

№ 681
М. В. Коровчинский

*Т*еоретические
ОСНОВЫ РАБОТЫ
ПОДШИПНИКОВ
СКОЛЬЖЕНИЯ

М А Ш Г И З

ОГЛАВЛЕНИЕ

Введение	3
Глава I. Общие вопросы трения в машинах	5
1. Внешнее трение	9
2. Вязкость жидкостей и их граничные свойства	27
3. Гидродинамическое трение	42
4. Классификация подшипников скольжения	50
Глава II. Физические свойства смазочных масел	57
5. Основные типы и особенности свойств масел в связи с их применением	58
6. Температурная зависимость вязкости масел	67
7. Зависимость вязкости масел от давления	78
8. Плотность, теплоемкость и теплопроводность смазочных масел	85
9. Маслянистость	92
Глава III. Количественные предпосылки и проблематика теории подшипников скольжения	106
10. Общие уравнения гидродинамики вязкой, сжимаемой и теплопроводящей жидкости	106
11. Исходные уравнения гидродинамической теории смазки	112
12. Специализированная форма основных уравнений при течении жидкости в тонком слое	118
13. О вариационных методах в гидродинамической теории смазки	122
14. Проблематика теории гидродинамического трения в подшипниках скольжения	125
Глава IV. Простейшие случаи течения смазки	141
15. Изотермическое течение несжимаемой смазки между наклонными плоскостями	145
16. Неизотермическое течение смазки постоянной плотности между наклонными плоскостями	152
Глава V. Теория подшипников без торцового истечения смазки (плоская задача гидродинамической теории смазки)	160
17. Предварительные соотношения	162
18. Вращательное движение шипа в подшипнике	168
19. О границах смазочного слоя	189
20. Распределение давления и основные характеристики смазочного слоя при вращательном движении шипа в подшипнике	205
21. Распределение давления в слое смазки и сила сопротивления при поступательном движении шипа вдоль линии центров	223
22. Распределение давления и основные характеристики при вращательном движении шипа в подшипнике, смазываемом газом	236

	<i>Стр.</i>
Глава VI. Теория реального подшипника конечной длины	246
23. Принципиальные основы теории подшипника конечной длины	247
24. Общий метод отыскания распределения давлений в смазочном слое подшипника конечной длины	260
25. Распределение гидродинамического давления и несущая способность смазочного слоя при вращательном движении шипа	266
26. Трение при вращательном движении шипа в подшипнике и количество смазки, вытекающей в торцы из рабочей части смазочного слоя	275
27. Поступательное движение шипа в подшипнике вдоль линии центров	282
28. Подшипник конечной длины, смазываемый газом	287
Глава VII. Нестационарные движения шипа на смазочном слое	295
29. Исходные количественные зависимости	296
30. Анализ некоторых случаев нестационарного нагружения подшипников	308
31. Устойчивость равновесного положения шипа на смазочном слое	312
Глава VIII. Основы расчета и проектирования подшипников	321
32. Общие исходные соображения, относящиеся к проектированию подшипников и выбору их основных размеров	322
33. О минимальной толщине смазочного слоя между шипом и подшипником	350
34. Экстремальные свойства характеристик смазочного слоя	360
35. Методика расчета подшипников	366
Приложения	383
Литература	392

Михаил Викторович Коровчинский
ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ РАБОТЫ ПОДШИПНИКОВ СКОЛЬЖЕНИЯ

Редактор издательства *А. Л. Таурова*
Техн. редактор *Т. Ф. Соколова*

Обложка художник *Е. В. Бекетова*
Корректор *В. П. Кухарчик*

Сдано в набор 9/IV 1959 г. Подписано в печать 14/IX 1959 г. Формат бумаги 60×92¹/₁₆
Т-10507 Печ. л. 25,25 Уч.-изд. л. 24,5 Тираж 9000 экз. Бум. л. 12,63 Зак. 228

М. В. КОРОВЧИНСКИЙ

621.8
К681

ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ
ОСНОВЫ РАБОТЫ
ПОДШИПНИКОВ
СКОЛЬЖЕНИЯ

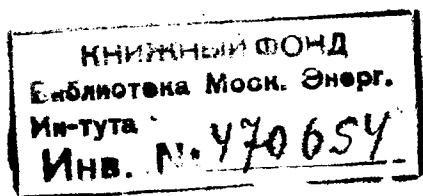


ГОСУДАРСТВЕННОЕ НАУЧНО-ТЕХНИЧЕСКОЕ ИЗДАТЕЛЬСТВО
МАШИНОСТРОИТЕЛЬНОЙ ЛИТЕРАТУРЫ

Москва 1959

В книге дается систематическое изложение теоретических основ работы подшипников скольжения различных машин в разнообразных условиях работы. Приведен обширный табличный материал по основным характеристикам смазочного слоя подшипников скольжения, свойствам масел и подшипниковых материалов, составленный на основе данных эксперимента, теории и опыта, накопленного в практике. Изложение материала доведено до непосредственной практической возможности его использования при проектировании и расчете подшипников; даны примеры расчета. Книга содержит большое количество нового и оригинального материала по теории подшипников скольжения и ее применению на практике.

Книга предназначена для инженерно-технических работников машиностроительной промышленности и лиц, работающих в области применения нефтепродуктов, а также для работников научно-исследовательских учреждений и может быть полезна студентам старших курсов вузов.



Рецензент д-р техн. наук проф. М. М. Хрущов

Редактор канд. техн. наук А. И. ГОЛУБЕВ

Редакция литературы по машиностроению и приборостроению
Зав. редакцией инж. Н. В. ПОКРОВСКИЙ

ВВЕДЕНИЕ

Подшипники, как отдельные узлы двигателей машин-орудий, промышленных агрегатов и транспортных устройств, обладающие разнообразием конструктивного оформления и специфики эксплуатации ведут начало своего развития с конца XVIII века. В это время был внедрен в промышленность универсальный двигатель, которым первоначально явился паровой двигатель.

Увеличение скоростей и усилий, действующих в сочленениях машин и механизмов, и создание в последней трети XIX столетия двигателя внутреннего сгорания и паровой турбины вызвали чрезвычайное разнообразие конструктивных форм подшипниковых узлов и их усложнение.

В результате введения вспомогательных приспособлений по обслуживанию этих узлов и увеличению напряженности работы подшипников и других сочленений возникла необходимость создания новых отраслей промышленности. В первую очередь необходимо отметить производство смазочных минеральных масел, разнообразных антифрикционных сплавов и других подшипниковых материалов и обособление смазочной техники в самостоятельную часть производства.

Возникновение и развитие автотракторной, авиационной и других отраслей промышленности, широкая автоматизация производственных процессов послужили импульсом к интенсификации смазочной техники. Перед последней поставлены задачи обеспечения нормальной эксплуатации подвижных сочленений отдельных частей машины при высоких удельных давлениях, усилиях динамического характера и больших относительных скоростях. В результате этого усложнились конструкции подшипниковых и иных узлов трения и вспомогательных приспособлений, представляющих совокупность нескольких агрегатов, называемых системой смазки.

Весьма характерными примерами таких систем могут служить системы смазки быстроходного поршневого двигателя, турбомашины или прокатного стана.

Уже с первых шагов развития смазочной техники появилась практическая необходимость в теоретическом объяснении явлений, происходящих в подшипниках, для сознательного управления протекающими при этом процессами. Такой теоретиче-

ской основой смазочной техники является гидродинамическая теория трения, начало которой было положено в 80-х годах прошлого столетия, преимущественно трудами Н. П. Петрова.

В настоящей работе в основном изложены гидродинамическая теория трения и некоторые близко примыкающие к ней вопросы как теоретической основы расчета, проектирования и эксплуатации подшипников скольжения.

ОБЩИЕ ВОПРОСЫ ТРЕНИЯ В МАШИНАХ

Подшипником называется узел подвижного сочленения вала или оси с корпусом машины (рамой экипажа) или другими ее частями, воспринимающий или передающий нагрузку на вал или ось; подшипник служит для них опорой и обеспечивает в течение длительного времени необходимую и достаточную точность положения или заданного движения вала или оси по отношению к корпусу машины (раме экипажа).

Подшипники, воспринимающие лишь радиальную (перпендикулярную к оси вала) нагрузку, называются опорными или радиальными подшипниками или просто подшипниками. Подшипники же, воспринимающие аксиальную (направленную вдоль оси вала) нагрузку, называются упорными подшипниками или подпятниками. Подшипник и вал или ось образуют кинематическую пару I вида V класса (подавляющее большинство подшипников и подпятников валов и осей различных машин и экипажей) или III (шаровые опоры роторов некоторых гироскопических приборов) класса по классификации И. И. Артоболевского.

Если элементы кинематической пары вал (ось) — подшипник таковы, что при безззорном сочленении звеньев этой пары соприкосновение ее элементов будет происходить по поверхностям цилиндрическим или коническим у радиальных подшипников, плоским у подпятников и поверхностям шаров у подшипников сферических, то такие подшипники называются *подшипниками скольжения*. При относительном движении звеньев такой подшипниковой пары одна и та же часть одного элемента (обычно поверхность подшипника) будет все время находиться в контакте с поверхностью другого элемента. Если же контакт элементов подшипниковой пары происходит в точке (шарикоподшипники различных видов) или по линии (роликподшипники с цилиндрическими или коническими роликами, сферические бочкообразные роликподшипники, игольчатые подшипники), причем в контакт входят последовательно расположенные друг за другом части элементов этой пары, то такие подшипники называются *подшипниками качения*.

Подпятниками называют упорные подшипники скольжения, оставляя за соответствующими подшипниками качения наименования упорные. При конструктивном оформлении подпятник обычно приходится сочетать с радиальным подшипником скольжения. В случае же подшипника качения восприятие радиальной и осевой нагрузки можно конструктивно осуществить в одном объекте (радиально-упорные шарикоподшипники или конические роликоподшипники).

Подшипники скольжения и качения, хотя и выполняют одни и те же функции восприятия или передачи усилий и центровки валов, но конструктивно, технически и эксплуатационно резко между собой отличаются, представляя самостоятельные виды опор. Несмотря на это, не всегда однозначно можно решить вопрос о выборе того или иного типа подшипника, отдав предпочтение одному из них, хотя как тот, так и другой тип подшипников имеет свои достоинства и недостатки, которые в отдельных конкретных случаях могут взаимно компенсироваться. Подшипники скольжения по сравнению с опорами качения при равных условиях: 1) более долговечны, особенно при больших по величине стационарных нагрузках и постоянном режиме работы, чем, например, объясняется их исключительное применение в паровых турбинах и других машинах при очень больших числах оборотов; 2) имеют меньшие габариты в радиальном направлении, благодаря чему в последнее время они получили широкое применение в опорах валков прокатных станов, позволив увеличить допустимые усилия и скорости прокатки при заданном расстоянии между осями валков; 3) имеют меньший вес, особенно при высоких нагрузках; 4) будучи разъемными, облегчают монтаж; 5) обладают большей жесткостью, чем подшипники качения, что делает их единственно пригодными для точной центровки валов, например, шпинделей точных и прецизионных станков или распределительных валиков быстроходных двигателей, и частично устраняет причины вибраций, вызываемых недостаточной жесткостью опор; 6) благодаря амортизирующему, буферному действию смазки являются наилучшими при значительных нагрузках, переменных по величине и направлению, вследствие чего применяются исключительно в стационарных, судовых и быстроходных двигателях внутреннего сгорания.

Благодаря этим преимуществам, подшипники скольжения не только равноценны, но зачастую являются лучшим вариантом решения при выборе опоры по сравнению с подшипниками качения.

К преимуществам подшипников качения относятся: 1) меньшие габариты в осевом направлении; 2) меньшая стоимость при нормальной точности исполнения и возможность приобретения на стороне (что, однако, не является преимуществом перед подшипниками скольжения с отдельно выполняемыми

или тонкостенными вкладышами); 3) бóльшая простота монтажа и уплотнения; 4) отсутствие при работе подшипника износа шеек вала или оси; 5) простота смазки, поскольку подшипники качения в большинстве случаев не нуждаются в принудительной циркуляции смазки и требуют минимального количества ее, что является причиной исключительного применения подшипников качения в шасси автомобилей, тракторов и других самоходных установок и замены букс в железнодорожных вагонах роликовыми подшипниками (в меньшей степени подшипники качения применяются в станкостроении и в других отраслях машиностроения); 6) практическим постоянством коэффициента трения при изменении нагрузок и скоростей и незначительным превышением пускового момента над рабочим.

Оценивая трение в подшипнике через условный коэффициент трения f , равный отношению момента сопротивления вращению вала к произведению нагрузки на радиус вала, для опор качения нормальной точности исполнения и при оптимальном количестве смазки будем иметь следующие средние величины этого коэффициента:

шариковые и цилиндрические роликовые с короткими роликами	0,001—0,0015
конические роликовые	0,002
радиальные сферические роликоподшипники	0,0015—0,0025
игольчатые	0,002—0,0025
упорные шарикоподшипники	0,003

Этим Ачеркан Н. С. [5] дал усредненные данные по результатам работ, проведенных в разное время различными исследователями. А. Пальмгрен [96] для упорных шарикоподшипников дает $f=0,0013$, а для игольчатых подшипников $f=0,0045$; эти величины, по-видимому, более точны.

От этих средних значений коэффициент трения может отклоняться в ту или другую сторону в зависимости от: 1) материала подшипника; 2) состояния поверхности контактирующих элементов; 3) конструкции сепаратора; 4) размера; 5) нагрузки и ее распределения по телам качения; 6) скорости вращения вала; 7) количества смазки; 8) свойства смазки при рабочей температуре (вязкости, маслянистости); однако, в общем, для всех типоразмеров и условий работы он находится в пределах $0,0015 \div 0,004$, если не учитывать трения в уплотнениях. При пуске опоры качения должно быть преодолено лишь сухое или граничное трение на поверхностях, где имеет место скольжение, поэтому пусковой момент, особенно у шариковых подшипников, незначительно превышает момент сопротивления при установившемся вращении.

Подшипники скольжения по величине коэффициента трения могут в отдельных случаях сравниваться с подшипниками качения лишь при небольших скоростях, при значительных по

величине средних удельных давлений и небольшой рабочей вязкости смазки. Коэффициент трения подшипников скольжения для одного и того же подшипника в зависимости от режима работы и температуры поступающего масла может изменяться в 7 раз и более. При нормальных условиях работы он редко опускается ниже 0,004, или поднимается до 0,05 и более, оставаясь в области так называемого жидкостного трения.

Связанное с повышенным трением интенсивное нагревание подшипников скольжения предъявляет повышенные требования к материалу элементов трения подшипника и его смазке. У подавляющего большинства современных машин и механизмов это приводит к необходимости применения специальных устройств (масляных насосов, фильтров, масляных радиаторов), обеспечивающих интенсивную циркуляцию масла, главное назначение которой заключается в достаточном охлаждении подшипника.

Таким образом, более тяжелые условия трения в опорах скольжения, приводящие к усложнению системы смазки, являются их основным недостатком; этот недостаток, однако, во многих случаях, перечисленных выше, компенсируется положительными сторонами подшипников скольжения.

В правильно спроектированном и точно изготовленном и собранном подшипнике скольжения смазка служит промежуточной средой, разделяющей трущиеся поверхности пары вал — подшипник при ее нормальном режиме работы. Она должна уменьшать отрицательное влияние непосредственного взаимодействия элементов этой пары при отклонении режима работы машины от нормального. Поэтому в правильно спроектированном, точно изготовленном и собранном подшипнике всегда будет обеспечена его длительная работоспособность, поскольку изнашивание неизбежно только при пуске и остановке. Потеря элементами подшипниковой пары скольжения их первоначальных рабочих размеров вследствие изнашивания трущихся поверхностей при пуске и остановке и перегрузочных режимах происходит в течение небольшого промежутка времени по сравнению с общим временем работы узла. Это выгодно отличает опоры скольжения от опор качения, выход из строя которых вследствие контактных усталостных явлений и износа контактирующих поверхностей происходит за меньший промежуток времени в результате постоянного взаимодействия элементов трущейся пары.

Задачей настоящей работы является:

- 1) рассмотрение и критический анализ условий, при которых между шейкой вала и подшипником существует разделяющий их устойчивый смазочный слой;
- 2) установление методики расчета подшипника скольжения, основанной на предварительно полученных теоретических данных, проверенных сравнением их с экспериментом;

3) анализ условий трения между элементами подшипниковой пары при отсутствии непрерывного смазочного слоя, отделяющего шейку вала от подшипника.

Вопросы чисто конструктивные и связанные со свойствами применяемых материалов будут рассмотрены лишь постольку, поскольку это необходимо для выделения основных положений и их конкретизации. Для ответа на третий из поставленных вопросов, который будет рассмотрен лишь в той мере, насколько это потребуется для полноты представления о режиме работы подшипника скольжения в условиях чисто гидродинамического трения, необходимо предварительно четко разграничить наши представления о различных видах трения.

1. ВНЕШНЕЕ ТРЕНИЕ

Трением между двумя находящимися в контакте телами называется комплекс явлений, который с механической стороны при относительном смещении этих тел обнаруживается в появлении сил, приложенных к поверхностям контакта, лежащих в общей касательной плоскости к этим поверхностям и направленных в сторону, противоположную их относительному смещению.

Такой тип трения называют еще внешним трением в отличие от внутреннего трения или вязкости, под которой понимают совокупность явлений при взаимодействии между частями одного и того же тела. С механической стороны вязкость проявляется в возникновении усилий, лежащих в плоскостях касательных к поверхностям раздела между рассматриваемыми частями тела, направленных в сторону, противоположную относительному перемещению этих частей и зависящих лишь от скорости деформирования в точках, лежащих на поверхностях раздела.

Природа явлений, протекающих при внешнем и внутреннем трении, так же как и природа возникающих при этом сил, совершенно различна и наименование той и другой совокупности явлений одним словом «трение» основано на чисто внешнем признаке появления сил сопротивления, лежащих в плоскостях, касательных к поверхностям тел или их частей. Для того и другого вида трения общим является лишь термодинамическая необратимость движения, связанная с параллельно идущими процессами диссипации энергии, вызванных прежде всего изменением конфигурации тел или их частей, т. е. процессами превращения механической энергии в энергию тепловую.

При внешнем трении все процессы локализованы в весьма тонких поверхностных слоях соприкасающихся тел, в которых происходит и изменение конфигурации трущихся тел. Помимо того внешнее трение в большинстве случаев сопровождается процессами изнашивания и изменения формы контактирующих поверхностей. Внутреннее же трение проявляется при измене-

нии конфигурации отдельных сколь угодно малых частей рассматриваемого тела и протекает в значительных объемах, а зачастую и во всем объеме, занимаемым телом.

При внешнем трении диссипация энергии происходит в микроскопически тонких поверхностных слоях и характеризуется высокими (до 1000° и выше) значениями температур в местах фактического контакта поверхностей, колоссальными температурными градиентами по толщине поверхностного слоя и быстрой изменчивостью этих поверхностных температурных полей по времени. При внутреннем трении энергия диссипируется в значительном или даже во всем объеме тела при сравнительно небольших повышениях температуры и температурных градиентах.

Кинематически, по характеру относительного перемещения соприкасающихся тел, можно различать два вида внешнего трения — трение скольжения (трение первого рода) и трение качения (трение второго рода).

Трение качения имеет место в случае, когда относительное движение соприкасающихся тел можно представить как вращение вокруг мгновенной оси, лежащей в плоскости, касательной к поверхностям контакта, причем в контакт последовательно входят все новые и новые элементы номинальной поверхности.¹

Соппротивление при качении тела возникает за счет сил поверхностного взаимодействия между основанием и катящимся по нему телом и зависит от характера и величины деформирования, материала и шероховатости соприкасающихся тел [54], [71], [18], [140], [62], гл. VI. Количественная оценка трения качения может быть произведена по величине коэффициента перекатывания f , равного отношению силы F , затрачиваемой на перекатывание и приложенной к оси вращения (для цилиндра совпадающей с осью цилиндра, а для шара, проходящей через его центр и параллельной мгновенной оси) к нагрузке N , сжимающей соприкасающиеся тела. Если, следуя Кулону положить

$$F = k \frac{N}{r},$$

где r — радиус катящегося тела; k — коэффициент трения качения, имеющий линейную размерность и характеризующий по современным представлениям полухорду дуги смятия, то $f = \frac{k}{r}$.

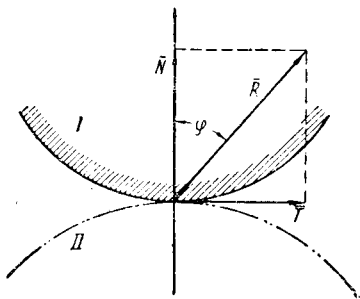
С увеличением твердости тел, входящих в пару качения, сопротивление перекатыванию уменьшается. Особенно мало сопро-

¹ Номинальной (геометрической) поверхностью называется площадь, ограниченная внешним контуром области контакта. Истинное соприкосновение контактирующих тел при трении происходит на малых площадках по вершинам выступов шероховатостей. Сумма фактических малых площадок соприкосновения называется фактической (физической) площадью контакта.

тивление перекачиванию при качении стальных цилиндров или шаров по стальным поверхностям. По опытам Гудмена с роликовыми подшипниками диаметром 19 мм и длиной 152,4 мм без смазки f изменялся от 0,0040 при нагрузке 45,3 кг до 0,0015 при нагрузке 317 кг и 0,0018 при нагрузке 453,6 кг.

Обнаруживается также почти полная независимость сопротивления перекачиванию при отсутствии смазки от скорости качения в опытах с перекачиванием стальных пар, что следует и из теории Щедрова [140].

Трение скольжения имеет место, когда одна и та же номинальная поверхность одного из тел, находящихся в контакте, смещается или перемещается относительно поверхности другого тела, входящего в пару трения. Трение скольжения с механической стороны обнаруживается в том, что при действии на одно из тел (например тело I, изображенное на фиг. 1), входящее в пару трения некоторых активных сил, полная реакция \bar{R} другого тела на первое будет отклонена от общей нормали к соприкасающимся поверхностям на некоторый угол φ . Нормальная составляющая \bar{N} полной реакции \bar{R} называется нормальной реакцией, а касательная составляющая \bar{T} — силой трения. Частным случаем трения скольжения является так называемое *трение вращения*, под которым понимается трение скольжения в случае, когда относительное движение тел есть вращение вокруг оси, совпадающей с общей нормалью к поверхностям контакта, при номинальной площади контакта по крайней мере на порядок меньшей характерного размера меньшего из контактирующих тел.



Фиг. 1. Схема действия сил при сухом и граничном трении

Если касательная составляющая активных сил, стремящихся вызвать относительное перемещение тел, входящих в пару трения, меньше некоторого ее предельного значения, уравновешивается касательной составляющей полной реакции таким образом, что соприкасающиеся тела находятся в покое, то такое состояние тел называется трением покоя. Весьма малые, не свыше нескольких микрон, лишь частично обратимые смещения в поверхностных слоях, обладающих упругими и пластическими свойствами соприкасающихся тел, при трении покоя в области контакта будут иметь величину, пропорциональную касательной — составляющей активных сил. Смещения при трении покоя называются предварительными смещениями. Таким образом, при трении покоя между соприкасающимися телами

образуются напряженные, лишь частично обратимые связи, которые могут сохраняться неопределенное время. Когда возрастающая от нуля касательная — составляющая активной силы, достигнет некоторого значения, которому будет соответствовать максимальная величина предварительного смещения, возрастающая от нуля касательная — составляющая полной реакции, также достигнет максимального значения. Предельная величина этой реакции называется полной силой трения покоя или просто силой трения покоя. Предварительным смещениям, меньшим максимальных, будет соответствовать сила трения, называемая неполной силой трения покоя. Трение покоя называют еще статическим трением¹ в отличие от кинетического трения или трения движения.

Трение движения имеет место при больших полностью необратимых перемещениях, величина которых не зависит уже от касательной — составляющей активных сил, а тела, образующие пару трения, обладают некоторой относительной скоростью. Касательная — составляющая полной реакции, соответствующая трению движения, называется *силой трения движения*.

Классификация внешнего трения по признакам чисто кинематическим, частично отражающим состояние поверхностных слоев, при трении скольжения может быть произведена по физическим признакам состояния поверхности. Трение покоя и трение движения можно разделить на чистое трение, сухое трение, полусухое трение и граничное трение.

Чистое трение может иметь место при полном отсутствии на трущихся поверхностях каких-либо посторонних примесей, даже в виде адсорбированных молекул жидкостей или газов. Практическое осуществление чистого трения можно произвести лишь в вакууме после специальной подготовки поверхностей.

Сухое трение (трение несмазанных поверхностей) имеет место при отсутствии в сколь-нибудь заметном количестве смазки и загрязнений между трущимися поверхностями, но эти поверхности покрыты тончайшими пленками окислов, адсорбированными молекулами газов или жидкостей или молекулами воды.

Граничное трение соответствует наличию между трущимися поверхностями слоя смазки толщиной порядка $0,1 \text{ мк}$ и менее, обладающей свойствами, отличными от ее обычных объемных свойств. Эти свойства зависят от воздействия на нее молекулярного силового поля поверхностей трения, т. е. от природы и состояния этих поверхностей.

Полусухое трение представляет собой смешанный вид трения: частично граничного и частично сухого.

¹ Общее изложение вопроса о трении покоя дано у Крагельского И. В. и Щедрова В. С. [75], и у Конвисарова Д. В. [62] гл. IV.

Несмотря на различную природу чистого и сухого трения, а также граничного трения для них общими являются некоторые внешние закономерности:

1) протекание процессов при трении прежде всего зависит от материала и состояния трущихся поверхностей: для твердых материалов сила трения меньше, с увеличением гладкости поверхностей до некоторого предела сила трения уменьшается;

2) сила трения покоя для одной и той же пары трения несколько больше силы трения движения, хотя в некоторых случаях (главным образом у органических веществ, например, у резины) сила трения движения может быть равна и даже больше силы трения покоя;

3) величина силы трения покоя (особенно у веществ органического происхождения) зависит от продолжительности предварительного контакта. С увеличением продолжительности предварительного контакта она увеличивается, стремясь к некоторому пределу;

4) сила трения T покоя или движения и нормальное давление N связаны зависимостью ¹

$$T = A + \beta N, \quad (1)$$

где A и β некоторые величины, зависящие от рода трущихся тел, шероховатости их поверхностей, величины номинальной поверхности контакта и давления; постоянная A при покое зависит от времени предварительного контакта.

Отношение силы трения к нормальному давлению, обозначаемое через f :

$$f = \frac{A}{N} + \beta, \quad (2)$$

называется коэффициентом трения ². Обычно о протекании процесса трения судят по поведению коэффициента трения при изменении условий работы пары трения.

¹ Двучленная форма закона трения эмпирически была получена Кулоном в 1779 г. Теоретическое обоснование двучленного закона трения на основе представления о молекулярном механизме трения дано Б. В. Дерягиным в 1934 г. ([75], стр. 173), ([62], стр. 90), ([23], стр. 164—194), который отчетливо указал на проявление молекулярного взаимодействия лишь на площадках фактической поверхности контакта. В дальнейшем в 1947 г. эта теория была с других точек зрения подтверждена Щедровым [141]. На основании представления о молекулярном и механическом взаимодействии трущихся поверхностей в 1946 г. Крагельским [73] получена зависимость (1).

История развития учения о трении подробно изложена в единственной в мировой литературе книге Крагельского и Щедрова [75]. Критика теорий трения Томлинсона, Боудена, Эрнста и Мерчента изложена в предисловии к [8], а также в [75].

² Коэффициент трения, представляя собой отношение сил различной природы, какого-либо физического смысла не имеет и является лишь некоторой суммарной конструктивно-эксплуатационной характеристикой пары трения в заданных условиях ее работы.

Физическую картину процессов при чистом и сухом трении, следуя представлениям о дискретном характере контакта, которым наука обязана Боудену и молекулярно-механическим представлениям, развитым Крагельским ([74] глава I), [73], [71]¹, можно в настоящее время описать следующим образом.

Касание поверхностей твердых тел носит дискретный характер благодаря шероховатости и волнистости реальных поверхностей. Поверхности соприкасаются лишь своими выступами, причем площадь касания этих выступов (фактическая площадь касания) составляет ничтожную долю номинальной поверхности, возрастая с увеличением давления. С увеличением нагрузки, вначале растет площадь каждого пятна касания, а затем рост фактической площади контакта происходит главным образом вследствие увеличения числа контактирующих пятен. С возрастанием нагрузки среднее фактическое удельное давление возрастает, поскольку пятна находятся под различными напряжениями. Деформации контактирующих выступов по фактической площади носят упругопластический характер вследствие того, что, во-первых, отдельные выступы благодаря шероховатости и волнистости нагружены различно, а, во-вторых, сами выступы частично деформируются упруго. При скольжении трущихся поверхностей, когда возникают значительные температуры, понижение механической прочности приводит к увеличению фактической площади касания.

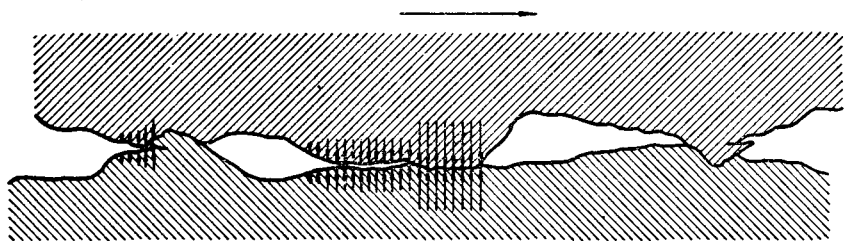
Трение, развивающееся на отдельных пятнах контакта, связано как с молекулярным взаимодействием, так и с механическим зацеплением. Силы взаимного притяжения атомов трущихся тел, возникающие между достаточно сближенными или прижатыми элементами фактической площади контакта, обуславливают молекулярную составляющую силы трения. Механическую составляющую силы трения определяет взаимное внедрение наиболее высоких выступов противоположащих поверхностей при высоких удельных давлениях (порядка десятка тысяч $кг/см^2$), существующих на фактических площадках контакта. Это внедрение возникает вследствие неодинаковых размеров и формы выступов и различной твердости отдельных элементов поверхности. Полная сила трения между телами, образующими пару трения, будет равна сумме тангенциальных составляющих сил молекулярного и механического взаимодействия, связанного с упругим деформированием, пластическим передеформированием и разрушением внедрившихся выступов на отдельных площадках фактического контакта. Ее часть A , не зависящая от нормального давления, пропорциональна фактической площади S_{ϕ} контакта, т. е. $A = \alpha \cdot S_{\phi}$.

¹ Боуден и его последователи развивают иную точку зрения [2], стр. 287—296.

В этом случае величина коэффициента трения выразится двучленом

$$f = \alpha \frac{S_{\phi}}{N} + \beta, \quad (3)$$

где $\frac{S_{\phi}}{N}$ — величина, обусловленная геометрической формой контакта, номинальной площадью контакта, нагрузкой, шероховатостью, волнистостью и упругими свойствами материала контактирующих тел. Величины α и β являются параметрами, связанными с механическими и физическими характеристиками тел, образующими пару. Величина первого слагаемого



Фиг. 2. Схема взаимодействия поверхностей трущихся тел по молекулярно-механической теории трения

в формулах (1)—(3) больше при малых нагрузках и при поверхностях, очищенных от пленок примесей и адсорбированных молекул, поскольку в последнем случае возрастает величина коэффициента молекулярного сцепления α .

Для технически чистых поверхностей и в тех случаях, когда нагрузки не слишком малы и не слишком велики первым слагаемым в формулах (1)—(3) можно пренебречь, т. е. считать справедливым закон Амонтона прямой пропорциональности между силой трения и силой нормального давления.

Закон Амонтона соблюдается совершенно точно лишь в случае пластического деформирования трущихся поверхностей, когда фактическая площадь контакта увеличивается прямо пропорционально нормальному давлению N .

Из закона трения, выражаемого формулой (3), следует, что увеличение фактической площади контакта при том же нормальном давлении увеличивает коэффициент трения. Для увеличения S_{ϕ} проще всего улучшить взаимное прилегание поверхностей трения, создав общую поверхность трения из отдельных элементов, нагруженных независимо один от другого. Таким образом увеличение номинальной поверхности контакта при прочих равных условиях увеличивает силу трения.

Область дискретного взаимодействия граничных слоев трущихся тел можно рассматривать как некоторую физическую

систему — фрикционную связь, «третье тело» [72], в область существования которой вовлечен определенный объем этих тел и которая находится в состоянии непрерывного возникновения и разрушения при тангенциальном смещении тел, образующих пару трения. Феноменологические свойства фрикционной связи, которая носит упруго-вязкопластический характер, обнаруживаются при эксперименте, как общие закономерности трения.

К таким закономерностям при трении покоя относятся:

1. Возрастание силы трения при увеличении продолжительности контакта, интенсивность возрастания которой зависит от давления. Это объясняется тем, что предварительные смещения зависят от упругих и пластических деформаций, а последние определяются скоростью деформирования и возрастают с увеличением нагрузки; при одновременном уменьшении доли упругих деформаций.

2. Влияние скорости приложения нагрузки, которое проявляется более резко при малых нагрузках.

При трении движения упруго-вязкопластический характер фрикционной связи проявляется в зависимости от коэффициента трения и скорости скольжения.

Перечисляя общие закономерности и особенности, присущие сухому трению между твердыми телами, необходимо отметить как одну из главных его особенностей весьма плохую при обычных условиях эксперимента воспроизводимость результатов по определению коэффициентов трения между телами, особенно металлами, имеющими технически чистые поверхности. Главной причиной этого является неравновесное состояние атомов кристаллической решетки на поверхности металла, приводящее к исключительной чувствительности этих поверхностей к самому ничтожному количеству веществ, находящемуся в окружающей среде, с которым поверхностные слои металла вступают во взаимодействие, образуя тонкие моно- или полимолекулярные слои или пленки окислов. Адсорбированные слои и пленки окислов, как правило, понижают коэффициент трения, поскольку, во-первых, погашаются силы молекулярного притяжения между поверхностями трущихся тел (связи металлические или ионные заменяются силами взаимодействия между поверхностными молекулярными слоями), а, во-вторых, механическая прочность адсорбированных слоев молекул или пленок окислов меньше прочности основного материала.

Трение между чистыми поверхностями — чистое трение — можно получить лишь после дегазации поверхностей путем нагрева в вакууме. Величины коэффициентов трения в этом случае по опытам Шоу и Ливи (малые давления) и Эрнсту и Мергенту (большие давления) приведены в табл. 1.

Большее число пар приведено в [74], ([75], стр. 160), ([62], стр. 45).

Таблица 1

Давления	Пара трения					
	Fe-Fe	Cu-Cu	Al-Al	Pb-Pb	Cu-Fe	Al-Fe
Малые	0,80	2,30	3,1	—	0,69	1,28
Большие	1,10	1,35	1,05	2,20	1,05	1,05

Наличие на поверхности трения адсорбированных слоев веществ (кислорода, влаги и т. п.), содержащихся в атмосфере и ничтожно малых примесей органически случайно попавших веществ делает поверхность твердого тела лишь технически чистой (несмазанной). В этом случае величины коэффициентов трения движения¹, приведенные в табл. 2, соответствуют тем их средним значениям, которыми обычно пользуются в технике.

Таблица 2

Пара трения	f	Пара трения	f
Сталь по стали	0,15	Чугун по бронзе	0,13
„ „ железу	0,19	„ „ железу	0,17
Железо по железу	0,14	„ „ стали	0,15
Бронза по бронзе	0,20	„ „ чугуну	0,16
„ „ стали	0,15	Латунь по железу	0,14
„ „ чугуну	0,22	„ „ латуни	0,17
Олово по железу	0,17	„ „ стали	0,15
„ „ олову	0,30	„ „ чугуну	0,15
„ „ чугуну	0,18		

В еще большей степени снижают коэффициент трения адсорбированные слои и тонкие пленки углеводов и жирных кислот, как это можно видеть хотя бы по данным Конти², приведенным в табл. 3.

Таблица 3

По чугуну	Чугун	Сталь	Медь	Латунь	Железо
Сухая поверхность	0,16	0,23	0,27	0,18	0,17
Смазанная поверхность	0,075	0,081	0,059	0,11	0,046

¹ По опытам Ренни и Морена при давлении около 1 кг/см^2 , при малой скорости у Ренни и скорости около 1 м/сек у Морена, [71], ([75], стр. 79).

² В его опытах при сухом трении поверхности были тщательно обработаны и промыты спиртом; скорость составляла около 1 м/сек , давление не превосходило 3 кг/см^2 ([75], стр. 112).

Для стали по стали, коэффициент чистого трения по более новым данным, был получен равным 0,78, а при смазке олеиновой кислотой — 0,11.

Наличие поверхностных пленок приводит к тому, что при не очень больших давлениях (при которых значительная часть фактической площади контакта обнажиться не может) трение происходит главным образом не между металлическими поверхностями, а между пленками, как бы тонки они ни были. При этом в несколько раз уменьшается коэффициент трения и закономерности трения изменяются. При наличии адсорбированных слоев и пленок окислов: 1) отсутствуют скачки при скольжении, что указывает на отсутствие заметного увеличения коэффициента трения с продолжительностью контакта; 2) коэффициент трения покоя гладких (полированных, шлифованных и т. п.) поверхностей мало зависит от шероховатости, которая может оказать свое влияние при технически чистых поверхностях лишь при грубой обработке и малопластичных материалах; при поверхностях чистых (например, обработанных активированным углем) коэффициент трения покоя с уменьшением шероховатости увеличивается, а при достаточно пластичных материалах от нее не зависит; коэффициент трения движения зависит от шероховатости больше, чем коэффициент трения покоя и при $H_{ск} = 0,2 \div 0,7$ мк проходит через минимум, как это показано Суховым [115], [114], ([75], стр. 202); 3) достаточно точно соблюдается закон Амонтона о независимости коэффициента трения от нагрузки (к толстым оксидным, сульфидным и другим пленкам это не относится), причем тем точнее, чем более пластичен контакт пары трения. С увеличением давления коэффициент трения проходит через максимум для поверхностей полированных и уменьшается при поверхностях шероховатых.

Перечисленные особенности справедливы в том случае, когда поверхностные пленки носят в достаточной мере случайный характер, представляя собой обычные загрязнения технически чистых поверхностей, обуславливая характер трения, которое называется «сухим». Если же поверхностные слои хотя бы и мономолекулярные образованы молекулами минеральных или органических масел, углеводов или органических кислот, то закономерности будут иные, соответственно чему трение будет не сухим, а граничным.

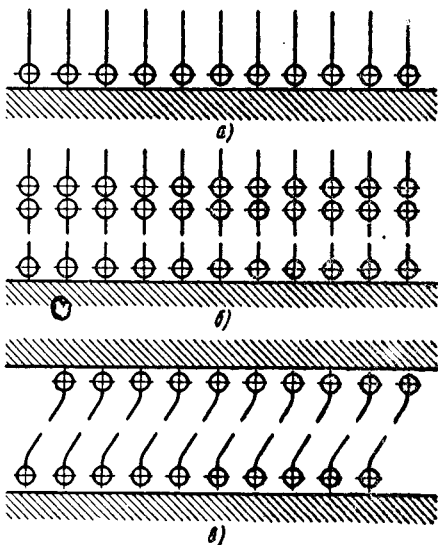
Граничное трение отличается от сухого не столько по величине коэффициента трения, сколько по характеру взаимодействия трущихся поверхностей. При граничном трении основная часть нормальной нагрузки воспринимается не непосредственно трущимися поверхностями, а слоем смазки, расположенным на каждой из них. Толщина этого слоя настолько мала, что поведение и свойства смазки в этом, так называемом «граничном слое», резко отличны от ее объемных свойств, так

как граничный слой находится в сфере действия молекулярных сил поверхностных слоев твердого тела. Сила трения определяется при этом относительным смещением отдельных молекулярных прослоек в области, занятой граничным смазочным слоем. Толщина слоя граничной смазки зависит от условий трения и колеблется от одного молекулярного слоя (адсорбционная смазка) до полимолекулярных слоев в несколько сот молекул и выше.

Способностью к образованию граничных слоев обладают вещества, молекулы которых имеют активные концы, присоединяемые к узлам кристаллической решетки металла¹. Наиболее типичным представителем таких веществ являются органические кислоты, у молекул которых активной будет карбоксильная группа (COOH) и металлические мыла этих кислот. У молекул спиртов такой активной группой является гидроксил (OH), а у других веществ группы NH_2COCl , SeCl_2 и т. д. Способность

подавляющего числа минеральных масел образовывать граничные смазочные слои зависит от присутствия в них молекул с активными группами.

Особенностью граничных — пристенных — смазочных слоев является (как это выяснено рентгеноструктурным и электронографическим анализом) ориентированное расположение в них молекул, имеющих удлиненную форму и обращенных в мономолекулярном слое своими активными концами перпендикулярно к твердой поверхности, как это изображено для покоящейся поверхности на фиг. 3, а, а для движущейся поверхности на фиг. 3, в. В полимолекулярных пристенных слоях молекулярные слои расположены [3], [4] так, что каждый последующий слой является зеркальным отображением предыдущего, располагаясь над ним, как это изображено на фиг. 3, б для тримоле-



Фиг. 3. Молекулярные граничные слои активных смазок

¹ По-видимому, атомы активных групп удерживаются на поверхностях прямой химической связью типа первичной валентности. Такие связи оказывают сильное ориентирующее влияние на молекулы в пристенном слое. Наибольшей активностью обладает карбоксильная группа, у которой при взаимодействии с металлом атом водорода заменяется атомом металла.

кулярного слоя. Ориентированная структура полимолекулярного пристенного слоя может быть образована и неполярным веществом (например вазелиновым маслом, керосином), если его молекулы будут находиться под воздействием мономолекулярного слоя поверхностно активного вещества, расположенного на металле. Этот нижний активный слой сообщает правильную ориентацию также и молекулам вышерасположенных слоев неактивных молекул, которые самостоятельно (только под действием твердой стенки) подобной ориентации, как правило, принимать не в состоянии. Возможно, что в некоторых случаях причиной ориентации молекул в граничном слое могут быть давление и относительное скольжение [24].

В настоящее время итоги исследования граничного трения при наличии достаточно устойчивых пристенных слоев, в изучении которых за последние 15 лет наиболее существенные результаты получены Б. В. Дерягиным и его сотрудниками, можно свести к следующему.

Смазка в граничном слое характеризуется ярко выраженной ориентированной структурой и слоистым строением. Каждый слой состоит из ряда ориентированных одинаково молекул. От объема жидкости, смазка отделена резкой границей, как это показано Дерягиным и другими [30], [24], ([23], стр. 211), применившими «метод сдувания» при исследовании вязкости пристенных слоев жидкости. На границе, отделяющей пристенный ориентированный слой от остальной массы жидкости, вязкость изменяется скачкообразно. Это дает основание предполагать, что ориентация молекул на некотором расстоянии от стенки также меняется скачкообразно. Этот пристенный слой может рассматриваться как особая фаза [2], [26], у которой структура и агрегатное состояние отличаются от обычного состояния смазки в объеме и в силу своей ориентированной структуры, обладающая анизотропией свойств. Особое фазовое состояние граничной смазки вызвано тем, что в пристенном слое поверхность твердого тела оказывает молекулярное воздействие на жидкость и поэтому в значительной степени зависит от природы и состояния этой поверхности. Толщины граничных фаз [30], ([23], стр. 218) на стали равны для касторового масла 0,06 мк, для авиационного масла МК кислотной очистки 0,09 мк, авиационного специального масла 0,10 мк, трибутирина 0,12 мк. Для чистого вазелинового масла, в которое добавлялось от 0,01% до 0,10% стеариновой кислоты и от 0,001% до 1,0% для диэтилсебацата, толщина граничной фазы составляет 0,09 мк. В граничной фазе вязкость может быть меньше (молекулы диэтилсебацата ориентируются на стали параллельно поверхности) или больше (молекулы олеиновой и стеариновой кислот ориентируются перпендикулярно поверхности) вязкости в объеме. Косвенно это подтверждается результатами опыта Сухова [114], [115]. Толщина граничной фазы определяет собой

пристенную область смазки, на которую распространяется действие материала поверхности, сама же граничная пленка ориентированных молекул в зависимости от обстоятельств ее образования может быть меньше или больше по своей толщине, чем толщина граничной фазы. Влияние материала поверхности на образование граничной фазы сверх первого слоя, по-видимому, проявляется косвенно, так как нет никаких указаний, что одна поверхность может оказывать влияние на другую через пленку толщиной более чем в несколько молекул. Эти первые адсорбированные слои как бы организуют граничную фазу. Кроме того, именно монослой вызывает резкое падение коэффициента трения, а следующие 5—7 слоев дают незначительное уменьшение коэффициента трения, после чего величина его практически не изменяется [24], [28], ([8], стр. 153), ([23], стр. 181).

Ориентированное строение граничного слоя смазки делает его подобным «жидкому кристаллу» или пластичному телу с квазикристаллической структурой, обладающему высоким сопротивлением сжатию, так как ориентированные параллельно друг другу молекулы скрепляются одна с другой силами молекулярного притяжения (силами продольной когезии), давая возможность всему слою выдерживать не разрушаясь передающееся на него давление. Сопротивление сдвигу между отдельными молекулярными слоями в области, занятой граничной смазкой, весьма мало и происходит по плоскостям между метильными группами (фиг. 36в).

Квазикристаллическая структура пристенного слоя смазки позволяет считать, что при трении тел, разделенных граничным смазочным слоем, выполняются предпосылки молекулярной теории трения Дерягина [28], [141], ([62], стр. 89), ([75], стр. 173). В этом случае справедливым является двучленный закон трения, выражаемый формулами (1) или (3), если иметь в виду, что и при граничном трении реальное соприкосновение трущихся тел осуществляется по площадкам фактического контакта. Таким образом, закономерности граничного трения, обусловленного «молекулярной шероховатостью» таковы, что β является «истинным» коэффициентом трения, не зависящим от нормального давления, фактической или номинальной площади касания и сил молекулярного притяжения, но β зависит от молекулярного строения поверхностного слоя. Постоянная α в формуле (3) равна βp_0 , где p_0 — давление прилипания (по терминологии Дерягина) представляет собой равнодействующую молекулярного притяжения на единицу площади истинного контакта, которая зависит от рода поверхностей и заключенной между ними смазки.

Из сказанного следует, что род поверхности влияет на p_0 лишь при числе молекулярных слоев не свыше пяти-семи, а затем p_0 определяется лишь родом смазки.

Учитывать слагаемое, содержащее множителем $\alpha = \beta \cdot \rho_0$ имеет смысл лишь в том случае, когда нагрузка N очень мала или когда трущиеся поверхности больших размеров находятся под очень большим давлением; в обычных же встречающихся в технике случаях и для граничной смазки можно считать справедливым закон Амонтона ([23], стр. 177), ([8], стр. 162).

Влияние смазывающего вещества на свойства пристенного слоя прежде всего определяется длиной его молекулы. Для смазок с молекулами в виде длинных цепей, т. е. для смазок с большим молекулярным весом, которые интенсивнее ослабляют непосредственное влияние молекулярного взаимодействия трущихся поверхностей, коэффициент трения в пределах одного гомологического ряда с увеличением молекулярного веса должен падать. Это подтверждается опытами Харди при статическом трении и опытами Боудена и Тейбора ([8], стр. 145) при трении движения до некоторой величины молекулярного веса в каждом гомологическом ряду. Опытами Харди, Грегори и Боудена подтверждается также сильное влияние материала трущихся поверхностей на поведение граничного слоя смазки. Опыты Грегори и Боудена показали, что такие металлы, как никель, хром, золото, серебро и платина ввиду менее эффективного смазывания жирными кислотами, меньшей активности, дают в 3—5 раз больший коэффициент трения, чем железо, медь, алюминий, висмут, цинк, магний, кадмий. Свинец и олово занимают промежуточное положение.

Результаты опытов Харди, Боудена и Тейбора¹ по зависимости коэффициента трения от молекулярного веса M смазки можно выразить эмпирической формулой.

$$f = c - d \cdot M,$$

где c и d — постоянные, зависящие от материала поверхностей трения и гомологического ряда. Для пары сталь — сталь c и d даны в табл. 4.

Таблица 4

Характер трения	Наименование вещества	c	d
Опыты Харди	парафины	0,594	0,00163
	спирты	0,513	0,00163
Статическое трение Опыты Боудена и Тейбора	жирные кислоты	0,768	0,00394
	парафины (до $M=254$)	0,44	0,00179
	спирты (до $M=228$)	0,413	0,00134
Трение движения	жирные кислоты (до $M=116$)	0,67	0,00483

В опытах Боудена и Тейбора при M больших, чем указано, коэффициент трения принимает постоянное минимальное зна-

¹ Такой формулой опыты Боудена и Тейбора можно выразить лишь для веществ с молекулярным весом, меньшим некоторого предела.

чение, не зависящее от M (длины цепи молекулы) и во всех случаях равно около 0,07.

На величину коэффициента граничного трения влияет и состояние насыщения адсорбционных слоев, как это показали Дерягин и Лазарев [28].

При трении движения граничный моно- или полимолекулярный слой, если нет условий для его непрерывного восстановления, изнашивается. Опыты [24], [49], ([62], стр. 94), ([8], стр. 151) показали, что быстрота изнашивания или истирания граничного слоя прежде всего зависит от его исходной толщины и при уменьшении толщины быстро увеличивается, быстрота изнашивания в значительной мере зависит от природы смазки и природы трущихся поверхностей. Быстрота истирания граничного слоя возрастает также с увеличением скорости и нагрузки. При наличии условий, благоприятствующих восстановлению граничного слоя, граничная пленка при трении движения не идентична по своему строению граничной пленке при статическом трении, так как процесс возникновения пристенного слоя определенной структуры совершается с небольшой скоростью, устанавливаясь в зависимости от условий за промежутки времени, называемый «латентным периодом», [44], [100], продолжительностью от минуты до часа.

Долговечность при истирании, а также способность к существованию устойчивых ориентированных граничных смазочных слоев в сильной мере определяется температурой. При некоторых температурах, зависящих от материала трущихся поверхностей и природы смазки, защитная роль граничных смазочных слоев исчезает, вследствие нарушения ориентации молекул и их интенсивного теплового движения. Температура, соответствующая исчезновению ориентации молекул, называемая температурой дезориентации, соответствует исчезновению сил продольной когезии между молекулами смазки. Утрата граничной смазкой ее защитных свойств зависит также и от активности смазки по отношению к металлу. На неактивных в химическом отношении металлах температура дезориентации жирных кислот близка к температурам их плавления (40—80° С), а на поверхностях химически активных температура дезориентации близка к температурам плавления их металлических мыл (90—150° С) ([8], стр. 166). Таким образом температура дезориентации близка к температуре, при которой граничный слой утрачивает свою эффективность как защитная пленка, что при соответствующих экспериментах проявляется в резком росте коэффициента трения и начале интенсивного изнашивания трущихся поверхностей. На последнем основаны методы оценки предельной смазочной способности машинных масел [90].

Возможность устойчивого существования пристенных смазочных слоев определяет также свойство смазывающих веществ,

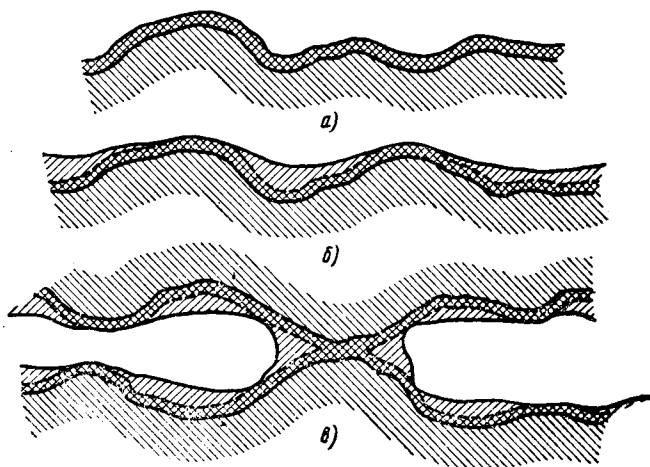
которое называется «маслянистостью». Под этим термином принимается комплекс свойств смазки, отличных от вязкости, которые обеспечивают меньшее трение или износ или то и другое одновременно в условиях, когда слой смазки весьма тонок и ее действие не определяется одной только вязкостью. Граничная пленка ([23], стр. 220 и стр. 201), является материальным носителем маслянистости.

Таким образом, совокупность всех проявлений граничного трения, включая защитную эффективность пристенных слоев смазки, может осуществиться при наличии устойчивого граничного слоя на поверхностях всех микронеровностей трущейся пары, она может осуществляться также при контакте выступающих частей микронеровностей через прилегающие к ним граничные слои так, чтобы относительное смещение происходило по плоскостям скольжения в граничном слое. Однако надежный граничный слой может существовать лишь при условии достаточной обеспеченности смазкой и его эволюцию при изменении количества последней по вероятной схеме явления, предложенной Елиным [42] и развитой Суховым [115], [114], можно представить следующим образом. Тонкий слой смазки, располагаясь на металлической поверхности, уменьшает ее свободную энергию тем интенсивнее, чем больше толщина этого слоя, причем поверхностно активные вещества уменьшают поверхностную энергию металлической поверхности во много раз более, чем другие вещества, например, нормальные парафины. При количестве смазки меньше некоторого предельного значения, при котором свободная поверхностная энергия системы металл — граничный слой достигает минимума, смазка распределяется по неровностям поверхности слоем постоянной толщины, который называли первичным слоем (фиг. 4, а). Максимальная толщина первичного слоя, по-видимому, не превосходит, как это следует из опытов Сухова, предельной толщины «граничной фазы» Дерягина. Если же количество смазки больше, чем необходимо для образования насыщенного первичного слоя (полной толщины граничной фазы), то избыток ее располагается во впадинах между неровностями, обусловленными шероховатостью, так что первичным слоем покрываются лишь выступы неровностей (фиг. 4, б). В соответствии с этим возможны два случая.

1. Если трущиеся поверхности покрыты моно- или полимолекулярным первичным слоем, то при их скольжении первичный слой на выступах изнашивается почти не восстанавливаясь из-за малой подвижности молекул в тонких слоях, затрудняющей их быстрое поступление из части первичного слоя, расположенной во впадинах, и достаточной продолжительности латентного периода. Трение в этом случае через непродолжительное время станет сухим, коэффициент трения возрастет. Такое изнашивание граничной пленки, резко меняющее коэф-

коэффициент трения, часто является причиной плохой воспроизводимости опытов.

2. При количестве смазки, большем предельного, необходимого для образования насыщенного первичного слоя, некоторый ее избыток во впадинах не будет влиять на толщину первичного слоя на выступах и, следовательно, на силу трения. Однако этот избыток будет являться резервуаром для восстановления граничного слоя на выступах, подверженного утонению вследствие взаимодействия между выступами поверхностей трущихся



Фиг. 4. Эволюция граничного смазочного слоя с изменением количества смазки по представлению Елина — Сухова

пар. Поступление избыточной смазки из впадины в места контакта происходит, во-первых, за счет увеличения свободной энергии первичного слоя на выступах при его утонении, а, во-вторых, за счет увеличения расклинивающего давления (по Дерягину и Пичугину это давление порядка 1000 кг/см^2 при толщине слоя смазки в $0,1 \text{ мк}$) тонкого слоя смазки при движении [100], [149], [150], ([23], стр. 205), вследствие чего смазка затягивается з места контакта, как бы все время возобновляясь. Взаимодействие поверхностей трущихся тел происходит так, как это изображено на фиг. 4, в, что соответствует устойчивому граничному трению.

В первом и во втором из рассмотренных здесь случаев статическое трение будет одним и тем же. Величины коэффициента статического граничного трения при соответствующем состоянии поверхностей и давлении от $0,7 \text{ кг/см}^2$ до $8,3 \text{ кг/см}^2$ даны¹ в табл. 5.

¹ По данным Хайда в Технической энциклопедии, Таблицы физико-химических величин, т. III, 1929, стр. 424.

Таблица 5

Смазка	Мягкая сталь по						Закаленная сталь по бронзе
	чугуну	стали	железу	бронзе	баббиту	алюми- нию	
Цилиндровое FFF . . .	0,179	0,147	0,159	0,128	0,165	0,137	0,120
Автомобильн е ВВ . . .	0,182	0,174	0,174	0,182	0,188	0,145	—
Автомобильное Вауппе . . .	0,214	0,157	0,185	0,158	0,185	0,147	0,132
Сурепное масло	0,102	0,137	0,136	0,124	0,109	0,111	0,080
Свиное сало топленое . . .	0,133	0,110	0,125	0,117	0,118	0,100	0,082
Касторовое масло	0,131	0,121	0,136	0,121	0,138	0,126	0,109
Спермацетовое масло . . .	0,138	0,121	0,146	0,173	0,195	0,156	0,111

При граничном трении движения, соответствующему второму из рассмотренных нами случаев, значения коэффициентов трения при средних шероховатостях поверхностей пары сталь — латунь согласно опытам Сухова [114], [115] приведены в табл. 6.

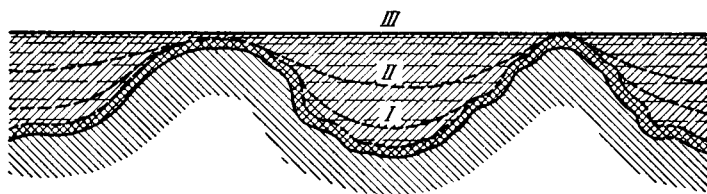
Таблица 6

Толщины слоя смазки	Олеиновая кислота	Касторовое масло	Машинное масло	Трансформаторное масло
<0,1 <i>мк</i>	0,202	0,212	0,202	0,203
>0,1 <i>мк</i>	0,147	0,138	0,151	0,172

При тонких слоях смазки, не превосходящих в областях фактического контакта полной толщины граничной фазы, т. е. слоях толщиной порядка 0,1 *мк*, зависимость коэффициента трения от шероховатости при трении покоя и при трении движения такая же, как и при сухом трении. Дальнейшее увеличение толщины смазочного слоя сказывается в уменьшении влияния шероховатости на коэффициент трения (сначала, для тонко обработанных поверхностей). При этом коэффициент трения будет возрастать с увеличением шероховатости.

Постепенное увеличение количества смазки на поверхностях трения будет приводить к заполнению впадин между неровностями (кривые I и II на фиг. 5) и, наконец, к полному покрытию поверхностей тонким слоем смазки (кривая III). Этот процесс, с одной стороны, приведет к утолщению слоя смазки на выступах, а, с другой стороны, к постепенному увеличению влияния объемных свойств смазки. Иначе говоря, трение от граничного постепенно будет переходить к смешанному трению, называемому полужидкостным. Полужидкостное трение после заполнения смазкой всех неровностей перейдет в трение, при котором поверхности трущихся тел будут полностью разделены

смазывающей жидкостью, препятствующей непосредственному контакту неровностей этих поверхностей. Такое трение называется жидкостным или гидродинамическим.



Фиг. 5. Заполнение смазкой неровностей на поверхности тела при полужидкостном трении

Резкой границы между различными видами внешнего трения, которые являются функциями степени и характера смазанности поверхностей нет. Переход от трения сухого к полусухому, а затем к граничному может быть осуществлен постепенно через промежуточную стадию смешанного, полужидкостное трение может перейти в гидродинамическое трение, которое уже является трением внутренним.

2. ВЯЗКОСТЬ ЖИДКОСТЕЙ И ИХ ГРАНИЧНЫЕ СВОЙСТВА

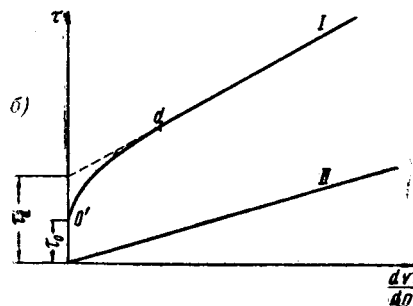
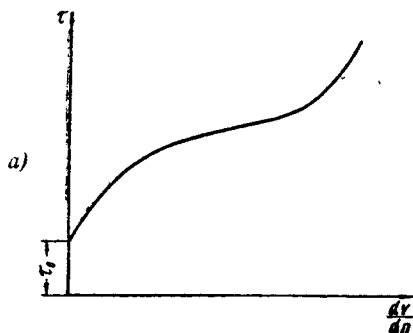
При гидродинамическом или жидкостном трении между телами, поверхности их полностью отделены друг от друга тонким слоем жидкости, именуемой в этом случае смазкой, которая предотвращает непосредственный контакт и взаимодействие элементов трущейся пары. Взаимодействие между поверхностями трущихся тел уступает место взаимодействию между частицами смазки. Трение происходит между частицами смазки в объеме, занимаемом смазкой, благодаря чему и именуется трением внутренним. Для возможности разделения трущихся тел смазочным слоем необходимо выполнение некоторых условий, определяемых вязкостью жидкостей, применяемых как смазки.

Вязкость, проявляясь механически в виде касательных усилий на поверхности, проведенной внутри некоторого объема жидкости при изменении его формы, представляет ни что иное, как реакцию жидкости на изменение ее формы. Для вязкости, как сопротивления искажению формы жидкости, характерным является ее зависимость от скоростей деформаций. Соответствующие закономерности макроскопически задаются в виде некоторой функциональной связи между касательным напряжением τ на какой-либо площадке внутри движущейся жидкости и поперечной производной скорости u по нормали n к этой площадке. Такие зависимости, находимые из опыта как некоторые физические законы, называются «реологическими харак-

теристиками» вещества или «механическими уравнениями состояния», которые описывают реологические явления, соответствующие «состояниям» реальных тел.

В общем случае деформация среды начинается лишь после того как напряжение достигнет некоторого предела τ_0 , называемого предельным напряжением сдвига. Выше предельного напряжения сдвига τ определяется лишь поперечной производной скорости (фиг. 6, а и 6, б, кривая I); таким образом, в общем случае

$$\tau = \tau_0 + F\left(\frac{du}{dn}\right).$$



Среды, подчиняющиеся такой зависимости, называются нелинейно вязкопластичными [123], [101].

Среды, у которых отсутствует предельное напряжение сдвига ($\tau_0=0$) и $F(0)=0$ в общем случае называются жидкостями¹.

Такую нелинейную зависимость τ только от поперечной производной скорости дает значительное число коллоидных растворов и суспензий.

Фиг. 6. Реологические кривые при различных законах течения

напряжениях меньших τ_0 ее напряженное состояние зависит от деформаций. В частном случае, эта зависимость может быть линейной по закону Гука, т. е. среда будет упругопластичной. Примером подобных смазывающих веществ могут служить солидолы. Среда, у которой, начиная с некоторого значения поперечной производной скорости, напряжение τ линейно зависит от $\frac{du}{dn}$, называется телом Шведова (фиг. 6, б, кривая I).

В общем случае такая среда обладает двумя различными предельными напряжениями сдвига. Первый, отвечающий напряжению τ_0 , при котором начинается течение, называется статическим предельным напряжением сдвига. Второе предельное напряжение сдвига, получаемое путем экстраполяции прямолинейного участка кривой до пересечения с осью ординат

¹ Рамайя [101] такие среды называет псевдопластичными. Рамайя [101], а за ним Фукс [123] пластичными телами называют вязкопластические среды.

(осью τ), называется динамическим предельным напряжением сдвига. Участок $O'd$ реологической характеристики (фиг. 6, б, кривая I) называется областью аномалии вязкости. Как тела Шведова ведут себя консистентные смазки и некоторые коллоидные растворы.

Среды, для которых $\tau_0=0$, но $\tau_d \neq 0$, т. е. жидкости, обладающие аномалией вязкости, называются псевдопластичными или неньютоновскими (аномальными) жидкостями. Неньютоновскими жидкостями являются минеральные масла при низкой температуре, жиры и многие коллоидные растворы и суспензии.

Если $\tau_0=\tau_d$, т. е. область аномалии вязкости отсутствует, то в этом случае

$$\tau = \tau_0 + \mu \frac{du}{dn}. \quad (4)$$

Такая среда является частным случаем тела Шведова и называется вязкопластической средой или телом Бингама-Вола-ровича.

Если же, наконец $\tau_0=\tau_d=0$, т. е.

$$\tau = \mu \frac{du}{dn}, \quad (5)$$

то мы имеем дело с истинно вязкой или ньютоновской жидкостью¹.

Течение подавляющего большинства жидкостей, в том числе всех минеральных, растительных и животных масел, при температурах не очень близких к температурам застывания с очень большой степенью точности подчиняются закономерности, выражаемой соотношением (5) (фиг. 6, б, кривая II).

Коэффициент пропорциональности μ в формулах (4) и (5) называется динамическим коэффициентом вязкости или просто коэффициентом вязкости жидкости. Величина, обратная коэффициенту вязкости ($\varphi = \frac{1}{\mu}$), называется текучестью.

Единицы измерения вязкости μ можно установить, согласно вытекающему из выражения (5) следствия — «вязкость вещества измеряется касательной силой, приходящейся на единицу площади одной из двух параллельных горизонтальных плоскостей, находящихся на единице расстояния друг от друга, между которыми находится вязкое вещество, причем одна плоскость неподвижна, а другая движется со скоростью, равной единице», — сформулированного Максвеллом.

¹ Как гипотеза, соотношение (5) высказано в 1686 г. Ньютоном в виде «сопротивление, происходящее от недостатка скользкости жидкости, при прочих одинаковых условиях предполагается пропорциональным скорости, с которой частицы жидкости разъединяются друг от друга».

В системе CGS единица измерения μ называется пуазом, $1 \text{ пуаз} = 1 \text{ дн} \cdot \text{сек} / \text{см}^2 = 1 \text{ г} / \text{сек} \cdot \text{см} = 1 \frac{\text{М}}{\text{ЛТ}}$. Вязкостью в 0,01 пуаза обладает вода при температуре 20,21°С. Единица вязкости в системе MTS называется мириапуазом. В различных системах мер единицы вязкости связаны зависимостями:

$$1 \text{ пуаз} = 10^{-4} \text{ мириапуаза} = 0,01019 \text{ кгсек} / \text{м}^2;$$

$$1 \text{ кгсек} / \text{м}^2 = 98,10 \text{ пуаза} = 0,00981 \text{ мириапуаза}.$$

В случаях, когда силами инерции вязкой жидкости при ее движении пренебрегать нельзя, влияние вязкости на движение жидкости определяется отношением μ к плотности ρ жидкости. Отношение μ к плотности жидкости ρ называется «кинематической вязкостью» и обозначается через ν . Единицей измерения кинематической вязкости в системе CGS является стокс

$$1 \text{ стокс} = \frac{\text{пуаз} \cdot \text{см}^3}{\text{г}} = 1 \text{ см}^2 / \text{сек} = 10^{-4} \text{ м}^2 / \text{сек}.$$

При технических измерениях вязкость нефтепродуктов часто выражают в условных единицах по времени протекания определенного объема жидкости через трубку в стандартных условиях¹. У нас условную вязкость согласно ГОСТу² принято выражать в градусах Энглера ($^{\circ}E_t$). Эти условные единицы представляют собой отношение времени истечения в секундах из калиброванного отверстия вискозиметра ВУ по ГОСТу 1532-54 (Энглера) 200 см³ испытываемого нефтепродукта при температуре испытания к времени истечения в секундах того же количества дистиллированной воды при температуре 20°С. Кинематическая вязкость в стоках связывается с условной в градусах Энглера формулой

$$\nu_t = 0,07319 \cdot ^{\circ}E_t - \frac{0,0631}{^{\circ}E_t}.$$

Таблицы для перевода кинематической вязкости в условную по Энглери даются ГОСТом 33-53. В Англии, США и Франции условная вязкость измеряется в секундах Редвуда, секундах Сейболта и градусах Барбье [123], ([62], стр. 101).

¹ На основании формулы Пуазейля вязкость прямо пропорциональна времени протекания жидкости через капилляр и обратно пропорциональна объему жидкости, протекшему за определенное время.

² Методы определения вязкости нефтепродуктов у нас стандартизованы. Определение динамической вязкости масла в пуазах при низких температурах (от 0 до -60°) производят вискозиметрами капиллярным или ротационным РВ-7 (Воларовича) по ГОСТу 1929-51. Кинематическая вязкость определяется в капиллярных вискозиметрах Пинкевича по ГОСТу 33-53, а при низких температурах в капиллярных вискозиметрах Воларовича. Условная вязкость определяется вискозиметром Энглера согласно ГОСТу 6258-52.

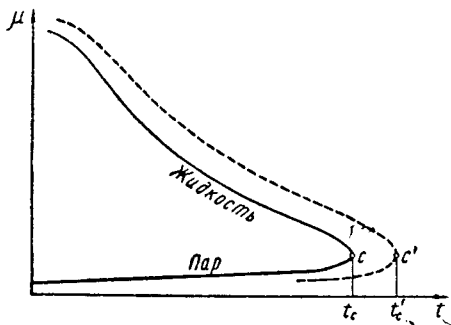
У жидкостей, не обладающих аномалией вязкости, коэффициент вязкости μ в формуле (5) от поперечной производной скорости не зависит и, поэтому, для всех ньютоновских жидкостей его можно рассматривать как одну из их основных физических констант.

Вязкость обусловлена молекулярным строением вещества, поэтому она является функцией «состояния» жидкости, т. е. зависит от ее температуры t и давления p^1 .

При постоянном давлении полная кривая температурной зависимости вязкости вещества охватывает области как жидкого, так и газообразного состояний и имеет вид, изображенный на фиг. 7. Как видим, по мере убывания вязкости при нагревании крутизна кривой изменяется. При критической температуре кривая перегибается в обратном направлении, так как при этой температуре в жидкости начинают проявляться газовые характеристики. В газообразной фазе вязкость вещества с убыванием температуры падает, хотя интенсивность этого падения не столь велика, как интенсивность падения вязкости жидкости с возрастанием температуры.

Так как при переходе вещества из одного агрегатного состояния в другое его молекулы почти не меняются, то, как показывает температурная кривая вязкости, приведенная на фиг. 7, причиной изменения вязкости под воздействием температуры является изменение структуры вещества. Структура же может меняться не только в том случае, когда меняется агрегатное состояние, но и при изменении температуры вещества в жидком состоянии. Это утверждение справедливо не только для вязкости, но и для сжимаемости, теплоемкости и т. п.

Относительное расположение кривых $\mu(t)$ для произвольных жидкостей будет произвольным, но для веществ, обладающих сходной структурой, например, имеющих в твердом состоянии одинаковую кристаллическую решетку и одинаковый тип межмолекулярной связи (например, гомологические ряды орга-



Фиг. 7. Изменение вязкости с температурой при непрерывном изменении состояния

¹ В гидродинамике вязкой жидкости как самостоятельная гипотеза выставляется требование независимости сил гидравлического сопротивления от гидродинамического давления, которая дает возможность вывести уравнения Навье-Стокса. Однако эта гипотеза справедлива в достаточно широком интервале давлений лишь для таких жидкостей как вода; коэффициент вязкости минеральных масел в значительной степени зависит от давления.

нических веществ) кривые расположатся в последовательности, определяемой критической температурой. При этом, чем выше критическая температура вещества, тем выше будет лежать температурная кривая вязкости. Экспериментально это положение доказано Голиком [19]. Связь расположения кривых $\mu(t)$ с критической температурой проявляется вследствие того, что критические параметры связаны с силами межмолекулярного взаимодействия и частично характеризуют молекулярную структуру жидкости.

Все сказанное относится, конечно, к жидкостям, для которых понятие критической температуры имеет смысл.

Основным соотношением, связывающим вязкость жидкостей с их состоянием является фундаментальная формула (1912) Бачинского¹ [17]

$$\mu = \frac{c}{v - \omega} \quad (6)$$

Эта формула, в которой v удельный объем при температуре t , а c и ω постоянные, справедлива при постоянном давлении и невысоких температурах. Формула Бачинского дает возможность некоторого обоснования эмпирических формул температурной зависимости вязкости. Она важна также тем, что позволяет легко различать жидкости ассоциированные (например, воду, спирты, жирные кислоты, смазочные масла органического и минерального происхождения) от неассоциированных или нормальных (например, хлороформ, ацетон, толуол, эфиры, сероуглерод). Для неассоциированных или нормальных жидкостей линейная зависимость текучести от удельного объема, выражаемая формулой (6), выполняется точно.

Характерным для ассоциированных жидкостей, к которым относятся вода, ртуть, спирты, органические кислоты, смазочные масла органического и минерального происхождения и другие, главным образом сложные по составу жидкости, текучесть которых нелинейно зависит от удельного объема и, следовательно, соотношению (6) не подчиняется, является образование временных группировок (ассоциаций) молекул все время образующихся и распадающихся и существующих наравне с неассоциированными молекулами.

Закономерности изменения вязкости жидкостей ассоциированных и высокомолекулярных резко отличаются от таковых для жидкостей нормальных. Причиной этого является возникновение при ассоциации дополнительных связей между молекулами и возрастание удельного объема в результате образования межмолекулярных пространств в ассоциированных комплексах. Это приводит к более значительному повышению

¹ Найденная сначала чисто эмпирически формула (6) в дальнейшем получила теоретическое подтверждение с самых различных точек зрения.

вязкости с понижением температуры, чем у нормальных жидкостей, поскольку на вязкость начинает влиять степень ассоциации.

Справедливость формулы Бачинского для нормальных жидкостей ограничивается условием постоянства давления. Как совершенно бесспорно показали опыты Бриджмена¹, вязкость не является функцией одного только удельного объема и при высоких давлениях (свыше 800—1000 ат) зависимость текучести от удельного объема далека от линейной. Последнее выражается в том, что при изменении температуры и сохранении объема текучесть изменяется за счет изменения давления. Изменение вязкости с повышением давления при постоянной температуре для подавляющего большинства жидкостей более резко происходит при высоких давлениях.

Отсутствие руководящих теоретических или хотя бы полуэмпирических соображений относительно зависимости вязкости от давления p заставляет прибегать к чисто эмпирическим формулам, из которых наибольшим распространением пользуется формула Баруса

$$\mu = \mu_0 e^{\alpha p}, \quad (7)$$

где μ_0 — вязкость при $p=0$, а α — пьезокоэффициент вязкости, который в общем случае может зависеть от температуры и давления. Другие эмпирические зависимости вязкости от давления предложены, в основном, для нефтепродуктов и будут рассмотрены в следующей главе.

Полуэмпирическая формула Бачинского может служить источником количественного описания эмпирических зависимостей вязкости от температуры, если в ней зависимость удельного объема от температуры t формально представить в виде многочлена

$$v = v_0 \left(1 + \sum_{m=1}^n a_m \cdot t^m \right).$$

Тогда, согласно формуле (6)

$$\frac{c_1}{\mu} = \sum_{m=0}^n b_m \cdot t^m. \quad (8)$$

Если в выражение (8) при $m > 2$ положить $b_m = 0$, то приходим к интерполяционной формуле Торпа и Роджера, частным

¹ Бриджмен П., «Новейшие работы в области высоких давлений», ИЛ, Москва, 1948.

случаем которой при $c_1 = \mu_0$ и $b_0 = 1$ является формула Пуазейля. Видоизменение формулы (8) представляет формула Слотте

$$\frac{c_2}{\mu} = (t + A)^n, \quad (9)$$

в которой c, A и n постоянные. При $n = 3$ формула (9) переходит в другую формулу Бачинского, проверенную им на большом числе жидкостей. Весьма удобная формула Бингама и Стокея

$$\frac{1}{\mu} = aT + bT^2, \quad (10)$$

где a и b — постоянные, а T — абсолютная температура, также является частным случаем формулы (8).

Для неассоциированных жидкостей перечисленные формулы обосновываются молекулярно-кинетическими соображениями в той же мере, в которой ими обосновывается формула Бачинского. Применяя же формулы (8) — (10) к жидкостям ассоциированным, их надо рассматривать как простые интерполяционные формулы, причем в этом случае температурный интервал, в котором они согласовываются с опытом, сужается.

Вязкость как свойство, обусловленное молекулярной природой жидкости, представляет собой лишь одно из проявлений этой природы и поэтому, естественно, должно иметь связь с другими проявлениями молекулярного строения вещества в жидком состоянии. Количественно эта связь выражается в виде эмпирически находимых формул, связывающих вязкость с поверхностным натяжением и упругостью ее паров. Линейная зависимость между логарифмом вязкости и логарифмом давления паров жидкости позволила предложить новые формулы для температурной зависимости вязкости. Такое же значение могут иметь и формулы, связывающие вязкость с удельным объемом или с удельным объемом и сжимаемостью или скоростью звука.

Для вещества в газообразном состоянии остается справедливой линейная зависимость (5) внутреннего касательного напряжения от поперечной производной скорости, причем зависимость вязкости от температуры соответствует нижней части кривой $\mu(t)$ на фиг. 7. Количественно эта зависимость выражается формулой Сэзерленда, очень хорошо подтверждаемой опытом в широком интервале температур. Она получена теоретически из молекулярно-кинетических соображений, путем рассмотрения довольно простого механизма передачи количества движения между молекулами газа. Этот механизм передачи количества движения молекулами резко отличается от последнего в жидкостях и сводится к следующему. Если рассмотреть два слоя газа, разделяемые некоторой воображаемой плоско-

стью, причем скорости молекул верхнего слоя в направлении, параллельном этой плоскости, больше, чем скорости молекул нижнего слоя, то молекулы, проникающие из верхнего слоя в нижний, передают путем соударений молекулам нижнего слоя некоторое количество движения, увеличивая их скорость в направлении течения. Наоборот, молекулы, попадающие из нижнего слоя в верхний, замедляют движение верхних молекул. Избыточная энергия молекул рассеивается в направлении движения газа, вследствие беспорядочного столкновения молекул. Движение по течению газа частично превращается в беспорядочное тепловое движение, и газ нагревается. С механической стороны эти процессы проявляются как внутреннее трение. Рассматривая взаимодействие молекул как упругое столкновение и одновременное межмолекулярное притяжение под действием Ван-дер-Ваальсовых сил, изменяющих направление движения молекул до и после соударения, можно получить формулу Сэзерленда для температурной зависимости коэффициента вязкости газа при нормальном давлении

$$\frac{\mu}{\mu_0} = \sqrt{\frac{T}{T_0}} \cdot \frac{1 + \frac{C}{T_0}}{1 + \frac{C}{T}}, \quad (11)$$

где T_0 — абсолютная температура, соответствующая вязкости μ_0 , а C — постоянная, зависящая от рода газа и приблизительно пропорциональная критической температуре. Формулу (11) можно записать еще в виде

$$\mu = k \frac{T^{3/2}}{T + C}, \quad (12)$$

где k — новая постоянная. Величины C , а также μ_0 и k , соответствующие $T_0 = 273^\circ \text{K}$ приведены в табл. 7.

Таблица 7

Газ	Воздух	Азот	Кислород	Водород	Углекислота
Величины					
$\mu_0 \cdot 10^6$ в кг·сек/м ²	1,754	1,699	1,980	0,866	1,410
C в град.	120,9	101,0	109,6	71,3	233,7
$k \cdot 10^8$ в кг·сек/м ² град ^{1/2}	15,31	14,09	16,79	6,591	15,84

Изменение вязкости воздуха с температурой показано в табл. 8.

Таблица 8

$t^{\circ} \text{C}$	0	20	50	100	200	300
$\mu \cdot 10^6 \text{ кг}\cdot\text{сек}/\text{м}^2$	1,754	1,854	2,002	2,233	2,653	3,029
$\nu \cdot 10^6 \text{ м}^2/\text{сек}$	1,331	1,568	1,866	2,316	3,489	4,824

Теоретически с изменением давления вязкость газов не должна изменяться, в действительности же с увеличением давления вязкость незначительно возрастает. Так, например, у воздуха при температуре 20°C с увеличением давления от 1 до 100,3 ат вязкость увеличивается в 1,105 раза.

Кинетическая теория жидкого состояния, а следовательно, и теоретическое определение коэффициента вязкости в зависимости от параметров состояния и других физических характеристик вещества должны исходить в своих предпосылках из определенного строения жидкости. Рентгеноструктурный анализ жидкости указывает на определенный порядок в расположении молекул, который тем резче выражен, чем ниже температура жидкости. Если жидкость не склонна к переохлаждению, то этот молекулярный порядок в жидкости близок к ее молекулярной структуре в твердом состоянии. Поэтому понятно, что прежние теории жидкого состояния и вязкости жидкости, в которых жидкое состояние рассматривалось подобным газобразному, не могли привести к успеху. Гораздо лучшие результаты получены в теориях, в которых структура жидкости рассматривалась как сходная со структурой твердого тела. Начало таким теориям было положено в 1926 г. Френкелем [122], впервые теоретически получившим формулу для зависимости μ от абсолютной температуры T в виде

$$\mu = A \cdot \exp\left(\frac{B}{T}\right), \quad (13)$$

где B — константа, а величина A в одном варианте теории прямо пропорциональна температуре, а в другом — постоянна.

Формула

$$\mu = \mu_0 \exp[-c(t - t_0)], \quad (14)$$

где μ_0 есть μ при температуре $t = t_0$, а c — постоянная, чисто эмпирически предложенная для оливкового масла Рейнольдсом [108], до некоторой степени эквивалентна предыдущей формуле.

Однако формулы (13) и (14) непригодны для описания данных эксперимента в достаточно широком температурном интервале не только ассоциированных, но и нормальных жидкостей, что заставляет прибегать к формулам других типов, из которых наиболее широкое распространение получила формула Фогеля¹

$$\mu = A \cdot \exp\left(\frac{B}{T-C}\right), \quad (15)$$

где A , B , C — постоянные.

Формула (15) вначале была получена чисто эмпирически и ее молекулярно-кинетическое обоснование для неассоциированных жидкостей было дано лишь в самое последнее время.

Зависимости вязкости от температуры и давления, для одно- и двухатомных жидкостей, а также для жидкостей неассоциированных, имеющие молекулярно-кинетическое обоснование, распространяются на жидкости высокомолекулярные и ассоциированные не только чисто формально (как интерполяционные формулы) но и потому, что для всех жидкостей в механизме вязкости существенную роль играет передача количества движения колеблющимися молекулами. Особенности же и детали этого механизма передачи зависят от структуры жидкости. Поэтому механизм передачи количества движения у жидкостей высокомолекулярных и жидкостей нормальных различный. Все это приводит лишь к эмпирическим методам количественного анализа вязкости для ассоциированных жидкостей и систематизации некоторых относящихся сюда правил по чисто внешним признакам.

Последнее распространяется и на закономерности для вязкости смесей и растворов.

Наконец, у жидкостей еще более высокомолекулярных или представляющих сложные смеси и настолько ассоциированных, что их структура становится близкой к коллоидной или даже коллоидной (как, например, у значительного числа минеральных масел нефтяного происхождения при температурах, близких к температуре застывания), теряет справедливость линейная зависимость между напряжением сдвига и градиентом скорости, т. е. жидкость становится неньютоновской, а вязкость аномальной. Причинами аномальной вязкости являются: агрегирование коллоидных и микроскопических частиц, образующих так называемую сверхмицеллярную структуру, ориентация удлиненных частиц в потоке жидкости и деформация сольватных оболочек частиц, а также эмульгированных частиц в текущей жидкости. Образование сплошной сетки из агрегированных частиц приводит к появлению статического предельного напряжения сдвига. Обычно при небольших градиентах скорости

¹ Именуемая еще формулой Фогеля — Фульчера — Таммана.

сверхмицеллярная структура разрушается полностью или в такой степени, что свойства таких структурированных жидкостей становятся близкими к жидкостям ньютоновским, течение которых характеризуется нормальной вязкостью. Анализ аномальных свойств текучих сред особое значение имеет для консистентных смазок, а также для смазочных масел при низких температурах.

Помимо вязкости, второй необходимой предпосылкой для наилучшей возможности разделения трущихся тел смазочным слоем является отсутствие или сведение к минимуму скольжения смазок по твердым поверхностям.

Отсутствие такого скольжения в гидродинамике вязкой жидкости обычно всегда принималось, хотя до самого последнего времени непосредственными экспериментами это не было ни опровергнуто, ни доказано.

Всеобщая справедливость полного прилипания жидкостей к твердым телам, некоторыми авторами, в том числе и Петровым [97], [99], [98], всегда подвергалась сомнению, но лишь в самое последнее время Д. М. Толстым было доказано теоретически и экспериментально существование пристенного скольжения жидкостей. Оно чрезвычайно мало и непосредственно может быть обнаружено лишь в особых условиях и не для всех жидкостей.

Пристенным скольжением текучих сред, в том числе смазочных масел и консистентных смазок, Толстой называет явление местного повышения поперечной производной скорости среды у границы ее с твердой стенкой сравнительно с поперечной производной скорости в объеме, обусловленное причинами, не связанными с распределением скоростей и напряжений в объеме и макрогеометрией поверхности. При этом, если у консистентных смазок толщина пристенного слоя, в котором текучесть во много раз больше текучести в объеме, имеет порядок 0,02—0,8 *мк*, то у смазочных масел и других жидкостей пристенное скольжение локализуется в слое мономолекулярной толщины. Эффект пристенного скольжения, с динамической стороны, проявляется в виде дополнительных усилий, действующих на внешнюю поверхность объемно текущей части среды. Эффект действия этих усилий рассматривают как внешнее трение текущей среды о стенки и оценивают соответствующим касательным напряжением τ_c , равным ([111], стр. 94).

$$\tau_c = \lambda (u_{жс} - u_c), \quad (16)$$

где λ — коэффициент внешнего трения, имеющий размерность *кгсек/м³*, а $u_{жс} - u_c = u_{ск}$ — относительная скорость скольжения объемно текущей части среды, прилегающей к стенке, относительно стенки.

Для жидкостей, основываясь на теории вязкости Френкеля, как показал Толстой [117], можно выразить λ через среднее расстояние δ между молекулами и отношение подвижности молекул жидкости в объеме u и на границе со стенкой u_{zp} формулой

$$\frac{\mu}{\lambda} = \delta \left(\frac{u_{zp}}{u} - 1 \right). \quad (17)$$

Формула (17) справедлива, по-видимому, для простых (унарных) жидкостей.

Непосредственными измерениями [117] Толстой нашел, что для ртути по стеклу в среднем $\frac{\mu}{\lambda} = 0,00023$ мм, а для воды по поверхности стали, гидрофобизованной монослоем олеиновой кислоты, $\frac{\mu}{\lambda} = 0,0000013$ мм. Тогда при вязкости ртути 0,0155 пуаза и вязкости воды 0,0098 пуаза для ртути по стали $\lambda = 682$ кгсек/м³ и для воды по поверхности стали, гидрофобизованной монослоем олеиновой кислоты, $\lambda = 76\,900$ кгсек/м³.

Если для ртути $\delta = 3 \cdot 10^{-7}$ мм и для воды $\delta = 3,86 \times 10^{-7}$ мм, то тогда, согласно формуле (17), для ртути по стеклу $\frac{u_{zp}}{u} = 768$ и для воды на гидрофобизованной поверхности стали $\frac{u_{zp}}{u} = 4,4$.

Исходя из молекулярно-кинетических представлений Френкеля о подвижности молекул жидкости, Толстой нашел, что $\frac{u_{zp}}{u} = \exp[\alpha S(K - A)]$, где αS — часть эффективной поверхности микрополости жидкости, приходящаяся на твердую стенку, а $K - A$ — разность работ когезии и адгезии. В случае простых жидкостей эта формула, по-видимому, должна давать не только качественное, но и удовлетворительное количественное согласование с данными опытов, как показывают эксперименты для ртути на стекле.

Поскольку степень скольжения жидкости зависит от подвижности ее молекул на твердой поверхности, т. е. от степени прилипания молекул жидкости к стенке, которая в свою очередь непосредственно зависит от разности работ когезии и адгезии [184], ([2], стр. 236, стр. 274, стр. 282), то и в общем случае за меру скольжения жидкости по твердой поверхности можно принять произведение $\sigma(1 - \cos \Theta)$, которому пропорциональна разность $K - A$ работ когезии и адгезии. Здесь σ — поверхностное натяжение на границе жидкости с вакуумом, а Θ — краевой угол жидкости на границе ее с твердым телом

и вакуумом. Величины $\sigma(1 - \cos \Theta)$ для некоторых жидкостей и твердых тел приведены в табл. 9.

Таблица 9

Величина	Жидкость на твердом теле								
	Ртуть на стекле	Вода на стали с пленкой олеиновой кислоты	Костяное масло			Турбинное масло		Касторовое на баббите В-83	Цинкдоловое на баббите В-83
			на стали	на алюминевой бронзе	на олове	на железе	на меди		
α дн/см	490	73	40,7	40,7	40,7	33,8	33,8	—	33
θ в град.	140	105	34,5	41	43,3	44,33	42,4	24	47
$\sigma(1 - \cos \theta)$ дн/см	865	91,9	7,2	10	11,1	9,6	8,8	—	10,6

Из изложенного становится ясным, почему при нормальных температурах лишь для ртути на стекле, имеющей, благодаря наибольшей разности работ когезии и адгезии, наименьший коэффициент λ и, соответственно этому наибольшую величину $\frac{\mu}{\lambda}$, около 0,2 мк, оказалось возможным обнаружить непосредственно пристенное скольжение в капиллярах диаметром 26,6 и 7 мк. Для других жидкостей можно считать справедливой оценку Петрова ([97], стр. 99) $\frac{\mu}{\lambda} < 10^{-5}$ мм, полученную им на основании опытов Пуазейля с водой. Наконец, при наличии в жидкости полярных молекул, работа адгезии может настолько превышать работу когезии, что $u_{2p} = 0$ и тогда при наличии такого квазитвердого адсорбционного слоя пристенное скольжение отсутствует совсем.

Таким образом, для подавляющего большинства жидкостей, особенно для смазочных масел на поверхностях металлов, коэффициент внешнего трения столь велик, что при реально существующей весьма небольшой величине τ_c , скорости частиц

¹ Для краевых углов масла на металлах мы воспользовались данными Дрица [32] и Дальвиц-Вегенера [165]. Поверхностное натяжение минеральных масел, по данным Кусакова, колеблется в пределах $29 \div 35$ дн/см; углы Θ лежат в пределах $40 \div 45^\circ$ для этих масел на металлах; в среднем $K-A$ для минеральных масел на металлах равно 10 дн/см. Заметим еще, что в табл. 9 измерены величины σ не на границе жидкость—вакуум, а на границе жидкость—воздух.

жидкости, прилегающих к твердому телу, можно считать равными скоростям точек поверхности этого тела, т. е. согласно выражению (16),

$$u_{жс} = u_c.$$

Поэтому, как писал Петров ([97], стр. 101), «жидкости, употребляемые для смазывания, всегда довольно сильно прилипают к смазываемым ими поверхностям твердых тел дают повод надеяться, что в вопросах о влиянии смазывающей жидкости на трение не придется иметь дело с коэффициентом трения между жидкостью и твердым телом». Этот же вывод в известных пределах справедлив и для газов. Действительно, если l — длина свободного пробега молекулы газа при данных температуре и давлении, а f — доля молекул, которые, сталкиваясь со стенкой, принимают при отражении скорость этой стенки, то, согласно подтверждаемым экспериментом выводам кинетической теории газов, имеем

$$\frac{\mu}{\lambda} = \frac{2-f}{f} \cdot l.$$

В этой формуле множитель при l , называемый *коэффициентом скольжения*, по величине близок к единице. Для воздуха при давлении 760 мм рт. ст. и температурах 0, 50 и 100° С l соответственно будет равна $0,85 \cdot 10^{-4}$ мм, $1,05 \cdot 10^{-4}$ мм и $1,28 \cdot 10^{-4}$ мм, уменьшаясь обратно пропорционально давлению. Поэтому λ , в среднем, составляет около $20 \div 17$ кгсек/м³, откуда следует, что скольжением газа по стенкам можно пренебрегать лишь при зазорах свыше 10 мк.

Пристенное скольжение консистентных смазок по своему эффекту больше, чем скольжение жидкостей и природа его, как это выяснено рядом работ Толстого [117], совсем иная.

Пристенное скольжение дисперсных систем начинается при некотором критическом касательном напряжении, называемом пределом текучести пристенного слоя. При превышении этого предела, но когда касательное напряжение сдвига меньше предела текучести объемной структуры, имеет место «граничное» пристенное скольжение. При этом структура скользит по подкладке как твердое тело, и скольжение локализуется в пристенном слое чистой дисперсионной среды, не содержащем дисперсной фазы. При касательных напряжениях, приближающихся к пределу текучести объемной структуры, начинается течение в слоях, ближайших к поверхности. Под воздействием стенки система становится реологически неоднородной — текучесть ее плавно возрастает с приближением к стенке. Эта стадия названа Толстым «размытым скольжением». Размытое скольжение начинается при меньших средних касательных напряжениях, чем течение в объеме. Толщина слоя «размытого сколь-

жения» гораздо больше толщины «граничного» слоя дисперсионной среды. При увеличении концентрации дисперсной фазы роль пристенного скольжения возрастает. Введение понятия коэффициента внешнего трения для дисперсных систем вряд ли уместно, поскольку в этом случае скорость скольжения зависит от нормального давления и приблизительно пропорциональна квадрату касательного напряжения в пристенном слое. Скорость скольжения может доходить до 0,1 мм/сек.

3. ГИДРОДИНАМИЧЕСКОЕ ТРЕНИЕ

Вязкость и отсутствие или малая величина скольжения смазывающей жидкости по разделяемым ею поверхностям являются совершенно необходимыми, но недостаточными условиями осуществления устойчивого слоя смазки, полностью предотвращающего непосредственный контакт тел, скользящих относительно друг друга. Для существования такого слоя в нем должно развиваться избыточное давление, которое, передаваясь на ограничивающие смазку тела, могло бы уравновесить приложенную к этим телам внешнюю нагрузку. Обычно на входе и на выходе из смазочного слоя избыточное давление равно нулю. Отсюда следует, что оно должно развиваться внутри смазки, достигая в некоторых местах максимума. Иначе говоря, градиент давления, которое развивается при переходе внутрь слоя смазки, должен быть переменным, что может осуществиться лишь при дополнительном условии переменной толщины смазочного слоя или плотности смазки.

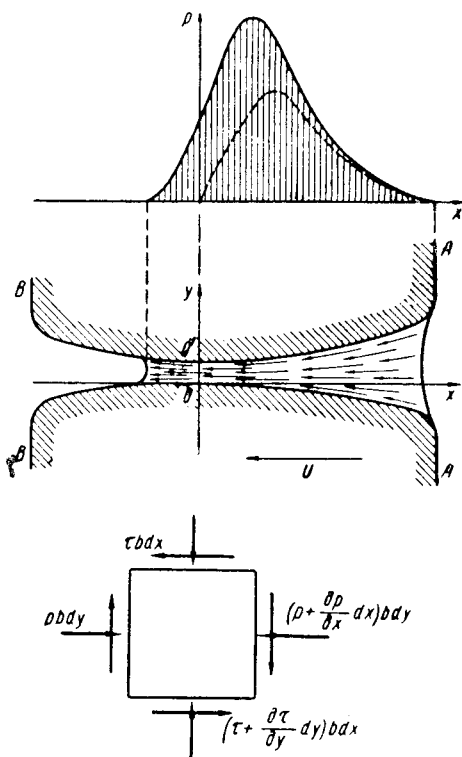
Рассмотрим узкую щель, заполненную вязкой жидкостью, образованную поверхностями двух тел, движущихся друг относительно друга с некоторой относительной скоростью U . Жидкость, приликая к твердым поверхностям, вовлекается в щель, одновременно растекаясь в ней, чему будут препятствовать силы вязкости, развивающиеся внутри жидкости при относительном перемещении ее смежных частей. Выделим одну такую часть, взяв ее в виде элементарного параллелепипеда, длина одного из ребер которого, перпендикулярного чертежу, — b , а двух других — dx и dy . Силами, действующими на грани выделенного параллелепипеда со стороны окружающей жидкости, являются гидродинамическое давление p и касательное напряжение τ . Пренебрегая инерцией выделенного объема жидкости, из условия равновесия действующих на него сил, параллельных горизонтали (фиг. 8), вдоль которой происходит течение, непосредственно из чертежа найдем, что

$$\frac{\partial p}{\partial x} = \frac{\partial \tau}{\partial y}, \quad (18)$$

где τ определяется согласно гипотезе Ньютона соотношением (5), если направление n совместить с осью Oy и если ось Ox в рассматриваемой точке считать совпадающей с каса-

тельной к одной из твердых поверхностей, ограничивающей смазочный слой. Из полученного равенства вытекают условия не только необходимые, но и достаточные для возникновения градиента давления при переходе внутрь слоя смазки. Прежде всего отсюда вытекают уже высказанные положения о необходимости существования такого свойства смазки, как вязкость ($\tau \neq 0$) и прилипания смазки к твердым границам как первое условие отличия от нуля поперечной производной скорости (если $\frac{\partial v}{\partial y} \neq 0$, то и $\tau \neq 0$). Вторым условием для того, чтобы градиент скорости не равнялся нулю внутри смазки, является относительное скольжение частиц смазки, которое при прилипании жидкости к ограничивающим ее поверхностям может осуществиться лишь при относительном перемещении этих поверхностей независимо от вида таких перемещений. Перечисленные условия обеспечивают только отличие τ от нуля и недостаточны для того, чтобы $\frac{\partial p}{\partial x}$ был величиной переменной. Для этого необходимо, чтобы $\frac{\partial \tau}{\partial y}$, а следовательно, градиент скорости $\frac{\partial v}{\partial y}$

менялись по длине смазочного слоя, что при условии плоского течения смазки и, следовательно, постоянстве ее весового расхода в каждом поперечном сечении слоя может иметь место либо при переменном поперечном сечении смазочной щели, либо при переменной плотности смазывающей жидкости. Наконец, давление при переходе внутрь щели должно сначала возрастать, т. е. градиент давления вдоль щели должен быть вначале положительным, отсюда должно следовать возрастание поперечной производной скорости от начала смазочного слоя вдоль по течению. Это осуществляется сужением смазочного зазора вдоль по течению или падением плотности смазки, или тем и другим одновременно.



Фиг. 8. Развитие гидродинамического давления в слое смазки

Таким образом, силы вязкости, препятствующие растеканию смазки, преодолеваются повышением давления внутри слоя. Это давление передается на ограничивающие смазочный слой твердые поверхности так, что одно из тел, входящих в пару трения, как бы «всплывает» на смазочной пленке, чем полностью может быть предотвращено непосредственное взаимодействие трущихся тел, которое заменяется взаимодействием между частицами смазки.

У Когда относительное перемещение трущихся тел представляет собой скольжение вдоль касательной к одной из поверхностей в месте их наибольшего сближения, то при расширении зазора в направлении движения одного из трущихся тел, давление в нем возрастет не может (градиент давления отрицательный), если при входе в расширение зазора избыточное давление было равно нулю. Последнее следует из того, что при расширении смазочной щели поперечная производная скорости в ней по направлению течения будет убывать, и производная от нее будет отрицательной. Однако при этом давление вдоль по слою убывать не будет, поскольку в жидкости, как показывает опыт, отрицательные давления при обычных условиях существовать не могут. Например, смазочные масла вспениваются уже при абсолютном давлении в $0,5 \text{ кг/см}^2$. Течение жидкости в щели при указанных условиях оказывается неустойчивым (непрерывность пленки жидкости нарушается) и состоит из перемежающихся областей втекания и вытекания. Если же на входе в расширяющийся зазор существует некоторое избыточное давление, то при переходе внутрь щели это давление уже на небольшом протяжении упадет до нуля и тем быстрее, чем больше угол расширения щели, что естественно вытекает из более быстрого падения градиента скорости по течению.

Таким образом, если смазка располагается в щели сначала сужающейся, а затем расширяющейся (фиг. 8) при равных нулю избыточных давлениях на входе (сечение AA) и на выходе (сечение BB), то в конфузорной (сужающейся) части зазора давление в смазке сначала растет, а затем, достигнув максимума, падает. Однако это падение будет более медленным, чем в случае, если бы щель оканчивалась в наиболее узком месте — сечении OO' (пунктирная кривая на фиг. 8), поскольку диффузорная (расширяющаяся) часть зазора оказывает сопротивление вытеканию из нее смазки и в наиболее узком месте щели образуется некоторое избыточное давление.

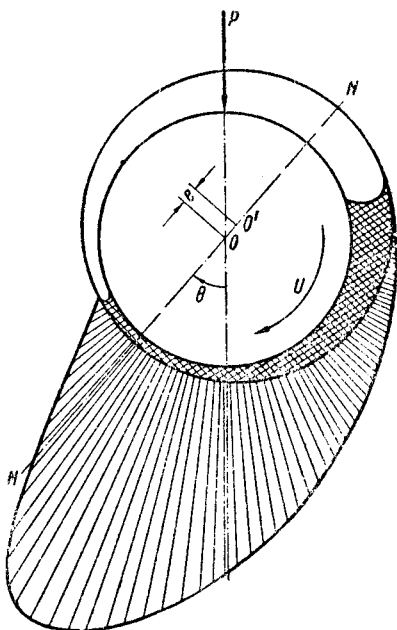
Наличие такого давления приводит, во-первых, к сдвигу максимума давления в конфузорной части к минимальному зазору и возрастанию его по величине сравнительно со случаем отсутствия диффузорной части щели. Во-вторых, к существованию на некотором протяжении диффузорной части зазора, падающего вдоль течения избыточного давления, обусловленного

взаимным влиянием течений жидкости в конфузурной и диффузорной частях смазочного зазора.

Рассмотренные предпосылки, необходимые для существования непрерывного слоя смазки, и основные стороны происходящих при этом процессов являются совершенно общими, а следовательно, справедливыми и для смазочного слоя между шипом и подшипником.

Особенности жидкостного трения в подшипниках скольжения вытекают лишь из формы тел, разделенных смазкой, и поэтому носят геометрический характер. Если поверхности шипа и подшипника принять идеально круглоцилиндрическими, то радиус r_1 шипа для возможности размещения смазки между трущимися телами должен быть несколько меньше радиуса r_2 подшипника. Тогда для образования между шипом и подшипником щели переменного поперечного сечения шип должен располагаться эксцентрично относительно подшипника, при этом наибольший и наименьший зазоры окажутся лежащими на прямой NN , проходящей через их центры O и O' (фиг. 9), и называемой линией центров¹.

При вращении шипа смазка, приликая к его поверхности, благодаря вязкости, непрерывно вовлекается в зазор, т. е. шип действует как насос, поддерживая непрерывную циркуляцию масла. Несущая часть смазочного слоя, т. е. та его часть, в которой развиваются избыточные давления, будет располагаться в окрестностях минимального зазора, причем протяженность несущей дуги в конфузурной части зазора будет значительно больше, чем в его диффузорной части. Следствием этого явится поворот линии центров в сторону вращения² шипа на такой угол, чтобы равнодействующая сил нормального давления и



Фиг. 9. Схема развития гидродинамического давления в смазочном слое подшипника

¹ Впервые на это, по-видимому, было указано в 1886 г. Жуковским [46] при его первой попытке объяснить результаты опытов Петрова.

² При отсутствии смазки, т. е. при негосредственном контакте шипа и подшипника, линия центров будет поворачиваться в сторону, противоположную вращению шипа. Шип будет как бы вкатываться по поверхности подшипника под действием сил сухого трения, развивающихся в месте контакта.

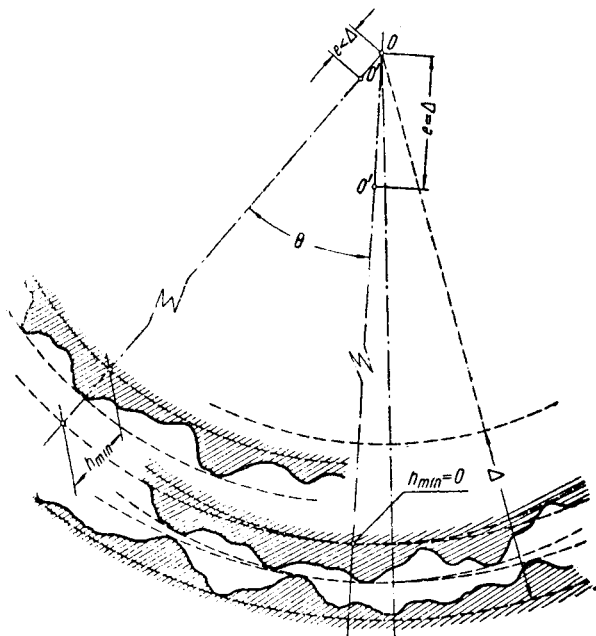
трения, действующих со стороны смазки на шип, уравновешивала приложенную к шипу внешнюю нагрузку, действуя по той же прямой. Иначе говоря, линия центров с линией действия нагрузки образует некоторый угол Θ , величина которого так же, как и толщина смазочного слоя, а точнее говоря, величина эксцентриситета $e=OO'$ зависят от внешней нагрузки, приложенной к шипу, окружной скорости его вращения, величины зазора $\Delta=r_2-r_1$ между шипом и подшипником, вязкости смазки и т. д.

Возрастание скорости вращения шипа приводит к увеличению поперечной производной скорости в смазочном слое, в результате чего увеличивается градиент давления, а следовательно и реакция смазки на шип. Такое увеличение сил гидродинамического давления может быть компенсировано двояко: путем увеличения нагрузки на шип до значения, равного возросшей величине реакции смазки на шип при сохранении неизменной величины эксцентриситета, или путем уменьшения степени сужения зазора, т. е. уменьшения эксцентриситета, что приведет к соответствующему уменьшению реакции смазки до значения, равного величине внешней нагрузки. В таком же направлении будет проявляться и увеличение вязкости смазки, приводящее по равенству (18) к росту градиента давления, а следовательно и давления вдоль по слою. Особенно сильное влияние на рост давления в смазочном слое оказывает величина зазора. Это можно видеть из следующих элементарных соображений. Из определения поперечной производной скорости следует, что ее средняя величина так же как и средняя величина касательного напряжения в каком-либо поперечном сечении слоя смазки обратно пропорциональна ширине смазочного зазора в этом месте. Градиент давления и давление в какой-либо точке смазочного слоя, согласно соотношению (18), будут обратно пропорциональны квадрату смазочного зазора. Реакция смазки на шип, как равнодействующая сил гидродинамического давления, приложенных к шипу, будет также обратно пропорциональна квадрату зазора Δ между шипом и подшипником. Этим объясняется малая величина зазора между шипом и подшипником (порядка 0,001 доли его радиуса), принимаемая в выполненных конструкциях, чтобы обеспечить режим жидкостного или близкого к нему трения. Касательные силы в смазке по формуле (5) обратно пропорциональны первой степени ширины смазочной щели в данном месте. Следовательно, полная сила трения обратно пропорциональна величине зазора Δ , поэтому при определении несущей способности смазочного слоя, т. е. величины полной реакции, действующей со стороны смазки на шип или подшипник, влияние сил трения сравнительно с силами гидродинамического давления будет во столько раз меньше, во сколько раз зазор Δ меньше радиуса r_1 шипа. Поэтому с точностью, достаточной для практики, влиянием сил

трения на несущую способность подшипника можно пренебречь. Но это не значит, что вообще можно игнорировать влияние сил трения в смазке на поведение смазочного слоя. Более того, влияние сил трения оказывается не менее важным, чем влияние сил нормального давления, но это влияние проявляется косвенно, как вторичный фактор, благодаря зависимости коэффициента вязкости смазки в первую очередь от температуры. Расположение шипа в подшипнике, вязкость смазки, величина зазора, скорость вращения шипа и нагрузка на него являются факторами, взаимодействие которых образует лишь канву тех явлений, которыми объясняется процесс образования несущей способности тонкого слоя смазки. На эти основные формирующие смазочный слой величины, количественному анализу взаимодействия которых были посвящены работы в классический период развития гидродинамической теории смазки (Петров, Рейнольдс, Жуковский, Зоммерфельд, Жуковский и Чаплыгин), накладывается воздействие вторичных процессов, вызванных торцовым истечением смазки, вследствие конечной длины подшипника, изменением вязкости смазки по длине слоя, благодаря ее зависимости от температуры и давления, теплообменом смазочного слоя с окружающими его телами, а также отклонением трущихся поверхностей от идеальной круглоцилиндрической формы и их шероховатостью, деформируемостью шипа и подшипника.

Влияние перечисленных вторичных причин, накладывающихся на уже рассмотренные основные процессы, не изменяя качественно основной канвы явлений, количественно приводит к отклонениям от результатов, получаемых, если не принимать во внимание перечисленных вторичных факторов. Помимо конечной длины подшипника основная роль в этих отклонениях принадлежит внутреннему трению в смазке, которым определяется тепловыделение и связанное с ними резкое изменение по величине коэффициента вязкости, а следовательно и несущей способности смазочного слоя. Сила трения, момент трения или каким-либо образом условно определенный коэффициент трения на шипе могут служить мерой такого тепловыделения. Недопустимо большая величина тепловыделения может привести к столь значительному падению вязкости, что несущая способность слоя смазки станет недостаточной для полного предотвращения непосредственного контакта трущихся тел и трение из жидкостного перейдет в полужидкостное и даже граничное. Поэтому зависимость коэффициента трения от основных величин, определяющих нагрузочный и скоростной режим работы подшипника, может служить его наглядной рабочей характеристикой, описывающей режим трения подшипника и служащей вместе с тем характеристикой эксплуатационной надежности узла трения. При режиме жидкостного трения, коэффициент трения f подшипника изме-

няется с изменением скорости вращения шипа, нагрузки на него и коэффициента вязкости масла. Для данного подшипника и данной смазки совокупность возможных величин коэффициента трения заключена между двумя предельными значениями, соответствующими двум предельным положениям шипа в подшипнике. Одно из этих положений отвечает столь большой скорости вращения или настолько малой нагрузке, при которой центры шипа и подшипника весьма близки друг



Фиг. 10. Поперечный разрез смазочного слоя в подшипнике

к другу, т. е. эксцентриситет близок к нулю (теоретически в пределе при $U \rightarrow \infty$ или $P = 0$, эксцентриситет $e = 0$; второе предельное положение соответствует небольшой скорости вращения шипа или весьма большим нагрузкам, когда вершины наиболее выступающих неровностей на поверхностях шипа и подшипника начнут соприкасаться в отдельных местах, а эксцентриситет станет почти равен зазору Δ). Схематически поперечный разрез смазочного слоя для этих двух случаев и промежуточного между ними случая, с учетом отклонения реальных трущихся поверхностей от идеальной круглоцилиндрической формы, вызванного наличием шероховатостей, представлен на фиг. 10.

В первом случае с достаточной степенью приближения, толщину смазочного слоя на всем протяжении несущей дуги

можно считать близкой к Δ и тогда для силы трения F на шипе, на основании основного закона вязкого трения (5), получаем:

$$F = k \cdot S \cdot \tau = kS \cdot \mu \frac{U}{\Delta},$$

где k — коэффициент пропорциональности;

S — площадь поверхности соприкосновения шипа со смазкой.

Определив коэффициент трения f , как отношение силы трения к нагрузке P и обозначив через $P_{cp} = \frac{P}{2r_1L}$, где L длина подшипника, среднюю удельную нагрузку, можем записать

$$f = \frac{K}{\psi} \cdot \frac{\mu \cdot \omega}{P_{cp}}; \quad (19)$$

здесь ω — угловая скорость вращения шипа, $\psi = \frac{\Delta}{r_1}$ — так называемый относительный зазор, а $K = \frac{k \cdot S}{2r_1L}$. Если оси шипа и подшипника совпадают, а смазка заполняет весь смазочный зазор, т. е. как в случае, рассмотренном Петровым ([97], стр. 130), $K = \pi$.

Соприкасание вершин неровностей трущихся поверхностей при низких положениях шипа в подшипнике приводит к местным и временным разрывам масляной пленки и появлению случайных, местных областей с граничным трением. Этот второй предельный случай соответствует началу полужидкостного трения между шипом и подшипником. При этом, как показывает опыт, коэффициент трения получается минимальным порядка 0,001—0,005. При положениях шипа промежуточных между центральным и крайним нижним коэффициент трения будет принимать промежуточные значения, монотонно возрастая с увеличением безразмерной величины $\frac{\mu\omega}{P_{cp}}$.

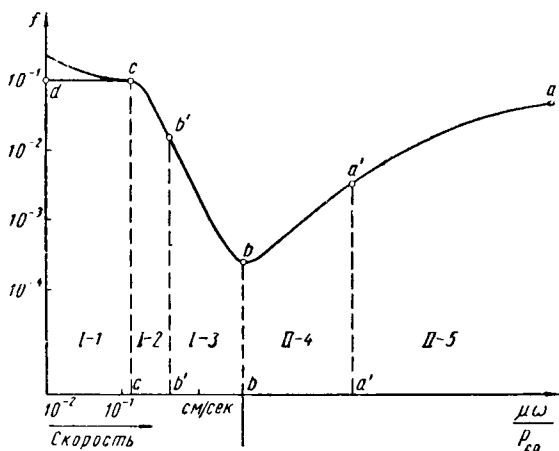
На диаграмме трения (фиг. 11), представляющей зависимость коэффициента трения от величин, характеризующих процесс трения, жидкостное трение изображает ветвь $aa'b$.

Как показывают опыт и обстоятельные теоретические исследования, коэффициент K в формуле (19) во всей области жидкостного трения является функцией $\frac{\mu\omega}{P_{cp}}$ и всякое изменение входящих сюда величин немедленно отражается на коэффициенте трения, а следовательно и тепловыделении в смазочном слое.

Ветвь кривой трения на фиг. 11, лежащая слева от точки b — минимума коэффициента трения, отвечает режимам сначала полужидкостного, а затем граничного, полусухого и, наконец,

сухого (ветвь cd) трения между шипом и подшипником, которые могут возникнуть при недостаточном количестве смазки или ее отсутствии, чрезмерно большой нагрузке на шип или малой скорости его вращения.

Специфической особенностью жидкостного трения, как видно из диаграммы трения на фиг. 11, является такая взаимообусловленная зависимость расположения шипа в подшипнике и состояния смазочного слоя, при которой нагрузочный и скоростной режимы и особенности смазывающей жидкости непосредственно



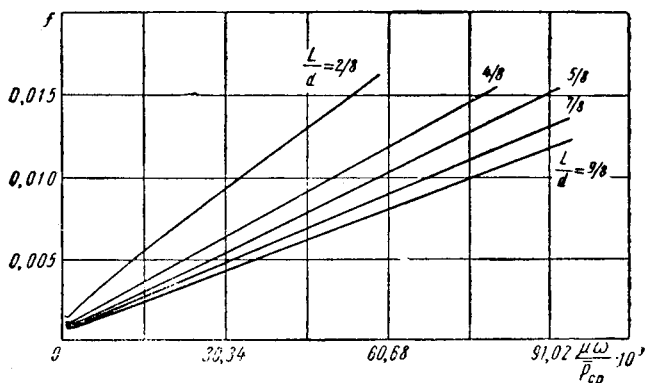
Фиг. 11. Диаграмма трения

связываются с тепловыделением в подшипнике, и наоборот. Это существенно отличает ветвь $cb'b$ на диаграмме трения от ее правой части, поскольку при режимах трения, отличных от гидродинамического, вязкость смазки перестает оказывать заметное влияние. Поэтому, анализируя эксплуатационные режимы работы подшипника путем исследования расположения соответствующих точек на диаграмме трения, можем применить эту диаграмму не только для характеристики эксплуатационной надежности и долговечности узлов трения, но и для их рациональной классификации.

4. КЛАССИФИКАЦИЯ ПОДШИПНИКОВ СКОЛЬЖЕНИЯ

В перечисленные в предыдущем параграфе первичные и вторичные факторы, формирующие смазочный слой, не было включено влияние материала вкладыша и маслянистости смазки. Можно было бы предположить, что влияние материала вкладыша при всех прочих равных условиях, при гидродинамическом трении может сказаться на характере изменения коэффициента трения благодаря изменению теплопередачи от смазочного слоя к вкладышу. Однако, как показали опыты Фогга [177],

с подшипниками, у которых отношение длины к диаметру изменялось от 0,25 до 1,125, нагрузка — от 0,35 кг/см² до 176 кг/см², скорость — от 1,31 м/сек до 52,4 м/сек, при вкладышах, изготовленных из свинцовой бронзы, фосфористой бронзы, сплава на оловянной основе и сплава на свинцовой основе и маслах, имевших вязкость от 0,89 сантипуаза (вода) до 550 сантипуаз при 25°С в области жидкостного трения, в местах, достаточно удаленных от минимума коэффициента трения, независимо от сорта масла и материала вкладыша при заданном отношении длины подшипника к его диаметру, все точки были весьма близки к одной и той же кривой, как показано на фиг. 12. Пред-



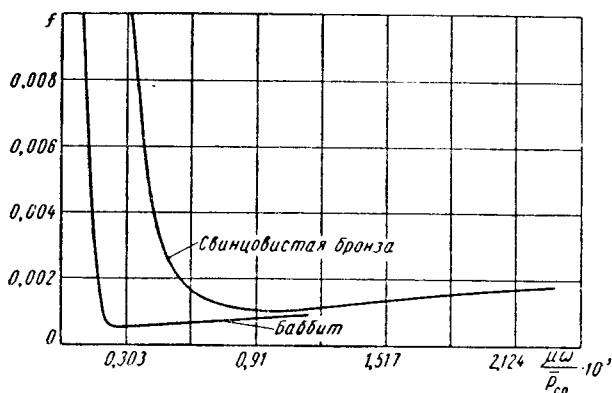
Фиг. 12. Диаграмма трения по опытам Фогга

положение о том, что влияние материала вкладыша могло компенсироваться изменением других факторов, например сорта масла или скорости и т. п., отпадает, так как при одном и том же вкладыше менялись все остальные параметры. Поэтому остается лишь заключить, что когда поверхности шипа и подшипника полностью разделены смазочным слоем, влияние материала подшипника и особенностей граничных слоев смазки на характер процессов, протекающих в слое, пренебрежимо мало [106], [197].

Однако, как только рабочий режим подшипника переходит в окрестность минимума коэффициента трения или на нисходящую, левую ветвь диаграммы трения, и трение становится полужидкостным или граничным, или частично полужидкостным (на одних частях поверхности контакта), а частично граничным (на других частях поверхности контакта), то процессы, протекающие в области контакта, а значит и весь процесс трения, начинают зависеть от материала вкладыша и свойств смазки, связанных с маслянистостью. Это подтверждается опытами Рамайи и Илюшиной [106], [107], экспериментировавших с баббитовым вкладышем при разных маслах и разных добавках к этим маслам и изменявших нагрузку на подшипник, и опытами Мак-Ки [197] в области минимума коэффициента трения и на нисходящей

ветви диаграммы трения, экспериментировавшего с вкладышами баббитовыми и из высокосвинцовистой бронзы с маслами трех вязкостей. В опытах Мак-Ки скорость изменялась от 0,0017 до 0,036 м/сек, а нагрузки от 5,06 до 29,3 кг/см²; в опытах Рамайи удельные давления менялись от 25,8 до 141,6 кг/см², а данные, по которым можно было бы судить о скорости, отсутствуют. Результаты этих опытов представлены на фиг. 13.

Таким образом, в области минимума коэффициента трения и на левой ветви диаграммы трения процессы трения, происходящие в области контакта, зависят не только от объемных (меха-



Фиг. 13. Диаграмма трения по опытам Мак-Ки

нических и термических) свойств смазки, но не в меньшей, а может быть и большей степени от ее граничных свойств и материала вкладыша. Эти процессы при заданных подшипнике и смазке не могут быть определены лишь отношением $\frac{\mu\omega}{\rho_{ср}}$, что более подробно будет рассмотрено ниже.

Указанные обстоятельства дают основание к разделению подшипников на две большие группы. К одной из них относятся подшипники, нормальный эксплуатационный режим работы которых лежит на левой ветви диаграммы трения или в окрестности ее минимума и определяется преимущественно свойствами смазки на границе ее с поверхностями вала и вкладыша и материалом вкладыша, а ко второй — подшипники, работающие в области гидродинамического трения. Процесс трения последних определяется конфигурацией смазочной щели и объемными свойствами смазки (механическими и термическими) и отвечает правой ветви диаграммы трения.

Конструктивное оформление рабочих поверхностей вкладышей всего подшипникового узла и большая или меньшая сложность системы смазки зависит от того, к какой из указанных групп принадлежит подшипник. Подшипники первой группы, как правило,

обладают довольно сложной конфигурацией поверхности вкладыша, снабжаемого различного рода канавками и карманами, предназначенными для наилучшего распределения поступающей в сравнительно небольшом количестве смазки. Системы смазки здесь весьма просты, преимущественно индивидуальные, причем смазывание производится периодически или непрерывно из масленок различного устройства или при помощи колец или, наконец, масляной ванны. Для более ответственных подшипников применяется централизованная смазка под давлением. Гидростатические подшипники, у которых основная часть несущей способности смазочного слоя обеспечивается давлением смазочной жидкости, подаваемой насосом, имеют весьма сложную конфигурацию вкладыша. Однако по режиму работы они относятся ко второй группе. Подшипники второй группы имеют совершенно гладкую рабочую поверхность вкладыша, чтобы наличие на ней каких-либо углублений и неровностей не снижало несущей способности смазочного слоя, довольно простую конструкцию самого подшипникового узла и весьма сложную систему смазки под давлением или комбинированную, назначение которой — подавать смазку с избытком для обеспечения не только жидкостного трения, но и интенсивного теплоотвода.

Подшипники каждой из этих групп можно разделить на классы в зависимости от характера трения или его устойчивости при нормальном рабочем режиме подшипника. Каждый из этих классов можно поставить в соответствие с областью изменения коэффициента трения, что удобно сделать, следуя классификации видов трения по Хрущову М. М. [131] (табл. 10 и фиг. 11).

Подшипники, работающие без смазки или с очень незначительным количеством периодически подаваемой смазки в условиях сухого или граничного трения, относятся к первому классу (I—1). Они выполняются неразъемными (глухими) и отливаются либо заодно со стойкой, либо в виде фланцевой втулки. Некоторые из них имеют сменные чугунные или бронзовые втулки и применяются при малых скоростях скольжения и небольших удельных давлениях (например, для валов ручных лебедок и осей блоков талей, конных сельскохозяйственных машин и т. п.). Подшипники осей блоков и некоторых других частей механических подъемных устройств, опорных роликов транспортеров, ходовых колес мостовых кранов и т. п. смазываются чаще и поэтому работают на нижнем пределе граничного трения.

Подшипники, относимые ко второму классу (I—2) в большинстве случаев выполняются разъемными, некоторые из них смазываются периодически, но большинство — непрерывно. Часто применяется смазка фитильная или при помощи войлочных и фетровых подушек для подшипников валов литейных и формовочных машин, кузнечно-прессового оборудования, для

Вид трения	Режим трения	Свойство смазки, влияющее на трение	Передача нагрузки между сопряженными деталями	Группа Класс		Примерная величина коэффициента трения
				подшипников		
Сухое	Без смазки или адсорбционная смазка	—	Непосредственно	I	I-1	0,15
Граничное	Граничная смазка	Маслянистость (смазывающая способность)	Через граничный слой смазки, способность которого нести нагрузку обязана эффекту расклинивающего действия	I	I-1	0,1—0,3
Полужидкостное	—	Маслянистость и вязкость	а) в основном, через граничный слой смазки на выступах неровностей и в некоторой части через толстый слой смазки	I	I-2	0,02—0,1
			б) в основном, через значительный слой смазки и в некоторой части через граничный слой на выступах неровностей			
Гидродинамическое	Жидкостная смазка	Вязкость	а) через толстый слой смазки вблизи минимума коэффициента трения	II	II-4	0,0005—0,005
			б) через толстый слой смазки вдали от минимума коэффициента трения			

открытых подшипников прокатных станков и подшипников малооборотных валов станков.

Подшипники, работающие в условиях полужидкостного трения, относятся к третьему классу (I—3). Они нагружены маломеняющимися по величине и направлению усилиями, смазываются при помощи масляной ванны или при помощи колец. К 3-му классу относятся также буксы вагонов и осевые подшипники тепловозов и электровозов, подшипники паровозов, подшипники тяжелых станков, мощных электродвигателей и генераторов, тяжелых редукторов, задних опор шпинделей станков, работающих при больших и средних нагрузках, передних опор токарных и фрезерных станков, работающих при средних скоростях, подшипники трансмиссий, валов машин текстильного производства, подшипники прокатных станков из древлпластиков и пластмасс. Подшипники этого класса, работающие при переменных нагрузках, смазываются централизованно под давлением. К ним относятся подшипники поршневых паровых машин, локомотивов, стационарных дизелей и газовых двигателей, тихоходных судовых двигателей, нефтяных двигателей и т. п. Режим работы подшипников этого класса (смазываемых под давлением) может переходить на восходящую при увеличении скорости ветвь диаграммы трения в окрестности минимума коэффициента трения.

Подшипники, тяжело нагруженные или предназначенные для валов, имеющих малые окружные скорости, но работающие в условиях гидродинамического трения, которые при достаточном отклонении скоростных, нагрузочных или других условий от нормального рабочего режима может перейти в трение полужидкостное, отнесены к четвертому классу (II—4). Кроме подшипников электродвигателей и генераторов средней и малой мощности, смазываемых кольцами, подшипники этого класса имеют систему смазки комбинированную или под давлением. Сюда относятся подшипники электродвигателей и генераторов средней и малой мощности, легких и средних редукторов, некоторых центробежных насосов и компрессоров. К этому же классу относятся коренные и шатунные подшипники транспортных двигателей (авиационных, автомобильных, тракторных, тепловозных), находящиеся в особо тяжелых условиях при переменных по величине и направлению нагрузках и подшипники жидкостного трения прокатных станков.

Наконец, к пятому классу (II—5) относятся подшипники, работающие в области гидродинамического трения с большим запасом надежности. Относящиеся сюда подшипники являются сравнительно слабо нагруженными опорами с большими скоростями скольжения. Сюда относятся подшипники паровых турбин, питательных насосов, паровых котлов, крупных центробежных и пропеллерных насосов, водяных турбин, газовых турбин, осевых вентиляторов, турбокомпрессоров, турбовоздуховодов,

шпинделей станков, предназначенных для чистовых и доводочных операций, и т. п.

Для подшипников, относящихся к 1-му, 2-му и 3-му классам, характерно еще непрерывное протекание процесса изнашивания. Подшипники 4-го и 5-го классов изнашиваются лишь при пуске и остановке машины. Подшипники 4-го класса изнашиваются при нормальном режиме работы машины только в случае, когда они находятся в окрестности минимума коэффициента трения, несмотря на то, что в этом случае непосредственного соприкосновения трущихся поверхностей может и не быть. Это обстоятельство специфично для областей, примыкающих справа и слева к минимуму коэффициента трения или, как говорят [197], [106], [107], при смазке «несовершенной» или «тонкой пленкой», при которой влияние объемных свойств масла невелико. В дальнейшем будет излагаться теория и расчет «совершенной смазки» или «смазки толстой пленкой» подшипников, относящихся к 4-му и 5-му классам. Смазка этих подшипников зависит от объемных свойств масел, рассматриваемых в следующей главе.

ФИЗИЧЕСКИЕ СВОЙСТВА СМАЗОЧНЫХ МАСЕЛ

Основной характеристикой смазывающей жидкости, определяющей тот или иной режим трения, является ее вязкость и зависимость вязкости от температуры и давления, от которых зависит не только состояние смазочного слоя, но и характер трения при различных нагрузочных и скоростных режимах работы подшипника. В работе Н. П. Петрова было указано, что «...в отношении смазывающей способности жидкости внутреннее трение есть ее главнейшее свойство» ([98], стр. 263).

При заданных условиях работы машины или механизма вязкость смазочных материалов для их узлов трения всегда стремятся подобрать так, чтобы рабочий режим этих узлов отвечал ветви диаграммы трения, лежащей справа от минимума коэффициента трения, т. е. чтобы смазка обеспечивала жидкостное трение в течение как можно более продолжительного времени. Однако это не всегда возможно осуществить при нормальных конструктивных размерах узлов трения и системы смазки без их чрезмерного и неоправданного усложнения. Поэтому, если рабочий режим подшипника лежит на левой от минимума коэффициента трения ветви диаграммы трения, то смазку и, в первую очередь, ее вязкость и смазывающую способность (маслянистость) стремятся подобрать так, чтобы область осуществляемых режимов трения лежала как можно ближе к минимуму коэффициента трения.

Помимо надлежащей вязкости к смазочным маслам предъявляется еще ряд требований в отношении их эксплуатационных свойств: стабильности, противоокислительной устойчивости, антикоррозионных свойств, подвижности при низких температурах, маслянистости и т. д. Эти свойства определяют не только надежность, но и экономичность применения масел в различных условиях их работы. Все подобные требования устанавливаются исходя из конкретных нагрузочных, скоростных и термических условий работы машины или механизма путем натуральных испытаний и лежат в основе классификации смазочных материалов.

