скорость. Энергия системы при этом также возрастает; ее прирост равен совершенной работе при распрямлении человека. В крайних положениях скорость, а следовательно, и момент количества движения равны нулю; перемещение массы и связанное с этим изменение момента инерции не оказывают влияния на запас энергии в системе.

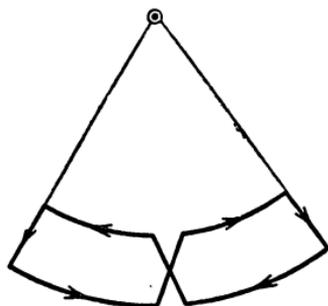


Рис. 134.

нения параметра колебательной системы, и это мы называем параметрическим возбуждением.

Другим примером параметрического возбуждения является так называемый опыт Мельде (1859). Опыт заключается в том, что натянутая струна прикрепляется одним концом к ножке колеблющегося камертона (рис. 135). В струне возбуждаются параметрические колебания. Изменяемым параметром является в данном случае натяжение струны.

По поводу обоих приведенных примеров можно заметить, что параметрический способ возбуждения очень легко отличить от обычного. Оба примера являются механическими; в обоих наблюдаются механические колебания и действуют периодические механические силы. Но эти силы действуют не в направлении совершающихся колебаний, а в перпендикулярном направлении. Таким образом, сразу видно, что эти силы не могут непосредственно совершить работу над колебательной системой. Работа совершается и вкладывается в систему через посредство изменения параметра.

Всматриваясь внимательно в действие обеих описанных систем, можно подметить еще одно обстоятельство, очень характерное для параметрического возбуждения, а именно: частота изменения параметра вдвое больше частоты возбуждаемых колебаний. Действительно, человек на качелях совершает два полных цикла движения (два подъема и два приседания) за одно качание. В опыте с натянутой струной струна возбуждается, если ее собственная частота вдвое ниже частоты камертона.

Аналогично обстоит дело и в других параметрических системах. Нужно лишь заметить, что отношение частоты колебаний к частоте изменения параметра может равняться не только  $\frac{1}{2}$ , но и  $1, \frac{3}{2}, 2, \frac{5}{2}$  и так далее. Однако легче всего

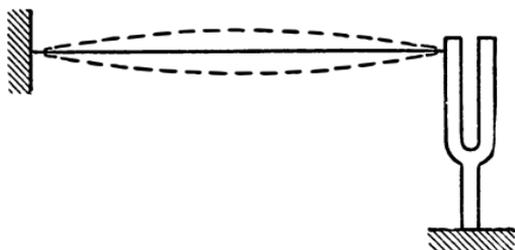


Рис. 135.

параметрические колебания возбуждаются именно при отношении названных частот, равном  $\frac{1}{2}$ .

Можно возбудить параметрические колебания в электрическом контуре, если периодически изменять один из его параметров, т. е. емкость или индуктивность. Представим себе, что мы изменяем емкость колебательного контура при наличии колебаний следующим образом: раздвигаем обкладки конденсатора в моменты, когда напряжение на конденсаторе имеет наибольшее значение (что происходит дважды за период), и снова сдвигаем обкладки, когда напряжение на конденсаторе равно нулю. Очевидно, что, раздвигая обкладки, мы совершаем работу, которая идет на повышение напряжения (так как емкость уменьшается, а заряд остается неизменным). При сближении же обкладок работа не затрачивается и не возвращается, так как напряжение равно нулю. Ана-

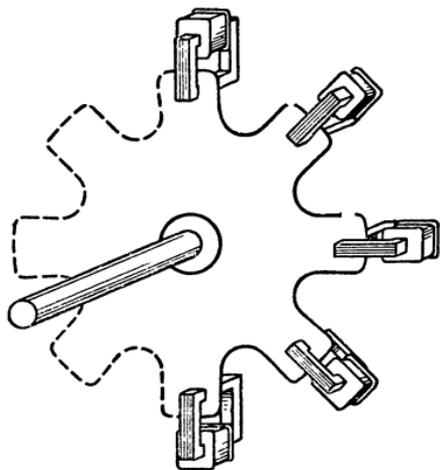


Рис. 136.

логично обстоит дело и при периодическом изменении индуктивности, которую нужно уменьшать в моменты, когда ток имеет наибольшее значение, и увеличивать, когда ток переходит через нуль.

Академики Манделъштам и Папалекси, разработавшие теорию параметрического возбуждения [18], построили электрический параметрический генератор следующего устройства [19]. Статор генератора представляет собою группу катушек с разомкнутыми стальными сердечниками. Ротор представляет собою зубчатый металлический диск из немагнитного и хорошо проводящего металла (алюминий, медь). Число зубцов ротора равно числу катушек статора. Таким образом, при вращении ротора его зубцы входят в зазоры сердечников, то оказываются в промежутках между ними (рис. 136). При введении проводящего металла в магнитное поле катушек индуктивность

их уменьшается. Следовательно, при вращении ротора индуктивность катушек будет периодически изменяться. Частота изменения индуктивности (частота модуляции) пропорциональна числу зубцов и числу оборотов ротора. Ротор приводится во вращение мотором с повышающей зубчатой передачей (в построенной модели число оборотов ротора доходило до 15 000 в минуту). Если теперь подключить к катушкам конденсатор и образовать, таким образом, колебательный контур, то, когда частота модуляции будет вдвое больше собственной частоты контура, в нем возникнут быстро нарастающие по амплитуде колебания. Если рост амплитуды ничем не ограничен, то переменное напряжение достигает таких больших значений, что пробивается изоляция конденсаторов. Во избежание этого при опытах генератор нагружался лампами накаливания. Лабораторная модель развивала колебательную мощность в несколько киловатт при частоте около 1000 *герц*. Для того чтобы колебания возбудились, нужно соблюдать определенное соотношение между относительным изменением параметра (глубиной модуляции) и затуханием контура. Чем затухание больше, тем больше и необходимая глубина модуляции. В этом требовании заключено, по существу, условие энергетического баланса.

Теперь заметим, что генератор Мандельштама и Папалекси является генератором с независимым параметрическим возбуждением. Это значит, что изменения параметра задаются извне, и частота этих изменений может быть какой угодно.

В опыте Мельде мы также имеем дело с независимым параметрическим возбуждением. В обоих случаях нужно подогнать частоты модуляции и колебательной системы к наиболее выгоднейшему соотношению, равному половине. В генераторе Мандельштама и Папалекси это достигается изменением числа оборотов ротора (при постоянной настройке контура), в опыте Мельде — изменением натяжения струны (при неизменной частоте камертона).

Можно, однако, представить себе и такую систему, в которой колебательная система сама управляет изменениями параметра через посредство соответствующим образом организованной обратной связи. Такая система будет уже обладать всеми чертами автоколебательной системы. Такого рода

систему мы назовем автоколебательной системой с параметрическим возбуждением.

Качели являются именно такой системой. Однако канал обратной связи пролегает в этом случае через реакции человека. Чтобы не запутывать вопрос, мы попытаемся построить для примера схему по возможности простой автоколебательной системы с параметрическим возбуждением на основе математического маятника переменной длины.

Возможное устройство такого рода системы показано на рис. 137. Маятник 1 качается на нити 2, перекинутой через блок 3.

Конiec нити прикреплен к стальному рычагу 4, могущему занимать два положения; в левом положении он удерживается ограничителем, в правое же положение переходит под действием электромагнита 5. Имеется система контактов, управляемая движением маятника: контакт  $K_1$ , блокируемый электромагнитом 6, и два контакта  $K_2$  и  $K_3$ , находящихся в состоянии покоя в замкнутом положении. Все три контакта и оба электромагнита включены последовательно в цепь, питаемую батареей.

Действие системы таково. Маятник, проходя через среднее положение, прижимает контакт  $K_1$  и замыкает цепь (этот момент показан на рис. 137). Контакт остается замкнутым и при дальнейшем движении маятника влево, будучи заблокирован электромагнитом 6. При замыкании тока электромагнит 5 притягивает рычаг 4, который, протягивая нить через блок, укорачивает маятник. Когда маятник доходит до контакта  $K_2$ , он, задевая, размыкает его на короткое время. Блокирующий электромагнит отпускает контакт  $K_1$ , а рабочий электромагнит отпускает рычаг, в результате чего маятник удлиняется. Цепь остается разомкнутой, пока маятник не вернется в среднее положение, где он снова замкнет контакт  $K_1$ . На протя-

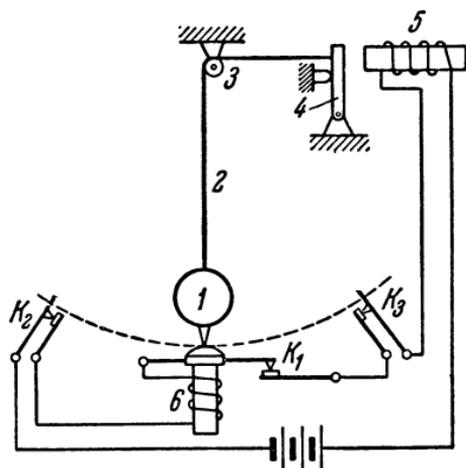


Рис. 137.

жении второго полупериода движения маятника все явления происходят в том же порядке, но с участием контакта  $K_3$  вместо  $K_2$ .

Итак, в описанной системе происходят изменения параметра — длины маятника — в точности таким же образом, как в качелях, так что траектория центра тяжести маятника, представленная на рис. 134, полностью относится и к данной системе.

Как видим, изменения параметра управляются через посредство обратной связи со стороны колебательной системы.

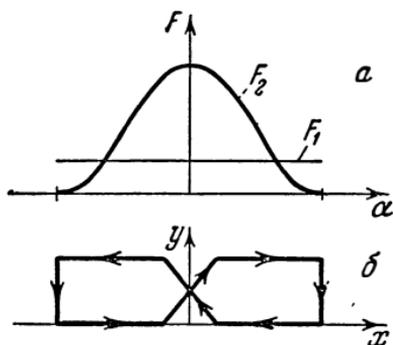


Рис. 138.

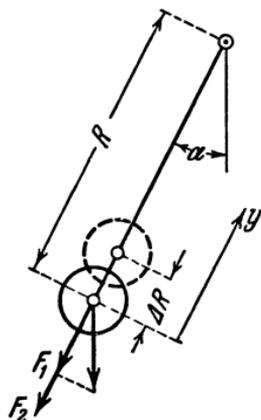


Рис. 139.

Итак, описанная система может служить примером автоколебательной системы с параметрическим возбуждением.

Займемся теперь вопросом об энергетическом балансе параметрических колебаний. Рассмотрим этот вопрос на примере качелей или, что то же, параметрического маятника рис. 137.

Как уже отмечалось, источник энергии в системах с параметрическим возбуждением совершает работу при изменении параметра. Эту работу мы и должны определить, сравнив ее с энергией, теряемой при колебаниях.

Построим прежде всего график внешних сил, действующих вдоль маятника (других сил нет!), в зависимости от положения маятника. Угловое смещение маятника обозначим через  $\alpha$  и будем отсчитывать его от среднего положения. На рис. 138, а изображены графики сил;  $F_1$  — сила тяжести, точнее ее проекция на направление маятника (как показано на рис. 139); при малых амплитудах можно считать эту силу

постоянной, т. е. не зависящей от положения маятника.  $F_2$  — центробежная сила, зависящая от угловой скорости, а следовательно, и от положения маятника, как показано на рисунке. На рис. 138, б дана зависимость смещения  $y$  центра тяжести вдоль маятника (считая от наинизшего положения) от положения маятника  $x$ . Рис. 138, б представляет траекторию центра тяжести, т. е. повторяет в прямоугольных координатах рис. 134.

