

А.Л. НЕМЧИНСКИЙ

ТЕПЛОВЫЕ  
РАСЧЕТЫ  
ТЕРМИЧЕСКОЙ  
ОБРАБОТКИ

судпромгиз

А. Л. НЕМЧИНСКИЙ

# ТЕПЛОВЫЕ РАСЧЕТЫ ТЕРМИЧЕСКОЙ ОБРАБОТКИ



ГОСУДАРСТВЕННОЕ ИЗДАТЕЛЬСТВО  
СУДОСТРОИТЕЛЬНОЙ ЛИТЕРАТУРЫ

1953

В книге систематизированы условия применения простейших способов расчета для различных случаев термической обработки, приведены необходимые исходные данные и показаны примеры расчета нагрева и охлаждения.

В книге рассмотрены также новые приемы и приведены графики, помогающие термистам определять прокаливаемость в связи с формой и размером изделия и решать некоторые другие практические вопросы.

Книга предназначена для инженеров и техников, работающих в области термической обработки металлов.

Отв. редактор *М. М. Замятнин*      Издательский редактор *Е. А. Кругова*  
Корректор *В. Н. Новаковская*      Техн. редактор *П. С. Фрумкин*

Подписано к печати 6/1 1953 г.      Формат бумаги 60×92<sup>1</sup>/<sub>16</sub>      Бум. л. 3<sup>1</sup>/<sub>4</sub>      Печ. л. 6<sup>1</sup>/<sub>2</sub>  
Уч.-изд. л. 7      Изд. № 51214      Тираж 5000      М—01905      Заказ № 1333  
Номинал по прейскуранту 1952 г.

## ОГЛАВЛЕНИЕ

|   | Стр. |
|---|------|
| Введение  | 4    |
| Глава I. Исходные данные для расчета  | 5    |
| Глава II. Классификация расчетов („тонкие“ и „массивные“ тела).   | 18   |
| Глава III. Расчет нагрева и охлаждения тонких тел   | 23   |
| Глава IV. Расчет нагрева и охлаждения массивных тел   | 34   |
| Глава V. Степень точности тепловых расчетов   | 66   |
| Глава VI. Зависимость времени и скорости нагрева и охлаждения от формы и массы изделия и интенсивности внешнего теплообмена | 73   |
| Глава VII. Расчет прокаливаемости стали в изделиях различной формы и размера  | 83   |
| Заключение  | 96   |
| <i>Приложение.</i> Нагрев и охлаждение пачки листов   | 98   |
| Литература  | 103  |

---

## ВВЕДЕНИЕ

Освоение передовых научных методов работы способствует дальнейшему повышению производительности труда, помогает решать задачи, поставленные историческими решениями XIX съезда партии.

В области термической обработки использование тепловых расчетов в значительной степени подымет производительность труда и улучшит качество продукции термических цехов.

Правильное назначение и выполнение режимов термической обработки, особенно сложных, было бы значительно облегчено, если бы технологи пользовались тепловыми расчетами. До сих пор большинство технологов в своей практической работе не использует тепловых расчетов, причем одна из причин этого заключается в отсутствии приспособленного для их нужд пособия.

Исходные условия для тепловых расчетов при термической обработке характеризуются переменностью теплофизических свойств стали, а также коэффициента теплоотдачи в зависимости от температуры поверхности изделия. Вследствие этого более или менее строгий расчет крайне сложен, трудоемок и поэтому недоступен технологу. Вместе с тем, для практических целей иногда бывает достаточно знать лишь порядок величин, а такая точность, как, например, 10%, достаточна почти во всех случаях. Поэтому оказывается возможным пользоваться упрощенными способами расчета, исходящими из усредненных значений теплофизических свойств стали, а во многих случаях и усредненных значений коэффициента теплоотдачи. При таких упрощениях тепловые расчеты могут быть доступны самому широкому кругу технологов-термистов.

Для облегчения пользования тепловыми расчетами термическая обработка изделий классифицирована в книге с точки зрения того, какой метод расчета следует применять в каждом конкретном случае. В классификации учитывается, во-первых, диаметр или толщина изделия, а во-вторых, род охлаждающей или нагревающей среды и ее температура.

Выбор метода расчета зависит от решения двух вопросов:

1) имеет ли место в рассматриваемом случае нагрев (охлаждение) „тонких“ или „массивных“<sup>1</sup> тел;

2) можно ли принять тепловые свойства металла — коэффициент теплопроводности  $\lambda$ , удельную теплоемкость  $c$ , а также коэффициент теплоотдачи  $\alpha$  от нагревающей или охлаждающей среде — за постоянные величины, не зависящие от температуры изделия.

---

<sup>1</sup> Понятия „тонкого“ и „массивного“ тела с точки зрения тепловых расчетов впервые введены в литературу Г. П. Ивановым [1]. Эти понятия будут разъяснены в гл. II.

## ГЛАВА I

### ИСХОДНЫЕ ДАННЫЕ ДЛЯ РАСЧЕТА

**Тепловые свойства стали.** Теплопроводность зависит от состава стали и от температуры [2], [3].

С повышением содержания углерода и при введении легирующих элементов теплопроводность стали уменьшается.

С повышением температуры теплопроводность снижается, причем различие теплопроводности у сталей различных марок постепенно сглаживается.

На рис. 1 показан график зависимости коэффициента теплопроводности малоуглеродистой и высокоуглеродистой нелегированной стали от температуры. Для легированной стали аналогичные данные показаны на рис. 2.

Теплопроводность стали в аустенитном состоянии составляет 20—25 ккал/м час °С, причем с повышением температуры теплопроводность несколько возрастает.

Для наших сравнительно грубых расчетов коэффициент теплопроводности можно принять постоянным, равным 25 ккал/м час °С. Это значение пригодно для стали всех марок, за исключением низкоуглеродистой, обладающей более высокой теплопроводностью при температуре, близкой к комнатной, а также за исключением некоторых марок очень высоколегированной стали, теплопроводность которой существенно, раза в два, ниже.

Теплоемкость стали в значительной степени зависит от содержания углерода и особенно от температуры и мало зависит от легирования [2], [3].

На рис. 3 показана теплоемкость стали, содержащей 0,2, 0,5 и 1% углерода, при температуре от комнатной до 1200°.<sup>1</sup>

Для приближенных расчетов теплоемкость стали можно принять постоянной, равной 0,13 ккал/кг °С.

Температуропроводность представляет собой отношение коэффициента теплопроводности к теплоемкости единицы объема материала

$$a = \frac{\lambda}{c_1}$$

<sup>1</sup> Здесь и дальше, если это не оговорено, температура указывается в градусах Цельсия.

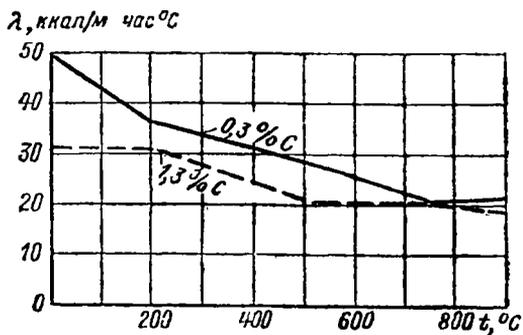


Рис. 1. Зависимость коэффициента теплопроводности малоуглеродистой и высокоуглеродистой нелегированной стали от температуры.

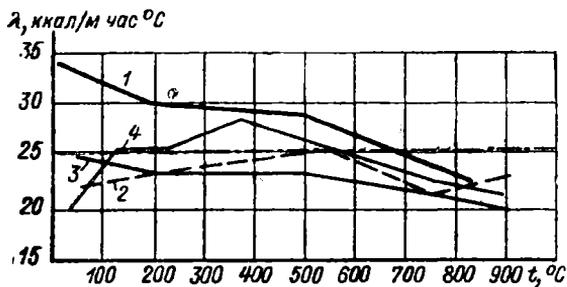


Рис. 2. Зависимость коэффициента теплопроводности легированной конструкционной стали от температуры.

| Обозначения | Химический состав, % |     |     |     |
|-------------|----------------------|-----|-----|-----|
|             | C                    | Cr  | Ni  | W   |
| Кривая 1    | 0,25                 | 0,7 | 3,3 |     |
|             | 0,33                 | 1,1 | 4,0 |     |
| 2           | 0,15                 | 1,3 | 4,0 | 0,8 |
|             | 0,22                 | 1,7 | 4,7 | 1,2 |
| 3           | 0,20                 | 1,3 | 4,0 |     |
|             | 0,30                 | 1,7 | 4,7 |     |
| 4           | 0,40                 | 0,2 | 1,7 |     |
|             | 0,16                 | 0,5 | 2,3 |     |

Если принять коэффициент теплопроводности стали

$$\lambda = 25 \text{ ккал/м час } ^\circ\text{C},$$

а удельную теплоемкость

$$c = 0,13 \text{ ккал/кг } ^\circ\text{C},$$

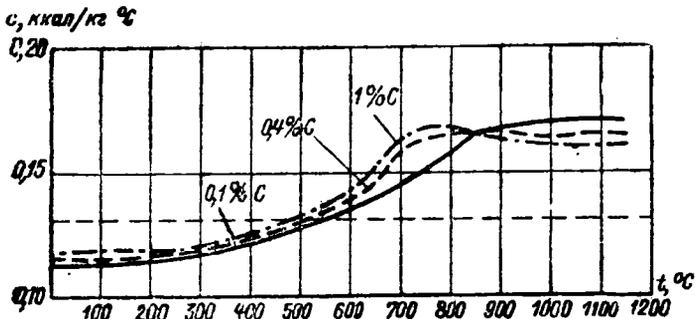


Рис. 3. Зависимость удельной теплоемкости стали с различным содержанием углерода от температуры.

то температуропроводность стали (рис. 4) получается равной

$$\frac{25}{7700 \cdot 0,13} = 0,025 \text{ м}^2/\text{час}.$$

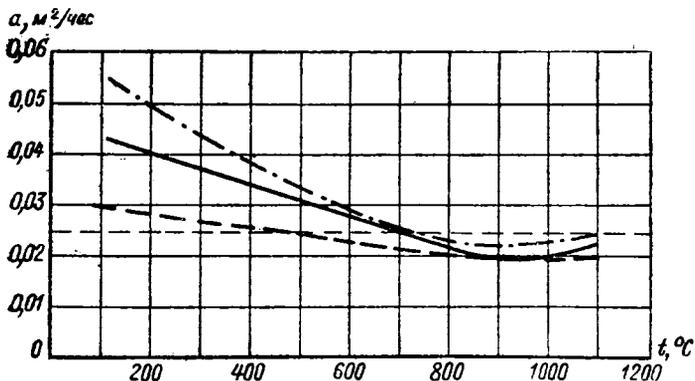


Рис. 4. Зависимость коэффициента температуропроводности стали от температуры.

— — — — — малоуглеродистая сталь; — — — — — высокоуглеродистая сталь;  
- · - · - · - · - · - · легированная конструкционная сталь.

Таким образом, для приближенных расчетов нагрева и охлаждения мало- и среднелегированной стали, а также нелегированной средне- и высокоуглеродистой стали можно принять

$$\lambda = 25 \text{ ккал/м час } ^\circ\text{C}; c = 0,13 \text{ ккал/кг } ^\circ\text{C}; a = 0,025 \text{ м}^2/\text{час}.$$

Для малоуглеродистой стали при температуре ниже 400—500°С коэффициенты теплопроводности и температуропроводности следует принимать раза в 1,5—2 более высокими.

В случае точных расчетов приходится учитывать влияние температуры на физические свойства стали и принимать их постоянными только в некотором интервале, например 200 или 100°С.

В табл. 1 приведены теплофизические свойства стали некоторых марок, а также проволоки в бунтах, стружки, окалины, насыпи мелких деталей [4].

Таблица 1

Теплофизические свойства стали некоторых марок, окалины, проволоки, насыпи и стружки

| Наименование материала      | Удельный или объемный вес, кг/м <sup>3</sup> | Коэффициент теплопроводности, ккал/м час °С | Удельная теплоемкость, ккал/кг °С | Коэффициент температуропроводности, м <sup>2</sup> /час |
|-----------------------------|--|---|-----------------------------------|---|
| Сталь нержавеющая 18-8      | 7700   | 14  | 0,12                              | 0,015   |
| Сталь быстрорежущая РФ-1    | 8700   | 22  | 0,11                              | 0,023   |
| Сталь конструкционная 25ХГС | 7700   | 32  | 0,12                              | 0,035   |
| Окалина                     | 4000   | 1   | 0,20                              | 0,0125  |
| Проволока в бунтах          | 2000   | 2   | 0,13                              | 0,0077  |
| Насыпь мелких деталей       | 1700   | 4   | 0,13                              | 0,018   |
| Стружка                     | 2000   | 0,7   | 0,13                              | 0,0037  |

Примечание. Теплофизические свойства стали указаны при комнатной температуре.

**Коэффициент теплоотдачи.** Наиболее трудно определимой исходной величиной при тепловых расчетах термической обработки является коэффициент теплоотдачи. Величина этого коэффициента зависит от следующих четырех основных факторов:

- 1) природы нагревающей или охлаждающей среды;
- 2) температуры среды;
- 3) циркуляции среды;
- 4) температуры нагреваемой или охлаждаемой поверхности изделия.

Коэффициент теплоотдачи зависит также от формы и размеров изделия и состояния его поверхности. Но с влиянием формы и размеров при термической обработке можно практически не считаться, за исключением нагрева и охлаждения

очень мелких изделий за счет конвекции, а влияние состояния поверхности сравнительно мало.

Приведем имеющиеся сведения о коэффициенте теплоотдачи следующих основных нагревающих и охлаждающих сред:

- 1) воздух и печные газы;
- 2) расплавленные соли (селитра и хлористые соли) и свинец;
- 3) вода, водные растворы солей и щелочей, водные эмульсии масел;
- 4) масла.

Коэффициент теплоотдачи при нагреве в газовой среде (в воздухе и печных газах). При нагреве изделий в печи суммарный тепловой поток состоит из следующих частей:

1) теплового потока, обусловленного излучением от факела пламени, продуктов сгорания, стенок и свода печи. Коэффициент теплоотдачи, соответствующий этой составляющей теплового потока, обозначим  $\alpha_{изл}$ ;

2) теплового потока, вызванного конвекцией от продуктов сгорания или воздуха. Коэффициент теплоотдачи, обусловленный этим потоком, обозначим  $\alpha_{конв}$ ;

3) теплового потока, обусловленного теплопроводностью пода или опор. Так как этот тепловой поток, как правило, играет очень небольшую роль, его можно не учитывать.

Следовательно, можно допустить, что суммарный тепловой поток складывается из двух составляющих и полная величина коэффициента теплоотдачи является суммой двух коэффициентов:

$$\alpha = \alpha_{изл} + \alpha_{конв}$$

Величина конвективной части общего коэффициента теплоотдачи зависит от скорости газового потока и мало зависит от температуры. На рис. 5 показана полученная Г. П. Иванцовым для цилиндра диаметром 50 мм зависимость  $\alpha_{конв}$  от температуры газа для трех его скоростей  $v = 0$ ,  $v = 2$  м/сек и  $v = 3$  м/сек (обычная скорость печных газов). Для любой другой скорости коэффициент теплоотдачи можно вычислить с помощью формул, имеющих в курсах теплопередачи или справочниках [5].

Обусловленная излучением часть коэффициента теплоотдачи  $\alpha_{изл}$  зависит от температуры нагреваемого тела, свода, стен печи и излучающих газов.

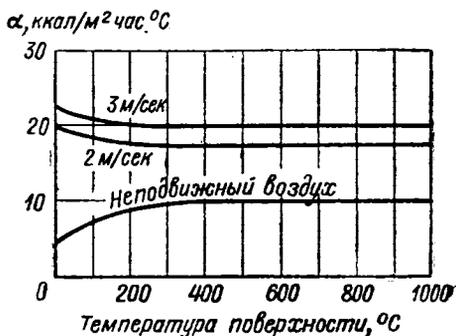


Рис. 5. Коэффициент теплоотдачи конвекцией при неподвижном воздухе и при скорости движения воздуха 2 м/сек и 3 м/сек.

Коэффициент теплоотдачи можно рассчитать как отношение теплового потока через единицу поверхности тела к величине теплового перепада между поверхностью тела и средой:

$$\alpha_{\text{изл}} = \frac{q}{T - T_{\text{пов}}},$$

где  $q$  — тепловой поток через единицу площади поверхности;  
 $T$  — абсолютная температура излучающих газов, свода и пода;

$T_{\text{пов}}$  — абсолютная температура поверхности изделия.

Допустив некоторые упрощения, можно написать, что при теплоотдаче излучением

$$q = C \left[ \left( \frac{T}{100} \right)^4 - \left( \frac{T_{\text{пов}}}{100} \right)^4 \right],$$

где  $C$  — коэффициент излучения в  $\text{ккал}/\text{м}^2\text{час град}^4$  для окисленной поверхности стальных изделий, чаще всего равный примерно 4.

Следовательно,

$$\alpha_{\text{изл}} = \frac{C \left[ \left( \frac{T}{100} \right)^4 - \left( \frac{T_{\text{пов}}}{100} \right)^4 \right]}{T - T_{\text{пов}}}.$$

Рассчитанный на основании этой формулы график для  $\alpha_{\text{изл}}$  показан на рис. 6.

Для вычисления полной величины коэффициента теплоотдачи при нагреве в газовой среде надо сложить составляющие  $\alpha_{\text{конв}}$  и  $\alpha_{\text{изл}}$ , которые можно определить по графикам, изображенным на рис. 5 и 6 соответственно.

Как видно из графика, показанного на рис. 6, коэффициент теплоотдачи для данной температуры печи не постоянен, а растет при повышении температуры поверхности нагреваемого тела. Если в расчетах исходить из среднеарифметической величины  $\alpha_{\text{изл}}$  в начале и в конце нагрева, то обусловленная этим ошибка лежит в пределах 10% от времени нагрева.

Из этих графиков, кроме того, можно сделать следующие практические выводы:

1) при всех операциях термической обработки, кроме низкого отпуска, главную роль в теплопередаче играет излучение, а не конвекция;

2) при низкой температуре, когда важна конвективная составляющая, ускорение нагрева за счет циркуляции может быть значительным, но только при большой скорости циркуляции. При высокой температуре ускорение нагрева за счет циркуляции не может быть существенным.

Коэффициент теплоотдачи при нагреве в расплавленных солях и свинце. Коэффициент теплоотдачи при нагреве в расплавленных солях линейно зависит от

степени перегрева их, а при температуре плавления составляет 200—220  $\text{ккал/м}^2 \text{ час } ^\circ\text{C}$  независимо от рода соли.

Эти коэффициенты линейно возрастают с температурой при удалении от точки плавления соли. При нагреве соли на 100—200° выше температуры плавления эти коэффициенты достигают величин 400—900  $\text{ккал/м}^2 \text{ час } ^\circ\text{C}$  и становятся в несколько

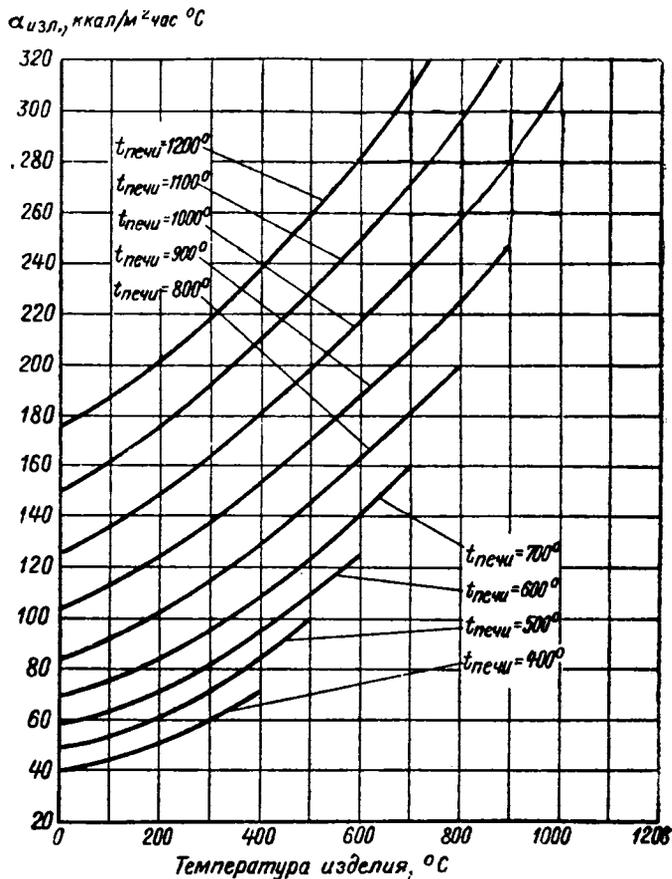


Рис. 6. Коэффициент теплоотдачи излучением в зависимости от температуры изделия и температуры печи.

раз большими, чем коэффициенты теплоотдачи при нагреве в печи до той же температуры. Эта разница особенно велика при низкой температуре, характерной для отпуска. На рис. 7 и 8 показаны коэффициенты теплоотдачи, вычисленные Д. Я. Вишняковым на основе его опытов [6].

При нагреве в расплавленном свинце до 800—900° коэффициент теплоотдачи приблизительно вдвое больше, чем для

применяемых для этой температуры расплавленных хлористых солей. При нагреве до 500—600° коэффициенты теплоотдачи в свинце и расплавленной селитре практически одинаковы [7].

Коэффициент теплоотдачи при охлаждении на воздухе в случае отсутствия циркуляции можно определить из построенного по экспериментальным данным графика, показанного на рис. 9.

Если циркуляция имеет среднюю скорость порядка 3 м/сек, то коэффициент теплоотдачи для любой температуры увеличится примерно на 5—10 ккал/м<sup>2</sup>час°С, что существенно для низкой и несущественно для высокой температуры.

Коэффициент теплоотдачи при охлаждении в воде, водном растворе солей и щелочей и водномасляной эмульсии. При охлаждении в воде или среде на водной основе твердых тел, нагретых до высокой температуры, коэффициент теплоотдачи существенно изменяется по мере понижения температуры поверхности тел. График зависимости коэффициента теплоотдачи от температуры охлаждаемой поверхности (характеристическая кривая) для этих

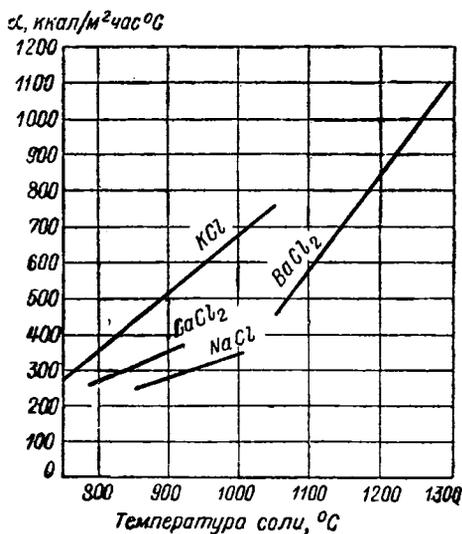


Рис. 7. Коэффициент теплоотдачи при нагреве в расплавленных хлористых солях.

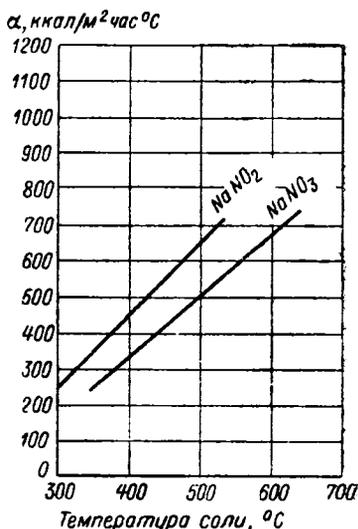


Рис. 8. Коэффициент теплоотдачи при нагреве в расплавленных NaNO<sub>2</sub> и NaNO<sub>3</sub>.

жидкостей состоит из трех частей: высокотемпературной части (пленочное кипение), среднетемпературной (ядерное кипение) и низкотемпературной (конвективная теплоотдача) [8], [9].

Наибольшая интенсивность теплоотдачи имеет место в период ядерного кипения; при более высокой и более низкой температуре

она менее интенсивна. Когда температура охлаждаемой поверхности приближается к комнатной, коэффициент теплоотдачи в холодной воде уменьшается до 2000—4000  $\text{ккал/м}^2\text{час}^\circ\text{С}$  в зависимости от степени циркуляции.

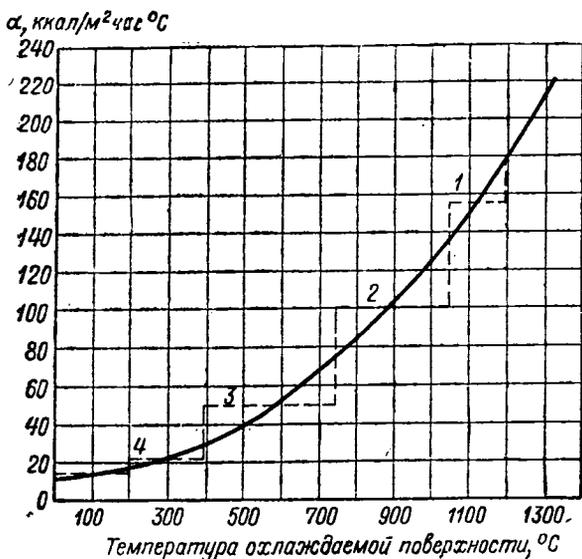


Рис. 9. Коэффициент теплоотдачи при охлаждении в спокойном воздухе в зависимости от температуры охлаждаемой поверхности.

На форму характеристической кривой оказывают значительное влияние многие факторы: температура воды, циркуляция ее, наличие растворенных или эмульгированных веществ.

На рис. 10 показаны характеристические кривые для спокойной воды при значениях температуры 20, 60 и 100°, построенные по данным Хазана [8] и автора. С повышением температуры воды температурный интервал парообразования расширяется в сторону низкой температуры; вниз по температурной шкале смещается и интервал наиболее интенсивной теплоотдачи.

В предельном случае, если вода имеет температуру 100°, период наиболее интенсивной теплоотдачи смещается до температуры охлаждаемой поверхности 250—120° С, а максимальный коэффициент теплоотдачи имеет место при 133—135° С. Коэффициент теплоотдачи при температуре выше 250° для кипящей воды составляет примерно 700—1000  $\text{ккал/м}^2\text{час}^\circ\text{С}$ .

