

**DAS**  
**KRISTALLZEICHNEN**  
**AUF GRUNDLAGE DER STEREOGRAPHISCHEN**  
**PROJEKTION**

VON

**H. TERTSCH**

MIT 34 TEXTABBILDUNGEN



**WIEN**  
**VERLAG VON JULIUS SPRINGER**  
**1935**

ISBN-13: 978-3-7091-9780-6 e-ISBN-13: 978-3-7091-5041-2  
DOI: 10.1007/978-3-7091-5041-2

ALLE RECHTE, INSBESONDERE DAS DER ÜBERSETZUNG  
IN FREMDE SPRACHEN, VORBEHALTEN

## Vorwort.

Neben Rob. L. PARKERS eingehendem und aufschlußreichem Buch: „Kristallzeichnen“ (Bornträger, Berlin 1929) scheint es vielleicht überflüssig, das gleiche Thema und noch dazu in gewollter Einschränkung auf die stereographische Projektion als Unterlage neuerlich zu behandeln. Das um so mehr, als in dem wohlbekannten, vielbenützten Büchlein H. E. BOEKES: „Die Anwendung der stereographischen Projektion bei kristallographischen Untersuchungen“ (Bornträger, Berlin 1911) auch die Frage des Kristallzeichnens in ihren Grundzügen knapp erörtert wird.

Das immer noch zunehmende Interesse an der Kristall*morphologie*, an Trachtuntersuchungen hat aber der zeichnerischen Darstellung der Kristalle einen besonderen Wert zuerkannt und ließ auch Aufgaben aufscheinen, die in gleichem Maße und mit gleicher zwingender Notwendigkeit sich bis dahin noch nicht aufgedrängt hatten. Dahin gehören zuallererst die eindeutigen Beziehungen zwischen den Zentraldistanzen der den Kristall umgrenzenden Flächen und der Formausbildung dieser Flächen selbst, also die Aufgabe, aus den Zentraldistanzen das Trachtbild zu zeichnen, oder umgekehrt, aus dem Trachtbild die Zentraldistanzen zurückzugewinnen.

In den vorgenannten Werken finden sich aber gerade in diesen Belangen nur sehr spärlich jene Weisungen, die der mit Trachtuntersuchungen beschäftigte Forscher zur raschen und handlichen Durchführung seiner zeichnerischen Aufgaben benötigen würde. BOEKES Ausführungen sind viel zu knapp dazu und die weit ausführlichere Darstellung PARKERS ist neben anderem vor allem auf seine stark rechnerische Methode der „Bildkantenazimute“ eingestellt, die auf der Kenntnis der Kristallkantenlängen, nicht aber auf jener der Mittelpunktsabstände der Flächen beruht. Es dürfte sich demnach eine Ergänzung der bestehenden Anleitungen zum Kristallzeichnen nach dieser Seite hin als gerechtfertigt erweisen.

Außerdem gewann der Verfasser teilweise in seiner Hochschullehrertätigkeit, teilweise bei gelegentlichen Besprechungen, den Eindruck, daß es zweckmäßig sein könnte, einmal alles das, was die in der Kristallkunde mit Recht so beliebte stereographische Projektion auch hinsichtlich der zeichnerischen Darstellung zu leisten vermag, handlich zusammenzu-

stellen. Es muß wohl nicht erst betont werden, daß die zeichnerischen Grundlagen, wie sie vor allem V. GOLDSCHMIDT schuf, wie sie aber auch durch F. STÖBER (Sur une méthode de dessin des cristaux... Bull. soc. fr. min. 22, 42, 1899) und S. L. PENFIELD (Über Kristallzeichnen unter Zugrundelegung stereographischer und gnomonischer Projektionen... Ztschr. f. Krist. 43, 1, 1907) geboten wurden, ausführliche Verwendung fanden. Dagegen wurde auf eine Wiedergabe der Grundlagen der stereographischen Projektion verzichtet und *deren Kenntnis als gegeben vorausgesetzt*.

Die betont *graphische* Behandlung der Frage um das Kristallzeichnen bringt es mit sich, daß in dieser kleinen Schrift eine Bezugnahme zu PARKERS rechnerischer Methode unterblieb. Mit Nachdruck sei aber darauf hingewiesen, daß PARKERS Betonung des Wertes der Bildkantenazimute *und* der Verkürzungsfaktoren sehr wesentlich zu einer geometrisch einwandfreien Formulierung kristallzeichnerischer Aufgaben beitrug.

Aus Gründen einer möglichst allgemeinen Verwendbarkeit wurden alle Aufgaben [mit Ausnahme jener in den Abschnitten (31) bis (36)] so dargestellt, daß sie *ohne* Verwendung des WULFFSchen Netzes gelöst werden können. Gelegentlich wurde auf die allfällige Abänderung bei Heranziehung des WULFFSchen Netzes hingewiesen, in der überwiegenden Mehrzahl der Fälle es aber dem Leser überlassen, die hier dargestellten Methoden der Arbeit mit dem Netz sinngemäß anzupassen.

Vorliegende kleine Schrift wuchs aus der Praxis heraus und will nur praktischen Aufgaben dienen. Möge sie dazu helfen, die Bilddarstellung der Kristalle bei aller Genauigkeit immer leichter zu gestalten.

Schließlich erwächst mir noch die angenehme Pflicht, dem Verlage JULIUS SPRINGER für die Ermöglichung der Drucklegung und für die sorgfältige Ausstattung dieses Heftchens meinen verbindlichsten Dank abzustatten.

Wien, Ostern 1935.

H. Tertsch.

## Inhaltsverzeichnis.

	Seite
<b>Einleitung (1), (2)</b> .....	1
<b>Das Kristallbild in der Ebene der stereographischen Projektion (3)</b> .....	2
Anfertigung des Kopfbildes (4) .....	3
Eintragung der Unterseitenflächen (5) .....	4
Das Kopfbild des Berührungspolyeders (6), (7) .....	6
Das Kopfbild einer gemessenen Kristalltracht (8) .....	7
<b>Das parallelperspektivische Kristallbild in einer beliebigen Ebene (9)</b> ...	8
Verkürzungsfaktor, bzw. Winkel für die Verkürzung (10).....	9
Beziehung zwischen Kopfbild und schiefem Kristallbild (11), (12) .	10
Praktische Konstruktion eines schiefen Bildes (13).....	11
Praktische Zeichenregeln (14) .....	12
Aufrißbilder (15) .....	13
Das Berührungspolyeder im Aufriß (16) .....	15
Durchführung der Konstruktion (17) .....	16
Der Aufriß aus gemessenen Zentraldistanzen (18) .....	17
Zonenschnitte (19).....	18
Die Konstruktion von Kristallnetzen (20), (21) .....	19
<b>Bilder von Zwillingkristallen</b> .....	20
Die Zwillingsgesetze (22), (23) .....	20
Zwillingprojektion von Sonderfällen (24) .....	21
a) Zwillingssachse im Projektionsmittelpunkt.....	21
b) Der Pol der Zwillingssachse (und -Ebene) liegt im Grundkreis.	22
c) Zwillingssachse (und -Ebene) geneigt zum Grundkreis (25), (26)	22
Bilder von Zwillingkristallen (27), (28) .....	24
<b>Verwendbarkeit kantenrichtiger Kristallbilder zu Trachtmessungen (29).</b>	26
Das allgemeine Dreikantproblem (30) .....	26
Praktische Bestimmung der „Kurve gleichen Projektionswinkels“	
(31) bis (33) .....	27
Verwendung der Kurven zur Bestimmung des „Winkelpunktes“	
(34) bis (36) .....	30
Verwendung des Winkelpunktes (37) .....	31
Vereinfachung der Winkelpunktrekonstruktion bei rechtwinkligen	
Bezugsachsen (38) .....	32
Zeichnerischer Zusammenhang zwischen den vier Kantenrichtungen	
und dem Winkelpunkt (39), (40) .....	34
Durchführung der Konstruktion (41), (42) .....	36
<b>Anhang (43), (44)</b> .....	38

## Einleitung.

1. Von einem Kristallbild fordert man mathematische Genauigkeit und Anschaulichkeit. Die erste Forderung könnte durch jede Art konstruktiver Perspektive befriedigt werden, die zweite aber verlangt eine Darstellung, bei der die typische Formgesetzmäßigkeit der Kristallwelt, der Zonenverband, möglichst augenfällig erkennbar wird. Da sich das Auftreten von Zonen an dem Kristall im Kantenparallelismus ausdrückt, muß jene Darstellungsform gewählt werden, bei der die am Kristall auftretenden Parallelen auch im Bilde als Parallele erscheinen.

Das zwingt zur Verwendung der *Parallelperspektive* („Axonometrie“). Das Projektionszentrum liegt dabei im Unendlichen, die Projektionsstrahlen (Sehstrahlen) laufen parallel und werden auf einer zu ihnen senkrecht stehenden Reißebene aufgefangen (*Orthogonale Parallelprojektion*).<sup>1</sup> Irgendwelche Linien (Kanten) oder Flächen können in dieser Projektionsart nur dann unverzerrt, „in wahrer Größe“ auftreten, wenn sie parallel zur Projektionsebene („Zeichenebene“) liegen. Kanten, die zur Zeichenebene senkrecht, also in der Richtung der Projektionsstrahlen verlaufen, verkürzen sich zu einem Punkt, Flächen senkrecht zur Zeichenebene stellen sich nur durch eine Linie („Spur“) dar. In jeder anderen Lage erfahren Kanten und Flächen in der Zeichnung gewisse Verzerrungen (Verkürzungen), die in einfacher Weise durch ihre Neigung zur Zeichenebene festgelegt sind. Ist  $\varphi$  der Winkel, den die geneigte Kante (oder Fläche) mit der Projektionsebene einschließt, so ist die wahre Größe der Kante  $K$  (oder Fläche  $F$ ) mit der in der Abbildung erscheinenden Größe  $K'$  (oder  $F'$ ) durch die Gleichung verbunden:

$$K' = K \cdot \cos \varphi, \text{ (bzw. } F' = F \cdot \cos \varphi \text{).}$$

Um die Kanten richtig darzustellen, müssen sie also nach *Richtung* und *Neigung* gegenüber der Projektionsebene bekannt sein. Es muß

<sup>1</sup> Die sogenannte „*schiefe Parallelprojektion*“ macht sich von dieser Bindung zwischen Sehstrahl und Zeichenebene frei, wodurch die Konstruktion verwickelter wird, ohne daß die Abbildung von Kristallen dabei wesentlich gewänne. C. VIOLA hat im Neuen Jahrbuch f. Min. 1912, II, 103, auf Grundlage der gnomonischen Projektion eine diesbezügliche Zeichenmethode für Kristallbilder ausgearbeitet.

demnach die Kristallzeichnung auf eine Projektionsart aufgebaut werden, die diese beiden Forderungen zu erfüllen vermag. Dazu soll im folgenden die *stereographische Projektion* dienen.

2. Die stereographische Projektion bietet dem Kristallographen zwei Vorteile: die *Winkeltreue* und den Umstand, daß *Kreise auf der Projektionskugel auch in der Zeichenebene als Kreise* erscheinen. Ein weiterer Vorteil liegt noch darin, daß sich alle Flächenpole der über der Zeichenebene liegenden Hälfte der Projektionskugel *innerhalb* des Grundkreises, alle darunter liegenden Flächenpole außerhalb desselben projizieren. Nur die dem Projektionszentrum (hier dem „Südpol“ der Projektionskugel) naheliegenden Flächenpole können praktisch nicht mehr erfaßt werden, weil ihre Projektionspunkte zu weit hinausrücken. Das Projektionszentrum selbst liegt ringsum im Unendlichen abgebildet. Die Zeichenebene wird in die Äquatorebene verlegt.

Bei der gegenseitigen Bezugnahme der stereographischen und der orthogonalen Parallelprojektion zwecks Anfertigung eines Kristallbildes ist die Verschiedenheit der verwendeten Projektionszentren zu beachten. Dieses liegt für die stereographische Projektion im Südpol („Augenpunkt“), für die normale Axonometrie im Unendlichen.

### Das Kristallbild in der Ebene der stereographischen Projektion.<sup>1</sup>

3. Die Zeichenebene der orthogonalen Parallelprojektion fällt hier mit der Ebene der stereographischen Projektion zusammen.

Die Richtung einer Kante ist durch die Achse jener Zone gegeben, die durch die beiden in der Kante zusammenstoßenden Kristallflächen festgelegt ist. In der stereographischen Projektion entspricht der zum Zonenpol führende Radius dieser Richtung ( $OP$  in Abb. 1a). In der „Draufsicht“ (Parallelprojektion auf die Zeichenebene der stereographischen Projektion) ist demnach die gesuchte Kantenrichtung durch die Richtung  $OP$  der stereographischen Projektion gegeben (Abb. 1b). Die Kanten sämtlicher, der Zone  $AMA'$  angehörigen Flächen liegen parallel dieser Richtung. Da  $OP$  normal zum Zonendurchmesser  $AA'$  liegen muß und nur die Richtung, nicht aber die Länge der Strecke  $OP$  maßgebend ist, wird die gesuchte Kantenrichtung auch durch die *Grundkreistangente* in  $A$  und  $A'$  bestimmt, so daß das Aufsuchen des Zonenpols  $P$  überflüssig wird.

Mit dem Winkel  $PR$  ( $= \sphericalangle MO$ , vgl. Abb. 1b) ist die Neigung der Kantenrichtung gegen die Zeichenebene und damit der *Verkürzungsgrad*

<sup>1</sup> In der Mehrzahl der Fälle bedeutet dies die Anfertigung des „Kopfbildes“, also jener Ansicht des Kristalls, bei der die Hauptachsenrichtung als Projektionsrichtung dient.

gegeben. Die Kante von der Länge  $HJ$  bildet sich dabei in  $HK$  ab (Abb. 2).<sup>1</sup>

**4. Anfertigung des Kopfbildes.** Am zweckmäßigsten ist es, zuerst den *Umriß* festzustellen. Das ist sehr einfach, wenn der Grundkreis

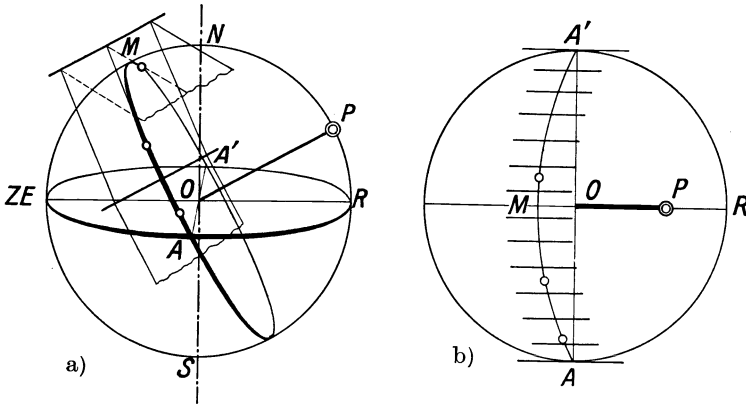


Abb. 1. a) Perspektivische Darstellung einer Zone mit ihren Flächen und der Zonenachse, b) Stereographische Projektion der gleichen Zone und Zonenachse.

der Projektion mit Flächenpolen besetzt ist. Die Grundkreisflächen stellen sich nach Abschnitt 1 als Gerade dar, deren Richtungen den Tangenten in dem jeweiligen Grundkreispole parallel laufen. Die Längen dieser Spuren entsprechen den horizontalen Breiten der aufrechten Flächen. Man mißt also die Breiten der Grundkreisflächen am Kristall ab und fügt in den durch die Tangenten der Grundkreispole gegebenen Richtungen die einzelnen Flächen-spuren aneinander, bis der Umriß geschlossen ist.

Sind im Grundkreis keine Flächen (z. B. bei dem Kopfbild eines Kalkspat-Skalenoders), dann wird der Umriß eben durch die Projektion der Kanten gebildet und deren Richtungen erhält man nach 3, indem man an jener Stelle, wo der Zonenkreis den Grundkreis durchschneidet, eine Tangente an diesen legt.