Внешняя сила  $F$ , действующая на подвес маятника, уравновешивает сумму сил  $F_1$  и  $F_2$ , т. е. равна этой сумме по величине и противоположна по направлению. Сила  $F$  может совершить работу лишь на перемещениях по своему направлению, т. е. вдоль маятника. Поэтому мы должны строить диаграмму работы в виде зависимости  $F$  от  $y$ . Беря соответствующие друг другу значения обеих этих величин с графиков рис. 138, получим диаграмму, изображенную на рис. 140. Для оценки вкладываемой в систему энергии нужно учитывать, что контур диаграммы рис. 140 обходится

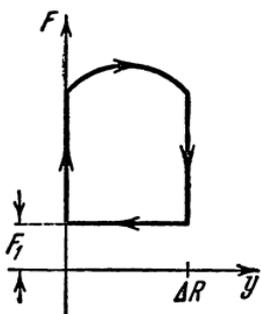


Рис. 140.

за один период колебания маятника дважды.

Заметим, что площадь диаграммы зависит от величины  $\Delta R$ , т. е. от смещения центра тяжести. Отношение  $\Delta R$  к длине маятника  $R$  есть не что иное, как глубина модуляции параметра. Таким образом, вкладываемая в систему работа пропорциональна примерно первой степени глубины модуляции. Площадь диаграммы зависит также и от величины центробежной силы. Но центробежная сила пропорциональна квадрату амплитуды колебания маятника. Значит, при постоянной глубине модуляции вкладываемая в систему энергия  $E_+$  возрастает с амплитудой по параболическому закону.

С другой стороны, если нагрузка системы линейна, т. е. если, например, затухание маятника обусловлено вязким трением, то теряемая энергия  $E_-$  возрастает также пропорционально квадрату амплитуды. Стало быть,  $E_+$  и  $E_-$  представляются двумя параболой, которые нигде не пересекаются, кроме как в начале координат (рис. 141, а). Если парабола  $E_-$  лежит выше параболы  $E_+$ , то параметрические колеба-

ния не могут возникнуть. Если же парабола  $E_+$  расположится выше  $E_-$  — этого можно достигнуть увеличением глубины модуляции, — то колебания возбуждятся, но будут неограниченно нарастать. Для того чтобы получить параметрические колебания с устойчивой амплитудой, необходимо что-нибудь из двух: либо чтобы нагрузка была нелинейна, т. е. чтобы  $E_-$  возрастала быстрее, чем по параболе (рис. 141, б), либо чтобы глубина модуляции не оставалась постоянной, а убы-

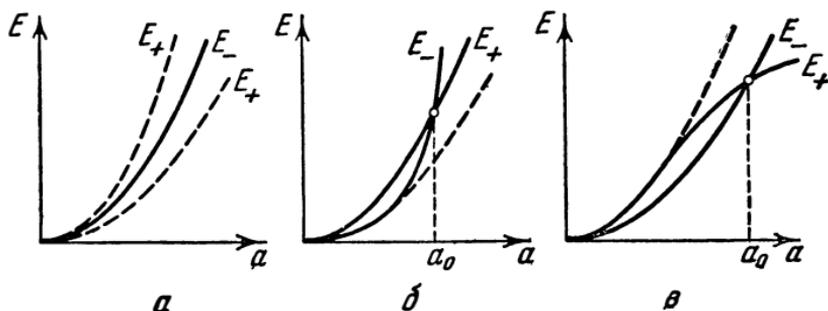


Рис. 141.

вала бы с амплитудой; тогда  $E_+$  будет расти медленнее, чем по параболе (рис. 141, в). Обе эти возможности могут быть использованы в реальном устройстве.

Так, например, человек, раскачивающийся на качелях, делает вначале очень энергичные движения, низко приседая. Когда же качели достигнут желаемого размаха, движения человека делаются еле заметными. Таким образом, в данном случае ограничение амплитуды достигается путем уменьшения глубины модуляции. Другой возможностью человек на качелях и не располагает.

## § 25. ОДНА МЕХАНИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ [20]

Рассмотрим одну механическую модель, относящуюся к параметрическим системам, но обладающую рядом своеобразных черт.

В этой модели энергия периодически порциями отбирается от падающего с некоторой высоты тяжелого шарика. Модель представляет собою желоб, состоящий из трех звеньев

(рис. 142). Прямые звенья 1 и 2 жестки, а звено 3 гибко. За счет изгиба звена 3 наклон звеньев 1 и 2 может изменяться, как показано на рис. 142 пунктиром.

Предположим, что желоб неподвижен и что мы пускаем по нему в точке  $a$  тяжелый шарик. Скатившись по звену 1, шарик приобретает к концу спуска некоторую скорость; его потенциальная энергия перейдет в кинетическую. Поднимаясь по звену 2, он будет замедлять свое движение, и к концу подъема кинетическая энергия снова перейдет в потенциальную. Если бы потери на трение отсутствовали, то шарик поднялся бы на такую же высоту, с которой он первоначально был спущен. Таким образом, шарик совершал бы в желобе периодические колебания с неубывающей амплитудой.

Пусть теперь наклон звеньев 1 и 2 периодически изменяется следующим порядком: когда шарик находится в нижнем положении, т. е. проходит звено 3, наклон звеньев 1 и 2 увеличивается, когда же шарик находится в высших точках, наклон звеньев 1 и 2 уменьшается. Если эти изменения наклона происходят скачкообразно, то легко сообразить, что шарик будет двигаться по траектории, изображенной на рис. 143.

Путь шарика начинается в точке 1. Он сбегает в точку 2 по малому наклону. В этот момент наклон увеличивается и шарик взбегает по более крутому склону до точки 3, находящейся на той же высоте, что и точка 1. В этот момент желоб опускается и шарик вместе с желобом переходит в точку 4, отдавая при этом часть своей потенциальной энергии, равную произведению веса шарика на отрезок  $\Delta_1 h$  (рис. 143). После этого шарик пускается в

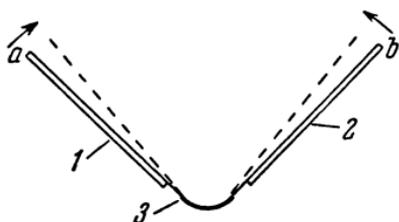


Рис. 142.

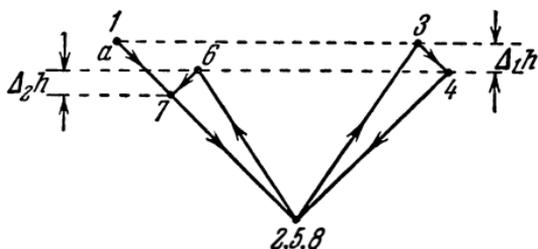


Рис. 143.

обратный путь и, пройдя наинизшее положение 5, достигает точки 6 на той же высоте, что и 4. Здесь желоб снова опускается и шарик снова отдает часть своей энергии, определяемую отрезком  $\Delta_2 h$ . Так происходит и дальнейшее движение шарика. Израсходовав весь свой первоначальный запас энергии, шарик вываливается в отверстие, сделанное в середине (в наинизшей точке) звена 3.

Как видим, все это напоминает рассуждения о качелях. Переменным параметром является здесь наклон желоба. Период изменения этого параметра вдвое меньше времени, затрачиваемого шариком на полный цикл своего движения. Разница состоит в том, что мы не раскачиваем шарик (что также вполне возможно), а, наоборот, отнимаем от него его энергию периодическими порциями. Этими периодическими порциями можно раскачать некоторую колебательную систему. Такую систему можно выполнить, например, в виде, показанном на рис. 144. Здесь масса 4 подвешена на пружине 5 и соединена шарнирными тягами 6 и 7 со звеньями 1 и 2 желоба. Средняя часть гибкого звена 3 закреплена неподвижно. Очевидно, что собственная частота системы должна быть подобрана так, чтобы она была вдвое больше частоты колебания шарика.

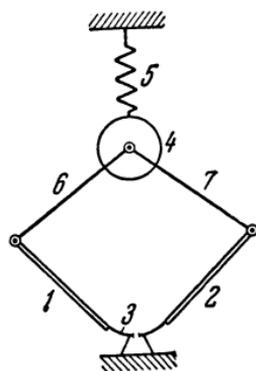


Рис. 144.

Здесь, однако, нужно заметить, что частота колебания шарика не есть постоянная величина. По мере того как высота подъема шарика убывает, продолжительность цикла его движения сокращается. Поэтому оптимальные соотношения не могут быть выдержаны в точности, и это обстоятельство несколько усложнит дело, хотя и не исключает возможности возбуждения колебаний.

Поддерживать незатухающие колебания можно, вводя периодически в систему новые шарики. Потерявшие энергию шарики будут, как выше говорилось, вываливаться через нижнее отверстие желоба. Взамен их в игру будут вступать все новые и новые шарики со свежими запасами энергии. При таких условиях мы получим незатухающие колебания.

В предыдущем предполагалось, что шарик пускается на желоб во вполне определенной — «благоприятной» — фазе, а именно, в тот момент, когда желоб опускается. Когда же шарик проходит наинизшее положение, желоб должен подниматься. При этих условиях шарик отдает энергию, как мы видели раньше. Но представим себе, что шарик попадает на желоб в другой фазе, а именно, когда желоб поднимается. Тогда при проходе шарика через наинизшее положение желоб опустится, а в наивысшем положении шарика снова поднимется, и так далее. При таких фазных соотношениях мы не только не получим от шарика энергию, но, наоборот, должны будем совершать работу подъема шарика вместе с желобом.

Следовательно, если бы шарики сыпались на желоб беспорядочно и попадали бы на него в произвольной фазе, то они с одинаковой вероятностью могли бы оказаться в благоприятной и в неблагоприятной фазах. В среднем, энергия от них не отбиралась бы и колебания не могли бы поддерживаться.

Но тут выясняется одно замечательное свойство рассматриваемой модели: она самостоятельно производит рассортировку шариков по фазе. В самом деле, шарик неблагоприятной фазы, скатывающийся по большему наклону, т. е. при поднятом желобе, и вкатывающийся вверх по меньшему наклону, т. е. при опущенном желобе, сразу вылетает с желоба и выходит из игры. На желобе остаются только шарики благоприятной фазы. Система обладает, таким образом, фазовой избирательностью.

Из сказанного следует, что поддерживать незатухающие колебания можно посредством беспорядочно сыплющихся шариков; система сама рассортирует их по фазам, выбросит шарики неблагоприятной фазы и использует энергию шариков благоприятной фазы.

Устройство, представленное на рис. 144, является параметрической, но не автоколебательной системой. Соотношение частот должно быть заранее подобрано. Система была бы автоколебательной, если бы посредством какой-либо обратной связи движение шарика само управляло наклоном или, наоборот, колебательное движение желоба управляло движением шарика.