Усиление циркуляции вызывает более раннее кипение, т. е. повышает интенсивность теплоотдачи при относительно высокой (700—350°) температуре охлаждаемой поверхности. В качестве примера на рис. 11 показаны характеристические

кривые воды при ее циркуляции со скоростью 25 см/сек, построенные по данным Хазана и автора. Водные растворы солей и щелочей отличаются от воды тем же, чем отличается сильно циркулирующая вода от спокойной — повышенной интенсивностью теплоотдачи при температуре 300—350° и выше. Коэффициент теплоотдачи при такой температуре может достигать 10 000 ккал/м<sup>2</sup>час °С, т. е. быть гораздо выше, чем для спокойной и чистой воды.

Для водно-масляных эмульсий в отличие от воды и водных растворов солей и щелочей характерны пониженные коэффициенты теплоотдачи при температуре охлаждаемой поверхности 300—350° и выше. Степень влияния эмульгированных частиц масла зависит от концентрации эмульсола. При большой концентрации эмульсола, составляющей, например, 3%, и высокой, около 100°, температуре эмульсии коэффициент теплоотдачи при температуре охлаждаемой поверхности от 300° и выше

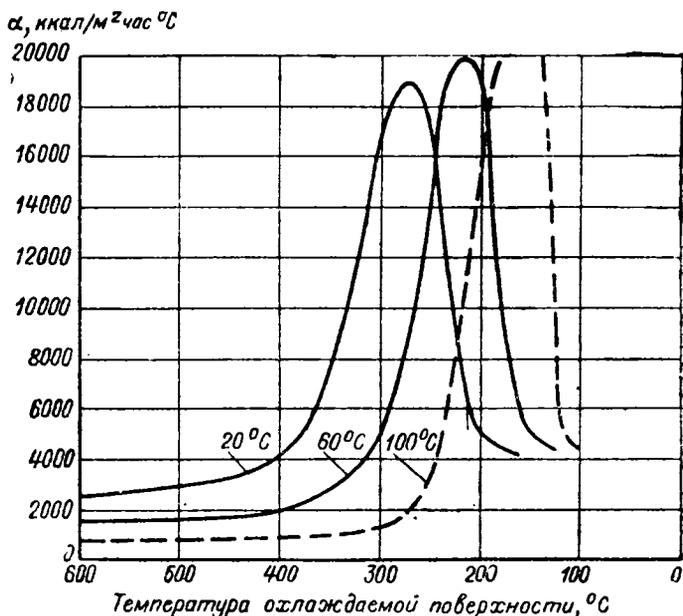


Рис. 10. Коэффициент теплоотдачи при охлаждении в нециркулирующей воде с температурой 20, 60 и 100° С в зависимости от температуры охлаждаемой поверхности.

составляет, как показали опыты, примерно 250 ккал/м<sup>2</sup>час °С, т. е. в 3—4 раза меньше, чем для кипящей воды.

Для схематизации характеристические кривые воды (рис. 10 и 11) можно разделить на 2—3 части, в пределах каждой из которых коэффициент теплоотдачи принимается постоян-

ным. Что касается водных растворов солей и щелочей, а также водно-масляных эмульсий, то для них схематизированные кривые должны укладываться в заштрихованные области (рис. 12).

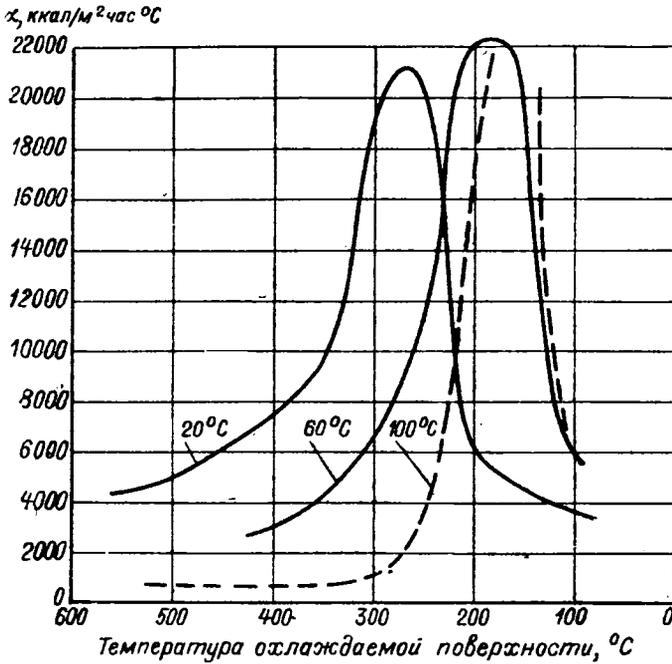


Рис. 11. Коэффициент теплоотдачи при охлаждении в воде с температурой 20, 60 и 100° С, циркулирующей со скоростью 0,25 м/сек в зависимости от температуры охлаждаемой поверхности.

Коэффициент теплоотдачи при охлаждении в масле. График зависимости коэффициента теплоотдачи от температуры охлаждаемой поверхности в случае охлаждения в масле состоит из тех же трех частей, что и для случая воды и среды на водной основе. Максимум коэффициента теплоотдачи в зависимости от сорта масла может лежать в пределах 700—300° С. Этот максимум находится всегда выше температуры кипения масла и, вероятно, изменяется в том же направлении, как и температура кипения.

Величина максимума зависит от сорта масла, но в среднем составляет 1500—2500 ккал/м<sup>2</sup>·час·°С. При более высокой и более низкой температуре охлаждаемой поверхности коэффициент теплоотдачи ниже. В частности, при температуре 200° он составляет 300—500 ккал/м<sup>2</sup>·час·°С, а при более низкой температуре — еще меньше.

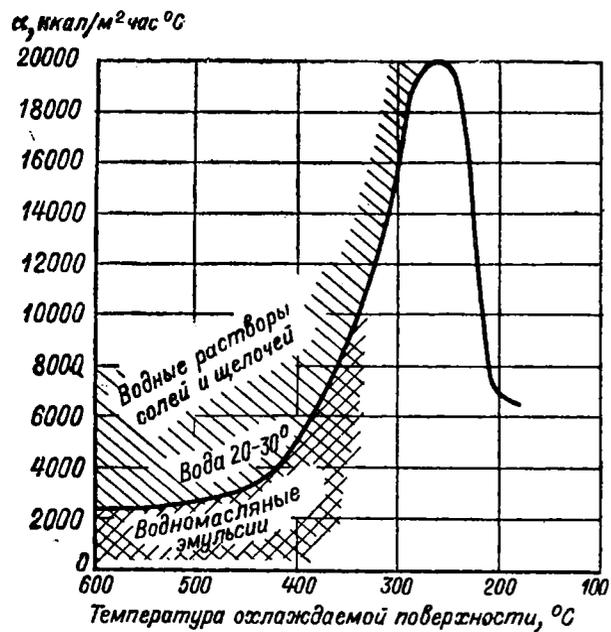


Рис. 12. Коэффициент теплоотдачи при охлаждении в средах на водной основе в зависимости от температуры охлаждаемой поверхности.

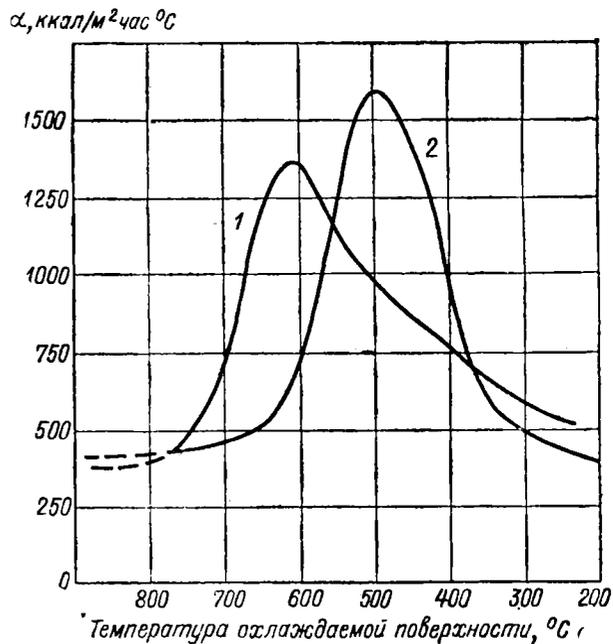


Рис. 13. Коэффициент теплоотдачи при охлаждении в масле в зависимости от температуры охлаждаемой поверхности.

1 — тяжелое масло; 2 — легкое масло.

На рис. 13 показаны характеристики охлаждающей способности масла двух сортов — тяжелого минерального и легкого минерального, — вычисленные на основании данных Хазана и автора.

Для тяжелого минерального масла характерна относительно высокая температура, при которой имеет место максимум теплоотдачи. Для растительного масла характерны, во-первых, высокая температура максимума теплоотдачи, а во-вторых, очень малая интенсивность теплоотдачи при пониженной температуре. Эти особенности растительного масла обеспечивают для изделий малой массы быстрое охлаждение в перлитном интервале (500—700°С) и медленное охлаждение в мартенситном интервале, что считается весьма благоприятной особенностью растительного масла.

---

## ГЛАВА II

### КЛАССИФИКАЦИЯ РАСЧЕТОВ („ТОНКИЕ“ И „МАССИВНЫЕ“ ТЕЛА)

„Тонкими“ телами с точки зрения тепловых расчетов следует считать такие, перепад температуры по сечению которых много меньше разности температуры поверхности изделия и среды.

Поэтому то или иное тело относится к категории „тонких“ или „массивных“ в зависимости от соотношения между массой изделия и интенсивностью подвода или отвода теплоты от его поверхности. Чем менее резко охлаждение или нагрев тела, что характеризуется коэффициентом теплоотдачи  $\alpha$ , тем большие по сечению тела должны быть отнесены при тепловых расчетах к категории „тонких“, и наоборот, чем резче охлаждение или нагрев, тем меньшие по сечению изделия должны быть отнесены к категории „массивных“.

Это объясняется тем, что при более резком охлаждении определенный перепад температуры по сечению изделия получается при меньшем сечении, чем в случае менее резкого охлаждения.

Отношение теплового перепада внутри изделия к тепловому перепаду между поверхностью изделия и средой определяется, исходя из так называемого критерия Био ( $Bi$ ). Этот критерий представляет собой отношение  $\frac{\alpha S}{\lambda}$ , которое в частном случае пластины равно отношению внутреннего теплового сопротивления к внешнему тепловому сопротивлению на границе металл — среда:

$$Bi = \frac{\frac{S}{\lambda}}{\frac{1}{\alpha}},$$

где  $\frac{S}{\lambda}$  — внутреннее тепловое сопротивление пластины;

$\frac{1}{\alpha}$  — внешнее тепловое сопротивление.

Критерий Био — величина безразмерная.

Для вычисления критерия Био нужно умножить коэффициент теплоотдачи при нагреве или охлаждении тела на  $S$ , т. е. на половину толщины пластины или радиус цилиндра или шара, и разделить на коэффициент теплопроводности стали. В случае охлаждения пластины только с одной стороны  $S$  равно полной толщине пластины.

Если среднее значение коэффициента теплопроводности стали принято постоянным ( $25 \text{ ккал/м час } ^\circ\text{C}$ ), то для стальных изделий критерий Био можно ориентировочно определить как  $1/25$  произведения величины  $S$  в метрах на коэффициент теплоотдачи в  $\text{ккал/м}^2\text{час } ^\circ\text{C}$ .

Если критерий Био достаточно мало отличается от 0, то охлаждение или нагрев тела определяется только внешним теплоотводом, а распределение температуры по сечению не играет существенной роли, и расчет можно вести по формулам для тонких изделий. В противном случае охлаждение или нагрев приходится рассчитывать по формулам для массивных изделий, учитывающим теплопроводность.

Чтобы установить границу между тонкими и массивными изделиями, необходимо задаться степенью точности расчетов. Чем с большей точностью должны быть выполнены расчеты, тем более узкой будет область тонких изделий, т. е. тем меньше должно быть сечение изделий, которые можно рассчитывать упрощенными методами, не учитывающими различия температуры по их сечению. Чрезмерное уточнение расчетов нецелесообразно не только из-за трудоемкости, но также и потому, что исходные данные (коэффициенты теплоотдачи, теплопроводность и др.) обычно известны лишь приблизительно, что делает излишним вычисление с более высокой точностью.

Учитывая это обстоятельство, примем за условную границу между тонкими и массивными изделиями такое сечение изделия или, вернее, такой критерий Био, равный  $\frac{\alpha S}{\lambda}$ , при котором максимальный перепад температуры по сечению изделия составляет 10% от начальной разности температуры изделия и среды. Это означает, что температура поверхности и сердцевины изделия максимально отличается от средней температуры изделия примерно на 5% начальной разности температуры изделия и среды.

Максимальная разность в температуре поверхности и середины изделия в зависимости от критерия Био показана на графике рис. 14. Из графика видно, что выбранная нами в качестве предельной для тонких изделий величина разности температуры по сечению

$$\Delta t = 0,1 (t_0 - t_{\text{сердцы}})$$

достигается при критерии  $Bi = 0,25$ .

При критерии  $Bi < 0,25$  расчеты будем выполнять по формулам для тонких изделий, а при  $Bi > 0,25$  — по формулам для массивных изделий.

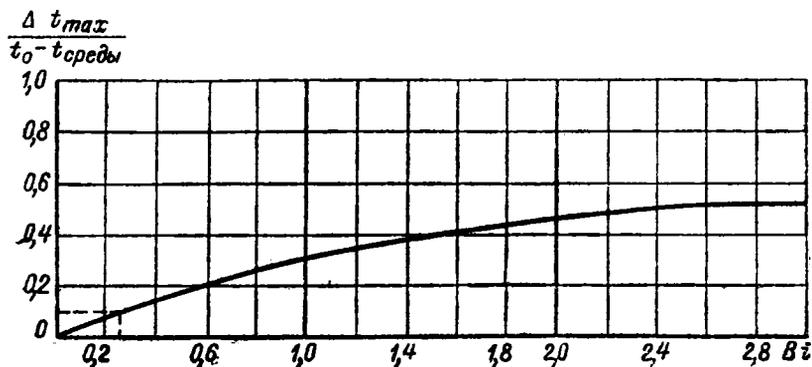


Рис. 14. Максимальная разность температуры по сечению тела при нагреве и охлаждении в зависимости от критерия Био.

Для того чтобы не вычислять каждый раз, относится то или иное изделие к категории тонких или массивных тел, в табл. 2 приведены справочные материалы, рассчитанные из критического значения критерия  $Bi = 0,25$ .

Предельные толщины „тонких“ изделий

Таблица 2

| Операция термообработки            | Среда охлаждения или нагрева | Температура среды, °С | Средний коэффициент теплоотдачи, $\text{ккал/м}^2 \text{ час } ^\circ\text{С}$ | Предельная толщина изделия, рассчитываемого как тонкое, мм |
|------------------------------------|------------------------------|-----------------------|--|--|
| Нагрев для низкого отпуска         | Воздух или печные газы       | 100—300               | 30   | 400  |
| Нагрев для высокого отпуска        |                              | 550—700               | 80   | 160  |
| Нагрев для закалки ковки, прокатки |                              | 750—950<br>1200—1300  | 130<br>300   | 100<br>40  |
| Нагрев для низкого отпуска         | Масло                        | 150—250               | 300  | 40   |
| Нагрев для низкого отпуска         | Селитра                      | 250—350               | 300  | 40   |
| Нагрев для закалки                 | Хлористый барий              | 1200—1300             | 1000   | 12   |
| Охлаждение                         | Вода                         | 20—30                 | 5000—2000  | 2—6  |
|                                    | Масло                        |                       | 1000—300   | 10—40  |
|                                    | Воздух                       |                       | 50—20  | 200—500  |

Пользуясь диаграммами, изображенными на рис. 15 и 16, можно определять, каким способом следует решать ту или иную задачу — упрощенным, пригодным для тонких изделий, или более сложным, необходимым для массивных изделий.

| Операция         | Температура среды, °C | Толщина или диаметр изделий, мм |   |   |   |    |    |    |    |     |     |     |     |  |
|------------------|-----------------------|---------------------------------|---|---|---|----|----|----|----|-----|-----|-----|-----|--|
|                  |                       | 1                               | 2 | 5 | 7 | 10 | 20 | 50 | 70 | 100 | 200 | 500 | 700 |  |
| Низкий отпуск    | 100                   |                                 |   |   |   |    |    |    |    |     |     |     |     |  |
|                  | 200                   |                                 |   |   |   |    |    |    |    |     |     |     |     |  |
|                  | 300                   |                                 |   |   |   |    |    |    |    |     |     |     |     |  |
|                  | 400                   |                                 |   |   |   |    |    |    |    |     |     |     |     |  |
|                  | 500                   |                                 |   |   |   |    |    |    |    |     |     |     |     |  |
| Высокий отпуск   | 600                   |                                 |   |   |   |    |    |    |    |     |     |     |     |  |
|                  | 700                   |                                 |   |   |   |    |    |    |    |     |     |     |     |  |
|                  | 800                   |                                 |   |   |   |    |    |    |    |     |     |     |     |  |
| Закалка          | 900                   |                                 |   |   |   |    |    |    |    |     |     |     |     |  |
|                  | 1000                  |                                 |   |   |   |    |    |    |    |     |     |     |     |  |
| Ковка и прокатка | 1100                  |                                 |   |   |   |    |    |    |    |     |     |     |     |  |
|                  | 1200                  |                                 |   |   |   |    |    |    |    |     |     |     |     |  |
|                  | 1300                  |                                 |   |   |   |    |    |    |    |     |     |     |     |  |

Область тонких изделий

Граница при нагреве в жидкой среде

Граница при нагреве в газовой среде

Область массивных изделий

Рис. 15. Классификация расчетов при нагреве.

Как тонкие можно рассматривать изделия толщиной 100—150 мм при нагреве для высокого отпуска и закалки в печах,

| Среда охлаждения               | Толщина или диаметр изделий, мм |   |   |   |    |    |    |    |     |     |     |     |
|--------------------------------|---------------------------------|---|---|---|----|----|----|----|-----|-----|-----|-----|
|                                | 1                               | 2 | 5 | 7 | 10 | 20 | 50 | 70 | 100 | 200 | 500 | 700 |
| Воздух                         |                                 |   |   |   |    |    |    |    |     |     |     |     |
| Расплавленные металлы и слитра |                                 |   |   |   |    |    |    |    |     |     |     |     |
| Масло                          |                                 |   |   |   |    |    |    |    |     |     |     |     |
| Вода                           |                                 |   |   |   |    |    |    |    |     |     |     |     |

Область тонких изделий

Область массивных изделий

Рис. 16. Классификация расчетов при охлаждении.

и толщиной до 400 мм — при нагреве для низкого отпуска. В случае нагрева до температурыковки или прокатки область тонких изделий получается более узкой — до 40 мм. В случае использования при нагреве жидкой среды область тонких

изделий значительно меньше, чем при нагреве в газовой среде (рис. 15).

При охлаждении в газовой или жидкой среде граница между обеими областями очень сильно зависит от природы среды.

В случае охлаждения на воздухе область тонких изделий примерно так же широка, как и при нагреве на воздухе.

При охлаждении в масле и особенно в воде к тонким можно относить лишь изделия самого небольшого сечения. Поэтому расчеты охлаждения при закалке в воде или в масле для большей части изделий следует выполнять по формулам и таблицам для массивных тел.

---

### ГЛАВА III

## РАСЧЕТ НАГРЕВА И ОХЛАЖДЕНИЯ ТОНКИХ ТЕЛ

Охлаждение и нагрев тонких изделий можно рассчитывать, исходя из положения, что количество теплоты, подведенной к телу за данный промежуток времени, равно изменению теплосодержания тела:

$$\alpha F (t - t_{\text{среды}}) d\tau = Gc dt,$$

где  $\alpha$  — коэффициент теплоотдачи;  
 $F$  — поверхность тела;  
 $t$  — текущая температура тела;  
 $t_{\text{среды}}$  — температура среды;  
 $d\tau$  — элементарный промежуток времени;  
 $G$  — вес тела;  
 $c$  — удельная теплоемкость стали;  
 $dt$  — элементарное изменение температуры тела.  
Скорость охлаждения или нагрева в данный момент:

$$v = \frac{dt}{d\tau} = \frac{\alpha F}{Gc} (t - t_{\text{среды}}) \text{ град/час.} \quad (1)$$

Если проинтегрировать уравнение (1), то можно получить расчетные формулы для определения  $\tau$  — времени нагрева или охлаждения до заданной температуры и для определения текущей температуры тела  $t$  при заданном времени.

Формула для определения времени нагрева или охлаждения от температуры  $t'$  до температуры  $t''$ :

$$\tau = \frac{Gc}{\alpha F} A \text{ час.,} \quad (2)$$

где

$$A = \ln \frac{t_{\text{среды}} - t'}{t_{\text{среды}} - t''}; \quad (3)$$

$\tau$  — время нагрева или охлаждения тела от температуры  $t'$  до температуры  $t''$ ;  
 $t_{\text{среды}}$  — температура среды;  
 $t'$  — температура тела в начальный момент времени;  
 $t''$  — температура тела в конечный момент времени.

Величина  $\frac{t_{\text{среды}} - t'}{t_{\text{среды}} - t''}$  представляет собой отношение разности температуры среды и тела в начальный момент к этой же разности в конечный момент.

Для ускорения расчетов можно пользоваться заранее вычисленным графиком зависимости

$$A = \ln \frac{t_{\text{среды}} - t'}{t_{\text{среды}} - t''}$$

показанным на рис. 17.

Формула для определения  $t''$  — температуры тела по заданному времени:

$$t'' = (t_{\text{среды}} - t')B + t' \text{ град.}, \quad (4)$$

где

$$B = 1 - e^{-\frac{\alpha F}{Gc} \tau} \quad (5)$$

Величину  $B$  можно определять по графику рис. 18, исходя из  $\frac{\alpha F}{Gc} \tau$ .

Пользуясь этими формулами, следует подразумевать, что коэффициент теплоотдачи  $\alpha$ , коэффициент теплопроводности  $\lambda$  и удельная теплоемкость  $c$  стали постоянны и не зависят от температуры тела.

Фактически, однако, все эти величины в той или иной степени изменяются с изменением температуры. Поэтому в приближенном расчете значения этих величин усредняют либо для всего температурного интервала расчета, либо в пределах отдельных участков рабочего температурного интервала.

Наиболее сильно зависит от температуры коэффициент теплоотдачи.

На рис. 6 были показаны кривые, характеризующие зависимость коэффициента теплоотдачи при нагреве в газовой среде от температуры изделия. Как видно из этого графика, зависимость оказывается довольно значительной. Если в этом случае брать при расчете усредненный коэффициент теплоотдачи, равный среднеарифметической величине коэффициентов для начальной и конечной температуры, то рассчитанное время нагрева будет преувеличено в пределах до 10%.

Если тонкое тело нагревается в печи с газовой средой, то нагрев можно рассчитывать по другой, довольно простой, формуле, выведенной Б. В. Старком. При выводе этой формулы исходят из того, что нагрев в газовой среде происходит в основном за счет лучеиспускания, и поэтому количество теплоты  $dq$ , воспринимаемое поверхностью  $F$  за элементарный промежуток

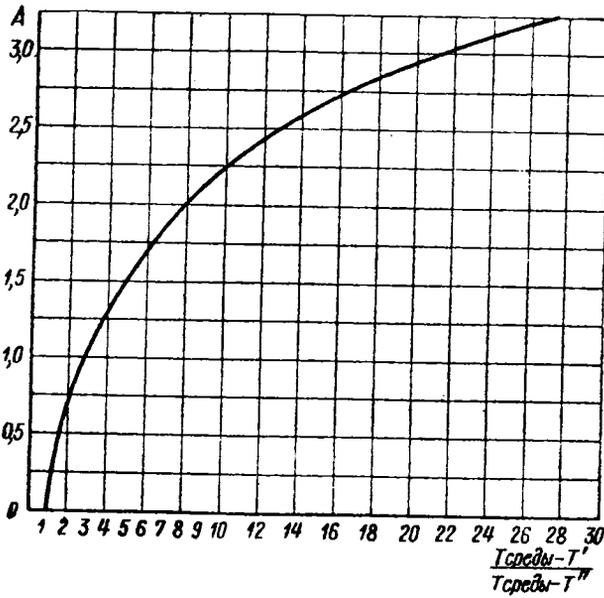


Рис. 17. Зависимость  $A = \ln \frac{t_{\text{средн}} - t'}{t_{\text{средн}} - t''}$  от  $\frac{t_{\text{средн}} - t'}{t_{\text{средн}} - t''}$ .

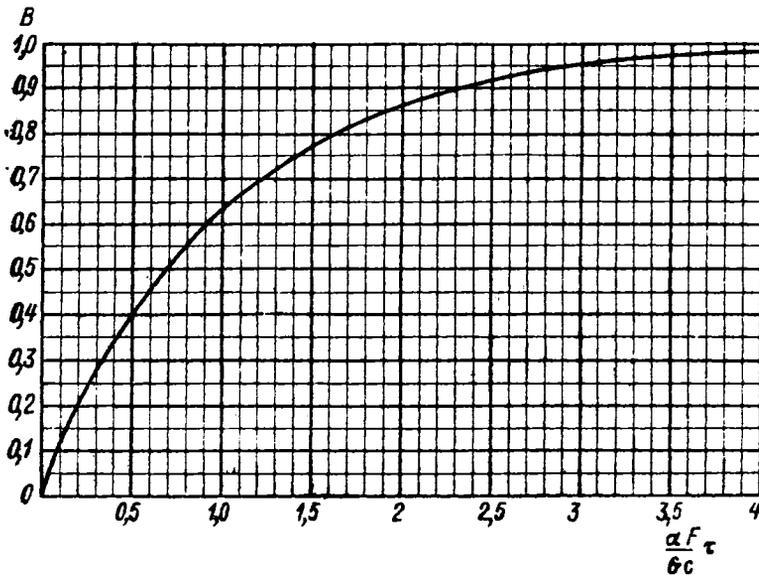


Рис. 18. Зависимость  $B = 1 - e^{-\frac{\alpha F \tau}{G c}}$  от  $\frac{\alpha F \tau}{G c}$ .

времени  $d\tau$ , пропорционально разности четвертых степеней абсолютной температуры среды и тела:

$$dq = CF \left[ \left( \frac{T_{\text{среды}}}{100} \right)^4 - \left( \frac{T}{100} \right)^4 \right],$$

где  $C$  — коэффициент лучеиспускания, равный для окисленной поверхности в среднем  $4 \text{ ккал/м}^2 \text{ час град}^4$ .

Теплосодержание тела при этом повысится на

$$dq = Gcdt,$$

где  $G$  — вес тела;

$c$  — удельная теплоемкость.