Плотность, теплоемкость и теплопроводность, не определяя непосредственно поведение масел в эксплуатации, являются

также весьма важными свойствами, поскольку ими при сильной зависимости вязкости смазочных масел от температуры определяется тепловое состояние, а следовательно и несущая способность смазочного слоя. Поэтому плотность, удельная теплоемкость и коэффициент теплопроводности будут рассмотрены наравне с вязкостью в этой главе, посвященной смазочным маслам для подшипников скольжения.

5. ОСНОВНЫЕ ТИПЫ И ОСОБЕННОСТИ СВОЙСТВ МАСЕЛ В СВЯЗИ С ИХ ПРИМЕНЕНИЕМ

Смазочные масла по происхождению разделяются на животные, растительные и минеральные. Животные и растительные масла, являвшиеся основным смазочным материалом вплоть до последней трети прошлого века, в настоящее время почти совершенно вытеснены маслами минерального, главным образом нефтяного, происхождения. Они представляют собой глицериды (глицериновые эфиры) высших кислот жирного ряда. Некоторые растительные масла, например, касторовое, горчичное и оливковое применяют и в настоящее время, преимущественно, в виде примесей к минеральным маслам (компаундированные масла). Животные масла и жиры, например, спермацетовое масло, китовый, дельфиний, тюлений и другие жиры как смазочные материалы также весьма ценны, но ввиду дефицитности и сравнительно малой устойчивости в рабочих условиях применяются главным образом при изготовлении компаундированных и консистентных смазок. От растительных масел они отличаются более высокой температурой плавления.

Масла, получаемые из нефтей, представляют собой смесь углеводородов парафинового, нафтенового, ароматического и нафтено-ароматического рядов, а также небольшого количества кислородных, сернистых и азотосодержащих производных этих углеводородов. Являясь высококипящими вязкими фракциями нефтей, очищенными от нежелательных примесей, эти масла в зависимости от условий применения различаются как по вязкости, так и по степени очистки. По способу выделения из нефтей минеральные смазочные масла делятся на дистиллятные, получаемые вакуумной разгонкой масляных мазутов или соответствующих фракций при перегонке нефтей, и остаточные, получаемые из продуктов концентрации нефтей (обычно полугудронов) после отгонки от них легких и маловязких фракций.

По способу очистки сырых масляных дистиллятов или остатков, масла делятся на 1) выщелоченные (дистилляты, обработанные щелочью для удаления нафтеновых кислот); 2) кислотно-щелочной очистки (дистиллятные масла, обработанные серной кислотой для удаления смол и непредельных углеводородов и промытые затем раствором щелочи); 3) кислотно-контактной очистки, получаемые после обработки дистиллятов

или остатков нефтей серной кислотой с последующей очисткой порошком отбеливающей земли; 4) селективной (избирательной) очистки (дистиллаты или концентраты нефтей, обработанные избирательными растворителями для удаления нежелательных углеводородов и смол с последующей доочисткой получаемого рафината отбеливающей землей или кислотноконтактным способом).

Свойства масел, помимо способа получения и обработки, в сильной степени зависят от природы и свойств исходной нефти, из которой получены дистиллаты или концентраты. Несмотря на большой диапазон и разнообразие получаемых при этом качеств масел, требования, предъявляемые к ним при эксплуатации машин, и особенно двигателей, столь велики и сложны, что, независимо от качества сырья и способа очистки, обычные масла этим требованиям не всегда могут удовлетворить. Чтобы придать маслам недостающие качества, используются присадки, т. е. вещества, добавка которых к маслу в небольшом количестве резко улучшает отдельные его свойства или ряд свойств. Соответственно назначению существуют присадки следующих типов: 1) вязкостные присадки, улучшающие вязкостно-температурные свойства масел; 2) лубрикатеры или присадки, повышающие маслянистость; 3) депрессаторы-присадки, увеличивающие подвижность масел при низких температурах; 4) ингибиторы, повышающие устойчивость масел к самоокислению и образованию углистых отложений; 5) антикоррозионные присадки, улучшающие защитные свойства масел; 6) моющие (противонагарные) присадки; 7) комплексные присадки, улучшающие несколько основных свойств масел.

Разнообразие свойств изготавливаемых масел нефтяного происхождения определяется разнообразием их применения. Отсюда вытекает специализация и ограниченность области использования каждого сорта масла, что заставляет с тщательностью относиться к выбору масел, который облегчается их классификацией по назначению, приводимой ниже. Существуют следующие четыре основных типа масел для подшипников машин и механизмов: 1) индустриальные, применяемые для смазки механического оборудования предприятий (станков, текстильных и бумажных машин, вентиляторов, насосов) и электрических машин; 2) для двигателей внутреннего сгорания; 3) для паровых машин; 4) специальные (турбинные, компрессорные) масла.

Индустриальные масла характеризуются общностью применения как работающие при температурах, редко превышающих 50—60°, без соприкосновения с паром, горячим воздухом и газами. К этой группе относятся наиболее легкие дистиллатные масла, получаемые преимущественно из эмбенских, бакинских и грозненских нефтей после отгона бензинолигроиновых и керосиновых фракций и их последующей очистки

кислотно-контактным или кислотно-щелочным методами. Для масел менее ответственных применяется только щелочная очистка, что в номенклатуре обозначается индексом В (выщелоченные).

Главной характеристикой индустриальных масел является вязкость, а в случае работы при низких или высоких температурах — температура застывания или температура вспышки. Второй характеристикой является кислотное число, указывающее на возможное коррозионное воздействие масла. Пределы вязкости требуемого масла, а значит и его сорт можно определять ориентировочно на основании практических данных по табл. 11.

Таблица 11

Среднее удельное давление в кг/см ²	<5			5—65			65—150		
	До 0,3	0,3— 0,5	0,5— 0,7	До 0,3	0,3— 0,5	0,5— 0,7	До 0,3	0,3— 0,5	0,5— 0,7
Скорость в м/сек									
Вязкость E_{50}	1,5 до 2,8	1,5 до 2,8	1,3 до 1,4	5,5 до 6,5	4,0 до 4,5	2,5 до 4,0	8,0 до 12,0	6,5 до 8,5	4,0 до 6,5

В соответствии с общей классификацией индустриальные масла делятся на:

- а) легкие с вязкостью $\nu_{50}=3,9 \div 8,5$ сст ($E_{50}=1,20 \div 1,86$);
 б) средние $\nu_{50}=10,0—58,0$ сст ($E_{50}=2,86 \div 7,86$); в) тяжелые с ν_{50} от 58,0 сст ($E_{50}=7,86$) и с ν_{100} от 9,0 сст (E_{100} от 1,75).

К легким индустриальным маслам относятся масла с удельным весом 0,860—0,890 и температурой застывания не выше минус 25°. Из них для смазки подшипников применяются:

Масло Л (велосит, ГОСТ 1840-51) с $\nu_{50}=3,9 \div 5,1$ сст ($E_{50}=1,28 \div 1,40$), являющееся дистиллатным маслом, очищенным кислотно-щелочным способом. Применяется для смазки шпинделей шлифовальных и других станков, делающих свыше 8000 об/мин, маломощных электродвигателей с числом оборотов свыше 8000 об/мин, для смазки подпятников веретен прядильных и крутильных машин в текстильной промышленности.

Масло Т (вазелиновое, ГОСТ 1840-51) с $\nu_{50}=5,1 \div 8,5$ сст ($E_{50}=1,40—1,72$). Оно готовится из солярового масла с помощью очистки крепкой серной кислотой. Применяется для шпинделей станков и электродвигателей с числом оборотов 5000—8000 в минуту, для смазки легких трикотажных машин.

Сепараторное Л (ГОСТ 176-50) с $\nu_{50}=6,0 \div 10,0$ сст ($E_{50}=1,48 \div 1,86$), являющееся смесью вазелинового масла с сурым или горчичным в количестве 2,4—2,6%. Применяется

для смазки подшипников и подпятников центрифуг и сепараторов облегченного типа.

К средним индустриальным маслам относятся масла с удельным весом от 0,876 и выше, представляющие собой соответствующие по вязкости дистиллаты беспарафиновых нефтей или подвергнутые депарафинизации дистиллаты парафинистых нефтей, очищенные кислотнo-щелoчным (веретенные и машинные) или кислотнo-кoнтaктным (машинные масла) методами. Исключение составляют масла с маркировкой В (выщелoченные), из которых удалены только нафтеновые кислоты. К средним индустриальным маслам относятся:

Индустриальное 12 (веретенное 2, ГОСТ 1707-51) с $\nu_{50} = 10$ 14 сст (E_{50} от 1,86 до 2,26), с удельным весом $d_{15} = 0,880 \div 0,895$ и температурой застывания не выше минус 30°. Оно применяется для смазки шпинделей станков, делающих 1500—5000 об/мин, подшипников маломощных моторов с кольцевой системой смазки, для смазки веретен уточно-перемоточных и тонких ровничных машин и сельфакторов.

Индустриальное 20 (веретенное 3, ГОСТ 1707-51) с $\nu_{50} = 17 \div 23$ сст ($E_{50} = 2,60 \div 3,31$) и удельным весом $d_{15} = 0,885 \div 0,905$. Применяется для смазки шлифовальных, сверлильных, токарных и фрезерных станков при числе оборотов свыше 1500 в минуту и для направляющих станков при скоростях скольжения до 0,5 м/сек, для электродвигателей средней мощности с кольцевой системой смазки и числом оборотов до 5000 в минуту, для кольцевых подшипников вентиляторов и насосов средней мощности при скоростях до 1500 об/мин, для смазки веретен перегонных и толстых ровничных машин.

Индустриальное 30 (машинное Л, ГОСТ 1707-51) с $\nu_{50} = 23 \div 33$ сст ($E_{50} = 3,31 \div 4,59$) и удельным весом $d_{15} = 0,886 \div 0,920$. Оно изготовляется путем смешивания индустриального 45 с индустриальным 20. Применяется для трущихся пар основного парка металлорежущих станков, работающих на средних режимах, для подшипников вентиляторов, насосов, электродвигателей средней и большой мощности при скоростях до 1000 об/мин, для ведущих производственных машин бумажной промышленности, для ткацких, чесальных и ленточных машин.

Индустриальное 45 (машинное С, ГОСТ 1707-51) с $\nu_{50} = 38 \div 52$ сст ($E_{50} = 5,24 \div 7,07$) и удельным весом $d_{15} = 0,886 \div 0,926$. Применяется так же широко, как и индустриальное 30, но для более тяжелых условий работы, для трущихся пар тяжелых металлообрабатывающих станков и ткацких станков больших габаритов, для коренных подшипников паровых машин мощностью до 500 л. с. и некоторых поршневых насосов и компрессоров.

Индустриальное 50 (машинное СУ, ГОСТ 1707-51) с $\nu_{50} = 42 \div 58$ сст ($E_{50} = 5,76 \div 7,86$), наиболее тяжелое и вязкое

машинное масло из масляной балаханской нефти. Применяется для ответственных механизмов с циркуляционной системой смазки большой протяженности, для тяжелых механизмов, работающих при больших нагрузках и малых скоростях (менее 1 м/сек), для двигателей легковых автомашин в качестве дизельного масла или компонента дизельного масла.

Сепараторное Т (ГОСТ 176-50) с $v_{50} = 14,0 \div 17,0$ сст ($E_{50} = 2,26 \div 2,60$) и удельным весом $d_{15} = 0,880 \div 0,900$ является смесью вазелинового, веретенного и сурепного или горчичного масел. Применяется для смазки подшипников тяжелых центрифуг и сепараторов.

К тяжелым индустриальным маслам, которые являются переходной группой к маслам для двигателей внутреннего сгорания, относятся масла с удельным весом до 0,931 и вязкостью $v_{100} = 10 \div 30$ сст ($E_{100} = 1,8 \div 4,2$). Это главным образом дистиллатные масла кислотнo-контактной очистки. Для смазки подшипников из этой группы масел применяются:

Масло для прокатных станов (П-28, ГОСТ 6480-53) с $v_{100} = 26 \div 30$ сст ($E_{100} = 3,68 \div 4,2^\circ$). Это остаточное высоковязкое масло глубокой кислотнo-контактной очистки из сураханской отборной нефти. Применяется в металлургической промышленности в циркуляционных системах прокатного оборудования с большой протяженностью трубопроводов и других высоконагруженных механизмах. Частично используется в авиационной промышленности. Заменителями этого масла могут быть МК-22 или МС-24 по ГОСТ 1013-49. Маслом П-28 заменен брайтсток ТУ 233-47 с $v_{100} = 26,2$ сст и плотностью d_4^{20} не выше 0,906.

Гаргойль ТУ 343-50 с $v_{100} = 17,0$ сст ($E_{100} = 2,6$) и плотностью p_4^{20} не выше 0,904 готовится из смеси авиационного масла МС и индустриального 45. Применяется для механизмов, работающих при сравнительно высоких нагрузках.

Цилиндровое 11 (цилиндровое 2, ГОСТ 1841-51) с $v_{100} = 9 \div 13$ сст ($E_{100} = 1,76 \div 2,15$) и удельным весом $d_{15} = 0,886 \div 0,916$.

Это самое тяжелое из группы индустриальных масел. Оно является переходным от масел индустриальных к маслам для паровых машин и двигателей внутреннего сгорания. Применяется в механизмах, работающих с большой нагрузкой и малой скоростью, для некоторых двигателей внутреннего сгорания (включая дизельные) и паровых машин, работающих на насыщенном паре до 5 ат давления. Может быть заменено маслом Ак-10 (автол 10) по ГОСТ 1862-57.

Масла для двигателей внутреннего сгорания благодаря широкому диапазону температур отдельных узлов трения должны удовлетворять условиям, при которых они сохраняли бы некоторый минимум вязкости при высоких температурах и вместе с тем достаточную подвижность при низких температурах, т. е. обладать пологой температурной кривой

вязкости. Это особенно важно для автомобильных и авиационных двигателей. Указанная особенность двигателей внутреннего сгорания заставляет брать для них масла более высокой вязкости, чем для любой другой машины или механизма с теми же средними удельными давлениями и скоростями. Вторым не менее важным качеством масел для двигателей внутреннего сгорания является их высокая противоокислительная стабильность, от которой зависят 1) способность масла образовывать твердые отложения в виде лаков и нагаров на деталях двигателя при высоких температурах и не вызывать пригорания поршневых колец, 2) в течение продолжительного времени при циркуляционной смазке сохранять свои качества в такой мере, чтобы была обеспечена надежная работа машины, т. е. давать минимальное количество углеродистых осадков в масляных фильтрах и маслопроводах.

Масла для двигателей внутреннего сгорания классифицируются по их назначению на моторные, дизельные, автотракторные (для карбюраторных двигателей) и авиационные.

Моторные масла (ГОСТ 1519-42) являются дистиллатными продуктами, очищенными кислотнo-щелочным, кислотнo-контактным или селективными методами и применяются для стационарных двигателей — газовых, керосиновых, нефтяных, дизельных, оптимальная вязкость масел для которых лежит в пределах 45—70 *сст* при 50°, как показывает опыт эксплуатации. Наиболее важной характеристикой этих масел является вязкость. Температура их застывания не выше 0°. Моторные масла существуют двух сортов М и Т. Маломощные двигатели требуют масло марки М, а более мощные — более вязкое масло Т.

Моторное М с v_{50} от 45 до 50 *сст* ($E_{50}=6,16 \div 6,81$), удельным весом $d_{15}=0,916$ и температурой застывания не выше минус 8°. Применяется для четырех- и двухтактных газовых, керосиновых, дизельных и нефтяных двигателей с числом оборотов до 800 в минуту. Применяется для новых или капитально отремонтированных двигателей, не имеющих значительных зазоров в парах трения, а также для двигателей, работающих при пониженных температурах.

Моторное Т с $v_{50}=62 \div 68$ *сст* ($E_{50}=8,4 \div 9,2$), удельным весом $d_{15}=0,921$ и температурой застывания не выше 0°. Применяется в четырех- и двухтактных двигателях, имеющих заметные износы и зазоры.

В настоящее время используется лишь масло моторное Т. Дизельные масла предназначены для форсированных и быстроходных дизелей (судовых, автотракторных и других). Они работают в особо тяжелых механических и термических условиях, а поэтому в большинстве случаев применяются со специальными присадками, главным образом антикоррозионными и моющими. Как показывает опыт эксплуатации, оптимальная

вязкость масел для этого класса двигателей лежит в пределах $v_{50}=75 \div 100$ сст или $v_{100}=10 \div 15$ сст. Дизельные масла вырабатываются по ГОСТ 5304-54 следующих марок:

Масло Д_п-8 с $v_{100}=8 \div 9$ сст ($E_{100}=1,67 \div 1,76$) с добавкой 3+0,2% присадки ЦИАТИМ-339 или АЗНИИ-ЦИАТИМ-1. Применяется для автомобильных дизелей в зимний период.

Масло Д-11 и Д_п-11 с $v_{100}=10,5 \div 12,5$ сст ($E_{100}=1,91 \div 2,10$). Первое без присадок применяется для дизелей с подшипниками из некорродирующих сплавов, а второе с присадками 3+0,2% ЦИАТИМ-339 или АЗНИИ-ЦИАТИМ-1 применяется для смазки автомобильных, тракторных и других двигателей в летний период.

Масло Д_п-14 с $v_{100}=13,5 \div 15,5$ сст ($E_{100}=2,20 \div 2,43$) и с упомянутыми уже присадками применяется для тепловозных, некоторых судовых и стационарных быстроходных дизелей в летний период.

Разработка эффективных комплексных присадок позволила дистиллатные дизельные масла вырабатывать из нефтей, идущих на приготовление автолов. К таким маслам относятся: масло дизельное Л из сернистых нефтей (компаундированное) по ВТУ 527-54 с $v_{100}=10,5 \div 12,5$ сст, изготовляемое на базе остаточного и дистиллатного компонента с 3% присадки АЗНИИ-4 и применяемое для тракторных дизелей; масла дизельные тракторные с присадкой АЗНИИ-4 (в количестве 3%), деасфальтированное по ТУ 486-53 (с $v_{100}=12,0 \div 14,5$ сст) и селективное (с $v_{100}=13,5 \div 15,0$ сст), применяемые для смазки двигателей тракторов КД-35, ДТ-54 и С-80 в летнее время; масло дизельное МТ-16_п по ГОСТ 6360-58 с $v_{100}=16,0 \div 17,5$ ($E_{100}=2,48 \div 2,66$), представляющее собой остаточное масло селективной очистки с 3—4% присадки АЗНИИ-ЦИАТИМ-1, применяемое для мощных форсированных быстроходных дизелей.

Автотракторные или автомобильные масла (автолы), применяемые для смазки карбюраторных двигателей, являются дистиллатными маслами сернокислотной (АК-автолы кислотные) или селективной (АС-автолы селективные) очистки и различаются по вязкостным свойствам соответственно специфическим требованиям двигателя и условиям применения. Масла селективной очистки обладают меньшей коксуемостью и зольностью и лучшей температурной характеристикой.

Оптимальная вязкость v_{100} автолов в зависимости от типа двигателя и климатических условий должна лежать в пределах от 6 до 15 сст.

Автолы АК по ГОСТу 1862-57 (наиболее широко применяемые масла) вырабатываются пяти марок:

АК-6 (автол 6) с v_{100} не менее 6 сст применяется как зимнее масло для автомобильных двигателей; масло АКЗ -6 получается из низкомолекулярных масляных фракций путем загущения

полиизобутиленом (с молекулярным весом 15 000—25 000) и добавки 3% присадки ЦИАТИМ-331.

АК-10 (автол 10) с ν_{100} не менее 10 *сст* применяется как летнее масло для автомобильных двигателей и зимнее для тракторных; масло АКЗ_п-10 отличается от масла АКЗ_п лишь большей вязкостью.

АК-15 (автол 18) с ν_{100} не менее 15 *сст* применяется как летнее масло для тракторных двигателей.

Масла АКЗ_п-6 и АКЗ_п-10, применяемые для автомобильных двигателей в условиях севера, при температуре 0°С должны иметь вязкость не более 550 *сст* и 1100 *сст* соответственно. Эти масла содержат комплексные присадки и присадки, понижающие температуру застывания.

Автолы АС вырабатываются двух марок:

Масло АС-5 с ν_{100} не менее 6 *сст* и ν_0 не более 1500 *сст* применяются для всех карбюраторных двигателей. Оно готовится компаундированием масел АС-9,5 и индустриального 12.

Масло АС-9,5 с ν_{100} не менее 9,5 *сст* применяется как базовое для производства масел с присадкой по ГОСТ 5303-50. Масла автомобильные с 3% комплексной присадки ЦИАТИМ-331 по ГОСТу 5303-50 выпускаются двух сортов — летние АС_п-5 и АК_п-5 с ν_{100} не менее 5 *сст* и зимнее АС_п-9,5 и АК_п-9,5. Применяется в автомобилях «Победа», ЗИС-150, ГАЗ-51 и т. п.

Масла автомобильные специальные с присадкой по ГОСТу 3829-51, применяемые для высокофорсированных двигателей типа ЗИС-110, выпускаются двух сортов: летнее, представляющее собой масло индустриальное 50 (машинное СУ) с 3% присадки ЦИАТИМ-330 (НАКС), и зимнее, состоящее из смеси масел индустриального 50 (70%) и веретенного АУ с 3% присадки ЦИАТИМ-330.

Авиационные масла, применяемые для смазки авиационных двигателей, а иногда для компрессоров и прокатного оборудования металлургических заводов. Из всех масел для двигателей внутреннего сгорания наиболее вязкими являются с $\nu_{100}=15 \div 25$ *сст* и $\nu_{50}=100 \div 180$ *сст*. Это остаточные масла кислотноконтрактной (МК) или селективной (МС) очистки, полученные из полугудронов отборных (бакинских и эмбенских) нефтей. Масла селективной очистки имеют более пологую температурную кривую вязкости. Авиационные масла, согласно ГОСТу 1013-49, маркируются по вязкости в сантистоксах, которая должна быть не менее числа, стоящего за буквами, и в настоящее время существуют четырех сортов: МС-14 (ранее МЗС) — зимнее масло с температурой застывания —30°, МС-20 (ранее МС), МК-22 (ранее МК) и МК-24. Три последние сорта масла имеют температуру застывания около —14°.

Масла для паровых машин (цилиндровые) работают в условиях высоких температур и давлений и непосредственного контакта с большим количеством пара, а иногда и конденсата.

Цилиндровые масла делятся на две группы: 1) для машин, работающих с насыщенным паром, 2) для машин, работающих с перегретым паром. Для первой группы машин требуются масла более низкого качества с более значительным содержанием смолистых веществ. Для машин, работающих с насыщенным паром, употребляются масла: цилиндрическое 11 (цилиндрическое 2) уже рассмотренное нами, применяемое для машин, работающих с давлением пара до 5 ат, и цилиндрическое 24 (вискозин) с ν_{100} от 20 до 28 сст ($E_{100}=2,95 \div 3,95$), для машин с давлением пара до 15 ат.

Для машин, работающих с перегретым паром, употребляются масла: цилиндрическое 6; дистиллатное масло из балаханской масляной нефти с $E_{100}=4,5 \div 6,0$, применяемое для тихоходных машин с перегревом пара до 350°; вапор (ГОСТ 6411-52) с $E_{100}=5,5 \div 7,5$ и цилиндрическое селективной очистки (вапор С, ГОСТ 6411-52) с $E_{100}=6,5 \div 7,5$, которые являются остаточными маслами из эмбенских нефтей и применяются для машин с перегревом пара свыше 300°.

Судовое масло (ГОСТ 2022-51) с $\nu_{50}=75 \div 90$ сст ($E_{50}=10,1 \div 12,2$) представляет собой смесь минерального масла сернокислотной очистки с сурепным или горчичным в количестве не менее 20%. Применяется преимущественно для паровых машин морских судов.

Турбинные масла, применяемые для смазки подшипников и других частей паровых и водяных турбин, генераторов электрического тока, турбокомпрессоров, турбовоздухоуловков, насосов и других механизмов, имеющих циркуляционную систему смазки, готовятся из дистиллатов легких масляных нефтей (главным образом, Апшеронского и Эмбенского месторождений). Помимо вязкости, к турбинным маслам предъявляются еще требования высокой устойчивости против окисления кислородом воздуха при повышенной температуре и высокой деэмульсирующей способности.

Турбинные масла по ГОСТу 32-53 имеются следующих марок:

Турбинное Л (турбинное 22 и турбинное 22_н) с $\nu_{50}=20 \div 23$ сст ($E_{50}=2,9 \div 3,3$) применяется для паровых турбин малой, средней и большой мощности с числом оборотов в минуту 3000 и выше, а также и для турбонасосов, турбовоздухоуловков, турбокомпрессоров.

Турбинное УТ (турбинное 30) с $\nu_{50}=28 \div 32$ сст ($E_{50}=4,0 \div 4,5$) применяется для турбин с числом оборотов от 2000 до 3000 в минуту и для судовых турбинных установок.

Турбинное Т (турбинное 46) с $\nu_{50}=44 \div 48$ сст ($E_{50}=6,0 \div 6,5$) и турборедукторное (турбинное 57) с $\nu_{50}=55 \div 59$ сст ($E_{50}=7,5 \div 8,0$) применяется исключительно в судовых установках для турбин, имеющих общую с редуктором систему смазки.

Осевые масла (ГОСТ 610-48) — летнее (Л) с $v_{50}=36 \div 52$ сст (E_{50} от 5 до 7), зимнее (З) с $v_{50}=20 \div 25$ сст ($E_{50}=3 \div 3,5$) и северное (С) с $v_{50}=12 \div 14$ сст ($E_{50}=2,0 \div 2,2$) предназначаются для смазки шеек осей вагонов, колесных пар тепловозов, паровозов, тендеров, буксовых подшипников электровозов и т. п. Они должны иметь низкие температуры застывания (не выше -15° для Л, -40° для З и -55° для С). Для масла С предусматривается кроме вязкости при $+50^\circ\text{C}$ еще вязкость при 0° не более 2 пуаз, при -35° не более 120 пуаз и при -50° не более 2500 пуаз.

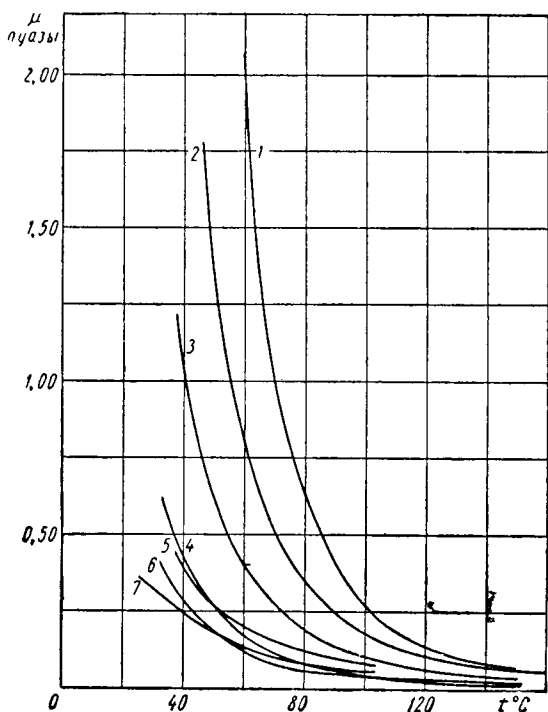
Масло веретенное АУ (ГОСТ 1642-50) с v_{20} не более 49,0 сст ($E_{20}=6,68$) и $v_{50}=12,0 \div 14,0$ сст ($E_{50}=2,05 \div 2,26$) является маловязким дистиллатным маслом. Применяется для специальных гидросистем и как исходное для производства в смеси с МК-22 некоторых дизельных масел, а также как компонент при изготовлении автомобильных специальных масел.

Вязкость того или иного сорта масла при определенной температуре или, как говорят, «уровень» вязкости еще не определяет поведение масла в смазочном слое, поскольку очень сильная зависимость вязкости от температуры и давления приводит, во-первых, к изменению вязкости с изменением режима работы и внешних температурных условий машины или механизма, а, во-вторых, к сильному отклонению вязкости в отдельных точках слоя от ее средней величины в слое. Эти отклонения, не говоря об ухудшении качества масла в процессе работы, наравне с уровнем вязкости определяют несущую способность слоя смазки. Поэтому величины, характеризующие ход температурной кривой или пьезо-кривой вязкости, имеют такое же значение для гидродинамической теории смазки, как и расчетная вязкость. Эти величины зависят не только от сорта масла, но и от природы исходного нефтяного сырья и метода обработки, поскольку вязкость является величиной наиболее чувствительной к химическому составу масла и его структуре.

6. ТЕМПЕРАТУРНАЯ ЗАВИСИМОСТЬ ВЯЗКОСТИ МАСЕЛ

Характер изменения вязкости масел с изменением температуры и уровень вязкости влияют на: 1) способность масел разделять трущиеся тела сплошным слоем; 2) поступление масел по магистралям системы смазки к узлам трения; 3) общую величину трения в машине. Как видно из фиг. 14 и табл. 12, эти свойства резко различаются для разных масел, причем различие определяется прежде всего сортом масла и уж во вторую очередь — методом его очистки. Масляные дистиллаты, полученные из одной и той же нефти, имеют вязкость, удельный вес и средний молекулярный вес, возрастающие с повышением начала и конца кипения фракции. Масляные фракции различных нефтей, выкипающие в одних и тех же пределах,

или фракции одной и той же нефти, подвергнутые разной очистке, могут иметь вязкости совершенно различные [123]. Это происходит вследствие разного химического состава нефтей и благодаря различным отношениям содержащихся во фракции углеводородов и других составляющих к применяемым при очистке реагентам. Так, например, масла селективной очистки



Фиг. 14. Температурные кривые вязкости различных смазочных масел:

- 1 — цилиндрическое; 2 — авиационное МК; 3 — автол АК-10;
 4 — турбинное УТ; 5 — сурепное масло; 6 — турбинное Л;
 7 — тюлений жир

обладают значительно более высокими качествами, в частности более пологой кривой $\mu = \mu(t)$, чем масла серноокислотной очистки.

Масляные фракции состоят в среднем из 60% парафиновых цепей со значительным преобладанием нафтеновых колец над ароматическими. Эти фракции содержат 2,7—13% ароматических колец, 26,3—32,7 нафтеновых колец и от 71 до 51,8% парафиновых цепей. Носителями вязкости масел ([136], стр. 147), ([88], стр. 269) являются циклические углеводороды, поскольку парафины различного строения хотя и имеют различную вязкость, но из всех углеводородов обладают наименьшей вязко-

Масла	Вязкость в пузах при различных температурах °С								
	40	50	60	70	80	100	120	140	150
Цилиндровое масло контактной очистки из тяжелой балаханской нефти	8,47	—	1,92	—	0,633	0,259	0,134	0,077	—
Сураханский брайтсток	3,74	2,02	1,19	—	0,480	0,233	—	—	—
МК-22	2,47	1,34	0,807	0,506	0,348	0,178	0,106	0,069	0,058
МС	2,02	1,204	0,755	0,455	0,337	0,172	0,098	0,060	0,048
Автол 10 сернокислотной очистки	1,35	0,749	0,446	0,279	0,192	0,103	0,058	0,038	0,031
Автол 10 селективной очистки	1,108	0,629	0,397	0,263	0,178	0,104	—	—	—
Машинное масло из эмбенской нефти	0,739	—	0,283	—	0,136	0,076	0,048	0,034	—
Турбинное УТ	0,429	0,265	0,177	0,116	0,081	0,043	0,025	0,016	0,013
Турбинное Л	0,284	0,174	0,123	0,089	0,069	0,045	0,032	0,025	0,023
Сурпное масло	0,394	0,279	0,207	—	0,126	0,085	—	—	—
Горчичное масло	0,370	0,255	0,187	—	0,150	0,080	—	—	—
Тюлений жир	0,248	0,179	0,134	—	0,084	0,058	—	—	—

стью и содержатся в маслах в небольшом количестве. Моноциклические углеводороды имеют близкую между собой вязкость, но вязкость полициклических ароматиков значительно выше вязкости полициклических нафтенов, причем с увеличением числа циклов их вязкость возрастает. Вязкость циклических углеводородов зависит также от количества боковых цепей при одном и том же общем содержании в них углерода. Увеличение числа парафиновых цепей и уменьшение их длины резко повышает вязкость, причем влияние первого фактора гораздо больше. При одном и том же числе парафиновых цепей вязкость возрастает с увеличением длины и разветвленности цепей. Не в меньшей мере чем на уровень вязкости структура и тип углеводородов, образующих данные фракции масел, влияют и на пологость температурной кривой вязкости. Наиболее пологой температурной кривой обладают парафины. Повышение разветвленности их изомеров увеличивает крутизну температурной кривой вязкости. У нафтенов, ароматиков и нафтено-ароматиков увеличение числа циклов, а при постоянном числе циклов, увеличение разветвленности боковых парафиновых цепей и их раздробление с увеличением количества углеродных атомов в каждом ответвлении ухудшает вязкостно-температурную характеристику масла. Наибольшую вязкость и наихудшие вязкостно-температурные характеристики дают полициклические нафтено-ароматики с короткими боковыми цепями. Ароматические углеводороды соответствующего строения в этом отношении обладают лучшими показателями. Увеличение длины боковых цепей и количества длинных боковых цепей всегда улучшает температурную кривую вязкости. Смолы, представ-

ляющие полициклические соединения, имеющие большую склонность к ассоциации, резко ухудшают вязкостно-температурные свойства масел.

Соотношение между количеством тех или иных групп углеводородов, входящих в рассматриваемое масло, определяет его вязкость, зависящую и от той степени ассоциации, которая свойственна молекулам углеводородов различного строения и, которая у молекул, обладающих сферической структурой, гораздо больше, чем у молекул длинной нитевидной структуры, легче ориентирующихся по течению потока. Необычайно быстрое увеличение с ростом вязкости молекулярного веса у смазочных масел нефтяного происхождения (при возрастании среднего молекулярного веса от 250 для солярового масла до примерно 450, отвечающего цилиндровому маслу, вязкость увеличивается от $\nu_{50}=3 \div 5$ сст до $\nu_{50}=120$ сст), более высокие значения температурного градиента вязкости $\frac{d\mu}{dt}$ для более

вязких масел и увеличение этого градиента с понижением температуры для одного и того же масла (например, у масла МК $\frac{\nu_{31}}{\nu_{50}}=1,5$, а $\frac{\nu_0}{\nu_{20}}=8,7$) указывает на сильную ассоциацию

молекул углеводородов, входящих в смазочные масла. Поэтому, вязкость масел нефтяного происхождения не подчиняется формуле Бачинского, а температурная зависимость вязкости не подчиняется формулам типа формул Френкеля и Андраде. Из теоретически выведенных формул для $\mu=\mu(t)$ только формула (15) Фогеля, как показали Дерягин и Кусаков, достаточно хорошо отвечает ходу температурной кривой вязкости исследованных ими масел при $-15^\circ \leq t \leq 140^\circ$. Вообще же вряд ли можно теоретически получить формулу для $\mu=\mu(t)$ масел, а для масел различного происхождения не может быть получена и эмпирическая формула, которая во всем диапазоне температур от точки загустевания до точки кипения охватывала бы изменение вязкости с температурой. Для более узких температурных интервалов, начиная с температур близких к 0°C и до температур $150 \div 200^\circ \text{C}$, можно найти в достаточной мере отвечающие опыту эмпирические формулы, взяв за исходную точку общий ход температурной кривой вязкости. Из хода этих кривых прежде всего следует, что производная вязкости по температуре меняется в зависимости как от величины вязкости, так и температуры тем сильнее, чем выше вязкость и ниже температура, как это высказано Гольде, а также Кусаковым ([76], стр. 361)

$$\frac{d\mu}{dt} = -k \cdot \frac{(\mu - a)^s}{(t - b)^n},$$

где a, b, k, n и s — постоянные, которые можно найти из кривой $\mu=\mu(t)$.

Интегрируя это выражение при $s \neq 1$, найдем:

$$(\mu - a)^{1-s} = c + k \frac{1-s}{n-1} (t-b)^{1-n}, \quad (20)$$

где c — постоянная, появившаяся при интегрировании. Если $s=1$, то

$$\ln(\mu - a) = c_1 + \frac{k}{n-1} (t-b)^{1-n}. \quad (21)$$

В выражениях (20) и (21) абсолютную вязкость μ можно заменить на кинематическую вязкость ν , ход рассуждений и результаты от этого не изменятся. В формулах, коэффициенты которых находят по эмпирическим данным, количество таких коэффициентов из чисто практических соображений стремятся брать наименьшим, но так, чтобы во взятом температурном интервале получить наилучшее соответствие для промежуточных значений вязкостей.

В наиболее распространенных формулах, описывающих изменение вязкости масел с температурой, берутся три или два коэффициента, определяемые из опыта. Получаемые при этом формулы имеют свои границы применения.

Если в формуле (20) положить $s=0$, $c=-a$, $n=m+1$, то получим формулу Слотте (9), которую в несколько другой форме с успехом применяли Иванов и Гутцайт для масел при температурах от 0 до -45° . При положительных температурах и значительных температурных интервалах формулы типа Слотте плохо описывают ход температурной кривой. Поэтому обращаются к формулам, вытекающим из выражения (21). Если в формулу (21) положить: $n=2$, $a=0$, $c_1=\ln \mu^*$, где μ^* некоторая постоянная, имеющая смысл вязкости при $t \rightarrow \infty$, то получим формулу $\ln \mu = \ln \mu^* + \frac{k}{t-b}$. Эта формула совпадает

с формулой Фогеля (15) и при температурах до 150°C с весьма большой точностью описывает температурный ход кривой вязкости. Ее с успехом применяли к минеральным маслам Дерягин и Кусаков, а к растительным и животным — Равич. Если в этой формуле положить $b=-273^\circ$, то придем к формуле Рамана — Френкеля, которая не применима для достаточно широкого интервала положительных температур масел, но для низких температур масел (от $+5^\circ$ до -30°) с успехом применялась Рамаей [104], [101].

Для практических целей в интервале температур от 0° до 200°C вполне допустимо пользоваться формулой Вальтера

$$\lg \lg (\nu + 0,8) = A - m \lg T, \quad (22)$$

которая получается из выражения (21), если в нем заменить μ на кинематическую вязкость в сантистоксах и положить: $a = -0,8$, $c_1 = 0$, $n = m + 1$, $b = -273$, $\ln \frac{k}{m} = A$. Пользуясь этой формулой, Семенидо построил широко используемые номограммы для определения интерполированных величин вязкости по значениям ее при двух температурах. Недостаток формулы (22) заключается в том, что двойное логарифмирование в этой формуле приводит к значительным процентным расхождениям при малых отклонениях на номограммах и к сглаживанию вязкостно-температурной зависимости, поэтому наклоны соответствующих прямых для масел, сильно разнящихся по своим вязкостно-температурным свойствам, мало отличаются друг от друга. То же замечание можно сделать и относительно формулы Ле-Шателье — Лазарева

$$\lg \lg \frac{\mu}{\mu_0} = A - Bt, \quad (23)$$

которая получается, если положить $a^t \frac{d\mu}{dt} = -k\mu$. Однако экспериментальные данные по маслам в широком температурном интервале хуже совпадают с формулой (23), чем с формулой Фогеля.

Наилучшее соответствие действительности при описании вязкости не только масел, но и других органических жидкостей, в температурном интервале от 0 до 270°С дает эмпирическое уравнение, предложенное в 1945 г. Рамайей [101], [102], [103] и содержащее только две постоянных

$$\sqrt{\ln \mu} = C + \frac{D}{T}, \quad (24)$$

где C и D — постоянные, а T — абсолютная температура.

Проверка постоянных в формулах Рамана — Френкеля, Фогеля, Вальтера, Ле-Шателье и Рамаи в широких температурных интервалах масел показывает, что лишь в формуле Рамаи постоянные C и D не зависят от температуры, а в остальных формулах постоянные в большей или меньшей степени от температуры зависят. Используя свое уравнение, Рамайя показал, что прямые $\sqrt{\ln \mu} = f\left(\frac{1}{T}\right)$ для масел при некоторой температуре T^* (в интервале 45—80°) имеют излом, по-видимому, отвечающий переходу от одного жидкого состояния к другому. Вязкость при температурах, меньших T^* , отвечает высокоассоциированному состоянию молекул масла (мицеллярному, по терминологии Рамаи). При температурах, больших T^* , эти ассоциации настолько распадаются, что масло можно рассматривать как находящееся в молекулярном состоянии.

Рассмотренные здесь формулы, особенно формулы Фогеля и Рамайи, весьма удобны для нахождения интерполированных значений вязкостей в широких температурных интервалах, но их применение к решению теоретических вопросов теории смазки затруднительно. Поэтому, в температурных интервалах до $50 \div 70^\circ$ и при начальных температурах от 40°C можно пользоваться более простыми формулами, содержащими две постоянные, следующего вида

$$\mu = \frac{A}{T^n}, \quad (25)$$

где A и n — постоянные, которые должны быть различными для разных масел, а T — абсолютная температура. При $n=3$ формулу (25) к неассоциированным жидкостям впервые применил Бачинский. К смазочным авиационным маслам при $n=3$ и при замене абсолютной температуры температурой t в градусах Цельсия формулу (25) для интервала температур $60\text{—}150^\circ\text{C}$ с успехом применял Орлов ([94], стр. 18). Это же выражение для температурной зависимости вязкости масла при замене T на t , но при $n=2,6$ применял Фальц [121] в интервале температур $20\text{—}100^\circ\text{C}$. Подобного рода формулы с одним и тем же показателем n не применимы в широком температурном интервале для различных масел, поскольку наклон прямых $\lg \mu = \lg A - n \lg t$ для них будет различным, но с точностью, достаточной для практики, в не очень широком температурном интервале таким приближением можно пользоваться. Для некоторых отечественных масел величины n и A в формуле (25), в которой T заменено на t и μ выражается в пуазах, приведены в табл. 13. Такое же замечание можно сделать и по поводу формулы

$$\mu = \mu_0 e^{-c(t-t_0)}, \quad (26)$$

где c — постоянная, а μ_0 — вязкость при температуре t_0 , которая была предложена еще Рейнольдсом [108] и использовалась Фогельполем [229] в гидродинамической теории смазки.

Таблица 13

Марка масла	МК-22		АК-10		Турбинное УТ		Турбинное Л	
	50—100°	50—150°	50—100°	50—150°	50—100°	50—150°	50—100°	50—150°
$A \cdot 10^{-4}$	11,39	9,68	5,40	6,09	0,749	1,197	0,0372	0,0252
n	2,91	2,86	2,86	2,89	2,62	2,74	1,96	1,86

Рассмотренными формулами изменение вязкости с температурой дается локально. Для интегральной оценки качества масла при переходе с одного режима работы машины на другой необходим показатель, характеризующий крутизну температурной кривой вязкости в интервале рабочих температур масла. Одним из таких наиболее распространенных показателей, применявшимся и в СССР, был индекс вязкости ИВ [91], [123], [13] Дина и Дэвиса. Он определяется по выражению

$$\text{ИВ} = \frac{L - U}{L - H} \cdot 100, \quad (27)$$

где U — вязкость исследуемого масла при $37,8^\circ\text{C}$ (100°F) в секундах Сейболт-Универсал, а L и H — вязкости при $37,8^\circ\text{C}$ в секундах Сейболт-Универсал тех масел из серий H (из лучшей пенсильванской парафинистой нефти, которым присвоен индекс вязкости 100) и L (из нефтей Мексиканского залива, как худшим, которым присвоен индекс вязкости 0), которые при $98,8^\circ\text{C}$ (210°F) имеют ту же вязкость, как и исследуемое масло. При вычислении индекса вязкости по формуле (27) сравнивается нарастание вязкости при снижении температуры от $98,9$ до $37,8^\circ\text{C}$ у исследуемого масла с высокоиндексными и низкоиндексными маслами, имеющими при $98,9^\circ\text{C}$ одинаковую вязкость с исследуемым маслом.

Указанная характеристика пологости температурной кривой вязкости масел основана на чисто эмпирических данных и является весьма условной. Основное ее положение, что масла одного происхождения, но различной вязкости имеют одинаковую пологость, грубо ошибочно. Однако как критерий сравнительной оценки для масел, имеющих равные кинематические вязкости при $98,8^\circ\text{C}$, индекс вязкости применим. По ИВ имеется богатый накопленный материал, поэтому им приходится довольно часто пользоваться¹. Систему так называемых «рациональных» индексов вязкости RVI Хардимана и Ниссана, в которой $\text{RVI} = 217,8 - 3,63 \text{ antilog } n$, где

$$n = \frac{\lg \nu_{37,8^\circ} - 0,4336}{\lg \nu_{98,8^\circ}}, \quad (28)$$

обладающей относительно величины n небольшой чувствительностью, а относительно величины RVI, дающей почти те же результаты, что и ИВ Дина и Дэвиса, также нельзя признать достаточно удовлетворительной, хотя ею пользуются в последнее время. Малой чувствительностью обладает также вязкостно-

¹ Подробная критика систем индексов вязкости дана Кусаковым [77], а анализ ИВ Дина и Дэвиса—Виноградовым [11].

весовая постоянная (ВВК), введенная Хиллом и Коатсом [13], имеющая по Пинкевичу вид:

$$\text{ВВК} = \frac{d_{15} - 0,24 - 0,038 \lg \nu_{100}}{0,755 - 0,01 \lg \nu_{100}}, \quad (29)$$

где d_{15} — удельный вес масла при 15°C , а ν_{100} — его кинематическая вязкость при 100°C ; несмотря на малую чувствительность ВВК довольно хорошо отражает химический состав исходных нефтей и может указывать на степень «нафтеносности» нефти. Для масел парафинового основания ВВК лежит в пределах 0,80—0,83, а нафтенового — в пределах 0,87—0,90. Замена индекса вязкости, как предлагают Невитт и Пинкевич, вязкостно-температурным коэффициентом (ВТК), который является коэффициентом m (или $1000 \cdot m (\lg T_2 - \lg T_1) = \text{ВТК}$ по Пинкевичу) в уравнении (22) Вальтера и характеризует пологость температурной кривой, так же не рационально, поскольку ИВ является характеристикой гораздо более чувствительной, чем угол наклона прямых, выражаемых уравнением Вальтера. Кроме того, как показал Виноградов [11], [16], масла с одинаковым m , проходящие на различных уровнях [разные A в формуле (22)], имеют совершенно различные «пологости», поэтому использовать m , так же как и ИВ, имеет смысл только при условии равенства вязкости масел при температуре сравнения. От многих недостатков перечисленных параметров, определяющих пологость вязкостно-температурной кривой, свободны прямые усредненные показатели пологости, к которым относятся отношение вязкости при двух температурах, средний температурный градиент вязкости $\frac{\Delta \mu}{\Delta t}$ (или $\frac{\Delta \nu}{\Delta t}$) и средний температурный коэффициент вязкости $\frac{1}{\mu} \frac{\Delta \mu}{\Delta t}$ (или $\frac{1}{\nu} \cdot \frac{\Delta \nu}{\Delta t}$). Несмотря на приближительность таких параметров, большая физическая обоснованность их применения вытекает из следующего: зависимость вязкости от температуры у масел и индивидуальных углеводородов увеличивается со снижением температуры, а значит и ростом вязкости (высоковязкие масла и фракции вакуумной разгонки обладают более крутой вязкостно-температурной кривой, чем маловязкие масла и их фракции), причем, как показали Воларович [14], а затем Фукс [123], отношения вязкостей $\frac{\mu_{T_1}}{\mu_{T_2}}$ и $\frac{1}{\nu} \cdot \frac{\Delta \nu}{\Delta t}$ связаны с уровнем вязкости, увеличиваясь с повышением этого уровня. Воларович [14] для характеристики свойств смазочных масел рекомендовал два параметра: уровень вязкости μ_{100} при 100°C и степень пологости кривой вязкости $\frac{\mu_{50}}{\mu_{100}}$, поскольку это отношение характеризует пологость кривых и в интервале температур 50— 100° . В СССР приняты в ка-

честве показателей пологости температурных кривых автотракторных и авиационных масел отношение кинематических вязкостей $\frac{\nu_{50}}{\nu_{100}}$, и так называемый температурный коэффициент вязкости (ТКВ).

$$\text{ТКВ} = \frac{\nu_0 - \nu_{100}}{\nu_{50}}, \quad (30)$$

предложенный Фуком. Чем ниже значения ТКВ или $\frac{\nu_{50}}{\nu_{100}}$ (а также $\frac{\mu_0}{\mu_{100}}$), тем лучше масло. В интервале температур

50—100° отношение $\frac{\nu_{50}}{\nu_{100}}$ более отчетливо выражает ход кривых вязкости чем ИВ, который лишь в этом температурном промежутке может дать представление о пологости температурной кривой.

Данные, характеризующие пологость температурных кривых вязкости, приведены в табл. 14, заимствованной нами у Фука [123], из которой видно, что отсутствует какая-либо связь между ТКВ или $\frac{\nu_{50}}{\nu_{100}}$ с одной стороны и ИВ Дина и Дэвиса с другой.

Таблица 14

Масло	ТКВ	$\frac{\nu_{50}}{\nu_{100}}$	ИВ по Дину и Дэвису	ВТК по Пинкевичу	Температурный градиент вязкости		Пределы для данной марки масла по ГОСТу	
					$\frac{\nu_0 - \nu_{50}}{50}$	$\frac{\nu_0 - \nu_{100}}{100}$	$\frac{\nu_{50}}{\nu_{100}}$	ТКВ _{0—100}
					50	100		
Индустриальное 20 (веретенное 3)	21,0	4,22	38,4	246,2	8,36	4,33	—	—
АС-5	26,7	4,82	59,5	239,4	16,7	8,60	7,0	40
АК-6	44,1	5,67	42,3	248,8	37,8	19,2	7,0	—
Автол 10 селективной очистки	49,4	6,58	57,8	239,6	66,0	33,6	7,4	—
То же	77,4	6,87	56,3	238,7	127,0	64,4	7,4	—
АК-15 (автол 18)	122,0	8,10	48,7	238,0	312,0	157,0	9,0	—
МС-14 (МЗС)	45,9	6,42	83,7	221,0	86,4	44,1	6,55	—
МС-20 (МС)	67,1	7,45	84,2	217,3	199,0	101,0	7,85	—
МК-22 (МК)	70,5	7,96	81,9	217,3	244,4	125,0	8,75	—

Температурный коэффициент вязкости у АС-5 лежит между 20 и 30, у АК-6 между 40 и 70, автола 10 селективной очистки между 45 и 80, АК-10 между 75 и 125, АК-15 между 100 и 250, товарных авиационных масел МС-14 между 43—48, МК-22 между 63—72.

Для таких масел, как автотракторные и авиационные, работающих в больших температурных интервалах, работоспособность которых должна сохраняться во всем температурном интервале, основным требованием является малая величина температурного коэффициента вязкости. Нельзя получить масла с хорошими вязкостно-температурными свойствами путем смешения легкоподвижных и легкокипящих фракций, обладающих малым $\frac{1}{\mu} \cdot \frac{d\mu}{dt}$ ([136], стр. 162), ([88], стр. 405), [123], с вы-

соковязкими фракциями, так как размеры молекул обоих компонентов одного и того же порядка и в результате такого смешения повышается лишь численное значение вязкости компонента с меньшей вязкостью, но слабо изменяется температурная зависимость вязкости. Кардинальное решение вопроса повышения пологости температурной кривой вязкости заключается во введении в маловязкую жидкость частиц, размеры которых гораздо больше частиц растворителя. Веществами с такими частицами являются высокополимеры, в связи с чем большинство присадок, улучшающих температурные свойства смазок, являются различными изомерами полиизобутилена нитевидной структуры, которые дают в маслах растворы коллоидного или полукolloидного характера. К таким присадкам относятся эксанол (с молекулярным весом 30 000), 20—30%-ный раствор которого в масле паратон и является присадкой, суперол (с молекулярным весом от 7500 до 24 000) и продукт полимеризации винилбутилового эфира — винипол (с молекулярным весом около 15 000). К присадкам, улучшающим $\frac{1}{\mu} \cdot \frac{d\mu}{dt}$, отно-

сятся и вольтоли, получаемые путем воздействия высокочастотных электрических разрядов высокого напряжения на животные, растительные и минеральные масла или их смеси, вызывающих полимеризацию. Присадки добавляются к маслам в количестве, не большем 10—20% и резко улучшают их свойства. Например, добавка 10% паратона к автолам повышает их индекс вязкости на 40—50 единиц, а добавка его к авиационным маслам повышает их индекс вязкости на 20—25 единиц.

В последнее время начали применяться синтетические масла [196], ([136], стр. 69), являющиеся продуктами полимеризации непредельных углеводородов (полиэтиленгликоли), и кремнийорганические соединения (силиконы), обладающие очень хорошими вязкостно-температурными свойствами и большой устойчивостью против окисления. Однако как смазывающие жидкости для подшипников синтетические масла пока не нашли применения, главным образом, из-за полного отсутствия маслянистости.

Вязкостью масла при той или иной температуре определяется несущая способность смазочного слоя и частично общая

величина трения в машине. Поступление масла по магистралям системы к узлам трения также определяется вязкостью, а при низких температурах зависит от прокачиваемости масла, зависящей в свою очередь от температуры загустевания масла, которой соответствует вязкость около 1000 пуаз. Однако уже при температурах, меньших температуры загустевания в маслах начинает проявляться аномалия вязкости, которая в маслах с $E_{50}=2 \div 5$ проявляется при температурах от -40 до -50° , в маслах средней вязкости с $E_{50}=10 \div 15$ при температурах ниже -30° и у высоковязких масел около 0° . Так как рабочая температура смазочного слоя очень редко достигает таких величин, то более подробно вопрос о поведении масел при низких температурах мы рассматривать не будем. Они изложены в книге Воларовича [13] и в книгах [123], ([88], стр. 422).

7. ЗАВИСИМОСТЬ ВЯЗКОСТИ МАСЕЛ ОТ ДАВЛЕНИЯ

Зависимость вязкости от давления, проявляющаяся у смазочных масел при значительных давлениях, может заметно сказаться на течении в смазочном слое, что явилось причиной появления за последние три десятилетия значительного количества работ на эту тему.

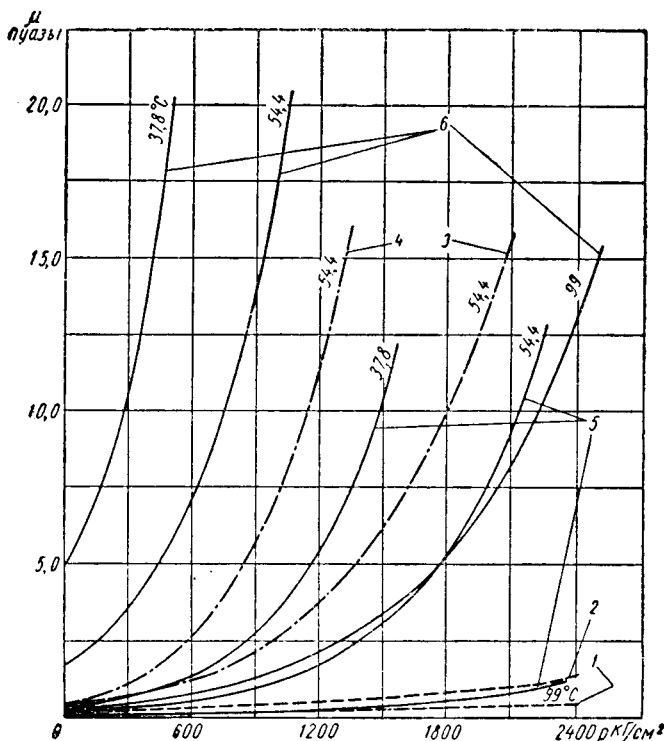
Общие результаты полученные к настоящему времени, относительно влияния давления на вязкость жидкостей, сводятся к следующему: вязкость с увеличением давления повышается с возрастающей скоростью, т. е. градиент вязкости $\frac{d\mu}{dp}$ растет вместе с давлением. При этом наибольший эффект давления оказывается у веществ, имеющих наиболее сложные молекулы. На вязкость изомеров давление влияет сильнее, чем на вязкость нормальных соединений. С увеличением температуры влияние давления на вязкость уменьшается, причем этот эффект при высоких давлениях, порядка $10\,000 \text{ кг/см}^2$, намного больше, чем при давлениях до 1000 кг/см^2 . Это объясняется уменьшением изменения структуры жидкости при высоких давлениях, обусловливаемым тепловым движением.

В гомологических рядах углеводородов и их производных влияние давления на вязкость с длиной цепи возрастает. Вязкость циклических углеводородов более чувствительна к давлению, чем вязкость углеводородов алифатических. Метилирование циклов немного снижает зависимость вязкости от давления, но она быстро повышается с увеличением длины и числа боковых цепей.

Качественно справедливые почти для всех жидкостей перечисленные закономерности количественно у различных жидкостей проявляются по-разному. Особенно сильно с повышением давления возрастает вязкость смазочных масел минерального происхождения. При давлении 1000 кг/см^2 она возрастает в 8—40 раз. У масел растительного и животного происхождения

возрастание меньше, в среднем, в 2—6 раз. У масел, компаундированных из минеральных и растительных, возрастание вязкости с давлением занимает промежуточное положение между двумя указанными.

Для некоторых смазок зависимость вязкости от давления представлена на фиг. 15. Эта зависимость в общем случае



Фиг. 15. Зависимость вязкости смазочных масел от давления:

1 — ляд $\mu=977$ пуаза при 22°C и $p=0$; 2 — касторовое масло $\mu=5,65$ пуаза при 2°C и $p=0$; 3 — парафинистое масло (пенсильванское $\mu=0,41$ пуаза при $54,4^\circ\text{C}$); 4 — нафтенное масло (калифорнийское, $\mu=0,42$ пуаза при $54,4^\circ\text{C}$); 5 — Русское 2; 6 — Брайсток «СССР».

такова, что пьезокоэффициент вязкости $\frac{1}{\mu} \cdot \frac{d\mu}{dp}$, являющийся функцией давления, можно представить в виде:

$$\frac{1}{\mu} \cdot \frac{d\mu}{dp} = \sum_{k=0}^n \alpha_k p^k. \quad (31)$$

При не очень больших давлениях можно принять $\alpha_k=0$, если $k>0$, тогда приходим к формуле (7) Баруса, эквивалентной условию

$$\lg \frac{\mu}{\mu_0} = \alpha \cdot p. \quad (32)$$

Обобщая данные по зависимости вязкости от давления для 106 сортов масел минерального, растительного и животного происхождения, полученные различными исследователями в период с 1916 по 1941 г. при температурах от 20 до 100°С и давлениях от 280 кг/см² до 12 000 кг/см², Герси и Гопкинс [186] разделили все минеральные масла на несколько групп, для каждой из которых характерны свои значения пьезокоэффициента вязкости (табл. 15).

Таблица 15

Группа		1	2	3	4	5	6	7	8
37,8°С	$\mu_p = 0$ в пуазах	16,40	4,53	2,25	1,14	0,57	0,28	0,14	0,016
	$\alpha \cdot 10^4$ в см ² /кг	40	38	22	32	28	24	20	10
98,8°С	$\mu_p = 0$ в пуазах	0,32	0,16	0,15	0,080	0,060	0,036	0,030	0,0065
	$\alpha \cdot 10^4$ в см ² /кг	25	21	14	19	19,5	16,5	16,5	4,5

Для масел органического происхождения те же авторы, основываясь на своих опытах и опытах Хайда в работе [186], дают следующие средние значения коэффициента α при 37,8°С (табл. 16).

Таблица 16

Величина	Название масла											
	Сурепное масло	Касторовое масло	Масло земля- ного ореха	Говяжий жир	Китовый жир	Свиной жир	Лярд	Лошадный жир	Спермацето- вое масло			
$\mu_p = 0$ в пуазах	5,90	0,40	2,45	0,38	0,40	0,40	0,38	0,36	0,28	0,24	0,31	0,175
$\alpha \cdot 10^4$ в см ² /кг	18	13	15	11,5	11	10	18	17,5	16	11,5	16	14,5

Свойства смазочных масел в том числе и зависимость вязкости от давления весьма индивидуальны и поэтому соответствующие данные для отечественных минеральных масел значительно отличаются от средних величин, приводимых Герси.

Величины пьезокоэффициента вязкости при давлениях до 1000 кг/см², найденные Воларовичем [15], для отечественных масел сведены в табл. 17.

Таблица 17

Масло	Автол 18		Брайтсток		Машинное экспортное	
	20	45	32	60	33	40
t в °C						
$\mu_p=0$ в пузах	10,40	1,5)	6,50	1,75	—	1,33
$\alpha \cdot 10^4$ в см ² /кг	13,4	12,5	18,1	17,9	21,2	18,3

Дау с сотрудниками [172] произвел исследование наших экспортных масел. Согласно его данным, для пьезокоэффициента вязкости получаются значения, приведенные в табл. 18.

Таблица 18

Масло	Брайтсток СССР			Русское ОО		
	665			435		
t °C	37,8	54,4	98,9	37,8	54,4	98,9
Плотность	0,814	0,8809	0,8534	0,9085	0,8980	0,8711
$\mu = 0$ в пузах . . .	5,12	1,74	0,25	1,80	0,67	0,12
$\alpha \cdot 10^{-4}$ в см ² /кг	25,5	22,1	15,6	28,3	24,0	16,7

Продолжение табл. 18

Масло	Русское 1			Русское 2		
	393			364		
t в °C	37,8	54,4	98,9	37,8	54,4	98,9
Плотность	0,8952	0,8846	0,8573	0,8869	0,8765	0,8489
$\mu_p = 0$ в пузах . .	0,91	0,35	0,08	0,32	0,16	0,04
$\alpha \cdot 10^{-4}$ в см ² /кг . .	25,8	22,3	15,4	23,3	19,1	13,4

Наиболее обширные эксперименты с отечественными маслами произвел в последнее время (1950 г.) Золотых [50]. В его

опытах минимальное давление было 1500 кг/см^2 , а максимальное в отдельных случаях для маловязких масел доходило до 4700 кг/см^2 . При этом наблюдалась весьма близкая к прямой линейной зависимость логарифма вязкости от давления, что позволило ему воспользоваться формулой (32) для количественной оценки полученных результатов.

Результаты опытов Золотых приведены в табл. 19.

Таблица 19

Механические характеристики масел	Температура $t^{\circ}\text{C}$	МС Грозненское повышенной вязкости	МС Грозненское нормальной вязкости	МЭС	МК Эмбенское	Веретенное	Турбинное	Трансформаторное масло
Удельный вес в г/см^3	14	0,8950	0,8982	0,8902	0,8950	0,8930	0,8974	0,8820
	20	0,8916	0,8937	0,8860	0,8930	0,8890	0,8940	0,8770
	30	0,8854	0,8880	0,8805	0,8660	0,8820	0,8880	0,8703
Вязкость $\mu_r = 0$ в пуазах	14	21,78	18,0	10,88	17,49	0,607	1,256	0,376
	20	13,18	10,58	6,698	10,50	0,433	0,88	0,275
	30	6,02	4,73	3,16	4,82	0,249	0,462	0,171
$\alpha \cdot 10^4$ в $\text{см}^2/\text{кг}$	14	28,1	29,9	31,9	39,1	25,1	27,4	25,0
	20	27,5	28,1	30,6	34,9	23,1	25,9	22,5
	30	25,6	26,2	26,3	25,9	21,8	24,1	20,4

В некоторых случаях разброс точек в опытах Золотых доходил до 10%, но, в среднем, можно считать, что постоянство пьезокоэффициента вязкости соблюдалось с точностью вполне достаточной для практики.

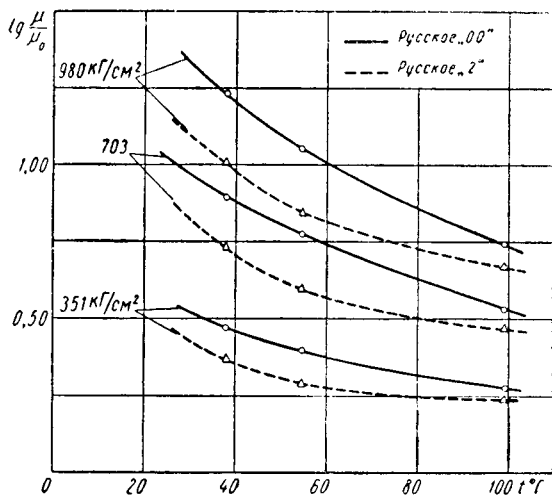
Зависимость вязкости от давления так же, как и зависимость вязкости от температуры, заметно зависит от количества нафтеновых составляющих в исходном сырье. Добавка паратона, имевшего вязкость 3616 сст при $54,4^{\circ}\text{C}$ и 626,7 сст при $98,9^{\circ}\text{C}$, к низкоиндексным маслам, не изменяя исходной вязкости и плотности, благоприятно влияет не только на ход температурной кривой, но и на пьезокоэффициент вязкости. Это показано в табл. 20 по опытам Дау с сотрудниками [168], [170] для масел, имевших вязкость 0,41 пуаз при $54,4^{\circ}\text{C}$.

Постоянство пьезокоэффициента α достаточно хорошо соблюдается при давлениях, больших 100 кг/см^2 , как это следует из работ [15], [172], [168], [170]. Вводить какие-либо дальнейшие уточнения в зависимости между вязкостью и давлением вряд ли целесообразно, во-первых, потому, что точность соответствующих опытов еще не позволяет относиться с достаточным доверием к формулам более сложным, чем формула (32), а, во-

Масло	Парафиновое (пенсильванское)			Нафтенное (калифорнийское)			Нафтенное + + 10,1% паратона по весу		
Индекс вязкости	102			16			100		
t в °С	37,8	54,4	98,9	37,8	54,4	98,9	37,8	54,4	98,9
Плотность . . .	0,863	—	—	0,912	—	—	0,911	—	—
$\mu_{p=0}$ в пуазах	0,83	0,41	0,07	1,14	0,42	0,13	—	0,42	0,10
$\alpha \cdot 10^{-4}$ см ² /кг	9,53	7,44	5,64	13,1	11,17	7,25	—	10,00	6,06

вторых, эта зависимость весьма удобна применительно к проблемам гидродинамической теории смазки¹.

Более значительный интерес представляют соотношения, связывающие вязкость с давлением и температурой одновременно.



Фиг. 16. Температурная зависимость изобар вязкости

Чтобы можно было судить об общем ходе соответствующих кривых, на фиг. 16 представлены изобары вязкости для масел, данные по которым приведены в табл. 18. Из этих кривых видно, что зависимость логарифма вязкости от температуры

¹ Более точные зависимости предлагались Бредбюри и др. [154], допускавшими наличие полюса, в котором сходятся изотермы $\ln \mu$ в функции p . Из-за своей сложности они целесообразны лишь при исследовании реологических вопросов. То же относится и к формулам, предлагаемым Герси ([154], стр. 673).

при постоянном давлении близка к гиперболической. Это позволяет [159], [169] скомбинировать уравнение Френкеля — Эйринга, списывающее влияние давления на вязкость, с уравнением (15) и записать:

$$\mu = A \cdot \exp \frac{b + kp}{t + \Theta}, \quad (33)$$

где k в общем случае есть функция $t + \Theta$, а постоянная Θ для изотерм и изобар не тождественна. При изотермическом изменении вязкости $\Theta_t = 95$, а при изобарическом $\Theta_p = 52$. Для всех рассмотренных масел при приближенных расчетах можно в среднем принять $\Theta = 73$. Для органических масел между постоянным k и b никакой корреляции нет, но для минеральных масел

$$\frac{1}{k} \Big|_{\Theta_p=52} = 9,00 - 4,2 \cdot 10^{-3} b \Big|_{\Theta_t=95}$$

$$M = 0,545 \cdot (b^{1,47} \cdot A^{0,473})_{\Theta_t=95},$$

где M — молекулярный вес.

Несколько иное соотношение предложено Грубиным [20], исходящим из комбинации формул (9) и (7) и полагавшим:

$$\mu = \frac{A_1 \cdot e^{\alpha p}}{(t + t_k)^n}, \quad (34)$$

где постоянные A_1 , α , t_k и n определяются из опыта.

Однако не все масла дают линейную зависимость между $\lg \mu$ и $\lg(t + t_k)$ при постоянном давлении, так что последняя формула имеет более узкую область применения. Объясняется это тем, что средний температурный коэффициент вязкости $c = \frac{1}{\mu} \left(\frac{\partial \mu}{\partial t} \right)_p$, пропорциональный наклону изобары, увеличивается с повышением давления и уменьшения температуры [168], [226], [167], как это видно из фиг. 16 и из данных табл. 21, составленной для тех же масел, что и табл. 18.

Таблица 21

Масла \ P	$c \cdot 10^5 \frac{1}{^\circ\text{C}}$ между 37,8°C и 98,9°C		
	70,3 кг/см ²	703 кг/см ²	1406 кг/см ²
Брайтсток СССР*	1559	1588	—
Русское 00	1444	1589	—
Русское 1	1505	1564	1598
Русское 2	1415	1525	1575

Имеется указание, что пьезокоэффициент вязкости α и $\lg \left(\frac{d\mu}{dt} \right)$ связаны между собой линейной зависимостью, общей для всех минеральных масел, но ввиду довольно значительного разброса точек это соотношение требует дополнительного исследования. Вопрос о давлениях, при которых масла переходят в твердообразное состояние в настоящее время почти не выяснен, хотя он имеет очень большое практическое значение и указывалось [169], что это давление зависит от характера процесса, которым достигается состояние затвердевания. По старым данным Шора и Кисскальта это давление существенно зависит от температуры и у лярда изменяется от 2700 кг/см^2 при 25°C до 7200 кг/см^2 при 75°C , а у неочищенного спермацетового масла от 1200 кг/см^2 при 25°C до 5100 кг/см^2 при 75°C .

8. ПЛОТНОСТЬ, ТЕПЛОЕМКОСТЬ И ТЕПЛОПРОВОДНОСТЬ СМАЗОЧНЫХ МАСЕЛ

При определении несущей способности слоя смазки плотность, теплоемкость и теплопроводность смазывающих жидкостей важны не сами по себе, а лишь потому, что ими определяется температура в смазочном слое, а следовательно и вязкость масел. Так как вязкость смазочных масел необычно сильно зависит от температуры, то при установлении истинного или среднего теплового режима смазочного слоя знание плотности и термических параметров смазочных материалов приобретает самостоятельное значение.

Плотность масел минерального или иного происхождения является одной из характеристик, указывающих на качество продукта, но сама по себе она не может служить основанием для оценки технических или физико-химических свойств смазывающей жидкости, тем более, что ее величина оцениваемая относительной плотностью d при комнатной температуре у различных смазок изменяется в узких пределах — от 0,78 до 0,95. Для масел нефтяного происхождения из одного и того же исходного сырья плотность возрастает с увеличением температуры начала и конца кипения фракций, в остальных же случаях она является наименее показательной характеристикой. Данные кольцевого анализа¹ указывают на некоторую связь между плотностью и количеством колец, но эти закономерности выражены не отчетливо. Вместе с тем, плотность коррелирует с теплоемкостью и теплопроводностью в эмпирических формулах. Весьма незначительно изменяется плотность и с температурой.

¹ Кольцевой анализ — это метод, позволяющий определять процентное содержание атомов углерода в ароматических и нафтеновых кольцах и в парафиновых цепях нефтяных фракций.

Для однородных жидкостей зависимость удельного объема от температуры можно выразить эмпирической формулой

$$v_t = v_0(1 + at + bt^2 + ct^3 + \dots),$$

в которой $a, b, c \dots$ — положительные коэффициенты, определяемые из опыта. В подавляющем большинстве случаев коэффициенты $b, c \dots$ и т. д. так малы, что ими пренебрегают, тогда плотность d_t при температуре t можно выразить формулой

$$d_t = \frac{d_0}{1 + at}, \quad (35)$$

либо формулой Менделеева

$$d_t = d_0(1 - \beta t). \quad (36)$$

Коэффициент a является средним объемным коэффициентом термического расширения между температурами t_1 и t_2 , при которых объемы V_1 и V_2 равны; β — средний температурный коэффициент плотности. Они определяются формулами:

$$a = \frac{V_2 - V_1}{V_1 t_2 - V_2 t_1},$$

$$\beta = \frac{1}{d_1} \cdot \frac{d_0 - d_t}{t}.$$

Формулы (35) и (36) справедливы для непарафинистых нефтей и нефтепродуктов, для которых при небольших перепадах температур значения a и β практически совпадают. Если допустима линейная зависимость плотности от температуры, то формуле Менделеева можно придать вид:

$$d_2 = d_1 - \gamma(t_2 - t_1), \quad (37)$$

где

$$\gamma = d_0 \beta \approx d_1 \beta, \quad (38)$$

Кусаковым¹ [76] найдено выражение

$$\gamma = 0,001828 - 0,001320d, \quad (39)$$

с большой степенью точности справедливое для тяжелых нефтепродуктов.

Если в развитие формулы (37) при $t_1 = 20$, написать

$$d_t = d_{20} - a_1(t - 20) + b_1(t - 20)^2,$$

¹ Увеличение плотности на 0,010 соответствует уменьшению температурной поправки приблизительно на 0,000013. См. также поправки на изменение плотности с температурой в приложении 1 к ГОСТу 3900-47.

то можно указать связь между изменением плотности с температурой и молекулярным весом M , поскольку найдено, что для высокомолекулярных нефтепродуктов коэффициенты a_1 и b_1 зависят от M , как показано в табл. 22.

Т а б л и ц а 22

M	282	353	423	493	563	633	703	844
$a_1 \cdot 10^5$ $^1/\text{град}$. .	67,6	65,0	63,4	62,1	61,3	60,6	60,1	59,3
$b_1 \cdot 10^7$ $^1/\text{град}^2$. . .	0,6	1,3	1,8	2,1	2,3	2,5	2,7	2,9

Если изменение плотности с температурой подчиняется не зависимости (37), а формуле (35), то приближенно можно положить $\gamma \approx d_1 a_{21}$, где

$\alpha_{21} = \frac{1}{V_0} \frac{V_2 - V_1}{t_2 - t_1}$ — средний термический коэффициент расширения между температурами t_1 и t_2 .

При линейной зависимости объема от температуры $\alpha_{21} = a$. Величина α_{21} связана с величиной β формулой

$$\alpha_{21} = \frac{\beta}{(1 - \beta t_1)(1 - \beta t_2)}. \quad (40)$$

Количества α_{21} , β и γ нельзя отождествлять между собой не только физически, но и по величине. Так, например, по данным Кусакова ([76], стр. 111) для масла моторного Т из эмбенской нефти, имевшего плотность 0,89298 при $t=0^\circ \text{C}$, оказалось, что $\alpha_{50,0} = 0,000732$, $\beta = 0,000707$ и $\gamma = 0,000739$. Для быстрого определения α_{21} можно пользоваться данными Кусакова [76] (табл. 23).

Т а б л и ц а 23

d	0,70—0,75	0,75—0,80	0,80—0,85	0,85—0,90	0,90—0,95	0,95—1,00
$\alpha_{21} \cdot 10^3$ $^1/\text{град}$	1,201	1,039	0,896	0,770	0,657	0,555

Погрешность, получаемая при допущении $\alpha_{21} = \beta$, составляет $\beta^2(t_2 + t_1)$.

Установлено, однако, что коэффициент термического расширения зависит не только от плотности, но и от температуры, изменяясь больше всего с температурой у парафинистых нефтепродуктов. Для масел, не содержащих парафина, плотность уменьшается с температурой по линейному закону, а средний

термический коэффициент расширения этих масел, в первом приближении, увеличивается с температурой также по линейному закону, т. е. поправки для них будут постоянны во всем температурном интервале, в котором плотность линейно зависит от температуры.

Изменение удельного объема (или плотности) с давлением оценивается коэффициентом сжатия $\frac{1}{v_0} \cdot \frac{dv}{dp}$, значительно уменьшающимся с увеличением давления, причем это уменьшение для различных жидкостей одинаково и отличается лишь постоянным множителем. С увеличением давления коэффициент сжатия падает, причем это падение тем слабее, чем больше давление. Для различных смазочных масел минерального и органического происхождения изменение плотности с давлением, как показали Доу и Финк [171], оказывается одинаковым не только качественно, но и количественно, и в пределах до 3500 кг/см^2 при постоянной температуре может быть выражено формулой:

$$d_p = d_0 (1 + mp - np^2), \quad (41)$$

где коэффициенты m и n , являющиеся функцией температуры по Доу и Финку [171], а также [154] имеют значения, приведенные в табл. 24.

Таблица 24

t° в С . . .	0	20	40	60	80	100
$m \cdot 10^5 \text{ с.м}^2/\text{кг}$	5,72	6,01	6,23	6,43	6,56	6,63
$n \cdot 10^8 \text{ в с.м}^4/\text{кг}$	1,401	1,270	1,129	1,028	0,953	0,897

Независимость изменения плотности с давлением от природы масел подтверждается также данными Хайда и Доу и Фенске. По данным различных исследований при 40°С и давлении 750 кг/см^2 плотность для 12 масел, в среднем, увеличивалась в 1,039 раза (при отклонениях от 1,035 до 1,045).

Коэффициент термического расширения с увеличением давления уменьшается, но значительно слабее, чем коэффициент сжатия. При низких давлениях этот коэффициент с повышением температуры увеличивается.

Теплоемкость является параметром смазочной жидкости, знание которого совершенно необходимо для любого теплового расчета подшипника. Теплоемкость различных нефтепродуктов колеблется в довольно узких пределах 0,4—0,6 ккал/кг·град и заметным образом изменяется с темпера-

турой, возрастая с ее увеличением. С увеличением давления теплоемкость сначала уменьшается, при 2000—3000 кг/см² достигает минимума, составляющего около 0,9 первоначальной величины, а затем возрастает, но весьма медленно. Теплоемкость масел зависит от химической природы исходного сырья. Замечено, например, что масла наftenового основания обладают меньшей удельной теплоемкостью сравнительно с маслами других оснований. В большинстве случаев теплоемкость нефтепродуктов уменьшается с возрастанием плотности. Это объясняется уменьшением теплоемкости с возрастанием молекулярного веса и плотности углеводородов парафинового ряда. У углеводородов ароматического ряда зависимость обратная.

Для отечественных нефтепродуктов обширные опыты по определению теплоемкости были проведены Тихомировым и Жузе [116], которые показали непригодность формулы Фортш-Уитмена для бакинских нефтей и нашли, что при температурах $30 \leq t^\circ \text{C} \leq 140^\circ$ теплоемкость определяется формулой $c = A + Bt + Dt^2$, где величины A , B и D приведены в таблице.

Наименование масла	Газойль	Легкое соляровое масло	Тяжелое соляровое масло
d_{15}	0,8649	0,845	0,8916
A в ккал/кг·град . . .	0,424	0,387	0,4004
B в ккал/кг·град ²	$3,95 \cdot 10^{-4}$	$1,33 \cdot 10^{-3}$	$1,07^{-3}$
D в ккал/кг·град ³ . .	$5,75 \cdot 10^{-5}$	—	—

Более общая формула дана Краугое:

$$c = \frac{A}{\sqrt{d_{15}}} + 0,0009(t - 15) \text{ ккал/кг·град}, \quad (42)$$

где $A = 0,425$ для масел парафинового основания, $A = 0,415$ для масел смешанного основания и $A = 0,405$ для масел наftenового основания. Крауссольд критически обобщив результаты опытов предыдущих исследователей, предложил зависимость, в которой теплоемкость также коррелирует с плотностью. Эта зависимость имеет вид

$$c = a + 0,0011 \cdot (t - 15), \quad (43)$$

$$a = 0,937 - 0,56d_{15} \quad \text{при } d_{15} > 0,9$$

$$\text{и } a = 0,711 - 0,308d_{15} \quad \text{при } d_{15} < 0,9.$$

Для более точных расчетов можно пользоваться выражением, предложенным Фаллоном и Ватсоном

$$c = \left[0,198 + \frac{0,186}{d_{15}} + \left(0,629 + \frac{0,298}{d_{15}} \right) \cdot 10^{-3} t \right] (0,05 \cdot K + 0,41), \quad (44)$$

где K — так называемый характеризующий фактор, определяемый по выражению

$$K = \frac{\sqrt[3]{1,8 \cdot t_{\text{кип}} + 491,7}}{d_{15}},$$

где $t_{\text{кип}}$ — температура кипения нефтепродукта. Для продуктов парафинового основания $K = 12,2 \div 12,5$, смешанного $K = 11,8 \div 12,0$ и нафтенового основания $K = 11,0 \div 11,5$. Этой формулой можно пользоваться при температурах от 0°C до температуры кипения, для всех жидких нефтепродуктов.

Теплопроводность является свойством, наименее изученным для смазочных масел. Это объясняется не только сравнительно небольшой необходимостью в использовании такой величины, как коэффициента теплопроводности λ , но и значительной трудностью проведения экспериментов для его определения. При обычной температуре величина коэффициента теплопроводности λ в $\text{кал/см} \cdot \text{сек}^\circ \text{C}$ для углеводородов и смазочных масел находится в пределах $3,0 \cdot 10^{-4} - 4,0 \cdot 10^{-4}$ и весьма медленно падает с температурой.

С достаточной степенью точности можно положить

$$\lambda_t = \lambda_0 \cdot [1 - \alpha(t - t_0)], \quad (45)$$

где λ_0 — коэффициент теплопроводности при $t = t_0$. Величины¹ λ_0 в $\text{кал/см} \cdot \text{сек}^\circ \text{C}$ при $t_0 = 0$ и $\alpha \frac{1}{^\circ \text{C}}$ в пределах температур до 150° приведены в табл. 25.

Таблица 25

	Наименование масла					
	Касторовое	Оливковое	Льняное	Цилиндровое (среднее)	Трансформаторное	Парафиновое
$\lambda_0 \cdot 10^4$ в $\text{кал/см} \cdot \text{сек}^\circ \text{C}$	4,37	4,05	3,93	3,70	3,24	3,00
$\alpha \cdot 10^4 \frac{1}{^\circ \text{C}}$	5,00	3,50	5,0	4,1	6,0	5,5

¹ По данным Кея и Хиггинса; для льняного масла по опытам Мэсона; для оливкового и трансформаторного масел эти данные подтверждаются опытами Вулфа и Сиббита [235], которые приводят также обширную литературу.

Падение теплопроводности минеральных масел и других органических жидкостей с температурой подтверждается большинством исследователей [235], [220]¹, хотя в некоторых случаях найден рост λ с температурой для минерального масла. К тому же результату пришел и Жузе [45], исследовавший теплопроводность отечественных минеральных масел. Полученные им результаты изменения $\lambda \cdot 10^4$ ккал/см·сек°С с температурой приведены в табл. 26.

Таблица 26

Наименование масла	d_{15}	30°	40°	50°	60°	70°	80°	90°	110°
Керосиновый дистиллат	0,8112	4,66	5,18	5,79	6,18	6,45	6,64	6,78	6,98
Велосит	0,8642	4,19	4,73	5,16	5,48	5,74	5,91	6,07	6,20
Вазелиновое масло	0,8774	4,29	4,74	5,12	5,47	5,76	5,89	6,18	6,46
Соляр легкий	0,8855	4,10	4,45	4,76	5,22	5,27	5,48	5,67	6,02
Трансформаторное масло	0,9027	3,91	4,15	4,36	4,56	4,72	4,88	5,02	5,21
Моторное (экспортное)	0,9096	3,49	3,87	4,18	4,45	4,67	4,88	5,04	5,32
Вискозин	0,9233	—	3,37	3,55	3,72	3,87	3,99	4,10	4,27

Хотя большинством исследователей не подтверждается рост λ с температурой, но данные Жузе, полученные двумя различными методами, остаются пока единственным для отечественных минеральных масел. Возможно, что рост λ с температурой в опытах Жузе объясняется невозможностью полностью избежать конвективных токов. Для определения значений λ минеральных масел в настоящее время существует формула Крагое ([76], стр. 187), обобщающая многочисленные экспериментальные данные

$$\lambda = \frac{2,803 \cdot 10^{-4}}{d_{15}} (1 - 5,4 \cdot 10^{-4} t^{\circ}\text{C}) \text{ ккал/см сек }^{\circ}\text{C}. \quad (46)$$

Она применима при d_{15} от 0,7800 до 0,9500 и при температурах от 0° до 200°С. Формулу (46), по-видимому, можно применять и для других органических жидкостей. Для полу-

¹ Исключение составляет вода, температурный коэффициент теплопроводности которой положителен: Смит [220], стр. 720 нашел, что λ у парафинов растет как с увеличением числа атомов углерода в молекуле, так и с увеличением молекулярного веса, но с повышением температуры падает.

чения более точных результатов Смит предлагает следующую эмпирическую формулу:

$$\lambda_{30^\circ\text{C}} = 8,1 \cdot 10^{-4} \frac{d_{15}^{2,15} \cdot c^{1,55} M^{0,192}}{\rho_{30^\circ\text{C}}^{0,12}} \text{ кал/смсек}^\circ\text{C},$$

где c — теплоемкость при 30°C ;

M — молекулярный вес и

$\rho_{30^\circ\text{C}}$ — вязкость в сантипуазах при 30°C .

Смитом [220] была предложена и другая, более точная эмпирическая формула, к сожалению, снова включающая молекулярный вес жидкости M .

С давлением теплопроводность органических жидкостей и масел растет, но при высоких давлениях эффект давления меньше, чем при низких. Единственными опытами в этом направлении являются измерения Бриджмена, который для керосина с $\lambda = 3,33 \cdot 10^{-4}$ кал/см · сек $^\circ\text{C}$ при 75°C нашел, что отношение λ_p (при давлении p), к λ_0 (при атмосферном давлении) равно 1,185; 1,314 и 1,502 при давлениях 1000, 2000 и 4000 *ати*, соответственно.

9. МАСЛЯНИСТОСТЬ

Под общим наименованием «маслянистости» или «смазывающей способности» масел понимают совокупность тех их служебных свойств, которые проявляются при трении в пленках толщиной порядка 0,1 *мк* и менее, непосредственно прилегающих к металлу и которые не могут быть приведены в соответствие с объемной вязкостью масел. Хотя сам термин «маслянистость» относят обычно к маслу, но фактически эта совокупность свойств определяется не только природой смазывающей жидкости, но и природой твердых поверхностей, разделяемых этим маслом, являясь функцией характера взаимодействия молекул смазки и твердого тела. Здесь, как писал Краевич ([70], стр. 514), — «От чего бы не происходило внутреннее трение, но по соседству с твердым телом оно должно изменяться от действия твердого тела на жидкость. Это действие должно простираться не на один только бесконечно тонкий слой жидкости, прилегающий к твердому телу, но на слой конечной толщины, изменяясь с изменением расстояния частиц жидкости от твердого тела».

Большинство испытаний смазок на маслянистость и первоначальные исследования маслянистости проводились путем замера трения в узлах машин или в специально сконструированных машинах. Поэтому одно из наиболее распространенных определений маслянистости гласит: «маслянистость является термином, означающим разницу в трении большую, чем разница

в трении, объяснимая вязкостью, при сравнении различных смазочных масел в идентичных условиях».

Это определение принято Комиссией SAE по картерным маслам в 1937 г. На маслянистость, как свойство, понимаемое в современном смысле слова указал Кингсбюри [189], который писал: «Когда нагрузки очень велики или поверхности шероховаты, или когда имеются иные условия, неблагоприятствующие образованию клина масляной пленки, то имеет место «несовершенная смазка». При любых таких обстоятельствах способность смазки снижать трение зависит главным образом от ее «консистенции» («body») или «маслянистости» («oiliness»). Природа этого свойства или совокупности свойств не ясна, но, вероятно, это свойство проявляется, как «усиленная вязкость» тех частиц внутри жидкости, которые находятся в пределах области притяжения поверхностных молекул металла». На слово «body», как термин «для обозначения качества масла не вытесняться давлением трущихся частей» указывал Петров ([98], стр. 234).

Однако, для определения маслянистости Комиссия SAE, во-первых, относит маслянистость только к свойствам масел, а во-вторых, как критерий для ее оценки берет лишь коэффициент трения, совершенно выпуская из виду прочность масляной пленки и ее способность уменьшать износ. Поэтому лучшим, по нашему мнению, является определение маслянистости, данное Дерягиным, которое в несколько измененном нами виде приведено на стр. 24 настоящей работы.

Маслянистость является важнейшим эксплуатационным свойством масла, совершенно необходимым для уменьшения износа и трения при пуске машины в ход, медленном движении машины перед остановкой, высоком удельном давлении, недостаточной подаче смазки, малой вязкости масла, высокой температуре, возвратно-поступательном движении деталей, резких колебаниях скорости и нагрузки. Поэтому, например, кремнийорганические масла, обладающие высокой термической стабильностью и стойкостью против окисления, хорошим индексом вязкости и низкой температурой застывания, не нашли применения, как смазывающие жидкости из-за очень низкой смазывающей способности.

Хотя многие вопросы, связанные с маслянистостью и смежными свойствами, до конца еще не выяснены, но в настоящее время можно считать установленным факт ее адсорбционной природы, зависящей от существования в масле составляющих, содержащих активные молекулы, способные образовывать граничные слои, свойства которых резко отличны от свойства смазки в объеме. Свойства этих слоев уже достаточно подробно рассмотрены нами в разделе, посвященном граничному трению. В дополнение к ранее сказанному можно добавить, что селективная адсорбция молекул веществ, обладающих активными

(полярными) концами, самым тесным образом связана с асимметрией этих молекул, мерой которой является их электрический дипольный момент, тем бóльший, чем несимметричней молекула. Особенно большим дипольным моментом обладают молекулы, радикалы которых содержат кислород, серу, фосфор или азот. Таким образом, адсорбционные силы являются силами электрического происхождения. Если поверхность твердого тела (металла) имеет диэлектрическую постоянную бóльшую, чем диэлектрическая постоянная жидкой фазы, то адсорбироваться должны молекулы с наибольшим моментом, причем адсорбция должна увеличиваться вместе с ростом разницы между моментами молекул металла и жидкости или, как говорят, с ростом разности «полярностей» соприкасающихся фаз. Поэтому на металле адсорбируются высокополярные составляющие смазки (кислоты, эфиры, смолы, сернистые соединения и т. п.) и, в первую очередь, те, которые обладают наибольшим моментом. Итак, маслянистость обязана своим существованием организующему влиянию сил взаимодействия, преимущественно электрической природы. Эти силы проявляются на границе твердое тело — полярная составляющая смазочных масел. Маслянистость обнаруживается как особое свойство граничного слоя и количественно ее можно попытаться оценить, опираясь либо на процессы, сопровождающие образование этого слоя, либо на свойства слоя уже образовавшегося.

В первый период исследования маслянистости оценку прочности, с которой металл удерживает на своей поверхности слой смазки, пытались производить величинами, связанными с процессами образования пленки принимая за меру молекулярного притяжения либо напряжение смачивания $\alpha \cos \Theta$, где α — поверхностное натяжение, а Θ — краевой угол, либо теплоту смачивания¹. Однако, первая из этих величин не может служить мерой молекулярной аттракции между пленкой и металлом, хотя бы потому, что масла, содержащие большое количество жирных кислот, например органические масла, на чистой стальной поверхности сохраняют высокий краевой угол и в противоположность минеральным маслам их капли на металлических поверхностях вопреки ожиданиям не растекаются ([53], стр. 22), вместе с тем они имеют более низкое α на границе с металлом по сравнению с минеральными маслами. Теплота смачивания, выделяющаяся при адсорбции за счет понижения поверхностной энергии твердого тела и адсорбированных молекул, в первом приближении пропорциональна напряженности силового поля металла и дипольному моменту адсорбируемых молекул. Ее значения для 100 г медного порошка смачиваемого расти-

¹ Строгого параллелизма при различных смачиваемых веществах не имеется, что несколько затрудняет перенос результатов одних опытов на другие.

тельными и минеральными маслами по Биргеру и Брегеру приведены в табл. 27.

Таблица 27

Наименование смазки	Парафиновое масло	Керосин	Машинное очищенное масло	Касторовое масло	Льняное масло	Машинный дистиллат	Машинное очищенное + 1% олеиновой кис. оты	Керосин + 1% олеиновой кислоты
Теплота смачивания в кал	3,85	5,30— —6,00	6,65— —5,95	11,75— —12,40	14,45— —13,25	14,55 —14,00	20,5	22,00

Данные этой таблицы хорошо увязываются с известной смазывающей способностью масел и с тем, что при выбранном методе измерения статического коэффициента трения или износа внешние показатели маслянистости обычно меняются параллельно с изменением теплоты смачивания. Однако теплота смачивания (теплота образования поверхностного слоя), определенная при комнатной температуре, не равняется работе адгезии. Она остается лишь косвенным показателем, применяемым при сравнительной оценке и не связанным с механическими свойствами адсорбционной пленки и со способностью ее уменьшать трение и износ. Являясь скорее мерой полярности смазки теплота смачивания, как критерий маслянистости не увязывается также с тем противоречивым фактом, что неочищенные или мало очищенные масла имеют более высокую маслянистость, чем масла очищенные, хотя последние обладают более высокой теплотой смачивания.

Перечисленные обстоятельства заставляют за основные показатели маслянистости принимать механические или противозносные свойства уже образовавшегося адсорбированного слоя и, в первую очередь, его фрикционные и термические свойства.

Механические свойства «твердообразного», квазикристаллического граничного слоя смазки можно характеризовать его прочностью по отношению к силам нормального давления, определяемой статическим «расклинивающим» действием, открытым Гарди и подробно исследованным Дерягиным, и прочностью по отношению к сдвигу, характеризуемой конечной величиной предельного напряжения сдвига, обнаруживающегося в существовании статического трения при наличии граничного слоя смазки.

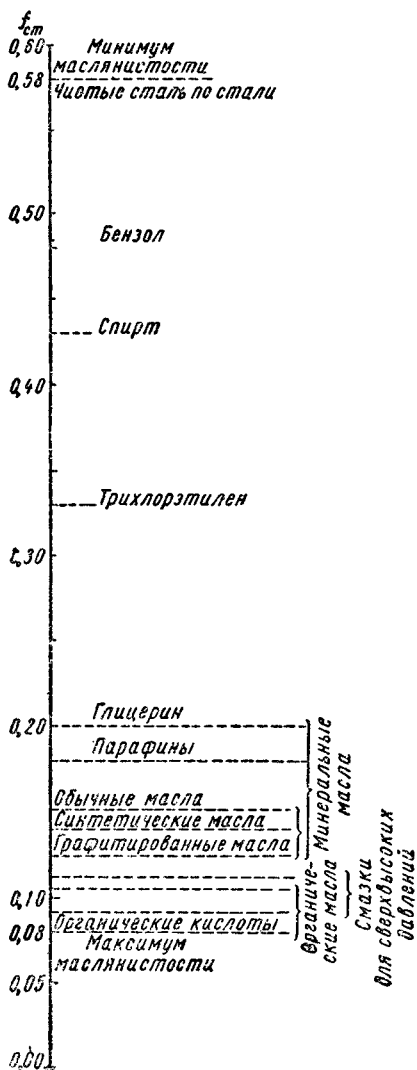
Расклинивающее действие выражается в сопротивлении утоньшению жидких пленок при сближении разделяемых ими твердых поверхностей, представляет собой явление, тесно связанное с маслянистостью, и подробно рассмотрено в [27] и [24].

О параллелизме между смазывающей способностью масел и других органических жидкостей и расклинивающим давлением, а также о зависимости последнего от толщины пленки можно судить по данным [29] табл. 28.

Таблица 28

Наименование смазки	Парафиновое масло на стали				Парафин, олео-масло + 1% олеоно-вой кислоты на стали	Вода (перегнанная 1 раз) на слюде				
	2 66	0,24	0,24	1,22		1.020	0,227	0,13	0,095	0,074
Толщина слоя в $\mu\text{м}$	2 66	0,24	0,24	1,22	1.020	0,227	0,13	0,095	0,074	0,041
Расклинивающее давление в $\text{г}/\text{см}^2$	4,4	75,0	95,0	75,0	4,4	11,4	18,4	39,5	74,7	192

Несмотря на указанный параллелизм величина сил продольной когезии в слое не может служить технической характеристикой маслянистости, в первую очередь, из-за невыясненности корреляции между ею и другими свойствами граничного слоя. Более показателен в этом отношении коэффициент статического трения f_{cm} между поверхностями, разделенными граничным слоем. Основываясь на величине f_{cm} при граничном трении стали по стали, Фогг и Гунвикс [178] предложили шкалу маслянистости, приведенную на фиг. 17. Принципиальная применимость этой шкалы в смысле параллелизма между f_{cm} и сдвиговой прочностью граничного слоя подтверждается опытами Дерягина и Самыгина [31], непосредственно обнаружившими и замерившими предельное напряжение сдвига полимолекулярных граничных слоев и быстрое возрастание этого напряжения с уменьшением толщины слоя. Однако величины, характеризующие статические свойства, не могут служить полностью характеристиками маслянистости вследствие того, что свойства тонкого слоя смазки между покоящимися и движущимися поверхностями различно, так и потому, что масла предназначены для разделения тел, находящихся в относительном движении. Шкалы маслянистости, построенные на основании опытов с одними материалами, только в общих чертах могут применяться к другим трущимся материалам, примером чего могут служить данные [163] табл. 29. В действительности коэффициент трения движения зависит не только от материала трущейся пары и смазки, но и от скорости и толщины слоя смазки, иллюстрацией чему могут служить результаты опытов [179], проведенные для пары трения сталь — бронза, представленные на фиг. 18.



Фиг. 17. Шкала маслянистости по Фоггу и Гунвикусу.

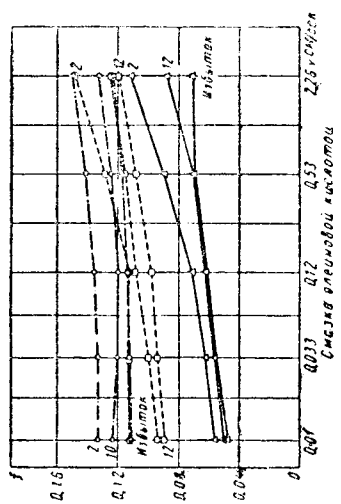
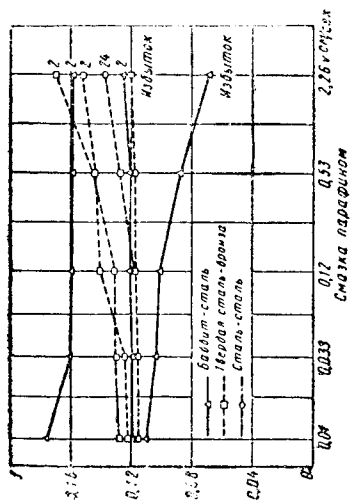
Масла	Пусковое моторное ма-ло		Пусковое мото-рое ма-сло +0,5% пль-митиновой кислоты		Масло, содержащее активные группы		Масло, содержащее активные груп-пы	
	Сталь	Бронза	Сталь	Бронза	Сталь	Бронза	Сталь	Бронза
Металлы								
Коэффициент трения покоя	0,116	0,086	0,083	0,051	0,083	0,051	0,090	0,069
Коэффициент трения движения	—	—	—	—	0,093	0,088	0,100	0,095

Шероховатость трущихся поверхностей, их приработка и способ подведения смазки также [179] влияют на величину коэффициента трения.

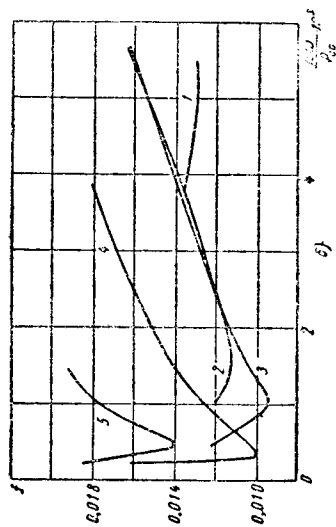
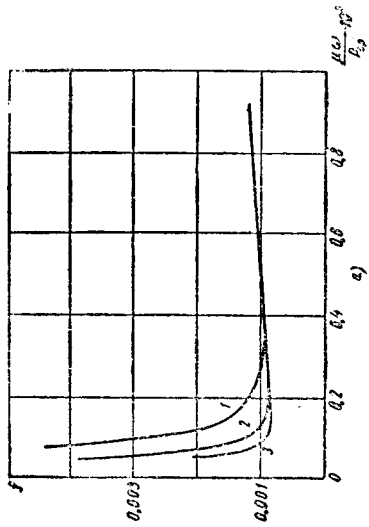
Когда о маслянистости при относительном движении поверхностей, разделяемых смазкой, судят по коэффициенту трения движения или величинам от него производным, то тем самым считают, что мерой кинетической прочности смазочной пленки являются величины, связанные с касательными напряжениями и деформациями сдвига в этой пленке. Достаточную справедливость такого предположения доказывают, например, результаты опытов [198], [107] со стальным валом и баббитовым вкладышем, изображенные на фиг. 19. Для тщательно обработанного и приработавшегося вкладыша, когда масла имели равную вязкость при комнатной температуре, для удельных давлений 19—200 $кг/см^2$ и скоростях от 0,034 до 0,14 $м/сек$ влияние маслянистости на трение представлено на фиг. 19,а. Для подшипника, хуже подогнанного и приработавшегося, при давлениях от 20 до 150 $кг/см^2$ и постоянной скорости около 1,5 $м/сек$ влияние маслянистости представлено на фиг. 19,б.

Таким образом, если под маслянистостью, понимать отличие в трении при равных исходных вязкостях и идентичных условиях испытаний, то она прежде всего зависит от наличия поверхностно активных веществ в смазке, способных образовывать устойчивые полимолекулярные пристенные слои. Вместе с тем принимать за меру маслянистости какую-либо величину коэффициента трения, например, его минимальное значение, как предлагал Герси, вряд ли возможно. Последнее объясняется многочисленностью влияющих на него факторов и неоднозначностью величины коэффициента трения в окрестности его минимума на диаграмме трения при одном и том же $\frac{\mu\omega}{P_{cp}}$ и всех

прочих равных условиях в зависимости от того изменяются ли μ , ω или P_{cp} в отдельности [197], [107]. Причем, изменение этих величин в отдельности различно влияет на изменение значе-



Фиг. 18. Зависимость коэффициентов трения от скорости при различных толщинах в микронах граничных смазочных слоев



Фиг. 19. Влияние маслянистости на трение: а — по опытам Мак-Кви: 1 — 64,25% цилиндрического масла + 35,75% керосина; 2 — легкое минеральное масло; 3 — легкое минеральное масло + 2% олеиновой кислоты; б — по опытам Рамайи и Илошной: 1 — брайтсток; 2 — брайтсток + 25% керосина; 3 — брайтсток + 50% керосина; 4 — брайтсток + 75% керосина; 5 — керосин

ния f . Более того, доказано [105], [174], что существуют критическое давление, не зависящее от вязкости и природы масла, и критическая вязкость, не зависящая от давления и природы масла, которые независимо от изменения прочих параметров, дают минимум коэффициента трения. Последнее обстоятельство является одним из наиболее веских доказательств того, что причиной маслянистости не может быть зависимость вязкости от давления, как это одно время старались доказать [105] и [174].

Достаточно устойчивым показателем маслянистости могло бы служить, как показала Захаваева [49], отношение величины A — разности работ сил трения при несмазанных и смазанных поверхностях за время, необходимое для истирания пленки заданной толщины h , к толщине этой пленки, если бы была разработана достаточно простая методика определения такого отношения. Как показали опыты [49] со стальными смазанными

поверхностями отношение A/h , где $A = Pv \int_0^{T_c} [f' - f(\tau)] d\tau$, (P —

нагрузка, v — скорость, $f(\tau)$ — возрастающий с течением времени коэффициент кинетического трения, предельное значение которого, равное f' , достигается по истечении времени T_c) не зависит от толщины слоя, нагрузки и скорости, хотя время T_c , которое Бюхе [156] предлагал принимать за меру маслянистости, уменьшается как с увеличением P , так, особенно резко, с увеличением v и повышается с возрастанием толщины слоя. При добавлении к маслу поверхностно активных веществ A/h увеличивается, причем время T_c «жизни пленки» с увеличением концентрации этих веществ перестает зависеть от толщины h слоя. С возрастанием длины цепи молекул поверхностно активных веществ A/h возрастает и тем больше, чем больше их концентрация.

Параллелизм в оценке маслянистости по методу Захаваевой и других исследователей указывает на достаточную справедливость величины A/h как относительного критерия смазывающей способности, но из-за отсутствия соответствующих опытов на подшипниках данные этого метода не приведены в соответствие с эксплуатационными показателями масла. Кроме того, эксплуатационные критерии смазывающей способности по прочности пленки на истирание и по поведению ее при постоянном возобновлении не могут быть идентичными.

Применительно к условиям, существующим в подшипниках скольжения, отсутствуют твердо установленные методы оценки маслянистости, главным образом, вследствие расхождений в результатах, получаемых на разных маслоиспытательных машинах и в реальных условиях ([90] гл. II). Поэтому основываясь на положении, что в большинстве случаев применения смазки, наиболее важным свойством является способность уменьшать

износ [84], [90], а не понижать трение, величина которого, оцениваемая по коэффициенту трения для различных смазок (при больших нагрузках), изменяется в более узких пределах, чем величина износа, в последнее время были выдвинуты новые методы оценки маслянистости. Эти методы хорошо себя зарекомендовали не только для смазок промышленных и смазок, применяемых при высоких контактных давлениях, но и для смазок, применяемых в подшипниках скольжения. Сущность этих методов сводится к оценке смазочных свойств масел по показателям, которыми можно оценить предельную прочность смазочной пленки в момент ее разрушения и начала заедания или образования пятна износа той или другой величины. Наиболее объективным показателем является, по-видимому, «критическая» температура, при которой происходит разрушение граничной пленки, величину которой Хрущов в 1946 г. сначала в виде гипотезы предложил взять за критерий смазывающей способности. Хрущов ([128], стр. 83) писал: «...критическая температура зависит только от свойств граничного смазочного слоя на металле. При достижении этой критической температуры смазочный слой разрушается, следствием чего является непосредственный контакт металлов, местное сухое трение, развитие высоких температур, а последнее может вызвать и приваривание металлов или их налипание». Критическая температура является температурой десорбции компонентов смазки, адсорбционно связанных с металлом. Техническая оценка маслянистости по критической температуре осуществлена, по идее Хрущова [134], Матвеевским [90], которые положили ее в основу разработанной им методики испытания масел на 4-шариковой машине. Согласно этой методике, при постоянной нагрузке и скорости скольжения определяется та температура масла, при которой происходит резкое увеличение коэффициента трения, сопровождаемое прерывистым движением и повышенным износом шариков. Эта температура колебалась от 100°С (вазелиновое приборное) до 210°С (МК Эмбенское). Оценка смазочной способности на 4-шариковой машине по другим показателям, например по величине предельной нагрузки до заедания, показала соответствие с температурным методом.

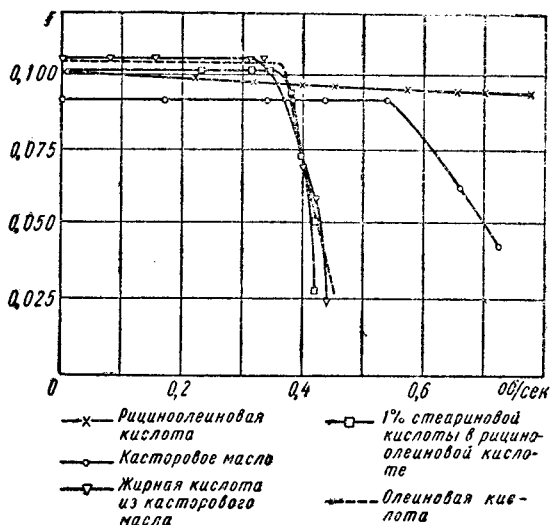
Определенные последними способами показатели прочности смазочной пленки являются «предельными», соответствующими разрушению граничного слоя и переходу трения граничного в трение сухое с последующим заеданием. Подобные условия не характерны для работы подшипников скольжения, прежде всего из-за отличия условий контакта трущихся поверхностей в 4-шариковой машине от контакта в подшипниках скольжения.

По классификации Блока [151] граничное трение можно разделить на 1) трение в условиях сосредоточенного (концентрированного) контакта, когда нагрузка распределена по не-

большой области контакта непрерывно, а давление может быть найдено по теории Герца, и 2) трение в условиях рассеянного (дисперсного) контакта, когда нагрузка распределяется дискретно по значительному числу малых истинных площадей контакта и истинное давление на фактических площадках контакта много выше среднего контактного давления по всей области соприкасания трущихся поверхностей. Первый случай соответствует трению между зубцами шестерен, в подшипниках качения, гипоидных передачах и т. п. Второй случай имеет место в подшипниках скольжения и других парах трения со значительными кажущимися поверхностями контакта. В свою очередь, граничная смазка в условиях рассеянного контакта может быть двух родов: облегченная граничная смазка при низком давлении и низких средних температурах на фактических площадках контакта при пренебрежимо малой величине подводимого извне тепла и высокотемпературная, для которой при низких давлениях на фактических площадках контакта характерны высокие температуры. Эти температуры могут быть объемными (поршень-цилиндр, муфты сцепления и т. п.) или высокими температурными вспышками на истинных поверхностях контакта при сравнительно низкой температуре между ними. Последний случай так же как и облегченное граничное смазывание имеет место в подшипниках скольжения. При облегченном граничном смазывании, для которого обычно характерны низкие скорости скольжения, назначение смазки заключается в уменьшении износа и для этого случая оценку маслянистости по противоположным показателям, вероятно, можно проводить на проволочном приборе Дерягина и Лазарева [84]. При высоких температурных вспышках на площадках фактического контакта, что имеет место при достаточно высоких относительных скоростях и местных осуществлениях прямого контакта между шипом и подшипником, как это часто бывает у быстроходных, хорошо охлаждаемых прокачиваемым маслом подшипниках, состояние смазки на площадках фактического контакта, вероятно, близко к предельным условиям, и вообще к тем, в которых смазка может находиться при испытаниях ее в 4-шариковой машине. Все же, в целом, поведение смазки при дисперсном контакте не соответствует ее поведению при концентрированном контакте. Поэтому оценка маслянистости по результатам испытаний на 4-шариковой машине может служить показателем проявления свойств, связанных с маслянистостью в применении к подшипникам лишь в той мере, в какой существует параллелизм в результатах испытаний смазок в 4-шариковой машине и в подшипнике на левой ветви диаграммы трения. Такой параллелизм имеется лишь для верхней части левой ветви диаграммы трения подшипников, в области перехода полужидкостного трения в граничное при коэффициентах трения порядка 0,02 и выше. Для этой области совокупность

свойств, связанных с маслянистостью, отлична не только количественно, но и качественно от проявления маслянистости в окрестности минимума коэффициента трения в области перехода трения гидродинамического в полужидкостное, где коэффициент трения имеет порядок 0,01 и ниже.

Непосредственными опытами переход трения полужидкостного в граничное был обнаружен Биком, Гивенсом и Смитом [105], [149], которые нашли, применяя четырехшариковый волчок, что при постоянной нагрузке и определенной критической



Фиг. 20. Переход полужидкостного трения в граничное по опытам Бика, Гивенса и Смита

скорости горизонтальные участки кривых коэффициента трения, соответствующие граничному трению, резко загибаются и уходят вниз (фиг. 20), причем смазки, известные как более маслянистые, обеспечивают этот переход при меньшей скорости. Параллельно проведенные замеры сопротивления смазывающего слоя показали, что при скоростях, близких к критическим, это сопротивление резко падает, оставаясь постоянным при больших скоростях, что рассматривается как непосредственное доказательство образования масляных клиньев около каждой микроскопической или субмикроскопической неровности. Это свойство смазки названо ими «расклинивающим действием»¹ и было большим (меньшая критическая скорость)

¹ Не смешивать со статическим расклинивающим давлением по Дерягину. В опытах Бика, Гивенса и Смита «расклинивающее действие» носит кинетический характер. Возможно, что кинетическое расклинивающее действие идентично с молекулярным расклинивающим действием Пичугина и Дерягина [100], обнаруживаемым щуповым профилометром как кажущееся понижение шероховатости при наличии слоя смазки.

у смазок, имевших большую степень ориентации на поверхности металла. По мнению Рамайи [105], молекулярные силы, обуславливающие адгезию, одновременно способствуют образованию элементарных клиньев, молекулы в которых ориентируются течением смазки. При повышении температуры кинетическое расклинивающее действие полярных веществ падает одновременно с их способностью ориентироваться на металле.

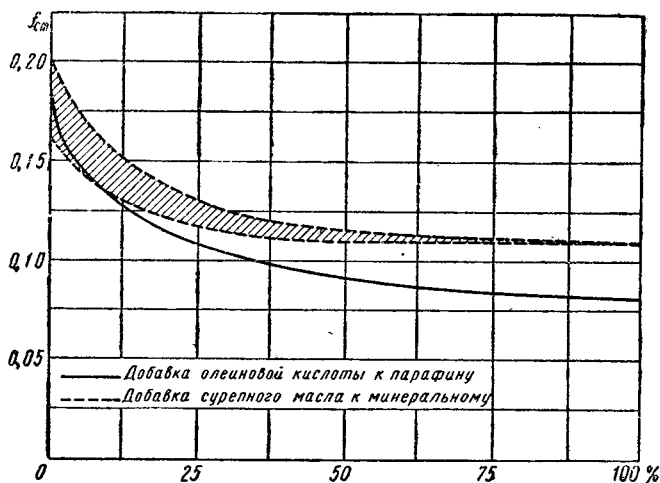
Отсутствие общих методов испытания масел на маслянистость и какого-либо единого показателя, оценивающего это свойство в различных случаях, является следствием многообразия и специфичности его проявления при различных условиях трения. Поэтому возникает потребность в разработке шкалы маслянистости по совокупности свойств, как это, например, пытается делать Виноградов с сотрудниками [12]. Общим свойством проявления маслянистости при всех обстоятельствах является ее зависимость от наличия в маслах поверхностно активных веществ и степени их ориентации на различных металлах. Поэтому присутствие в органических маслах эфиров и свободных жирных кислот является источником их высокой маслянистости. В минеральных маслах активными компонентами будут кислородсодержащие вещества — нафтеновые и карбоновые кислоты, смолы и вещества, содержащие серу. В процессе очистки большая часть этих веществ удаляется из масел, поэтому очистка дистиллатных и остаточных масел понижает их маслянистость. Особенно резко в этом отношении сказывается селективная очистка. Помимо веществ, содержащих полярные молекулы, имеющих в исходном масле, компоненты, содержащие активные молекулы, могут образовываться в масле в процессе его старения, связанного главным образом с окислением масла кислородом воздуха и образованием карбоновых и окискарбоновых кислот, альдегидов, спиртов, фенолов и т. п. Однако эффективное повышение маслянистости минеральных масел при отсутствии влияния на их другие свойства может быть достигнуто лишь путем ввода в масла в небольшом количестве специальных присадок или других поверхностно активных веществ, влияние которых в зависимости от концентрации может иллюстрироваться данными [178] фиг. 21.

Здесь показано изменение статического коэффициента трения стали по стали в зависимости от концентрации поверхностно активного вещества при температурах от 20 до 100° С. Общим свойством присадок, повышающих маслянистость за счет образования вследствие адсорбции граничного слоя, является их высокая полярность. Кроме того, значительная часть присадок, предназначенных для работы при сверхвысоких нагрузках¹, химически взаимодействуют с металлом при нагреве поверхности, а это ведет к тому, что поверхностный слой ме-

¹ Химизм и действия таких присадок достаточно подробно освещены в [136], стр. 172—184; [53], стр. 16—19.

галла оказывается совершенно измененным в составе и свойствах. При этом низкое трение обычно сопровождается повышенным износом.

В маслах для тяжело нагруженных подшипников скольжения наибольшее распространение получили присадки, содержащие серу или серу и хлор. Многие из подобных присадок, а также присадки, содержащие хлор и фосфор, являются веществами химически активными и для их молекул адсорбция



Фиг. 21. Влияние поверхностно активных добавок на трение.

является лишь начальной стадией процесса взаимодействия с металлом с последующим образованием на поверхности металла продуктов реакции его с присадкой, отличающихся по температуре плавления, твердости и т. п. от самого металла. В результате этого при трении поверхность металла как бы полируется¹, что обеспечивает облегчение кинетического расклинивающего действия и понижение трения и износа.

Для подшипников, находящихся в более легких условиях работы, когда наиболее невыгодные условия трения носят полужидкостной характер, надлежащая маслянистость может быть обеспечена либо естественно, или путем добавки кислородсодержащих соединений. В последнем случае более высокая маслянистость уменьшает износ, который может происходить и в области минимума коэффициента трения. При добавлении же химически активных присадок может быть облегчен переход от трения полужидкостного к гидродинамическому, поскольку такая присадка, увеличивая износ, ускоряет приработку.

¹ Для фосфоросодержащих веществ подробное исследование процесса химической полировки проведено Биком, Гивенсом и Вильямсом [150], так же [105], стр. 30—33 [136], стр. 180—184.

КОЛИЧЕСТВЕННЫЕ ПРЕДПОСЫЛКИ И ПРОБЛЕМАТИКА ТЕОРИИ ПОДШИПНИКОВ СКОЛЬЖЕНИЯ

Особенности жидкостного трения, качественно проанализированные в первой главе, для своего количественного описания требуют применения аппарата, который отражал бы прежде всего наиболее существенные части явления. Начиная с классических трудов Петрова и в продолжение последующих трех четвертей века опытами и сравнением их результатов с теорией неизменно подтверждался факт ламинарности течения смазки между шипом и подшипником, т. е. как говорит Петров ([99], стр. 364): «...в машинах твердые части отделены одна от другой слоем жидкости, что трение хорошо смазанных тел есть результат прилипания слоя жидкости к каждому из двух тел, которые она смазывает, что в результате этого прилипания часть жидкости, связанная с одним из твердых тел, скользит по другой части жидкости, связанной с другим твердым телом, и что скольжение одного слоя жидкости по другому сопровождается точно таким же трением как то, которое рассматривается как трение смазанных твердых тел.

Остановившись на этой точке зрения, нам приходится рассматривать трение хорошо смазанных твердых тел как гидродинамическую задачу».

Последние из приведенных здесь слов, неизменно подтверждались почти полным совпадением результатов теории и опыта во всех тех случаях, когда обстановка опыта достаточно хорошо соответствовала допущениям теории. Поэтому, теоретической основой исследования процессов, протекающих в смазочном слое подшипника, в общем случае является гидродинамика ламинарных течений вязкой жидкости.

10. ОБЩИЕ УРАВНЕНИЯ ГИДРОДИНАМИКИ ВЯЗКОЙ, СЖИМАЕМОЙ И ТЕПЛОПРОВОДЯЩЕЙ ЖИДКОСТИ

Общие уравнения движения жидкости выражают три фундаментальных закона сохранения: закон сохранения массы, закон сохранения импульса и закон сохранения энергии.

а) Закон сохранения массы записывается в виде уравнения неразрывности или сплошности

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial (\rho v_x)}{\partial x} + \frac{\partial (\rho v_y)}{\partial y} + \frac{\partial (\rho v_z)}{\partial z} = 0, \quad (47)$$

в котором через v_x , v_y , v_z обозначены проекции скорости жидкости в данной точке на оси прямоугольной декартовой системы координат, ρ — ее плотность в той же точке и t — время.

Это уравнение выражает, что изменение массы жидкости в любом малом объеме равно потоку жидкости через поверхность, окружающую этот объем. Оно связывает локальные и конвективные (осуществляемые переносом) изменения плотностей жидкости с изменениями скоростей, выражаемыми, так называемой, дивергенцией Θ вектора скорости

$$\Theta = \frac{\partial v_x}{\partial x} + \frac{\partial v_y}{\partial y} + \frac{\partial v_z}{\partial z} \quad (48)$$

при переходе от данной фиксированной точки пространства к другой.

б) Закон сохранения импульса в виде системы уравнений движения вязкой жидкости ([111], стр. 59), ([120], гл. VI), ([69], т. II, стр. 271) представляет специфическую запись теоремы об изменении количества движения в малом фиксированном объеме вязкой среды:

$$\rho \left(\frac{\partial v_k}{\partial t} + v_x \frac{\partial v_k}{\partial x} + v_y \frac{\partial v_k}{\partial y} + v_z \frac{\partial v_k}{\partial z} \right) = \rho G_k - \frac{\partial p}{\partial k} + 2 \frac{\partial}{\partial k} \left(\mu \frac{\partial v_k}{\partial k} \right) +$$

$$+ \frac{\partial}{\partial l} \left[\mu \left(\frac{\partial v_l}{\partial k} + \frac{\partial v_k}{\partial l} \right) \right] + \frac{\partial}{\partial m} \left[\mu \left(\frac{\partial v_m}{\partial k} + \frac{\partial v_k}{\partial m} \right) \right] - \frac{2}{3} \cdot \frac{\partial}{\partial k} \mu \Theta, \quad (49)$$

$$k, l, m = x, y, z,$$

где Θ определяется формулой (48), а G_k обозначает проекцию объемной силы на ось k . Уравнения (49) показывают, что изменение количества движения вязкой жидкости в малом фиксированном объеме равняется потоку количества движения через поверхность, окружающую этот объем, сложенному с массовыми и поверхностными силами, приложенными к этому объему.

В основу вывода системы (49) были положены некоторые допущения, относящиеся к природе вязких жидкостей, точнее, к природе поверхностных сил, приложенных к объему, выделенному внутри жидкости.

Первое из этих допущений предполагает, что компоненты тензора напряжений зависят только от компонент тензора скоростей деформаций; второе допущение является констатацией изотропности свойств жидкости в объеме, т. е. однородности

ее в различных направлениях, чему эквивалентно допущение о совпадении главных осей напряжений и скоростей деформаций в каждой точке жидкости; остальные допущения являются обобщением гипотезы Ньютона, выражаемой соотношением (5). Эти обобщения сводятся к следующему. Во-первых, тензор напряжений линейно зависит от тензора скоростей деформаций. Во-вторых, интенсивность касательных напряжений прямо пропорциональна интенсивности скоростей деформаций, иначе говоря, каждая компонента касательного напряжения прямо пропорциональна соответствующей скорости деформаций сдвига, причем коэффициент пропорциональности равен удвоенному коэффициенту вязкости. В-третьих, взятое с обратным знаком среднее арифметическое из трех нормальных напряжений, приведенных к трем взаимно перпендикулярным площадкам, проведенных через данную точку в жидкости, равно гидродинамическому давлению p в этой точке жидкости. Соблюдение третьего из этих допущений и условия линейности связи между напряжениями и деформациями эквивалентно предположению о независимости коэффициента вязкости (коэффициента пропорциональности напряжений, деформациям) от гидродинамического давления и нормальной производной скорости, а также условию прямой пропорциональности главных скоростей удлинения и разности между главным нормальным напряжением и гидродинамическим давлением в данной точке. Из последнего заключения, а также второго и третьего обобщений гипотезы Ньютона вытекает совпадение составляющих тензора напряжений при отсутствии вязкости с соответствующими составляющими тензора напряжений в идеальной жидкости.

Обобщения гипотезы Ньютона позволяют установить дифференциальную связь между компонентами напряжений и скоростями движения частиц жидкости в виде:

$$p_k = -p + 2\mu \frac{\partial v_k}{\partial k} - \frac{2}{3} \mu \Theta; \quad (50)$$

$$\tau_{lm} = \mu \left(\frac{\partial v_m}{\partial l} + \frac{\partial v_l}{\partial m} \right);$$

$$k, l, m = x, y, z.$$

Хотя рассмотренные обобщения гипотезы Ньютона произвольны и не столь очевидны, как сама эта гипотеза в первоначальной форме, в виде формулы (5), однако система уравнений (49) и формулы (50) правильно передают закономерности движения вязкой жидкости, что вытекает из неизменного подтверждения экспериментом частных решений для некоторых отдельных движений, полученных в настоящее время¹.

¹ Условие независимости коэффициента вязкости от давления не всегда отвечает опыту, поэтому приходится эту зависимость вводить самостоятельно.

в) Закон сохранения энергии выражается уравнением баланса энергии, называемого еще уравнением притока внутренней энергии или уравнением притока тепла ([111], стр. 83), ([69], т. II, стр. 312). Если через E обозначить внутреннюю энергию единицы массы, а через λ коэффициент теплопроводности жидкости, то уравнение притока тепла за единицу времени в фиксированной частице с постоянной массой и температурой T , можно записать в форме

$$\rho \left(\frac{\partial E}{\partial t} + v_x \frac{\partial E}{\partial x} + v_y \frac{\partial E}{\partial y} + v_z \frac{\partial E}{\partial z} \right) = \epsilon - p\Theta +$$

$$+ \frac{1}{A} \left[\frac{\partial}{\partial x} \left(\lambda \frac{\partial T}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\lambda \frac{\partial T}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(\lambda \frac{\partial T}{\partial z} \right) \right] + D, \quad (51)$$

где Θ по-прежнему определяется формулой (48), ϵ — приток тепла за единицу времени в единице объема, происходящий по причинам, отличным от теплопроводности, например, путем лучеиспускания, $A = \frac{1}{427}$ ккал/кгм термический эквивалент работы, а

$$D = \mu \left[2 \left(\frac{\partial v_x}{\partial x} \right)^2 + 2 \left(\frac{\partial v_y}{\partial y} \right)^2 + 2 \left(\frac{\partial v_z}{\partial z} \right)^2 + \left(\frac{\partial v_x}{\partial y} + \frac{\partial v_y}{\partial x} \right)^2 + \right.$$

$$\left. + \left(\frac{\partial v_x}{\partial z} + \frac{\partial v_z}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial v_y}{\partial z} + \frac{\partial v_z}{\partial y} \right)^2 \right] - \frac{2}{3} \mu \Theta^2, \quad (52)$$

так называемая диссипативная функция, представляющая собой механическую работу сил вязкости, выделившуюся необратимо в виде тепла в единице объема жидкости за единицу времени.

Уравнение (51) показывает, что в фиксированном малом объеме жидкости изменение полной энергии, складывающейся из кинетической и внутренней энергии, равно потоку кинетической и внутренней энергии через поверхность, окружающую этот объем, тепловому потоку через эту же поверхность, сложенному с работой напряжений над этим объемом.

В случае неизотермических течений вязкой сжимаемой жидкости величинами, подлежащими определению, являются $v_x, v_y, v_z, \rho, \rho, T, \mu, \lambda$; в случае же течений изотермических ($T = \text{const}$) необходимо определить $v_x, v_y, v_z, \rho, \rho, \mu$.

Для нахождения этих величин мы имеем уравнение сплошности, три уравнения движения и для неизотермического течения уравнение притока тепла. Таким образом, при неизотермическом течении число уравнений на три меньше числа опре-

деляемых величин, а при изотермическом на два, поэтому требуются дополнительные соотношения для получения полной системы уравнений.

Такими дополнительными соотношениями, замыкающими систему необходимых уравнений и делающими ее полной, при неизотермических течениях являются зависимости коэффициента теплопроводности λ и коэффициента вязкости μ от величин, определяющих состояние жидкости, — давления p и температуры T ,

$$\lambda = \lambda(p, T); \quad (53)$$

$$\mu = \mu(p, T) \quad (54)$$

и уравнение состояния среды, связывающее давление, плотность и температуру

$$p = f(\rho, T). \quad (55)$$

При течениях изотермических двумя необходимыми дополнительными соотношениями является зависимость вязкости от давления

$$\mu = \mu(p) \quad (56)$$

и уравнение состояния, связывающее давление с плотностью

$$p = f_1(\rho). \quad (57)$$

Зависимости λ и μ от параметров состояния даются формулами, имеющими теоретическое обоснование для газов и эмпирическими формулами для нефтепродуктов, которые были рассмотрены нами в двух предыдущих главах. Уравнение состояния для несжимаемых жидкостей записывается в виде условия постоянства плотности

$$\rho = \text{const}, \quad (58)$$

а для газов с большой точностью подчиняется уравнению Клапейрона

$$p = gR\rho T, \quad (59)$$

где R — газовая постоянная, а g — ускорение силы тяжести. При изотермическом течении газа из формулы (59) следует, что

$$p = \frac{p_0}{\rho_0} \cdot \rho, \quad (60)$$

где p_0 — давление и ρ_0 — плотность газа в некотором фиксированном состоянии.

Если рассматривать неизотермические течения, в которых теплообмен описывается при помощи уравнения некоторой поли-

тропы, то необходимость в применении уравнения (51) притока тепла отпадает, поскольку в этом случае, процессы, связанные с переносом тепла, в среднем отражаются показателем политропы, а температура может быть найдена путем комбинации уравнения политропы и уравнения состояния. Сказанное, конечно, справедливо для газов и газовых смесей. При исследовании неизотермических течений несжимаемых жидкостей нельзя избежать использования уравнения (51).