## § 26. ЭЛЕКТРОННЫЕ ГЕНЕРАТОРЫ СВЕРХВЫСОКИХ ЧАСТОТ [21]

Описанная в предыдущем параграфе модель часто приводится в качестве механической аналогии так называемого генератора с тормозящим полем, или генератора с положительной сеткой, при помощи которого можно получить электрические колебания весьма высокой частоты (до диапазона дециметровых волн).

Аналогия действительно существует, как мы сейчас убедимся. Польза подобных аналогий часто оспаривается, но мы оставим эту методическую дискуссию в стороне, так как и электронное устройство и механическая модель представляют для нас самостоятельный интерес в качестве примеров параметрических систем.

Было обнаружено, что в обычном триоде могут возбуждаться при определенном режиме электрические колебания весьма высокой частоты. Период этих колебаний (так называемые колебания Баркгаузена-Курца) связан с временем пролета электронов в пространстве между электродами лампы.

Схема включения триода показана на рис. 145. Анод и катод соединены вместе. Сетка имеет относительно катода высокий положительный потенциал. Кроме того, имеется еще и переменная разность потенциалов, развиваемая на контуре в цепи сетки. Диаграмма распределения потенциала в пространстве между электродами показана в нижней части рис. 145, где сплошной линией обозначено распределение потенциала, создаваемое батареей, пунктирными линиями — распределение потенциала при наложении переменной составляющей напряжения. Следует заметить, что как в рассматриваемом случае, так и ниже наименования электродов имеют условный смысл: например, на рис. 145 анодом, т. е. электродом,

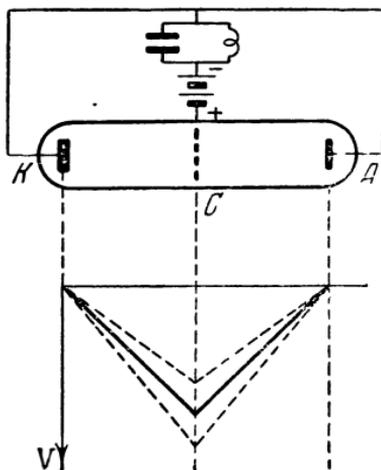


Рис. 145.

имеющим положительный потенциал относительно катода, является, в сущности, сетка.

Предположим для начала, что переменная разность потенциалов отсутствует. Тогда вышедший из катода электрон попадает в ускоряющее поле в пространстве катод — сетка ( $K$  и  $C$  на рис. 145). Пройдя сетку, электрон попадает в поле обратного направления в пространстве сетка — анод ( $C$  и  $A$  на рис. 145). Это поле оказывает на электрон тормозящее действие; электрон теряет скорость и возвращается с ускорением к сетке. Не долетев до катода, он снова поворачивает назад, и так далее. Таким образом, электрон может совершать колебательное движение между катодом и анодом. Если электрон при этом отдает свою энергию путем наведения тока во внешней цепи триода, то размах его колебаний уменьшается, пока он не попадет на сетку. На этом его индивидуальная история заканчивается; он выходит из игры.

Посмотрим теперь, что будет происходить, если на сетке имеется переменное напряжение, период которого равен времени пролета электрона от катода до анода. Рассмотрим при этом два различных случая.

Случай 1. Электрон выходит из катода в такой момент, что на протяжении пути электрона к сетке поле, создаваемое переменной разностью потенциалов, тормозит электрон или, иначе говоря, на время пробега электроном пути катод — сетка приходится отрицательный полупериод напряжения на сетке (минус на сетке относительно катода). После же пролета электроном сетки наступает положительный полупериод переменного напряжения на сетке, в результате чего возникает дополнительное поле, опять-таки тормозящее электрон. Двигаясь в тормозящем поле, электрон совершает работу за счет собственного запаса энергии. Эта работа идет на создание наведенного тока во внешней цепи. Размах колебаний электрона с каждым пролетом убывает, и в конце концов он попадает на сетку. Описанные явления представляют собой историю электрона, вышедшего из катода в благоприятной фазе.

Случай 2. Электрон выходит из катода в такой момент, когда на протяжении его пути между катодом и сеткой действует положительный полупериод переменного напряже-

ния на сетке. Когда же электрон попадает в пространство сетка — анод, наступает отрицательный полупериод переменного напряжения на сетке, действие которого уменьшает тормозящий эффект основного поля, т. е. опять-таки ускоряет электрон. В результате электрон, сохраняя некоторую скорость, попадает на анод и, таким образом, сразу выходит из игры: Его кинетическая энергия выделяется в виде тепла. Описанные явления относятся к электрону, вышедшему из катода в неблагоприятной фазе. Фаза эта неблагоприятна в том смысле, что энергия не только не отбирается от электрона, но, напротив, затрачивается на его ускорение.

Как видим, в схеме происходит автоматический отбор электронов благоприятной фазы и возможно возбуждение колебаний за счет энергии электронов, выходящих из катода непрерывно в совершенно произвольные моменты времени.

Для наглядности различие в поведении электронов представлено на рис. 146 графиками зависимости скорости от положения электрона. В верхней части рисунка представлено распределение потенциала (то же, что и на рис. 145). В нижней части линия 1 изображает движение электрона благоприятной фазы, линия 2 — неблагоприятной, линия 3 относится к случаю, когда на сетке нет переменного напряжения.

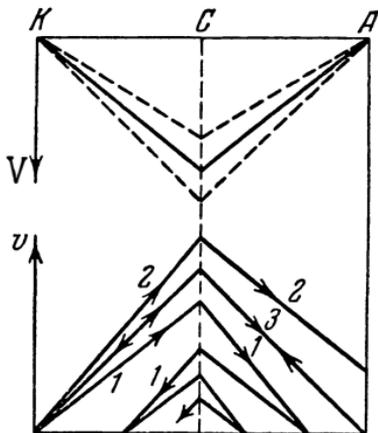


Рис. 146.

Все описанные явления аналогичны механическим явлениям в модели, рассмотренной в предыдущем параграфе. Аналогия основана на том, что движение тяжелого шарика по наклонной плоскости совершается по тому же закону, что и движение электрона в электрическом поле. Наклон соответствует напряженности электрического поля. Но наклон есть градиент высоты, а напряженность поля — градиент потенциала. Отсюда сразу следует простой рецепт построения механических моделей, изображающих движение электронов: нужно, чтобы

профиль лотка, по которому скатываются шарик, воспроизводит диаграмму распределения потенциала в пространстве, где движутся электроны. Сравнивая рис. 145 и рис. 142, мы видим, что это правило в данном случае соблюдено. Мы еще воспользуемся этими соображениями.

Обратимся теперь к сравнительно новому типу генератора сверхвысоких частот — к так называемому клистрону. Его действие основано на ином принципе, а именно, на модуляции электронов по скорости, в результате чего получается электронный поток, модулированный по плотности. Рассмотрим подробно этот интересный механизм.

Пусть поток электронов, вышедших из катода  $K$ , ускоряется сеткой  $C_1$  и проходит через две параллельные сетки,

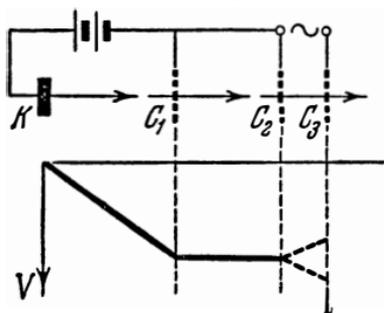


Рис. 147.

$C_2$  и  $C_3$ , между которыми приложена переменная разность потенциалов (рис. 147). Все электроны входят в пространство  $C_2 - C_3$  с одинаковой скоростью. Но в этом пространстве они ускоряются либо замедляются в зависимости от мгновенного значения поля между  $C_2$  и  $C_3$ . Таким образом, электроны выходят через  $C_3$  уже с различными скоростями,

причем чередование более быстрых и более медленных электронов происходит периодически в соответствии с изменениями напряжения между  $C_2$  и  $C_3$ . При дальнейшем движении электронов более быстрые догоняют более медленные. В результате этого в электронном потоке образуются сгустки, т. е. области с большей плотностью электронов. Процесс образования сгустков называют группированием, комбинацию сеток  $C_2$  и  $C_3$  — группирователем, а пространство, в котором сформировываются сгустки, называют пространством группирования или пространством дрейфа. Процесс группирования поясняет рис. 148. На этом графике представлены пути электронов, выходящих из катода через равные промежутки времени  $\Delta t$ . Ускоренные сеткой  $C_1$  электроны подходят к группирователю  $C_2 - C_3$  также через равные интервалы. Здесь электроны получают различное ускорение в зависимости от поля в группирователе, изменения которого представлены синусоидой в ниж-

ней части рисунка. После пробега пространства группирования образуются сгустки электронов, ясно видимые в верхней части

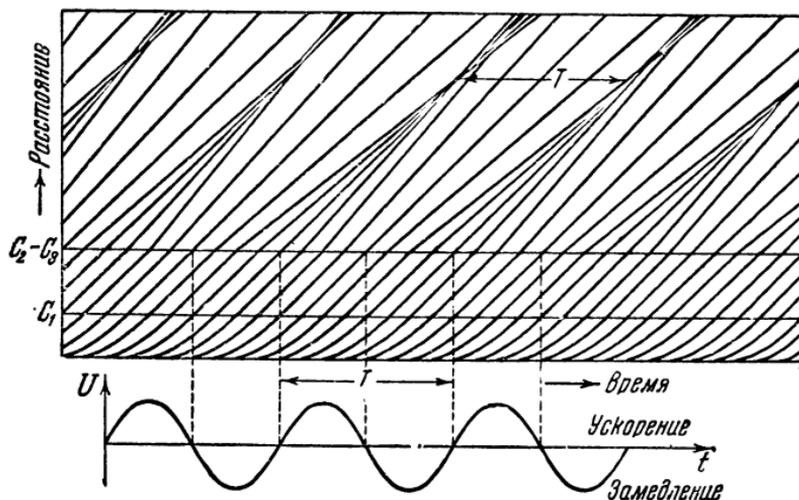


Рис. 148.

рисунка. Полученный таким образом электронный поток с периодически меняющейся плотностью можно использовать для наведения тока во

внешней цепи, и мы приходим к схеме клистрона, показанной на рис. 149. К электродам, уже упомянутым выше, добавляются две сетки,  $C_4$  и  $C_5$ , образующие так называемый улавливатель. Улавливатель располагается как раз там, где формируются электронные сгустки. Частота прохождения сгустков

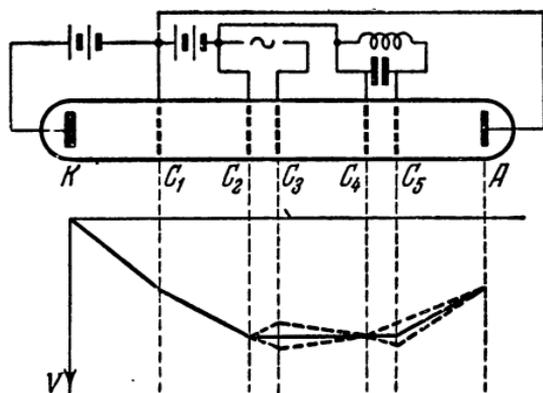


Рис. 149.