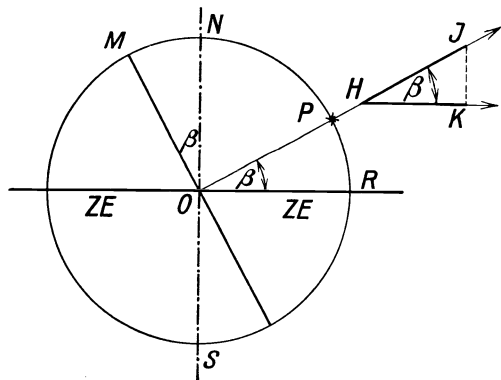


Abb. 2. Zone  $AMA'$  aus Abb. 1a von  $A$  aus gesehen.  $ZE$  = Zeichenebene,  $NS$  = Projektionsachse.

<sup>1</sup> Bei Verwendung des WULFFSchen Netzes ist der Verkürzungswinkel  $\beta$  ( $MN = PR$ ) leicht aus dem Netz selbst abzulesen.



Unter Benützung geeigneter Ecken und Kanten baut man nun vom Umriß her das Bild nach innen weiter. Hierbei ist die *Verkürzung* der geneigt liegenden Kanten (bzw. Flächenbreiten) entsprechend ihrem Neigungswinkel zu beachten und zu verwerten (Abb. 3). Liegt eine Fläche parallel der Zeichenebene, dann treten deren Kantenlängen unverändert in das Bild ein.

Die Konstruktion vereinfacht sich wesentlich, wenn man die Symmetrie ausnützen kann, also bei Anfertigung idealisierter Kopfbilder. Hierzu genügt die projektive Ausarbeitung eines Teiles des Bildes, soweit es eben durch Spiegelung, bzw. Drehung zum vollen Bild ergänzt

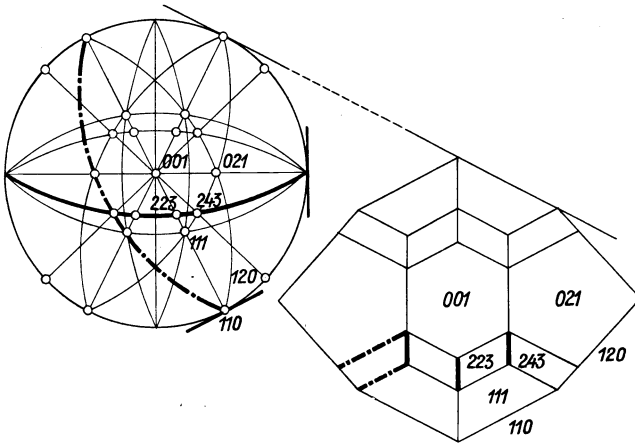


Abb. 3. Topas-Projektion und Kopfbild. Zwei Zonen und die zugehörigen (Tangenten) Kanten sind stark, bzw. strichpunktiert ausgezogen.

werden kann. Im tetragonalen System genügt z. B. die Kantenkonstruktion für einen Quadranten (unter Umständen sogar nur eines Oktanten), im hexagonalen System die für einen Sextanten usw.

**5. Eintragung der Unterseitenflächen.** In vielen Fällen ist es vorteilhaft, auch die unsichtbaren Unterseitenflächen richtig mit einzutragen.

Wenn es sich um die Bilder unverzerrter, idealisierter Kristalle handelt, wird man natürlich alle Symmetriebedingungen verwerten können, ohne eine vollständig abgesonderte Konstruktion des Unterseitenbildes vornehmen zu müssen.

In Kristallen mit *Symmetriezentrum* gewinnt man jede Unterseitecke dadurch, daß man jede (sichtbare) Oberseitecke unter Vermittlung des geometrischen Mittelpunktes des Kopfbildes zentrisch symmetrisch abbildet (Abb. 4).

Bei Kristallen mit *Symmetrieebene* senkrecht zur Projektionsrichtung, also *parallel mit der Grundkreisebene*, fallen die Projektionen der Unter-

seitenecken, -kanten und -flächen *genau* unter jene der Oberseite, bedürfen also keiner eigenen Konstruktion.

In allen anderen Fällen, bzw. bei verzerrten Kristallen ist es nötig, die Kanten der Unterseite selbständig zu konstruieren. Dazu muß die

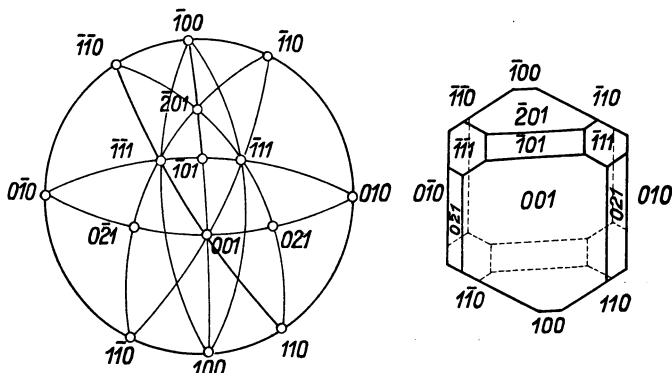


Abb. 4. Anorthit, Kopfbild mit Unterseite.

Lage der Unterseitenpole in der stereographischen Projektion bekannt sein. Bei strenger Durchführung der Projektion befinden sich die Unterseitenpole der Flächen außerhalb des Grundkreises. Die Zonenkreise sind zu vervollständigen, zu schließen und dann die Konstruktion in der in 4 angegebenen Weise durchzuführen.

Da dies aber wegen der gewaltig ausgehenden Zeichenebene vielfach unübersichtlich und schwierig ist, verwendet man häufig eine Abänderung der Konstruktion, die leicht durchzuführen ist, aber erhöhte Aufmerksamkeit fordert. Man projiziert nämlich die Unterseite aus dem „Nordpol“ (statt aus dem „Südpol“) *innerhalb* des gleichen Grundkreises. Für die Anfertigung des Bildes sind nur die Zonen maßgebend. Es ist also zu beachten, daß bei dieser Art der stereographischen Projektion aus *zwei* Gegenpolen jede Zonenhälfte der Oberseite sich auf der *anderen* Seite des zugehörigen Zonendurchmessers in gleicher Weise in der Unterseite fortsetzt (Abb. 5). Die Zonenstücke der Unterseite und die zugehörigen Hälften der Oberseite liegen symmetrisch über dem gleichen Durchmesser, in dessen Endpunkten die Tangenten die gewünschte Kantenrichtung festlegen.

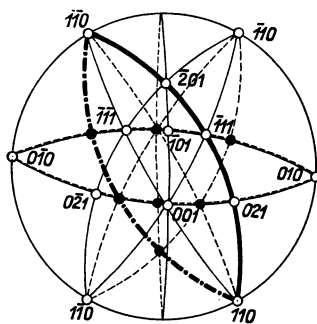


Abb. 5. Anorthit: Die Unterseite aus dem N-Pol projiziert. Eine Zone und deren Fortsetzung auf der Unterseite (strichpunktiert) sind stark ausgezogen.

**6. Das Kopfbild des Berührungspolyeders.<sup>1</sup>** Sehr häufig soll aus bekannten Zentraldistanzen das diesen Messungen entsprechende Bild des Kristalls konstruiert werden. Vor Lösung dieser ganz allgemein

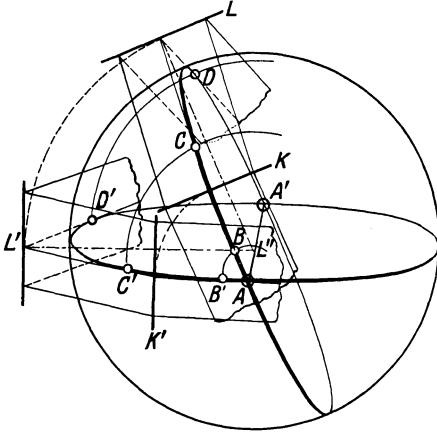


Abb. 6. Perspektivische Darstellung einer Zone und deren Umklappung in den Grundkreis.

gestellten Aufgabe sei zunächst der Sonderfall behandelt, wie das Kristallbild in der Ebene der stereographischen Projektion (Kopfbild) aussieht, wenn wir uns vorstellen, daß alle Flächen als Tangentialebenen an die Projektionskugel gelegt werden, also alle gleiche Zentraldistanzen (=dem Radius der Projektionskugel) haben.

Der Umriß ist einfach dadurch gegeben, daß man an alle Grundkreispole Tangenten legt und diese bis zum gegenseitigen Schnitt verlängert.<sup>2</sup>

Bei allen zur Zeichenebene geneigten Zonen ist zwar die Richtung

der Kante zwischen den Flächen einer Zone durch die Tangente am Ende des Zonendurchmessers gegeben, nicht aber jener Punkt innerhalb des Umrisses, durch den diese Richtung hindurchzulegen ist. Verlagert man die Zone in den Grundkreis, so

ermitteln sich die richtigen Kantenlagen genau wie bei der Grundzone (Umriß). Bei diesem Umklappen der Zone in den Grundkreis beschreiben die Flächenpole der Zone und die Kanten selbst Kreisbahnen, deren Ebenen alle senkrecht zu dem Zonendurchmesser  $AA'$  stehen (Abb. 6) und die daher in der Draufsicht (Parallelprojektion) als Gerade senkrecht zu  $AA'$  erscheinen.

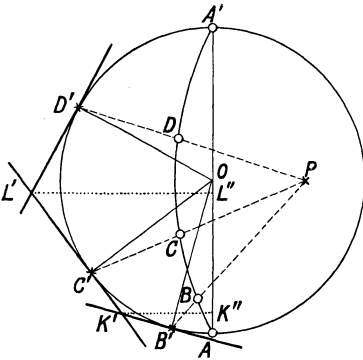


Abb. 7. Durchführung der Umklappung einer Zone in der stereographischen Projektion.

7. Man klappt also die Zone  $ABCD A'$  durch Vermittlung ihres Pols  $P$  in den Grundkreis<sup>3</sup> (Abb. 7). In dieser

<sup>1</sup> Vgl. hierzu Ztschr. f. Krist. (A), 88, 460 (1934).

<sup>2</sup> Zweckmäßigerweise legt man diesen Umriß durch Parallelverschiebung neben die stereographische Projektion, um diese nicht durch zu viele Linien zu verwirren.

<sup>3</sup> Das geschieht durch Gerade, die vom Zonenpol  $P$  über die einzelnen Flächenpole zum Grundkreis gezogen werden (zu  $B', C', D'$  der Abb. 6 u. 7).

Lage werden die Tangenten an  $B'$ ,  $C'$ ,  $D'$  usw. gelegt, die sich in den Kantenspuren  $K'$  und  $L'$  schneiden. Da sich diese Umklappung in Bahnen bewegt, deren Spuren in orthogonaler Projektion als Gerade durch  $K'$  und  $L'$  senkrecht zu  $AA'$  verlaufen, so stecken sich damit auf dem Zonendurchmesser  $AA'$  die beiden Punkte  $K''$  und  $L''$  ab, womit eindeutig jene Stellen im Grundriß (Kopfbild) festgelegt sind, durch die die unbegrenzt gedachten Kanten hindurchgehen müssen.

Man überträgt nun den Zonendurchmesser  $AA'$  mit den beiden Punkten  $K''$  und  $L''$  in das neben die Projektion gelegte Kopfbild und legt durch diese Normale zum Zonendurchmesser.

Auf diese Weise wird jede Zone in den Grundkreis geklappt, die Lage der Kanten gesucht und durch Rückdrehung werden jene Punkte auf

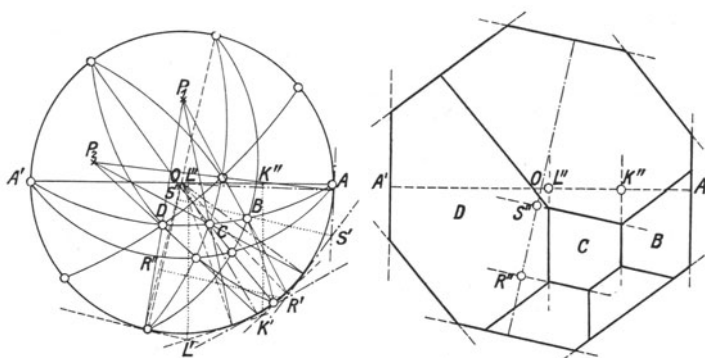


Abb. 8. Triklone Kombination: Kopfbild des Berührungspolyeders. Konstruktion der Zone  $ACA'$  gestrichelt, Konstruktion einer anderen Zone durch  $C$  strichpunktiert.

dem jeweiligen Zonendurchmesser gewonnen, durch die die Kanten gelegt werden müssen. Damit grenzen sich allmählich die Flächen gegenseitig ab und werden die Eckpunkte bestimmt. Das richtige Zusammenstoßen von mindestens drei Kanten in einer körperlichen Ecke ist ein sehr empfindlicher Prüfstein für die Genauigkeit der Konstruktion (Abb. 8).

**8. Das Kopfbild einer gemessenen Kristalltracht.** Für diesen praktisch häufigsten Fall gelten die gleichen Überlegungen. Zuerst wird wieder der Umriß bestimmt. Dazu sind auf den zu den Grundkreispolen führenden Flächennormalen (Radien) die gemessenen Zentraldistanzen in einem gewählten Maßstabe aufzutragen und durch den Endpunkt jedes Vektors eine Normale zu legen (parallel mit der Tangente im Flächenpol). Diese so gewonnenen Spuren der Grundkreisflächen werden gegenseitig zum

Bei Verwendung des WULFFSchen Netzes legt man  $AA'$  auf den Nullmeridian und verfolgt die Flächenpole auf den entsprechenden Kleinkreisen (Parallelkreisen) bis in den Grundkreis.

Schnitt gebracht und umschließen so das Kristallbild. Hierbei ist es aus Gründen der Deutlichkeit wohl unerlässlich, das Bild *neben* die Projektion zu legen.

Die Behandlung geneigter Zonen, bzw. Flächen erfolgt nach der in 6 beschriebenen Umklappung genau auf die gleiche Weise. Auch hier sind auf den umgeklappten Flächennormalen die Zentraldistanzen abzustecken, die dazu normalen Flächenspuren in den Vektorenden zu konstruieren und, wie früher geschildert, in die ursprüngliche Zonenlage zurückzuführen (vgl. hierzu die Punkte  $K'$ ,  $L'$ , bzw.  $K''$ ,  $L''$  in der Abb. 9).

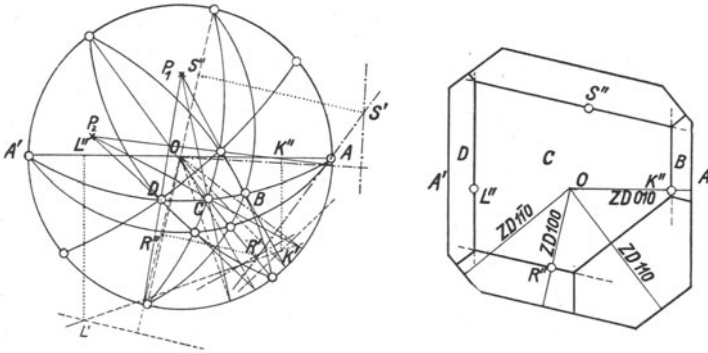


Abb. 9. Kopfbild der gleichen Kombination wie in Abb. 8 mit *gegebenen* Zentraldistanzen. Zeichenklärung wie in Abb. 8 (vgl. auch Abb. 16).

### Das parallelperspektivische Kristallbild in einer beliebigen Ebene.

9. Die Zeichenebene fällt *nicht* mehr mit der Grundkreisebene zusammen. Ihre Lage ist durch ihren Pol ( $W$ ) gegeben.

Würde man die ganze Projektion so weit umklappen, bis der Zeichenebenenpol  $W$  in die Projektionsmitte fällt, dann wäre der vorhin geschilderte Fall gegeben, wobei die Zeichenebenen der stereographischen und der Parallelprojektion zusammenfallen. Dort, wo die verschiedenen Zonen den neuen Grundkreis durchschneiden, wären wieder Tangenten zu ziehen, wodurch die gesuchten Kantenrichtungen bestimmt sind. Das übrige Verfahren ginge nach 3 bis 8.