Отсюда

$$CF \left[ \left( \frac{T_{\text{среды}}}{100} \right)^4 - \left( \frac{T}{100} \right)^4 \right] d\tau = GcdT;$$

$$d\tau = \frac{FC}{Gc} \cdot \frac{dT}{Gc \left( \frac{T_{\text{среды}}}{100} \right)^4 - \left( \frac{T}{100} \right)^4}.$$

Интегрируя и вводя новые обозначения, получаем

$$\tau = \frac{Gc}{FC} \frac{100}{\left( \frac{T_{\text{среды}}}{100} \right)^3} \left[ \psi \left( \frac{T''}{T_{\text{среды}}} \right) - \psi \left( \frac{T'}{T_{\text{среды}}} \right) \right];$$

$$\tau = D \left[ \psi \left( \frac{T''}{T_{\text{среды}}} \right) - \psi \left( \frac{T'}{T_{\text{среды}}} \right) \right], \quad (6)$$

где

$$D = \frac{Gc}{FC} \frac{100}{\left( \frac{T_{\text{среды}}}{100} \right)^3}. \quad (7)$$

Таким образом, для определения времени нагрева  $\tau$  от абсолютной температуры  $T'$  до абсолютной температуры  $T''$  необходимо умножить постоянную для данного расчета величину  $D$  на разность функции  $\psi$  при конечном отношении  $\frac{T''}{T_{\text{среды}}}$  и при начальном отношении  $\frac{T'}{T_{\text{среды}}}$ .

На графике рис. 19 показана зависимость функции  $\psi \left( \frac{T}{T_{\text{среды}}} \right)$  от самого отношения  $\frac{T}{T_{\text{среды}}}$ .

Масштаб графика при значениях  $\frac{T}{T_{\text{среды}}} > 0,90$  увеличим, так как конец процесса обычно приходится исследовать наиболее точно. График рис. 19 наглядно показывает, как сильно

зависит время нагрева от того, какое отношение  $\frac{T''}{T_{\text{среды}}}$  считать концом нагрева.

В случае охлаждения в воде, особенно кипящей, в среде на водной основе и в масле, а также на воздухе зависимость коэффициента теплоотдачи от температуры изделия очень резкая. Поэтому для уточнения расчета охлаждения тонких изделий в этих средах нельзя усреднять величину коэффициента теплоотдачи в широком температурном интервале; его

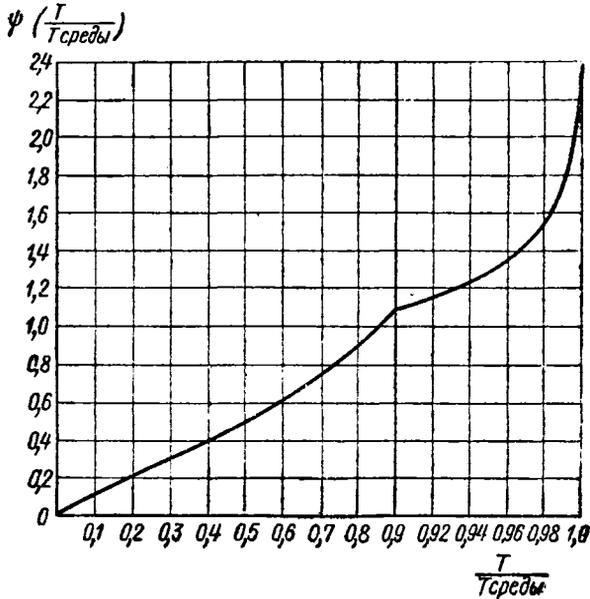


Рис. 19. Зависимость  $\psi \left( \frac{T}{T_{\text{среды}}} \right)$  от  $\frac{T}{T_{\text{среды}}}$ .

приходится дробить по температурной шкале на несколько участков, в пределах которых его можно считать постоянным.

Если непостоянство коэффициента теплоотдачи учитывается, то нагрев или охлаждение приходится рассчитывать по участкам последовательно, причем полученные температура и время в конце предыдущего участка считаются исходными для последующего. Вычисления для каждого участка настолько просты, что даже при дроблении на участки по температурной шкале расчет нагрева и охлаждения тонких тел остается достаточно легким и коротким.

**Пример 1.** Рассчитаем по обеим формулам — конвекционной и радиационной — нагрев, начиная с  $20^\circ$ , цилиндра диаметром 25 мм и длиной 75 мм в печи, имеющей температуру  $800^\circ$ , и сравним расчет с опытными данными.

Согласно рис. 15 этот случай можно отнести к категории нагрева тонких тел.

Вес цилиндра

$$G = \frac{\pi d^2}{4} h \gamma = 0,29 \text{ кг,}$$

площадь его поверхности

$$F = 2 \frac{\pi d^2}{4} + \pi dh = 0,007 \text{ м}^2.$$

Определим, через какое время температура цилиндра будет составлять 400, 600, 700 и 780° и по этим точкам построим температурную кривую нагрева.

Предполагается, что нагрев производится со всех сторон.

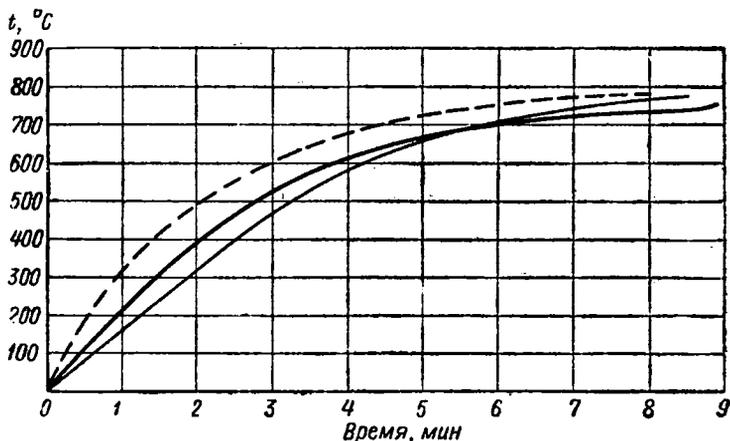


Рис. 20. Расчетные и экспериментальные температурные кривые нагрева цилиндра диаметром 25 мм, длиной 75 мм в печи с температурой 800°.

— экспериментальная кривая; — кривая, вычисленная по радиационной формуле; - - - кривая, вычисленная по конвекционной формуле.

При расчете нагрева по конвекционной формуле коэффициент теплоотдачи можно считать равным среднеарифметическому значению коэффициентов при начальной и конечной температуре.

Согласно графикам рис. 5 и 6 это среднее арифметическое значение равно

$$\alpha = \frac{90 + 200}{2} = 145 \text{ ккал/м}^2 \text{ час } ^\circ\text{C.}$$

Результаты последовательного расчета по участкам приведены в табл. 3.

На графике рис. 20 результаты расчета сопоставлены с опытными данными К. Н. Соколова [10], полученными на образце как раз таких же размеров, изготовленном из углеродистой стали с 0,5% углерода.

Как видно из графика, расчет дает несколько завышенную скорость в начале нагрева, а также в той температурной зоне, в которой происходит структурное превращение с поглощением теплоты, т. е. образование аустенита.

Таблица 3

## Расчет нагрева по конвекционной формуле

| № участка | Температура участка, °C |              | Коэффициент теплоотдачи $\alpha$ , ккал/м <sup>2</sup> час °C | $\frac{Gc}{Fa}$ | $\frac{t_{\text{среды}} - t'}{t_{\text{среды}} - t''}$ | $A = \ln \frac{t_{\text{среды}} - t'}{t_{\text{среды}} - t''}$ | Время нагрева на участке $\tau_n = \frac{Gc}{Fa} A$ , час. | Время от начала нагрева $\tau = \sum \tau_n$ , час. |
|-----------|-------------------------|--------------|---|-----------------|--|--|--|---|
|           | начало, $t'$            | конец, $t''$ |   |                 |  |  |  |   |
| 1         | 20                      | 400          | 145   | 0,033           | $\frac{850 - 20}{800 - 400} = 1,93$                    | $\ln 1,93 = 0,67$  | 0,022  | 0,022   |
| 2         | 400                     | 600          | 145   | 0,033           | $\frac{800 - 400}{800 - 600} = 2,0$                    | $\ln 2,0 = 0,70$   | 0,024  | 0,046   |
| 3         | 600                     | 700          | 145   | 0,033           | $\frac{800 - 600}{800 - 700} = 2,0$                    | $\ln 2,0 = 0,70$   | 0,024  | 0,070   |
| 4         | 700                     | 780          | 145   | 0,033           | $\frac{800 - 700}{800 - 780} = 5,0$                    | $\ln 5,0 = 1,60$   | 0,053  | 0,123   |

Таблица 4

## Расчет нагрева по радиационной формуле

| № участка | Температура участка, °C |                  | $D = \frac{Gc}{FC} \cdot \left( \frac{T_{\text{среды}}}{100} \right)^3$ | $\frac{T'}{T_{\text{среды}}}$ | $\frac{T''}{T_{\text{среды}}}$ | $\psi \left( \frac{T'}{T_{\text{среды}}} \right)$ | $\psi \left( \frac{T''}{T_{\text{среды}}} \right)$ | $\psi \left( \frac{T'}{T_{\text{среды}}} \right) - \psi \left( \frac{T''}{T_{\text{среды}}} \right)$ | Время нагрева на участке $\tau_n = D \left[ \psi \left( \frac{T''}{T_{\text{среды}}} \right) - \psi \left( \frac{T'}{T_{\text{среды}}} \right) \right]$ , час. | Время от начала нагрева $\tau = \sum \tau_n$ , час. |
|-----------|-------------------------|------------------|---|-------------------------------|--------------------------------|---|--|--|--|---|
|           | начало, $T'$            | конец, $T''$     |   |                               |                                |   |  |  |  |   |
| 1         | 20 + 273 = 293          | 400 + 273 = 673  | 0,131   | 0,27                          | 0,63                           | 0,27  | 0,65   | 0,38   | 0,042  | 0,042   |
| 2         | 400 + 273 = 673         | 600 + 273 = 873  | 0,131   | 0,63                          | 0,81                           | 0,65  | 0,90   | 0,25   | 0,028  | 0,070   |
| 3         | 600 + 273 = 873         | 700 + 273 = 973  | 0,131   | 0,81                          | 0,90                           | 0,90  | 1,10   | 0,21   | 0,023  | 0,093   |
| 4         | 700 + 273 = 973         | 780 + 273 = 1053 | 0,131   | 0,90                          | 0,98                           | 1,10  | 1,55   | 0,45   | 0,050  | 0,143   |

Рассчитаем этот же пример по радиационной формуле (6) без учета теплоотдачи конвекцией.

При расчете по этой формуле примем коэффициент лучеиспускания равным  $4,0 \text{ ккал/м}^2 \text{ час град}^4$ .

Определим время нагрева до  $400, 600, 700$  и  $780^\circ$  с помощью графика, изображенного на рис. 19 (табл. 4).

Результаты расчета по радиационной формуле (табл. 4) весьма близки к опытным данным.

**Пример 2.** Рассчитаем всесторонний нагрев пластины размером  $0,05 \cdot 1,0 \cdot 1,0 \text{ м}$  в печи с температурой  $1000^\circ$ . Начальная температура пластины  $100^\circ$ , вес пластины

$$G = 0,05 \cdot 1,0 \cdot 1,0 \cdot 7700 = 385 \text{ кг,}$$

ее поверхность

$$F = 2 \cdot 1,0 \cdot 1,0 + 4 \cdot 0,05 \cdot 1,0 = 2,2 \text{ м}^2.$$

Определим температуру пластины через  $0,1$  час.,  $0,2$  час.,  $0,3$  час. и  $0,5$  час. после начала нагрева.

Для приближенного расчета используем кривую, показанную на рис. 18. Коэффициент теплоотдачи примем равным среднеарифметическому значению коэффициентов в начале и конце нагрева (рис. 5 и 6):

$$\alpha = \frac{135 + 325}{2} = 230 \text{ ккал/м}^2 \text{ час } ^\circ\text{C}.$$

Результаты последовательного расчета нагрева по участкам во времени приведены в табл. 5.

Таблица 5

Расчет нагрева по конвекционной формуле

| № участка | Время от начала нагрева, час. | $\frac{\alpha F}{Gc} \tau$ | $B = 1 - e^{-\frac{\alpha F}{Gc} \tau}$ | Температура, $^\circ\text{C}$   |
|-----------|-------------------------------|----------------------------|---|---------------------------------|
| 1         | 0,1                           | 1,01                       | 0,64                                    | $100 + (1000 - 100) 0,64 = 675$ |
| 2         | 0,2                           | 2,02                       | 0,86                                    | $100 + (1000 - 100) 0,86 = 875$ |
| 3         | 0,3                           | 3,03                       | 0,95                                    | $100 + (1000 - 100) 0,95 = 955$ |
| 4         | 0,5                           | 5,05                       | 0,98                                    | $100 + (1000 - 100) 0,98 = 972$ |

Если требуется более точный расчет, то можно повторить вычисления, аналогичные выполненным выше, но коэффициент теплоотдачи принять не постоянным (средним), а различным для каждого участка, исходя из кривой, показанной на рис. 6, и ориентировочно установленной температуры по участкам.

При нагреве в жидкой среде коэффициент теплоотдачи с большей степенью точности можно принимать постоянным (рис. 7 и 8).

В случае охлаждения на воздухе коэффициент теплоотдачи, как указывалось выше, сильно зависит от температуры охлаждаемой поверхности. Поэтому расчет охлаждения тонких изделий на воздухе обычно приходится выполнять по участкам.

**Пример 3.** Сравним продолжительность охлаждения цилиндрических штанг длиной  $2 \text{ м}$  и диаметром  $20 \text{ мм}$  с температуры  $1000^\circ$  в воздухе, имеющем температуру  $20^\circ\text{C}$ , спокойном и двигающемся со скоростью  $3 \text{ м/сек.}$

Таблица 6

## Расчет охлаждения цилиндрической штанги на воздухе

| № участка | Температура, °C |              | Охлаждение в спокойном воздухе  |                 |  |  |   |  |   | Охлаждение в движущемся воздухе |  |  |   |  |
|-----------|-----------------|--------------|---|-----------------|--|--|---|--|---|---------------------------------|--|--|---|--|
|           | начало, $t'$    | конец, $t''$ | коэффициент теплоотдачи $\alpha$ , $\frac{\text{ккал/м}^2 \text{ час } ^\circ\text{C}}$ | $\frac{Gc}{Fa}$ | $\frac{t_{\text{средн}} - t'}{t_{\text{средн}} - t''}$ | $A = \ln \frac{t_{\text{средн}} - t'}{t_{\text{средн}} - t''}$ | время охлаждения на участке $\tau_n = \frac{Gc}{Fa} A$ , час. | время охлаждения от начала $\tau = \sum \tau_n$ , час. | коэффициент теплоотдачи $\alpha$ , $\frac{\text{ккал/м}^2 \text{ час } ^\circ\text{C}}$ | $\frac{Gc}{Fa}$                 | $\frac{t_{\text{средн}} - t'}{t_{\text{средн}} - t''}$ | $A = \ln \frac{t_{\text{средн}} - t'}{t_{\text{средн}} - t''}$ | время охлаждения на участке $\tau_n = \frac{Gc}{Fa} A$ , час. | время охлаждения от начала $\tau = \sum \tau_n$ , час. |
| 1         | 1000            | 800          |   |                 |  |  |   |  |   |                                 |  |  |   |  |
| 2         | 800             | 600          | 80  | 0,064           | $\frac{20 - 800}{20 - 600} = 1,34$                     | 0,28   | 0,018   | 0,028  | 90  | 0,056                           | 1,34   | 0,28   | 0,016   | 0,026  |
| 3         | 600             | 400          | 50  | 0,100           | $\frac{20 - 600}{20 - 400} = 2,05$                     | 0,73   | 0,073   | 0,101  | 60  | 0,083                           | 2,05   | 0,73   | 0,061   | 0,087  |
| 4         | 400             | 200          | 32  | 0,156           | $\frac{20 - 400}{20 - 200} = 2,79$                     | 1,01   | 0,160   | 0,261  | 42  | 0,120                           | 2,79   | 1,01   | 0,122   | 0,209  |
| 5         | 200             | 100          | 24  | 0,208           | $\frac{20 - 200}{20 - 100} = 2,25$                     | 0,80   | 0,167   | 0,488  | 34  | 0,147                           | 2,25   | 0,80   | 0,117   | 0,326  |
| 6         | 100             | 50           | 20  | 0,250           | $\frac{20 - 100}{20 - 50} = 2,67$                      | 0,97   | 0,242   | 0,670  | 30  | 0,167                           | 2,67   | 0,97   | 0,162   | 0,488  |

Коэффициент теплоотдачи в неподвижном воздухе можно определить по графикам рис. 9 и 5. В случае циркуляции воздуха коэффициент теплоотдачи на  $10 \text{ ккал/м}^2 \text{ час } ^\circ\text{C}$  больше вследствие конвекции (рис. 5).

Вес каждой штанги

$$G = \frac{\pi d^3}{4} h \gamma = 4,85 \text{ кг},$$

площадь ее поверхности

$$F = \frac{2\pi d^2}{4} + \pi dh = 0,126 \text{ м}^2.$$

Для построения температурной кривой охлаждения определим, через какое время будет достигнута температура 800, 600, 400, 200, 100 и  $50^\circ\text{C}$  (табл. 6).

Как видно из таблицы 6, циркуляция воздуха заметно влияет на охлаждение только при весьма низкой температуре.

Пример 4. Рассчитаем сложный режим термической обработки, состоящий из первоначального охлаждения тела с  $850^\circ$  в веретенном масле с температурой  $50^\circ$ , выдачи на воздух с температурой  $20^\circ$  и переноса в воду.

Допустим, требуется, чтобы за время выдержки в масле температура изделия снизилась до  $500^\circ$ , а при последующей выдержке на воздухе перед погружением в воду упала бы не ниже  $450^\circ$ .

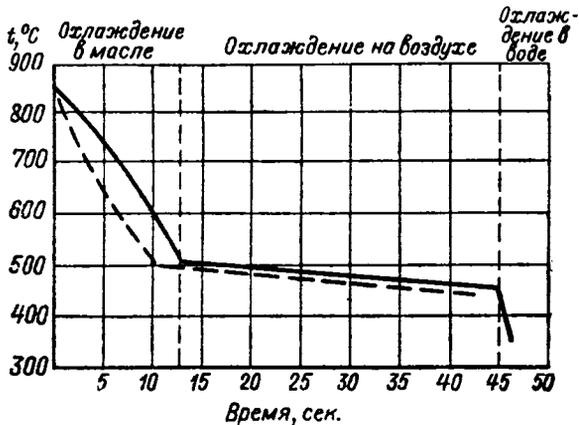


Рис. 21. Опытные и расчетные температурные кривые охлаждения середины пластины размером  $0,1 \cdot 0,05 \cdot 0,008 \text{ м}$  по режиму масло — воздух — вода.  
 ————— опытная кривая; — — — расчетная кривая.

Изделие является пластиной размером  $100 \cdot 50 \cdot 8 \text{ мм}$  и согласно графику рис. 16 при охлаждении на воздухе и в масле может быть отнесено к категории тонких.

Средний коэффициент теплоотдачи при охлаждении в легком минеральном масле в интервале температуры поверхности тела  $850\text{—}500^\circ$  составляет  $700 \text{ ккал/м}^2 \text{ час } ^\circ\text{C}$  (рис. 13).

Коэффициент теплоотдачи при охлаждении на воздухе в интервале температуры поверхности тела  $500\text{—}450^\circ$  составляет в среднем  $38 \text{ ккал/м}^2 \text{ час } ^\circ\text{C}$ .

Вес изделия

$$G = 0,10 \cdot 0,05 \cdot 0,008 \cdot 7700 = 0,31 \text{ кг},$$

площадь его поверхности

$$F = 0,0124 \text{ м}^2.$$

Разобьем расчет на два участка: охлаждение тела с температурой 850—500° в масле и охлаждение тела с температурой 500—450° на воздухе.

На основе данных табл. 7 на рис. 21 построен график, из которого видно, что скорость охлаждения на воздухе так невелика (около 1,5 град/сек), что торопиться во время переноса изделия из масла в воду для большинства марок стали нет нужды.

Таблица 7

Расчет охлаждения по режиму масло — воздух — вода

| № участка | Температура, °C |              | Коэффициент теплоотдачи $\alpha$ , $\frac{\text{ккал/м}^2 \text{ час } ^\circ\text{C}}$ | $\frac{Gc}{F\alpha}$ | $\frac{t_{\text{среды}} - t'}{t_{\text{среды}} - t''}$ | $A = \ln \frac{t_{\text{среды}} - t'}{t_{\text{среды}} - t''}$ | Время охлаждения на участке<br>$\tau_n = \frac{Gc}{F\alpha} A$ , час. | Среда охлаждения |
|-----------|-----------------|--------------|---|----------------------|--|--|---|------------------|
|           | начало, $t'$    | конец, $t''$ |   |                      |  |  |   |                  |
| 1         | 850             | 500          | 700   | 0,0045               | $\frac{50 - 850}{50 - 500} = 1,78$                     | 0,57   | 0,0026  | Масло            |
| 2         | 500             | 450          | 38  | 0,0800               | $\frac{20 - 800}{20 - 450} = 0,11$                     | 0,11   | 0,0088  | Воздух           |
| 3         | 450             | —            | —   | —                    | —  | —  | —   | Вода             |

Для проверки результатов этого расчета был проделан опыт с записью показаний термомпары, вставленной в середину образца указанных размеров. Различие опытных данных и расчета состоит лишь в несколько замедленном охлаждении в масле: 12 сек. вместо 10. При охлаждении в воде этот образец выходит из категории тонких тел.

## РАСЧЕТ НАГРЕВА И ОХЛАЖДЕНИЯ МАССИВНЫХ ТЕЛ

Массивными с точки зрения тепловых расчетов следует считать тела, для которых разность температуры середины и поверхности не является заведомо малой по сравнению с разностью температуры изделия и среды и ею нельзя пренебречь.

Тепловые расчеты в случае массивных тел основываются на решениях дифференциального уравнения Фурье [11], [12].

Это дифференциальное уравнение в частных производных определяет характер распределения тепла внутри металла.

В наиболее простом случае, для одномерного теплового потока, например для пластины, это уравнение имеет следующий вид:

$$\frac{\partial t}{\partial \tau} = a \frac{\partial^2 t}{\partial x^2},$$

где  $t$  — температура;

$\tau$  — время;

$a$  — температуропроводность;

$x$  — расстояние от нагреваемой поверхности до данной точки.

Для наших целей наибольший интерес представляет решение дифференциального уравнения теплопроводности для случая так называемых граничных условий третьего рода. Эти граничные условия характеризуются тем, что за единицу времени на единицу поверхности подается при нагреве или с единицы поверхности удаляется при охлаждении количество тепла, прямо пропорциональное разности температуры поверхности и среды:

$$q = \alpha (t_{\text{пов}} - t_{\text{среды}}).$$

Это уравнение служит основой для граничного условия

$$\alpha (t_{\text{пов}} - t_{\text{среды}}) = -\lambda \left( \frac{\partial t}{\partial x} \right)_{\text{пов}}$$

Совместное решение дифференциального уравнения теплопроводности с граничным условием и с начальным условием

$t_0 = 0$  позволяет найти решение для простейших по форме тел — пластины, цилиндра и шара — в виде

$$t = f(x; \tau; \alpha; \lambda; a; t_{\text{среды}}; t_0; S).$$

Теория подобия позволила сократить число переменных и констант с 8 до 3 и получить решение в следующем виде:

$$\frac{t_{\text{среды}} - t}{t_{\text{среды}} - t_0} = F\left(\frac{x}{S}; \frac{a\tau}{S^2}; \frac{aS}{\lambda}\right),$$

где  $\alpha$  — коэффициент теплоотдачи от поверхности тела к внешней среде;

$t_{\text{среды}}$  — температура среды;

$t_0$  — начальная температура тела;

$S$  — половина толщины пластины, радиус цилиндра или шара;

$x$  — расстояние от середины тела до данной точки;

$t$  — текущая температура в данной точке;

$\lambda$  — коэффициент теплопроводности;

$a$  — коэффициент температуропроводности;

$\tau$  — время.

Таким образом, температурное поле определяется уже не 8, а лишь 3 переменными, выраженными в безразмерной, критериальной форме. Эти три критерия следующие:

1)  $\frac{x}{S}$  представляет собой относительную длину;  $\frac{x}{S} = 0$  соответствует середине, а  $\frac{x}{S} = 1$  — поверхности тела;

2)  $\frac{a\tau}{S^2} = Fo$  — относительное время (критерий Фурье) характеризует стадию процесса нагрева (или охлаждения). Началу процесса соответствует  $Fo = 0$ , а концу  $Fo = \infty$ ;

3)  $\frac{aS}{\lambda} = Bi$  — критерий Био — характеризует отношение теплового сопротивления тела к интенсивности теплообмена на поверхности.

Если рассматривать определенную точку по сечению изделия, например на поверхности ( $\frac{x}{S} = 1$ ), в центре ( $\frac{x}{S} = 0$ ), при  $\frac{x}{S} = 0,1$ ,  $\frac{x}{S} = 0,2$  и т. д., то для каждой точки количество независимых переменных (критериев) оказывается равным 2.

При двух независимых переменных зависимость можно представить в виде семейства кривых. Результаты весьма трудоемкого вычисления этих кривых имеются в литературе. Такие кривые и таблицы построены, например, Гребером [11], Шаком [13], Расселом [1], Будриным и Красовским [14] и вполне могут быть использованы при расчетах в термической обработке.

Диаграммы построены для середины и поверхности, а в некоторых случаях и для промежуточных точек сечения тел

трех простых форм: пластины неограниченной длины и ширины, шара и бесконечно длинного цилиндра. По оси абсцисс каждого графика отложено значение независимой переменной — относительного времени (критерия Фурье) в логарифмическом масштабе, а по оси ординат — относительная температура, представляющая собой отношение текущей разности температуры данной точки и окружающей среды к этой же разности до начала охлаждения или нагрева.

Относительная температура может изменяться в пределах от 1 в начальный момент до 0 при очень больших значениях относительного времени.

На каждом графике с такими координатами нанесено несколько кривых, каждая из которых соответствует определенному критерию  $Bi = \frac{\alpha S}{\lambda}$ : изделиям большего сечения соответствуют большие значения критерия Био, а изделиям меньшего сечения — меньшие.

На рис. 22—25 показаны такие графики для поверхности и середины пластины и оси цилиндра, рассчитанные Д. В. Будриным [14].

Кроме того, на рис. 26—29 показаны аналогичные графики, рассчитанные для поверхности плиты и цилиндра при очень малых значениях относительного времени, т. е. для самой начальной стадии охлаждения или нагрева. Масштаб по оси ординат (относительная температура) на этих графиках принят линейным в отличие от графиков для широкого диапазона относительного времени, на которых масштаб относительной температуры логарифмический.