Таким образом, количественное изучение движения вязкой сжимаемой и теплопроводящей жидкости сводится к совместному решению системы уравнений (47), (49), (51), (53), (54), (55), часть из которых нелинейна. Решения этой системы будут содержать произвольные функции, для определения которых необходимо задать условия, характеризующие поведение жидкости на поверхностях, ограничивающих рассматриваемый поток, а также динамическое и термическое состояние жидкости в фиксированный момент времени в случае неустановившегося движения. Эти условия называются краевыми. Первая группа краевых условий называется граничными краевыми условиями, а вторая — начальными условиями. Начальные условия сводятся к тому, что для некоторого фиксированного момента времени задается распределение скоростей, давлений и температур во всех точках жидкости.

Граничные условия для Ньютоновских жидкостей и для тех, о которых в этой книге будет идти речь, представляют кинематические и термические условия, которые должны выполняться на стенках, ограничивающих исследуемый поток.

Первая группа граничных условий, справедливая не только для вязких, но и для идеальных (невязких) жидкостей, требует выполнения равенства проекций на нормаль к поверхности стенок векторов скоростей частиц жидкости и соответствующих точек твердой стенки и выражает, что жидкость не может отрываться от стенок и проникать сквозь них.

Вторая группа граничных условий является выражением, отсутствия скольжения (прилипание) вязкой жидкости вдоль стенок, рассмотренного в гл. 1, § 2.

В третьей группе граничных условий задается температура для точек жидкости, примыкающих к стенке, или тепловой поток, поступающий через стенки внутрь жидкости.

Общее решение полной системы уравнений (47), (49), (51), (53), (54), (55) и даже более простой системы уравнений (47), (49) для изотермического течения несжимаемой жидкости представляет непреодолимые математические трудности из-за нелинейности входящих сюда уравнений. Решения этих уравнений можно получить лишь в некоторых частных случаях, когда указанные уравнения допускают линеаризацию, либо благодаря форме самого потока, как например в течениях Громеки-Куэтта или Пуазейля, либо благодаря тому, что можно отбро-

силь или упростить квадратичные слагаемые в уравнениях (49), (51) и тем самым эти уравнения упростить. Последнее возможно, конечно, лишь в случае, если такое отбрасывание физически обосновано. Подобные же обоснования требуют соблюдения определенных условий кинематического и динамического характеров.

Смазочный слой, разделяющий трущиеся поверхности твердых тел, имеет толщину во много раз меньшую, чем размеры его в двух других направлениях. Это чисто геометрическое обстоятельство приводит к динамическим соотношениям, позволяющим упростить как уравнения движения, так и уравнение притока тепла, и сделать гидродинамику вязкой жидкости реальным орудием при исследовании жидкостного трения. Физические ограничения, вытекающие из таких упрощений, и общий характер получающихся при этом особенностей течений мы сейчас рассмотрим.

11. ИСХОДНЫЕ УРАВНЕНИЯ ГИДРОДИНАМИЧЕСКОЙ ТЕОРИИ СМАЗКИ

Чтобы из системы уравнений (47), (49), (51) получить уравнения, характеризующие движение вязкой сжимаемой и теплопроводящей жидкости в тонком слое, перейдем, следуя Слезкину [112], ([111], стр. 194), к безразмерным переменным¹, положив:

$$x = r \cdot x; \quad y = \Delta y; \quad z = Lz; \quad v_x = U \cdot v_x; \quad v_y = Vv_y;$$

$$v_z = U \cdot v_z; \quad \rho = \rho_0 \bar{\rho}; \quad \mu = \mu_0 \bar{\mu}; \quad t = t_1 \tau;$$

$$p = \frac{\mu_0 r U}{\Delta^2} \bar{p}; \quad \psi = \frac{\Delta}{r},$$

где черточками сверху обозначены соответствующие безразмерные величины, а множителями перед безразмерными величинами являются характерные длины, скорости, плотность, вязкость и время.

Примем, что размер слоя жидкости в направлении оси y гораздо меньше, чем в двух других направлениях, т. е. что Δ мал по сравнению с r и L . В этом случае течение происходит преимущественно в направлениях осей x и z . Записывая систему (49) в безразмерной форме, сможем ей придать вид:

$$\frac{\text{Re}}{\psi^2} \text{Sh} \frac{\partial v_x}{\partial \tau} + \frac{\text{Re}}{\psi^2} \rho \left(v_x \frac{\partial v_x}{\partial x} + \frac{V}{U} \cdot \frac{1}{\psi} \cdot v_y \frac{\partial v_x}{\partial y} + \right. \\ \left. + \frac{r}{L} v_z \frac{\partial v_x}{\partial z} \right) = \frac{\text{Re}}{\psi^2} \cdot \frac{1}{\text{Fr}} \rho G_x - \frac{1}{\psi^2} \cdot \frac{\partial p}{\partial x} -$$

¹ Чертой наверху обозначаются безразмерные величины.

$$\begin{aligned}
& -\frac{2}{3} \cdot \frac{\partial}{\partial x} (\mu \Theta) + 2 \frac{\partial}{\partial x} \left(\mu \frac{\partial v_x}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left[\mu \left(\frac{V}{U} \cdot \frac{1}{\psi} \cdot \frac{\partial v_y}{\partial x} + \right. \right. \\
& \quad \left. \left. + \frac{1}{\psi^2} \cdot \frac{\partial v_x}{\partial y} \right) \right] + \frac{\partial}{\partial z} \left[\mu \left(\frac{r}{L} \cdot \frac{\partial v_z}{\partial x} + \frac{r^2}{L^2} \cdot \frac{\partial v_x}{\partial z} \right) \right], \\
& \frac{\text{Re}}{\psi^2} \cdot \text{Sh} \frac{V}{U} \rho \frac{\partial v_y}{\partial \tau} + \frac{\text{Re}}{\psi^2} \cdot \frac{V}{U} \rho \left(v_x \frac{\partial v_y}{\partial x} + \frac{V}{U} \cdot \frac{1}{\psi} v_y \frac{\partial v_y}{\partial y} + \right. \\
& \quad \left. + \frac{r}{L} v_z \frac{\partial v_y}{\partial z} \right) = \frac{\text{Re}}{\psi^2} \cdot \frac{1}{\text{Fr}} \cdot \rho G_y - \frac{1}{\psi^3} \frac{\partial p}{\partial v} - \\
& - \frac{1}{\psi} \cdot \frac{2}{3} \cdot \frac{\partial}{\partial y} (\mu \Theta) + \frac{1}{\psi^2} \cdot \frac{V}{U} \cdot 2 \frac{\partial}{\partial y} \left(\mu \frac{\partial v_y}{\partial y} \right) + \\
& + \frac{\partial}{\partial z} \left[\mu \left(\frac{1}{\psi} \cdot \frac{r}{L} \cdot \frac{\partial v_z}{\partial y} + \frac{V}{U} \cdot \frac{r^2}{L^2} \cdot \frac{\partial v_y}{\partial z} \right) \right] + \\
& \quad + \frac{\partial}{\partial x} \left[\mu \left(\frac{1}{\psi} \cdot \frac{\partial v_x}{\partial y} + \frac{V}{U} \cdot \frac{\partial v_y}{\partial x} \right) \right]; \\
& \frac{\text{Re}}{\psi^2} \text{Sh} \frac{L}{r} \rho \frac{\partial v_z}{\partial \tau} + \frac{\text{Re}}{\psi^2} \cdot \frac{L}{r} \rho \left(v_x \frac{\partial v_z}{\partial x} + \frac{V}{U} \cdot \frac{1}{\psi} v_y \frac{\partial v_z}{\partial y} + \right. \\
& \quad \left. + \frac{r}{L} v_z \frac{\partial v_z}{\partial z} \right) = \frac{\text{Re}}{\psi^2} \cdot \frac{1}{\text{Fr}} \cdot \frac{L}{r} \rho G_z - \frac{1}{\psi^2} \cdot \frac{\partial p}{\partial z} - \\
& - \frac{2}{3} \cdot \frac{\partial}{\partial z} (\mu \Theta) + \frac{r}{L} \cdot 2 \frac{\partial}{\partial z} \left(\mu \frac{\partial v_z}{\partial z} \right) + \\
& \quad + \frac{\partial}{\partial x} \left[\mu \left(\frac{\partial v_x}{\partial z} + \frac{L}{r} \cdot \frac{\partial v_z}{\partial x} \right) \right] + \\
& \quad + \frac{\partial}{\partial y} \left[\mu \left(\frac{1}{\psi} \cdot \frac{V}{U} \cdot \frac{\partial v_y}{\partial z} + \frac{1}{\psi^2} \cdot \frac{L}{r} \cdot \frac{\partial v_z}{\partial y} \right) \right],
\end{aligned}$$

где $\Theta = \frac{\partial v_x}{\partial x} + \frac{V}{U} \cdot \frac{1}{\psi} \cdot \frac{\partial v_y}{\partial y} + \frac{r}{L} \cdot \frac{\partial v_z}{\partial z}$, а Re, S и Fr — безразмерные комплексы, являющиеся характеристическими числами течения. Черточки над безразмерными длинами, скоростями, плотностями и вязкостями в этих уравнениях опущены.

Числом Рейнольдса

$$\text{Re} = \frac{\rho_0 U \Delta}{\mu_0} \cdot \frac{\Delta}{r} \quad (61)$$

оценивается отношение сил инерции к силам вязкости. Наибольшей величины силы инерции достигает в направлениях x и z и выражаются вдоль x членом $\rho v_x \frac{\partial v_x}{\partial x}$. Из сил вязко-

сти наибольшей величины достигает член $\frac{\partial}{\partial y} \left(\mu \frac{\partial v_x}{\partial y} \right)$ также вдоль направления x . Отношение этих двух слагаемых, выраженное в характерных параметрах, и дает число Рейнольдса.

Кинематический параметр $Sh = \frac{r}{Ut_1}$, называемый числом Струхалия, характеризует быстроту изменения процесса при неустановившемся движении, а числом Фруда $Fr = \frac{U^2}{Gr}$, где G — характерная величина массовых сил, дается сравнительная оценка сил инерции и массовых сил. В случаях, с которыми приходится иметь дело в гидродинамической теории смазки, Fr изменяется в пределах от 0,1 до 2000, а S имеет величину $\frac{1}{2\pi}$.

При преобладании сил вязкости над силами инерции для течения жидкости в тонком слое могут представиться два случая.

В первом случае величина

$$\frac{Re}{\psi^2} = \frac{\rho_0 U r}{\mu_0}, \quad (62)$$

также представляющая некоторое число Рейнольдса, может быть столь мала, что слагаемыми уравнениями движения, содержащими эту величину множителем, можно пренебречь сравнительно с другими слагаемыми. Тогда уравнения движения жидкости упрощаются и в размерной форме записываются в виде:

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial p}{\partial x} &= 2 \frac{\partial}{\partial x} \left(\mu \frac{\partial v_x}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left[\mu \left(\frac{\partial v_y}{\partial x} + \frac{\partial v_x}{\partial y} \right) \right] + \\ &+ \frac{\partial}{\partial z} \left[\mu \left(\frac{\partial v_z}{\partial x} + \frac{\partial v_x}{\partial z} \right) \right] - \frac{2}{3} \cdot \frac{\partial}{\partial x} (\mu \Theta), \\ \frac{\partial p}{\partial y} &= 2 \frac{\partial}{\partial y} \left(\mu \frac{\partial v_y}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left[\mu \left(\frac{\partial v_z}{\partial y} + \frac{\partial v_y}{\partial z} \right) \right] + \\ &+ \frac{\partial}{\partial x} \left[\mu \left(\frac{\partial v_x}{\partial y} + \frac{\partial v_y}{\partial x} \right) \right] - \frac{2}{3} \cdot \frac{\partial}{\partial y} (\mu \Theta), \\ \frac{\partial p}{\partial z} &= 2 \frac{\partial}{\partial z} \left(\mu \frac{\partial v_z}{\partial z} \right) + \frac{\partial}{\partial x} \left[\mu \left(\frac{\partial v_x}{\partial z} + \frac{\partial v_z}{\partial x} \right) \right] + \\ &+ \frac{\partial}{\partial y} \left[\mu \left(\frac{\partial v_y}{\partial z} + \frac{\partial v_z}{\partial y} \right) \right] - \frac{2}{3} \cdot \frac{\partial}{\partial z} (\mu \Theta). \end{aligned} \right\} \quad (63)$$

Особенностью этих уравнений является их линейность по отношению к скоростям, что принципиально несколько упрощает исследование соответствующих течений. Движения жидкости, достаточно точно описываемые этими уравнениями, называются ползущими.

Необходимо отметить, что малость числа $\frac{Re}{\psi^2}$ означает малость главного слагаемого сил инерции $\rho v_x \frac{\partial v_x}{\partial x}$ не только сравнительно с главным слагаемым сил вязкости $\frac{\partial}{\partial x} \left(\mu \frac{\partial v_x}{\partial x} \right)$, но и с тем слагаемым сил вязкости $\frac{\partial}{\partial x} \left(\mu \frac{\partial v_x}{\partial x} \right)$, которым отношение $\frac{Re}{\psi^2}$ определяется как некоторое число Рейнольдса с характерным линейным размером r .

Во втором случае величина $\frac{Re}{\psi^2}$ имеет порядок $\frac{1}{\psi}$, т. е. силы инерции жидкости могут быть и не малыми, но силы вязкости превосходят их в $\frac{1}{\psi}$ раз, так что количество $\frac{\rho r U \Delta}{\mu_0}$, имеющее смысл некоторого нового числа Рейнольдса будет иметь порядок величины единицы. Если теперь в исходных уравнениях движения отбросить слагаемые порядка ψ и выше сравнительно с единицей, то придем к системе, которая в размерных величинах запишется так:

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial p}{\partial x} &= \frac{\partial}{\partial y} \left(\mu \frac{\partial v_x}{\partial y} \right); \\ \frac{\partial p}{\partial y} &= 0; \\ \frac{\partial p}{\partial z} &= \frac{\partial}{\partial y} \left(\mu \frac{\partial v_z}{\partial y} \right). \end{aligned} \right\} \quad (64)$$

При взятой степени приближения уравнения (64) справедливы как для несжимаемой, так и сжимаемой жидкости. Эта система уравнений носит название уравнений Рейнольдса для смазочного слоя [108], [99], [112], [111]. Характерным для этой степени приближения является постоянство давления по толщине смазочного слоя с точностью до величин порядка ψ сравнительно с единицей.

В системе (64) отброшены не только члены, учитывающие квадратичные силы инерции, но и второстепенные слагаемые сил трения. В системе же (63) отброшены лишь слагаемые, соответствующие квадратичным силам инерции. Поэтому решения

системы (63) справедливы также и для течений, у которых силы инерции не очень малы, но в этих случаях указанные решения будут содержать слагаемые порядка ψ и выше. С точностью, с которой получена система (64), тем же путем из выражений (50) нетрудно получить:

$$\left. \begin{aligned} p_x = p_y = p_z = -p; \\ \tau_{xy} = \mu \frac{\partial v_x}{\partial y}; \\ \tau_{zy} = \mu \frac{\partial v_z}{\partial y}; \\ \tau_{xz} = 0. \end{aligned} \right\} \quad (65)$$

Для ползущих движений выражения (50) остаются без изменений.

Не только для газов, но с достаточной степенью точности и для жидкостей внутреннюю энергию E можно считать равной произведению теплоемкости при постоянном объеме c_v среды на ее температуру T . Отсюда введя характерные перепады температур $T_2 - T_1$, теплопроводность λ_0 и теплоемкость c_{v_0} так, что $T = (T_2 - T_1)\bar{T}$, $\lambda = \lambda_0 \cdot \bar{\lambda}$, $c_v = c_{v_0} \cdot \bar{c}_v$, где черта сверху обозначает соответствующие безразмерные величины, уравнение притока тепла (51) в безразмерном виде, при $\varepsilon = 0$ можно записать так:

$$\begin{aligned} \frac{Pe}{\psi^2} \cdot \text{Sh} \frac{\partial(c_v T)}{\partial \tau} + \frac{Pe}{\psi^2} \left(v_x \frac{\partial c_v T}{\partial x} + \frac{1}{\psi} \cdot \frac{V}{U} \frac{\partial c_v T}{\partial y} + \right. \\ \left. + \frac{r}{L} v_z \frac{\partial c_v T}{\partial z} \right) = - \frac{\lambda}{\psi^2} \cdot p \Theta + \frac{\partial}{\partial x} \left(\lambda \frac{\partial T}{\partial x} \right) + \\ + \frac{1}{\psi^2} \cdot \frac{\partial}{\partial y} \left(\lambda \frac{\partial T}{\partial y} \right) + \frac{r^2}{L^2} \cdot \frac{\partial}{\partial z} \left(\lambda \frac{\partial T}{\partial z} \right) + \lambda \bar{D}. \end{aligned}$$

При этом безразмерное выражение для диссипативной функции имеет вид:

$$\begin{aligned} \bar{D} = \mu \left[2 \left(\frac{\partial v_x}{\partial x} \right)^2 + 2 \frac{1}{\psi^2} \frac{V^2}{U^2} \left(\frac{\partial v_y}{\partial y} \right)^2 + 2 \frac{r^2}{L^2} \left(\frac{\partial v_z}{\partial z} \right)^2 + \right. \\ \left. + \left(\frac{1}{\psi} \cdot \frac{\partial v_x}{\partial y} + \frac{V}{U} \cdot \frac{\partial v_y}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{r}{L} \cdot \frac{\partial v_x}{\partial z} + \frac{\partial v_z}{\partial x} \right)^2 + \right. \\ \left. + \left(\frac{r}{L} \cdot \frac{V}{U} \cdot \frac{\partial v_y}{\partial z} + \frac{1}{\psi} \cdot \frac{\partial v_z}{\partial y} \right)^2 - \frac{2}{3} \Theta^2 \right]. \end{aligned}$$

Через Pe обозначено число Пекле, равное

$$Pe = \frac{g \rho_0 c_{v_0}}{\lambda_0} \cdot \frac{U \Delta^2}{r},$$

а Λ назовем вязкостно-температурным критерием:

$$\Lambda = \frac{\mu_0 U^2 A}{\lambda_0 (T_2 - T_1)}.$$

Число Пекле характеризует конвективный перенос тепла и является мерой отношения количества тепла, перенесенного потоком при его движении, к количеству тепла, переданного теплопроводностью. До некоторой степени число Пекле является аналогом числа Рейнольдса.

Для ползущих движений, у которых $\frac{Pe}{\psi^2}$ мало, уравнение притока тепла, дополняющее систему (63), упрощается и в размерной форме записывается так:

$$p\Theta = \frac{1}{A} \left[\frac{\partial}{\partial x} \left(\lambda \frac{\partial T}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\lambda \frac{\partial T}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(\lambda \frac{\partial T}{\partial z} \right) \right] + \overline{D}, \quad (66)$$

где \overline{D} определяется формулой (52).

В случае, когда $\frac{Pe}{\psi^*}$ имеет порядок $\frac{1}{\psi}$, т. е. силы инерции жидкости не малы и велики силы вязкости, могут представиться два случая. В первом случае вязкостно-температурный критерий Λ имеет порядок ψ так же, как и перепад температуры $\frac{\partial T}{\partial y}$ по толщине слоя. Тогда, сохраняя слагаемые, имеющие порядок не менее $\frac{1}{\psi}$, уравнение притока тепла в размерном виде запишется так:

$$\begin{aligned} \frac{\rho g}{A} \left(\frac{\partial c_v T}{\partial t} + v_x \frac{\partial c_v T}{\partial x} + v_z \frac{\partial c_v T}{\partial z} \right) + p\Theta = \\ = \frac{1}{A} \cdot \frac{\partial}{\partial y} \left(\lambda \frac{\partial T}{\partial y} \right) + \mu \left[\left(\frac{\partial v_x}{\partial y} \right)^2 + \left(\frac{\partial v_z}{\partial y} \right)^2 \right]. \end{aligned} \quad (67)$$

Этот случай может иметь место при небольших скоростях U и значительных перепадах температур $T_2 - T_1$. Во втором случае, когда скорости U значительны, а перепады $T_2 - T_1$ температур малы и число Λ имеет порядок единицы, уравнение притока тепла можно записать:

$$p\Theta = \frac{1}{A} \cdot \frac{\partial}{\partial y} \left(\lambda \frac{\partial T}{\partial y} \right) + \mu \left[\left(\frac{\partial v_x}{\partial y} \right)^2 + \left(\frac{\partial v_z}{\partial y} \right)^2 \right]. \quad (68)$$

Здесь, как и при ползущих движениях, конвективный перенос тепла в общем балансе энергий пренебрежимо мал, но причины этого в том и другом случаях различны. При ползущих движениях малость конвективного переноса обуславливается малостью скоростей, а в последнем случае малостью перепада температур.

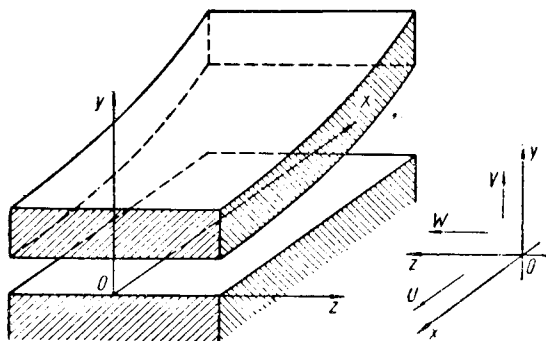
Уравнение притока тепла (66) дополняет систему (63), а уравнения (67) или (68) систему (64).

Уравнение сплошности (47) для тонких слоев жидкости не упрощается, оставаясь без изменений, в чем можно убедиться переходом к безразмерным переменным и что также следует из непосредственных физических соображений.

Упрощения, вносимые малой толщиной смазочного слоя, как в уравнения движения, так и передачи тепла даже при не малых силах инерции жидкости столь значительны, что позволяют непосредственно получить уравнение для распределения давления и температуры в смазке и тем самым приблизить соответствующие теоретические проблемы к непосредственному решению.

12. СПЕЦИАЛИЗИРОВАННАЯ ФОРМА ОСНОВНЫХ УРАВНЕНИЙ ПРИ ТЕЧЕНИИ ЖИДКОСТИ В ТОНКОМ СЛОЕ

Рассматривая течение смазки между разделяемыми ею трущимися поверхностями (фиг. 22), совместим плоскость xOz с поверхностью, развернутой на плоскость, или с касательной плоскостью к этой поверхности в какой-либо точке элемента



Фиг. 22. Расположение трущихся поверхностей при гидродинамическом трении

трущейся пары, относительно которого будем рассматривать движение другого элемента пары и движение смазки. Ось Oy совместим с нормалью к поверхности трущейся пары, с которой совмещаем плоскость xOz . Следовательно, изменение свойств смазочного слоя вдоль оси Oy является изменением свойств смазки по толщине слоя.

Из второго уравнения системы (64) следует, что гидродинамическое давление с точностью до величин ψ не изменяется по толщине слоя и зависит, поэтому, только от координат x и z . Для несжимаемой смазки в обычных условиях температура по толщине слоя также изменяется не более чем на величину порядка ψ сравнительно с единицей. Для смазок сжимае-

мых и газовых это можно допустить как весьма вероятную гипотезу при небольших разностях температур тел, разделяемых слоем смазки. Неизменяемость состояния смазки по толщине слоя приводит к независимости теплоемкости и коэффициентов теплопроводности и вязкости от координаты y . Отсюда появляется возможность проинтегрировать первое и третье уравнения системы (64). Получим:

$$\frac{\partial p}{\partial x} \cdot \frac{y^2}{2} = \mu \cdot v_x + f_1(x, z) \cdot y + f_2(x, z);$$

$$\frac{\partial p}{\partial z} \cdot \frac{y^2}{2} = \mu v_z + f_3(x, z) y + f_4(x, z).$$

Используя условие прилипания смазки к поверхностям, ограничивающим смазочный слой, граничные условия для скоростей v_x и v_y можно записать в виде:

$$\text{при } y=0 \quad v_x=0, \quad v_z=0,$$

$$\text{при } y=h \quad v_x=U, \quad v_z=W,$$

где U и W — составляющие относительной скорости верхнего элемента трущейся пары в направлении осей Ox и Oz .

Используя граничные условия без труда найдем:

$$\left. \begin{aligned} v_x &= \frac{1}{2\mu} \cdot \frac{\partial p}{\partial x} \cdot y(y-h) + U \frac{y}{h}, \\ v_z &= \frac{1}{2\mu} \cdot \frac{\partial p}{\partial z} \cdot y(y-h) + W \frac{y}{h}. \end{aligned} \right\} \quad (69)$$

Интегрируя уравнение сплошности (47) по y в пределах толщины слоя, получим:

$$h \cdot \frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} \left(\rho \int_0^h v_x dy \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(\rho \int_0^h v_z dy \right) + \rho v_y \Big|_0^h = 0.$$

Если скорость сближения граничных поверхностей вдоль оси Oy обозначим через V и заметим, что объемный расход смазки в данном поперечном сечении слоя в направлении осей Ox и Oz в единицу времени, согласно (69), равен

$$\int_0^h v_x dy = -\frac{h^3}{12\mu} \cdot \frac{\partial p}{\partial x} + \frac{Uh}{2};$$

$$\int_0^h v_z dy = -\frac{h^3}{12\mu} \cdot \frac{\partial p}{\partial z} + \frac{Wh}{2},$$

то получим уравнение

$$\begin{aligned} & \frac{\partial}{\partial x} \left(h^3 \cdot \frac{\rho}{\mu} \cdot \frac{\partial p}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(h^3 \cdot \frac{\rho}{\mu} \cdot \frac{\partial p}{\partial z} \right) = \\ & = 12\rho V + 6 \frac{\partial}{\partial x} (\rho U h) + 6 \frac{\partial}{\partial z} (\rho W h) + 12h \frac{\partial \rho}{\partial t}. \end{aligned} \quad (71)$$

Уравнение (71) является обобщением известного уравнения Рейнольдса¹ для давлений на случай нестационарного движения вязкой сжимаемой жидкости при коэффициенте вязкости, зависящем от состояния смазки.

Это уравнение является фундаментальным в гидродинамической теории смазки.

При неизотермическом течении к уравнению (71) для давлений необходимо присоединить соотношение для температур, которое получим из уравнения (67) притока тепла путем его осреднения по толщине слоя. Предварительно заметим, во-первых, что при малой изменчивости температуры по толщине слоя истинная температура смазки в какой-либо точке будет мало отличаться от средней калориметрической температуры в соответствующем поперечном сечении. Последняя определяется как

отношение полного количества тепла $\int_0^h \rho c_v v T dy$, переносимого

компонентой скорости v в единицу времени, к произведению массы $\int_0^h \rho v dy$ смазки, переносимой через это же поперечное

сечение в единицу времени, на ее теплоемкость c_v . Во-вторых, первое слагаемое левой части уравнения (67), если принять во внимание уравнение (47) сплошности, можно представить так:

$$\begin{aligned} & \frac{g}{A} \left\{ \frac{\partial}{\partial t} (\rho c_v T) + \frac{\partial}{\partial x} (\rho v_x c_v T) + \frac{\partial}{\partial z} (\rho v_z c_v T) - c_v T \left[\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial (\rho v_x)}{\partial x} - \right. \right. \\ & \left. \left. - \frac{\partial (\rho v_z)}{\partial z} \right] \right\} = \frac{g}{A} \left[\frac{\partial}{\partial t} (\rho c_v T) + \frac{\partial}{\partial x} (\rho v_x c_v T) + \right. \\ & \left. + \frac{\partial}{\partial y} (\rho v_y c_v T) + \frac{\partial}{\partial z} (\rho v_z c_v T) \right]. \end{aligned}$$

¹ При $\rho = \text{const}$, $\mu = \text{const}$, $U = \text{const}$, $W = 0$ уравнение (71) впервые получено (1886 г.) Рейнольдсом [108], так же [99], для случая $V = W = 0$, $U = \text{const}$, $\frac{\partial \rho}{\partial t} = 0$ обобщено (1947 г.) Шоу [215]. Соответствующее уравнение при

$$V = W = 0, \quad \frac{\partial \rho}{\partial t} = 0, \quad U = \text{const}, \quad \rho = k \cdot p$$

получено (1951) Шейнбергом [137].

Наконец, в-третьих, по закону охлаждения Ньютона

$$\int_0^h \frac{\partial}{\partial y} \left(\lambda \frac{\partial T}{\partial y} \right) dy = \lambda \left(\frac{\partial T}{\partial y} \right)_{y=h} - \lambda \left(\frac{\partial T}{\partial y} \right)_{y=0} = -\alpha (T - T_c),$$

где T_c — температура поверхностей, разделяемых смазочным слоем, а α — коэффициент теплообмена между этими поверхностями и смазкой.

Интегрируя теперь уравнение (67) по y в пределах толщины слоя, получим:

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial x} \left(g c_v T \rho \int_0^h v_x dy \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(g c_v T \rho \int_0^h v_z dy \right) + g c_v T \rho V + \\ + \alpha (T - T_c) + h \cdot \frac{\partial}{\partial t} (g \cdot c_v \cdot T \rho) = -A \cdot p \int_0^h \Theta dy + \\ + A \mu \int_0^h \left[\left(\frac{\partial v_r}{\partial y} \right)^2 + \left(\frac{\partial v_z}{\partial y} \right)^2 \right] dy. \end{aligned} \quad (72)$$

При больших значениях вязкостно-температурного критерия Λ в этом уравнении всеми слагаемыми левой части, кроме последнего, можно пренебречь, что даст соотношение для определения температуры, отвечающее уравнению (68). Толщина слоя h , входящая в уравнения (71) и (72), в общем случае является функцией x и z .

Для полноты системы к уравнениям (71) и (72) необходимо присоединить уравнение состояния (55) и зависимость (54) коэффициента вязкости от состояния.

Чтобы найти определенное решение полученной системы, требуется присоединить к ней краевые условия для давления и температуры. Граничные условия при этом будут представлять собой заданные величины давления и температуры на контуре, окружающем смазочный слой

$$= p(x, z, t), \quad T = T(x, z, t) \quad \text{при} \quad f(x, z, t) = 0, \quad (73)$$

а начальные условия — заданные величины давления и температуры в начальный момент времени во всей области, занятой смазкой.

Таким образом, упрощения, вносимые малостью толщины слоя смазки сравнительно с двумя другими ее размерами, благодаря которой силы вязкости значительно преобладают над силами инерции, даже при значительной величине последних, сводятся к сокращению числа неизвестных и упрощению соответствующих уравнений. В общем случае сжимаемой смазки,

для четырех неизвестных p , T , ρ и μ мы имеем четыре уравнения (71), (72), (55) и (54), из которых три последних нелинейны.

Решение полной системы этих уравнений в общем виде для сжимаемой жидкости представляется пока невозможным. Но ряд решений, полученных при ограничениях, накладываемых на плотность, вязкость и другие параметры, имеют большую практическую ценность и составляют основное содержание современной гидродинамической теории смазки.

В настоящей книге с помощью этих уравнений будет исследоваться гидродинамическое трение, преимущественно, в цилиндрических подшипниках.

В тех случаях, когда уравнение (71) для давлений допускает интегрирование независимо от остальных уравнений системы, что имеет место при установившихся течениях несжимаемой смазки, коэффициент вязкости которой может зависеть от состояния, значительную помощь при построении решений оказывают вариационные методы, достаточно широко используемые в настоящее время.

13. О ВАРИАЦИОННЫХ МЕТОДАХ В ГИДРОДИНАМИЧЕСКОЙ ТЕОРИИ СМАЗКИ

Вариационные методы являются универсальными в их применении к очень широкому кругу проблем и обладают вместе с тем простотой, зачастую делающей их единственно доступными при практическом применении. Законность применения вариационных методов к решению задач гидродинамической теории смазки обосновывается вытекающей из принципа возможных скоростей доказанной нами теоремой [66], согласно которой *действительное движение вязкой несжимаемой жидкости, при пренебрежимо малой величине сил инерции или равенстве нулю скалярного произведения $(r_0 \bar{t} \bar{v} \times \bar{v}) \cdot \bar{v}$ в каждой точке пространства, занимаемой жидкостью, отличается от всех возможных движений тем, что сообщает функционалу*

$$J(x, y, p, v_x, v_y, v_z \frac{\partial v_x}{\partial y}, \dots \frac{\partial v_z}{\partial z}) = \int_{\Omega} \left(\frac{D}{2} + \bar{v} \cdot \text{grad } p \right) d\Omega$$

экстремальное значение.

Интегрирование в выражении, стоящем справа, производится по объему Ω , занимаемому жидкостью, а интеграл представляет собой работу в единицу времени поверхностных сил в вязкой несжимаемой жидкости. При безнапорном движении жидкости, когда $\text{grad } p = 0$ из этой теоремы, как частный случай, получаем теорему Гельмгольца — Кортвега о минимуме диссипируемой энергии при установившемся движении.

Обозначим $\frac{D}{2} + \bar{v} \cdot \text{grad } p$ через F . Согласно формуле (52), при $\Theta=0$ получим

$$\begin{aligned}
 F = \mu \left[\left(\frac{\partial v_x}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial v_y}{\partial y} \right)^2 + \left(\frac{\partial v_z}{\partial z} \right)^2 + \frac{1}{2} \left(\frac{\partial v_x}{\partial y} + \frac{\partial v_y}{\partial x} \right)^2 + \right. \\
 \left. + \frac{1}{2} \left(\frac{\partial v_x}{\partial z} + \frac{\partial v_z}{\partial x} \right)^2 + \frac{1}{2} \left(\frac{\partial v_y}{\partial z} + \frac{\partial v_z}{\partial y} \right)^2 \right] + v_x \cdot \frac{\partial p}{\partial x} + \\
 + v_y \cdot \frac{\partial p}{\partial y} + v_z \cdot \frac{\partial p}{\partial z}. \quad (74)
 \end{aligned}$$

Значения компонент скоростей v_x , v_y , v_z , которые сообщают экстремальное (минимальное) значение функционалу J , и принадлежащие, следовательно, для данного J к классу допустимых функций, т. е. функций, реализующих экстремум функционала J , должны удовлетворять системе уравнений Эйлера — Лагранжа [83], имеющих в нашем случае вид:

$$\frac{\partial}{\partial x} \left[\frac{\partial F}{\partial \left(\frac{\partial v_k}{\partial x} \right)} \right] + \frac{\partial}{\partial y} \left[\frac{\partial F}{\partial \left(\frac{\partial v_k}{\partial y} \right)} \right] + \frac{\partial}{\partial z} \left[\frac{\partial F}{\partial \left(\frac{\partial v_k}{\partial z} \right)} \right] - \frac{\partial F}{\partial v_k} = 0$$

($k = x, y, z$).

Как легко убедиться непосредственным вычислением, эти уравнения Эйлера — Лагранжа сводятся к уравнениям ползущего движения (63), если в последних положить $\Theta=0$.

Таким образом, класс допустимых движений, соответствующих минимуму работы поверхностных сил в вязкой жидкости, определяется решениями уравнений движения вязкой несжимаемой жидкости с отброшенными конвективными членами, дополненными уравнениями сплошности.

Граничные условия, чисто кинематические, сводятся к равенству нулю вариации скорости на граничных поверхностях, т. е. к заданию ее величины, не зависящей от времени.

Все сказанное справедливо, конечно, и для неизотермического движения жидкости, когда в общем случае коэффициент вязкости зависит от координат, а следовательно может зависеть от давления и температуры; но тогда систему уравнений движения надо дополнить не только уравнениями сплошности, но и уравнениями притока тепла.

При течении жидкости в щели с медленно меняющейся высотой, например, при течении смазки в зазоре между трущимися поверхностями, с точностью до величин порядка ψ сравнительно с единицей можно положить $v_y=0$, $v_x=v_x(y)$, $v_z=v_z(y)$. В этом случае, отличной от нуля будет лишь проекция на ось Oy вектора $\text{rot } \bar{v} \times \bar{v}$.

И, следовательно, с точностью до величины порядка ψ сравнительно с единицей произведение $(\text{rot } v \times \bar{v}) \cdot \bar{v}$ будет равно нулю. Это позволяет считать, что течение смазки в тонком слое с точностью до величин порядка ψ без каких-либо дополнительных ограничений отвечает минимуму функционала J , который согласно формуле (74), принимает вид:

$$I = \int_{\Omega} F d\Omega = \int_{\Omega} \left\{ \frac{\mu}{2} \left[\left(\frac{\partial v_x}{\partial y} \right)^2 + \left(\frac{\partial v_z}{\partial y} \right)^2 \right] + v_x \frac{\partial p}{\partial x} + v_z \frac{\partial p}{\partial z} \right\} d\Omega. \quad (75)$$

Необходимое условие экстремума этого выражения дается системой совокупных уравнений Эйлера — Лагранжа

$$\frac{\partial}{\partial y} \left[\frac{\partial F}{\partial \left(\frac{\partial v_k}{\partial y} \right)} \right] - \frac{\partial F}{\partial v_k} = 0, \quad k = x; z,$$

которая приводится к системе (64) уравнений Рейнольдса, дополнив которую граничными условиями получим решения, реализующие экстремум функционала (75).

Таковыми решениями являются выражения (69) для проекции скоростей.

Подставляя формулу (69) в уравнение (75) для J получим выражение

$$I = \int_S \int_0^h \left\{ \frac{1}{\mu} \left[\left(\frac{\partial p}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial p}{\partial z} \right)^2 \right] \left(y^2 - hy + \frac{h^2}{8} \right) + U \cdot \frac{\partial p}{\partial x} \left(2 \frac{y}{h} - \frac{1}{2} \right) + W \frac{\partial p}{\partial z} \left(2 \frac{y}{h} - \frac{1}{2} \right) + \frac{\mu}{2h^2} (U^2 + W^2) \right\} dS dy,$$

где S — проекция на плоскость xOz области, занятой смазкой, а h — переменная толщина слоя. Так как μ от y не зависит, то после интегрирования получим:

$$I = \int_S \left\{ \frac{\mu}{2h} (U^2 + W^2) + U \cdot \frac{h}{2} \cdot \frac{\partial p}{\partial x} + W \cdot \frac{h}{2} \cdot \frac{\partial p}{\partial z} - \frac{h^3}{24\mu} \left[\left(\frac{\partial p}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial p}{\partial z} \right)^2 \right] \right\} dS. \quad (76)$$

Уравнение экстремалей этого функционала определится уравнением Эйлера — Лагранжа

$$\frac{\partial}{\partial x} \left[\frac{\partial F}{\partial \left(\frac{\partial p}{\partial x} \right)} \right] + \frac{\partial}{\partial z} \left[\frac{\partial F}{\partial \left(\frac{\partial p}{\partial z} \right)} \right] - \frac{\partial F}{\partial p} = 0,$$

имеющем в данном случае вид

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{h^3}{\mu} \cdot \frac{\partial p}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{h^3}{\mu} \cdot \frac{\partial p}{\partial z} \right) = 6 \frac{\partial(Uh)}{\partial x} + 6 \frac{\partial(W'h)}{\partial z}. \quad (77)$$

Таким образом, получим обычное уравнение Рейнольдса для давлений, справедливое и при неизотермическом течении несжимаемой смазки.

Выведенные условия минимума функционала J для действительных движений вязкой жидкости лежат в основе отыскания приближенных решений соответствующих уравнений.

Из экстремальных условий для J вытекают физическая обоснованность и законность применения к решению задач гидродинамической теории смазки метода Ритца, Галеркина или Канторовича [93], [55].

При использовании метода Ритца непосредственно используют функционал (76) в методе же Галеркина имеют дело с уравнением Эйлера — Лагранжа для функционала, поэтому метод Галеркина оказывается более удобным, значительно сокращая вычисления.

14. ПРОБЛЕМАТИКА ТЕОРИИ ГИДРОДИНАМИЧЕСКОГО ТРЕНИЯ В ПОДШИПНИКАХ СКОЛЬЖЕНИЯ

Проведенные в предыдущих параграфах рассуждения, отправным пунктом для которых явились особенности поведения вязкой жидкости в тонком слое, позволяют не только установить исходные количественные соотношения между величинами, описывающими механическое и термическое состояние в каждой точке смазочного слоя, но также совершенно четко отграничить класс явлений, служащий предметом изучения гидродинамической теории смазки от смежных явлений. Помимо того, опираясь на полученные количественные соотношения можно идти еще дальше и в наиболее общем виде, но вместе с тем совершенно конкретно установить круг вопросов, подлежащих в дальнейшем разрешению как в целом, так и в отдельных частных случаях, если воспользоваться современной теорией подобия.

Опираясь на теорию подобия¹, между безразмерными параметрами, описывающими поведение смазочного слоя можно записать совокупность качественных функциональных зависимостей, которая и будет представлять собой содержание проблематики теории гидродинамического трения.

¹ Современное учение о подобии, как теоретической основы эксперимента было создано М. В. Кирпичевым, его учениками и последователями. Систематическое изложение теории подобия дано в [22] и [57]; подобие механических явлений рассмотрено Седовым [109]. С несколько иной точки зрения моделирование изложено Эйгенсоном [142].

В дальнейшем эту проблематику мы разовьем применительно к цилиндрическому подшипнику при абсолютной жесткости вала и вкладыша, разделяемых смазочным слоем.

Разыскивая для этого случая общую функциональную зависимость между безразмерными величинами, будем, следуя центральной идее теории подобия, выделять из класса явлений группу явлений, для которой возможно обобщение данных единичного опыта. Чтобы установить границы распространения данных единичного опыта, воспользуемся указаниями о возможности выделения группы явлений и условиями для ее построения, к чему и сводится по существу содержание теории подобия.

В нашем случае из класса ламинарных движений тонкого слоя вязкой, теплопроводящей, сжимаемой жидкости мы будем выделять группу движений смазочного слоя между поверхностями шипа и подшипника.

Теория подобия должна дать нам общее качественное представление о возможных зависимостях, справедливых для всей группы, независимо от каждого конкретного случая поведения смазки в подшипнике.

Выделенная группа движений смазочного слоя между шипом и подшипником образует группу подобных явлений, если эти явления происходят в геометрически подобных системах, а одноименные величины, характеризующие движение во всех сходственных точках, сохраняют постоянные отношения, называемые константами подобия, для каждой пары явлений, входящих в группу.

Величины, характеризующие явление, не все могут быть выбраны произвольно, так как вообще говоря, будучи зависимы друг от друга находятся в связи, обусловленной законами природы, поэтому количественные выражения таких связей, называемых «уравнениями связи», налагают определенные ограничения на выбор констант подобия. Очевидно, для группы подобных явлений эти ограничения сводятся к соотношениям, оставляющим инвариантными уравнения связи, т. е. для подобных явлений уравнения связи должны допускать линейно подобную группу преобразований.

Уравнениями связи, например, дифференциальными уравнениями, выражающими тот или иной закон природы, даже в случае наложения на эти уравнения каких-либо общих ограничивающих условий, описывается целый класс явлений и из этого класса группа конкретных явлений выделяется путем присоединения к уравнениям связи дополнительных данных, называемых условиями однозначности. В условия однозначности или моновалентности входят: а) геометрическая характеристика области, в которой протекает явление; б) задание величин физических постоянных (вязкости, теплопроводности, плотности, теплоемкости и т. п.), входящих в уравнения связи;

в) граничные и начальные краевые условия. С математической стороны присоединение условий однозначности, например, к дифференциальным уравнениям связи, эквивалентно выделению из общего решения этих уравнений частного интеграла, однозначно определяющего искомые функции.

Выделяя из класса явлений группу явлений путем присоединения условий однозначности, т. е. конкретизации этих явлений, мы тем самым устанавливаем подобие условий однозначности, иначе говоря различие их лишь в масштабах соответствующих величин (конечно, эти масштабы для различных величин разные). Таким образом, родственность явлений одной группы прежде всего заключается в подобии их условий однозначности.

Если уравнения связи, граничные и начальные условия подвергнуть подобному преобразованию, вытекающему из подобия условий однозначности, то из инвариантности всех этих уравнений по отношению к такому преобразованию будет вытекать инвариантность некоторых степенных выражений, составленных из разнородных величин, не входящих в состав уравнений и не содержащих дифференциальных выражений. Эти инварианты подобного преобразования, называемые «критериями подобия», являются количественными признаками, достаточными для суждения о подобии явлений.

Первая теорема подобия, устанавливающая необходимые признаки подобия, говорит о том, что если совокупность явлений представляет группу подобных явлений, то для всех явлений этой группы критерии подобия должны быть между собой равны.

Таким образом, из родственности явлений одной группы, заключающейся в их подобии следует, что все эти явления отличаются лишь масштабом и практически могут рассматриваться как однородные. Критерии подобия, составленные только из величин, входящих в условия однозначности, называются определяющими критериями. Те критерии подобия, в которые входят и другие, определяемые параметры, называются определяемыми критериями.

Важность такого разделения критериев вытекает из третьей или обратной теоремы подобия, устанавливающей достаточные условия существования подобия между рассматриваемыми явлениями. Третья теорема гласит: условие, достаточное для подобия явлений, заключается в подобии условий однозначности при равенстве критериев, входящих в состав условий однозначности, т. е. определяющих критериев. Так как в подобии условий однозначности включается геометрическое подобие систем, то, как говорит академик М. В. Кирпичев, «подобны те явления, моноваленты которых подобны». Противопоставление определяющих и определяемых критериев заключается в том, что если равенство определяющих критериев есть предпосылка для

осуществления подобия, то равенство критериев определяемых есть следствие подобия.

Чтобы получить последние условия для выделения группы явлений, относящихся к поведению смазочного слоя между шипом и подшипником, необходимо обратиться ко второй теореме подобия, согласно которой можно утверждать, что решения уравнений связи (конечных, дифференциальных, интегральных) можно представить как функции от критериев подобия, определенных из данных уравнений связи, и симплексов (критериев, образованных из величин одинаковой размерности), составленных из величин, входящих в уравнения связи. Иначе говоря, любую зависимость между переменными, характеризующими явление, можно представить как зависимость между безразмерными критериями подобия.

Помимо указания общих условий подобия и указания общих принципов построения этих условий, первая и вторая теоремы подобия важны еще и тем, что из них в частности вытекает, во-первых, возможность выводить свойства подобных физических явлений путем анализа размерности характеризующих их величин, поскольку условия инвариантности уравнений связи при перемене единиц измерения есть лишь иная форма утверждения высказываемого первой теоремой, а, во-вторых, вытекает возможность применения *пи*-теоремы анализа размерностей, как конкретной формулировки конструирования решений уравнений связи в критериальной форме. Согласно *пи*-теореме, при k независимых единицах измерения связь между n размерными величинами, независимая от выбора системы единиц измерения, представляется как соотношение между $n - k$ величинами, являющимися безразмерными комбинациями этих n размерных величин. Конечно, анализ размерностей представляет лишь вспомогательное средство при выявлении всех следствий, которые может дать теория подобия.

Переходя теперь к смазочному слою в подшипнике скольжения, установим прежде всего условия однозначности. Величинами, характеризующими геометрию области, занимаемой смазкой являются: радиус вала r_1 (или диаметр вала d), длина рабочей части подшипника L , некоторая характерная величина зазора между шипом и подшипником Δ (или радиус подшипника r_2), расстояние e между осями шипа и подшипника (эксцентриситет). величины $\Delta_i (i=1, 2, \dots, n)$, характеризующие отклонения зазора между поверхностями шипа и подшипника от правильной геометрической формы, вследствие перекоса и деформаций шипа в подшипнике или из-за технологических ошибок изготовления их поверхностей. Место подвода и вид подвода смазки, а также смазочные канавки, холодильники, отверстия и т. п., являясь факторами конструктивными, влияют на поведение смазочного слоя главным образом за счет локального изменения геометрии области размещения слоя или за

счет изменения его границ, и частично учитываются параметрами, определяющими границы слоя. Для физики исследуемого явления они не характерны. Физические постоянные, характеризующие смазку: вязкость μ , плотность ρ , теплоемкость c_v и теплопроводность λ в общем случае являются функциями температуры и давления. Мы будем принимать во внимание зависимость не только от температуры, но и от давления лишь вязкости и плотности, а теплоемкость и теплопроводность будем считать зависящими только от температуры. Характерные значения этих величин при некоторых фиксированных температуре и давлении обозначим через μ_0, ρ_0, c_{v_0} и λ_0 , а коэффициенты, характеризующие зависимость μ, ρ, c_v и λ от давления и температуры обозначим через $\alpha_{\mu k}, \alpha_{\rho k}, \alpha_{c_k}, \alpha_{\lambda k}$, так, что

$$\begin{aligned} \mu &= \mu_0 f_\mu(\alpha_{\mu k}, p, T), \quad \rho = \rho_0 f_\rho(\alpha_{\rho k}, p, T), \quad c_v = c_{v_0} f_c(\alpha_{c_k}, T), \\ \lambda &= \lambda_0 f_\lambda(\alpha_{\lambda k} T); \quad f_\mu(\alpha_{\mu k}, 0, 0) = f_\rho(\alpha_{\rho k}, 0, 0) = f_c(\alpha_{c_k}, 0) = \\ &= f_\lambda(\alpha_{\lambda k}, 0) = 1; \quad k = 1, 2, \dots, m. \end{aligned}$$

Граничные условия должны быть заданы для скоростей давления и температуры. Сюда будут входить компоненты скорости U (или V) точек поверхности шипа относительно подшипника, давление и температура на кривой, ограничивающей смазочный слой для несжимаемой смазки, и давление и температура в некоторой точке области, занятой газовой, например, воздушной смазкой. В подшипнике газовый смазочный слой ограничен торцами подшипника, а при жидкой смазке, помимо того, некоторыми кривыми на развертке поверхности подшипника на плоскость. Обычно эти кривые считают прямыми, совпадающими с какими-то образующими цилиндрической поверхности подшипника, и их положение определяют координаты x_1 и x_2 (или углы φ_1 и φ_2) начала и конца смазочного слоя. При жидкой смазке имеют дело с избыточным давлением, которое на границах слоя равно нулю, поэтому в условия однозначности войдут только величины x_1 и x_2 (или φ_1 и φ_2), характеризующие геометрию области, занятой смазкой. При газовой смазке в месте, определяемом координатой x_0 (или углом φ_0), задается давление p_0 и температура T_0 .

Граничные условия для температуры задаются величинами T_1 и T_2 на границах x_1 и x_2 (или φ_1 и φ_2) слоя и температурой T'_c смазки на границе со стенкой. Если же учитывается теплообмен смазочного слоя с ограничивающими его поверхностями, то в условиях однозначности вместо температуры T'_c смазки войдет температура стенок T_c , а средний коэффициент теплоотдачи α_m между стенками и смазочным слоем явится величиной искомой. В условия однозначности включается также термический эквивалент работы A . Начальные условия к совокупности величин, определяющих однозначность, могут присо-

единить некоторую характерную величину времени t_1 . Итак, условия однозначности определяются следующими величинами:

$$d, L, \Delta, e, \varphi_1, \varphi_2, \Delta_i (i = 1, 2, \dots, n), \mu_0, \rho_0, c_v, \lambda_0, \\ \alpha_{\beta k} (\beta = \mu, \rho, c, \lambda; k = 1, 2, \dots, m), U, T_2 - T_1, T'_c \text{ (или } T_c), A, t_1,$$

в которых при сжимаемой смазке φ_1, φ_2 и T_1 надо заменить на φ_0, ρ_0 и T_0 . Для этих параметров за независимые единицы измерения принимаем: метр, секунду, килограмм, килокалорию и градус. Используя *пи*-теорему, получим следующие определяющие критерии. Симплексы, описывающие геометрию области, занятой смазкой:

$$\psi = \frac{\Delta}{r_1}, \quad \chi = \frac{e}{\Delta}, \quad \varphi_1, \varphi_2, \quad \frac{d}{L}, \quad \delta_i = \frac{\Delta_i}{\Delta} (i = 1, 2, \dots, n),$$

где первый и пятый вытекают из общих уравнений связи и определяют геометрию области в целом, а остальные — ее особенности. К комплексам, определяющим кинематическое и динамическое подобие, относятся число Струхала S и число Рейнольдса Re , соответственно. Комплексами, определяющими термическое подобие являются: число Пекле Pe , вязкостно-температурный критерий Λ и симплексы $\frac{T_1}{T_2 - T_1}$ и $\frac{T'_c}{T_2 - T_1}$, если известна температура T'_c смазки, прилегающей к стенкам. В случае, если между смазкой и ограничивающими ее стенками происходит теплообмен, то вместо $\frac{T'_c}{T_2 - T_1}$ войдет симплекс $\frac{T_c}{T_2 - T_1}$, где T_c — температура стенок.

Если ρ, μ, c_v и λ зависят от температуры и давления, то сюда присоединятся еще критерии $\kappa(\alpha_{\beta k})$ ($\beta = \mu, \rho, c_v, \lambda; k = 1, 2, \dots, m$), часть которых будет определять динамическое, а часть термическое подобие.

Полное число всех критериев будет на пять меньше общего числа величин, входящих в условия однозначности. Если имеем дело с газовой смазкой, то вместо φ_1 и φ_2 надо ввести φ_0 , а к динамическим критериям присоединить критерий

$$\varepsilon = \frac{\mu_0 U r_1}{\rho_0 \cdot \Delta^2},$$

называемый характеристикой режима, а симплекс $\frac{T_1}{T_2 - T_1}$ заменить на $\frac{T_0}{T_2 - T_0}$, где T_0 — температура смазки в точке с давлением p_0 .

Как видим, не все величины, входящие в условия однозначности, выбираются произвольно. Они связываются в комплексы

и симплексы, часть которых вытекает из ограничений, накладываемых уравнениями связи, а остальные определяются формой области, занимаемой смазкой и видом граничных условий.

Остальные величины, входящие в уравнения связи, согласно постановке задачи являются искомыми. К ним относятся проекции скоростей смазки v_x , v_y , v_z , давление p и температура T , которые будучи отнесены к их характерным значениям представят собой определяемые безразмерные величины $\frac{v_x}{U}$, $\frac{v_y}{V}$, $\frac{v_z}{U}$, $\frac{p}{p_m}$, $\frac{T}{T_2 - T_1}$. Согласно второй и третьей теоремам подобия, эти величины будут функциями безразмерных координат $\frac{x}{r_1}$, $\frac{y}{\Delta}$, $\frac{z}{L}$, времени τ и перечисленных определяющих критериев.

Из определяемых величин наибольший интерес представляет гидродинамическое давление p , касательное напряжение τ_{xy} и температура T в смазочном слое. Этим локальным количествам отвечают усредненные по смазочному слою величины, такие, как его несущая способность P , момент трения на валу или вкладыше M и полученная тем или иным процессом усреднения истинных температур T некоторая средняя температура T_m слоя смазки. Нахождение этих суммарных величин эквивалентно определению p , τ_{xy} и T , причем, характерное значение p_m гидродинамического давления можно отождествить со средним удельным давлением $\frac{P}{Ld}$, а среднее характерное касательное напряжение τ_m с $\frac{M}{Ld\Delta}$.

В гидродинамической теории смазки практический интерес представляют именно эти усредненные величины, характеризующие смазочный слой в целом, поэтому в дальнейшем проблематику будем развивать преимущественно по отношению к усредненным величинам. Из p_m и τ_m можно образовать определяемые критерии: критерий Эйлера $\overline{Eu} = \frac{p_m}{\rho_0 U^2}$, соответствующий нормальным усилиям в смазке и критерий Эйлера $\overline{Eu}_\tau = \frac{\tau_m}{\rho_0 U^2}$, соответствующий касательным усилиям. Термическим определяемым критерием является средняя относительная температура $\frac{T_m}{T_2 - T_1}$, к которой в случае теплообмена смазочного слоя с ограничивающими его стенками надо присоединить критерий Нуссельта $\overline{Nu} = \frac{\alpha_m \Delta}{\lambda_0}$, содержащий средний коэффициент теплоотдачи α_m .

Согласно третьей теореме подобия \overline{Eu} , \overline{Eu}_τ , $\frac{T_m}{T_2 - T_1}$ и Nu будут функциями перечисленных выше определяющих критериев и, в случае неустановившегося движения, времени τ , т. е.

$$\left. \begin{array}{l} \overline{Eu}, \overline{Eu}_\tau \\ \frac{T_m}{T_2 - T_1}, \overline{Nu} \end{array} \right\} \begin{array}{l} \overline{Eu}, \overline{Eu}_\tau \\ = \\ \frac{T_m}{T_2 - T_1}, \overline{Nu} \end{array} \left\{ \begin{array}{l} \psi, \chi, \varphi_1, \varphi_2 \frac{d}{L}, \delta_i, Sh, \tau, Re, \\ Re, \Lambda \frac{T_1}{T_2 - T_1}, \frac{T'_c}{T_2 - T_1}, x(\alpha_{3x}) \end{array} \right\}. \quad (78)$$

Эти определяемые критерии относятся ко всему смазочному слою как области усреднения. Локальные критерии Эйлера

$$Eu = \frac{\rho}{\rho_0 U^2} \quad \text{и} \quad Eu_\tau = \frac{\tau_{xy}}{\rho_0 U^2}$$

и относительная температура $\frac{T}{T_2 - T_1}$, относящиеся к какой-либо точке, зависят как от указанных определяющих критериев, так и от координат $\frac{x}{r_1}$, $\frac{y}{\Delta}$ и $\frac{z}{L}$.

При наличии теплообмена смазки со стенками $\frac{T'_c}{T_2 - T_1}$ всюду заменится на $\frac{T_c}{T_2 - T_1}$. При газовой смазке φ_1 и φ_2 надо заменить на φ_0 , присоединить критерий ϵ и $\frac{T_1}{T_2 - T_1}$ заменить на $\frac{T_0}{T_2 - T_1}$. Если протекающие процессы установившиеся, то Sh и τ надо исключить.

Общая функциональная зависимость (78) получена без каких-либо ограничивающих предположений относительно особенностей смазочного слоя. Малая толщина слоя, т. е. малая величина ψ , сравнительно с другими симплексами, определяющими геометрию области, занятой смазкой, вносит свои коррективы, упрощая с точностью до величины порядка ψ сравнительно с единицей общие искомые функциональные зависимости, а следовательно и проблематику гидродинамической теории смазки.

При выводе общих уравнений для смазочного слоя при его малой толщине упрощения свелись к тому, что из уравнений движения выпали второстепенные слагаемые сил вязкости и слагаемые, зависящие от сил инерции, т. е. движение смазки оказалось независимым от числа Рейнольдса. Геометрическое подобие является предпосылкой подобия динамического, по-

этому из особенностей области занятой смазкой, с точностью до величин порядка ψ сравнительно с единицей мы получили чисто вязкостный характер течения, при котором силы давления определяются только силами вязкости.

Силы инерции входят лишь в число Рейнольдса и критерий Эйлера, представляющий отношение сил давления к силам инерции, поэтому, чтобы общая рассматриваемая нами зависимость между динамическими критериями подобия не зависела от сил инерции, Eu и Re должны комбинироваться так, чтобы силы инерции при этом исключались. Такими единственными комбинациями являются произведения $Eu \cdot Re$ и $Eu_z \cdot Re$, которые дают новые определяемые критерии, представляющие собой отношение нормальных и касательных усилий в смазочном слое к силам вязкости соответственно. Эти новые критерии являются числами Лагранжа ([22], стр. 125) для нормальных и касательных усилий. Число Лагранжа $Eu \cdot Re = \frac{P\Delta\psi}{Ld\mu_0 U}$, отвечающее среднему нормальному давлению, называется коэффициентом нагруженности ζ , а отвечающее среднему касательному усилию $Eu_z \cdot Re = \frac{M}{Ld} \cdot \frac{\psi}{\mu_0 U}$ — коэффициентом сопротивления вра-

нию ξ . Локальные числа Лагранжа $\frac{p\Delta^2}{2\mu_0 U r_1}$ и $\frac{\tau_{xy}\Delta}{2\mu_0 U}$ называются приведенными нормальным и касательным напряжениями. При изотермическом течении критерий Лагранжа специфичен для автомодельной области чисто вязкостного режима, о нем речь будет ниже.

Поскольку $U = r_1\omega$, где ω — угловая скорость вращения шипа, то

$$\zeta = \frac{P}{Ld} \cdot \frac{\psi^2}{\mu_0 \omega}; \quad (79)$$

$$\xi = \frac{M}{Ldr_1} \cdot \frac{\psi}{\mu_0 \omega}. \quad (80)$$

Коэффициент сопротивления вращению ξ можно заменить эквивалентной ему величиной — «коэффициентом трения»

$$f = \frac{M}{r_1 \cdot P}, \quad (81)$$

откуда

$$\frac{f}{\psi} = \frac{\xi}{\zeta}. \quad (82)$$

Это чисто условная величина¹, которой иногда выгодно заменять момент трения.

¹ Коэффициент жидкостного трения не имеет ничего общего с коэффициентом сухого или граничного трения. Сходство между ними часто формальное. Лучше было бы величину, определяемую формулой (81) называть, как предлагал Зоммерфельд, «числом трения» [52].

Ометим далее, что критерий $Sh = \frac{r_1}{Ut_1}$ в уравнения движения входит не самостоятельно, а в произведении на число Рейнольдса, образуя критерий $S_n = Re \cdot Sh = \frac{\rho_0}{\mu_0} \cdot \frac{\Delta^2}{t_1}$, а в уравнение тепла—в виде произведения $Pe \cdot Sh = Pr \cdot Re \cdot Sh = Pr \cdot S_n$, где Pr — критерий Прандтля, равный $\frac{g\mu_0 c_{v_0}}{\lambda_0}$.

Суммируя все сказанное, видим, что задача гидродинамической теории смазки, согласно уравнениям (78), (79) и (80), сводится к разысканию в явном виде функциональных зависимостей, динамических

$$\begin{aligned} \zeta &= \Phi_1 \left(\psi, \chi, \varphi_1, \varphi_2, (\varphi_0), \frac{d}{L}, \delta_i, S_n, \tau, Pr, \right. \\ \xi &= \Phi_2 \left((\varepsilon), Pe, \Lambda, \frac{T_1}{T_2 - T_1}, \left(\frac{T_0}{T_2 - T_0} \right), \frac{T_c}{T_2 - T_1}, \times (\alpha_{\beta k}) \right) \end{aligned} \quad (83)$$

и термических

$$\begin{aligned} \frac{T_m}{T_2 - T_1} &= \Phi_3 \left(\psi, \chi, \varphi_1, \varphi_2, (\varphi_0), \frac{d}{L}, \delta_i, S_n, \tau, Pr, (\varepsilon) \right. \\ Nu &= \Phi_4 \left(Pe, \Lambda, \frac{T_1}{T_2 - T_1}, \left(\frac{T_0}{T_2 - T_0} \right), \frac{T_c}{T_2 - T_1}, \times (\alpha_{\beta k}) \right). \end{aligned} \quad (84)$$

В круглые скобки взяты величины, специфичные для газовой смазки.

При отсутствии процессов теплообмена критерий Нуссельта определять не нужно, а симплекс $\frac{T_c}{T_2 - T_1}$ надо заменить на

$$\frac{T_c'}{T_2 - T_1}$$

При установившемся динамическом и тепловом режимах τ , S_n и Pr в указанные зависимости не войдут, критерии Pe и Λ заменятся одним критерием

$$Te = \frac{\Lambda}{Pe} = \frac{\mu_0 \cdot U \cdot A}{g\rho_0 c_{v_0} (T_2 - T_1) \psi \cdot \Delta},$$

а критерий Нуссельта заменится на критерий

$$En = \frac{Nu}{Pe} = \frac{\alpha_m}{g\rho_0 c_{v_0} \cdot U \cdot \psi}.$$

Из формул (83) и (84) прежде всего следует, что процессы, протекающие в смазке от динамических определяющих крите-

риев зависят лишь в той мере, в какой физические постоянные смазки зависят от давления. В остальном подобие рассматриваемых процессов зависит от термических определяющих критериев при соблюдении геометрического подобия областей, занятых смазкой.

Необходимо также подчеркнуть, что общие зависимости (83) и (84) при степени приближения, принятой в выводах уравнений (64), (67) и (68), содержат излишние величины, которые имеет смысл сохранять только в случае, когда движение смазки рассматривается как ползущее, т. е. когда в уравнениях движения и притока тепла учитываются вязкие члены высшего порядка малости.

Отсюда, во-первых, следует независимость функций $\Phi_1, \Phi_2, \Phi_3, \Phi_4$ от ψ , при замене с точностью до величин порядка ψ сравнительно с единицей истинных значений давлений и температур их осредненными по толщине слоя величинами. Это легко получить, рассматривая $\Phi_1, \Phi_2, \Phi_3, \Phi_4$, как аналитические функции ψ , разлагая их в ряд Малорена по степеням ψ и оставляя лишь первый член этих рядов, поскольку остальные будут порядка малости ψ и выше сравнительно с единицей.

Во-вторых, при осреднении температуры по толщине слоя смазки коэффициент теплоотдачи α , который мы приравняем его среднему значению α_m как видно из уравнения (72), станет величиной определяющей, а поэтому критерий Нуссельта или эквивалентный ему критерий E_n также станут критериями определяющими. Если к этому добавить, что вследствие малой толщины смазочного слоя падение температуры происходит по всему слою, а следовательно коэффициент теплоотдачи α_m имеет порядок $\frac{\lambda_0}{\Delta}$, для числа Нуссельта получим величину порядка единицы.

В связи с этим вид функциональных зависимостей (83) и $\frac{T_m}{T_2 - T_1}$ будет определяться порядком величины вязкостно-температурного критерия Λ и типом смазки.

При жидкой смазке могут представиться несколько случаев, из которых наиболее важным с практической стороны тот случай, когда небольшим скоростям скольжения U , с соответствующим им достаточно высоким значениям вязкости смазки, поступающей в зазор между шипом и подшипником, будут отвечать значительные перепады температур $T_2 - T_1$. Тогда в уравнении (72) после приведения его к безразмерному виду все слагаемые, в том числе и содержащиеся множителем критерий Λ , будут иметь один и тот же порядок величин, равный ψ , так что тепловое подобие определится критериями Te и E_n вместо Pe и Λ в уравнениях (83) и (84).

Итак, при установившемся режиме

$$\left. \begin{aligned} \zeta &= \Phi_1 \\ \xi &= \Phi_2 \\ \frac{T_m}{T_2 - T_1} &= \Phi_3 \end{aligned} \right\} \left\{ \chi, \varphi_1, \varphi_2, \frac{d}{L}, \delta_i, \text{Te}, \text{Ep}, \frac{T_1}{T_2 - T_1}, \frac{T_c}{T_2 - T_1}, \alpha(\alpha_{\beta k}) \right\}. \quad (85)$$

Приведенные нормальное $\frac{p\psi^2}{2\mu_0\omega}$ и касательное $\frac{\tau_{xy}\psi^2}{2\mu_0\omega}$ напряжения и температура $\frac{T}{T_2 - T_1}$ будут зависеть не только от перечисленных определяющих критериев, но еще и от координат $\frac{x}{r_1}$ и $\frac{z}{L}$.

Функциональные зависимости вида (85) между определяющими параметрами, с одной стороны, и несущей способностью, моментом сопротивления и температурой, — с другой, являются основным предметом исследования в учении о жидкостном трении. Этими же зависимостями формулируется устанавливаемая нами общая проблематика стационарных режимов при недеформируемости шипа и подшипника.

Общие выражения (85), как и аналогичные ему выражения (86) для газовой смазки важны еще и тем, что дают условия, налагаемые третьей теоремой подобия, выполнение которых обеспечивает возможность обобщения данных единичного опыта. В этих же выражениях приведены также безразмерные величины, с помощью которых в общем случае надо обрабатывать данные опытов.

Другие случаи, которые могут представиться при жидкой смазке, носят более частный характер в отношении вида зависимостей ζ , ξ и $\frac{T_m}{T_2 - T_1}$ от влияющих на них факторов.

Если можно пренебречь теплоотдачей от смазки к ограничивающим ее стенкам, когда $T - T_c$ и коэффициент теплоотдачи малы, то из зависимостей вида (85) критерии Ep и $\frac{T_c}{T_2 - T_1}$ надо исключить. В случае, когда скорости U весьма велики при соответствующих им невысоких значениях вязкости смазки, поступающей в зазор, и небольших перепадах температур $T_2 - T_1$, критерий Λ будет иметь порядок единицы, благодаря чему в уравнении (72) слагаемыми, обуславливающими конвективный перенос тепла, можно пренебречь. Но тогда в зависимостях вида (85) критерии Te и Ep заменятся одним критерием

$$\text{Nd} = \frac{\overline{\text{Nu}}}{\Lambda} = \frac{\alpha_m (T_2 - T_1) \Delta}{A \cdot \mu_0 \cdot U^2}.$$

Последний случай близок к изотермическому течению смазки.

Для газовой смазки характерным является слабая зависимость вязкости от температуры, поэтому в широком температурном интервале число Прандтля остается постоянным (для воздуха $Pr=0,71$ в интервале температур $0^\circ-200^\circ\text{C}$) и имеет величину порядка единицы, а следовательно, число Пекле имеет тот же порядок величины, что и число Рейнольдса, т. е. порядок ψ . С другой стороны, для подшипников с газовой смазкой характерны большие скорости вращения шипа и небольшие перепады температур, соответственно которым критерий Λ имеет величину порядка единицы. Конвективным переносом тепла, имеющим в этом случае влияние порядка ψ , можно пренебречь, следствием чего явится возможность замены критериев Te и En одним критерием Nd . Тогда общая проблематика стационарных режимов при газовой смазке сведется к разысканию зависимостей

$$\left. \begin{aligned} \zeta &= \Phi_{1r} \\ \xi &= \Phi_{2r} \\ \frac{T_m}{T_2 - T_0} &= \Phi_{3r} \end{aligned} \right\} \left\{ \chi, \varphi_0, \frac{d}{L}, \delta_i, \varepsilon, Nd, \frac{T_0}{T_2 - T_0}, \frac{T_c}{T_2 - T_0}, \kappa(\alpha_{\beta k}) \right\}. \quad (86)$$

Задачей гидродинамической теории смазки цилиндрических пренебрежимо мало деформируемых и стационарно нагруженных подшипников заключается в разыскании зависимостей вида (85) и (86), которые могли бы служить основой достаточно строгого и точного расчета подшипников.

В настоящее время близится к завершению решение более простой задачи о нахождении зависимостей коэффициента нагруженности ζ и коэффициента сопротивления ξ от определяющих критериев при предположении, что значения ζ и ξ соответствуют постоянным по всей длине смазочного слоя, температуре и вязкости, равным их значениям, которые могут быть определены из баланса тепла для слоя смазки в целом, заменяющим в этом случае уравнение (72) притока тепла. Такое предположение, эквивалентное допущению равенства истинной и средней по слою температур ($T=T_m$), есть не что иное, как утверждение изотермического характера течения смазки, т. е. утверждение существования функциональных зависимостей

$$\left. \begin{aligned} \zeta &= \Phi_{1u} \\ \xi &= \Phi_{2u} \end{aligned} \right\} \left\{ \chi, \varphi_1, \varphi_2, (\varphi_0), \frac{d}{L}, \delta_i(\varepsilon), \kappa(\alpha_{\beta k}) \right\}, \quad (87)$$

где $\kappa(\alpha_{\beta k})$ — определяющие критерии, соответствующие зависимости вязкости и плотности только от давления, независимые от особенностей протекания тепловых процессов в слое смазки. Средняя температура T_m слоя находится из составленного тем

или иным способом уравнения суммарного теплового баланса подшипника при использовании явных выражений для ζ и ξ в функции от определяющих критериев. Найденная таким способом средняя температура отличается от средней температуры, полученной усреднением по слою истинных температур.

При такой постановке вопроса не только динамическое, но и тепловое подобие определяются подобием геометрическим, если не учитывать влияния параметров $\kappa(\alpha_{pk})$, которое заметно проявляется у высоконагруженных подшипников при низких положениях шипа.

Перепишем выражения (87) в виде

$$\bar{Eu} \cdot Re = \Phi_{1u} \quad \bar{Eu}_\tau \cdot Re = \Phi_{2u},$$

откуда следует, что при условиях изотермичности течения смазки и $\kappa(\alpha_{pk})=0$ подобие течений не зависит от линейных размеров подшипников, физических свойств смазки и ее расхода. Режим течения будет автомодельным, т. е. таким, когда подобие в целом обеспечивается подобием в распределении скоростей. Иначе говоря, вынужденные движения, совершаемые физически подобными жидкостями, будут вполне между собой подобны, а следовательно, течения смазки будут подобны и при неодинаковых числах Рейнольдса. При этом должно лишь соблюдаться условие равенства отношений скоростей на границе и в какой-либо точке смазочных слоев сравниваемых подшипников.

В еще более частном случае изотермического течения несжимаемой смазки с постоянным коэффициентом вязкости в неограниченно протяженном подшипнике

$$\zeta = \Phi'_{1u}(\chi), \quad \xi = \Phi'_{2u}(\chi),$$

поскольку углы φ_1 и φ_2 начала и обрыва смазочного слоя либо постоянны и не зависят от χ , или являются функциями χ . Обращением первого из написанных равенств найдем, что $\chi = F(\zeta)$. Подставляя во второе равенство, получим $\xi = \Phi'_{2u}[F(\zeta)]$. При $\zeta=0$, т. е. при отсутствии нагрузки P на шип и конечной скорости его вращения он должен занимать центральное положение. В этом случае момент касательных усилий отличен от нуля и постоянен, поэтому можно положить

$$\Phi'_{2u}[F(\zeta)] = C[1 + w(\zeta)], \quad \text{где } w(0) = 0,$$

а C постоянная. Для момента сопротивления на единицу длины шипа, получим:

$$\frac{M}{L} = \frac{2r_{1u}^2 U}{\Delta} \cdot C[1 + w(\zeta)]. \quad (88)$$

В дополнительном предположении полного охвата шипа смазкой формула (88) должна совпадать с формулой Петрова [97], откуда $C = \pi$.

Подобными рассуждениями для коэффициента трения $\frac{f}{\zeta} = \frac{\xi}{\zeta}$ найдем

$$f = C \cdot \psi \left[\frac{1}{\zeta} + W(\chi) \right], \quad (89)$$

где $W(0) = 0$.

В формуле (88) и (89) нагрузка P на единицу длины подшипника, вязкость μ и скорость U входят лишь в виде комбинации $\mu \cdot \frac{U}{P}$ или, в виде комбинации $\mu \cdot \frac{n}{P_m}$, где n — число оборотов шипа, а P_m — среднее удельное давление на подшипник. Это следствие Зоммерфельд [52]¹ ошибочно считал законом подобия при жидкостном трении в подшипнике. В действительности эти формулы представляют собой только связь между двумя определяемыми критериями, получившуюся благодаря сделанным ограничительным предположениям о природе ζ и ξ в этом случае.

Формальное распространение зависимости коэффициента трения от обратной величины коэффициента нагруженности или величины $\frac{\mu \cdot n}{P_m}$, на реальные подшипники, дает некоторую рабо-

чую характеристику подшипника, лишь частично отражающую его эксплуатационные свойства. Эта рабочая характеристика называется «диаграммой Герси». Каждая кривая на этой диаграмме отвечает только одному подшипнику, а не группе подобных подшипников, поскольку у реального подшипника определяющим критерием является не только χ , но и целый ряд других величин. Поэтому, даже при наличии геометрического подобия, из равенства значений $\frac{1}{\zeta}$ у двух сравниваемых подшипников, вообще говоря, не будет вытекать равенство значений f , и наоборот. Равенство значений f или ζ еще не означает наличия подобия, которое может быть осуществлено при условии равенства всех определяющих критериев.

Однако практически строгого выполнения последнего условия выдержать нельзя, так как не все условия подобия, даже необходимые, можно фактически осуществить. Поэтому, выяснив экспериментально и теоретически существенность тех или иных величин, определяющих явление, осуществляют подобие

¹ Следуя Зоммерфельду подобную же ошибку делает и Лейбензон, принимая величину, обратную коэффициенту нагруженности, за определяющий критерий [87], [85].

приближенно, стремясь соблюсти равенство критериев для преобладающих величин, поскольку разные условия работы, и, соответственно этому, различные конструкции подшипников выдвигают на первый план превалирующее влияние небольшого числа параметров, сравнительно с которыми влиянием остальных можно пренебречь.

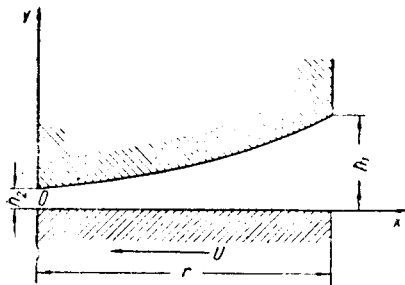
Одинаково важным во всех случаях для жидкостного трения оказывается влияние критериев, зависящих от геометрии области, занятой смазкой, вязкости масла и скоростного режима. Поэтому на первый план выступает чисто динамическая сторона явлений, происходящих в смазочном слое. Как показывает в большинстве случаев опыт, тепловые процессы оказывают влияние, в основном, на вязкость смазки. На этом основании практически важные результаты получаются и в случае, если динамику смазочного слоя изучать отдельно от тепловых явлений, предполагая процесс, происходящим с постоянной по всему слою температурой в смысле соотношений, для которых справедлива формулировка проблемы, в виде равенств (87). Это основная точка зрения, с которой гидродинамическая теория смазки будет излагаться в настоящей книге и которая соответствует классической постановке задачи. Но тогда не только динамическое, но и тепловое подобие с той или иной степенью приближения определяется подобием геометрическим и диаграмма Герси с такой же степенью приближения будет отвечать не одному, а целой группе подшипников, имеющих одинаковые величины $\frac{d}{L}$ и углы φ_1 и φ_2 , определяю-

щие границы смазочного слоя. Иначе говоря, диаграмма Герси будет обобщать результаты опытов над одним подшипником в той мере, в какой режим течения смазки можно считать авто-модельным.

Чтобы оценить степень погрешности, которая получается при таком приближении, в следующей главе будут рассмотрены простейшие случаи течения смазки.

ПРОСТЕЙШИЕ СЛУЧАИ ТЕЧЕНИЯ СМАЗКИ

На примере наиболее простых видов течения смазки, к которым относятся течения с постоянным или равным нулю градиентом давления в направлении, перпендикулярном к течению потока и при постоянном зазоре в этом направлении между поверхностями, разделяемыми смазочным слоем, с наибольшей отчетливостью можно увидеть основные особенности происходящих процессов и оценить влияние допущений и приближений, которые делаются в более сложных случаях.



Фиг. 23. Схема плоского смазочного зазора.

Этим простейшим видам течений будет соответствовать и простейший вид основных уравнений, который мы получим, если (фиг. 23) ось Oz направим поперек потока и примем, что толщина слоя смазки h не зависит от z . Тогда при установившемся движении и $V = W = 0$ уравнение (71) для распределения давления в смазочном слое сможем записать так:

$$\frac{d}{dx} \left(h^3 \cdot \frac{\rho}{\mu} \cdot \frac{dp}{dx} \right) = 6 \frac{d}{dx} (\rho U h),$$

а уравнение (72) притока тепла в виде

$$\frac{d}{dx} \left(g c_v T \rho \int_0^h v_x dy \right) + \alpha (T - T_c) = - A p \int_0^h \Theta dy + A \mu \int_0^h \left(\frac{\partial v_x}{\partial y} \right)^2 dy.$$

Интегрируя первое из написанных уравнений, найдем:

$$\frac{dp}{dx} = \frac{6U}{h^2} \cdot \mu \left(1 - \frac{\rho_m \cdot h_m}{\rho \cdot h} \right) \quad (90)$$

Здесь и в дальнейшем знак минус перед U опускается. Причем, ρ_m и h_m — плотность смазки и толщина смазочного слоя в том месте, где давление достигает максимума. Что же касается уравнения притока тепла, то прежде всего заметим, что в рассматриваемом нами случае, уравнение сплошности (47) и выражение (48) дадут:

$$\int_0^h \Theta dy = - \frac{1}{\rho} \cdot \frac{dp}{dx} \int_0^h v_x dy,$$

принимая во внимание, что $\frac{\partial \rho}{\partial y} = 0$.

Первая из формул (70) и уравнение (90) непосредственно дают:

$$\int_0^h v_x dy = \frac{U \rho_m h_m}{2\rho}.$$

Наконец, пользуясь первой из формул (69) находим:

$$\int_0^h \left(\frac{\partial v_x}{\partial y} \right)^2 dy = \frac{h^3}{12\mu^2} \cdot \left(\frac{dp}{dx} \right)^2 + \frac{U^2}{h}.$$

Если подставить сюда значение $\frac{dp}{dx}$ из уравнения (90), то тогда

$$\int_0^h \left(\frac{\partial v_x}{\partial y} \right)^2 dy = \frac{U^2}{h} \left[4 - 6 \frac{\rho_m}{\rho} \cdot \frac{h_m}{h} + 3 \left(\frac{\rho_m}{\rho} \cdot \frac{h_m}{h} \right)^2 \right].$$

Подставляя величины найденных интегралов в уравнение притока тепла, придадим ему вид:

$$\frac{d}{dx} (g c_v T) + \frac{2\tau}{U \rho_m h_m} \cdot (T - T_c) = A \cdot \frac{p}{\rho^2} \cdot \frac{dp}{dx} + A \cdot \frac{8U}{\rho_m h_m} \cdot \frac{\mu}{h} \left[1 - \frac{3}{2} \cdot \frac{\rho_m}{\rho} \cdot \frac{h_m}{h} + \frac{3}{4} \left(\frac{\rho_m}{\rho} \cdot \frac{h_m}{h} \right)^2 \right]. \quad (91)$$

Для полноты системы к уравнениям (90) и (91) надо присоединить уравнение состояния и зависимости вязкости и теплоемкости от температуры и давления. Коэффициент теплоотдачи α можно приравнять некоторому его среднему значению α_m .

Непосредственно из уравнений (90) и (91) можно сделать некоторые немаловажные заключения. При отсутствии принудительной подачи смазки несущая способность смазочного слоя, как следует из уравнения (90), может возникнуть: а) при постоянной плотности смазки только благодаря переменной величине зазора h и б) при постоянной величине зазора вследствие изменения плотности смазки. В действительности несущая способность смазочного слоя возникает как при изменении зазора, так и при изменении плотности. Влияние изменения плотности для малосжимаемых жидкостей гораздо меньше влияния изменения зазора. В этом случае заметное изменение плотности может произойти лишь при значительном изменении температуры.

Из уравнения (91) притока тепла следует, что для сжимаемой и несжимаемой смазок при наличии и отсутствии теплоотдачи изотермическое течение в смазочном слое невозможно. При отсутствии теплоотдачи изотермическое течение невозможно принципиально. При наличии же теплоотдачи условие изотермичности накладывает определенные жесткие и нереальные условия на коэффициент теплоотдачи, что и в этом случае делает условие изотермичности течения формальным.

Несмотря на недопустимость строгой возможности осуществления постоянства температуры вдоль смазочного слоя усреднение по температуре может рассматриваться, если оно достаточно обосновано. Изотермический случай течения смазки важен еще как наиболее простой с вычислительной стороны.

Для дальнейшего удобно перейти к безразмерным величинам. Зазор в начале смазочной щели h_1 , а в конце h_2 , средний зазор $\Delta = \frac{1}{2}(h_1 + h_2)$, начало координат взято в конце смазочной щели (см. фиг. 23), где $h = h_2$, а длина смазочного слоя r . Если через $\psi = \frac{\Delta}{r} = \frac{h_1 + h_2}{2r}$ обозначить величину относительного зазора, где Δ представляет собой характерный размер вдоль оси Oy , а через T_1 , T_2 температуру смазки в начале и конце слоя, то тогда безразмерное расстояние η , толщина \bar{h} слоя смазки, приведенное гидродинамическое давление \bar{p} и относительная температура \bar{T} запишутся в виде:

$$\eta = \frac{x}{r}, \quad \bar{h} = \frac{h}{\Delta}, \quad \bar{p} = \frac{p\Delta^2}{2\mu_0 U r}, \quad \bar{T} = \frac{T}{T_2 - T_1}.$$

Если μ_0 , ρ_0 и c_{v0} — вязкость, плотность и теплоемкость при некоторых фиксированных температуре и давлении, то можем написать:

$$\begin{aligned} \mu &= \mu_0 \cdot f_\mu [x(\alpha_{\mu k}), \bar{p}, \bar{T}], \quad \rho = \rho_0 \cdot f_\rho [x(\alpha_{\rho k}), \bar{p}, \bar{T}], \quad c_v = \\ &= c_{v0} \cdot f_c [x(\alpha_{ck}), \bar{p}, \bar{T}], \quad k = 1, 2, \dots, m, \end{aligned}$$

где $x(\alpha_{\mu k})$, $x(\alpha_{\rho k})$ и $x(\alpha_{c k})$ — безразмерные критерии, появляющиеся вследствие зависимости вязкости, плотности и теплоемкости от температуры и давления. При введенных безразмерных переменных уравнения (90) и (91) переписутся так:

$$\frac{d\bar{p}}{d\eta} = \frac{3f_{\mu}}{h^3} \cdot \left(1 - \frac{f_{\rho m} \cdot \bar{h}_m}{f_{\rho} \cdot \bar{h}} \right); \quad (92)$$

$$\begin{aligned} \frac{d(f_c \bar{T})}{d\eta} + \text{En} \cdot \frac{\bar{T} - \bar{T}_c}{f_{\rho m} \cdot \bar{h}_m} = \text{Te} \cdot \frac{\bar{p}}{f_{\rho}^2} \cdot \frac{df_{\rho}}{d\eta} + \\ + \text{Te} \cdot \frac{4f_{\mu}}{f_{\rho m} h_m} \cdot \frac{1}{\bar{h}} \cdot \left[1 - \frac{3}{2} \cdot \frac{f_{\rho m} \cdot \bar{h}_m}{f_{\rho} \cdot \bar{h}} + \frac{3}{4} \cdot \left(\frac{f_{\rho m} \cdot \bar{h}_m}{f_{\rho} \cdot \bar{h}} \right)^2 \right]; \end{aligned} \quad (93)$$

причем, здесь

$$\text{En} = \frac{2\alpha}{g\rho_0 c_{v_0} \cdot U \cdot \psi}, \quad \text{Te} = \frac{2\mu_0 U \cdot A}{g\rho_0 c_{v_0} (T_2 - T_1) \Delta\psi}. \quad (94)$$

К уравнениям (92) и (93) надо присоединить уравнение состояния $f_{\rho} = f_{\rho} [x(\alpha_{\rho k}), \bar{p}, \bar{T}]$ и зависимости безразмерных вязкости f_{μ} и теплоемкости f_c от приведенных давления \bar{p} и температуры \bar{T} .

Если приведенное давление \bar{p} будет найдено, то коэффициент нагруженности

$$\zeta = \frac{P \cdot \psi^3}{2\mu_0 U}, \quad (95)$$

где P — нагрузка на единицу ширины поверхностей, разделяемых смазочным слоем, определится по очевидной формуле

$$\zeta = \int_0^1 \bar{p} d\eta. \quad (96)$$

Вторая из формул (65), принимая во внимание первую из формул (69) для касательного напряжения τ_{xy} на нижней ($y=0$) и верхней ($y=h$) поверхностях, даст выражение

$$\tau_{xy} = \mu \frac{U}{h} \mp \frac{h}{2} \cdot \frac{dp}{dx}, \quad (97)$$

в котором, если знаки изменить на обратные нижний знак будет относиться к верхней, неподвижной поверхности, а верхний — к поверхности движущейся.

Подставляя теперь сюда $\frac{dp}{dx}$ из уравнения (90) и переходя

к безразмерным переменным, для приведенного касательного напряжения найдем выражения

$$\bar{\tau} = \frac{\tau_{xy} \cdot \Delta}{\mu_0 U} = \frac{f_\mu}{h} \left[1 \mp 3 \left(1 - \frac{f_{\rho m} \cdot \bar{h}_m}{f_\rho \cdot \bar{h}} \right) \right]. \quad (98)$$

При известном приведенном касательном напряжении коэффициент сопротивления движению ξ

$$\xi = \frac{F\psi}{\mu_0 U}, \quad (99)$$

где F — сила трения на единицу ширины одной из поверхностей, разделяемых смазочным слоем, определится по формуле:

$$\xi = \int_0^1 \bar{\tau} d\eta. \quad (100)$$

Наконец, условный коэффициент трения f , определяемый как отношение силы трения к нагрузке P , согласно формул (95) и (100) будет равен

$$\frac{f}{\psi} = \frac{1}{2} \cdot \frac{\xi}{\zeta}. \quad (101)$$

Все приведенные здесь уравнения и формулы справедливы для любых случаев одномерного течения смазки, т. е. при любых зависимостях плотности, вязкости и теплоемкости от температуры и давления и любом законе изменения толщины слоя смазки. Здесь будут рассмотрены три наиболее типичных случая при линейном законе изменения толщины смазочного слоя.

15. ИЗОТЕРМИЧЕСКОЕ ТЕЧЕНИЕ НЕСЖИМАЕМОЙ СМАЗКИ МЕЖДУ НАКЛОННЫМИ ПЛОСКОСТЯМИ¹

Несжимаемость смазки накладывает условие $f_\rho = f_{\rho m}$; изотермичность течения позволяет положить $f_\rho = 1$ и $f_\mu = 1$. Поэтому уравнение (92) для давлений принимает вид

$$\frac{d\bar{p}}{d\eta} = \frac{3}{\bar{h}^2} \cdot \left(1 - \frac{\bar{h}_m}{\bar{h}} \right), \quad (102)$$

а уравнение притока тепла не учитывается.

¹ Впервые было рассмотрено Рейнольдсом ([108], стр. 299); Мичеллем [200], Гаррисоном [185], Мартином [199], Гюмбелем [180]; [181]), и особенно подробно, Релеем [212]. Затем она вошла как неотъемлемая составная часть во все работы, трактующие этот вопрос.

Поскольку течение происходит между наклонными плоскостями, то $h = h_2 + (h_1 - h_2) \cdot \eta$ и, следовательно,

$$\bar{h} = \frac{2}{k+1} \cdot [1 + (k-1) \cdot \eta], \quad (103)$$

где $k = \frac{h_1}{h_2}$.

Подставляя выражение (103) для \bar{h} в уравнение (102), интегрируя его, и, определяя постоянные интегрирования из условия обращения давления в нуль на входе ($\eta = 1$) и выходе ($\eta = 0$) из смазочной щели, получим:

$$\bar{p} = -\frac{3}{4} \cdot (k^2 - 1) \cdot \frac{\eta(1-\eta)}{[1 + (k-1)\eta]^2}. \quad (104)$$

Знак минус указывает, что рассматриваются усилия, действующие со стороны жидкости на стенки потока. Из этой формулы следует также, что при параллельных плоскостях ($k = 1$) смазочный слой не будет оказывать давления на ограничивающие его поверхности. Своего максимального значения давление достигает в точке η_m , в которой толщина слоя \bar{h}_m ; эти величины равны

$$\bar{h}_m = \frac{4k}{(k+1)^2}, \quad \eta_m = \frac{1}{k+1}. \quad (105)$$

Соответствующее им максимальное давление определится формулой

$$\bar{p}_m = -\frac{3}{16} \cdot \frac{k^2 - 1}{k}. \quad (106)$$

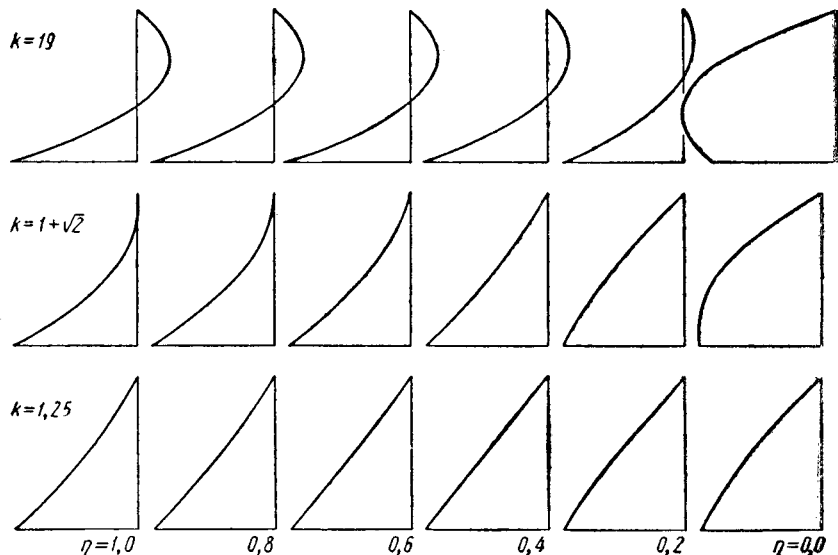
Поскольку $\eta_m \leq \frac{1}{2}$, то сечение экстремального давления располагается всегда ближе к сечению наименьшей толщины слоя. Чтобы легче можно было рассмотреть другие особенности течения смазки между наклонными плоскостями, построим эпюры скоростей в различных поперечных сечениях смазочного слоя, которые легко найти из первой формулы (69), если воспользоваться уравнением (102), формулой (103) и выражением для \bar{h}_m по формуле (105).

После несложных вычислений получим:

$$\frac{v_x}{U} = \frac{y}{h} \cdot \left[3 \cdot \frac{k}{k+1} \cdot \frac{1}{(k-1)\eta+1} \cdot \left(\frac{y}{h} - 1 \right) + 1 \right].$$

При $k = 19$, $k = 1 + \sqrt{2}$ и $k = 1,25$ эпюры распределения скоростей для различных η показаны на фиг. 24. На фиг. 26 для этих же величин k пунктиром показаны эпюры распределения давления.

Из приведенных эпюр распределения скоростей можно видеть, что благодаря наклону верхней плоскости, смазка, расположенная справа от сечения с максимальным давлением, в котором эпюра скоростей будет прямая, имеет выпуклый профиль скоростей. Этот эффект, обусловленный конфузурностью смазочной щели, создает предпосылки, благоприятствующие устойчивости течения по отношению к возмущениям, стремящимся нарушить неразрывность слоя смазки. С увеличением k ,



Фиг. 24. Эпюры распределения скоростей в слое смазки между наклонными плоскостями

т. е. с увеличением конфузурности зазора, указанный эффект увеличивается, так что при $k > 2$ возникает область противотечения, прилегающая к нижней, неподвижной плоскости. Скорости частиц смазки в области противотечения направлены в сторону, противоположную направлению движения верхней плоскости. Граница между областью противотока и остальной смазкой образована частицами жидкости, скорость которых равна нулю. Эти частицы расположены на гиперболе

$$\frac{3}{2} \cdot \frac{y}{h} \cdot [(k^2 - 1) \eta - k + 1] = (k^2 - 1) \eta - 2k + 1,$$

пересекающей нижнюю плоскость в точке $\eta_n = \frac{2k-1}{k^2-1}$; поэтому протяженность области противотока вдоль нижней плоскости равна

$$1 - \eta_n = \frac{k(k-2)}{k^2-1}. \quad (107)$$

Отсутствие противотечения при $1 \leq k \leq 2$, а также возникновение и увеличение его с ростом конфузурности смазочной щели при $k > 2$ обуславливается необходимостью сохранения сплошности течения во всех поперечных сечениях зазора, в каждом из которых объемный расход смазки Q должен быть постоянен и равен:

$$Q = \frac{U h_m}{2} = \frac{2U \Delta k}{(\varepsilon + 1)^2}. \quad (108)$$

Наличие противотечения сказывается, конечно, как на несущей способности, так и на трении верхней и нижней плоскостей.

Коэффициент нагруженности, который получим по формуле (96), пользуясь выражением (104), оказывается равным

$$\zeta = \frac{3}{4} \cdot \left(\frac{k+1}{k-1}\right)^2 \cdot \left(2 \frac{k-1}{k+1} - \ln k\right). \quad (109)$$

Точку приложения равнодействующей найдем из условия равенства ее момента относительно начала координат моменту сил давления относительно той же точки, т. е. из условия

$$P \cdot x_p = \int_0^r p x dx.$$

Безразмерное расстояние $\varepsilon = 0,5 - \eta_p$, где $\eta_p = \frac{x_p}{r}$ точки приложения равнодействующей сил давления от середины ползуна найдется тогда по формуле

$$\varepsilon = \frac{1}{2} - \frac{1}{\zeta} \int_0^1 \bar{p} \eta d\eta.$$

При помощи этой формулы, пользуясь выражениями (104) и (109), найдем

$$\varepsilon = \frac{1}{2} \cdot \frac{(k^2 + 4k + 1) \ln k - 3(k^2 - 1)}{(k^2 - 1) \ln k - 2(k - 1)^2}. \quad (110)$$

Наконец, коэффициент сопротивления движению ξ вычислим по формуле (100), пользуясь выражением (98) для приведенного касательного напряжения. Для движущейся нижней плоскости

$$\xi_{\partial a} = \frac{k+1}{k-1} \left(2 \ln k - 3 \frac{k-1}{k+1}\right), \quad (111)$$

а для неподвижной верхней плоскости

$$\xi_{\mu} = -\frac{k+1}{k-1} \left(\ln k - 3 \frac{k-1}{k+1}\right). \quad (112)$$

Величины ζ , ϵ , $\frac{1}{2} - \eta_m$, $\xi_{\partial a}$, ξ_H , $1 - \eta_n$ и соответствующих

этим значениям ξ и ζ величин коэффициентов трения, определяемых по формуле (101) при различных k , представлены в табл. 30.

Таблица 30

k	1,00	1,25	$1 + \sqrt{2}$	5,0	10,0	15,0	19,0	100,0
ζ	0	0,0579	0,2314	0,4659	0,7463	0,9384	1,0595	2,0646
ϵ	0	0,0224	0,0673	0,1535	0,2097	0,2388	0,2544	0,34035
$\frac{1}{2} - \eta_m$	0	0,0555	0,2071	0,3333	0,4096	0,4375	0,4500	0,4901
$\xi_{\partial a}$	1,0	1,0166	1,2556	1,8283	2,6285	3,1598	3,5432	6,3964
ξ_H	1,0	0,9917	0,8722	0,5558	0,1857	-0,0949	-0,2716	-1,6982
$1 - \eta_n$	—	—	0,1716	0,6250	0,8081	0,8706	0,8972	0,9801
$\frac{f_{\partial a}}{\psi}$	∞	9,093	2,713	1,962	1,761	1,699	1,672	1,549
$\frac{f_H}{\psi}$	∞	8,861	1,884	0,6286	0,1214	-0,0506	-0,1281	-0,4112

Знак минус для ξ_H при $k > 13,137$ указывает на то, что благодаря достаточно разившемуся противотечению касательные усилия, приложенные к верхней плоскости направлены в сторону, противоположную направлению движения нижней плоскости. При $k = 13,137$ равнодействующая касательных усилий, приложенных к верхней плоскости, равна нулю.

Из этой таблицы непосредственно видно, что при постоянной величине среднего зазора Δ все характеристики смазочного слоя являются величинами, монотонно изменяющимися с возрастанием k . Откуда следует, что для увеличения несущей способности и уменьшения трения на движущейся поверхности выгодно увеличивать конфузорность смазочной щели при постоянном ψ , а при постоянном k выгодно уменьшать относительный, а следовательно и средний зазоры¹. Если же одновременно варьировать конфузорность смазочной щели и средний зазор, что можно осуществить, оставляя постоянным минимальный зазор $h_{\min} = h_2$, который в этом случае явится характерным линейным размером в направлении оси Oy , то тогда обнаруживаются такие значения ψ (или Δ) и k , при которых несущая способность и трение достигают некоторых экстремальных значений.

Действительно, поскольку

$$h_2 = h_{\min} = \frac{2\Delta}{k+1}, \text{ то } \psi = \frac{k+1}{2} \cdot \frac{h_{\min}}{r}$$

¹ Если, конечно, вязкость не зависит от температуры и остается постоянной при всех условиях течения смазки.

и тогда, во-первых,

$$\frac{P}{2\mu_0 U} \cdot \frac{h_{\min}^2}{r^2} = \zeta' = \frac{4}{(k+1)^2} \zeta \quad (113)$$

и, во-вторых,

$$\frac{F}{\mu_0 U} \cdot \frac{h_{\min}}{r} = \xi' = \frac{2}{k+1} \cdot \xi, \quad (114)$$

поэтому

$$\frac{r}{h_{\min}} \cdot f = \frac{1}{2} \cdot \frac{\xi'}{\zeta'}. \quad (115)$$

Если теперь принять во внимание формулы (109), (111) и (112), то не трудно заметить, что функции ζ' и $\frac{\xi'_{\partial s}}{\zeta'}$ при некоторых значениях k , которые мы обозначим через $k_{\zeta'}$ и k_f , соответственно, будут достигать первая максимума, а вторая минимума. Пользуясь известными правилами, k найдем как отличный от единицы корень уравнения

$$(5k^2 + 2k + 1)(k - 1) - 2k(k + 1)^2 \ln k = 0,$$

а k_f будет отличным от единицы корнем уравнения:

$$(5k^2 + 4k - 1)(k - 1)^2 - k[(7k + 5)(k^2 - 1) - 2(k + 1)^3 \ln k] \ln k = 0.$$

Из этих уравнений получим:

$$k_{\zeta'} = 2,188 \text{ и } k_f = 2,529.$$

Характеристики смазочного слоя, соответствующие найденным значениям k , приведены в табл. 31.

Таблица 31

k	ζ	ζ'	$\xi_{\partial s}$	$\xi'_{\partial s}$	ξ_H	ξ'_H	$\frac{f_{\partial s}}{\psi}$	$\frac{r}{h_{\min}} f_{\partial s}$
$k_{\zeta'} = 2,188$	0,2035	0,0801	1,2023	0,7543	0,8985	0,5639	2,954	4,708
$k_f = 2,529$	0,2449	0,0787	1,2829	0,7271	0,8585	0,4867	2,619	4,619

Следует заметить, что максимальное приведенное давление \bar{p}_m в смазочном слое, определяемое формулой (106), отнесенное к среднему зазору Δ , с увеличением k и уменьшением Δ монотонно возрастает. Если же за характерный размер

принять не средний, а минимальный зазор $h_{\min} = h_2$, то максимальное приведенное давление \bar{p}_m .

$$\frac{p_m h_{\min}}{2\mu_0 U r} = \bar{p}_m = -\frac{3}{4} \cdot \frac{1}{k} \cdot \frac{k-1}{k+1}$$

при $k = 1 + \sqrt{2}$ принимает наибольшее значение, равное 0,1287.

Для других k величины ζ' , $\xi'_{\partial s}$, ξ'_H , $\frac{r}{h_{\min}} f_{\partial s}$ и $\frac{r}{h_{\min}} \cdot f_H$ представлены в табл. 32 и изображены на фиг. 25, где представлены так же ζ , $\xi_{\partial s}$ и $\frac{f_{\partial s}}{\psi}$.

Таблица 32

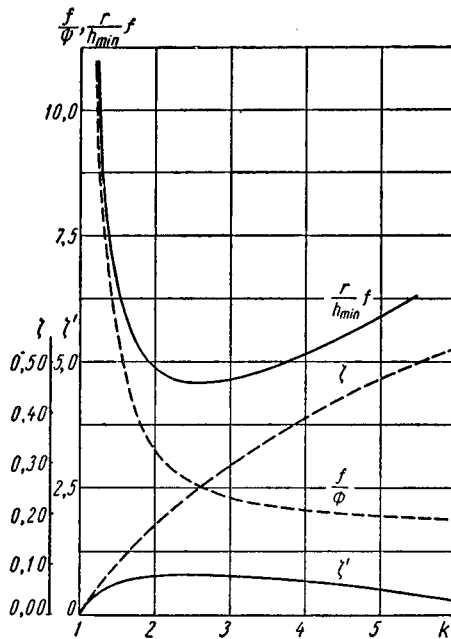
k	1	1,25	$1 + \sqrt{2}$	5,0	10,0	15,0	19,0	100
ζ'	0	0,0442	0,0794	0,0518	0,0247	0,0146	0,0106	0,00081
$\xi'_{\partial s}$	1,0	0,9037	0,7355	0,6094	0,4779	0,398	0,3543	0,1267
ξ'_H	1,0	0,8815	0,5109	0,1953	0,0338	0,0118	-0,0272	-0,0336
$\frac{r}{h_{\min}} f_{\partial s}$	∞	10,21	4,632	5,882	9,674	13,654	16,712	78,21
$\frac{r}{h_{\min}} f_H$	∞	9,972	3,217	1,885	0,6834	-0,4041	-1,283	-20,74

Изложенное позволяет заключить о существовании такого интервала ψ , в котором рост зазора приводит к увеличению k , т. е. к увеличению минимальной толщины смазочного слоя вместе с ростом нагрузки и уменьшением коэффициента трения на движущейся поверхности. Иначе говоря, как следует из формулы (113), при постоянном скоростном режиме увеличение минимального зазора при $k \leq 2,188$ не приведет к снижению несущей способности смазочного слоя, а при постоянной нагрузке можно снижать скоростной режим без уменьшения несущей способности. Одновременно с этим, как следует из формулы (114) и третьей строки сверху табл. 32, трение возрастать не будет, а коэффициент трения до $k_f = 2,529$ будет убывать.

Интервалы изменения характеристик смазочного слоя в окрестностях $k_{\xi'}$ и k_f соответствуют оптимальным условиям нагруженности. Пологость кривых ζ' и $\frac{r}{h_{\min}} \cdot f$ вблизи экстремальных значений указывает, что отклонение величины зазора от оптимальной расчетной мало влияет на режим работы смазочного слоя.

Указанные оптимальные соотношения имеют место лишь при постоянной вязкости для всех рассматриваемых k и величин зазора. В действительности же с изменением k и h_{min} температура и вязкость смазочного слоя меняются не только вдоль

слоя, но и при переходе от одних значений k к другим, что изменяет всю картину поведения смазки. Соответствующие изменения в распределении давлений вдоль слоя и величин характеристик рассмотрены в следующем параграфе.



Фиг. 25. Изменение коэффициента нагруженности и коэффициента трения в зависимости от взаимного наклона плоскостей

Из трех величин — плотности, теплоемкости и вязкости при тех небольших перепадах температур, которые имеют место в опорах скольжения (не свыше $40^\circ \div 50^\circ \text{C}$) только вязкость изменяется в несколько раз, как это мы видели в § 2, гл. 1. Поэтому доминирующее влияние на поведение масла в зазоре между трущимися поверхностями оказывает изменение вязкости с температурой. Для ориентировочной оценки можно привести такие цифры. Если при перепаде температур в 50° вязкость изменится не менее чем в 3 раза, то теплоемкость изменится при этом не более чем на 15%, а плотность не более чем на 4%.

Полагая $f_p = f_{pm} = 1$ и $f_c = 1$, получим погрешность, которой можно пренебречь с точностью, достаточной для практики.

Для обычных подшипников скольжения, обладающих небольшой величиной теплоотдачи, с той же степенью точности, с которой мы пренебрегли изменением плотности и теплоемкости

16. НЕИЗОТЕРМИЧЕСКОЕ ТЕЧЕНИЕ СМАЗКИ ПОСТОЯННОЙ ПЛОТНОСТИ МЕЖДУ НАКЛОННЫМИ ПЛОСКОСТЯМИ¹

Из трех величин — плотности, теплоемкости и вязкости при тех небольших перепадах температур, которые имеют место в опорах скольжения (не свыше $40^\circ \div 50^\circ \text{C}$) только вязкость изменяется в несколько раз, как это мы видели в § 2, гл. 1. Поэтому доминирующее влияние на поведение масла в зазоре между тру-

¹ В первых попытках учесть изменение вязкости с температурой предполагали, что вязкость вдоль по слою изменяется линейно [217], [153], [205]. Более строго к этому вопросу подошел Фогельполь [229]. В подобном же аспекте эта задача нами [68] была доведена до конца. В настоящем параграфе эти наши исследования развиваются дальше.

можно пренебречь влиянием теплоотдачи, т. е. влиянием второго слагаемого левой части уравнения (93).

Система основных уравнений (92) и (93) преобразуется при этом к виду

$$\frac{d\bar{n}}{d\eta} = 3 \frac{f_{\mu}}{\bar{h}^2} \left(1 - \frac{\bar{h}_m}{\bar{h}} \right); \quad (116)$$

$$\frac{d\bar{T}}{d\eta} = \text{Te} \cdot \frac{f_{\mu}}{\bar{h}_m \cdot \bar{h}} \cdot \left[4 - 6 \frac{\bar{h}_m}{\bar{h}} + 3 \left(\frac{\bar{h}_m}{\bar{h}} \right)^2 \right]. \quad (117)$$

Сюда же надо присоединить функциональную зависимость вязкости от температуры

$$f_{\mu} = f_{\mu}(\bar{T}), \quad (118)$$

включающую один или более критериев $\kappa(\alpha_{\mu\kappa})$.

Критерий Te в уравнении (117), как отмечалось в последнем параграфе предыдущей главы, имеет порядок единицы. Приняв за характерный размер вдоль оси Oy средний зазор Δ , и замечая, что согласно соотношению (103)

$$\bar{h}_1 = \frac{2k}{k+1} \quad \text{и} \quad d\eta = \frac{1}{2} \cdot \frac{k+1}{k-1} d\bar{h}.$$

Уравнение (117) сможем переписать в виде:

$$\frac{d\bar{T}}{f_{\mu}(\bar{T})} = \text{Te} \cdot \frac{1}{4} \cdot \frac{(k+1)^2}{k(k-1)} \cdot \beta_1 \cdot \left(\frac{4}{\beta} - \frac{6}{\beta^2} + \frac{3}{\beta^3} \right) d\beta,$$

где $\beta = \frac{h}{h_m}$ и $\beta_1 = \frac{h_1}{h_m}$.

Вводим затем функцию

$$\Phi(\bar{T}) = \int \frac{d\bar{T}}{f_{\mu}(\bar{T})} \quad (119)$$

и находим

$$\Phi(\bar{T}_1) - \Phi(\bar{T}) = \frac{\text{Te}}{4} \cdot \frac{(k+1)^2}{k(k-1)} \cdot \beta_1 [q(\beta) - q(\beta_1)], \quad (120)$$

где

$$q(\beta) = 4 \ln \beta + \frac{6}{\beta} - \frac{3}{2} \cdot \frac{1}{\beta^2}. \quad (121)$$

При параллельных пластинках ($k=1$, $\bar{h}_m = \bar{h} = 1$) уравнение (93) при тех же предположениях дает:

$$\frac{d\bar{T}}{f_{\mu}(\bar{T})} = \text{Te} \cdot d\eta,$$

поэтому

$$\Phi(\bar{T}) = \Phi(\bar{T}_1) + \text{Te} \cdot (1 - \eta). \quad (122)$$

Сравнивая это выражение с выражением (120), видим, что при параллельных пластинках распределение температуры в смазке может быть найдено непосредственно. При наклонных пластинках распределение температуры в случае определяется, если известна величина β_1 , т. е. толщина h_m слоя смазки в месте, где давление достигает максимума.

Чтобы найти распределение давления, а вместе с тем и величину β_1 , обратимся к уравнению (92), которое можно переписать в виде:

$$d\bar{p} = \frac{3}{4} f_{\mu}(\bar{T}) \cdot \frac{(k+1)^2}{k(k-1)} \cdot \beta_1 \cdot \frac{\beta-1}{\beta^3} d\beta.$$

При известном виде функции $f_{\mu}(\bar{T})$ температура \bar{T} может быть выражена из уравнения (120) в явном виде, так что

$$\bar{T} = \Psi(\beta). \quad (123)$$

Следовательно, приведенное давление \bar{p} определится формулой

$$\bar{p} = \frac{3}{4} \cdot \frac{(k+1)^2}{k(k-1)} \cdot \beta_1 \cdot \int_{\beta_1}^{\beta} f_{\mu}[\Psi(\beta)] \cdot \frac{\beta-1}{\beta^3} d\beta. \quad (124)$$

Из условия, что на выходе из смазочной щели при $\beta = \beta_2$ давление должно быть равно нулю, получаем условие

$$\int_{\beta_1}^{\beta_2} f_{\mu}[\Psi(\beta)] \cdot \frac{\beta-1}{\beta^3} d\beta = 0, \quad (125)$$

из которого подбором определяется β_1 , принимая во внимание, что $\frac{\beta_2}{\beta_1} = k$.

Полагая, что зависимость вязкости от температуры выражается формулой (25), и, что в этой формуле $\mu_0 = \mu_1$, где μ_1 — вязкость при температуре T_1 смазки, поступающей в зазор, сможем написать

$$\frac{\mu}{\mu_1} = f_{\mu}(\bar{T}) = \left(\frac{\bar{T}_1}{\bar{T}} \right)^n; \quad (126)$$

здесь $\bar{T}_1 = \frac{T_1}{T_2 - T_1}$ и $\kappa(\alpha_{\mu_1}) = n$.

Формулы (119) и (120) тогда дают

$$\left(\frac{\bar{T}}{\bar{T}_1} \right)^{n+1} = 1 + (n+1) \cdot \frac{\text{Te}}{\bar{T}_1} \cdot \frac{1}{4} \cdot \frac{(k+1)^2}{k(k-1)} \cdot \beta_1 [q(\beta_1) - q(\beta)]. \quad (127)$$

Соответственно этому изменение вязкости по длине слоя смазки из формулы (126) представится выражением

$$\frac{\mu_1}{\mu} = \left\{ 1 + (n+1) \frac{Te}{T_1} \cdot \frac{1}{4} \cdot \frac{(k+1)^2}{k(k-1)} \cdot \beta_1 [q(\beta_1) - q(\beta)] \right\}^{\frac{n}{n+1}}. \quad (128)$$

Входящая в соотношения (127) и (128) величина β_1 определится согласно (125) из трансцендентного уравнения

$$\int_{\beta_1}^{\beta_2} \frac{\beta - 1}{\beta^3} \cdot \frac{d\beta}{\left\{ 1 + (n+1) \cdot \frac{Te}{T_1} \cdot \frac{1}{4} \cdot \frac{(k+1)^2}{k(k-1)} \cdot \beta_1 [q(\beta_1) - q(\beta)] \right\}^{\frac{n}{n+1}}} = 0.$$

При $n=3$ и четырех различных значениях $(n+1) \frac{Te}{T_1}$, при $k=1+\sqrt{2}$ и $k=19$ величины постоянной β_1 и безразмерного расстояния η_m , определяющего место, где давление достигает максимума, представлены в табл. 33.

Таблица 33

k	$1+\sqrt{2}$				19			
$(n+1) \frac{Te}{T_1}$	0,00	0,50	5,0	50	0,00	0,50	5,0	50
β_1	1,707	1,662	1,553	1,446	10,00	8,875	8,187	7,843
η_m	0,293	0,320	0,390	0,473	0,0500	0,0633	0,0734	0,0790

Если β_1 известно, то пользуясь формулами (128) и (127) можно найти распределение температуры и вязкости по длине слоя, заметив, что

$$\eta = \frac{1}{k-1} \cdot \left(\frac{\beta}{\beta_1} k - 1 \right).$$

Распределение давления по длине слоя вычислится по формуле (124), в которой функция $f_{12} [\Psi(\beta)]$ равна обратной величине правой части выражения (128). Для $k=1+\sqrt{2}$ и $k=19$ на фиг. 26 показаны эпюры распределения давления при переменной вязкости, а для сравнения пунктиром при тех же k приведены эпюры при постоянной вязкости, соответствующей $\mu = \mu_1$.

Коэффициент нагруженности найдем по формуле (96), которую в этом случае можно записать в виде:

$$\zeta = \frac{k}{k-1} \cdot \frac{1}{\beta_1} \cdot \int_{\beta_2}^{\beta_1} \bar{p}(\beta) d\beta,$$

Функция $\bar{p}(\beta)$ должна здесь вычисляться по формуле (124). Вычисление ζ производится одним из численных методов. Коэффициент сопротивления движению на движущейся и неподвижной плоскостях найдем по формуле (100), пользуясь выражением (98) для приведенного касательного напряжения. При $f_{p_m} = f_p$ получим

$$\xi_{\partial s} = \frac{1}{2} \cdot \frac{k+1}{k-1} \int_{\beta_2}^{\beta_1} f_{\mu}[\Psi(\beta)] \cdot \left(4 - \frac{3}{\beta}\right) \cdot \frac{d\beta}{\beta}$$

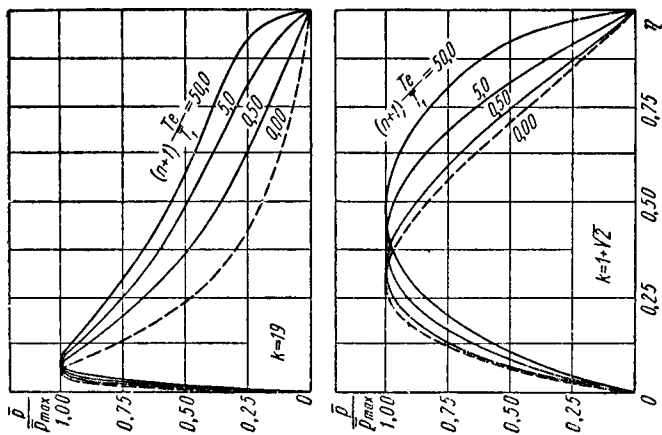
и

$$\xi_{\kappa} = -\frac{1}{2} \cdot \frac{k+1}{k-1} \int_{\beta_2}^{\beta_1} f_{\mu}[\Psi(\beta)] \cdot \left(2 - \frac{3}{\beta}\right) \frac{d\beta}{\beta}.$$

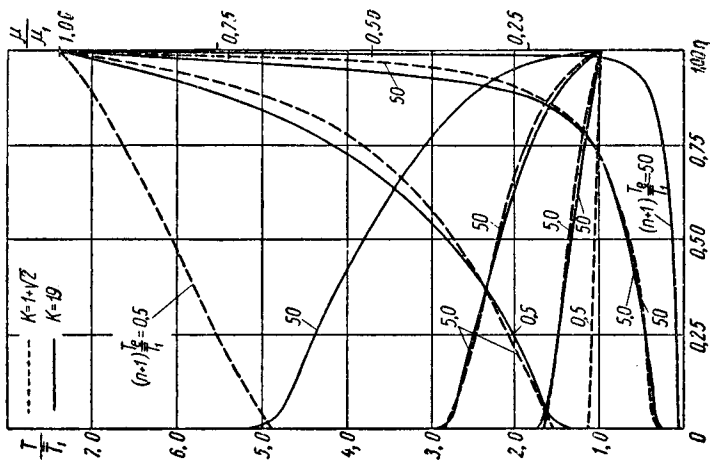
При $n=3$ и тех же значениях k и критерия $(n+1) \cdot \frac{T_e}{T_1}$, для которых в табл. 33 приведены величины β_1 , в табл. 34 приведены величины $\frac{\mu_1}{T_2}$, $\frac{T_2}{T_1}$, ζ , $\xi_{\partial s}$ и ξ_{κ} , а также величины коэффициента трения $f_{\partial s}$, найденные по формуле (101), и величины ζ' , $\xi'_{\partial s}$ и $\frac{r}{h_{\min}} \cdot f_{\partial s}$, соответствующие постоянному значению $h_2 = h_{\min}$.

Таблица 34

k	$1 + \sqrt{2}$				19				
	$(n+1) \frac{T_e}{T_1}$	0,00	0,50	5,0	50	0,00	0,50	5,0	50
$\frac{\mu_1}{T_2}$	1,000	1,516	4,806	24,24	1,000	5,373	26,95	147,98	
$\frac{T_2}{T_1}$	1,000	1,149	1,688	2,894	1,000	1,751	2,998	5,289	
ζ	0,2314	0,0967	0,0510	0,0161	1,0595	0,414	0,126	0,0312	
ζ'	0,0794	0,0332	0,0175	0,00552	0,0106	0,00414	0,00126	0,00031	
$\xi_{\partial s}$	1,2556	1,0016	0,487	0,142	3,5432	1,265	0,371	0,113	
ξ_{κ}	0,8722	0,665	0,326	0,0961	-0,2716	-0,229	-0,085	-0,0502	
$f_{\partial s}$	2,713	5,179	4,775	4,410	1,672	1,528	1,472	1,811	
$\frac{r}{h_{\min}} f_{\partial s}$	4,632	6,251	5,763	5,323	16,712	15,28	14,72	18,11	



Фиг. 26. Эпюры распределения давления при изменении вязкости смазки с температурой



Фиг. 27. Изменение температуры и вязкости вдоль по слою смазки при изменении вязкости с температурой

Кроме того, на фиг. 27 показаны изменения температуры и вязкости вдоль слоя.

Данные табл. 33 и 34, а также кривые на фиг. 26 и фиг. 27 позволяют заключить следующее:

1. Даже при небольших относительных перепадах температур $\left(\frac{T_2 - T_1}{T_1}\right)$ изменение вязкости вдоль слоя столь значительно, что пренебрегать влиянием этого изменения на несущую способность и трение в смазочном слое ни в коем случае нельзя.

2. Падение вязкости вдоль слоя при всех прочих равных условиях не только уменьшает гидродинамическое давление, но и деформирует эпюру давлений, сдвигая максимум давления к середине, и притом тем больше, чем больше $(n+1) \frac{Te}{T_1}$. Этот сдвиг с увеличением k относительно уменьшается.

3. При наиболее часто встречающихся в практике перепадах температуры ($20-40^\circ$) и температурах смазки, входящей в слой ($40-80^\circ$), параметр $(n+1) \frac{Te}{T_1}$ не превосходит 5,0 (критерий Te не более единицы).

4. При указанном значении величины $(n+1) \frac{Te}{T_1}$ изменение температуры вдоль слоя мало отличается от линейного, а эпюры распределения давления по форме мало отличаются от эпюр при постоянной вязкости, что позволяет часто с точностью, достаточной для практики, при расчетах пользоваться средними величинами вязкости, считая ее постоянной вдоль слоя.

5. При линейном изменении температуры вдоль слоя среднюю вязкость можно брать по средней арифметической температуре между температурами входящего и выходящего из слоя масла.

6. При нелинейном изменении температуры, но малом отклонении формы эпюр давления от их формы при постоянной вязкости в расчетах также можно пользоваться некоторой средней вязкостью, которая определяется как средняя интегральная, например из общего теплового баланса смазочного слоя.

7. Выводы, сделанные в пунктах 4, 5 и 6, позволяют при $Te \leq 1,0$ с достаточным приближением считать течение смазки автомодельным и при переменной по слою вязкости, а подобие не только динамическим, но и тепловым, определяющимся подобием геометрическим; поэтому диаграмма Герси с практически достаточной степенью точности в большинстве случаев может являться обобщением результатов опыта для целой группы подшипников.

8. В теории, развитой в этом параграфе, совершенно не учитывался теплообмен, но учет теплопередачи от слоя смазки к ограничивающим его поверхностям только усилил бы сделанные выводы, поскольку в этом случае изменение температуры вдоль слоя еще более приблизилось бы к линейному закону.

Сделанные выводы подтверждаются опытами, произведенными над некоторыми подшипниками, а это позволяет для подшипников, близких по конструкции и условиям работы развивать теорию смазочного слоя при условии изотермичности течения смазки.

ТЕОРИЯ ПОДШИПНИКОВ БЕЗ ТОРЦОВОГО ИСТЕЧЕНИЯ СМАЗКИ (ПЛОСКАЯ ЗАДАЧА ГИДРОДИНАМИЧЕСКОЙ ТЕОРИИ СМАЗКИ)

Подшипники, у которых отсутствует течение смазки вдоль образующих поверхностей трения тел, входящих в пару трения, для своего осуществления требуют весьма сложных устройств и практически никогда не применяются, но как некоторая модель, реализующая явления в неограниченно протяженном подшипнике, они представляют собой предельный случай, анализ которого совершенно необходим для теории и расчета реального подшипника конечной длины.

Смазочный слой подшипника бесконечной длины являлся объектом исследования в классический период развития гидродинамической теории смазки, причем случай концентричного расположения шипа и подшипника впервые рассмотрен (1883 г.) Петровым [97]. Стремясь правильно истолковать полученные Петровым результаты, Жуковский [46] впервые дает в значительной мере лишь качественное объяснение возникновения несущей способности смазочного слоя, указав на необходимость для этого эксцентричного расположения шипа в подшипнике, а затем количественно [47] объясняет поведение смазки между шипом и подшипником, с тем, однако, ограничением, что предполагает шип и подшипник вращающимися с равными угловыми скоростями в противоположные стороны.

Почти одновременно (1886 г.) и независимо от Петрова и Жуковского Рейнольдс [108], истолковывая опыты Тауэра, дал теорию смазочного слоя неограниченно протяженного, лишь частично охватывающего шип подшипника, исходя из приближенных уравнений (64), (71) гидродинамики вязкой жидкости. Впоследствии (1900 г.) Петров [99] метод Рейнольдса применил к более сложному случаю и исправил вкравшуюся у Рейнольдса погрешность. Анализ Рейнольдса был упрощен (1904 г.) Зоммерфельдом [51], рассмотревшим случаи шипа, полностью и наполовину охватываемого смазочным слоем. Завершением этого периода развития гидродинамической теории смазки яви-

лась во многих отношениях замечательная работа Жуковского и Чаплыгина [48], давших в аспекте существовавших в то время взглядов точное решение задачи. В несколько иной форме это решение было повторено Дуффингом [173], по-видимому, не знаящим о работе Жуковского и Чаплыгина.

Существенными для перечисленного цикла работ являются следующие предположения: 1) поверхности шипа и подшипника строго круглоцилиндрические; 2) смазка несжимаема; 3) коэффициент вязкости постоянен, т. е. не зависит от температуры и давления; 4) смазка целиком заполняет смазочный зазор; 5) в смазке могут существовать отрицательные давления, равные по величине положительным; 6) шип на смазочном слое совершает лишь вращательное движение.

Однако опыты показывали, что расположение смазочного слоя и распределение давления в нем столь значительно отличаются от предположенных в принятых допущениях, что искусственность четвертого и пятого из них оказалась очевидная и заставила усовершенствовать теорию. На основе приближенных уравнений (64), (71) такое усовершенствование было сделано Мартином [199] и (1918 г.) Гюмбелем [180], [181], а на основе полных уравнений плоского движения вязкой жидкости автором [63]. Попытку приспособить теорию неограниченно протяженного подшипника к расчету опор скольжения несколько позже Гюмбеля предприняли Хоартс (1923—26 гг.) [187] и (1925 г.) Карелитц, рассмотревшие также частичные подшипники при разных углах охвата шипа подшипником. Подобным же путем шел и Босвелл [153]. Поступательное движение шипа вдоль линии центров было рассмотрено (1924 г.) Гюмбелем [181], Куцаевым [79], Свифтом [225] и на основе полных уравнений автором [64]. Допущение о несжимаемости жидкой смазки для обычного ее состояния выполняется с весьма большой точностью при тех давлениях, которые имеют место в подшипниках; если же смазкой является воздух, то в настоящее время соответствующая изотермическая проблема рассмотрена Шейнбергом [137].

Наиболее ограничивающим предположением является допущение постоянства коэффициента вязкости смазки. Однако анализ, проведенный в предыдущей главе, позволяет во многих случаях с точностью, вполне достаточной для практики, считать вязкость вдоль смазочного слоя постоянной, равной некоторому ее среднему значению, отвечающей температуре смазочного слоя, полученной одним из способов осреднения. Несмотря на некоторую искусственность, лишь такое условие в настоящее время позволяет довести теорию до практически приложимых результатов, поэтому в дальнейшем мы будем его придерживаться. Зависимость вязкости от давления, заметно проявляющаяся при больших эксцентриситетах, может быть учтена так, как это будет показано ниже. Наконец, пренебрежение шеро-

хвататостью трущихся поверхностей сказывается обычно лишь при достаточно низких положениях шипа ($\chi > 0,90$) и весьма малых зазорах. Отклонение трущихся поверхностей от правильной круглоцилиндрической формы в настоящее время также может быть учтено. Во всяком случае первое из перечисленных предположений при нормальном изготовлении подшипников заметных искажений внести не может, особенно если за Δ принять некоторый средний зазор.

В дальнейшем исследование несущей способности и трения в неограниченно протяженном подшипнике проводится в предположениях строгой круглоцилиндричности поверхностей трения и изотермичности течения смазки. Для несжимаемой смазки будут также отброшены ограничения, накладываемые малой величиной зазора в подшипнике.