Da das Umzeichnen der stereographischen Projektion auf die neue Lage ( $W$  im Mittelpunkt) selbst bei Verwendung des WULFFSchen Netzes meist sehr umständlich ist, erscheint es zweckmäßiger, nur jene Stellen zu übertragen, in denen die einzelnen Zonenkreise die neue Zeichenebene durchschneiden.

Dazu ist es notwendig, die *Zeichenebene*, in der das Bild konstruiert werden soll, *in zyklographischer Projektion* (als Großkreis) darzustellen. Es ist das jener Großkreis, für den  $W$  der Pol ist. Anders ausgedrückt:

Man legt die durch  $W$  bestimmte Zeichenebene durch den Mittelpunkt der Projektionskugel und verzeichnet auf dieser den Schnitt zwischen Ebene und Kugel.

Diese zyklographische Projektion der Zeichenebene wird von den einzelnen Zonenkreisen durchschnitten und *diese Schnittpunkte* sind nun in die neue Projektionsebene zu übertragen (Abb. 10). Der Schnitt der Zone  $AA'$  mit dem Zeichenebenen Großkreis  $SS'$ , der Punkt  $B$ , der durchaus keinem Flächenpol entspricht, wird durch Vermittlung des Poles  $W$  in den Grundkreis nach  $B'$  gebracht. Nach 3 bis 8 gibt dann die Tangente in diesem Punkt (also die Normale auf den Radius  $OB'$ , nicht auf  $WB'$ !) die Richtung der gesuchten Kante in der gewählten Zeichenebene.

In Anlehnung an die V. GOLDSCHMIDT'sche Bezeichnungsweise nennen wir den Pol der Zeichenebene den „Winkelpunkt“ ( $W$ ). Denken wir uns die Umklappung der Zeichenebene in die Grundkreisebene ausgeführt, so zeigt ein Blick auf die Abb. 10, daß dabei der Durchmesser  $SS'$  als Rollachse dient und bei der Umwälzung  $W$  nach  $O$  kommt. Jeder Punkt der Zeichenebene beschreibt bei der Umklappung im Raume Kreisbahnen, die dem durch  $WO$  gehenden Großkreis parallel sind und die sich daher in der *Parallelperspektive als gerade Linien parallel  $OW$*  projizieren.

Diese ausgezeichnete Richtung  $OW$  soll als „Nullmeridian“<sup>1</sup> bezeichnet werden (entsprechend dem Durchmessermeridian des WULFF'schen Netzes). Nun kann man leicht die Winkel der Kantenspur gegen diese Ausgangsrichtung ablesen. Es sind dies die „Bildkantenazimute“<sup>2</sup>.

**10. Verkürzungsfaktor, bzw. Winkel für die Verkürzung.** Das „Verkürzungsmaß“ ist hier besonders wichtig, da sich ja im allgemeinen *keine* Kante in der Parallelperspektive in wahrer Länge abbilden wird.<sup>3</sup> Nach 3, Abb. 2, ist die Verkürzung durch die Neigung der Kante (Zonenachse) gegen die Zeichenebene bestimmt. Diese Winkelneigung ist aus der Projektion leicht abzulesen. Die Neigung der zur Zone  $AA'$  gehörigen

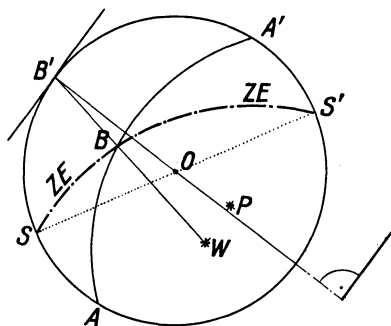


Abb. 10. Konstruktion einer Kantenrichtung im schiefen Bilde aus der stereographischen Projektion.

<sup>1</sup> Im Kopfbild (vgl. 3 bis 8) fallen die beiden Punkte  $W$  und  $O$  zusammen, daher ist dort die Lage des Nullmeridians *unbestimmt*, bzw. muß willkürlich angenommen werden, z. B. Zone [100—001].

<sup>2</sup> Vgl. R. PARKER, Schweizer Min.-petr. Mitt. 9, H. 2 (1929).

<sup>3</sup> Das geschieht nur dann, wenn die Kante in der Zeichenebene liegt, also der zugehörige Zonenpol in der zyklographischen Projektion der Zeichenebene.

Achse  $OP$  gegen die Zeichenebene ( $SS'$ ) ist komplementär zu dem Winkel zwischen den beiden „Zonen“-Ebenen  $AA'$  und  $SS'$ , bzw. zu den beiden Zonenachsenrichtungen  $OP—OW$ .  $\sphericalangle \beta = (90 - \sphericalangle P'OW')$  (Abb. 11).

Dieser Winkel ist aber leicht zu ermitteln. Man beachte, daß alle Punkte der zyklographischen Projektion der Zeichenebene ( $SS'$ ) von  $W$  um  $90^\circ$  abstehen, also auch der Punkt  $B$ . Ebenso sind alle Punkte des Zonenkreises  $AA'$ , darunter auch wieder der Punkt  $B$ , von dem Zonenpol  $P$  um  $90^\circ$  entfernt. Der Punkt  $B$  steht demnach von  $P$  und  $W$  um  $90^\circ$  ab, d. h.  $B$  ist der Pol für den durch  $P$  und  $W$  gelegten Großkreis (Zonenkreis). Um den Abstand der beiden Pole zu bestimmen, ist es also nur nötig, von  $B$  aus durch  $P$  und  $W$  Gerade bis in den Grundkreis zu führen, wodurch in diesem der Winkel  $(90 - \beta)$  bestimmt ist.

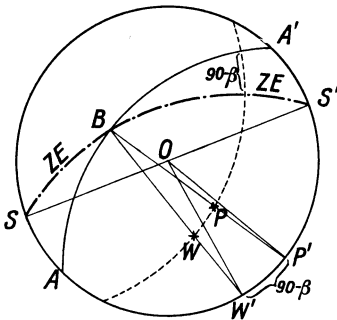


Abb. 11. Bestimmung des Winkels der Verkürzung für eine Zone aus der stereographischen Projektion.

Bei Verwendung des WULFFSchen Netzes legt man einen der Meridiankreise des Netzes durch die Punkte  $P$  und  $W$  und liest auf diesem die Winkelentfernung der beiden ab. Das Komplement dazu gibt den Winkel  $\beta$ .

Für alle Kanten einer Zone gilt natürlich der gleiche Winkel  $\beta$ . Doch ändert sich das Verkürzungsmaß bei jeder neuen Zone. Wenn es also auch nicht schwer ist, für jede gemessene Kante aus der Projektion die entsprechenden verkürzten Längen zu

konstruieren, so ist das Verfahren doch recht umständlich, weshalb meist die folgende Zeichenmethode bevorzugt wird.

**11. Beziehungen zwischen Kopfbild und schiefem Kristallbild.** Da es ziemlich leicht ist, mit den richtigen Verkürzungsmaßen ein naturgetreues Kopfbild zu konstruieren, nützt man zweckmäßig die sehr einfachen Beziehungen zwischen dem Kopfbild und dem gedrehten Kristallbild aus, um auch in diesem die richtigen Kantenlängen zu gewinnen.

Die Grundlagen dieses Verfahrens wurden von V. GOLDSCHMIDT<sup>1</sup> angegeben, allerdings im Hinblick auf die Verwertung der gnomonischen Projektion, doch sind sie für jede parallelperspektivische Behandlung gültig.

In Abb. 12 sei ein Kristallkopf durch  $ABCD O$  gegeben.  $A_1 B_1 C_1 D_1 O_1$  stellt das zugehörige *Kopfbild* dar, die Ebene  $E_1$  ist normal zur Vertikalrichtung  $OO_1$ , bzw. zu den durch die Ecken  $A$  bis  $D$  gehenden Vertikalanten.  $A_2 B_2 C_2 D_2 O_2$  ist das auf die zu  $E_1$  geneigte Ebene  $E_2$  orthogonal projizierte „schiefe Bild“ dieses Kristallkopfes ( $OO_2$  usw. normal zu  $E_2$ ).

<sup>1</sup> Vgl. hierzu die ausführliche Behandlung in H. E. BOEKES: Die gnomonische Projektion... Berlin: Bornträger. 1913.

Da  $OO_1$  normal zu  $E_1$  ist und  $OO_2$  normal zu  $E_2$ , so muß die durch  $OO_1O_2$  festgelegte Ebene zu  $E_1$  und  $E_2$ , bzw. zum Schnitt dieser beiden ( $SS'$ ) normal stehen ( $O_1O^* \text{ und } O_2O^* \perp SS'$ ).

12. So sind sämtliche Ecken (Punkte) des Kristalls im Kopfbild und im schiefen Bild durch Ebenen verbunden, die alle auf  $E_1$  und  $E_2$ , bzw.  $SS'$  senkrecht stehen und zueinander parallel laufen. In diesen Ebenen müssen sich beim Rollen um die Ebenenspur  $SS'$  sämtliche Eckpunkte bewegen. Die zwischen ihnen automatisch sich begrenzenden Kanten erscheinen in wahrer Größe, wenn die Kanten parallel zu  $E_1$  (im Kopfbild) oder  $E_2$  (im schiefen Bild) liegen, und verkürzen sich zu einem Punkt, wenn sie zu den bezüglichen Ebenen senkrecht verlaufen.

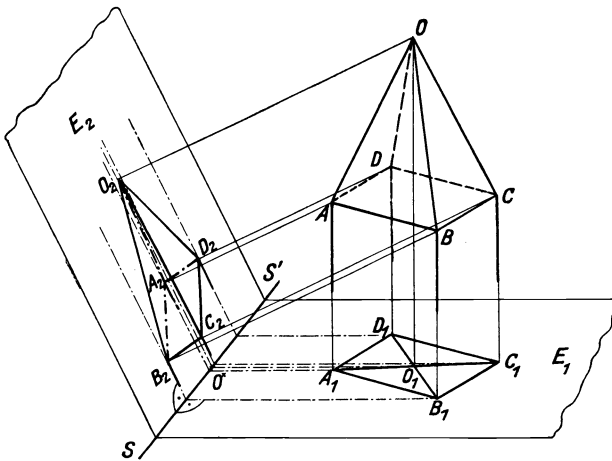


Abb. 12. Zusammenhang zwischen Kristall, Kopfbild und schiefem Bild (z. T. nach BOEKE).

Denkt man sich nun  $E_2$  in die Ebene  $E_1$  zurückgeklappt, so sieht man, daß das Kopfbild und das schiefe Bild Ecke für Ecke durch Ordner verbunden sind, die zur Schnittlinie  $SS'$  (Spur von  $E_2$  in  $E_1$ ) senkrecht stehen. Gleichzeitig erkennt man, daß die Vertikalkanten ihrer Richtung nach mit jener der Ordner zusammenfallen. Da aber  $SS'$  der Durchmesser der zyklographischen Projektion der Zeichenebene ist (vgl. Abb. 10), so sind diese Ordner auch parallel mit der Richtung  $OW$ . Durch das *Azimat des Winkelpunktes* ist also für alle Bilder die jeweilige *Vertikalrichtung* festgelegt (vgl. hierzu Abb. 31).

13. **Praktische Konstruktion eines „schiefen Bildes“.** Zur Anfertigung eines kantengetreuen schiefen Bildes verfährt man also folgendermaßen: 1. Konstruktion eines kantengetreuen Kopfbildes, 2. Wahl der Zeichenebene für das „schiefe Bild“, 3. Ziehen der Ordner (gleichzeitig Vertikalkantenrichtung) parallel zu  $OW$  ( $\perp SS'$ ) durch jeden Eckpunkt des Kopfbildes, 4. Konstruktion der Kantenrichtungen des schiefen Bildes



nach 9. Diese begrenzen sich zwischen den zugehörigen Ordnern von selbst in der ihrer Neigung zur Zeichenebene entsprechenden Verkürzung.

Einzig ausgenommen hiervon sind die Vertikalkanten, die ja im Kopfbild nur als Punkte erscheinen. Für diese muß mit dem Winkel  $\beta = (90 - \sphericalangle OW)$  die gemessene Kantenlänge auf das notwendige Maß verkürzt werden.

Wenn sich die Kantenrichtungen und Ordner unter sehr kleinen Winkeln schneiden, also „Schleifschnitte“ liefern, ist die genaue Abgrenzung der Kanten durch die bezüglichen Ordner oft nicht leicht. In diesem Falle kann durch Einzelbestimmung der Verkürzung die richtige Länge nachgeprüft werden. Falls man es mit einem idealisierten Bilde zu tun hat, helfen die Symmetrierichtungen weitestgehend. So kann man z. B. an einem monoklinen Kristalle vermittle der  $y$ -Richtung, d. h. mit der Kante (100—001) leicht die links und rechts symmetrisch gelegenen Punkte in Beziehung bringen, denn diese müssen auf der *gleichen* Linie parallel  $y$  liegen.

**14. Praktische Zeichenregeln.** Nach STÖBER (vgl. das Vorwort) sind bezüglich der Wahl der Zeichenebene gewisse Regeln zu beachten.

1. Die zyklographische Projektion der Zeichenebene ( $SS'$ ) soll nicht durch wichtige Flächenpole gehen oder nahe an diesen vorbeiführen, da sonst diese Flächen zu Geraden entarten oder zu sehr verkürzt werden.

2. Ebenso ist zu vermeiden,  $SS'$  durch den Schnitt zweier Zonen zu führen, da dann beide Zonen in der Umklappung die gleiche Tangente besitzen, d. h. scheinbar die gleiche Kantenrichtung haben. Das könnte irreführend wirken.

Alle Flächen, deren Pole *vor* der zyklographischen Projektion der Zeichenebene, also auf der gleichen Seite wie der Winkelpunkt liegen, sind in dem „schiefen“ Kristallbild „sichtbar“, alle dahinterliegenden „unsichtbar“. Das gilt auch bei Vervollständigung der Projektion mit Unterseitenpolen außerhalb des Grundkreises. Daher erscheinen die auf der Oberseite „unsichtbaren“ Flächen im Bilde dann auf der Unterseite als „sichtbar“ und umgekehrt. Bei Anfertigung der Bilder ist auf diese Erscheinung sorgfältig zu achten.<sup>1</sup>

<sup>1</sup> Für das Zeichnen der *Unterseite* des Kristalls im schiefen Bilde lassen sich zwei Arbeitsweisen verwenden.

a) Man trägt in die stereographische Projektion die parallelen *Gegenflächen* zu den Unterseitenflächen (außerhalb des Grundkreises) ein und verfährt im übrigen nach 9 bis 13, indem man die zu diesen Gegenflächen führenden Zonenkreise aufsucht und deren Schnitte mit der Zeichenebene aus  $W$  in den Grundkreis überführt.

b) Man kann auch innerhalb des Grundkreises die Pole der Unterseitenflächen aus dem  $N$ -Pol projizieren (vgl. 5), muß aber für diese Flächen und deren Zonen dann *auch* den *Winkelpunkt* und die *zyklographische Projektion der Zeichenebene* in der gleichen Weise aus  $N$  konstruieren. Diese Doppel-

Um recht übersichtliche und doch recht „natürlich“ wirkende Bilder zu erhalten, wählt man meist eine Blickrichtung, die in den rechten, vorderen, oberen Oktanten fällt. Der Kristall wird dazu aus der Normalstellung ein wenig nach links gedreht und schwach nach vorne geneigt. Der „Winkelpunkt“ wird also zweckmäßig etwa um  $10^\circ$  bis  $20^\circ$  von der  $x$ -Richtung nach rechts verlegt und um ebensoviel vom Grundkreis dem Mittelpunkt genähert. Allzu kräftige Annäherung von  $W$  an  $O$  nimmt den Bildern den körperlichen Eindruck, die Verzerrung wirkt unangenehm. Da ist oft ein einfaches Kopfbild ( $W=O$ ) günstiger.