через улавливатель равна, как легко видеть из рис. 148 частоте напряжения на группирователе. К сеткам улавливателя присоединен контур, в котором наводится колебательный

ток. Электронный поток, прошедший улавливатель, отводится «анодом» *A*. Потенциальная диаграмма изображена в нижней части рис. 149.

Конструктивное осуществление принципиальной схемы рис. 149 показано на рис. 150. Группирователь и улавливатель выполнены каждый в форме пары параллельных перфорированных дисков, входящих в виде сосредоточенной емкости

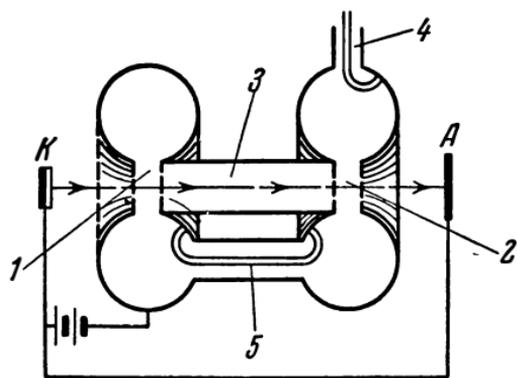


Рис. 150.

в состав объемных резонаторов — так называемых румбаторов. Эти резонаторы имеют тороидальную полость (на рис. 150 они показаны в разрезе).

Пространство дрейфа *З* находится в трубке, соединяющей оба румбатора. Коаксиальная линия *4* служит для вывода высокочастотных колебаний из клистрона. Оба румбатора

соединены петлей обратной связи *5*. Действие этой обратной связи состоит в том, что колебания, наведенные в улавливателе модулированным по плотности электронным потоком, управляют самим процессом модуляции. Таким образом, изображенное на рис. 150 устройство представляет собою автоколебательную систему с параметрическим возбуждением. Параметром, как и в лампах с тормозящим полем, является напряженность электрического поля.

Особое устройство имеет так называемый отражательный клистрон, предложенный в 1940 году В. Ф. Коваленко [22]. В этом электронном приборе одна и та же пара сеток служит и в качестве группирователя, и в качестве улавливателя. Схема отражательного клистрона показана на рис. 151. Действие его состоит в том, что электрон, прошедший группирователь  $C_2 - C_3$  и получивший в нем то или иное дополнительное ускорение, попадает в пространство  $C_3 - A$ , где действует поле обратного направления, так как анод *A* находится под отрицательным потенциалом по отношению к катоду и, тем

более, по отношению к группирователю (см. потенциальную диаграмму на рис. 145). Соотношения подобраны так, что электроны, в том числе и наиболее быстрые, поворачивают обратно, не долетев до электрода  $A$ . Пространство  $C_3 - A$  является пространством группирования. Самый процесс группирования происходит примерно так же, как и в пролетном клистроне рис. 149, несмотря на возвратное движение электронов. Процесс группирования в отражательном клистроне поясняется рис. 152. Электронные сгустки проходят через  $C_2 - C_3$ , которые на этот раз играют роль улавливателя. В системе могут возбуждаться колебания; эта система также есть автоколебательная система с параметрическим возбуждением. Однако в отличие от пре-

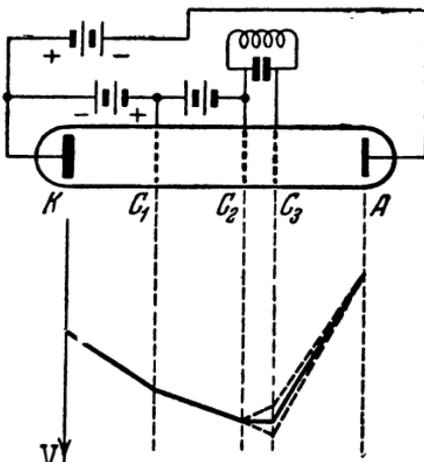


Рис. 151.

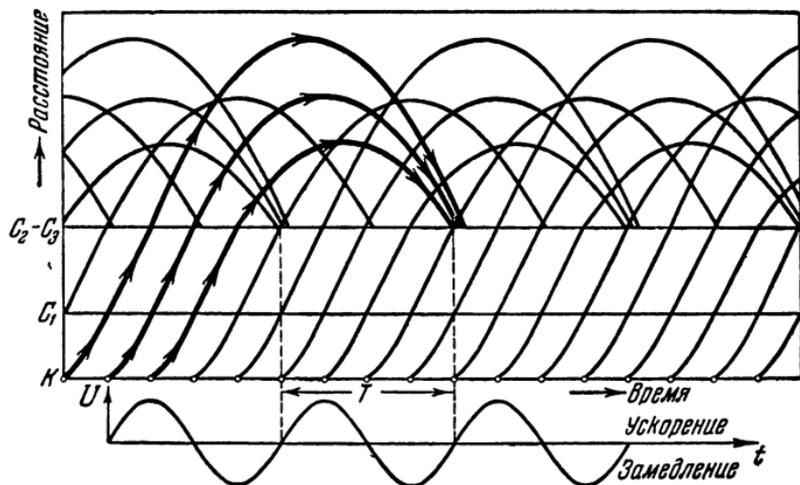


Рис. 152.

дыдущего случая обратная связь здесь не внешняя, а внутренняя: она осуществляется через электронный поток.

Для пояснения явлений в клистронах также часто прибегают к механической модели с тяжелыми шариками (см. [23], стр. 140). Процесс группирования можно иллюстрировать моделью, изображенной на рис. 153. Шарики скатываются

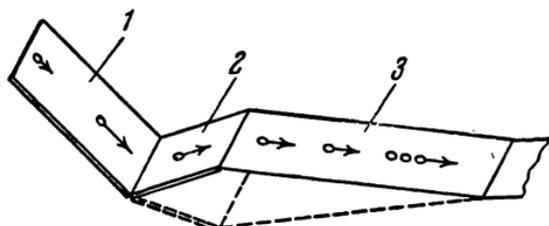


Рис. 153.

по лотку 1 и попадают на качающуюся площадку 2, периодически изменяющую свой наклон. По выходе с различной скоростью с площадки 2 шарики попадают на резиновую ленту 3, на которой происходит процесс группирования. Если теперь дать ленте 3 крутой наклон вверх, как показано на рис. 154, то мы получим модель отражательного клистрона.

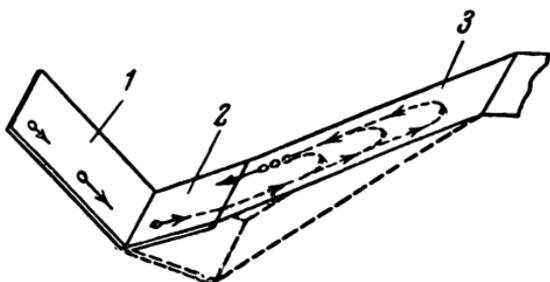


Рис. 154.

Шарики будут заворачивать обратно, и сгустки будут формироваться как раз перед попаданием шариков обратно на площадку 2. Можно подвесить площадку 2 на пружинах; образуется колебательная система, которая при соответствующей настройке будет раскачиваться периодически вбегающими на нее шариками.

Модели, изображенные на рисунках 153 и 154 построены в соответствии с потенциальными диаграммами клистронов (рисунки 149 и 151).

## § 27. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В заключение повторим в виде кратких определений и тезисов основные установленные нами положения.

Автоколебаниями называют колебания, не вызываемые внешней периодической силой — в этом их отличие от вынужденных колебаний.

Автоколебательная система — устройство, способное генерировать колебания на основе преобразования постоянного движения в колебательное и характеризующееся наличием источника энергии, колебательной системы, клапана, пропускающего энергию от источника к колебательной системе периодическими порциями, и обратной связи со стороны колебательной системы, управляющей работой клапана.

Устойчивый режим автоколебаний определяется энергетическим балансом, т. е. равенством энергии, подводимой от источника к колебательной системе, и энергии, теряемой системой. При этом можно различать два случая: если автоколебания происходят с заданной частотой, то условие энергетического баланса определяет установившуюся амплитуду автоколебаний; если же автоколебания происходят с заданной амплитудой, то условие баланса определяет частоту автоколебаний.

В линейной системе устойчивые автоколебания вообще невозможны.

Различают мягкое и жесткое самовозбуждение. В первом случае система самостоятельно раскачивается из положения покоя. Во втором случае для возбуждения системы требуется конечной величины начальный толчок.

Мягкое и жесткое самовозбуждения связаны со свойством устойчивости; мягким самовозбуждением обладает система, динамически неустойчивая в положении покоя, жестким самовозбуждением — система, устойчивая в положении покоя.

Для того чтобы автоколебания были возможны, необходимо, чтобы в колебательную систему периодически вкладывалась энергия. Это означает, что переменная сила, возникающая в результате действия обратной связи и клапана, должна совершать за каждый цикл движения определенную работу. Но это невозможно, если сила есть однозначная функция положения системы. Для того чтобы работа могла быть

совершена, необходима по меньшей мере двузначная зависимость силы от смещения.

Требуемая двузначность может быть двоякого рода — статическая и динамическая. Статической называется двузначность, которая обнаруживается в статических характеристиках зависимости силы от смещения, т. е. при сколь угодно медленных изменениях этих величин. Динамическая двузначность, наоборот, проявляется лишь в колебательном режиме и зависит от наличия в уравнениях системы членов с производными тех или иных порядков по времени.

Как статическая, так и динамическая двузначность могут трактоваться в колебательном режиме с точки зрения фазного сдвига между основными гармониками силы и смещения или силы и скорости. Работа совершается, если внешняя сила совпадает по фазе со скоростью или, что то же, если она опережает смещение по фазе на  $90^\circ$ .

При синусоидальном движении высшие гармоники силы работы не совершают и могут не приниматься во внимание.

Для исследования энергетических соотношений полезно построение диаграмм работы, представляющих собою графики в координатах сила — перемещение (или напряжение — заряд). При установившемся периодическом движении диаграмма работы представляет собою замкнутый контур. Площадь, охватываемая этим контуром, дает величину совершенной за цикл работы. Работа положительна или отрицательна (т. е. энергия вкладывается в систему или отбирается от нее) в зависимости от направления обхода диаграммы изображающей точкой.

В ряде случаев полезным оказывается понятие отрицательного сопротивления. Это понятие связано с фазовыми соотношениями. В обыкновенном — положительном — сопротивлении напряжение и ток или сила и скорость совпадают по фазе: Такое сопротивление является потребителем энергии. Если же на каком-либо элементе системы обнаруживается, что напряжение и ток противоположны по фазе, то такой элемент может являться источником колебательной энергии и обозначается как отрицательное сопротивление.

Если какой-либо элемент обладает падающей характеристикой зависимости напряжения от тока (или силы от скорости), то это значит, что его сопротивление, опреде-

ляемое как отношение приращения напряжения к приращению тока, отрицательно. Падающая характеристика и отрицательное сопротивление — понятия, выражающие одно и то же свойство системы.

Понятие отрицательного сопротивления имеет смысл только применительно к колебательным режимам. Нелинейный элемент может обладать отрицательным сопротивлением переменному току, но обязательно представляет положительное сопротивление для постоянного тока.

Падающая характеристика зависимости любых двух колебательных величин означает, что эти величины в противофазе (если их изменения лежат в пределах падающего участка).