Так как графики должны охватить очень широкий диапазон значений критериев Фурье, то, кроме того, что масштаб по оси абсцисс принят логарифмическим, он еще 1—2 раза меняется по длине графика, что сразу заметно по излому кривых.

Для пользования этими диаграммами необходимо в каждом конкретном случае подсчитать значения относительного времени  $Fo = \frac{\alpha \tau}{S^2}$  и критерия Био  $\frac{\alpha S}{\lambda}$  и затем найти на графике соответствующее значение функции  $\Phi$  для сердцевины или поверхности изделия. При охлаждении в среде с нулевой температурой  $\Phi$  соответствует относительной температуре  $\frac{t}{t_0}$  изделия. При охлаждении в среде с температурой  $t_{\text{среды}}$  величина  $\Phi$  соответствует  $\frac{t - t_{\text{среды}}}{t_0 - t_{\text{среды}}}$ .

При нагреве значение  $\Phi$  из графика означает не относительную температуру изделия  $\frac{t}{t_{\text{среды}}}$ , а относительную разность температуры изделия и среды  $\frac{t_{\text{среды}} - t}{t_{\text{среды}}}$ . Относительная

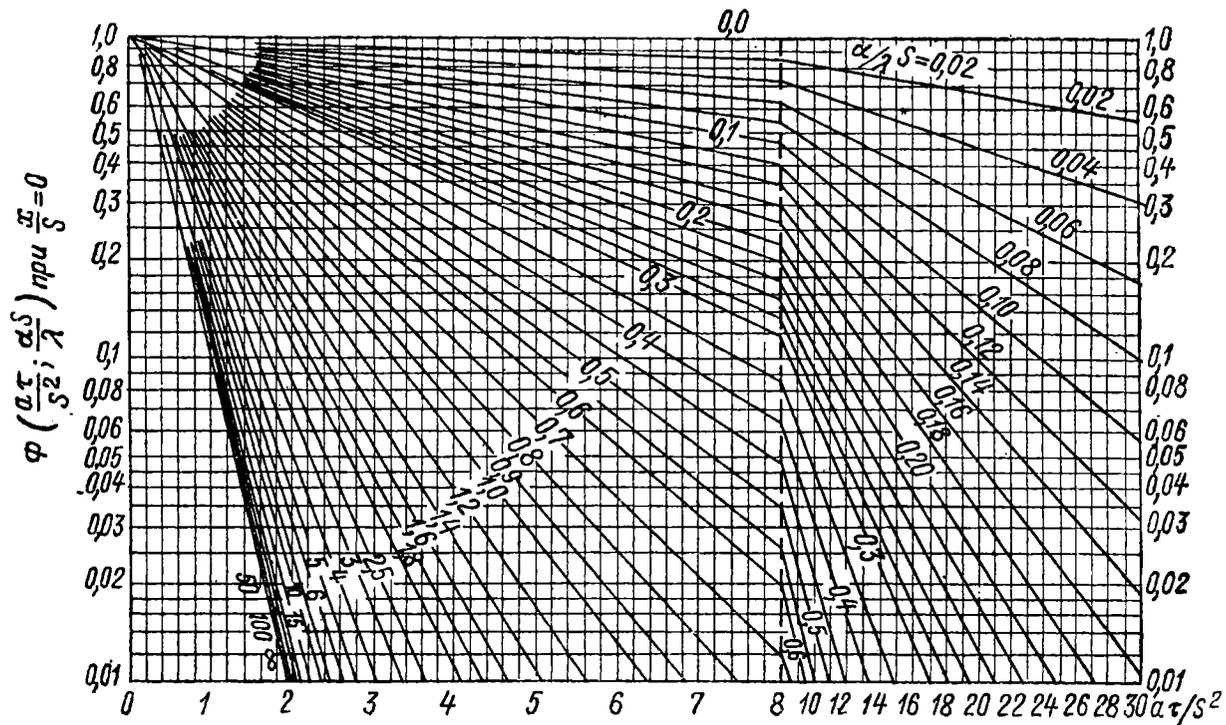


Рис. 22. Функции  $\Phi\left(\frac{a\tau}{S^2}; \frac{aS}{\lambda}\right)$  для середины пластины.

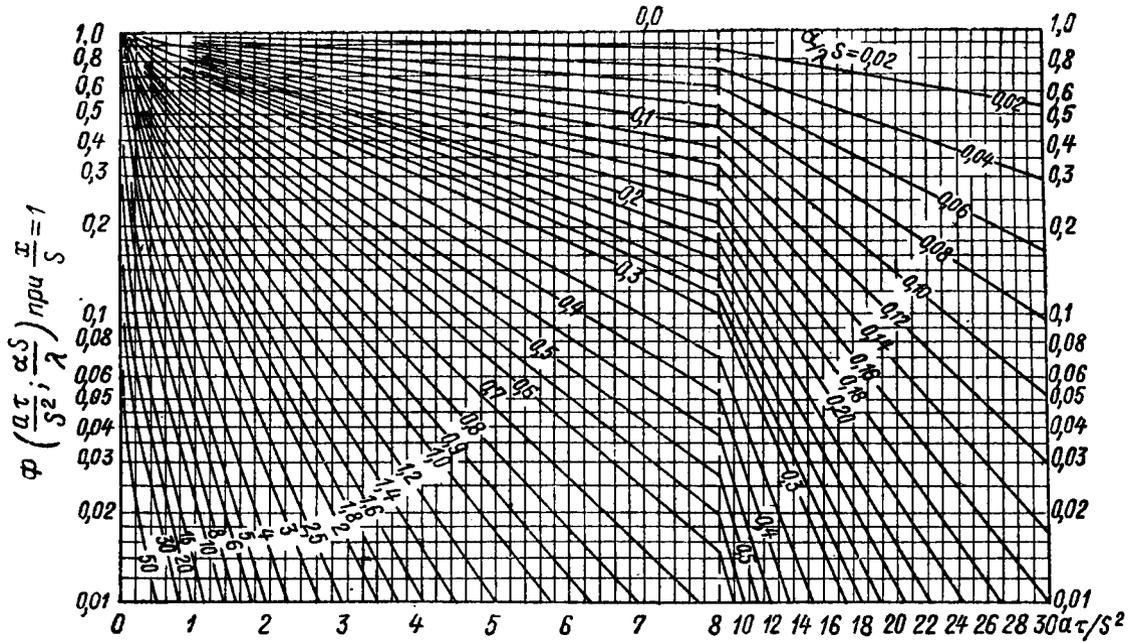


Рис. 23. Функции  $\Phi\left(\frac{a\tau}{S^2}; \frac{\alpha S}{\lambda}\right)$  для поверхности пластины.

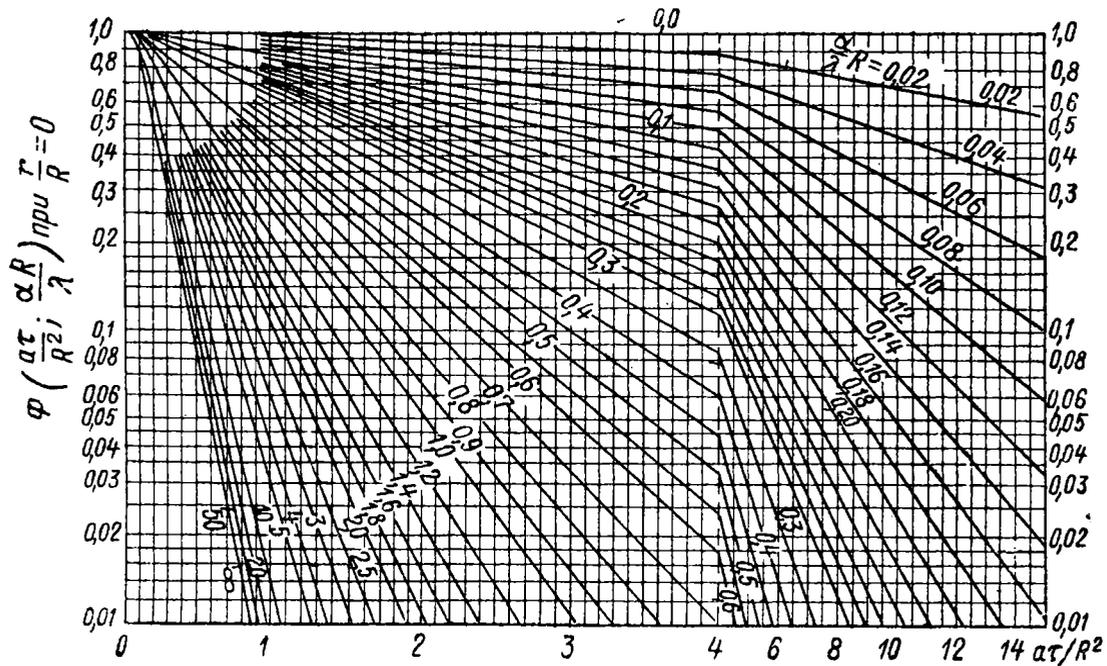


Рис. 24. Функции  $\Phi\left(\frac{\alpha\tau}{R^2}, \frac{\alpha R}{\lambda}\right)$  для оси цилиндра.

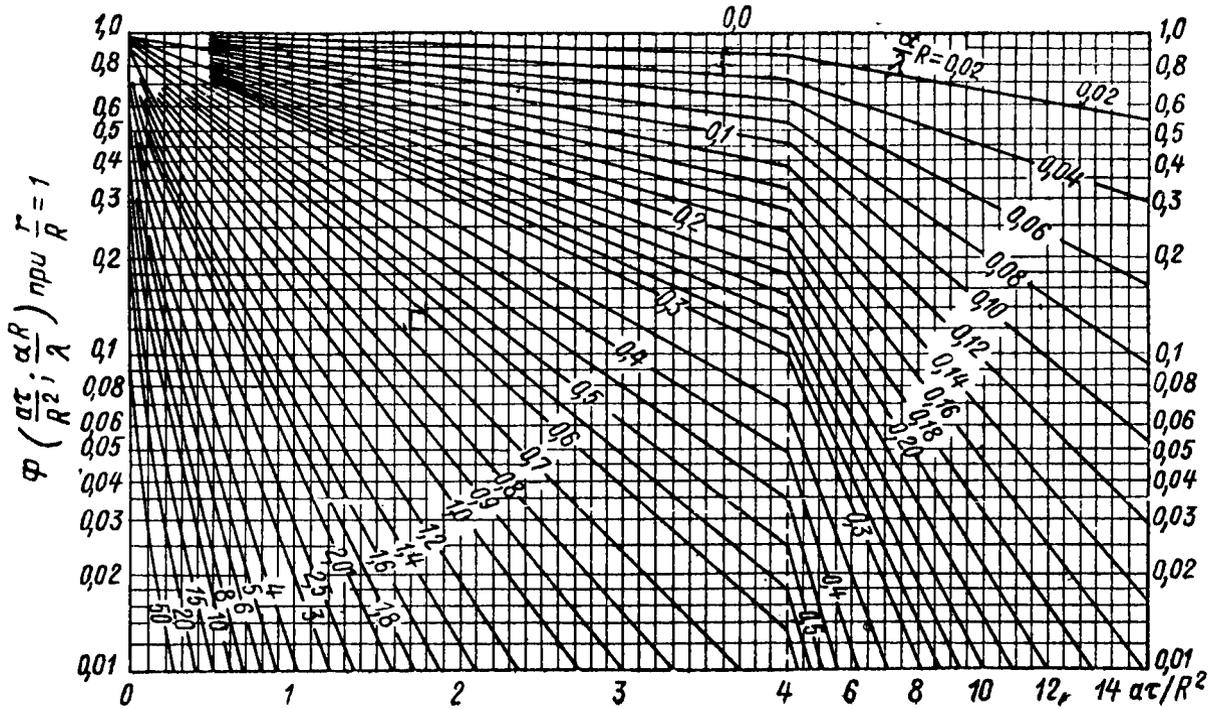


Рис. 25. Функции  $\Phi\left(\frac{\alpha\tau}{R^2}, \frac{\alpha R}{\lambda}\right)$  для поверхности цилиндра.

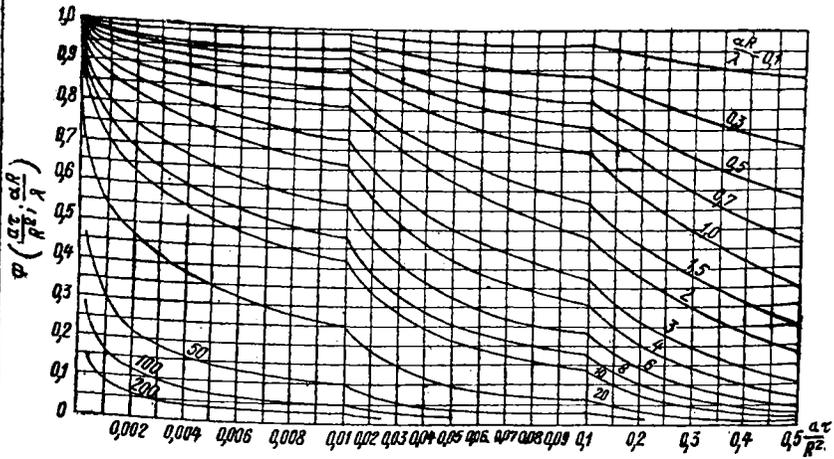


Рис. 26. Функция  $\Phi\left(\frac{a\tau}{R^2}; \frac{aR}{\lambda}\right)$  для поверхности цилиндра при малых значениях критерия Фурье.

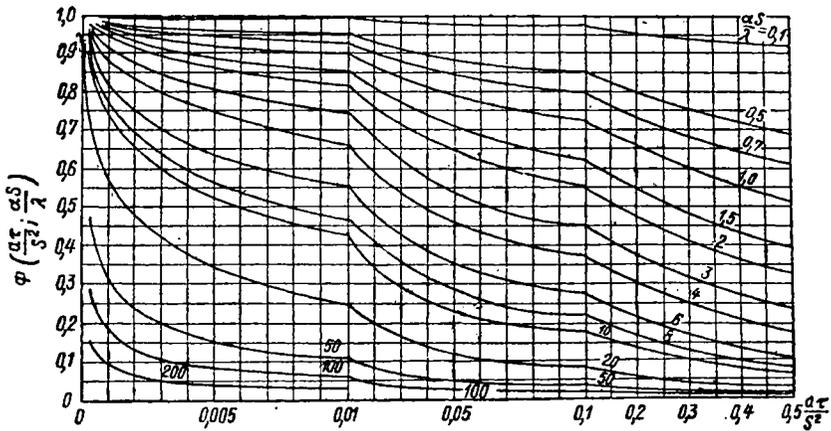


Рис. 27. Функции  $\Phi\left(\frac{a\tau}{S^2}; \frac{aS}{\lambda}\right)$  для поверхности пластины при малых значениях критерия Фурье.

температура при нагреве получается вычитанием полученного из графика значения из единицы. Например,  $\Phi$ , равное 0,1, при нагреве соответствует относительной температуре 0,9.

В книге Г. П. Иванцова „Нагрев металла“ приведены наиболее точные, пятизначные, таблицы Рассела для расчета нестационарного температурного поля в пластинах при критериях Био, равных 0,2; 0,5; 1; 2; 3; 4; 4,8; 6; 7,5; 8; 10; 13; 14; 17; 20; 32; 44; 60;  $\infty$  и в цилиндрах при критериях Био, равных 0,05; 0,1; 0,2; 0,4; 0,6; 0,8; 1; 2; 2,4; 4; 6; 7; 10; 15; 30 и  $\infty$ .

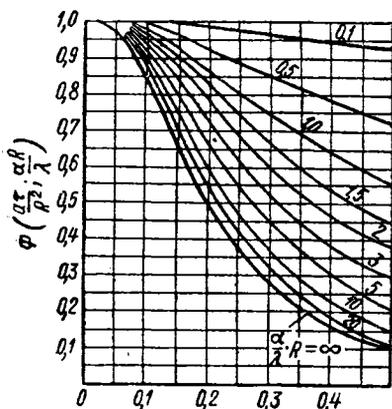


Рис. 28. Функции  $\Phi\left(\frac{\alpha\tau}{R^2}; \frac{\alpha R}{\lambda}\right)$

для оси цилиндра при малых значениях критерия Фурье.

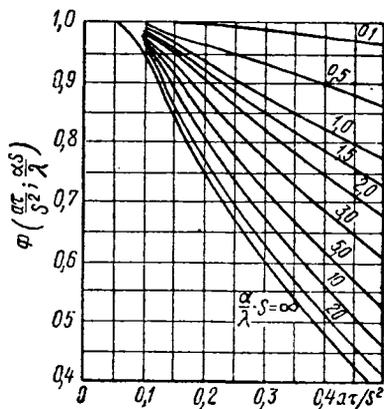


Рис. 29. Функции  $\Phi\left(\frac{\alpha\tau}{S^2}; \frac{\alpha S}{\lambda}\right)$

для середины пластины при малых значениях критерия Фурье.

При использовании справочных графиков вместо таблиц Рассела облегчается возможность интерполяции, но рассчитаны они с меньшей точностью, чем таблицы, — примерно с двумя знаками вместо пяти. Для практических расчетов по термической обработке двух знаков достаточно и поэтому вполне можно использовать и графики.

Рассчитывать нагрев и охлаждение реальных пластин по формулам для неограниченных пластин можно в том случае, если их длина и ширина в 5—10 или более раз превосходит толщину. Погрешность в этом случае получается очень небольшой. Для цилиндров аналогичное допущение приемлемо, если их длина в 5—10 или более раз больше их диаметра.

Чтобы пояснить, как пользоваться справочными материалами для расчета охлаждения и нагрева массивных тел, проделаем примерные расчеты.

Рассчитаем охлаждение неограниченной пластины толщиной  $2S = 0,25$  м с температурой  $1250^\circ$  в среде с температурой  $250^\circ$ , если коэффициент теплоотдачи составляет  $300 \text{ ккал/м}^2 \text{ час } ^\circ\text{С}$ . Этот случай приблизительно соот-

ветствует охлаждению в расплавленной соли. Критерий Био в этом случае равен:

$$Bi = \frac{S}{\frac{\lambda}{\alpha}} = \frac{0,250:2}{1:300} = \frac{0,125 \cdot 300}{25} = 7,5.$$

На стр. 158 книги Г. П. Иванцова помещена таблица для  $Bi = 7,5$ .

В левой крайней колонке напечатаны значения относительного времени (критерий  $Fo$ ), а в остальных 7 колонках — соответствующие им значения относительной температуры для различных частей сечения. Если взять, например, 5 значений относительного времени

$$Fo = \frac{a\tau}{S^2} = 0,02; 0,1; 0,5; 1,0 \text{ и } 1,5,$$

то можно привести данные, показанные в табл. 8

Таблица 8

Справочная таблица для пластины при  $Bi = 7,5$

| Относительное время $Fo$ | Температурный критерий при $\frac{x}{S}$ , равном: |      |      |      |      |      |                   |
|--------------------------|--|------|------|------|------|------|-------------------|
|                          | 0 (середина)                                       | 0,5  | 0,6  | 0,7  | 0,8  | 0,9  | 1,0 (поверхность) |
| 0,02                     | —  | 0,99 | 0,98 | 0,95 | 0,85 | 0,67 | 0,41              |
| 0,10                     | 0,97   | 0,83 | 0,75 | 0,65 | 0,52 | 0,38 | 0,22              |
| 0,50                     | 0,48   | 0,37 | 0,32 | 0,27 | 0,21 | 0,15 | 0,09              |
| 1,00                     | 0,18   | 0,14 | 0,12 | 0,10 | 0,08 | 0,06 | 0,03              |
| 1,50                     | 0,07   | 0,05 | 0,05 | 0,04 | 0,03 | 0,02 | 0,01              |

Для перехода от критериальной формы к обычной надо подставить значения входящих в критерий величин. Например, если  $\frac{a\tau}{S^2} = 0,02$  и  $\frac{x}{S} = 0,5$ , то  $\theta$  оказывается равной 0,99.

Величина  $\frac{a\tau}{S^2} = 0,02$  при коэффициенте теплопроводности  $a = 0,025$  и величине половины толщины плиты  $S = 0,125$  дает возможность определить абсолютную величину времени  $\tau$ :

$$\frac{0,025\tau}{0,125^2} = 0,02;$$

отсюда

$$\tau = \frac{0,02 \cdot 0,125^2}{0,025} = 0,0125 \text{ час.}$$

Величина  $\frac{x}{S} = 0,5$  соответствует половине расстояния от средней плоскости пластины до ее поверхности, т. е.

$$\frac{x}{0,125} = 0,5;$$

$$x = 0,0625 \text{ м.}$$

Относительная температура  $\theta = 0,99$  при полной разности температуры, равной  $1250 - 250 = 1000^\circ$ , соответствует разности температуры данной точки и охлаждающей среды  $0,99 \cdot 1000^\circ = 990^\circ$  и, следовательно, равна

$$t = 250 + 990^\circ = 1240^\circ \text{ С.}$$

Таким образом, на основании таблицы установлено, что в точке, отстоящей на  $0,0625 \text{ м}$  от середины пластины, через  $0,0125$  часа после начала охлаждения температура равна  $1240^\circ$ .

По полученным данным на рис. 30 построены температурные кривые охлаждения нескольких точек сечения пластины.

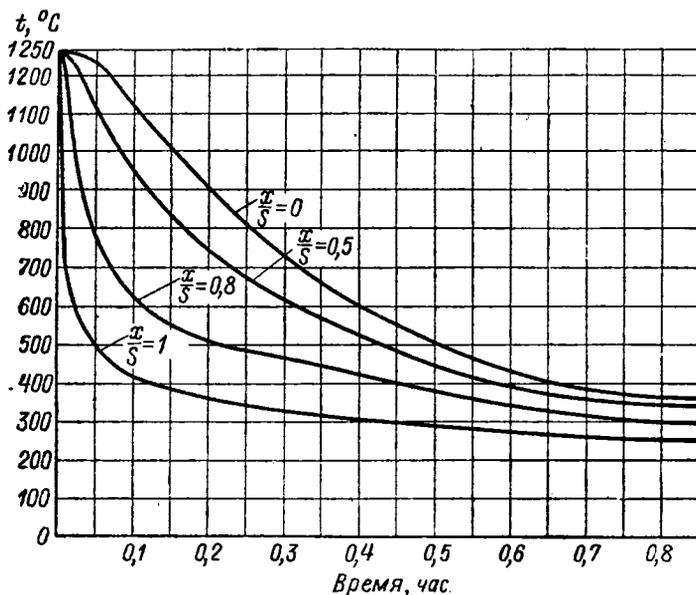


Рис. 30. Температурные кривые охлаждения различных точек пластины толщиной  $250 \text{ мм}$ , охлаждаемой в среде с температурой  $250^\circ$  при коэффициенте теплоотдачи  $300 \text{ ккал/м}^2 \text{ час } ^\circ\text{С}$ .

В качестве второго примера расчета нестационарного теплового поля в массивных телах рассчитаем нагрев цилиндрической заготовки диаметром  $125 \text{ мм}$  в печи с температурой  $1000^\circ \text{ С}$ . В работе Н. Н. Доброхотова приводятся экспериментальные данные нагрева заготовки такого размера из шарикоподшипниковой стали, что позволяет сравнить результаты расчета с опытом. Согласно графику рис. 15, в нашем случае изделие находится почти на границе тонких и массивных тел. Коэффициент теплоотдачи составляет в данном случае согласно графикам рис. 5 и 6  $230 \text{ ккал/м}^2 \text{ час } ^\circ\text{С}$ . Критерий Био

$$Bi = \frac{\alpha S}{\lambda} = \frac{230 \cdot 0,0625}{25} = 0,57.$$

На основании расчета, выполненного с помощью таблиц Рассела, построены кривые нагрева на рис. 31.

Сопоставление с экспериментальными данными Н. Н. Доброхотова показывает удовлетворительное совпадение, за исклю-

чением температурного интервала структурного превращения. Совпадение было бы еще лучше, если бы расчет был выполнен по участкам и в каждом участке были бы приняты свои значения коэффициента теплоотдачи.

В главе V будет приведен приближенный способ учета теплоты структурных превращений.

### Расчет нагрева и охлаждения тел конечных размеров.

С помощью графиков  $\theta = \Phi \left( \frac{a\tau}{S^2}; \frac{a}{\lambda} S \right)$  можно выполнять

расчеты для трех основных форм тел: неограниченной плиты, неограниченного цилиндра и шара. С достаточной для практических целей точностью можно принимать за неограниченные пластину и цилиндр такие, у которых ширина и длина в 5—10 и более раз превосходит толщину или диаметр.

Особенно сильно расширяет область применения тепловых расчетов возможность использования тех же графиков для расчета нагрева и охлаждения цилиндров конечной длины и параллелепипедов конечных размеров, вытекающая из так называемого правила перемножения температурных критериев [16], [17]. Сущность этого правила состоит

в том, что параллелепипед рассматривается как тело, образованное пересечением трех взаимно перпендикулярных неограниченных пластин, а цилиндр — как тело, образованное пересечением взаимно перпендикулярных цилиндра бесконечной длины и неограниченной пластины.

Из этого правила следует, что:

1) относительная температура в данной точке параллелепипеда размерами  $2S_x$ ,  $2S_y$ ,  $2S_z$  равна произведению значений относительной температуры  $\theta_x$ ,  $\theta_y$ ,  $\theta_z$ , рассчитанных для неограниченных пластин толщиной  $2S_x$ ,  $2S_y$  и  $2S_z$ ;

2) для цилиндра диаметром  $2R$  и длиной  $2S$  относительную температуру  $\theta$  можно вычислить, перемножив  $\theta_R$  и  $\theta_S$ ,

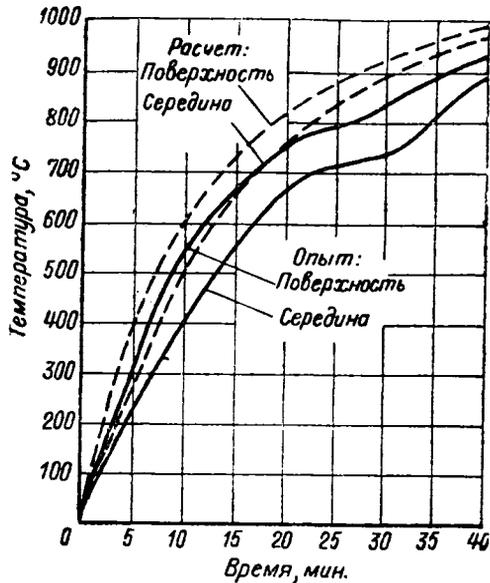


Рис. 31. Нагрев заготовки диаметром 125 мм в печи при 1000° С.

полученные для бесконечно длинного цилиндра диаметром  $2R$  и неограниченной пластины толщиной  $2S$ .