Im übrigen ist die Projektionsrichtung in keiner Weise gebunden und wird den besonderen Aufgaben entsprechend zu wählen sein. So genügt es vielfach bei triklinen Kristallen, diese nur ein wenig um die Vertikalrichtung zu drehen, also  $W$  in oder nahe dem Grundkreis anzunehmen, da die mehr oder minder kräftige Neigung der (001)-Fläche nach vorne schon genügend gute „Draufsicht“ gewährt.

**15. Aufrißbilder.** Auch ein vollkommen kantenrichtiges Kopfbild gibt noch immer keine Vorstellung von der Tracht des Kristalls, denn bei einem langsäuligen und einem flach-scheibenförmigen Kristall können gleichwohl die Kopfbilder ganz gleich aussehen (z. B. öfters bei Turmalinen). Es ist also gerade für Darstellung von Trachten unerlässlich, neben dem Kopfbild auch noch eine seitliche Ansicht zu geben. Da aber in dem „schiefen“ Bild praktisch *keine* Kante ohne Verzerrung bleibt, es aber vorteilhaft ist, wenigstens die Vertikalrichtung unverkürzt aus dem Bilde entnehmen zu können, so erscheint neben dem Kopfbild (Grundriß) noch ein dazu senkrechter Riß (Aufriß) notwendig. In einem solchen kann man (günstige Wahl der Aufrißebene vorausgesetzt) für alle jene Flächen, deren Normale in die Aufrißebene fallen, also für jene Zone, die der Aufrißebene parallel geht, die zugehörigen Zentralabstände unverkürzt aus dem Kristallbild ablesen.

Der Pol einer solchen Aufrißebene liegt im Grundkreis der stereographischen Projektion. In allen Fällen, wo am Kristall eine horizontale Basis vorhanden oder mindestens möglich ist, wo demnach „Durchmesserzonen“ (zum Grundkreis normale Zonen, die zu Durchmessern entarten) vorhanden sind, hängt es ausschließlich von der besonderen Zonen- und Flächenausbildung des Kristalls ab, welche Vertikalfläche man

---

konstruktion der Zeichenebene und des Winkelpunktes läßt sich umgehen, wenn man dem aus dem  $N$ -Pol konstruierten *Unterseite* der fraglichen Zone (vgl. 5) auf die Oberseite verfolgt und *auf der Oberseite den Schnitt mit der zyklographischen Projektion der Zeichenebene* in der geschilderten Weise (9 bis 13) weiter behandelt.

Im allgemeinen wird man mit der ersten Methode auskommen. Im Falle polarer Kristallentwicklung hat jedoch die zweite Art gewisse Vorteile. Jedenfalls wird aber damit die manchmal recht lästige Notwendigkeit, die Projektion auch außerhalb des Grundkreises fortzusetzen, vermieden.

als Aufrißebene verwenden will. Man verlegt dann in diesen Pol den Winkelpunkt, die zyklographische Projektion der Zeichenebene ist der zur Flächennormale senkrechte Durchmesser und im übrigen verläuft die Konstruktion unter Ausnützung des Kopfbildes genau in der vorbeschriebenen Weise (11 bis 13). In vielen Fällen wird man (100), bzw.  $(10\bar{1}0)$  als Aufrißfläche verwenden, manchmal erscheint entsprechend der Flächenentwicklung wieder (110) günstiger dafür<sup>1</sup> (Abb. 13).

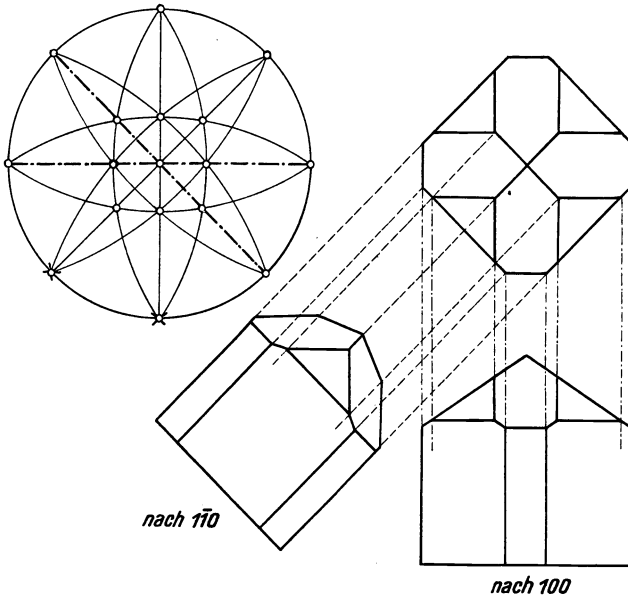


Abb. 13. Zinnstein: Aufrißbilder nach 100 und  $110$ . Zeichenebenen in der Projektion strichpunktirt.

Schwieriger liegen die Verhältnisse im *monoklinen* und *triklinen* System. Hier wäre ein Aufriß in der üblichen Lage (parallel 100) nicht sehr aufschlußreich. Da ist es zweckmäßiger, von der (010)-Fläche aus zu projizieren, weil von dieser Seite aus sowohl die monokline wie die triklinen Symmetrie sehr charakteristische Ansichten bietet. Bei dieser Wahl dient der von vorne nach hinten ziehende Durchmesser, senkrecht zur Flächennormale der (010), als Zeichenebene. Im monoklinen System erscheinen alle Zentralabstände der Zone  $[100-001]$  dabei in wahrer Größe. Im triklinen System ist dagegen eine *direkte* Ablesung der Zentralabstände auch für diese Zone im (010)-Aufriß nicht mehr möglich.

<sup>1</sup> Im *tesseralen* („isometrischen“) System haben Aufrisse kaum eine Bedeutung. Hier lassen sich schon aus dem Kopfbild allein die entsprechenden Zentralabstände ablesen.

**16. Das Berührungspolyeder im Aufriß.**<sup>1</sup> Soll der Aufriß trachtrichtig aus den gemessenen Zentraldistanzen konstruiert werden, so sind ähnliche Überlegungen nötig, wie sie in 6 bis 8 angestellt wurden. Auch hier ist es vorteilhaft, zunächst den Fall des Berührungspolyeders zu behandeln, also jenen Fall, wo die Zentraldistanzen aller Flächen gleich dem Radius der Projektionskugel sind.

Hierzu muß man von einer Zone ausgehen, die senkrecht zu der gewählten Aufrißebene liegt (den Grundkreis ausgenommen). Da auch im triklinen System jede durch eine Grundkreisfläche gehende Zone auf dieser Fläche senkrecht steht, denn sie enthält ja die Flächennormale in sich, so ist auch für diesen ungünstigsten Fall die Auffindung einer dementsprechenden Zone leicht.

Wir greifen auf die Abb. 7 zurück. Die Zone  $ABCD A'$  steht senkrecht auf der Fläche  $A$ . Wir übertragen die einzelnen Flächenpole dieser Zone aus dem Zonenpol  $P$  in den Grundkreis und erhalten die Punkte  $B', C', D'$ . Die Tangenten in diesen Punkten (und natürlich auch in  $A$  und  $A'$ ) geben die Spuren der Flächen, deren Normalen in den Grundkreis umgeklappt wurden. Ihre gegenseitigen Durchschnitte liefern die Spuren der Schnittkanten ( $K'$  zwischen den Flächen  $B$  und  $C$ ,  $L'$  zwischen den Flächen  $C$  und  $D$ ).

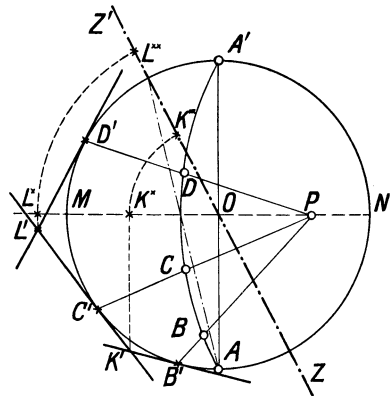


Abb. 14.  $ZZ'$  = Zone  $AA'$  von  $A$  aus gesehen; der Grundkreis erscheint dann in den Durchmesser  $MN$  aufgeklappt.

Nun soll aber die Projektionskugel von  $A$  aus angesehen werden (Abb. 14). Dann erscheint die Grundkreisebene im Durchmesser  $MN$  und die Zone  $AA'$  projiziert sich als Durchmesser  $ZZ'$ .<sup>2</sup>

In der orthogonalen Abbildung müssen sich bei der Umklappung um den Normaldurchmesser  $MN$  die Kantenspuren  $K'$  und  $L'$  in Bahnen parallel  $AOA'$  bewegen und erscheinen darum in der umgeklappten Grundkreisprojektion  $MN$  in den Punkten  $K^*$  und  $L^*$ . Es gilt jetzt nur, die in den Grundkreis umgeklappte Zone ( $AA' = ZZ'$ ) mit den ermittelten Kantenspuren in die alte Lage zurückzudrehen. Von  $A$  aus gesehen beschreiben dabei die Kantenspuren einfache konzentrische Kreisbahnen um  $O$  und gelangen so in die Endlagen  $K^{**}$  und  $L^{**}$ . Durch diese Punkte müssen nun senkrecht zu der Zonenebene  $ZOZ'$  ( $= ABCDA'$ ) die Kanten des Aufrißbildes hindurchgehen.

<sup>1</sup> Vgl. hierzu Ztschr. f. Krist. (A), 88, 460 (1934).

<sup>2</sup> Das entspricht einer Umklappung um den zu  $AO$  normalen Durchmesser  $MN$ . Die Winkelneigung der Zone  $AA'$  ist in der Lage  $ZZ'$  nach bekannten Regeln leicht zu ermitteln.

**17. Durchführung der Konstruktion.** Nachdem in der stereographischen Projektion in der eben beschriebenen Weise die Kantenspuren ( $K^{**}$ ,  $L^{**}$  usw.) für den Aufriß bestimmt sind, legt man parallel zu der Aufrißebene  $A$  (Tangente) neben das *Kopfbild* eine Gerade ( $MN$ ) und zieht parallel dem Zonendurchmesser  $AOA'$  Ordner durch alle Eckpunkte

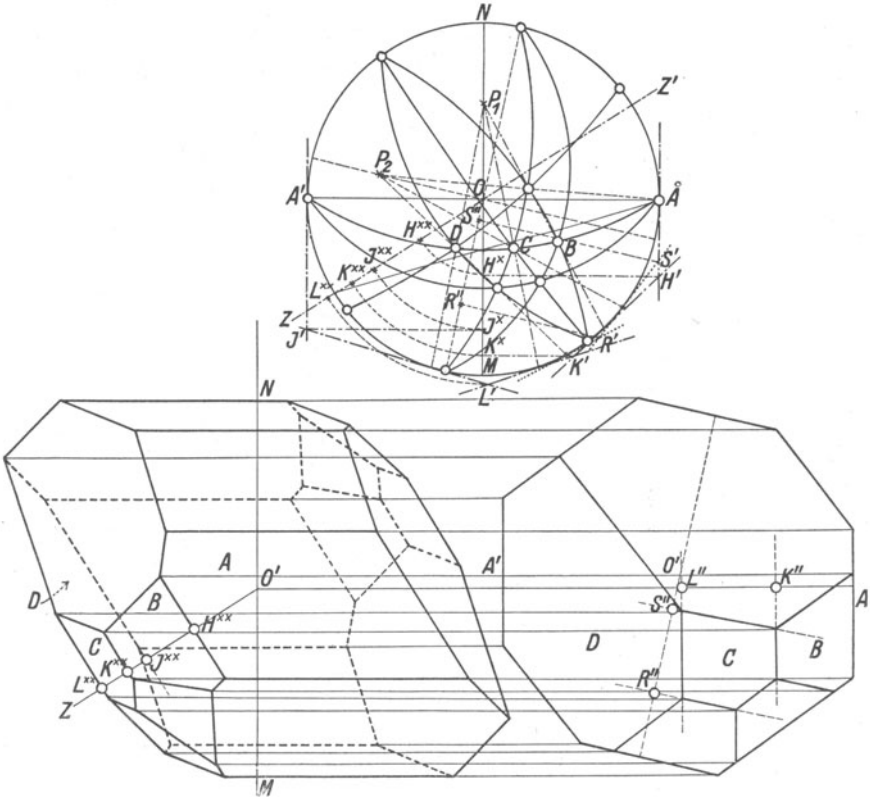


Abb. 15. Triklone Kombination: Aufrißkonstruktion des Berührungspolyeders.  
 Gestrichelt = Grundrißprojektion einer Zone, Strichpunktirt = Aufrißprojektion der Zone  $A-A'$   
 (vgl. Abb. 8).

des Kopfbildes. Der Ordner aus dem geometrischen Mittelpunkt des Kopfbildes schneidet die Parallele zu  $A$  in  $O'$  und legt so den Mittelpunkt des Aufrißes fest. Von hier aus wird eine Parallele zu  $ZOZ'$  gezogen und auf dieser die Strecken  $OK^{**}$  und  $OL^{**}$  usw. abgetragen. Durch die so erhaltenen Punkte  $K^{**}$  und  $L^{**}$  zieht man Normale zu  $ZOZ'$ , wodurch die Kanten  $K$  und  $L$  ihrer Lage nach im Aufriß richtig festgelegt sind. Die Begrenzung dieser Kanten erfolgt durch Vermittlung der von den entsprechenden Grenzpunkten des Kopfbildes gezogenen Ordner (Abb. 15).

Sind in dieser Art einmal einige Punkte im Aufriß bestimmt, dann erfolgt die weitere Konstruktion genau nach den in 11 bis 13 angegebenen Methoden. Dabei dient  $MON$  als zyklographische Projektion der Zeichenebene und  $A$  als Winkelpunkt.

**18. Der Aufriß aus gemessenen Zentralsdistanzen.** Hier ist das in 17 Gesagte nur in sinngemäßer Anwendung zu vervollständigen. Wie in 8

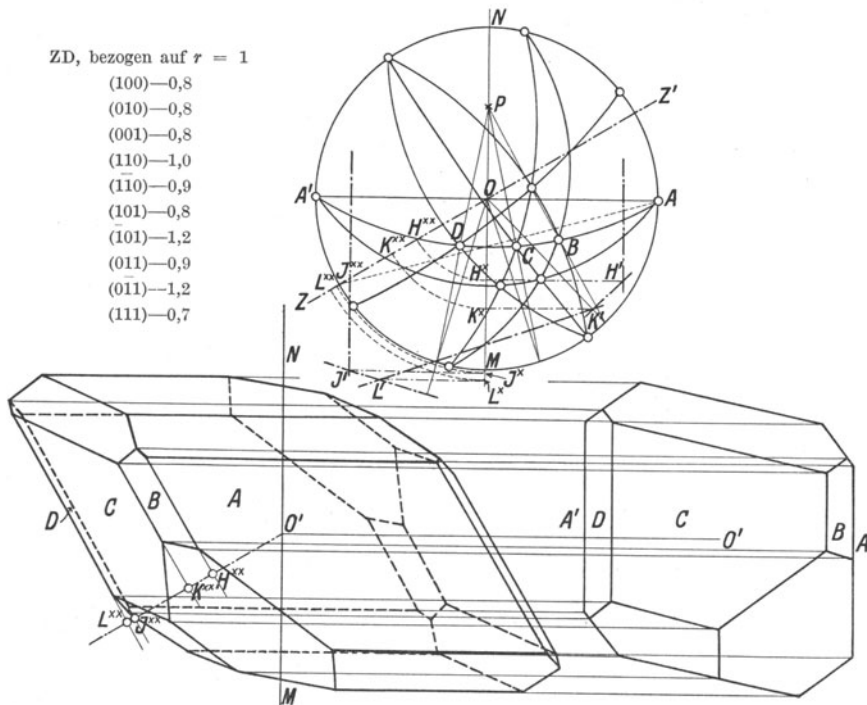


Abb. 16. Konstruktion der Risse der gleichen Kombination aus *gegebenen* Zentralsdistanzen. Strichpunktiert die Aufrißkonstruktion der Zone  $A-A'$  (vgl. Abb. 9).

dargetan wurde, sind in der in den Grundkreis umgelegten Zone  $ABCD A'$  auf den zugehörigen Flächennormalen (Radien) die *gemessenen* Zentralsdistanzen aufzutragen und in den so erhaltenen Endpunkten Normale zu den Radien zu errichten, wodurch die Flächenspuren in der trichterartigen Lage festgelegt sind. Die Schnitte dieser Flächenspuren geben die Kantenspuren  $K', L'$  usw. Durch Parallele zum Zonendurchmesser  $AOA'$  werden diese Punkte in den Normaldurchmesser  $MON$  nach  $K^*, L^*$  überführt und von dort in den Aufriß der Zone  $AOA' = ZOZ'$  hineingedreht ( $K^{**}, L^{**}$ ).