17. ПРЕДВАРИТЕЛЬНЫЕ СООТНОШЕНИЯ

Если не ограничивать себя условием, что разность радиусов шипа и подшипника мала, т. е. учитывать кривизну смазочного слоя, которая при пользовании уравнениями Рейнольдса во внимание не принимается, то наибольшую простоту в процессе разыскания необходимых величин получим, если выберем координаты, при которых поверхности шипа и подшипника, т. е. границы смазочного слоя будут совпадать с координатными линиями. Такими координатами являются биполярные, определяемые следующим образом (фиг. 28). Выбрав на Ox две точки C_1 и C_2 (полюсы) на расстоянии $2a$ друг от друга, положение точки $M(x, y)$ на плоскости будем определять величинами

$$\rho = \ln \frac{R_1}{R_2}, \quad \eta = \angle CMC_1 = \pi + \alpha_1 - \alpha_2. \quad (129)$$

Координата ρ изменяется от $-\infty$ до $+\infty$, причем знак ее будет совпадать со знаком координаты x . При $x=0$ и $\rho=0$. В точке $C_1(-a, 0)$, $\rho=-\infty$, а в точке $C_2(+a, 0)$, $\rho=+\infty$.

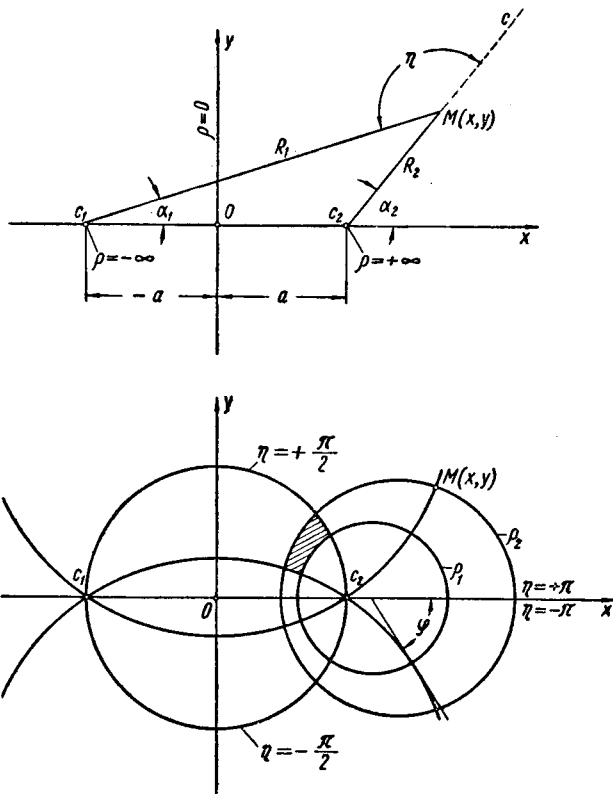
Так как $R_1^2 = (x+a)^2 + y^2$, $R_2^2 = (x-a)^2 + y^2$, то из первого соотношения (129) следует:

$$(x - a \operatorname{cth} \rho)^2 + y^2 = \left(\frac{a}{\operatorname{sh} \rho} \right)^2, \quad (130)$$

т. е. кривые $\rho = \text{const}$ являются окружностями с центрами, лежащими на оси Ox , их радиусы r и расстояния l их центров от начала координат определяются формулами:

$$r = \frac{a}{|\operatorname{sh} \rho|}; \quad l = a |\operatorname{cth} \rho|. \quad (131)$$

Координата η меняется от $-\pi$ до $+\pi$, причем знак ее совпадает со знаком координаты y . Отрезок C_1C_2 является координатной линией $\eta=0$. На отрезках же оси Ox при $x < -a$, $x > +a$,



Фиг. 28. Биполярная система координат.

координата η терпит разрыв, равный 2π , с $+\pi$ при $y=+0$ до $-\pi$ при $y=-0$. Так как

$$\alpha_1 = \operatorname{arctg} \frac{y}{x+a}, \quad \alpha_2 = \operatorname{arctg} \frac{y}{x-a},$$

то из второго соотношения (129) следует

$$x^2 + (y + a \operatorname{ctg} \eta)^2 = \left(\frac{a}{\sin \eta} \right)^2; \quad (132)$$

т. е. кривые $\eta = \operatorname{const}$, дуги окружностей, центры которых лежат на оси Oy .

Из уравнений (130) и (132) следует, что $x \cdot \operatorname{cth} \rho + y \operatorname{ctg} \eta = a$, поэтому пользуясь этим равенством и уравнением (130) найдем:

$$x = \frac{a \operatorname{sh} \rho}{\operatorname{ch} \rho + \cos \eta}, \quad y = \frac{a \cdot \sin \eta}{\operatorname{ch} \rho + \cos \eta}. \quad (133)$$

Величина дифференциального параметра g , характеризующего масштаб преобразования при переходе от координат x, y к координатам ρ, η , согласно известной формуле [69], [111], [119]

$$\frac{1}{g^2} = \left(\frac{ds_\rho}{d\rho}\right)^2 = \left(\frac{ds_\eta}{d\eta}\right)^2 = \left(\frac{\partial x}{\partial \rho}\right)^2 + \left(\frac{\partial y}{\partial \rho}\right)^2,$$

оказывается равной

$$\frac{1}{g} = \frac{a}{\operatorname{ch} \rho + \cos \eta}. \quad (134)$$

Угол, образуемый касательной к элементу линии $\eta = \text{const}$ с осью Ox и отсчитываемый по часовой стрелке (фиг. 28), найдется по очевидным формулам

$$\cos \varphi = -\frac{dx}{ds_\rho} = -g \cdot \frac{\partial x}{\partial \rho} = -\frac{1 + \operatorname{ch} \rho \cdot \cos \eta}{\operatorname{ch} \rho + \cos \eta}, \quad (135)$$

$$\sin \varphi = \frac{dy}{ds_\rho} = g \cdot \frac{\partial y}{\partial \rho} = -\frac{\operatorname{sh} \rho \cdot \sin \eta}{\operatorname{ch} \rho + \cos \eta}.$$

В дальнейшем мы будем интересоваться той частью плоскости x, y , где $\rho \geq 0$ и где, следовательно, x положительно. Обозначив через ρ_1 и ρ_2 координатные параметры, соответствующие контурам шипа и подшипника, для отношения k их радиусов согласно первой из формул (131) получим:

$$k = \frac{r_2}{r_1} = \frac{\operatorname{sh} \rho_1}{\operatorname{sh} \rho_2}. \quad (136)$$

Замечая, что эксцентриситет e равен $r_2 - r_1$, для относительного эксцентриситета χ , принимая во внимание вторую из формул (131), будем иметь

$$\chi = \frac{e}{r_2 - r_1} = \frac{\operatorname{sh} \sigma}{\operatorname{sh} \rho_1 - \operatorname{sh} \rho_2}, \quad (137)$$

где через σ обозначена разность $\rho_1 - \rho_2$.

Так как $\operatorname{sh}(\rho_2 + \sigma) = \operatorname{sh} \rho_2 \operatorname{ch} \sigma + \operatorname{ch} \rho_2 \operatorname{sh} \sigma = k \cdot \operatorname{sh} \rho_2 \times \operatorname{sh} \sigma = k - \operatorname{ch} \sigma$, что совместно с выражениями (136) и (137) дает

$$\operatorname{ch} \sigma = \frac{1}{2k} \cdot [1 + k^2 - \chi^2 (k - 1)^2]. \quad (138)$$

Оператор Лапласа от какой-либо функции W в биполярных координатах преобразуется в оператор ([69], т. II, стр. 288), ([111], стр. 74), [119]

$$\Delta W = \frac{\partial^2 W}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 W}{\partial y^2} = g^2 \left(\frac{\partial^2 W}{\partial \rho^2} + \frac{\partial^2 W}{\partial \eta^2} \right), \quad (139)$$

а бигармонический оператор будет иметь вид

$$\Delta \Delta W = g^2 \left(\frac{\partial^2}{\partial \rho^2} + \frac{\partial^2}{c \eta^2} \right) \left[g^2 \left(\frac{\partial^2 W}{\partial \rho^2} + \frac{\partial^2 W}{\partial r_1^2} \right) \right].$$

От бигармонического оператора с переменными коэффициентами для функции W можно перейти к оператору с постоянными коэффициентами для некоторой другой функции Φ , положив

$$W = \frac{\Phi}{g}, \quad (140)$$

тогда

$$\Delta \Delta W = g^3 \left(\frac{\partial^4 \Phi}{\partial \rho^4} + 2 \frac{\partial^4 \Phi}{\partial \rho^2 \partial r_1^2} + \frac{\partial^4 \Phi}{\partial r_1^4} - 2 \frac{\partial^2 \Phi}{\partial \rho^2} + 2 \frac{\partial^2 \Phi}{\partial r_1^2} + \Phi \right). \quad (141)$$

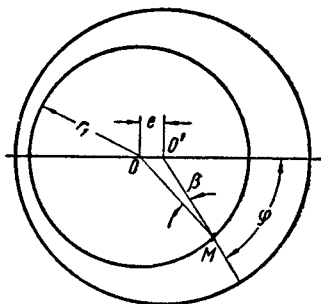
Оператор, стоящий в круглых скобках, для функции Φ будем обозначать через $\nabla \nabla \Phi$. Далее будет показано, что плоская задача гидродинамической теории смазки, если не ограничивать себя условием малой величины разности радиуса шипа и подшипника, а движение смазки рассматривать, как ползущее, сводится к определению функции Φ при заданных граничных условиях. Если же воспользоваться тем обстоятельством, что смазочный зазор весьма мал сравнительно с радиусом шипа и, соответственно этому, пользоваться приближением, которое вытекает из уравнений (71) или (77), то для определенности задачи необходимо установить толщину смазочного слоя h , в месте, определяемом углом φ и отсчитываемым от линии центров OO' (фиг. 29). Непосредственно из чертежа следует, что $r_1 - e \cos(\varphi - \beta) = (r_2 - h) \cos \beta$. Угол β настолько мал, что можно положить $\cos \beta \approx 1$, $\sin \beta \approx 0$, поэтому

$$h = \Delta (1 + \chi \cos \varphi). \quad (142)$$

Элемент ds_ρ дуги окружности $\eta = \text{const}$ определится соотношением $g ds_\rho = d\rho$, поэтому с помощью формулы (134) и первой из формул (135) получим:

$$s_{\rho_1} - s_{\rho_2} = a \int_{\rho_2}^{\rho_1} \frac{\text{ch } \rho + \cos \varphi}{\text{sh}^2 \rho} d\rho = - \frac{a}{\text{sh } \rho} (1 + \text{ch } \rho \cdot \cos \varphi) \Big|_{\rho_2}^{\rho_1},$$

где $s_{\rho_1} - s_{\rho_2}$ — длина дуги окружности $\eta = \text{const}$, заключенная между окружностями ρ_1 и ρ_2 . Касательная к окружности



Фиг. 29. Схема расположения шипа в подшипнике.

$\eta = \text{const}$ с осью Ox (см. фиг. 28) образует угол φ . Принимая во внимание формулы (136) и (137) найдем

$$s_{\rho_1} - s_{\rho_2} = r_1(k-1)(1 + \chi \cos \varphi),$$

т. е. выражение (142) будет тем точнее, чем меньше длина дуги окружности $\eta = \text{const}$ будет отличаться от ее хорды, проведенной через точки пересечения этой окружности с окружностями ρ_1 и ρ_2 .

Рассматривая плоское течение несжимаемой смазки, когда осевая компонента скорости v_z равна нулю или постоянна, не будем сначала накладывать ограничивающего предположения о малости зазора. Тогда полная система уравнений будет состоять из уравнения сплошности (48), имеющего в этом случае вид

$$\Theta = \frac{\partial v_x}{\partial x} + \frac{\partial v_y}{\partial y} = 0 \quad (143)$$

и уравнений (63) ползущего движения смазки. Принимая в общем случае вязкость изменяющейся с давлением по закону, вытекающему из формулы (7), уравнения (63) для данного случая запишем следующим образом:

$$\begin{aligned} \frac{\partial p}{\partial x} \left(1 + 2\alpha\mu \frac{\partial v_x}{\partial x} \right) + \alpha\mu \frac{\partial p}{\partial y} \left(\frac{\partial v_y}{\partial x} + \frac{\partial v_x}{\partial y} \right) &= \mu \Delta v_x; \\ \alpha\mu \cdot \frac{\partial p}{\partial x} \left(\frac{\partial v_y}{\partial x} + \frac{\partial v_x}{\partial y} \right) + \frac{\partial p}{\partial y} \cdot \left(1 + 2\alpha \cdot \mu \frac{\partial v_y}{\partial y} \right) &= \mu \Delta v_y, \end{aligned}$$

где Δ символ оператора Лапласа по формуле (139). Напряжения в слое смазки согласно формулам (50) определяются по выражениям

$$\begin{aligned} p_{xx} &= -p + 2\mu \cdot \frac{\partial v_x}{\partial x}, \quad p_{yy} = -p + 2\mu \frac{\partial v_y}{\partial y}; \\ \tau_{xy} &= \mu \left(\frac{\partial v_x}{\partial y} + \frac{\partial v_y}{\partial x} \right). \end{aligned}$$

При существующих смазках и давлениях в уравнениях движения слагаемыми, содержащими произведение $\alpha\mu$, можно пренебречь¹ сравнительно с производными давления по координатам, что позволяет эти уравнения упростить, записав в виде:

$$\frac{\partial p}{\partial x} = \mu \Delta v_x, \quad \frac{\partial p}{\partial y} = \mu \Delta v_y.$$

¹ При $\mu_0 = 0,1$ кгсек/м² и $\alpha = 0,003$ см²/кг, при давлении $P = 500$ кг/см², $\alpha \cdot \mu = 1,35 \cdot 10^{-7}$ сек. В подавляющем большинстве случаев $\alpha \mu$ гораздо меньше приведенной величины.

Удвоенная угловая скорость Ω вихря определяется формулой

$$\Omega = \frac{\partial v_y}{\partial x} - \frac{\partial v_x}{\partial y}. \quad (144)$$

Поэтому, если при вязкости, зависящей от давления, ввести функцию давления Π формулой:

$$\Pi = \int \frac{dn}{\mu(p)} \quad (145)$$

уравнения движения, воспользовавшись условием сплошности (143), запишем следующим образом:

$$\frac{\partial \Pi}{\partial x} = \frac{\partial \Omega}{\partial y}, \quad \frac{\partial \Pi}{\partial y} = - \frac{\partial \Omega}{\partial x}. \quad (146)$$

Отсюда непосредственно следует, что Ω функция гармоническая, т. е.

$$\frac{\partial^2 \Omega}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \Omega}{\partial y^2} = 0. \quad (147)$$

Так как рассматривается движение смазки, заключенной между эксцентричными цилиндрами, для удобства решения необходимо перейти к биполярным координатам. Обозначив через u_ρ и v_η составляющие скоростей по нормальям к кривым $\rho = \text{const}$ и $\eta = \text{const}$, уравнение сплошности¹ и выражение для вихря приведем к виду

$$\frac{\partial}{\partial \rho} \left(\frac{u_\rho}{g} \right) + \frac{\partial}{\partial \eta} \left(\frac{v_\eta}{g} \right) = 0;$$

$$\Omega = g^2 \left[\frac{\partial}{\partial \rho} \left(\frac{v_\eta}{g} \right) - \frac{\partial}{\partial \eta} \left(\frac{u_\rho}{g} \right) \right].$$

Уравнения движения (146) в биполярных координатах как условия сопряжения двух гармонических функций записываются в форме

$$\frac{\partial \Pi}{\partial \eta} = \frac{\partial \Omega}{\partial \rho}; \quad \frac{\partial \Pi}{\partial \rho} = - \frac{\partial \Omega}{\partial \eta}. \quad (148)$$

Уравнению сплошности удовлетворим, положив

$$u_\rho = g \cdot \frac{\partial W}{\partial \eta}, \quad v_\eta = -g \frac{\partial W}{\partial \rho}, \quad (149)$$

где W — функция тока.

¹ Гидродинамические величины, выраженные в криволинейных координатах, даны в ([69], т. II, стр. 288) и ([111], стр. 49 и стр. 71).

Отсюда непосредственно будет следовать, что

$$\Omega = -g^2 \left(\frac{\partial^2 W}{\partial \rho^2} + \frac{\partial^2 W}{\partial \eta^2} \right). \quad (150)$$

Поскольку Ω , удовлетворяя уравнению (147) является функцией гармонической, то из уравнений (147) и (150) будет следовать, что функция тока W будет удовлетворять бигармоническому уравнению

$$\left(\frac{\partial}{\partial \rho^2} + \frac{\partial}{\partial \eta^2} \right) \left[g^2 \left(\frac{\partial^2 W}{\partial \rho^2} + \frac{\partial^2 W}{\partial \eta^2} \right) \right] = 0.$$

Удобно, однако, иметь дело не с функцией тока W , а с функцией Φ , определяемой выражением (140), которая будет удовлетворять уравнению $\nabla \nabla \Phi = 0$ с постоянными коэффициентами, в котором оператор $\nabla \nabla$ определяется выражением в скобках формулы (141).

Выражение для вихря по формуле (150) через функцию Φ с помощью формул (140) и (134) переписется в таком виде

$$\begin{aligned} \Omega = & -g \left(\frac{\partial^2 \Phi}{\partial \rho^2} + \frac{\partial^2 \Phi}{\partial \eta^2} + \frac{\text{sh}^2 \rho + \sin^2 \eta}{a^2 g^2} \cdot \Phi \right) + \\ & + \frac{2}{a} \left(\text{sh} \rho \cdot \frac{\partial \Phi}{\partial \rho} - \sin \eta \frac{\partial \Phi}{\partial \eta} \right). \end{aligned} \quad (151)$$

Отсюда намечается следующий путь решения задачи. Определив при заданных граничных условиях функцию Φ , как решение уравнения, соответствующего бигармоническому оператору (141), находим затем по формуле (151) вихрь Ω , а по нему из системы (148) функцию давления Π , и, следовательно, гидродинамическое давление p . Поэтому прежде всего устанавливаются граничные условия для Φ отдельно для чисто вращательного движения шипа и для его поступательного движения вдоль линии центров. Рассматривать эти случаи также будем отдельно.

18. ВРАЩАТЕЛЬНОЕ ДВИЖЕНИЕ ШИПА В ПОДШИПНИКЕ

При установившемся движении жидкости линии тока совпадают с траекториями ее частиц, а разность значений функций тока на двух линиях тока равна количеству жидкости, протекающей между этими линиями тока ([69], т. I, стр. 128). Если Q — расход смазки, протекающей между шипом и подшипником, который положителен согласно первому выражению (149), при течении по часовой стрелке, а $W_{\rho=\rho_2}$ и $W_{\rho=\rho_1}$ — значения функции тока на подшипнике и шипе, контуры которых являются траекториями граничных частиц смазки, то $W_{\rho=\rho_2} - W_{\rho=\rho_1} = +Q$. Если на поверхности подшипника функцию

тока принять равной нулю ($W_{\rho=\rho_2} = 0$), то на поверхности шипа функция тока будет иметь постоянное значение, равное $W_{\rho=\rho_1} = -Q$. Эти граничные условия для функции тока эквивалентны условию равенства нулю на контурах шипа и подшипниках нормальной к этим контурам компоненты скорости u_ρ , но гораздо проще этого последнего условия.

Второе граничное условие получаем из условия прилипания смазки к граничным поверхностям. Поэтому, поскольку подшипник неподвижен, а шип вращается с постоянной окружной скоростью U , то на контуре подшипника $v_{\eta/\rho=\rho_2} = 0$, а на контуре шипа $v_{\eta/\rho=\rho_1} = U$.

Граничные условия для функции Φ получаем из граничных условий для функции тока, принимая во внимание равенство (140), выражение (134), а также то обстоятельство, что согласно второй формуле (149).

$$v_\eta = -\frac{\partial\Phi}{\partial\rho} + \frac{\text{sh}\rho}{\text{ch}\rho + \cos\eta} \cdot \Phi.$$

Таким образом, на поверхности шипа

$$(\text{ch}\rho_1 + \cos\eta) \left(\frac{\partial\Phi}{\partial\rho} + U \right) - \text{sh}\rho_1 \cdot \Phi = 0, \quad (152)$$

при $\rho = \rho_1$

$$(\text{ch}\rho_1 + \cos\eta)Q + a \cdot \Phi = 0;$$

на поверхности подшипника

$$(\text{ch}\rho_2 + \cos\eta) \cdot \frac{\partial\Phi}{\partial\rho} - \text{sh}\rho_2 \cdot \Phi = 0, \quad (153)$$

при $\rho = \rho_2$

$$\Phi = 0.$$

Граничные условия показывают, что функцию Φ , как решение уравнения $\nabla\nabla\Phi = 0$, можно представить в виде

$$\Phi = K(\rho) + L(\rho) \cdot \cos\eta, \quad (154)$$

где

$$\left. \begin{aligned} K(\rho) &= A_1 \cdot \text{sh}\rho + B_1 \cdot \text{ch}\rho + C_1 \rho \text{sh}\rho + D_1 \rho \text{ch}\rho, \\ L(\rho) &= A_2 + B_2 \rho + C_2 \cdot \text{sh}2\rho + D_2 \text{ch}2\rho. \end{aligned} \right\} \quad (155)$$

Коэффициенты A_1, B_1, \dots, D_2 найдем из граничных условий (152) и (153) подставляя в них выражение (154) и, ввиду произвольности η , приравнивая нулю в каждом из уравнений (152) и (153) свободные члены и коэффициенты при $\cos\eta$ и $\cos 2\eta$.

Для определения коэффициентов A_1 , B_1 , C_1 и D_1 получаем систему:

$$A_1 \operatorname{sh} \rho_1 + B_1 \operatorname{ch} \rho_1 + C_1 \rho_1 \operatorname{sh} \rho_1 + D_1 \rho_1 \operatorname{ch} \rho_1 = -\frac{Q}{a} \operatorname{ch} \rho_1;$$

$$\begin{aligned} A_1 \cdot \operatorname{ch} \rho_1 + B_1 \operatorname{sh} \rho_1 + C_1 (\operatorname{sh} \rho_1 + \rho_1 \operatorname{ch} \rho_1) + D_1 (\operatorname{ch} \rho_1 + \rho_1 \operatorname{sh} \rho_1) = \\ = -\frac{Q}{a} \operatorname{sh} \rho_1 - U; \end{aligned}$$

$$A_1 \operatorname{sh} \rho_2 + B_1 \operatorname{ch} \rho_2 + C_1 \rho_2 \operatorname{sh} \rho_2 + D_1 \rho_2 \operatorname{ch} \rho_2 = 0;$$

$$A_1 \operatorname{ch} \rho_2 + B_1 \operatorname{sh} \rho_2 + C_1 (\operatorname{sh} \rho_2 + \rho_2 \operatorname{ch} \rho_2) + D_1 (\operatorname{ch} \rho_2 + \rho_2 \operatorname{sh} \rho_2) = 0.$$

Определитель этой системы $D(K)$ равен:

$$D(K) = \sigma^2 - \operatorname{sh}^2 \sigma.$$

В дальнейшем нужны будут лишь коэффициенты C_1 и D_1 , равные:

$$C_1 = U \cdot \frac{\operatorname{ch} \rho_2 \cdot \operatorname{sh} \sigma - \sigma \cdot \operatorname{ch} \rho_1}{\sigma^2 - \operatorname{sh}^2 \sigma} + \frac{Q}{a} \cdot \frac{\operatorname{ch}^2 \rho_1 - \operatorname{ch}^2 \rho_2}{\sigma^2 - \operatorname{ch}^2 \sigma};$$

$$D_1 = -U \frac{\operatorname{sh} \rho_2 \cdot \operatorname{sh} \sigma - \sigma \cdot \operatorname{sh} \rho_1}{\sigma^2 - \operatorname{sh}^2 \sigma} - \frac{Q}{a} \cdot \frac{\sigma + \operatorname{sh} \rho_1 \operatorname{ch} \rho_1 - \operatorname{sh} \rho_2 \operatorname{ch} \rho_2}{\sigma^2 - \operatorname{sh}^2 \sigma}. \quad (156)$$

Коэффициенты A_2 , B_2 , C_2 и D_2 определим из системы

$$A_2 + B_2 \rho_1 + C_2 \cdot \operatorname{sh} 2\rho_1 + D_2 \operatorname{ch} 2\rho_1 = -\frac{Q}{a};$$

$$B_2 + 2C_2 \cdot \operatorname{ch} 2\rho_1 + 2D_2 \cdot \operatorname{sh} 2\rho_1 = 0;$$

$$A_2 + B_2 \rho_2 + C_2 \operatorname{sh} 2\rho_2 + D_2 \cdot \operatorname{ch} 2\rho_2 = 0;$$

$$B_2 + 2C_2 \operatorname{ch} 2\rho_2 + 2D_2 \cdot \operatorname{sh} 2\rho_2 = 0.$$

Определитель этой системы $D(L)$ равен

$$D(L) = 4(\operatorname{ch} 2\sigma - \sigma \operatorname{sh} 2\sigma - 1),$$

поэтому искомые коэффициенты будут

$$B_2 = -\frac{Q}{a} \cdot \frac{\operatorname{sh} 2\sigma}{\sigma \operatorname{sh}^2 2\sigma - \operatorname{ch} 2\sigma + 1};$$

$$C_2 = +\frac{Q}{2a} \cdot \frac{\operatorname{sh} 2\rho_1 - \operatorname{sh} 2\rho_2}{\sigma \operatorname{sh} 2\sigma - \operatorname{sh} 2\sigma + 1}; \quad (157)$$

$$D_2 = -\frac{Q}{2a} \cdot \frac{\operatorname{ch} 2\rho_1 - \operatorname{ch} 2\rho_2}{\sigma \operatorname{sh} 2\sigma - \operatorname{ch} 2\sigma + 1}.$$

Определением коэффициентов принципиальное решение задачи можно считать законченным. Покажем, что компоненты u_ρ скорости на шипе и подшипнике обращаются в нуль.

Первая формула (149) и формулы (140), (134) и (154) дают

$$u_\rho = \frac{L(\rho) \operatorname{ch} \rho - K(\rho)}{\operatorname{ch} \rho + \cos \eta} \cdot \sin \eta. \quad (158)$$

При $\rho = \rho_1$, т. е. на шипе, $aK(\rho_1) = -Q \operatorname{ch} \rho_1$ и $aL(\rho_1) = -Q$, поэтому $u_{\rho=\rho_1} = 0$. При $\rho = \rho_2$, т. е. на подшипнике $K(\rho_2) = L(\rho_2) = 0$, поэтому $u_{\rho=\rho_2} = 0$.

Определив функцию Φ , вихрь найдем по формуле (151), приняв во внимание выражения (154) и (134), получим

$$\begin{aligned} \Omega \cdot a = & -[K(\rho) + K''(\rho)] \operatorname{ch} \rho + 2 \operatorname{sh} \rho \cdot K'(\rho) + 2 \cdot L(\rho) - \frac{L''(\rho)}{2} + \\ & + [K(\rho) - K''(\rho) + 2L'(\rho) \cdot \operatorname{sh} \rho - \operatorname{ch} \rho \cdot L''(\rho)] \cos \eta - \frac{L''(\rho)}{2} \cos 2\eta. \end{aligned}$$

Подставляя сюда значения $K(\rho)$ и $L(\rho)$ по формулам (155), найдем

$$\begin{aligned} \frac{\partial \Omega a}{\partial \eta} = & 2[(D_1 - B_2 + 2C_2) \operatorname{sh} \rho + (C_1 + 2D_2) \operatorname{ch} \rho] \sin \eta + \\ & + 4(C_2 \operatorname{sh} 2\rho + D_2 \operatorname{ch} 2\rho) \sin 2\eta, \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial \Omega a}{\partial \rho} = & -2[(D_1 - B_2 + 2C_2) \operatorname{ch} \rho + (C_1 + 2D_2) \operatorname{sh} \rho] \cos \eta - \\ & - 4(C_2 \operatorname{ch} 2\rho + D_2 \operatorname{sh} 2\rho) \cos 2\eta - 2(D_1 - B_2). \end{aligned}$$

Воспользовавшись теперь системой (148), определим функцию давления, которая оказывается равной

$$\begin{aligned} Pa = & -2[(D_1 - B_2 + 2C_2) \operatorname{ch} \rho + (C_1 + 2D_2) \operatorname{sh} \rho] \sin \eta - \\ & - 2(C_2 \operatorname{ch} 2\rho + D_2 \operatorname{sh} 2\rho) \sin 2\eta - 2(D_1 - B_2) \eta + \text{const.} \quad (159) \end{aligned}$$

Появившаяся при интегрировании константа должна быть определена из дополнительных условий. Если функция распределения давления p известна, то гидродинамическое давление p при известном законе изменения вязкости с давлением находится непосредственно. Если, в частности, вязкость с давлением изменяется по закону (7), то согласно формуле (145)

$$p = -\frac{1}{\alpha} \ln(1 - \alpha \mu_0 \Pi). \quad (160)$$

Выражением (159) описывается распределение гидродинамического давления в смазочном слое при независимой от температуры вязкости и вращательном движении шипа в подшип-

нике в наиболее общем случае, когда смазочный слой не полностью заполняет зазор между шипом и подшипником, обрываясь в некоторой точке за местом их наибольшего сближения или когда подшипник, лишь частично охватывает шип. Если же предположить, как это делали Петров, Зоммерфельд, Жуковский и Чаплыгин и Гаррисон, что при подшипнике, полностью охватывающем шип, смазка заполняет весь зазор, непериодическое слагаемое $2(D_1 - B_2)\eta$ в формуле (159) должно отсутствовать.

Последнее условие может быть выполнено только при условии $D_1 = B_2$, а это наложит определенные ограничения на расход смазки Q . В этом легко убедиться из следующего. Из выражений D_1 и B_2 согласно формулам (156) и (157) следует

$$D_1 - B_2 = -U \cdot \text{sh } \rho_2 \cdot \frac{\text{sh } \sigma - k\tau}{\sigma^2 - \text{sh}^2 \sigma} \left\{ 1 - \frac{Q}{Ur_1} \times \frac{1}{k} \frac{[2k \text{ch } \sigma - (1 + k^2) \tau] \text{sh } \sigma}{(\tau \text{ch } \sigma - \text{sh } \sigma)(\text{sh } \sigma - k\sigma)} \right\} \quad (161)$$

При смазочном слое, не полностью охватывающем шип, Q является неизвестной величиной, которая должна быть определена из каких-то дополнительных условий. Если же смазочный слой охватывает шип полностью, то расход Q смазки в этом случае будет вполне определенной величиной, которую мы обозначим через Q_k и которая определится из равенства нулю выражения в фигурных скобках формулы (161) таким образом найдем

$$\frac{Q_k}{Ur_1} = \frac{k(\tau \text{ch } \sigma - \text{ch } \sigma)(k\sigma - \text{sh } \sigma)}{[(1 + k^2)\sigma - 2k \text{sh } \sigma] \cdot \text{sh } \sigma}, \quad (162)$$

т. е. выражение, полностью совпадающее с выражением, полученным Жуковским и Чаплыгиным [48], теория которых является частным случаем изложенной здесь теории в предположении полного охвата шипа смазочным слоем. Коэффициенты при η , $\sin \eta$ и $\sin 2\eta$ в функции распределения давления (159) можно выразить в явном виде, если воспользоваться формулой (162). Именно, из выражений (161) и (162) следует, что введя коэффициенты A , B и C по формулам, как это написано ниже, функцию Π сможем записать весьма компактно. Для этого положим

$$\begin{aligned} A &= \frac{\psi^2}{U} \cdot (1 - \chi^2) \sqrt{1 - \chi^2} \cdot \frac{D_1 - B_2}{\text{sh } \rho_1} = \\ &= \psi^2 (1 - \chi^2) \sqrt{1 - \chi^2} \cdot \frac{1}{k} \cdot \frac{k\tau - \text{sh } \sigma}{\text{sh}^2 \sigma - \sigma^2} \left(\frac{Q}{Q_k} - 1 \right). \end{aligned} \quad (163)$$

Затем из формул (156) и (157) заметив, что

$$k \text{sh } \sigma \cdot \text{cth } \rho_1 = k \text{sh } \sigma - 1, \quad \text{sh } \sigma \cdot \text{cth } \rho_2 = k - \text{ch } \sigma,$$

после элементарных преобразований получим:

$$B = \frac{\psi^2}{U} (1 - \chi^2) \sqrt{1 - \chi^2} \cdot \frac{1}{\text{sh } \rho_1} [(D_1 - B_2 + 2C_2) \text{ch } \rho_1 + \\ + (C_1 + 2D_2) \text{sh } \rho_1] = \psi^2 (1 - \chi^2) \sqrt{1 - \chi^2} \cdot \frac{1}{\text{sh } \rho_1} \cdot \frac{1}{\text{sh}^2 \sigma - \sigma^2} \times \\ \times \left\{ \frac{Q}{Q_k} \cdot \frac{[(k \text{ch } \sigma - 1) \text{sh}^2 \sigma \text{ch } \sigma - \sigma \text{sh}^3 \sigma - (k - \text{ch } \sigma) \sigma^2] (k\tau - \text{sh } \sigma)}{[(1 + k^2) \sigma - 2k \text{sh } \sigma] \text{sh}^2 \sigma} - \text{sh}^2 \sigma \right\} \quad (164)$$

Наконец, формулы (157) дадут

$$C = \frac{\psi^2}{U} (1 - \chi^2) \sqrt{1 - \chi^2} \cdot \frac{1}{\text{sh } \rho_1} \cdot (C_2 \text{ch } 2\rho_1 + D_2 \text{sh } 2\rho_1) = \\ = \psi^2 (1 - \chi^2) \sqrt{1 - \chi^2} \cdot \frac{k}{2 \text{sh}^2 \rho_1} \times \\ \times \frac{Q}{Q_k} \frac{(k\tau - \text{sh } \tau) \text{sh } \sigma}{[(1 + k^2) \sigma - 2k \text{sh } \sigma] \text{sh } \sigma}. \quad (165)$$

При малой величине зазора, когда $\sigma = \rho_1 - \rho_2$ того же порядка малости, что и ψ и когда, следовательно, величиной ψ^2 можно пренебречь сравнительно с единицей, с точностью до величин порядка σ^2 сравнительно с единицей, имеем:

$$k\sigma - \text{sh } \sigma \approx \psi\sigma - \frac{\sigma^3}{6}, \quad \text{sh}^2 \sigma - \sigma^2 \approx \frac{\sigma^4}{3};$$

$$(k \text{ch } \sigma - 1) \text{sh}^2 \sigma \cdot \text{ch } \sigma - \sigma \cdot \text{sh}^3 \sigma - (k - \text{ch } \sigma) \sigma^2 \approx \frac{4}{3} \psi \sigma^4 + \frac{\sigma^6}{2};$$

$$(1 + k^2) \sigma k \cdot \text{sh } \sigma \approx \psi^2 \sigma - \frac{k}{3} \sigma^3, \quad \sigma \text{ch } \sigma - \text{sh } \sigma \approx \frac{\sigma^3}{3}.$$

При малых σ из формулы (138), с той же степенью приближения следует, что

$$k\tau^2 = \psi^2 (1 - \chi^2). \quad (166)$$

Поэтому формулы (136) и (137) со взятой степенью точности дают

$$\text{sh } \rho_1 = \sqrt{k} \cdot \frac{\sqrt{1 - \chi^2}}{\chi}, \quad \text{ch } \rho_1 = \frac{\sqrt{1 + \psi^2 (1 - \chi^2)}}{\chi}. \quad (167)$$

Ограничиваясь степенью точности приближенной теории, общие основы которой развиты в III главе, т. е. пренебрегая

величинами порядка ψ сравнительно с единицей, из формул (163), (164) и (165) получим:

$$\begin{aligned} A &= 3 \left(\frac{\varepsilon}{\varepsilon_k} - 1 \right); \\ B &= 3\chi \left(\frac{4}{2 + \chi^2} \cdot \frac{\varepsilon}{\varepsilon_k} - 1 \right); \\ C &= \frac{3}{2} \cdot \frac{\chi^2}{2 + \chi^2} \cdot \frac{\varepsilon}{\varepsilon_k}. \end{aligned} \quad (168)$$

Здесь через ε и ε_k обозначены безразмерные коэффициенты расхода смазки, определяемые формулами:

$$\varepsilon = \frac{Q}{r_1 U \psi}; \quad \varepsilon_k = \frac{Q_k}{r_1 U \psi}.$$

Коэффициент ε_k соответствует расходу в предположении полного охвата шипа смазочным слоем, т. е. случаю, рассмотренному Жуковским и Чаплыгиным и Зоммерфельдом. Согласно формуле (162) с точностью до величин порядка ψ сравнительно с единицей

$$\varepsilon_k = \frac{1 - \chi^2}{2 + \chi^2}. \quad (169)$$

Конечный результат исследования в безразмерном виде, обозначив через

$$\bar{\Pi} = \frac{r_1 \psi^2}{2U} \cdot \Pi \quad (170)$$

безразмерную функцию давления, окончательно запишем в форме

$$\bar{\Pi} = - \frac{1}{(1 - \chi^2) \sqrt{1 - \chi^2}} \cdot (A\eta + B \sin \eta + C \sin 2\eta) + \text{const}, \quad (171)$$

где коэффициенты A , B и C в зависимости от принимаемой степени точности берутся либо по формулам (163), (164); (165), либо по формулам (168). При $\varepsilon = \varepsilon_k$ автоматически приходим к теории Жуковского и Чаплыгина.

Обозначив через $\kappa_1 = \kappa(\sigma_{\mu_1})$ критерий, определяющий динамическое подобие при зависимости вязкости от давления, безразмерное (приведенное) давление \bar{p} согласно соотношению (160) определим выражением

$$\bar{p} = \frac{r_1 \psi^2}{2\mu_0 U} \cdot p = - \frac{1}{\kappa_1} \ln(1 - \kappa_1 \bar{\Pi}), \quad (172)$$

В котором

$$x_1 = \frac{2\gamma\mu_0 U}{r_1 \psi^2}. \quad (173)$$

Для определения несущей способности смазочного слоя и трения на шипе или подшипнике необходимо знать нормальное $p_{\rho\rho}$ и касательное $\tau_{\rho\eta}$ напряжения в смазочном слое, которые в биполярных координатах выразятся по известным ([69], т. II, стр. 291), ([111], стр. 49 и стр. 63), [63] формулам следующим образом:

$$p_{\rho\rho} = -p + 2\mu \cdot g \left(\frac{\partial u_\rho}{\partial \rho} - \frac{v_\eta}{g} \cdot \frac{\partial g}{\partial \eta} \right);$$

$$\tau_{\rho\eta} = \mu \left[\frac{\partial}{\partial \rho} (g v_\eta) + \frac{\partial}{\partial \eta} (g u_\rho) \right].$$

Из выражений (149) и (140) следует, что

$$u_\rho = \frac{\partial \Phi}{\partial \eta} + \frac{\sin \eta}{\operatorname{ch} \rho + \cos \eta} \Phi,$$

$$v_\eta = -\frac{\partial \Phi}{\partial \rho} + \frac{\operatorname{sh} \rho}{\operatorname{ch} \rho + \cos \eta} \cdot \Phi,$$

поэтому

$$p_{\rho\rho} = -p + 2\mu g \cdot \frac{\partial^2 \Phi}{\partial \rho \partial \eta};$$

$$\tau_{\rho\eta} = \mu \cdot g \left(\Phi + \frac{\partial^2 \Phi}{\partial \rho^2} - \frac{\partial^2 \Phi}{\partial \rho^2} \right).$$

Подставляя сюда значения Φ из выражения (154) и пользуясь выражениями (155) найдем:

$$p_{\rho\rho} = -p - \frac{2\mu}{a} [B_2 + 2(C_2 \operatorname{ch} 2\rho + D_2 \operatorname{sh} 2\rho)] (\operatorname{ch} \rho + \cos \eta) \sin \eta; \quad (174)$$

$$\tau_{\rho\eta} = -\frac{2\mu}{a} [C_1 \operatorname{ch} \rho + D_1 \operatorname{sh} \rho + 2(C_2 \operatorname{sh} 2\rho + D_2 \operatorname{ch} 2\rho) \cos \eta] (\operatorname{ch} \rho + \cos \eta). \quad (175)$$

Нетрудно убедиться, принимая во внимание выражения (157) для коэффициентов B_2 , C_2 и D_2 , что на поверхности шипа ($\rho = \rho_1$) и на поверхности подшипника ($\rho = \rho_2$) сумма

$$B_2 + 2(C_2 \operatorname{ch} 2\gamma_{1,2} + D_2 \operatorname{sh} 2\gamma_{1,2}) = 0$$

и поэтому, как на поверхности шипа, так и на поверхности подшипника нормальное напряжение $p_{\rho_1, 2\rho_{1,2}} = -p$.

Далее по формулам (156) имеем:

$$\frac{1}{\text{sh } \rho_1} \cdot (C_1 \text{ch } \rho_1 + D_1 \text{sh } \rho_1) = U \frac{\text{ch } \sigma \text{sh } \sigma - \sigma}{\sigma^2 - \text{sh}^2 \sigma} \cdot \frac{1}{\text{sh } \rho_1} +$$

$$+ \frac{Q}{a} \cdot \frac{k (\text{cth } \rho_1 - \sigma) - \text{cth } \rho_2 \cdot \text{ch } \sigma}{k (\sigma^2 - \text{sh}^2 \sigma)};$$

$$\frac{1}{\text{sh } \rho_1} (C_1 \text{ch } \rho_2 + D_1 \text{sh } \rho_2) = U \frac{\text{sh } \sigma - \sigma \text{ch } \sigma}{\sigma^2 - \text{sh}^2 \sigma} \cdot \frac{1}{\text{sh } \rho_1} +$$

$$+ \frac{Q}{a} \cdot \frac{k \cdot \text{cth } \rho_1 \cdot \text{ch } \sigma - \sigma - \text{cth } \rho_1}{k (\sigma^2 - \text{sh}^2 \sigma)},$$

а, кроме того, из формул (157) следует:

$$\frac{2}{\text{sh } \rho_1} \cdot (C_2 \text{sh } 2\rho_1 + D_2 \text{ch } 2\rho_1) =$$

$$= - \frac{2}{\text{sh } \rho_1} (C_2 \text{sh } 2\rho_2 + D_2 \text{ch } 2\rho_2) = \frac{Q}{a} \cdot \frac{1}{\text{sh } \rho_1} \cdot \frac{\text{sh } \sigma}{\sigma \text{ch } \sigma - \text{sh } \sigma}.$$

Поэтому приведенное (безразмерное) $\bar{\tau} = \frac{\psi r_1 \tau}{2\mu_0 U}$ касательное напряжение на шипе ($\rho = \rho_1$) равно

$$\bar{\tau}_{\rho_1 \eta} = \frac{\mu}{\mu_0} \cdot \frac{k-1}{\text{sh } \rho_1} \cdot \left\{ \frac{\sigma \text{ch } \sigma - \text{sh } \sigma}{\text{sh}^2 \sigma - \sigma^2} \left[\frac{\text{sh } \sigma \text{ch } \sigma - \sigma}{\sigma \text{ch } \sigma - \text{sh } \sigma} - \frac{Q}{Q_k} \right] \times \right.$$

$$\times \frac{(k\sigma - \text{sh } \sigma)^2}{[(1+k^2)\sigma - 2k \text{sh } \sigma] \text{sh } \sigma} \left. - \frac{Q}{Q_k} \cdot \frac{1}{\text{sh } \rho_1} \times \right.$$

$$\left. \times \frac{k(k\sigma - \text{sh } \sigma)}{(1+k^2)\sigma - 2k \text{sh } \sigma} \cdot \cos \eta \right\} (\text{ch } \rho_1 + \cos \eta), \quad (176)$$

а на подшипнике ($\rho = \rho_2$) будет:

$$\bar{\tau}_{\rho_2 \eta} = - \frac{\mu}{\mu_0} \cdot \frac{k-1}{\text{sh } \rho_1} \cdot \left\{ \frac{\sigma \text{ch } \sigma - \text{sh } \sigma}{\text{sh}^2 \sigma - \sigma^2} \cdot \left[1 - \frac{Q}{Q_k} \right] \times \right.$$

$$\times \frac{(k\sigma - \text{sh } \sigma)(k \text{sh } \sigma - \sigma)}{[(1+k^2)\sigma - 2k \text{sh } \sigma] \text{sh } \sigma} \left. - \frac{Q}{Q_k} \cdot \frac{1}{\text{sh } \rho_1} \times \right.$$

$$\left. \times \frac{k(k\sigma - \text{sh } \sigma)}{(1+k^2)\sigma - 2k \cdot \text{sh } \sigma} \cdot \cos \eta \right\} (\text{ch } \rho_2 + \cos \eta). \quad (177)$$

При малой величине относительного зазора, когда σ мало

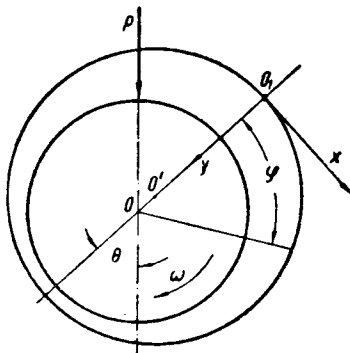
$$\left. \begin{aligned} \bar{\tau}_{p,\eta} &= \frac{\mu}{\mu_0} \cdot \frac{1}{1-\chi^2} \cdot \left(2 - \frac{\epsilon}{\epsilon_k} \cdot \frac{3}{2+\chi^2} - \frac{\epsilon}{\epsilon_k} \times \right. \\ &\quad \left. \times \frac{3\chi}{2+\chi^2} \cdot \cos \eta \right) (1 + \chi \cos \eta) \\ \bar{\tau}_{p,\eta} &= - \frac{\mu}{\mu_0} \cdot \frac{1}{1-\chi^2} \cdot \left(1 - \frac{\epsilon}{\epsilon_k} \cdot \frac{3}{2+\chi^2} - \frac{\epsilon}{\epsilon_k} \times \right. \\ &\quad \left. \times \frac{3\chi}{2+\chi^2} \cdot \cos \eta \right) (1 + \chi \cos \eta) \end{aligned} \right\}, \quad (178)$$

где ϵ_k определяются формулой (169).

Значение давления p и напряжения $\tau_{p\eta}$ позволяет найти основные характеристики ζ и ξ смазочного слоя, но для этого необходимо уточнить характер величины ϵ , что возможно осуществить, если дать предварительно интерпретацию ϵ , исходя из приближенного уравнения (77) или (71).

Совместим развернутый контур подшипника с осью O_1x , а ось O_1y направим внутрь смазочного зазора, тогда для случая неограниченно протяженного подшипника давления p не зависит от координаты z , параллельной оси шипа и течение смазки параллельно оси O_1z отсутствует. Уравнение (77) при $W=0$ запишется в этом случае в виде:

$$\frac{d}{dx} \left(\frac{h^3}{\mu} \cdot \frac{dp}{dx} \right) = 6U \frac{dh}{dx}.$$



Фиг. 30. Схема нагружения шипа на смазочном слое

Если ось O_1y совпадает с линией центров (фиг. 30), то введя функцию Π согласно формуле (145) видим, что $x=r\varphi$, где φ — угол, отсчитываемый от линии центров; толщина же смазочного слоя определяется формулой (142). Переходя затем к безразмерной функции давления (170) и безразмерной толщине слоя $\bar{h}=1+\chi \cos \varphi$, после однократного интегрирования написанного уравнения, получим:

$$\frac{d\bar{\Pi}}{d\varphi} = \frac{3}{(1+\chi \cos \varphi)^2} - \frac{3H}{(1+\chi \cos \varphi)^3}. \quad (179)$$

Здесь постоянную интегрирования H можно рассматривать как безразмерную толщину смазочного слоя в месте, где давление (или функция давления) достигает максимума.

Интегрируя еще раз, найдем, что

$$\begin{aligned} \bar{\Pi} = & \frac{3}{2} \cdot \frac{H\chi}{1-\chi^2} \cdot \frac{\sin \varphi}{(1+\chi \cos \varphi)^2} + \frac{3\chi}{1-\chi^2} \left(\frac{3}{2} \cdot \frac{H}{1-\chi^2} - 1 \right) \cdot \frac{\sin \varphi}{1+\chi \cos \varphi} - \\ & \frac{6}{(1-\chi^2)\sqrt{1-\chi^2}} \cdot \left(\frac{H}{2} \cdot \frac{2+\chi^2}{1-\chi^2} - 1 \right) \times \\ & \times \operatorname{arc} \operatorname{tg} \left(\sqrt{\frac{1-\chi}{1+\chi}} \operatorname{tg} \frac{\varphi}{2} \right) + \operatorname{const}. \end{aligned} \quad (180)$$

При малых зазорах, когда величинами порядка ψ сравнительно с единицей можно пренебречь из второй формулы (167) следует, что $\operatorname{ch} \psi \approx \frac{1}{\chi}$. С этой степенью приближения из формул (135) следует

$$\sin \varphi = -\frac{\sqrt{1-\chi^2} \sin \eta}{1+\chi \cos \eta}; \quad \cos \varphi = -\frac{\chi + \cos \eta}{1+\chi \cos \eta}.$$

Поэтому

$$\cos(\eta + \pi) = \frac{\chi + \cos \varphi}{1 + \chi \cos \varphi},$$

откуда

$$\eta = 2 \operatorname{arc} \operatorname{tg} \left(\sqrt{\frac{1-\chi}{1-\chi}} \operatorname{tg} \frac{\varphi}{2} \right) - \pi;$$

кроме того,

$$1 + \chi \cos \varphi = \frac{1 - \chi^2}{1 + \chi \cos \eta}.$$

Подставляя теперь в выражение (180) написанные выражения для $\sin \varphi$, $\cos \varphi$, ... и т. д. приведем выражение (180) к виду:

$$\begin{aligned} \bar{\Pi} = & -\frac{1}{(1-\chi^2)\sqrt{1-\chi^2}} \left[3 \left(\frac{H}{2} \cdot \frac{2+\chi^2}{1-\chi^2} - 1 \right) \eta + \right. \\ & \left. + 3\chi \left(\frac{2H}{1-\chi^2} - 1 \right) \cdot \sin \eta + \frac{H}{4} \cdot \frac{3\chi^2}{1-\chi^2} \cdot \sin 2\eta \right] + \operatorname{const}. \end{aligned} \quad (181)$$

Касательные напряжения на шипе и подшипнике по приближенной теории найдем, пользуясь второй формулой (65), которая вместе с выражением для v_x по первой из формул (69) дает

$$\tau_{xy} = \mu \left[\frac{U}{h} + \frac{1}{2\mu} \cdot \frac{dp}{dx} (2y - h) \right].$$

Поэтому для приведенного касательного напряжения при вязкости, зависящей от давления, получим выражение

$$\bar{\tau}_{xy} = \frac{\psi r_1 \tau_{xy}}{2\mu_0 U} = \frac{1}{2} \cdot \frac{\mu}{\mu_0} \left[\frac{1}{\bar{h}} + \frac{d\bar{l}}{d\varphi} (2\bar{y} - \bar{h}) \right], \quad (182)$$

где $y = \frac{y}{\Delta}$ и \bar{h} — безразмерная толщина смазочного слоя. Подставляя сюда значение $\frac{d\bar{l}}{d\varphi}$ из выражения (179) для касательного напряжения τ_{xy} на шипе из формулы (182) для $\bar{\tau}_{xy}$, при $y = \bar{h}$ получим

$$\bar{\tau}_{xy} = \frac{\mu}{\mu_0} \left(2 - \frac{3}{2} \cdot \frac{H}{1 + \chi \cos \varphi} \right) \cdot \frac{1}{1 + \chi \cos \varphi}, \quad (183)$$

а для касательного напряжения τ_n на подшипнике из той же формулы при $y=0$ будем иметь:

$$\bar{\tau}_n = - \frac{\mu}{\mu_0} \left(1 - \frac{3}{2} \cdot \frac{H}{1 + \chi \cos \varphi} \right) \frac{1}{1 + \chi \cos \varphi}. \quad (184)$$

Если от угла φ перейдем к переменной η , то последние выражения для $\bar{\tau}_{xy}$ и $\bar{\tau}_n$ можно преобразовать к виду:

$$\bar{\tau}_{xy} = \frac{\mu}{\mu_0} \left(2 - \frac{3}{2} \cdot \frac{H}{1 - \chi^2} - \frac{3}{2} \cdot \frac{H\chi}{1 - \chi^2} \cdot \cos \eta \right) (1 + \chi \cos \eta); \quad (185)$$

$$\bar{\tau}_n = - \frac{\mu}{\mu_0} \left(1 - \frac{3}{2} \cdot \frac{H}{1 - \chi^2} - \frac{3}{2} \cdot \frac{H\chi}{1 - \chi^2} \cdot \cos \eta \right) (1 + \chi \cos \eta).$$

Сравнивая выражения (171) и (181) для безразмерной функции давления, с одной стороны, и формулы (178) и (185) — с другой, можем видеть, что обе эти группы формул окажутся тождественными, если, сделав согласно формуле (169) замену $1 - \chi^2 = \varepsilon_k (2 + \chi^2)$, положим:

$$H = 2\varepsilon,$$

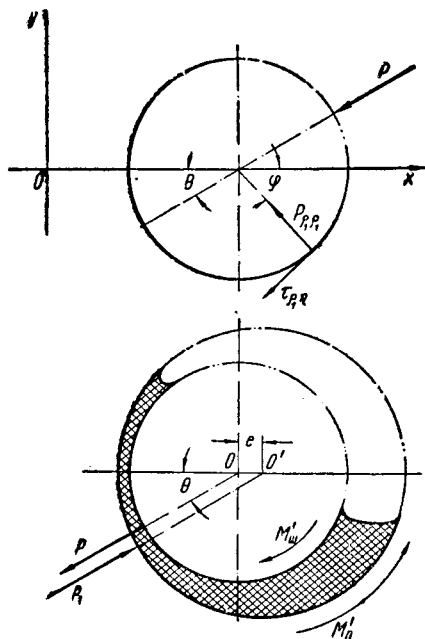
откуда непосредственно будет следовать, что расход смазки Q с толщиной смазочного слоя в месте, где давление достигает максимума, связаны зависимостью

$$Q = \frac{U\Delta}{2} (1 + \chi \cos \varphi_m),$$

где φ_m — угол, определяющий положение максимума давления в слое смазки.

При $\chi=0$, т. е. при шипе, расположенном концентрично относительно подшипника, $Q = \frac{U\Delta}{2}$, что совпадает с результатом, полученным Петровым.

Тождественность выражений (181) и (185) с выражениями (171) и (176), (177) при малых σ позволяет сделать два весьма важных заключения. Во-первых, о непосредственной преемственности точной и приближенной теорий и уменьшения разницы в получаемых на них результатах с уменьшением зазора между шипом и подшипником, чем исключается придание особой роли «точной» теории неограниченно протяженного подшипника¹ и подтверждает обоснованность предположения о



Фиг. 31. Схема действия усилий, приложенных к смазочному слою в подшипнике

коэффициент сопротивления вращению ξ , для неограниченно протяженного подшипника, определяемые формулами (79) и (80), легко найдем, если будем знать несущую способность P слоя смазки и момент трения $M_{ш}$ или M_n на шипе или подшипнике.

При постоянной по величине и направлению приложенной к шипу внешней силы P несущая способность смазочного слоя равна этой силе. Поэтому, обозначив через Θ угол между линией действия силы и линией центров, несущую способность смазочного слоя найдем, приравнявая главный вектор усилий,

пренебрежимо малом влиянии кривизны смазочного слоя в подшипниках на протекающие в нем процессы. Во-вторых, заключение о пренебрежимо малом влиянии слагаемых в уравнениях (63), содержащих производные коэффициента вязкости по координатам при вязкости, зависящей от давления, на распределение давления и трение в смазочном слое. Во всяком случае это влияние того же порядка малости, что и влияние кривизны слоя смазки, т. е. порядка ψ сравнительно с единицей.

Эти два вывода оправдывают применение только лишь приближенной теории для определения характеристик смазочного слоя подшипника конечной длины.

Основные характеристики смазочного слоя — коэффициент нагруженности ξ и коэф-

¹ Как это неправильно утверждал Трубицын [118], опираясь на неверную, противоречащую теореме единственности, теорию Мерцалова [92]. К неверным результатам Мерцалов пришел вследствие некорректного и непоследовательного обращения с малыми величинами.

приложенных к внутреннему контуру слоя смазки, силе P (фиг. 31). В проекции на линию центров и на направление ему перпендикулярное это равенство запишется следующим образом:

$$P_{\infty} \cos \theta_{\infty} = -r_1 \int_{\varphi_1}^{\varphi_2} p_{\rho_1 \rho_1} \cos \varphi d\varphi - r_1 \int_{\varphi_1}^{\varphi_2} \tau_{\rho_1 \eta} \sin \varphi d\varphi,$$

$$P_{\infty} \sin \theta_{\infty} = r_1 \int_{\varphi_1}^{\varphi_2} p_{\rho_1 \rho_1} \sin \varphi d\varphi - r_1 \int_{\varphi_1}^{\varphi_2} \tau_{\rho_1 \eta} \cos \varphi d\varphi,$$

где φ_1 и φ_2 — углы, соответствующие началу и концу смазочного слоя, а индекс ∞ означает, что рассматривается смазочный слой в неограниченно протяженном подшипнике. Эти проекции несущей способности можно выразить через гидродинамическое давление и вихрь на поверхности шипа. Действительно, поскольку на поверхности шипа $u_{\rho_1} = 0$, причем это условие выполняется при любом значении η при неизменном значении $\rho = \rho_1$, то, дифференцируя частным образом по η сможем написать:

$$\frac{\partial}{\partial \eta} (g u_{\rho_1}) = 0 \text{ и } \frac{\partial}{\partial \eta} \left(\frac{u_{\rho_1}}{g} \right) = 0.$$

Тогда, согласно ранее применявшимся общим формулам для $\tau_{\rho \eta}$ и Ω , найдем

$$\begin{aligned} \tau_{\rho_1 \eta} &= \mu \frac{\partial}{\partial \rho} (g v_{\eta}), \quad \Omega_{\rho = \rho_1} = g^2 \frac{\partial}{\partial \rho} \left(\frac{v_{\eta}}{g} \right)_{\rho = \rho_1} = \\ &= \frac{\partial}{\partial \rho} (g v_{\eta})_{\rho = \rho_1} - 2 v_{\eta} \frac{\partial g}{\partial \rho} \Big|_{\rho = \rho_1}. \end{aligned}$$

На поверхности шипа $v_{\eta} = U$, поэтому, принимая во внимание выражение (134), окончательно получим

$$\tau_{\rho_1 \eta} = \mu \left(\Omega_{\rho = \rho_1} + 2 \frac{U}{r_1} \right).$$

Ранее было показано, что на поверхности шипа $p_{\rho_1 \rho_1} = -p$. Если заметить, что согласно выражениям (133)

$$\frac{\partial x}{\partial \rho} = \frac{\partial y}{\partial \eta}; \quad \frac{\partial v}{\partial \rho} = -\frac{\partial x}{\partial \eta},$$

а по формулам (135) $g \frac{d\varphi}{d\eta} = \frac{1}{r_1}$ и, кроме того,

$$\cos \varphi d\varphi = -g \cdot \frac{\partial x}{\partial \rho} \cdot \frac{d\rho}{d\eta} d\eta = -\frac{\partial y}{\partial \eta} \cdot \frac{d\eta}{r_1},$$

$$\sin \varphi d\varphi = g \frac{\partial y}{\partial \rho} \cdot \frac{d\rho}{d\eta} d\eta = -\frac{\partial x}{\partial \eta} \cdot \frac{d\eta}{r_1},$$

проекция несущей способности на линию центров и направление ей перпендикулярное сможем представить в виде:

$$\left. \begin{aligned} P_\infty \cos \Theta_\infty &= - \int_{\eta_1}^{\eta_2} \left[p \frac{\partial y}{\partial \eta} - \mu \left(\Omega_{\rho_1} + 2 \frac{U}{r_1} \right) \frac{\partial x}{\partial \eta} \right] d\eta, \\ P_\infty \sin \Theta_\infty &= \int_{\eta_1}^{\eta_2} \left[p \frac{\partial x}{\partial \eta} + \mu \left(\Omega_{\rho_1} + 2 \frac{U}{r_1} \right) \frac{\partial y}{\partial \eta} \right] d\eta. \end{aligned} \right\} \quad (186)$$

Если же в первоначально написанных выражениях для составляющих несущей способности перейти к безразмерным величинам и проинтегрировать слагаемое, содержащее p , по частям, то, поскольку при $\varphi = \varphi_1$ и $\varphi = \varphi_2$ давление обращается в нуль, получим

$$\left. \begin{aligned} \zeta_\infty \cos \Theta_\infty &= - \int_{\varphi_1}^{\varphi_2} \left(\frac{d\bar{v}}{d\varphi} + \bar{\psi}_{\tau_{\rho_1, \eta}} \right) \sin \varphi d\varphi, \\ \zeta_\infty \sin \Theta_\infty &= \int_{\varphi_1}^{\varphi_2} \left(\frac{d\bar{v}}{d\varphi} - \bar{\psi}_{\tau_{\rho_1, \eta}} \right) \cos \varphi d\varphi. \end{aligned} \right\} \quad (187)$$

В общем случае вязкости, зависящей от давления, когда давление с функцией распределения давления связаны зависимостью (172) или, что то же самое зависимостью (160), через функцию распределения давления коэффициент нагруженности, замечая, что

$$\frac{\mu}{\mu_0} = e^{\alpha p} = \frac{1}{1 - \alpha_1 \bar{\Pi}},$$

выразится следующим образом:

$$\left. \begin{aligned} \zeta_\infty \cos \Theta_\infty &= - \int_{\varphi_1}^{\varphi_2} \left(\frac{d\bar{\Pi}}{d\varphi} + \psi \frac{\mu_0}{\mu} \bar{\tau}_{\rho_1, \eta} \right) \frac{\sin \varphi d\varphi}{1 - \alpha_1 \bar{\Pi}} \\ \zeta_\infty \sin \Theta_\infty &= \int_{\varphi_1}^{\varphi_2} \left(\frac{d\bar{\Pi}}{d\varphi} - \psi \frac{\mu_0}{\mu} \bar{\tau}_{\rho_1, \eta} \right) \frac{\cos \varphi d\varphi}{1 - \alpha_1 \bar{\Pi}}. \end{aligned} \right\} \quad (188)$$

Здесь $\bar{\Pi}$ определяется выражением (171), а $\frac{\mu_0}{\mu} \overline{\tau_{\rho\eta}}$ формулой (176) или первой формулой (178). При вязкости, зависящей от давления, интегралы, стоящие в правых частях последних выражений, в конечном виде не берутся и могут быть найдены лишь численно для каждого значения χ , ψ и κ_1 . Если вязкость от давления не зависит, то последние формулы упрощаются, обращаясь в формулы (187), поскольку тогда $\bar{\Pi} = \frac{p}{\mu_0}$, а $\bar{\Pi} = \overline{p}$.

Общих выражений для $\zeta_{\infty} \cos \Theta_{\infty}$ и $\zeta_{\infty} \sin \Theta_{\infty}$ по «точной» теории, учитывающей кривизну смазочного слоя, даже при вязкости, не зависящей от давления, давать не будем, но в частном предположении полного охвата шипа смазочным слоем, когда $Q = Q_k$, $\varphi_1 = 0$ ($\eta = -\pi$), $\varphi_2 = 2\pi$ ($\eta_2 = +\pi$) вычислим ζ_{∞} и покажем, что тогда и при развитом нами методе приходим к результатам, найденным Жуковским и Чаплыгиным [48].

Равенства [186] интегрированием по частям, если учесть, что

$$-\left[py - \mu_0 \left(\Omega_{\rho_1} + 2 \frac{U}{r_1} \right) x \right] \Big|_{-\pi}^{+\pi} = 0;$$

$$\left[px + \mu_0 \left(\Omega_{\rho_1} + 2 \frac{U}{r_1} \right) y \right] \Big|_{-\pi}^{+\pi} = 0,$$

в рассматриваемом частном случае запишутся в виде:

$$P_{\infty} \cos \Theta_{\infty} = \mu_0 \int_{-\pi}^{+\pi} \left[y \frac{\partial}{\partial \eta} \left(\frac{p}{\mu_0} \right) - x \frac{\partial \Omega}{\partial \eta} \right] d\eta,$$

$$P_{\infty} \sin \Theta_{\infty} = -\mu_0 \int_{-\pi}^{+\pi} \left[x \frac{\partial}{\partial \eta} \left(\frac{p}{\mu_0} \right) + y \frac{\partial \Omega}{\partial \eta} \right] d\eta.$$

Условие $Q = Q_k$ эквивалентно условию $D_1 - B_2 = 0$, поэтому из формулы (159) и выражения для производной Ωa по η при $\rho = \rho_1$ имеем

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial \eta} \left(\frac{p}{\mu_0} \right) &= -\frac{2}{a} (C_1 \operatorname{sh} \rho_1 + 2C_2 \operatorname{ch} \rho_1 + 2D_2 \operatorname{sh} \rho_1) \cos \eta - \\ &\quad - \frac{4}{a} (C_2 \operatorname{ch} 2\rho_1 + D_2 \operatorname{sh} 2\rho_1) \cos 2\eta; \\ \frac{\partial \Omega}{\partial \eta} &= \frac{2}{a} (C_1 \operatorname{ch} \rho_1 + 2C_2 \operatorname{sh} \rho_1 + 2D_2 \operatorname{ch} \rho_1) \sin \eta + \\ &\quad + \frac{4}{a} (C_2 \operatorname{sh} 2\rho_1 + D_2 \operatorname{ch} 2\rho_1) \sin 2\eta. \end{aligned}$$

Подставляя эти выражения в первое из предыдущих равенств и замечая, согласно формулам (133), что интегралы от $y \cos \eta$, $y \cos 2\eta$, $x \sin \eta$ и $x \sin 2\eta$ в пределах $(-\pi, +\pi)$ равны нулю, получим равенство нулю проекции несущей способности на линию центров, т. е. перпендикулярность в этом случае линии действия нагрузки и линии центров ($\Theta = 90^\circ$).

Поскольку

$$\begin{aligned} & \frac{1}{2} \int_{-\pi}^{+\pi} (y \operatorname{ch} \rho_1 \sin \eta - x \operatorname{sh} \rho_1 \cos \eta) d\eta = \\ & = \frac{1}{a} \int_{-\pi}^{+\pi} (y \operatorname{sh} \rho_1 \sin \eta - x \operatorname{ch} \rho_1 \cos \eta) d\eta = 2\pi; \\ & \frac{1}{a} \int_{-\pi}^{+\pi} (y \operatorname{ch} 2\rho_1 \sin 2\eta - x \operatorname{sh} 2\rho_1 \cos 2\eta) d\eta = \\ & = \frac{1}{a} \int_{-\pi}^{+\pi} (y \operatorname{sh} 2\rho_1 \sin 2\eta - x \operatorname{ch} 2\rho_1 \cos 2\eta) d\eta = -2\pi, \end{aligned}$$

в чем легко убедиться непосредственным вычислением, используя формулы (133), для несущей способности получим выражение

$$P = -4\pi\mu_0 C_1.$$

Величина коэффициента C_1 при $Q = Q_k$ найдется по формуле (156). Приняв во внимание (162), тогда получим

$$C_1 = U \cdot \frac{\operatorname{sh} \rho_2}{\operatorname{sh} \sigma} \cdot \frac{1 + k^2 - 2k \operatorname{sh} \tau}{(1 + k^2) \tau - 2k \operatorname{sh} \tau}.$$

Выражая затем $\operatorname{sh} \rho_2$ через $\operatorname{cth} \rho_2$, а $\operatorname{cth} \rho_2$ через σ , для коэффициента нагруженности согласно формуле (161) найдем выражение

$$\zeta_\infty = 2\pi(k-1)^2 \cdot \frac{\sqrt{1+k^2-2k \operatorname{ch} \sigma}}{(1+k^2)\sigma - 2k \operatorname{sh} \sigma}. \quad (189)$$

Знак минус, указывающий, что рассматриваются усилия, действующие со стороны шипа на смазочный слой, отброшен. Формула (189) тождественна результату, полученному для несущей способности Жуковским и Чаплыгиным [48].

При малых σ , когда $1+k^2-2k \operatorname{sh} \sigma \approx \psi^2 - \sigma^2 - \psi^2$, $(1+k^2)\sigma - 2k \operatorname{sh} \sigma \approx \psi^2 \sigma - \frac{k}{3} \sigma^3$, ограничиваясь степенью точ-

ности, даваемой приближенной теорией, и воспользовавшись формулой (166), получим

$$\zeta_{\infty} = \frac{6\pi\chi}{(2 + \chi^2) \sqrt{1 - \chi^2}}, \quad (190)$$

т. е. результат, найденный Зоммерфельдом, [51], [185], а затем Гаррисоном. Обращаясь снова к реальному случаю неполного охвата шипа смазочным слоем из формул (187) или (188) непосредственно видим, что влиянием касательных усилий на несущую способность с точностью, которую дает приближенная теория, вполне можно пренебречь и тогда

$$\zeta_{\infty} \cos \Theta_{\infty} = - \int_{\varphi_1}^{\varphi_2} \frac{d\sigma}{d\varphi} \sin \varphi d\varphi, \quad \zeta_{\infty} \sin \Theta_{\infty} = \int_{\varphi_1}^{\varphi_2} \frac{d\bar{p}}{d\varphi} \cos \varphi d\varphi. \quad (191)$$

Если вязкость от давления не зависит, то $\frac{d\bar{p}}{d\varphi} = \frac{d\bar{\Pi}}{d\varphi}$ и, воспользовавшись выражением (179), из равенств (191) получим:

$$\left. \begin{aligned} \zeta_{\infty} \cos \Theta_{\infty} &= -3(I_2 - HI_3); \\ \zeta_{\infty} \sin \Theta_{\infty} &= \frac{3}{\chi}(J_1 - HJ_2), \end{aligned} \right\} \quad (192)$$

где

$$J_n = \int_{\varphi_1}^{\varphi_2} \frac{d\varphi}{(1 + \chi \cos \varphi)^n}, \quad I_n = \int_{\varphi_1}^{\varphi_2} \frac{\sin \varphi d\varphi}{(1 + \chi \cos \varphi)^n}$$

и принято во внимание, что

$$H = \frac{J_2}{J_3}, \quad (193)$$

как это следует при интегрировании равенства (179) из обращения в ноль давления в начале и конце смазочного слоя. Так как интегралы J_2 и J_3 помимо χ выражаются еще через углы φ_1 и φ_2 видим, что расход $Q = \frac{U\Delta}{2} H$ непосредственно определяется границами смазочного слоя. Ими же определяется и геометрическое место равновесных положений центра шипа в подшипнике (траектория положений центра шипа), определяемое из выражений (192) формулой

$$\operatorname{tg} \Theta_{\infty} = - \frac{1}{\chi} \cdot \frac{J_1 - HJ_2}{I_2 - HI_3}. \quad (194)$$

Следующая характеристика смазочного слоя — коэффициент сопротивления вращению ξ легко найдется, если будет известен момент трения $M_{Ш}$ на шипе или $M_{П}$ на подшипнике. Ниже показано, что момент трения на шипе не равен моменту трения на подшипнике, поэтому коэффициентов сопротивления вращению будет два: $\xi_{Ш}$ на шипе и $\xi_{П}$ на подшипнике. Поскольку $M_{Ш}$ связан с $M_{П}$ через несущую способность, то и коэффициенты $\xi_{Ш}$ и $\xi_{П}$ не независимы, а связываются между собой через коэффициент нагруженности.

Рассмотрим равновесие в целом смазочного слоя, несущего статически нагруженный шип. Усилия, приложенные к внутреннему контуру смазочного слоя, можно привести к главному вектору P , проходящему через центр шипа, точку O и моменту $M'_{Ш}$ касательных усилий, действующих со стороны шипа на смазку (фиг. 31). Усилия, приложенные к наружному контуру смазочного слоя, прилегающему к подшипнику, приводятся к главному вектору P_1 , проходящему через центр подшипника (точку O_1), и моменту $M'_{П}$ касательных усилий, действующих со стороны подшипника на смазку (фиг. 31).

Из условия равновесия смазочного слоя в целом (фиг. 31) вытекает, во-первых, что $P = P_1$ и равно внешней приложенной к шипу силе, т. е. несущей способности слоя смазки. Во-вторых, равенство нулю суммы моментов всех сил относительно точки O или O' приводит к соотношению

$$M_{Ш} = M_{П} + P \cdot e \cdot \sin \Theta, \quad (195)$$

если от сил, действующих на смазочный слой, перейти к моментам, действующим со стороны смазки на шип и подшипник, и соответственно этому опустить штрихи.

В безразмерном виде соотношение (195) запишется в виде:

$$\xi_{Ш} = \xi_n + \chi \cdot \zeta \cdot \sin \Theta. \quad (196)$$

Очевидно, что выражения (195) и (196) справедливы как для подшипника неограниченно протяженного, так и для подшипника конечной длины.

Момент трения на шипе равен φ_2

$$M_{Ш..} = r_1^2 \int_{\varphi_1}^{\varphi_2} \tau_{\rho, \eta} d\varphi,$$

откуда

$$\xi_{Ш..} = \int_{\varphi_1}^{\varphi_2} \tau_{\rho, \eta} d\varphi, \quad (197)$$

где $\tau_{\rho, \eta}$ можно брать или по формуле (176), или по формуле (183) или первой из формул (185).

При вязкости, зависящей от давления,

$$\xi_{Ш\infty} = \int_{\varphi_1}^{\varphi_2} \frac{\frac{\mu_0}{\mu} \cdot \tau_{\rho_1 \eta}}{1 - \alpha_1 \pi} d\varphi. \quad (198)$$

В частном случае не зависящей от давления вязкости ($\mu = \mu_0$) и смазочном слое, полностью охватывающем шип ($\varphi_1 = 0$, $\varphi_2 = 2\pi$), когда $Q = Q_k$ при учете влияния кривизны смазочного слоя, подставляя формулу (176) в выражение (197) замечая, что $(\text{ch } \rho_1 + \cos \eta) d\varphi = \text{sh } \rho_1 d\eta$, после интегрирования по η получим

$$\xi_{Ш\infty} = 2\pi \frac{k-1}{\text{sh}^2 \sigma - \sigma^2} \left\{ \text{sh } \sigma \text{ ch } \sigma - \sigma - \frac{(\sigma \text{ ch } \sigma - \text{sh } \sigma) (k\sigma - \text{sh } \sigma)^2}{[(1+k^2)\sigma - 2k \text{sh } \sigma] \text{sh } \sigma} \right\}$$

или

$$\xi_{Ш\infty} = 2\pi (k-1) \frac{k^2 \sigma \text{cth } \sigma - 2\frac{1}{2} \text{ch } \sigma + 1}{(1+k^2)\sigma - 2k \text{sh } \sigma}, \quad (199)$$

т. е. формулу, впервые найденную Жуковским и Чаплыгиным [48]. При σ того же порядка величины, что и ψ , когда

$$k^2 \sigma \text{cth } \sigma - 2k \text{ch } \sigma + 1 \approx \psi^2 - \frac{\sigma^2}{3} (2 + \psi)$$

и

$$(1+k^2)\sigma - 2k \text{sh } \sigma \approx \psi^2 \sigma - \frac{k}{3} \sigma^3,$$

воспользовавшись формулой (166), получим:

$$\xi_{Ш\infty} = 2\pi \frac{1 + 2\gamma^2}{(2 + \chi^2) \sqrt{1 - \chi^2}}. \quad (200)$$

Эта формула найдена Зоммерфельдом [51], а затем Гаррисоном [185]. На подшипнике коэффициент сопротивления вращению согласно формулам (196) и (190) будет

$$\xi_{П\infty} = 2\pi \frac{1 - \chi^2}{(2 + \chi^2) \sqrt{1 - \chi^2}}. \quad (201)$$

В аспекте приближенной теории коэффициенту сопротивления вращению можно придать весьма удобный для вычислений вид в общем случае вязкости, зависящей от давления. Согласно

но выражению (197) и ранее сказанному о касательных напряжениях на шипе и подшипнике можем написать:

$$\xi_{\infty} = \frac{1}{2} \int_{\varphi_1}^{\varphi_2} \left[\frac{1}{\mu_0} \cdot \frac{\mu}{h} \pm \frac{\mu}{\mu_0} \cdot \frac{d\bar{h}}{d\varphi} \bar{h} \right] d\varphi,$$

где верхний знак относится к шипу, а нижний к подшипнику.

Из формул (145) и (170) следует, что при любом законе изменения вязкости с давлением $\frac{d\mu}{d\varphi} = \frac{\mu_0}{\mu} \cdot \frac{d\bar{p}}{d\varphi}$, где \bar{p} и \bar{h} величины безразмерные. Поэтому, поскольку $\frac{d\bar{h}}{d\varphi} = 1 + \chi \cos \varphi$

$$\int_{\varphi_1}^{\varphi_2} \frac{\mu}{\mu_0} \cdot \frac{d\bar{h}}{d\varphi} \bar{h} d\varphi = \bar{p} \bar{h} \int_{\varphi_1}^{\varphi_2} 1 + \chi \int_{\varphi_1}^{\varphi_2} \bar{p} \sin \varphi d\varphi = \chi \zeta_{\infty} \sin \Theta_{\infty},$$

следовательно,

$$\xi_{\infty} = \frac{1}{2} \int_{\varphi_1}^{\varphi_2} \frac{\mu}{\mu_0} \cdot \frac{d\varphi}{h} \pm \frac{\chi}{2} \zeta_{\infty} \sin \Theta_{\infty}, \quad (202)$$

где по-прежнему верхний знак относится к шипу, а нижний к подшипнику. При вязкости, не зависящей от давления ($\mu = \mu_0$), переходя от переменной φ к переменной η , когда $\sqrt{1-x^2} d\varphi = h d\eta$, будем иметь

$$\xi_{\infty} = \frac{1}{2} \cdot \frac{\eta_2 - \eta_1}{\sqrt{1-x^2}} \pm \frac{\chi}{2} \zeta_{\infty} \sin \Theta_{\infty}. \quad (203)$$

Если в этой формуле положить $\eta_1 = -\pi$, $\eta_2 = +\pi$ и вместо ζ_{∞} подставить его значение из выражения (190), получим формулу (200) или формулу (201).

Первое слагаемое в правых частях выражений (202) и (203) является частью касательного напряжения, зависящей лишь от течения смазки, которое образуется вследствие прилипания жидкости к вращающемуся шипу. Второе слагаемое появляется в результате дополнительного течения, вызванного градиентом давления в несущей части слоя. Поэтому, интегрируя в пределах от φ_1 до φ_2 , мы по уравнению (202) находим полное сопротивление трения только в несущей части смазочного слоя, предполагая тем самым, что трение происходит лишь в несущей части слоя.

Между тем, как показывает опыт и как следует из того, что смазочная жидкость располагается не только в несущей

части слоя, но течет также и в нерабочей части зазора, значения ξ , найденные теоретически с учетом трения только в рабочей части зазора, оказываются преуменьшенными. Следовательно, необходимо принимать во внимание трение в нерабочей части, соответствующее первому слагаемому в уравнении (202) за пределами области положительных избыточных давлений.

Протяженность области трения в нерабочей части зазора неопределенна, но при подаче смазочной жидкости под давлением можно считать, что она охватывает весь зазор и интегрировать первое слагаемое в уравнении (202) по всей окружности подшипника. При этом нужно учитывать зависимость вязкости от давления в промежутке от φ_1 до φ_2 и интегрировать, положив $e^{ap} = 1$ в промежутках от 0 до φ_1 и от φ_2 до 2π . Более подробно вопрос о величине области трения мы обсудим ниже.

Получением общих формул (171), (180) или (181) для распределения давлений, (176), (177), (178), (183), (184), (185) для касательных напряжений (188) и (192) для коэффициента нагруженности, (198) и (202) для коэффициента сопротивления шипа вращению задачу нельзя считать доведенной до конца, пока не будет известен расход смазки Q или эквивалентная ему толщина H слоя смазки в месте, где давление достигает максимума. Таким образом, чтобы иметь конкретные данные по величинам характеристик смазочного слоя необходимо иметь конкретные значения H или ϵ для каждого χ . Но, пользуясь лишь данными гидродинамики, без привлечения каких-либо дополнительных обстоятельств, величины H или ϵ найти нельзя, что заставляет обращаться к опыту. Величина H , как непосредственно видно из соотношения (193), самым тесным образом связана с углами φ_1 и φ_2 , определяющими начало и место обрыва смазочного слоя. Поэтому указанные обстоятельства и дополнительные факты должны прежде всего касаться границ смазочного слоя.

19. О ГРАНИЦАХ СМАЗОЧНОГО СЛОЯ

Факторы, влияющие на образование смазочного слоя, столь многочисленны, что указать единый способ для определения его границ во всех случаях не представляется возможным, хотя некоторые основные факты можно считать твердо установленными. Границы смазочного слоя неограниченно протяженного подшипника получают путем экстраполяции явлений, наблюдаемых в подшипниках конечной длины. Поэтому говоря о границах и размещении смазочного слоя мы будем говорить о фактах и обстоятельствах, наблюдаемых в реальных подшипниках, перенося лишь часть из них на подшипники неограниченно протяженные, рассматривая размещение слоя смазки в последних как предельное для подшипников конечной длины.

К частным факторам, влияющим на расположение и размещение слоя смазки относятся все те, которые определяются конструкцией подшипника и могут в одних из них присутствовать, а в других и не быть. Общими же факторами для всех конструкций подшипников, которые определяют начало и конец смазочного слоя, будут:

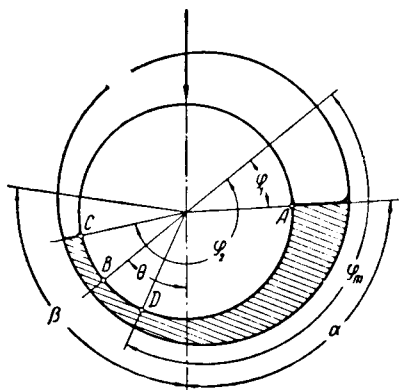
1) расположение шипа в подшипнике (величина χ), величина относительного зазора ψ и величина относительной длины $\frac{L}{p}$ подшипника, где L его длина, а d — диаметр;

2) давление подачи и количество подаваемой смазки;

3) вязкость смазки и характер ее зависимости от температуры;

4) место и вид подачи смазки.

При втекании смазки в зазор между шипом и подшипником на участке AB (фиг. 32) от начала смазочного слоя до минимального зазора течение будет всюду устойчивым, так как оно происходит в конфузурной области. Протяженность участка AB будет зависеть от количества смазки, подаваемой в зазор при заданном расположении шипа в подшипнике и заданных величинах ψ и $\frac{L}{d}$. При установив-



Фиг. 32. Схема расположения границ смазочного слоя в подшипнике

шемся режиме количество подаваемой смазки равно количеству, проносимому шипом на участке AB и вытекающему в торцы. С укорочением подшипника при неизменном количестве подаваемой смазки вне области положительных давлений все большее количество ее будет вытекать в торцы и, следовательно, участок AB с уменьшением $\frac{L}{d}$ будет уменьшаться.

Увеличение относительного зазора влияет в том же направлении. Подтверждением этого могут служить опыты Стентона [222], [86], [85], в которых при $\psi=0,02$ общая протяженность смазочного слоя по дуге контура подшипника составляла 30° , а при $\psi=0,06$ и тех же условиях эта протяженность стала 15° . В том и другом случае $\frac{L}{d}$ равнялось 2,5. В опытах других авторов при относительно более коротких подшипниках, но гораздо меньших ψ общая протяженность слоя смазки достигала $120-130^\circ$, а в опытах Нюккера и Румпфа даже 180° и больше.

Столь сильное влияние зазора в подшипниках конечной длины объясняется торцовой утечкой, для компенсации которой требуются повышенные подачи масла. Однако необходимо иметь в виду, что увеличение подачи масла увеличивает, в свою очередь, и торцовую утечку, а также область противотока в конфузорной части зазора. Поэтому практически большее влияние на увеличение области положительного давления AB может оказать уменьшение ψ , а не чрезмерное увеличение давления подачи смазки. Влияние расположения шипа в подшипнике, т. е. χ , сказывается параллельно с влиянием величины зазора. При не очень больших подачах масла и низких положениях шипа увеличение χ скажется в уменьшении области AB .

На расположение смазочного слоя и его начало очень большое влияние оказывают такие конструктивные особенности вкладыша как размещение смазочных канавок, карманов, отверстий и т. п.

Если отверстие или канавка расположены в конфузорной части зазора, то область повышения давления не может начаться по углу раньше мест подачи вследствие небольшой величины давления подачи в подшипнике по сравнению с рабочим давлением в смазочном слое. Этим и объясняются рекомендации о подводе смазочной жидкости в ненагруженную часть слоя.

В этих случаях при заданной подаче и заданных ψ и $\frac{L}{d}$ может

быть реализована полная возможная несущая способность. Если же по каким-либо другим соображениям, например для интенсификации охлаждения или устранения вибраций, делаются продольные канавки — одна или несколько и притом в нагруженной части слоя, то место начала смазочного слоя для каждого промежутка между канавками будет находиться у кромки задней по вращению вала канавки.

В подшипниках двигателей внутреннего сгорания, у большинства турбин, компрессоров, насосов и т. д. делают обычно одно-два отверстия или одну канавку¹, предполагая, что эти отверстия или канавка расположены в нерабочей части вкладыша. Поэтому расчет ведут допуская, что начало смазочного слоя, если не сделано специальных оговорок, соответствует оптимальным условиям подачи и достаточному количеству подаваемого масла, благодаря чему может быть реализована максимальная несущая способность слоя. На основании расчетной схемы, весьма близкой к действительности при указанных условиях, считается, что в подшипнике, полностью охва-

¹ Если имеется кольцевая канавка, расположенная, например, по середине вкладыша, то подшипник разделяется как бы на два, у каждого из которых $\frac{L}{d}$ равно половине исходного, что, конечно, уменьшает дугу AB для каждой из таких половинок.

тывающим шип с постоянным зазором по всей окружности, смазочный слой при всех χ начинается в месте наибольшего зазора (т. е. в этом случае $\varphi_1=0$). Если же подшипник охватывает шип с расчетным зазором лишь частично и линия действия нагрузки делит пополам угол α охвата шипа подшипником (центральное нагружение), то смазочный слой начинается под углом $\frac{\alpha}{2}$ к линии действия нагрузки на кромке нагруженной

части вкладыша. Подшипник, у которого $\alpha=180^\circ$ и, следовательно, нагрузка действует перпендикулярно плоскости разъема вкладышей, называется половинным подшипником, а подшипники, вкладыши которых имеют сбоку масляные карманы, уменьшающие дугу охвата шипа вкладышем до $\alpha < 180^\circ$, называются α -градусными центрально нагруженными.

Предположение о начале смазочного слоя на кромке нагруженной части вкладыша или в наиболее широком месте зазора (в полном подшипнике) при достаточном количестве подаваемой смазки и практически имеющих место величинах ψ достаточно хорошо отвечает опыту, сообразно чему и выбирают угол φ_1 (или η_1) начала несущей части слоя. Такое допущение практически тем более приемлемо, что смещение начала смазочного слоя от указанных точек в сторону некоторого увеличения φ_1 (уменьшения дуги AB на фиг. 32) в очень небольшой степени будет влиять на величину давлений в первой половине области AB . Установить место обрыва смазочного слоя (расположение точки C на фиг. 32), определяемого углом φ_2 (или η_2), не столь просто как его начало, поскольку место обрыва, точнее говоря, место окончания области положительных давлений в слое зависит не только от количества подаваемой смазки и количества ее, протекающего в конфузорной части зазора, но, главным образом, от размещения шипа в подшипнике, т. е. относительного эксцентриситета χ . Как было упомянуто в первой главе, смазочный слой обрывается за минимальным зазором в диффузорной части смазочной щели, течение в которой устойчиво лишь на некотором небольшом, считая от начала диффузорной области, участке. К тому же, эта устойчивость нарушается тем ближе к минимальному зазору, чем больше угол диффузорности, который в смазочной щели увеличивается по течению, и чем больше число Рейнольдса.

Поскольку устойчивость течения зависит прежде всего от угла диффузорности, то с увеличением χ слой будет обрываться все ближе к минимальному зазору, т. е. область BC (фиг. 32) с увеличением χ будет сокращаться, что во всех случаях подтверждается опытом. В том же направлении будет влиять и увеличение ψ , поскольку с увеличением зазора увеличивается разность кривизны шипа и подшипника. Так как устойчивость течения нарушается ближе к минимальному зазору при больших числах Рейнольдса, то все факторы, способствующие уве-

личению числа Рейнольдса (увеличение количества смазочной жидкости, протекающей между шипом и подшипником, уменьшение ее вязкости, увеличение ее температуры), будут вместе с тем способствовать¹ сокращению области BC , т. е. способствовать более раннему обрыву смазочного слоя.

Таким образом, можно считать достаточно установленным фактом, что смазочный слой простирается за минимальный зазор, оканчиваясь все ближе к этому зазору с увеличением χ . Но в каком именно месте происходит обрыв и чем надо руководствоваться для того, чтобы указать соответствующие координаты, до настоящего времени точно не установлено. Поэтому, прежде чем перейти к анализу соответствующих гипотез, рассмотрим данные немногочисленных опытов по замеру давлений в смазочном слое с одновременным определением местных толщин смазочного слоя, т. е. местоположения минимального зазора h_{\min} .

В табл. 35 приведены углы φ_1 и φ_2 мест начала и обрыва смазочного слоя по результатам опытов Снеговского [113], экспериментировавшего со 120° -ным, центрально нагруженным подшипником диаметром 180 мм при $\frac{L}{d} = 0,75$ и больших

удельных давлений, и опытов Нюккера [206] и Румпфа [214], экспериментировавших с подшипником диаметром 220 мм при $\frac{L}{d} = 1,364$ и небольших удельных давлений. В этой же таб

лице приведены величины ψ , давления p_e и температуры t_e подаваемого масла и среднее удельное давление p_m при котором проводились опыты. В опытах Снеговского смазка подавалась в карманы, расположенные сбоку, но несмотря на это начало смазочного слоя не всегда располагалось под углом 60° к линии действия нагрузки, делившей пополам угол охвата шипа вкладышем. В опытах же Нюккера и Румпфа подшипник рассматривался как половинный, поскольку смазка подавалась под углом 90° к линии действия нагрузки, хотя вкладыш полностью охватывал шип с одинаковым зазором. В этих опытах, когда $\psi = 0,00123$, избыточное давление падало до нуля лишь при $\varphi = 0^\circ$.

Данные табл. 35 качественно подтверждают общие положения о месте обрыва смазочного слоя и соответствующие общие закономерности. Однако, каких-либо количественных выводов отсюда сделать нельзя, как нельзя этого сделать, используя данные и других опытов.

Поэтому, чтобы иметь критерий для определения места потери устойчивости течения смазочной жидкости в зазоре между

¹ Увеличение χ , т. е. увеличение угла диффузорности, также способствует увеличению местного числа Рейнольдса, так как в этом случае увеличивается характерный линейный размер — высота h зазора в данном месте сравнительно с минимальным зазором.

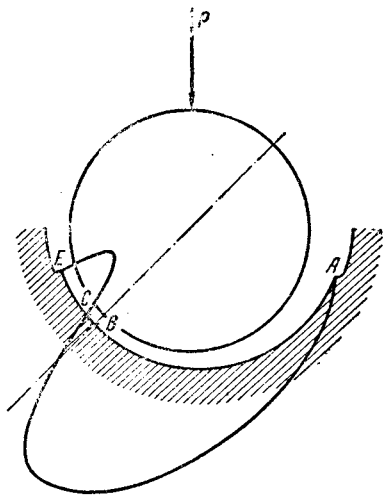
χ	U в м/сек	p_m в кг/см ²	p_e в ат	t_e в °С	p_{max} p_m	$\varphi_{p_{max}}$ в град.	φ_2 в град.	φ_1 в град.	ψ
0,987	1,14	50	1	40	3,2	—	192°20'	98°54'	0,00255
0,987	9,8	75	1	39	3,2	171°12'	188°48'	105°10'	0,00255
0,976	11	50	1	39	—	—	188°30'	—	0,00255
0,972	4,70	25	1	40	—	—	194°42'	—	0,00255
0,966	9,45	25	1	40	—	—	194°18'	—	0,00255
0,65	10,36	11,4	1	68	2,3	158	199	55	0,00163
0,56	10,36	7,6	1	68	2,2	160	220	54	0,00163
0,28	10,36	3,03	1	55	—	175	235	52	0,00163
0,88	6,93	10,6	0,5	60	3,1	163	199	64	0,00264
0,88	6,93	10,6	2	60	2,88	161	199	59	0,00264
0,79	6,93	6,06	0,5	60	2,9	155	199	57	0,00264
0,69	6,93	10,6	0,1	25	2,56	152	201	55	0,00264
0,69	6,93	10,6	0,5	25	2,42	154	202	53	0,00264
0,69	6,93	10,6	2	25	2,30	150	206	46	0,00264
0,25	6,93	3,03	0,5	25	1,64	120	217	37	0,00264
0,74	3,46	10,6	1	46	2,48	148	213	44	0,00123
0,59	3,46	6,06	1	46	2,2	142	206	38	0,00123
0,37	3,46	3,03	1	46	1,8	133	214	31	0,00123
0,22	3,46	1,51	1	46	2	128	213	39	0,00123
0,67	19,7	10,6	—	48	2,5	152	215	50	0,00264
0,50	19,6	6,06	—	48	2,09	140	201	36	0,00264
0,88	1,15	10,6	—	50	3,11	161	203	61	0,00123
0,88	6,93	10,6	—	60	3,09	161	201	64	0,00264
0,68	6,93	10,6	—	25	2,45	161	211	59	0,00264
0,50	6,93	6,06	—	25	2,00	143	204	47	0,00264
0,67	3,46	10,6	—	46	2,55	143	223	45	0,00264

шипом и подшипником, необходимый при интегрировании основных уравнений, различные исследователи пользуются гипотезами, которых существует в настоящее время три:

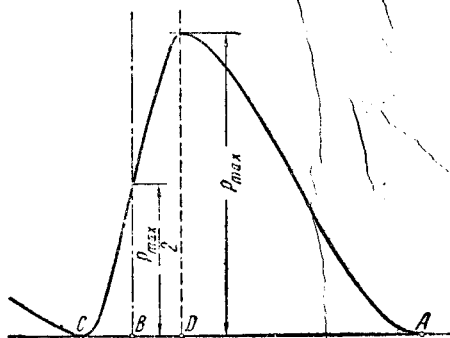
1. Смазочный слой обрывается в месте минимального зазора (Яновский [147], Дьячков [37], [38], [39], Гюмбель [181], Стодола [223], Гуммель [188]).

2. Место обрыва смазочного слоя совпадает с местом нулевого давления (точка С на фиг. 33) по эпюре давлений, которая получается при заданных χ и угле охвата шипа подшипником, а также известном положении начала смазочного слоя относительно линии действия нагрузки. Таким образом, по этой гипотезе при подшипнике, частично охватывающем шип, начало и конец смазочного слоя берется на кромках подшипника (Зоммерфельд [51], Ханович [126], [127] и американская школа: Кингсбюри [190], [191], Хоартс [187], Нидс [203], Спотс [221], Бойд и Раймонди [152]).

3. Смазочный слой обрывается за местом минимального зазора в точке C (фиг. 32), где при известном положении начала смазочного слоя (угла φ_1) относительно линии действия нагрузки или линии центров давление обращается в минимум. По этой гипотезе в месте обрыва смазочного слоя не только $p=0$, но и $\frac{dp}{d\varphi}=0$ (Гюмбель [181], Шибель [217], Куцаев [73], Фогельполь [230], Коднир [59], [60], [61], Камерон и Вуд [160], Зоммер). Как следствие того, что в месте обрыва $p=0$ и $\frac{dp}{d\varphi}=0$, получается симметричное расположение места обрыва и максимума давления относительно линии центров, т. е. $CB=BD$ и давление в минимальном зазоре равно половине максимального (фиг. 32 и 34).



Фиг. 33. Эпюра распределения давления в смазочном слое при границах его, взятых на кромках подшипника



Фиг. 34. Эпюра распределения давления в смазочном слое при обрыве его в точке, где градиент давления обращается в ноль

Первая из этих гипотез справедлива в том отношении, что во всей конфузурной части зазора течение смазки устойчиво и раньше минимального зазора смазочный слой кончиться не может. Однако пренебрежение областью BC несущей части смазочного слоя приводит к перераспределению и уменьшению несущей способности слоя смазки, что хотя и идет в счет запаса надежности при расчете подшипника, но все же не соответствует истинной картине явлений. Лишь при случайном расположении смазочных канавок или отверстий в рабочей части нагруженной половины вкладыша можно получить при некоторых χ обрыв слоя в минимальном зазоре.

Вторая гипотеза больше соответствует опыту в том отношении, что учитывает несущую часть слоя за минимальным зазором, соответственно чему получается большая величина несущей способности.

щей способности, однако, с принципиальной стороны определение точки C как места обрыва слоя не выдерживает критики, являясь чисто формальным приемом. Действительно, при таком условии эюру распределения давлений получают (фиг. 33) при заданной протяженности смазочного слоя, считая, что он начиается и обрывается на кромках подшипника и следовательно, вся дуга охвата шипа подшипником соответствует области положительных давлений. Но тогда, определяя эюру давлений из условия обращения давления в ноль на кромках подшипника при некоторых χ^1 получают область отрицательных давлений CE (фиг. 33), что противоречит сделанному предположению. Причем эта область возрастает с увеличением χ . В этих случаях области отрицательных давлений отбрасывают и за несущую часть слоя принимают область положительных давлений снова вопреки сделанному предположению.

Подтверждением противоречивости этой гипотезы также является тот факт, что при фиксированных положениях шипа (фиксированном χ) и начале смазочного слоя с увеличением дуги охвата шипа подшипником, т. е. с перемещением точки E влево, точка C (фиг. 33), определенная из условия обращения давления в ноль на кромках подшипника, также будет перемещаться влево. Следовательно, расчетная область CB положительных давлений за минимальным зазором будет увеличиваться, что ни в коей мере не отвечает физической природе явления. Таким образом, вторая гипотеза, давая, как казалось бы, величины ζ и ξ , более близкие к данным некоторых опытов, на самом деле представляет собой лишь формальный прием, не соответствующий картине действительного течения в слое смазочной жидкости.

Обрыв смазочного слоя и невозможность полного охвата шипа смазкой обуславливается невозможностью существования в жидкости давления меньшего упругости ее паров. Поэтому первым и необходимым условием справедливости гипотезы, определяющей угол φ_2 обрыва слоя смазки, должно быть утверждение этой гипотезой существования положительных давлений во всей области, занятой несущей частью смазочного слоя независимо от угла охвата шипа подшипником, когда эта несущая часть простирается по течению за минимальный зазор. Последним условиям отвечает третья гипотеза наиболее распространенная и в достаточной степени отвечающая опыту. Однако принимать ее за незыблемую основу теории нельзя, тем более что величины угла φ_2 , полученные по этой гипотезе для неограниченно протяженного подшипника, автоматически

¹ При χ , больших некоторого предельного значения, зависящего от угла φ охвата шипа вкладышем (или, что то же, угла φ_1 начала слоя смазки). Для подшипников с центральным нагружением при $\varphi=180^\circ$ соответствующее $\chi_k=0,425$, а при $\varphi=120^\circ$, $\chi_k=0,604$.

переносятся и на смазочный слой подшипника конечной длины. Принимая третью гипотезу при выборе углов φ_1 и φ_2 , а следовательно и постоянных интегрирования в выражениях (171), (180), или (181), утверждения, высказываемые этой гипотезой, количественно должны быть оформлены так, чтобы из семейства кривых, определяемых формулой (180) или (181), выбрать ту, которая при $\varphi = \varphi_2$ и $\Pi = 0$ касалась бы оси φ или оси η . Такая интегральная кривая вполне определится углами φ_1 и φ_2 , которые можно найти при совместном решении уравнений, получаемых из формул (193) и (194) после их соответствующего преобразования.

Если φ_m есть угол, определяющий положение места максимального давления в смазочном слое, то в силу того, что $\frac{dp}{d\varphi}$ обращается в ноль как в максимуме давления, так и в месте обрыва слоя смазки за минимальным зазором, места обрыва и максимума давления относительно линии центров будут расположены симметрично и поэтому $\varphi_m = 2\pi - \varphi_2$ и, следовательно $H = 1 + \chi \cos \varphi_2$. Перейдя от переменной φ к переменной η , получим

$$H = \frac{1 - \chi^2}{1 + \chi \cos \eta_2}. \quad (204)$$

Кроме того, найдем, что

$$\left. \begin{aligned} J_2 &= \frac{1}{(1 - \chi^2)^{1/2}} [\eta_2 - \eta_1 + \chi (\sin \eta_2 - \sin \eta_1)]; \\ J_3 &= \frac{1}{(1 - \chi^2)^{1/2}} \left[\left(1 + \frac{\chi^2}{2}\right) (\eta_2 - \eta_1) + 2\chi (\sin \eta_2 - \sin \eta_1) + \right. \\ &\quad \left. + \frac{\chi^2}{4} (\sin 2\eta_2 - \sin 2\eta_1) \right]. \end{aligned} \right\} \quad (205)$$

Подставляя уравнения (204) и (205) в соотношение (193), найдем первое уравнение для разыскания углов η_1 и η_2 в виде:

$$\left(\frac{\chi}{2} - \cos \eta_2\right) (\eta_2 - \eta_1) + (1 - \chi \cos \eta_2) (\sin \eta_2 - \sin \eta_1) + \frac{\chi}{4} (\sin 2\eta_2 - \sin 2\eta_1) = 0. \quad (206)$$

Второе уравнение для определения углов η_1 и η_2 , которое определит кривую давления, касающуюся при $\eta = \eta_2$ оси η , найдем из соотношения (194), заметив предварительно, что

$$\left. \begin{aligned} J_1 &= \frac{\eta_2 - \eta_1}{\sqrt{1 - \chi^2}}, & I_2 &= \frac{\cos \eta_2 - \cos \eta_1}{1 - \chi^2}, \\ I_3 &= \frac{\cos \eta_2 - \cos \eta_1}{(1 - \chi^2)^2} \left[1 + \frac{\chi}{2} (\cos \eta_2 + \cos \eta_1) \right]. \end{aligned} \right\} \quad (207)$$

Поскольку (см. фиг. 32) $\varphi_1 + \alpha = \pi - \Theta$, где α — угол между линией действия нагрузки и прямой, проходящей через начало слоя смазки, то искомое второе уравнение, подставляя соответствующие величины в формулу (194), получим как соотношение

$$\begin{aligned} & \chi [\chi (\sin \eta_1 + \sin \gamma) + \sin (\eta_1 + \gamma)] (\cos \eta_2 - \cos \eta_1)^2 = \\ & = 2 [\chi (\cos \eta_1 + \cos \gamma) + \cos (\eta_1 + \gamma) + \\ & + \chi^2 (1 + \sin \eta_1 \cdot \sin \gamma)] [(\eta_2 - \eta_1) \cos \eta_2 - (\sin \eta_2 - \sin \eta_1)]; \end{aligned} \quad (208)$$

здесь γ тот угол η , который определяется по углу α формулами:

$$\sin \gamma = - \frac{\sqrt{1 - \chi^2} \sin \alpha}{1 + \chi \cos \alpha}; \quad \cos \gamma = - \frac{\chi + \cos \alpha}{1 + \chi \cos \alpha}.$$

В частном случае полуохватывающего подшипника ($\alpha = \frac{\pi}{2}$) уравнение (208) принимает вид:

$$\chi (\chi + \cos \eta_1) (\cos \eta_2 - \cos \eta_1)^2 + 2 (1 - \chi^2) \sin \eta_1 [(\eta_2 - \eta_1) \cos \eta_2 - (\sin \eta_2 - \sin \eta_1)] = 0. \quad (209)$$

Для полного подшипника, у которого $\varphi_1 = 0$, и, следовательно, необходимо определить лишь угол η_2 , определяющий место обрыва смазочного слоя, достаточно воспользоваться лишь одним уравнением (206), принимающего в этом случае форму:

$$\chi [\sin \eta_2 \cdot \cos \eta_2 - (\pi + \eta_2)] + 2 [(\pi + \eta_2) \cos \eta_2 - \sin \eta_2] = 0. \quad (210)$$

Это уравнение вместе с тем, как показали Камерон и Вуд [160], является условием минимума угла Θ , определяемого по формуле (194), приобретающей в этом случае вид

$$\operatorname{tg} \Theta = - 2 \frac{\sqrt{1 - \chi^2}}{\chi} \cdot \frac{(\pi + \eta_2) \cos \eta_2 - \sin \eta_2}{(1 + \cos \eta_2)^2}. \quad (211)$$

Системой (206), (208) определяется место самопроизвольного обрыва смазочного слоя вследствие потери устойчивости течения в диффузорной части зазора, если его принимать совпадающим с точкой, где $p = 0$ и $\frac{dp}{d\varphi} = 0$. В том же случае, когда слой оканчивается на кромке подшипника, что имеет место при небльших величинах χ , определение углов φ_1 и φ_2 несколько упрощается в связи с тем, что эти углы связаны очевидным соотношением (см. фиг. 32) $\varphi_2 = \varphi_1 + (\alpha + \beta)$, где α имеет

прежнее значение, а углом β определяется положение выходной кромки подшипника. Величина H в этом случае определяется непосредственно из выражения (193), в которое необходимо подставить значения J_2 и J_3 по формулам (205). Тогда, если воспользоваться соотношением (194), в котором по-прежнему $\pi - \Theta = \varphi_1 + \alpha$, приходим к уравнению

$$\frac{2[\chi(\sin \eta_1 + \sin \gamma) + \sin(\eta_1 + \gamma)](\cos \tau_{12} - \cos \tau_{11})}{\chi^2(1 + \sin \eta_1 \sin \gamma) + \chi(\cos \tau_{11} + \cos \gamma) + \cos(\eta_1 + \gamma)} =$$

$$= \frac{2(\eta_2 - \eta_1)^2 + (\sin 2\tau_{12} - \sin 2\tau_{11})(\tau_{12} - \tau_{11}) - 4(\sin \eta_2 - \sin \eta_1)^2}{\chi[\tau_{12} - \tau_{11} - \sin(\tau_{12} - \tau_{11})] - (\cos \tau_{12} + \cos \tau_{11})(\tau_{12} - \tau_{11}) + 2(\sin \eta_2 - \sin \eta_1)}, \quad (212)$$

которое будучи дополнено соотношением

$$\sqrt{1 - \chi^2} \operatorname{ctg}\left(\frac{\tau_{12}}{2} - \frac{\tau_{11}}{2}\right) = (1 + \chi \cos \varphi_1) \operatorname{ctg} \frac{\alpha + \beta}{2} -$$

$$- \chi \sin \varphi_1, \quad (213)$$

вытекающим из условия $\varphi_2 = \varphi_1 + (\alpha + \beta)$, дает искомую связь между углом φ_1 и относительным эксцентриситетом. Из систем (206), (208) или (212), (213) углы η_1 и η_2 проще всего находить последовательными приближениями, задаваясь величиной этих углов и определяя соответствующую величину χ .

Таблица 36

χ	Полный подшипник			Половинный подшипник			120°-ый подшипник		
	φ_1	φ_2	H	φ_1	φ_2	H	φ_1	φ_2	H
0,000	0°	275°28'	1,00.000	0°0'	180°	1,00.000	—	—	—
0,100	0°	247°50'	0,96.227	17°27'	197°27'	0,96.668	—	—	—
0,200	0°	241°20'	0,90.406	28°49'	208°49'	0,89.330	—	—	—
0,300	0°	233°40'	0,82.226	35°42'	215°42'	0,80.186	76°10'	196°55'	0,71.298
0,400	0°	226°30'	0,72.466	40°1'	220°1'	0,70.317	80°37'	201°10'	0,62.699
0,500	0°	219°38'	0,61.493	43°14'	216°20'	0,59.721	84°44'	204°44'	0,54.586
0,600	0°	213°4'	0,49.718	46°53'	210°45'	0,48.436	87°24'	207°24'	0,46.731
0,650	0°	209°46'	0,43.577	48°58'	207°51'	0,42.529	88°40'	205°25'	0,41.578
0,700	0°	206°36'	0,37.409	51°15'	205°11'	0,36.654	89°53'	203°20'	0,35.725
0,750	0°	203°25'	0,31.177	53°50'	202°23'	0,30.655	91°20'	201°	0,29.904
0,800	0°	200°4'	0,24.854	56°40'	199°27'	0,24.565	93°10'	198°30'	0,24.134
0,850	0°	196°48'	0,18.629	60°8'	196°20'	0,18.434	95°25'	196°37'	0,18.125
0,900	0°	193°8'	0,12.354	64°30'	192°59'	0,12.300	98°32'	192°46'	0,12.225
0,925	0°	191°10'	0,09.252	68°12'	191°4'	0,09.221	100°35'	190°56'	0,09.174
0,950	0°	188°57'	0,06.157	70°44'	188°54'	0,06.144	103°9'	188°50'	0,06.127
0,975	0°	186°13'	0,03.074	75°37'	186°12'	0,03.070	107°2'	186°10'	0,03.064
0,990	0°	183°52'	0,01.226	80°23'	183°53'	0,01.227	111°5'	183°52'	0,01.226
1,000	0°	180°	0,00.000	90°	180°	0,00.000	120°0'	180°	0,00.000

В табл. 36 приведены найденные по третьей гипотезе углы φ_1 и φ_2 и величина $H = 1 + \chi \cos \varphi_m$, где φ_m — угол, соответствующий месту максимального давления для неограниченно длинного подшипника. Эти величины приведены: 1) для полного подшипника, когда смазочный слой начинается в месте максимального зазора по данным Гюмбеля ([180], стр. 248), ([181], стр. 119) и Камерона и Вуда [160], которые пользовались уравнением (210); 2) для половинного подшипника, у которого смазочный слой начинается на прямой перпендикулярной линии действия нагрузки, делящей пополам дугу охвата шипа подшипником, по данным Куцаева [78] и Коднира [59], вычислявшими φ_1 , φ_2 и Θ непосредственно из уравнений (193) и (194) и Фогельполя [230], который пользовался системами (206), (209) и системой (212), (213); 3) для 120° -го центрально нагруженного подшипника по данным Зоммера, вычислявшего необходимые величины непосредственно из системы (193), (194).

По типу полного подшипника делаются подшипники шпинделей станков, а также большинство подшипников двигателей внутреннего сгорания, если зазор одинаков по всей окружности и в ненагруженную часть зазора подается достаточное количество смазки. Тип половинного подшипника характерен для большинства подшипников паровых турбин, электрических машин, насосов и компрессоров и можно иногда применить к коренным подшипникам двигателей внутреннего сгорания. Подшипники же 120° -ные центрально нагруженные широко применяются в прокатных станах и многих других машинах.

Сравнивая данные табл. 36 и 35 для половинного и 120° -ного подшипников, убеждаемся в том, что третья гипотеза, в общем, не подтверждается не только количественно, в том смысле, что теоретические и опытные значения углов φ_2 близки между собой и эти отклонения могут быть объяснены, но она плохо подтверждается и качественно, в том отношении, что место обрыва и максимум давления несимметричны относительно минимального зазора и давление в минимальном зазоре не равно половине максимального, причем расхождение тем больше, чем меньше χ . Действительно, поскольку данные табл. 35 относятся к подшипнику конечной длины, а вязкость масла на выходе из зазора меньше, чем на входе, то надо было бы ожидать теоретических величин области BC (фиг. 32 или 34), больших чем опытные. Однако это имеет место не во всех случаях, и особенно сильные отклонения наблюдаются при значительных χ , когда следовало бы ожидать особенно большого уменьшения опытных величин φ_2 по сравнению с теоретическими.

На опыте, как правило, с уменьшением χ наблюдается увеличение участка смазочного слоя в конфузорной области, между областью максимального давления и минимальным зазором, по сравнению с длиной участка смазочного слоя в диф-

фузорной области, между минимальным зазором и местом обрыва, что противоречит основному следствию гипотезы. Кроме того, также плохо совпадают между собой теоретические и опытные величины местоположения начала смазочного слоя, определяемого углом φ_1 , что, впрочем, значительного влияния на несущую способность не оказывает.

Таким образом, третью гипотезу надо рассматривать лишь как наименее противоречивое предположение, а значения углов φ_1 и φ_2 , даваемые ею, надо принимать лишь как некоторые средние величины, практически близкие к тем, которые могут быть в подшипнике при указанном месте подачи смазки под давлением в достаточном количестве и при не очень больших зазорах.

Дополнительно, косвенными данными это можно подтвердить результатами опытов Бредфорда и Грундера [155] над половинным подшипником, у которых при $\frac{L}{d} = 2$, $\psi = 0,0015$ и постоянном давлении подачи масла $p_e = 0,6$ ат при увеличении среднего удельного давления p_m с 7 до 28 кг/см² угол φ_1 уменьшился, а угол Θ изменился с 40 до 24°, причём увеличение скорости с 500 до 750 об/мин сказалось незначительно. В подтверждение третьей гипотезы ссылаются на уже упомянутые опыты Стентона. Но методика проведения этих опытов, чрезмерная малость h_{\min} (наименьшая величина h_{\min} равнялась 0,0024 мм) и значительная величина ψ при больших нагрузках заставляют с осторожностью относиться к результатам этих опытов.

При выборе соответствующей протяженности и расположения смазочного слоя исследователи предполагают, что количество протекающей смазки достаточно для того, чтобы слой начинался именно при указанном ими φ_1 (это относится к теориям всех трех групп). Однако, поскольку при этом каких-либо соображений относительно условий и количества подаваемой смазки не делалось, то для обоснования выбора того или иного значения угла φ_1 вводились дополнительные гипотезы, например, что φ_1 совпадает с кромкой подшипника при половинном подшипнике или начинается в месте наибольшего зазора для полного подшипника.

Начало смазочного слоя в большей степени, чем место его обрыва, зависит от расхода смазки при соответствующих χ и поэтому, обосновывая протяженность и расположение смазочного слоя, нельзя игнорировать количество смазки, которое может быть пронесено через зазор при данном χ .

Подводя итоги анализу предположений, при помощи которых устанавливаются границы смазочного слоя, можем отметить следующие недостатки, общие всем трем гипотезам.

1. Допущение независимости места обрыва и протяженности слоя от величины относительного зазора ψ .

2. Допущение независимости места обрыва и протяженности слоя от количества протекающей смазочной жидкости.

3. Необходимость введения дополнительных предположений для обоснования начала смазочного слоя.

4. Автоматический перенос результатов, полученных для подшипников бесконечно длинных, на подшипники конечной длины (исключением являются вычисления Камерона и Вуд [160], которые для подшипников конечной длины получили $\varphi_2 - \pi < \pi - \varphi_m$ что, однако, вызывает сомнение).

Специфическими недостатками наименее противоречивой третьей гипотезы, в которой обрыв смазочного слоя принимается в точках, где $p=0$ и $\frac{dp}{d\varphi} = 0$, являются:

1. Допущение постоянства положения смазочного слоя для всех χ независимо от расхода смазки в случае, когда начало слоя принимается в месте подачи.

2. Обусловленность симметрии места обрыва смазочного слоя и максимума давления относительно линии центров для бесконечно длинного подшипника и распространение этого условия на подшипник конечной длины.

3. Недоказанность устойчивости течения в диффузорной области, за самым узким местом зазора, а именно — до точки, в которой $\frac{dp}{d\varphi} = 0$. Эксперимент показывает, что место обрыва слоя размыто; все время образуются и распадаются «языки» смазки, указывая на сильную неустойчивость течения вблизи обрыва. В этом отношении весьма показательны опыты Коля и Хьюга [164].

Этой неустойчивости течения в месте обрыва и пилообразной форме границы смазочного слоя (а возможно также и отклонению положения границы слоя от указываемого третьей гипотезой) способствует воздух, в большем или меньшем количестве всегда находящийся в смазочной жидкости в растворенном виде и в виде пузырьков. Особенно сильно влияние воздуха в масле сказывается в подшипниках быстроходных двигателей внутреннего сгорания при пониженном внешнем давлении. Воздух, находящийся в масле в начале конфузурной области слоя смазки в виде пузырьков, в дальнейшем, по мере продвижения к минимальному зазору, под действием увеличивающегося давления уменьшает свой объем. За минимальным зазором в диффузорной части слоя, длина которого обычно гораздо меньше конфузурной, вследствие резкого понижения давления пары масла выделяются из масла, а пузырьки воздуха резко увеличивают свой объем. На некотором расстоянии от минимального зазора в диффузорной части слоя расширяющиеся пузырьки воздуха и паров масла нарушают сплошность течения, образуя размытую границу обрыва слоя, которую В. Я. Климов [58] назвал «кипящей зоной» подшипника.

Несмотря на указанные недостатки этой гипотезы, в части предположения об обрыве слоя в месте, где $p=0$ и $\frac{dp}{d\varphi}=0$, при достаточном количестве смазочной жидкости, подаваемой под давлением (двигатели внутреннего сгорания, турбины), данные табл. 36 со степенью точности, вполне пригодной для практики, отвечают существу явлений. Поэтому в конкретных подсчетах будем пользоваться материалом именно этой таблицы.

Сколько-нибудь удовлетворительного обоснования теоретического случая об обрыве смазочного слоя в месте, где не только $p=0$, но и $\frac{dp}{d\varphi}=0$ в настоящее время не имеется. Находить, следуя Лейбензону [87], [85], место обрыва смазочного слоя, определяя его производной $\frac{\partial v_x}{\partial y}=0$, подобно тому как это

делается в теории пограничного слоя для случая течения в диффузоре ([138], стр. 109 и стр. 233), вряд ли возможно. В пограничном слое вблизи места отрыва течение происходит в области возрастающего давления, которое определяется потенциальным потоком в центральной части диффузора и заранее известно. В смазочном же слое после максимума давления, а следовательно и в его диффузорной части, течение происходит в направлении падения давления, определяемого самим течением. Наконец, профиль скоростей в смазочном слое с точностью до величин порядка ψ сравнительно с единицей является параболой, в пограничном же слое этот профиль является сложной кривой, описываемой бесконечным рядом.

На фиг. 35 приведены распределения скоростей в смазочном слое половинного подшипника при $\chi=0,4$ и $\chi=0,9$ и при обрыве слоя в минимальном зазоре при $\chi=0,9$, полученные по первой из формул (69), принимающей в рассматриваемом случае вид

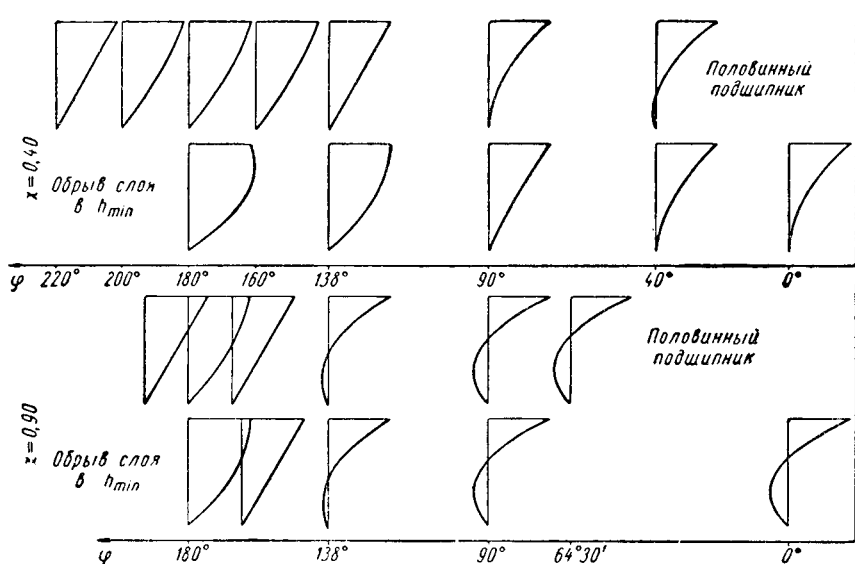
$$\frac{v_r}{U} = \frac{\bar{y}}{\bar{h}} \left[\bar{h}^2 \frac{\partial \bar{\pi}}{\partial \varphi} \left(\frac{\bar{y}}{\bar{h}} - 1 \right) + 1 \right],$$

где $y = \Delta \bar{y}$, а $\bar{\Pi}$ определяется по уравнению (170). Из фиг. 35 непосредственно можно видеть, что точки, в которых $\frac{dp}{d\varphi} = 0$, являются точками начала области противотока, течение в которой в конфузорной части смазочного зазора устойчиво. В диффузорной же части зазора начало области противотока предполагается местом обрыва слоя смазки и в этом отношении условие $\frac{dp}{d\varphi} = 0$ совпадает с условием $\frac{\partial^2 v_x}{\partial y^2} = 0$, характерным для пограничного слоя с замедленным течением. Однако

в слое смазки условие $\frac{\partial^2 v_x}{\partial y^2} = 0$ в месте обрыва распространяется на весь профиль скоростей, а не на одну точку, как в пограничном слое. С другой стороны в смазочном слое на подшипнике, при $y \rightarrow 0$

$$\frac{\bar{h}}{U} \cdot \frac{\partial v_x}{\partial y} = 1 - \bar{h}^2 \frac{\partial \bar{\Pi}}{\partial \varphi};$$

поэтому $\frac{\partial v_x}{\partial y} = 0$ в сечении, где $\bar{h} = \frac{3}{2} H$, если воспользоваться формулой (179), т. е. в сечении, которое в диффузорной части



Фиг. 35. Эпюры распределения скоростей в смазочном слое подшипника

зазора отстоит по течению далеко от начала области противотока и вряд ли может быть местом обрыва слоя смазки. В пограничном же слое отрыв течения от стенки начинается в точке, где $\frac{\partial v_x}{\partial y} = 0$.

Приведенные выше рассуждения лишь объясняют третью гипотезу, но не являются доказательством, поскольку при получении граничных условий нельзя, как это иногда делают ([59], стр. 223), исходить из уравнения, для которого эти условия определяются.

Решение вопроса о границах смазочного слоя заключается не в признании или доказательстве какой-либо из высказанных гипотез, дающих лишь координату места обрыва смазочного

слоя, а в исследовании характера течения смазки. При этом для подшипника конечной длины границы смазочного слоя, безусловно, должны быть иными, чем для подшипника неограниченной протяженности. Естественным же путем для определения областей устойчивости и неустойчивости течения является использование метода малых возмущений.

В дальнейшем для получения расчетных данных будем пользоваться результатами, вытекающими из гипотезы об обрыве слоя смазки в диффузорной части зазора в месте, где градиент давления равен нулю.

20. РАСПРЕДЕЛЕНИЕ ДАВЛЕНИЯ И ОСНОВНЫЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ СМАЗОЧНОГО СЛОЯ ПРИ ВРАЩАТЕЛЬНОМ ДВИЖЕНИИ ШИПА В ПОДШИПНИКЕ

Распределение давления и основные характеристики смазочного слоя неограниченно протяженного подшипника необходимы для разыскания давления и характеристик подшипника конечной длины, у которого существенное влияние на ход явлений оказывает торцовое истечение. Для количественной оценки этих величин приближенная теория, результаты которой для распределения давлений даются выражениями (180) и (181) или (171) и (168), для практики вполне достаточна, поэтому в дальнейшем и будем ею пользоваться.

Характер распределения давления зависит от положения шипа в подшипнике, определяемого относительным эксцентриситетом, входящим в коэффициенты A , B и C , которые согласно формулам (168) и (169) и соотношению $H=2\epsilon$ представляются выражениями:

$$A = 3 \left(\frac{H}{2} \cdot \frac{2 + \chi^2}{1 - \chi^2} - 1 \right); \quad B = 3\chi \left(\frac{2H}{1 - \chi^2} - 1 \right);$$

$$C = \frac{3\chi^2}{1 - \chi^2} \cdot \frac{H}{4}.$$

Величины этих коэффициентов даны в табл. 37, в которой приведены также коэффициенты B и C для смазочного слоя, обрывающегося в минимальном зазоре и начинающегося в самом широком месте зазора ($\varphi_1=0$, $\varphi_2=180^\circ$), для которого $\epsilon = \epsilon_*$ ($A=0$). Гипотезой об обрыве смазочного слоя в минимальном зазоре иногда пользуются для упрощения расчета. Все относящиеся сюда количественные связи можно получить из слоя, рассмотренного Жуковским и Чаплыгиным, а также Зоммерфельдом и Гаррисоном, если ограничиться лишь той половиной подшипника, в которой давление положительно, поскольку, как следует из выражения (171) при $A=0$ функция $\bar{\Pi}$ в интервале $(-\pi, 0)$ положительна, а в интервале $(0, +\pi)$

χ	Полный подшиник			Половинный подшиник			120°-ный подшиник			Обрыв слоя в h_{min}		
	A	B	C		B	C	A	B	C	A	B	C
	0,00	-0,00000	0,00000	0,00000	-0,00000	0,00000	0,00000	-0,00000	0,00000	0,00000	-0,00000	0,00000
0,10	-0,00945	0,28330	0,00729	-0,005604	0,28597	0,00732	-	-	-	-	0,29700	0,00747
0,20	-0,10832	0,53007	0,02826	-0,15261	0,51663	0,02790	-	-	-	-	0,57708	0,02940
0,30	-0,16728	0,72645	0,06099	-0,23754	0,69000	0,05949	-0,54375	1,70100	0,05288	-	0,82248	0,06459
0,40	-0,20490	0,87045	0,10353	-0,29782	0,80907	0,10047	-0,58161	1,37849	0,08457	-	1,12222	0,10112
0,50	-0,23283	0,95970	0,15372	-0,31254	0,88884	0,13031	-0,54363	1,36689	0,13849	-	1,16667	0,16665
0,60	-0,25563	0,99666	0,20973	-0,33225	0,92451	0,20469	-0,41520	1,38102	0,19714	-	1,25085	0,23881
0,65	-0,25806	0,99295	0,23910	-0,32394	0,92175	0,31893	-0,38382	1,31979	0,25314	-	1,26981	0,26160
0,70	-0,26616	0,98073	0,26955	-0,31566	0,91857	0,26412	-0,38367	1,20294	0,23992	-	1,27350	0,29517
0,75	-0,26394	0,95676	0,30063	-0,30675	0,90306	0,22992	-0,37272	1,10112	0,28851	-	1,26210	0,32925
0,80	-0,26610	0,91386	0,33138	-0,29784	0,87531	0,32754	-0,34527	1,02234	0,32179	-	1,23636	0,36363
0,85	-0,26118	0,87369	0,36378	-0,28716	0,83907	0,36009	-0,33270	0,91893	0,35393	-	1,19655	0,39807
0,90	-0,25935	0,81114	0,39519	-0,27135	0,79569	0,39327	-0,28798	0,86052	0,39088	-	1,14342	0,43236
0,925	-0,25521	0,78823	0,41100	-0,26436	0,76934	0,40980	-0,27819	0,81258	0,40779	-	1,10052	0,44475
0,950	-0,25110	0,74946	0,42735	-0,25740	0,73893	0,42654	-0,26466	0,77046	0,42536	-	1,07763	0,46741
0,975	-0,24858	0,71709	0,43400	-0,25026	0,71274	0,44322	-0,25347	0,72333	0,44244	-	1,04025	0,48834
0,990	-0,24609	0,68952	0,45213	-0,24603	0,69252	0,45360	-0,24603	0,69648	0,45287	-	1,01643	0,49886
1,000	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	1,00000	0,50000

отрицательна и, следовательно, реально смазочный слой может существовать лишь в области $\varphi_1=0$ ($\eta_1=-\pi$), $\varphi_2=180^\circ$ ($\eta_2=0$).

Место максимального давления в этом случае определится формулой

$$\cos \varphi_m = - \frac{3\chi}{2 + \chi^2}, \quad (214)$$

получаемой из уравнения (169) и того условия, что

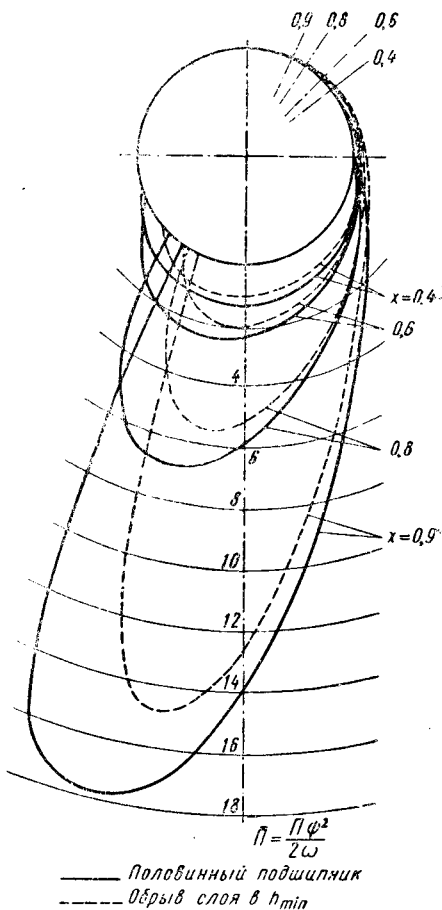
$$H = 1 + \chi \cos \varphi_m = 2\varepsilon_k.$$

Распределение давлений в смазочном слое подшипника, не имеющего торцевой утечки, по общему виду весьма подобно тому, какое получается согласно экспериментам при соответствующих χ . Это можно видеть на фиг. 36, на которой представлены функции $\bar{\Pi}_\infty$, соответствующие обрыву слоя в минимальном зазоре и половинному подшипнику.