Правило перемножения температурных критериев чрезвычайно расширяет диапазон изделий, нагрев и охлаждение которых поддаются расчету.

В качестве примеров рассчитаем охлаждение параллелепипеда и цилиндра, а также нагрев бунта проволоки, ящика с насыпью мелких деталей и цилиндра.

1. Параллелепипед размерами  $1,00 \cdot 0,5 \cdot 0,25$  м.

Начальная температура  $t_0$  параллелепипеда  $1100^\circ \text{C}$ , температура среды  $100^\circ \text{C}$ , коэффициент теплоотдачи  $1000 \text{ ккал/м}^2 \text{ час}^\circ \text{C}$ .

Требуется определить охлаждение геометрического центра параллелепипеда.

Найдем критерии Био.

$$Bi_x = \frac{\frac{S_x}{\lambda}}{\frac{1}{\alpha}} = \frac{0,5 \cdot 1000}{25} = 20;$$

$$Bi_y = \frac{\frac{S_y}{\lambda}}{\frac{1}{\alpha}} = \frac{0,25 \cdot 1000}{25} = 10;$$

$$Bi_z = \frac{\frac{S_z}{\lambda}}{\frac{1}{\alpha}} = \frac{0,125 \cdot 1000}{25} = 5.$$

Результаты расчета приведены в табл. 9.

Расчет выгоднее начинать для наименьшего критерия — в данном случае для  $Bi_z$ , так как  $\theta_z$  падает во времени быстрее, чем  $\theta_y$  и  $\theta_x$ , вследствие того, что  $Bi_z$  имеет в данном случае меньшую величину, чем  $Bi_y$  и  $Bi_x$ .

При вычислении  $Fo_x$  и  $Fo_y$  для расчета второго и третьего температурных критериев  $\theta_x$  и  $\theta_y$  надо исходить из уже определенных расчетом  $\theta_z$  моментов времени  $\tau$ .

Когда критерий  $\theta$  достигнет достаточно малых значений, дальнейший расчет можно прекратить.

Для расчета желательно выбирать по таблице такие значения  $\theta_z$  и  $Fo_z$ , которые дали бы необходимые точки для построения температурной кривой охлаждения. Количество точек во времени выбирается в зависимости от требующейся точности определения температурной кривой, но обычно 4—6 точек оказывается достаточно.

2. Цилиндр диаметром  $2R = 0,5$  м, длиной  $2S = 1,0$  м.

Начальная температура  $t_0$  цилиндра  $1100^\circ \text{C}$ , температура среды  $100^\circ \text{C}$ , коэффициент теплоотдачи  $1000 \text{ ккал/м}^2 \text{ час}^\circ \text{C}$ .

Найдем критерий Био.

$$Bi_R = \frac{\frac{R}{\lambda}}{\frac{1}{\alpha}} = \frac{0,25 \cdot 1000}{25} = 10; \quad Bi_S = \frac{\frac{S}{\lambda}}{\frac{1}{\alpha}} = \frac{0,5 \cdot 1000}{25} = 20.$$

Таблица 9

## Расчет охлаждения параллелепипеда

| №<br>пп. | $Bi_z = 5$ |                  |            | $Bi_y = 10$      |        |            | $Bi_x = 20$      |        |            | $\theta = \theta_z \theta_y \theta_x$ | Температура<br>$t = t_{\text{среды}} + \theta (t_0 - t_{\text{среды}}), ^\circ\text{C}$ |
|----------|------------|------------------|------------|------------------|--------|------------|------------------|--------|------------|---------------------------------------|---|
|          | $Fo_z$     | $\tau$ ,<br>час. | $\theta_z$ | $\tau$ ,<br>час. | $Fo_y$ | $\theta_y$ | $\tau$ ,<br>час. | $Fo_x$ | $\theta_x$ |                                       |   |
| 1        | 0,2        | 0,125            | 0,87       | 0,125            | 0,05   | 1,0        | 0,125            | 0,01   | 1,0        | 0,87                                  | $100 + 0,87 (1100 - 100) = 970$   |
| 2        | 0,5        | 0,312            | 0,52       | 0,312            | 0,125  | 0,92       | 0,312            | 0,02   | 1,0        | 0,48                                  | $100 + 0,48 (1100 - 100) = 580$   |
| 3        | 1,0        | 0,625            | 0,22       | 0,625            | 0,25   | 0,75       | 0,625            | 0,05   | 1,0        | 0,16                                  | $100 + 0,16 (1100 - 100) = 260$   |
| 4        | 2,0        | 1,250            | 0,04       | 1,250            | 0,50   | 0,45       | 1,25             | 0,10   | 0,96       | 0,02                                  | $100 + 0,02 (1100 - 100) = 120$   |

Таблица 10

## Расчет охлаждения цилиндра ограниченной длины

| №<br>пп. | $Bi_R = 10; \frac{x}{R} = 0$ |               |            | $Bi_S = 20; \frac{x}{S} = 0,5$ |        |            | $\theta = \theta_R \theta_S$ | Температура точки<br>$t = t_{\text{среды}} + \theta (t_0 - t_{\text{среды}}), ^\circ\text{C}$ |
|----------|------------------------------|---------------|------------|--------------------------------|--------|------------|------------------------------|---|
|          | $Fo_R$                       | $\tau$ , час. | $\theta_R$ | $\tau$ , час.                  | $Fo_S$ | $\theta_S$ |                              |   |
| 1        | 0,1                          | 0,25          | 0,90       | 0,25                           | 0,025  | 0,96       | 0,87                         | $100 + 0,87 (1100 - 100) = 970$   |
| 2        | 0,2                          | 0,50          | 0,60       | 0,50                           | 0,05   | 0,91       | 0,55                         | $100 + 0,55 (1100 - 100) = 650$   |
| 3        | 0,5                          | 0,75          | 0,10       | 0,75                           | 0,125  | 0,72       | 0,07                         | $100 + 0,07 (1100 - 100) = 170$   |
| 4        | 0,8                          | 2,00          | 0,035      | 2,00                           | 0,20   | 0,56       | 0,02                         | $100 + 0,02 (1000 - 100) = 120$   |

Требуется определить охлаждение точки, лежащей на оси цилиндра  $\left(\frac{x}{R} = 0\right)$  на расстоянии 0,25 м от торца  $\left(\frac{x}{S} = 0,5\right)$ .

Результаты расчета приведены в табл. 10.

Расчет  $\theta_R$  следует производить по таблице для цилиндра с критерием  $Bi = 10$ , а расчет  $\theta_S$  — по таблице для пластин с критерием  $Bi = 20$ .

3. Вычислим нагрев середины бунта проволоки, ящика с насыпью мелких деталей (например, болтов) и сплошного стального цилиндра высотой 0,2 м и диаметром 0,5 м. Примем, что нагрев производится с криволинейной боковой поверхности ( $2R = 0,5$  м) и верхней торцевой поверхности ( $2S = 0,4$  м). Температура печи  $1000^\circ$ , начальная температура металла  $50^\circ$ . Средний коэффициент теплоотдачи в этом случае равен  $190$  ккал/м<sup>2</sup> час °С.

Теплофизические коэффициенты бунта проволоки и насыпи мелких деталей приведены в табл. 1.

Нагрев середины бунта проволоки.

$$\gamma = 2000 \text{ кг/м}^3; \lambda = 2 \text{ ккал/м час } ^\circ\text{С}; a = 0,0077 \text{ м}^2/\text{час}.$$

Критерий Био при нагреве в радиальном направлении:

$$Bi_R = \frac{R}{\lambda} \cdot \frac{1}{a} = \frac{0,25}{2} \cdot \frac{1}{190} = 24.$$

Критерий Био при нагреве с торца:

$$Bi_S = \frac{S}{\lambda} \cdot \frac{1}{a} = \frac{0,2}{2} \cdot \frac{1}{190} = 19.$$

Нагрев насыпи мелких деталей:

$$\gamma = 1700 \text{ кг/м}^3; \lambda = 4 \text{ ккал/м час } ^\circ\text{С}; a = 0,018 \text{ м}^2/\text{час}.$$

$$Bi_R = \frac{R}{\lambda} \cdot \frac{1}{a} = \frac{0,25}{4} \cdot \frac{1}{190} = 12;$$

$$Bi_S = \frac{S}{\lambda} \cdot \frac{1}{a} = \frac{0,2}{4} \cdot \frac{1}{190} = 9,5.$$

Нагрев сплошного цилиндра:

$$\gamma = 7700 \text{ кг/м}^3; \lambda = 25 \text{ ккал/м час } ^\circ\text{С}; a = 0,025 \text{ м}^2/\text{час}.$$

$$Bi_R = \frac{R}{\lambda} \cdot \frac{1}{a} = \frac{0,25}{25} \cdot \frac{1}{190} = 1,9;$$

$$Bi_S = \frac{S}{\lambda} \cdot \frac{1}{a} = \frac{0,2}{25} \cdot \frac{1}{190} = 1,5.$$

Для решения задачи воспользуемся графиками Д. В. Будрина (рис. 22 и 24). Результаты расчета приведены в табл. 11, 12, 13.

Из результатов вычислений видно, что наиболее быстро нагревается насыпь мелких деталей, потом сплошной цилиндр и, наконец, бунт проволоки.

Таблица 11

## Расчет нагрева бунта проволоки

| №<br>пп. | $Bi_R = 24$ |   |            | $Bi_S = 19$                |                      |            | $\theta = \theta_R \theta_S$ | Температура центра<br>$t = t_{\text{среды}} + \theta (t_0 - t_{\text{среды}}), ^\circ\text{C}$ |
|----------|-------------|---|------------|----------------------------|----------------------|------------|------------------------------|--|
|          | $Fo_R$      | $\tau = \frac{Fo_R^2}{a}, \text{ час.}$ | $\theta_R$ | $Fo_S = \frac{a\tau}{S^2}$ | $\tau, \text{ час.}$ | $\theta_S$ |                              |  |
| 1        | 0,1         | 0,81                                    | 0,87       | 0,156                      | 0,81                 | 0,87       | 0,77                         | $1000 + 0,77 (50 - 1000) = 270$  |
| 2        | 0,2         | 1,62                                    | 0,53       | 0,312                      | 1,62                 | 0,63       | 0,33                         | $1000 + 0,33 (50 - 1000) = 690$  |
| 3        | 0,3         | 2,43                                    | 0,32       | 0,468                      | 3,43                 | 0,45       | 0,07                         | $1000 + 0,07 (50 - 1000) = 935$  |
| 4        | 0,4         | 4,05                                    | 0,11       | 0,780                      | 4,05                 | 0,20       | 0,02                         | $1000 + 0,02 (50 - 1000) = 980$  |

Таблица 12

## Расчет нагрева насыпи мелких деталей

| №<br>пп. | $Bi_R = 12$ |   |            | $Bi_S = 9,5$               |                      |            | $\theta = \theta_R \theta_S$ | Температура центра<br>$t = t_{\text{среды}} + \theta (t_0 - t_{\text{среды}}), ^\circ\text{C}$ |
|----------|-------------|---|------------|----------------------------|----------------------|------------|------------------------------|--|
|          | $Fo_R$      | $\tau = \frac{Fo_R^2}{a}, \text{ час.}$ | $\theta_R$ | $Fo_S = \frac{a\tau}{S^2}$ | $\tau, \text{ час.}$ | $\theta_S$ |                              |  |
| 1        | 0,1         | 0,35                                    | 0,90       | 0,156                      | 0,35                 | 0,91       | 0,82                         | $1000 + 0,82 (50 - 1000) = 220$  |
| 2        | 0,2         | 0,70                                    | 0,58       | 0,312                      | 0,70                 | 0,67       | 0,39                         | $1000 + 0,39 (50 - 1000) = 630$  |
| 3        | 0,3         | 1,05                                    | 0,36       | 0,468                      | 1,05                 | 0,50       | 0,18                         | $1000 + 0,18 (50 - 1000) = 830$  |
| 4        | 0,5         | 1,75                                    | 0,14       | 0,780                      | 1,75                 | 0,20       | 0,03                         | $1000 + 0,03 (50 - 1000) = 970$  |

Таблица 13

## Расчет нагрева сплошного цилиндра

| №<br>пп. | $Bi_R = 1,9$ |   |            | $Bi_S = 1,5$               |                      |            | $\theta = \theta_R \theta_S$ | Температура центра<br>$t = t_{\text{среды}} + \theta (t_0 - t_{\text{среды}}), ^\circ\text{C}$ |
|----------|--------------|---|------------|----------------------------|----------------------|------------|------------------------------|--|
|          | $Fo_R$       | $\tau = \frac{Fo_R^2}{a}, \text{ час.}$ | $\theta_R$ | $Fo_S = \frac{a\tau}{S^2}$ | $\tau, \text{ час.}$ | $\theta_S$ |                              |  |
| 1        | 0,1          | 0,25                                    | 0,95       | 0,156                      | 0,25                 | 0,96       | 0,91                         | $1000 + 0,91 (50 - 1000) = 140$  |
| 2        | 0,2          | 0,50                                    | 0,79       | 0,312                      | 0,50                 | 0,85       | 0,67                         | $1000 + 0,67 (50 - 1000) = 360$  |
| 3        | 0,5          | 1,25                                    | 0,41       | 0,780                      | 1,25                 | 0,55       | 0,23                         | $1000 + 0,23 (50 - 1000) = 780$  |
| 4        | 1,0          | 2,50                                    | 0,15       | 1,500                      | 2,50                 | 0,20       | 0,03                         | $1000 + 0,03 (50 - 1000) = 970$  |

**Упрощенный расчет нагрева и охлаждения при регулярном режиме.** Расчет нагрева и охлаждения массивных тел можно очень ускорить и облегчить использованием заранее вычисленных таблиц или графиков нестационарного теплового поля. Пользоваться ими можно при условии принятия постоянного значения критерия Био, зависящего, в частности, от коэффициента теплоотдачи. Практически этот коэффициент меняется с изменением температуры поверхности изделия. Если изменение температуры не очень резкое, то достаточно вычислить среднее для всего процесса значение коэффициента теплопередачи и, пользуясь таблицами, исходить из него.

Иногда такое усреднение для всего расчета в целом затруднительно и влечет за собой значительные погрешности.

Расчет изменения температурного поля в массивных телах при переменных условиях внешнего теплообмена в общем случае можно выполнить с помощью метода конечных разностей, о чем будет сказано дальше.

При наличии некоторых условий такой расчет можно выполнить и менее трудоемким, упрощенным способом. Упрощения заключаются в выполнении расчета по участкам во времени без дробления в пространстве.

Необходимой предпосылкой возможности применения упрощенного способа является параболическое распределение температуры перед началом каждого участка. Чтобы такое распределение получилось, требуется, чтобы продолжительность каждого участка нагрева или охлаждения пластин была не меньше

$$Fo = \frac{a\tau}{S^2} = 0,2 \div 0,3,$$

так как в течение такого относительного времени устанавливается регулярный режим со свойственным ему параболическим распределением температуры по сечению тела.

Процесс охлаждения или нагрева массивного тела по терминологии Г. М. Кондратьева [18] можно разделить на 2 стадии: первая — стадия нерегулярного режима, вторая — регулярного режима.

В первой стадии распределение температуры по сечению еще зависит от начального ее распределения.

Во второй стадии оно зависит только от условий внешнего теплообмена; начальное распределение температуры перестает сказываться, и температурные кривые по сечению тел в этом случае выражаются формулами типа

$$t = t_{\text{сеп}} + \Delta t \frac{x^2}{S^2},$$

где  $t$  — температура данной точки;  
 $x$  — ее расстояние от центра тела;

$S$  — полутолщина пластины или радиус цилиндра;  
 $t_{\text{сер}}$  — температура середины тела;  
 $\Delta t$  — разность температуры середины и поверхности тела.  
 Этот режим для пластины наступает с относительного времени  $Fo = \frac{a\tau}{S^2} = 0,3$ , для цилиндра — с  $Fo = 0,25$ , для шара — с  $Fo = 0,20$ .

В стадии регулярного режима имеется простая линейная зависимость между логарифмом избыточной по сравнению со средней температуры любой точки тела и временем

$$\tau = \frac{\ln(t - t_{\text{сер}})}{m} + C,$$

где  $m$  — наклон кривой, характеризующей темп охлаждения тела, одинаковый для всех его точек;

$C$  — постоянная величина.

Из этой формулы следует, что в период регулярного режима скорость нагрева или охлаждения каждой данной точки прямо пропорциональна температурному перепаду по сечению тела.

Если требование  $0,2 \div 0,3$  удовлетворено, то температуру данной точки тела можно с точностью примерно до 5% вычислять по следующим формулам [15]:

1) для неограниченной пластины

$$t = \Phi(t_{\text{пов}, k-1} - 0,7 \Delta t_{k-1} - t_{\text{сер}}) + t_{\text{сер}}; \quad (8)$$

2) для неограниченного бруса

$$t = \Phi_x \Phi_y (t_{\text{пов}, k-1} - 0,7 \Delta t_{k-1} - t_{\text{сер}}) + t_{\text{сер}}; \quad (9)$$

3) для параллелепипеда

$$t = \Phi_x \Phi_y \Phi_z (t_{\text{пов}, k-1} - 0,7 \Delta t_{k-1} - t_{\text{сер}}) + t_{\text{сер}}; \quad (10)$$

4) для неограниченного цилиндра

$$t = \Phi(t_{\text{пов}, k-1} - 0,6 \Delta t_{k-1} - t_{\text{сер}}) + t_{\text{сер}}; \quad (11)$$

5) для цилиндра конечной длины

$$t = \Phi_R \Phi_S (t_{\text{пов}, k-1} - 0,6 \Delta t_{k-1} - t_{\text{сер}}) + t_{\text{сер}}. \quad (12)$$

В этих формулах

$t_{\text{пов}, k-1}$  — температура поверхности тела в конце предыдущего  $k-1$  участка времени;

$\Delta t_{k-1}$  — разность температуры поверхности и середины тела, получившаяся в конце предыдущего участка времени. Если температура поверхности тела выше, чем середины, то  $\Delta t_{k-1}$  считается положительной, если ниже, то — отрицательной;

$t_{\text{среды}}$  — температура среды в данном участке времени;

$\Phi$  — значение температурного критерия, определенное по номограммам Гребера или им подобным для данного участка времени как функция  $Bi$  и  $Fo$ .

Коэффициент теплоотдачи следует брать такой, какой соответствует температуре поверхности в данный отрезок времени.

Результаты такого расчета, выполненного отдельно для поверхности и для середины тела, являются исходными данными для расчета в следующем  $(k+1)$  участке времени и т. д.

С помощью такого упрощенного способа можно рассчитывать нагрев и охлаждение тел при изменяющихся во времени температуре среды и коэффициенте теплоотдачи.

Если они изменяются во времени непрерывно, то криволинейные графики  $\alpha = f(\tau)$  или  $t = f(\tau)$  можно заменить ломаной линией, состоящей из горизонтальных отрезков, и считать каждый отрезок за отдельный участок.

Продолжительность каждого участка для ускорения расчета желательно иметь возможно большей; во всяком случае она должна быть больше:

1) для пластины

$$\tau = \frac{Fo S^2}{\alpha} = \frac{0,3 \cdot S^2}{0,025} = 12S^2 \text{ час.};$$

2) для цилиндра  $10R^2$ ;

3) для шара  $8R^2$ ,

где  $S$  и  $R$  — половина толщины и половина диаметра тела,  $m$ .

С другой стороны, если температура среды или коэффициент теплоотдачи меняются во времени очень быстро и в сильной степени, то невозможно получить более или менее удовлетворительное соответствие между заданной криволинейной зависимостью  $\alpha = f(\tau)$  или  $t_{\text{среды}} = f(\tau)$  и ломаной линией из горизонтальных прямых, соединенных вертикальными.

Именно по этой причине нельзя применять упрощенный метод к расчету самых начальных стадий охлаждения изделий при закалке их в воде или масле. Коэффициент теплоотдачи в этом случае резко меняется с изменением температуры поверхности тела в течение коротких промежутков времени, гораздо меньших, чем время, соответствующее критерию Фурье  $Fo$ , равному  $0,3-0,2$  в зависимости от формы тела.

В случаях же нагрева изделий в печи по ступенчатому режиму, переноса из печи в печь с другой температурой или при нагреве в методической печи упрощенный расчет, как правило, применим и им целесообразно пользоваться.

Для иллюстрации рассчитаем прогрев бесконечного цилиндра диаметром  $2S = 0,5$  м с исходной температурой  $20^\circ$  в методической печи длиной  $9,3$  м,

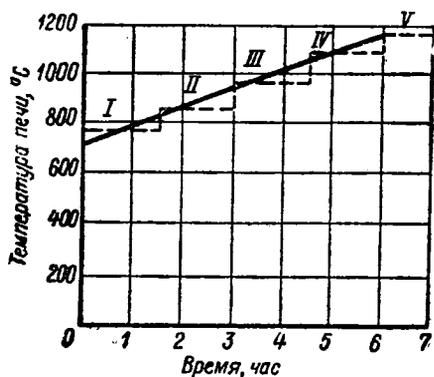


Рис. 32. Изменение температуры печи во времени.

— действительная температура;  
 - - - схема, принятая в расчете.

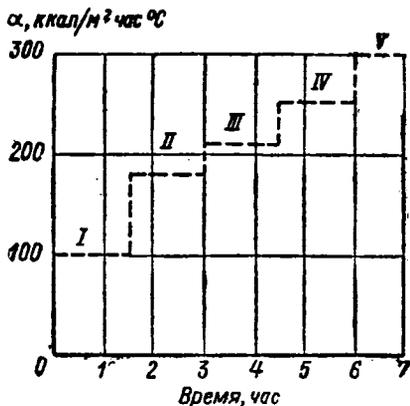


Рис. 33. Схема изменения коэффициента теплоотдачи  $\alpha$  во времени, принятая в расчете.

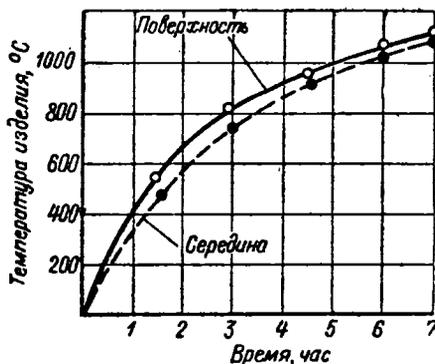


Рис. 34. Прогрев изделия во времени.

в которой температура линейно возрастает от  $720$  до  $1120^\circ$ , по  $50^\circ$  на каждый погонный метр длины печи, а затем остается постоянной, равной  $1120^\circ$ , на длине  $1,3$  м. Скорость движения изделий  $1,3$  м/час.

Разобьем расчет на 5 участков:

- |             |                         |                        |    |                             |
|-------------|-------------------------|------------------------|----|-----------------------------|
| 1-й участок | для температуры печи от | $720$                  | до | $820^\circ$ ;               |
| 2-й         | "                       | "                      | "  | от $820$ до $920^\circ$ ;   |
| 3-й         | "                       | "                      | "  | от $920$ до $1020^\circ$ ;  |
| 4-й         | "                       | "                      | "  | от $1020$ до $1120^\circ$ ; |
| 5-й         | "                       | постоянной температуры |    | $1120^\circ$ .              |

Продолжительность нагрева первых четырех участков по  $1,5$  часа, а последнего  $1$  час. Средние коэффициенты теплоотдачи для каждого участка можно ориентировочно установить с помощью графика, изображенного на рис. 6.

Расчет 1-го участка, когда начальная разность температуры отсутствует, аналогичен показанному в примере, приведенном в начале этой главы (стр. 43), а расчет последующих участков несколько усложнен тем, что согласно формуле (11), найденный из таблицы температурный критерий

$$\theta = \Phi \left( \frac{\alpha S'}{\lambda}; \frac{a\tau}{S^2} \right)$$

умножается не на начальную разность температуры тела и среды, а на величину

$$t_{\text{пов, } k-1} - 0,6 \Delta t_{k-1} - t_{\text{среды}},$$

где  $t_{\text{пов, } k-1}$  — температура поверхности тела к концу предыдущего участка по расчету;

$\Delta t_{k-1}$  — разность температуры по сечению тела в конце предыдущего участка.

Результаты расчета сведены в табл. 14 и показаны на рис. 32—34.

Для дополнительной иллюстрации упрощенного расчета температурного поля в массивных телах при наличии регулярного режима решим следующую задачу из практики термической обработки.