При исследовании сложных автоколебательных систем и для выяснения роли тех или иных звеньев этих систем полезен анализ фаз. Под этим понимается рассмотрение фазовых соотношений в замкнутой цепи из колебательной системы и обратной связи, основанное на том, что результирующий фазный сдвиг после обхода любой замкнутой цепи равен нулю. Такого рода анализ удобно иллюстрировать построением векторных диаграмм, аналогичных диаграммам теории переменных токов.

Автоколебательные системы делятся на почти гармонические и релаксационные. Для первых характерна почти синусоидальная форма автоколебаний, для вторых — резко несинусоидальная и иногда разрывная. Имеется существенное различие в колебательных системах: в почти гармонических системах имеется колебательный комплекс из двух элементов (например, индуктивность и емкость), обменивающихся энергией; в релаксационной системе имеется один накопитель энергии (например, емкость), то запасующий энергию, то отдающий ее. В соответствии с этим в релаксационной системе действие клапана характеризуется перепадом между двумя значениями энергии накопителя, при одном из которых клапан открыт, а при другом — закрыт.

Для релаксационных систем этого типа характерно также, что они работают в режиме заданной амплитуды, не зависящей от нагрузки, но определяемой величиной вышеупомянутого перепада.

При наличии на характеристике клапана кроме перепада еще и падающего участка возможен плавный переход

релаксационных колебаний в почти гармонические при соответствующем постепенном изменении колебательной системы или режима.

Колебательные или задающие системы автоколебательных систем могут быть следующих родов: один накопитель (релаксационная система, вырожденный случай), колебательная система с одной степенью свободы, система с двумя или более колебательными степенями свободы (связанные системы), системы с распределенными постоянными.

Назовем прямым возбуждением такой механизм поддержания колебаний, когда периодическая сила действует непосредственно на колебательную систему и совершает над ней работу. В отличие от этого возможно параметрическое возбуждение, состоящее в том, что сила периодически изменяет какой-либо параметр колебательной системы, совершая при этом работу. Характерным внешним признаком параметрического возбуждения является то, что частота модуляции (изменения параметра) может не совпадать с частотой возбуждаемых колебаний. В частности, легче всего параметрические колебания возбуждаются при отношении частот модуляции и колебаний, равном 2:1.

В предыдущем содержится уже целый ряд элементов классификации автоколебательных систем, которая, однако, здесь не развивается.

При практической работе с автоколебаниями приходится решать две основные задачи: как получить колебания требуемой частоты, мощности и формы, если они нужны, или как устранить автоколебания, если они вредны. Основные рычаги управления — это фазовые соотношения и энергетический баланс.

## ДОБАВЛЕНИЯ

### 1. Диаграммы работы и ортогональность функций

Мы пользовались диаграммами работы для наглядного графического пояснения энергетических соотношений. Аналитическое представление этих соотношений связано с одним общим свойством функций — с ортогональностью. Стало быть, диаграммы работы в принятой нами форме фигур Лиссажу могут служить геометрической интерпретацией свойства ортогональности. Взаимную связь всех этих понятий (ортогональность — энергетические соотношения — диаграммы работы — фигуры Лиссажу) мы постараемся здесь выяснить.

1. Энергия некоторого физического процесса может быть выражена интегралом

$$E = \int_{t_1}^{t_2} u(t) v(t) dt, \quad (1)$$

где  $u$  и  $v$  — две физические величины, выбранные так, что их произведение имеет смысл и размерность мощности (например, напряжение и ток; сила и скорость). Если ввести

$$w(t) = \int^t v(t) dt, \quad (2)$$

то формула (1) может быть переписана в виде

$$E = \int_{t_1}^{t_2} u(t) dw(t). \quad (3)$$

Здесь уже произведение  $uw$  имеет размерность работы (или энергии). Например,  $u$  и  $w$  могут означать силу и

смещение (напряжение и заряд). Если процесс периодический, то интегрирование от  $t_1$  до  $t_1 + T$  дает нам энергию за один период.

2. Если теперь выбрать  $u$  и  $v$  за прямоугольные координаты и построить в них график процесса, исключив параметр  $t$ , то мы получим фигуру Лиссажу, которая является диаграммой работы, т. е. диаграммой, площадь которой позволяет непосредственно судить о величине энергии, а направление обхода — о направлении движения энергии, т. е. о том, вкладывается энергия в систему или отбирается от нее. Если площадь фигуры равна нулю, то это означает равенство нулю энергии. При этом нужно напомнить, что площади замкнутого контура присваивается тот или иной знак в зависимости от направления обхода, так что, например, фигура в форме симметричной восьмерки имеет нулевую площадь.

3. Определение ортогональности гласит: две функции  $u(t)$  и  $v(t)$  ортогональны друг другу на промежутке  $(t_1, t_2)$ , если

$$\int_{t_1}^{t_2} u(t) v(t) dt = 0. \quad (4)$$

Сопоставляя это с (1), мы видим, что равенство нулю энергии, ортогональность функций  $u$  и  $v$  и равенство нулю площади фигуры Лиссажу, представляющей нам диаграмму работы, — это лишь различные физические или математические аспекты одних и тех же соотношений.

Напомним теперь некоторые простейшие зависимости. Рассмотрим интеграл

$$I = \int_{-c}^c u(t) v(t) dt. \quad (5)$$

Если обозначить

$$f(t) = \int_0^t u(t) v(t) dt, \quad (6)$$

то значение интеграла (5) есть

$$I = f(c) - f(-c). \quad (7)$$

Важно отметить два частных случая: когда  $f(t)$  четная функция, т. е.

$$f(t) = f(-t), \quad (8)$$

и когда  $f(t)$  нечетная функция, т. е.

$$f(t) = -f(-t). \quad (9)$$

В первом случае мы получим равенство нулю интеграла (5) на любом промежутке  $(-c, c)$  в силу равенства (8). Во втором же случае, т. е. когда функция нечетна, мы получим равенство нулю интеграла только при условии

$$f(\pm c) = 0, \quad (10)$$

откуда и можно найти значение  $c$ , при котором равенство удовлетворяется.

Эти соображения могут быть применены и к более общему виду функции на том основании, что всякая функция может быть разложена на четную и нечетную части при помощи элементарных соотношений

$$f(t) = f_1(t) + f_2(t);$$

$$f_1(t) = \frac{1}{2} [f(t) + f(-t)] \quad (\text{четная часть}),$$

$$f_2(t) = \frac{1}{2} [f(t) - f(-t)] \quad (\text{нечетная часть}).$$

4. Рассмотрим в качестве примера ортогональность тригонометрических функций. Она выражается, как известно, соотношениями

$$\int_{-\pi}^{\pi} \sin px \sin qx \, dx = 0 \quad (p \neq q), \quad (11)$$

$$\int_{-\pi}^{\pi} \sin px \cos qx \, dx = 0 \quad (\text{при любых } p \text{ и } q), \quad (12)$$

где  $p$  и  $q$  — неотрицательные целые числа. Соотношения (11) и (12) играют большую роль в теории рядов Фурье.

Воспользовавшись обозначениями (2) и (3), перепишем (11) и (12) в виде

$$\int_{-\pi}^{\pi} \sin px \, d(\cos qx) = 0 \quad (p \neq q), \quad (13)$$

$$\left. \begin{array}{l} \int_{-\pi}^{\pi} \sin px \, d(\sin qx) = 0 \\ \int_{-\pi}^{\pi} \cos px \, d(\cos qx) = 0 \end{array} \right\} \text{ (при любых } p \text{ и } q). \quad (14)$$

или

Формулы (13) и (14) могут быть иллюстрированы при помощи фигур Лиссажу. Рассмотрим несколько примеров (рис. 155).

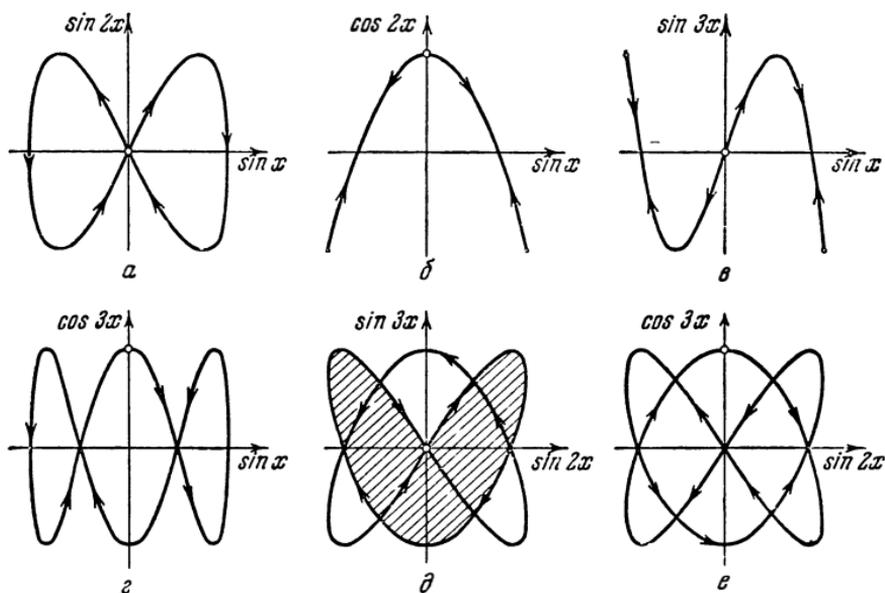


Рис. 155.

а)  $u = \sin 2x$ ,  $w = \sin x$ . Фигура имеет форму восьмерки, площадь которой равна нулю, так как две равные петли, из которых состоит фигура, обегаются в противоположных направлениях.

б)  $u = \cos 2x$ ,  $w = \sin x$ .

в)  $u = \sin 3x$ ,  $w = \sin x$ .

Оба эти случая отличаются тем, что контур вырождается в линию, пробегаемую за период в противоположных направлениях. Это означает ортогональность на любом промежутке. Выше указывалось, что такого рода ортогональность получается

в том случае, когда

$$f(x) = \int_0^x u(x) v(x) dx = \int u(x) d\omega(x)$$

есть четная функция. Мы имеем, например, для рис. 155

$$f(x) = \int_0^x \cos 2x d(\sin x) = \cos x - \frac{2}{3} \cos^3 x,$$

т. е. вышеуказанное условие выполнено.

2)  $u = \cos 3x$ ,  $\omega = \sin x$ . Фигура состоит из трех петель. Внутренняя петля обходится по часовой стрелке; площадь ее положительна. Две крайние петли обходятся против часовой стрелки. Результирующая площадь всей фигуры равна нулю.

3)  $u = \sin 3x$ ,  $\omega = \sin 2x$ .

4)  $u = \cos 3x$ ,  $\omega = \sin 2x$ .

Обе фигуры состоят из двух взаимно пересекающихся петель. Они совершенно сходны, однако разница заключается, во-первых, в положениях точек, отвечающих значению  $x = 0$  (на рис. 155 эта точка везде отмечена кружком), а во-вторых, в направлении обхода. Результирующие площади обеих фигур равны, конечно, нулю.

## 2. Уравнения шимми

Основное кинематическое соотношение, выражающее радиус кривизны траектории колеса через деформации пневматика, пишется в виде

$$\frac{d\theta}{ds} = \frac{1}{R} = \alpha\lambda - \beta\varphi, \quad (1)$$

где  $s$  — пробегаемый колесом путь,  $\theta$  — угол поворота стойки,  $R$  — радиус кривизны,  $\lambda$  — боковое смещение,  $\varphi$  — угол закручивания.