С понижением шипа в подшипнике (с увеличением χ) эпюра давлений деформируется таким образом, что давление все более концентрируется возле области наименьшего зазора и все меньшее относительное влияние оказывает часть смазочного слоя конфузорного участка зазора, лежащая ближе к началу.

Весьма характерным показателем распределения давлений является отношение максимального давления p_∞^{\max} к среднему давлению $p_{\text{см}}$.

В общем случае вязкости, зависящей от давления, давление достигает максимальной величины при наибольшем значении функции $\bar{\Pi}_\infty$. В точке, где давление максимум $\varphi = \varphi_m$ и $\bar{h} = H$, поэтому при обрыве смазочного слоя за минимальным зазором, в силу симметрии места обрыва и максимума давления относительно линии центров, $\varphi_2 - \pi = \pi - \varphi_m$.



Фиг. 36. Эпюры распределения давлений в неограниченно протяженном подшипнике

Тогда из выражения (180), заметив, что $1 + \chi \cos \varphi_m = 1 + \chi \cos \varphi_2 = H$, получим

$$(1 - \chi^2) \bar{\Pi}_{\infty}^{\max} = \frac{3\chi}{2} \cdot \frac{\sin \varphi_m}{H} \left(\frac{3H}{1 - \chi^2} - 1 \right) + A \eta_m. \quad (215)$$

Для смазочного слоя, обрывающегося в минимальном зазоре и наполовину охватывающего шип, $A=0$, а φ_m находится по формуле (214). В этом случае

$$\bar{\Pi}_{\infty}^{\max} = \frac{3}{4} \cdot \frac{\chi}{2 + \chi^2} \left(\frac{4 - \chi^2}{1 - \chi^2} \right)^{3/2}. \quad (216)$$

Величины отношений $\frac{p_{\infty}^{\max}}{p_{\infty m}}$ максимального давления

к среднему при вязкости, не зависящей от давления, приведены в табл. 38.

Если же вязкость от давления зависит, то величины максимальных давлений будут иными и будут зависеть от критерия χ_1 .

Как видим, отношение $\frac{p_{\infty}^{\max}}{p_{\infty m}}$ не остается постоянным, а с

понижением шипа в подшипнике повышается, причем значительный рост этого отношения начинается при $\chi > 0,8$. Таким образом, особо значительная концентрация давления в смазочном слое возле места минимального зазора начинается при $\chi > 0,8$ и, следовательно, при этих значениях χ расположение начала смазочного слоя должно оказывать весьма незначительное влияние на несущую способность подшипника.

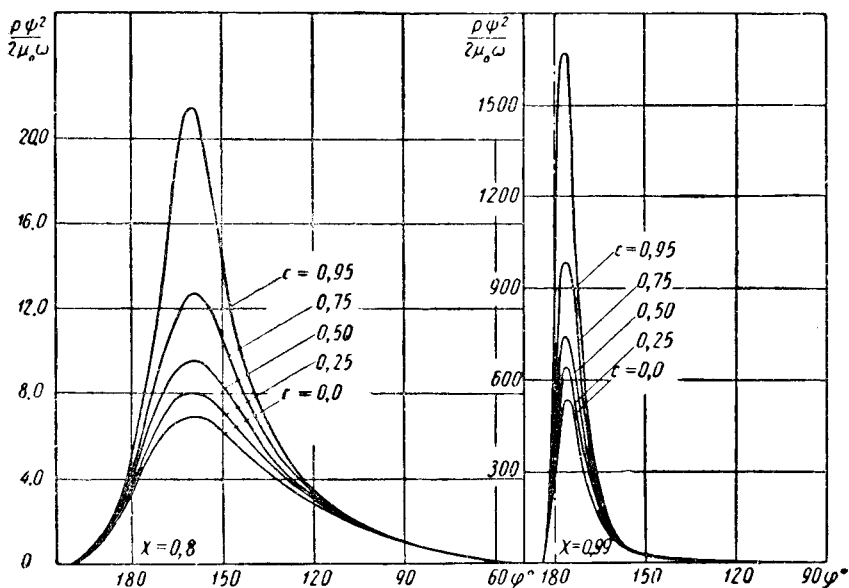
Таблица 38

χ	Полный подшипник	Половинный подшипник	120°-ный подшипник	Обрыв слоя, h_{\min}	χ	Полный подшипник	Половинный подшипник	120°-ный подшипник	Обрыв слоя, h_{\min}
0,00	1,000	1,000	1,000	1,000	0,75	1,848	1,984	2,296	1,999
0,10	1,207	1,286	—	1,795	0,80	2,066	2,178	2 451	2,075
0,20	1,235	1,313	—	1,298	0,85	2,300	2,456	2,724	2,376
0,30	1,276	1,364	1,876	1,330	0,90	2,754	2,939	3,208	2,892
0,40	1,316	1,428	1,663	1,374	0,925	3,128	3,452	3,590	3,332
0,50	1,384	1,504	1,683	1,450	0,950	3,932	4,079	4,291	4,083
0,60	1,503	1,648	1,831	1,558	0,975	5,782	5,667	5,885	5,278
0,65	1,580	1,735	1,983	1,671	0,99	8,818	8,852	9,012	9,166
0,70	1,746	1,851	2,144	1,740	1,00	—	—	—	—

Из табл. 38 явствует, что различие в границах смазочного слоя оказывает незначительное влияние на отношение максимального давления к среднему, т. е. что с изменением χ максимальное и среднее давления изменяются в одно и то же число

газ независимо от расположения границ смазочного слоя. Отсюда, конечно, не следует, что p_{∞}^{\max} и p_{-m} имеют одну и ту же величину независимо от места обрыва и начала слоя. Место обрыва слоя в значительной мере влияет на величину несущей способности.

Несколько меньшие значения $\frac{p_{\infty}^{\max}}{p_m}$ для полного подшипника указывают, что в этом случае часть эюры, соответствующую



Фиг. 37. Влияние изменения вязкости с давлением на распределение гидродинамического давления в смазочном слое подшипника

щая максимальному давлению, несколько сглажена, особенно при $\chi < 0,6$.

Зависимость вязкости от давления качественно оставляя картину распределения давления такой же, как и при постоянной вязкости ($\chi_1 = 0$), оказывает сильное влияние на величины давлений (фиг. 37) в слое смазки, а следовательно на несущую способность и трение.

Из выражения (172) следует, что при $\chi_1 = \frac{1}{\Pi_{\max}}$ давление в смазочном слое в месте, соответствующем максимуму давления, обращается в бесконечность. При дальнейшем увеличении параметра χ_1 давление обращается в бесконечность не в одной точке, а в некоторой области тем большей, чем больше χ_1 , в действительности давление в смазке не может стать равным бесконечности, но при вязкости, зависящей от давления, пере-

ход смазки в пластическое состояние в окрестности места максимального давления начнется при конечных давлениях. Критерий κ_1 , определяемый формулой (173), имеет некоторую предельную величину $\kappa_{1пред}$, соответствующую условиям начала перехода смазки в пластическое состояние в месте максимального давления, в котором при отсутствии торцевой утечки \bar{P}_∞^{\max} дается формулой (215) и (216).

Соответствующие $\kappa_{1пред}$ найдутся согласно уравнению (172) из выражения

$$\kappa_{1пред} = \frac{1 - e^{-\alpha p_{пред}}}{\bar{P}_{\max}},$$

где $p_{пред}$ — давление, при котором смазка начинает переходить в пластическое состояние.

Верхним пределом величин $\kappa_{1пред}$ являются их теоретические значения, соответствующие $p_{пред} \rightarrow \infty$. Эти величины $\kappa_{1пред}$ будут зависеть лишь от χ . Для шипа, наполовину охватываемого смазочным слоем, с обрывом в минимальном зазоре, для подшипника, наполовину охватывающего шип, с обрывом слоя в точке $\frac{dp}{d\varphi} = 0$, для полного подшипника, а также для 120°-ного подшипника величины $\kappa_{1пред} \cdot 10^3$ даны в табл. 39.

Таблица 39

χ	0,70	0,80	0,85	0,90	0,925	0,95	0,975	0,99
Полный подшипник .	216,50	128,99	90,15	52,21	34,65	19,44	6,832	1,826
Половинный подшипник	259,47	146,13	88,46	54,57	32,33	19,86	7,094	1,842
120°-ный подшипник .	324,19	168,12	106,53	57,71	35,17	20,37	7,228	1,842
Обрыв слоя в h_{\min} . .	262,67	154,31	105,21	60,51	40,50	22,66	9,081	2,147

Для шипа конечной длины соответствующие величины $\kappa_{1пред}$ будут больше, увеличиваясь с уменьшением $\frac{L}{d}$.

Для иллюстрации влияния зависимости вязкости от давления на увеличение среднего и максимального давлений при χ , равном 0,8, 0,95 и 0,99, вычислены распределение давления при разных $\kappa_1 = c\kappa_{1пред}$ у половинного подшипника, представленные на фиг. 37. Остальные величины, полученные в рассмотренных примерах, сведены в табл. 40, в которой $\frac{\bar{P}_\infty m}{P_\infty m}$ есть отношение

среднего давления при вязкости, зависящей от давления к среднему давлению при $\alpha=0$.

Таблица 40

χ	$c = \frac{x_1}{x_1 \text{ пред}}$	0,00	0,25	0,50	0,75	0,95
0,80	\bar{p}_∞^{\max}	6,843	7,877	9,486	12,647	21,572
	$\bar{p}_\infty^{\max} / \bar{p}_\infty m^2$	2,178	2,308	2,484	2,699	3,50
	$\bar{p}_\infty m / \bar{p}_\infty^{(\circ)} m$	1,000	1,086	1,210	1,491	1,964
0,95	\bar{p}_∞^{\max}	50,35	59,35	71,54	95,39	162,69
	$\bar{p}_\infty^{\max} / \bar{p}_\infty m$	4,072	4,51	4,85	5,47	7,70
	$\bar{p}_\infty m / \bar{p}_\infty^{(\circ)} m$	1,000	1,064	1,193	1,409	1,711
0,99	\bar{p}_∞^{\max}	542,82	626,9	755,2	1006,8	1717,2
	$\bar{p}_\infty^{\max} / \bar{p}_\infty m$	8,852	10,15	10,41	11,04	13,51
	$\bar{p}_\infty m / \bar{p}_\infty^{(\circ)} m$	1,000	1,007	1,183	1,487	2,072

Из табл. 39 и табл. 40 следует, что влияние изменения вязкости с давлением начинает заметно сказываться лишь при $\chi > 0,8$. Это влияние заметно увеличивается с дальнейшим увеличением χ . Таким образом, лишь для тяжело нагруженных подшипников (например, подшипников прокатных станков) следует учитывать изменение вязкости с давлением.

Например, если в среднем принять $\alpha = 15 \cdot 10^{-4} \text{ см}^2/\text{кг}$ для обычно употребляемых масел, то применительно к двигателю КД-35, имеющему $n = 1400 \text{ об/мин}$ и $\psi \approx 0,001 \div 0,0008$ (диаметр коренных шеек 85 мм, а шатунных 75 мм) при вязкости масла (М-3), равной 0,15 пуаз, что соответствует температуре около 90°C, для x_1 будем иметь величину 0,066—0,102.

Действительные величины $x_1 \text{ пред}$ гораздо больше теоретических, приведенных в табл. 39 в силу целого ряда факторов (уменьшения α с повышением температуры, конечной длины подшипника, уменьшения угла охвата шипа смазочным слоем, а следовательно, и уменьшения \bar{p}_∞^{\max}). Однако, начиная с $\chi > 0,8$, пренебрежение изменением вязкости с изменением давления может дать некоторую погрешность в сторону уменьшения несущей способности для тяжело нагруженных подшипников, работающих при сравнительно небольших скоростях.

При известном распределении давления характеристики смазочного слоя, коэффициент нагруженности ζ и коэффициент сопротивления вращению ξ найдутся по общим формулам (188) или (192) и (202) или (203).

Если зависимостью вязкости от давления можно пренебречь, то ζ_{∞} и угол, образуемый линией действия нагрузки с линией центров Θ_{∞} , находятся непосредственно по формулам (192) путем вычисления интегралов J_n и I_n . Особенно простые выражения получаются при этом в предположении о полном охвате шипа подшипником ($\varphi_1=0$, $\varphi_2=2\pi$) в виде выражения (190) и если допустить, что смазочный слой обрывается в минимальном зазоре ($\varphi_1=0$, $\varphi_2=\pi$). В последнем случае

$$\zeta_{\infty} \cos \Theta_{\infty} = \frac{6\chi^2}{(2 + \chi^2)(1 - \chi^2)}; \quad (217)$$

$$\zeta_{\infty} \sin \Theta_{\infty} = \frac{3\pi\chi}{(2 + \chi^2)\sqrt{1 - \chi^2}};$$

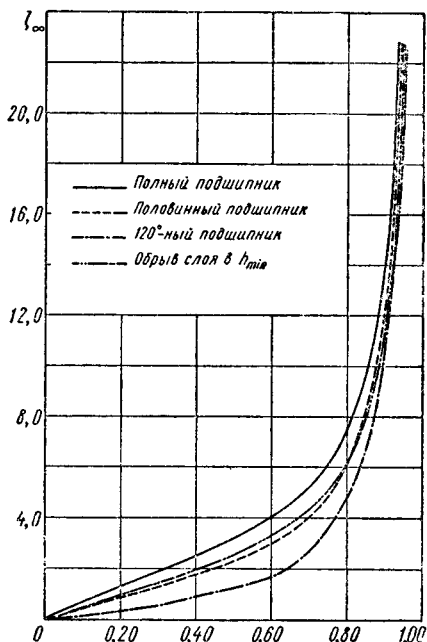
$$\operatorname{tg} \Theta_{\infty} = \frac{\pi}{2} \cdot \frac{\sqrt{1 - \chi^2}}{\chi}. \quad (218)$$

При расположениях и протяженностях слоя смазки, рассмотренных в предыдущем параграфе, выражения для ζ_{∞} и Θ_{∞} получаются более сложными. Для всех этих случаев при вязкости, не зависящей от давления, коэффициент нагруженности и угол Θ_{∞} для разных χ даны в табл. 41 и показаны на фиг. 38 и 39.

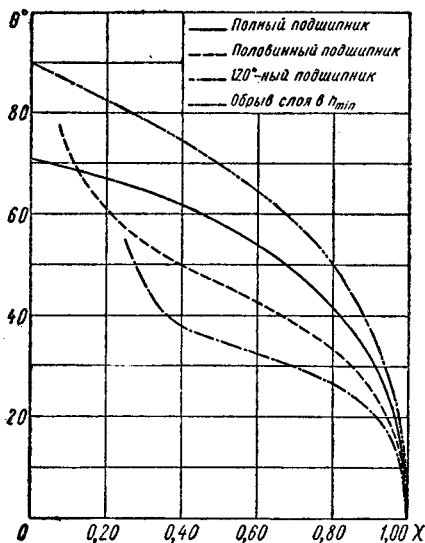
Таблица 41

χ	Полный подшипник		Половинный подшипник		120°-ный подшипник		Обрыв слоя в h_{\min}	
	ζ_{∞}	Θ_{∞}	ζ_{∞}	Θ_{∞}	ζ_{∞}	Θ_{∞}	ζ_{∞}	Θ_{∞}
0,00	0,000	70°55	0,000	—	—	—	0,000	90°0
0,10	0,681	68°59	0,458	72°33	—	—	0,472	86°20
0,20	1,281	66°48	0,882	61°11	—	—	0,949	82°37
0,30	1,882	64°52	1,304	54°18	0,536	46°42	1,445	78°41
0,40	2,5,6	61°32	1,774	49°59	0,921	37°52	1,976	74°29
0,50	3,237	58°21	2,318	46°46	1,279	35°16	2,570	69°47
0,60	4,088	54°15	3,048	43°07	1,883	32°36	3,320	64°37
0,65	4,636	51°42	3,511	40°59	2,344	31°12	3,684	61°26
0,70	5,291	48°47	4,164	38°45	2,878	30°07	4,375	58°31
0,75	6,120	45°59	4,987	36°02	3,659	28°30	4,836	54°11
0,80	7,505	41°40	6,284	33°20	4,854	26°50	6,245	49°40
0,85	9,647	37°27	8,352	29°42	6,891	24°45	8,002	44°14
0,90	13,91	32°01	12,47	25°30	10,804	21°28	11,43	37°16
0,925	18,45	27°59	17,33	22°41	14,62	19°36	14,82	32°50
0,950	26,16	23°08	24,73	19°16	22,88	16°51	21,53	27°18
0,975	50,63	16°41	49,23	14°22	47,02	12°58	41,72	19°45
0,990	124,21	10°40	122,65	9°37	120,49	8°55	101,62	12°37
1,00	—	—	—	—	—	—	—	—

Сравнивая величины коэффициентов нагруженности, приведенные в табл. 41, видим, что влияние протяженности смазочного слоя на ζ_{∞} сказывается по-разному в зависимости от расположения границ слоя. Это можно видеть из табл. 42, содержащей отношения ζ (которые вместе с тем являются отношениями средних давлений) при различных границах и расположении смазочного слоя. В этой таблице ζ_{∞} — величина ζ ,



Фиг. 38. Зависимость коэффициента нагруженности от относительного эксцентриситета для подшипника, у которого отсутствует торцовое истечение



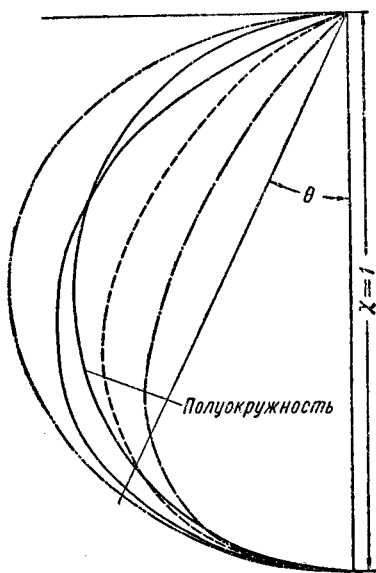
Фиг. 39. Влияние расположения шипа в подшипнике на угол, образуемый линией центров и линией действия нагрузки

полученная Яновским [147] для шипа с половинным подшипником при обрыве слоя к минимальному зазору, а $\zeta_{\text{П}}$, $\zeta_{\text{К}}$, $\zeta_{\text{З}}$ и $\zeta_{\text{А}}$ — коэффициенты нагруженности для полного, половинного, 120°-ного и с обрывом слоя в минимальном зазоре подшипников.

Из табл. 42 прежде всего явствует, что место обрыва смазочного слоя влияет на величину несущей способности как при малых, так и при больших χ , в то время как расположение начала слоя значительно сказывается лишь при высоких и средних положениях шипа ($\chi < 0,7$). Протяженность смазочного слоя в гораздо меньшей степени влияет на несущую способность, чем расположение его границ, особенно для подшипника, наполовину охватывающего шип, что отчетливо видно из вто-

χ	$\frac{\zeta_{II}}{\zeta_K}$	$\frac{\zeta_{II}}{\zeta_3}$	$\frac{\zeta_{II}}{\zeta_A}$	$\frac{\zeta_K}{\zeta_3}$	$\frac{\zeta_K}{\zeta_A}$	$\frac{\zeta_A}{\zeta_Я}$
0,00	1,00	—	1,00	—	1,00	1,00
0,10	1,49	—	1,44	—	0,97	—
0,20	1,45	—	1,35	—	0,93	1,15
0,30	1,44	3,51	1,30	2,43	0,90	—
0,40	1,42	2,73	1,28	1,93	0,90	1,24
0,50	1,39	2,53	1,26	1,81	0,90	1,29
0,60	1,34	2,43	1,20	1,81	0,92	1,27
0,70	1,23	1,80	1,17	1,45	0,95	—
0,80	1,17	1,55	1,18	1,29	1,006	1,18
0,90	1,11	1,29	1,21	1,15	1,09	1,19
0,95	1,05	1,15	1,21	1,08	1,15	1,19
0,975	1,06	1,08	1,21	1,05	1,14	1,19
0,99	1,01	1,03	1,22	1,02	1,21	—
1,00	—	—	—	—	—	—

рого и третьего столбцов табл. 42. Замена половинного подшипника полным заметно сказывается лишь при $\chi < 0,7$ и особенно при $\chi < 0,5$, как это следует из последнего столбца табл. 42. Наконец, при низких положениях шипа ($\chi > 0,9$) влияние оказывает только место обрыва слоя вследствие концентрации давлений возле минимального зазора. Протяженность смазочного слоя заметно сказывается лишь при обрыве слоя в минимальном зазоре, как это следует из второго столбца табл. 42.



— Полный подшипник
 - - - Половинный подшипник
 — 120°-ный подшипник
 - - - Обрыв слоя в δ_{min}

Фиг. 40. Траектория центра шипа в подшипнике

Еще более резко сказывается расположение границ смазочного слоя на траектории центра шипа в подшипнике (фиг. 40), поскольку при обрыве смазочного слоя за минимальным зазором в точке, где $\frac{dp}{d\varphi} = 0$, не только увеличивается максимальное давление, но сам максимум давлений сдвигается в сторону минимального зазора. Этим значительно увеличивается составляющая несущей способности, параллель-

ная линии центров. Увеличение угла φ_1 (приближение начала слоя к минимальному зазору) также способствует увеличению этой составляющей, особенно при высоких и средних положениях шипа.

Траектория центра шипа в подшипнике является очень чувствительным индикатором протяженности смазочного слоя и расположения его границ. При этом место обрыва слоя смазки особенно отчетливо сказывается на форме пути центра шипа в подшипнике при $\chi \geq 0,9$, а начало смазочного слоя при $\chi < 0,7$.

При низких положениях шипа на величину коэффициента нагруженности значительное влияние оказывает зависимость вязкости от давления, как это можно видеть из табл. 43, в которой

$$c = \frac{x_1}{x_{1 \text{ пред}}}$$

Таблица 43

χ	$c = \frac{x_1}{x_{1 \text{ пред}}}$	0,00	0,25	0,50	0,75	0,95
0,80	ζ_∞	6,284	6,826	7,637	9,371	12,34
	θ_∞	33°20'	32°57'	32°19'	30°51'	28°46'
0,95	ζ_∞	24,73	26,32	29,50	34,85	42,31
	θ_∞	19°16'	18°46'	18°17'	17°47'	17°17'
0,99	ζ_∞	122,65	123,5	145,1	182,4	2,42
	θ_∞	9°37'	9°3'	8°30'	7°48'	6°54'

Второй весьма важной характеристикой подшипника является коэффициент сопротивления шипа или подшипника вращению или эквивалентная ему величина так называемого коэффициента жидкостного трения. Коэффициент сопротивления вращению вычисляется по формулам (202) или (203), которые в различных частных случаях упрощаются. Так, например, при шипе, наполовину охватываемом смазочным слоем с обрывом в минимальном зазоре, $\xi_{ш\infty}$ и $\xi_{л\infty}$ определяются по (200) и (201), если правые части этих формул разделить на два. Полный же коэффициент сопротивления, учитывая трения в нерабочей части, в общем случае найдется из выражения:

$$\xi_\infty^f = \frac{\pi}{\sqrt{1-\chi^2}} \pm \frac{\chi}{2} \zeta_\infty \sin \theta_\infty. \quad (219)$$

Из формул (200) и (201) следует, что отношение момента трения на шипе к моменту трения на подшипнике с учетом трения лишь в рабочей части зазора неограниченно возрастает при $\chi \rightarrow 1$. Однако последнее справедливо не во всех случаях. Так, например, при обрыве смазочного слоя в минимальном зазоре, но при углах охвата шипа смазкой $< 180^\circ$, отношение $\frac{M_{Ш}}{M_{П}}$ при всех χ остается ограниченным, проходя через

максимум, положение которого зависит от протяженности слоя. Кроме того, если принять во внимание трение в нерабочей части зазора, то при слое, обрывающемся в минимальном зазоре, отношение моментов трения на шипе и подшипнике будет равно $\frac{4+5\chi^2}{4-\chi^2}$, достигая при $\chi \rightarrow 1$ максимального значения, равного 3.

Таблица 44

χ	$\xi_{Ш\infty}$	$\xi_{Ш\infty}^f$	$\frac{M_{Ш}}{M_{П}} = \frac{\xi_{Ш\infty}}{\xi_{П\infty}}$	$\frac{M_{Ш}^f}{M_{П}^f} = \frac{\xi_{Ш\infty}^f}{\xi_{П\infty}^f}$	$\frac{\pi}{\sqrt{1-\chi^2}}$
0	1,571	3,1416	1	1	3,1416
0,1	1,602	3,181	1,030	1,015	3,1574
0,2	1,677	3,280	1,125	1,061	3,2064
0,3	1,859	3,505	1,297	1,138	3,2933
0,4	2,095	3,809	1,512	1,250	3,4278
0,5	2,419	4,233	2,000	1,398	3,6276
0,6	2,862	4,825	2,687	1,593	3,9270
0,65	3,148	5,215	3,195	1,709	4,1340
0,7	3,498	5,698	3,882	1,838	4,3991
0,75	3,937	6,313	4,857	1,982	4,7496
0,8	4,520	7,138	6,333	2,144	5,2360
0,85	5,355	8,337	8,811	2,33	5,9637
0,9	6,720	10,324	13,79	2,523	7,2073
0,925	7,849	11,983	18,77	2,631	8,2581
0,95	9,730	14,760	28,77	2,748	10,0611
0,975	15,46	22,53	58,76	2,870	14,1383
0,99	22,11	33,25	148,74	2,947	22,2702
1	∞	∞	∞	3,000	∞

При обрыве смазочного слоя за минимальным зазором отношения моментов $M_{Ш}$ и $M_{П}$, вычисленные с применением формулы (203) или (219), даны в табл. 44 и 45, в которых приведены и остальные величины, характеризующие трение в слое смазки.

Для шипа, наполовину охватываемого смазочным слоем, обрывающимся в минимальном зазоре, величины коэффициентов

χ	Половинный подшипник				Полный подшипник				120°-ный подшипник						
	ξШ∞	ξШ∞ ^f	$\frac{M_{Ш}}{M_{П}} = \frac{\xi_{Ш\infty}}{\xi_{П\infty}}$	1	ξШ∞	ξШ∞ ^f	$\frac{M_{Ш}}{M_{П}} = \frac{\xi_{Ш\infty}}{\xi_{П\infty}}$	1	ξШ∞	ξШ∞ ^f	$\frac{M_{Ш}}{M_{П}} = \frac{\xi_{Ш\infty}}{\xi_{П\infty}}$	1	ξШ∞	ξШ∞ ^f	$\frac{M_{Ш}}{M_{П}} = \frac{\xi_{Ш\infty}}{\xi_{П\infty}}$
0	1,571	3,1416	1	1	2,247	3,1416	1	1	—	—	—	—	—	—	—
0,1	1,631	3,179	1,028	1,028	2,252	3,189	1,029	1,029	—	—	—	—	—	—	—
0,2	1,781	3,263	1,088	1,088	2,402	3,323	1,114	1,114	—	—	—	—	—	—	—
0,3	1,996	3,451	1,188	1,188	2,535	3,548	1,252	1,252	1,368	3,236	1,094	1,094	3,352	3,352	1,094
0,4	2,287	3,700	1,311	1,311	2,792	3,872	1,466	1,466	1,577	3,541	1,167	1,167	3,541	3,541	1,167
0,5	2,573	4,050	1,490	1,490	3,147	4,317	1,779	1,779	1,858	3,812	1,248	1,248	3,812	3,812	1,248
0,6	2,950	4,552	1,735	1,735	3,628	4,922	2,215	2,215	2,278	4,231	1,365	1,365	4,231	4,231	1,365
0,65	3,193	4,882	1,882	1,882	3,936	5,316	2,570	2,570	2,504	4,529	1,460	1,460	4,529	4,529	1,460
0,7	3,518	5,312	2,077	2,077	4,313	5,793	2,839	2,839	2,789	4,905	1,569	1,569	4,905	4,905	1,569
0,75	3,936	5,848	2,294	2,294	4,783	6,398	3,225	3,225	3,155	5,399	1,700	1,700	5,399	5,399	1,700
0,8	4,493	6,617	2,596	2,596	5,427	7,232	3,761	3,761	3,687	6,112	1,906	1,906	6,112	6,112	1,906
0,85	5,319	7,718	2,940	2,940	6,386	8,457	4,561	4,561	4,500	7,190	2,198	2,198	7,190	7,190	2,198
0,9	6,746	9,624	3,524	3,524	7,992	10,529	5,915	5,915	5,827	8,986	2,569	2,569	8,986	8,986	2,569
0,925	7,977	11,208	4,010	4,010	9,347	12,271	6,980	6,980	6,976	10,536	2,859	2,859	10,536	10,536	2,859
0,95	9,992	13,94	4,463	4,463	11,373	14,88	7,008	7,008	8,982	13,211	3,349	3,349	13,211	13,211	3,349
0,975	14,65	20,09	5,339	5,339	16,005	21,04	7,453	7,453	13,543	19,282	4,106	4,106	19,282	19,282	4,106
0,99	24,04	32,41	6,402	6,402	25,55	33,64	9,169	9,169	22,736	31,515	5,331	5,331	31,515	31,515	5,331
1	∞	∞	∞	∞	∞	∞	∞	∞	∞	∞	∞	∞	∞	∞	∞

сопротивления вращению с учетом трения лишь в рабочей части $\xi_{ш\infty}$ и с учетом трения по всему зазору $\xi_{ш\infty}^f$, а также отношения соответствующих моментов трения на шипе и подшипнике при постоянной вязкости для разных χ даны в табл. 44.

Закономерности изменения коэффициентов сопротивления вращению на шипе и подшипнике для рассматриваемых случаев вытекают непосредственно из табл. 44 и 45: первая для обрыва смазочного слоя в h_{\min} , вторая для остальных случаев.

Из данных табл. 44 и 45 прежде всего следует, что трение, приходящееся на рабочую часть слоя при малых χ ($\chi < 0,5$), в основном зависит от сдвига слоев, т. е. от первого слагаемого в формуле (182). Дополнительное же трение, возникающее вследствие наличия градиента давления от сил, развивающихся при вращении шипа, начинает сказываться лишь при $\chi > 0,7$. При $\chi = 0,99$ дополнительное трение достигает приблизительно такой же величины, как и часть трения, зависящая от сдвига слоев. Соответственно этому момент сопротивления с учетом трения в нерабочей части слоя в еще меньшей степени зависит от трения, вызванного градиентом давления в рабочей части, которое в этом случае лишь при $\chi = 0,99$ составляет около одной трети полной величины сопротивления.

Такое заключение справедливо для сопротивления на шипе. Что же касается сопротивления на подшипнике, то по этому поводу можно сказать следующее: хотя соотношения между указанными составляющими сопротивления остаются теми же (знаки этих составляющих для подшипника оказываются разными), разность их либо стремится к нулю, либо остается больше нуля, в зависимости от расположения и протяженности смазочного слоя, так как указанные составляющие с возрастанием χ по величине начинают сближаться.

В связи с этим отношение момента трения на шипе к моменту трения на подшипнике, соответствующее рабочей части смазочного слоя, может либо стремиться к бесконечности, либо оставаться ограниченным. Отношение же моментов трения с учетом трения также и в нерабочей части зазора всегда остается конечным.

Таким образом, если в рассматриваемых случаях расположения и протяженности области положительных давлений изменения момента трения (в рабочей части слоя) на шипе с изменением χ остаются почти постоянными, то момент трения на подшипнике изменяется при этом заметно.

Сопротивление трения на подшипнике, соответствующее рабочей части слоя, зависит от места обрыва слоя и в еще большей степени от его протяженности. Если $\varphi_1 > 0$ (область положительных давлений за максимальным зазором) при $\chi \rightarrow 1$, то трение от сдвига слоев всегда больше трения от градиента давления, и момент на подшипнике $M_{ш\infty} > 0$. Если же слой начинается в максимальном зазоре ($\varphi_1 = 0$), то при $\chi \rightarrow 1$ тре-

ние от градиента давления по величине приближается к трению от сдвига слоев, что в пределе дает величину M_{∞} , равную нулю.

Величины полного коэффициента сопротивления на подшипнике во всех рассмотренных нами случаях имеют минимум по χ . При половинном и 120° -ном подшипниках этот минимум находится около $\chi=0,20$, при полном подшипнике — около $\chi=0,60$ и при шипе, наполовину охватываемом смазочным слоем, с обрывом в минимальном зазоре, около $\chi=0,50$. Коэффициенты сопротивления на подшипнике, учитывающие трение только в рабочей части зазора, также имеют минимумы по χ . Для половинного подшипника этот минимум находится около $\chi=0,70$, а у полного — около $\chi=0,925$. Эти минимумы указывают на неодинаковую скорость возрастания отдельных составляющих силы трения с увеличением χ .

Полные величины момента сопротивления на подшипнике с учетом трения в нерабочей части зазора, незначительно зависят от границ и протяженности смазочного слоя, будучи достаточно близкими друг к другу во всех рассматриваемых нами случаях и стремясь к одной и той же величине при $\chi \rightarrow 1$.

Наравне с коэффициентом нагруженности ζ коэффициент ξ_{III} сопротивления шипа вращению является основной величиной, необходимой для расчета подшипника, так как по нему находят в настоящее время количество тепла, выделившееся в смазочном слое и эквивалентное работе трения. Коэффициент трения, определяемый формулой (81), который удобно подсчитывать по формуле (82), эквивалентен коэффициенту сопротивления вращению.

Если, воспользовавшись формулами (217), найти ζ_{∞} , то легко показать, что $\zeta_{\infty}(1 - \chi^2) \rightarrow 2$, при $\chi \rightarrow 1$ и $\frac{\zeta_{\infty}}{\chi} \rightarrow \frac{3}{2} \pi$ при $\chi \rightarrow 0$, а также $\xi_{III\infty} \sqrt{1 - \chi^2} \rightarrow \pi$ при $\chi \rightarrow 1$ и $\xi_{III\infty} \rightarrow \frac{\pi}{2}$ при $\chi \rightarrow 0$.

Поэтому коэффициент трения f , согласно (82) при $\chi \rightarrow 0$ неограниченно возрастает столь же быстро, как и $\frac{1}{\chi}$ а при $\chi \rightarrow 1$ стремится к нулю так же, как и $\sqrt{1 - \chi^2}$. Эти оценки, остающиеся справедливыми и при других протяженностях и расположении смазочного слоя, наглядно показывают условность коэффициента гидродинамического трения.

Отношения $\frac{f_{II\infty}^I}{\varphi}$ величины полного коэффициента трения (с учетом трения в нерабочей части зазора) на подшипнике к относительному зазору при рассматриваемых нами расположении и протяженностях области положительных давлений даны в табл. 46.

χ	Обрыв слоя в $h_{\text{гип}}$	120°-ный под- шипник	Половинный подшипник	Полный под- шипник	χ	Обрыв слоя в $h_{\text{гип}}$	120°-ный под- шипник	Половинный подшипник	Полный под- шипник
0	—	—	—	—	0,75	0,659	1,120	0,731	0,596
0,1	6,640	—	6,845	4,589	0,8	0,533	0,898	0,613	0,450
0,2	3,258	8,633	3,524	2,410	0,85	0,448	0,687	0,594	0,360
0,3	2,131	6,035	2,403	1,614	0,9	0,358	0,502	0,384	0,289
0,4	1,542	3,599	1,778	1,173	0,925	0,307	0,410	0,307	0,231
0,5	1,178	2,692	1,383	0,908	0,95	0,250	0,302	0,250	0,198
0,6	0,912	1,924	1,083	0,717	0,975	0,211	0,191	0,166	0,143
0,65	0,828	1,595	0,961	0,637	0,99	0,111	0,108	0,099	0,087
0,7	0,709	1,353	0,838	0,603	1	0	0	0	0

Обрабатывая результаты опытов по замеру трения в виде диаграммы трения или диаграммы Герси, и выражая коэффициент трения как функцию обратной величины коэффициента нагруженности¹, получают характеристику, которая лишь приближенно отвечает группе подобных подшипников. Для подшипников же неограниченно протяженных зависимость $\frac{f}{\varphi} = F\left(\frac{1}{\zeta_{\infty}}\right)$ при постоянной вязкости точно определяет группу подобных подшипников. При полном охвате шипа подшипником со всюду одинаковым зазором и учете трения в нерабочей части смазочного слоя зависимость $\frac{f}{\varphi}$ от $\frac{1}{\zeta}$ по данным

¹ Обычно диаграммы Герси строят в виде зависимости коэффициента трения f от так называемой „характеристики режима“ $\frac{\mu n}{p_m}$, где n — число оборотов шипа в минуту, но

$$\frac{\mu n}{p_m} = 4,774 \frac{\psi^2}{\zeta}.$$

Поэтому диаграмма

$$\frac{f}{\psi} = F\left(\frac{1}{\zeta}\right)$$

и диаграмма

$$f = F\left(\frac{\mu n}{p_m}\right)$$

вполне эквивалентны.

табл. 46 изображена на фиг. 41. В частном случае концентричного расположения подшипника и шипа

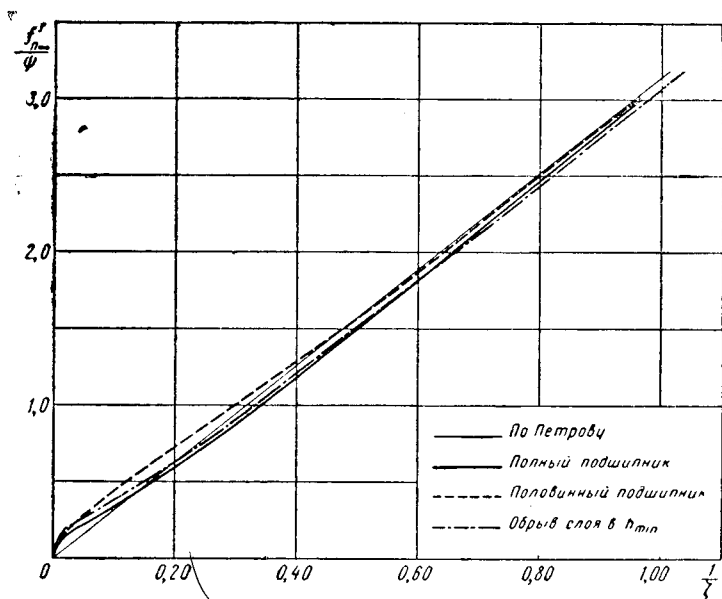
$$\xi_{Ш}^f = \xi_{П}^f = \pi,$$

что согласно выражению (82) позволяет написать:

$$\frac{f}{\psi} = \frac{\pi}{\zeta}, \quad (220)$$

т. е. знаменитую формулу Петрова.

Если зависимостью вязкости смазки от давления пренебрегать нельзя, то это окажет влияние и на трение в подшипнике.



Фиг. 41. Диаграмма трения для неограниченно протяженного подшипника

Соответствующие величины коэффициента трения на подшипнике для трения лишь в рабочей части слоя и при учете трения и в нерабочей части слоя для некоторых s приведены в табл. 47.

Результаты, полученные для коэффициента трения, во-первых, указывают на более чем достаточную для практики точность приложения формулы Петрова к подшипникам с отсутствием торцевой утечки. Во-вторых, эти результаты указывают на отсутствие какого-либо минимума гидродинамического коэф-

χ	$c = \frac{x_1}{x_1 \text{ пред}}$	0,00	0,25	0,50	0,75	0,95
0,80	$\xi_{Ш\infty}$	4,493	5,10	6,07	8,29	16,47
	$\xi_{Ш\infty}^f$	6,617	7,22	8,20	10,41	18,59
	$f_{П\infty}^f/\psi$	0,613	0,623	0,645	0,701	1,12
0,95	$\xi_{Ш\infty}$	9,992	10,99	12,68	15,26	32,86
	$\xi_{Ш\infty}^f$	13,94	14,94	16,63	19,21	36,81
	$f_{П\infty}^f/\psi$	0,250	0,262	0,266	0,261	0,588
0,99	$\xi_{Ш\infty}$	24,04	25,35	30,09	37,86	73,82
	$\xi_{Ш\infty}^f$	32,41	33,72	38,46	46,23	82,19
	$f_{П\infty}^f/\psi$	0,099	0,119	0,119	0,119	0,204

коэффициента трения, как в зависимости от χ , так и в зависимости от $\frac{1}{\zeta}$ или «характеристики режима».

На экспериментальных кривых с реальными подшипниками наличие такого минимума кривой $f = F\left(\frac{1}{\zeta}\right)$ отвечает переходу от трения жидкостного к полужидкостному. Полученный же некоторыми авторами [48], [51], [185] теоретический минимум f является следствием допущения существования отрицательных давлений, соизмеримых или даже равных по величине положительным (Жуковский — Чаплыгин, Зоммерфельд), по области существования которых подсчитывалась сила трения, соответствовавшая градиенту отрицательного давления. Эта составляющая вычиталась из такой же составляющей, но в области положительных давлений. Например, в случае, рас-

смотренном Жуковским и Чаплыгиным, из соотношений (189) и (199) найдем¹

$$f = \frac{k^2 \sigma \operatorname{cth} \sigma - 2k \operatorname{ch} \sigma + 1}{\sqrt{1 + k^2 - 2k \operatorname{ch} \sigma}}. \quad (221)$$

При малых σ этой формуле эквивалентно выражение, получаемое из формул (190) и (200)

$$\frac{f}{\psi} = \frac{1 + 2\chi^2}{3\chi}, \quad (222)$$

которое имеет минимум при $\chi = \frac{1}{\sqrt{2}}$, равный $\frac{2\sqrt{2}}{3}$. Условие,

соответствующее этому минимуму, Зоммерфельд ([51], стр. 406), [48] принимал за наивыгоднейшие условия работы подшипника. При отсутствии отрицательных давлений, как это имеет место в действительности, минимума f по χ быть не может.

21. РАСПРЕДЕЛЕНИЕ ДАВЛЕНИЯ В СЛОЕ СМАЗКИ И СИЛА СОПРОТИВЛЕНИЯ ПРИ ПОСТУПАТЕЛЬНОМ ДВИЖЕНИИ ШИПА ВДОЛЬ ЛИНИИ ЦЕНТРОВ

Пользуясь зависимостями, полученными в первом и отчасти втором параграфах настоящей главы, можно непосредственно определить необходимые количественные зависимости при точном, с учетом кривизны смазочного слоя, решении проблемы, для чего прежде всего установим граничные условия при поступательном движении шипа вдоль линии центров.

Скорости точек поверхности подшипника равны нулю, поэтому при $\rho = \rho_2$

$$u_{\rho=\rho_2} = 0, \quad v_{\eta/\rho=\rho_2} = 0.$$

Для скоростей же точек на поверхности шипа при $\rho = \rho_1$ непосредственно из чертежа имеем выражения:

$$u_{\rho=\rho_1} = V \cos \varphi; \quad v_{\eta/\rho=\rho_1} = V \sin \varphi,$$

где V — скорость движения центра шипа вдоль линии центров.

¹ Утверждение Жуковского и Чаплыгина ([48], стр. 236), что f обращается в ∞ при $\sigma = 0$ неверно; при $\sigma = 0$, $f = k - 1$. В бесконечность f обращается лишь при $\sigma = \sigma_0$, соответствующем $\chi = 0$, когда согласно формуле (138) $2k \operatorname{ch} \sigma_0 = 1 + k^2$ и $2\sigma_0 \operatorname{sh} \sigma_0 = k^2 - 1$ и когда, следовательно,

$$\sigma_0 = \ln k,$$

поскольку

$$\operatorname{ch} \sigma_0 + \operatorname{sh} \sigma_0 = e^{\sigma_0} = k.$$

Если теперь принять во внимание выражения для компонент u_ρ и v_η скоростей смазки через функцию $\Phi(\rho, \eta)$, а $\cos \varphi$ и $\sin \varphi$ выразить через переменные ρ и η по формулам (135), граничные условия для функции Φ запишем в следующем виде: на поверхности шипа

$$\rho = \rho_1 \left\{ \begin{aligned} (\operatorname{ch} \rho_1 + \cos \eta) \frac{\partial \Phi}{\partial \eta} + \Phi \sin \eta + V(1 + \operatorname{ch} \rho_1 \cos \eta) &= 0; \\ (\operatorname{ch} \rho_1 + \cos \eta) \frac{\partial \Phi}{\partial \rho} - \Phi \operatorname{sh} \rho_1 - V \operatorname{sh} \rho_1 \sin \eta &= 0, \end{aligned} \right. \quad (223)$$

на поверхности подшипника

$$\rho = \rho_2 \left\{ \begin{aligned} (\operatorname{ch} \rho_2 + \cos \eta) \frac{\partial \Phi}{\partial \eta} + \Phi \sin \eta &= 0; \\ (\operatorname{ch} \rho_2 + \cos \eta) \frac{\partial \Phi}{\partial \rho} - \Phi \operatorname{sh} \rho_2 &= 0. \end{aligned} \right. \quad (224)$$

Вид граничных условий позволяет функцию Φ , как решение уравнения $\nabla^2 \Phi = 0$, взять в виде:

$$\Phi = M(\rho; \sin \eta, \quad (225)$$

где

$$M(\rho) = A_3 + B_3 \rho + C_3 \operatorname{sh} 2\rho + D_3 \operatorname{ch} 2\rho.$$

Подставив выражение (225) в соотношения (223) и (224), для определения коэффициентов A_3, B_3, C_3, D_3 получим систему

$$A_3 + B_3 \rho_1 + C_3 \operatorname{sh} 2\rho_1 + D_3 \operatorname{ch} 2\rho_1 = -V;$$

$$B_3 + 2C_3 \operatorname{ch} 2\rho_1 + 2D_3 \operatorname{sh} 2\rho_1 = 0;$$

$$A_3 + B_3 \rho_2 + C_3 \operatorname{sh} 2\rho_2 + D_3 \operatorname{ch} 2\rho_2 = 0;$$

$$B_3 + 2C_3 \operatorname{ch} 2\rho_2 + 2D_3 \operatorname{sh} 2\rho_2 = 0,$$

которая лишь правой частью первого уравнения отличается от соответствующих уравнений для определения коэффициентов A_2, B_2, C_2 и D_2 функции $L(\cdot)$. Поэтому совершенно аналогично формулам (157) напомним:

$$\left. \begin{aligned} B_3 &= -V \frac{\operatorname{sh} 2\sigma}{\sigma \operatorname{sh} 2\sigma - \operatorname{ch} 2\sigma + 1}; \\ C_3 &= + \frac{V}{2} \cdot \frac{\operatorname{sh} 2\rho_1 - \operatorname{sh} 2\rho_2}{\sigma \operatorname{sh} 2\sigma - \operatorname{ch} 2\sigma + 1}; \\ D_3 &= - \frac{V}{2} \cdot \frac{\operatorname{ch} 2\rho_1 - \operatorname{ch} 2\rho_2}{\sigma \operatorname{sh} 2\sigma - \operatorname{ch} 2\sigma + 1}. \end{aligned} \right\} \quad (226)$$

Определив функцию Φ , вихрь найдем по формуле (151). Приняв во внимание выражения (225) и (134), получим:

$$\Omega a = (2M' \operatorname{sh} \rho - M'' \operatorname{ch} \rho) \sin \eta - \frac{M''}{2} \sin 2\eta,$$

откуда

$$\frac{\partial \Omega a}{\partial \rho} = 2[(B_3 - 2C_3) \operatorname{ch} \rho - 2D_3 \operatorname{sh} \rho] \sin \eta - 4(C_3 \operatorname{ch} 2\rho + D_3 \operatorname{sh} 2\rho) \sin 2\eta;$$

$$\frac{\partial \Omega a}{\partial \eta} = 2[(B_3 - 2C_3) \operatorname{sh} \rho - 2D_3 \operatorname{ch} \rho] \cos \eta - 4(C_3 \operatorname{sh} 2\rho + D_3 \operatorname{ch} 2\rho) \cos 2\eta.$$

Воспользовавшись затем системой (148), определим функцию давления, которая оказывается равной

$$Pa = -2[(B_3 - 2C_3) \operatorname{ch} \rho - 2D_3 \operatorname{sh} \rho] \cos \eta + 2(C_3 \operatorname{ch} 2\rho + D_3 \operatorname{sh} 2\rho) \cos 2\eta + \text{const.} \quad (227)$$

Нормальное напряжение $p_{\rho\rho}$ в смазке находится по формуле

$$p_{\rho\rho} = -p + 2\mu g \frac{\partial^2 \Phi}{\partial \rho \partial \eta}.$$

Согласно выражению (225)

$$\frac{\partial^2 \Phi}{\partial \rho \partial \eta} = [B_3 + 2(C_3 \operatorname{ch} 2\rho + D_3 \operatorname{sh} 2\rho)] \cos \eta.$$

При $\rho = \rho_1$ и $\rho = \rho_2$ сумма, стоящая в квадратных скобках, равна нулю, поэтому как на поверхности шипа, так и на поверхности подшипника нормальные напряжения совпадают с гидродинамическим давлением, т. е.

$$p_{\rho, \rho_1} = -p(\rho_1) \text{ и } p_{\rho, \rho_2} = -p(\rho_2).$$

В общем случае вязкости, зависящей от давления, обозначив через $\kappa_2 = \kappa(\alpha_{\mu_2})$ критерий, определяющий динамическое подобие при поступательном движении шипа в подшипнике, приведенное давление \bar{p} , будем, как и ранее определять выражением

$$\bar{p} = \frac{r_1 \psi^3}{6\mu_0 V} p = -\frac{1}{\kappa_2} \ln(1 - \kappa_2 \bar{\Pi}), \quad (228)$$

в котором

$$\kappa_2 = \frac{6\alpha\mu_0 V}{r_1 \psi^3} \text{ и } \bar{\Pi} = \frac{r_1 \psi^3}{6V} \Pi. \quad (229)$$

Безразмерная функция давления $\bar{\Pi}$ на шипе при $\rho = \rho_1$ согласно выражению (227) и формулам (226) оказывается при этом равной

$$\begin{aligned} \frac{\bar{\Pi}}{\psi^3} = & \frac{1}{3} \cdot \frac{k(1 + \operatorname{ch}^2 \sigma) - 2\operatorname{ch} \sigma}{k \operatorname{sh} \sigma (\sigma \operatorname{ch} \sigma - \operatorname{sh} \sigma)} \cos \eta + \\ & + \frac{1}{6\operatorname{sh} \rho_1} \cdot \frac{\operatorname{ch} \sigma}{\sigma \operatorname{ch} \sigma - \operatorname{sh} \sigma} \cos 2\eta + \text{const.} \end{aligned} \quad (230)$$

Величина постоянной интегрирования в правой части формулы (230) зависит от расположения границ области положительных давлений в слое при поступательном движении шипа. Если $\sigma = \rho_1 - \rho_2$ мало, то

$$k(1 + \operatorname{ch}^2 \sigma) - 2\operatorname{ch} \sigma \approx 2\psi;$$

$$\sigma \operatorname{ch} \sigma - \operatorname{sh} \sigma \approx \frac{\sigma^3}{3};$$

$$\operatorname{sh} \sigma \approx \sigma, \operatorname{ch} \sigma \approx 1;$$

ограничиваясь тогда точностью ψ сравнительно с единицей, для функции $\bar{\Pi}$ будем иметь выражение

$$\bar{\Pi} = \frac{4\cos \eta + \chi \cos 2\eta}{2(1 - \chi^2)^2} + \text{const}, \quad (231)$$

которое, выделив из постоянной количество $\frac{2 + \chi^2}{2\chi(1 - \chi^2)^2}$ можно переписать в виде

$$\bar{\Pi} = \frac{1}{\chi} \cdot \frac{(1 + \chi \cos \eta)^2}{(1 - \chi^2)^2} + \text{const}; \quad (232)$$

причем здесь постоянная имеет значение, отличное от значения постоянной в формуле (231). Если заметить, что

$$(1 + \chi \cos \eta)(1 + \chi \cos \varphi) = 1 - \chi^2,$$

то выражение (232) можно переписать в виде

$$\bar{\Pi} = \frac{1}{\chi} \left[\frac{1}{(1 + \chi \cos \varphi)^2} + \text{const} \right]. \quad (233)$$

Это же выражение для безразмерной функции распределения давления мы бы получили и из основного уравнения (71) приближенной теории, положив в этом уравнении $V = W = 0$, $\rho = \text{const}$, тогда при ρ не зависящем от z , $x = r_1 \varphi$ и замечая, что в уравнении (71)

$$V = V \cos \varphi \text{ и } h = \Delta(1 + \chi \cos \varphi)$$

имели бы

$$\frac{d\bar{\Pi}}{d\varphi} = \frac{2\sin\varphi}{(1 + \chi \cos\varphi)^3}, \quad (233a)$$

откуда непосредственно следует формула (233).

Касательное напряжение $\tau_{\rho\eta}$ найдется при учете кривизны слоя по той же формуле как и в § 18, но теперь функция Φ берется по формуле (225). Таким образом найдем, что

$$\tau_{\rho\eta} = -\mu g M''(\rho) \sin\eta$$

или

$$\tau_{\rho\eta} = -\frac{4\mu}{a} (C_3 \operatorname{sh} 2\rho + D_3 \operatorname{ch} 2\rho) (\operatorname{ch} \rho + \cos \eta) \sin \eta.$$

Поэтому приведенное касательное напряжение $\bar{\tau}_{\rho\eta} = \frac{r_1 \psi^2 \tau}{6\mu_0 V}$ на шипе, при $\rho = \rho_1$ представится:

$$\bar{\tau}_{\rho_1\eta} = -\frac{(k-1)^3}{3} \cdot \frac{\mu}{\mu_0} \cdot \frac{\operatorname{sh} \sigma}{\sigma \operatorname{ch} \sigma - \operatorname{sh} \sigma} \frac{\operatorname{ch} \rho_1 + \cos \eta}{\operatorname{sh} \rho_1} \sin \eta. \quad (234)$$

При малой величине относительного зазора, когда σ мало

$$\bar{\tau}_{\rho_1\eta} = -\frac{\mu}{\mu_0} \cdot \frac{(1 + \chi \cos \eta) \sin \eta}{(1 - \chi^2) \sqrt{1 - \chi^2}} \quad (235)$$

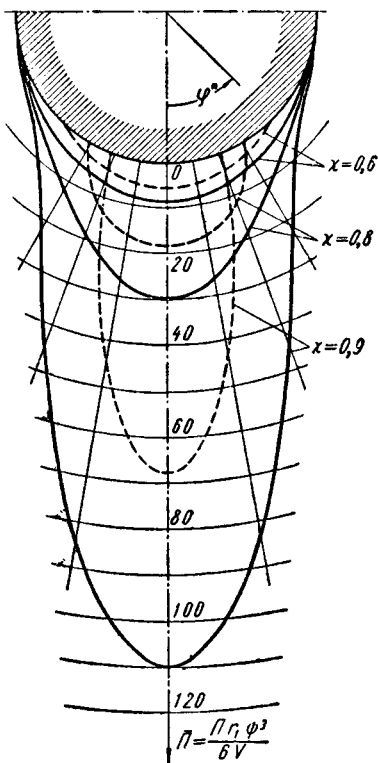
или

$$\bar{\tau}_{\rho_1\eta} = \frac{\mu}{\mu_0} \cdot \frac{\sin \varphi}{(1 + \chi \cos \varphi)^2}. \quad (23)$$

Усилия $\bar{p}_{\rho_1\rho_1}$ и $\bar{\tau}_{\rho_1\eta}$ со стороны смазки на шип действуют только в области существования смазочного слоя, который и при поступательном движении шипа в подшипнике не может охватывать шип полностью так, чтобы всюду было положительное давление. Поэтому и при поступательном движении шипа в подшипнике при некоторых значениях угла φ слой обрывается. Но в этом случае считают, что область положительных давлений кончается там, где теоретически полученные значения давления в слое обращаются в нуль.

За соответствующие величины угла φ в бесконечно длинном подшипнике Гюмбель [180], [181], Куцаев [79], [81], Дьячков [39] и Орлов [94] и [95] принимают $\frac{\pi}{2}$ и $\frac{3}{2}\pi$ независимо от величины χ , т. е. считают, что давление обращается в ноль на прямой, перпендикулярной линии центров, независимо от степени увеличения угла диффузорности в зазоре между шипом

и подшипником. В таком предположении в формуле (233) постоянную надо положить равной -1 , или в формуле (231) постоянную равной $\frac{\chi}{2} \cdot \frac{5-2\chi^2}{(1-\chi^2)^2}$. Между тем вряд ли возможно, чтобы при различных углах раствора диффузора устойчивость течения смазки была одна и та же. С увеличением χ угол охвата шипа смазкой (область положительных давлений) должен уменьшаться, величину же его найдем, пользуясь исходным выражением (231) для функции давления, принимая во внимание, что постоянная в этом выражении при вязкости, не зависящей от давления, является количеством прямо пропорциональным избыточному давлению сверх переменного давления, образующегося естественно при поступательном движении шипа. Тогда границы смазочного слоя, определяемые значениями $-\eta_*$ и $+\eta_*$, переменной η , будут отвечать обращению в ноль переменной части гидродинамического давления, а соответствующее уравнение $4 \cos \eta_* + \chi \cos 2\eta_* = 0$ найдется из выражения (231). Переменным $-\eta_*$ и $+\eta_*$ отвечают углы $\varphi_1 = \pi - \varphi_*$ и $\varphi_2 = \pi + \varphi_*$, которые легко найти по формулам (135). Величины углов φ_* при разных χ даны в табл. 48.



— По Гюмбеля, Куцаеву, Орлову

--- По автору

Фиг. 42. Эпюры распределения давлений при поступательном движении шипа в подшипнике.

смазки при вязкости, не зависящей от давления, приведены на фиг. 42. Максимального значения давление достигает при $\varphi = \pi$ ($\eta = 0$), причем величина этого давления по условиям Гюмбеля найдется из формулы (233), в которой константа равна -1 и которая дает: $\bar{P}_{\infty \Gamma}^{\max} = \frac{2-\chi}{(1-\chi)^2}$.

При переменных углах обрыва слоя максимальное давление

χ	φ^*	χ	φ^*	χ	φ^*
0,0	90°	0,6	46°45'	0,9	21°5'
0,1	82°45'	0,65	43°1'	0,925	18°8'
0,2	75°40'	0,7	39°8'	0,95	14°40'
0,3	68°32'	0,75	35°7'	0,975	10°17'
0,4	61°22'	0,8	30°52'	0,99	6°28'
0,5	54°8'	0,85	26°20'	1	0°0'

получим с помощью выражения $\bar{P}_{\infty}^{\max} = \frac{1}{2} \cdot \frac{4+\chi}{(1-\chi^2)^2}$, если в формуле (231) положить $\eta=0$. Отношение максимальных давлений в первом и втором случаях при независимой от давления вязкости для некоторых χ даны в табл. 49, в которой приведено также отношение средних давлений по гипотезе Гюмбеля и при переменных углах обрыва слоя и отношение максимальных давлений к средним.

Таблица 49

χ	0,30	0,40	0,50	0,60	0,70	0,80	0,90	0,95	0,975	0,99	1,00
$\frac{P_{\infty}^{\max}}{P_{\infty\Gamma}^{\max}}$	—	0,701	0,667	0,641	0,625	0,617	0,617	0,620	0,622	0,623	0,625
$\frac{P_{\infty t}}{P_{\infty\Gamma t}}$	—	0,754	0,717	0,689	0,668	0,653	0,643	0,641	0,641	0,641	0,636
$\frac{P_{\infty}^{\max}}{P_{\infty t}}$	1,311	1,356	1,434	1,548	1,731	2,060	2,124	3,964	5,573	8,603	∞
$\frac{P_{\infty\Gamma}^{\max}}{P_{\infty\Gamma t}}$	1,393	1,456	1,542	1,663	1,848	2,174	2,955	4,095	5,741	9,031	∞
$\frac{P_{\infty 120}^{\max}}{P_{\infty 120 t}}$	1,720	1,771	1,838	1,942	2,092	2,374	3,086	4,176	5,785	9,050	∞

Из этой таблицы прежде всего следует, что отношение максимальных давлений при $\chi=0,854$ достигает минимума, причем в среднем при $\chi \geq 0,7$ это отношение постоянно и равно 0,62. Из табл. 49 следует также, что распространение области существования положительных давлений на всю нижнюю половину подшипника, как это сделал Гюмбель, а за ним и другие авторы, завышает средние и максимальные давления

при $\chi > 0,5$ в среднем на 30—35%, обуславливая погрешность соответствующей величины и в расчете. Если же принять во внимание зависимость вязкости от давления, то указанная погрешность (табл. 49 вычислена при $\mu = \text{const}$) еще более возрастет, при этом особенно резко для $\chi > 0,90$.

Из табл. 49 следует также, что отношение максимальных давлений к средним меньше в случае, рассматриваемом нами, чем в случае Гюмбеля, т. е. при обрыве слоя на горизонтальном диаметре максимальные давления увеличиваются по сравнению со средними за счет большей величины предположенной несущей части слоя.

Если принять во внимание изменение вязкости с давлением, то предельное значение параметра κ_2 , определяемого по первой из формул (229), который связан с параметром κ_1 соотношением $\kappa_2 = \frac{3}{\psi} \cdot \frac{V}{U} \kappa_1$, также можно найти по формуле на стр. 210.

Теоретическое значение $\kappa_{2\text{пред}} \cdot 10^3$ равно $\frac{10^3}{\Pi_{\infty}^{\text{max}}}$, при обрыве слоя в точках, определяемых табл. 48, и при обрыве слоя на горизонтальном диаметре и для 120°-ного подшипника представлено в табл. 50.

Таблица 50

χ	$\kappa_2 \text{ пред}$	$\kappa_{2\Gamma} \text{ пред}$	$\kappa_{2 \cdot 120^\circ} \text{ пред}$	χ	$\kappa_2 \text{ пред}$	$\kappa_{2\Gamma} \text{ пред}$	$\kappa_{2 \cdot 120^\circ} \text{ пред}$
0,3	385,2	288,2	456,8	0,9	14,7	9,09	9,31
0,4	320,7	225,0	329,1	0,95	3,82	2,38	2,40
0,5	250,0	166,7	225,0	0,975	1,005	0,609	0,611
0,6	178,1	114,3	142,5	0,99	0,162	0,099	0,099
0,7	110,7	69,2	80,05	1	0,000	0,000	0,000
0,8	54,0	33,3	36,00	—	—	—	—

Отсюда, во-первых, видно неправдоподобно завышенное влияние изменения вязкости с давлением при обрыве слоя по гипотезе Гюмбеля. Во-вторых, при сравнении данных табл. 39 с данными табл. 50 видно во много раз большее относительное влияние изменения вязкости с давлением при поступательном движении шипа, чем при его вращательном движении.

В двух сравниваемых случаях увеличение максимальных и соответственно этому средних давлений проявляется во много раз резче при поступательном движении шипа не только при больших χ (больших 0,9), но и начало заметного влияния изменения вязкости с давлением при поступательном движении шипа отодвигается к меньшим χ . Если при вращательном движении шипа это влияние заметно начинало сказываться при $\chi > 0,8$, то в случае поступательного движения соответствующие положения шипа отвечают $\chi > 0,6$, т. е. лежат во всем рабочем диапазоне χ .

Несмотря на незначительные величины $\kappa_{2\text{пред}}$ при поступательном движении шипа, достижение этих значений κ_2 вряд ли возможно по той причине, что при конечном $\frac{L}{d}$ величины $\kappa_{2\text{пред}}$ гораздо больше, чем данные в табл. 50, а также и потому, что при поступательном движении шипа развиваются давления в $\frac{1}{\psi}$ раз большие давлений при вращательном движении шипа. Помимо того, коэффициент сопротивления движению в $3k$ раз ($k=2$ при $\chi=0,7$ и $k=9$ при $\chi=0,975$, если слой кончается в точках, определяемых табл. 48) больше коэффициента нагруженности. Поэтому возможные величины скоростей $V = \frac{de}{dt}$ очень незначительны (сотые доли миллиметра в секунду). Последнее приводит к величине отношения $\frac{V}{U}$ порядка, не большего, чем ψ . Во всяком случае, в правой части выражения

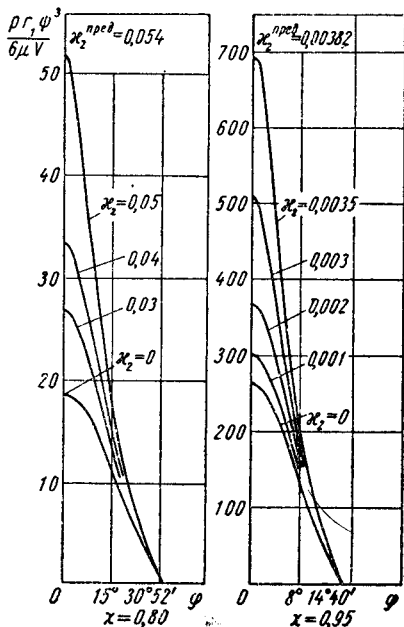
$$\kappa_2 = \frac{3}{\psi} \cdot \frac{V}{U} \kappa_1 = \frac{3}{\omega} \cdot \frac{d\chi}{dt} \kappa_1$$

множитель $\frac{3}{\omega} \cdot \frac{d\chi}{dt}$ весьма мал, даже при относительно больших величинах $\frac{d\chi}{dt}$.

На фиг. 43 показаны эпюры распределения давлений при \bar{P}_∞ , определяемых выражением (233) для разных κ_2 .

Мы вели все рассуждения, принимая границы области положительных давлений либо на концах горизонтального диаметра, либо ограничивая эту область углами, определяемыми табл. 48. Тем самым предполагалось, что в зазоре обеспечено количество смазочной жидкости, необходимое для существования областей положительных давлений указанной протяженности. Когда количество смазочной жидкости в зазоре не обеспечивает такой протяженности смазочного слоя, распределение давлений будет определяться формулой (233), но при иных значениях константы интегрирования.

Если известно распределение нормальных и касательных



Фиг. 43. Влияние изменения вязкости с давлением на гидродинамическое давление при поступательном движении шипа в подшипнике.

усилий по контуру шипа, то легко вычислить силу сопротивления его поступательному движению. Рассматривая силы, действующие со стороны шипа на смазку, и обозначая через P равнодействующую этих усилий, отвечающую области существования положительных давлений в смазке, непосредственно из фиг. 31 можем написать:

$$P_{\infty} = -r_1 \int_{\varphi_1}^{\varphi_2} p_{\rho_1 \rho_1} \cos \varphi d\varphi - r_1 \int_{\varphi_1}^{\varphi_2} \tau_{\rho_1 \eta} \sin \varphi d\varphi.$$

Переходя к безразмерным величинам и обозначив через ϑ коэффициент сопротивления поступательному движению шипа вдоль линии центров, определим его как

$$\vartheta_{\infty} = \frac{P \psi^3}{6\mu_0 V}.$$

Для этого коэффициента, замечая, что $p_{\rho_1 \rho_1} = -p$, имеем выражение

$$\vartheta_{\infty} = - \int_{\varphi_1}^{\varphi_2} \left(\frac{dp}{d\varphi} + \psi \bar{\tau}_{\rho_1 \eta} \right) \sin \varphi d\varphi, \quad (237)$$

совершенно аналогичное первой из формул (187), но в котором \bar{p} в общем случае берется по формулам (228) и (230) или (233), а $\bar{\tau}_{\rho_1 \eta}$ по формулам (234) или (236). Если зависимость вязкости от давления учитывается, то ϑ_{∞} вычисляется по формуле совершенно подобной первой из формул (188), в которой κ_1 надо заменить на κ_2 и подставить соответствующие значения \bar{p} и $\bar{\tau}_{\rho_1 \eta}$.

При не зависящей от давления вязкости ϑ_{∞} можно вычислить непосредственно. Если следуя Свифту [225] и Б. Я. Гинцбургу считать, что смазочный слой полностью охватывает шип, т. е. что $\varphi_1 = 0$, $\varphi_2 = 2\pi$ ($\eta_1 = -\pi$, $\eta_2 = +\pi$), то пользуясь выражениями (230) и (234) «точной» теории при $\mu = \mu_0$ из формулы (237) замечая, что

$$\int_{-\pi}^{+\pi} \sin \eta \sin \varphi d\eta = -2\pi (\operatorname{ch} \rho_1 - \operatorname{sh} \rho_1) \operatorname{sh} \rho_1;$$

$$\int_{-\pi}^{+\pi} \sin 2\eta \sin \varphi d\eta = 2\pi (\operatorname{ch} \rho_1 - \operatorname{sh} \rho_1)^2 \operatorname{sh} \rho_1;$$

$$\int_{-\pi}^{+\pi} (\operatorname{ch} \rho_1 + \cos \eta) \sin \eta \sin \varphi d\eta = -2\pi (\operatorname{ch} \rho_1 - \operatorname{sh} \rho_1) \operatorname{sh}^2 \rho_1,$$

получим

$$\vartheta_{\infty} = -\psi^3 \frac{2\pi}{3} \cdot \frac{\operatorname{ch} \rho_1 - \operatorname{sh} \rho_1}{\sigma \operatorname{ch} \sigma - \operatorname{sh} \sigma} \left\{ \left[\operatorname{sh} \sigma + \frac{k(1 + \operatorname{ch}^2 \sigma) - 2 \operatorname{ch} \sigma}{k \operatorname{sh} \sigma} \right] \operatorname{sh} \rho_1 - \operatorname{ch} \sigma (\operatorname{ch} \rho_1 - \operatorname{sh} \rho_1) \right\},$$

что после некоторых преобразований, если опустить знак минус дает формулу

$$\vartheta_{\infty} = \psi^3 \frac{2\pi}{3} \cdot \frac{\operatorname{ch} \sigma}{\operatorname{sh}^2 \sigma} \cdot \frac{k^2 - 2k \operatorname{ch} \sigma + 1}{\sigma \operatorname{ch} \sigma - \operatorname{sh} \sigma} \operatorname{sh}^2 \rho_2. \quad (238)$$

При малых σ , замечая, что

$$k^2 - 2k \operatorname{ch} \sigma + 1 \approx \psi^2 - \sigma^2 - \psi \sigma^2, \quad \sigma \operatorname{ch} \sigma - \operatorname{sh} \sigma \approx \frac{\sigma^3}{3}$$

приходим к формуле Свифта

$$\vartheta_{\infty} = \frac{2\pi}{(1 - \chi^2) \sqrt{1 - \chi^2}}. \quad (239)$$

В действительности область положительных давлений не может существовать по всему контуру шипа так же, как и отрицательные давления в жидкости. Распределение давления в смазочном слое в этих случаях будет определяться величиной константы в выражениях (230) или (233), что заставляет при вычислении ϑ_{∞} пользоваться непосредственно давлением p , а не его производной по φ . Поэтому когда вязкость не зависит от давления, имеет место формула

$$\vartheta_{\infty} = \int_{\varphi_1}^{\varphi_2} \bar{p} \cos \varphi \, d\varphi,$$

которая при переменных углах границ области положительных давлений в смазке, когда постоянная в формуле (233)

равна $-\frac{1}{2} \cdot \frac{2 + \chi^2}{(1 - \chi^2)^2}$ дает

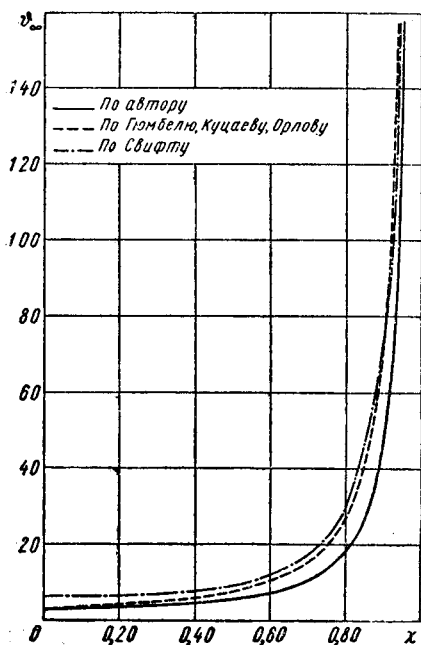
$$\vartheta_{\infty} = \frac{1}{(1 - \chi^2)^{3/2}} \left[\frac{1}{\chi} \cdot \frac{2 + \chi^2}{\sqrt{1 - \chi^2}} \sin \varphi_* - \frac{2}{\chi} \cdot \frac{\sqrt{1 - \chi^2} \sin \varphi_*}{1 - \chi \cos \varphi_*} + 4 \operatorname{arc} \operatorname{tg} \left(\sqrt{\frac{1 - \chi}{1 + \chi}} \operatorname{ctg} \frac{\varphi_*}{2} \right) \right]. \quad (240)$$

Углы φ_* , входящие в эту формулу, приведены в табл. 48. Если же принять, что при всех χ , $\varphi_1 = \alpha$, $\varphi_2 = -\alpha$ (в частности

по Гюмбелю $\alpha = \frac{\pi}{2}$), то в формуле (233) постоянная будет равна $-(1 + \chi \cos \alpha)^{-1}$ и мы получим

$$\vartheta_{\infty} = \frac{2}{(1 - \chi^2)^{1/2}} \left[\pi + \sqrt{1 - \chi^2} \frac{\chi - \cos \alpha}{(1 - \chi \cos \alpha)^2} \sin \alpha - 2 \operatorname{arctg} \left(\sqrt{\frac{1 - \chi}{1 + \chi}} \operatorname{ctg} \frac{\alpha}{2} \right) \right]. \quad (241)$$

Для различных χ величины ϑ_{∞} , вычисленные по выражениям (240) и (241) даны в табл. 51, в которой ϑ_{∞} соответствует предположению Гюмбеля ($\alpha = \frac{\pi}{2}$), а ϑ'_{∞} для 120° -ного подшипника ($\alpha = \frac{\pi}{3}$). Эти результаты показаны на фиг. 44.



Фиг. 44. Зависимость коэффициента сопротивления поступательному движению шипа в смазочном слое от относительного эксцентриситета.

Величины коэффициента ϑ_{∞} , даваемые формулами (240) и (241), справедливы как при движении шипа к центру подшипника, так и при движении от центра. С максимальной погрешностью в 5% при $\chi = 0,6$ в промежутке $0 \leq x \leq 0,7$ величину ϑ_{∞} по формуле (240) можно представить приближенной формулой

$$\vartheta_{\infty} = 2,42 + \frac{0,72}{(1 - \chi)^2}, \quad (242)$$

весьма удобной для не особенно точных подсчетов.

Выводы, которые можно сделать, анализируя данные табл. 51, очевидны и в пояснениях не нуждаются.

Интересно отметить, что если отношение скорости V поступательного движения шипа к скорости U вращательного движения $\frac{V}{U} = \frac{\psi}{\omega} \cdot \frac{d\chi}{dt}$ имеет порядок ψ , т. е. когда $\frac{d\chi}{dt}$ и ω имеют один и тот же порядок величины, то отношение среднего давления при поступательном движении к среднему давлению при вращательном движении будет иметь величину, указанную в табл. 52.

Таблица 51

χ	ϑ_{∞}	$\vartheta_{\infty\Gamma}$	ϑ'_{∞}	χ	ϑ_{∞}	$\vartheta_{\infty\Gamma}$	ϑ'_{∞}
0	π	π	1,222	0,75	13,24	20,15	16,23
0,1	3,250	3,594	1,531	0,8	17,98	27,59	23,40
0,2	3,552	4,185	1,949	0,85	26,66	42,93	37,05
0,3	3,951	4,980	2,545	0,9	47,84	74,45	69,65
0,4	4,599	6,102	3,432	0,925	72,52	113,13	108,16
0,5	5,583	7,782	4,837	0,95	131,35	205,1	199,84
0,6	7,257	10,52	7,223	0,975	366,16	571,3	566,0
0,65	8,563	12,63	9,165	0,99	1434,2	2237,0	2231,3
0,7	10,44	15,63	11,951	1	—	—	—

Таблица 52

χ	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9	0,95	0,975	0,991
$\frac{\vartheta_{\infty}}{\zeta_A}$	8,22	6,97	6,51	6,56	7,16	8,64	12,56	18,30	26,33	42,34
$\frac{\vartheta_{\infty}}{\zeta_{\Pi}}$	6,31	5,46	5,18	5,32	6,12	7,33	10,40	15,06	21,70	34,64

В этой таблице величины для ϑ_{∞} взяты при углах обрыва слоя, даваемых автором, величины ζ_A — для шипа, наполовину охватываемого смазочным слоем, с обрывом его в минимальном зазоре, и ζ_{Π} — для полного подшипника с обрывом слоя за минимальным зазором (см. табл. 51).

При одном и том же порядке величин $\frac{d\chi}{dt}$ и ω коэффициент нагруженности значительно меньше коэффициента сопротивления, достигая своей наибольшей сравнительной величины при $\chi=0,5$. Однако это еще не значит, что во всех случаях при динамическом нагружении подшипника, особенно при средних положениях шипа, можно пренебрегать несущей способностью смазочного слоя по сравнению с силой сопротивления слоя поступательному движению в нем шипа. Последнее можно сделать лишь в случае, когда величина $\frac{d\chi}{dt} \cdot \frac{1}{\omega}$ имеет порядок величины $\frac{1}{\psi}$.

Так как $\frac{d\chi}{dt}$ зависит от величины и характера изменения действующих сил, то для того чтобы не слишком схематизировать явление, надо в каждом конкретном случае подробно

исследовать прилагаемые извне к шипу силы. Может оказаться, что $\frac{d\chi}{dt} \cdot \frac{1}{\omega}$ будет величиной малой, и тогда, конечно, доминирующую роль будет играть несущая способность слоя при вращательном движении шипа.

22. РАСПРЕДЕЛЕНИЕ ДАВЛЕНИЯ И ОСНОВНЫЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ ПРИ ВРАЩАТЕЛЬНОМ ДВИЖЕНИИ ШИПА В ПОДШИПНИКЕ, СМАЗЫВАЕМОМ ГАЗОМ

Газ, в частности воздух, как смазывающее вещество применяется при малой нагрузке и высоких числах оборотов шипа, соответствующих окружным скоростям, изменяющимся в широком диапазоне, от 1,5 до 100 м/сек. Незначительная величина коэффициента вязкости газов не позволяет создавать сколь-нибудь значительные нагрузки на шип, но вместе с тем позволяет осуществить высокие скорости вращения, чему благоприятствует также малая зависимость вязкости газов от температуры. Последнее обстоятельство с большим основанием, чем в случае смазки минеральными маслами, позволяет течение в смазочном слое рассматривать как изотермическое, что подтверждается непосредственными данными опытов.

Особенности и конструктивные формы подшипников с газовой смазкой будут рассмотрены дальше, здесь же рассматриваются и количественно оцениваются основные характеристики смазочного слоя¹, специфика изменения которых с изменением положения шипа определяется: 1) непрерывным заполнением смазкой (газом) всего зазора между шипом и подшипником, 2) сжимаемостью смазки, которая при изотермическом течении подчиняется уравнению состояния (60) по закону Бойля-Мариотта, 3) непрерывным обменом газа в смазочном зазоре и окружающем пространстве.

Перечисленные особенности отличают газовый смазочный слой от капельно-жидкого и приводят к зависимостям не только количественно, но и качественно сильно отличающимся от рассмотренных в предыдущих параграфах. Это отличие прежде всего проявляется в том, что при жидкостной смазке отрицательные (ниже атмосферного) давления в смазочном слое существовать не могут, слой смазки не полностью охватывает шип, имея начало и конец, определяемые углами φ_1 и φ_2 , где избыточное давление равно нулю (абсолютное давление p_a равно атмосферному). Поэтому гидродинамическое давление в слое является избыточным, как это следует и из уравне-

¹ Теория газового смазочного слоя рассматривалась для плоских поверхностей Гаррисоном [185], стр. 46—54, а для подшипников Шейнбергом [137], который дал достаточно законченную теорию, пользуясь численными и графическими методами. Мы даем аналитическое и более простое решение плоской задачи.

ния (77), а несущая способность слоя не зависит от внешнего постоянного давления p_a . При газовой смазке в ней могут существовать давления меньшие, чем давления газа в окружающей среде, и смазка полностью заполняет зазор. Чтобы в этом случае с полной определенностью можно было судить о распределении давления в смазочном слое и о его несущей способности, необходимо знать давление p_0 в каком-либо месте, определяемом углом φ_0 , как об этом говорилось ранее.

Таким образом, если при неограниченно протяженном подшипнике и жидкой смазке распределение давления и основные характеристики зависят от относительного эксцентриситета χ и углов φ_1 и φ_2 , при дополнительном условии невозможности отрицательных давлений в смазочном слое, то при газовой смазке, распределения давления и величины ζ и $\xi_{ш}$ определяются величинами χ , φ_0 и p_0 при дополнительном условии периодичности функции распределения давления.

Имея в виду последнее замечание, обратимся к общему уравнению (71) для давления p , которое при p не зависящем от z и $V=W=0$ и установившемся движении шипа приобретет вид:

$$\frac{d}{dx} \left(h^3 \frac{\rho}{\mu} \cdot \frac{dp}{dx} \right) = 6 \frac{d}{dx} (\rho U h).$$

При $\mu = \mu_0 = \text{const}$ и изотермическом течении $\rho = \frac{\rho_0}{p_0} \cdot p$, положив $x = r_1 \varphi$, $h = \Delta \bar{h}$, введем приведенное давление

$$\bar{p} = \frac{p \psi^2}{2\mu_0 \omega}.$$

До тех пор пока неизвестно давление p_0 или эквивалентное ему приведенное давление $\bar{p}_0 = \frac{p_0 \psi^2}{2\mu_0 \omega}$ абсолютная величина полного давления \bar{p} также неизвестна, поэтому будем относить \bar{p} к \bar{p}_0 , приняв отношение $\bar{\Pi} = \frac{\bar{p}}{\bar{p}_0}$ за искомую функцию.

Поскольку величина \bar{p}_0 для подшипника неограниченно протяженного неизвестна и определенного значения не имеет, то решение плоской задачи сводится лишь к нахождению функции $\bar{\Pi}$. Величина \bar{p}_0 , а значит и абсолютная величина \bar{p} могут быть найдены лишь в дальнейшем для подшипника конечной длины при известном осевом течении смазки.

Сказанное позволяет основное уравнение переписать в безразмерном виде

$$\frac{d}{d\varphi} \left(\bar{h}^3 \bar{\Pi} \frac{d\bar{\Pi}}{d\varphi} \right) = \frac{3}{p_0} \cdot \frac{d}{d\varphi} (\bar{\Pi} \bar{h}), \quad (243)$$

где $\bar{h} = 1 + \chi \cos \varphi$.

Обозначив ¹

$$\varepsilon = \frac{\bar{p}_0}{3} = \frac{\bar{p}_0 \psi^2}{6\mu_0 \omega}, \quad (244)$$

из уравнения (243) после однократного интегрирования получим

$$\varepsilon \frac{\bar{h}^3}{2} \frac{d\bar{\Pi}^2}{d\varphi} = \bar{\Pi} \bar{h} - C_1, \quad (245)$$

где C_1 — постоянная интегрирования, определяемая из условия периодичности или какого-либо другого эквивалентного ему условия; она имеет физический смысл произведения $\bar{\pi}_e \bar{h}_e$ в точках, где давление достигает экстремальных значений.

Параметр ε в уравнении (245) играет особую роль и изменение его при заданном положении шипа в подшипнике определяет режим течения газа в смазочном зазоре. При изменении ε от 0 ($\omega \rightarrow \infty$) до ∞ ($\omega \rightarrow 0$) характер течения и закон распределения давления проходят через все промежуточные состояния, будучи заключены между этими двумя предельными случаями.

В первом предельном случае ($\varepsilon \rightarrow 0$) из уравнения (245) вытекает, что $\bar{\Pi} \bar{h} = \bar{\Pi}_0 \bar{h}_0 = \text{const}$, где $\bar{h}_0 = 1 + \chi \cos \varphi_0$ соответствует углу φ_0 , для которого $p = p_0$, но тогда $\bar{\Pi}_0 = 1$ и мы в этом случае получаем

$$\bar{\Pi} = \frac{1 + \chi \cos \varphi_0}{1 + \chi \cos \varphi}. \quad (246)$$

Переписав уравнение (245) в виде

$$\bar{h}^3 \frac{d\bar{\Pi}}{d\varphi} = \frac{1}{\varepsilon} \left(\bar{h} - \bar{h}_e \frac{\bar{\Pi}_e}{\bar{\Pi}} \right),$$

во втором предельном случае ($\varepsilon \rightarrow \infty$) найдем, что $\bar{\Pi} \rightarrow \text{const}$, т. е. $\bar{\Pi} \rightarrow \bar{\Pi}_e$, а значит распределение давления будет стремиться к такому, которое наблюдается в случае несжимаемой смазки и из которого вытекает условие $\bar{h}_e = H$. Воспользовавшись тогда формулой (180) и условием периодичности давления, которое дает

$$\bar{h}_e = H = 2 \frac{1 - \chi^2}{2 + \chi^2}$$

из формулы (180) для переменной $\bar{\Pi}_u$ части давления, избы-

¹ Величину обратную ε Шейнберг ([137], стр. 137) называет «Характеристикой подшипника». Согласно сказанному на стр. 130 параметр ε является наравне с χ определяющим критерием подобия.

точной над некоторым \bar{P}_a внешним ($\bar{P} = \bar{P}_u + \bar{P}_a$; $p_0 = P_a$) давлением получим

$$\bar{P}_u = \frac{1}{\varepsilon} \cdot \frac{\chi}{2 + \chi^2} \cdot \frac{2 + \chi \cos \varphi}{(1 + \chi \cos \varphi)^2} \sin \varphi. \quad (247)$$

Два рассмотренных предельных случая не могут быть осуществлены реально и их надо рассматривать как асимптотические, но исходя из них можно пытаться найти \bar{P} при конечных и отличных от нуля величинах ε .

Уравнение (245) существенно нелинейное, но чтобы не интегрировать его численно, как это делал Шейнберг [137], воспользуемся методом разложения по малому параметру, приняв за таковой критерий ε , величина которого при реально имеющих место p_0 , μ_0 и ω меньше единицы.

Для дальнейшего удобно перейти от переменной φ к переменной η по формулам, приведенным на стр. 178. Тогда обозначив $1 + \chi \cos \eta$ через g прежде всего найдем, что $\bar{h}g = 1 - \chi^2$ и $gd\varphi = \sqrt{1 - \chi^2} d\eta$, а уравнению (245) придадим вид

$$\varepsilon \frac{d\bar{P}^2}{d\eta} = A\bar{P}g - Cg^2, \quad (248)$$

где $(1 - \chi^2)^{3/2} A = 2$.

Положим

$$\begin{aligned} \bar{P} &= \bar{P}_H(\eta) + \sum_{m=1}^n \varepsilon^m \bar{P}_m(\eta), \\ C &= C_H + \sum_{m=1}^n \varepsilon^m C_m. \end{aligned} \quad (249)$$

Подставляя выражения (249) в уравнение (248) и сравнивая коэффициенты при одинаковых степенях ε , приходим к рекуррентной системе уравнений:

$$\left. \begin{aligned} \bar{P}_H &= \frac{C_H}{A} g; \\ \bar{P}_1 &= \frac{C_1}{A} g + \frac{1}{A} \cdot \frac{1}{g} \cdot \frac{d\bar{P}_H^2}{d\eta}; \\ \bar{P}_2 &= \frac{C_2}{A} g + \frac{1}{A} \cdot \frac{1}{g} \cdot \frac{d}{d\eta} (2\bar{P}_H \bar{P}_1); \\ \bar{P}_3 &= \frac{C_3}{A} g + \frac{1}{A} \cdot \frac{1}{g} \cdot \frac{d}{d\eta} (\bar{P}_1^2 + 2\bar{P}_H \bar{P}_2); \\ \bar{P}_4 &= \frac{C_4}{A} g + \frac{1}{A} \cdot \frac{1}{g} \cdot \frac{d}{d\eta} (2\bar{P}_1 \bar{P}_2 + 2\bar{P}_H \bar{P}_3); \\ &\dots \end{aligned} \right\} \quad (250)$$

в которой каждая последующая функция находится из предыдущей путем дифференцирования. Очевидно, что исходное приближение, даваемое функцией \bar{P}_H соответствует, как это следует из уравнения (248) и выражений (249), первому ($\varepsilon=0$) асимптотическому случаю, даваемому формулой (246). Поскольку при $\eta=\eta_0$ ($\varphi=\varphi_0$), $\bar{P}_H=1$, то постоянная C_H будет равна

$$C_H = \frac{A}{1 + \chi \cos \eta_0} = \frac{2}{(1 - \chi^2)^{5/2}} (1 + \chi \cos \varphi_0). \quad (251)$$

Затем последовательно из системы (250) получаем:

$$\bar{P}_1 = \frac{C_1}{A} g - \frac{2C_H^2 \chi}{A^3} \sin \eta;$$

$$\bar{P}_2 = \frac{C_2}{A} g - \frac{4C_H C_1 \chi}{A^3} \sin \eta - \frac{4C_H^3 \chi}{A^5} \cdot \frac{1}{g} (\cos \eta + \chi \cos 2\eta);$$

$$\begin{aligned} \bar{P}_3 = & \frac{C_3}{A} g - \frac{2}{A^3} (C_1^2 + 2C_H C_2) \chi \sin \eta - \frac{12C_H^2 C_1 \chi}{A^5} \cdot \frac{1}{g} (\cos \eta + \\ & + \chi \cos 2\eta) + \frac{4C_H^4 \chi}{A^7} \cdot \frac{1}{g} (2 \sin \eta + 5\chi \sin 2\eta); \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \bar{P}_4 = & \frac{C_4}{A} g - \frac{4}{A^3} (C_1 C_2 + C_H C_3) \chi \sin \eta - \frac{12C_H \chi}{A^5} (C_H C_2 + \\ & + C_1^2) \frac{1}{g} (\cos \eta + \chi \cos 2\eta) + \frac{16C_H^3 C_1 \chi}{A^7} \cdot \frac{1}{g} \times \\ & \times (2 \sin \eta + 5\chi \sin 2\eta) + \frac{16C_H^5 \chi}{A^9} \frac{1}{g} (\cos \eta + 5\chi \cos 2\eta) + \\ & + \frac{16C_H^5 \chi^2}{A^9} \cdot \frac{1}{g^3} [(\cos 2\eta + \chi \cos 3\eta - \chi \sin 2\eta \sin \eta) g + \\ & + \chi \sin^2 \eta (\cos \eta + \chi \cos 2\eta)] \dots \end{aligned}$$

Ограничиваясь четвертым приближением, для определения постоянных C_m подставим найденные функции \bar{P}_m в первое из выражений (249) и положим $\bar{P}=1$ в том месте, где $\eta=\eta_0$, причем за давление p_0 удобно брать давление в наиболее узком месте зазора при $\varphi=\varphi_0=\pi$ ($\eta=\eta_0=0$), тогда

$$1 = \frac{1 + \chi}{A} C_H + \varepsilon \frac{1 + \chi}{A} C_1 + \varepsilon^2 \left(\frac{1 + \chi}{A} C_2 - \frac{4C_H^3 \chi}{A^5} \right) +$$

$$\begin{aligned}
& + \varepsilon^3 \left(\frac{1+\chi}{A} C_3 - \frac{12C_H^2 C_1 \chi}{A^5} \right) + \varepsilon^4 \left[\frac{1+\chi}{A} C_4 - \frac{12\chi}{A^5} (C_H^2 C_2 + C_H C_1^2) + \right. \\
& \left. + \frac{16C_H^5 \chi}{A^9} \frac{1+5\chi}{1+\chi} + \frac{16C_H^5 \chi^2}{A^9} \cdot \frac{1}{1+\chi} \right] + \dots
\end{aligned}$$

Отсюда, ввиду произвольности ε , прежде всего получаем выражение для коэффициента C_H

$$C_H = \frac{A}{1+\chi},$$

которое находится в согласии с формулой (251); затем на том же основании получаем:

$$C_1 = 0; \quad C_2 = \frac{1}{A} \cdot \frac{4\chi}{(1+\chi)^4}; \quad C_3 = 0;$$

$$C_4 = -\frac{16}{A^3} \cdot \frac{(1+3\chi)\chi}{(1+\chi)^7}.$$

Таким образом, функция распределения давления \bar{P} , если ограничиться тремя первыми приближениями, ввиду достаточно быстрого убывания членов разложения, будет иметь вид:

$$\begin{aligned}
\bar{P} = & \frac{1 + \varepsilon^2 \chi (1-\chi)^3}{1+\chi} g - \varepsilon \chi (1-\chi) \sqrt{1-\chi^2} \frac{1 + 2\varepsilon^2 (1-\chi)^3}{1+\chi} \times \\
& \times \sin \eta - \varepsilon^2 \chi (1-\chi)^3 [1 + \varepsilon^2 \chi (1-\chi)^3] \frac{1}{g} (\cos \eta + \chi \cos 2\eta) + \\
& + \varepsilon^3 \chi (1-\chi)^4 \sqrt{1-\chi^2} \frac{1}{g} (1 + 5\chi \cos \eta) \sin \eta.
\end{aligned}$$

Если же от переменной η перейти к переменной φ по формулам, приведенным на стр. 178, то тогда

$$\begin{aligned}
\bar{P} = & (1-\chi) [1 + \varepsilon^2 \chi (1-\chi)^3] \frac{1}{1 + \chi \cos \varphi} + \\
& + \varepsilon \chi (1-\chi)^2 [1 + 2\varepsilon^2 \chi (1-\chi)^3] \frac{\sin \varphi}{1 + \chi \cos \varphi} + \\
& + \varepsilon^2 \chi (1-\chi)^3 \frac{\cos \varphi + \chi (1 + \sin^2 \varphi)}{1 + \chi \cos \varphi} - \\
& - \varepsilon^3 \chi (1-\chi)^4 \left(1 - 5\chi \frac{\chi + \cos \varphi}{1 + \chi \cos \varphi} \right) \sin \varphi.
\end{aligned}$$

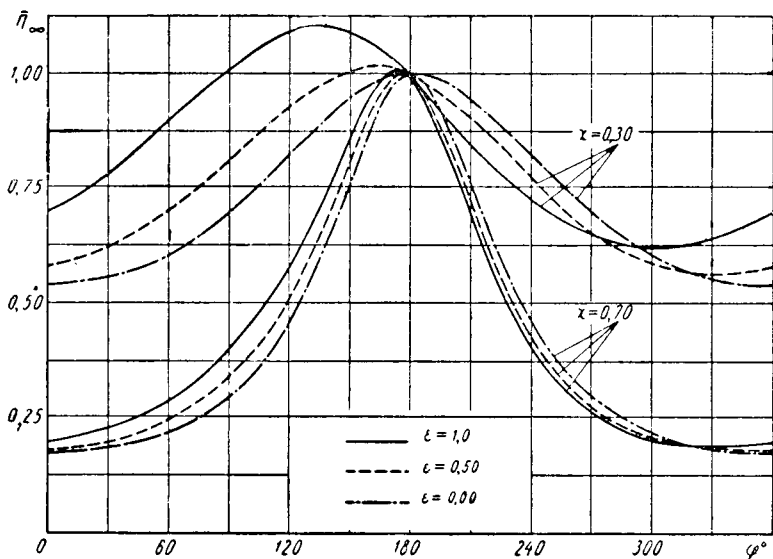
Хотя полученное выражение для распределения давлений надо рассматривать как асимптотическое, но оно весьма удобно для всех дальнейших вычислений благодаря быстрому убыва-

нию слагаемых, содержащих степени ϵ выше первой, и мы будем ими широко пользоваться. Кривые распределения давлений для некоторых χ и ϵ показаны на фиг. 45.

Экстремальные значения давлений \bar{P}_e , зная постоянную C , можно найти по условию

$$\bar{P}_e \bar{h}_e = \frac{C}{A} (1 - \chi^2),$$

вытекающему из уравнения (248). Максимум давления находится в точке φ_m , заключенной между углами $\varphi_m = \pi$ ($\epsilon \rightarrow 0$) и



Фиг. 45. Эпюры распределения аэродинамического давления в подшипнике с газовой смазкой.

углом φ_m по формуле (214) (при $\epsilon \rightarrow \infty$). Минимум же давления будет находиться между углом 2π ($\epsilon \rightarrow 0$) и углом $\pi + \varphi_m$ ($\epsilon \rightarrow \infty$), где φ_m определяется по формуле (214).

При известном распределении давления не трудно найти нагруженность слоя газовой смазки. Если P — усилие на единицу длины шипа, то в соответствии с рассуждениями на стр. 181 проекции силы P на линию центров и направление ей перпендикулярное будут равны

$$P \cos \theta_\infty = r_1 \int_0^{2\pi} p \cos \varphi d\varphi;$$

$$P \sin \theta_\infty = -r_1 \int_0^{2\pi} p \sin \varphi d\varphi,$$

если рассматривать усилия, развиваемые шипом на смазочный слой. Определяя коэффициент нагруженности формулой (79) и относя его к заданному приведенному давлению \bar{p}_0 , так что $\zeta_\infty = \zeta'_\infty \bar{p}_0$, сможем написать:

$$\zeta'_\infty \cos \Theta_\infty = \int_0^{2\pi} \bar{P} \cos \varphi d\varphi; \quad (253)$$

$$\zeta'_\infty \sin \Theta_\infty = - \int_0^{2\pi} \bar{P} \sin \varphi d\varphi;$$

подставляя сюда значения \bar{P} из формулы (252) найдем:

$$\begin{aligned} \zeta'_\infty \cos \Theta_\infty = & - \frac{2\pi}{\chi} \sqrt{\frac{1-\chi}{1+\chi}} (1 - \sqrt{1-\chi^2}) + \\ & + \varepsilon^2 \pi (1-\chi)^3 \left[3\chi - 2(1-\sqrt{1-\chi^2}) \left(\frac{2}{\chi} + \sqrt{\frac{1-\chi}{1+\chi}} \right) \right]; \quad (254) \\ \zeta'_\infty \sin \Theta_\infty = & - \varepsilon \frac{2\pi}{\chi} (1-\chi)^2 (1 - \sqrt{1-\chi^2}) - \\ & - \varepsilon^3 2\pi (1-\chi)^4 \left[2\chi - (1-\chi)(1 - \sqrt{1-\chi^2}) \frac{5+3\chi}{\chi} \right]. \end{aligned}$$

Коэффициент сопротивления вращению ξ , определяемый формулой (80), можно найти по формуле, совершенно подобной формуле (197), если ξ и приведенное касательное напряжение относить к \bar{p}_0 и тогда $\xi = \xi' \bar{p}_0$. В таком случае

$$\xi'_\infty = \frac{1}{2} \int_0^{2\pi} \left(\frac{1}{\bar{p}_0} \cdot \frac{1}{h} \pm \frac{d\bar{P}}{d\varphi} \bar{h} \right) d\varphi,$$

где верхний знак относится к шипу, а нижний к подшипнику.

Так как $\zeta'_\infty \sin \Theta_\infty = \int_0^{2\pi} \frac{d\bar{P}}{d\varphi} \cos \varphi d\varphi$ то интегрирование дает

$$\xi'_\infty = \frac{1}{\bar{p}_0} \frac{\pi}{\sqrt{1-\chi^2}} \pm \frac{\chi}{2} \zeta'_\infty \sin \Theta_\infty. \quad (255)$$

Величины ζ'_∞ , ξ'_∞ и угла Θ_∞ при некоторых χ и ε приведены в табл. 53.

В первом предельном случае, когда $\varepsilon \rightarrow \infty$ ($\omega \rightarrow 0$) несущая способность определится по формулам (189) или (190), а сопротивление вращению формулами (200) и (201).

ε	χ	0,30	0,40	0,50	0,60	0,70	0,80
1,00	ζ'_∞	0,6328	0,8429	0,9849	1,0646	1,0897	1,0524
	$\xi_{III \infty}$	3,4829	3,7225	3,9813	4,2710	4,6699	5,3972
	Θ'_∞	41°46'	35°39'	28 36'	21°3'	13°42'	7°20'
0,80	ζ'_∞	0,6587	0,8419	0,9734	1,0542	1,0839	1,0503
	$\xi_{III \infty}$	3,4200	3,6138	3,8452	4,1374	4,5659	5,3367
	Θ'_∞	32°17'	27°24'	21°53'	16°6'	10°33'	5°44'
0,60	ζ'_∞	0,6798	0,8464	0,9699	1,0504	1,0807	1,0488
	$\xi_{III \infty}$	3,3668	3,5312	3,7462	4,0411	4,4901	5,2916
	Θ'_∞	23°38'	19°51'	15°46'	11°37'	7°41'	4°13'
0,40	ζ'_∞	0,6951	0,8522	0,9702	1,0476	1,0789	1,0479
	$\xi_{III \infty}$	3,3267	3,4734	3,6791	3,9763	4,4386	5,2604
	Θ'_∞	15°30'	12°53'	10°11'	7°31'	5°0'	2°47'
0,20	ζ'_∞	0,7044	0,8568	0,9714	1,0472	1,0781	1,0473
	$\xi_{III \infty}$	3,3017	3,4391	3,6406	3,9391	4,4088	5,2420
	Θ'_∞	7°41'	6°20'	4°59'	3°45'	2°28'	1°23'
0,00	ζ'_∞	0,7075	0,8585	0,9720	1,0472	1,0779	1,0472
	$\xi_{III \infty}$	3,2933	3,4278	3,6276	3,9270	4,3991	5,2360
	Θ'_∞	0°0'	0°0'	0°0'	0°0'	0°0'	0°0'

Во втором предельном случае $\varepsilon \rightarrow 0$ ($\omega \rightarrow \infty$), вторая из формул (254) показывает, что $\Theta_\infty = 0$, несущая способность смазочного слоя направлена по линии центров, а следовательно,

$$\xi_\infty = \frac{\pi}{\sqrt{1-\chi^2}},$$

т. е. дополнительная слагающая силы трения, зависящая от градиента давления (касательных напряжений противотока), в этом случае отсутствует, и моменты трения на шпипе и подшипнике равны и определяются лишь производной скорости течения по высоте смазочной щели. Поскольку $\zeta_\infty = \bar{\rho}_0 \xi'_\infty = 3\varepsilon \xi'_\infty$, что эквивалентно соотношению $P = r_1 \rho_0 \xi'_\infty$, откуда следует отсутствие несущей способности газового смазочного слоя при $\varepsilon \rightarrow 0$. Это обстоятельство можно трактовать, следуя Шейнбергу, как невозможность при $P \neq 0$ и $\omega \rightarrow \infty$ достижения шипом предельного положения, при котором его центр совпал бы с центром подшипника. Но, с другой стороны, соотношение $P = r_1 \rho_0 \xi'_\infty$ не зависит вообще от скорости вращения, поэтому

можно также сказать, что при осуществлении несущей способности слоя газа лишь его поддувом и предельно малой скорости вращения шипа, невозможно при конечном давлении p_0 поддува достичь центрального положения шипа в подшипнике.

Из рассмотрения данных табл. 53 и предельных случаев вытекают следующие особенности газовой смазки: 1) каждому значению χ соответствует предельная величина несущей способности смазочного слоя, которая для малых χ достигается при $\varepsilon \rightarrow 0$ ($\omega \rightarrow \infty$) и равна первому члену в первой из формул (254); 2) при наличии конечной нагрузки и вращения шипа, последний не может занять центрального положения даже при $\omega \rightarrow \infty$; 3) несущую способность слоя смазки можно повысить поддувом газа в любое место смазочной щели; 4) с увеличением поддува траектория центра шипа в подшипнике становится более выпуклой (см. табл. 53).

ТЕОРИЯ РЕАЛЬНОГО ПОДШИПНИКА КОНЕЧНОЙ ДЛИНЫ (ВЛИЯНИЕ ТОРЦОВОГО ИСТЕЧЕНИЯ СМАЗКИ НА НЕСУЩЮЮ СПОСОБНОСТЬ И ТРЕНИЕ ПОДШИПНИКА КОНЕЧНОЙ ДЛИНЫ)

Изложенная в предыдущей главе теория подшипника с давлением, не меняющимся вдоль образующей, является лишь предельным случаем, изучение которого по необходимости предшествует теории подшипника конечной длины, имеющего безпрепятственное торцовое вытекание смазки.

Торцовое истечение смазки есть главнейший не только определяющий, но и регулирующий фактор в работе смазочного слоя реального подшипника, однако потребность в разработке соответствующей теории появилась лишь тогда, когда рост скоростей и тепловой напряженности узлов трения заставили широко применять укороченные подшипники и избыточную подачу смазки под давлением и, следовательно, вытекание смазки из торцов стало существенно отражаться на распределении гидродинамического давления.

При конечной длине подшипника падение давления до нуля происходит не только по границам начала и обрыва смазочного слоя, но и от середины подшипника к его торцам, что прежде всего приводит к перераспределению давления в смазке сравнительно с давлением для подшипника без торцовой утечки. В результате такого перераспределения происходит падение несущей способности тем большее, чем меньше отношение длины подшипника к его диаметру. Параллельно с этим происходит изменение трения и тепловыделения в смазочном слое. Изменение характеристик смазочного слоя благодаря торцовому истечению смазки становится столь существенным, что коэффициенты k_1 и k_2 , оценивающие влияние торцовой утечки и определяемые как отношение

$$k_1 = \frac{\zeta}{\zeta_\infty}, \quad k_2 = \frac{\xi}{\xi_\infty}, \quad (256)$$

где ζ и ξ коэффициент нагруженности и сопротивления подшипника конечной длины, а ζ_∞ и ξ_∞ — подшипника неограниченно протяженного, всегда меньше единицы и изменяются от 1 до 0 при изменении отношения $\frac{L}{d}$, длины подшипника к его диаметру от ∞ до 0. При практически существующих величинах $\frac{L}{d}$ значения коэффициента k_1 лежат в пределах 0,3—0,75, а k_2 в пределах 0,6÷0,9. Коэффициенты k_1 и k_2 в дальнейшем будем называть «относительными коэффициентами» для нагруженности и сопротивления. Очевидно, что величины этих коэффициентов, определяемых тепловым режимом, непосредственно связаны с вытеканием смазки из торцов и отражают динамику течения в смазочном слое в меру ее зависимости от циркуляции масла в подшипнике. Поэтому наравне с перечисленными в § 5, главы III характеристиками смазочного слоя, у подшипника конечной длины, как дополнительная характеристика, входит количество смазки Q_T , вытекающей в торцы или эквивалентный ей безразмерный параметр

$$q_T = \frac{Q_T}{L d r_1 \omega \psi}.$$

Конечная цель теории подшипника конечной длины заключается в нахождении коэффициентов k_1 , k_2 , q_T для каждого конкретного случая. С известной степенью приближения эта проблема получила свое разрешение в работах предшествующих исследователей. Однако не все имеющиеся возможности были использованы для повышения точности результатов. В настоящей главе будут рассмотрены некоторые принципиальные стороны этого вопроса, даны уточнения и расширения предшествующих методов и как окончательный результат теории — исходные таблицы для расчета реального подшипника.

23. ПРИНЦИПИАЛЬНЫЕ ОСНОВЫ ТЕОРИИ ПОДШИПНИКА КОНЕЧНОЙ ДЛИНЫ

Развивая в настоящей главе теорию подшипника конечной длины, будем опираться на следующие существенные предположения: 1) деформации шипа и подшипника очень малы и поэтому форма смазочного зазора пренебрежимо мало отличается от формы зазора подшипника абсолютно жесткого; 2) контур поперечного сечения шипа или подшипника плоскостью, перпендикулярной их оси представляет собой правильную окружность; 3) нагрузка на шип или подшипник постоянна по величине и направлению; 4) границы смазочного слоя — прямые параллельные оси шипа.

Первое допущение справедливо при не слишком больших нагрузках и обычной жесткости тел, образующих пару трения. Второе и третье допущения ограничивают лишь выбор задачи, но не те возможности, которыми располагает современная гидродинамическая теория смазки. Четвертое же допущение является некоторым осреднением данных опыта и при вдумчивом подходе к вопросу не внесет больших погрешностей в расчет, поскольку соответствующие им отклонения лежат в пределах точности обобщения опыта.

Границы смазочного слоя при торцовом течении представляют собой не прямые, а некоторые кривые двойкой кривизны, расположенные таким образом, что область положительных давлений по углу φ возле торцов меньше, чем в центральном сечении подшипника, что подтверждается опытами Снеговского [113]. Однако, как показывает опыт, эта разница невелика и почти не зависит от отношения $\frac{L}{d}$ (с укорочением подшипника увеличивается незначительно). Поэтому границы смазочного слоя считают прямыми, параллельными оси шипа, а начало и конец его при достаточной подаче смазочной жидкости и не очень больших ψ можно считать такими же, как и у подшипника без торцового истечения (табл. 36), что подтверждается сравнением данных табл. 35 и 36. Получаемые при этом числовые результаты достаточно хорошо совпадают с экспериментальными.

Помимо этих допущений, результаты рассуждений и вычислений, проведенных в III и V главах, позволяют с точностью, достаточной для практики, пренебрегать неравномерным распределением давлений по толщине слоя смазки и определять его, пользуясь уравнением (71) Рейнольдса для давлений, которое предварительно приведем к безразмерному виду, расположив плоскость $z=0$ так, чтобы она была перпендикулярна оси подшипника и делила его длину пополам. Положим поэтому

$$x = r_1 \varphi, \quad z = \frac{L}{2} \omega, \quad h = \Delta \bar{h}, \quad \mu = \mu_0 \bar{\mu}, \quad \rho = \rho_0 \bar{\rho},$$

тогда при $W=0$ и установившемся режиме течения основное уравнение для распределения давлений в смазочном слое подшипника конечной длины можно записать в виде

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial \varphi} \left(\bar{h}^3 \frac{\bar{\rho}}{\mu} \cdot \frac{\partial \bar{p}}{\partial \varphi} \right) + \left(\frac{d}{L} \right)^2 \frac{\partial}{\partial \omega} \left(\bar{h}^3 \frac{\bar{\rho}}{\mu} \cdot \frac{\partial \bar{p}}{\partial \omega} \right) = \\ = 6 \bar{\rho} \frac{V}{\Delta \omega} + 3 \frac{\partial}{\partial \varphi} (\bar{\rho} \bar{h}), \end{aligned} \quad (257)$$

где

$$\bar{p} = \frac{\psi^2 p}{2 \mu_0 \omega}, \quad (258)$$

если принять во внимание, что $U = r_1 \omega$.

В общем случае зависимости вязкости не только от давления, но и от температуры решения уравнения (257), а следовательно, и распределение давления в смазочном слое не разыскивалось даже приближенно ввиду представляющихся при этом больших математических трудностей. С другой стороны, как мы видели в главе II, влияние температуры и давления на вязкость, во-первых, взаимно компенсируются, а, во-вторых, как следует из результатов главы IV, с практически достаточной степенью точности может быть взята некоторая средняя вязкость, которую мы будем отождествлять с величиной μ_0 рассматривая, таким образом, изотермическое течение смазки. При несжимаемой смазке $\bar{\rho}=1$. Если же принять, что вязкость зависит от $\bar{\mu}$ давления по закону, выражаемому формулой (7), так что $\bar{\mu}=e^{2p}$ или $\bar{\mu}=e^{2\bar{p}}$, то тогда согласно формулам (172) и (173), принимая во внимание, что \bar{p} зависит не только от φ , но и от ω , после введения безразмерной функции давления $\bar{\Pi}$ по формуле (170) основное уравнение (257) сможем переписать в виде

$$\frac{\partial}{\partial \varphi} \left(\bar{h}^3 \frac{\partial \bar{\Pi}}{\partial \varphi} \right) + \left(\frac{d}{L} \right)^2 \frac{\partial}{\partial \omega} \left(\bar{h}^3 \frac{\partial \bar{\Pi}}{\partial \omega} \right) = \frac{6V}{\Delta \omega} + 3 \frac{\partial \bar{h}}{\partial \varphi}. \quad (259)$$

Здесь в общем случае отклонения поверхностей шипа и подшипника от цилиндрической формы или их несоосности безразмерная толщина \bar{h} слоя смазки будет функцией не только φ , но и ω .

Все предшествующие исследователи при построении теорий шипа конечной длины считали вязкость не зависящей от давления ($\chi_1=0$, а значит $\bar{\Pi}=\bar{p}$), но как мы видим, это ограничение несущественно и его без труда можно избежать. Кроме того, накладывались условия соосности шипа и подшипника и геометрической правильности их поверхностей. При этих условиях \bar{h} определяется формулой (142), а уравнение (259) при $V=0$, т. е. при чисто вращательном движении шипа в подшипнике, положив

$$\bar{h}^3 = H^2,$$

может быть переписано следующим образом:

$$\frac{\partial}{\partial \varphi} \left(H^2 \frac{\partial \bar{\Pi}}{\partial \varphi} \right) + \left(\frac{d}{L} \right)^2 \frac{\partial}{\partial \omega} \left(H^2 \frac{\partial \bar{\Pi}}{\partial \omega} \right) = +3 \frac{\partial H^{2/3}}{\partial \varphi}. \quad (260)$$

Развитие теории подшипника конечной длины представляло собой развитие таких методов решения последнего уравнения, которые давали бы наиболее точное значение \bar{p} соответственно конкретной постановке задачи и результатов опыта, опираясь на который можно было бы контролировать теорию. Поэтому

развитие теории шло параллельно накоплению экспериментальных результатов и требований практики к точности расчетов и на этом, еще не оконченном пути, последовательность развития количественных методов можно разбить на три этапа, а соответствующие теории на три группы.

1. Теории, носящие полуэмпирический характер, в которых эффект торцового истечения учитывается полуэмпирическими коэффициентами, зависящими лишь от отношения длины подшипника к его диаметру. Таким образом в теориях этой группы

k_1 и k_2 зависят лишь от $\frac{L}{d}$.

2. Теории, в которых заранее предполагается та или иная закономерность в распределении давления вдоль оси шипа.

3. Теории, в которых разыскивается распределение давления, как вдоль оси, так и по направлению вращения шипа, но в которых могут иметь место допущения физического характера, вводимые для упрощения математической стороны вопроса, хотя и более слабые, чем в предыдущем случае. В теориях 2-й и 3-й групп k_1 и k_2 зависят не только от $\frac{L}{d}$, но и от χ .

Первая группа теорий немногочисленна и относится главным образом к начальному периоду исследований по подшипнику конечной длины. В этом направлении первая попытка принадлежит Гюмбелю [180], который, основываясь на опытах Штрибека для относительных коэффициентов нагруженности k_1 и сопротивления вращению k_2 , предложил справедливые при предельных значениях L выражения

$$k_1 = 1 + \frac{d}{L};$$

$$k_2 = k_1 \sqrt{4 \frac{d}{L} + 1}.$$

Эти выражения в тридцатых годах имели широкое распространение и несмотря на свою полную необоснованность применяются иногда и в настоящее время¹. Более поздняя попытка Гюмбель-Эверлинга ([181], стр. 151)² теоретически обосновать величины k_1 и k_2 не дала желаемых результатов, так как исходила из течения смазки между параллельными пластинками. Позже сходным образом, хотя и при более грубых предположениях, поступал Кардулло [161], но результаты, наиболее привившиеся в расчетной практике США, принадлежат Кинг-

¹ Широкое право гражданства приведенное выражение для k_1 получило благодаря Фальцу ([121], стр. 35—59), применившему его при создании своей методики расчета. К сожалению, эта методика в некоторых случаях применяется и сейчас.

² Подобным же образом поступал Кухарский [193].

сбюри [190] и [191] и его последователям, причем величинами коэффициентов k_1 и k_2 , найденными Кингсбюри [191] и Нидсом [203], пользуются в США вплоть до настоящего времени [152]. Эти коэффициенты не столь необоснованны, как предложенные Гюмбелем, так как получены в результате экспериментального решения уравнения (260) путем использования электрогидродинамической аналогии¹. Вместе с тем окончательные величины коэффициентов k_1 и k_2 , данные для оптимальных условий [191] как функции $\frac{\pi\beta^2}{90} \cdot \frac{d}{L}$, где β — угол охвата шипа в подшипнике в градусах, рекомендуется применять во всех случаях независимо от угла охвата шипа подшипником и положения шипа в подшипнике. Значения этих коэффициентов приведены в табл. 54.

Таблица 54

$\frac{\pi\beta}{90} \frac{d}{L}$	0,25	0,50	0,75	1,0	1,50	2,00	3,00	4,00
k_1	0,830	0,685	0,555	0,440	0,278	0,187	0,095	0,059
k_2	0,973	0,949	0,928	0,908	0,880	0,867	0,855	0,846

Нидс [203], применяя тот же метод для 120°-ного центрально нагруженного подшипника, получил для k_1 величины, несколько большие, а для k_2 значительно меньшие.

В широкую расчетную практику в США эта методика была введена Хоартсом [187].

Формальность теорий первой группы заставила развивать более надежные методы, которые появились в теориях второй группы. Для них существенным является предположение о возможности искомым функцию распределения давления представить в виде произведения

$$\bar{P} = D(\varphi) f(\omega), \quad (261)$$

где $D(\varphi)$ зависит лишь от φ , а $f(\omega)$ от ω .

При этом в большинстве теорий второй группы в свою очередь делаются дополнительные предположения относительно вида функций $D(\varphi)$ и $f(\omega)$ или одной из них, основываясь на данных опыта. Относительно функции $f(\omega)$ эти предположения сводились к тому, что она должна быть четной и по форме близкой к параболе заданной степени.

¹ Предложенной Кингсбюри [190] и для 120°-го центрально нагруженного подшипника использованной Нидсом [203], получившего весьма обширные результаты. Позже (1940 г.) новую модель электролитической ванны предложили Морган, Маскет и Рид. Результаты, полученные на этой последней модели, относятся к высоким положениям шипа.

Начало таким теориям положил Стодола¹, указавший метод и в виде примера применивший его к квадратной пластинке. Не особенно удачную попытку применить этот метод к подшипникам сделал Гуммель [188], и лишь в 1931 г. Яновский [147] широко развил соответствующую теорию и опираясь на нее создал метод расчета, которым пользуются иногда и в настоящее время. Суть метода Стодола—Яновского заключается в том, что полагая параболическим распределение давления вдоль оси шипа $f(\omega) = 1 - \omega^2$, функцию $D(\varphi)$ находят численно последовательными приближениями. Видоизменением этого способа (не принципиальным, а скорее вычислительным) является метод Бауэра [148], который, полагая как и предыдущие исследователи $f(\omega) = 1 - \omega^2$, функцию $D(\varphi)$ брал в виде тригонометрического полинома вида $\sum_{k=1}^n c_k \sin k a \varphi$, где $a \varphi_1 = \pi$, а коэффициенты c_k определял методом Галеркина. В остальном метод Бауэра ничем не отличается от метода Яновского².

Гораздо большие ограничения накладывали в своих теориях (1931 г.) Шибель [217] и Ханович [127], которые полагали, что $D(\varphi) = \alpha \overline{P}_\infty(\varphi)$, где $\overline{P}_\infty(\varphi)$ — функция распределения давления для подшипника неограниченно протяженного и α — постоянная, которая в дальнейшем определяется, а $f(\omega)$ брали либо в виде $f(\omega) = 1 - \omega^2$ (Шибель), либо $f(\omega) = \cos\left(\frac{\pi}{2}\omega\right)$ (Ханович) (косинусоида близка к параболе с показателем степени 1,77). Постоянную α Ханович определял из баланса расхода смазки, а Шибель методом Ритца. Шибель, применяя свой метод к определению коэффициентов k_1 и k_2 допустил вычислительную ошибку, вследствие которой k_1 и k_2 у него оказались не зависящими от χ . В дальнейшем, воспользовавшись этим методом и исправив соответствующие ошибки Шибеля, Коднир [59] дал наиболее обширные для своего времени таблицы основных характеристик смазочного слоя для 180°-ного центрально нагруженного подшипника.

Из опытов Нюккера [206] и других следует, что распределение давления вдоль оси подшипника близко к квадратной параболе лишь при средних положениях шипа. В общем же случае в зависимости от полного или половинного охвата шипа вкладышем, давления и температуры поступающего масла и даже величины ψ кривая осевого распределения давления близка к параболе m степени, показатель m которой колеблется в пределах от 2,3 до 2,7. В среднем лучше всего отвечает опыту $m = 2,5$. В опытах других исследователей величина m доходила, с одной стороны, до 1,5, а с другой, — до 3. Причем

¹ В шестом издании своего известного курса [223] стр. 847—852.

² В книге [65] гл. II дан более подробный разбор теорий Бауэра и Яновского.

при низких положениях шипа ход эпюр давления у торцов был весьма крутым, а к середине становился более пологим, и эта пологость увеличивалась с повышением $\frac{L}{d}$ и χ . Опираясь на подобные результаты опытов, Нюккер [206] полагал, что $f(\omega) = 1 - \omega^m$, где $m \neq 2$ и из условия сплошности течения для функции $D(\varphi)$, дающей в этом случае распределение давления в среднем сечении, получал уравнение, решение которого¹ давало бы распределение давления по углу φ . Характер этого распределения будет зависеть не только от χ , но и от $\frac{L}{d}$.

Практически этим способом пользоваться не рационально, из-за чрезвычайной громоздкости решения получаемого уравнения для $D(\varphi)$ и потому, что показатель m , который берется по опытными данным, заранее не известен и может быть принята лишь его некоторая вероятная величина, которая меняется с изменением χ и $\frac{L}{d}$, но в расчетах берется постоянной. Связанная со всем этим неопределенность не оправдывает требуемых этим методом трудоемких вычислений.

Как видим, общим и основным недостатком теорий второй группы является весьма произвольный выбор распределения давления по оси подшипника и допущение подобия эпюр распределения давлений по окружности подшипника для всех χ и z . Еще более частным является утверждение о распределении осевого давления по квадратной параболе. Но тогда согласно второй из формул (69) получается линейная зависимость осевой скорости смазки от z , которая не подтверждается ни опытом, ни более точными теоретическими исследованиями.

Если, с другой стороны, наложить еще дополнительно определенные условия на вид функции $D(\varphi)$, заставив ее, как, например, в методе Шибеля — Коднира, отличаться от \bar{P}_∞ лишь постоянным множителем, то получаемые в результате погрешности могут быть весьма значительны. Действительно, в методе Шибеля — Коднира для коэффициента торцевой утечки k_1 имеем выражение

$$\frac{1}{k_1} = \frac{6}{5} \left[1 + a \left(\frac{d}{L} \right)^2 \right],$$

где a зависит от χ и расположения, а также протяженности смазочного слоя. Из этого выражения видно, что предельный переход для бесконечно длинного подшипника не сохраняется и получается занижение на 16,7%. Соответственно погрешностям метода в определении несущей способности получились

¹ Соответствующие вычисления приведены у Орлова [94], стр. 72—73, и у Дьячкова [39], стр. 26—27.

погрешности в определении трения и особенно большие при определении количества смазочной жидкости, вытекающей из торцов.

Рассмотренные недостатки теорий второй группы и стремление наилучшим образом согласовать теорию с экспериментом заставили исследователей изыскивать методы определения давлений в смазочном слое подшипника конечной длины, в которых хотя бы частично были исключены некоторые из упомянутых произвольных допущений. Такие методы занимают промежуточное положение между теориями второй и третьей групп, а получаемые с помощью их результаты весьма близки к действительности.

Первой из таких работ явилась работа Гутьяра [21], который [см. выражение (261)] полагал $D(\varphi) = \bar{\Pi}_\infty$, а функцию $f(w)$ находил из получаемого в дальнейшем для нее уравнения. При этом распределение давления вдоль оси шипа получилось по гиперболическому косинусу¹, что впоследствии подтвердилось более точными вычислениями, основанными на вариационных принципах. К сожалению, в силу неточностей некоторых допущений при выводе уравнений для $\bar{\Pi}$, Гутьяр получил k_1 , не зависящим от χ .

К той же категории методов принадлежит и предложенное позже решение Фогельполя [230], который также полагал $D(\varphi) = \bar{\Pi}_\infty$ и, помещая начало координат на одном из торцов подшипника, брал $f(w)$ в виде суммы $\sum_{n=1}^{\infty} c_n \sin(\pi n \frac{z}{L})$ ($n=1, 3, 5 \dots$), определяя коэффициенты c_n методом Галеркина.

Однако двум последним теориям, так же как и теории Шибеля — Коднира, свойственен еще тот недостаток, что при различных $\frac{L}{d}$ отношение составляющей несущей способности параллельной линии центров к составляющей перпендикулярной линии центров не зависит от $\frac{L}{d}$, для одних и тех же χ одинаково и такое же, как у подшипника бесконечно длинного. Между тем опыт, да и более точные расчеты показывают, что траектория центра шипа в подшипнике с уменьшением $\frac{L}{d}$ становится менее выпуклой, т. е. с уменьшением $\frac{L}{d}$ наблюдается относительно большее уменьшение составляющей несущей способности, перпендикулярной линии центров.

Перечисленные недостатки можно устранить либо частично, применяя метод последовательных решений, предложенный

¹ Такая же закономерность была получена Вебером [234] через 11 лет после Гутьяра.

автором¹, либо полностью непосредственно без всяких упрощающих предположений разыскивая решение уравнения (260), как это делают в теориях третьей группы. Метод последовательных решений заключается в том, что в уравнении (259) полагают

$$\bar{P} = D_k(\varphi) f_j(\omega),$$

где либо $k=j-1$, либо $j=k-1$ и затем последовательно разыскивают, пользуясь одним из вариационных методов, функции $D_k(\varphi)$ и $f_j(\omega)$ задавшись в исходном приближении одной из них. Возможная точность при таком методе имеет некоторую границу, что вызвано насильственным заданием \bar{P} , как произведения двух функций, вообще говоря не удовлетворяющего непосредственно исходному уравнению. От последнего недостатка, так же как и от предыдущих, свободны теории третьей группы, которые начали появляться в конце тридцатых годов². Но и теории этой группы отличаются одна от другой в зависимости от того, непосредственно ли разыскивалось решение уравнения (260) с единственной целью получить численные величины характеристик смазочного слоя, или же производилось более глубокое исследование возникающих количественных связей. Методы, относящиеся к первой из этих групп, начали появляться с 1937 г. и были предложены Фогельполем [229], который, располагая начало координат на одном из торцов подшипника, полагал

$$\bar{P} = \frac{1}{h^{3/2}} \sum_{k=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} c_{kn} \sin(k\varphi) \sin(n\pi\omega),$$

а коэффициенты c_{kn} находил методом Галеркина; Маскетом и Морганом [201], [202], применившими метод малого параметра, за который был взят относительный эксцентриситет χ ; в 1943 г. Барановым [6], применявшим метод наименьших квадратов, и Куцаевым [81] и [82], использовавшим комбинацию способа Митчеля с методом малого параметра, наконец Кристоферсон [162] и Камерон и Вуд [160] применяли метод конечных разностей.

В методах второй из этих групп решение основного уравнения (260) сводилось к интегрированию обыкновенных дифференциальных уравнений с периодическими коэффициентами, в решении которых заключалась основная трудность. Здесь

¹ Подробно изложено в [65] стр. 70—73.

² Работа Рейснера [213], пытавшегося проинтегрировать полную систему уравнений Навье—Стокса с отброшенными конвективными членами для смазочного слоя между шипом и подшипником стоит особняком и мы ее не рассматриваем.

почти одновременно появилось несколько работ, принадлежавших Скиннеру [219], Кийюджииро Кйно [192] и Уотерсу [231], [232], сводивших проблему к решению уравнения Хилла, но только последний из них применил развиваемый метод к вычислению основных характеристик [233].

Попытку скомбинировать метод малого параметра с приведением к уравнению Хилла сделал Федор [176], однако значительного развития этот способ не получил.