Sodann wird wieder neben dem Grundriß (Kopfbild) die Spur der Ebene  $A$  gelegt, werden die Ordner senkrecht dazu durch jeden Eckpunkt des Kopfbildes gezogen, die Zonenlage  $ZOZ'$  übertragen und darauf







Da jede Fläche ihre eigene Zeichenebene ist, kann das Zusammenfügen der einzelnen Flächen zum vollständigen Netz erst nachträglich erfolgen. Nur die Flächen einer *Durchmesserzone* lassen sich schon in der Konstruktion aneinanderhängen und auch diese nur mit den Kanten parallel zur Basis. Im übrigen muß jede Fläche abgesehen für sich selbst

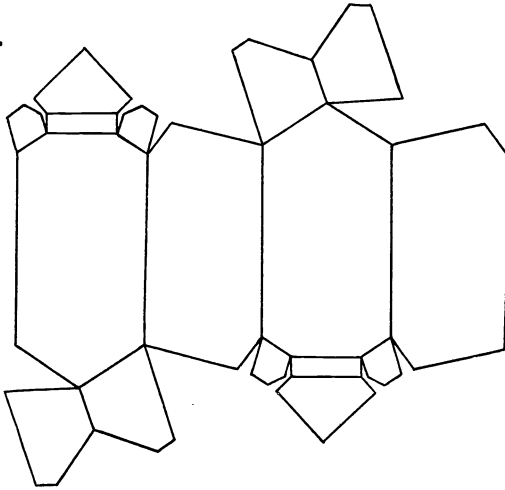


Abb. 19. Netz der Orthoklas-Kombination von Abb. 18.

behandelt werden. Dabei ist sorgfältig darauf zu achten, daß die richtigen Kantenlängen verwendet werden, um das Aneinanderfügen dann auch klaglos zu ermöglichen. Es ist vorteilhaft, sich vorher ein kantengetreues Kopfbild anzufertigen, um bei jeder Fläche über die Reihe der Begrenzungskanten und daranschließenden Flächen im klaren zu sein.

Sind alle einzelnen, am Kristall auftretenden Flächenarten konstruiert, dann wird man durch Vermittlung von Pausen (in Normallage

oder durch Umkehrung der Pause in symmetrischer Lage) der Flächenverteilung entsprechend das gesamte Netz zusammenfügen (Abb. 19).

In den wohl sehr seltenen Fällen, wo man ein naturgetreues Modell eines verzerrten Kristalls herstellen will, muß natürlich für *jede* Einzelfläche gesondert die Konstruktion ausgeführt werden.

## Bilder von Zwillingkristallen.

**22. Die Zwillingsgesetze.** Zur genauen Beschreibung der Zwillingformen werden zumeist drei „Zwillingsgesetze“ verwendet.<sup>1</sup> 1. *Zwillingsebenengesetz* (TSCHERMAKS „Flächennormalgesetz“), wonach eine Kristallfläche als Symmetrieebene für die beiden Zwillingsteile dient (Beispiel: Albitzwilling), 2. *Zwillingachsengesetz* (TSCHERMAKS „Zonenachsengesetz“), wonach der Zwillingsteil durch 180grädige Drehung um eine Zonenachse aus dem Hauptteil gewonnen wird (Beispiel: Karlsbader Zwillings, Periklinzwilling), 3. *Kantennormalgesetz*, wobei die Zwillingachse in einer Kristallebene und normal zu einer Kante derselben liegt, oder (zeichnerisch bequemer) anders ausgedrückt: wobei die Zwilling-

<sup>1</sup> Eine vierte Formulierung, das „Mediangesetz“, ist bisher nur von einem einzigen Fall (Hydrargillit) bekannt und wird einigermaßen angefochten.

ebene normal zu einer Kristallfläche und parallel zu einer Kante derselben liegt (Beispiel: Glimmerzwilling).

In der Abb. 20 sind für die monokline Symmetrie die für das dritte Gesetz geltenden Verhältnisse dargestellt. Alle zur Fläche  $P$  normalen Flächen müssen ihre Pole auf dem Großkreis ( $P$ ) liegen haben, für den  $P$  der Zonenpol ist. Folglich ist auch der Pol der angenommenen Zwillings-ebene in diesem Großkreis zu suchen. Gleichzeitig soll die Zwillings-ebene parallel der Kante  $PM$  sein, muß also der gleichen, durch  $P$  und  $M$  gehenden Zone angehören. Die wirkliche Lage der (nicht kristallonomischen!) Zwillings-ebene ist daher durch den Flächenpol  $Z$  gegeben und  $ZwE$  ist die zugehörige zyklographische Projektion.

23. In allen Fällen dienen zur Beschreibung „Zwillings-ebene“ und „Zwillings-achse“, die *aufeinander senkrecht* stehen, wie Fläche und Flächennormale, so daß mit dem einen Zwillings-Element auch gleichzeitig das andere gegeben ist. In der stereographischen Projektion fallen beide Zwillings-Elemente zusammen, da der Pol einer Zone (Zwillings-achse) gleichzeitig auch Flächenpol für jene Fläche ist (Zwillings-ebene), deren zyklographische Projektion durch den Zonenkreis gegeben ist. Es ist nur Sache der Anschaulichkeit, ob man bei Beschreibung einer Zwillingsbildung das eine oder das andere Element bevorzugt. Dabei kommen in der weitaus

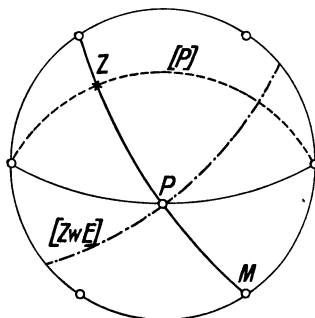


Abb. 20. Beziehungen der Zwillings-Elemente für das „Kantennormalgesetz“.

überwiegenden Zahl der Fälle nur die ersten beiden Gesetze in Frage.

Die zeichnerische Darstellung von Zwillingskristallen erfolgt natürlich nach den gleichen Methoden, wie sie bisher geschildert wurden, was aber eine genaue stereographische Projektion des Zwillings voraussetzt. Darum sei zunächst die Zwillingsergänzung der stereographischen Kristallprojektion besprochen.

24. **Zwillingsprojektion von Sonderfällen.** Zunächst seien zwei einfache Fälle behandelt.

a) *Zwillingsachse im Projektionsmittelpunkt* (Zwillings-ebene parallel dem Grundkreis). Beispiel: Karlsbader Orthoklaszwilling (Abb. 21), Kalkspatzwilling nach der Basis usw. Man erhält die Zwillingslage jedes einzelnen Flächenpols aus der Hauptprojektion durch Drehung um  $180^\circ$  um den in der Projektionsmitte austretenden Zwillingsachsenpol. Die Zwillingspole liegen also in bezug auf die Projektionsmitte zentrisch-symmetrisch zu den Polen des Hauptkristalles. Zweckmäßigerweise wird man die Pole der beiden Zwillingsanteile durch verschiedene Zeichen auseinanderhalten.



gehenden Großkreis, und zwar in der gleichen Winkelentfernung zu  $ZwE$ , liegen. Zur Winkelübertragung ist der Pol der Zone  $APA'$  erforderlich. Dieser muß jedenfalls in  $ZwE$  liegen, da jeder Punkt der Zwillingsebene um  $90^\circ$  von  $A$  absteht. Gleichzeitig muß er aber um  $90^\circ$  von dem Durchschnitt zwischen  $APA'$  und  $ZwE$  in  $l$  entfernt sein. Es ist also auf dem Großkreis  $ZwE$  durch Vermittlung des Pols  $A$  von  $l$  aus ein Abstand von  $90^\circ$  abzutragen.

Man verbindet  $A$  mit  $l$  bis in den Grundkreis, geht dort um  $90^\circ$  (um einen Quadranten) weiter und führt geradlinig auf  $A$  zurück. Der

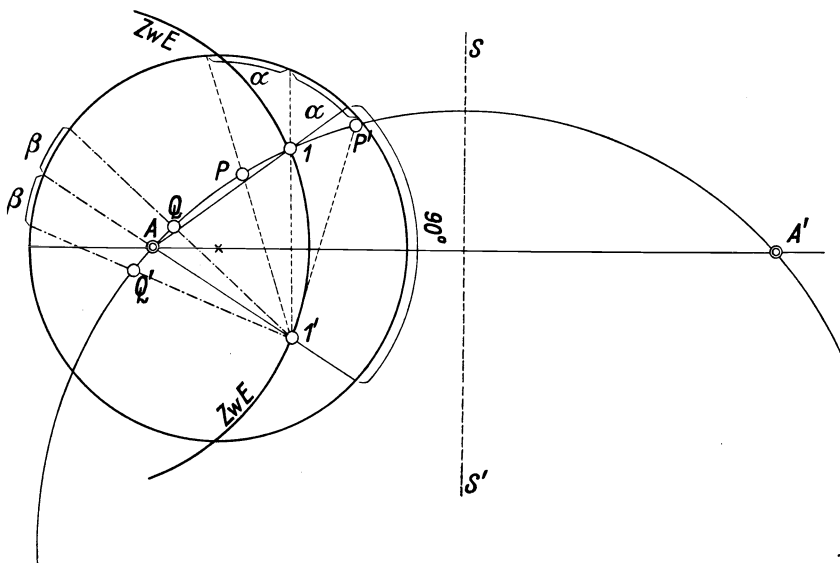


Abb. 23. Konstruktion von Zwillingsspolen in der stereographischen Projektion.

so auf  $ZwE$  gewonnene Punkt  $l'$  ist der gesuchte Zonenpol für  $APA'$ . Durch dessen Vermittlung gewinnt man nun im Grundkreis den  $\sphericalangle a = \sphericalangle P1$  und durch Übertragung über  $l$  hinaus und Zurückführung den gleich weit abstehenden Pol  $P'$ .<sup>1</sup>

26. Es ist also neben  $ZwE$  noch der Gegenpol der Zwillingssachse ( $A'$ ) erforderlich. Damit rückt ein Teil der Projektion des Zwillingkristalls über den Grundkreis hinaus, was im Interesse der Anschaulichkeit und Deutlichkeit sogar recht günstig ist. Man hat nur für ein entsprechend größeres Zeichenblatt zu sorgen.

Da zwecks Gewinnung der Spiegelpole (z. B.  $P'$ ) jeder Pol des Hauptkristalls mit  $A$  bzw.  $A'$  durch einen Großkreis verbunden werden muß,

<sup>1</sup> Die Verwendung des WULFFSchen Netzes gestaltet natürlich das Aufsuchen des von  $l$  um  $90^\circ$  abstehenden Punktes der Zwillingsebene sehr viel einfacher.



sche Abbildung von Zwillingkristallen erfordert keine neuen Methoden, doch mögen einige besondere Winke gegeben werden.

Das Ineinandergreifen der beiden Kristallteile fordert besondere Aufmerksamkeit bezüglich der gegenseitigen Durchschneidung. Daher ist es vorteilhaft, sich für alle Fälle zunächst ein richtiges Kopfbild zu verschaffen. Im Falle a (vgl. 24) haben beide Teile die für ein Kopfbild richtige Stellung, im Falle b muß dies nicht sein, z. B. bei dem Albitzwingling, wobei der Zwillingssteil sich in verkehrter Lage befindet, also die Unterseitenflächen nach oben kommen. Im Falle c ist nur der Hauptteil in der richtigen Stellung, der Zwillingssteil dagegen projektiv verzerrt. Der Ausdruck „Kopfbild“ behält also nur im ersten Fall für beide Zwillingssteile seine eigentliche Bedeutung.

Wegen der projektiven Verzerrung des Zwillingsanteiles auch im Kopfbild ist man gezwungen, nicht nur die Bildkantenazimute für alle Kanten in der üblichen Weise zu entwickeln, sondern, besonders für den Zwillingssteil, sich auch noch um den „Verkürzungsfaktor“ der einzelnen Kanten (Zonen) zu kümmern (vgl. 10). So gelingt es auch dann, wenn man es nicht mit einem Idealfall zu tun hat, also die Symmetrie nicht herangezogen werden kann, ein richtiges Kopfbild des Zwillings unter Erhaltung der Normalstellung des Hauptteiles zu zeichnen.

28. Handelt es sich aber um ein idealisiertes, um ein *Typenbild*, dann erleichtert sich auch hier die Konstruktion durch Heranziehung der Symmetriebedingungen ganz wesentlich.

Bezeichnet man die durch beide Hauptachsen des Zwillings gelegte Ebene als *Frontalebene* (die gleichzeitig senkrecht auf der Zwillingsebene steht), so ist sofort erkennbar, daß die Bilder beider Zwillingssteile in dieser Ebene streng symmetrisch zur Spur der Zwillingsebene sein müssen. Man wird also unter Verwendung des Kopfbildes des Hauptteiles vom Pol der Frontalebene aus einen „Aufriß“ des Hauptteiles zeichnen (vgl. 15) und dann symmetrisch zur Spur der Zwillingsebene an diesen den Zwillingssteil als einfaches Spiegelbild anfügen. Das gilt auch im

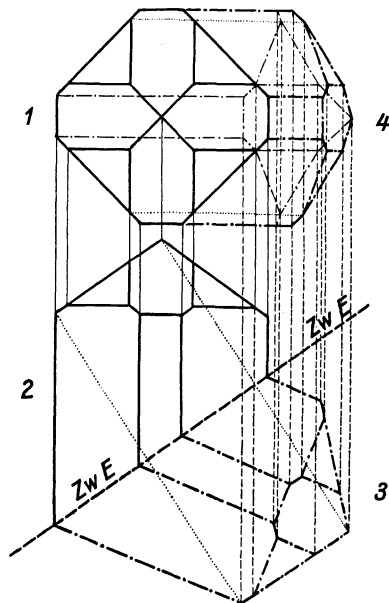


Abb. 25. Zinnstein: Konstruktion des Zwillingssteiles im „Kopfbild“. 1 = Kopfbild des Hauptteiles. 2 = Aufriß des Hauptteiles nach der „Frontalebene“. 3 = Zwillingssteil im Aufriß als Spiegelbild nach der Zwillingsebene. 4 = Rückführung des Aufrisses in das Kopfbild.

Falle eines Durchdringungszwillings, nur daß man in diesem Falle die „Spur der Zwillingsebene“ durch die Mitte des Aufrisses des Hauptkristalls legt und die beiderseits dieser Ebene liegenden Teile des Hauptkristalls spiegelbildlich auf die jeweilig gegensätzliche Seite überträgt.

Damit ist im *Aufriß* der ideale Zwillinganteil gegeben, den man in der üblichen Weise wieder in das Kopfbild zurückführt, wobei natürlich nur der Hauptteil in Normalstellung ist, der Zwillingsteil dagegen die mehrfach erwähnte projektive Verzerrung zeigt (Abb. 25).

Hat man auf diesem Wege ein kantenrichtiges Kopfbild des *Gesamtzwillings* gewonnen, so erfolgt die Konstruktion eines „schiefen Bildes“ des Zwillingkristalls in der in 9 bis 14 beschriebenen Art.