А. При отсутствии выноса моменты равны нулю и деформации закручивания нет. В этом случае имеем из (1)

$$\frac{d\theta}{ds} = \alpha\lambda. \quad (2)$$

Если добавить очевидное соотношение

$$\frac{d\lambda}{ds} = -\theta, \quad (3)$$

то получаем систему уравнений кинематического шимми. Исключая из системы (2) и (3) деформацию  $\lambda$ , получаем для угла  $\theta$  уравнение второго порядка

$$\frac{d^2\theta}{ds^2} + \alpha\theta = 0. \quad (4)$$

Величина  $\alpha$  характеризует длину волны выписываемой колесом синусоиды.

Б. При наличии выноса положение усложняется. Мы получаем систему уравнений:

$$\frac{d(\theta + \varphi)}{ds} = \alpha\lambda - \beta\varphi, \quad (5)$$

$$\frac{d\lambda}{ds} + t \frac{d\theta}{ds} = -(\theta + \varphi), \quad (6)$$

$$at\lambda + b\varphi = 0. \quad (7)$$

Уравнение (5) отличается от (2) тем, что, во-первых, кривизна выражается через производную по пути уже не угла поворота стойки, а суммарного угла, учитывающего закручивание колеса; во-вторых, в правой части имеются оба члена соотношения (1). Уравнение (6) отличается от (3) тем, что боковое смещение колеса уже не  $\lambda$ , а  $\lambda + t\theta$ ; в правой части стоит также суммарный угол. Наконец, уравнение (7) есть уравнение моментов. При  $t=0$  оно дает просто  $\varphi=0$ .

В. Переход к динамическому шимми состоит в том, что мы добавляем в уравнение моментов член, выражающий момент сил инерции, а также момент демпфера, если демпфер имеется. Мы получаем следующую систему:

$$\frac{d(\theta + \varphi)}{ds} = \alpha\lambda - \beta\varphi. \quad (5)$$

$$\frac{d\lambda}{ds} = -(\theta + \varphi), \quad (8)$$

$$J \frac{d^2\theta}{d\tau^2} + h \frac{d\theta}{d\tau} = b\varphi. \quad (9)$$

Уравнение (8) получается из (6), если положить вынос  $t=0$ . В уравнении (9) производные по времени  $\tau$  можно заменить производными по пути  $s$  на том основании, что

$$s = v\tau,$$

где  $v$  — скорость самолета. Сделав эту замену, получим вместо (9)

$$v^2 J \frac{d^2 \theta}{ds^2} + v h \frac{d \theta}{ds} = b \varphi. \quad (10)$$

Если исключить  $\lambda$  из системы (5), (8), (10), то получается

$$\frac{d^2 \varphi}{ds^2} + \beta \frac{d \varphi}{ds} + \alpha \varphi + \frac{d^2 \theta}{ds^2} + \alpha \theta = 0, \quad (11)$$

$$v^2 J \frac{d^2 \theta}{ds^2} + v h \frac{d \theta}{ds} - b \varphi = 0. \quad (12)$$

В таком виде уравнения ясно показывают наличие двух связанных систем (переменные  $\varphi$  и  $\theta$  и члены связи).

Г. Уравнения динамического шимми при выносе, не равном нулю, пишутся в виде

$$\frac{d(\theta + \varphi)}{ds} = \alpha \lambda - \beta \varphi, \quad (5)$$

$$\frac{d \lambda}{ds} + t \frac{d \theta}{ds} = -(\theta + \varphi), \quad (6)$$

$$v^2 J \frac{d^2 \theta}{ds^2} + v h \frac{d \theta}{ds} = a t \lambda + b \varphi. \quad (13)$$

В уравнении (13) по сравнению с (10) появился еще член, зависящий от  $t$ .

Д. Для колеса со свободным поперечным перемещением (как на рис. 132) в уравнениях появляется еще одна переменная — поперечное смещение  $x$ . Система уравнений принимает вид

$$\frac{d(\theta + \varphi)}{ds} = \alpha \lambda - \beta \varphi, \quad (5)$$

$$\frac{d \lambda}{ds} + \frac{d x}{ds} = -(\theta + \varphi), \quad (14)$$

$$v^2 J \frac{d^2 \theta}{ds^2} = b \varphi, \quad (15)$$

$$v^2 M \frac{d^2 x}{ds^2} = a \lambda. \quad (16)$$

Уравнение (14) отличается от (8) тем, что боковое смещение выражается суммой свободного перемещения вилки  $x$  и деформации  $\lambda$ . В уравнении (15) отброшено демпфирование. Уравнение (16) есть уравнение сил для поперечного движения; оно учитывает силу инерции колеса, масса которого  $M$ .



Исследование характера движения производится для всех приведенных случаев обычным способом — исследованием корней характеристического уравнения. Вещественные корни соответствуют апериодическим режимам, комплексные — колебательным. Чисто мнимые корни отвечают незатухающим колебаниям (например, уравнение (4)). Комплексные корни с отрицательными вещественными частями отвечают затухающим колебаниям.

Самовозбуждающиеся автоколебания возможны только в тех случаях, в которых комплексные корни характеристического уравнения имеют положительные вещественные части. Эти соотношения позволяют выразить неравенствами условия невозможности автоколебаний, т. е. условия устойчивости. Так, например, условие устойчивости для случая Д — для колеса со свободным поперечным перемещением — состоит в том, чтобы

$$\omega_2 = \sqrt{\frac{b}{J}} < \omega_1 = \sqrt{\frac{a}{M}},$$

где  $\omega_2$  — частота крутильных колебаний колеса,  $\omega_1$  — частота колебаний бокового смещения. Если это условие выполнено, шимми не возникает ни при каких скоростях.

### 3. Автоколебания регуляторов

Регулятором называется устройство для автоматического поддержания постоянства режима той или иной машины (или аппарата) при изменении условий ее работы (например, при изменении нагрузки).

При известных условиях возможны автоколебания регулятора; это явление имеет, очевидно, для техники большое значение.

Современная теория регулирования представляет собою широко развитую отрасль науки; вопрос об автоколебаниях регуляторов является с точки зрения теории регулирования одним из многочисленных частных вопросов, разработанных до тонкостей даже для наиболее сложных случаев. Нет никакой возможности в рамках этой небольшой книги дать хотя бы общий обзор результатов, добытых теорией регулирования.

Но для нас регулятор является лишь одним из примеров автоколебательных систем. Поэтому уместно будет высказать

некоторые общие соображения и разобрать в качестве примера простейшую систему регулятора.

Прежде всего заметим, что автоколебания в регуляторах в принципе возможны потому, что в любом регуляторе имеется обратная связь. В самом деле, действие регулятора в том и состоит, что изменения регулируемой величины так или иначе воздействуют через посредство регулирующего органа на режим системы так, чтобы уменьшить изменения регулируемой величины. Таким образом, в системе машина—регулятор образуется замкнутая цепь прямой и обратной связи, так что общая схема машины с регулятором очень сходна с общей схемой автоколебательной системы.

Для некоторых систем регуляторов автоколебания составляют основу их действия. Это так называемые регуляторы прерывистого действия. Примером такого рода систем может служить терморегулятор, рассмотренный в § 19. Процесс прерывистого регулирования имеет колебательный характер, так что регулируемая величина (например, температура в случае терморегулятора) все время колеблется около заданного среднего значения.

Мы не будем больше заниматься этой разновидностью регуляторов и обратимся к таким регуляторам, которые отзываются на изменение регулируемой величины соответствующим изменением режима. При этом процесс регулирования, отвечающий внезапному скачкообразному изменению условий работы, имеет аperiodический (что желательно во многих случаях) или затухающий колебательный характер. Возникновение автоколебаний в таких регуляторах недопустимо.

В качестве примера мы рассмотрим классическую схему центробежного регулятора, применяемого с давних пор для регулирования скорости паровых машин. Схема центробежного регулятора дана на рис. 156. Машина 1 приводит во вращение вертикальный вал 2. Тяжелые шары 3, укрепленные на шарнирных рычагах, вращающихся вместе с валом 2, расходятся, стремясь двигаться прямолинейно, и поднимают муфту 4.

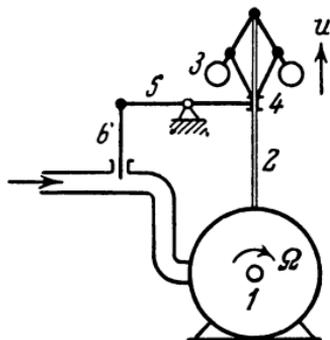


Рис. 156.

Последняя через посредство рычага 5 передвигает заслонку 6, изменяющую количество пара, поступающего в машину, а следовательно, и вращающий момент. Известно, что при уменьшении нагрузки скорость машины склонна возрасти. Действие регулятора состоит в том, что он препятствует этому, уменьшая подачу пара, так что благодаря наличию регулятора изменения скорости при изменении нагрузки гораздо меньше, чем если бы регулятора не было.

Описанный простейший регулятор относится к статическим регуляторам прямого действия. Исчерпывающая теория этого рода регуляторов дана еще в 1876 году Вышнеградским [24]. Мы повторим здесь вкратце его теорию и выводы.

Рассматриваемая система есть связанная система, состоящая из машины и регулятора, причем машина влияет на регулятор, а регулятор на машину. Следовательно, система будет описываться двумя уравнениями с соответствующими членами связи.

Уравнение регулятора. В качестве переменной, описывающей движение регулятора, выберем смещение  $u$  муфты. При этом положительное направление  $u$  пусть отвечает положительному приращению скорости машины (т. е.  $+u$  направлено вверх, см. рис. 156). В первом приближении регулятор представляет собою линейную систему с одной степенью свободы. Внешняя сила, действующая на эту систему, зависит от скорости машины; в том же приближении эта сила может считаться пропорциональной относительно изменению скорости машины. Таким образом, получаем уравнение

$$\frac{d^2u}{dt^2} + 2\alpha \frac{du}{dt} + \omega_0^2 u = k_1 \frac{\Delta\Omega}{\Omega_0}. \quad (1)$$

Здесь  $\alpha$  — показатель затухания,  $\omega_0$  — собственная частота регулятора, зависящая от приведенной к муфте массы поступательно движущихся частей регулятора, а также от возвращающей (квазиупругой) силы. Последняя зависит от веса шаров, а при наличии пружин — от их упругости. Через  $\Omega_0$  обозначена номинальная угловая скорость машины, а через  $\Delta\Omega = \Omega - \Omega_0$  — ее приращение.

Уравнение машины. Машина также представляет собою систему с одной степенью свободы. Ее уравнение мы получим, приняв, что изменение внешнего момента вызывает ускорение машины. Уменьшение нагрузки эквивалентно

увеличению вращающего момента. Но одновременно возникает противоположный дополнительный момент, обусловленный работой регулятора. Этот последний момент в первом приближении считается пропорциональным смещению муфты регулятора (а следовательно, и заслонки). Таким образом, уравнение машины запишется в виде

$$J \frac{d\Omega}{dt} = \Delta M - k_2 u. \quad (2)$$

Здесь  $J$  — момент инерции машины,  $\Delta M$  — приращение момента, обусловленное изменением нагрузки,  $-k_2 u$  — дополнительный момент, обусловленный работой регулятора.