Во всех перечисленных работах, за исключением [233], рассматривался шип полностью ($\varphi_1=0$, $\varphi_2=2\pi$) или наполовину ($\varphi_1=0$, $\varphi_2=\pi$), охватываемый смазочным слоем, причем предлагаемые теории свое практическое завершение получили лишь в работах Баранова [6] и Куцаева [82] и [81]. Распространение метода наименьших квадратов в том виде как его применял Баранов на смазочный слой, у которого $\varphi_1 \neq 0$ и $\varphi_2 \neq \pi$, по-видимому, невозможно, а метод Куцаева и без того громоздкий с вычислительной стороны при $\varphi_1 \neq 0$ и $\varphi_2 \neq \pi$ и значительных χ даст процесс, столь медленно сходящийся, что им практически невозможно будет пользоваться ([66], стр. 117 и стр. 139). Весьма громоздким было бы также применение в общем случае метода Галеркина в том виде, как его применял Фогельполь [229], не говоря о том, что при этом совсем затушывались бы особенности, вытекающие из того, что эти проблемы можно свести к уравнениям с периодическими коэффициентами. Поэтому наилучшим было бы сочетание метода, вытекающего непосредственно из структуры уравнения (260) с одним из вариационных.

Если в уравнении (260) сделать замену

$$\bar{P} = \frac{\Psi(\varphi, \omega)}{H}, \quad (262)$$

то функция $\Psi(\varphi, \omega)$ должна удовлетворять уравнению

$$\frac{\partial^2 \Psi}{\partial \varphi^2} + \left(\frac{d}{L}\right)^2 \frac{\partial^2 \Psi}{\partial \omega^2} - \frac{1}{H} \left[\frac{\partial^2 H}{\partial \varphi^2} + \left(\frac{d}{L}\right)^2 \cdot \frac{\partial^2 H}{\partial \omega^2} \right] \Psi = -\frac{2}{H^{4/3}} \cdot \frac{\partial H}{\partial \varphi},$$

справедливому и в том случае, когда толщина слоя смазки изменяется не только в направлении движения шипа, но и в направлении ему перпендикулярном¹, как это может быть при отклонении поверхности шипа от правильной круглоцилиндрической формы (корсетность, конусность, бочкообразность) или при перекосе шипа в подшипнике. Если же таких отклонений нет, и кроме того, пренебрегая эллипсностью, принять

$$H^{2/3} = \bar{h} = 1 + \chi \cos \varphi, \quad (263)$$

¹ Влияние отклонений поверхностей шипа и подшипника от правильной формы на работу шипа конечной длины рассмотрено в книге [65] стр. 122—142.

то тогда функция $\Psi(\varphi, \omega)$ найдется, как решение уравнения

$$\frac{\partial^2 \Psi}{\partial \varphi^2} + \left(\frac{d}{L}\right)^2 \frac{\partial \Psi}{\partial \omega^2} - \frac{1}{H} \cdot \frac{d^2 H}{d\varphi^2} \Psi = -\frac{3\chi \sin \varphi}{H}. \quad (264)$$

Из этого уравнения следует, что теорию подшипника конечной длины при обычных предположениях можно свести к разысканию функции Ψ .

Дальше можно идти двумя путями, приняв

$$\Psi(\varphi, \omega) = H\bar{\Pi}_\infty(\varphi) - F(\varphi, \omega), \quad (265)$$

где $\bar{\Pi}_\infty(\varphi)$ — функция распределения давления неограниченно протяженного подшипника, разыскивать функцию $F(\varphi, \omega)$, удовлетворяющую однородному уравнению

$$\frac{\partial^2 F}{\partial \varphi^2} + \left(\frac{d}{L}\right)^2 \frac{\partial^2 F}{\partial \omega^2} - \frac{1}{H} \cdot \frac{d^2 H}{d\varphi^2} F = 0, \quad (266)$$

или непосредственно применить к уравнению (264) какой-либо вариационный метод. В первом случае, используя обычный способ, легко найти, что

$$F(\varphi, \omega) = \sum_{k=1}^{\infty} q_k(\varphi) \operatorname{ch}\left(\frac{L}{d} \lambda_k \omega\right), \quad (267)$$

где λ_k — собственные числа задачи и принято во внимание симметричное распределение давления вдоль оси относительно средней плоскости, перпендикулярной этой оси. Функции q_k (φ — решения уравнения

$$\frac{d^2 q_k}{d\varphi^2} + \left(\lambda_k^2 - \frac{1}{H} \cdot \frac{d^2 H}{d\varphi^2}\right) q_k = 0, \quad (268)$$

которые должны обращаться в нуль на границах смазочного слоя при $\varphi = \varphi_1$ и $\varphi = \varphi_2$. Это последнее уравнение можно свести к уравнению Хилла если заметить, что

$$\frac{1}{H} \cdot \frac{d^2 H}{d\varphi^2} = -\frac{3}{4} \left[\frac{1 - \chi^2}{(1 + \chi \cos \varphi)^2} - \frac{4}{1 + \chi \cos \varphi} + 3 \right]. \quad (269)$$

и разложить правую часть последнего выражения в ряд Фурье

$$\frac{1}{H} \cdot \frac{d^2 H}{d\varphi^2} = \frac{9}{2} \left(d_0 + \sum_{m=1}^{\infty} d_m \cos m\varphi \right), \quad (270)$$

в котором

$$\left. \begin{aligned} d_0 &= \frac{\alpha^2}{1-\alpha^2}, \\ d_m &= (-1)^m \left(\frac{2\alpha^2}{1-\alpha^2} - \frac{m-3}{3} \right) \alpha^m \end{aligned} \right\} \quad (271)$$

и обозначено

$$\alpha = \frac{1 - \sqrt{1 - \chi^2}}{\chi}.$$

Дальнейшие операции сводятся к нахождению собственных чисел λ_k из условия обращения в ноль решения уравнения (268) при $\varphi = \varphi_1$ и $\varphi = \varphi_2$ и к определению коэффициентов, в разложении функции $q_k(\varphi)$ в ряд Фурье из условия обращения давления в ноль на торцах подшипника при $\omega = \pm 1$.

Во втором случае весьма удобно применить метод приведения к обыкновенным дифференциальным уравнениям, как это изложено в работе [66].

Если тем или иным путем распределение давления \bar{p} будет найдено (непосредственно или при зависимости вязкости от давления через функцию $\bar{\Pi}$), то основные характеристики смазочного слоя легко вычислить по формулам, которые совершенно аналогичны соответствующим формулам для подшипника неограниченно протяженного. Тогда коэффициент нагруженности вычислим по формулам

$$\left. \begin{aligned} \zeta \cos \Theta &= \frac{1}{2} \int_{\varphi_1}^{\varphi_2} \int_{-1}^{+1} \bar{p} \cos \varphi \, d\varphi \, d\omega, \\ \zeta \sin \Theta &= -\frac{1}{2} \int_{\varphi_1}^{\varphi_2} \int_{-1}^{+1} \bar{p} \sin \varphi \, d\varphi \, d\omega, \end{aligned} \right\} \quad (272)$$

а коэффициент сопротивления вращению, заметив, что в этом случае

$$\xi = \frac{1}{2} \int_{\varphi_1}^{\varphi_2} \int_{-1}^{+1} \bar{\tau} \, d\varphi \, d\omega = \frac{1}{4} \int_{\varphi_1}^{\varphi_2} \int_{-1}^{+1} \frac{\mu}{\mu_0} \left(\frac{1}{h} \pm \bar{h} \frac{d\bar{\Pi}}{d\varphi} \right) d\varphi \, d\omega$$

по формуле

$$\xi = \frac{1}{4} \int_{\varphi_1}^{\varphi_2} \int_{-1}^{+1} \frac{\mu}{\mu_0} \cdot \frac{1}{h} \, d\varphi \, d\omega \pm \frac{\chi}{2} \zeta \sin \Theta, \quad (273)$$

приняв предварительно во внимание, что $\frac{\mu}{\mu_0} d\bar{\Pi} = d\bar{p}$. Верхний знак в последней формуле относится к шипу, а нижний к подшипнику.

Когда вязкость от давления не зависит ($\mu = \mu_0$), то

$$\xi = \frac{1}{2} \cdot \frac{\eta_2 - \eta_1}{\sqrt{1 - \chi^2}} \pm \frac{\chi}{2} \zeta \sin \Theta, \quad (274)$$

если трение от сдвига слоев учитывать лишь в рабочей части зазора. Если же считать, что трение происходит во всем зазоре, то

$$\xi^f = \frac{\pi}{\sqrt{1 - \chi^2}} \pm \frac{\chi}{2} \zeta \sin \Theta. \quad (275)$$

Последней величиной, необходимой для расчета подшипника, является количество Q_T смазки, вытекающей из его торцов, или соответствующий этой величине безразмерный коэффициент

$$q_T = \frac{Q_T}{L d r_1 \omega \psi},$$

который будем называть «коэффициентом расхода смазки».

В число основных определяемых параметров, рассмотренных нами в главе III, коэффициент q_T мы не вводим по той причине, что все рассуждения велись в предположении постоянства температуры по слою (изотермическое течение) и, следовательно, известной величины μ . Но если для уточнения расчета вязкость находится хотя бы приближенно, в среднем, по температуре, соответствующей средней величине работы трения, то, чтобы эту среднюю температуру найти, рассматривая осредненный тепловой баланс смазочного слоя, знание количества смазочной жидкости, циркулирующей в зазоре между шипом и подшипником, совершенно необходимо.

При вычислении количества Q_T смазки, вытекающей из торцов подшипника можно находить либо непосредственным подсчетом по второй из формул (70) при $z = \pm \frac{L}{2}$ (интегри-

рованием в пределах от φ_1 до φ_2 , если принимать во внимание лишь количество смазки, вытекающее из нагруженной части слоя) либо как разность между количеством смазки, втекающим в поперечное сечение смазочной щели при $\varphi = \varphi_1$ и вытекающим из поперечного сечения при $\varphi = \varphi_2$. Найдем Q_T как разность между количеством смазочной жидкости, втекающей в слой и вытекающей из него.

При вязкости, зависящей от давления, первое из соотношений (70) дает

$$Q' = \frac{Uh}{2} - \frac{h^3}{12\mu_0 r_1} e^{-\alpha p} \frac{\partial p}{\partial \varphi},$$

откуда, принимая во внимание формулы (172) и (142), получаем

$$Q' = \frac{r_1 \Delta}{2} \omega \bar{h} - \frac{\Delta^3}{12\mu_0 r_1} \cdot \frac{x_1}{a} \bar{h}^3 \frac{\partial \bar{\Pi}}{\partial \varphi}$$

или, если принять во внимание выражение (173) для x_1

$$Q' = \frac{\psi}{2} r_1^2 \omega \left(\bar{h} - \frac{\bar{h}^3}{3} \cdot \frac{\partial \bar{\Pi}}{\partial \varphi} \right),$$

т. е. зависимость вязкости от давления не влияет на расход смазки через торцы.

Чтобы найти количество Q смазочной жидкости, протекающее через поперечное сечение зазора, в плоскости, проходящей через ось подшипника, расход Q' в данной точке надо проинтегрировать по z от $-\frac{L}{2}$ до $+\frac{L}{2}$. Тогда поскольку $z = \frac{L}{2}\omega$, имеем

$$\frac{4Q}{Lr_1^2\omega\psi} = 2\bar{h} - \frac{\bar{h}^3}{3} \cdot \frac{\partial}{\partial \varphi} \int_{-1}^{+1} \bar{\Pi} d\omega. \quad (276)$$

Определение перечисленных основных характеристик смазочного слоя зависит от того, каким образом найдено распределение давления p по слою — точно или приближенно. Так как приближенные способы быстрее приводят к цели, то расчетные таблицы составляют, основываясь именно на приближенных способах, результаты вычислений по которым при достаточно правильном выборе такого способа, дают удовлетворительное совпадение с опытом. Чтобы оценить соответствие приближенных решений результатам, получаемым при точном решении уравнения (260), и, тем самым, оценить влияние сделанных допущений на обоснованность применения развиваемой теории, мы в следующем параграфе разовьем метод точного решения уравнения (260). Необходимость такой оценки вытекает также и из того, что удовлетворительное согласие приближенной теории и опыта может оказаться лишь результатом взаимной компенсации погрешностей, получаемых благодаря неточному решению основного уравнения (260) и допущений, положенных в обоснование вывода этого уравнения.

24. ОБЩИЙ МЕТОД ОТЫСКАНИЯ РАСПРЕДЕЛЕНИЯ ДАВЛЕНИЙ В СМАЗОЧНОМ СЛОЕ ПОДШИПНИКА КОНЕЧНОЙ ДЛИНЫ

Так называемое «точное» решение уравнения Рейнольдса для давлений сводится к отысканию функции $\bar{\Pi}$ из эллиптического уравнения (260) или функции Ψ из эквивалентного ему уравнения (264). Но эта задача в свою очередь сводится к отыска-

нию функции $q_k(\varphi)$ из уравнения (268). Поскольку q_k является функцией трансцендентной, которая через известные функции выражается бесконечным рядом и, следовательно, при вычислении ее, для заданного значения φ при заданных условиях на границах может быть определена лишь с некоторой точностью, требуемой постановкой задачи, то удобно находить $q_k(\varphi)$ при заданной степени точности не общим методом отыскания решений уравнения Хилла, а пользуясь непосредственно одним из приближенных методов. Удобно в этом случае применить метод Галеркина, который быстрее всего позволит получить как собственные числа λ так и вычислить с требуемой точностью значение функции $q_k(\varphi)$. Обозначив через a величину $\frac{\pi}{\varphi_2 - \varphi_1}$ примем

$$q_k(\varphi) = \sum_{s=1}^n c_{ks} \sin [sa(\varphi - \varphi_1)]. \quad (277)$$

Тогда согласно уравнению (268), k -е уравнение системы Галеркина для определения коэффициентов c_{ks} будет иметь вид

$$\begin{aligned} \sum_{s=1}^n c_{ks} (\lambda_k^2 - a^2 s^2) \int_{\varphi_1}^{\varphi_2} \sin [sa(\varphi - \varphi_1)] \sin [ka(\varphi - \varphi_1)] d\varphi - \\ - \sum_{s=1}^n c_{ks} \int_{\varphi_1}^{\varphi_2} \frac{d^2 H}{H \cdot d\varphi^2} \sin [sa(\varphi - \varphi_1)] \times \\ \times \sin [ka(\varphi - \varphi_1)] d\varphi = 0, \quad (k = 1, 2, \dots, n). \end{aligned}$$

Введем обозначение

$$L_n = \int_{\varphi_1}^{\varphi_2} \frac{\sin [sa(\varphi - \varphi_1)] \sin [ka(\varphi - \varphi_1)]}{(1 + \chi \cos \varphi)^n} d\varphi,$$

тогда поскольку

$$\int_{\varphi_1}^{\varphi_2} \sin [sa(\varphi - \varphi_1)] \sin [ka(\varphi - \varphi_1)] d\varphi = \begin{cases} 0, & s \neq k \\ \frac{\varphi_2 - \varphi_1}{2}, & s = k, \end{cases}$$

приняв во внимание выражение (269), сможем написать:

$$\begin{aligned} \frac{\pi}{2a} b_{ks} &= \int_{\varphi_1}^{\varphi_2} \frac{1}{H} \cdot \frac{d^2 H}{d\varphi^2} \sin [sa(\varphi - \varphi_1)] \sin [ka(\varphi - \varphi_1)] d\varphi = \\ &= \begin{cases} 3L_1 - \frac{3}{4}(1 - \chi^2)L_2, & s \neq k \\ 3L_1 - \frac{3}{4}(1 - \chi^2)L_2 - \frac{9}{8}(\varphi_2 - \varphi_1), & s = k. \end{cases} \quad (278) \end{aligned}$$

В частном случае когда

$$b_{ks} = \begin{cases} \frac{3}{4} (-1)^{s-k} \left[\left(3 \frac{1+\alpha^2}{1-\alpha^2} - s \right) (1-\alpha^{2k}) + k(1+\alpha^{2k}) \right] \alpha^{s-k}, & s \neq k \\ \frac{3}{2} \left[\frac{3\alpha^2}{1-\alpha^2} + \left(k - \frac{3}{2} \frac{1+\alpha^2}{1-\alpha^2} \right) \alpha^{2k} \right], & = k \end{cases} \quad (279)$$

где по-прежнему $\alpha = \frac{1 - \sqrt{1 - \chi^2}}{\chi}$. Поскольку согласно общей

формуле (277) для коэффициентов b_{ks} при $k \neq s$ следует, что $b_{ks} = b_{sk}$, то при $s \neq k$ коэффициенты b_{ks} в формуле (279) надо вычислять лишь при $s > k$.

В окончательном виде i -е уравнение системы Галеркина для определения коэффициентов c_{ks} , принадлежащих k -й собственной функции запишется так:

$$c_{ki} (\lambda_k^2 - i^2 a^2 - b_{ii}) - \sum_{s=1}^* c_{ks} b_{ks} = 0. \quad (280)$$

Звездочка при знаке суммы означает, что выпущено слагаемое, содержащее коэффициент c_{ki} .

Из условия отличия от нуля коэффициентов c_{ks} вытекает уравнение для определения собственных значений λ_k в виде равенства нулю определителя системы (280). Вычислив из найденного таким образом векового уравнения все числа λ_k , при фиксированном λ_k из системы (280) с точностью до постоянного множителя R_k найдем коэффициенты $c_{ks} = R_k c'_{ks}$, соответствующие k -й собственной функции. Наконец, для определения множителей R_k воспользуемся условием обращения давления, а следовательно, и функции $\Psi(\varphi, \omega)$ в ноль на торцах подшипника, при $\omega = \pm 1$. Из выражений (265), (267) и (277) при этих условиях получим:

$$H\bar{\Pi}_\infty(\varphi) = \sum_{k=1}^n \sum_{s=1}^n c_{ks} \operatorname{ch} \left(\frac{L}{d} \lambda_s \right) \sin [ka(\varphi - \varphi_1)].$$

Разложение функции $H\bar{\Pi}_\infty(\varphi)$ по синусам в ряд Фурье в промежутке (φ_2, φ_1) имеет вид

$$\sum_{k=1}^n A_k \sin [ka(\varphi - \varphi_1)],$$

где

$$A_k = \frac{2a}{\pi} \int_{\varphi_1}^{\varphi_2} H\bar{\Pi}_\infty \sin [ka(\varphi - \varphi_1)] d\varphi. \quad (281)$$

Поэтому искомые множители R_k найдутся из системы

$$R_1 c'_{1k} \operatorname{ch} \left(\frac{L}{d} \lambda_1 \right) + R_2 c'_{2k} \operatorname{ch} \left(\frac{L}{d} \lambda_2 \right) + \dots + \\ + R_n c'_{nk} \operatorname{ch} \left(\frac{L}{d} \lambda_n \right) = A_k \quad k = 1, 2, \dots, n;$$

в которой величины c'_{sk} уже найдены. В общем случае коэффициенты A_k , определяемые формулой (281), находятся численно. Если же в частности $\varphi_1 = 0$, $\varphi_2 = \pi$, то согласно выражениям (263) и (247) при $\varepsilon = 1$ и формуле (281) имеем:

$$A_k = \frac{2}{\pi} \cdot \frac{3\chi}{2 + \chi^2} \int_0^{\pi} \frac{(2 + \chi \cos \varphi) \sin \varphi}{\sqrt{1 + \chi \cos \varphi}} \sin k\varphi d\varphi.$$

В этом последнем случае A_k нетрудно вычислить с помощью полных эллиптических интегралов $F(\beta)$ и $E(\beta)$ по модулю $\beta^2 = \frac{2\chi}{1 + \chi}$, если обозначив $\Delta x = \sqrt{1 - \beta^2 \sin^2 x}$ и заметив, что

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{dx}{\Delta x} = F(\beta) = Y_0(\beta), \quad \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\sin^2 x}{\Delta x} dx = \frac{F(\beta) - E(\beta)}{\beta^2} = Y_1(\beta)$$

воспользоваться рекуррентной формулой

$$Y_m(\beta) = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\sin^{2m} x}{\Delta x} dx = \frac{1}{2m-1} \cdot \frac{1}{\beta^2} [(2m-2)(1 + \beta^2) Y_{m-1}(\beta) - \\ - (2m-3) Y_{m-2}(\beta)], \quad (m \geq 2).$$

При известных λ_k и c_{ks} можно найти коэффициент нагруженности, пользуясь формулами (272), (262), (265), (267) и (277). Если, в частности, изменением вязкости с давлением можно пренебречь, то пользуясь указанными выражениями, найдем

$$\zeta \cos \Theta = \zeta_{\infty} \cos \Theta_{\infty} - \frac{d}{L} \sum_{k=1}^n \sum_{s=1}^n c_{ks} i_s \frac{\operatorname{sh} \left(\frac{L}{d} \lambda_k \right)}{\lambda_k}; \\ \zeta \sin \Theta = \zeta_{\infty} \sin \Theta_{\infty} - \frac{d}{L} \sum_{k=1}^n \sum_{s=1}^n c_{ks} j_s \frac{\operatorname{sh} \left(\frac{L}{d} \lambda_k \right)}{\lambda_k}, \quad (282)$$

где

$$i_s = \int_{\varphi_1}^{\varphi_2} \frac{\cos \varphi \sin [sa(\varphi - \varphi_1)]}{(1 + \chi \cos \varphi)^{3/2}} d\varphi; \quad (283)$$

$$j_s = \int_{\varphi_1}^{\varphi_2} \frac{\sin \varphi \sin [sa(\varphi - \varphi_1)]}{(1 + \chi \cos \varphi)^{3/2}} d\varphi.$$

В частном случае, когда $\varphi_1=0$, $\varphi_2=\pi$ количества i_s и j_s выражаются через эллиптические интегралы. При известной величине $\zeta \sin \Theta$ коэффициент сопротивления вращению найдем по формуле (274) или (275). Расход смазки в торцы рабочей зоны подшипника найдем, пользуясь формулой (276) и формулами (262) и (265), из которых следует, что

$$\frac{2Q}{Lr_1^2\omega\psi} = \bar{h} - \frac{\bar{h}^3}{3} \cdot \frac{\partial}{\partial \varphi} \left[\bar{\Pi}_{\infty}(\varphi) - \frac{1}{2H} \int_{-1}^{+1} F(\varphi, w) dw \right].$$

Воспользовавшись затем выражениями (179), (267) и (277), получим

$$\frac{2Q}{Lr_1^2\omega\psi} = H + \frac{a}{3} \cdot \frac{d}{L} \sum_{k=1}^n \sum_{s=1}^n \frac{c_{ks}}{\lambda_k} s \left\{ \cos [sa(\varphi - \varphi_1)] H(\varphi) - \frac{\sin [sa(\varphi - \varphi_1)]}{sa} \cdot \frac{dH(\varphi)}{d\varphi} \right\} \operatorname{sh} \left(\frac{L}{d} \lambda_k \right).$$

Поэтому коэффициент торцового расхода смазки через рабочую зону смазочного слоя определится формулой

$$q_T = \frac{1}{12} \cdot \frac{\pi}{\varphi_2 - \varphi_1} \cdot \frac{d}{L} \sum_{k=1}^n \sum_{s=1}^n \frac{c_{ks}}{\lambda_k} s [H(\varphi_1) - (-1)^s H(\varphi_2)] \operatorname{sh} \left(\frac{L}{d} \lambda_k \right), \quad (284)$$

где

$$H(\varphi_1) = (1 - \chi \cos \varphi_1)^{3/2}, \quad H(\varphi_2) = (1 + \chi \cos \varphi_2)^{3/2}.$$

Указанный путь решения уравнения Рейнольдса для подшипника конечной длины является наиболее последовательным и при $n \rightarrow \infty$ дает его точное решение несмотря на применение метода Галеркина к уравнению (268). Сходимость соответствующих приближений к точному решению вытекает из известных теорем, доказанных Келдышем и Михлиным [93]. При вычислениях с точностью, вполне достаточной для практики

можно ограничиться при $\chi < 0,9$ двумя слагаемыми ($n=2$), что вытекает прежде всего из малого отличия при $\chi < 0,9$ функции $НП_{\infty}(\varphi)$ от $\sin[a(\varphi - \varphi_1)]$ и из весьма быстрой сходимости собственных значений (так, например, при $\chi=0,8$ и $n=2$, $\lambda_1=1,2253$, $\lambda_2=2,4267$, а при $n=3$, $\lambda_1=1,2244$, $\lambda_2=2,3269$).

Для частного случая, когда $\varphi_1=0$, $\varphi_2=\pi$, по изложенному методу вычислены коэффициенты нагруженности и коэффициент ξ'_{III} сопротивления вращению на шпале с учетом трения в нерабочей части смазочного слоя, приведенные в табл. 55, в которой при тех же φ_1 и φ_2 приведены для сравнения данные других исследователей, пытавшихся без всяких излишних допущений решать уравнение (171).

Таблица 55

Исследователи		Автор			Баранов		Куцаев			Фогельполь
χ	L/d	0,5	1,0	1,25	0,5	1,0	0,5	1,0	1,5	1,25
	ζ	0,20	0,076	0,243	0,311	0,077	0,237	0,075	0,25	0,40
0,40		0,201	0,539	0,719	0,199	0,564	0,20	0,55	0,875	0,723
0,60		0,443	1,122	1,398	—	—	0,45	1,15	1,70	1,437
0,80		1,478	2,995	3,412	—	—	1,55	3,00	3,85	3,450
ξ'_{III}	0,20	3,224	3,264	3,312	3,06	3,22	3,20	3,25	3,009	—
	0,40	3,368	3,518	3,628	3,44	3,53	3,50	3,55	3,60	—
	0,60	3,886	4,173	4,297	—	—	4,0	4,20	4,35	—
	0,80	5,894	6,022	6,280	—	—	5,55	6,00	6,30	—

Из этой таблицы следует, во-первых, близкое совпадение в данном случае величин, полученных различными методами, а во-вторых, завышенные значения коэффициента нагруженности при $\chi > 0,4$ сравнительно с его величинами, полученными при помощи теорий второй группы (см. [65] табл. 58 и 61).

При расчете подшипника по среднему тепловому балансу завышенные значения ζ приводят к завышенным значениям χ , а следовательно, и h_{\min} . При расчете по средней температуре смазочного слоя, найденной с помощью среднего теплового баланса лучшие результаты сравнительно с данными опыта дают величины ζ и соответствующие им h_{\min} полученные по теориям второй группы. Опираясь на это, при создании основных расчетных таблиц будем исходить из метода последовательных решений, т. е. из наиболее совершенного метода, принадлежащего к теориям второй группы, ограничиваясь первым приближением этого метода. Несмотря на недостаточную строгость теорий второй группы, будем практически основываться на результатах, получаемых этим последним методом, как лучше отвечающих данным опыта.

**25. РАСПРЕДЕЛЕНИЕ ГИДРОДИНАМИЧЕСКОГО ДАВЛЕНИЯ
И НЕСУЩАЯ СПОСОБНОСТЬ СМАЗОЧНОГО СЛОЯ
ПРИ ВРАЩАТЕЛЬНОМ ДВИЖЕНИИ ШИПА**

Разыскивая функцию распределения давления $\bar{\Pi}$ при заранее взятом предположении, что ее можно представить в виде произведения, выражаемого соотношением (261), которым и ограничимся в первом приближении, функцию $D(\varphi)$ приравняем $\bar{\Pi}_\infty(\varphi)$, а $f(\omega)$ возьмем в виде ряда, так что

$$\bar{\Pi} = \bar{\Pi}_\infty \sum_{m=1}^n c_m U_m(\omega). \quad (285)$$

Применяя метод Галеркина для разыскания коэффициентов c_m , каждую из функций $U_m(\omega)$ мы должны рассматривать как координатную, обращающуюся в ноль при $\omega = \pm 1$ в силу обращения в ноль давления на торцах подшипника. Систему Галеркина для определения коэффициентов c_m получим из уравнения (259), положив в нем $V=0$ (чисто вращательное движение шипа), тогда получим

$$\int_{\varphi_1}^{\varphi_2} \int_{-1}^{+1} \left[\frac{\partial}{\partial \varphi} \left(\bar{h}^3 \frac{\partial \bar{\Pi}}{\partial \varphi} \right) + \left(\frac{d}{L} \right)^2 \frac{\partial}{\partial \omega} \left(\bar{h}^3 \frac{\partial \bar{\Pi}}{\partial \omega} \right) \right] \bar{\Pi}_\infty U_i(\omega) d\varphi d\omega =$$

$$= -3\chi \int_{\varphi_1}^{\varphi_2} \int_{-1}^{+1} \bar{\Pi}_\infty \sin \varphi U_i(\omega) d\varphi d\omega.$$

Здесь в подынтегральное выражение вместо функции $\bar{\Pi}$ надо подставить ее значение из выражения (285), кроме того принято во внимание, что $\bar{h} = 1 + \chi \cos \varphi$. Если согласно формуле (179) заметить, что

$$\frac{\partial \bar{\Pi}}{\partial \varphi} = \frac{3}{\bar{h}^3} (\bar{h} - H) \sum_{m=1}^n c_m U_m(\omega)$$

и, следовательно,

$$\int_{\varphi_1}^{\varphi_2} \int_{-1}^{+1} \frac{\partial}{\partial \varphi} \left(\bar{h}^3 \frac{\partial \bar{\Pi}}{\partial \varphi} \right) \bar{\Pi}_\infty U_i(\omega) d\varphi d\omega =$$

$$= -3\chi \int_{\varphi_1}^{\varphi_2} \bar{\Pi}_\infty \sin \varphi d\varphi \sum_{m=1}^n c_m \int_{-1}^{+1} U_m U_i d\omega,$$

а затем принять во внимание, что

$$\int_{\varphi_1}^{\varphi_2} \int_{-1}^{+1} \left(\frac{d}{L}\right)^2 \frac{\partial}{\partial w} \left(\bar{h}^3 \frac{\partial \bar{\Pi}}{\partial w}\right) \bar{\Pi}_\infty U_i(w) d\varphi dw =$$

$$= \left(\frac{d}{L}\right)^2 \int_{\varphi_1}^{\varphi_2} \bar{\Pi}_\infty^2 \bar{h}^3 d\varphi \sum_{m=1}^n c_m \int_{-1}^{+1} \frac{d^2 U_m}{d w^2} U_i d w$$

и при вязкости, не зависящей от давления, учесть известную формулу

$$\zeta_\infty \sin \Theta_\infty = \int_{\varphi_1}^{\varphi_2} \bar{\Pi}_\infty \sin \varphi d\varphi,$$

то введя обозначения

$$G = \frac{1}{3\chi \zeta_\infty \sin \Theta_\infty} \int_{\varphi_1}^{\varphi_2} \bar{\Pi}_\infty^2 \bar{h}^3 d\varphi; \quad (286)$$

$$A_{mi} = \int_{-1}^{+1} U_m U_i d w, \quad B_{mi} = \int_{-1}^{+1} \frac{d^2 U_m}{d w^2} U_i d w, \quad (287)$$

систему Галеркина для определения коэффициентов c_m сможем переписать в виде

$$\sum_{m=1}^n c_m A_{mi} - \left(\frac{d}{L}\right)^2 G \sum_{m=1}^n c_m B_{mi} = \int_{-1}^{+1} U_i(w) d w. \quad (288)$$

Вид коэффициентов c_m будет зависеть от функций, аппроксимирующих распределение давления вдоль оси подшипника, поскольку от них зависят величины коэффициентов A_{mi} , B_{mi}

$$\int_{-1}^{+1} U_i(w) d w.$$

Случай, когда система аппроксимирующих функций образована из полиномов Лежандра $P_{2\kappa}(w)$ четных индексов, так что координатные функции $U_\kappa(w)$ представлены в виде $U_\kappa(w) = P_{2\kappa-2}(w) - P_{2\kappa}(w)$, рассмотрен нами ранее ([65], стр. 75). Если, в частности, в этом случае в системе (288) взять $n = 1$,

то поскольку $P_0 = 1$, $P_2 = \frac{1}{2}(3w^2 - 1)$ получим,

$$U_1(w) = P_0 - P_2 = \frac{3}{2}(1 - w^2),$$

т. е. распределение давления будет параболическим и единственным искомым коэффициентом будет коэффициент c_1 , согласно уравнению (288) и формуле (287), равный в этом случае

$$\frac{1}{c_1} = \frac{6}{5} \left[1 + \frac{5}{2} \left(\frac{d}{L} \right)^2 G \right].$$

Таким образом, мы приходим к результатам теории Шибеля [217], подробно развитой Кодниром [59], [60], [61], также ([65], стр. 77).

Аппроксимирование осевого распределения давления полиномами Чебышева первого или второго родов привело бы к исходным результатам, только вычисление коэффициентов A_{mi} и B_{mi} стало бы более сложным.

Наиболее удобной является аппроксимация осевого распределения давления тригонометрическим полиномом при координатных функциях вида:

$$U_k(\omega) = \cos \left(\frac{2k-1}{2} \pi \omega \right),$$

что дает

$$A_{mi} = \int_{-1}^{+1} \cos \left(\frac{2m-1}{2} \pi \omega \right) \cos \left(\frac{2i-1}{2} \pi \omega \right) d\omega = \begin{cases} 0, & \text{при } i \neq m, \\ 1, & \text{при } i = m, \end{cases}$$

$$B_{mi} = -\frac{(2m-1)^2}{4} \pi^2 \int_{-1}^{+1} \cos \left(\frac{2m-1}{2} \pi \omega \right) \cos \left(\frac{2i-1}{2} \pi \omega \right) d\omega =$$

$$= \begin{cases} 0, & \text{при } i \neq m, \\ -\frac{(2m-1)^2}{4} \pi^2, & \text{при } i = m, \end{cases}$$

$$\int_{-1}^{+1} U_i d\omega = \int_{-1}^{+1} \cos \left(\frac{2i-1}{2} \pi \omega \right) d\omega = \frac{(-1)^{i+1}}{2i-1} \cdot \frac{4}{\pi}.$$

Поэтому из системы (288) будет следовать, что

$$\frac{1}{c_m} = (-1)^{m+1} \pi \frac{2m-1}{4} \left[1 + \frac{(2m-1)^2}{4} \pi^2 \left(\frac{d}{L} \right)^2 G \right]. \quad (289)$$

Аппроксимация тригонометрическим полиномом весьма удобна тем, что каждое уравнение системы (288) определяет соответствующий искомый коэффициент c_m независимо от остальных уравнений и притом с полной определенностью для всех m . Поэтому в выражении (285) конечную сумму можно заменить бесконечным рядом ($n \rightarrow \infty$), который будет представлять собой тригонометрический ряд для распределения

осевого давления. Первый член этого ряда соответствует решению, предлагаемому Гюмбелем — Хановичем. Однако соответствующий коэффициент c_1 Ханович разыскивает не из условия наилучшего возможного удовлетворения основному уравнению, а из баланса расхода смазочной жидкости, что при условии несжимаемости жидкости представляет условие не динамическое, а кинематическое (или, вернее, геометрическое). Поэтому величина, обозначаемая нами через G , принимает у него дру-

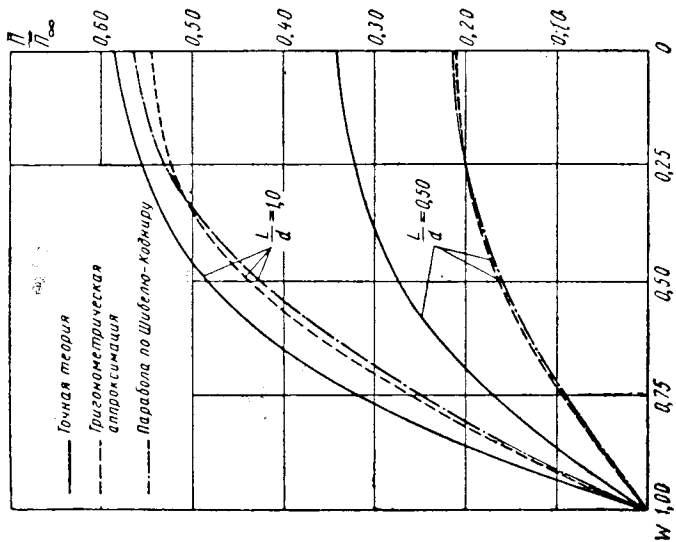
гое значение, будучи пропорциональной $\int_{\varphi_1}^{\varphi_2} \bar{P}_\infty \bar{h}^3 d\varphi$.

Определением коэффициентов c_m в выражении (285) задачу можно считать решенной. Результаты, выражаемые формулой (289), совпадают, как и следовало ожидать, с результатами Фогельполя [230]. При вращательном движении шипа необходимые величины коэффициента G при разных χ для половинного подшипника, взятые нами по данным Коднира и Фогельполя, для 120°-ного подшипника по данным Зоммера и для полного подшипника и при обрыве слоя в минимальном зазоре, вычисленные автором, представлены в табл. 56. Для примера на фиг. 46 и фиг. 47 показаны осевые распределения давлений при тригонометрической и параболической аппроксимациях в сечениях, где давление достигает максимума ($\frac{dp}{d\varphi} = 0$) при $\chi=0,8$ и $\chi=0,95$. В первом случае показано также осевое распределение давления по точной теории, изложенной в предыдущем параграфе.

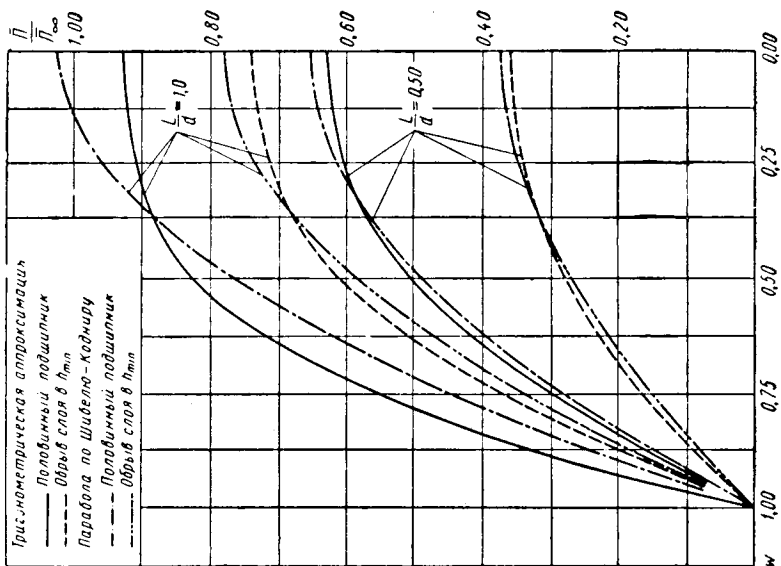
Таблица 56

χ	Полный подшипник	Половинный подшипник	120°-й подшипник	Обрыв слоя в h_{\min}	χ	Полный подшипник	Половинный подшипник	120°-й подшипник	Обрыв слоя в h_{\min}
0,00	—	—	—	1	0,75	0,5284	0,2789	0,1672	0,5425
0,10	—	—	—	0,9911	0,80	0,4581	0,2337	0,1420	0,4829
0,20	—	0,8962	—	0,9642	0,85	0,3764	0,1872	0,1157	0,4179
0,30	1,3748	0,7143	0,3328	0,9190	0,90	0,2973	0,1445	0,0920	0,3408
0,40	1,1642	0,6069	0,3086	0,8580	0,925	0,2502	0,1192	0,0784	0,2960
0,50	0,9273	0,5083	0,2794	0,7826	0,950	0,1980	0,0936	0,0620	0,2398
0,60	0,7529	0,4148	0,2395	0,6971	0,975	0,1406	0,0617	0,0361	0,1740
0,65	0,6775	0,3707	0,2154	0,6334	0,990	0,0827	0,0372	0,0155	0,1125
0,70	0,6028	0,3237	0,1910	0,5971	1,000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000

Из приведенных примеров, во-первых, видно, что точная теория дает более полную эпюру распределения давлений, а, во-вторых, видны влияние протяженности и расположения границ смазочного слоя на осевое распределение давления.



Фиг. 46. Эпюры распределения относительного давления вдоль оси в подшипнике конечной длины при $\chi = 0,80$



Фиг. 47. Эпюры распределения относительного давления вдоль оси в подшипнике конечной длины при $\chi = 0,95$

В случае, когда слой обрывается за h_{\min} при половинном подшипнике, то, несмотря на его почти вдвое меньшую протяженность, давление все же больше, чем в случае, когда бы слой обрывался в h_{\min} . Кроме того, на величину максимума и полноту эпюры давлений влияет и точность аппроксимации, хотя незначительно. Так, например, при полиномиальной аппроксимации поправки к c_1 при $\frac{L}{d} = 0,5$ составляют 0,6%, а при

$\frac{L}{d} = 1$ — около 2,7%. Отсюда ясно, почему метод Шибеля — Коднира дает достаточную точность при определении несущей способности и трения, но не количества смазочной жидкости, вытекающей в торцы. Наилучшую аппроксимацию дает тригонометрическое представление, позволяющее использовать любую степень точности с достаточно быстрой сходимостью ряда коэффициентов. При $\frac{L}{d} < 1,0$ ряд коэффициентов сходится не медленнее, чем $\frac{1}{n^3}$.

При известном распределении давления легко найти величину коэффициента нагруженности ζ , необходимого для практических расчетов подшипников конечной длины, для получения которых все предыдущие рассуждения служили лишь подготовительным этапом.

Здесь и в дальнейшем рассматриваем случай, когда влиянием давления на изменение вязкости можно пренебречь. При этом под величиной \bar{p} в выражении (285) понимаем приведенное давление $\bar{p} = \frac{P\psi^2}{2\mu_0\omega}$. В этом случае из формулы (272), принимая во внимание выражение (285), получаем

$$\zeta = \frac{1}{2} \zeta_{\infty} \sum_{m=1}^n c_m \int_{-1}^{+1} U_m(\omega) d\omega.$$

Те же формулы показывают, что $\Theta = \Theta_{\infty}$. В последнем выражении ζ_{∞} есть коэффициент нагруженности неограниченно протяженного подшипника, поэтому относительный коэффициент нагруженности k_1 , определяемый отношением ζ к ζ_{∞} , будет равен:

$$k_1 = \frac{1}{2} \sum_{m=1}^n c_m \int_{-1}^{+1} U_m(\omega) d\omega. \quad (290)$$

Величина k_1 будет зависеть от рода приближающих функций и степени приближения.

При приближении полиномами Лежандра

$$\int_{-1}^{+1} U_m(\omega) d\omega = \begin{cases} 2, & \text{при } m = 1 \\ 0, & \text{при } m > 1 \end{cases},$$

поэтому

$$k_1 = c_1,$$

где c_1 — коэффициент при первой координатной функции, которая в теории Шибеля — Коднира является единственной.

Коэффициент торцевой утечки таков, что при $\frac{L}{d} \rightarrow \infty$, $k_1 = 1$, а при $\frac{L}{d} \rightarrow 0$, $k_1 = 0$. Этот предельный переход в теории Шибеля — Коднира сохраняется лишь при $\frac{L}{d} \rightarrow 0$. При неограниченном же возрастании длины подшипника $c_1 = \frac{5}{6}$, т. е. в пределе получаемая в этой теории погрешность составляет 16,7%. При обычно употребляемых длинах шипа ($\frac{L}{d} < 1,5$) занижение несущей способности получается не свыше 10%.

Лучшие результаты для c_1 ([65], стр. 77) дает аппроксимация двумя координатными функциями. В этом случае предельное соотношение при $\frac{L}{d} \rightarrow 0$ сохраняется точно, а при $\frac{L}{d} \rightarrow \infty$ коэффициент c_1 равен $\frac{14}{15}$, т. е. предельная погрешность составляет уже 6,67%, а занижение несущей способности при $\frac{L}{d} < 1,5$, не будет превосходить 5%. При трех координатных функциях получаются практически удовлетворительные результаты.

При тригонометрическом приближении

$$\int_{-1}^{+1} U_m(\omega) d\omega = \frac{4}{\pi} \cdot \frac{(-1)^{m+1}}{2m-1},$$

поэтому

$$k_1 = \frac{2}{\pi} \sum_{m=1}^n \frac{(-1)^{m+1}}{2m-1} c_m$$

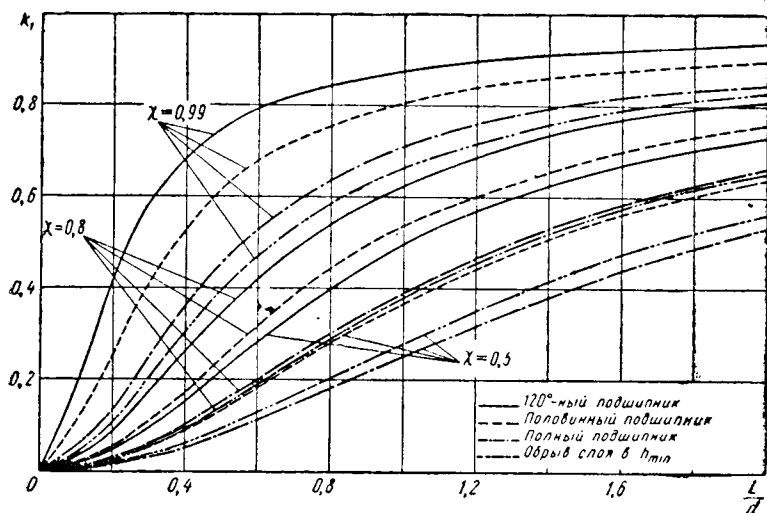
или

$$k_1 = \frac{8}{\pi^2} \sum_{m=1}^{\infty} \frac{1}{(2m-1)^2} \left[1 + \frac{(2m-1)^2 \pi^2}{4} \left(\frac{d}{L} \right)^2 G \right]^{-1}. \quad (291)$$

При $\frac{L}{d} \rightarrow \infty$ эта формула переходит в

$$k_1 = \frac{8}{\pi^2} \sum_{m=1}^{\infty} \frac{1}{(2m-1)^2}.$$

Написанная сумма равна $\frac{\pi^2}{8}$, т. е. при тригонометрическом приближении предельный переход сохраняется и при $\frac{L}{d} \rightarrow 0$ и при $\frac{L}{d} \rightarrow \infty$, т. е. вычисляя достаточное число коэффициентов c_m , можно достигнуть любой степени точности.



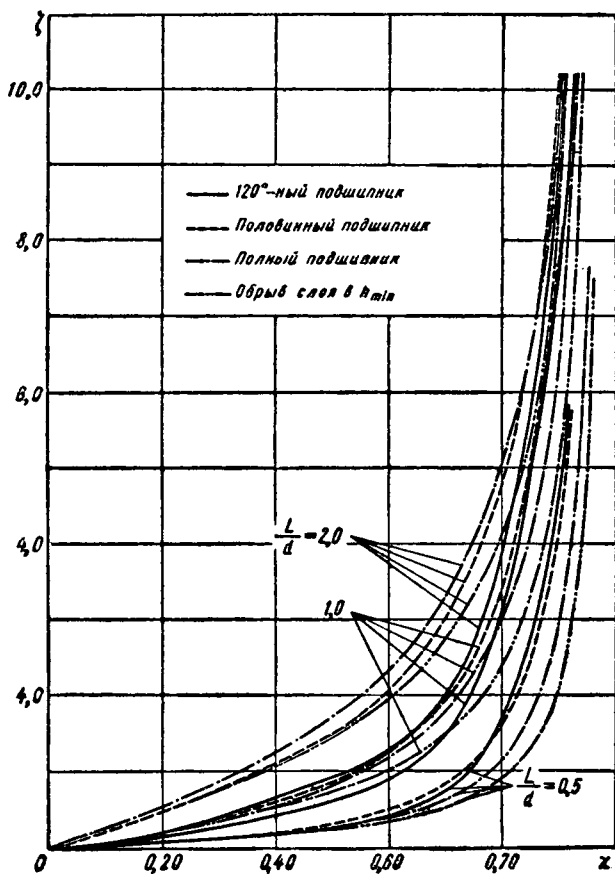
Фиг. 48. Изменение коэффициента относительной нагруженности с изменением отношения длины подшипника к его диаметру

Величины относительного коэффициента нагруженности k_1 при разных χ для различных отношений $\frac{L}{d}$ дают основной расчетный материал при отыскании коэффициента нагруженности. Значения коэффициента нагруженности при различных $\frac{L}{d}$ и χ для полного, половинного и 120°-ного подшипников даны в приложении I.

На фиг. 48 и 49 показан ход кривых ζ и k_1 . Общие выводы, которые можно сделать, сводятся к следующему:

1. Несущая способность подшипника конечной длины быстрее изменяется при меньших $\frac{L}{d}$ и особенно заметно до

$\frac{L}{d} \leq 1,5$. При $\frac{L}{d} > 1,5$ рост ζ замедляется настолько, что практически не имеет смысла брать $L > 1,5d$, так как ошибки изготовления и монтажа будут сказываться в большей степени, чем увеличение несущей способности.



Фиг. 49. Зависимость коэффициента нагруженности от относительного эксцентриситета при различных отношениях длины подшипника к его диаметру

2. Коэффициент торцевой утечки k_1 зависит не только от $\frac{L}{d}$, но в такой же мере и от χ . Однако с уменьшением χ при постоянном $\frac{L}{d}$ коэффициент k_1 изменяется медленнее. Особенно мало изменяется коэффициент k_1 при $\frac{L}{d} < 0,5$, и при $\chi < 0,8$. При $\chi > 0,8$ изменение k_1 с χ особенно резко проявляется при

$\frac{L}{d} < 1,0$. Таким образом, торцовая утечка больше всего отражается на несущей способности в пределах практически употребляемых величин $\frac{L}{d}$.

3. Если смазочный слой обрывается за минимальным зазором в точке, где $\frac{dp}{d\varphi} = 0$, то протяженность смазочного слоя незначительно сказывается на несущей способности подшипника конечной длины, поскольку с увеличением протяженности слоя возрастает и торцовая утечка. Гораздо большее влияние оказывает место обрыва смазочного слоя, как это можно видеть, сравнивая несущую способность и коэффициент k_1 полного подшипника и шипа, наполовину охватываемого смазочным слоем, с обрывом его в минимальном зазоре.

4. Сравнение величин ξ и k_1 по точной и приближенной теориям показывает их меньшие значения во втором случае, что вытекает из принятого приближенного метода разыскания гидродинамических давлений в смазочном слое. Однако ξ и k_1 , полученные приближенным методом, лучше согласуются с данными опыта, что позволяет их расчетные значения брать по приводимым нами таблицам.

26. ТРЕНИЕ ПРИ ВРАЩАТЕЛЬНОМ ДВИЖЕНИИ ШИПА В ПОДШИПНИКЕ И КОЛИЧЕСТВО СМАЗКИ, ВЫТЕКАЮЩЕЙ В ТОРЦЫ ИЗ РАБОЧЕЙ ЧАСТИ СМАЗОЧНОГО СЛОЯ

Оцениваемое коэффициентом сопротивления вращению ξ или эквивалентной ему величиной $\frac{f}{\psi}$ отношения условного коэффициента трения k относительно зазору трение в смазочном слое легко определить, пользуясь формулами (274) и (275). Принимая во внимание, что $\zeta = k_1 \zeta_\infty$ и $\Theta = \Theta_\infty$ если p взято в виде (285), при учете трения от сдвига слоев смазки лишь в рабочей части смазочного слоя, согласно формуле (274), найдем:

$$\xi = \frac{1}{2} \frac{\eta_2 - \eta_1}{\sqrt{1 - \chi^2}} \pm \frac{\chi}{2} k_1 \zeta_\infty \sin \Theta_\infty. \quad (292)$$

Если же считать, что трение происходит во всем зазоре, то из формулы (275) получим

$$\xi f = \frac{\pi}{\sqrt{1 - \chi^2}} \pm \frac{\chi}{2} k_1 \zeta_\infty \sin \Theta_\infty. \quad (293)$$

Верхний знак в этих выражениях относится к шипу, а нижний к подшипнику.

Сравнивая формулу (292) с формулой (203) или выражение (293) с выражением (219) непосредственно видим, что у подшипника конечной длины трение на шипе меньше, а трение на подшипнике больше, чем у подшипника без торцевой утечки (поскольку $k_1 \geq 1$).

Сравнивая между собой выражения (292) и (203), получим

$$k_1 = \frac{\xi - \frac{1}{2} \cdot \frac{\tau_2 - \tau_1}{\sqrt{1 - \chi^2}}}{\xi_\infty - \frac{1}{2} \frac{\tau_2 - \tau_1}{\sqrt{1 - \chi^2}}}$$

Если теперь величину $\frac{1}{2} \cdot \frac{\tau_2 - \tau_1}{\sqrt{1 - \chi^2}} \cdot \frac{1}{\xi_\infty}$ обозначить через T , то относительный коэффициент сопротивления вращению k_2 [см. формулу (256)] легко найти из выражения¹

$$k_2 = k_1 + T(1 - k_1). \quad (294)$$

Поскольку $k_1 \leq 1$ и $T < 1$, то хотя k_2 также всегда меньше единицы, но вместе с тем $k_2 \geq k_1$ (будучи равным k_1 при $\frac{L}{d} \rightarrow \infty$).

Величины коэффициента k_2 при трении на шипе для разных χ и отношений длины подшипника к его диаметру при взятых нами протяженности и расположении смазочного слоя наравне с коэффициентом k_1 дают основу для расчета смазочного слоя, так как по величине трения находится количество выделяющегося тепла, а по нему — средняя вязкость масла. Значения коэффициентов сопротивления вращению на шипе с учетом трения в нерабочей части слоя при различных $\frac{L}{d}$ и χ для полного, половинного и 120°-ного подшипников дан в приложении II.

Изменения коэффициентов k'_{2III} и ξ'_{III} с изменением $\frac{L}{d}$ при некоторых χ представлены на фиг. 50 и 51.

Часто вместо коэффициента сопротивления вращению пользуются эквивалентной ему величиной — коэффициентом трения f , служащим для подсчета количества тепла трения в смазочном слое. Вычисление коэффициента трения подшипника конечной длины не представляет никакого труда при известной его величине f_∞ для подшипника неограниченно протяженного

¹ Эта формула имеет место, $\bar{\Pi}$ выражается в виде произведения двух функций согласно выражению (285).

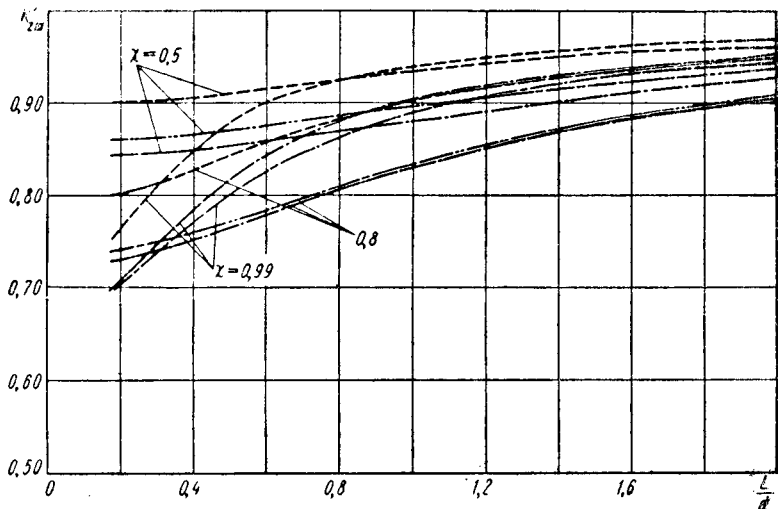
при том же χ . Действительно, согласно формулам (82) и (256) имеем

$$\frac{f}{\psi} = \frac{k_2}{k_1} \cdot \frac{f_\infty}{\psi} \quad (295)$$

или, принимая во внимание выражение (294)

$$\frac{f}{f_\infty} = 1 - T \left(\frac{1}{k_1} - 1 \right). \quad (296)$$

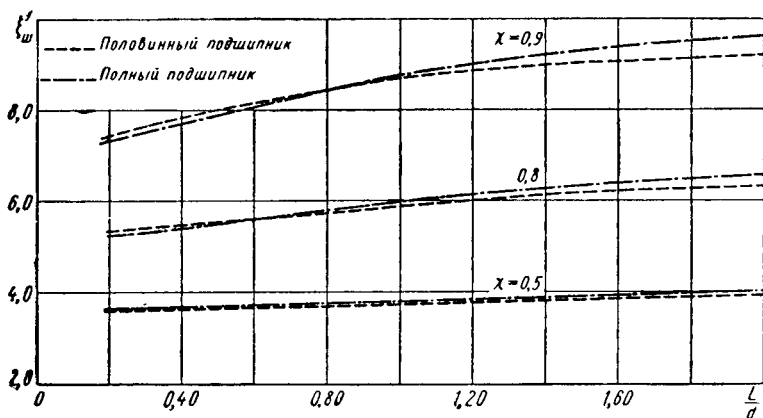
Так как $k_2 \gg k_1$, то коэффициент трения подшипника конечной длины всегда больше коэффициента трения подшипника



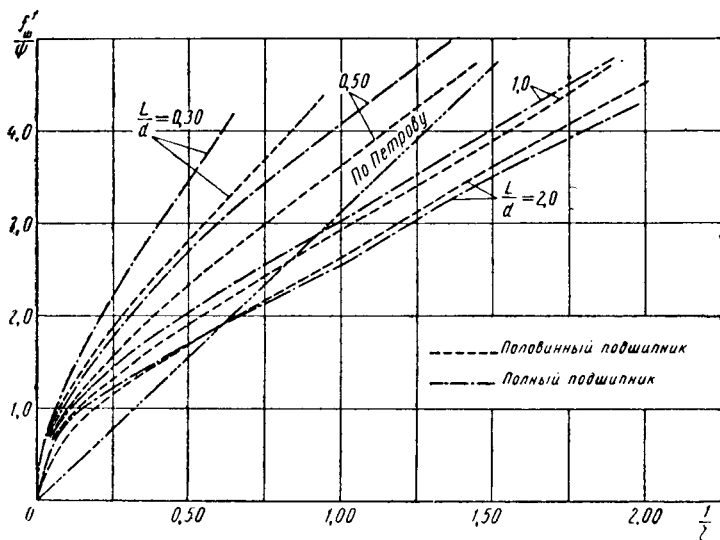
Фиг. 50. Зависимость относительного коэффициента сопротивления шипа вращению с учетом трения для рабочей части слоя от отношения длины подшипника к его диаметру при различных относительных эксцентриситетах

неограниченно протяженного. Это является следствием того, что хотя при укорочении длины подшипника уменьшаются как трение на шипе, так и несущая способность, но падение несущей способности происходит гораздо быстрее уменьшения трения. Особенно это относится к высоким и средним положениям шипа, когда почти все трение происходит за счет сдвига слоев, и следовательно, мало зависит от длины подшипника, а несущая способность вследствие усиления торцового истечения с уменьшением длины подшипника падает весьма быстро.

На фиг. 52 показано как меняется $\frac{f_{III}}{\psi}$ с изменением $\frac{1}{\zeta}$ для некоторых отношений $\frac{L}{d}$.



Фиг. 51. Зависимость коэффициента сопротивления шипа вращению с учетом трения в нерабочей части слоя от относительного эксцентриситета при различных отношениях длины подшипника к его диаметру



Фиг. 52. Зависимость коэффициента трения на шипе с учетом трения в нерабочей части слоя от обратной величины нагруженности при различных отношениях длины подшипника к его диаметру

Чтобы иметь полный комплекс величин, необходимых для расчета подшипников, определим еще количество смазки, вытекающей из торцов. Когда функция распределения давления $\bar{\Pi}$ представлена выражением (285), то учтя формулу (290) для количества смазки, вытекающей из торцов, из выражения (276) получим:

$$\frac{2Q}{Lr_1^2\omega\psi} = \bar{h} - \frac{k_1}{3} \bar{h}^3 \frac{d\bar{\Pi}_\infty}{d\varphi},$$

отсюда, принимая во внимание уравнение (179), имеем

$$\frac{2Q}{Lr_1^2\omega\psi} = (1 - k_1) \bar{h} + k_1 H. \quad (297)$$

Однако это выражение справедливо лишь в случае, когда распределение давления берется в виде (285). Выражение же (276) справедливо во всех случаях.

Количество смазки Q_1 , вытекающей из торцов, равно разности количеств, выражаемых формулой (297), при $\varphi = \varphi_1$ и $\varphi = \varphi_2$, поэтому коэффициент расхода смазки q_T выразится формулой

$$q_T = \frac{1}{4} [(1 - k_1)(\bar{h}_1 - \bar{h}_2) + k_1(H - \bar{h}_2)]. \quad (298)$$

Если, в частности, смазочный слой обрывается за минимальным зазором в точке, где $\frac{dn}{d\varphi} = 0$, то в этом случае $\bar{h}_2 = H$ и тогда

$$q_T = \frac{\chi}{4} (1 - k_1)(\cos \varphi_1 - \cos \varphi_2). \quad (299)$$

В случае же, когда смазочный слой наполовину охватывает шип, обрываясь в минимальном зазоре, то $\bar{h}_1 = 1 + \chi$, $\bar{h}_2 = 1 - \chi$, а это дает

$$q_T = \frac{\chi}{2} \left[1 - \frac{k_1}{2} \frac{(1 + \chi)(2 + \chi)}{2 + \chi^2} \right], \quad (300)$$

если заметить, что $H = 1 + \chi \cos \varphi_m$ и взять $\cos \varphi_m$ по формуле (214).

Анализируя полученные результаты, мы прежде всего должны отметить, что количество смазочной жидкости, протекающей через поперечное сечение смазочной щели, не зависит, как это следует из уравнения (276), от вязкости и тем более от зависимости вязкости от давления. Последнее становится совершенно ясным, если принять во внимание, что давление в торцовых сечениях равно нулю и, следовательно, вязкость в

сечениях, расход через которые подсчитывается, равна вязкости при атмосферном давлении. Поэтому формула (298) справедлива как при $\mu = \text{const}$, так и при вязкости, зависящей от давления.

Можно еще отметить, что в пределе при $\frac{L}{d} \rightarrow \infty$, когда $k_1 \rightarrow 1$, по формуле (299) расход смазки из торцов получается равным нулю при всех χ . Формула же (300) этого предельного соотношения не сохраняет и при $k_1 = 1$ дает расход смазки из торцов, равный нулю лишь при $\chi = 0$ и $\chi = 1$, достигая максимума, равного 0,0445, при $\chi = 0,38$. Из этого нельзя сделать вывод, что смазочный слой обязательно должен обрываться за минимальным зазором в точке, где $\frac{dp}{d\varphi} = 0$, поскольку формула (298) получена в предположении распределения давления согласно выражению (285), что в действительности является лишь достаточно удачным предположением, а не закономерностью. Поэтому при $\frac{L}{d} < 1,5$ и $\chi > 0,5$ пользование формулой (300) столь же законно, как и пользование формулой (299) при тех же φ_1 и φ_2 , для которых они получены.

Величины коэффициента расхода q_T для различных χ и $\frac{L}{d}$, при взятых нами углах охвата и протяженностях смазочного слоя даны в приложении III. На фиг. 53 показаны некоторые кривые, построенные по данным этих таблиц. Наличие максимума у кривых $q_T = q_T(\chi)$, который с уменьшением $\frac{L}{d}$ сдвигается несколько вправо, объясняется противоположным влиянием градиента давления и проходного сечения при торцовом вытекании смазки. Для ветвей этих кривых, лежащих слева от максимума, возрастание градиента давления с понижением шипа в подшипнике превалирует над влиянием уменьшения зазора, тормозящим истечение. Для ветвей, лежащих вправо от максимума, концентрация давления возле минимального зазора приводит к тому, что активное (по градиенту давления) проходное сечение для вытекающей из торцов смазки уменьшается значительно быстрее (как h^3), чем возрастает градиент давления (как $\frac{1}{h}$).

Количество смазки Q_{II} , поступающее в нагруженную часть слоя и необходимое для создания слоя расчетной протяженности, является величиной, весьма часто требующейся для анализа работы подшипника, особенно при учете влияния различного рода канавок. Соответствующий коэффициент расхода

$$q_{II} = \frac{Q_{II}}{L d r_1 \omega \psi}$$

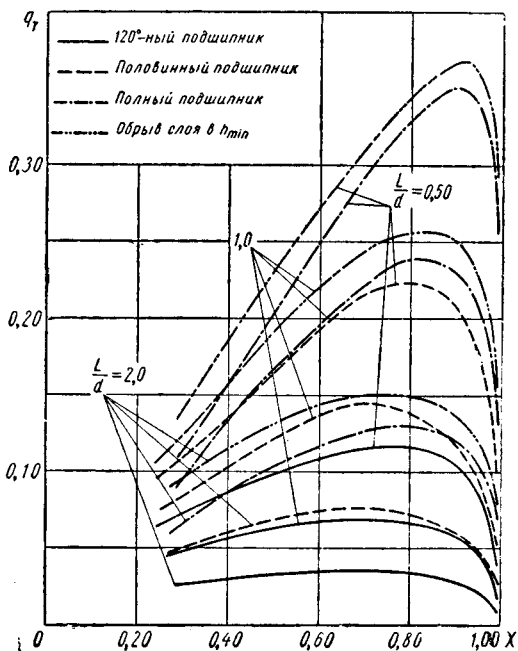
легко получить при помощи соотношения (297), из которого при $\varphi = \varphi_1$ будет следовать, что

$$\frac{2Q_{II}}{Lr_1^2\omega\psi} = \bar{h}_1 - k_1(\bar{h}_1 - H)$$

или

$$q_{II} = \frac{1 - k_1}{4} (\bar{h}_1 - H) + \frac{H}{4}. \quad (301)$$

Если смазочный слой обрывается за минимальным зазором



Фиг. 53. Зависимость коэффициента торцового расхода смазки из нагруженной части слоя от относительного эксцентриситета при различных отношениях длины подшипника к его диаметру

в точке, где $\frac{dp}{d\varphi} = 0$, то $H = \bar{h}_2$; тогда, приняв во внимание выражение (299) сможем написать

$$q_{II} = q_T + \frac{H}{4}. \quad (302)$$

Если же смазочный слой обрывается в минимальном зазоре, наполовину охватывая шип, и если принять во внимание, что выражение (298) можно записать в виде

$$q_T = \frac{1}{4} [(1 - k_1)(\bar{h}_1 - H) + H - \bar{h}_2],$$

то коэффициент расхода q_{II} проще всего найти по формуле

$$q_{II} = q_T + \frac{1 - \chi}{4}. \quad (303)$$

В пределе, при неограниченном увеличении длины подшипника ($k_1 \rightarrow 1$) из выражения (301) следует, что

$$q_{II} = \frac{H}{4} = \frac{\epsilon}{2},$$

т. е. коэффициент расхода равен половине коэффициента ϵ , как это и следует из определения величины ϵ , данного в § 4.

В случае справедливости формулы (302) величины q_{II} очень просто подсчитываются при помощи данных табл. 75, 78, 81 и 36.

Тепло, образующееся в смазочном слое, отводится, в основном, смазкой, вытекающей из подшипника, и частично через стенки подшипника и вал, причем главная часть тепла уносится жидкостью, протекающей через нерабочую часть зазора под действием давления подачи.

К сожалению, количество смазки, вытекающей из ненагруженной части слоя, можно оценить только грубо приближенно главным образом по той причине, что очень трудно учесть в целом влияние различного рода канавок, лысок, расположения отверстий на шипе или во вкладыше и т. п. Поэтому в каждом конкретном случае влияние указанных факторов необходимо учитывать отдельно.

Для некоторых частных случаев это будет сделано в главе, посвященной расчету подшипников.

27. ПОСТУПАТЕЛЬНОЕ ДВИЖЕНИЕ ШИПА В ПОДШИПНИКЕ ВДОЛЬ ЛИНИИ ЦЕНТРОВ

Распределение давления и сопротивление движению шипа вдоль линии центров для шипа конечной длины можно найти с помощью общего метода, развитого в § 24 настоящей главы, но соответствующие расчетные таблицы мы будем строить на основе метода, примененного в § 25.

Для данного случая уравнение (259) распределения давлений, в котором, однако, безразмерная функция распределения давления $\bar{\Pi}$ и приведенное давление \bar{p} будут определяться по второй из формул (229) и формуле (228) переписется следующим образом:

$$\frac{\partial}{\partial \varphi} \left(\bar{h}^3 \frac{\partial \bar{\Pi}}{\partial \varphi} \right) + \left(\frac{d}{L} \right)^2 \frac{\partial}{\partial \omega} \left(\bar{h}^3 \frac{\partial \bar{\Pi}}{\partial \omega} \right) = \pm 2 \cos \varphi. \quad (304)$$

Знак плюс берется, если эксцентриситет e (а значит и χ) увеличивается, а минус, если e (или χ) уменьшается, принимая во внимание, что при чисто поступательном движении шипа вдоль линии центров $U=r \cdot \omega=0$ и скорость V , входящая в уравнение (259), равна $V \cos \varphi$, где V_0 — скорость движения вдоль линии центров.

Если по-прежнему функцию $\bar{\Pi}$ для подшипника конечной длины брать в виде суммы (285), то как и ранее систему Галеркина для определения коэффициентов c_m запишем в виде

$$\int_{\varphi_1}^{\varphi_2} \int_{-1}^{+1} \left[\frac{\partial}{\partial \varphi} \left(\bar{h}^3 \frac{\partial \bar{\Pi}}{\partial \varphi} \right) + \left(\frac{d}{L} \right)^2 \frac{\partial}{\partial \omega} \left(\bar{h}^3 \frac{\partial \bar{\Pi}}{\partial \omega} \right) \right] \bar{\Pi}_\infty \times \\ \times U_i(\omega) d\varphi d\omega = \pm 2 \int_{\varphi_1}^{\varphi_2} \int_{-1}^{+1} \bar{\Pi}_\infty \cos \varphi U_i(\omega) d\varphi d\omega.$$

Согласно формуле (233 а)

$$\frac{\partial \bar{\Pi}_\infty}{\partial \varphi} \bar{h}^3 = 2 \sin \varphi,$$

поэтому

$$\frac{\partial \bar{\Pi}}{\partial \varphi} \bar{h}^3 = \pm 2 \sin \varphi \sum_{m=1}^n c_m U_m(\omega).$$

Кроме того

$$\left(\frac{d}{L} \right)^2 \frac{\partial}{\partial \omega} \left(\bar{h}^3 \frac{\partial \bar{\Pi}}{\partial \omega} \right) \bar{\Pi}_\infty U_i(\omega) = \\ = \left(\frac{d}{L} \right)^2 \bar{\Pi}_\infty \bar{h}^3 \sum_{m=1}^n c_m \frac{d^2 U_m}{d\omega^2} U_i.$$

Если, кроме того, заметить, что при вязкости, не зависящей от давления

$$\vartheta_\infty = \int_{\varphi_1}^{\varphi_2} \bar{\Pi}_\infty \cos \varphi d\varphi,$$

то в окончательном виде система Галеркина, аналогично системе (288) запишется так

$$\sum_{m=1}^n c_m A_{mi} + \left(\frac{d}{L} \right)^2 G_{\Pi} \sum_{m=1}^n c_m B_{mi} = \int_{-1}^{+1} U_i(\omega) d\omega, \quad (305)$$

где коэффициенты A_{mi} и B_{mi} имеют прежние значения, определяемые по формулам (287), а количество G_{II} равно:

$$G_{II} = \frac{1}{2\theta_{\infty}} \int_{\varphi_1}^{\varphi_2} \bar{\Pi}_{\infty}^2 \bar{h}^3 d\varphi. \quad (306)$$

Как видим, при поступательном движении шипа в подшипнике все вычисления и вид системы Галеркина совершенно такие же, как и в предыдущем случае, за исключением того, что вместо величины G по формуле (286) надо пользоваться величиной G_{II} по формуле (306). Поэтому при тригонометрическом приближении коэффициенты находятся по формуле (289), в которых G надо заменять на G_{II} .

Величины G_{II} при разных χ для случая обрыва смазочного слоя в точках, положение которых определено по данным табл. 48, и для случая смазочного слоя, наполовину охватывающего шип, даны в табл. 57.

Таблица 57

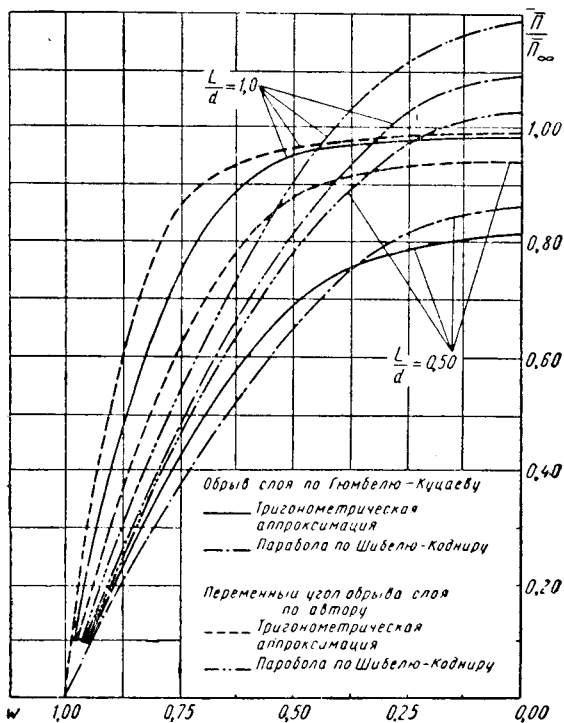
χ	Обрыв слоя			χ	Обрыв слоя		
	по переменному углу	на прямой, перпендикулярной линии центров	120°-ный подшипник		по переменному углу	на прямой, перпендикулярной линии центров	120°-ный подшипник
0	1	1	0,4408	0,75	0,1374	0,2097	0,1580
0,1	0,8715	0,8735	0,4144	0,80	0,0972	0,1676	0,1311
0,2	0,7134	0,7575	0,3841	0,85	0,0676	0,1222	0,1026
0,3	0,5985	0,6474	0,3502	0,9	0,0433	0,0846	0,0722
0,4	0,4856	0,5457	0,3141	0,925	0,0321	0,0644	0,0560
0,5	0,3762	0,4386	0,2744	0,95	0,0206	0,0441	0,0390
0,6	0,2739	0,3436	0,2319	0,975	0,0108	0,0244	0,0208
0,65	0,2293	0,2979	0,2079	0,99	0,0027	0,0095	0,0089
0,70	0,1662	0,2537	0,1836	0,00	0,0000	0,0000	0,0000

Для примера на фиг. 54 показано осевое распределение давлений при поступательном движении шипа в подшипнике при $\chi=0,95$, $\frac{L}{d}=0,5$ и $\frac{L}{d}=1,0$ с обрывом смазочного слоя

согласно первым двум указанным выше случаям. Из этих фигур непосредственно видна грубость параболического приближения и меньшие значения давлений при обрыве слоя по Гюмбелю, что объясняется большей торцовой утечкой (вследствие большей предположенной области положительных давлений).

Таким образом, при поступательном движении шипа в подшипнике кривая осевого распределения давления в значительно большей степени отклоняется от параболы, чем при враща-

тельном движении шипа. Иначе говоря, при поступательном движении шипа непосредственное влияние торцевой утечки в большей степени сказывается в областях смазочного слоя, прилегающих непосредственно к торцам, в то время как при вращательном движении шипа значительное влияние торцевой утечки ощущается и в центральном сечении подшипника.



Фиг. 54. Эпюра распределения относительного давления вдоль оси при поступательном движении шипа в подшипнике при $\chi=0,95$

Сила сопротивления P_{Π} движению шипа вдоль линии центров найдется из очевидного выражения

$$P_{\Pi} = r_1 \int_{\varphi_1}^{\varphi_2} \int_{-1}^{+1} p \cos \varphi d\varphi dz,$$

из которого будет следовать, что поскольку коэффициент сопротивления поступательному движению для подшипника конечной длины связан с силой P_{Π} соотношением

$$\vartheta = \frac{P_{\Pi} \psi^3}{6\mu_0 L V \vartheta}, \quad (307)$$

то для него имеем общую формулу

$$\vartheta = \frac{1}{2} \int_{\varphi_1}^{\varphi_2} \int_{-1}^{+1} \frac{1}{\rho} \cos \varphi \, d\varphi \, d\omega, \quad (308)$$

из которой следует, что при вязкости, не зависящей от давления аналогично формуле для коэффициента нагруженности

$$\vartheta = \frac{\vartheta_{\infty}}{2} \sum_{m=1}^n c_m \int_1^{+1} U_m(\omega) \, d\omega.$$

Тогда для относительного коэффициента $k_{1n} = \frac{\vartheta}{\vartheta_{\infty}}$ сопротивления поступательному движению будут справедливы формулы (290) и (291) с заменой в них величины G на G_n по формуле (306). Все прочие выводы совершенно аналогичны.

Величины k_{1n} , найденные указанным образом, для некоторых χ и $\frac{L}{d}$ даны в табл. 58.

Таблица 58

χ	Начало и конец слоя на прямой, перпендикулярной к линии центров					120°-ый подшипник				
	0,30	0,50	0,70	1,00	1,50	0,0	0,50	0,70	1,00	1,50
0,00	0,0286	0,0758	0,1366	0,2334	0,3965	0,0631	0,1542	0,2572	0,3974	0,5668
0,10	0,0325	0,0847	0,1380	0,2501	0,4160	0,0666	0,1610	0,2680	0,4108	0,5788
0,20	0,0373	0,0986	0,1714	0,2910	0,4570	0,0713	0,1722	0,2821	0,4275	0,5933
0,30	0,0433	0,1115	0,1938	0,3191	0,4887	0,0777	0,1852	0,2997	0,4472	0,6104
0,40	0,0509	0,1289	0,2205	0,3360	0,5240	0,0857	0,2014	0,3210	0,4703	0,6299
0,50	0,0623	0,1548	0,2578	0,3993	0,5678	0,0965	0,2228	0,3483	0,4987	0,6530
0,60	0,0790	0,1881	0,3134	0,4412	0,6138	0,1120	0,2514	0,3833	0,5333	0,6802
0,65	0,0899	0,2096	0,3316	0,4814	0,6500	0,1230	0,2711	0,4064	0,5552	0,6968
0,70	0,1036	0,2339	0,3645	0,5250	0,6639	0,1367	0,2945	0,4328	0,5799	0,7149
0,75	0,1221	0,2950	0,4045	0,5534	0,6955	0,1547	0,3239	0,4647	0,6076	0,7353
0,80	0,1474	0,3122	0,4522	0,6098	0,7274	0,1796	0,3619	0,5039	0,6408	0,7588
0,85	0,1898	0,3765	0,5385	0,6450	0,7669	0,2167	0,4151	0,5538	0,6809	0,7865
0,90	0,2491	0,4544	0,5912	0,7097	0,8060	0,2778	0,4880	0,6203	0,7320	0,8208
0,925	0,2995	0,5114	0,6403	0,7463	0,8307	0,3282	0,5403	0,6637	0,7634	0,8422
0,950	0,3738	0,5871	0,7007	0,7899	0,8549	0,4019	0,6113	0,7184	0,8025	0,8683

Влияние конечной длины подшипника на силу сопротивления поступательному движению шипа значительно меньше, чем при вращательном движении шипа. Соответствующие коэффициенты k_{1n} при поступательном движении заметно больше, чем при вращательном, причем изменение их при высоких и сред-

них положениях шипа происходит быстрее. Изменение отношения $\frac{L}{d}$ при поступательном движении шипа меньше влияет на k_1 , чем при вращательном движении шипа.

28. ПОДШИПНИК КОНЕЧНОЙ ДЛИНЫ, СМАЗЫВАЕМЫЙ ГАЗОМ

Рассматривая изотермическое течение газовой смазки между шипом и подшипником конечной длины, уравнение для распределения абсолютного давления p в смазочном слое получим из общего уравнения (71), положив в нем $V=W=0$, $\mu=\mu_0=\text{const}$, и, сохраняя те же обозначения для безразмерных величин, как и в § 22 предыдущей главы. Таким образом, получим:

$$\frac{\partial}{\partial \varphi} \left(\bar{h}^3 \bar{\Pi} \frac{\partial \bar{\Pi}}{\partial \varphi} \right) + \left(\frac{d}{L} \right)^2 \frac{\partial}{\partial \omega} \left(\bar{h}^3 \bar{\Pi} \frac{\partial \bar{\Pi}}{\partial \omega} \right) = \frac{1}{\epsilon} \cdot \frac{\partial}{\partial \varphi} (\bar{\Pi} \bar{h}). \quad (309)$$

По-прежнему ϵ определяется формулой (244), а приведенное давление \bar{p} отнесено к p_0 .

Из уравнения (309) прежде всего следует, что при $\epsilon \rightarrow 0$ ($\omega \rightarrow \infty$) для $\bar{\Pi}$ соблюдается условие

$$\bar{\Pi}(\varphi, \omega)|_{\epsilon=0} = \frac{F(\omega)}{\bar{h}},$$

где $F(\omega)$ произвольная функция одного только ω . Распределение давления в смазочном слое при конечном $\frac{L}{d}$ совершенно не зависит в этом случае от отношения $\frac{L}{d}$ и может быть взято

таким же как и при $\frac{L}{d} \rightarrow \infty$. Но тогда $\bar{\Pi}(\varphi, \omega) \rightarrow \bar{\Pi}_\infty(\varphi)$ и,

следовательно $F(\omega) = \text{const}$. Отсюда будет вытекать независимость $\bar{\Pi}$ от ω , постоянство $\bar{\Pi}$ вдоль оси подшипника, а значит разрыв непрерывности давления на торцах подшипника со скачком, равным $\bar{\Pi}_\infty - \bar{\Pi}_a$; при внешнем давлении p_a безразмерное количество $\bar{\Pi}_a = \frac{p_a}{p_0}$. Но при скачке давления на тор-

цах, градиент давления будет равен бесконечности, что физически невозможно, поэтому даже при $\omega \rightarrow \infty$ предельное положение, соответствующее $\epsilon \rightarrow 0$, в подшипнике конечной длины недостижимо.

Во втором предельном случае, когда $\epsilon \rightarrow \infty$ ($\omega \rightarrow 0$) распределение давления в газе будет приближаться к распределению давления при несжимаемой смазке, поскольку уравнение (309)

справедливо при любых $\frac{L}{d}$, а в предельном случае $\frac{L}{d} \rightarrow \infty$

и $\varepsilon \rightarrow \infty$ справедливы рассуждения, приведенные на стр. 238.

При $\varepsilon \neq 0$ нахождение функции $\bar{\Pi}$ из существенно нелинейного, в частных производных с переменными коэффициентами уравнения (309) представляет пока непреодолимые затруднения, поэтому для оценки влияния торцового истечения газа на распределение давления и несущую способность прибегнем к приближенному методу¹, предположив, как и в формуле (261), что избыточное давление $\bar{\Pi} - \bar{\Pi}_a$ в подшипнике конечной длины можно представить в виде произведения двух функций из которых одна зависит лишь от φ , а другая лишь от w , т. е. полагая как и в выражении (285)

$$\bar{\Pi} - \bar{\Pi}_a = (\bar{\Pi}_\infty - \bar{\Pi}_a) f(w), \quad (310)$$

где функция $f(w)$ должна обращаться в ноль на торцах подшипника. Для выбора функции $f(w)$ допустим, как это предлагал Шейнберг [137], что имеется аналогия в распределении осевого давления при смазке сжимаемой и несжимаемой. Тогда функция $H\bar{\Pi}_\infty(\varphi)$ в выражении (265) при $\varphi_1=0$ и $\varphi_2=\pi$ при $\chi < 0,9$ незначительно отличается от $A_1 \sin \varphi$, где коэффициент A_1 находится по формуле (281). Ограничиваясь в соответствующем разложении функции $H\bar{\Pi}_\infty(\varphi)$ одним первым слагаемым ($n=1$), найдем коэффициент c_{11} разложения (277) функции $q_1(\varphi)$, который будет таким, как это следует из системы, приведенной на стр. 263, т. е. $c_{11} \operatorname{ch}\left(\frac{L}{d} \lambda\right) = A_1$. Тогда из формул (262), (265) и (267), заметив, что здесь $H\bar{\Pi}_\infty(\varphi) \approx A_1 \sin \varphi$, получим

$$\frac{\bar{\Pi}}{\bar{\Pi}_\infty} = f(w) = 1 - \frac{\operatorname{ch}\left(\frac{L}{d} \lambda w\right)}{\operatorname{ch}\left(\frac{L}{d} \lambda\right)}, \quad (311)$$

где λ — единственное в данном случае собственное число.

В выражении (310) функцию $f(w)$ возьмем в виде выражения (311), рассматривая λ , как параметр, который должен быть определен, из условия наилучшего удовлетворения² уравнения (309) функцией (310). Но такое удовлетворение прак-

¹ Теория подшипника конечной длины, смазываемого воздухом, рассматривалась только Шейнбергом [137].

² Слово «наилучшее» удовлетворение можно, например, понимать в смысле минимума квадратичного отклонения, но тогда проще было бы положить $f(w) = a(1-w^2)$ и находить a методом наименьших квадратов, который привел бы в этом случае к кубическому уравнению для a .

тически почти неосуществимо вследствие существенной нелинейности уравнения (309), а это заставляет обратиться к способам удовлетворения в среднем тех соотношений, из которых вытекает рассматриваемое уравнение.

Как показано на стр. 119, уравнение (309) вытекает из условия сплошности течения, осредненного по толщине слоя и удовлетворяющегося точно в каждой точке с координатой (φ, ω) . Последнее условие можно ослабить и заставить условие сплошности течения удовлетворяться в среднем по конечной части области, занятой смазкой, что по смыслу будет эквивалентно соотношению, соблюдение которого дает уравнение (309), но приводит к более простым выкладкам. За такую конечную область возьмем, следуя Шейнбергу ([137], стр. 179) ¹ прямоугольник, ограниченный прямыми $\varphi=0$, $\varphi=\pi$ и $\omega=0$, $\omega=+1$ и приравняем разность расходов массы газа в сечениях $\varphi=0$ и $\varphi=\pi$ массе газа, вытекающей в торец при $\omega=+1$; принимая во внимание формулы (70), получим:

$$\begin{aligned} & + \frac{L}{2} \int_0^{\pi} \rho_1' \left(\frac{U h_1}{2} - \frac{h_1^3}{12 \mu_0 r_1} \cdot \frac{\partial p}{\partial \varphi} \Big|_{\varphi=0} \right) dz - \int_0^{\pi} \rho_0' \left(\frac{U h_0}{2} - \right. \\ & \left. - \frac{h_0^3}{12 \mu_0 r_1} \cdot \frac{\partial p}{\partial \varphi} \Big|_{\varphi=\pi} \right) dz = \int_0^{\pi} \rho_a \left(- \frac{h^3}{12 \mu_0} \cdot \frac{\partial p}{\partial z} \Big|_{z=+\frac{L}{2}} \right) r_1 d\varphi, \end{aligned}$$

где ρ_1' , и ρ_0' и ρ_a — плотности газов в сечениях $\varphi=0$, $\varphi=\pi$ и при атмосферном давлении, соответственно. Заметив, что $\rho_1' = \frac{p_a}{p_a} \rho_1'$ и $\rho_0' = \frac{p_a}{p_a} \rho_0'$, причем p_a — внешнее давление на торце подшипника, после перехода к безразмерным переменным, сможем написать:

$$\begin{aligned} & \int_{-1}^{+1} \bar{\Pi}_1' \left(\bar{h}_1 - \varepsilon \bar{h}_1^3 \frac{\partial \bar{\Pi}}{\partial \varphi} \Big|_{\varphi=0} \right) d\omega - \int_{-1}^{+1} \bar{\Pi}_0' \left(\bar{h}_0 - \varepsilon \bar{h}_0^3 \frac{\partial \bar{\Pi}}{\partial \varphi} \Big|_{\varphi=\pi} \right) d\omega = \\ & = \bar{\Pi}_a \left(\frac{d}{L} \right)^3 \int_0^{\pi} \left(- \varepsilon \bar{h}^3 \frac{\partial \bar{\Pi}}{\partial \omega} \Big|_{\omega=+1} \right) d\varphi, \end{aligned} \quad (312)$$

где по-прежнему $\varepsilon = \frac{p_0 \psi^2}{6 \mu_0 \omega}$ и p_0 — давление в сечении $\varphi=\pi$ бесконечно длинного подшипника. Подынтегральные выраже-

¹ Еще ранее для несжимаемой смазки подобный метод был применен Гутьяром [21].

ния в левой части последнего равенства можно с весьма малой степенью погрешности упростить, положив

$$\begin{aligned}\bar{\Pi}' \left(\bar{h} - \varepsilon \bar{h}^3 \frac{\partial \bar{\Pi}}{\partial \varphi} \right) &\approx \bar{\Pi}' \bar{h} - \varepsilon \bar{h}^3 \bar{\Pi}' \frac{\partial \bar{\Pi}}{\partial \varphi} = \\ &= \bar{\Pi}' \bar{h} - \varepsilon \bar{h}^3 \bar{\Pi}' \frac{d \bar{\Pi}}{d \varphi} f(w),\end{aligned}$$

т. е. заменив во втором слагаемом $\bar{\Pi}'$ на $\bar{\Pi}'_{\infty}$. Последнее можно допустить на том основании, что при $\varepsilon \rightarrow 0$ слагаемое, зависящее от градиента давления, весьма мало, а при $\varepsilon \rightarrow \infty$ функции $\bar{\Pi}'_1$ и $\bar{\Pi}'_0$ стремятся к $\bar{\Pi}'_a$ благодаря уменьшению влияния сжимаемости. Таким образом, воспользовавшись уравнением (245) можем написать

$$\bar{\Pi}' \left(\bar{h} - \varepsilon \bar{h}^3 \frac{\partial \bar{\Pi}}{\partial \varphi} \right) \approx \bar{\Pi}' \bar{h} - (\bar{\Pi}'_{\infty} \bar{h} - c_1) f(w).$$

Подставляя сюда вместо $\bar{\Pi}'$ его значение согласно выражению (310), уравнению (312) придадим вид

$$\begin{aligned}(\bar{h}_1 - \bar{h}_0) \int_0^{+1} [1 - f(w)] dw = \\ = -\varepsilon \left(\frac{d}{L} \right)^2 \frac{df(w)}{dw} \Big|_{w=+1} \int_0^{\pi} (\bar{\Pi}'_{\infty} - \bar{\Pi}'_a) \bar{h}^3 d\varphi.\end{aligned}$$

Заменив $f(w)$ его выражением по формуле (311) и заметив, что $\bar{h}_1 - \bar{h}_0 = 2\chi$ окончательно получим

$$\frac{1}{\lambda^2} = \frac{\varepsilon}{2\chi} \int_0^{\pi} (\bar{\Pi}'_{\infty} - \bar{\Pi}'_a) \bar{h}^3 d\varphi. \quad (313)$$

К этому же результату мы бы пришли, взяв за область осреднения ту часть смазочного слоя, которая ограничена прямыми $\varphi = \pi$ и $\varphi = 2\pi$, поскольку при установившемся движении суммарный расход газа в каждом из торцовых сечений смазочного слоя равен нулю (при нулевой подаче газа в подшипник), т. е. согласно второй из формул (70) (при $w=0$) имеет место выражение

$$\begin{aligned}\rho_a \int_0^{2\pi} \left(-\frac{h^3}{12\mu_0} \frac{\partial p}{\partial z} \right)_{z=\pm \frac{L}{2}} r_1 d\varphi = \\ = -\varepsilon \rho_a \frac{r_1 \Delta^3}{6\mu_0 L} \int_0^{2\pi} \left(\bar{h}^3 \frac{\partial \bar{\Pi}}{\partial \varphi} \right)_{\varphi=\pm 1} d\varphi = 0.\end{aligned}$$

Отсюда же при наличии соотношения (310) следует

$$\frac{df(w)}{dw} \Big|_{w=\pm 1} \int_0^{2\pi} [(\bar{\Pi}_\infty - \bar{\Pi}_a) \bar{h}^3] d\varphi = 0.$$

Так как $\bar{\Pi}_a = \frac{p_a}{p_0} = \frac{1}{\varepsilon} \cdot \frac{p_a \psi^2}{6\mu_0 \omega}$, где p_a — внешнее давление газа (на торцах смазочной щели), то из последнего условия, независимо от вида функции $f(w)$, следует

$$\varepsilon = \frac{p_a \psi^2}{6\mu_0 \omega} \cdot \frac{\int_0^{2\pi} \bar{h}^3 \cdot d\varphi}{\int_0^{2\pi} \bar{\Pi}_\infty \bar{h}^3 d\varphi}.$$

Подставив сюда $\bar{\Pi}$ по выражению (252) после интегрирования приходим к уравнению¹

$$\frac{1-\chi}{2+3\chi^2} \left[2 + \chi^2 + \varepsilon^2 \chi (1-\chi)^2 \left(2 + 3\chi + \chi^2 + \frac{\chi^3}{4} \right) \right] \varepsilon = \frac{p_a \psi^2}{6\mu_0 \omega}, \quad (314)$$

связывающему неизвестный до сих пор параметр ε с параметром $\frac{p_a \psi^2}{6\mu_0 \omega}$, который в дальнейшем будет обозначаться через ε_a . Если заметить согласно выражению (252), что

$$\begin{aligned} \int_0^\pi \bar{\Pi}_\infty \bar{h}^3 d\varphi &= \frac{1}{2} \int_0^{2\pi} \bar{\Pi}_\infty \bar{h}^3 d\varphi + \varepsilon 2\chi (1-\chi)^2 \left[1 + \right. \\ &\quad \left. + 2\varepsilon^2 \chi (1-\chi)^3 \right] \left(1 + \frac{\chi^2}{3} \right) - \\ &\quad - \varepsilon^3 2\chi (1-\chi)^4 \left[\left(1 - 5\chi^2 \right) \left(1 + \frac{\chi^2}{3} \right) - \frac{8}{3} \chi^2 \right], \end{aligned}$$

и $\int_0^{2\pi} \bar{h}^3 d\varphi = 2 \int_0^\pi \bar{h}^3 d\varphi$, то формуле (313) для собственного значения λ можно придать вид

$$\begin{aligned} \frac{1}{\lambda^2} &= \varepsilon^2 (1-\chi)^2 \left\{ 1 + \frac{\chi^2}{3} + \varepsilon^2 (1-\chi)^2 \left[\frac{8}{3} \chi^2 + \right. \right. \\ &\quad \left. \left. + \left(1 + \frac{\chi^2}{3} \right) (1+\chi)(1+3\chi) \right] \right\}. \end{aligned} \quad (315)$$

¹ Столь простая связь между ε и ε_a получилась лишь потому, что распределение давления было взято в виде равенства (310).

При $\epsilon \rightarrow 0$ ($\omega \rightarrow \infty$) собственное значение $\lambda \rightarrow \infty$; значение же λ для второго предельного случая, когда $\epsilon \rightarrow \infty$ ($\omega \rightarrow 0$), отсюда получить нельзя, поскольку выражение (252) для $\bar{\Pi}_\infty$ справедливо при $\epsilon < 1$, что впрочем вполне достаточно для практики. Но можно сказать, что поскольку при $\epsilon \rightarrow \infty$ газовая смазка ведет себя как смазка несжимаемая, то непосредственно из выражений (313) и (247) будет следовать:

$$\frac{1}{\lambda^2} \Big|_{\epsilon \rightarrow \infty} \rightarrow \frac{1}{3} \cdot \frac{6 + \chi^2}{2 + \chi^2}.$$

Такое значение λ будет при удовлетворении условия сплошности в среднем. Пытаясь удовлетворить этому условию при $\epsilon \rightarrow \infty$ в каждой точке, можем воспользоваться результатами, полученными в § 2 настоящей главы. Именно при $n=1$ из системы (280) и формулы (278), заметив, что при $\varphi_1=0$, $\varphi_2=2\pi$, количество $a = \frac{1}{2}$, найдем, обозначив соответствующую λ через λ' ,

$$\lambda'^2 \Big|_{\epsilon \rightarrow \infty} \rightarrow \frac{1}{4} + \frac{1}{\pi} \int_0^\pi \frac{1}{H} \cdot \frac{d^2 H}{d\varphi^2} (1 - \cos \varphi) d\varphi.$$

Подставляя $\frac{1}{H} \cdot \frac{d^2 H}{d\varphi^2}$ из выражения (269) и интегрируя, получим

$$\lambda'^2 = \frac{1}{4} + \frac{9}{4} \cdot \frac{1 - \sqrt{1 - \chi^2}}{\chi} \left(\frac{1 + \chi}{\sqrt{1 - \chi^2}} - \frac{1}{3} \right).$$

Сравнительные величины λ и λ' показаны ниже:

χ	0,0	0,3	0,5	0,6	0,8	1
$\lambda_{\epsilon \rightarrow \infty}$	1,00	1,015	1,039	1,050	1,092	1,134
$\lambda'_{\epsilon \rightarrow \infty}$	0,50	0,776	1,185	1,225	1,802	∞

Собственные числа λ и λ' даже в пределах рабочих значений эксцентриситетов ($0,3 \leq \chi \leq 0,8$) заметно отличаются между собой, но, как мы увидим, это различие на величине относительного коэффициента нагруженности k_1 сказывается незначительно и поэтому метод удовлетворения условию сплошности в среднем можно считать приемлемым для получения расчетных значений основных характеристик газового смазочного слоя.

Величины ϵ_a и λ при различных χ и ϵ представлены в табл. 59.

ϵ	χ	0,30	0,40	0,50	0,60	0,70
1,00	ϵ_a	0,7788	0,6399	0,4950	0,3590	0,2407
	λ	0,9243	1,0815	1,3287	1,7350	2,4622
0,80	ϵ_a	0,5844	0,4781	0,3713	0,2721	0,1853
	λ	1,2944	1,5118	1,8430	2,3814	3,3027
0,60	ϵ_a	0,4211	0,3436	0,2675	0,1973	0,1357
	λ	1,9305	2,2464	2,7136	3,4433	4,9290
0,40	ϵ_a	0,2664	0,2165	0,1691	0,1259	0,0877
	λ	3,1966	3,7050	4,4324	5,5395	7,3937
0,20	ϵ_a	0,1300	0,1054	0,0825	0,0617	0,0432
	λ	6,8587	7,9225	9,4047	11,615	15,279

При известных ϵ и λ легко найти коэффициент нагруженности ζ , воспользовавшись выражениями (272), в которых ζ и \bar{p} отнесем к приведенному давлению $\bar{p}_0 = 3\epsilon$, так что $\zeta = \zeta' \bar{p}_0$ и $\bar{p} = \bar{P} \bar{p}_0$. Тогда, подставив значение \bar{P} из равенства (310), получим

$$\zeta' \cos \Theta = \frac{1}{2} \int_{-1}^{+1} \int_0^{2\pi} [(\bar{P}_\infty - \bar{P}_a) f(w) + \bar{P}_a] \cos \varphi d\varphi dw,$$

$$\zeta' \sin \Theta = -\frac{1}{2} \int_{-1}^{+1} \int_0^{2\pi} [(\bar{P}_\infty - \bar{P}_a) f(w) + \bar{P}_a] \sin \varphi d\varphi dw,$$

что, принимая во внимание соотношения (253), после интегрирования даст

$$\zeta' = \frac{1}{2} \zeta'_\infty \int_{-1}^{+1} f(w) dw,$$

где ζ'_∞ определяется из формул (254). Поэтому, если $f(w)$ берется по выражению (311), то

$$k_1 = \frac{1}{2} \int_{-1}^{+1} f(w) dw = 1 - \frac{1}{\lambda} \cdot \frac{d}{L} \operatorname{th} \left(\frac{L}{d} \lambda \right). \quad (316)$$

Несущая способность газового смазочного слоя выразится формулой

$$P = \frac{1}{2} p_a L d \frac{\epsilon}{\epsilon_a} k_1 \zeta'_\infty. \quad (317)$$

Коэффициент сопротивления вращению ξ' , отнесенный к приведенному давлению \bar{p}_0 так, что $\xi = \xi' \bar{p}_0$, найдем подобным же образом, воспользовавшись формулами (273) и (255), получим

$$\xi = \frac{\pi}{\sqrt{1-\chi^2}} \pm \frac{3}{2} \varepsilon \chi k_1 \zeta'_{\infty} \sin \Theta_{\infty}, \quad (318)$$

где знак плюс относится к шипу, а минус к подшипнику.

Величины коэффициента k_1 при $\frac{L}{d} = 0,5$ и $\frac{L}{d} = 1,5$ для величин λ' и λ'' , приведенных в предыдущей таблице, представлены ниже.

$\frac{L}{d}$	χ	0,0	0,3	0,5	0,6	0,8	1,0
0,5	$k_1(\lambda)$	0,076	0,081	0,081	0,082	0,090	0,095
	$k_1(\lambda')$	0,021	0,046	0,104	0,108	0,204	1,000
1,5	$k_1(\lambda)$	0,397	0,402	0,413	0,417	0,434	0,450
	$k_1(\lambda')$	0,158	0,293	0,468	0,507	0,634	1,000

Данные этой таблицы дают право заключить, что метод удовлетворения сплошности течения в среднем при $0,4 \leq \chi \leq 0,7$ дает достаточную для практики точность. Общие выводы, которые можно сделать для подшипника конечной длины те же, что и для подшипника бесконечно длинного (см. стр. 244 и 245). Влияние же торцевой утечки по величине коэффициента k_1 для газовой смазки того же порядка величины, как и для смазки несжимаемой.

НЕСТАЦИОНАРНЫЕ ДВИЖЕНИЯ ШИПА
НА СМАЗОЧНОМ СЛОЕ

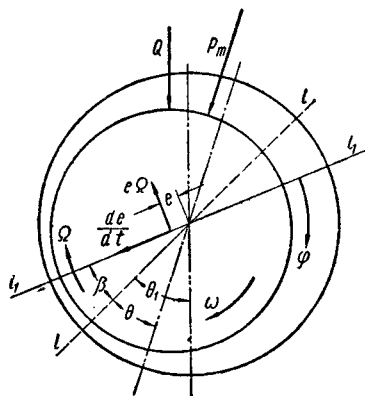
Изложенная в предыдущих главах теория относится к случаям равенства в каждый момент времени внешней нагрузки и реакции смазочного слоя, действующих на шип, т. е. к его стационарному движению — вращательному (угловая скорость линии центров и скорость центра шипа равны нулю) либо поступательному (угловая скорость линии центров равна нулю, а скорость центра шипа вдоль линии центров постоянна). При вращательном движении шипа приложенная нагрузка постоянна по величине и направлению, а при его поступательном движении с постоянной скоростью вдоль линии центров приложенная нагрузка, оставаясь постоянной по направлению в каждый момент времени, меняет свою величину так, что уравнивает изменяющуюся с изменением χ реакцию смазочного слоя на шип. Если в общем случае нагрузка, приложенная к шипу, переменна по величине и направлению или по какой-либо случайной причине центр шипа отклоняется от его равновесного положения, соответствующего постоянной приложенной нагрузке, то возникает неустановившееся движение, при котором реакция смазки на шип становится функцией времени, угловая скорость линии центров делается отличной от нуля, а скорость движения шипа вдоль линии центров оказывается зависящей от времени.

И в том и в другом случаях ускоренное движение центра шипа является результатом неуравновешенности сил приложенных и сил реакции смазочного слоя.

С движением шипа под действием переменной, зависящей от времени, приложенной силы, сталкиваются в подшипниках двигателей внутреннего сгорания, поршневых компрессоров, прокатных станах периодического действия и т. д. Движения же шипа, вызванные случайными отклонениями его центра от равновесного положения благодаря действию случайных причин, не поддающихся точному учету, возникают обычно в малонагруженных подшипниках, например, в подшипниках паровых турбин, турбокомпрессоров, гироскопических приборов,

шпинделей станков для финишной обработки и т. п. Движения последнего рода важны тем, что могут привести к неустойчивости равновесного положения шипа, отвечающего постоянной по величине и направлению приложенной нагрузке.

Оба указанных вида нестационарных движений шипа можно рассматривать с единой точки зрения, хотя теории соответствующих процессов, возникнув исторически, почти одновременно развивались раздельно.



Фиг. 55. Схема расположения шипа на смазочном слое при его нестационарном нагружении

ответствующему постоянной силе P_m), с линией действия силы тяжести, а через β — угол, образуемый линией центров l_1l_1 , в данный момент времени с положением линии центров ll , тогда уравнения движения центра шипа в проекцию на линию центров l_1l_1 и направление ее перпендикулярное (фиг. 55) запишутся в виде

$$\left. \begin{aligned} \frac{Q}{g} \left(\frac{d^2 e}{dt^2} - e \Omega^2 \right) &= N_c + Q \cos(\Theta_1 + \beta) + P_c(t), \\ \frac{Q}{g} \cdot \frac{1}{e} \cdot \frac{d}{dt} (e^2 \Omega) &= N_s - Q \sin(\Theta_1 + \beta) - P_s(t). \end{aligned} \right\} \quad (319)$$

Здесь e по-прежнему обозначает эксцентриситет, $\Omega = \frac{d\beta}{dt}$ — угловая скорость линии центров l_1l_1 и $P_c(t)$ и N_c и $P_s(t)$ и N_s — проекции на линию центров l_1l_1 и направление перпендикулярное внешней переменной во времени силы $P(t)$ и реакции N смазочного слоя на шип.

Необходимо иметь в виду, что эти уравнения написаны в проекции на подвижные оси, вращающиеся с угловой скоростью Ω вместе с линией центров l_1l_1 .

29. ИСХОДНЫЕ КОЛИЧЕСТВЕННЫЕ ЗАВИСИМОСТИ

Отправным пунктом дальнейших рассуждений явятся уравнения движения центра шипа.

Обозначим через Q вес шипа и всех связанных с ним масс, через Θ_1 — угол, образуемый линией центров ll (фиг. 55), положение которой соответствует некоторому постоянному направлению (например, положению линии центров, от-

Пренебрегая касательными напряжениями в смазке, имеющими величины порядка ψ , сравнительно с нормальными, согласно формулам (272) и (79), после интегрирования по частям по переменной φ для проекций реакции смазки на шип получим выражения

$$\left. \begin{aligned} \frac{N_c \psi^2}{L d \mu \omega} &= -\frac{1}{2} \int_{-1}^{+1} \int_{\varphi_1}^{\varphi_2} \frac{\partial \bar{p}}{\partial \varphi} \sin \varphi d\varphi d\omega; \\ \frac{N_s \psi^2}{L d \mu \omega} &= \frac{1}{2} \int_{-1}^{+1} \int_{\varphi_1}^{\varphi_2} \frac{\partial \bar{p}}{\partial \varphi} \cos \varphi d\varphi d\omega, \end{aligned} \right\} 320)$$

в которых приведенное давление \bar{p} определяется по формуле (258).

Внешние силы, приложенные к шипу, как правило, являются силами периодическими с периодом кратным времени T одного оборота вала, которое для подшипников машин с кривошипно-шатунным механизмом мы будем отождествлять с характерным временем t_1 (см. стр. 112). У двигателей двухтактных этот период равен T , а у четырехтактных равен $2T$.

Проекция этих внешних сил на два взаимно перпендикулярных неподвижных направления, одно из которых совпадает с фиксированным положением линии центров, могут быть представлены в виде рядов Фурье

$$P_c^{(n)}(t) = \frac{P_{c0}}{2} + \sum_{k=1}^{\infty} P_{ck} \cos\left(\frac{2k\pi}{mT} t\right) + \sum_{k=1}^{\infty} P'_{ck} \sin\left(\frac{2k\pi}{mT} t\right),$$

$$P_s^{(n)}(t) = \frac{P_{s0}}{2} + \sum_{k=1}^{\infty} P_{sk} \cos\left(\frac{2k\pi}{mT} t\right) + \sum_{k=1}^{\infty} P'_{sk} \sin\left(\frac{2k\pi}{mT} t\right),$$

в которых mT — период полного изменения нагрузки. Здесь $m=1$ для двигателей двухтактных и $m=2$ для двигателей четырехтактных, а значок (n) указывает, что проекции сил берутся на неподвижные оси.

В написанных рядах

$$\left. \begin{aligned} \frac{P_{c, s, 0}}{2} &= \frac{1}{mT} \int_0^{mT} P_{c, s}^{(n)}(t) dt, \\ P_{c, s, k} &= \left\{ \frac{2}{mT} \int_0^{mT} P_{c, s}^{(n)}(t) \left[\cos\left(\frac{2k\pi}{mT} t\right) \right] dt. \right. \\ P'_{c, s, k} &= \left. \left[\sin\left(\frac{2k\pi}{mT} t\right) \right] dt. \right\} \end{aligned} \right\} (321)$$

Выражение для постоянных слагаемых $\frac{P_{co}}{2}$ и $\frac{P_{so}}{2}$ пока-

зывает, что среднее за цикл усилие является величиной средне интегральной, а соответствующее ему удельное давление — средним интегральным за цикл удельным давлением.

Если силы, действующие на шип, таковы, что среднее за цикл удельное давление не равно нулю, то, обозначив через Θ угол, образуемый линией центров ll , соответствующей средней за цикл силе P_m и линией действия этой силы (вообще говоря $\Theta \neq \Theta_1$), сможем написать, что

$$\frac{P_{co}}{2} = P_m \cos \Theta, \quad \frac{P_{so}}{2} = P_m \sin \Theta. \quad (322)$$

Аналогично этому удобно также положить

$$\left. \begin{aligned} P_{ck} &= P_k \cos \alpha_k, & P_{sk} &= P_k \sin \alpha_k, \\ P'_{ck} &= P'_k \cos \alpha_k, & P'_{sk} &= P'_k \sin \alpha_k. \end{aligned} \right\} \quad (323)$$

Заметив, что составляющие приложенных к шипу сил на взятые неподвижные и подвижные оси связаны формулами:

$$P_c(t) = P_c^{(n)}(t) \cos \beta - P_s^{(n)}(t) \sin \beta;$$

$$P_s(t) = P_c^{(n)}(t) \sin \beta + P_s^{(n)}(t) \cos \beta,$$

где β — угол между фиксированным положением ll линии центров и ее текущим положением l_1l_1 (см. фиг. 55), проекции $P_c(t)$ и $P_s(t)$ приложенных к шипу сил на оси, вращающиеся с угловой скоростью Ω , получим в виде зависимостей:

$$\begin{aligned} P_c(t) &= P_m \cos(\Theta + \beta) + \sum_{k=1}^{\infty} P_k \cos(\alpha_k + \beta) \cos\left(\frac{2k\pi}{mT} t\right) + \\ &+ \sum_{k=1}^{\infty} P'_k \cos(\alpha'_k + \beta) \sin\left(\frac{2k\pi}{mT} t\right), \end{aligned} \quad (324)$$

$$\begin{aligned} P_s(t) &= P_m \sin(\Theta + \beta) + \sum_{k=1}^{\infty} P_k \sin(\alpha_k + \beta) \cos\left(\frac{2k\pi}{mT} t\right) + \\ &+ \sum_{k=1}^{\infty} P'_k \sin(\alpha'_k + \beta) \sin\left(\frac{2k\pi}{mT} t\right). \end{aligned}$$

Возможность применения системы (319) к анализу явлений, протекающих в смазочном слое при нестационарных движениях шипа, вызывает необходимость со всей полнотой определить величину реакции смазочного слоя на шип, проекции которой даются формулами (320). Для того чтобы решить эту

задачу нужно выяснить как распределяется гидродинамическое давление \bar{p} в слое смазки, а следовательно, нужно использовать исходные уравнения вязкой жидкости в безразмерной форме, записанные на стр. 113. Аналогично тому, как получены уравнения (64), но принимая во внимание, что движение смазки будет неустановившимся, а следовательно, необходимо учесть локальные составляющие $\frac{\partial v_x}{\partial t}$ и $\frac{\partial v_z}{\partial t}$ ускорения жидких частиц, получим систему, которая отличается лишь добавочными слагаемыми $\rho \frac{\partial v_x}{\partial t}$ и $\rho \frac{\partial v_z}{\partial t}$ в первом и третьем из этих уравнений. Эти слагаемые имеют величину порядка

$$\text{Re Sh} = \frac{\rho_0}{t_1} \cdot \frac{\Delta^2}{\mu_0} = \frac{1}{T} \cdot \frac{\Delta^2}{\nu}$$

сравнительно с единицей, где Re число Рейнольдса, а Sh критерий гомохронности (число Струхаля). Величину количества ReSh можно оценить из следующего примера. Взяв за T время одного оборота коленчатого вала двигателя при числе оборотов от 1000 до 5000 об/мин найдем, что $\frac{1}{16}$ сек. $\geq T \geq \frac{1}{80}$ сек.; кинематическая вязкость ν при температурах от 80° до 120°C у различных масел лежит в пределах $0,2-0,02$ см²/сек, поэтому при средней величине зазора $\Delta=0,01$ см, получим, что $0,008 \leq \text{ReSh} \leq 0,4$, и, следовательно, влиянием локального ускорения частиц смазки, а значит, влиянием релаксационных процессов в смазочном слое не всегда можно пренебречь. При значениях ReSh меньших 0,1 явления, связанные с релаксацией скорости и давления можно не учитывать, рассматривая течение смазки как квазистационарное. В этом случае, которым мы в дальнейшем и будем заниматься, движение смазки будет описываться системой (64), а распределение давления в слое обычными уравнениями (257) или (259) Рейнольдса для давлений. Практический интерес представит изотермическое течение несжимаемой смазки, поэтому будем пользоваться для разыскания давлений уравнением (259), у которого, однако, правая часть при неустановившемся движении будет отлична от написанной и равна

$$6 \frac{V}{\Delta \omega} + 3 \frac{\partial}{\partial \varphi} \left(\frac{U}{r \omega} \bar{h} \right),$$

где V и U — проекции скорости точек шипа на нормаль и касательную к его поверхности. Из фиг. 55 непосредственно видим, что

$$U = \omega r + \frac{de}{dt} \sin \varphi - e \frac{d\beta}{dt} \cos \varphi;$$

$$V = \frac{de}{dt} \cos \varphi + e \frac{d\beta}{dt} \sin \varphi,$$

ПОЭТОМУ

$$6 \frac{V}{\omega \Delta} + 3 \frac{\partial}{\partial \varphi} \left(\frac{U}{r\omega} \bar{h} \right) = 3 \frac{d\bar{h}}{d\varphi} + \frac{6}{T} \cdot \frac{1}{\omega} (\dot{\chi} \cos \varphi + \chi \dot{\beta} \sin \varphi),$$

пренебрегая величинами $\psi \frac{d}{d\varphi} (\bar{h} \sin \varphi)$ и $\psi \frac{d}{d\varphi} (\bar{h} \cos \varphi)$ сравнительно с $2\cos \varphi$ и $2\sin \varphi$ соответственно. Точки над χ и β обозначают дифференцирование по безразмерному времени τ , которое определяется из соотношения $t = t_1 \tau = T\tau$. Последнее выражение представляет собой правую часть уравнения (259) при неустановившемся движении шипа.

Решение уравнения (259) для подшипника конечной длины по-прежнему возьмем в форме (285), тогда для разыскания коэффициентов c_m можно будет применить все рассуждения, приведенные в § 25 предыдущей главы, имея в виду, однако, что приведенное давление \bar{p} в неограниченно протяженном подшипнике при неустановившемся движении шипа разыскивается из уравнения

$$\frac{d}{d\varphi} \left(\bar{h}^3 \frac{d\bar{p}_\infty}{d\varphi} \right) = 3 \frac{d\bar{h}}{d\varphi} + 6\sigma (\dot{\chi} \cos \varphi + \chi \dot{\beta} \sin \varphi), \quad (325)$$

в котором

$$\sigma = \frac{1}{T} \cdot \frac{1}{\omega}.$$

При распределении давления, взятом в форме (285), коэффициент k_1 относительной нагруженности дается формулой (290), а это позволяет выражения (320) для проекций реакции смазки на шип переписать в виде:

$$\begin{aligned} \frac{N_c \psi^2}{L d \mu_0 \omega} &= -k_1 \int_{\varphi_1}^{\varphi_2} \frac{d\bar{p}_\infty}{d\varphi} \sin \varphi d\varphi; \\ \frac{N_s \psi^2}{L d \mu_0 \omega} &= k_1 \int_{\varphi_1}^{\varphi_2} \frac{d\bar{p}_\infty}{d\varphi} \cos \varphi d\varphi. \end{aligned} \quad (326)$$

Аппроксимируя осевое распределение давления тригонометрическими функциями и буквально повторяя все выкладки на стр. 266, 267 и 268, для k_1 получим формулу, совпадающую с выражением (291) с тем однако отличием, что теперь

$$G = \frac{\Phi_3}{3\chi(1 - 2\sigma\dot{\beta})\Phi_1 - 6\sigma\dot{\chi}\Phi_2}, \quad (327)$$

где

$$\Phi_1 = \int_{\varphi_1}^{\varphi_2} \bar{p}_\infty \sin \varphi d\varphi, \quad \Phi_2 = \int_{\varphi_1}^{\varphi_2} \bar{p}_\infty \cos \varphi d\varphi, \quad \Phi_3 = \int_{\varphi_1}^{\varphi_2} \bar{p}_\infty^2 \bar{h}^3 d\varphi.$$

Чтобы определить $\bar{p}_\infty(\varphi)$, обратимся к уравнению (325), однократное интегрирование которого дает

$$\frac{d\bar{p}_\infty}{d\varphi} = \frac{3}{\bar{h}^2} + 6\sigma \left(\dot{\chi} \frac{\sin \varphi}{\bar{h}^3} - \dot{\chi} \dot{\beta} \frac{\cos \varphi}{\bar{h}^3} \right) - \frac{f(\dot{\chi}, \dot{\beta})}{\bar{h}^3}.$$

Интегрируя полученное выражение еще раз по φ в пределах от φ_1 до φ_2 и, замечая, что при $\varphi = \varphi_1$ и $\varphi = \varphi_2$ давление обращается в ноль, для $f(\dot{\chi}, \dot{\beta})$ получим выражение

$$f(\dot{\chi}, \dot{\beta}) = 3H + 6\sigma \left[\dot{\chi} \frac{I_3}{J_3} - \dot{\beta} (H-1) \right],$$

в котором H дается формулой (193), а

$$H = \frac{J_2}{J_3}$$

$$J_n = \int_{\varphi_1}^{\varphi_2} \frac{d\varphi}{(1 + \chi \cos \varphi)^n}, \quad I_n = \int_{\varphi_1}^{\varphi_2} \frac{\sin \varphi d\varphi}{(1 + \chi \cos \varphi)^n}. \quad (328)$$

Таким образом

$$\frac{d\bar{p}_\infty}{d\varphi} = 3 \frac{\bar{h} - H}{\bar{h}^3} + 6\sigma \left[\frac{\dot{\chi}}{\bar{h}^3} \left(\sin \varphi - \frac{I_3}{J_3} \right) - \frac{\dot{\beta}}{\bar{h}^3} (\chi \cos \varphi - H + 1) \right]. \quad (329)$$

После этого выражениям для проекций реакции смазки на шип можно придать окончательный вид, подставив в формулы (326) равенство (329).

Получим

$$\left. \begin{aligned} \frac{N_c \psi^2}{Ld\mu_0 \omega} &= - (1 - 2\sigma\dot{\beta}) k_1 F_1(\chi) - \sigma k_1 F_3(\chi) \dot{\chi}; \\ \frac{N_s \psi^2}{Ld\mu_0 \omega} &= (1 - 2\sigma\dot{\beta}) k_1 F_2(\chi) + 2\sigma k_1 \frac{F_1(\chi)}{\chi} \dot{\chi}; \end{aligned} \right\} \quad (330)$$

здесь

$$\left. \begin{aligned} F_1(\chi) &= 3(I_2 - HI_3); \quad F_2(\chi) = \frac{3}{\chi} (J_1 - HI_2); \\ F_3(\chi) &= 6 \left[J_3 - \frac{1}{\chi^2} (J_1 - 2J_2 + J_3) - \frac{I_3^2}{J_3} \right]. \end{aligned} \right\} \quad (331)$$

Представляет самостоятельный интерес частный случай, когда приложенная сила постоянна по направлению и линия ее действия совпадает с линией центров, вдоль которой дви-

жется центр шипа. Будем здесь принимать за характерное время T полный период изменения сил, а за характерную скорость произведение $r_1\omega_1$, где $\omega_1 = \frac{1}{T}$. Определяя, как это принято в настоящей главе, приведенное давление формулой $\bar{p} = \frac{p\psi^2}{2\mu_0\omega_1}$, распределение давления в слое смазки найдем из уравнения (304), в котором, однако, правая часть должна быть равна $6\sigma\chi\cos\varphi$. Отсюда прежде всего находим производную

$$\frac{d\bar{p}}{d\varphi} = 3\sigma\chi \frac{2\sin\varphi}{h^3} = 3\sigma\chi \frac{d\bar{\Pi}}{d\varphi},$$

в выражении для которой $\bar{\Pi}$ дается формулой (233) или (232). Следуя далее ходу рассуждений на стр. 283 мы придем к тем же результатам, т. е. относительный коэффициент сопротивления k будет определяться формулой (290), а коэффициенты — формулой (289) при замене в ней G на G — вѣ эодолю центра шипа вдоль линии центров ется выражением (306) или табл. 57. Итак, при движении

$$\frac{N_c\psi^2}{Ld\mu_0\omega} = -3\sigma\chi k_{1П} \int_{\varphi_1}^{\varphi_2} \frac{d\bar{\Pi}}{d\varphi} \sin\varphi d\varphi = -3\sigma k_{1П} \vartheta_{\infty}(\chi) \dot{\chi}. \quad (332)$$

В последнем равенстве $\vartheta_{\infty}(\chi)$ определяется формулами (240) или (241) или по табл. 51. Очевидно, что при равенстве величины углов φ_1 и φ_2 в выражениях (330) и (332) должны тождественно иметь

$$3\vartheta_{\infty}\chi = F_3(\chi) + 6\frac{I_3^2}{J_3}.$$

Явные выражения (330) для реакции смазки на шип и (324) для приложенных сил позволяют основным уравнениям (319) придать окончательную форму, в которой эта система послужит фундаментом ко всем дальнейшим изысканиям. Удобно при этом перейти к безразмерным переменным, положив

$$\frac{P_c(t)\psi^2}{Ld\mu_0\omega} = \zeta_c(\tau); \quad \frac{P_s(t)\psi^2}{Ld\mu_0\omega} = \zeta_s(\tau); \quad \frac{Q\psi^2}{Ld\mu_0\omega} = q;$$

$$\frac{P_m\psi^2}{Ld\mu_0\omega} = \zeta_m; \quad \frac{P_k\psi^2}{Ld\mu_0\omega} = \zeta_k; \quad \frac{P'_k\psi^2}{Ld\mu_0\omega} = \zeta'_k.$$

Тогда уравнения (319) окончательно запишем в виде

$$\lambda(\ddot{\chi} - \chi\dot{\beta}^2) = -(1 - 2\sigma\dot{\beta})k_1F_1(\chi) - \sigma k_1F_3(\chi)\dot{\chi} + + q\cos(\Theta_1 + \beta) + \zeta_c(\tau),$$

$$\lambda(\chi\ddot{\beta} + 2\dot{\chi}\dot{\beta}) = (1 - 2\sigma\dot{\beta})k_1F_2(\chi) + 2\sigma k_1 \frac{F_1(\chi)}{\chi} \dot{\chi} - \\ - q \sin(\Theta_1 + \beta) - \zeta_s(\tau);$$

здесь

$$\zeta_c(\tau) = \zeta_m \cos(\Theta + \beta) + \sum_1^{\infty} \zeta_k \cos(\alpha_k + \beta) \cos\left(\frac{2k\pi}{m} \tau\right) + \\ + \sum_1^{\infty} \zeta'_k \cos(\alpha'_k + \beta) \sin\left(\frac{2k\pi}{m} \tau\right); \quad (334)$$

$$\zeta_s(\tau) = \zeta_m \sin(\Theta + \beta) + \sum_1^{\infty} \zeta_k \sin(\alpha_k + \beta) \cos\left(\frac{2k\pi}{m} \tau\right) + \\ + \sum_1^{\infty} \zeta'_k \sin(\alpha'_k + \beta) \sin\left(\frac{2k\pi}{m} \tau\right),$$

$$\lambda = \frac{q}{g} \cdot \frac{\Delta}{T^2} = \frac{Q\psi^3}{2gL\mu_0\omega T^2} \quad (335)$$

новый безразмерный критерий, оценивающий влияние инерции шипа и связанных с ним масс на его движение под действием сил приложенных и сил реакции смазки.

Система (333) существенно нелинейна и настолько сложна, что невозможно найти какое-либо общее ее решение не только в общем виде, но даже в простейших частных случаях. Некоторое упрощение уравнений (333), а вместе с тем некоторое облегчение в отыскании каких-либо практически важных решений может быть достигнуто при отбрасывании слагаемых, имеющих в тех или иных случаях высший порядок малости.

Особый интерес представляют два случая, о которых говорилось в начале настоящей главы. В первом из них, при нестационарном нагружении подшипников, не совсем правильно называемого «динамическим» нагружением, вес шипа и всех связанных с ними масс столь мал сравнительно с действующими силами, что слагаемыми, содержащими множители q и λ , можно пренебречь сравнительно с остальными. Кроме того, здесь характерное время T можно взять равным одному обороту вала, так что $\omega T = 2\pi$, а значит $2\pi\sigma = 1$. Система (333) при этом упрощается

$$\left. \begin{aligned} \left(1 - \frac{\dot{\beta}}{\pi}\right) k_1 F_1(\chi) + \frac{k_1}{2\pi} F_3(\chi) \dot{\chi} &= \zeta_c(\tau), \\ \left(1 - \frac{\dot{\beta}}{\pi}\right) k_1 F_2(\chi) + \frac{k_1}{\pi} \cdot \frac{F_1(\chi)}{\chi} \dot{\chi} &= \zeta_s(\tau). \end{aligned} \right\} \quad (336)$$

Функции $\zeta_c(\tau)$ и $\zeta_s(\tau)$ здесь по-прежнему выражаются формулами (334).

Уравнения (336) являются основными в теории динамически нагруженных подшипников.

Во втором случае, дающем упрощение системе (333), нагрузка на шип осуществляется его собственным весом и весом связанных с ним частей, а приложенные силы $P(t)$ либо отсутствуют совсем, либо малы, так что отклонение величин χ от равновесного положения и величины углов β также весьма малы. Характерное время T здесь удобно взять равным $\sqrt{\frac{\Delta}{g}}$, что дает

$$\sigma = \frac{1}{\omega} \sqrt{\frac{g}{\Delta}}, \quad \lambda = \frac{Q\psi^2}{L\mu_0\omega}. \quad (337)$$

Малость угла β и изменения $\varepsilon = \chi - \chi_0$ (χ_0 — есть осредненное значение относительного эксцентриситета, соответствующее некоторой фиксированной стационарной нагруженности) относительного эксцентриситета допускает линеаризацию системы (333) и возможность в первом приближении, зачастую вполне достаточном для практики, исследовать движение шипа под действием периодических сил, амплитуды которых малы сравнительно с постоянной нагрузкой или устойчивость равновесного положения шипа на смазочном слое, которое осуществляется не при любых обстоятельствах.