### Verwendbarkeit kantenrichtiger Kristallbilder zu Trachtmessungen.

29. Wie in 6 bis 8 und 15 bis 18 dargetan wurde, lassen sich mit Hilfe der Zentraldistanzen die zugehörigen Trachtbilder von Kristallen in mathematisch eindeutiger Art zeichnen. Bei dieser Eindeutigkeit der gegenseitigen Beziehungen von Trachtmessung und Kristallbild muß auch die *Umkehrung* durchführbar sein, d. h. es muß möglich sein, aus einem kantenrichtig gezeichneten Kristallbild die zugrunde liegenden Verhältnisse der Zentraldistanzen zurückzuzonstruieren.

Wenn diese Aufgabe auch nicht allzu häufig gestellt wird, so erscheint es doch zur Vervollständigung der zeichnerischen Möglichkeiten vorteilhaft, auch die Lösung für diese Umkehrung des Problems zu suchen.<sup>1</sup>

Die Frage wird dadurch erschwert, daß wir es in den Kristallbildern nicht mit den Flächenwinkeln, sondern mit den *Kantenwinkeln* zu tun haben. In den allerseltensten Fällen lassen sich aus der Zeichnung Flächenwinkel ablesen und auch da nur in der Grundzone des Kopfbildes oder eines Zonenschnittes. Dagegen sind im Bilde zahlreiche Winkel zwischen einzelnen Kanten gegeben. Es gilt also, diese, die in der parallelperspektivischen Darstellung eine gesetzmäßige Veränderung erfahren müssen, mit den *wahren* Kantenwinkeln in einen mathematisch-eindeutigen Zusammenhang zu bringen.

30. **Das allgemeine Dreikantproblem.** Wir nehmen eine körperliche Ecke aus drei Flächen, ein sogenanntes *Dreikant* an und projizieren dieses orthogonal auf eine (vierte) Ebene. Die *Kantenwinkel* des Dreikantes  $\alpha$ ,  $\beta$  und  $\gamma$  projizieren sich dabei in der Bildebene als die Bildkantenwinkel  $\alpha'$ ,  $\beta'$  und  $\gamma'$ . Gesucht ist die Lage des Dreikantes gegenüber der Zeichenebene (Abb. 26).

<sup>1</sup> Die ausführliche Behandlung dieses Problems und die nötigen mathematischen Darlegungen wurden in der Ztschr. f. Krist. 47, 630 (1910) veröffentlicht.

Die Aufgabe wäre gelöst, wenn man wüßte, unter welchen Neigungswinkeln ( $\varphi, \chi, \psi$ ) die Flächen des Dreikantes zur Bildebene geneigt sind, wenn man also die Flächenneigung kennte, unter der sich der wahre Winkel  $\alpha$  in orthogonaler Projektion in der Größe  $\alpha'$  abbildet usw. In unserer bisherigen Darlegungsweise heißt das: Es wird die Lage des Winkelpunktes (Poles der Bildebene!) gegenüber dreien durch die stereographische Projektion gegebenen Flächen gesucht. Leider besteht keine einfache Beziehung zwischen dieser Abbildung von  $\alpha$  in  $\alpha'$  und der Neigung der Dreikantfläche zur Zeichenebene. Es gibt unendlich viele Lagen der Bildebene, in denen sich der gegebene Winkel  $\alpha$  orthogonal als  $\alpha'$  projiziert. Die Flächennormalen aller dieser Bildebenen liegen auf dem

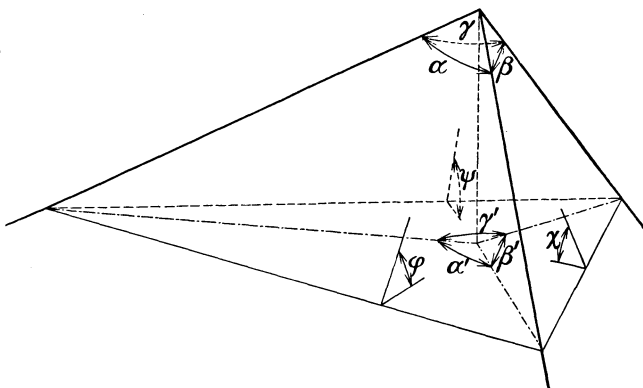


Abb. 26. Räumliche Beziehungen zwischen  $\alpha, \beta, \gamma$  und  $\alpha', \beta', \gamma'$  in einem Dreikant.

Mantel eines Kegels vierten Grades, dessen Scheitel sich im Mittelpunkt der Projektionskugel befindet und dessen Achse der Flächennormalen der gegebenen Dreikantfläche entspricht. Die Pole aller dieser Flächenlagen ordnen sich also auf der Projektionskugel rund um den Pol der Dreikantfläche auf einer geschlossenen Doppelkurve.

Kann man nun für jede Dreikantfläche die Kurven jener Flächenpole bestimmen, auf denen sich der *Kantenwinkel*  $\alpha$  (bzw.  $\beta$  und  $\gamma$ ) als  $\alpha'$  (bzw.  $\beta'$  und  $\gamma'$ ) abbildet, so müssen sich die drei Kurven in jenem Punkte schneiden, welcher dem für alle drei Flächen des Dreikantes gültigen Pol der Bildebene („Winkelpunkt“) entspricht.

**31. Praktische Bestimmung der „Kurve gleichen Projektionswinkels“.** Wir legen eine Dreikantfläche in die Projektionsebene, d. h. ihr Pol ist im Mittelpunkt der Projektion. Die den Winkel  $\alpha$  bildenden beiden Kanten sind durch die beiden Durchmesser  $AA'$  und  $BB'$  gegeben. In der Abb. 27 beträgt der wahre Kantenwinkel  $\alpha = 76^\circ$ . Da die gesuchte Schnittkurve des Kegels vierten Grades mit der Projektionskugel nur punktweise ermittelt werden kann, ist es vorteilhaft, durch  $AA'$  in be-



stimmten Winkelabständen (etwa von  $10^\circ$  zu  $10^\circ$ ) Großkreise zu legen und dann jene durch  $BB'$  gehenden Großkreise zu suchen, die die ersteren unter dem Winkel  $\alpha'$  schneiden, dessen Größe aus dem Projektionsbild des Dreikantes abzulesen ist.

Es sei gleich hier besonders bemerkt, daß zwar alle im folgenden angeführten Konstruktionen mit den für die stereographische Projektion bekannten Arbeitsmethoden lösbar sind, sich aber als sehr langwierig und umständlich erweisen. Daher ist *in diesem besonderen Falle die*

*Verwendung des WULFFschen Netzes zur Zeiterparnis unerlässlich und wird im folgenden vorausgesetzt.*

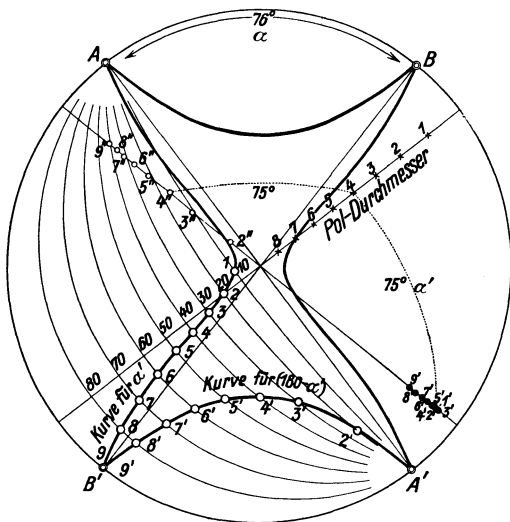


Abb. 27. Konstruktion der „Kurve gleichen Projektionswinkels“.

Da der Schnittwinkel zweier Großkreise gleich ist dem Winkel zwischen den zugehörigen Polen dieser Großkreise, so wird man zweckmäßig mit den Großkreispolen arbeiten. Sämtliche Pole der zu  $AA'$  gehöri- gen Großkreisschar liegen auf dem zu  $AA'$  normalen Durchmesser (Pol- durchmesser). Mit Hilfe des WULFFschen Netzes lassen sich sofort die zugehörigen Pole eintragen. So gehört

z. B. in Abb. 27 zu dem durch  $AA'$  gehenden Großkreis mit  $40^\circ$  Mittelpunktsabstand der Pol 4.

32. Für alle durch  $BB'$  ziehenden Großkreise müssen die zugehörigen Pole auf dem senkrecht zu  $BB'$  stehenden, zweiten Poldurchmesser liegen. Es sind nun auf diesem neuen Poldurchmesser jene Punkte zu suchen, die der Reihe nach von den auf dem Poldurchmesser für  $AA'$  festgelegten Polen um den Winkel  $\alpha'$  (im gegebenen Falle  $75^\circ$ ) abste- hen. Natürlich gibt es im allgemeinen zwei solche Möglichkeiten, die Spannung über dem spitzen wahren Winkel ( $\alpha$ ) und jene über dem stumpfen Winkel  $(180-\alpha)$ .<sup>1</sup>

<sup>1</sup> Ist einmal  $\alpha$  und dann meist auch  $\alpha'$  größer als  $90^\circ$ , so arbeitet man besser mit dem Werte  $(180-\alpha)$ , d. h. man verwendet immer *spitze* Winkel für die Konstruktion. Die Kurven bleiben nämlich gleich, bzw. ihre Teile tauschen sich aus. Die Verwendung der stumpfen Winkel führt oft zu unangenehmen Ableseschwierigkeiten, die man lieber vermeidet.

Das Aufsuchen dieser Punkte erfolgt unter Verwendung des WULFFschen Netzes, das man unter der aufgelegten Pause so lange dreht, bis man auf dem Poldurchmesser für  $BB'$  einen Punkt trifft, der z. B. vom erwähnten Pol 4 um  $\alpha'$  (hier  $75^\circ$ ) absteht. Das ist dann der gesuchte Pol  $4'$  und der zugehörige Großkreis durch  $BB'$  schneidet den  $40^\circ$ -Großkreis der Schar  $AA'$  unter dem Winkel  $\alpha' = 75^\circ$ . Wie man in der Abbildung sieht, erhält man *zwei* Pole  $4'$  und  $4''$  und auch auf dem  $40^\circ$ -Großkreis zwei Schnittpunkte ( $4$  und  $4'$ ) mit den zugehörigen Großkreisen der Schar  $BB'$ .

Es sei besonders darauf hingewiesen, daß die Polpunkte für die Kreisschar  $BB'$  durchaus *nicht* in *einer* Richtung aufeinanderfolgen müssen, wenn man auch bei den Polpunkten für  $AA'$  systematisch in *einer* Richtung vorschreitet. In der Abb. 27 folgen für die  $BB'$ -Kreise die Pole  $1'$  bis  $3'$  und  $3'$  bis  $9'$  einander in gegenläufiger Richtung. Jedenfalls müssen die punktweise erschlossenen Kurven durch  $A$  und  $B$  hindurchgehen. Je straffer sich die Kurven zwischen  $A$  und  $B$  (bzw.  $B'$ ) spannen, desto weniger Großkreise der Schar  $AA'$  sind für die Konstruktion verwendbar.<sup>1</sup> So kann z. B. in der Abb. 27 vom Pol 1 aus über dem stumpfen Winkel der Poldurchmesser keine Spannung von  $\alpha' = 75^\circ$  ausgeführt werden, weil dieser Pol von der Mitte selbst schon um  $80^\circ$  absteht.

**33.** Die erhaltene Doppelkurve ist symmetrisch nach den beiden Winkelsymmetralen von  $\alpha$  und  $(180 - \alpha)$  und auch zur Zeichenebene. Die „Achsenpunkte“ der Kurve, das sind jene Punkte, die in den Winkelsymmetralen liegen, sind leicht zu bestimmen. Es sind das jene (Schnitt-) Punkte der Großkreisscharen, bei denen die zugehörigen Pole symmetrisch zu den Winkelsymmetralen angeordnet sind. Man legt also den Nullmeridian des WULFFschen Netzes in eine der Winkelsymmetralen und sucht jenen Meridian, auf dem durch die beiden Poldurchmesser der Winkel  $\alpha'$  abgesteckt wird. Die Schnittpunkte dieses Meridians mit den Poldurchmessern liefern jene beiden Großkreispole, deren Großkreise sich unter  $\alpha'$  genau in der anderen Winkelsymmetrale schneiden. In der Abb. 27 ist der Punkt  $4'$  auf der Kurve  $(180 - \alpha')$  ungefähr in dieser Lage, was man leicht an der Lage der zugehörigen Pole  $4$  und  $4''$ , bzw. an dem Meridianbogen zwischen ihnen erkennen kann. Für die andere Winkelsymmetrale ist der Punkt I dem Achsenpunkt recht nahe.

Die hohe Symmetrie der Doppelkurve erlaubt es, aus verhältnismäßig wenigen Punktpaarbestimmungen (in der Abb. 27 sind es 9 Punktpaare) die volle Kurve mit hinreichender Genauigkeit zu zeichnen. Die *gleichen* Kurvenstücke können auch als Unterseitenprojektion dienen, wenn man wieder mit zwei Projektionszentren arbeitet, d. h. die Unterseite aus

<sup>1</sup> In diesem Falle ist es notwendig, die Kreise durch  $AA'$  dichter zu scharen, etwa alle  $5^\circ$  oder noch dichter.

dem *N*-Pol in den gleichen Grundkreis projiziert. Darauf ist bei dem später nötigen Umwälzen der Doppelkurve entsprechend Bedacht zu nehmen (vgl. 5).

**34. Verwendung der Kurven zur Bestimmung des „Winkelpunktes“ (des Pols der Bildebene).** Hat man für jede der drei Flächen des ge-

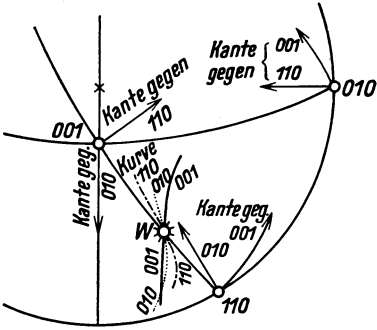


Abb. 28. Teil der Projektion für Orthoklas mit Eintragung der Kantenrichtungen für die Flächen  $001$ ,  $010$ ,  $110$ .

wählten Dreikantes die den jeweiligen Winkelpaaren  $\alpha - \alpha'$ ,  $\beta - \beta'$  und  $\gamma - \gamma'$  entsprechenden Doppelkurven mit Hilfe des WULFFSCHEN Netzes derart auf drei Pausblättern entwickelt, so ist es notwendig, diese nun einander in kristallographisch richtiger Form zuzuordnen.

Da sich die punktweise konstruierten Kurven zwischen den Schenkeln des jeweiligen *Kantenwinkels* ausspannen, müssen in der stereographischen Projektion zunächst die richtigen *Kantenlagen* festgelegt werden. Hier ist es vielleicht günstiger, die Kante durch

den Schnitt der geprüften Fläche mit dem durch den *Flächen- und den Zonenpol* gehenden Großkreis zu beschreiben. Natürlich sind die

wirklichen Kanten durch die Tangenten an diesen Großkreis im Flächenpol gegeben. In diesem Sinne ist die Abb. 28 zu verstehen, die die Verhältnisse am Orthoklas wiedergibt, von dem auch schon das Beispiel für Abb. 27 genommen wurde.

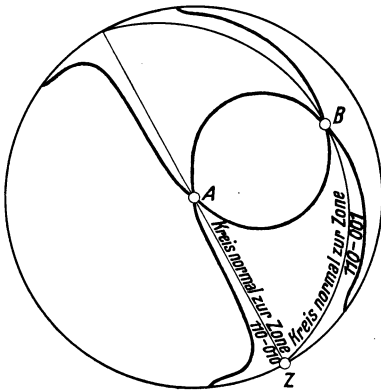


Abb. 29. Die Kurve gleichen Projektionswinkels von Abb. 27 in der für  $110$  richtigen Lage.

In den drei Flächen  $001$ ,  $010$  und  $110$ , die zu einem Dreikant zusammenstoßen, sind die den Kantenlagen entsprechenden Großkreise eingetragen. Nun sind die drei Doppelkurven, die für jede der drei Flächen konstruiert wurden, samt der zugehörigen Dreikantfläche *in die kristallographisch richtige Lage* zu überführen.