Допустим, что при закалке с температуры 900° цилиндра диаметром 100 мм, длиной 1000 мм из стали 30ХНМ требуется установить такую минимальную, но достаточную продолжительность выдержки в воде с температурой 20°, чтобы последующая выдержка на воздух не оказала влияния на структурный состав продуктов закалки. Кроме того, требуется построить температурную кривую охлаждения цилиндра после выдачи его из воды на воздух с температурой 20°. Температура начала мартенситного превращения в стали 30ХНМ равна около 300°С, поэтому выдержка в воде должна быть такой, чтобы к ее окончанию температура на оси цилиндра составляла 300°

Кoeffициент теплоотдачи при закалке в воде примем равным 2000 ккал/м<sup>2</sup>час °С. Так как длина цилиндра в 10 раз больше диаметра, то расчет можно вести по формулам и таблицам для цилиндра неограниченной длины. Критерий Био в данном случае равен

$$Bi = \frac{\alpha S}{\lambda} = \frac{2000 \cdot 0,05}{25} = 4.$$

При температуре на оси цилиндра 300° относительная температура составляет

$$\theta = \frac{t - t_{\text{среды}}}{t_0 - t_{\text{среды}}} = \frac{300 - 20}{900 - 20} = 0,32.$$

Согласно графику, показанному на рис. 24, при критерии Био, равном 4, относительная температура 0,32 имеет место, когда относительное время

$$Fo = \frac{a\tau}{S^2} = 0,4.$$

Так как коэффициент температуропроводности  $a = 0,025$  м<sup>2</sup>/час, а радиус цилиндра  $R = 0,05$  м, то время

$$\tau = \frac{0,4R^2}{a} = \frac{0,4 \cdot 0,05^2}{0,025} = 0,04 \text{ час.}$$

Согласно графику, показанному на рис. 25, относительная температура поверхности цилиндра при  $Bi = 4$  и  $Fo = 0,4$  составляет 0,095. Такое значение  $\theta$  соответствует температуре

$$t = \theta (t_0 - t_{\text{среды}}) = 0,095 (900 - 20) = 84 \text{ °С.}$$

После выдачи цилиндра на воздух его сердцевина будет продолжать охлаждаться, поверхность же некоторое время будет нагреваться вследствие

## Расчет нагрева методом регулярного режима

| № участка | Время нагрева на участке $\tau$ , час. | Средняя температура печи $t_{\text{среды}}$ , °C | Средний коэффициент теплоотдачи $\lambda$ , ккал/ж <sup>2</sup> час °C | $\frac{\alpha S}{\lambda}$ Vi на участке | Fo в конце участка $\frac{\alpha \tau}{\lambda \sqrt{V_2}}$ | Температура поверхности в конце участка<br>$t = \Phi(t_{\text{пов}, k-1} - 0,6 \Delta t_{k-1} - t_{\text{среды}}) + t_{\text{среды}}$ , °C | Температура середины цилиндра в конце участка<br>$t = \Phi(t_{\text{пов}, k-1} - 0,6 \Delta t_{k-1} - t_{\text{среды}}) + t_{\text{среды}}$ , °C | Разность температуры по сечению в конце участка, °C |
|-----------|--|--|--|--|---|--|--|---|
| 0         | —                                      | —  | —  | —  | —   | 20   | 20   | 0   |
| 1         | 1,5                                    | 770  | 110  | 1,0                                      | 0,6   | $(20 - 770) 0,3 + 770 = 545$   | $(20 - 770) 0,47 + 770 = 478$  | + 127   |
| 2         | 1,5                                    | 870  | 180  | 1,8                                      | 0,6   | $(545 - 0,6 \cdot 127 - 870) 0,15 + 870 = 815$   | $(545 - 0,6 \cdot 127 - 870) 0,31 + 870 = 750$   | + 65  |
| 3         | 1,5                                    | 970  | 210  | 2,1                                      | 0,6   | $(815 - 0,6 \cdot 65 - 970) 0,13 + 970 = 945$  | $(815 - 0,6 \cdot 65 - 970) 0,28 + 970 = 916$  | + 29  |
| 4         | 1,5                                    | 1070   | 250  | 2,5                                      | 0,6   | $(945 - 0,6 \cdot 29 - 1070) 0,10 + 1070 = 1056$   | $(945 - 0,6 \cdot 29 - 1070) 0,2 + 1070 = 1042$  | + 14  |
| 5         | 1,0                                    | 1120   | 300  | 3,0                                      | 0,4   | $(1056 - 0,6 \cdot 14 - 1120) 0,14 + 1120 = 1100$  | $(1056 - 0,6 \cdot 14 - 1120) 0,4 + 1120 = 1090$   | + 10  |

Расчет охлаждения цилиндра методом регулярного режима

| № участка | Время от начала охлаждения на воздухе $\tau$ , час. | Относительное время $Fo = \frac{at}{S^2}$ | Коэффициент теплоотдачи $\alpha$ , $\frac{\text{ккал}}{\text{м}^2 \cdot \text{час}} \cdot ^\circ\text{C}$ | Критерий Био $Bi = \frac{\alpha S}{\lambda}$ | Температура поверхности<br>$t = \Phi (t_{\text{пов}, k-1} - 0,6 \Delta t_{k-1} - t_{\text{средн}}) + t_{\text{средн}}, ^\circ\text{C}$ | Температура на оси<br>$t = \Phi (t_{\text{пов}, k-1} - 0,6 \Delta t_{k-1} - t_{\text{средн}}) + t_{\text{средн}}, ^\circ\text{C}$ | Разность температуры по сечению $\Delta t_k, ^\circ\text{C}$ |
|-----------|---|---|---|--|--|---|--|
| 0         | 0   | —   | —   | —  | 84   | 300   | —216   |
| 1         | 0,10  | 1,0                                       | 20  | 0,04   | $0,90 (84 + 0,6 \cdot 216 - 20) + 20 = 194$  | $0,93 (84 + 0,6 \cdot 216 - 20) + 20 = 200$   | — 6  |
| 2         | 0,25  | 2,5                                       | 20  | 0,04   | $0,80 (194 + 0,6 \cdot 6 - 20) + 20 = 162$   | $0,82 (194 + 0,6 \cdot 6 - 20) + 20 = 166$  | 4  |
| 3         | 0,50  | 5,0                                       | 20  | 0,04   | $0,66 (162 + 0,6 \cdot 4 - 20) + 20 = 115$   | $0,68 (162 + 0,6 \cdot 4 - 20) + 20 = 118$  | 3  |
| 4         | 1,00  | 10,0                                      | 20  | 0,04   | $0,44 (115 + 0,6 \cdot 3 - 20) + 20 = 63$  | $0,45 (115 + 0,6 \cdot 3 - 20) + 20 = 64$   | 1  |

Примечание. Разность температуры по сечению охлаждаемого тела считается отрицательной, так как температура на оси выше, чем на поверхности.

притока теплоты изнутри. Коэффициент теплоотдачи во время нахождения образца на воздухе примем равным  $20 \text{ ккал/м}^2\text{час} \text{ }^\circ\text{C}$ . Вычислим температуру поверхности и оси цилиндра через 0,1 часа; 0,25 часа; 0,50 часа и через 1 час после окончания охлаждения в воде. Для расчета пользуемся формулой (11) и графиками, показанными на рис. 24, 25. Результаты расчета сведены в табл. 15.

Из табл. 15 видно, что после выдачи из воды температура в цилиндре менее чем за 0,1 часа практически выравнивается, после чего его охлаждение продолжается так, как оно происходило бы на воздухе.

Выполненный расчет может ориентировать термиста в выборе рационального времени охлаждения в воде при прерванной закалке.

**Расчет методом конечных разностей.** Главным ограничением метода расчетов с помощью таблиц и графиков нестационарного теплового поля является необходимость принятия постоянства тепловых констант материала и коэффициента теплоотдачи или в течение всего процесса или в пределах отдельных участков, в течение которых устанавливается регулярный режим.

Тепловые константы стали меняются в сравнительно ограниченных пределах, поэтому в большинстве случаев их можно считать постоянными.

Значение коэффициента теплоотдачи при нагреве можно усреднять либо для всего расчета, либо для отдельных довольно больших участков, так как при нагреве в газовой среде, в раскаленной соли или металле зависимость  $\alpha = f(t)$  плавна и довольно проста, что дает возможность вести расчет по участкам. Так как продолжительность каждого участка в этом случае можно принять более  $Fo = 0,2 \div 0,3$ , то для каждого участка вследствие наличия регулярного режима можно применять расчет с помощью графиков нестационарного теплового поля, как это было показано выше [формулы (8)—(12)].

Иначе обстоит дело при охлаждении в жидкостях, изменяющих свое агрегатное состояние, например в воде или масле.

У этих сред охлаждающая способность изменяется в сравнительно узком интервале температуры в несколько (иногда в десятки) раз; поэтому, если раздробить расчет на участки с постоянными коэффициентами теплоотдачи, то регулярный режим установиться в их пределах не успеет. По этой причине пользоваться упрощенным расчетом по участкам с помощью таблиц Рассела и подобных материалов невозможно.

В таких случаях можно применять так называемый метод конечных разностей [19], [20]. Этот метод обладает наибольшей гибкостью и позволяет рассчитывать нагрев или охлаждение при резко переменных коэффициентах теплоотдачи или температуре среды. Он используется в двух разновидностях — графической и аналитической. В последнем случае расчет лучше всего вести с помощью счетов и логарифмической линейки.

Сущность метода конечных разностей состоит в следующем.

Если разделить тело на слои равной толщины, обозначив

их номерами  $n-1$ ,  $n$ ,  $n+1$  и т. д., заменить кривую температуры по сечению тела ломаной, а время разделить на малые интервалы, обозначив их индексами  $k-1$ ,  $k$ ,  $k+1$  и т. д., то температура  $n$ -го слоя в  $k$ -ый промежуток времени будет  $t_{n, k}$ . При этом дифференциальное уравнение теплопроводности

$$\frac{\partial t}{\partial \tau} = a \frac{\partial^2 t}{\partial x^2},$$

где  $a$  — коэффициент температуропроводности, заменяется уравнением в конечных разностях

$$\frac{t_{n, k+1} - t_{n, k}}{\Delta \tau} = a \frac{(t_{n+1, k} - t_{n, k} - t_{n, k} + t_{n-1, k})}{(\Delta x)^2},$$

т. е.

$$\frac{t_{n, k+1} - t_{n, k}}{\Delta \tau} = a \frac{t_{n+1, k} + t_{n-1, k} - 2t_{n, k}}{(\Delta x)^2}.$$

Изменение температуры в слое  $n$  при увеличении времени от  $k$  до  $k+1$  составит

$$t_{n, k+1} - t_{n, k} = a \frac{\Delta \tau}{(\Delta x)^2} 2 \left( \frac{t_{n+1, k} + t_{n-1, k}}{2} - t_{n, k} \right).$$

Множителю пропорциональности  $2a \frac{\Delta \tau}{(\Delta x)^2}$  можно придавать любое значение, так как  $\Delta x$  и  $\Delta \tau$  можно выбирать любые, но целесообразно выбирать  $\Delta x$  и  $\Delta \tau$  в таком соотношении, чтобы  $2a \frac{\Delta \tau}{(\Delta x)^2}$  было равно 1. Тогда  $\Delta \tau = \frac{(\Delta x)^2}{2a}$  и в этом случае

$$t_{n, k+1} - t_{n, k} = \left( \frac{t_{n+1, k} + t_{n-1, k}}{2} - t_{n, k} \right). \quad (13)$$

Это уравнение означает, что температура слоя  $n$  в  $k+1$  промежуток времени равна среднеарифметической величине температуры  $n-1$ -го и  $n+1$ -го слоев в предыдущий ( $k$ -ый) промежуток времени (рис. 35).

Эту среднеарифметическую величину можно определять графически, соединяя точки  $t_{n-1, k}$  и  $t_{n+1, k}$  прямой линией, и аналитически. От выбора величины  $\Delta x$  зависит точность определения кривой охлаждения. При больших коэффициентах теплоотдачи и, особенно, при резкой зависимости их от температуры охлаждаемой поверхности приходится брать малые значения  $\Delta x$ , т. е. делить изделие на большое количество слоев, например на 5—10 слоев и более.

Для определения температуры на поверхности исходят из того, что на поверхности касательная к температурной кривой должна проходить через направляющую точку, расстояние которой от поверхности тела по оси абсцисс равно  $\frac{\lambda}{\alpha} m$ , а ордината равна температуре среды  $t_{\text{среды}}$ .

Справедливость этого положения ясна из уравнения, характеризующего условия теплоотдачи на поверхности.

Если рассматривать бесконечно тонкий слой на поверхности толщиной  $dx$ , то количество пришедшей в него из окружающей среды теплоты составит за единицу времени

$$q_1 = \alpha (t_{\text{пов}} - t_{\text{среды}}) F,$$

где  $t_{\text{пов}}$  — температура поверхности;  
 $F$  — площадь поверхности.

Количество теплоты, ушедшей из этого слоя за единицу времени внутрь, составит

$$q_2 = \lambda \frac{\partial t}{\partial x} F,$$

где  $\partial t$  — перепад температуры в слое.

Так как слой бесконечно тонок и поэтому не может аккумулировать заметного количества теплоты, то  $q_1 = q_2$  и

$$\alpha (t_{\text{пов}} - t_{\text{среды}}) F = \lambda \frac{\partial t}{\partial x} F$$

Отсюда

$$\frac{\partial t}{\partial x} = \frac{t_{\text{пов}} - t_{\text{среды}}}{\frac{\lambda}{\alpha}}.$$

Это и означает, что касательная к температурной кривой на поверхности тела должна проходить через направляющую точку (полус), абсцисса которой  $\frac{\lambda}{\alpha}$ , а ордината  $t_{\text{среды}}$  (рис. 35).

Если написать это уравнение в конечных разностях, то оно будет справедливым приближенно.

Если температура среды и коэффициент теплоотдачи в процессе нагрева или охлаждения изменяются, то положение направляющей точки тоже будет соответственно изменяться.

Пример расчета. Для иллюстрации графического расчета методом конечных разностей на графике рис. 36 рассчитаны начальные стадии охлаждения пластины толщиной 80 мм, нагретой до 850°, в масле с температурой 50°, характеристическая кривая которого показана на рис. 13.

Разделим плиту на 8 слоев

$$\Delta x = \frac{0,08}{8} = 0,010 \text{ м.}$$

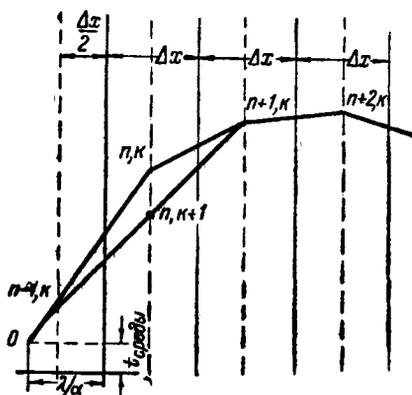


Рис. 35. Схема графического расчета методом конечных разностей.

Промежуток времени

$$\Delta\tau = \frac{(\Delta x)^2}{2a} = \frac{(0,010)^2}{2 \cdot 0,025} = 0,0020 \text{ час.}, \text{ или } 7,2 \text{ сек.}$$

Так как температурное поле в пластине симметрично относительно срединной плоскости, то на графике достаточно изобразить только половину толщины пластины.

Разделим полутолщину пластины на 4 слоя, и через середину каждого слоя проведем вспомогательную вертикальную пунктирную линию. Кроме того, на расстоянии  $\frac{\Delta x}{2}$  от поверхности проведем дополнительную (нулевую) вспомогательную линию.

Начальное распределение температуры по сечению пластины представляет собой горизонтальную линию при  $t_0 = 850^\circ$ . Так как за 7,2 сек. продолжительности первого промежутка времени температура поверхности изменится не сильно по сравнению с начальной ( $850^\circ$ ), то коэффициент теплоотдачи в первом промежутке времени можно принять таким, каково его значение при температуре охлаждаемой поверхности  $850-800^\circ$ , т. е.  $420 \text{ ккал/м}^2\text{час}^\circ\text{C}$ , согласно графику рис. 13.

Полюсное расстояние в первом промежутке времени равно  $\frac{25}{420} = 0,06 \text{ м}$ .

Проведем расчет последовательно с самого начала.

1. Соединим прямой линией точку  $A$  с полюсом. На пересечении с нулевой вспомогательной линией получим точку  $t_{-\frac{1}{2}, 0}$ .

Проведем прямую, соединяющую

$$t_{-\frac{1}{2}, 0} \text{ (т. е. } t_{n-1, k}) \text{ с } t_{\frac{1}{2}, 0} \text{ (т. е. } t_{n+1, k}),$$

на пересечении с первой вспомогательной линией получим точку  $t_{\frac{1}{2}, 1}$

(т. е.  $t_{n, k+1}$ ), через которую должна пройти температурная кривая по истечении первого промежутка времени. Вторая точка этой же кривой  $t_{\frac{3}{2}, 1}$ .

Второй отрезок, составляющий температурную кривую по окончании первого промежутка времени, можно получить как часть прямой, которой соединим  $t_{\frac{1}{2}, 1}$  с полюсом для первого промежутка времени. На пересечении этой же кривой с нулевой вспомогательной линией получим точку  $t_{-\frac{1}{2}, 1}$ .

2. Для нахождения точек температурной кривой по окончании второго промежутка времени соединим прямыми точку  $t_{-\frac{1}{2}, 1}$  с  $t_{\frac{1}{2}, 1}$ , а точку  $t_{\frac{1}{2}, 1}$  с  $t_{\frac{3}{2}, 1}$ .

На пересечении первой прямой с первой вспомогательной линией получим точку  $t_{\frac{1}{2}, 2}$ , а на пересечении второй прямой со второй вспомогательной линией — точку  $t_{\frac{3}{2}, 2}$ , которая принадлежит ко второй температурной кривой.

Для нахождения правого отрезка второй температурной кривой точку  $t_{\frac{3}{2}, 2}$  соединим с  $t_{\frac{1}{2}, 2}$ , а для нахождения левого отрезка точку  $t_{\frac{1}{2}, 2}$  соединим с полюсом для второго промежутка времени.

Температура поверхности во втором промежутке времени лежит в интервале между 700 и 750°. При такой температуре коэффициент теплоотдачи согласно графику рис. 13 остается в пределах 400–450 ккал/м<sup>2</sup>час °С, поэтому полюсное расстояние можно оставить прежним и для второго промежутка времени.

Изменять полюсное расстояние приходится только в четвертом промежутке времени, когда в связи со снижением температуры поверхности примерно до 650° коэффициент теплоотдачи увеличивается до 500 ккал/м<sup>2</sup>час °С, что соответствует полюсному расстоянию  $\frac{\lambda}{a} = 0,05$  м.

3. Дальнейший расчет выполняется так же, как для первого и второго промежутков времени, причем полюсное расстояние следует каждый раз выбирать, сообразуясь с температурой поверхности и характеристической кривой закалочной среды.

4. Когда температурные кривые станут ложиться слишком тесно, что затруднит графическую работу, шаг следует увеличить — удвоить, утроить или учетверить его, что соответственно увеличит промежуток времени между температурными кривыми в 2<sup>2</sup>, 3<sup>2</sup> или 4<sup>2</sup> раз. Если потребуется, эту операцию можно повторить вновь. В нашем примере после 10-й последовательной кривой шаг  $\Delta x$  увеличился в 2 раза, а  $\Delta t$  — соответственно в 4 раза. При этом нулевая полюсная линия стала проходить на вдвое большем расстоянии от поверхности, так же, как и вспомогательная линия за серединою пластины справа. Середины новых участков стали лежать в промежутке между старыми.

Результаты расчета температуры поверхности и середины пластины приведены в табл. 16.

Таблица 16

Результаты графического расчета методом конечных разностей

| № участка во времени | Продолжительность промежутка времени, сек. | Время от начала охлаждения, сек. | Температура, °С |          | Значение $\alpha$ , принятое в расчете, ккал/м <sup>2</sup> час °С | $\frac{\rho}{\lambda}$ , м | Значение $\alpha$ согласно характеристической кривой, ккал/м <sup>2</sup> час °С |
|----------------------|--|----------------------------------|-----------------|----------|--|----------------------------|--|
|                      |  |                                  | поверхности     | середины |  |                            |  |
| 1                    | 7,2  | 7,2                              | 760             | 850      | 420  | 0,06                       | 420  |
| 2                    | 7,2  | 14,4                             | 720             | 850      | 420  | 0,06                       | 430  |
| 3                    | 7,2  | 21,6                             | 690             | 850      | 420  | 0,06                       | 440  |
| 4                    | 7,2  | 28,8                             | 665             | 850      | 500  | 0,05                       | 495  |
| 5                    | 7,2  | 36,0                             | 640             | 835      | 500  | 0,05                       | 510  |
| 6                    | 7,2  | 43,2                             | 580             | 825      | 830  | 0,03                       | 830  |
| 7                    | 7,2  | 50,4                             | 510             | 815      | 1250   | 0,02                       | 1540   |
| 8                    | 7,2  | 57,6                             | 450             | 800      | 1470   | 0,017                      | 1560   |
| 9                    | 7,2  | 64,8                             | 425             | 780      | 1250   | 0,12                       | 1200   |
| 10                   | 28,8                                       | 72,0                             | 415             | 765      | 1140   | 0,022                      | 1150   |
| 11                   | 28,8                                       | 100,8                            | 385             | 685      | 900  | 0,028                      | 830  |
| 12                   | 28,8                                       | 129,6                            | 380             | 590      | 670  | 0,037                      | 800  |
| 13                   | 28,8                                       | 158,4                            | 355             | 535      | 574  | 0,038                      | 670  |

В этой же таблице приведены значения коэффициента теплоотдачи, по которым велся расчет по участкам, и значения этого коэффициента для той же температуры согласно характеристической кривой. Как видно из таблицы, соответствие получилось довольно хорошим, несмотря на сложную форму характеристической кривой.

На рис. 37 показаны вычисленные методом конечных разностей кривые охлаждения поверхности и середины 80-миллиметровой пластины, охлаждаемой в минеральном масле. На этом же графике показана опытная кривая для середины такой плиты. Как видно из этих кривых, поверхность пластины охлаждается довольно быстро, по 200—400 град/мин. до температуры 400—350 °С, после чего охлаждение резко замедляется вследствие малой интенсивности теплоотвода и наличия большого градиента температуры по сечению пластины.

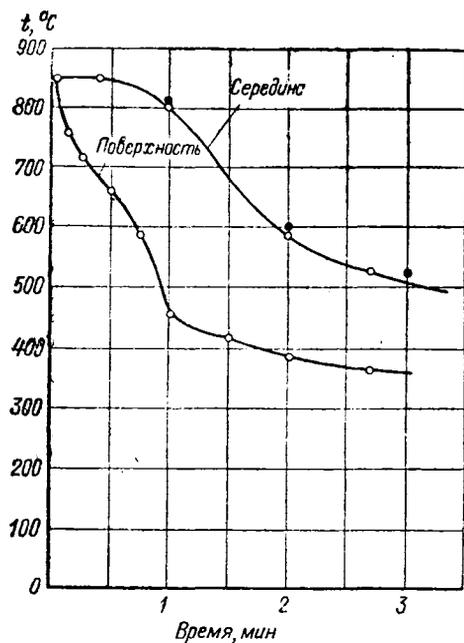


Рис. 37. Температурные кривые охлаждения середины и поверхности стальной пластины толщиной 80 мм, охлаждаемой в минеральном масле, полученные графическим расчетом методом конечных разностей.

● — экспериментальные значения;  
○ — расчетные значения.

Расчет методом конечных разностей можно вести и без графического построения, определяя среднеарифметические величины вычислением.

В качестве примера сделаем расчет, аналогичный предыдущему, но без построения графика.

Расчитаем охлаждение с 850° пластины толщиной 160 мм в нециркулирующей воде с температурой 60°, исходя из показанной на рис. 10 характеристической кривой воды с температурой 60°.

Разделим пластину на 9 слоев. Толщина каждого слоя составит

$$\Delta x = \frac{160}{9} = 16,7 \text{ мм} = 0,0167 \text{ м.}$$

Температура в точке  $\Delta x = -\frac{1}{2}$  в начальный момент времени составит

$$(t_{0,0} - t_{\text{среды}}) \left( \frac{\frac{\lambda}{\alpha} - \frac{\Delta x}{2}}{\frac{\lambda}{\alpha}} \right) + t_{\text{среды}},$$

а в последующие моменты

$$\left( t_{\frac{1}{2}, k} - t_{\text{среды}} \right) \left( \frac{\frac{\lambda}{\alpha} - \frac{\Delta x}{2}}{\frac{\lambda}{\alpha} + \frac{\Delta x}{2}} \right) + t_{\text{среды}}.$$

Для облегчения расчета на рис. 38 показан график вспомогательной функции

$$A = \frac{\frac{\lambda}{\alpha} - \frac{\Delta x}{2}}{\frac{\lambda}{\alpha} + \frac{\Delta x}{2}}$$

в зависимости от температуры охлаждаемой поверхности, построенный исходя из принятого значения  $\Delta x$  и характеристической кривой среды. Промежутки времени

$$\Delta \tau = \frac{(\Delta x)^2}{2a} = \frac{0,0167^2}{2 \cdot 0,025} = 0,0056 \text{ час.}$$

Расчет выполняется в следующей последовательности:

1) определяется  $t_{-\frac{1}{2}}$  в нулевой

момент времени по формуле, приведенной выше;

2) вычисляется  $t_{\frac{1}{2}}$  в 1-й про-

межуток времени как среднеарифметическая величина

$$t_{-\frac{1}{2}, 0} \text{ и } t_{\frac{1}{2}, 0};$$

3) вычисляется  $A$  по формуле, указанной выше, причем  $a$  можно принять для температуры, равной или немного ниже  $t_{\frac{1}{2}, 1}$ ;

4) вычисляется  $t_{-\frac{1}{2}, 1}$  по

формуле

$$t_{-\frac{1}{2}, 1} = A \left( t_{\frac{1}{2}, 1} - t_{\text{среды}} \right) + t_{\text{среды}};$$

5) вычисляется  $t_{\frac{1}{2}, 2}$  как сред-

неарифметическое и т. д.

Коэффициент  $A$  следует определять по графику рис. 38 с учетом температуры на поверхности в данном участке по времени.

Так как коэффициент теплоотдачи воды очень резко зависит от температуры охлаждаемой поверхности, то вычисленные температурные кривые охлаждения поверхностных слоев имеют несколько неустойчивый характер. Поэтому кривую в зоне наибольших изменений коэффициента теплоотдачи (300—150°) целесообразно провести между расчетными точками (рис. 39). Точки, полученные для середины такой же пластины экспериментально, нанесены кружками. Дальнейший расчет охлаждения вести методом конечных разностей нецелесообразно, так как к этому времени установился регулярный режим охлаждения (критерию Фурье  $Fo = 0,3$  в данном случае соответствует  $\tau = 0,07$  час.), который можно рассчитывать менее трудоемким, упрощенным способом по формулам, приведенным на стр. 51:

$$\frac{t_{\text{пов. } k-1} - t_{\text{среды}}}{t_{\text{пов. } k-1} - t_{\text{среды}} - 0,7 \Delta t_{k-1}} = \Phi \left( \frac{a\tau}{S^2}; \frac{aS}{\lambda} \right);$$

$$\frac{t_{\text{сер. } k-1} - t_{\text{среды}}}{t_{\text{пов. } k-1} - t_{\text{среды}} - 0,7 \Delta t_{k-1}} = \Phi \left( \frac{a\tau}{S^2}; \frac{aS}{\lambda} \right),$$

где  $\Phi$  — функции для поверхности и середины пластины, которые можно найти по таблицам или графикам Гребера и др.;

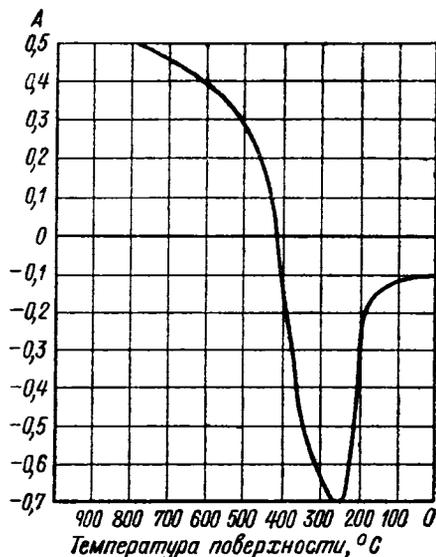


Рис. 38. Вспомогательный график

$$A = \frac{\frac{\lambda}{a} - \frac{\Delta x}{2}}{\frac{\lambda}{a} + \frac{\Delta x}{2}} \text{ к расчету охлаждения}$$

в холодной воде.

$\Delta t_{k-1}$  — разность температуры по сечению пластины в момент окончания расчета методом конечных разностей;  
 $t_{\text{пов}, k-1}$  — температура поверхности в момент окончания расчета методом конечных разностей;  
 $t_{\text{среды}}$  — температура среды.