Приступая к линеаризации системы (333), замечаем, что угол β , представляющий в рассматриваемом случае возмущение положения линии центров, входит в эту систему весьма простым образом, поэтому при малом β с точностью до величин второго порядка малости, можно положить $\cos\beta \approx 1$, $\sin\beta \approx \beta$. Такое условие позволяет упростить выражения (334), поэтому суммы

$$q \cos(\Theta_1 + \beta) + \zeta_c(\tau) \quad \text{и} \quad q \sin(\Theta_1 + \beta) + \zeta_s(\tau)$$

также упрощаются и оказываются равными:

$$\begin{aligned} & q \cos(\Theta_1 + \beta) + \zeta_c(\tau) = q \cos \Theta_1 + \zeta_m \cos \Theta + \\ & + \sum_1^{\infty} \left[\zeta_k \cos \alpha_k \cos \left(\frac{2k\pi}{m} \tau \right) + \zeta'_k \cos \alpha'_k \sin \left(\frac{2k\pi}{m} \tau \right) \right] - \\ & - \beta (q \sin \Theta_1 + \zeta_m \sin \Theta) - \beta \sum_1^{\infty} \left[\zeta_k \sin \alpha_k \cos \left(\frac{2k\pi}{m} \tau \right) + \right. \\ & \left. + \zeta'_k \sin \alpha'_k \sin \left(\frac{2k\pi}{m} \tau \right) \right], \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& q \sin (\Theta_1 + \beta) + \zeta_s (\tau) = q \sin \Theta_1 + \zeta_m \sin \Theta + \\
& + \sum_1^{\infty} \left[\zeta_k \sin \alpha_k \cos \left(\frac{2k\pi}{m} \tau \right) + \zeta'_k \sin \alpha'_k \sin \left(\frac{2k\pi}{m} \tau \right) \right] + \\
& + \beta (q \cos \Theta_1 + \zeta_m \cos \Theta) + \beta \sum_1^{\infty} \left[\zeta_k \cos \alpha_k \cos \left(\frac{2k\pi}{m} \tau \right) + \right. \\
& \left. + \zeta'_k \cos \alpha'_k \sin \left(\frac{2k\pi}{m} \tau \right) \right], \quad (338)
\end{aligned}$$

Что же касается возмущения относительного эксцентриситета ε , то оно входит в систему (333) гораздо более сложным образом. Однако, если наложить условие малости ε не только сравнительно с χ_0 , но также сравнительно с $1 - \chi_0$ и пренебречь степенями величины $\frac{\varepsilon}{1 - \chi_0^2}$ выше второй сравнительно с единицей, первые слагаемые в правых частях уравнений (333) можно значительно упростить путем разложения интегралов J_n и I_n , через которые выражаются функции $F_1(\chi)$, $F_2(\chi)$, $F_3(\chi)$, и коэффициенты k_1 по степеням величины $\frac{\varepsilon}{1 - \chi_0^2}$, в дальнейшем обозначаемой через s . Интегралы J_n и I_n , выражаемые формулами (328), проще всего вычислить заменой φ через переменную η по формулам перехода, приведенным на стр. 178. Обозначая через J_n^0 и I_n^0 величины соответствующих интегралов при $\chi = \chi_0$, «возмущенные» значения интегралов J_n , I_n , отбрасывая степени s выше первой, сможем записать в виде

$$\begin{aligned}
J_n &= J_n^0 + j_n s; \\
I_n &= I_n^0 + i_n s,
\end{aligned}$$

где

$$\begin{aligned}
j_1 &= \chi_0 J_1^0, \quad j_2 = 3\chi_0 J_2^0 - \frac{\sin \eta}{\sqrt{1 - \chi_0^2}} \Big|_{\varphi_1}^{\varphi_2}, \\
j_3 &= 5\chi_0 J_3^0 - \frac{4 \sin \eta - \chi_0 (2\eta + \sin 2\eta)}{2(1 - \chi_0^2)^{3/2}} \Big|_{\varphi_1}^{\varphi_2}, \\
i_2 &= 2\chi_0 I_2^0, \quad i_3 = 4\chi_0 I_3^0 + \frac{\cos 2\eta}{2(1 - \chi_0^2)} \Big|_{\varphi_1}^{\varphi_2}.
\end{aligned} \quad (339)$$

После этого, обозначив J_2^0/I_3^0 через H_0 , со взятой степенью приближения найдем, что $H = H_0 + hs$, где

$$h = \frac{j_2 - H_0 j_3}{J_3^0}. \quad (340)$$

Эти подготовительные вычисления при выбранной степени приближения дают возможность написать

$$\left. \begin{aligned} F_1(\chi) &= F_1(\chi_0) + f_1 s, \\ F_2(\chi) &= F_2(\chi_0) + f_2 s, \end{aligned} \right\} \quad (341)$$

где

$$\left. \begin{aligned} f_1 &= 3(i_2 - H_0 i_3 - h I_3^0); \\ f_2 &= \frac{3}{\chi_0} (j_1 - H_0 j_2 - h J_2^0) - \frac{1 - \chi_0^2}{\chi_0} F_2(\chi_0). \end{aligned} \right\} \quad (342)$$

В разложениях $F_3(\chi)$ и $\frac{F_1 \chi}{\chi}$ по степеням s сохраняются лишь первые члены $F_3(\chi_0)$ и $\frac{F_1 \chi_0}{\chi_0}$. Обращаясь к коэффициенту относительной нагруженности k_1 , прежде всего величину G , определяемую формулой (327) при нестационарном движении, будем предполагать такой же как и при стационарном движении, как это подтверждается более детальным анализом, привлекая выражения для функций Φ_1 , Φ_2 , Φ_3 и выражение (329). Итак, если G берется по формуле (286) или табл. 56, то при надлежащем выборе интервала изменения χ величину G с достаточной степенью точности можно аппроксимировать полиномом $G = a + b\chi + c\chi^2$, из которого будет следовать¹, что

$$G = G_0 + g_1 s,$$

где

$$g_1 = (1 - \chi_0^2)(b + 2\chi_0). \quad (343)$$

Тогда выражение (291) при взятой нами степени приближения, согласно которой

$$k_1 = k_{10} + k_{11} s$$

позволит написать

$$k_{11} = -2g_1 \left(\frac{d}{L}\right)^2 \sum_{m=1}^n \left[1 + \frac{(2m-1)^2 \pi^2}{4} \left(\frac{d}{L}\right)^2 G \right]^{-2}. \quad (344)$$

Будем относить невозмущенное положение шипа к его стационарному нагружению силами Q и P_m (осредненное значе-

¹ Для шипа, наполовину охватываемого смазочным слоем и половинного подшипника, величины коэффициентов a , b и c приведены в работе [67], стр. 285. В этой же работе более подробно изложены вычисления, связанные с линеаризацией системы (333).

ние $\chi = \chi_0$ будет тогда соответствовать положению центра шипа при нагружении силами Q и P_m , тогда первая из формул (256), формулы (192) и (331) позволят написать

$$q \cos \Theta_1 + \zeta_m \cos \Theta = k_{10} F_1(\chi_0),$$

$$q \sin \Theta_1 + \zeta_m \sin \Theta = k_{10} F_2(\chi_0);$$

поэтому, принимая во внимание выражения (341), (343) и (338) из уравнений (333) получим искомую линеаризованную систему при нестационарном нагружении шипа

$$\begin{aligned} \ddot{s} = & -c_{31}\dot{s} - c_{32}\dot{\beta} - c_{33}\dot{s} + c_{34}\dot{\beta} - \\ & - \frac{\beta}{1-\chi^2} \sum_1^{\infty} \left[\delta_k \sin \alpha_k \cos \left(\frac{2\pi k}{m} \tau \right) + \delta'_k \sin \alpha'_k \sin \left(\frac{2\pi k}{m} \tau \right) \right] + \\ & + \frac{1}{1-\chi^2} \sum_1^{\infty} \left[\delta_k \cos \alpha_k \cos \left(\frac{2\pi k}{m} \tau \right) + \delta'_k \cos \alpha'_k \sin \left(\frac{2\pi k}{m} \tau \right) \right], \quad (345) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \ddot{\beta} = & c_{41}\dot{s} - c_{42}\dot{\beta} + c_{43}\dot{s} - c_{44}\dot{\beta} - \\ & - \frac{\beta}{\chi} \sum_1^{\infty} \left[\delta_k \cos \alpha_k \cos \left(\frac{2\pi k}{m} \tau \right) + \delta'_k \cos \alpha'_k \sin \left(\frac{2\pi k}{m} \tau \right) \right] - \\ & - \frac{1}{\chi} \sum_1^{\infty} \left[\delta_k \sin \alpha_k \cos \left(\frac{2\pi k}{m} \tau \right) + \delta'_k \sin \alpha'_k \sin \left(\frac{2\pi k}{m} \tau \right) \right]. \end{aligned}$$

если отбросим все слагаемые, содержащие s и β или их производные выше первого измерения.

В системе (345)

$$\begin{aligned} c_{31} = & \frac{1}{\lambda} \cdot \frac{k_{10}}{1-\chi^2} \left(f_1 + \frac{k_{11}}{k_{10}} F_1 \right), \quad c_{32} = \frac{1}{\lambda} \cdot \frac{k_{10} F_2}{1-\chi^2}; \\ c_{33} = & \frac{\sigma}{\lambda} k_{10} F_3, \quad c_{34} = \frac{\sigma}{\lambda} \cdot \frac{2k_{10} F_1}{1-\chi^2}, \\ c_{41} = & \frac{1}{\lambda} \cdot \frac{k_{10}}{\chi} \left(f_2 + \frac{k_{11}}{k_{10}} F_2 \right), \quad c_{42} = \frac{1}{\lambda} \cdot \frac{k_{10} F_1}{\chi}, \\ c_{43} = & \frac{\sigma}{\lambda} (1-\chi^2) \frac{2k_{10} F_1}{\chi^2}, \quad c_{44} = \frac{\sigma}{\lambda} \cdot \frac{2k_{10} F_2}{\chi}, \\ \delta_k = & \frac{P_k}{Q}, \quad \delta'_k = \frac{P'_k}{Q}. \end{aligned} \quad (346)$$

Нулевой индекс при χ в правых частях формул (346) опущен.

Как в системе (345), так и в системе (336) предполагается также, что границы смазочного слоя для мгновенного значения χ такие же, как и при стационарном нагружении для того же χ . При малых изменениях χ и β , т. е. для движений, описываемых уравнениями (345), такое допущение можно считать вполне справедливым. Если же амплитуды изменения χ и β будут значительны, предположение о независимости границ слоя смазки от скоростей и ускорений шипа является лишь удобной и весьма вероятной гипотезой. Экспериментально этот вопрос не был исследован.

30. АНАЛИЗ НЕКОТОРЫХ СЛУЧАЕВ НЕСТАЦИОНАРНОГО НАГРУЖЕНИЯ ПОДШИПНИКОВ

В самом общем случае нестационарного нагружения изменения χ и β подчиняются системе (336), которая в этом смысле по своей применимости является универсальной и, в частности, справедливой и в тривиальном случае стационарного нагружения. Действительно, при стационарном нагружении $\zeta_k = \zeta'_k = 0$ ($k \geq 1$), поэтому

$$\zeta_c(\tau) = \zeta_m \cos(\Theta + \beta), \quad \zeta_s(\tau) = \zeta_m \sin(\Theta + \beta).$$

Поскольку стационарность нагружения эквивалентна условию $\chi = \text{const}$, то системе (336) можно будет удовлетворить лишь при $\beta = \text{const}$, когда, в частности, последняя постоянная равна нулю. Наоборот, если стационарность нагружения считать эквивалентной условию $\beta = 0$, то непосредственным следствием этого будет постоянство χ .

Из нетривиальных случаев¹ отдельный интерес представляют: 1) нагружение невращающегося шипа постоянной по направлению и переменной по величине силой, 2) нагружение силой постоянной величины, вращающейся с постоянной угловой скоростью (так называемая «центробежная» нагрузка).

При первом из этих видов нагружения линия центров будет совпадать с линией действия нагрузки $\beta = 0$ и в силу симметрии нагружения из уравнений системы (333) сохранится только первое. Если учитывать массу шипа и связанных с ним частей,

¹ Начиная с 1919 г. с Гаррисона, который первый пытался анализировать динамически нагруженные подшипники, все, кто занимался этим вопросом [37], [225], а также Дик, Барвелл и другие анализировали по существу поведение реакции слоя смазки в предположении постоянства числа Зоммерфельда, например, [157] или постоянства угловой скорости линии центров [157], [40], [37] либо других величин, характеризующих движение центра шипа. Подробные литературные указания даны в [157]. Все эти работы носят качественный и весьма искусственный характер. На различие в скоростях линии центров и вектора нагрузки впервые указал, по-видимому, Дьячков [40], стр. 38, [37] стр. 21 и 26. Исключением является работа Куцаева [81], который не только качественно, но и количественно рассмотрел случай знакопеременной силы при неподвижной линии ее действия.

то, принимая во внимание выражения (332), (334) и (335), а также то, что $\Theta_1 = \Theta = 0$, $\beta = 0$, $\alpha_k = \alpha'_k = 0$, обозначая через $P(t)$ действующую вдоль линии центров силу, получим

$$\ddot{\chi} + 3 \frac{\sigma}{\lambda} k_{1П} \vartheta_{\infty}(\chi) \dot{\chi} = \frac{gT^2}{\Delta} \left[1 + \frac{P(t)}{Q} \right], \quad (347)$$

где T определенным образом выбранное характерное время. Однократное интегрирование уравнения (347) дает

$$\dot{\chi} + 3 \frac{\sigma}{\lambda} [\Psi(\chi) - \Psi(\chi_0)] = \dot{\chi}_0 + \frac{gT^2}{\Delta} \left[\tau + \frac{1}{Q} \int_0^{\tau} P(\tau) d\tau \right], \quad (348)$$

причем здесь χ_0 и $\dot{\chi}_0$ — значения относительного эксцентриситета и скорости центра шипа в начальный момент времени, а функция $\Psi(\chi)$ равна

$$\Psi(\chi) = \int_0^{\chi} k_{1П} \left(\frac{L}{d}, \chi \right) \vartheta_{\infty}(\chi) d\chi. \quad (349)$$

Величины

$$\Psi(\chi) \text{ при } \varphi_1 = \frac{\pi}{2}, \quad \varphi_2 = \frac{3\pi}{2}$$

и для 120°-ного подшипника для некоторых χ и $\frac{L}{d}$ даны в табл. 60.

Дальнейшее интегрирование уравнения (348) можно произвести только численно при конкретном виде изменения приложенной силы $P(\tau)$ со временем.

Более простые результаты получаются, если можно пренебречь инерцией шипа и связанных с ним масс. Движение шипа в этом случае будет описываться первым уравнением системы (336), приобретающем в этом случае вид

$$3\sigma k_{1П} \vartheta_{\infty}(\chi) \dot{\chi} = \zeta_c(\tau).$$

Постоянная слагающая $\zeta_c(\tau)$ может включать в себе вес шипа и связанных с ним частей.

Интегрирование этого последнего уравнения дает

$$\Psi(\chi) = \Psi(\chi_0) + \frac{1}{3} \cdot \frac{T\psi^2}{Ld\mu_0} \int_0^{\tau} P(\tau) d\tau, \quad (350)$$

откуда непосредственно можно найти χ для любого момента времени. Почти к тому же результату пришел Куцаев [81], ко-

Наименование типа подшип- ника	$\frac{L}{d}$	Относительный эксцентricитет χ														
		0,00	0,10	0,20	0,30	0,40	0,50	0,60	0,65	0,70	0,75	0,80	0,85	0,90	0,925	0,950
180°-ный подшипник	0,30	0,00	0,0102	0,0236	0,0418	0,0672	0,1059	0,1693	0,2178	0,2839	0,3829	0,5401	0,8255	1,441	2,061	3,020
	0,50	0,00	0,0218	0,0619	0,1090	0,1743	0,2702	0,4246	0,5401	0,6975	0,9193	1,260	1,850	3,003	4,107	6,169
	0,70	0,00	0,0484	0,1110	0,1937	0,3076	0,4718	0,7239	0,9050	1,149	1,492	1,991	2,827	4,395	5,779	8,354
	1,00	0,00	0,0829	0,1896	0,3281	0,5124	0,7726	1,155	1,423	1,770	2,237	2,909	3,953	5,839	7,471	10,308
	1,50	0,00	0,1375	0,3083	0,5210	0,8002	1,177	1,711	2,072	2,530	3,132	3,956	5,866	8,103	9,966	13,232
	∞	0,00	0,3367	0,7193	1,170	1,722	2,412	3,320	3,890	4,589	5,467	6,626	8,461	11,174	13,426	17,288
120°-ный подшипник	0,30	0,00	0,0089	0,0208	0,0374	0,0615	0,0986	0,1608	0,2086	0,2761	0,3755	0,5361	0,8321	1,463	2,104	3,489
	0,50	0,00	0,0212	0,0496	0,0890	0,1459	0,2319	0,3719	0,4794	0,6282	0,8450	1,184	1,760	2,927	4,041	6,151
	0,70	0,00	0,0355	0,0823	0,1499	0,2412	0,3782	0,5919	0,7569	0,9743	1,284	1,744	2,499	3,983	5,355	7,711
	1,00	0,00	0,0542	0,1257	0,2220	0,3576	0,5560	0,8613	1,082	1,381	1,793	2,405	3,375	5,291	6,911	9,947
	1,50	0,00	0,0785	0,1807	0,3137	0,4971	0,7591	1,158	1,436	1,804	2,307	3,038	4,162	6,192	7,975	11,135
	∞	0,00	0,1361	0,3083	0,5299	0,8253	1,232	1,820	2,230	2,752	3,447	4,411	5,876	8,398	10,543	14,221

торый, однако, находил не мгновенные значения χ для данного момента времени $t = T(\tau)$, а некоторое среднее значение χ , соответствующее импульсу $\int_0^{T_1} P(t) dt$ за промежуток времени T_1 .

Интересно отметить, что если сила $P(\tau)$ будет содержать постоянную слагающую, например, вес шипа, то по истечении достаточно большого промежутка времени χ может быть сделан как угодно близок к единице, т. е. в конце концов шип сядет на подшипник. Практически, однако, такой эффект может иметь место лишь при полном отсутствии вращения шипа.

Если изменение силы $P(\tau)$ с течением времени известно, то формулой (350) можно пользоваться для расчетов подшипника по величине допустимого возрастания силы, как это будет показано в следующей главе.

Рассмотрим теперь нагрузку, которая вращается с постоянной угловой скоростью ω' , не равной угловой скорости ω вращения шипа. В этом случае характерное время T равно времени одного оборота вала, следовательно, $\omega T = 2\pi$; кроме того, в выражениях (334) надо положить

$$\zeta_m = 0, \quad \zeta_k = \zeta'_k = 0 \text{ при } k \neq n$$

и

$$\zeta_k = \zeta'_k = \zeta_n \text{ при } k = n; \quad \alpha_n = 0,$$

$$\alpha'_n = \pm \frac{\pi}{2}, \quad \frac{n}{m} = \pm \frac{\omega'}{\omega},$$

поэтому

$$\zeta_c(\tau) = \cos\left(\beta \pm 2\pi \frac{\omega'}{\omega} \tau\right),$$

$$\zeta_s(\tau) = \sin\left(\beta \pm 2\pi \frac{\omega'}{\omega} \tau\right).$$

Знак плюс соответствует одинаковому направлению вращения нагрузки и вала, а знак минус — различным. Основная система (336) приобретает при этом вид:

$$\left. \begin{aligned} \left(1 - \frac{\beta}{\pi}\right) k_1 F_1(\chi) + \frac{k_1}{2\pi} F_3(\chi) \chi' &= \zeta_n \cos\left(\beta \pm 2\pi \frac{\omega'}{\omega} \tau\right), \\ \left(1 - \frac{\beta'}{\pi}\right) k_1 F_2(\chi) + \frac{k_1}{\pi} \frac{F_1(\chi)}{\chi} \chi' &= \zeta_n \sin\left(\beta \pm 2\pi \frac{\omega'}{\omega} \tau\right). \end{aligned} \right\} \quad (351)$$

В общем случае определить отсюда χ и β как функции времени можно лишь численно, но если, кроме того, положить $\chi = \text{const}$, то уравнения (351) дадут

$$\left(1 - \frac{\beta}{\pi}\right) k_1 \sqrt{F_1^2 + F_2^2} = \zeta_n;$$

$$\beta = \Theta \mp 2\pi \frac{\omega'}{\omega} \tau,$$

причем последнее равенство вытекает из уравнений (351) и формул (331), (194), рассматривая усилия со стороны смазки на шип. Последние формулы соответствуют случаю, который в литературе [225], [157], [37] именуется «центробежным» нагружением, когда постоянному χ отвечает линейная зависимость β от времени. Из системы (351) следует, что вращение вектора нагрузки с постоянной угловой скоростью не влечет за собой постоянства χ и линейной зависимости β от времени. Поэтому, строго говоря, заранее произвольно задаваться угловой скоростью линии центров или законом движения шипа вдоль линии центров, как это делали упомянутые авторы, ни в коем случае нельзя, поскольку как β , так и χ строго определенным образом, выражаемым системой (336), связаны как между собой, так и с действующими на шип силами.

Исчерпывающего расчета динамически нагруженных подшипников при произвольных по величине и направлению силах, который основывался бы на системе (336) вследствие представляющихся трудностей при ее разрешении мы не можем дать. Но при силах, направление которых мало отклоняется от некоторой фиксированной прямой, изменение относительного эксцентриситета можно определить из уравнения (348) или формулы (350).

31. УСТОЙЧИВОСТЬ РАВНОВЕСНОГО ПОЛОЖЕНИЯ ШИПА НА СМАЗОЧНОМ СЛОЕ

Необходимость исследования устойчивости равновесных положений шипа на слое смазки возникает в связи с довольно часто наблюдающимися в практике случаями ([7], стр. 88; стр. 129 и 136), ([223], стр. 100), [204], [208]¹ появления дополнительных вибраций роторов турбомашин, причиной которых

¹ Теоретически этот вопрос, рассматривая возмущения поля сил смазочного слоя без учета сил сопротивления, исследовал Стодола [224], ему следовали Гуммель [188] и Ханович [127]; Бургвиц [9], пользуясь этим же методом, учел силы сопротивления, считая их не зависящими от χ , следуя в этом Капице [56]. Аналитически методом возмущения поля сил этот вопрос был рассмотрен Чернавским [135]. Близкими путями шли Хагг [183] и Пестель [207]. Строго и со всей полнотой этот вопрос рассмотрен автором [67], показавшим тождественность результатов линейного приближения и метода анализа возмущений поля сил.

могло явиться лишь наличие смазочного слоя. Появление таких вибраций наблюдалось при значительных толщинах смазочного слоя у малонагруженных подшипников, т. е. при достаточно высоких положениях шипа. При этих положениях шипа случайные отклонения положения или скорости его центра приводят к движениям, амплитуды которых с течением времени могут возрастать. Для суждения о том, будут ли такие колебания со временем возрастать или убывать достаточно, на основании известных теорем Ляпунова, исследовать устойчивость линейного приближения, т. е. устойчивость малых движений центра шипа можно будет исследовать не на основании полных уравнений (333), а пользуясь линеаризованной системой (345). Вал, поддерживаемый подшипником, будем считать статически и динамически отбалансированным, т. е. таким, что $\delta = \delta'_k = 0$ а смазочный слой нагруженным лишь весом вала и связанных с ним частей.

Если ввести обозначения $s = x_1$, $\beta = x_2$, $s' = x_3$, $\beta' = x_4$, то основную систему (345) можно записать в следующей форме:

$$\frac{dx_1}{d\tau} = x_3;$$

$$\frac{dx_2}{d\tau} = x_4;$$

$$\frac{dx_3}{d\tau} = -c_{31}x_1 - c_{32}x_2 - c_{33}x_3 + c_{34}x_4;$$

$$\frac{dx_4}{d\tau} = c_{41}x_1 - c_{42}x_2 + c_{43}x_3 - c_{44}x_4,$$

причем здесь коэффициенты c_{ij} даются формулами (346). Как известно, решение последней системы, имеющей постоянные коэффициенты, может быть взято в виде $x_i = A_i e^{\nu\tau}$, где ν — характеристический показатель системы, который находится как корень уравнения, получаемого приравниванием нулю характеристического определителя системы

$$\begin{vmatrix} -\nu & 0 & 1 & 0 \\ 0 & -\nu & 0 & 1 \\ -c_{31} & -c_{32} & -(c_{33} + \nu) & c_{34} \\ c_{41} & -c_{42} & c_{43} & -(c_{44} + \nu) \end{vmatrix} = 0.$$

откуда следует уравнение

$$\nu^4 + A\nu^3 + B\nu^2 + D\nu + E = 0, \quad (352)$$

по корням которого можно судить об устойчивости или неустойчивости равновесного положения шипа на смазочном слое.

Коэффициенты уравнения (352)

$$\begin{aligned} A &= c_{44} + c_{33}, & B &= c_{44}c_{33} - c_{43}c_{34} + c_{42} + c_{31}; \\ D &= c_{44}c_{31} + c_{43}c_{32} + c_{42}c_{33} - c_{41}c_{34}; \\ E &= c_{42}c_{31} + c_{41}c_{32}. \end{aligned} \quad (353)$$

Для устойчивости необходимо, чтобы вещественные части корней уравнения (352) были отрицательны, а для этого, пользуясь признаком устойчивости Рауса-Гурвица, необходимо соблюдение неравенств

$$\begin{aligned} A > 0, & \quad B > 0, \quad D > 0, \quad E > 0, \\ R \equiv ABD - EA^2 - D^2 > 0. \end{aligned} \quad (354)$$

Границами области устойчивости в пространстве коэффициентов служат те части поверхностей $E=0$ и $R=0$, которые проходят в области, где $B>0$, $D>0$, $E>0$ (при фиксированном A). На поверхности $E=0$ характеристическое уравнение имеет один корень, равный нулю, а на поверхности $R=0$ — пару чисто мнимых корней. И тот и другой случаи являются «критическими» и более подробно могут быть исследованы с привлечением нелинейных слагаемых в системе (333).

Коэффициенты характеристического уравнения (352), как видно из формулы (346), зависят от $\frac{L}{d}$, χ , λ и σ , но чтобы выяснить какими параметрами помимо χ и $\frac{L}{d}$ будет определяться область устойчивости, необходимо исследовать последнее из неравенств (354), которое можно записать в виде

$$B > E \frac{A}{D} + \frac{D}{A}. \quad (355)$$

Подставив значения коэффициентов c_{ij} из выражений (346) в выражения (353), замечая, что $F_1(\chi) = \zeta_\infty \cos \Theta$ и $F_2(\chi) = \zeta_\infty \sin \Theta$, обозначив

$$\left. \begin{aligned} F_2 + \frac{2\zeta_\infty \sin \Theta}{\chi} &= A_1, & F_3 \operatorname{tg} \Theta - \frac{2\zeta_\infty \cos \Theta}{\chi} &= B_1, \\ f_1 \operatorname{tg} \Theta - f_2 &= D_1, & f_1 + f_2 \operatorname{tg} \Theta + \frac{k_{11}}{k_{10}} \frac{\zeta_\infty}{\cos \Theta} &= E_1 \end{aligned} \right\} \quad (356)$$

сначала найдем, что

$$\frac{D}{A} = \frac{F_1}{\lambda} \cdot \frac{1}{\chi} \cdot \frac{k_{10}}{1 - \chi^2} \left(2 \frac{D_1}{A_1} + 1 - \chi^2 \right);$$

$$E \frac{A}{D} = \frac{1}{\lambda} \cdot \frac{k_{10} E_1}{2 \frac{D_1}{A_1} + 1 - \chi^2};$$

поэтому в окончательном виде условие (355) запишем так

$$2k_{10}\zeta_{\infty} \cos \Theta \frac{B_1}{\chi} \frac{\sigma^2}{\lambda} > \frac{E_1}{2 \frac{D_1}{A_1} + 1 - \chi^2} + \\ + \frac{1}{1 - \chi^2} \left[\left(\frac{2}{\chi} \cdot \frac{D_1}{A_1} - \frac{k_{11}}{k_{10}} \right) \zeta_{\infty} \cos \Theta - f_1 \right]. \quad (357)$$

Поскольку коэффициенты c_{ij} , как следует из формул (346), величины положительные, то согласно формулам (353) A и E всегда положительны и в силу положительности D_1 и B_1 , как это следует из непосредственных вычислений, положительными будут и коэффициенты D и B . Поэтому лишь неравенство (357) устанавливает те соотношения между параметрами, которые позволяют судить об устойчивости или неустойчивости равновесного положения шипа на смазочном слое. Параметров, которыми описывается поведение шипа конечной длины на слое смазки в смысле его устойчивости по отношению к мгновенным возмущениям, будет три: относительный эксцентриситет χ , отношение длины подшипника к его диаметру $\frac{L}{d}$ и безразмерный параметр

$$\frac{\sigma^2}{\lambda} = \frac{2L\omega^2}{M\omega\psi^3}, \quad (358)$$

причем здесь M — полная масса всех частей, движущихся вместе с шипом. Только лишь эти величины содержат в себе и первые четыре неравенства (354), поэтому единственными параметрами, связанными с устойчивостью шипа на слое смазки, будут χ , $\frac{L}{d}$ и $\frac{\sigma^2}{\lambda}$. Исследование устойчивости будет заключаться в выделении областей устойчивости в пространстве указанных параметров.

В случае Жуковского — Чаплыгина, когда $\varphi_1 = 0$, $\varphi_2 = 2\pi$, а значит $\Theta = \frac{\pi}{2}$ (см. стр. 184), имеем $F_1 = 0$ и так как $I_2 = I_3 = 0$, то по формуле (339) и $i_2 = i_3 = 0$, поэтому первая из формул (342) дает, что $f_1 = 0$. Но тогда из выражений (346) следует, что $c_{31} = c_{34} = c_{42} = c_{43} = 0$ и из формул (353) получим

$$A = c_{44} + c_{33}, \quad B = c_{44}c_{33},$$

$$D = 0, \quad E = c_{41}c_{32}.$$

Мы видим, что условие $D > 0$ не выполняется, а, кроме того,

$$R \equiv -EA^2$$

является величиной отрицательной. Поэтому в рассматриваемом случае равновесное положение шипа на смазочном слое неустойчиво при всех χ . К такому же выводу, но иным путем пришел Порицкий [211].

Из этого следует также, что при воздушной смазке и низких положениях шипа $\epsilon \rightarrow \infty$ ($\omega \rightarrow 0$), когда поведение воздуха близко к поведению несжимаемой жидкости, движение шипа на воздушном слое будет весьма неустойчивым. Поэтому аэродинамические опоры необходимо конструировать так, чтобы ϵ было достаточно мало и шип занимал положение, при котором $\chi < 0,7$. У неограниченно протяженных подшипников $k_{10} = 1$, $k_{11} = 0$. Об устойчивости в этом случае можно судить лишь по соотношению между параметрами $\frac{\sigma^2}{\lambda}$ и χ , связанных неравенством (357), принимающем в этом случае вид:

$$2\zeta_{\infty} \cos \Theta \frac{B_1}{\chi} \frac{\sigma^2}{\lambda} > \frac{f_1 + f_2 \operatorname{tg} \Theta}{2 \frac{D_1}{A_1} + 1 - \chi^2} + \frac{1}{1 - \chi^2} \left(\frac{2}{\chi} \cdot \frac{D_1}{A_1} \zeta_{\infty} \cos \Theta - f_1 \right). \quad (359)$$

Граница области устойчивости для каждого χ будет соответствовать некоторому значению параметра $\frac{\sigma^2}{\lambda}$, которое мы обозначим через $\left(\frac{\sigma^2}{\lambda}\right)_{kp}$ и при котором в последнем выражении будет иметь место знак равенства.

Вычисленные таким образом величины $\left(\frac{\sigma^2}{\lambda}\right)_{kp}$ при обрыве слоя смазки в минимальном зазоре и для половинного подшипника приведены в табл. 61 и изображены на фиг. 56.

Таблица 61

χ	Обрыв слоя в h_{\min}	Половинный подшипник	χ	Обрыв слоя в h_{\min}	Половинный подшипник
0,00	—	—	0,30	0,6560	0,1049
0,05	4,7532	1,1049	0,40	0,4160	0,0620
0,10	2,3392	0,6256	0,50	0,2665	0,0448
0,15	1,5148	0,3592	0,60	0,1614	0,0306
0,20	1,0924	0,2377	0,70	0,0763	0,0146
0,25	0,8316	0,1509	0,75	—	0,0047

В области устойчивого равновесного положения шипа на смазочном слое должно выполняться неравенство $\frac{\sigma^2}{\lambda} > \left(\frac{\sigma^2}{\lambda}\right)_{кр}$.

С понижением шипа в подшипнике устойчивость движения шипа повышается и начиная с некоторого значения χ , которое мы назовем критическим и обозначим $\chi_{кр}$, шип становится устойчив при любых $\frac{\sigma^2}{\lambda}$. В рассматриваемых нами случаях $\chi_{кр} = 0,795$

и $\chi_{кр} = 0,774$. Как видим для половинного подшипника $\left(\frac{\sigma^2}{\lambda}\right)_{кр}$ в два с лишним раза меньше чем при обрыве слоя в минимальном зазоре, т. е. область неустойчивости здесь значительно уменьшена, особенно при высоких положениях шипа. Впрочем обрыв слоя в h_{\min} вряд ли возможен и этот случай взят лишь для сравнения.

Для исследования влияния конечной длины подшипника, точнее отношения $\frac{L}{d}$ на устойчивость равновесного положения шипа возьмем половинный подшипник как отвечающий выполненным конструкциям большинства паровых турбин. Граница области устойчивости для каждого $\frac{L}{d}$ при каждом χ определится из выражения (357) заменой в нем, как и ранее, знака неравенства на знак равенства и последующим вычислением соответствующего $\left(\frac{\sigma^2}{\lambda}\right)_{кр}$, который в этом случае будет зависеть не только от χ , но и от $\frac{L}{d}$. Величины этого $\left(\frac{\sigma^2}{\lambda}\right)_{кр}$ приведены в табл. 62, а на фиг. 56 даны соответствующие граничные кривые.

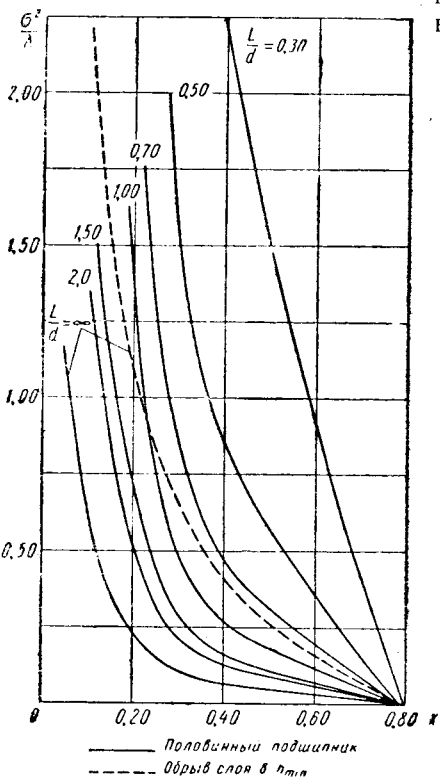
Т а б л и ц а 62

χ	Отношение длины подшипника к его диаметру						
	0,33	0,50	0,70	1,00	1,50	2,00	∞
0,20	11,544	4,3192	2,3234	1,3160	0,7228	0,5252	0,2488
0,30	4,0843	1,5540	0,8529	0,4819	0,2833	0,2136	0,1049
0,40	2,2149	0,8433	0,4638	0,2660	0,1592	0,1251	0,0620
0,50	1,4948	0,5722	0,3157	0,1836	0,1112	0,0867	0,0448
0,60	0,9270	0,3570	0,2002	0,1116	0,0722	0,0566	0,0306
0,70	0,4108	0,1575	0,0899	0,0531	0,0333	0,0264	0,0146
0,75	0,1969	0,0737	0,0410	0,0229	0,0135	0,0102	0,0047
$\chi_{кр}$	0,796	0,794	0,792	0,788	0,784	0,781	0,774

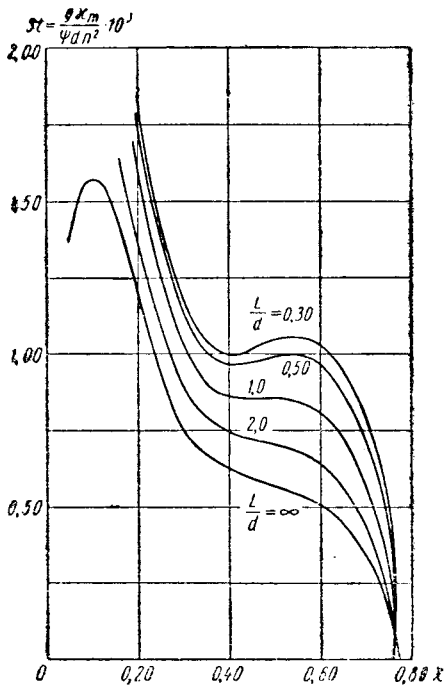
Из этих данных непосредственно видно, что с укорочением длины подшипника сравнительно с диаметром устойчивость

шипа значительно уменьшается и особенно резко при $\frac{L}{d} < 1,0$,

причем укорочение длины подшипника отрицательно сказывается на устойчивости так же и в том отношении, что при более коротких подшипниках с уменьшением χ устойчивость падает быстрее, чем при подшипниках более длинных. Однако вторая половина высказанного вывода о влиянии относитель-



Фиг. 56. Кривые для определения областей устойчивости по критерию $\frac{\sigma^2}{\lambda}$



Фиг. 57. Кривые для определения областей устойчивости по критерию St

ного эксцентриситета на устойчивость движения шипа на смазочном слое в достаточной мере имеет относительное значение, поскольку, с одной стороны, размерные величины L , μ , ω и M , входящие в характерный безразмерный параметр $\frac{\sigma^2}{\lambda}$, в свою

очередь оказывают влияние на величину нагруженности, а следовательно, на положение шипа в подшипнике (величину χ); с другой стороны, этот характерный параметр содержит величины, которые указывают, в какой мере внешняя нагрузка на шип (помимо веса движущихся частей, связанных непосред-

ственно с шипом) оказывает влияние на устойчивость его движения на смазочном слое. Отсюда следует, что для более полного и более конкретного анализа устойчивости движения шипа на смазочном слое в зависимости от нагруженности подшипника вместо параметра $\frac{\sigma^2}{\lambda}$ желательнее было бы ввести другой параметр, который, с одной стороны, явно содержал бы минимальное количество величин, непосредственно связанных с нагруженностью, а с другой стороны, хотя бы косвенно отражал влияние внешней нагрузки (помимо веса движущихся вместе с шипом тел) на устойчивость движения шипа.

Новый характерный параметр, удовлетворяющий указанным условиям, который в дальнейшем мы будем обозначать как St , должен, кроме того, удовлетворять еще и тому условию, чтобы его некоторое значение при заданных $\frac{L}{d}$ и χ , которое мы будем называть «критическим» и обозначать $St_{кр}$, являлось границей между его устойчивыми и неустойчивыми значениями и было связано с критическим значением параметра $\frac{\sigma^2}{\lambda}$. Чтобы получить параметр St , поступим следующим образом. Если P_m постоянно действующая на шип нагрузка, включающая в себя вес шипа со всеми связанными с ним частями ($F_m > Q$), так что $\zeta = \frac{m^{1/2}}{Ld\mu\omega}$, то обозначив $\frac{P_m}{Q} = \chi_m$ согласно формуле (358) сможем написать

$$\frac{\sigma^2}{\lambda} = \frac{2gL\mu}{Q\omega\psi^3} = \chi_m \frac{gLd\mu\omega}{P_m\psi^2\omega^2\psi r} = \frac{2\chi_m g}{\zeta\omega^2 d\psi}.$$

Переходя от угловой скорости к числу оборотов и положив

$$St = \frac{g\chi_m}{\psi dn^2} 10^3, \quad (360)$$

найдем, что параметры St и $\frac{\sigma^2}{\lambda}$ связаны соотношением

$$St = 5,483 \frac{\sigma^2}{\lambda} \zeta. \quad (361)$$

Таким же соотношением связаны и критические значения St и $\frac{\sigma^2}{\lambda}$. Для устойчивости равновесных положений шипа на смазочном слое должно соблюдаться условие

$$\frac{g\chi_m}{\psi dn^2} 10^3 > St_{кр}.$$

Величины параметра $St_{кр}$ при разных χ и $\frac{L}{d}$ приведены в табл. 63 и на фиг. 57.

χ	Отношение длины подшипника к его диаметру						
	0,30	0,50	0,70	1,00	1,50	2,00	∞
0,05	—	—	—	—	—	—	1,393
0,10	—	—	—	—	—	—	1,574
0,20	1,791	1,747	1,681	1,609	1,435	1,372	1,203
0,30	1,169	1,133	1,094	1,033	0,947	0,893	0,750
0,40	1,007	0,966	0,918	0,859	0,778	0,748	0,626
0,50	1,049	0,994	0,931	0,858	0,761	0,705	0,570
0,60	1,032	0,965	0,896	0,807	0,698	0,643	0,511
0,70	0,782	0,707	0,647	0,561	0,475	0,431	0,333
0,75	0,513	0,444	0,387	0,310	0,240	0,202	0,128

Критерий St зависит от нагруженности подшипника лишь в той мере, в какой относительным эксцентриситетом при данном $\frac{L}{d}$ определяется его критическое значение $St_{кр}$; поэтому, анализируя полученные величины для $St_{кр}$, можем сказать, что в пределах не очень малых и средних значений относительных эксцентриситетов устойчивость движения шипа мало зависит от нагруженности и резко возрастает при $\chi > 0,65$. Увеличение внешней нагрузки сверх веса шипа и связанных с ним масс благоприятно отражается на повышении устойчивости его движения, так же как и уменьшение массы шипа и связанных с ним частей. Последним объясняется применение подшипников с «лимонной» расточкой, когда благодаря работе верхней половинки вкладыша увеличивается нагрузка P_m [209], [210]. Такую же роль выполняют и трехсекционные вкладыши [210]. Уменьшение числа оборотов и относительных зазоров ψ также благоприятно сказывается на устойчивости движения шипа на смазочном слое, как и увеличение длины подшипника сравнительно с его диаметром. Турбомашины, имея сравнительно большое число оборотов, значительные веса движущихся вместе с шипом частей при отсутствии дополнительной внешней нагрузки и не очень малые относительные зазоры, имеют рабочие режимы при таких условиях, для которых шип в подшипнике занимает сравнительно высокое положение, что приводит, к условиям, способствующим возникновению неустойчивого движения шипа на смазочном слое. В этом отношении турбомашины занимают почти исключительное положение, чем и объясняется, что главным образом у них наблюдались вибрации шипа в подшипнике.

ОСНОВЫ РАСЧЕТА И ПРОЕКТИРОВАНИЯ ПОДШИПНИКОВ

Чтобы подшипник в течение длительного времени мог обеспечивать необходимую и достаточную точность положения или заданного движения вала (или оси) по отношению к корпусу машины (или к раме экипажа), должны быть созданы условия, при которых изнашивание элементов подшипниковой пары было бы минимальным или не превышало некоторых пределов, допустимых по условиям работы машины. С этой точки зрения расчет подшипниковой пары сводится к выяснению тех размеров вала и вкладыша и подбору материалов, при которых изменение конфигурации рабочих поверхностей в процессе нормальной эксплуатации узла трения максимально обеспечивало бы желаемые результаты. Метод и надежность расчета зависят от того к какой группе согласно классификации, данной в табл. 10, относится подшипник. Подшипники первой группы, нормальный эксплуатационный режим работы которых находится на нисходящей ветви диаграммы трения (подшипники 1-го, 2-го и 3-го классов), не рассчитываются в обычном понимании этого слова ввиду того, что теория процессов, происходящих при граничном и полужидкостном трении, не достигла степени развития, дающей непосредственный практический результат в виде расчета пары трения. Подшипники указанных классов подбираются либо по аналогии условий работы либо по эмпирическим данным для удельных давлений, скоростей или величин от них производных, даваемых практикой. Обычному расчету подлежат подшипники второй группы (4-го и 5-го классов) по приводимой в табл. 10 классификации, трущиеся поверхности которых при нормальной работе разделяются устойчивым смазочным слоем.

Для подшипников второй группы расчет заключается в определении таких основных геометрических размеров шипа и вкладыша и такого смазочного материала и его состояния, при которых минимальный зазор h_{\min} был бы не меньше некоторой величины h_k , а масляный слой был бы обеспечен от разрыва вблизи места наибольшего сближения шипа и подшипника и тем самым была бы обеспечена невозможность перехода трения

жидкостного в полужидкостное или граничное. При известных конструктивном типе подшипника, режиме его работы и группе масел, из которой будет выбрано масло, предназначенное к использованию для работы в проектируемом подшипнике, расчет в основном сводится к определению h_{\min} при возможном варьировании величины зазора Δ , а иногда и длины подшипника или его диаметра. Здесь возникает необходимость: 1) указать оптимальные или вероятные границы интервала изменения характеристик смазочного слоя в каждом конкретном случае расчета; 2) выяснить надежность найденной расчетной величины характеристик при небольших отклонениях внешних факторов от их заданной величины, т. е. определить устойчивость оптимальной величины минимальной толщины смазочного слоя по отношению к небольшим изменениям условий работы подшипника.

Накопленный в настоящее время экспериментальный и расчетный материал позволяет, пользуясь количественными данными трех предыдущих глав, не только с достаточной точностью рассчитать подшипник, работающий в условиях гидродинамического трения, но и установить запас надежности расчетных величин.

Поэтому, дав в следующем параграфе известные из опыта и практики эксплуатации общие сведения по применению материалов в связи с рекомендуемыми расчетными величинами, особенно для подшипников первой группы, в следующих параграфах дадим методы расчета подшипников второй группы по оптимальной величине h_{\min} и рекомендуемый материал, накопленный практикой по удельным давлениям, скоростям и основным размерам применительно к отдельным типам подшипников.

32. ОБЩИЕ ИСХОДНЫЕ СООБРАЖЕНИЯ, ОТНОСЯЩИЕСЯ К ПРОЕКТИРОВАНИЮ ПОДШИПНИКОВ И ВЫБОРУ ИХ ОСНОВНЫХ РАЗМЕРОВ

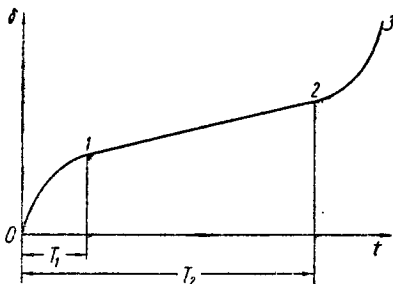
Эксплуатация любых подшипников, будь то подшипники, работающие совсем без смазки или при ее недостаточном количестве или даже подшипники нормально работающие в условиях жидкостного трения, всегда сопровождается изнашиванием как вкладыша, так и цапфы, причем, если нормальная работа подшипника происходит в условиях совершенного смазывания, то изнашивание будет иметь место при каждом пуске в ход и при каждой остановке вала.

Выражая износ в единицах, отвечающих изменению δ размеров, элементов подшипниковой пары, нарастание износа по времени t можно изобразить кривой, представленной на фиг. 58, которая имеет три характерных участка. Первый участок $0-1$ отвечает периоду приработки, т. е. тому начальному этапу изнашивания, в течение которого скорость изнашивания посте-

ленно уменьшается, приближаясь к некоторой постоянной величине, характерной для нормальной эксплуатации, а удельное давление и трение на площадках фактического контакта снижаются с одновременным увеличением самой этой поверхности.

Участок 1—2 (установившегося износа), соответствующий периоду нормальной работы подшипникового узла, характеризуется постоянной скоростью износа, что будет справедливо и при циклическом изнашивании для подшипников, нормально работающих при жидкостном трении. Наконец, участок 2—3 (усиленного износа) отвечает возрастанию скорости износа вследствие увеличения общего износа δ до величины, существенно изменяющей динамику процесса трения.

Таким образом, долговечность подшипника определяется периодом времени T_2 , соответствующего началу участка 2—3. Средняя продолжительность службы подшипника T_2 зависит прежде всего от условий его работы, как это можно видеть из следующих данных:



Фиг. 58. Диаграмма Лоренца течения износа по времени

Авиационные поршневые двигатели	700—1000 час.
Двигатели легковых автомобилей	1500—2000 "
Двигатели грузовых автомобилей	3000—4000 "
Тепловозные и морские двигатели	4000—5000 "
Стационарные двигатели	15 000 час. и выше

При заданных условиях работы, а значит известном режиме трения, период T_2 будет определяться прежде всего выбором материала подшипника, поскольку для такого выбора практикой предоставляются более широкие возможности, чем для выбора материала вала и смазки. Очевидно также, что каждому типу машин, т. е. каждому типу условий трения, будет соответствовать конструктивно и экономически приемлемая группа подшипниковых сплавов, отвечающая оптимальной долговечности. Применение же в конкретных условиях того или иного типа сплава зависит от «антифрикционности» этого сплава¹, подразумевая под этим, как пишет Хрущов М. М. ([129], стр. 53)² «...совокупность его свойств, вследствие которых при его трении

¹ Строго говоря, антифрикционность является свойством не подшипникового сплава, а комплексным служебным свойством материалов вала, вкладыша и смазки [129] стр. 52.

² Хрущову М. М. принадлежат современные концепции антифрикционности и ряд обширных работ по этому вопросу, а его исследования [128] по приработываемости подшипниковых материалов надо считать классическими. Мы широко пользуемся работами профессора М. М. Хрущова.

в сопряжении со сталью получается сравнительно низкий коэффициент трения в заданном диапазоне возможных изменений условий работы, в первую очередь относящихся к обеспеченности смазкой и к температуре».

Соответственно этому, если трение происходит:

1. При отсутствии смазки, для заданных внешних условий трения (давление, скорости скольжения, объемной температуры сопряженных деталей, начальной шероховатости трущихся поверхностей и т. п.) более антифрикционным будет подшипниковый материал, дающий более низкий коэффициент трения и который не будет налипать, привариваться или недопустимо повреждать сопряженную деталь.

2. При граничной смазке и равных внешних условиях более антифрикционным будет материал, коэффициент трения которого будет меньше, или у которого разрушение граничного слоя произойдет при более высоких нагрузках или более высоком сочетании нагрузки и скорости.

В последнем случае антифрикционность проявляется в связи с достаточной прочностью или быстрой восстанавливаемостью граничного смазочного слоя, которым отвечают те свойства материала подшипника, которые: 1) обеспечивают более низкую температуру на поверхности трения, при которой граничный слой смазки не разрушается, 2) обеспечивают образование силами адгезии граничного слоя смазки, который разрушается при более высокой температуре, 3) обеспечивают быстрое восстановление граничного слоя смазки в местах, где он разрушен (например, путем выделения смазки из пор подшипникового материала).

Антифрикционности соответствуют также свойствам материала после местного разрушения слоя смазки или при местном трении без смазки, обеспечивающие в течение возможно большего времени низкий коэффициент трения и отсутствие заедания на валу¹ (например, благодаря смазывающему действию тонкого покрытия мягкого металла, нанесенного на твердое основание, или образующегося при выделении мягкой составляющей из самого материала).

В связи с этим, одним из основных показателей, а в двигателях внутреннего сгорания самым важным показателем антифрикционности подшипникового материала, является «прирабатываемость», подразумевая под ней ([129], стр. 57), ([128], стр. 10 и 88) «свойство подшипникового материала увеличивать

¹ Объяснение антифрикционности «правилом» (1898 г.) Шарпи, согласно которому антифрикционный сплав должен состоять из «твердых зерен в пластичной основе» неправильно, ввиду ошибочности общераспространенного толкования этого правила, [129], стр. 55—57, а так же благодаря тому, что многие антифрикционные сплавы не удовлетворяют этому правилу. Хотя, с другой стороны, баббиты и сплавы на кадмиевой и алюминиевой основе соответствуют правилу Шарпи.

посредством износа или пластического деформирования поверхность прилегания подшипника к цапфе при изменении внешних условий трения при несовершенной смазке (повышение нагрузки, понижение скорости или вязкости смазочного материала)». Оценивать прирабатываемость, используя методику вытирания лунки при ступенчатом нагружении, предложенную Хрущовым, можно по величине критического p_k удельного давления ([128], стр. 70 и 90), при котором имеет место существенное изменение в дальнейшем ходе опыта и которое характеризует собой достижение на поверхности трения некоторых критических условий по всей вероятности, температурных.

Лучшими надо считать сплавы, имеющие более высокие значения p_k , величины которых при испытании с керосином для ряда материалов по опытам Хрущова ([128], стр. 76) приведены в табл. 64.

Таблица 64

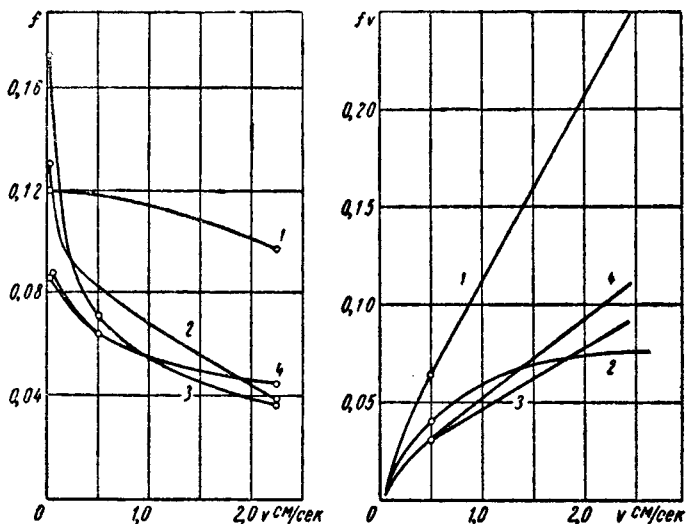
Показатели	Баббиты							Свинцовые сплавы		Свинцовистая бронза с 32% Pb	
	Б-93	Б-83	Б-40	Б-16	Б-10	БМ	SAE-14	БС	К		Л
									К		Л
Твердость по Бринелю	24,2	26,7	19,5	29,5	27	27	27	19,7	19,4	17	32,5
p_k в кг/см ²	212	441	360	266	275	259	400	277	179	318	422

При испытании на автоле получились другие значения p_k , поэтому принимать p_k за универсальный критерий антифрикционности вряд ли возможно. Вообще, каких-либо универсальных показателей антифрикционности установить нельзя, поскольку антифрикционность может вызываться совершенно различными свойствами материала в зависимости от условий трения. Но косвенными показателями, в какой-то мере характеризующими антифрикционность выбираемого материала при данных условиях его работы могут служить прежде всего коэффициент трения при фиксированных условиях смазывания (при различных смазках и разном ее количестве коэффициенты трения могут резко между собой отличаться), а затем, показатели, характеризующие процесс изнашивания подшипника и вала — удельное давление, соответствующее исследуемым предельным условиям, какое-либо сочетание давления и скорости относительного скольжения и т. п.

На фиг. 59 показано изменение коэффициента трения со скоростью и произведение коэффициента трения на скорость (пропорциональное при постоянном давлении работе трения), от скорости при постоянном давлении и достаточном количестве смазки ([194], стр. 88 и 93). Как видим, мягкие сплавы по величине коэффициента трения показывают лучшую антифрикцион-

ность. Аналогичная картина иллюстрируется кривыми на фиг. 13.

Для взятого антифрикционного сплава трение в конкретных условиях с достаточной полнотой определяется совокупностью не одного, а ряда показателей, характеризующих условия трения, причем главными надо признать те показатели, с помощью которых прямо или косвенно можно оценить температурные



Фиг. 59. Изменение коэффициента трения со скоростью при постоянном давлении для антифрикционных сплавов:

- 1 — свинцовистая бронза (Pb — 30); 2 — оловянистый баббит (Sb — 7, Cu — 3,2);
 3 — свинцовистый баббит (Sn — 12, Sb — 13, Cu — 0,25); 4 — кадмиевый подшипниковый сплав (Ni — 1,4)

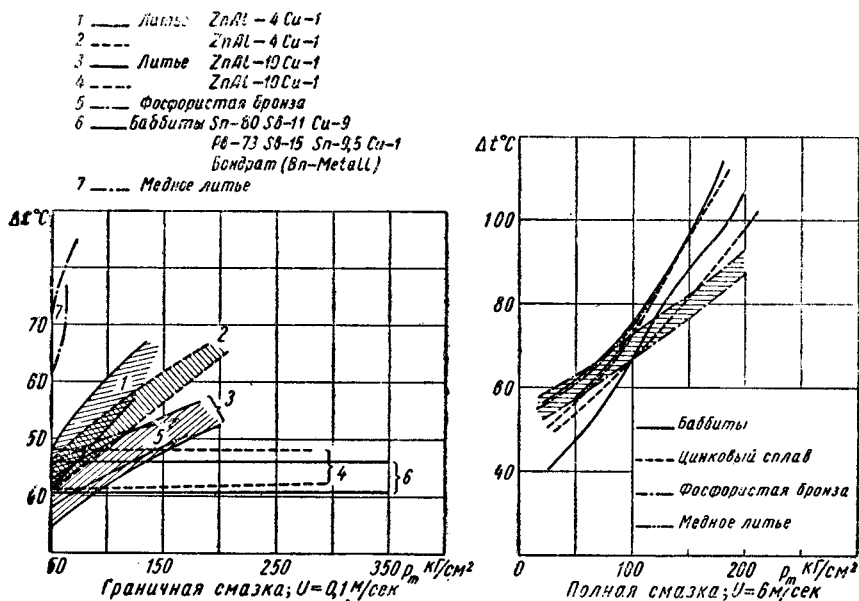
условия на поверхности контакта. В этом отношении весьма показательными могут быть зависимости повышения температуры подшипника от удельного давления, показанные¹ на фиг. 60 при граничной смазке (скорость скольжения 0,1 м/сек) и полной смазке (скорость скольжения 6 м/сек). На фиг. 61 такое же повышение температуры показано² при нескольких скоростях. Если здесь антифрикционность оценивать по повышению температуры, то она оказывается зависящей от скорости или, может быть точнее сказать, от условий смазывания. Баббиты, давшие наименьшее повышение температуры при малой скорости, при большой скорости дали наибольшее повышение температуры. Необходимо также отметить, что при достаточной смазке влияние материала вкладыша на повышение тем-

¹ По опытам Вебера [194] стр. 8—9 и стр. 226—227, подшипник был частичным с длиной дуги охвата 50 мм $L=30$ мм и $d=50$ мм, вал стальной, смазка кольцевая, температура масла в ванне 70° С.

² По опытам Шмида и Вебера [194] стр. 223 и 224.

пературы сказывается значительно меньше, чем при граничной смазке.

О важности показателей, служащих для оценки температурных условий на поверхности трения, свидетельствует то обстоятельство, что с повышением температуры заметно снижаются



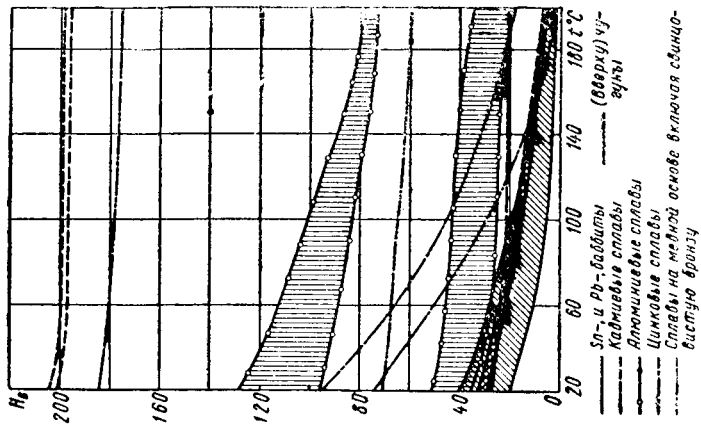
Фиг. 60. Зависимость повышения температуры вкладыша от удельного давления при постоянной скорости

прочность граничной смазочной пленки, износостойкость в условиях несовершенной смазки и способность вкладыша, залитого антифрикционным сплавом, нести нагрузку, вследствие снижения механической прочности этого сплава.

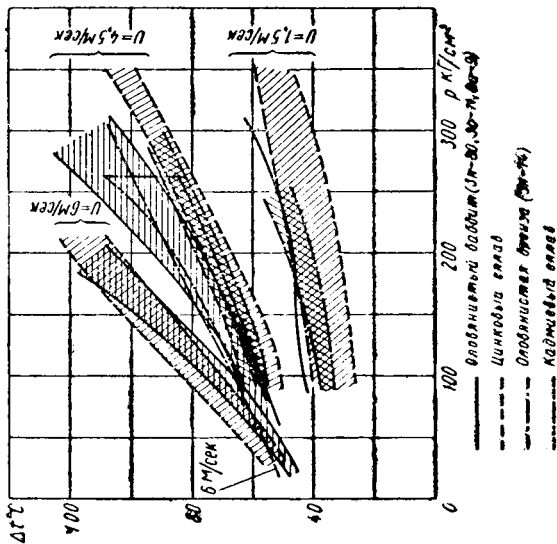
Степень влияния температур на свойства подшипниковых материалов приведена на фиг. 62, на которой показана зависимость твердости по Бринелю для различных типов антифрикционных сплавов от температуры. Зависимость других свойств подшипниковых материалов, например, предела текучести, предела прочности и т. п. от температуры подобна изображенной на фиг. 62 для твердости, при приблизительном сохранении тех же соотношений в величинах и их падении с температурой для отдельных групп сплавов¹.

Особенно важно небольшое повышение температуры на поверхности трения для таких мягких материалов как баббиты. Предельной температурой для баббитов принимают ту, при

¹ Большое количество данных по зависимости твердости подшипниковых сплавов от температуры приведено в книге Шпагина [139] и в [194].



Фиг. 62. Изменение твердости антифрикционных сплавов с температурой



Фиг. 61. Повышение температуры вкладышей антифрикционных сплавов с изменением среднего удельного давления при различных скоростях скольжения

которой его твердость в толстом слое по рекомендации проф. А. К. Зайцева падает ниже 12 по Бринелю.

Для некоторых марок баббитов эта температура приведена ниже.

Марка баббита	Б-93	Б89	Б83	Б10	БН	Б16	Сатко II	БК2
Температура в °С, при которой $H_B=12$ кг/мм ²	30	85	115	130	105	110	160	100

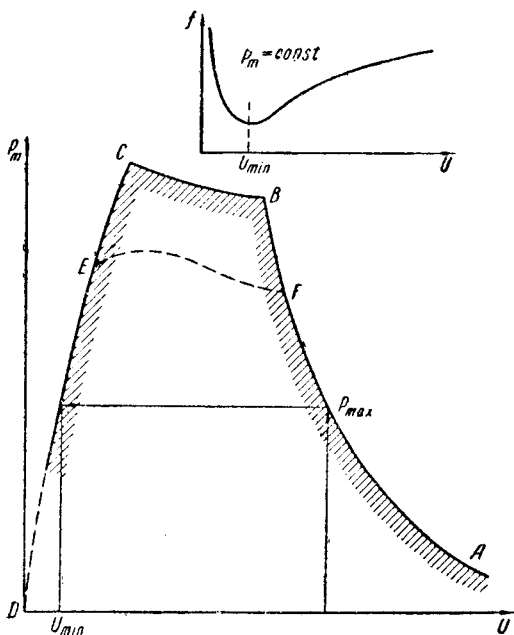
В тонком слое успешно применяются материалы с более низкой твердостью. Так, например, твердость свинцового покрытия при комнатной температуре $H_B=4$ кг/мм², а при рабочей температуре еще ниже. Рекомендуется нормальную рабочую температуру для каждой марки баббита принимать равной 60% от той, при которой его твердость равна 12 H_B . Однако сплошь и рядом даже в толстом слое баббиты работают при более высокой температуре.

Несмотря на исключительную важность влияния температуры на трение она не входит в число внешних заданных условий трения, а является следствием трения, поэтому служебные свойства антифрикционных сплавов при определении области их применения в заданных техно-экономических условиях оцениваются заданием рекомендуемых в эксплуатации или предельными значениями величин удельных давлений и соответствующих скоростей скольжения или их сочетания. Эти величины, во-первых, могут до некоторой степени служить мерой антифрикционности для сплавов, принадлежащих одному типу, а во-вторых, они являются пока единственными критериями работоспособности материала при проектировании и расчете подшипников, работающих без смазки или в условиях несовершенной смазки.

Такие свойства подшипниковых материалов, связанные с допустимыми или предельными значениями средних удельных давлений p_m на образец и скоростью U скольжения, лучше всего описываются p_m-U -диаграммами, которыми дается зависимость между давлением и скоростью, соответствующими некоторым предельным условиям. Схематически такая диаграмма¹ изображена на фиг. 63. Кривая $ABCD$ на этой диаграмме разграничивает допустимые, лежащие в области, внутренней по отношению к этой кривой нагрузки и скорости, от перегрузочных значений давлений. Каждая точка на ветви CD диаграммы p_m, U соответствует той скорости U_{min} которая отвечает минимуму коэффициента трения при заданном внешнем давлении

¹ Приводимая ниже трактовка $p \cdot U$ диаграмм по Гейдеброку является недостаточно правильной. Однако имеющийся экспериментальный материал получен на основе анализа, предложенного Гейдеброком. Точная трактовка этих диаграмм принадлежит М. М. Хрушову, но к сожалению в настоящее время отсутствуют опыты, на основании которых получаются $p \cdot U$ диаграммы по Хрушову.

на кривой зависимости коэффициента трения подшипника от скорости. Часть *CB* кривой соответствует условию ограничения удельного давления в слое смазки механическими свойствами антифрикционного материала. Наконеч ветвь *BA* соответствует тем максимальным давлениям при каждой из скоростей, которые определяются как предельные. Если эти максимальные давления определяются максимально допустимыми для масла температурами, то точки внутри области *DCBA* будут соответствовать гидродинамическому и полужидкостному режиму тре-

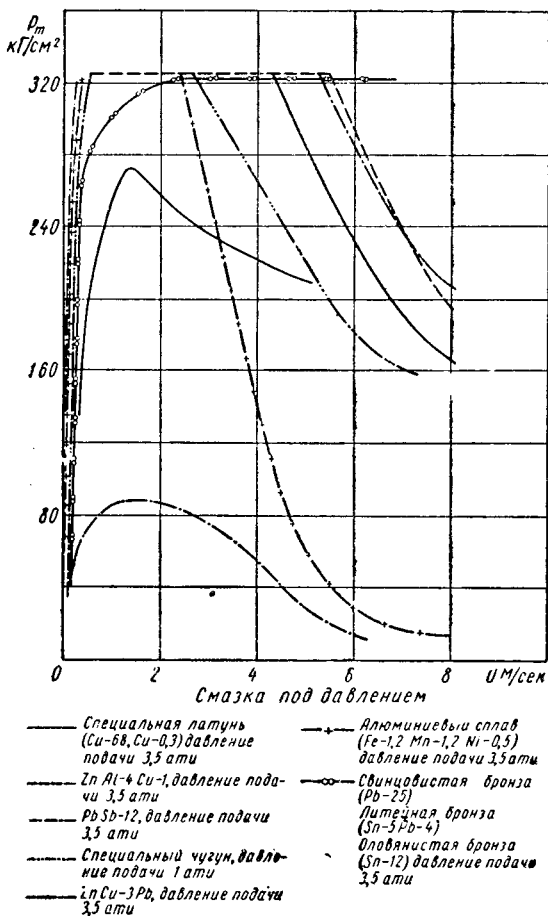


Фиг. 63. Схема pU -диаграммы

ния. Если же максимальные давления берутся по другим предельным условиям, то область, прилегающая к кривой *BA*, может соответствовать граничному или полусухому режимам трения. Кривые, соответствующие постоянству количества $\frac{\mu \bullet}{F_m}$ изобразятся кривой *EF*. Положение ветви *DC* зависит главным образом от приработки, от свойств подшипникового материала, зависит постольку, поскольку им определяется при данной смазке минимум коэффициента трения. Положение же ветви *AB* зависит от теплоотвода от подшипника и термических свойств (теплопроводности, теплоемкости) антифрикционного сплава. На фиг. 64 и 65 представлен ряд типичных кривых такого рода при капельной смазке и смазке под давлением по опытам Гейде-

рость, принадлежащая граничной нагрузке, при которой появлялось резкое повышение температуры; во втором случае смазка осуществлялась с помощью набивки.

Хотя граничные кривые, представленные на фиг. 64, 65 и на фиг. 66 и 67, различны, вследствие не одинаковых условий кон-



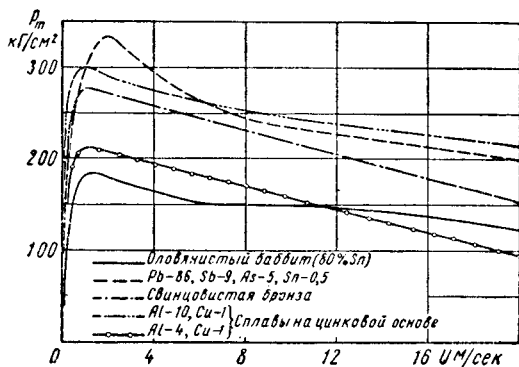
Фиг. 65. pU -диаграмма для антифрикционных сплавов при смазке под давлением

такта, смазывания, теплоотвода и т. п. и отсутствия какой-либо определенной связи для одного и того же подшипникового материала между скоростью и допустимой нагрузкой в различных условиях, протекание правой ветви граничной кривой в p_m , U -диаграмме позволяет для данного материала при определен-

ных условиях его работы для точек, лежащих на этой ветви, утверждать существование эмпирической зависимости

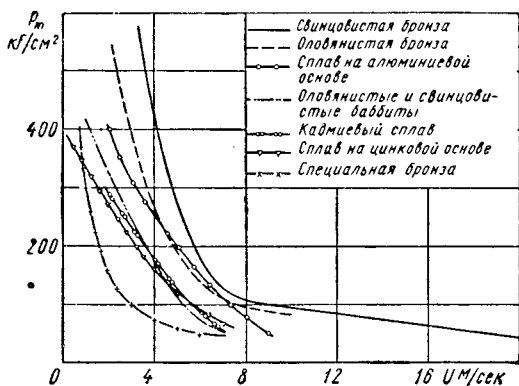
$$p_m \cdot U^n = \text{const},$$

в которой n и константа зависят от материала, смазки и т. п. Однако всегда полагают $n=1$, а произведение $p_m \cdot U$ рассматривают как меру тепловой напряженности подшипникового узла,



Фиг. 66. pU -диаграммы для антифрикционных сплавов при частичном нагружении вала в масляную ванну

которая в конкретных условиях не должна превосходить некоторого предела. Конечно, для того или иного материала и подшипниковых узлов различных машин задание одного произве-



Фиг. 67. pU -диаграммы для антифрикционных сплавов при смазке с помощью набивки

дения $p_m \cdot U$ совершенно недостаточно, поэтому задают еще допустимые или предельные величины давлений и скоростей.

Роль критерия, оценивающего надежность работы анти-

фрикционного материала в данном подшипниковом узле, и при этом критерия более определенного чем произведение $p_m \cdot U$ играет величина $\frac{\mu n}{p_m} = 9,549 \frac{\mu \omega}{p_m}$, соответствующая минимуму коэффициента трения на диаграмме трения, которая в дальнейшем будет обозначаться как $\lambda_{кр}$. По величине $\lambda_{кр}$ часто устанавливают также предельную величину допустимого давления.

Указания предельно допустимых давлений, скоростей, $p_m \cdot U$, $\lambda_{кр}$ и т. д. без указания типа машин, в которых применяется тот или иной антифрикционный сплав, носят слишком общий характер и могут быть использованы лишь для ориентировки.

Предельные значения $(p_{ш})_{max}$ среднего удельного давления для ([143] стр. 643)

алюминиевых сплавов	420 кг/см ²
свинцовой бронзы	650 "
баббита	400 "
антифрикционного чугуна	350 "
серого чугуна	200 "

Такие давления $(p_m)_{max}$ справедливы при достаточном количестве смазки, спокойной нагрузке и небольших скоростях скольжения. При условиях более тяжелых эти величины $(p_m)_{max}$ должны быть снижены. Антифрикционные сплавы на цинковой основе рекомендуется применять при p_m до 200 кг/см² и U до 7—8 м/сек. Подшипники из свинцовой бронзы при переменных нагрузках удовлетворительно работают, если $p_m = 350$ кг/см² и скорости не превосходят 10 м/сек. Чугуны не выдерживают сколь-нибудь значительной динамической нагрузки и больших скоростей скольжения. Лучшие антифрикционные чугуны при давлениях до 400—450 кг/см² могут надежно работать только по закаленным шейкам при непрерывной и обильной смазке и $U \leq 0,25$ м/сек. При U до 1 м/сек и соблюдении перечисленных условий для чугунов допускается удельное давление до 100—120 кг/см², а при $U = 3 \div 3,5$ м/сек удельные давления должны быть не более 17—20 кг/см² ([34] стр. 172), ([33], стр. 384—385).

При работе в тяжелых условиях, какие, например, имеют место в подшипниках быстроходных двигателей, максимальные значения рекомендуемых величин носят более определенный характер и приведены в табл. 65 [175], ([216], стр. 270).

Величины $\lambda_{кр} = \left(\frac{\mu n}{p_m} \right)_{кр}$ даны при μ в сантипуазах, n в оборотах в минуту и p_m в кг/см².

Эти величины давлений характерны при долговечности вкладыша по усталости в 500 час., рабочей температуре 150°С и средних нагрузочных режимах, встречающихся в подшипниках быстроходных двигателей.

Материалы	$(P_m)_{\max}$ в кг/см ²	$\lambda_{кр}$	ζ при $\phi=10^{-3}$
Свинцовистые баббиты }	60—100	142	6,35
Оловянистые баббиты }		280	3,17
Сплавы на кадмиевой основе	85—105	530	17,7
Покрyтие оловянистым баббитом 0,075—0,1 мм	140—280	—	—
Медно-свинцовые сплавы	100—180	530	17,7
Свинцово-индиевые покрытия по серебру	350 и выше	30	31,8
Оловянистые бронзы с низким со- держанием свинца	700	—	—

Более определенными являются данные по значениям давлений скоростей и другим величинам для материалов, применяемых в отдельных типах машин. Выбор того или иного подшипникового материала может быть облегчен табл. 66 их применения.

Таблица 66

Материал	Применение
1. Баббиты типа Б-83 (ГОСТ 1320-55)	Втулки пальцев крейцкопфа, поршневых пальцев и шатунные подшипники паровых поршневых машин, компрессоров и насосов. Коренные, шатунные и крейцкопфные подшипники, одно- и многодисковые подшипники и башмаки крейцкопфов крупных стационарных двигателей. Подшипники и подпятники турбогенераторов и водяных турбин. Подшипники и подпятники турбин, турбовоздуховодов и компрессоров. Передние и задние подшипники станков. Осевые и штанговые подшипники паровозов. Главные подшипники дробилок. Анкерные и буксовые подшипники трамваев и троллейбусов. Подшипники в точном машиностроении.
2. Свинцово-сурьмяни- стые сплавы а) БН и Б16 (ГОСТ 1320-55) БС-2, БС-6, Б-6	Все ответственные подшипники поршневых паровых машин, мощностью до 1200 л. с., компрессоров, насосов. Подшипники локомотивов. Ограниченно применяются в крупных стационарных двигателях. Коренные и шатунные подшипники двигателей внутреннего сгорания малой и средней мощности, тракторных двигателей на легком топливе и некоторых автомобильных двигателей. Подшипники и подпятники турбин, турбовоздуховодов и компрес-

Материал	Применение
	<p>соров малой мощности. Задние подшипники шпинделей станков и передние подшипники шпинделей только при малых скоростях. Верхние половинки подшипников турбин большой мощности. Дышловые паровозные подшипники, тендерные подшипники, буксовые подшипники передней и задней тележек паровозов. Буксовые и моторно-осевые подшипники электровозов. Подшипники валков прокатных станов и рольгангов. Подшипники трансмиссий и приводных механизмов. Мало нагруженные подшипники дробилок и мельниц. Осевые и буксовые подшипники трамваев и троллейбусов. Подшипники транспортеров, конвейеров и элеваторов. Подшипники канатных блоков подъемных кранов и лебедок. Подшипники вентиляторов и электромоторов мощностью от 100 до 250 квт</p>
<p>б) БС (техусловия МПТУ 2176-49)</p>	<p>Применим при легких условиях работы — спокойной нагрузке и небольших удельных давлениях и скоростях. В подшипниках товарных вагонов, вагонеток, троллейбусов, буксовых и дышловых подшипниках паровозов внутризаводского транспорта и тормозных подшипниках. В подшипниках тихоходных нефтяных двигателей</p>
<p>в) БТ (ГОСТ 1320-55)</p>	<p>Для коренных и шатунных подшипников тракторных и автомобильных двигателей</p>
<p>3. Свинцово-кальциевые сплавы</p>	
<p>а) БК (ГОСТ 1209-53)</p>	<p>Для заливки вкладышей букс пассажирских и товарных вагонов широкой колеи подшипников паровозов и тендеров. Подшипники прокатных станов, электромоторов с малым числом оборотов, центробежных насосов и вентиляторов. Для заливки трамвайных букс (Сплав БК применяется в подшипниках с толстым слоем заливки)</p>
<p>б) БК-2 (ГОСТ 1209-53), сплав «Сатко»</p>	<p>Для коренных и шатунных подшипников стационарных дизелей средней мощности и тепловозных дизелей</p>
<p>4. Сплавы на кадмиевой основе</p>	<p>Коренные и шатунные подшипники автомобильных двигателей</p>
<p>5. Сплавы на цинковой основе ЦАМ 10-5 и ЦАМ-9-1,5 (ГОСТ 7117-54) ЦОСЗ-3</p>	<p>Подшипники шпинделей токарных станков с высотой центров до 350 мм револьверных, шлифовальных и строгальных станков, при малых и средних скоростях. Подшипники небольших прокатных станов. В криволинейных, эксцентриковых и фрикционных прессах для подшипников эксцен-</p>

Материал	Применение
<p>6. Сплавы на медной основе</p> <p>а) оловянистые бронзы</p> <p>б) свинцовые бронзы</p> <p>в) сурьмянистые, бериллиевые и алюминевые бронзы</p> <p>7. Сплавы на алюминиевой основе</p> <p>8. Чугуны</p>	<p>триковых валов и фрикционов. Подшипники ходовых колес кранов и коленчатых валов качающихся решет рудообогатительных машин</p> <p>Втулки пальцев крейцкопфов и поршневых пальцев поршневых паровых машин, компрессоров и насосов. Передние и задние опоры шпинделей станков. Подшипники валков небольших прокатных станов. Подшипниковые втулки распределительных валков двигателей внутреннего сгорания</p> <p>Коренные и шатунные подшипники поршневых авиационных и автомобильных двигателей. Подшипники быстроходных дизелей. Шатунные подшипники и втулки поршневых пальцев и пальцев крейцкопфа мощных двигателей и поршневых паровых машин, компрессоров и насосов. Передние и задние опоры станков. Подшипники рольгангов в прокатных станах. Главные подшипники дробилок и мельниц. Буксовые подшипники трамваев и троллейбусов</p> <p>Втулки в автомобильном и общем машиностроении, имеющие высокое сопротивление износу и ударным нагрузкам. Втулки, работающие при высоких температурах и обладающие высокими антикоррозионными свойствами (легированные никелем алюминиевые бронзы, легированная кремнем медь или легированный кремнием медноникелевый сплав). Подшипники измерительных инструментов (бериллиевая бронза). Передние опоры прецизионных и быстроходных станков. Многочисленные подшипники точного машиностроения.</p> <p>Коренные и шатунные подшипники автомобильных и тракторных двигателей. Подшипники электромоторов средней и малой мощности</p> <p>Подшипники неотвественных трансмиссий и передач. Неотвественные подшипники дробилок и мельниц. Подшипники повозок. Подшипники осей транспортеров, элеваторов и конвейеров. Втулки поршневых пальцев, пальцев крейцкопфов, распределительных валков и башмаки ползуна тихоходных паровых машин малой и средней мощности</p>

Поле применения тех или иных типов антифрикционных материалов, даваемое табл. 66 соответствует выработавшейся практике, которая вместе с тем указывает допустимые пределы нагрузок, скоростей и произведения $p_m \cdot U$, при которых материал работает удовлетворительно. Для ряда сплавов эти величины даются ниже¹.

Баббиты

Таблица 67

Материал	p_m в кг/см ²		U в м/сек		$p_m U$ в $\frac{\text{кгм}}{\text{сек} \cdot \text{см}^2}$	
	обычное	предельное	обычная	предельная	обычное	предельное
Б-83	5—200	400	2—50	60	100—150	1000
БН	5—60	220	1—5	15	100	800
Б-16	—	150	—	6	—	500
БС-2	—	120	—	10	—	400
Б6	—	50	—	8	—	40
БС	—	40	—	3	—	20
БК	20—120	200	1—6	10	20—100	500

При применении баббитов надо иметь в виду, что Б-83 не удовлетворителен для работы в тонкослойных подшипниках с толщиной заливки тоньше 1 мм в случае крупных выделений твердых структурных составляющих. Баббит Б-16 надо применять в машинах, работающих при спокойной нагрузке, так как при ударных нагрузках он дает трещины и выкрашивается. Б6 рекомендуется применять для заливки подшипников машин и механизмов небольшой мощности, так же как и баббит БС.

Таблица 68

Сплавы на цинковой и алюминиевой основах

Материал	p_m в кг/см ²		U в м/сек		$p_m U$ в $\frac{\text{кгм}}{\text{сек} \cdot \text{см}^2}$	
	обычное	предельное	обычная	предельная	обычное	предельное
ЦАМ-10-5	—	200	—	7	—	100
ЦАМ-9-1,5	—	—	—	—	—	—
АН-3	—	50	—	7,5	—	—
АН-2,5	10—150	250	2—10	15	—	1000
АМК-2 (аль- кусин Д)	—	100	—	5	—	150
АМ-8	—	200	—	5	—	300
АСМ	10—150	—	1—8	—	50—500	—
АСС 6,5	10—150	350	—	5	50—300	500

¹ При составлении этих таблиц мы пользовались работами [194], [139], [218], [33], [34] и др.

Данные по сплаву АСМ относятся к биметаллической ленте. Сплав АН 2,5 широкого распространения не получил, поскольку его достоинства не нашли широкого подтверждения в практике.

Таблица 69

Оловянистые и алюминиево-железистые бронзы

Материал	p_m в кг/см ²		U в м/сек		$p_m U$ в $\frac{кгч}{сек.см^2}$	
	обычное	предельное	обычная	предельная	обычное	предельное
Бр. ОЦС 4-4-17	—	100	—	5	—	100
Бр. ОЦС 5 5-5	—	50	—	3	—	100
Бр. ОЦС 6-6-3	—	80	—	3	—	150
Бр. ОФ 6,5-0,4	—	100	—	3	—	200
Бр. ОФ 7-0,2	—	200	—	5	—	300
Бр. ОФ 10-1	—	150	—	3	—	250
Бр. Аж 9-4	—	300	—	10	—	600

Таблица 70

Свинцовистые бронзы

Материал	p_m в кг/см ²		U в м/сек		$p_m U$ в $\frac{кгч}{сек.см^2}$	
	обыч-ное	предель-ное	обыч-ная	предель-ная	обычное	предельное
Бр. С-30	30—150	250	1—8	10	50—500	900
Бр. ОС 10-10	—	750	1—5	15	—	—
Бр. ОС 8-12	—	700	1—5	10	—	—
Бр. ОС 5-25	30—100	300	—	15	—	—
Бр. МцС 8-20	—	150	—	7	—	600
Бр. МцСН 5-25-1,5	—	150	—	8	—	600
Бр. МцНКС 5-12-1-20	—	200	—	6	—	500

В различных машинах при условиях работы подшипников, различающихся по характеру нагрузки, подачи смазки, теплоотвода от подшипника и т. д. один и тот же сплав будет обеспечивать различную продолжительность службы в зависимости от давлений и скоростей скольжения в подшипниках. Поэтому выбор подшипниковых материалов сообразуют с общей требуемой долговечностью машины или устанавливаемыми межремонтными сроками, исходя из нагруженности подшипников, которую для различных типов машин можно охарактеризовать предельными и средними величинами, приводимыми в таблице¹.

¹ При составлении этой таблицы мы пользовались данными Куцаева в книге Папок «Технический словарь по топливу и маслам», Гостоптехиздат, 1955 г., стр. 8—11 и работами [194], [205], [218], стр. 193, [143] стр. 502 и стр. 643, [218], [34] и др.

Машины	Подшипники	Максимальное p_m в $кг/см^2$	Среднее p_m в $кг/см^2$	U в $м/сек$	$p_m \cdot U$ $кгм/сек.см^2$	$\lambda_{кр}$
Авиационные поршневые двигатели	Коренные	115—225	80—150	8—10	≥ 800	215
	Шатунные рядных двигателей . . .	130—200	—	8—10	≥ 1000	140
	Шатунные звездообразных двигателей . . .	200—260	120—180	8—10	≥ 1000	140
	Втулки поршневых пальцев	500—850	—	—	—	110
Автомобильные двигатели	Коренные	60—150	20—100	6—8	≥ 500	230
	Шатунные	65—200	30—120	6—8	≥ 800	150
	Втулки поршневых пальцев	180—400	—	—	—	130
Быстроходные дизели	Коренные	40—150	20—100	3—8	—	350
	Шатунные	60—220	30—140	3—8	—	85
	Втулки поршневых пальцев	180—400	—	—	—	70
Стационарные дизели	Коренные	100	20—70	1—5	30—150	350
	Шатунные	120	45—80	1—5	50—250	85
	Втулки поршневых пальцев	150	—	—	—	70
Газовые и нефтяные четырехтактные двигатели	Коренные	50—85	—	1—5	~ 150	285
	Шатунные	100—130	—	1—5	~ 150	140
	Втулки поршневых пальцев	180	—	—	—	70

Машины	Подшипники	Максимальное p_m в $кг/см^2$	Среднее p_m в $кг/см^2$	U в м/сек	$p_m \cdot U$ $кгм/сек.см^2$	$\lambda_{кр}$
Газовые и нефтяные двигатели двухтактные	Коренные	35—60	—	1—5	~150	350
	Шатунные	70—110	—	1—5	~150	170
	Втулки поршневых пальцев	85—130	—	—	—	140
Морские паровые машины	Коренные	35	—	—	~100	285
	Шатунные	40—50	—	—	~150	215
	Втулки поршневых пальцев	100—130	—	—	—	140
Стационарные тихоходные паровые машины	Коренные	30	—	—	~100	285
	Шатунные	40—100	—	—	~150	85
	Втулки поршневых пальцев	130	—	—	—	70
Поршневые насосы и компрессоры	Коренные	100	20—60	—	~25	425
	Шатунные	100	50—80	—	~50	285
	Втулки поршневых пальцев	130	70—100	—	—	140
Паровозы	Ведущих пальцев кривошипов . . .	100—160	—	—	300—500	425
	Сцепных пальцев кривошипов . . .	80—110	—	—	100—200	285
	Крейцкопфный . . .	300—350	—	—	—	—

Машины	Подшипники	Максимальное $P_{тв}$ в кг/см ²	Среднее $P_{тв}$ в кг/см ²	U в м/сек	$P_{тв} \cdot U$ кгм.сек.см ²	$\lambda_{кр}$
Буксы вагонов	Товарных	—	30—50	1—3	35—40	700
	Пассажирских	—	30—40	1—3	55—65	700
Прокатные станы	Валков и рольгангов . . .	250—300	50—200	0,5—30	—	140
Эксцентрик- вые прессы Штамповочные машины и механические ножницы	Коренные	250—300	—	—	—	—
	Шатунные	500—600	—	—	—	—
Паровые турбины	Ротора	30	7—20	5—60	До 850	1400
Генераторы, электромоторы, центробежные насосы	Ротора	30	7—15	—	До 200	2800
Гироскопы	Ротора	60	—	—	—	780
Металлорежущие станки	Шпинделей *	50	5—20	—	10—50	15
Валы зубчатых редукторов	Валов . . .	—	10—40	—	30—200	—
Трансмиссионные валы и передачи	Легкие закрепленные . . .	—	1,5—3	—	10—20	1400
	Самоустанавливающиеся	—	7—15	—	10—20	420
	Тяжелые	—	7—15	—	10—20	420
Хлопкопрядильные Бумагопрядильные	Шпинделей	—	0,07—0,2	—	—	140000

При определении $\lambda_{кр}$ вязкость μ надо брать в сантипуазах, а давление p_m в $кг/см^2$. Если для машин одного и того же типа может применяться смазка принудительная и фитильная, капельная и разбрызгиванием или кольцевая, то меньшие значения давлений и произведения $p_m \cdot U$ относятся к последним четырем видам смазок. Вообще же при циркуляционной смазке $p_m U$ может быть практически неограниченно, в то время как при смазках кольцевых, разбрызгиванием, фитильных, капельных и т. п. рекомендуется, чтобы $p_m U \leq 50 \text{ кгм/сек} \cdot \text{см}^2$.

Данные по предельным режимам применения материалов и показатели, характеризующие работу подшипников в выполненных конструкциях, приведенные в последних таблицах, относятся к подшипникам как первой, так и второй группы по классификации на стр. 54 и служат для выбора в подшипниках первой группы или расчета в подшипниках второй группы их основных конструктивных размеров, к которым относятся диаметр подшипника d , длина его рабочей части L и зазор Δ .

Хотя d и L не относятся к числу величин, которыми можно варьировать в широких пределах, но при выборе отношения $\frac{L}{d}$

большую роль играют соображения, связанные с условиями оптимальной смазки подшипника. Поскольку при проектировании подшипника нагрузка P , действующая на него, известна, то произведение $L \cdot d$ является величиной достаточно определенной для данного типа машин при желательной продолжительности работы вкладыша и известном материале его заливки. Диаметр шипа определяют прежде всего из условий не столько прочности, которая обычно бывает обеспечена, сколько жесткости, а также чисто конструктивных соображений, связанных с условиями размещения подшипников, уменьшения габаритов машины и т. д. Что же касается длины рабочей части вкладыша L , то ее берут, сообразуясь, с одной стороны, с допускаемыми удельными давлениями и типом машины, а, с другой стороны, с условиями оптимальной нагруженности подшипника, тесным образом связанной с тепловыделением и теплоотводом.

В выполненных конструкциях величина отношения $\frac{L}{d}$ колеблется в пределах, указанных в табл. 72.

У других машин отношение $\frac{L}{d}$ колеблется в следующих пределах: паровые турбины — от 0,8 до 2,0, турбогенераторы, электромашин, турбокомпрессоры — от 1,0 до 2,0, прокатные станы — от 0,6 до 1,0, станки — от 1,0 до 3,0, буксы вагонов — от 1,4 до 2,0, подшипники трансмиссионных валов от 1,7 до 3,5 и у самоустанавливающихся подшипников трансмиссий от 2,5 до 4,0.

Тип подшипника	Тип двигателя								
	Авиационные поршневые двигатели		Автомобильные двигатели	Быстроходные дизели, в том числе тепловозные	Стационарные дизели		Морские паровые машины	Стационарные тихоходные паровые машины	Поршневые насосы и компрессоры
	радные	свеклообразные			старые конструкции	новые конструкции			
Коренные . .	0,4— 0,6	—	0,35— 0,7	0,3— 0,75	0,6— 2,0	0,6— 1,0	0,7— 1,5	1,0— 2,0	0,8— 2,0
Шатунные . .	0,7— 1,0	1,0— 1,3	0,5— 0,8	0,5— 0,90	0,6— 1,5	0,5— 1,0	0,7— 1,2	0,9— 1,30	0,9— 1,7
Втулки поршневого пальца	—	—	0,8— 0,9	0,8— 0,9	1,5— 2,0	—	1,2— 1,7	1,2— 1,5	1,5— 2,0

Пользуясь этими отношениями $\frac{L}{d}$ надо вместе с тем стремиться к их нижним границам, поскольку с увеличением длины подшипника трение увеличивается, а истечение масла из подшипника уменьшается, что при одном и том же зазоре приводит к более сильному нагреванию длинных подшипников сравнительно с короткими. С другой стороны, слишком короткие подшипники также невыгодны, поскольку их несущая способность ослабляется обильным вытеканием масла из торцов. Поэтому хотя в выполненных конструкциях $\frac{L}{d}$ колеблется в пределах от 0,2 до 1,5, но наибольшую нагружаемость имеют, по-видимому, подшипники с $0,5 \leq \frac{L}{d} \leq 0,8$. При этом надо всегда иметь в виду, что лучше брать меньшие $\frac{L}{d}$, так как в этом случае неточности изготовления (корсетность, бочкообразность, конусность, овальность) и монтажа (перекосы, прогибы и т. п.) оказывают меньшее влияние, а шип имеет большую жесткость. С увеличением скорости также рекомендуется уменьшать отношение $\frac{L}{d}$. Отношение $\frac{L}{d}$ меньше 0,4, брать не рекомендуется, особенно для валов, у которых число оборотов не превышает 2000 в минуту.

Таким образом, мы приходим к рекомендациям известным

еще Фальцу ([121] стр. 70—71), что при небольших удельных давлениях не следует применять подшипники с $\frac{L}{d} > 1,5$; для средних давлений $0,7 \leq \frac{L}{d} \leq 1,1$ и для высоких давлений лучше всего брать $\frac{L}{d}$ в пределах от 0,5 до 0,7.

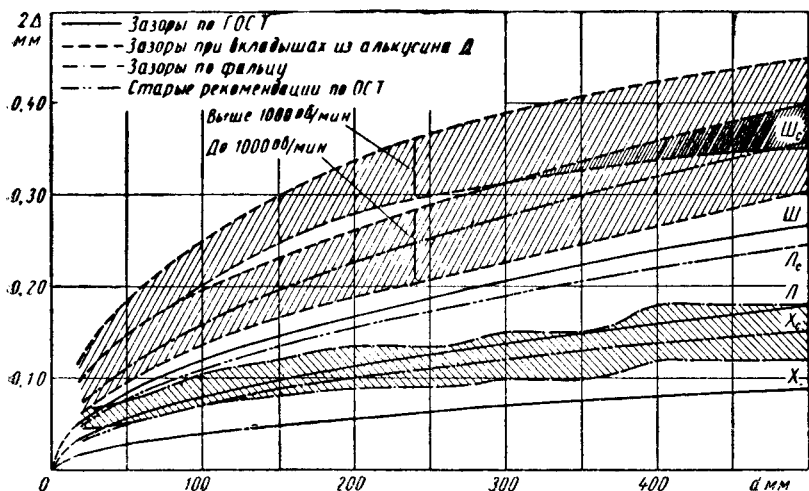
Несмотря на то, что изменением соотношения между длиной рабочей части вкладыша и диаметром вала можно заметно изменить конструктивные соотношения и режим работы подшипника, отношение $\frac{L}{d}$ не является величиной практически резко изменяющейся. В наиболее широких пределах конструктор может менять лишь величину зазора Δ , а в подшипниках, работающих при жидкостном трении, соответствующую ему при данном $\frac{L}{d}$ минимальную толщину h_{\min} смазочного слоя, необходимую для надежной работы подшипникового узла.

Величины зазоров между валом и вкладышем находятся в пределах, которые даются подвижными посадками 2-го класса точности. По ГОСТу минимальные диаметральные зазоры 2Δ зависят от диаметра вала и даются формулами:

Посадка движения	$2\Delta_{\min} = 0,0015 \sqrt{d}$ мм
ходовая посадка	$2\Delta_{\min} = 0,0040 \sqrt{d}$ „
легкоходовая посадка	$2\Delta_{\min} = 0,0080 \sqrt{d}$ „
широкоходовая посадка	$2\Delta_{\min} = 0,0120 \sqrt{d}$ „

в которых диаметр вала d надо брать в миллиметрах. Эти величины зазоров представляют собой лишь вехи, которыми надлежит руководствоваться при расчете подшипника. Действительные же величины зазоров при наличии жидкостного трения рассчитываются с обязательным учетом материала вкладыша и заливки и общего теплового состояния подшипника, зависящего от типа машины и конструкции подшипника. На фиг. 68 изображено изменение $2\Delta_{\min}$ с изменением d по ГОСТу, по рекомендации Фальца ([121] стр. 100—104), пределы изменения зазоров при вкладышах из алькусина D по данным Дрица ([33] стр. 380) и изменение средних зазоров с изменением d по старым ОСТовским рекомендациям. Старыми ОСТовскими рекомендациями даются величины средних зазоров, а по ГОСТу даются зазоры минимальные, чем объясняется значительное расхождение между ними. По Фальцу даются средние и максимальные рекомендуемые зазоры, которые оказываются близкими к старой ходовой посадке и действующей легкоходовой.

При баббитовых вкладышах и стальном вале, а также средней температуре подшипника не выше 50° — 60° С расчетные зазоры должны лежать в окрестностях легкоходовой посадки, но поскольку в очень многих случаях эти условия не соблюдаются, то существующие зазоры как правило больше, как это можно видеть по ряду данных [194], представленных на фиг. 69 для металлокерамических материалов.



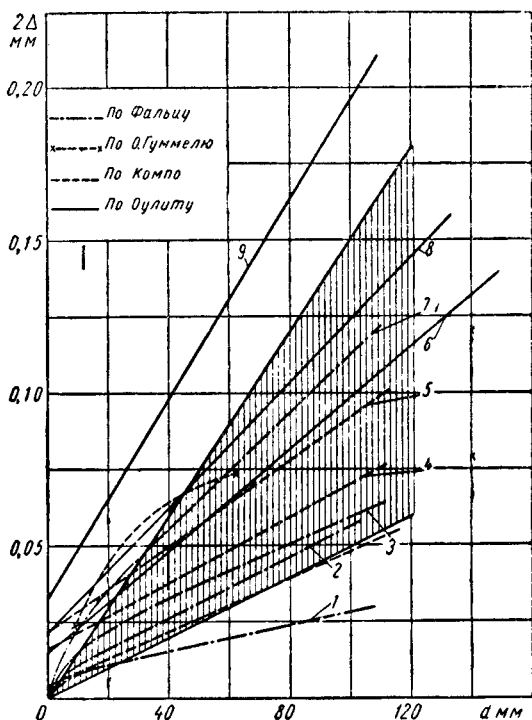
Фиг. 68. Зависимость величины зазора между шипом и подшипником от диаметра вала при вкладышах из обычных антифрикционных материалов

О варьировании в величинах зазоров в зависимости от применяемых материалов можно судить по данным табл. 73, в которой собраны ([218], стр. 289) величины ψ по разным источникам.

Как видим, ниже 0,0004 величины ψ не опускаются и в среднем для бронз они в 1,5 раза, а для алюминиевых сплавов в 2 раза больше, чем для баббитов. Что же касается отдельных типов машин, то у машин с коленчатыми валами зазоры больше, чем у машин с прямыми валами и при этом рекомендуется ψ брать в пределах 0,001—0,003.

В двигателях внутреннего сгорания и паровых машинах зазоры больше, чем у других типов машин. Так например, у авиационных и автомобильных двигателей $\psi = 0,0005 \div 0,0012$ при баббитовой заливке и $\psi = 0,0008 \div 0,0017$ при вкладышах из свинцовистой бронзы ($2\Delta = 0,08 \div 0,15$ мм) и $\psi = 0,0008 \div 0,0010$ при кадмиевосеребряных и серебряно-свинцово-индиевых для коренных и шатунных подшипников и $\psi = 0,0005 \div 0,0010$ в сочленении поршневого пальца; у судовых двигателей малой и

средней мощности монтажные зазоры составляют $\psi=0,0004 \div 0,0007$ при баббитовой заливке и $\psi=0,001 \div 0,0013$ при вкладышах из свинцовистой бронзы, а предельные эксплуатационные зазоры дают $\psi=0,001 \div 0,00125$ при баббитовой заливке



Фиг. 69. Зависимость величины зазора между шипом и подшипником от диаметра вала при вкладышах из металлокерамических материалов (заштрихована область наиболее ходовых зазоров):

1 и 2 — вкладыши с углом охвата 40° , самоустанавливающиеся, бронзовые; 3 — вкладыш с углом охвата 60° , самоустанавливающийся бронзовый; 4 — для электродов гасителей, бронзовый; 5 — нормальный зазор, бронзовый; 6 — бронзовые подшипники для всех углов охвата; 7 — с углом охвата 60° , бронзовый; 8 — железо-керамические вкладыши; 9 — железо-медно-керамические

и $\psi=0,0025 \div 0,0035$ при свинцовистой бронзе (предельные зазоры по износу колеблются от 0,13 мм до 0,25 мм в зависимости от диаметра шейки), у судовых паровых машин $\psi=0,0008 \div 0,002$ для коренных подшипников и $\psi=0,0009 \div 0,0018$ для шатунных подшипников; в прокатных станах $\psi=0,001 \div 0,002$ при d от 180 мм до 500 мм, $\psi=0,0015 \div 0,0002$ при d от 550 до 900 мм и $\psi=0,001 \div 0,0002$ при d от 950 до 1500 мм; в паровых

Материал вкладыша	$\psi = \frac{\Delta}{r_1} = \frac{2\Delta}{d}$	Диаметр вала в мм	Скорость скольжения в м/сек
Баббиты на оловянной основе	0,0004—0,0010 0,0004—0,0008	45—70	—
Свинцово-сурьмянистые сплавы с небольшим количеством олова и безоловянистые	0,0005—0,0009	50	} 4—8
	0,0005—0,0007	140	
	0,0009—0,0015	—	} 3—8
	0,0008 (коренные подшипники)	—	
	0,0006—0,0007 (шатунные подшипники)	—	—
Кадмиевые сплавы	Как и баббиты на оловянной основе	—	—
Сплавы на цинковой основе	0,001—0,0015	—	—
	0,0032—0,0045	—	3—8
Оловянистые бронзы	0,0005	—	—
Бр. ОЦС 5-5-5	0,0015—0,0025	—	3—8
Свинцовистые бронзы	0,0005—0,0009	—	—
	0,0009—0,0019	50	} 4—8
	0,0010—0,0012	140	
	0,0009	45	10
	0,0015—0,0025	—	3—8
Серебряно-свинцовые сплавы	0,0010—0,0012	—	10
Алюминиевые сплавы	0,001+0,02 мм	—	—
	0,0007—0,0009	—	—
	0,0016	—	—
	0,0020—0,0030	—	—
Чугун	0,0020—0,0030	—	3—8

турбинах судовых и стационарных $\psi = 0,001 \div 0,005$; в шпиндельных подшипниках станков $\psi \leq 0,0005$ (2Δ при высоком качестве отделки может достигать до 0,015 мм), а для подшипников остальных валов в станках $\psi \leq 0,0001$; в подшипниках трансмиссий $\psi = 0,0015 \div 0,0025$.

Выбор той или иной величины зазора определяется помимо сложившейся практики для машин данного типа еще целым рядом факторов. Так, он зависит от системы смазки, поскольку при капельной и фитильной смазках зазоры назначают меньше, чем при смазке под давлением, от жесткости шейки вала и отношения $\frac{L}{d}$ (при более жестких валах и более коротких подшипниках зазоры назначают меньше), от типа смазки, ибо при использовании более вязких масел зазоры должны быть больше, от точности и качества обработки поверхностей вала и

вкладыша и точности монтажа, а также материала вкладыша и заливки, особенно для подшипников, подверженных действию высоких температур (тепловые двигатели и станы для горячей прокатки), поскольку в таких подшипниках происходит изменение зазора δ (2Δ) за счет теплового расширения стального вала и вкладыша. Изменение этого зазора определяется по формуле

$$\delta(2\Delta) = 1,15 \cdot 10^{-5} \cdot b \cdot d (t_2 - t_1),$$

где $t_2 - t_1$ повышение температуры в рабочем состоянии, а b — коэффициент, изменяющийся от 0,7 до 1,0 в зависимости от конструкции подшипника и материалов корпуса и вкладыша. Кроме того, выбор величины зазора зависит от материала заливки для подшипников, работающих при гидродинамическом трении, т. е. от способности этого материала поглощать абразивные частицы, находящиеся в масле, и тем самым предотвращать чрезмерный износ в зоне минимального зазора.

Выбор надлежащего зазора важен также и в отношении получения не слишком больших значений пика давлений в смазочном слое. При очень больших зазорах пик давлений может быть слишком велик (в опытах Стентона при $\psi = 0,02$ и $\psi = 0,06$ максимальное давление в 11,6 и в 28 раз превосходило среднее), что приведет к перегрузке материала вкладыша и даже его течению. Рекомендуются, чтобы максимальное давление не превосходило среднее более чем в 3—3,5 раза.

Представленные в этом параграфе данные по удельным давлениям, скоростям, произведению $p_m \cdot U$, параметру $\lambda_{кр}$ и $\frac{l}{d}$ и Δ относятся к подшипникам как первой, так и второй

групп и по существу являются указаниями, пользуясь которыми можно было бы наилучшим образом использовать материал конструкции. Чтобы определить оптимальные размеры основных частей подшипника, необходим расчет, который в настоящее время на основе гидродинамической теории смазки, может быть сделан лишь для подшипников второй группы, работающих в условиях гидродинамического трения. Что касается подшипников первой группы, работающих в условиях полужидкостного трения, то методов расчета для них пока не имеется и в этом случае необходимо прежде всего снизить тепловую напряженность работы подшипника, исходя из существующих практических данных и конструктивных соображений, а также пользуясь известными данными для $p_m U$ и $\lambda_{кр}$. При этом надо учесть, что хотя количество тепла, генерируемого трением в подшипнике, равно в общем $\frac{l \cdot d}{427} \cdot f p_m \cdot U$ ккал/сек, но произведения $p_m U$ для

подшипников являются в значительной мере величинами условными и во многих случаях, особенно при наличии кромочного

контакта, их предельные величины могут оказаться недостижимыми. Кроме того, задание одной величины $p_m \cdot U$ недостаточно, так как при этом не учитывается теплоотвод, зависящий от целого ряда факторов, а коэффициент трения f должен быть определен из опыта. Коэффициент f при полужидкостном трении качественно можно оценить, следуя Гюмбелю ([181], стр. 178), ([217], стр. 23), ([194], стр. 148)¹, так как в этом случае сила трения складывается из силы трения $p_c \cdot f_c$ несмазанных поверхностей и из сопротивления сдвигу масляной пленки, пропорционального $\frac{\mu U}{h}$, так что

$$p_m \cdot f = p_c \cdot f_c + C' \cdot \frac{\mu U}{h}.$$

Поскольку $p_c = p_m - p_z$, где $p_z = C'' \cdot \frac{\mu U}{h^2}$ часть нормальной реакции, обусловленная наличием частичной масляной пленки со средней толщиной h , то

$$f = f_c - \frac{1}{p_m} \cdot \frac{\mu U}{h} \cdot \left(\frac{C'' f_c}{h} - C' \right) = f_c - C \cdot \frac{\mu U}{p_m}.$$

Эта формула в согласии с опытом (см. фиг. 11, 13 и 19) показывает, что коэффициент трения уменьшается с увеличением скорости и уменьшением давления, но величина его, вернее постоянная C должна быть в каждом конкретном случае найдена из опыта.

Величина $\lambda_{кр}$ сравнительно с $p_m \cdot U$ является параметром более определенным, но применять ее для расчета можно лишь при подобных условиях работы для конструкций.

Таким образом, в дальнейшем расчет будет развит при наличии гидродинамического слоя для определения оптимальной величины минимального зазора между шипом и подшипником.

33. О МИНИМАЛЬНОЙ ТОЛЩИНЕ СМАЗОЧНОГО СЛОЯ МЕЖДУ ШИПОМ И ПОДШИПНИКОМ

Минимальная толщина смазочного слоя определяется по формуле

$$h_{\min} = \Delta(1 - \chi), \quad (352)$$

поэтому нахождение h_{\min} при данном конструктивном оформлении подшипника и условиях работы смазочного слоя эквивалентно разысканию χ .

Для выяснения некоторых особенностей в поведении сма-

¹ Теория полужидкостного трения, предложенная Эртелем [144], [145], [146] не имеет серьезного физического обоснования из-за произвольных количественных допущений.

зочного слоя, а также устойчивости найденной величины χ при небольших изменениях нагрузки, числа оборотов и вязкости (или температуры) смазочного масла, при его заданных конструктивных параметрах, удобно рассмотреть диаграмму зависимости коэффициента трения f от $\frac{\mu\omega}{P_m}$, т. е. обратную величину коэффициента нагруженности $\frac{1}{\zeta}$, изображенную на фиг. 11.

Так как гидродинамического минимума коэффициента трения не существует, то точка b на кривой $f=f\left(\frac{1}{\zeta}\right)$, соответствующая минимуму f , есть лишь граница перехода от трения чисто жидкостного к полужидкостному. Этот минимум определяется в основном не объемными свойствами масла, а материалом шипа и вкладыша, поскольку им определяется характер износа при приработке (шероховатость приработанных поверхностей) и теплопередача от масла к поверхностям вала и вкладыша, а следовательно и вязкость, а также качество обработки трущихся поверхностей, прочность граничных пленок на гребешках неровностей и конструктивное оформление подвода и распределения масла.

Подшипник должен быть сконструирован и рассчитан так, чтобы при изменениях характеристик смазочного слоя в эксплуатационных пределах варьирования нагрузочного и скоростного режимов эти характеристики отвечали условиям чисто жидкостного трения, т. е. соответствовали бы области ab диаграммы фиг. 11 справа от прямой bb и находились на достаточном расстоянии от минимума коэффициента трения, обеспечивая надлежащий запас надежности жидкостного трения. Однако и при выполнении указанных условий избежать полужидкостного и даже полусухого трения между поверхностями шипа и вкладыша нельзя, так как при пуске и остановке машины всегда имеется интервал чисел оборотов, при которых $\frac{1}{\zeta}$ меньше $\left(\frac{1}{\zeta}\right)_{кр}$ соответствующей минимуму коэффициента трения.

Для неприработавшихся поверхностей область bc полужидкостного трения является областью приработки, а для некоторых типов тяжело нагруженных опор, как например, буксы подвижного состава железных дорог — областью нормального рабочего режима.

Необходимость надлежащего запаса надежности жидкостного трения в подшипнике при нормальном рабочем режиме работы машины, т. е. нежелательность работы подшипника в условиях, близких к минимуму коэффициента трения, следует из того, что ветвь bcd кривой $f=f\left(\frac{1}{\zeta}\right)$, соответствующая области

полужидкостного и полусухого трения, отвечает неустойчивой фазе трения. Если подшипник работает в этой области, то увеличение нагрузки или уменьшение числа оборотов, или повышение температуры приведет к уменьшению $\frac{1}{\zeta}$ и, следовательно, к увеличению коэффициента трения. Поэтому увеличится коэффициент сопротивления шипа вращению, т. е. увеличится момент трения. Увеличение момента трения приведет, в свою очередь, к повышению температуры, что ухудшит тепловой режим подшипника и приведет к переходу в область полусухого трения и перегреву. Переход в область полусухого трения слева от точки c , как правило, приводит подшипник к аварии.

Для перевода режима работы подшипника из этой области в область или фазу жидкостного трения лучше всего увеличить скорость вращения, так как при всех прочих равных условиях коэффициент трения падает быстрее, чем нарастает скорость. Это уменьшает количество выделяющегося тепла и приводит подшипник сначала в фазу полужидкостного, а затем и жидкостного трения. Этим, в частности, объясняется малое нагревание подшипников в пусковой период при переходе ими через область полужидкостного трения и соответствующий этому процессу малый износ.

Если подшипник работает в фазе жидкостного трения по ветви ab кривой $f=f\left(\frac{1}{\zeta}\right)$ достаточно далеко от минимума коэффициента трения (точки b), то даже сравнительно большое увеличение нагрузки или температуры, или уменьшение числа оборотов приведет к уменьшению трения. Эти условия будут способствовать снижению температуры подшипника до прежней величины, и, следовательно, сдвигу режима работы подшипника вправо от минимума коэффициента трения. Иначе говоря они будут способствовать повышению надежности работы подшипника.

Такое свойство саморегулируемости режима работы подшипника в области жидкостного трения делает соответствующие величины характеристик смазочного слоя надежными и устойчивыми показателями его работы. При этом мерой ν этой устойчивости может служить тангенс угла наклона кривой f в области жидкостного трения к оси $\frac{1}{\zeta}$, равный

$$\nu = -\zeta^2 \cdot \frac{\frac{df}{d\chi}}{\frac{d\zeta}{d\chi}} \quad \text{или} \quad \frac{\nu}{\psi} = \xi - \zeta \frac{\frac{d\xi}{d\zeta}}{\frac{d\chi}{d\zeta}}$$

если принять во внимание, что $f = \psi \cdot \frac{\xi}{\zeta}$.

Величина ν положительная, поскольку с увеличением χ коэффициент трения убывает.

С увеличением в области жидкостного трения нагруженности ζ при некотором эксцентриситете χ в зоне минимума коэффициента трения величина ν начинает убывать и в точке b минимума (фиг. 11) делается равной нулю. Затем, в области полужидкостного и полусухого трения ν становится отрицательной и по абсолютной величине гораздо большей, чем в области жидкостного трения.

Как указывалось выше величина ν может служить достаточно определенным критерием устойчивости характеристики смазочного слоя при найденном χ . Однако значение $\nu=0$ и ближайшие к нему области жидкостного трения соответствуют не чисто гидродинамическим условиям работы, а сочетанию чисто жидкостного трения, при котором режим работы определяется объемными свойствами масла, с трением граничным, при котором вступают в контакт граничные пленки на гребешках микронеровностей.

Минимальная толщина смазочного слоя $h_{кр}$ (во многих случаях ее можно полагать равной 0,1 мк, т. е. толщине граничного слоя смазки), соответствующая $\nu=0$, является величиной неустойчивой вследствие неустойчивости характеристик смазочного слоя в этом месте. Поэтому нельзя ее делать критерием граничного допустимого режима работы подшипника. Ввиду этого, устанавливают некоторый запас надежности и количественно оценивают его тем, что для расчетной минимальной толщины h_{min} смазочного слоя полагают

$$h_{min} \geq h_k = h_{кр} + h_{\partial} \quad (363)$$

где h_k — та минимальная устойчивая толщина смазочного слоя, при которой он будет сохранен от разрыва при соответствующем $\nu > 0$, а h_{∂} — необходимая минимальная, сверх $h_{кр}$ толщина смазочного слоя, которая задается заранее и обеспечивает достаточно большую величину ν .

Так как в настоящее время нет твердо установленных экспериментальных или теоретических положений для определения h_{∂} , то при его выборе исходят из условия соблюдения следующего неравенства

$$h_{\partial} \leq h_{min} - (h_{\Gamma} + h'_{III} + h'_{II}), \quad (363a)$$

где h_{min} — расчетная величина минимального слоя смазки;
 h_{Γ} — величина влияния макрогеометрии шипа и подшипника на толщину слоя смазки;
 h'_{III} — величина микронеровностей на поверхности шипа;
 h'_{II} — величина микронеровностей на поверхности подшипника.

Затем полагают, что h_{δ} теоретически должно быть больше нуля. Причем конкретно эту величину Карелитц ([39], стр. 114) рекомендует брать не менее 0,75 мк, Деннисон [166] — не менее 1 мк (что допустимо при условии самой точной обработки для валов малых диаметров [125], Дьячков ([39], стр. 114) не менее 2 мк, Хейдеброк [125] величину h_{δ} не менее 2 мк рекомендует при шлифовании, притирке и алмазной обточке. По Яновскому ([147], стр. 427) для подшипников паровых турбин $h_{\delta} + (h'_{ш} + h'_{п})$ должно быть не менее 10 мк.

Поскольку эти рекомендации серьезно не обоснованы, а Яновский свою рекомендацию дает, исходя из шероховатостей неприработавшихся поверхностей, то, назначая величину h_{δ} , надо принимать во внимание примеси, загрязняющие масло, и стремиться к тому, чтобы эта рабочая толщина смазочного слоя была не меньше средней величины частиц примесей в масле. При этом надо принимать во внимание лишь частицы продуктов изнашивания вала и вкладыша и проникающие в масло частицы загрязнений извне, частицы же примесей органического происхождения — карбенов, карбонидов и асфальто-смолистых веществ, получившиеся в результате окисления и полимеризации углеводородов масла, имеют по Семенидо [110] размер от 0,8—1,5 мк и оказывают положительное действие, препятствуя непосредственному контакту поверхностей. Действие этих примесей, как показано Семенидо [110] и Венцелем [10], положительно. Абразивные частицы, получившиеся в результате изнашивания и попавшие извне, могут иметь различную величину. По опытам Лядского [89] при испытании чугуна со смазкой частицы износа при установившемся изнашивании имели размер от 1 до 2,5 мк. Во всяком случае h_{δ} должно быть не меньше рекомендуемой Дьячковым величины 2 мк и лучше, если h_{δ} будет больше этой величины, учитывая неизбежные монтажные, температурные и нагрузочные деформации подшипника и шипа.

Величина h_{γ} уменьшения зазора вследствие отклонения от правильной формы и силовых деформаций, складывается из двух частей: из h'_{γ} , соответствующей макрогеометрическим отклонением поверхностей вследствие неточностей обработки (овальность, конусность, бочкообразность), и из h''_{γ} соответствующей деформации шейки вала. Обе эти величины могут как складываться, так и вычитаться и их совместное действие в каждом конкретном случае надо учитывать самостоятельно.

Точный учет влияния неточностей обработки, а значит и h'_{γ} изложен в книге [65], приближенно его можно учесть так, как это рекомендуется Дьячковым [39]. При бочкообразности, корсетности и конусности h'_{γ} можно принять равным половине величины допуска на непрямолинейность образующих поверхно-

сти шипа (ввиду легкой срабатываемости материала подшипника и непрямолинейность его образующих можно не учитывать), учет влияния овальности можно сделать, положив h'_r равным половине суммы допусков на отклонение контуров поперечного сечения шипа и вкладыша от окружности.

Уменьшение же h''_r минимального зазора благодаря деформации шипа для концевых шипов можно учесть по предлагаемой Кодниром ([1], стр. 46) формуле

$$h''_r = 1,595 \cdot d \cdot \left[\left(\frac{L}{d} \right)^2 + 1,81 \right] \left(\frac{L}{d} \right)^2 \cdot p_m \cdot 10^{-3} \text{ мк.},$$

где d в см, p_m в кг/см², а результат получается в микронах.

При определении минимальной рабочей толщины смазочного слоя по уравнениям (363а) или (363) номинальный (измеряемый) размер шипа или вкладыша считается по впадинам. Между тем, в действительности замер при помощи мерительного инструмента производится по вершинам выступов, которые и определяют номинальный размер шипа или вкладыша. Помимо того, считая номинальный размер по впадинам, принимают тем самым масло, расположенное во впадинах, участвующим в создании несущей способности. Это также вряд ли соответствует действительности, поскольку впадины, даже в случае, когда они после приработки направлены по относительной скорости трущихся поверхностей, представляют собой не сквозные каналы, а более или менее длинные области застоя масла на вкладыше и такие же области на шипе, перемещающиеся вместе с ним. Поэтому в создании несущей способности будет участвовать лишь слой, заключенный между окружностями, ограничивающими вершины выступов шероховатости средней высоты.

Заметное дренажное действие впадины шероховатости могут произвести лишь при очень низком положении шипа, когда область концентрации давления становится соизмеримой с длиной рисок шероховатости, направленных после приработки по движению шипа. Однако при диаметре, большем 50 мм, соответствующие χ , по-видимому, больше 0,95—0,975.

Таким образом, уменьшение найденной по расчету минимальной толщины h_{\min} смазочного слоя на высоту выступов от шероховатости идет в запас надежности¹, особенно при более опасных низких положениях шипа. При этом надо лишь строго соблюдать во всех случаях условие, заключающееся в том, чтобы минимальный зазор, найденный с учетом отклонения поверхности шипа и подшипника от правильной формы, включая

¹ По-видимому, на этом основании Фальц [121] стр. 63 рекомендовал возможным полагать $h_{\partial=0}$, но "Ш" "П" брать не меньшим 10 мк, с чем, однако, согласиться при больших χ нельзя.

сюда и деформации шипа и вкладыша, был больше частиц примесей в масле.

Оценивая величину $h_{кр}$ в уравнении (363) или рабочую минимальную толщину смазочного слоя, соответствующую шероховатость надо брать после приработки, принимая во внимание, что она изменяется не только по величине, но и по направлению, как это впервые показано Хрущовым ([128], стр. 130—154), [130], а затем подтверждено опытами Дьяченко и Слинко [36]. Полученная в результате приработки шероховатость шипа, как показали опыты [36], мало зависит от начальной шероховатости и направлена по движению шипа. В процессе приработки суперфинишированные поверхности становятся более грубыми, а грубо обработанные (грубая шлифовка) сглаживают свою поверхность. Количественная оценка получаемой при этом шероховатости требует еще уточнения, а для предварительных расчетов можно пользоваться данными для чистоты обработанных поверхностей, установленными по ГОСТу 2789-51, которые приведены в табл. 74.

Таблица 74

Чистота обработки поверхностей по ГОСТу 2789-51

Наименование поверхностей	Обозначение	в $H_{ск}$ мк	Классы чистоты в мк		
			N	$H_{ск}$	$H_{ср}$
Получистые (обтачивание, растачивание, строгание, фрезерование)	▽▽	12,5—1,6	4	12,5—6,3	—
			5	6,3—3,2	10—20
			6	3,2—1,6	10—6,3
Чистые (шлифование, развертывание, протягивание, алмазная обработка)	▽▽▽	1,6—0,2	7	1,6—0,8	6,3—3,2
			8	0,8—0,4	3,2—1,6
			9	0,4—0,2	1,6—0,8
Весьма чистые (при-тирка, доводка ручная, суперфиниширование и т. п.)	▽▽▽▽	0,2—0,0	10	0,2—0,1	0,8—0,5
			11	0,1—0,05	0,5—0,25
			12	0,05—0,025	0,25—0,12
			13	0,025—0,012	—
			14	0,012—0,006	—

Чистота поверхностей и экономическая точность, получаемые при различных видах обработки, даны также в табл. 75.

Высоты неровностей $H_{ск}$ и $H_{ср}$ в таблице оцениваются как среднеквадратичные и средние по ГОСТу 2789-51 и при расчетах должны рассматриваться лишь как некоторые ориентировочные характеристики чистоты поверхности.

Чистота поверхностей и экономическая точность при различных видах обработки

Вид обработки	Класс точности основного размера по ГОСТу		Класс чистоты поверхности по ГОСТу
	средняя экономическая точность	пределы колебаний	
Растачивание чистовое	4-й	3а—4-й	4—7-й
„ тонкое	3-й	3-й—3а	7—9-й
Развертывание предварительное	—	2а—3а	7-й
„ отделочное	3-й	1-й—2а	8—9-й
Протягивание чистовое	2-й	2—3-й	6—8-й
„ отделочное	2а	1—2-й	9—10-й
Шлифование грубое	2-й	3—4-й	6—7-й
„ чистовое	3а	1—2а	8—9-й
„ тонкое	2-й	2—5-й	9—10-й
	Точнее 1-го	Квалитет ISA	
Подирование чистовое	—	—	9—12-й
„ отделочное	—	—	12—13-й
Суперфиниш чистовой	—	—	11—12-й
„ тонкий	—	—	13—14-й

Закономерная, наиболее часто встречающаяся наибольшая высота неровностей H_{\max} по П. Е. Дьяченко связана с $H_{ск}$ формулой $H_{\max} = 3,9 \cdot H_{ск}$ (или, более грубо, $H_{\max} = 4 \cdot H_{ск}$). При неприработавшихся поверхностях вала и вкладыша ее можно вводить в формулу (363а) с большим основанием, чем $H_{ск}$. Однако при этом надо иметь в виду, что получаемый учет влияния микрорельефа будет носить такой же условный характер, как и при $H_{ск}$.

Помимо уменьшения h_{\min} чистота обработки поверхностей вкладыша и особенно вала заметно сказывается на величине минимума коэффициента трения на диаграмме Герси, как об этом можно судить по опытам [158], ([128], стр. 96—99), результаты которых представлены в табл. 76.

Таблица 76

Тип обработки	Шероховатость по Абботу в микродюмах		ψ	ζ
	поперек движения	вдоль движения		
Обточка	130	50	0,00037	0,419
Шлифование	70	70	0,00084	0,633
„	50	50	0,00160	2,650
„	14	—	0,00192	93,60
„	13	—	0,00185	122,50
„	7	8	0,00200	132,70
„	4	6	0,00208	159,20
Суперфиниш	1	—	0,00200	199—144,7

Здесь ζ соответствует нагруженности при минимуме коэффициента трения на диаграмме Герси. Опыты велись с подшипником, у которого $d=54$ мм, $\frac{L}{d}=0,508$ при угле охвата шипа вкладышем в 147° .

Вкладыши были залиты высокооловянистым баббитом (Sn около 87%). Подача смазки производилась самотеком. Число оборотов вала было постоянным и равным 1500 об/мин. Менялась величина удельного давления.

Как видим, высокая начальная отделка поверхности цапф позволяет значительно расширить область гидродинамического трения, а значит и надежность работы подшипника.

При достижении $h_{кр}$, соответствующей минимуму коэффициента трения, устойчивость характеристик смазочного слоя равна нулю и поэтому при найденном h_{\min} запас устойчивости осуществляется, как это следует из уравнения (363а), лишь надлежащим выбором минимальной рабочей толщины смазочного слоя h_{∂} . Однако, сравнивая выражения (363а) и (363), мы не должны $h_{кр}$, соответствующую минимуму коэффициента трения, отождествлять с величиной $h_{\Gamma} + h'_{III} + h'_{II}$. Эта последняя сумма является вполне определенной геометрической характеристикой трущихся поверхностей, а $h_{кр}$ является некоторой условной величиной, лишь косвенно связанной со сложным комплексом явлений, определяющих переход совокупности жидкостного и отчасти граничного трения в трение полужидкостное и притом величиной, количественно почти неопределимой. Поэтому h_{∂} , определенное согласно выражению (363а), имеет более конкретный смысл и с большей надежностью определяет запас устойчивости v .

Условность такого понятия как $h_{кр}$, соответствующая $v=0$, вытекает из рассмотренных нами на стр. 51 и 98 экспериментальных данных Мак-Ки и Рамайи и Илюшиной. Минимум коэффициента трения, помимо всего прочего, зависит главным образом от маслянистости смазки, а значит от явлений существенно отличных от тех, с какими сталкиваются при гидродинамическом трении.

Отсюда следует, что минимум коэффициента трения кривых $f=f\left(\frac{\mu n}{p_m}\right)$ не является характерным свойством произведения $\lambda = \frac{\mu n}{p_m}$. Нельзя этот минимум, определяемый только экспериментально при вполне определенных значениях μ , n и p_m , считать величиной, характеризующей $h_{кр}$ при различных нагрузочных, скоростных и температурных режимах для одного и того же подшипника. Нельзя также соответствующий ему параметр $\lambda = \lambda_{кр}$ считать какой-то определенной характеристикой подшипника. Тем более, что величина нагруженности ζ при низких по-

ложениях шипа изменяется весьма резко даже при небольших изменениях χ .

Вследствие этого несостоятелен предложенный американской школой, а у нас рекомендованный Орловым [94] расчет подшипников по допустимой величине $\lambda = k\lambda_{кр}$. Здесь k — так называемый коэффициент надежности подшипника, принимаемый равным $k = \frac{h_{\min}}{h_{кр}}$, а $\lambda_{кр}$ рекомендовалось брать из соответствующей

диаграммы Герси или, ввиду незнания этой величины для проектируемого подшипника, ориентировочно принимать $\lambda_{кр} = 100 \div 250 \frac{\text{сантитуаз-об/мин}}{\text{кг/см}^2}$ при $d = 50 \div 100$ мм, $\frac{L}{d} = 0,7 \div 1,5$

и $\psi = 0,0005 \div 0,002$. При этом нижний предел относили к подшипникам большого диаметра с малым зазором, мягким материалом вкладыша и закаленным валом, а верхний предел — к подшипникам малого диаметра с большим зазором, твердым материалом вкладыша и сырым валом. Что же касается $h_{кр}$, то его попросту приравнивали $h_r + h'_{ш} + h'_{п}$. В общем же при расчете по этому методу авторы рекомендовали выводить рабочий режим подшипника в область с малыми коэффициентами трения, стремясь этим обеспечить высокое значение μ , т. е. определенный минимум температуры и соответствующую ей вязкость, при которой смазочный слой был бы предохранен от разрушения.

Однако при такой постановке вопроса формальность расчета подшипника по диаграммам Герси вытекает не только из условности таких величин, как $h_{кр}$ и $\lambda_{кр}$, но в первую очередь, из того, что здесь отсутствует даже такой фиктивный учет тепловой напряженности, какой, например, имеется в архаичном методе $p_m \cdot U$. От учета всех остальных факторов, влияющих на работу подшипника, авторы этого метода попросту отказывались.

Между тем всякий правильно построенный расчет состоит в том, что по этому расчету определяются величины, входящие в условия однозначности (см. гл. III, § 14), т. е. те из них, которые образуют определяемые критерии, равенство которых обуславливает подобие. Этим обстоятельством и объясняется принципиальное бессилие определить при помощи диаграммы Герси получающуюся вязкость. Эта вязкость может быть определена лишь из теплового баланса (если рассматривать интегральную температуру смазочного слоя), так как иначе найденная величина μ будет ошибочной, а вместе с ней будет ошибочной и соответствующая ей величина нагруженности.

Методом, наиболее достоверным и охватывающим максимальное число факторов, влияющих на работу подшипника, является прямой метод определения минимальной толщины

смазочного слоя или соответствующей ему величины χ . Этот метод мы рассмотрим в дальнейшем предположив ему определение величин относительных эксцентриситетов, дающих оптимальные значения характеристик смазочного слоя.

34. ЭКСТРЕМАЛЬНЫЕ СВОЙСТВА ХАРАКТЕРИСТИК СМАЗОЧНОГО СЛОЯ

Коэффициенты нагруженности ζ и сопротивления ξ или трения $\frac{f}{\psi}$ являются определяемыми критериями подобия, равенство которых у двух сравниваемых подшипников является следствием подобия течения в смазочных слоях.

В зависимости от χ эти критерии являются функциями монотонными и, следовательно, если их брать самостоятельно, то никаких указаний относительно соотношений между величинами, через которые определяются эти критерии, получить нельзя. Но можно попытаться найти экстремальные свойства характеристик, варьируя величинами, через которые определяются критерии подобия смазочного слоя, подобно тому как это сделано в гл. IV, стр. 149—150.

Так как расчет подшипника заключается именно в нахождении соотношений между геометрическими размерами области, занятой смазочным слоем, то и экстремальные свойства характеристик удобно исследовать, варьируя именно геометрическими параметрами, входящими в критерий подобия ζ и ξ .