**35.** Wie Abb. 29 zeigt, wird man dazu erst den Flächenpol der Dreikantfläche mit dem Winkelpaar  $\alpha - \alpha'$  (im gegebenen Fall der Pol von  $110$ ) in den Grundkreis drehen und dann um den Durchmesser : (Mittelpunkt —  $110$ ) so lange umwälzen, bis die zu *A* und *B* der Kurve führenden Großkreise in die Lage der Kanten gegen  $010$  und  $001$  kommen. Im abge-

bildeten Falle wird der zu  $A$  führende Großkreis zu einem Durchmesser. Der Winkelabstand  $AB = \alpha = 76^\circ$ .

Genau in der gleichen Weise verfährt man mit den Doppelkurven der zweiten Fläche mit  $\beta$  und  $\beta'$  und der dritten Fläche mit  $\gamma$  und  $\gamma'$ . Sind diese Flächen mit ihren Doppelkurven einmal ihrer Kantenlage nach in die richtige Stellung gebracht (was man der mehrfachen Drehungen wegen für jede einzelne Fläche auf *gesonderten* Pausen machen wird), dann werden diese, allenfalls unter Verwendung eines vierten Pausblattes mit eingezeichneter stereographischer Projektion, in kristallographisch richtiger Stellung übereinandergelegt. Man sieht, wie die drei Kurven einem gemeinsamen Schnittpunkt zustreben. Und *dieser allen drei Doppelkurven genügende Punkt* ist der gesuchte Winkelpunkt (vgl. Punkt  $W$  in Abb. 28).

**36.** In der Praxis erhält man allerdings meist ein, wenn auch recht kleines Fehlerdreieck statt eines einzigen Schnittpunktes (vgl. hierzu genau Abb. 28!). Die Empfindlichkeit der Methode ist eben größer als die Genauigkeit der Grundmessungen. Fehlermöglichkeiten liegen vor allem in der Schwierigkeit, in dem Kristallbild die Winkel  $\alpha'$ ,  $\beta'$  und  $\gamma'$  genau genug zu messen, dann in der punkweisen Kurvenentwicklung, in deren mehrmaliger Übertragung usw., ganz zu schweigen von der Frage, ob das verwendete Bild auch genau genug gezeichnet worden war.

Da die Kurve einer Gleichung 8. Grades entspricht, sollten eigentlich alle acht, teils reellen, teils imaginären Lösungen überprüft werden. Das ist aber überflüssig, da schon der bloße Anblick des Kristallbildes verrät, in welchem Teile der stereographischen Projektion wohl der Winkelpunkt zu erwarten wäre. Hat man sich darüber einmal Klarheit verschafft, dann wird man an dem Kristallbild eine günstig gelegene Ecke auswählen, um daran die nötigen Messungen ( $\alpha'$ ,  $\beta'$ ,  $\gamma'$ ) vorzunehmen. Diese Ecke soll im gleichen Oktanten wie der zu erwartende Winkelpunkt liegen. Die Pole der ausgewählten Flächen sollen aber dem vermuteten Winkelpunkt nicht zu nahe liegen. Im allgemeinen wird man also Endflächen und wichtige Prismen dazu benützen, nicht aber Pyramiden, die allzu leicht dem Winkelpunkt naherücken. Für das Orthoklasbeispiel wurde darum die 001—010—110-Ecke gewählt.

**37. Verwendung des Winkelpunktes.** Durch die Ermittlung des dem Bilde zugrunde liegenden Winkelpunktes, also der Lage der Bildebene gegenüber bekannten Kristallflächen, ist zwischen dem Kristallbild und der stereographischen Projektion eine völlig *eindeutige* geometrische Beziehung geschaffen und damit die Möglichkeit geboten, aus dem gegebenen „schiefen Bild“ zu einem kantenrichtigen „Kopfbild“, bzw. zu zweckmäßig gewählten „Aufrissen“ und „Zonenschnitten“ zu gelangen. Damit aber sind nach **6 bis 8** und **11 bis 19** alle Grundlagen zu einer Rekonstruktion der zugrunde liegenden Zentraldistanzen gegeben.

Der Winkelpunkt (Bildebenenpol) ist durch zwei Winkel festgelegt: durch das *Azimet*  $\alpha$  (gegenüber der  $x$ -Richtung der stereographischen Projektion) und durch den *Grundkreisabstand*  $\beta$ , also durch jenen Winkel, unter dem die Projektionsrichtung der orthogonalen Parallelperspektive gegen den Grundkreis geneigt ist (bzw. die Zeichenebene gegen die Vertikalrichtung der Projektion) (Abb. 30). Der Winkel  $\beta$  ist demnach der „Winkel der Verkürzung“ für die Vertikalkanten des Bildes (vgl. 10).

Eigentlich würde für die eindeutige Zuordnung des „schiefen Bildes“ zur stereographischen Projektion und zum „Kopfbild“ die Angabe des  $\sphericalangle \alpha$ , des Winkelpunkt-*Azimuthes*, genügen, da ja damit die Bildlage der Vertikalkanten gegenüber dem Nullmeridian der Projektion gegeben ist (Abb. 31). Auch wenn der Winkelpunkt innerhalb dieses Azimuthes verschoben wird, bleibt nach Abb. 10 dabei doch die  $SS'$ -Achse ungeändert, d. h. alle Eckpunkte bewegen sich bei dem Rollen um  $SS'$  innerhalb der *gleichen*, senkrecht zu  $SS'$  stehenden Ebenen. Die Kenntnis des  $\sphericalangle \beta$  ist erst nötig bei Anfertigung weiterer Risse, besonders der „*Aufrisse*“. Nur mit  $\beta$  kann man nämlich aus dem schiefen Bild die *wahre Länge* der Vertikalkanten (oder Vertikalachse) ermitteln, wie sie zur Bestimmung der Zentraldistanzen und zur Anfertigung vertikaler Risse unerlässlich sind.

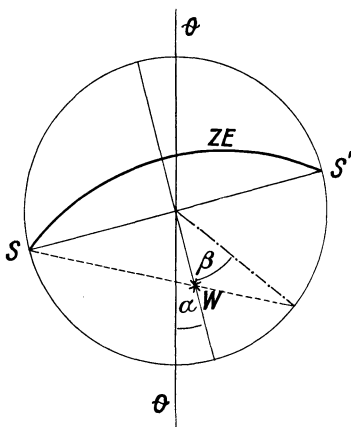


Abb. 30.  $\sphericalangle \alpha$  = Azimet,  $\sphericalangle \beta$  = Grundkreisabstand des Winkelpunktes  $W$ .

Der Konstruktionsgang für die Ausnützung schiefer Bilder zu Zentraldistanzbestimmungen ist also folgender: 1. Bestimmung des zugrunde liegenden Winkelpunktes nach 31 bis 35, 2. Parallelstellung des schiefen Bildes und der stereographischen Projektion gemäß dem Azimet  $\alpha$ , 3. Rekonstruktion des Kopfbildes unter Vermittlung der Ordner parallel dem Winkelpunktazimet und der stereographischen Projektion (daraus Ablesung der Zentraldistanzen der Grundkreiszone), 4. Verwendung des Kopfbildes, der stereographischen Projektion und des  $\sphericalangle \beta$  zur Anfertigung geeigneter Aufrisse und Zonenschnitte.

**38. Vereinfachung der Winkelpunktrekonstruktion bei rechtwinkligen Bezugsachsen.**<sup>1</sup> Die eben gegebene, ganz allgemeine Lösung der Winkelpunktrekonstruktion für ein schiefes Kristallbild ist zwar unter allen Umständen durchführbar, aber überaus langwierig und umständlich, weshalb man von dieser Methode wohl nur in seltenen Fällen Gebrauch

<sup>1</sup> Vgl. hierzu Ztschr. f. Krist. (A), 89, 594 (1934).

machen wird. Für *Kristallsysteme mit rechtwinkligen Bezugsachsen*, bzw. für solche, in denen *drei aufeinander normale Kantenrichtungen* gegeben sind, läßt sich eine wesentlich einfachere Methode der Winkelpunktrekonstruktion angeben. Jedenfalls bleiben aber für das Folgende die Kristalle *monokliner* und *trikliner* Symmetrie *ausgeschaltet*. Für das hexagonale und trigonale System ist dagegen das Verfahren anwendbar, da die Hauptachse und die Basiskanten der Prismen  $10\bar{1}0$  und  $\bar{1}2\bar{1}0$

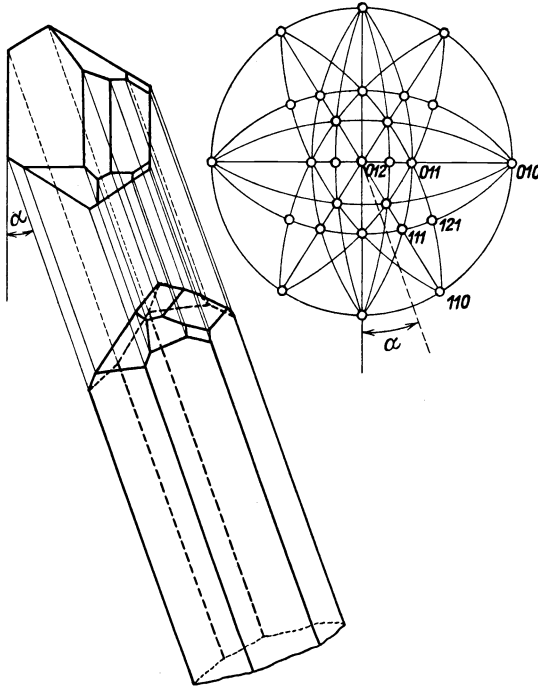


Abb. 31. Projektion, Kopfbild und schiefes Bild des Aragonites von Korlát (nach LIFFA).

(in der BRAVAISSchen Bezeichnungweise) die drei zueinander normalen Richtungen liefern.

Als Grundlage müssen also an dem Kristallbild erkennbar oder ableitbar sein: die Kantenrichtung der Zone  $[010-001]=x$ -Achsenrichtung, jene der Zone  $[100-001]=y$ -Achsenrichtung, die Vertikalkante  $=z$ -Achsenrichtung und außerdem noch die Kantenrichtung einer Zone  $[hk0-001]=$ Basiskante eines Vertikalprismas.<sup>1</sup> (Vgl z. B. Abb. 31).

Bei Bildern von *Modellkristallen* können die drei Achsenrichtungen

<sup>1</sup> Für das *hexagonale* und *trigonale* System gelten natürlich nicht die BRAVAISSchen Achsen, sondern die vorhin erwähnten *rechtwinkligen* Bezugsrichtungen.



Grundkreisebene fällt, was daran zu erkennen ist, daß dann das Dreieck  $MCD$  bei  $M$  rechtwinkelig werden muß.

Da hierbei der Punkt  $M$  unverändert bleibt, handelt es sich nur um die Bewegung der beiden Bildpunkte  $C$  und  $D$ . Diese müssen sich beim Rollen um  $FH$  in Ebenen bewegen, die zur Rollachse senkrecht stehen (bzw. parallel zur Vertikalkantenrichtung = Winkelpunktazimut) und infolge der orthogonalen Parallelperspektive in der Zeichnung als Gerade erscheinen ( $CC'$  und  $DD'$ ). Die Prismenkante  $CD$  selbst, die man sich

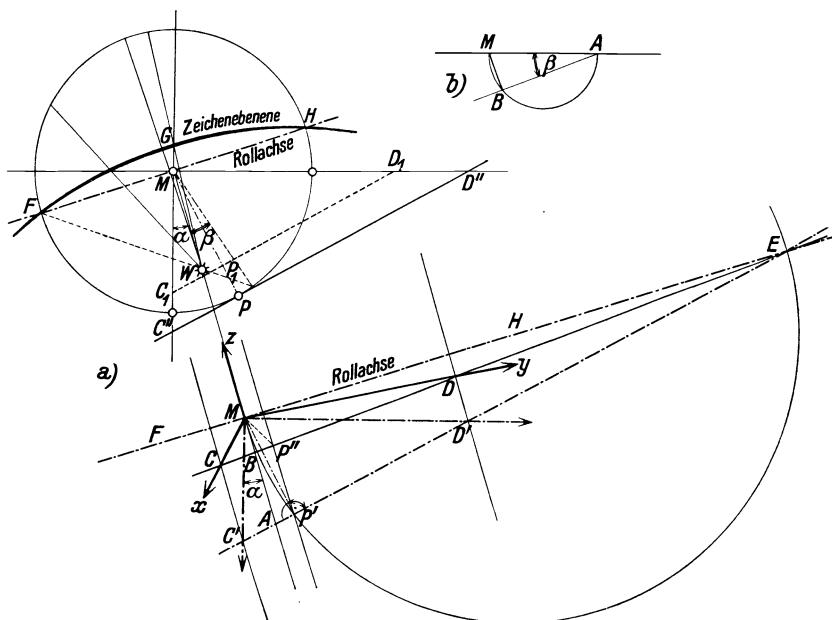


Abb. 33. Rekonstruktion des Winkelpunktes in rechtwinkligen Systemen.

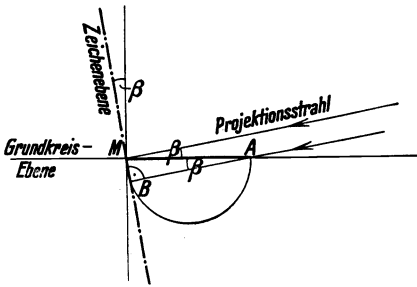
in der Grundkreisebene liegend denken kann und die daher im allgemeinen die Rollachse im Endlichen schneiden wird (Punkt  $E$ !) beschreibt bei dem Umklappen des Dreiecks  $MCD$  einen Kreisbogen, dessen Spitze in  $E$  liegt.<sup>1</sup>

40. Um mit Sicherheit das Ausmaß des Rollens um  $FH$  bestimmen zu können, verwendet man das Verhalten der *Flächennormale* des zugrunde gelegten *Prismas* ( $hkO$ ) ( $MP$  in der stereographischen Projektion). Die Spur dieses Prismas liefert in der Projektion die Achsen-

<sup>1</sup> Für den Fall, daß der Winkelpunkt zufällig in die Prismennormale hineinfällt, das Prisma also in wahrer Breite erscheint, wird  $CD$  parallel zur Rollachse und gibt daher mit dieser keinen endlichen Schnitt, wodurch die eben beschriebene Konstruktion praktisch undurchführbar wird. Dann muß die früher angegebene, allgemeine Lösungsmethode angewendet werden.



abschnitte  $MC''$  und  $MD''$ . Selbstverständlich wird jede *Parallele* innerhalb der Achsenrichtungen von der Flächennormalen  $MP$  im *gleichen Verhältnis* geteilt. Macht man also  $C_1D_1 = CD$  (aus dem „schiefen Bilde“), so ergibt der in der Projektion damit erreichte Punkt  $P_1$  das richtige Teilungsverhältnis der Strecke, bzw. jenen Punkt, in dem diese Strecke von der Prismennormalen erreicht wird ( $P''$  aus  $C_1P_1 = CP''$ ). Auch dieser Punkt muß sich bei dem Rollen um  $FH$  in einer Ebene parallel der Vertikalkantenrichtung (also parallel  $CC'$  und  $DD'$ ) bewegen und auch für diese Ebene erscheint die Projektion als Gerade parallel dem Bilde der  $z$ -Richtung ( $P'P''$ ). Ist das Dreieck  $MCD$  in die richtige Lage geklappt, dann muß der Winkel bei  $P'$   $90^\circ$  werden (Flächennormale!), d. h. die Linie  $EC'D'$  muß auf  $MP'$  senkrecht stehen. Diese Stellung ist leicht zu bestimmen, wenn man über  $ME$  einen Halbkreis schlägt. Der Schnitt von  $P'P''$  mit diesem Halbkreis muß die geforderte Bedingung erfüllen. Dann muß  $MC'D'$  ähnlich sein dem Dreieck  $MC''D''$  und der Winkel  $AMC'$  gibt das Winkelpunktzimut  $\alpha$ .

Abb. 34. Die Bedeutung des Winkels  $\beta$ .