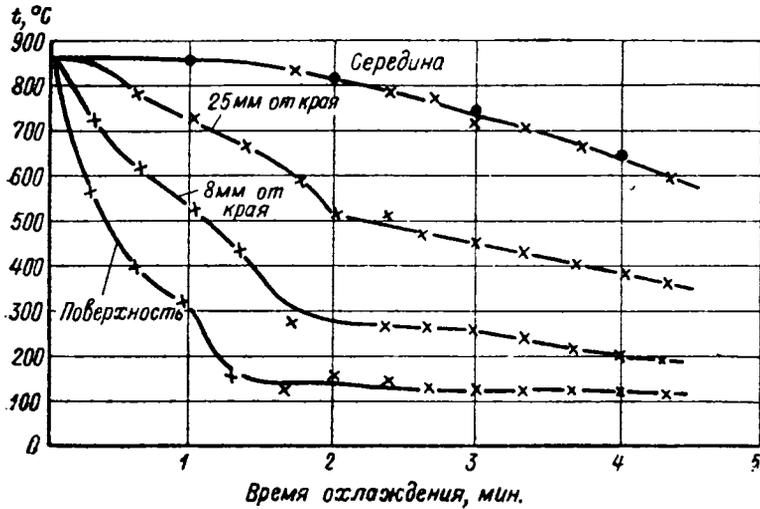


Рис. 39. Температурные кривые охлаждения различных точек стальной пластины толщиной 160 мм, охлаждаемой в воде, вычисленные методом конечных разностей.

● — экспериментальные значения для середины;  
 × — расчетные значения.

Если бы потребовалось точно определить температурные кривые охлаждения поверхностных слоев в интервале наиболее резкого изменения коэффициентов теплоотдачи (350—200°), то это можно выполнить, исходя из распределения температуры по сечению тела в некоторый предыдущий момент и ведя расчет при весьма большом количестве шагов в пространстве  $\Delta x$  и времени  $\Delta t$ .

Пройдя интервал наиболее резкого охлаждения, можно вновь перейти к более грубому дроблению.

Расчет методом конечных разностей для цилиндра несколько сложнее, чем для пластины. Дифференциальное уравнение теплового потока в неограниченном цилиндре:

$$\frac{\partial t}{\partial \tau} = a \left[ \frac{\partial^2 t}{\partial R^2} + \frac{1}{R} \frac{\partial t}{\partial R} \right].$$

Введя вместо дифференциалов конечные разности, получим

$$t_{n, k+1} - t_{n, k} = a \left[ \frac{t_{n+1, k} - t_{n, k}}{\Delta R} - \frac{t_{n, k} - t_{n-1, k}}{\Delta R} + \frac{t_{n+1, k} - t_{n-1, k}}{R^2 \Delta R} \right].$$

При

$$a \frac{\Delta\tau}{\Delta R^2} = \frac{1}{2}$$

получаем

$$t_{n, k+1} = t_{n+1, k} + \frac{2n-1}{4n} (t_{n-1, k} - t_{n+1, k}).$$

Чтобы определить температуру цилиндра в данный момент  $k+1$  в данной точке  $n$ , следует взять температуру в точке  $n+1$  в предыдущий момент  $k$  и прибавить к ней разность температуры в точках  $n-1$  и  $n+1$  в предыдущий момент, умноженную на  $\frac{2n-1}{4n}$ .

Для поверхностного слоя следует проделать такие же вычисления, как в случае пластины. Точность таких вычислений довольно высока, если взять не менее 5 слоев.

---

## ГЛАВА V

### СТЕПЕНЬ ТОЧНОСТИ ТЕПЛОВЫХ РАСЧЕТОВ

Неточность расчетов описанными выше способами обуславливают следующие причины:

1) неточный выбор исходных величин для расчета тепловых свойств стали, т. е. коэффициента теплопроводности и удельной теплоемкости, а также коэффициента теплоотдачи. Погрешности в этом случае являются результатом неправильного выбора среднего значения тепловых свойств стали и неучета зависимости тепловых свойств стали от температуры;

2) погрешность, вызванная математическими причинами — неточностью таблиц и графиков для расчета нестационарного теплового поля, неточностью расчетов методом конечных разностей в случае применения этого метода;

3) неучет тепловых эффектов структурных превращений, например превращения аустенита в перлит или мартенсит при охлаждении, перлита или сорбита в аустенит при нагреве.

Рассмотрим последовательно каждый источник погрешностей тепловых расчетов.

**Неточность в исходных величинах.** Удельная теплоемкость стали меняется в интервале температуры термической обработки примерно на  $\pm 20\%$  своего среднего значения.

В случае правильного выбора среднего значения ошибка при определении времени нагрева или охлаждения может быть мала. С другой стороны, расчет при постоянном значении удельной теплоемкости неизбежно приводит к некоторому преувеличению времени нагрева и охлаждения при комнатной и низкой температуре и к преуменьшению этого времени при высокой температуре. В тех редких случаях, когда требуется очень точный расчет, следует выполнять его по участкам, чтобы в пределах каждого участка удельную теплоемкость можно было считать постоянной, ориентируясь на график  $c = f(t)$ , показанный на рис. 3.

Относительно коэффициента теплопроводности можно повторить то, что было сказано об удельной теплоемкости. Некоторое отличие состоит в том, что для тонких тел теплопроводность не влияет на скорость нагрева и охлаждения и поэтому

при очень малом  $Bi$ , например до  $Bi = 0,25$ , погрешность, обусловленная этой причиной, практически несущественна.

При увеличении  $Bi$  больше 0,25 влияние относительной ошибки при выборе коэффициента теплопроводности на ошибку в определении скорости нагрева или охлаждения сначала очень слабое, а потом растет.

Ошибка, обусловленная неточным значением коэффициента теплоотдачи, может быть самой различной в зависимости от ряда обстоятельств.

Для тонких тел скорость охлаждения или нагрева в каждый данный момент пропорциональна текущему значению коэффициента теплоотдачи, и поэтому относительные погрешности в коэффициенте теплоотдачи и в скорости изменения температуры тела совпадают.

Для массивных тел соотношение более сложное. Наиболее велики в этом случае ошибки при расчете изменения температуры поверхности, ибо скорость изменения ее пропорциональна коэффициенту теплоотдачи в степени  $n$ , где  $n$  лежит между 1 и 2. Наименьшая ошибка получается для середины тела, ибо для этой части сечения показатель степени лежит между 1 и 0.

В случае очень массивных тел, например при  $Bi = 10$  или более, показатель степени для поверхности близок к 2, а для середины — к 0. Это означает, что небольшая, например на 10%, ошибка в коэффициенте теплоотдачи приведет в этом случае к ошибке в расчете скорости охлаждения или нагрева поверхности примерно на 20%, а для середины тела ошибки почти не будет.

**Погрешности математического характера.** Точность имеющихся в литературе графиков и таблицы для расчета стационарного теплового поля весьма различна. Наиболее точны таблицы Рассела, рассчитанные до 5-го десятичного знака, т. е. до тысячных долей процента. Однако эти таблицы не охватывают всех случаев, которые могут встретиться в практике тепловых расчетов по термической обработке. В частности, таблицы Рассела построены для ограниченного числа значений критерия Био. Графики Шака, Гребера и других авторов позволяют определить относительную температуру с точностью до 2—3% от начального температурного перепада.

Графики Будрина и Красовского с логарифмическим масштабом по оси ординат позволяют определять относительную температуру с точностью до 5% от ее текущего значения. Поэтому они обладают преимуществами при расчете последних стадий нагрева или охлаждения.

Особый интерес представляет вопрос о точности расчета методом конечных разностей. Погрешности такого расчета обусловлены двумя факторами:

1) собственно математической ошибкой, вызванной заменой уравнения в бесконечно малых уравнением в конечных

величинах. При разделении изделия на 4—5 слоев эта ошибка оказывается небольшой, менее 5% [20];

2) невозможностью совершенно точно выполнить при расчете заданную кривую  $\alpha = f(t)$ , так как плавная кривая заменяется при расчете ломаной (в пределах данного шага во времени  $\Delta\tau$  коэффициент теплоотдачи принимается постоянным). Степень приближения этой ломаной линии к плавной линии, например к характеристической кривой закалочной среды, тем больше, чем более мелкий шаг принят во времени  $\Delta\tau$  и в пространстве  $\Delta x$ .

Когда критерии Био малы, то погрешность метода конечных разностей также мала и нет необходимости дробить расчет на большое количество участков. Например, при  $Bi$ , равном 1, даже дробление на 2 участка обеспечивает точность в пределах 5%. При  $Bi = 5$  такая точность получается при дроблении на 5 участков.

Когда коэффициент теплоотдачи очень резко зависит от температуры охлаждаемой поверхности, например в случае охлаждения в воде, то, если стремиться точно исходить из заданной кривой  $\alpha = f(t)$ , приходится принимать довольно мелкое дробление (до 5—10 участков). При этом очень быстро возрастает трудоемкость расчетов. Количество необходимых вычислений увеличивается пропорционально  $m^2$ , где  $m$  — число слоев в пространстве, на которое разбито тело. Это обстоятельство препятствует получению методом конечных разностей результатов с точностью до одного процента или до доли процента. Правда, обычно в столь точных определениях нет нужды.

**Влияние на точность расчетов теплового эффекта структурных превращений.** Тепловой эффект структурных превращений имеет величину порядка 10—20 ккал/кг, что соответствует различию теплосодержания при нагреве стали примерно на 70—140°С. Поэтому в самом первом приближении влияние теплоты, выделяющейся или поглощаемой при структурных превращениях, сводится к увеличению общего времени нагрева и охлаждения на 10—20%. Простейший учет влияния структурных превращений при нагреве и охлаждении сводится к увеличению времени по сравнению с рассчитанным без учета превращений.

Когда температура изделия достигнет точки  $A_{c1}$ , дальнейшее повышение температуры прекращается; продолжительность остановки составляет

$$\tau = \frac{qp}{\alpha c p_0},$$

где  $q$  — тепловой эффект превращения перлита в аустенит;  
 $p$  — содержание углерода в стали  
 $p_0$  — содержание углерода в эвтектоиде (0,80%);

$c$  — удельная теплоемкость стали;

$v$  — скорость нагрева до достижения точки  $A_{c_1}$ .

Подставляя цифровые значения,  $q$ ,  $c$ ,  $p$ , получаем длительность остановки

$$\tau = 190 \frac{p}{v} \text{ час.}$$

Например, при содержании углерода 0,45% и скорости предстоявшего нагрева 85° град/час продолжительность остановки при температуре в точке  $A_{c_1}$ , равной 720° С, составит 1 час.

Этот расчет будет правильным лишь в том случае, если подаваемое в изделие количество тепла в процессе превращения не изменится.

При обычном, медленном нагреве с печью значительная часть тепла уходит на прогрев стенок печи. Во время протекания перлитного превращения в стали повышение температуры в ней прекратится, что поведет к перераспределению тепла, вследствие чего скорость превращения будет выше, чем это следует из формулы. При дальнейшем нагреве подъем температуры будет замедленным в связи с затратой теплоты на растворение феррита.

Чтобы приближенно учесть влияние теплового эффекта структурных превращений на время нагрева, можно исходить из того, что длительность нагрева в интервале температуры 100—150° С (например, от 720 до 820°) увеличивается вдвое вследствие двукратного роста теплоемкости (удельная теплоемкость стали имеет величину около 0,13 ккал/кг °С). Поэтому при расчете согласно графику рис. 19 общая продолжительность нагрева до температуры закалки увеличивается приблизительно на 30—35%, а до температурыковки на 15—20%.

Несколько иначе сказывается выделение теплоты структурных превращений при охлаждении. Выделение теплоты во время превращения в перлитном интервале и в интервале промежуточного превращения (образование игольчатого тростита при температуре около 400° С) может развиваться изотермически, в то время как в мартенситном интервале оно прогрессирует только при снижении температуры. Ввиду этого перлитное и промежуточное превращения, в противоположность мартенситному, могут в известных условиях привести к полной остановке охлаждения и даже временно повысить температуру.

Скорость охлаждения при наличии перлитного или промежуточного превращения можно вычислить исходя из того, что уменьшение скорости охлаждения равно количеству теплоты, выделяемому за единицу времени 1 кг стали  $\left(\frac{qu}{100}\right)$ , деленному на теплоемкость  $c$  1 кг стали:

$$v_1 = v - \frac{q}{c} \frac{u}{100},$$

где  $v_1$  — скорость охлаждения при наличии превращения;  
 $v$  — скорость охлаждения при отсутствии превращения, приближенно равная скорости охлаждения непосредственно перед началом превращения;  
 $c$  — удельная теплоемкость стали;  
 $u$  — скорость превращения, проц/час;  
 $q$  — тепловой эффект превращения, имеющий величину порядка 20 ккал/кг.

Подставляя значения  $q$  и  $c$ , получаем

$$v_1 = v - 1,5u.$$

В случае очень медленного охлаждения, например, при отжиге, когда превращение  $\gamma \rightarrow \alpha$  протекает полностью, продолжительность полной остановки или периода резко замедленного охлаждения составляет

$$\tau = \frac{1}{v} \frac{q}{c} = \frac{150}{v} \text{ час.}$$

Наибольшее практическое значение имеет замедление охлаждения, обусловленное протеканием промежуточного превращения (на 2-й ступени). Степень этого замедления можно ориентировочно оценить, если известны скорости промежуточного превращения в стали используемой марки.

В табл. 17 приведены такие данные для хромоникельмолибденовой стали различной легированности.

Таблица 17

Скорость охлаждения середины пластин в воде и влияние на нее превращения

| № пп. | Марка стали | Максимальная скорость промежуточного превращения, проц/мин. | Наибольшее замедление охлаждения, град/мин. | Скорость охлаждения в град/мин. при 400° в случае отсутствия превращения пластин толщиной |        |        |
|-------|-------------|---|---|---|--------|--------|
|       |             |   |   | 100 мм  | 200 мм | 400 мм |
| 1     | 30ХН2М      | 20  | 50  | 100   | —      | —      |
| 2     | 30ХН3М      | 10  | 15  | —   | 30     | —      |
| 3     | 30ХН4М      | 5   | 7,5   | —   | —      | 8,5    |

Как видно из этой таблицы, промежуточное превращение может замедлить охлаждение середины пластины толщиной 400 мм вплоть до полной остановки. Оно очень существенно может повлиять на охлаждение середины пластин толщиной 100 и 200 мм. Это заключение подтверждают результаты опытов (рис. 40 и 41).

В случае закалки в масле полная остановка охлаждения возможна уже при толщине пластин 200 мм. При охлаждении

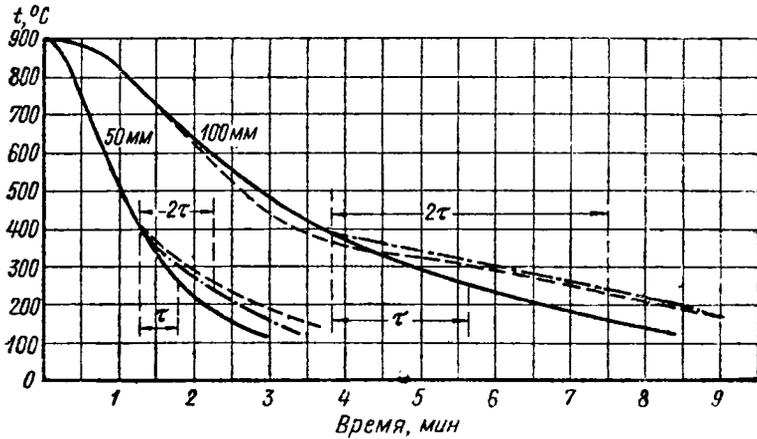


Рис. 40. Температурные кривые охлаждения середины пластины толщиной 200 мм и 400 мм, закаливаемых в воде.

— расчет без учета теплоты структурного превращения;  
 - - - экспериментальная кривая;  
 - · - · расчет с учетом теплоты структурного превращения.

стали в интервале температуры мартенситного превращения тепловой эффект этого превращения замедляет охлаждение.

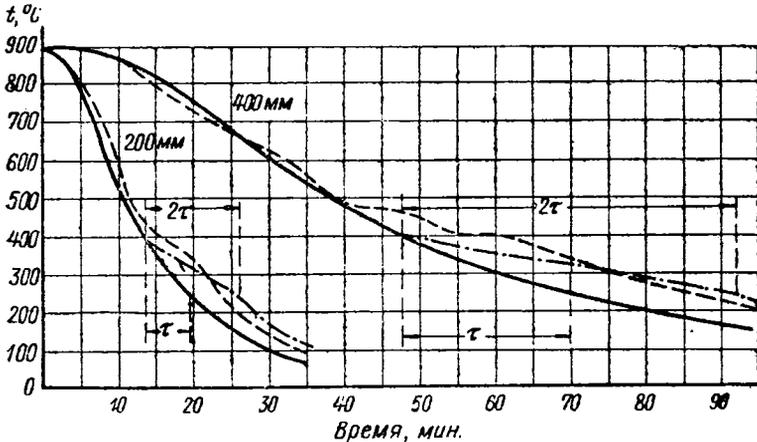


Рис. 41. Температурные кривые охлаждения середины пластины толщиной 50 мм и 100 мм, закаливаемых в воде.

— расчет без учета теплоты структурного превращения;  
 - - - экспериментальная кривая;  
 - · - · расчет с учетом теплоты структурного превращения.

Если принять ширину мартенситного интервала в  $100^{\circ}\text{C}$ , а тепловой эффект этого превращения в  $10 \text{ ккал/кг}$ , то

окажется, что мартенситное превращение может замедлить охлаждение в этом 100-градусном интервале в среднем в

$$\frac{\frac{q}{\Delta t} + c}{c} = \frac{\frac{10}{100} + 0,13}{0,13} = 1,8 \text{ раза.}$$

Степень влияния мартенситного превращения на замедление охлаждения почти не зависит от скорости охлаждения. После окончания превращения охлаждение протекает практически с такой же скоростью, как было бы в случае отсутствия выделения теплоты.

Общее увеличение времени охлаждения вследствие выделения теплоты при структурных превращениях тем больше, чем ниже температура этого превращения.

Так как скорость охлаждения изделия тем больше, чем выше температура, то для отвода данного количества выделившейся теплоты требуется тем меньше времени, чем при более высокой температуре эта теплота выделилась. По этой причине общее время охлаждения изделий из стали, претерпевающей перлитное превращение, меньше, чем изделий из стали, претерпевающей мартенситное превращение. Это различие может достигать заметных величин. Например, в случае пластин толщиной 300 мм, как показали опыты П. В. Склюева [21], оно достигает примерно 10 мин.

---

## ГЛАВА VI

### ЗАВИСИМОСТЬ ВРЕМЕНИ И СКОРОСТИ НАГРЕВА И ОХЛАЖДЕНИЯ ОТ ФОРМЫ И МАССЫ ИЗДЕЛИЯ И ИНТЕНСИВНОСТИ ВНЕШНЕГО ТЕПЛООБМЕНА

**Зависимость времени сквозного прогрева и охлаждения от толщины или диаметра изделия.** Практиков часто интересует, как назначать время нагрева и охлаждения — пропорционально толщине, квадрату толщины или иначе.

Для тонких изделий очевидно, что время нагрева или охлаждения прямо пропорционально толщине или обратно пропорционально отношению поверхности к объему, так как в случае постоянства площади поверхности теплоотвод остается постоянным, а теплосодержание изменяется пропорционально объему.

Для массивных изделий зависимость более сложна вследствие неравномерного распределения температуры по сечению.

У очень массивных изделий температура поверхности сравнивается с температурой окружающей среды еще до начала изменения температуры охлаждения середины. В этом случае температурный перепад по сечению изделий постоянен для данной температуры середины изделия независимо от его толщины, вследствие чего скорость нагрева или охлаждения середины при каждом данном значении температуры обратно пропорциональна квадрату толщины или диаметра изделия.

Время же и скорость охлаждения и нагрева связаны обратной зависимостью.

Для всех возможных случаев показатель степени  $n$  в уравнении

$$v = k \left( \frac{F}{W} \right)^n$$

где  $F$  — поверхность тела;

$W$  — объем тела;

$k$  — коэффициент,

может лежать в пределах от 1 до 2.

Величина  $n$  зависит от соотношения между внешним и внутренним тепловым сопротивлением, т. е. от критерия Био.

На рис. 42 показан график этой зависимости.

Для удобства вычислений построим на рис. 43 график

$$n = f(S; \alpha),$$

где  $S$  — полутолщина плиты или радиус шара и цилиндра;  
 $\alpha$  — коэффициент теплоотдачи,  
 приняв для этого  $\lambda = 25 \text{ ккал/м}^2 \text{ час } ^\circ\text{С}$ .

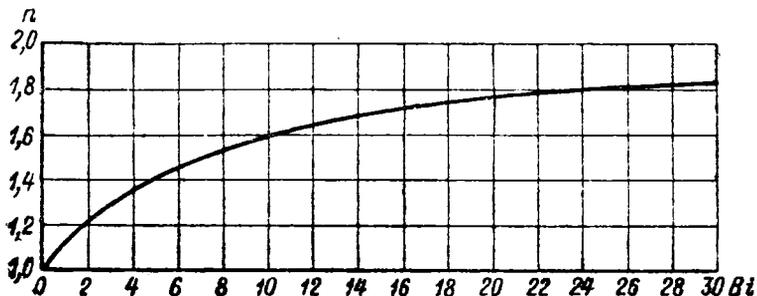


Рис. 42. Показатель степени  $n$  в уравнениях  $v = \frac{k_1}{S^n}$  и  $\tau = k_2 S^n$  в зависимости от критерия Био.

Если в соответствии с табл. 2 принять для основных случаев нагрева и охлаждения при термической обработке

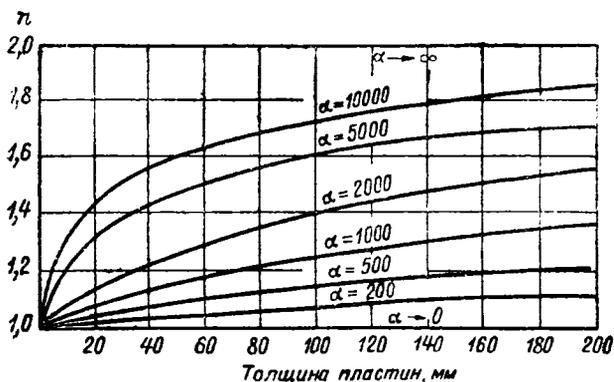


Рис. 43. Показатель степени  $n$  в уравнениях  $v = \frac{k_1}{S^n}$  и  $\tau = k_2 S^n$  в зависимости от толщины пластин  $2S$  и коэффициента теплоотдачи  $\alpha$  в  $\text{ккал/м}^2 \text{ час } ^\circ\text{С}$ .

следующие ориентировочные средние коэффициенты теплоотдачи:

- |                |                    |   |
|----------------|--------------------|---|
| при охлаждении | в воде             | $\alpha = 2000 - 5000 \text{ ккал/м}^2 \text{ час } ^\circ\text{С}$ |
| "              | в масле . . .      | $\alpha = 300 - 1000 \text{ ккал/м}^2 \text{ час } ^\circ\text{С}$  |
| "              | на воздухе . . . . | $\alpha = 30 \text{ ккал/м}^2 \text{ час } ^\circ\text{С}$          |

при нагреве в газовой среде для низкого отпуска . . . . .  $\alpha = 30 \text{ ккал/м}^2\text{час } ^\circ\text{C}$   
 то же для высокого отпуска . . . . .  $\alpha = 80 \text{ ккал/м}^2\text{час } ^\circ\text{C}$   
 . . . . . закалки . . . . .  $\alpha = 130 \text{ ккал/м}^2\text{час } ^\circ\text{C}$   
 . . . . .ковки, прокатки . . . . .  $\alpha = 300 \text{ ккал/м}^2\text{час } ^\circ\text{C}$   
 при нагреве в жидкой среде для низкого отпуска . . . . .  $\sigma = 300 \text{ ккал/м}^2\text{час } ^\circ\text{C}$

то можно получить графики, показанные на рис. 44, 45.

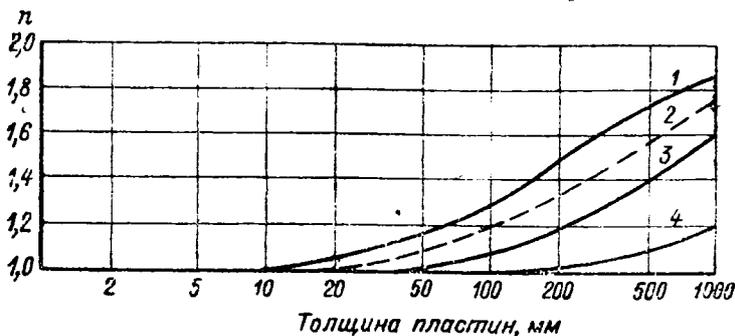


Рис. 44. Показатель степени  $n$  в уравнениях  $\sigma = \frac{k_1}{S^n}$  и  $\tau = k^2 S^n$

при нагреве в зависимости от толщины пластины.

1 — нагрев на ковку (1200—1300°) и нагрев в масле или селитре на низкий отпуск (150—230°); 2 — нагрев на закалку (800—900°); 3 — нагрев на высокий отпуск (500—700°); 4 — нагрев на низкий отпуск в печи (150—230°).

С помощью графиков можно определять изменение времени нагрева или охлаждения в случае изменения сечения.

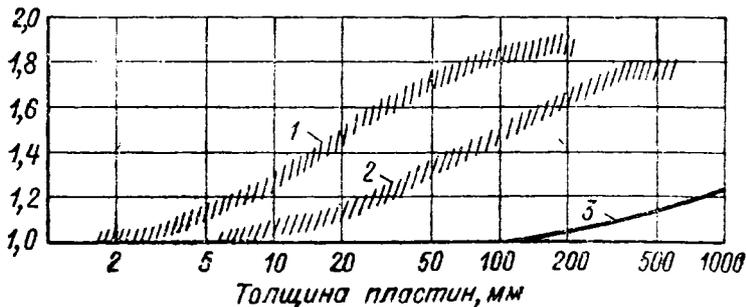


Рис. 45. Показатель степени  $n$  при охлаждении в воде, масле и на воздухе в зависимости от толщины пластины.

1 — вода; 2 — масло; 3 — воздух.

Пример 1. Вычислим относительное увеличение времени нагрева пластины в соли с температурой 300° при увеличении толщины с  $2S_1 = 100 \text{ мм}$  до  $2S_2 = 120 \text{ мм}$ .

Коэффициент теплоотдачи в этом случае согласно рис. 8 составляет примерно  $300 \text{ ккал/м}^2\text{час } ^\circ\text{C}$ .

Критерий Био при нагреве в соли плиты толщиной 100 мм составляет

$$Bi = \frac{1}{25} 0,1 \cdot 300 = 1,2.$$

Согласно графику рис. 42 показатель степени в этом случае составляет около 1,2.