При выбранной минимальной толщине смазочного слоя h_{\min} , существуют такие значения относительных зазоров ψ и эксцентриситета χ , при которых несущая способность смазочного слоя достигает максимального значения. Следовательно при данном $\frac{L}{d}$ имеется интервал ψ , в котором рост зазора приводит к уменьшению χ , т. е. к увеличению минимальной толщины смазочного слоя, при условии, постоянства вязкости масла.

Так как

$$h_{\min} = \Delta (1 - \chi), \text{ то } \psi = \frac{1}{1 - \chi} \cdot \frac{h_{\min}}{r_1}$$

и тогда

$$\zeta = \frac{p_m \cdot \psi^2}{\mu \omega} = \frac{1}{(1 - \chi)^2} \cdot \frac{p_m \cdot h_{\min}^2}{\mu \cdot \omega \cdot r_1^2},$$

т. е.

$$\sqrt{\zeta} (1 - \chi) = \frac{h_{\min}}{r_1} \cdot \sqrt{\frac{p_m}{\mu \omega}}. \quad (364)$$

Поскольку при $\chi=0$ несущая способность равна нулю, а при $\chi \rightarrow 1$ несущая способность возрастает как $\frac{1}{1-\chi}$ и, следовательно, $\zeta(1-\chi)^2 \rightarrow 0$, когда $\chi \rightarrow 1$, то между $\chi=0$ и $\chi=1$ произведение $\sqrt{\zeta(1-\chi)}$, согласно теореме Ролля, принимает экстремальное значение. Поэтому при выбранной минимальной толщине смазочного слоя несущая способность достигает экстремального значения вместе с $\sqrt{\zeta(1-\chi)}$ при некотором значении χ , которое мы обозначим через χ_m . Тогда соответствующая величина ψ_m относительного зазора будет равна

$$\psi_m = \frac{2}{1-\chi_m} \cdot \frac{h_{\min}}{d}.$$

Величины χ_m для разных $\frac{L}{d}$ при взятых нами протяженностях и границах смазочного слоя приведены в табл. 77.

Таблица 77

$\frac{L}{d}$	Обрыв слоя в минимальном зазоре		Половинный подшипник		Полный подшипник		120°-ный подшипник	
	χ_m	χ_q	χ_m	χ_q	χ_m	χ_q	χ_m	χ_q
0,2	0,491	0,976	0,615	0,887	0,548	0,967	0,684	0,843
0,3	0,481	0,946	0,594	0,832	0,534	0,942	0,673	0,814
0,4	0,471	0,924	0,570	0,815	0,526	0,915	0,665	0,792
0,5	0,462	0,905	0,547	0,786	0,516	0,893	0,658	0,774
0,6	0,453	0,882	0,523	0,762	0,507	0,882	0,649	0,759
0,7	0,443	0,873	0,506	0,746	0,499	0,864	0,640	0,747
0,8	0,436	0,857	0,488	0,733	0,492	0,848	0,629	0,736
0,9	0,429	0,846	0,473	0,722	0,488	0,836	0,621	0,729
1	0,422	0,838	0,461	0,714	0,476	0,821	0,568	0,725
1,1	0,415	0,822	0,448	0,710	0,467	0,812	0,457	0,722
1,2	0,408	0,808	0,442	0,701	0,462	0,796	0,452	0,720
1,3	0,401	0,794	0,436	0,697	0,455	0,785	0,449	0,718
1,5	0,382	0,778	0,423	0,685	0,448	0,764	0,445	0,716
2	0,378	0,742	0,390	0,678	0,421	0,758	0,438	0,712
∞	0,352	—	0,349	—	0,342	—	0,393	—

Как и следовало ожидать, величины χ_m с увеличением $\frac{L}{d}$ уменьшаются, что указывает на большой интервал изменения ψ , при котором рост зазора приводит к уменьшению χ для подшипников с большими $\frac{L}{d}$.

Величины ζ , соответствующие χ_m для данного $\frac{L}{d}$, т. е. величины ζ , соответствующие оптимальным условиям нагруженности, при разных $\frac{L}{d}$ весьма близки между собой, что указывает на достаточную устойчивость поведения смазочного слоя вблизи χ_m . На последнее указывает также и ход кривой $V\zeta(1-\chi)$ в функции от $1-\chi$ (пропорциональной h_{\min}), которая вблизи максимума достаточно пологая, откуда, в свою очередь, следует, что отклонения величины зазора от оптимальной расчетной мало влияют на режим работы смазочного слоя.

Аналогично экстремальным условиям по нагруженности существуют экстремальные соотношения по трению, которые можно получить варьированием относительного зазора ψ при постоянной величине отношения $\frac{P_m}{\mu\omega}$.

Так как

$$f = \psi \frac{\xi}{\zeta},$$

а

$$\psi = \sqrt{\frac{\mu\omega}{P_m}} \cdot \sqrt{\zeta},$$

то

$$f = \frac{\xi}{\sqrt{\zeta}} \cdot \frac{1}{\sqrt{\frac{P_m}{\mu\omega}}}. \quad (365)$$

При постоянстве $\frac{P_m}{\mu\omega}$ величина $\frac{\xi}{\sqrt{\zeta}}$ имеет минимум при некотором χ , который будем обозначать через χ_f .

Различным $\frac{L}{d}$ будут соответствовать разные χ_f , уменьшающиеся с увеличением $\frac{L}{d}$.

Таким образом, при постоянном ψ и переменном $\frac{P_m}{\mu\omega}$ коэффициент трения является монотонной функцией, убывающей по χ и по ζ . Но при переменном зазоре коэффициент трения имеет минимум, который, следуя Гутьяру, удобно называть «конструктивным минимумом коэффициента трения».

Величины χ , соответствующие конструктивному минимуму коэффициента трения для разных $\frac{L}{d}$, при учете трения лишь в рабочей части слоя смазки и при взятых нами протяженности и расположении смазочного слоя приведены в табл. 78.

$\frac{L}{d}$	Обрыв слоя в минимальном зазоре		Половинный подшипник		Полный подшипник		120°-ый подшипник	
	χ_f	χ_{ff}	χ_f	χ_{ff}	χ_f	χ_{ff}	χ_f	χ_{ff}
0,2	> 0,99	> 0,99	> 0,99	> 0,99	> 0,99	> 0,99	> 0,99	> 0,99
0,3	> 0,99	> 0,99	> 0,99	> 0,99	> 0,99	> 0,99	> 0,99	> 0,99
0,4	> 0,99	> 0,99	> 0,99	> 0,99	> 0,99	> 0,99	> 0,99	> 0,99
0,5	> 0,99	> 0,99	> 0,99	> 0,99	> 0,99	> 0,99	0,986	> 0,99
0,6	0,987	> 0,99	0,980	> 0,99	> 0,99	> 0,99	0,943	> 0,99
0,7	0,956	> 0,99	0,954	> 0,99	> 0,99	> 0,99	0,908	> 0,99
0,8	0,905	> 0,99	0,952	> 0,99	> 0,99	> 0,99	0,882	> 0,99
0,9	0,830	0,990	0,895	> 0,99	0,980	> 0,99	0,861	> 0,99
1	0,756	0,978	0,868	0,981	0,955	> 0,99	0,847	> 0,99
1,1	0,704	0,952	0,844	0,974	0,907	> 0,99	0,837	0,934
1,2	0,674	0,906	0,827	0,962	0,862	> 0,99	0,829	0,973
1,3	0,648	0,843	0,808	0,931	0,814	0,990	0,822	0,965
1,5	0,618	0,760	0,780	0,877	0,736	0,976	0,807	0,953
2	0,574	0,681	0,722	0,834	0,653	0,677	0,771	0,935
∞	0,425	0,538	0,612	0,704	0,470	0,502	0,684	0,881

В табл. 78 для каждого $\frac{L}{d}$ даны также и величины χ_{ff} , соответствующие конструктивному минимуму коэффициента трения с учетом трения в нерабочей части смазочного слоя.

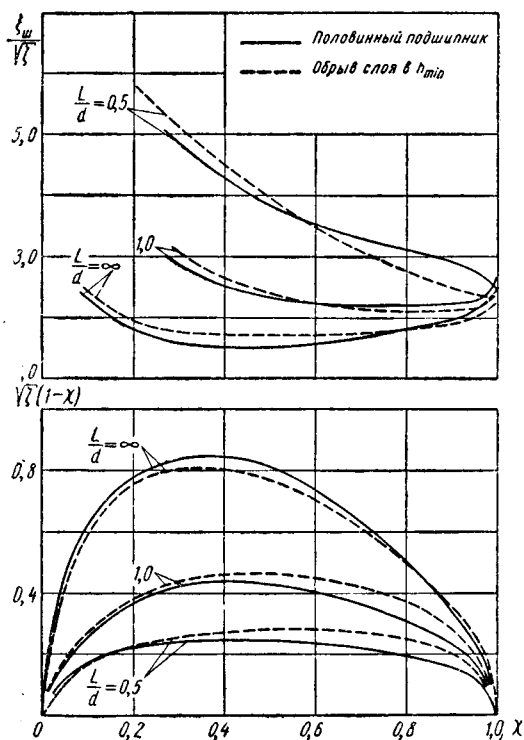
Сравнивая данные табл. 77 и 78 видим, что величины χ_m и χ_f не совпадают, а $\chi_m < \chi_f$, т. е. минимум коэффициента трения получается при зазорах больших, чем максимум несущей способности.

При больших $\frac{L}{d}$ кривая $\frac{\xi}{\sqrt{\zeta}}$ вблизи точки χ_f более пологая, вследствие чего при больших $\frac{L}{d}$ отклонение зазора от расчетного по минимуму трения меньше сказывается на режиме работы смазочного слоя.

Представление о ходе кривых $\sqrt{\zeta}(1-\chi)$ и $\frac{\xi}{\sqrt{\zeta}}$ в функции от χ при $\frac{L}{d} = 0,5; 1$ и ∞ дает фиг. 70.

Величины χ_m и χ_f при данном $\frac{L}{d}$ определяют некоторую область величин χ , значения которых являются оптимальными и которые, как казалось бы, должны явиться исходными величинами при расчете подшипника. Однако это было бы справед-

ливо при равенности значений χ_m и χ_f , чего на самом деле нет вследствие изменения вязкости с температурой. Соотношение (364), в котором предполагается переменность зазора, имеет место лишь при постоянной вязкости для всех рассматриваемых χ и величин зазора. При подборе же наиболее выгодного зазора в подшипнике с изменением зазора меняются эксцентри-



Фиг. 70. Зависимость относительных зазоров при постоянстве отношения $\frac{L}{d}$ от относительного эксцентриситета

цитет шипа, температура смазочного слоя и его вязкость, что изменяет вид кривой $\sqrt{\zeta}(1-\chi)$ по χ и делает величину χ_m эксцентриситета, соответствующего оптимальной величине зазора по нагруженности, некоторой грубо ориентировочной величиной.

То значение относительного эксцентриситета χ_q , при котором количество смазочной жидкости, вытекающей из торцов, становится максимальным, является не менее важной экстремальной характеристикой смазочного слоя, чем две указанные.

Значения χ_{q*} как видно из табл. 77, ближе к χ_f , чем к χ_m . Отсюда следует, что область оптимальных зазоров соответствует величинам χ , лежащим между χ_q и χ_f . В этом случае можно ожидать и оптимального теплового режима работы смазочного слоя. Относительный же эксцентриситет может соответствовать лишь предельным значениям для зазоров.

Значение χ_f эксцентриситета, соответствующего величине зазора по минимуму коэффициента трения, имеет весьма важное практическое значение для ориентировочного подбора режима работы смазочного слоя, наименее напряженного в тепловом отношении. Кроме того, поскольку $\chi_f > \chi_m$, то в реальных условиях при понижении вязкости с повышением температуры зазоры, соответствующие области между χ_f и χ_q могут оказаться более выгодными и для увеличения несущей способности.

Для подшипников с газовой смазкой основной интерес представляют условия максимальной нагруженности, которые в этом случае будут являться оптимальными. Поскольку здесь $\zeta = \kappa_1 \zeta_\infty = 3\varepsilon \cdot \kappa_1 \cdot \zeta'_\infty$, где ζ'_∞ находится по формулам (254), то подобно тому, как получено выражение (364) сможем написать

$$\begin{aligned} \frac{h_{\min}}{r_1} \cdot \sqrt{\frac{p_m}{\mu_0 \omega}} &= (1 - \chi) \frac{\Delta}{r_1} \cdot \sqrt{\frac{p_m}{\mu_0 \omega}} = \\ &= (1 - \chi) \sqrt{3\varepsilon \kappa_1 \zeta'_\infty}. \end{aligned} \quad (366)$$

Так как $0 \leq k_1 \leq 1$, а ζ'_∞ согласно (254) обращается в ноль при $\chi=0$ и $\chi=1$, то поэтому при фиксированном ε и выбранных h_{\min} и $\frac{L}{d}$ несущая способность достигает экстремального значения вместе с $(1 - \chi) \sqrt{\kappa_1 \zeta'_\infty}$ при некотором χ , которое по-прежнему можно обозначить через χ_m . Если же при фиксированном ε выбраны Δ и $\frac{L}{d}$, то несущая способность достигает максимума вместе с $\kappa_1 \zeta'_\infty$ при χ , которое можно обозначить через χ'_m . Последнее позволяет выбрать такую величину Δ , при которой подшипник будет нести наибольшую предельную нагрузку.

Таким образом, значение эксцентриситетов и зазоров, соответствующих экстремальным значениям характеристик при постоянной вязкости, является лишь вспомогательным материалом для быстрого расчета подшипника при учете изменения вязкости с температурой.

При расчете подшипников всегда задаются общая нагрузка на подшипник и число оборотов шипа в минуту, соответствующие назначению подшипника и его рабочему режиму.

На основании эксплуатационных данных и экспериментальных работ известен, отчасти, интервал допускаемых изменений вязкости масла и других его показателей для взятого типа машин. Иногда заранее известен и сорт масла, который, например, в быстроходных двигателях внутреннего сгорания, подбирается исходя из условий термической стабильности, нагарообразования, пригорания поршневых колец, прокачиваемости и т. п. Поэтому возможность вариации сортов масла по условиям работы подшипников для конкретно взятых машины или механизма — невелика.

Величина диаметра d и длины L рабочей части вкладыша также не относятся к числу величин, которыми можно варьировать в широких пределах.

Таким образом основной величиной, подлежащей расчету, является величина зазора Δ и соответствующая ему при данном $\frac{L}{d}$ минимальная толщина h_{\min} слоя смазки.

Как было показано выше при определении основных конструктивных параметров подшипника главную роль играют тепловыделение и теплоотвод, которыми определяются средняя температура смазочного слоя и соответствующая ей средняя по слою вязкость масла. Поэтому при расчете подшипника определению минимальной толщины смазочного слоя предшествует тепловой расчет подшипника. Конечно при этом тепловом расчете повышение температуры $\Delta t = t - t_1$, где t — средняя интегральная температура масла в смазочном слое, а t_1 — температура входящего в подшипник масла, а также соответствующая температуре t вязкость масла являются величинами приближенными, но с этим приходится мириться, поскольку гидродинамической теории смазки при температуре и вязкости, изменяющихся от точки к точке слоя, еще не существует. Зная же вязкость масла, соответствующую найденной температуре t по заданному среднему удельному давлению p_m , относительному зазору ψ и числу оборотов шипа n , найдем отвечающую им величину ζ , которая при известном $\frac{L}{d}$ определяет относитель-

ный эксцентриситет χ и минимальный зазор h_{\min} по формуле (362).

Такая схема расчета смазочного слоя подшипника была впервые [39], [41] введена у нас Яновским [147], а затем улуч-

шена Дьячковым, уточнившим определение средней температуры t смазочного слоя¹.

Итак, начиная расчет подшипника, прежде всего находят среднюю температуру t смазочного слоя из уравнения теплового баланса

$$A_R = A_Q + A_D, \quad (367)$$

где A_R — секундное количество тепла, выделившееся в смазочном слое и эквивалентное работе трения;

A_Q — количество тепла, уносимого маслом, вытекающим с торцов;

A_D — количество тепла, рассеянного теплопередачей и лучеиспусканием через поверхность корпуса подшипника.

Для количества тепла, эквивалентного работе трения на шипе, можно, принимая во внимание формулу (80), написать

$$A_R = \frac{M_{III}\omega}{427} = \xi_{III} \cdot \frac{\mu L d^2 \omega^2}{854 \cdot \psi} \text{ ккал/сек}, \quad (368)$$

причем, здесь L и d выражены в метрах, а если учитывать трение также и в нерабочей части смазочного слоя, нужно вместо ξ_{III} брать ξ'_{III} .

Если c и γ — удельная теплоемкость и удельный вес масла при данной температуре, а Q — секундное количество масла, протекающего через подшипник, то количество тепла, уносимого маслом, вытекающим из торцов, равно

$$A_Q = c\gamma Q \cdot \Delta t = q L d^2 \cdot \frac{\psi}{2} \omega c \gamma \Delta t \text{ ккал/сек}. \quad (369)$$

Количество Q , протекающего через подшипник масла определится по формуле, совершенно подобной приводимым на стр. 247 или стр. 280, т. е.

$$Q = q \cdot L d^2 \frac{\psi}{2} \omega, \quad (370)$$

в общем случае

$$q = q_T + q_H + q_K,$$

где q — полный коэффициент расхода смазки;

q_T — коэффициент, учитывающий количество смазки, вытекающее из торцов рабочей части смазочного слоя;

q_H — количество смазки, вытекающее из торцов нерабочей части зазора;

q_K — дополнительное количество смазки, вытекающее из канавок.

¹ Первый тепловой расчет подшипника был произведен (1887 г.) Петровым [98], стр. 248—265.

Количество смазки, вытекающей из торцов из ненагруженной части слоя, при достаточной подаче можно ориентировочно определить как количество ее, вытекающее из щели высотой $\Delta \cdot \bar{h}$ под действием перепада давления подачи, предполагаемого одинаковым по всей окружности. Этот расчетный случай весьма близок к случаю подачи из кольцевой центральной канавки, расположенной в нерабочей части зазора. Таким образом, если воспользуемся второй из формул (70), заметив, что $\frac{\partial p}{\partial z} = \frac{p_e}{L}$, где p_e — давление подачи, и что смазка вытекает

в оба торца, найдем

$$Q_H = \frac{p_e \cdot r_1 \Delta^3}{3\mu L} \left[\int_0^{2\pi} \bar{h}^3 d\varphi - \int_{\varphi_1}^{\varphi_2} \bar{h}^3 d\varphi \right],$$

т. е. количество смазки, вытекающей из нерабочей части зазора, находится как разность между всем количеством смазки, которое могло бы вытечь из подшипника, и той ее частью, которая вытекает из нагруженной части слоя.

Введя соответствующий коэффициент расхода $q_H = \frac{Q_H}{Ldr_1\omega\psi}$, получим для него выражение

$$q_H = \beta \frac{p_e}{\mu} \cdot \frac{\psi^2}{\omega} \cdot \left(\frac{d}{L}\right)^2 \quad (371)$$

или

$$q_H = k_1 \cdot \zeta_\infty \beta \left(\frac{d}{L}\right)^2 \cdot \frac{p_e}{p_m}, \quad (372)$$

в котором p_m — среднее давление на подшипник, а коэффициент β равен

$$\beta = \frac{\pi}{12} \cdot \left(1 + \frac{3}{2} \cdot \chi^2\right) \cdot \left(1 - \frac{\varphi_2 - \varphi_1}{2\pi}\right) - \frac{\chi}{8} \left[1 + \frac{\chi}{2} \cos \varphi + \frac{\chi^2}{9} \cdot (2 + \cos^2 \varphi) \right] \sin \varphi \Big|_{\varphi_1}^{\varphi_2}. \quad (373)$$

В частном случае шипа, наполовину охватываемого смазочным слоем, с обрывом в минимальном зазоре

$$\beta = \frac{\pi}{24} \left(1 + \frac{3}{2} \chi^2\right). \quad (374)$$

Величины коэффициента β и произведения $\beta\zeta_\infty$ для разных χ при рассматриваемых нами протяженностях и расположении смазочного слоя представлены в табл. 79.

χ	Полный подшипник		Половинный подшипник		Полный подшипник		120°-ый подшипник	
	β	$\beta\epsilon_\infty$	β	$\beta\epsilon_\infty$	β	$\beta\epsilon_\infty$	β	$\beta\epsilon_\infty$
0	$\frac{\pi}{24}$	0	$\frac{\pi}{24}$	0	$\frac{\pi}{48}$	0	$\frac{\pi}{18}$	0,0000
0,1	0,1329	0,0627	0,1404	0,0643	0,0942	0,0641	—	—
0,2	0,1387	0,1316	0,1631	0,1437	0,1126	0,1442	—	—
0,3	0,1486	0,2147	0,1935	0,2523	0,1324	0,2492	0,2462	0,1320
0,4	0,1623	0,3207	0,2296	0,4073	0,1532	0,3870	0,2847	0,2622
0,5	0,1800	0,4626	0,2728	0,6323	0,1754	0,5678	0,3294	0,4215
0,6	0,2016	0,6693	0,3231	0,9848	0,1995	0,8155	0,3799	0,7154
0,65	0,2138	0,7876	0,3523	1,237	0,2127	0,9861	0,4076	0,9755
0,7	0,2271	0,8868	0,3836	1,597	0,2264	1,198	0,4370	1,258
0,75	0,2413	1,167	0,4169	2,079	0,2405	1,472	0,4683	1,714
0,8	0,2566	1,602	0,4535	2,850	0,2564	1,924	0,5011	2,432
0,85	0,2727	2,182	0,4891	4,085	0,2727	2,631	0,5360	3,694
0,9	0,2894	3,308	0,5347	6,668	0,2894	4,025	0,5733	6,194
0,925	0,2989	4,430	0,5632	9,760	0,2989	5,515	0,5919	8,653
0,95	0,3081	6,633	0,5819	14,39	0,3081	8,060	0,6116	13,99
0,975	0,3175	13,25	0,6090	29,98	0,3176	16,08	0,6319	29,72
0,99	0,3233	32,85	0,6254	76,70	0,3233	40,16	0,6446	77,67
1	$\frac{5\pi}{48}$	∞	0,6436	∞	$\frac{5\pi}{48}$	∞	0,6537	∞

Коэффициент q_K , которым учитывается дополнительное количество Q_K масла, вытекающего из канавок, определяется как

$$q_K = \frac{Q_K}{Ldr_1\omega\psi}.$$

Количество масла Q_K , дополнительно вытекающего из открытой канавки, можно подсчитывать по обычным формулам гидравлики.

Если же масло вытекает из закрытой канавки шириной b длиной закрытой части, равной a , и средней высотой закрытой части h_m , равной средней величине зазора по ширине канавки, то дополнительное количество смазки, вытекающее из торцов вследствие наличия канавки, найдется по известной формуле для ламинарного течения в узкой щели и будет равно

$$Q_K = \frac{p_e}{\mu} \cdot \frac{bh_m^3}{12} \left(\frac{1}{a} - \frac{2}{L} \right).$$

Второе слагаемое в скобках учитывает, что это будет именно дополнительное количество масла, вытекающего из закрытой

щели по отношению к количеству, вытекающему из нерабочей части зазора. В этой формуле через p_e обозначено давление масла в канавке, а $h_m = \Delta(1 + \chi \cos \varphi_m)$.

Для того случая, когда две закрытые канавки находятся в плоскости разъема подшипника, перпендикулярной линии действия нагрузки (как это, например, делают в подшипниках паровых турбин), и смазочный слой начинается на прямой, перпендикулярной линии действия нагрузки, т. е. $\varphi_m = \varphi_1$, получим

$$Q_k = \frac{p_e}{\mu} \cdot \frac{b\Delta^3}{6} [(1 + \chi \cos \varphi_1)^3 + (1 - \chi \cos \varphi_1)^3] \left(\frac{1}{a} - \frac{2}{L} \right).$$

Отсюда, аналогично формуле (372) для коэффициента q_k в этом частном случае получим

$$q_k = \zeta \lambda \left(\frac{d}{L} \right)^2 \frac{b}{d} \left(\frac{L}{a} - 2 \right) \cdot \frac{p_e}{p_m}, \quad (375)$$

где p_m — среднее удельное давление на подшипник, а

$$\lambda = \frac{1 + 3\chi^2 \cos^2 \varphi_1}{12}.$$

Величина этого коэффициента при разных χ дана в табл. 80.

Таблица 80

χ	0,3	0,4	0,5	0,6	0,65	0,7	0,75
λ	0,0973	0,1068	0,1165	0,1254	0,1288	0,1313	0,1323
χ	0,8	0,85	0,9	0,925	0,95	0,975	0,99
λ	0,1316	0,1282	0,1208	0,1129	0,1079	0,0972	0,0902

Определяемый по этим формулам расход Q и соответствующий ему коэффициент расхода смазки q_T , вытекающей из рабочей части слоя, являются максимальными соответствующими тем, которые необходимы для образования слоя рассматриваемой протяженности и толщины и могут в ряде случаев превосходить наблюдаемые расходы, преимущественно для тяжело нагруженных подшипников, работающих при значительных χ . При недостаточной подаче смазки (малом давлении подачи) q_T теоретическое также может значительно превосходить опытное.

Определяемый по этим формулам расход Q зависит в основном от расхода смазки, вытекающей из рабочей части слоя,

оцениваемого коэффициентом q_T . Теоретически найденные величины q_T являются максимальными и соответствующими тем, которые необходимы для образования рабочего слоя смазки рассматриваемой протяженности при расчетной величине несущей способности. Если количество подаваемого масла не соответствует максимальному или когда подшипник работает при больших значениях χ , расходы Q могут быть меньше расчетных, особенно в случае подачи смазки через круглое отверстие. В этом последнем случае удовлетворительное согласие с опытом могут дать полуэмпирические формулы Куцаева [80], недостатком которых является выбор эмпирических коэффициентов по прототипным подшипникам.

При низких положениях шипа можно полагать

$$q \approx q_H,$$

подсчитывая q_H по формуле (371), взяв коэффициент β для полных и половинных подшипников, не имеющих карманов, равным удвоенному значению согласно формуле (374).

Если же подшипник снабжен карманами, то в частном случае 120°-ного подшипника q_H можно искать при низких положениях шипа, положив $\chi=1$. Тогда для подшипников, расточенных из одного центра, по Зоммеру имеем:

$$q \approx q_H = \zeta \left(\frac{d}{L} \right)^2 \left(0,44 \cdot \frac{L}{a} + 4,34 \right) \cdot \frac{p_e}{p_m},$$

а для подшипников, расточенных из двух центров с расстоянием δ между центрами, по Снеговскому сможем написать:

$$q \approx q_H = \zeta \cdot \left(\frac{d}{L} \right)^2 \cdot \left(0,44 \cdot \frac{L}{a} + 4,34 \right) \left(1 + \frac{2}{\pi} \frac{\delta}{\Delta} \right)^3 \frac{p_e}{p_m},$$

где по-прежнему p_e давление подачи, а через a обозначена длина закрытой части карманов.

Количество тепла A_D , отдаваемое смазочным слоем в окружающую среду путем теплоотдачи и лучеиспускания, находят по формуле

$$A_D = \alpha \pi d L \Delta t \text{ ккал/сек}, \quad (376)$$

где α — коэффициент теплопередачи, колеблющийся в весьма широких пределах для различных конструкций подшипников, а $\Delta t = t - t_e$, причем по-прежнему t — средняя температура смазочного слоя, а t_e — температура входящего в смазочный слой масла.

В настоящее время величина коэффициента α может быть оценена лишь на основании старых опытов Лаше [195], обработанных Фальцем ([121], стр. 106—110), и, по всей вероятности, применимых с достаточной точностью лишь к подшипникам паровых турбин старых конструкций. Величина α , полученная

Фальцем как некоторая подходящая средняя к величинам, найденным из опыта, может быть выражена формулой

$$\alpha = 0,00472 \frac{(t_n - t_e)^{1,3}}{t - t_e} \text{ ккал/сек м}^2 \text{ град,}$$

в которой t_e — температура воздуха, окружающего подшипник, а t_n — температура вкладыша.

Как видим из этой формулы, теплоотдача меняется несколько быстрее температурного перепада. Фальц считает, что у подшипников с собственной циркуляцией масла и естественным охлаждением температура вкладыша при установившемся режиме незначительно отличается от температуры смазочного слоя, полагая тем самым, что $t_n = t$. Для того же, чтобы учесть индивидуальную способность отвода тепла теплопередачей подшипниками разных машин, Фальц вводит еще коэффициент a и в результате получает

$$\alpha = 0,00472 \cdot a \frac{(t - t_e)^{1,3}}{t - t_e} \text{ ккал/сек м}^2 \text{ град.} \quad (377)$$

Величину коэффициента a Фальц ([121], стр. 109) рекомендует брать следующей:

1) для трансмиссионных подшипников, осевых, коренных подшипников стационарных двигателей $a=1,0$;

2) для подшипников, указанных в предыдущем пункте, но находящихся вблизи вращающегося шкива или маховика, $a=2 \div 3$;

3) для подшипников, указанных в предыдущем пункте, но вентилируемых с обеих сторон, $a=3 \div 4$;

4) для главных подшипников паровых машин и поршневых компрессоров $a=4 \div 5$.

У подшипников коленчатых валов и осевых подшипников турбин коэффициент a увеличивается с возрастанием окружной скорости. При изменении скорости от 0,5 до 8 м/сек a увеличивается от 2,3 до 7,6, т. е. в среднем на 0,8 при увеличении скорости на каждый 1 м/сек. При изменении скорости от 8 до 15 м/сек коэффициент a увеличивается на 0,4 на каждый 1 м/сек.

Приведенные здесь цифры носят весьма ориентировочный характер и для своего уточнения требуют большой экспериментальной работы. Однако и в первом приближении они могут дать результаты, близкие к действительности, особенно для подшипников турбин, если, исходя из конструктивных особенностей и режима работы подшипника, правильно выбрать коэффициент a . Выбирая этот коэффициент, надо иметь в виду, что наилучший теплоотвод будет у шатунных подшипников авиационных, автомобильных и тракторных двигателей, вкладыш которых всей своей поверхностью соединен с корпусом

подшипника, а наихудший — у массивных подшипников тихоходных машин, у которых может происходить накопление масла между вкладышем и корпусом подшипника.

Результаты опытов Лаше относятся к подшипникам старых конструкций с кольцевой смазкой, а также к турбинным подшипникам, и дают лишь некоторые средние величины. Поэтому для подшипников быстроходных двигателей внутреннего сгорания, следуя Дьячкову [41], ([39], стр. 83) можно принять α , не зависящим от температурного перепада и, положив $\frac{(t-t_e)^{1,3}}{t-t_e} = (t-t_e)^{1,3}$, брать величину α по табл. 81.

Т а б л и ц а 81

Вид подшипников	α в кг·кал/сек·м ² град
Коренные подшипники тракторных двигателей	0,0047 (t - t _e) ^{0,3}
Коренные подшипники двигателей тяжелых грузовиков	0,0094 (t - t _e) ^{0,3}
Коренные подшипники двигателей легких грузовиков и легковых автомобилей	0,0140 (t - t _e) ^{0,3}
Шатунные подшипники при средней скорости поршня 5-8 м/сек	0,0560 (t - t _e) ^{0,3}

Имея отдельные составляющие в выражениях (368), (369) и (370), уравнение теплового баланса (367) можем записать так:

$$\xi_{ш} \frac{\mu(t) \cdot d\omega}{427\psi} = \left(qdc\gamma\psi + 2\pi \frac{\alpha}{\omega} \right) \Delta t \quad (378)$$

или в виде

$$\frac{f_{ш}}{\psi} \cdot \frac{1}{q} = 427 \cdot c\gamma \left(1 + \frac{\alpha}{\omega} \cdot \frac{\pi}{qc_1\Delta} \right) \frac{t - t_e}{p_m} \quad (379)$$

Левая часть уравнения (379) зависит лишь от относительных размеров подшипника, размещения шипа в подшипнике, а также от протяженности и расположения смазочного слоя, т. е. от геометрических величин. Правая же часть этого уравнения, помимо геометрических величин, зависит еще от нагрузочного и скоростного режимов смазочного слоя и его температуры.

Поэтому отношение $\frac{f_{ш}}{\psi} \cdot \frac{1}{q}$, ввиду малой зависимости произведения $c\gamma$ от температуры, может служить мерой повышения температуры и обозначаться как «коэффициент нагрева». Можно также отметить, что в уравнение (379) совершенно не входит вязкость масла.

Коэффициент нагрева весьма удобен при прикидочных расчетах, вследствие того, что их можно вести, меняя не только ψ , но и $\frac{L}{d}$. Это скажется лишь на величине среднего удельного

давления p_m . Если же расчет вести более точно, то для определения температуры смазочного слоя надо пользоваться уравнением (378). Так как вязкость μ является сложной функцией температуры и задается обычно температурной кривой вязкости, находимой экспериментально, а теплоемкость c и удельный вес γ также зависят от температуры, то для решения уравнения (378) относительно искомой величины t удобнее всего применить графический метод. Тогда искомая температура t найдется как точка пересечения кривых, изображающих левую и правую части уравнения (378) в функции от t .

Зная температуру смазочного слоя, по формуле (79) найдем соответствующий коэффициент нагруженности, а затем и расположение шипа в подшипнике, т. е. минимальную толщину смазочного слоя. Примеры подобных расчетов будут даны в следующем параграфе.

Для подбора зазора, обеспечивающего максимум несущей способности или оптимальную величину минимальной толщины слоя, удобно пользоваться данными табл. 67 и 68. При этом нужно иметь в виду, что с увеличением зазора растет количество тепла, уносимого маслом, и, следовательно, максимум несущей способности смещается к большим зазорам.

Заметим, также, что поскольку температура масла непрерывно растет по слою, то масло вблизи минимального зазора имеет более высокую температуру и меньшую вязкость, т. е. не соответствует средней расчетной вязкости. Поэтому шип в подшипнике будет размещаться с несколько большим относительным эксцентрицитетом χ , чем это определяется по расчету. Однако получающаяся вследствие этого погрешность компенсируется указанным в предыдущем параграфе уменьшением расчетной величины минимального зазора h_{\min} на сумму высот шероховатостей шипа и вкладыша. Это делает расчет по средней интегральной температуре смазочного слоя вполне надежным.

Повышение вязкости с давлением, которое, при независимости вязкости от температуры, может при низких положениях шипа в значительной степени повлиять на несущую способность и трение, в действительности оказывает заметное влияние, по-видимому, только при слишком высоких удельных давлениях, имеющих место в зубчатых и червячных передачах.

В подшипниках скольжения повышение вязкости с возрастанием давления в значительной мере компенсируется понижением как самой вязкости, так и пьезокоэффициента (см. табл. 20) вязкости с температурой, которая наиболее интенсивно повышается в месте концентрации давления. Поэтому

расчет подшипников по средним величинам температур и вязкостей дает результаты, которые могут пойти лишь в запас надежности.

Учитывать влияние давления на вязкость следует лишь для тяжело нагруженных подшипников прокатных станков, двигателей внутреннего сгорания и т. п., имеющих невысокую температуру смазочного слоя и, может быть, авиационных двигателей в случаях, когда среднее удельное давление достигает 100 кг/см^2 и выше. В этом последнем случае коэффициент нагруженности, отнесенный к вязкости при атмосферном давлении, можно увеличивать в отношении максимальных давлений в слое смазки при вязкости, зависящей от давления и постоянной вязкости.

Макродеформации подшипника, получающиеся в результате неточностей сборки, пригонки, или перекоса шипа в подшипнике вследствие его деформации, результатом которых являются отклонения поверхностей шипа и подшипника от правильной формы, влияют на несущую способность и трение в смазочном слое, так как это показано в [65].

Влияние же макродеформаций подшипника или изгиба шеек вала, получающихся в результате нагружения, особенно в нежестких конструкциях опор валов быстроходных двигателей внутреннего сгорания, в настоящее время с достаточной надежностью оценено быть не может.

В отдельных случаях влияние изгиба шейки вала на уменьшение минимальной толщины смазочного слоя можно учесть путем введения в расчет стрелы прогиба, вычисленной по известным формулам сопротивления материалов.

Воздух, находящийся в масле в виде пузырьков, и растворенный воздух оказывают влияние на поведение смазочного слоя, но количественно оценить это влияние с достаточной достоверностью не представляется возможным, так как ни специальных данных, ни соответствующей теории в настоящее время нет. На основании некоторых косвенных опытов можно лишь утверждать, что с увеличением количества воздуха, содержащегося в масле, несущая способность смазочного слоя резко падает. Трение же изменяется незначительно.

Подшипник рассчитывают при помощи основного числового материала, данного в приложениях I—III.

Все эти таблицы построены для таких интервалов значений $\frac{L}{d}$ и χ , в которых можно производить линейное интерполирование с точностью, достаточной для практики.

Если расчет подшипника вести, задаваясь заранее величиной зазора Δ или эквивалентной ему величиной относительного зазора ψ , то весьма удобно этот расчет вести в последовательности, рекомендуемой Дьячковым ([39], стр. 139), [41]. Когда же определяется зазор, соответствующий заданному повыше-

нию температуры смазочного слоя, то удобно непосредственно пользоваться уравнением (164).

Пример 1. Рассчитать опорный подшипник турбины мощностью 27 000 *квт* при числе оборотов 1800 в минуту¹. Нагрузка на подшипник составляет 18 450 *кг*, диаметр шипа 350 *мм*. Конструкция подшипника такова, что подача масла под давлением $p_e = 1$ *ати* осуществляется в две закрытые канавки, расположенные в плоскости разъема вкладышей. Нижняя половина вкладыша не имеет канавок или отверстий во избежание снижения несущей способности подшипника. Нагрузка на подшипник постоянна. Поэтому можно считать, что смазочный слой начинается на прямой, перпендикулярной линии действия нагрузки, обрываясь за минимальным зазором (половинный подшипник). Такое расположение смазочного слоя является типичным для подшипников турбин, у которых, кроме того, часто в верхней половине вкладыша зазор делается больше, чем в нижней. Смазка осуществляется турбинным маслом ([147], стр. 421), у которого изменение вязкости с температурой указано ниже.

t в °С	30	35	40	45	50	55
$\mu \cdot 10^8$ в <i>кг сек/м²</i>	8,02	5,70	4,62	3,55	2,95	2,35

Температура масла, поступающего в подшипник $t_e = 30^\circ$, а температура окружающего воздуха $t_g = 25^\circ$.

Длина a закрытой части канавки берется равной $1/10$ длины подшипника, а ширина b канавки $1/7$ диаметра шипа.

Для наглядности и всестороннего суждения о правильности взятых в результате расчета величин зазора и отношении длины подшипника к его диаметру расчет будем вести, меняя не только величину зазора, но и величину отношения $\frac{L}{d}$. Поскольку жестких ограничений (как, например, в двигателях внутреннего сгорания) на длину подшипника нет, то имеется возможность изменять L в некоторых пределах.

Расчет ведем для $\frac{L}{d}$ в пределах от 0,4 до 1,20 при различных ψ , причем для каждого ψ и $\frac{L}{d}$ расчет ведется самостоятельно. Этот расчет заключается в том, что сначала находят температуру в смазочном слое и соответствующую ей вязкость. По ней находят коэффициент нагруженности η , наконец, отвечающий этому коэффициенту относительный эксцентриситет χ , а затем по χ минимальную толщину смазочного слоя. Наиболее громоздкую часть расчета представляет определение температуры t смазочного слоя из уравнения теплового баланса. Для примера найдем температуру смазочного слоя при $\frac{L}{d} = 0,4$ и $\psi = 0,0010$. В этом случае среднее удельное давление

$p_m = 37,65$ *кг/см²* и, следовательно $\xi = \frac{p_m \psi^2}{\mu \cdot \omega} = \frac{19,96 \cdot 10^{-4}}{\mu}$, где μ должно

быть взято в *кг · сек/м²*. Затем задаются вероятными значениями температур не менее чем для трех точек и для этих температур по соответствующим вязкостям находят отвечающие им ξ . Имея теперь ξ , для половинного подшипника по таблице приложения I поскольку смазочный слой начинается на прямой, перпендикулярной линии действия нагрузки, находим отвечающие этим ξ величины χ . По полученным таким образом относительным эксцентриситетам χ находит коэффициент ξ'_{III} сопротивления шипа вращению,

¹ Исходные данные для этого примера заимствованы нами у Яновского [147] стр. 428.

учитывая трение в нерабочей части зазора — по соответствующей таблице приложения II и коэффициент торцового расхода смазки q_T для половинного подшипника из таблицы приложения III и вспомогательный коэффициент β по табл. 79. Затем, пользуясь формулой (372), находим величину коэффициента q_H торцового расхода масла из нерабочей части зазора.

$$\text{При } p_e = 1 \text{ кг/см}^2, q_H = \beta \zeta \left(\frac{d}{L} \right)^2 \frac{p_e}{p_m} = 0,1660 \beta \zeta.$$

Наконец, чтобы учесть количество дополнительно вытекающего из закрытых канавок масла по табл. 80, находим сначала вспомогательный коэффициент λ , а по нему с помощью формулы (375) коэффициент q_K , учитывающий это количество. Так как $P_e = 1 \text{ кг/см}^2$, то

$$q_K = \lambda \zeta \frac{b}{d} \left(\frac{L}{a} - 2 \right) \left(\frac{d}{L} \right)^2 \frac{p_e}{p_m} = 0,1897 \lambda \cdot \zeta.$$

Полный коэффициент q торцового расхода находим как сумму коэффициентов q_T , q_H и q_K . Количество Q масла, вытекающего в торцы, определится по формуле $Q = q \cdot \omega \frac{\psi}{2} L \cdot d^2 = 1616,4 \cdot q \text{ см}^3/\text{сек.}$

Для вычисления количества тепла, уносимого вытекающим в торцы маслом, надо знать удельный вес γ масла при взятой температуре и его теплоемкость c . Удельный вес можно найти по формуле (36)

$$\gamma t = \gamma t_e [1 - 0,75 \cdot 10^{-3} (t - t_e)] \text{ г/см}^3,$$

причем при $t_e = 30^\circ$, $\gamma t_e = 0,920 \text{ г/см}^3$. Теплоемкость c в этом примере находим по формуле (43).

$$c = 0,415 + 0,0011 \frac{t + t_e}{2} \text{ ккал/кг} \cdot \text{град.}$$

Теперь мы имеем все данные для определения количества тепла A_Q , уносимого маслом, вытекающим из торцов, и можем его найти по формуле (369).

Чтобы найти количество тепла, отдаваемого в окружающую среду путем теплопередачи, прежде всего по формуле (377) находим коэффициент теплопередачи α , принимая во внимание, что температура окружающего воздуха $t_a = 25^\circ$, а температура входящего масла $t_e = 30^\circ$.

Коэффициент α по данным, приведенным на стр. 372, берем равным 1,5, считая, что имеется некоторый слабый обдув подшипника воздухом.

Тогда

$$\begin{aligned} \alpha &= 0,0047 \frac{(t - t_e)^{1,3}}{t - t_e} \text{ ккал/сек м}^2 \text{ град} = \\ &= 7,05 \cdot 10^{-7} \frac{(t - 25)^{1,3}}{t - 30} \text{ ккал/сек см}^2 \text{ град.} \end{aligned}$$

Для облегчения подсчетов величины $(\Delta t)^{1,3}$ могут служить данные, приведенные ниже.

Δt	5°	10°	15°	20°	25°	30°	35°	40°	45°	50°
$(\Delta t)^{1,3}$	8,10	19,95	33,80	49,13	65,66	83,22	100,5	121,0	140,98	161,68

Количество тепла A_D , теряемого маслом вследствие теплоотдачи в окружающую среду, найдется по формуле (376) и будет равно

$$A_D = \pi d L (t - t_e) = 1,0853 \cdot 10^{-3} (t - 25)^{1,3} \text{ ккал/сек.}$$

Наконец, количество тепла A_R , эквивалентное работе трения в смазочном слое, найдется по формуле (368) и будет в этом случае равно

$$A_R = 713,56 \xi_{III}^f \cdot \mu \text{ ккал/сек.}$$

Все указанные вычисления удобно располагать в таблицу, примером которой для данного частного случая может служить табл. 82.

Таблица 82

t в °С	μ в кг·сек/м ²	ζ	χ	q_T	β	q_H	λ	q_K
35	0,00570	0,350	0,66	0,2073	0,3266	0,0189	0,1258	0,0083
40	0,00462	0,432	0,650	0,2197	0,3524	0,0253	0,1288	0,0105
45	0,00355	0,562	0,696	0,2315	0,3811	0,0355	0,1312	0,0140

t в °С	$q = q_T +$ $+ q_H + q_K$	Q в см ³ /сек	γ Г/см ³	c в ккал/кг·град	A_Q ккал/сек	A_D ккал/сек	ξ_{III}^f	A_R ккал/сек
35	0,2345	379	0,916	0,450	0,7811	0,1216	4,092	1,6643
40	0,2555	413	0,913	0,453	1,7081	0,0367	4,227	1,3935
45	0,2810	454	0,910	0,456	2,8261	0,0533	4,501	1,1401

По кривым изменения количества тепла $A_R(t)$, выделяющегося в смазочном слое в зависимости от температуры и уносимого тепла $A_Q(t) + A_D(t)$ находим температуру t смазочного слоя, как точку пересечения двух указанных кривых.

Эта температура получилась равной 38,5° (фиг. 71), чему соответствуют вязкость $\mu = 0,00495$ кгсек/м² и коэффициент нагруженности $\zeta = 0,403$. Поэтому относительный эксцентриситет $\chi = 0,635$. Величина минимального зазора

$$h_{\min} = d(1 - \chi) \cdot \psi = 0,128 \text{ мм.}$$

Количество же масла, вытекающего из торцов, $Q = 402$ см³/сек.

Если y_s есть стрела прогиба вала у конца подшипника, то для обеспечения надежности должно быть выполнено неравенство

$$h_{\min} > y_s + 0,010 \text{ мм.}$$

Величину y_s можно найти по формуле на стр. 355, из которой видно, что $h_f^* = 0,0076$ мм, и условие жидкостного трения выполнено с запасом.

Для других значений $\frac{L}{d}$ и ψ ход расчета такой же. Результаты предельного расчета для всего взятого диапазона $\frac{L}{d}$ и ψ представлены на

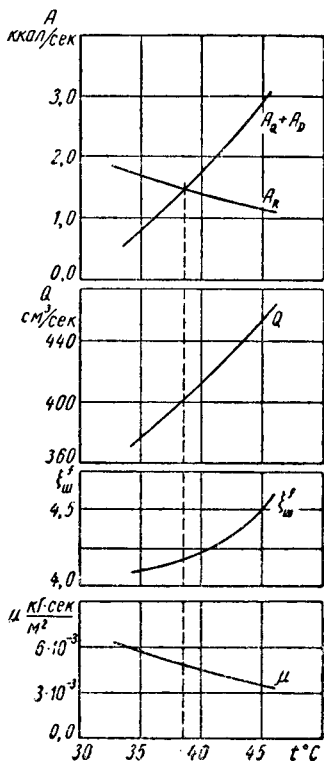
фиг. 72. Наибольшее влияние на температуру смазочного слоя и расположение шипа в подшипнике оказывает величина зазора, а отношение длины

к диаметру влияет в гораздо меньшей степени. Последнее объясняется тем, что количество масла, вытекающего из торцов, весьма быстро меняется с изменением зазора и поэтому количеству тепла, уносимого вытекающим маслом, повышается гораздо быстрее при увеличении зазора, чем при уменьшении длины шипа. Особенно резко температура повышается при малых ψ . Этим объясняется, почему в основном расчет подшипника сводится к определению надлежащей величины зазора, а не длины подшипника, как правило ограниченной в своем изменении.

Переходя к выбору подходящих величин L и ψ , прежде всего следует заметить, что при столь большом диаметре шипа, как в данном примере, мы не можем брать малых ψ ввиду больших технологических трудностей точного изготовления подшипника с малыми зазорами. Кроме того, поскольку в опорах турбин нагрузка в основном создается весом ротора, при слишком высоких положениях шипа в подшипнике (при $\chi > 0,60$) возможно появление автоколебаний шипа на смазочном слое. Это также заставляет отказываться от малых ψ . Тем более, что при мылах ψ может произойти излишнее повышение температуры в смазочном слое (это повышение температуры принимается не более $5-10^\circ$ для судовых турбин и не более 15° для стационарных).

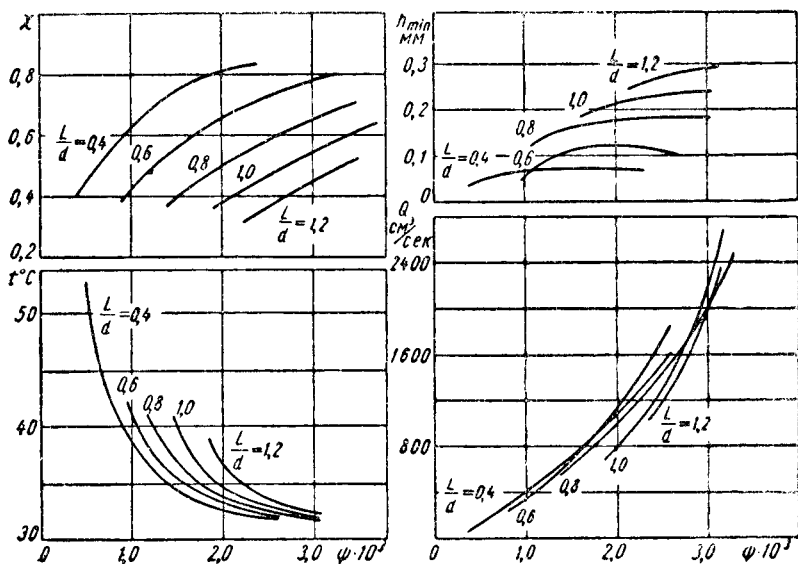
С другой стороны, слишком большие значения ψ ($> 0,003$) могут привести к недостаточному запасу надежности при $\frac{L}{d} < 1,0$, а это заставляет комбинировать величины ψ и $\frac{L}{d}$ таким образом, чтобы при $\chi > 0,60$ и не очень длинном подшипнике был достаточный запас надежности. Для осуществления этих условий длину подшипника надо брать по возможности меньшей, поскольку при больших $\frac{L}{d}$ на работе смазочного слоя будет в сильной степени сказываться влияние отклонений поверхностей шипа и подшипника от правильной формы. Таким образом, примем $\frac{L}{d} = 0,6$ и $\psi = 0,0025$, чему будет соответствовать зазор $\Delta = 0,437$ мм. Тогда температура масла будет $32,1^\circ$ $\mu = 0,00703$ кг·сек/м², $\xi = 1,209$ и $\chi = 0,718$. Поэтому минимальная толщина смазочного слоя будет $h_{\min} = 0,123$ мм. Такая величина h_{\min} обеспечит достаточный запас надежности против полужидкостного трения при нормальном рабочем режиме машины. Найденное значение χ лежит в области, соответствующей оптимальной величине минимальной толщины смазочного слоя (табл. 77 и 78), ближе к максимуму несущей способности и весьма близко к области максимума коэффициента q_T торцового расхода из нагруженной части смазочного слоя (табл. 77).

Заключительной частью расчета турбинного подшипника является проверка надежности его действия при уменьшенных окружных скоростях.



Фиг. 71. Графики определения средней температуры смазочного слоя и соответствующих расходов смазки, коэффициента сопротивления шипа вращению и коэффициента вязкости

Считая, что температура масла осталась той же, но число оборотов упало с 1800 до 200 в минуту, найдем, что в этом последнем случае $\zeta = 10,881$ и, следовательно, $\chi = 0,941$, а $h_{\min} = 0,025$ мм. Иначе говоря, подшипник будет работать в области жидкостного трения. Но при этом надо иметь в виду, что для создания надлежащего смазочного слоя, соответственно изменившемуся χ расход масла, протекающего через подшипник, также может быть изменен и вместо 1,69 л/сек уменьшен до 0,61 л/сек. Для полного расчета подшипника произведем еще проверку на возможность



Фиг. 72. Изменение относительного эксцентриситета, средней температуры смазочного слоя, минимального зазора и расхода смазки при изменении относительного зазора и различных отношениях длины подшипника к его диаметру

возникновений неустойчивых движений шипа на смазочном слое, пользуясь данными § 31, гл. VII.

В рассматриваемом нами случае при $\frac{L}{d} = 0,6$ $\psi = 0,0025$, $d = 350$ мм, $n = 1800$ об/мин, температуре масла 32°C , а следовательно $\mu = 0,00703$ кг·сек/м² и условию, что вся нагрузка создается соответствующей частью веса ротора, равной 18 450 кг, для критерия $\frac{\sigma^2}{\lambda}$ определяемого по формуле (358), получим

$$\frac{\sigma^2}{\lambda} = \frac{2L^3 \omega}{M \psi^3} = \frac{20,21 \cdot 0,00703 \cdot 9,81}{18\,450 \cdot 60 \cdot \pi (0,0025)^3} = 0,533.$$

Это будет соответствовать $\left(\frac{\sigma^2}{\lambda}\right)_{кр}$ при $\chi < 0,4$. Следовательно имеется достаточный запас надежности против возникновения неустойчивых колебаний.

Расчет динамически нагруженных подшипников производится подобным же образом с тем однако отличием, что коэффициент сопротивления шипа вращению и количество масла, вытекающего из торцов, определяют по пути относительного движения вала и вкладыша, а минимальную толщину смазочного слоя по среднему давлению за период действия сил в петле максимальных усилий или еще лучше по формуле (350) для сил, действующих в петле максимальных усилий.

Примеры расчета динамически нагруженных подшипников имеются в [65].

Пример 2. Выяснить отсутствие или наличие непосредственного касания шипа и вкладыша при реверсе валков обжимной клетки тонколистового стана.

Подшипник опорного вала 120°-ный, с длиной рабочей части вкладыша $L=450$ мм, диаметром $d=750$ мм, радиальным зазором $\Delta=0,21$ мм. Вес вала 16 000 кг. Число оборотов вала перед началом реверса — 19 об/мин. Время реверса $t_p=9$ сек. Подшипник смазывается брайтстоком. Средняя рабочая температура в смазочном слое 52°С, чему соответствует вязкость $\mu=0,0191$ кгсек/м².

Поскольку реверс совершается в отсутствии внешней нагрузки на валки, то нагрузку P на подшипник можно принять равной 8000 кг.

Процесс реверса рассматриваем упрощенно, считая, что в начальный момент реверса вращение вала прекращается и возобновляется по истечении времени реверса с тем же числом оборотов, но в обратном направлении. Во время же реверса шип можно рассматривать как нагруженный постоянной силой P и движущийся вдоль линии центров.

Положение шипа во вкладыше в момент прекращения вращения найдем по соответствующему коэффициенту нагруженности, который, учитывая, что в нашем случае $\psi=9,33 \cdot 10^{-4}$ и $\omega=1,99$ 1/сек, оказывается равным

$$\zeta = \frac{P \cdot \psi^2}{L d \mu \omega} = \frac{8000 \cdot 87,05 \cdot 10^{-8}}{0,75 \cdot 0,45 \cdot 0,0191 \cdot 1,99} = 0,543.$$

Поскольку в нашем случае $\frac{L}{d}=0,6$, то из таблицы приложения I, для 120°-ного подшипника находим, что соответствующий относительный эксцентриситет $\chi=\chi_0=0,636$.

Чтобы ответить на вопрос, поставленный в примере, необходимо найти сближение поверхностей шипа и вкладыша за время реверса, а значит найти относительный эксцентриситет χ_k , соответствующий концу реверса. Это можно сделать воспользовавшись уравнением (350), учитывая при этом, что сила $P(\tau)=P=\text{const}$,

$$\Psi(\chi_k) = \Psi(\chi_0) + \frac{1}{3} \cdot \frac{\psi^2}{d \cdot l \cdot \mu} \cdot P \cdot t_p.$$

По табл. 60 интерполированием находим, что $\Psi(\chi_0)=0,5805$, поэтому

$$\Psi(\chi_k) = 0,580 + \frac{1}{3} \cdot \frac{87,05 \cdot 10^{-8} \cdot 8000}{0,75 \cdot 0,45 \cdot 0,0191} = 0,580 + 3,242 = 3,822,$$

а значит, согласно табл. 60 $\chi_k=0,907$.

Такой величине χ_k соответствует рабочая минимальная толщина h_d слоя смазки, которая при высотах неровностей поверхности шипа и подшипника, соответственно равных $h'_{III}=1,6$ мк ($\nabla \nabla \nabla 9$) и $h'_{II}=3,0$ мк ($\nabla \nabla \nabla 8$) будет иметь значение

$$h_d = \Delta(1 - \chi_k) - h'_{III} - h'_{II} = 14,9 \text{ мк.}$$

отвечающее устойчивому смазочному слою.

Пример 3. Определить допустимую нагрузку на подшипник суперцентрифуги, если число оборотов вала ротора $n=25\,000$ об/мин, диаметр шипа $d=18$ мм, длина рабочей части подшипника $L=45$ мм, радиальный зазор $\Delta=0,008$ мм. Чистота обработки поверхности втулки соответствует $\nabla\nabla\nabla 9$, что дает $h'_{\Gamma}=1,6$ мк, а чистота обработки поверхности шипа $\nabla\nabla\nabla 10$ дает $h'_{\text{Ш}}=0,8$ мк. Наружное давление p_a соответствует 752 мм ртутного столба. Температура окружающего воздуха 24°C . Повышение температуры воздуха в смазочной щели подшипника около 4° .

Если минимальную рабочую толщину h_{δ} слоя воздушной смазки принять равной $0,5$ мк, то допустимой будет нагрузка, соответствующая минимальному зазору

$$h_{\min} = h_{\delta} + h'_{\text{Ш}} + h'_{\Gamma} = 2,9 \text{ мк.}$$

Такой величине минимального зазора отвечает относительный эксцентриситет, равный:

$$\chi = 1 - \frac{h_{\min}}{\Delta} = 0,637.$$

В рассматриваемом случае угловая скорость вращения ротора $\omega = 2617,5$ 1/сек, относительный зазор $\psi = 8,9 \cdot 10^{-4}$, а вязкость воздуха по табл. 8 равна $\mu_0 = 1,893 \cdot 10^{-6}$ кгсек/м², поэтому

$$\epsilon_a = \frac{p_a \cdot \psi^2}{6 \mu_0 \omega} = \frac{1,022 \cdot 10^4 \cdot 79,21 \cdot 10^{-8}}{6 \cdot 1,893 \cdot 10^{-6} \cdot 2617,5} = 0,2723.$$

По полученным значениям χ и ϵ_a из табл. 59 интерполированием находим величины ϵ и $\frac{1}{\lambda}$, которые в нашем случае оказываются равными:

$$\epsilon = 0,866, \quad \frac{1}{\lambda} = 0,432.$$

Зная ϵ и $\frac{1}{\lambda}$, можем найти коэффициент относительной нагруженности k_1 по формуле (316)

$$k_1 = 1 - \frac{1}{\lambda} \cdot \frac{d}{L} \operatorname{th} \left(\frac{L}{d} \lambda \right) = 1 - 0,1728 \operatorname{th} (5,787) = 0,8275,$$

а по табл 53 коэффициент нагруженности ζ'_{∞} неограниченно протяженного подшипника, который оказывается равным

$$\zeta'_{\infty} = 1,0689.$$

После этого искомая предельная нагрузка P найдется по формуле (317)

$$P = \frac{p_a}{2} \cdot L \cdot d \cdot \frac{\epsilon}{\epsilon_a} \cdot k_1 \zeta'_{\infty} = \frac{1,022 \cdot 10^4}{2} \cdot 0,045 \cdot 0,018 \cdot \frac{0,886}{0,272} \cdot 1,0689 = 11,92 \text{ кг.}$$

КОЭФФИЦИЕНТ НАГРУЖЕННОСТИ ζ ДЛЯ ПОЛНОГО ПОДШИПНИКА

$\frac{L}{d}$	χ													
	0,3	0,4	0,5	0,6	0,65	0,7	0,75	0,8	0,85	0,9	0,925	0,95	0,975	0,90
0,2	0,0180	0,0285	0,0457	0,0709	0,0891	0,114	0,150	0,211	0,328	0,562	0,924	1,630	4,311	16,78
0,3	0,0400	0,0606	0,101	0,155	0,195	0,248	0,325	0,456	0,702	1,189	1,934	3,354	8,605	31,44
0,4	0,0697	0,110	0,174	0,267	0,333	0,423	0,551	0,767	1,169	1,951	3,133	5,330	13,20	45,32
0,5	0,105	0,166	0,263	0,399	0,496	0,627	0,812	1,121	1,688	2,773	4,396	7,329	17,59	57,05
0,6	0,149	0,232	0,363	0,547	0,677	0,851	1,093	1,496	2,227	3,598	5,630	9,188	21,46	66,48
0,7	0,196	0,303	0,471	0,704	0,867	1,082	1,381	1,877	2,758	4,286	6,779	10,90	24,77	73,96
0,8	0,246	0,380	0,584	0,865	1,060	1,316	1,667	2,247	3,564	5,195	7,818	12,41	27,55	79,90
0,9	0,299	0,458	0,699	1,026	1,252	1,544	1,913	2,599	3,737	5,775	8,742	13,67	29,88	84,64
1	0,354	0,539	0,814	1,184	1,437	1,764	2,203	2,928	4,156	6,466	9,553	14,78	31,82	88,55
1,1	0,409	0,619	0,927	1,333	1,615	1,971	2,450	3,231	4,556	6,889	10,26	15,73	33,47	91,75
1,2	0,464	0,698	1,036	1,482	1,778	2,163	2,676	3,509	4,897	7,353	10,88	16,55	34,86	94,45
1,3	0,518	0,775	1,141	1,617	1,940	2,345	2,884	3,762	5,224	7,862	11,43	17,27	36,05	96,73
1,5	0,622	0,921	1,336	1,868	2,221	2,664	3,248	4,198	5,760	8,447	12,33	18,42	37,97	100,39
2	0,848	1,228	1,726	2,349	2,757	3,260	3,914	4,989	6,695	9,563	13,84	20,34	41,13	105,14

КОЭФФИЦИЕНТ НАГРУЖЕННОСТИ ζ ДЛЯ ПОЛОВИННОГО ПОДШИПНИКА

$\frac{L}{d}$	χ													
	0,3	0,4	0,5	0,6	0,65	0,7	0,75	0,8	0,85	0,9	0,925	0,95	0,975	0,99
0,2	0,0237	0,0380	0,0589	0,0942	0,121	0,161	0,225	0,335	0,548	1,034	1,709	3,010	8,453	30,76
0,3	0,0522	0,0826	0,128	0,203	0,259	0,347	0,475	0,699	1,122	2,074	3,352	5,730	15,15	50,52
0,4	0,0893	0,141	0,216	0,339	0,431	0,573	0,776	1,079	1,775	3,195	5,055	8,393	21,00	65,26
0,5	0,133	0,209	0,317	0,493	0,622	0,819	1,098	1,572	2,428	4,261	6,615	10,706	25,62	75,86
0,6	0,182	0,283	0,427	0,655	0,819	1,070	1,418	2,001	3,036	5,214	7,956	12,64	29,17	83,21
0,7	0,234	0,361	0,538	0,816	1,014	1,312	1,720	2,399	3,580	6,029	9,072	14,14	31,88	88,90
0,8	0,287	0,439	0,647	0,972	1,199	1,538	1,965	2,754	4,053	6,721	9,992	15,37	33,99	92,89
0,9	0,339	0,515	0,774	1,118	1,371	1,745	2,248	3,067	4,459	7,294	10,753	16,37	35,66	96,35
1	0,391	0,589	0,853	1,253	1,528	1,929	2,469	3,372	4,808	7,772	11,38	17,18	37,00	98,95
1,1	0,440	0,658	0,947	1,377	1,669	2,097	2,664	3,580	5,106	8,186	11,91	17,86	38,12	101,15
1,2	0,487	0,723	1,033	1,489	1,796	2,247	2,838	3,787	5,364	8,533	12,35	18,43	39,04	102,90
1,3	0,529	0,784	1,111	1,90	1,912	2,379	2,990	3,968	5,586	8,831	12,73	18,91	39,81	104,42
1,5	0,610	0,891	1,248	1,763	2,099	2,600	3,242	4,266	5,947	9,304	13,34	19,68	41,07	106,84
2	0,763	1,091	1,483	2,070	2,446	2,981	3,671	4,778	6,545	10,091	14,34	20,97	43,11	110,79

Продолжение приложения 1
КОЭФФИЦИЕНТ НАГРУЖЕННОСТИ ζ для 120°-ного ПОДШИПНИКА

χ

$\frac{L}{d}$	χ													
	0,3	0,4	0,5	0,6	0,65	0,7	0,75	0,8	0,85	0,9	0,925	0,95	0,975	0,99
0,2	0,0205	0,0378	0,0577	0,0983	0,135	0,185	0,0259	0,410	0,697	1,334	2,064	3,91	12,07	51,08
0,3	0,0436	0,0802	0,122	0,205	0,280	0,380	0,540	0,818	1,363	2,536	3,794	7,02	19,68	71,28
0,4	0,0720	0,132	0,198	0,325	0,448	0,602	0,846	1,259	2,050	3,706	5,497	9,73	25,37	83,10
0,5	0,103	0,188	0,261	0,463	0,620	0,826	0,144	1,676	2,674	4,717	6,880	12,57	29,33	90,50
0,6	0,135	0,245	0,364	0,592	0,788	0,979	1,420	2,052	3,209	5,556	7,994	13,55	32,22	95,52
0,7	0,166	0,299	0,441	0,709	0,935	1,221	1,656	2,365	3,654	6,213	8,849	14,80	34,30	99,03
0,8	0,195	0,349	0,512	0,815	1,068	1,385	1,862	2,632	4,013	6,749	9,537	15,78	35,86	101,73
0,9	0,221	0,395	0,576	0,909	1,184	1,525	2,043	2,856	4,312	7,181	10,085	16,55	37,19	103,79
1,0	0,245	0,436	0,633	0,992	1,285	1,644	2,185	3,042	4,540	7,508	10,532	17,22	38,08	105,47
1,1	0,276	0,473	0,683	1,064	1,372	1,749	2,311	3,206	4,766	7,800	10,901	17,70	38,90	106,84
1,2	0,286	0,506	0,722	1,126	1,448	1,838	2,419	3,335	4,941	8,075	11,208	18,13	39,58	107,98
1,3	0,303	0,535	0,766	1,181	1,513	1,914	2,519	3,450	5,089	8,283	11,471	18,49	40,15	108,93
1,5	0,332	0,583	0,831	1,271	1,622	2,041	2,663	3,667	5,328	8,618	11,890	19,06	41,06	110,48
2,0	0,373	0,665	0,941	1,422	1,800	2,249	2,910	3,939	5,718	9,164	12,570	20,03	42,55	113,04

ПРИЛОЖЕНИЕ 2

**КОЭФФИЦИЕНТ $\xi'_{ш}$ СОПРОТИВЛЕНИЯ ШИПА ВРАЩЕНИЮ С УЧЕТОМ ТРЕНИЯ В НЕРАБОЧЕЙ ЧАСТИ ЗАЗОРА
ДЛЯ ПОЛНОГО ПОДШИПНИКА**

$\frac{L}{d}$	z													
	0,3	0,4	0,5	0,6	0,65	0,7	0,75	0,8	0,85	0,9	0,925	0,95	0,975	0,99
0,2	3,295	3,433	3,637	3,944	4,157	4,420	4,788	5,292	6,022	7,350	8,528	10,36	14,63	23,82
0,3	3,298	3,439	3,649	3,965	4,183	4,455	4,836	5,357	6,119	7,508	8,744	10,68	15,22	25,14
0,4	3,302	3,447	3,665	3,992	4,219	4,502	4,896	5,440	6,241	7,699	8,999	11,05	15,86	26,41
0,5	3,307	3,457	3,684	4,024	4,260	4,556	4,967	5,534	6,377	7,906	9,269	11,43	16,47	27,49
0,6	3,312	3,469	3,705	4,060	4,306	4,615	5,042	5,634	6,518	8,113	9,533	11,77	17,00	28,35
0,7	3,319	3,481	3,728	4,098	4,355	4,677	5,120	5,735	6,656	8,311	9,779	12,09	17,46	29,04
0,8	3,326	3,495	3,752	4,137	4,404	4,739	5,198	5,833	6,789	8,489	10,001	12,37	17,85	29,58
0,9	3,333	3,508	3,776	4,177	4,453	4,799	5,286	5,927	6,913	8,660	10,20	12,61	18,17	30,02
1	3,340	3,523	3,820	4,215	4,500	4,857	5,342	6,015	7,023	8,809	10,37	12,81	18,44	30,37
1,1	3,348	3,537	3,825	4,251	4,546	4,913	5,408	6,095	7,127	8,940	10,52	12,99	18,66	30,67
1,2	3,355	3,551	3,848	4,287	4,587	4,963	5,470	6,170	7,216	9,076	10,65	13,14	18,86	30,91
1,3	3,362	3,564	3,871	4,320	4,628	5,011	5,525	6,236	7,301	9,160	10,77	13,28	19,02	31,12
1,5	3,377	3,590	3,912	4,381	4,700	5,097	5,624	6,352	7,441	9,332	10,96	13,49	19,29	31,46
2,0	3,407	3,644	3,995	4,499	4,837	5,254	5,803	6,560	7,686	9,612	11,28	13,85	19,72	31,89

Продолжение приложения 2

**КОЭФФИЦИЕНТ $\xi'_{\text{ш}}$ СОПРОТИВЛЕНИЯ ШИПА ВРАЩЕНИЮ С УЧЕТОМ ТРЕНИЯ В НЕРАБОЧЕЙ ЧАСТИ ЗАЗОРА
ДЛЯ ПОЛОВИННОГО ПОДШИПНИКА**

$\frac{L}{d}$	z													
	0,3	0,4	0,5	0,6	0,65	0,7	0,75	0,8	0,85	0,9	0,925	0,95	0,975	0,99
0,2	3,295	3,434	3,637	3,946	4,159	4,409	4,799	5,309	6,076	7,408	8,557	10,53	15,16	24,81
0,3	3,298	3,441	3,650	3,968	4,189	4,476	4,854	5,389	6,199	7,611	8,835	10,96	15,97	26,44
0,4	3,303	3,449	3,666	3,997	4,225	4,525	4,920	5,473	6,336	7,827	9,124	11,38	16,68	27,66
0,5	3,308	3,460	3,685	4,028	4,266	4,579	4,991	5,581	6,474	8,034	9,389	11,74	17,24	28,54
0,6	3,314	3,471	3,704	4,061	4,308	4,634	5,062	5,676	6,601	8,219	9,616	12,04	17,66	29,15
0,7	3,320	3,483	3,725	4,094	4,350	4,687	5,127	5,763	6,715	8,377	9,793	12,28	17,99	29,62
0,8	3,327	3,495	3,745	4,126	4,389	4,737	5,192	5,841	6,814	8,510	9,963	12,47	18,25	29,95
0,9	3,334	3,507	3,764	4,156	4,425	4,782	5,244	5,910	6,900	8,621	10,09	12,63	18,45	30,23
1	3,340	3,518	3,782	4,146	4,459	4,822	5,294	5,977	6,973	8,714	10,20	12,76	18,61	30,45
1,1	3,346	3,529	3,800	4,209	4,489	4,859	5,336	6,023	7,036	8,793	10,29	12,86	18,74	30,63
1,2	3,352	3,539	3,815	4,232	4,516	4,892	5,375	6,068	7,090	8,862	10,36	12,95	18,86	30,78
1,3	3,357	3,543	3,830	4,253	4,541	4,921	5,408	6,108	7,137	8,918	10,43	13,03	18,95	30,90
1,5	3,366	3,564	3,855	4,288	4,581	4,969	5,464	6,174	7,212	9,011	10,53	13,15	19,10	31,10
2	3,385	3,595	3,897	4,351	4,655	5,053	5,558	6,286	7,338	9,163	10,70	13,35	19,35	31,43

**КОЭФФИЦИЕНТ $\xi_{\text{ш}}$ СОПРОТИВЛЕНИЯ ШИПА ВРАЩЕНИЮ С УЧЕТОМ ТРЕНИЯ В НЕРАБОЧЕЙ ЧАСТИ ЗАЗОРА
ДЛЯ 120°-ного ПОДШИПНИКА**

$\frac{L}{d}$	x													
	0,3	0,4	0,5	0,6	0,65	0,7	0,75	0,8	0,85	0,9	0,925	0,95	0,975	0,99
0,2	3,295	3,432	3,640	3,943	4,157	4,432	4,795	5,301	6,088	7,427	8,588	10,60	15,46	26,19
0,3	3,298	3,437	3,645	3,964	4,181	4,466	4,846	5,375	6,206	7,625	8,857	11,03	16,29	27,80
0,4	3,301	3,444	3,656	3,980	4,209	4,505	4,900	5,450	6,328	7,814	9,121	11,40	16,91	28,95
0,5	3,304	3,451	3,668	4,002	4,238	4,544	4,952	5,532	6,439	7,984	9,335	11,70	17,35	29,21
0,6	3,308	3,458	3,680	4,023	4,266	4,581	5,002	5,601	6,535	8,122	9,508	11,93	17,66	29,60
0,7	3,311	3,464	3,691	4,042	4,291	4,614	5,044	5,658	6,614	8,231	9,641	12,10	17,89	29,87
0,8	3,315	3,471	3,701	4,059	4,314	4,642	5,080	5,706	6,678	8,319	9,747	12,23	18,06	30,07
0,9	3,318	3,476	3,711	4,074	4,333	4,667	5,112	5,747	6,731	8,390	9,832	12,34	18,19	30,23
1,0	3,320	3,481	3,719	4,087	4,350	4,698	5,137	5,782	6,771	8,444	9,902	12,43	18,30	30,36
1,1	3,322	3,486	3,726	4,099	4,365	4,706	5,160	5,812	6,812	8,492	9,959	12,50	18,39	30,47
1,2	3,324	3,490	3,733	4,109	4,378	4,722	5,180	5,835	6,843	8,537	10,001	12,56	18,47	30,55
1,3	3,326	3,493	3,738	4,118	4,389	4,735	5,195	5,856	6,869	8,571	10,05	12,61	18,53	30,63
1,5	3,330	3,499	3,747	4,132	4,407	4,757	5,222	5,895	6,912	8,626	10,11	12,68	18,63	30,75
2,0	3,334	3,509	3,763	4,157	4,437	4,794	5,266	5,945	6,981	8,712	10,22	12,82	18,79	30,94

КОЭФФИЦИЕНТ η_T ТОРЦОВОГО РАСХОДА ЧЕРЕЗ НАГРУЖЕННУЮ ЧАСТЬ СМАЗОЧНОГО СЛОЯ
ДЛЯ ПОЛНОГО ПОДШИПНИКА

$\frac{L}{d}$	λ													
	0,3	0,4	0,5	0,6	0,65	0,7	0,75	0,8	0,85	0,9	0,925	0,95	0,975	0,99
0,2	0,1183	0,1669	0,2181	0,2709	0,2977	0,3243	0,3581	0,3769	0,4018	0,4252	0,4342	0,4427	0,4446	0,4280
0,3	0,1169	0,1646	0,2144	0,2652	0,2908	0,3159	0,3475	0,3643	0,3857	0,4041	0,4092	0,4116	0,4034	0,3697
0,4	0,1150	0,1615	0,2094	0,2577	0,2817	0,3060	0,3340	0,3482	0,3655	0,3785	0,3795	0,3759	0,3652	0,3143
0,5	0,1127	0,1577	0,2033	0,2488	0,2710	0,2922	0,3184	0,3299	0,3431	0,3509	0,3482	0,3398	0,3171	0,2676
0,6	0,1100	0,1524	0,1965	0,2385	0,2592	0,2782	0,3105	0,3199	0,3199	0,3231	0,3176	0,3063	0,2805	0,2300
0,7	0,1070	0,1485	0,1891	0,2279	0,2468	0,2637	0,2832	0,2909	0,2970	0,2966	0,2892	0,2754	0,2482	0,2002
0,8	0,1038	0,1435	0,1814	0,2173	0,2341	0,2490	0,2670	0,2717	0,2752	0,2728	0,2634	0,2481	0,2215	0,1766
0,9	0,1004	0,1382	0,1735	0,2065	0,2216	0,2347	0,2505	0,2535	0,2548	0,2499	0,2405	0,2254	0,1992	0,1577
1	0,0970	0,1328	0,1656	0,1958	0,2094	0,2210	0,2349	0,2365	0,2367	0,2301	0,2204	0,2054	0,1811	0,1421
1,1	0,0935	0,1275	0,1579	0,1858	0,1978	0,2080	0,2201	0,2208	0,2195	0,2125	0,2028	0,1883	0,1647	0,1293
1,2	0,0900	0,1222	0,1504	0,1758	0,1871	0,1960	0,2066	0,2065	0,2048	0,1969	0,1874	0,1735	0,1513	0,1186
1,3	0,0866	0,1170	0,1433	0,1666	0,1766	0,1846	0,1941	0,1934	0,1907	0,1831	0,1740	0,1604	0,1399	0,1095
1,5	0,0799	0,1083	0,1299	0,1497	0,1581	0,1645	0,1722	0,1709	0,1676	0,1601	0,1517	0,1397	0,1215	0,0949
2	0,0656	0,0867	0,1033	0,1173	0,1230	0,1272	0,1323	0,1305	0,1273	0,1226	0,1143	0,1050	0,0911	0,076

КОЭФФИЦИЕНТ η_T ТОРЦОВОГО РАСХОДА ИЗ НАГРУЖЕННОЙ ЧАСТИ СМАЗОЧНОГО СЛОЯ
ДЛЯ ПОЛОВИННОГО ПОДШИПНИКА

$\frac{L}{d}$	λ													
	0,3	0,4	0,5	0,6	0,65	0,7	0,75	0,8	0,85	0,9	0,925	0,95	0,975	0,99
0,2	0,1196	0,1499	0,1869	0,2243	0,2417	0,2591	0,2712	0,2826	0,2871	0,2899	0,2835	0,2749	0,2500	0,2150
0,3	0,1169	0,1460	0,1812	0,2160	0,2319	0,2472	0,2570	0,2653	0,2660	0,2635	0,2537	0,2405	0,2097	0,1695
0,4	0,1135	0,1410	0,1739	0,2056	0,2196	0,2325	0,2398	0,2472	0,2420	0,2351	0,2228	0,2068	0,1737	0,1349
0,5	0,1093	0,1351	0,1655	0,1940	0,2060	0,2166	0,2215	0,2238	0,2180	0,2081	0,1944	0,1775	0,1452	0,1100
0,6	0,1048	0,1287	0,1565	0,1817	0,1919	0,2003	0,2033	0,2034	0,1956	0,1839	0,1701	0,1530	0,1234	0,0927
0,7	0,1000	0,1220	0,1473	0,1694	0,1780	0,1847	0,1860	0,1846	0,1756	0,1633	0,1498	0,1340	0,1067	0,0893
0,8	0,0950	0,1152	0,1381	0,1576	0,1649	0,1700	0,1721	0,1677	0,1582	0,1457	0,1332	0,1184	0,0938	0,0699
0,9	0,0901	0,1086	0,1294	0,1465	0,1526	0,1566	0,1560	0,1528	0,1432	0,1312	0,1193	0,1058	0,0835	0,0618
1	0,0853	0,1023	0,1212	0,1363	0,1414	0,1447	0,1433	0,1383	0,1304	0,1191	0,1079	0,0955	0,0752	0,0557
1,1	0,0807	0,0963	0,1134	0,1269	0,1313	0,1338	0,1323	0,1284	0,1194	0,1086	0,0983	0,0869	0,0684	0,0505
1,2	0,0763	0,0907	0,1063	0,1184	0,1223	0,1241	0,1224	0,1186	0,1099	0,0998	0,0903	0,0797	0,0727	0,0464
1,3	0,0723	0,0855	0,0998	0,1107	0,1140	0,1156	0,1137	0,1100	0,1018	0,0922	0,0835	0,0736	0,0579	0,0428
1,5	0,0648	0,0762	0,0885	0,0975	0,1007	0,1012	0,0993	0,0958	0,0835	0,0803	0,0724	0,0639	0,0502	0,0372
2	0,0505	0,0590	0,0691	0,0742	0,0759	0,0766	0,0749	0,0715	0,0665	0,0603	0,0542	0,0476	0,0377	0,0279

**КОЭФФИЦИЕНТ q_T ТОРЦОВОГО РАСХОДА ИЗ НАГРУЖЕННОЙ ЧАСТИ СМАЗОЧНОГО СЛОЯ
ДЛЯ 120°-НОГО ПОДШИПНИКА**

$\frac{L}{d}$	χ													
	0,3	0,4	0,5	0,6	0,65	0,7	0,75	0,8	0,85	0,9	0,925	0,95	0,975	0,99
0,2	0,0862	0,1051	0,1194	0,1327	0,1419	0,1507	0,1586	0,1635	0,1650	0,1631	0,1585	0,1497	0,1271	0,0910
0,3	0,0823	0,1000	0,1130	0,1247	0,1326	0,1397	0,1455	0,1485	0,1472	0,1421	0,1367	0,1252	0,0994	0,0645
0,4	0,0776	0,0939	0,1056	0,1154	0,1218	0,1273	0,1312	0,1323	0,1289	0,1222	0,1152	0,1038	0,0788	0,0490
0,5	0,0723	0,0872	0,0975	0,1056	0,1107	0,1148	0,1173	0,1169	0,1123	0,1045	0,0977	0,0868	0,0643	0,0393
0,6	0,0670	0,0804	0,0894	0,0960	0,0999	0,1030	0,1044	0,1031	0,0981	0,0904	0,0836	0,0737	0,0538	0,0327
0,7	0,0619	0,0740	0,0819	0,0872	0,0905	0,0927	0,0934	0,0916	0,0862	0,0790	0,0728	0,0638	0,0463	0,0281
0,8	0,0570	0,0680	0,0750	0,0793	0,0819	0,0836	0,0838	0,0818	0,0766	0,0698	0,0642	0,0561	0,0406	0,0246
0,9	0,0526	0,0625	0,0687	0,0724	0,0745	0,0757	0,0754	0,0735	0,0687	0,0624	0,0572	0,0499	0,0361	0,0219
1,0	0,0476	0,0576	0,0631	0,0662	0,0680	0,0690	0,0687	0,0667	0,0626	0,0568	0,0516	0,0448	0,0325	0,0197
1,1	0,0450	0,0533	0,0582	0,0609	0,0624	0,0632	0,0629	0,0606	0,0566	0,0517	0,0469	0,0409	0,0295	0,0179
1,2	0,0418	0,0494	0,0539	0,0562	0,0575	0,0582	0,0579	0,0559	0,0519	0,0470	0,0431	0,0375	0,0271	0,0164
1,3	0,0389	0,0460	0,0501	0,0522	0,0533	0,0539	0,0536	0,0517	0,0480	0,0434	0,0398	0,0346	0,0250	0,0151
1,5	0,0341	0,0402	0,0437	0,0455	0,0464	0,0467	0,0464	0,0437	0,0416	0,0376	0,0345	0,0302	0,0217	0,0131
2,0	0,0272	0,0304	0,0331	0,0342	0,0349	0,0352	0,0349	0,0337	0,0312	0,0282	0,0259	0,0225	0,0163	0,0096

ЛИТЕРАТУРА

1. Абанов Л. В., Альшиц И. Я., Бердичевский Я. Г., Коднир Д. С. и др., Подшипники жидкостного трения прокатных станов, Машгиз, 1955.
2. Адам Н. К., Физика и химия поверхностей, ГИТТЛ, М—Л, 1947.
3. Ахматов А. С., Силы атомно-молекулярных взаимодействий, формирование и структура граничных смазочных слоев, Труды второй конференции по трению и износу в машинах, АН СССР, т. III, 1949.
4. Ахматов А. С., Некоторые вопросы граничного состояния вещества в связи с проблемой граничного трения. Труды второй конференции по трению и износу в машинах, АН СССР, т. IV, 1951.
5. Ачеркан Н. С., Расчет и конструирование металлорежущих станков, т. II, Машгиз, 1944, стр. 262—268.
6. Баранов Г. Г., К решению уравнения Рейнольдса для подшипника конечной длины, Труды семинара по теории машин и механизмов, АН СССР, т. I, 1947.
7. Бодашков Н. К., Аварии паровых турбин и борьба с ними, Госэнергоиздат, М—Л, 1948.
8. Боуден Ф. П., Тейбор Д. и др., Трение и граничная смазка. Сборник переводных статей под редакцией И. В. Крагельского, Изд. Иностранной литературы, 1953.
9. Бургвиц А. Г., К вопросу о колебании валов, опирающихся на подшипники скользящего трения, Труды семинара по теории машин и механизмов, АН СССР, т. XIII, 1953, вып. 50.
10. Венцель С. В., Смазочное действие отработанных масел. Трение и износ в машинах, сб. IX, АН СССР, 1954.
11. Виноградов Г. В., Вязкостно-температурная характеристика смазочных масел, Труды второй конференции по трению и износу в машинах, АН СССР, т. II, 1948.
12. Виноградов Г. В., Безбородько М. Р., Павловская Н. Т., Противозносные свойства нефтепродуктов, Сб. «Химический состав и эксплуатационные свойства смазочных масел», Госпотехиздат, 1957, стр. 133—158.
13. Воларович М. П., Вязкость смазочных масел при низких температурах, АН СССР, 1944.
14. Воларович М. П., О степени пологости кривых зависимости вязкости смазочных масел от температуры, Труды второй конференции по трению и износу в машинах, АН СССР, т. II, 1948.
15. Воларович М. П., Исследование вязкости смазочных масел под давлением до 1000 кг/см^2 , Труды первой конференции по трению и износу в машинах, АН СССР, т. II, 1940.
16. Воларович М. П., Самарина К. И., Об экстраполяции данных по вязкости смазочных масел в область высоких и в область низких температур, Труды второй конференции по трению и износу в машинах; АН СССР, т. II, 1948.
17. Гатчек Э., Вязкость жидкостей, ОНТИ, М.—Л., 1935.

18. Глаголев Н. И., Сопротивление перекатыванию цилиндрических тел, ПИММ, т. IX, 1945, вып. 4.

19. Голик А. З., Строение и свойства вещества в жидком состоянии, Труды Института физики АН УССР, Киев 1955, вып. 6.

20. Грубин А. Н., Основы гидродинамической теории смазки тяжело-нагруженных цилиндрических поверхностей, ЦНИИТМАШ, Сб. 30 «Исследование контакта деталей машины», Машгиз, 1949.

21. Гутьяр Е. М., Работа шипа конечных размеров на основании приближенной гидродинамической теории трения, Вестник металлопромышленности № 12, 1939.

22. Гухман А. А., Физические основы теплопередачи, Энергоиздат, 1934.

23. Дерягин Б. В., Что такое трение, АН СССР, 1952.

24. Дерягин Б., Заховаева Н., Кусаков М., Лазарев В., Самыгин М., О природе маслянистости смазочных средств и методах ее количественной оценки, Труды первой конференции по трению и износу в машинах, АН СССР, т. I, 1939.

25. Дерягин Б. В., Карасев В. В., Зорин З. М., Об особом агрегатном состоянии жидкостей в слоях, пограничных с поверхностью твердого тела. Сб. «Строение и физические свойства вещества в жидком состоянии», Киев 1954, Изд. Киевского университета.

26. Дерягин Б. В., Карасев В. В., Зорин З. М., Граничные фазы, как особое агрегатное состояние жидкостей, Сборник, посвященный памяти академика П. П. Лазарева, АН СССР, М., 1956.

27. Дерягин Б. В., Кусаков М. М., Свойства тонких слоев жидкостей и их влияние на взаимодействие твердых поверхностей, Известия АН СССР, Серия химическая № 5, 1936.

28. Дерягин Б. В. и Лазарев В. П., Применение обобщенного закона трения к граничной смазке и механическим свойствам смазочного слоя, Труды второй конференции по трению и износу в машинах, АН СССР, т. III, 1949.

29. Дерягин Б., Обухов Е., Аномальные свойства тонких слоев жидкости, Ультрамикроскопические исследования сфер (сольватных оболочек) и элементарного акта набухания, Коллоидный журнал, т. I, вып. 5, 1935.

30. Дерягин Б. В. и Пичугин Е. Ф., Граничная вязкость и граничные фазы смазочных пленок, Труды второй конференции по трению и износу в машинах, АН СССР, т. III, 1949.

31. Дерягин Б. В., Самыгин М. М., Исследование механических свойств граничного смазочного слоя, Труды первой Всесоюзной конференции по трению и износу в машинах, АН СССР, т. II, 1940.

32. Дриц М. Е., Исследование смачиваемости подшипниковых сплавов маслами. Сб. VI, Трение и износ в машинах, АН СССР, 1950.

33. Дриц М. Е., Повышение срока службы подшипников скольжения, Сборник статей «Повышение долговечности машин», Машгиз, 1956.

34. Дриц М. Е., Бомбардилов П. П., Подшипники подвижного состава железных дорог, Трансжелдориздат, М., 1952.

35. Дриц М., Осипович Ф., Подшипники скольжения судовых механизмов, Речиздат, М., 1949.

36. Дьяченко П. Е., Слинко Б. Л., Влияние микрогеометрии поверхности цапф на работу подшипников из свинцовой бронзы, Трение и износ в машинах, Сб. V, АН СССР, 1950.

37. Дьячков А. К., Исследования в области динамически нагруженных подшипников, Сб. IV, «Трение и износ в машинах», АН СССР, 1949.

38. Дьячков А. К., Исследование влияния зависимости вязкости от давления на показатели работы подшипника скольжения при статическом нагружении, Сб. IV, «Трение и износ в машинах», АН СССР, 1949.

39. Дьячков А. К., Расчет подшипников быстроходных двигателей.

40. Дьячков А. К., Несущая способность масляного слоя динамич-

чески нагруженного подшипника, Труды второй конференции по трению и износу в машинах, АН СССР, т. III, 1949.

41. Дьячков А. К., Расчет подшипников скольжения, работающих в области жидкостного трения. Сб. II, «Трение и износ в машинах», АН СССР, 1946.

42. Елин Л. В., Некоторые характеристики трения металлов в условиях граничной смазки, Труды первой конференции по трению и износу металлов, АН СССР, т. I, 1939.

43. Елин Л. В., Выступление, «Труды первой конференции по трению и износу металлов», АН СССР, т. II, 1940, стр. 379—382.

44. Елин Л. В., Прочность масляной пленки и износ металлов при несовершенной смазке, Сб. V, Трение и износ в машинах», АН СССР 1950.

45. Жузе В., Исследование теплопроводности нефтяных продуктов Азербайджанское нефтяное хозяйство, т. 10, 1929, 5 октября № 8—9.

46. Жуковский Н. Е., О гидродинамической теории трения хорошо смазанных твердых тел, ЖРФХО, т. XVIII, 1886, стр. 209—216. Полное собрание сочинений, т. IV, 1937.

47. Жуковский Н. Е., О движении вязкой жидкости, заключенной между двумя вращающимися эксцентрическими цилиндрическими поверхностями. Сообщения Математического Общества при Харьковском Университете, 1887, вып. 7. Полное собрание сочинений, т. IV, 1937.

48. Жуковский Н. Е., Чаплыгин С. А., О трении смазочного слоя между шипом и подшипником, Труды отделения физических наук общества любителей естествознания, т. XIII, 1904, вып. I; Полное собрание сочинений, т. IV, 1937.

49. Захаваева Н. Н., Изучение изменений смазочной способности масляной пленки в процессе трения. Труды второй конференции по трению и износу в машинах, АН СССР, т. III, 1949.

50. Золотых А. П., Исследование зависимости вязкости смазочных масел от высокого давления, Труды Московского института мер и измерительных приборов, М., 1950.

51. Зоммерфельд А., Русский перевод «К гидродинамической теории смазки», Сб. «Гидродинамическая теория смазки», серия «Классики естествознания», ГТТИ, М.—Л. 1934, стр. 363—448.

52. Зоммерфельд А., К теории трения при смазке, Сб. «Гидродинамическая теория трения при смазке», серия «Классики естествознания», ГТТИ, 1934, стр. 451—476.

53. Зундема Г. Г., Эксплуатационные свойства смазочных масел, Гостоптехиздат, 1957.

54. Ишлинский А. Ю., О проскальзывании в области контакта при трении качения, Известия АН СССР, Отделение техн. наук, № 6, 1956.

55. Канторович Л. В., Приближенные методы высшего анализа, Изд. III, ГИТТЛ, М.—Л., 1949, гл. IV.

56. Капица П. Л., Устойчивость и переход через критические обороты быстровращающихся роторов при наличии трения, ЖТФ, т. IX, 1939, вып. 2.

57. Кирпичев М. В., Теория подобия, АН СССР, 1953.

58. Климов В. Я., Теория движения масляного потока в нерабочей полости подшипника, Труды второй Всесоюзной конференции по трению и износу в машинах, АН СССР, т. I, 1947.

59. Коднир Д. С., Расчет грузоподъемности подшипников скольжения. Труды ЦНИИТМАШ, кн. 13, Машгиз, 1948.

60. Коднир Д. С., Расчет грузоподъемности тяжело нагруженных подшипников скольжения, Труды второй конференции по трению и износу в машинах, АН СССР, т. III, 1949.

61. Коднир Д. С., Расчет коэффициента трения тяжело нагруженных подшипников скольжения, Труды второй конференции по трению и износу в машинах, АН СССР, т. III, 1949.

62. Конвисаров Д. В., Трение и износ металлов, Машгиз, 1947.

63. Коровчинский М. В., Плоская задача гидродинамической теории смазки, Сб. V, «Трение и износ в машинах», АН СССР, 1950.

64. Коровчинский М. В., К теории поступательного движения шипа в подшипнике (плоская задача), Сб. VI, «Трение и износ в машинах», АН СССР, 1951.

65. Коровчинский М. В., Прикладная теория подшипников жидкостного трения, Машгиз, М., 1954.

66. Коровчинский М. В., О вариационных методах в гидродинамической теории смазки, «Трение и износ в машинах», Сб. IX, АН СССР, 1954.

67. Коровчинский М. В., Устойчивость равновесного положения шипа на смазочном слое, «Трение и износ в машинах», Сб. XI, АН СССР 1956.

68. Коровчинский М. В., Тепловой режим смазочного слоя в опорах скольжения, Труды второй конференции по трению и износу в машинах, АН СССР, т. IV, 1951.

69. Кочин Н. Е., Кибель И. А., Розе Н. В., Теоретическая гидромеханика, Гостехиздат, М.—Л., 1948.

70. Краевич К., Ответ Петрову, Журнал русского физико-химического общества, т. 16, вып. 8, физический отдел, 1884, стр. 510—515.

71. Крагельский И. В., Трение в машинах и механизмах, Энциклопедический справочник «Машиностроение», т. 2, 1948, гл. IV, стр. 134—135.

72. Крагельский И. В., О трении несмазанных поверхностей, Труды первой конференции по трению и износу в машинах, АН СССР, т. I, 1939.

73. Крагельский И. В., Молекулярно-механическая теория трения, Труды второй конференции по трению и износу в машинах, АН СССР, т. III, 1949.

74. Крагельский И. В., Виноградова И. Э., Коэффициенты трения (справочное пособие) Машгиз, 1955.

75. Крагельский И. В. и Щедров В. С., Развитие науки о трении. Сухое трение, АН СССР, 1956.

76. Кусаков М. М., Методы определения физико-химических характеристик нефтяных продуктов, ОНТИ, М.—Л., 1936.

77. Кусаков М. М., Характеристика температурной зависимости вязкости смазочных масел, Труды конференции по вязкости жидкостей и коллоидальных растворов, АН СССР, т. I, 1941.

78. Куцаев С. Н., Гидродинамическая теория смазки с введением уточненных пограничных условий для слоя смазки, «Дизелестроение» № 8—9, 1936.

79. Куцаев С. Н., О смазке подшипника с переменной нагрузкой, Научные записки ХММИ, Юбилейный сборник, т. II, кн. 1, 1936.

80. Куцаев С. Н., Протекание масла через подшипник. Труды первой конференции по трению и износу в машинах, АН СССР, т. II, 1940.

81. Куцаев С. Н., Определение толщины масляного слоя в подшипнике ограниченной длины при знакопеременной нагрузке, Труды ЦИАМ, № 59, 1943.

82. Куцаев С. Н., Теория смазки подшипника ограниченной длины при центробежной нагрузке, Труды второй Всесоюзной конференции по трению и износу в машинах, АН СССР, т. I, 1947.

83. Лаврентьев М. А., Люстерник Л. А., Курс вариационного исчисления, ГИТТЛ, М.—Л., 1950.

84. Лазарев В. П., Дерягин Б. В., Проволочный прибор для оценки смазочной способности (маслянистости) масел в условиях граничной смазки, Труды второй конференции по трению и износу в машинах, АН СССР, т. I, 1947.

85. Лейбензон Л. С., К гидродинамической теории смазки, Собрание трудов, АН СССР, т. IV, 1955, стр. 94—119.

86. Лейбензон Л. С., Руководство по нефтепромысловой механике, ч. I, Гидравлика, ГНТИ, М.—Л., 1931, Собрание трудов, Изд. АН СССР, т. III, гл. VIII, 1955.

87. Лейбензон Л. С., Добавления к сборнику «Гидродинамическая

теория смазки», серия «Классики естествознания», ГТТИ, М.—Л., 1934, стр. 525—562.

88. Лосиков Б. В., Пучков Н. Г., Энглин К. А., Основы применения нефтепродуктов, Гостоптехиздат, 1955.

89. Лядский В. Б., Размеры продуктов износа как показатель величины износа, Литейное производство № 10, 1955, стр. 10—13.

90. Матвеевский Р. М., Температурный метод оценки предельной смазочной способности машинных масел, АН СССР, 1956.

91. Медведев Г. В., Вычисление вязкостно-температурных параметров авиационных масел, Оборонгиз, 1940.

92. Мерцалов Н. И., Гидродинамическая теория смазки, Техническая энциклопедия, т. 24, 1934, стр. 819—856, избранные труды ГНТИ, т. III, 1950.

93. Михлин С. Г., Прямые методы в математической физике, ГИТТЛ, М.—Л., 1950, гл. III, V

94. Орлов П. И., Смазка легких двигателей, ОНТИ, 1937.

95. Орлов П. И., Конструкция авиационных двигателей, Оборонгиз, 1940, стр. 643 и след.

96. Пальмгрен А., Шариковые и роликовые подшипники, Машгиз, 1949.

97. Петров Н. П., Трение в машинах и влияние на него смазывающей жидкости, «Гидродинамическая теория смазки», АН СССР, 1948.

98. Петров Н. П., Практические результаты опытов и гидродинамической теории трения машин в применении к железным дорогам и бумагопрядильням. «Гидродинамическая теория смазки», АН СССР, 1948.

99. Петров Н. П., Трение в машинах, «Гидродинамическая теория смазки», АН СССР, 1948.

100. Пичугин Е. Ф. и Дерягин Б. В., Применение щуповых профилометров к изучению граничного смазочного действия и оценки маслянистости, Труды второй конференции по трению и износу в машинах, АН СССР, т. I, 1947.

101. Рамайтя К. С., Аномалия вязкости масел и ее влияние на трение в машинах, Труды НАМИ, вып. 56, Машгиз, 1949.

102. Рамайтя К. С., Внутреннее трение смазочных масел, Труды НАТИ, вып. 45, Машгиз, 1947.

103. Рамайтя К. С., Новое уравнение температурной зависимости вязкости смазочных масел, Труды второй Всесоюзной конференции по трению и износу в машинах, АН СССР, т. II, 1948.

104. Рамайтя К. С., Влияние присадок на температурную зависимость вязкости, Труды совещания по вязкости жидких и коллоидных растворов, т. II, АН СССР, 1944.

105. Рамайтя К. С., Присадки для улучшения маслянистости и увеличения прочности масляной пленки, Сб. «Присадки к смазочным маслам», Гостоптехиздат, 1946, стр. 6—36.

106. Рамайтя К. С. и Илюшина А. А., Экспериментальное исследование смазочных масел с присадками улучшающими маслянистость, Труды первой конференции по трению и износу в машинах, АН СССР, т. I, 1939.

107. Рамайтя К. С. и Илюшина А. А., Трение в области тонкой пленки и маслянистости, Труды первой конференции по трению и износу в машинах, АН СССР, т. II, 1940.

108. Рейнольдс О., Русский перевод «Гидродинамическая теория смазки и ее применение к опытам Тауэра». Серия «Классики естествознания», ГТТИ, М.—Л., 1934.

109. Седов Л. И., Методы подобия и размерности в механике, Изд. III, ГИТТЛ, М., 1954.

110. Семенидо Е. Г., Вязкость, как техническая характеристика смазочных масел, Труды совещания по вязкости жидкостей и коллоидных растворов, АН СССР, т. II, 1944, стр. 217—221.

111. Слезкин Н. А., Динамика вязкой несжимаемой жидкости, ГИТТЛ, 1956.

112. Слезкин Н. А., К вопросу об уточнении решений уравнений Рейнольдса, ДАН СССР, т. 54, № 2, 1946.

113. Снеговский Ф. П., Расчет прокатки масла через подшипники жидкостного трения (применительно к прокатным станам); Вестник машиностроения, 1957, апрель, № 4.

114. Сухов С. А., Исследование закономерностей сухого и граничного трений шероховатых поверхностей металлов, Сб. VI, «Трение и износ в машинах», АН СССР, 1950.

115. Сухов С. А., Роль шероховатости в процессе трения, Труды второй конференции по трению и износу в машинах, АН СССР, т. IV, 1951.

116. Тихомиров В. И., Жузе В. П., Исследование теплоемкости нефтяных продуктов при высоких температурах, Нефтяное хозяйство, т. XVI, 1929, январь, № 1.

117. Толстой Д. М., Скольжение жидкостей и дисперсных систем по твердым поверхностям, Сборник, посвященный памяти акад. П. И. Лазарева, АН СССР, 1956.

118. Трубицын И. А., Применение метода Жуковского—Чаплыгина—Мерцалова—Гутьяра к теории подшипника бесконечной длины, Труды первой Всесоюзной конференции по трению и износу в машинах, АН СССР, т. I, 1939.

119. Уфлянд Я. С., Биполярные координаты в теории упругости, ГИТТЛ, М.—Л., 1950.

120. Фабрикант Н. Я., Аэродинамика, часть первая, ГИТТЛ, М.—Л., 1949.

121. Фальц Э., Основы смазочной техники, Госмашметиздат, 1934; Первое немецкое издание появилось в 1925 г.

122. Френкель Я. И., Кинетическая теория жидкостей, гл. IV и VIII, АН СССР, М.—Л., 1945.

123. Фукс Г. И., Вязкость и пластичность нефтепродуктов, Гостехиздат, 1951.

124. Фукс Г. И. Митрофанова И. А., Михайлова Т. Г., О параметрах температурной зависимости смазочных масел, Сб. «Исследование и применение нефтепродуктов», вып. 1, Гостоптехиздат, 1948.

125. Хайдеброк Е., Расчет теплоты трения в быстроходных подшипниках скольжения и количество масла, необходимого для их охлаждения. Прикладная механика и машиностроение, сборник переводов № 2, 1952.

126. Ханович М. Г., К вопросу о расчете опорных подшипников скольжения трения, Кировский завод, Производственно-технический бюллетень № 4, 1936, Вестник металлопромышленности № 4, 1937.

127. Ханович М. Г., Влияние направления нагрузки и конфигурации рабочей поверхности подшипника на его несущую способность. Труды второй Всесоюзной конференции по трению и износу в машинах; т. I, АН СССР, 1947.

128. Хрущов М. М., Исследование приработки подшипниковых сплавов и цапф, АН СССР, 1946.

129. Хрущов М. М., Современные теории антифрикционности подшипниковых сплавов. Сб. VI, «Трение и износ в машинах», АН СССР, М.—Л., 1950.

130. Хрущов М. М., Влияние финишной обработки поверхности цапфы на трение подшипниковых сплавов. Труды второй конференции по трению и износу в машинах, т. I, АН СССР, 1947.

131. Хрущов М. М., Трение в машинах, Статья в «Большой Советской энциклопедии», Изд. II, т. 43, стр. 189—191.

132. Хрущов М. М., Усталость баббитов, АН СССР, М.—Л., 1943.

133. Хрущов М. М., Влияние толщины слоя баббита, залитого по стали на его усталостную прочность, Сб. посвященный акад. Е. А. Чудакову, АН СССР, 1950.

134. Хрущов М. М., Матвеевский Р. М., Новый вид испытаний смазочных масел, Вестник машиностроения, 1954.

135. Чернавский С. А., Устойчивость цапфы в масляном слое под-

шипника паровой турбины, Сб. статей «Расчет и конструирование деталей машин», Машгиз, 1956.

136. Черножук Н. И., Крейн С. Э., Лосиков Б. В., Химия минеральных масел, Гостоптехиздат, 1951.

137. Шейнберг С. А., Газовая смазка подшипников скольжения (теория и расчет), Сб. VIII, «Трение и износ в машинах», АН СССР, 1953.

138. Шлихтинг Г., Теория пограничного слоя, Изд. Иностранной литературы, М., 1956.

139. Шпагин А. И., Антифрикционные сплавы, Metallurgizdat, 1956.

140. Щедров В. С., Трение качения упругого шероховатого цилиндра по реальной плоскости, Труды второй конференции по трению и износу в машинах, АН СССР, т. 1, 1947.

141. Щедров В. С., К молекулярной теории трения, Журнал технической физики, т. XVII, № 5, 1947.

142. Эйгенсон Л. С., Моделирование, «Советская наука», М., 1952.

143. Энциклопедический справочник «Машиностроение», т. 2, 1947, гл. VII и гл. VIII.

144. Эртель А. М., Теория полужидкостного трения, Известия АН СССР, отд. техн. наук, № 9, 1944.

145. Эртель А. М., Гидродинамические условия работы вкладыша при переменном режиме полужидкостного трения, Известия АН СССР, Отд. техн. наук, № 9, 1945.

146. Эртель А. М., Влияние приработки и износа на гидродинамическую грузоподъемность подшипников. Сб. II, «Трение и износ в машинах», АН СССР, 1946.

147. Яновский М. И., Конструирование и расчет на прочность деталей паровых турбин, АН СССР, 1947, гл. XV.

148. Bauer R., Einfluss der Endlichen Breite des Gleitlagers auf Tragfähigkeit und Reibung, Forschung auf dem Gebiete des Ingenieurwesens, Bd. 14, 1943, № 2.

149. Beeck O., Givens J. W., Swith A. E., On the mechanism of boundary lubrication. I. The action of long-chain polar compounds, Proceed. of the Royal Society, v. A—177, 1940, 31 December, № 968, pp. 90—102.

150. Beeck O., Givens J. W., Williams E. C., On the mechanism of boundary lubrication, II. Wear prevention by addition agents; Proceedings of Royal Society, v. A—177, 1940, 31 December, № 968, pp. 103—118.

151. Blok H., Fundamental Mechanical Aspekts of Boundary Lubrication, SAE Journal, v. 46, 1940, February, № 2, pp. 54—68.

152. Boyd J., Raimondi A. A., Applying Bearing theory to the Analysis and design of Journal bearings-II; Journal of Applied Mechanics, v. 18, 1951, September, № 3, pp. 310—316, pp. 298—309.

153. Boswall R. O., The theory of film lubrication, Longmans, London, 1928.

154. Bradbury D., Mark M., Kleinschmidt R. V., Viscosity and Density of Lubricating oils from 0 to 150.000 psi and 32 to 425°F, Transactions ASME, v. 73, 1951, July, № 5, pp. 667—676.

155. Bradford L. I., Grunder L. J., Oil Film pressures in a complete Bearing, Engineering Exper. Station Pennsylvania State College, Bulletin № 39, 1930.

156. Buche W., Untersuchungen über molekular physikalische Eigenschaften der Schmiermittel und ihre Bedeutung bei Halbflossiger Reibung, Petroleum Zeitschrift, Bd. 27, 1931, № 33, ss. 587—601.

157. Burwell J. T., The Calculated Performance of Dynamically Loaded Sleeve Bearings, Journal of Applied Mechanics, v. 14, 1947, September, № 3, pp. 231—245; v. 16, 1949, December, № 4, pp. 358—360; v. 18, 1951, September, № 3, pp. 393—404.

158. Burwell G. T., Kaye, Van Nymegen D. N., Morgan D. A., Effects of Surface Finish, Transactions ASME, Journal of Applied Mechanics, v. 8, 1941, № 2, pp. 49.

159. Cameron A., The determination of the pressure-viscosity coefficient

and molecular weight of Lubricating oils by means of the temperature-viscosity equations of Vogel and Eyring, Journ. of the Institute of Petroleum, v. 31, 1945, October, № 262, pp. 401-414.

160. Cameron A., Wood W. L., The Full Journal Bearings, Proceeding the Institution of Mechanical Engineers, v. 161, 1949, WEP, № 48, pp. 59-72.

161. Cardullo F. E., Some practical deductions from the theory of the Lubrication of cylindrical bearings, Transactions ASME, v. 52, 1930, MSP-52-12, pp. 143-153.

162. Christopherson D. Cr., A New Mathematical Method for the Solution of Film Lubrication Problems, Proceedings the Institution of Mechanical Engineers, v. 146, 1941, № 3, pp. 126-135.

163. Claypoole W., Thin oil films, Transactions ASME, v. 61, 1939, May, № 4, pp. 323-333.

164. Cole T. A., Hughes C. T., Oil Flow and Film Extent in Complete Journal Bearings, The Engineer, v. 201, 1956, 16 March, № 5225, pp. 255-258.

165. Dallwitz-Wegener R., Über die Messung der „Schmierfähigkeit“ von Schmierölen, Z. f. Techn. Physik, Bd. V., 1924, № 9, ss. 378-384.

166. Dennison E. S., Film Lubrication Theory and Engine-Bearing Design, Transaction ASME, v. 58, 1936, OGP-5p-1, pp. 25-36.

167. Dibert, Dow R. B., Fink, The viscosity of Pennsylvania oils of high Pressure, Journal of Applied Physics, v. 10, 1939, February, № 2, pp. 113-115.

168. Dow R. B., The effect of pressure and temperature of lubricating oils, Journ. of Applied Physics, v. 8, 1937, May, № 5, pp. 367-372.

169. Dow R. B., The Rheology of Lubricants, Journal of colloid science, v. 2, 1947, February, № 1, pp. 81-91.

170. Dow R. B., Fenske M. K., Morgan H. E., Effect of Pressure on viscosity of oils and chlorinated diphenyls; Ind. and Engineering chemistry, v. 29, 1937, September, № 9, pp. 1078-1080.

171. Dow R. B., Fink C. E., Computation of some physical properties of Lubricating oils as high pressures, I. Density; Journ. of Applied Physics, v. 11, 1940, May, № 5, pp. 353-357.

172. Dow R. B., Mc Cartney I. S., Fink C. E., The viscosity of Russian and Rumanian Lubricating oils of high pressure, Journal of the Institute of Petroleum, v. 27, 1941, July, № 213, pp. 301-309.

173. Duffing G., Beitrag zur Theorie der Flüssigkeitsbewegung zwischen Zapfen und Lager, ZAMM, Bd. 4, 1924, Heft 2, s. 296.

174. Everett H. A., High-Pressure viscosity as an Explanation of apparent oiliness, SAE Journal, v. 41, 1937, November, № 5, pp. 531-537.

175. Etechells E. B., Underwood A. F., Practical Aspects of Bearing Design; SAE Journal, v. 53, 1945, p. 497.

176. Fedor J. V., Finite Journal Bearings with arbitrary position of Source, Transactions ASME, v. 78, 1956, July, № 5, pp. 949-954.

177. Fogg A., The length-diameter ratio of Journal bearings and its relation to friction loss, Proceed. Seventh Intern. Congs. for Applied Mechanics, v. 4, 1948, pp. 180-189.

178. Fogg A., Hunwicks S. A., The static friction of lubricated surfaces, Journal of the Institute of Petroleum, v. 26, 1940, January, № 195, pp. 1-18.

179. Forester P. G., The Influence of sliding velocity and other variables on kinetic friction it or near the boundary region, Proceed. Royal Society of London, v. A 187, 1946, 13 December, № 1011, pp. 439-463.

180. Gumbel L., Einfluss der Schmierung auf die konstruktion, Sahrbuch der Schiffbautechnische Gesellschaft, Bd. 18, 1917, SS. 236-322.

181. Gumbel L., Everling E., Reibung und Schmierung im Maschinenbau, Berlin, 1925, Verlag von M. Krayn.

182. Hardiman E. W., Missan A. H., A rational basis for the viscosity Index system, part I, Journal of the Institute of Petroleum, v. 31, 1945, August, № 260, pp. 255-270.

183. Hagg A. C., The Influence of oil-film Journal Bearings on the Stability of rotating Machines, Journal of Applied Mechanics, v. 13, 1946, № 3, p. 211,

184. Harkins W. P., The Physical Chemistry of surface films, N-Y. 1952, pp. 19—27, 27—30, 279—286, 242—244.

185. Harrison W. J., The hydrodynamic al theory of lubrication with special reference to air, as a lubricant, Trans. Cambr. Phil. Soc., v. XXIII, 1913, pp. 39—54.

186. Hersey M. D., Hopkins R. F., Viscosity of lubricants under High Pressure, Mechanical Engineering, v. 67, 1945, December, № 12, pp. 820—824.

187. Howarth H. A. S., The loading and friction of thrust and Journal bearings with perfect Lubrication, Transactions ASME, v. 57, 1935, № 4, paper MSP-572, pp. 169—187.

188. Hummel Ch., Kritische Drehzahlen als Folge der Nachgiebigkeit des Schmiermittels im Lager, Forschungsarbeiten VDI, № 287, 1925.

189. Kingsbury A., A New Oil Testing Machine and Some of its results, Transactions ASME, v. 24, 1903, pp. 143—160.

190. Kingsbury A., On problems in the theory of fluid film lubrication, with an experimental method of Solution, Transactions ASME, v. 53, 1931, paper APM 53-5, pp. 59—75.

191. Kingsbury A., Optimum conditions in Journal bearings, Transactions ASME, v. 54, 1932, paper RP-54-7, pp. 123—148.

192. Kynjiro Kino, A Mathematical Investigation on the distribution of the oil pressure in the Journal Bearing, Transact. of the Soc. of Mechan. Engineers of Japan, v. 6, 1940, May, № 23, pp. 111—126.

193. Kucharski W., Der Einfluss der endlichen Lagerlänge auf die Stromung in der Schmiermittelschicht, Zeitschrift für das gesamte Turbinenwesen, Bd. 15, 1918, ss. 53, 68, 75, 81.

194. Kühnel K., Werkstoffe für Gleitlager, Berlin, Springer, 1951.

195. Lasche O., Die Reibungsverhältnisse in Lagern mit hohen Umfangsgeschwindigkeit, Zeitschrift VDJ, Bd. 46, 1902, SS. 1881, 1932, 1961; Forschungsarbeiten VDI, Heft 9 1903.

196. Mc Gregor R. R., Silicones and their uses; N-y, London, 1954.

197. Mc Kee S. A., Mc Kee T. R., Journal Bearing friction in the region of thin-Film lubrication, SAE Journal, v. 31, 1932, September, № 3, pp. 371—377.

198. Mc Kee S. A., The effect of the addition of Kerosene on the oiliness of Lubricating oils, SAE Journal, v. 19, 1926, october, № 4, pp. 356—360.

199. Martin, The theory of Lubrication, Engineering, v. 100, 1915, August 20, pp. 196—197, August 27, pp. 207—208; August 13, pp. 154—155.

200. Mitchell A. G. M., The Lubrication of Plane Surfaces, Zeitschrift für Mathematik und Physik, v. 52, 1905, ss. 123. Русский перевод „Смазка плоских поверхностей“, сборник „Гидродинамическая теория смазки“, серия „Классики естествознания“, ГТТИ, М.-Л., 1934.

201. Muskat M., Morgan F., Studies in Lubrication; I The theory of the thick film Lubrication of a complete Journal bearing of finite length, Journal of Applied Physics, v. 9, 1938, June, № 6, pp. 393—409.

202. Muskat M., Morgan F., Studies in Lubrication; III The theory of the thick film Lubrication of a complete Journal bearing of finite length with arbitrary position of the lubricant Source; Journal of Applied Physics, v. 10, 1939, January, № 1, pp. 46—61.

203. Needs S. T., Effects of side leakage in 120-degree centrally supported Journal Bearings, Transactions ASME, v. 56, 1934, paper APM, 56—16, pp. 721—732.

204. Newkirk B. L., Varieties of Shaft Disturbances Due to Fluid Films in Journal Bearings, Transactions ASME; v. 78, 1956, July, № 5, pp. 985—988.

205. Norton A. E., Lubrication, Mc-Graw-Hill, N.Y. and London, 1941.

206. Nücker W., Über den Schmiervorgang im Gleitlager, Forschungsheft VDI, № 352, 1932, Januar/Februar, SS. 17—19.

207. Pestel E., Beitrag zur Ermittlung der hydrodynamischen Dämpfung- und Federeigenschaften von Gleitlagern, Ingenieur Archiv, Bd. XXII, 1954, № 3, S. 147.

208. Pinkus O., Experimental Investigation of Resonant whip, Transactions ASME, v. 78, 1956, July, № 5, pp. 975—983.

209. Pinkus O., Analysis of Elliptical Bearings, Transactions ASME, v. 78, 1956, July, № 5, pp. 965—973.

210. Pinkus O., Power Loss in Elliptical and 3-Lobe Bearings, Transactions ASME, v. 78, 1956, July, № 5, pp. 89—904.

211. Poritsky H., Contribution to the theory of oil whip, Transactions ASME, v. 75, 1953, № 6, p. 1153.

212. Rayleigh J., Notes on the theory of Lubrication, Philosophical Magazine, v. 35, 1918, January, № 205, pp. 1—12.

213. Reissner H., Ebene und raumlich Strömung zäher incompressibeln, traghheitsfreier Flüssigkeiten zwischen exzentrischen relativ zueinander rotierenden Zylinder flachen, Zeitschrift Angewandte Mathematik und Mechanik, Bd. 16, 1936, Oktober, Heft 5, SS. 275—286.

214. Rumpf A., Reibung und Temperaturverlauf im Gleitlager, Forschungsheft VDI, № 393, 1938.

215. Shaw M. C., An Analysis of the Parallel-Surface Thrust Bearing, Transactions ASME, v. 69, 1947, May, № 4, pp. 381—387.

216. Shaw M. C., Macks E. F., Analysis and Lubrication of Bearings, N-Y London, Mc Grau-Hill, 1949.

217. Schiebel R., Die Gleitlager (Längst-und Querlager) Berechnung und Konstruktion, Berlin, Springer, 1933; Русский перевод „Скользющие опоры (подшипники и подпятники)“, Конструкция и расчет“, ОНТИ, 1936.

218. Schmid E., Weber R., Gleitlager, Berlin, Springer, 1953.

219. Skinner S. M., Film Lubrication of Finite curved surfaces, Journal of Applied Physics, v. 9, 1938, June, № 6, pp. 409—421, особенно стр. 420.

220. Smith J. F. D., The thermal conductivity of liquids, Transactions ASME, v. 58, 1936, November, № 8, pp. 719—725.

221. Spotts M. F., Design of self-cooled Journal Bearings-I, Product Engineering, v. 14, 1943, April, № 4, pp. 231—233, 253—254.

222. Stanton T. E., Friction, Longmans, London, 1923; Русский перевод „Общая теория трения“, ОНТИ, М.-Л., 1937, стр. 100—110.

223. Stodola A., Gas-und Dampfturbinen, 6 Auflage, Berlin, 1924, Kap. V und Kap. X.

224. Stodola A., Kritische Wellenstörung infolge der Nachgiebigkeit des ölpolsters im Lager, Schweizerische Bauzeitung, Bd. 85, 1925, S. 265.

225. Swift H. W., Fluctuating Loads in sleeve Bearings, Journal of the Institution of Civil Engineers, v. 5, 1937, pp. 161—195.

226. Thomas B. W., Ham W. R., Dow R. B., Viscosity-pressure characteristics of Lubricating oils, Industrial and Engineering Chemistry, v. 31, 1939, October, № 10, pp. 1267—1270.

227. Tondl A., Vliv odklonu os cevu od osylozisekna pohyb a stabilitu rotory, Aplikace matematiky, 1956, svazek I, cislo 2, cc. 85—102.

228. Tondl A., Vliv nosne mazaci vrstvy na stabilitu pohybu cevu vložisku a vznik samobuzenych kmitu rotoru; Rozpravy ceskoslovenske akademie ved, Pada tV, Pocnik 66, 1956, sesit 2, cc. 1—60.

229. Vogel pohl G., Beitrage zur Kenntnis der Gleitlagerreibung, Forschungsheft VDI, № 386, 1937, Oktober.

230. Vogel pohl G., Zur Integration der Reynoldsschen gleichung für das Zapfenlager endlicher Breite, Ingenieur-Archiv, Bd. XIV, 1943, Heft 3, ss. 192—212.

231. Waters E. O., Theoretical pressure distribution in Journal Bearings, Transactions ASME, v. 60, 1938, September, A-134, pp. A-134.

232. Waters E. O., Theoretical Pressure distribution in Journal Bearings, Proceed. of the Fifth, Internat. Congress for Applied Mechanics, N-Y, 1939, pp.

233. Waters E. O., Characteristics of Centrally Supported Journal Bearings, Transactions ASME, v. 64, 1942, October, № 7, pp. 711—719.

234. Weber C., Zur hydrodynamischer Schmiertheorie des Zapfenlagers, ZAMM, Bd. 30, 1950, Heft 4, April, ss. 112—120.

235. Wolf J. R., Sibbit W. L., Thermal conductivity of Liquids, Industrial and Engineering Chemistry, v. 46, 1954, September, № 9, pp. 1947—1952.

ОГЛАВЛЕНИЕ

Введение	3
Глава I. Общие вопросы трения в машинах	5
1. Внешнее трение	9
2. Вязкость жидкостей и их граничные свойства	27
3. Гидродинамическое трение	42
4. Классификация подшипников скольжения	50
Глава II. Физические свойства смазочных масел	57
5. Основные типы и особенности свойств масел в связи с их применением	58
6. Температурная зависимость вязкости масел	67
7. Зависимость вязкости масел от давления	78
8. Плотность, теплоемкость и теплопроводность смазочных масел	85
9. Маслянистость	92
Глава III. Количественные предпосылки и проблематика теории подшипников скольжения	106
10. Общие уравнения гидродинамики вязкой, сжимаемой и теплопроводящей жидкости	106
11. Исходные уравнения гидродинамической теории смазки	112
12. Специализированная форма основных уравнений при течении жидкости в тонком слое	118
13. О вариационных методах в гидродинамической теории смазки	122
14. Проблематика теории гидродинамического трения в подшипниках скольжения	125
Глава IV. Простейшие случаи течения смазки	141
15. Изотермическое течение несжимаемой смазки между наклонными плоскостями	145
16. Неизотермическое течение смазки постоянной плотности между наклонными плоскостями	152
Глава V. Теория подшипников без торцового истечения смазки (плоская задача гидродинамической теории смазки)	160
17. Предварительные соотношения	162
18. Вращательное движение шипа в подшипнике	168
19. О границах смазочного слоя	189
20. Распределение давления и основные характеристики смазочного слоя при вращательном движении шипа в подшипнике	205
21. Распределение давления в слое смазки и сила сопротивления при поступательном движении шипа вдоль линии центров	223
22. Распределение давления и основные характеристики при вращательном движении шипа в подшипнике, смазываемом газом	236

	<i>Стр.</i>
Глава VI. Теория реального подшипника конечной длины	246
23. Принципиальные основы теории подшипника конечной длины	247
24. Общий метод отыскания распределения давлений в смазочном слое подшипника конечной длины	260
25. Распределение гидродинамического давления и несущая способность смазочного слоя при вращательном движении шипа	266
26. Трение при вращательном движении шипа в подшипнике и количество смазки, вытекающей в торцы из рабочей части смазочного слоя	275
27. Поступательное движение шипа в подшипнике вдоль линии центров	282
28. Подшипник конечной длины, смазываемый газом	287
Глава VII. Нестационарные движения шипа на смазочном слое	295
29. Исходные количественные зависимости	296
30. Анализ некоторых случаев нестационарного нагружения подшипников	308
31. Устойчивость равновесного положения шипа на смазочном слое	312
Глава VIII. Основы расчета и проектирования подшипников	321
32. Общие исходные соображения, относящиеся к проектированию подшипников и выбору их основных размеров	322
33. О минимальной толщине смазочного слоя между шипом и подшипником	350
34. Экстремальные свойства характеристик смазочного слоя	360
35. Методика расчета подшипников	366
Приложения	383
Литература	392

Михаил Викторович Коровчинский
ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ РАБОТЫ ПОДШИПНИКОВ СКОЛЬЖЕНИЯ

Редактор издательства *А. Л. Таурова*
Техн. редактор *Т. Ф. Соколова*

Обложка художник *Е. В. Бекетова*
Корректор *В. П. Кухарчик*

Сдано в набор 9/IV 1959 г. Подписано в печать 14/IX 1959 г. Формат бумаги 60×92¹/₁₆
Т-10507 Печ. л. 25,25 Уч.-изд. л. 24,5 Тираж 9000 экз. Бум. л. 12,63 Зак. 228

Типография № 5 Углетехиздата, Москва, Ж-88, Южно-портовый 1-й пр., 17

НОВЫЕ КНИГИ

Вышли из печати во 2-м квартале 1959 г.

БАШМАКОВ В. П. и ДУБИНИН А. Д. Расчет и проектирование ременных и цепных передач. (Библиотека конструктора). 124 стр., ц. 3 р. 20 к.

БЕЙЕР РУДОЛЬФ. Кинематический синтез механизмов. Основы теории метрического синтеза плоских механизмов. (Перевод с немецкого), 318 стр., ц. 14 р. 95 к.

БЕЙЗЕЛЬМАН Р. Д. и ЦЫПКИН Б. В. Подшипники качения. Справочник. Изд. 4-е испр. и доп. 608 стр., ц. 23 р. 90 к.

ГЕДЫК П. К., ПОНОМАРЕВ А. Ф. Смазка оборудования. Учебное пособие для рабочих. 191 стр., ц. 5 р. 50 к.

Гидродинамические передачи. НТО Машпрома. Под ред. канд. техн. наук В. П. Гурьева. 246 стр. (НТО, кн. 52), ц. 9 р. 15 к.

ДОБРОВОЛЬСКИЙ В. А. и др. Детали машин. Изд. 3-е переработ. и доп. Учебник для машиностроительных вузов и специальностей, 581 стр., ц. 13 р. 30 к.

ПАРАМОНОВА З. А. Конструирование валов и осей. (Библиотека конструктора). 142 стр., ц. 4 руб.

ПОНОМАРЕВ С. Д. и др. Расчеты на прочность в машиностроении, том II. Некоторые задачи прикладной теории упругости. Расчеты за пределами упругости. Расчеты на ползучесть. 974 стр., ц. 39 руб.

РАБИНОВИЧ О. М. Сборник задач по технической термодинамике. Изд. 3-е переработ. и доп. Учебное пособие для техникумов. 303 стр., ц. 11 р. 60 к.

Продажа книг Машгиза производится во всех книжных магазинах книготоргов.

При отсутствии книг в местных магазинах заказ можно направить по адресу: *Москва, Ж-109, 2-я Фрезерная, дом № 14, Ассортиментный отдел Центральной оптовой книжной базы.*

Книги будут высланы наложенным платежом.

ЗАМЕЧЕННЫЕ ОПЕЧАТКИ

Стр.	Строка	Напечатано	Должно быть
19	21-я снизу	NH_2COCl	NH_2, COCl
115	8-я сверху	$\frac{\partial}{\partial x} \left(\mu \frac{\partial v_x}{\partial x} \right)$	$\frac{\partial}{\partial y} \left(\mu \frac{\partial v_x}{\partial y} \right)$
116	8-я снизу	$\lambda \bar{D}$	$\Lambda \bar{D}$
173	9-я снизу	$(1 + k^2) \sigma k \cdot \text{sh } \sigma \approx$	$(1 + k^2) \sigma - 2k \text{ sh } \sigma \approx$
262	5-я сверху	(277)	(278)
276	2-я снизу	$\bar{\Pi}$ выражается	если $\bar{\Pi}$ выражается
309	8-я сверху	x_0'	\dot{x}_0
313	17-я сверху	$s' = x_3, \beta' = x_4,$	$\dot{s} = x_3, \dot{\beta} = x_4,$
389	8-я и 9-я графа		
	10-я снизу	0,3105 0,3199	0,3015 0,3105
390	14-я графа		
	4-я снизу	0,0727	0,0627