Решая совместно (1) и (2), т. е. дифференцируя (1) по  $t$  и подставляя  $\frac{d\Omega}{dt}$  из (2), получим для  $u$  уравнение третьего порядка

$$\frac{d^3 u}{dt^3} + 2\alpha \frac{d^2 u}{dt^2} + \omega_0^2 \frac{du}{dt} + \frac{k_1 k_2}{J \Omega_0} u = \frac{k_1}{\Omega_0 J} \Delta M. \quad (3)$$

Очевидно, что такое же уравнение можно получить и для  $\Omega$ .

Свойства системы определяются, как обычно, исследованием корней характеристического уравнения. Автоколебания возможны, если имеются комплексные корни с положительными вещественными частями.

Для целей анализа Вышнеградский вводит вспомогательные величины

$$x = 2\alpha \left( \frac{k_1 k_2}{J \Omega_0} \right)^{-1/3}; \quad y = \omega_0^2 \left( \frac{k_1 k_2}{J \Omega_0} \right)^{-2/3}$$

и показывает, что условие устойчивости есть

$$xy > 1$$

или

$$\frac{2\alpha \omega_0^2 J \Omega_0}{k_1 k_2} > 1. \quad (4)$$

Отсюда сразу следует знаменитый тезис о том, что «без катаракта<sup>1)</sup> нет регулятора». Действительно, при отсутствии

<sup>1)</sup> Катарактом называется гаситель колебаний (демпфер), состоящий из цилиндра, заполненного маслом, в котором перемещается поршень с отверстием. Движению поршня противодействует сила вязкого трения, возникающего при продавливании масла через отверстие. Предполагается, что эта сила пропорциональна скорости поршня.

катаракта  $\alpha$  равно нулю (или во всяком случае очень мало), а тогда автоколебания неизбежны. Условие (4) показывает также, что при недостаточном затухании, вносимом катактом, полезно применять маховик (увеличение  $J$ ), повышать коэффициент неравномерности (увеличение  $\omega_0$ ) и т. д.

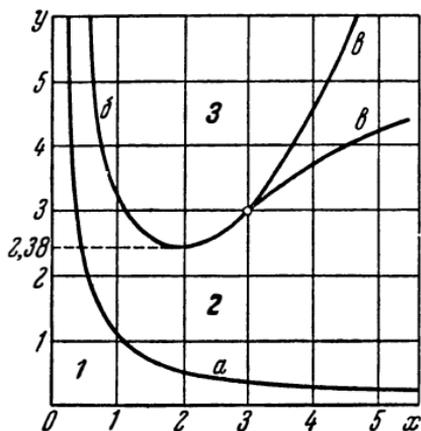


Рис. 157.

Дальнейший анализ корней характеристического уравнения позволяет установить условия, при которых процесс регулирования имеет аperiodический или колебательный характер. Результаты этого анализа представлены в графической форме на рис. 157. По осям отложены параметры  $x$  и  $y$ . Площадь диаграммы делится на области. Область 1 — автоколебания, область 2 — колебательный затухающий процесс регулирования, область 3 — аperiodический

процесс регулирования. Уравнения кривых, служащих границами между названными областями, таковы:

$$a) \quad xy - 1 = 0,$$

$$б) \quad 2x^3 - 9xy + 27 = 0,$$

$$в) \quad 4(x^3 + y^3) - x^2y^2 - 18xy + 27 = 0.$$

В заключение заметим, что общее качественное представление о возможности автоколебаний в описанной системе регулятора и о необходимости в связи с этим применения катакта можно было бы сделать на основании элементарного анализа с применением приемов, описанных в § 14.

Составим функциональную схему машины с регулятором, введя кроме вышеперечисленных еще одну величину — силу  $F$ , действующую на регулятор и обусловленную изменением скорости машины, т. е.

$$F = k_1 \frac{\Delta \Omega}{\Omega_0}. \quad (5)$$

С введением этой величины схема может быть представлена рисунком 158.

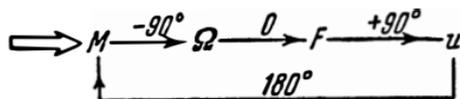


Рис. 158.

Предположим теперь, что происходят колебания. Тогда, разумея лишь первые гармоники переменных составляющих всех обозначенных на схеме рис. 158 величин, можем построить для них векторную диаграмму рис. 159.

Начинаем с вектора  $u$ . Вектор  $M$  в противофазе, так как увеличение  $u$  вызывает уменьшение  $M$  (падающая характеристика зависимости  $M$  от  $u$ ). Момент совпадает по фазе с ускорением машины; значит, вектор скорости  $\Omega$  отстает от  $M$  на  $90^\circ$ .  $F$  и  $\Omega$  совпадают по фазе, что вытекает из (5). Мы видим на диаграмме, что  $F$  опережает  $u$  на  $90^\circ$  и что, следовательно, автоколебания возможны. Совершенно очевидно, что сила  $F$ , возбуждающая автоколебания, может быть скомпенсирована большей и противоположно направленной силой  $F_K$  вязкого трения в катаракте.

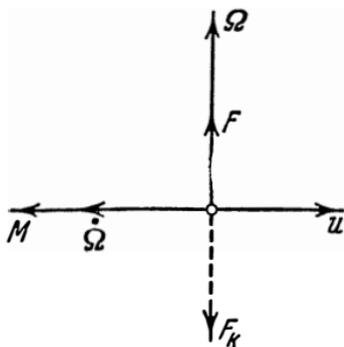


Рис. 159.

#### 4. Об *RC* генераторах синусоидальных колебаний

Выясним условия, при которых схема, составленная только из конденсаторов и сопротивлений (не считая, конечно, источника энергии и усилителя) оказывается способной генерировать синусоидальные колебания, т. е. приобретает свойства почти гармонической системы.

С математической точки зрения почти гармоническая система описывается уравнением второго порядка

$$\ddot{x} + 2\alpha\dot{x} + \omega_0^2x = 0 \quad (1)$$

и условие самовозбуждения есть

$$\alpha \leq 0. \quad (2)$$

Порядок уравнения зависит от числа степеней свободы и от структуры отдельных ветвей схемы. Если ветвь содержит только  $R$  и  $C$ , то дифференциальное уравнение этой ветви имеет порядок не выше первого. Если же составить схему из нескольких ветвей, т. е. увеличить число степеней свободы, то порядок уравнения соответственно повысится. В частности,

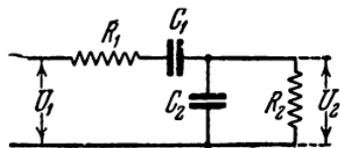


Рис. 160.

для схемы с двумя степенями свободы можно получить уравнение вида (1).

Рассмотрим в качестве примера схему рис. 160. Для этой схемы

$$\dot{U}_2 + 2\alpha U_2 + \omega_0^2 \int U_2 dt = \frac{1}{R_1 C_2} U_1, \quad (3)$$

где

$$\omega_0^2 = \frac{1}{R_1 R_2 C_1 C_2}, \quad (4)$$

$$2\alpha = \frac{1}{R_1 C_1} + \frac{1}{R_2 C_2} + \frac{1}{R_1 C_2}.$$

Уравнение (3) вполне аналогично уравнению для цепи и последовательно соединенных  $R$ ,  $L$  и  $C$ .

Однако схема рис. 160 всегда апериодична. Действительно, вычисляя относительное затухание

$$\kappa = \frac{\alpha}{\omega_0},$$

найдем для данного случая

$$\kappa = \frac{1}{2} \left( \sqrt{\frac{R_2 C_2}{R_1 C_1}} + \sqrt{\frac{R_1 C_1}{R_2 C_2}} + \sqrt{\frac{R_2 C_1}{R_1 C_2}} \right). \quad (5)$$

Эта величина больше единицы для любой комбинации параметров, и следовательно, свободные процессы в схеме не имеют колебательного характера.

Но если теперь мы введем в схему усилитель и образуем цепь обратной связи так, чтобы она влияла на затухание, то положение радикально изменится. Схема с добавлением усилителя и обратной связи показана на рис. 161. Если положить просто

$$U_1 = \mu U_2, \quad (6)$$

где  $\mu$  — коэффициент усиления по напряжению, то получится следующее уравнение:

$$\ddot{U}_1 + \left( \frac{1}{R_1 C_1} + \frac{1}{R_2 C_2} + \frac{1-\mu}{R_1 C_2} \right) \dot{U}_1 + \frac{1}{R_1 R_2 C_1 C_2} U_1 = 0, \quad (7)$$

и теперь ясно видно, что при надлежащей величине коэффициента усиления возможно самовозбуждение, условие которого есть

$$\frac{1}{R_1 C_1} + \frac{1}{R_2 C_2} + \frac{1-\mu}{R_1 C_2} \leq 0, \quad (8)$$

и что при этом условии будут генерироваться синусоидальные колебания с частотой  $\omega_0$ . Схема рис. 161 обладает всеми

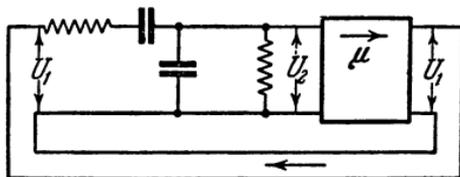


Рис. 161.

свойствами почти гармонической автоколебательной системы. Эта схема есть схема двухлампового генератора  $RC$  (так как условие (6) выполняется для четного числа каскадов).

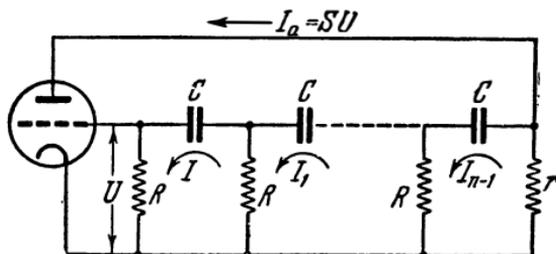


Рис. 162.

Теперь рассмотрим одноламповую схему с цепочкой  $RC$  (рис. 162). Поведение схемы зависит от числа  $n$  звеньев цепочки. Положим  $I_a = SU$ .

При  $n = 1$  получим уравнение для напряжения на сетке

$$\left( 1 + \frac{r}{R} + rS \right) \dot{U} + \frac{1}{RC} U = 0, \quad (9)$$

т. е. уравнение первого порядка. Периодические синусоидальные колебания в такой схеме, очевидно, невозможны.

При  $n=2$  уравнение принимает вид

$$\left(1 + 2\frac{r}{R} + rS\right)\ddot{U} + \left(3 + \frac{r}{R}\right)\frac{1}{RC}\dot{U} + \frac{1}{R^2C^2}U = 0. \quad (10)$$

Это уравнение имеет хотя и второй порядок, но обратная связь не может обратить в нуль коэффициент при  $\dot{U}$ , и синусоидальные автоколебания в этой схеме также невозможны. Однако при достаточном значении  $S$  свободные процессы имеют затухающий колебательный характер.