Während bei dem Rollen um die Achse  $FH$  im allgemeinen alle gegebenen Kanten ihre Richtungen ändern (vgl.  $MC$  und  $MC'$ ,  $MP$  und  $MP''$  usw. . .), so projizieren sich alle Richtungen, die in einer durch  $M$  gehenden Ebene *normal zu  $FH$*  liegen, in der *gleichen* Ebenenspur, die durch das Bild der  $z$ -Richtung gegeben ist. Also bleiben auch die Schnitte dieser Ebene mit  $MCD$ , bzw.  $MC'D'$ , nämlich  $MB$  und  $MA$ , in der gleichen Spur. Die für die Grundkreisebene gültige Strecke  $MA$  im Dreieck  $MC'D'$  verkürzt sich in dem „schiefen Bilde“ auf die Strecke  $MB$ . Da nun die Zeichenebene und die zugehörigen Projektionsstrahlen aufeinander senkrecht stehen müssen, (Abb. 34) ist leicht zu ermitteln, unter welchem Neigungswinkel der Strahlen gegen die Grundkreisebene  $MA$  betrachtet werden muß, um sich orthogonal als  $MB$  zu projizieren. Wie die Abb. 33 b und 34 erkennen lassen, gewinnt man diesen Winkel  $\beta$  (die Neigung des Winkelpunktsradius gegen die Grundkreisebene) aus dem über  $MA$  geschlagenen Halbkreis, auf den man  $MB$  aufträgt.  $\sphericalangle MAB$  ist dann der gesuchte Winkel  $\beta$ . (In Abb. 34 gibt  $MB$  die Spur der Zeichenebene,  $AB$  die Strahlenrichtung.) Damit sind alle Bestimmungsstücke für den Winkelpunkt gegeben.

**41. Durchführung der Konstruktion.** Man zeichnet aus dem gegebenen schiefen Kristallbild zunächst möglichst genau und in ziemlich großem Maßstab die verlangten vier Richtungen, nämlich die drei Achsenrichtun-

gen  $Mx$ ,  $My$ ,  $Mz$  und die Richtung der Kante ( $hkO-001$ ), die die Richtungen  $Mx$  in  $C$  und  $My$  in  $D$  trifft.<sup>1</sup> Dann legt man durch  $M$  eine Senkrechte zu  $Mz$  und gewinnt damit die Rollachse  $FMH$ . Die Vertikalrichtung des Kristallbildes ist durch  $Mz$  gegeben. Nun wird das Bild der Prismenkante  $CD$  mit  $FH$  zum Schnitt gebracht und liefert  $E$ .

In einer stereographischen Projektion des Kristalls mit den daran beobachteten Flächen zieht man die Spur des für  $CD$  benützten Prismas  $hkO$  und die zugehörige Flächennormale, die diese Spur  $C''D''$  in  $P$  trifft. Diese Strecke  $C''D''$  wird dann durch Parallelverschiebung auf die Größe  $CD = C_1D_1$  gebracht und damit die für diese Länge gültige Lage des Normalenfußpunktes  $P_1$  bestimmt. Die Strecke  $C_1P_1$  überträgt man dann als  $CP''$  auf das Bild der Prismenkante  $CD$ .

Nun werden durch  $C$ ,  $P''$  und  $D$  Parallele zur  $z$ -Richtung gelegt, womit die Parallelprojektionen jener Ebenen festgelegt sind, in denen sich bei Drehung um  $FH$  die drei Punkte auf kreisförmigen Bahnen bewegen müssen. Die Konstruktion des Halbkreises über  $ME$  liefert im Schnittpunkt mit der durch  $P''$  gezogenen  $z$ -Parallelen den gesuchten Normalenfußpunkt  $P'$ . Es ist eine ausgezeichnete Kontrolle der Richtigkeit und Genauigkeit der ganzen Konstruktion, daß in dieser Lage der Prismenkante die gleichzeitig damit gewonnenen Punkte  $C'$  und  $D'$  mit  $M$  ein *rechtwinkeliges* Dreieck geben müssen. Ist  $A$  der Schnittpunkt der nunmehr in die Grundkreisebene gedrehten Prismenkante mit der  $z$ -Richtung, so ist mit  $\sphericalangle AMC'$  das gesuchte Winkelpunktazimut  $\alpha$  gegeben. Man kann nun (wie in Abb. 31 und Abb. 33a) die Parallelstellung von Kantenbild und stereographischer Projektion vornehmen, wobei  $MC'$  mit der  $x$ -Achse,  $MD'$  mit der  $y$ -Achse parallel liegen müssen.  $MP'$  ist dann parallel  $MP$  der Projektion. Damit ist der Winkel  $\alpha$  direkt aus der Projektion ablesbar.

42. Da die Konstruktion mit mehrfachen Parallelverschiebungen und Vergrößerungen belastet ist und allfällige Mängel des zugrunde gelegten schiefen Bildes noch dazukommen, liefert die praktische Durchführung vielfach nur ein der Rechtwinkeligkeit *sehr nahes*, aber doch nicht tatsächlich rechtwinkeliges Dreieck  $MC'D'$ . Die dadurch bedingte kleine Ungenauigkeit in der Rekonstruktion des Winkelpunktes ist aber so gering, daß sie für die folgende zeichnerische Auswertung belanglos bleibt.

Der zur Festlegung des Winkelpunktes noch notwendige Grundkreisabstand  $\beta$  ist nach 40 aus dem rechtwinkelligen Dreieck mit  $MA$  und  $MB$  gegeben. Die Punkte  $A$  und  $B$  erhält man im Kantenbild durch

<sup>1</sup> Da es sich hierbei *nur* um Richtungen und nicht um bestimmte Strecken handelt und das *Verhältnis* von Abschnitten durch Parallelverschiebungen nicht geändert wird, empfiehlt es sich, das zur Konstruktion notwendige Dreieck  $MCD$  ziemlich groß zu machen.

den Schnitt der  $z$ -Richtung mit dem Bild der Prismenkante  $CD$ , bzw. mit deren Umklappung  $C'D'$ .

Die weitere Behandlung des Bildes und der stereographischen Projektion zum Zwecke der beabsichtigten Ermittlung von Zentraldistanzen erfolgt in der durch **37** vorgeschriebenen Weise.

### Anhang.

**43.** Wenn auch grundsätzlich alle Fragen der graphischen Kristallberechnung ausgeschaltet blieben, mag hier nur daran erinnert werden, daß man durch Vermittlung geeigneter Schnitte nach den Ebenen  $xy$ ,  $xz$ ,  $yz$  der Kristallachsen, deren Anfertigung nach **15** und **19** außerordentlich leicht und hinreichend genau erfolgt, ganz gut auch *Parameterverhältnisse* hinsichtlich der Achsenabschnitte und der (bei schiefen Achsen) notwendigen Winkelgrößen (Achsenwinkel) bestimmen kann. Doch sei auch hier wieder nachdrücklichst auf das BOEKESche Büchlein über die stereographische Projektion verwiesen.

**44.** Endlich sei noch auf eine Aufgabe aufmerksam gemacht, die bei Trachtuntersuchungen immer wieder zu behandeln ist, nämlich die *Bestimmung des Volumens einer bestimmten Tracht*. Hierfür kann man sich nach BECKE den ganzen Kristall aus den Anwachs-pyramiden jeder einzelnen vorhandenen Fläche zusammengesetzt denken. Diese Anwachs-pyramiden haben ihre Spitze gemeinsam im Keimpunkt, ihre Grundflächen sind durch die außen sichtbaren Kristallflächen gegeben und die Höhe jeder Pyramide ist durch die zugehörige Zentraldistanz bestimmt.

Wie aus den früheren Ausführungen ersichtlich ist, sind aus einem kantenrichtigen Kristallbilde alle notwendigen Einzelheiten abzuleiten. Das zugehörige Kopfbild gibt unter Benützung der S. 1 angeführten  $\cos$ -Beziehung eine einfache Möglichkeit, alle darin sichtbaren Flächen ihrer Größe nach zu bestimmen. Für die Flächen der Vertikalzone ist entweder eine direkte Größenbestimmung leicht durchführbar, oder man verwendet einen entsprechenden, kantenrichtigen Aufriß, der hinsichtlich der geneigten Flächen analog dem Kopfbild behandelt wird. Letzten Endes besteht noch die Möglichkeit nach **20**, **21** jede Fläche in wahrer Größe zu entwickeln und daran die Bestimmung der Flächen-größe vorzunehmen. Die Zentraldistanzen müssen dazu (in gleichem Maßstabe) anderweitig gegeben sein.

## **Ergebnisse der exakten Naturwissenschaften.** Herausgegeben von der Schriftleitung der „Naturwissenschaften“.

**Elfter Band.** Mit 158 Abb. III, 442 Seiten. 1932. RM 35.—; geb. RM 36.60

Das lokale Sternsystem. Von Privatdozent Dr. F. Becker, Bonn. — Die Rotation der Milchstraße. Von Professor Dr. K. F. Bottlinger, Neubabelsberg. — Elektroneninterferenzen und Röntgeninterferenzen. Von Professor Dr. F. Kirchner, München. — Hyperfeinstruktur und Atomkern. Von Dr. H. Kallmann, Berlin, und Dr. H. Schüler, Potsdam. — Die Quadrupolstrahlung. Von Professor Dr. A. Rubinowicz und Dr. J. Blaton, Lemberg. — Supraleitfähigkeit. Von Dr. W. Meissner, Berlin. — Elektronentheorie der Metalle. Von Dr. R. Peierls, Zürich. — Magnetismus der metallischen Elemente. Von Dr. E. Vogt, Marburg/Lahn. — Kristallstruktur der Silikate. 1. Teil. Von Professor Dr. E. Schiebold, Leipzig.

**Zwölfter Band.** Mit 107 Abb. III, 304 Seiten. 1933. RM 24.—; geb. RM 25.40

Spektroskopische Parallaxenforschung. Von Professor Dr. A. Kohlschütter, Bonn. — Die Messungen der zeitlichen Änderungen der Schwerkraft. Von Professor Dr. R. Tomaschek, Marburg/Lahn. — Die Orientierung von Molekülen an Grenzflächen. Von Professor Dr. H. Freundlich, Berlin-Dahlem. — Die Viskosität von Lösungen, besonders von Lösungen hochmolekularer Stoffe. Von Dr. E. Guth und Professor Dr. H. Mark, Wien. — Über Para- und Orthowasserstoff. Von Dr. L. Farkas, Berlin-Dahlem. — Kristallstruktur der Silikate. 2. Teil. Von Professor Dr. E. Schiebold, Leipzig.

Jeder Band enthält ein Namen- und Sachverzeichnis.

---

**Kristallplastizität** mit besonderer Berücksichtigung der Metalle. Von Dr. **E. Schmid**, Professor der Physik an der Universität Freiburg/Schweiz, und Dr.-Ing. **W. Boas**, Freiburg/Schweiz. („Struktur und Eigenschaften der Materie“, Band XVII.) Mit 222 Abbildungen. X, 373 Seiten. 1935. RM 32.—; gebunden RM 33.80

**Inhaltsübersicht:** Einleitung. — Allgemeiner Teil: **Einige kristallographische Grundtatsachen.** — **Kristallelastizität.** — **Herstellung von Kristallen:** Kristallherstellung aus dem festen Zustand; Rekristallisationsverfahren. Kristallherstellung aus der Schmelze. Einige weitere Kristallzüchtungsverfahren. — **Orientierungsbestimmung von Kristallen:** Mechanische und optische Verfahren. Röntgenographische Verfahren. — **Geometrie der Kristall-Deformationsmechanismen:** Translation. Mechanische Zwillingsbildung (Einfache Schiebung). — **Spezielle Versuchsergebnisse: Plastizität und Festigkeit von Metallkristallen:** Translations- und Zwillingselemente. Dynamik der Translation. Dynamisches der Zwillingsbildung. Reißen nach Kristallflächen. Nachwirkungserscheinungen und Wechselbeanspruchung. Veränderung physikalischer und chemischer Eigenschaften bei der Kaltverformung. Rekristallisation. — **Plastizität und Festigkeit von Ionenkristallen.** — Deutung des Verhaltens von Einzelkristallen und Kristallhaufwerken: **Theorien der Kristallplastizität und -festigkeit.** — **Deutung der Eigenschaften vielkristalliner technischer Werkstücke auf Grund des Einkristallverhaltens.** — Anhang. — Literatur- und Sachverzeichnis.

**Stereoskopbilder von Kristallgittern.** Von **M. von Laue**, Professor an der Universität Berlin, und **R. von Mises**, Professor an der Universität Berlin. Unter Mitarbeit von Cl. von Simson und E. Verständig herausgegeben. Deutscher und englischer Text. (Stereoscopic drawings of crystal structures. In collaboration with Cl. von Simson and E. Verständig edited by M. von Laue, professor at the University of Berlin, and R. von Mises, professor at the University of Berlin.) Mit 24 Tafeln und 3 Textfig. 43 Seiten. 1926. In Mappe RM 18.— (abzügl. 10<sup>0</sup>/<sub>10</sub> Notnachlaß)

---

**Physikalisches Handwörterbuch.** Herausgegeben von **Arnold Berliner** und **Karl Scheel**. Zweite Auflage. Mit 1114 Textfiguren. VI, 1428 Seiten. 1932. RM 96.—; gebunden RM 99.60

---

Verlag von Julius Springer / Berlin

<sup>W</sup> **Gefügekunde der Gesteine.** Mit besonderer Berücksichtigung der Tektonite. Von Professor Dr. **Bruno Sander**, Innsbruck. Mit 155 Abbildungen im Text und 245 Gefügediagrammen. VI, 352 Seiten. 1930. RM 37.60; gebunden RM 39.60

---

<sup>W</sup> **Grundriß der Mineralparagenese.** Von Dr. **Franz Angel**, o. Professor für Mineralogie und Petrographie an der Universität Graz, und Dr. **Rudolf Scharizer**, emer. o. Professor für Mineralogie und Petrographie an der Universität Graz. XII, 293 Seiten. 1932. RM 18.60; gebunden RM 19.80

---

**Entwicklungsgeschichte der mineralogischen Wissenschaften.** Von **P. Groth**. Mit 5 Textfiguren. VI, 262 Seiten. 1926. Gebunden RM 19.50 (abzögl. 10% Notnachlaß)

---

<sup>W</sup> **Mineralogisches Taschenbuch** der Wiener Mineralogischen Gesellschaft. Zweite, vermehrte Auflage. Unter Mitwirkung von A. Himelbauer, R. Koechlin, A. Marchet, H. Michel, O. Rotky, redigiert von **J. E. Hibs**ch. Mit 1 Titelbild. X, 187 Seiten. 1928. Gebunden RM 10.80

---

**Physik für Jedermann** mit besonderer Berücksichtigung der modernen technischen Anwendungen. Von Dr. phil. **Arthur Haas**, Professor für Physik an der Universität in Wien. („Verständliche Wissenschaft“, Band XX.) Mit 76 Abbildungen. X, 274 Seiten. 1933. Gebunden RM 6.80

---

**Die Bausteine der Körperwelt.** Eine Einführung in die Atomphysik. Von **P. Theodor Wulf**, Professor der Physik am Ignatiuskolleg zu Valkenburg. („Verständliche Wissenschaft“, Band XXV.) Mit 40 Abbildungen. VI, 186 Seiten. 1935. Gebunden RM 4.80

---

**Die Naturwissenschaften.** Begründet von A. Berliner und C. Thesing. Herausgegeben von **Arnold Berliner**. Unter besonderer Mitwirkung von Hans Spemann in Freiburg i. Br. Organ der Gesellschaft Deutscher Naturforscher und Ärzte und Organ der Kaiser Wilhelm-Gesellschaft zur Förderung der Wissenschaften. Erscheint wöchentlich. Vierteljährlich RM 9.60; Einzelheft RM 1.—

*Den Mitgliedern der Gesellschaft Deutscher Naturforscher und Ärzte sowie den Mitgliedern der Kaiser Wilhelm-Gesellschaft wird ein Vorzugspreis eingeräumt.*

<sup>W</sup> = Verlag von Julius Springer - Wien.

---

Verlag von Julius Springer / Berlin und Wien