Как известно, схема рис. 162 может генерировать синусоидальные колебания лишь при  $n \geq 3$ . При  $n=3$ , в частности, получается уравнение третьего порядка, из исследования коэффициентов которого следует, что схема может генерировать колебания с частотой

$$\omega_0 = \frac{1}{RC} \sqrt{\frac{R}{6R + 4r}} \quad (11)$$

и что условие самовозбуждения есть

$$rS \geq 29 + 23\frac{r}{R} + 4\frac{r^2}{R^2}. \quad (12)$$

Эти соотношения приведены у К. Ф. Теодорчика ([4], стр. 84 — 85). Мы поясним их при помощи векторных диаграмм.

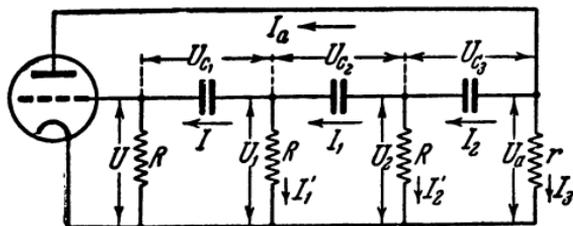


Рис. 163.

На рис. 163 изображена схема генератора с трехзвенной цепочкой. На схеме обозначены токи и напряжения. Выберем  $R=r=1$ ; масштаб для токов и напряжений будет одина-

ковый. Из формулы (11) находим

$$\frac{1}{\omega_0 C} = \sqrt{10} = 3,16.$$

Начинаем построение (рис. 164) с вектора  $U$ ; этот же вектор изображает  $I$ . Из конца вектора  $U$  перпендикулярно

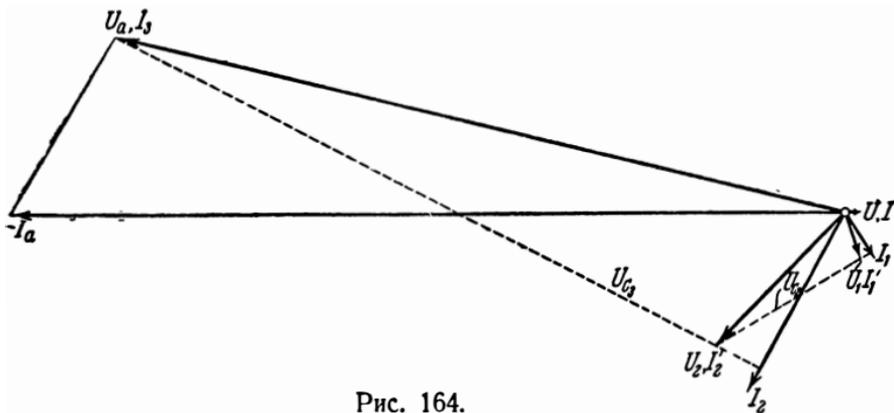


Рис. 164.

к вектору  $I$  откладываем вектор  $U_{C_1} = \frac{1}{\omega_0 C} I$ ; сумма  $U$  и  $U_{C_1}$  дает  $U_1$ . Этот же вектор изображает ток  $I_1'$ . Складывая  $I$  и  $I_1'$ , находим  $I_1$ . Из конца вектора  $U_1$  перпендикулярно к вектору  $I_1$  откладываем  $U_{C_2} = \frac{1}{\omega_0 C} I_1$ . Складывая  $U_1$  и  $U_{C_2}$ , получаем  $U_2$ . Этот же вектор изображает  $I_2'$ . Складывая  $I_1$  и  $I_2'$ , находим  $I_2$ . Из конца вектора  $U_2$  перпендикулярно к  $I_2$  откладываем  $U_{C_3} = \frac{1}{\omega_0 C} I_2$  и находим  $U_a$  и  $I_3$ . Сумма  $I_2$  и  $I_3$  дает вектор тока  $I_a$  с обратным знаком. Этот вектор в противофазе с  $U$ ; следовательно,  $U$  и  $I_a$  совпадают по фазе, в чем и состоит условие баланса фаз, так как при этом может быть выполнено равенство  $I_a = SU$ . При другом значении частоты фазовые соотношения будут нарушены. Это иллюстрируется диаграммой рис. 165, построенной для  $\frac{1}{\omega C} = 2$

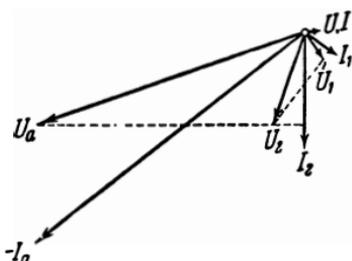


Рис. 165.

противофазе с  $U$ ; следовательно,  $U$  и  $I_a$  совпадают по фазе, в чем и состоит условие баланса фаз, так как при этом может быть выполнено равенство  $I_a = SU$ . При другом значении частоты фазовые соотношения будут нарушены. Это иллюстрируется диаграммой рис. 165, построенной для  $\frac{1}{\omega C} = 2$

(остальные параметры те же). Что касается баланса амплитуд, то диаграмма показывает необходимое значение крутизны, как отношения  $I_a$  к  $U$ . В нашем примере по формуле (12) имеем

$$S = \frac{I_a}{U} = 29 + 23 + 4 = 56.$$

Векторные диаграммы поясняют, почему не может генерировать схема с двухзвенной цепочкой. Дело в том, что ни при каких соотношениях между  $R$  и  $\frac{1}{\omega C}$  вектор  $U_a$  не может при наличии всего двух звеньев развернуться относительно вектора  $U$  на угол больше  $180^\circ$  (считая по часовой стрелке). А это необходимо для того, чтобы вектор  $I_a$  мог совпасть по направлению с  $U$ . При  $n=3$  такой фазный разворот уже оказывается возможным; он тем более возможен при числе звеньев, большем трех.

---

## ЛИТЕРАТУРА

### Общие сочинения

1. Л. И. Мандельштам, Собрание трудов, АН СССР, 1947.
2. Рэлей, Теория звука, т. II, Гостехиздат, 1944.
3. А. А. Андронов и С. Э. Хайкин, Теория колебаний, ч. 1, ОНТИ, 1937.
4. К. Ф. Теодорчик, Автоколебательные системы, Гостехиздат, 1952 (изд. 3-е).
5. А. А. Фельдбаум, Введение в теорию нелинейных цепей, Энергоиздат, 1948.

### К § 7

6. Л. В. Арнольд, Строительные пневматические инструменты, ОНТИ, 1936.
7. А. Я. Шескин и С. Е. Гольдич, Памятка по уходу за пневматическими молотками, Машгиз, 1946.

### К § 8

8. С. П. Стрелков, Маятник Фроуда, ЖТФ 3, 563 (1933).
9. А. А. Харкевич, О применении диаграмм сила—перемещение к исследованию колебаний, ЖТФ 12, 697 (1942).

### К § 9

10. А. И. Каширин, Исследование вибраций при резании металла, АН СССР, 1944.

### К § 10

11. Б. П. Константинов, Об автоколебаниях и звукообразовании язычка гармонии, ЖТФ 9, 1820 (1939).

### К § 21

12. Д. И. Блохинцев, Возбуждение резонаторов потоком воздуха, ЖТФ 15, 63 (1945).
13. Д. И. Блохинцев, Вихревой звук, ЖТФ 15, 71 (1945).
14. С. П. Стрелков, Опыт с колебанием шарового маятника в потоке воздуха, ЖТФ 9, 1763 (1939).

**К § 22**

15. Е. П. Гроссман, Флаттер, Труды ЦАГИ № 284 (1937).

**К § 23**

16. М. В. Келдыш, Шимми переднего колеса трехколесного шасси, Труды ЦАГИ № 564 (1945).  
17. И. И. Эскин, Самолетные шасси с носовым колесом, Оборонгиз, 1947.

**К § 24**

18. Л. И. Мандельштам и Н. Д. Папалекси, О параметрическом возбуждении электрических колебаний, ЖТФ 4, 5 (1934).  
19. В. А. Лазарев, О гетеропараметрическом возбуждении, ЖТФ, 4, 30 (1934).

**К §§ 25 и 26**

20. Р. Сарбахер и В. Эдсон, Техника сверхвысоких частот, Связьиздат, 1947.  
21. В. И. Калинин, Генерирование дециметровых и сантиметровых волн, Связьиздат, 1948.  
22. В. Ф. Коваленко, Введение в электронику сверхвысоких частот, Советское радио, 1950.  
23. Е. М. Студенков, Электронно-лучевые генераторы ультравысокочастотных колебаний, УФН 23, 417 (1940).

**К добавлению 3**

24. Д. К. Максвелл, И. А. Вышнеградский, А. Стодола, Теория автоматического регулирования, АН СССР, 1949.
-

ГОСУДАРСТВЕННОЕ ИЗДАТЕЛЬСТВО  
ТЕХНИКО-ТЕОРЕТИЧЕСКОЙ ЛИТЕРАТУРЫ

«ГОСТЕХИЗДАТ»

Москва, Орликов пер., 3

---

ИМЕЮТСЯ В ПРОДАЖЕ КНИГИ:

**Вульф Ю. В.**, Избранные работы по кристаллофизике и кристаллографии. Стр. 342. Ц. 12 р. 80 к.

**Грановский В. Л.**, Электрический ток в газе. том I. Общие вопросы электродинамики газов. Стр. 432. Ц. 23 р. 10 к.

**Кессених В. Н.**, Распространение радиоволн. Допущено Министерством Высшего образования СССР в качестве учебного пособия для физических и физико-технических факультетов государственных университетов по специальности радиофизика. Стр. 488. Ц. 13 р. 10 к.

**Китайгородский А. И.**, Рентгеноструктурный анализ мелкокристаллических и аморфных тел. Стр. 588. Ц. 24 р. 15 к.

**Льюис В. Б.**, Методы электрического счета альфа и бета частиц. Издание второе. Перевод с англ. Н. Н. Воронова, под ред. Г. Д. Латышева. Стр. 164. Ц. 4 р. 80 к.

**Морз Ф.**, Колебания и звук. Перевод со 2-го англ. издания под ред. проф. С. Н. Ржевкина. Стр. 496. Цена 23 р. 25 к.

**Сушкин Н. Г.**, Электронный микроскоп. Стр. 276 (физико-математическая библиотека инженера). Ц. 10 р. 50 к.

---

Книги продаются в магазинах книготоргов и высылаются также почтой наложенным платежом (без задатка) республиканскими, краевыми и областными отделениями.

«КНИГА — ПОЧТОЙ»

*А. А. Харкевич. Автоколебания.*

Редактор *Е. Б. Кузнецова.*

Техн. редактор *Н. А. Тумаркина.*

Корректор *Ц. С. Варшавская.*



Печать с матриц. Подписано к печати 19/1  
1954 г. Бумага  $84 \times 108$ <sub>32</sub>. Физ. п. л. 10,75.  
Условн. печ. л. 8,81. Уч.-изд. л. 8,85. Тираж  
15 000 экз. (10 001—25 000). Т-00304. Цена книги  
3 р. 65 к. Заказ № 996.



Государственное издательство технико-теоре-  
тической литературы.  
Москва, Б. Калужская, д. 15.



Первая Образцовая типография  
имени А. А. Жданова  
Союзполиграфпрома Главиздата  
Министерства культуры СССР.  
Москва, Валовая, 28.

Цена 3 р. 65 к.

ГОСУДАРСТВЕННОЕ ИЗДАТЕЛЬСТВО  
ТЕХНИКО-ТЕОРЕТИЧЕСКОЙ ЛИТЕРАТУРЫ

МОСКВА — 1954