Если продолжительность нагрева пластины толщиной 100 мм принять за единицу, то продолжительность нагрева пластины толщиной 120 мм составит

$$\left(\frac{S_2}{S_1}\right)^{1,2} = \left(\frac{120}{100}\right)^{1,2} = 1,25.$$

Следовательно, необходимое увеличение времени составит 25% — несколько больше, чем относительное увеличение толщины.

**Пример 2.** Вычислим, насколько увеличится время охлаждения в воде плиты, если толщину ее увеличить с 350 до 400 мм.

Коэффициент теплоотдачи принимаем равным 4000 ккал/м<sup>2</sup>час °С.

Критерий Био  $Bi = \frac{2}{25} 0,4 \cdot 4000 = 64$ .

Показатель степени в этом случае составляет около 1,85.

Приняв продолжительность охлаждения пластины толщиной 350 мм за единицу, получим продолжительность охлаждения пластины толщиной 400 мм, равную

$$\left(\frac{S_2}{S_1}\right)^{1,85} = \left(\frac{400}{350}\right)^{1,85} = 1,27.$$

Следовательно, увеличение продолжительности охлаждения составляет 27% и значительно превышает относительное увеличение толщины.

Скорость охлаждения или нагрева связана с размерами изделия зависимостью, которая отличается от установленной выше только знаком при показателе степени, т. е. время  $\tau = kS^n$ , скорость охлаждения или нагрева  $v = \frac{k}{S^n}$ . Поэтому графики,

служащие для расчета времени, можно использовать и для расчета скорости нагрева или охлаждения с той лишь разницей, что знак изменения в этом случае обратный: вместо увеличения — уменьшение и наоборот.

**Влияние геометрической формы изделия на скорость и время прогрева и охлаждения.** Если изделия относятся к категории тонких, то скорость нагрева или охлаждения полностью определяется отношением их поверхности к объему, а особенности геометрической формы не играют никакой роли.

При нагреве или охлаждении тонких изделий, имеющих форму неограниченной плиты толщиной  $2S$ , неограниченного цилиндра диаметром  $2R$ , неограниченного квадратного бруса со стороной  $2S$ , куба со стороной  $2S$ , шара диаметром  $2R$ , отношение скоростей изменения температуры в них таково же, как отношение их поверхности к объему. Оно равно соответственно 1:2:2:3:3.

Если изделия относятся к категории массивных, то соотношения скоростей охлаждения или нагрева могут быть иными. Например, массивные цилиндрический брус и брус квадратного

сечения при одинаковом критерии Био охлаждаются или нагреваются неодинаково в противоположность тонким телам такой же геометрической формы. Точка на оси цилиндрического бруса в случае, если коэффициент теплоотдачи стремится к  $\infty$ , изменяет температуру примерно на 20% быстрее, чем середина бруса квадратного сечения. Разница между шаром и кубом с одинаковыми критериями Био оказывается еще большей, составляя примерно 30%, в то время как тонкие тела этой же геометрической формы при  $2S = 2R$  изменяют температуру с одинаковой скоростью.

В результате соотношения скоростей нагрева или охлаждения середины тел вышеупомянутой формы в случае  $\alpha \rightarrow \infty$  приблизительно равны 1:2,5:2:3:4.

В промежутке между двумя крайними случаями очень тонких и очень массивных тел соотношение меняется в указанных пределах. При нагреве, когда критерии Био невелики, вполне применимы первые соотношения. Наоборот, при закалке крупных изделий в воде или других резко охлаждающих средах более применимы вторые соотношения.

**Влияние массы изделий на скорость охлаждения их поверхности при закалке.** Охлаждение поверхности изделий при закалке изучено мало. Расчетное исследование этого вопроса усложняется тем, что коэффициент теплоотдачи закалочной среды в сильной степени зависит от температуры, а это обстоятельство наиболее резко отражается на температурных кривых охлаждения именно поверхности. Тем не менее автор с помощью метода конечных разностей рассчитал температурные кривые охлаждения поверхности пластин различной толщины в воде и в масле, исходя из характеристических кривых этих сред, приведенных в гл. I.

Попытка проверить результаты расчета экспериментально встретила затруднения главным образом в постановке опытов с фиксацией температуры поверхности при закалке в резко охлаждающих средах, особенно в воде. Приварка термопар к наружной поверхности не обеспечивает получения достоверных результатов, так как спай по сравнению с поверхностью изделий охлаждается более быстро из-за потери тепла вследствие теплопроводности по проволокам термопары. По этой причине, в частности, оказались ошибочными результаты опытов Френча по охлаждению поверхности.

Более или менее правильные результаты можно получить, если помещать спай термопары внутри изделия на некоторых расстояниях от охлаждаемой поверхности, а затем рассчитывать охлаждение поверхности с помощью экстраполяции температурных кривых по сечению изделия в различные моменты времени. В этом случае помещать термопару слишком близко к поверхности нежелательно вследствие искажения геометрических условий.

С помощью этого метода автор, изучая охлаждение пластин различной толщины в воде, водно-масляных эмульсиях и в масле, получил следующие основные результаты:

1. Скорость охлаждения до температуры  $250^{\circ}$  поверхности плит толщиной более 150 мм в воде одинакова независимо от толщины. Это объясняется тем, что за время охлаждения поверхностного слоя до  $250^{\circ}$  середина пластины толщиной 150 мм и более практически еще не начнет охлаждаться. При закалке в масле аналогичное явление имеет место до температуры поверхности  $300\text{--}400^{\circ}$  в зависимости от сорта масла.

2. Поверхность изделия при закалке в воде охлаждается с максимальной скоростью, когда она имеет температуру  $350\text{--}200^{\circ}$ , а при закалке в масле — когда она имеет температуру  $650\text{--}450^{\circ}$ .

3. Начиная с температуры  $200\text{--}150^{\circ}$  в случае охлаждения в воде и с температуры  $400\text{--}300^{\circ}$  в случае охлаждения в масле, скорость охлаждения поверхности закаливаемых изделий резко падает.

4. Зависимость скорости охлаждения поверхности изделия от интенсивности охлаждения (коэффициент теплоотдачи) является линейной в случае тонких тел и приближается к квадратичной в случае весьма массивных тел. Если изделие можно рассматривать как предельно массивное, эта зависимость является чисто квадратичной. Такой случай всегда имеет место на достаточно ранней стадии процесса, как уже указывалось выше. Для середины тела эта зависимость носит совершенно иной характер: она линейная для тонких тел и нулевая для предельно массивных.

5. Зависимость скорости охлаждения поверхности изделий от их толщины является промежуточной между линейной (для тонких тел) и нулевой (для предельно массивных тел).

Таким образом, показатель степени в уравнении зависимости скорости охлаждения поверхности изделия от его массы при увеличении массы падает от 1 до 0, а в аналогичном уравнении для середины изделия растет от 1 до 2.

**Ускорение нагрева и охлаждения за счет интенсификации внешнего теплообмена.** В табл. 18 приведена продолжительность прогрева до температуры высокого отпуска, закалки иковки, рассчитанная по приведенным выше формулам.

Концом прогрева при расчете считалось достижение серединой изделия температуры на  $2\%$  ниже температуры печи в случае высокого отпуска и закалки и на  $5\%$  — в случаековки.

После этого время, полученное расчетом, не учитывавшим поглощения теплоты при образовании аустенита, было увеличено на  $35\%$  в случае закалки и на  $20\%$  в случаековки (гл. V).

В этой же таблице приведена продолжительность прогрева без выдержки для закалки и высокого отпуска по данным

Продолжительность нагрева цилиндрических тел

| № пп. | Операция       | Температура нагрева, °С | Продолжительность нагрева в мин. цилиндрических тел, диаметром: |                |           |                |           |                |           |                |           |                |
|-------|----------------|-------------------------|---|----------------|-----------|----------------|-----------|----------------|-----------|----------------|-----------|----------------|
|       |                |                         | 25 мм   |                | 50 мм     |                | 100 мм    |                | 200 мм    |                | 500 мм    |                |
|       |                |                         | расчетная   | по справочнику | расчетная | по справочнику | расчетная | по справочнику | расчетная | по справочнику | расчетная | по справочнику |
| 1     | Высокий отпуск | 500—700                 | 25  | 20             | 50        | 40             | 100       | 80             | 240       | 160            | 660       | —              |
| 2     | Закалка        | 800—900                 | 16  | 20             | 32        | 40             | 80        | 80             | 180       | 160            | 520       | —              |
| 3     | Ковка          | 1200—1300               | 5   | 12             | 10        | 25             | 25        | 50             | 60        | 100            | 250       | 240            |

Гипроавтопрома [22], а дляковки, исходя из часто употребляемой в практике нормы 0,8 мин. на 1 мм сечения.

Сравнение расчетных данных со справочными весьма условно, так как продолжительность нагрева на практике в значительной степени зависит от типа печей, их тепловой мощности, расположения изделий в печах. Так, в частности, если нагрев призматических брусков ведется не со всех граней, а только с двух, то время, необходимое для нагрева, может удлиниться вдвое.

Влияние тепловой мощности печи наглядно иллюстрирует рис. 46, на котором сравнены фактические режимы нагрева в малоомощной электрической печи и в более мощной, пламенной печи<sup>1</sup>.

Очень важную роль в определении времени нагрева играет необходимая степень точности нагрева. Если требуется очень малое различие температуры по сечению изделия, то это резко увеличит необходимое время.

Если задаться определенной величиной температурного перепада по сечению изделия в конце нагрева, то продолжительность нагрева будет определяться двумя процессами: подводом теплоты к поверхности изделия и ее распространением внутри. Термист может воздействовать только на первый процесс; этим, в частности, определяется предел его возможностей в смысле сокращения времени нагрева.

При самом быстром подводе тепла к поверхности изделия его прогрев будет лимитироваться только распространением тепла от поверхности внутрь. Если принять за единицу продолжительность прогрева при мгновенном нагреве поверхности до заданной температуры ( $Bi = \infty$ ), то время нагрева при всех других значениях  $Bi$  будет больше.

<sup>1</sup> Данные В. Ф. Копытова и сотрудников [23].

На рис. 47 показано отношение времени прогрева при данном конечном значении  $Bi$  ко времени прогрева при  $Bi = \infty$  в зависимости от величины критерия Био. Это отношение показывает, во сколько раз можно было бы сократить время нагрева при предельно интенсивном нагреве поверхности. Как видно из этого графика, при критерии Био порядка 2 или больше максимальное теоретически возможное сокращение

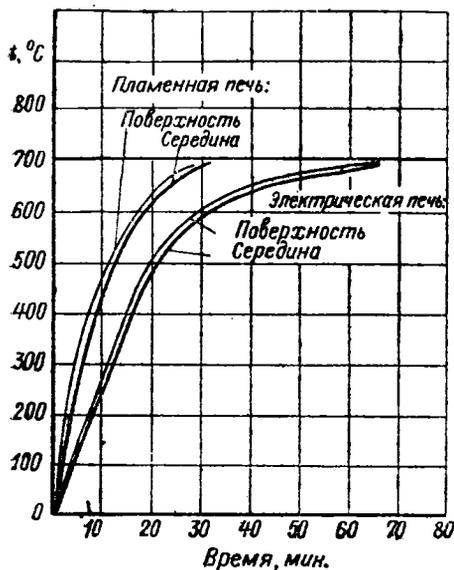


Рис. 46. Прогрев образцов диаметром 50 мм в пламенной и электрической печи с температурой  $700^\circ\text{C}$ .

времени прогрева не превосходит двукратно. Наиболее эффективно уменьшается время прогрева с увеличением интенсивности подвода тепла при значениях критерия Био порядка 0,5 или меньше. Поэтому принципиально возможно уменьшить в несколько раз время нагрева изделий малого сечения, особенно нагреваемых до низкой температуры.

Возможное ускорение нагрева за счет изменения интенсивности подвода тепла можно быстро ориентировочно подсчитать с помощью графика, показанного на рис. 47, если сравнить ординаты при старом и новом значении критерия Био. За единицу по оси ординат на

этом графике принято время нагрева при мгновенном повышении температуры поверхности до конечного значения ( $Bi = \infty$ ).

Если, например, при нагреве шара диаметром  $2S = 0,05$  м коэффициент теплоотдачи был  $1000 \text{ ккал/м}^2\text{час}^\circ\text{C}$  ( $Bi = \frac{\alpha S}{\lambda} = \frac{1000 \cdot 0,025}{25} = 1$ ), а стал  $2000 \text{ ккал/м}^2\text{час}^\circ\text{C}$  ( $Bi = \frac{\alpha S}{\lambda} = \frac{2000 \cdot 0,05}{25} = 2$ ), то, как видно из рис. 47, время

нагрева в первом случае в 3,4 раза больше минимально возможного, а во втором случае в 2,3 раза больше минимально возможного, т. е. сократилось примерно на  $\frac{1}{3}$ .

В области  $Bi < 0,25$ , как уже указывалось, скорость нагрева или охлаждения практически прямо пропорциональна критерию Био, т. е. скорости подвода тепла.

Из графика рис. 47 следует, что возможности форсирования

нагрева и охлаждения гораздо больше в случае изделий малого сечения, чем большого.

Ускорения нагрева можно добиться либо увеличением коэффициента теплоотдачи при неизменной температуре нагревающей среды, либо повышением температуры среды выше температуры, до которой следует нагревать изделие.

Увеличить коэффициент теплоотдачи при постоянной температуре среды можно, заменив газовую среду жидкой, т. е. применив ванную печь.

Коэффициент теплоотдачи, получаемый в жидкой среде, по сравнению с коэффициентом теплоотдачи, получаемым в печи с газовой атмосферой, в случае температуры 250—600° С возрастает примерно в 5—8 раз, в случае температуры 800—1000° С — в 3—4 раза, а в случае температуры 1200—1300° С — в 2—3 раза.

Влияние такого повышения коэффициента теплоотдачи на ускорение нагрева зависит от сечения нагреваемых изделий. При сечении до 30—50 мм ускорение почти пропорционально увеличению коэффициента теплоотдачи, а для более массивных изделий зависимость более слабая.

Второй способ ускорения нагрева — повышение температуры печи по сравнению с необходимой температурой нагрева изделия. Сокращение времени нагрева в этом случае обусловлено, во-первых, увеличением температурного напора между печью и изделием, а во-вторых, увеличением коэффициента теплоотдачи.

Определить эффект от повышения температуры печи можно с помощью описанных в гл. III и IV способов расчета тонких и массивных тел.

Следует, однако, иметь в виду, что такое ускорение нагрева вызовет увеличенный температурный перепад по сечению изделия к моменту окончания нагрева. В случае, если температура печи повышена на 100° по сравнению с температурой нагрева, то разность температуры по сечению при нагреве на закалку составит, как показали расчеты и опыт, для 100-миллиметровых изделий 20—40°, для 50-миллиметровых изделий 10—20°

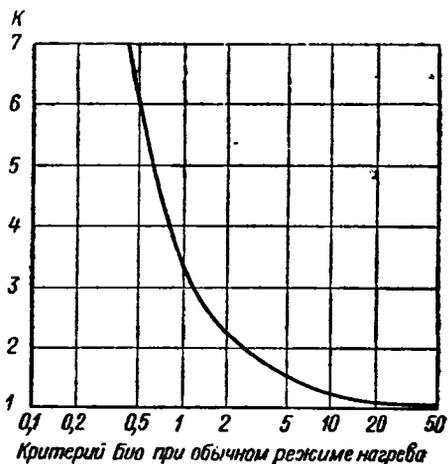


Рис. 47. Относительное ускорение прогресса тел при предельно интенсивном подводе тепла к поверхности.

В случае нагрева для высокого отпуска перепад примерно в 2 раза меньше, а при нагреве дляковки — в 2—3 раза больше. Дляковки такой перепад обычно не играет роли, а для отпуска он в некоторых случаях недопустим.

Следует иметь в виду, что обычные тепловые расчеты применимы только в случае, когда теплота поступает на поверхность тела. Если же она генерируется в значительном слое металла, как это бывает при индукционном нагреве, то все обычные расчеты неприменимы. В этом случае оказывается возможным нагревать быстрее, чем при  $Bi = \infty$ . Применением индукционного принципа особенно резко, в десятки и более раз, можно ускорить нагрев деталей малого сечения.

---

## ГЛАВА VII

### РАСЧЕТ ПРОКАЛИВАЕМОСТИ СТАЛИ В ИЗДЕЛИЯХ РАЗЛИЧНОЙ ФОРМЫ И РАЗМЕРА

Исходя из твердости или структуры торцевого образца, определенных по его длине, можно установить критическую скорость охлаждения стали.

Скорость охлаждения различных точек торцевого образца в зависимости от расстояния от охлаждаемого торца определена экспериментально (рис. 48). Критической считают скорость охлаждения той наиболее удаленной от охлаждаемого торца точки, в которой еще обеспечивается твердость, принимаемая за достаточную для данной стали в закаленном состоянии.

Чтобы полностью определить результаты закалки изделия, необходимо знать скорость охлаждения различных его частей при закалке в разных закалочных средах.

Для решения более узкого вопроса о наличии или отсутствии сквозной закалки достаточно знать скорость охлаждения середины изделия при закалке.

В литературе имеются графики, позволяющие определить скорость охлаждения середины и некоторых других частей сечения изделия при закалке в воде и масле, составленные Джомини и Бегехольдом [24] и другими авторами, и формулы Г. Френча [25], обеспечивающие решение этих задач. Кроме того, особым методом, называемым методом Гроссмана, можно определить глубину закалки в любых изделиях, исходя из немногих экспериментальных данных [26].

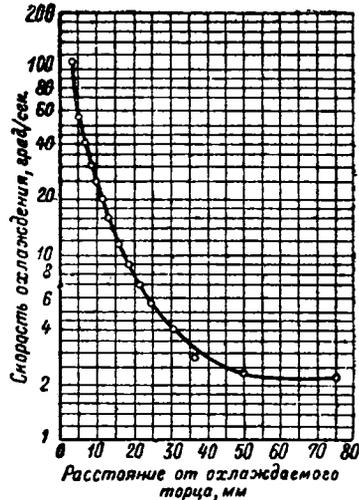


Рис. 48. Скорость охлаждения различных точек торцевого образца при 700° С.



Эмпирические формулы Френча имеют вид

$$v = k \left( \frac{F}{W} \right)^n$$

где  $v$  — скорость охлаждения середины образца;

$F$  — площадь поверхности образца;

$W$  — объем образца;

$n$  — показатель степени, а  $k$  — коэффициент, зависящие только от рода охлаждающей среды.

Для закалки в 5-процентном водном растворе NaOH  $n = 1,84$ ;  $k = 3,86$ . Для закалки в холодной воде  $n = 1,25$ ;  $k = 3,94$ . Для закалки в масле —  $n = 1,4$ ;  $k = 3,12$  и для закалки на воздухе  $n = 1,15$ ;  $k = 0,31$ .

В работе Френча утверждается, что скорость охлаждения тела при  $720^\circ$  линейно связана со скоростью охлаждения его при любой более низкой температуре, если при этой температуре нет структурных превращений стали; поэтому по предложенным Френчем формулам можно судить и о действии охлаждающей среды с точки зрения прокаливаемости.

Формулы Френча весьма просты, пользоваться ими удобно, но достоверность их внушает сомнение, поэтому рассмотрим их подробно.

Нанесем имеющиеся в нашем распоряжении значения скоростей охлаждения середины пластин различного сечения на диаграмму, построенную в координатах „логарифм толщины пластины — логарифм скорости охлаждения“. В качестве сетки нанесем на эту диаграмму кривые вычисленной нами зависимости скорости охлаждения от толщины пластин для различных коэффициентов теплоотдачи.

Скорость охлаждения в случае постоянства тепловых констант материала образца и коэффициента теплоотдачи можно рассчитать с помощью упомянутых выше номограмм Гребера, Шака, таблиц Рассела или других материалов, облегчающих решение задач нестационарной теплопроводности.

Скорость охлаждения образцов различного сечения в средах с различными коэффициентами теплоотдачи можно вычислить по наклону температурных кривых при определенной относительной температуре.

Такие расчеты были проделаны для случая охлаждения стальных пластин различной толщины, неограниченной длины и ширины. В результате вычисления были получены значения скорости охлаждения при температуре  $400^\circ\text{C}$  пластин различного сечения и при различных коэффициентах теплоотдачи.

Так как диапазон скоростей получился очень широкий, то кривые зависимости скорости охлаждения от сечения пластин были построены в логарифмическом масштабе (рис. 50).

Если бы формулы Френча были правильны, то для закалочных сред кривые

$$\lg v = f \left[ \lg \left( \frac{F}{W} \right) \right]$$

должны были бы представлять собой прямые линии, так как, логарифмируя формулу

$$v = k \left( \frac{F}{W} \right)^n$$

получаем

$$\lg v = n \lg \left( \frac{F}{W} \right) + \lg k,$$

где  $n$  — постоянная величина для каждой данной среды.

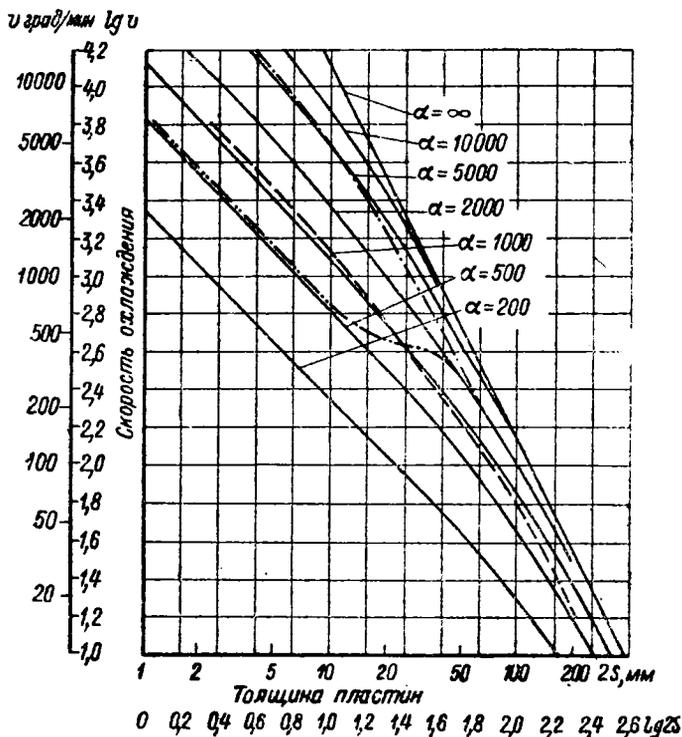


Рис. 50. Скорость охлаждения середины пластин при 400° С в зависимости от их толщины.

— — — — — охлаждение в воде с температурой 20° С;  
 - - - - - охлаждение в минеральном масле;  
 ··········· охлаждение в кипящей воде.

Для суждения о достоверности формул Френча необходимо исследовать зависимость

$$\lg v = f \left[ \lg \left( \frac{F}{W} \right) \right]$$

для закалочных сред в широком диапазоне сечений. Для решения этой задачи автор получил экспериментальные данные о скоростях охлаждения пластин различного сечения. Для пластин толщиной 50—400 мм были использованы опыты, проведенные автором на разработанном им приборе для определения прокаливаемости<sup>1</sup>.

На рис. 51 показаны скорости охлаждения пластин различного сечения в холодной воде и минеральном масле (веретенном № 2), полученные с помощью прибора для определения прокаливаемости.

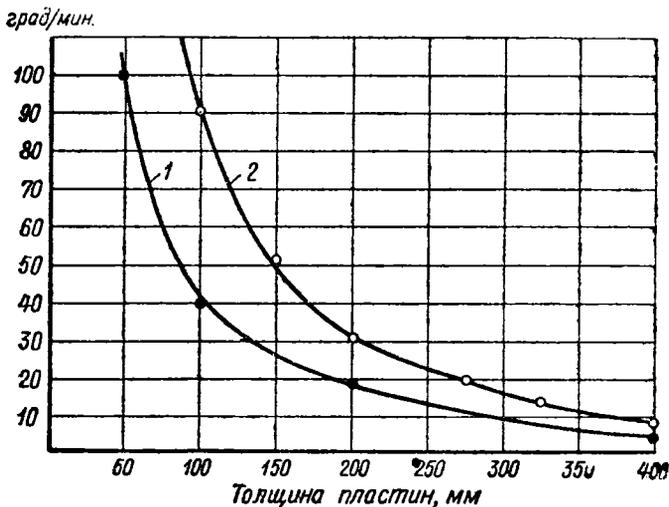


Рис. 51. Скорости охлаждения при 400° середины пластин различной толщины, охлаждаемых в воде и масле.

1 — масло; 2 — вода.

Скорости охлаждения пластин толщиной 10—50 мм определялись с помощью термопар, вставлявшихся внутрь пластин.

Полученные данные были использованы для построения трех пунктирных кривых, показанных на рис. 50.

Угол наклона кривых для практических сред, как видно из рис. 50, зависит от сечения пластин, а не постоянен, как должно было бы быть согласно формуле Френча.

Подбором коэффициентов  $k$  Френчу удалось для исследованного им диапазона сечений получать при расчете довольно близкие к опыту значения скоростей охлаждения. Однако использование формул Френча для вычисления скорости

<sup>1</sup> Описание и принцип работы этого прибора приведены в брошюре и докладе автора на Всесоюзной конференции по конструкционной стали в 1949 г. [27].

охлаждения за пределами сравнительно узкого диапазона сечений, исследованных им экспериментально (10—50 мм), приводит к ошибкам вследствие непостоянства показателя степени  $n$ .

М. Е. Блантер [28] предложил номограммы для расчета прокаливаемости, основанные на формулах Френча.

Номограммы, построенные в координатах „логарифм скорости охлаждения середины изделия — логарифм толщины или диаметра изделия“, представляют собой серию прямых с разными наклонами  $n$ .

М. Е. Блантер считает, что по этим номограммам можно легко рассчитывать прокаливаемость тел шаровой формы диаметром до 320 мм и пластин толщиной до 240 мм, что представляет значительное удобство.

Эти номограммы довольно правильно характеризуют скорость охлаждения в воде и в масле изделий не очень больших сечений, т. е. в пределах тех сечений, которые были экспериментально изучены Френчем. Использование же этих номограмм для изделий с более крупными сечениями приводит к следующим ошибочным выводам:

1) скорости охлаждения и, следовательно, прокаливаемость тел большого сечения, порядка 200—300 мм, при закалке в холодной воде и в минеральном масле одинаковы;

2) скорости охлаждения середины тел большого сечения в горячей воде и в масле одинаковы.

Производственный опыт опровергает оба эти вывода.

Существенное различие в прокаливаемости крупных изделий при закалке в воде и масле общеизвестно. Экспериментальные данные, полученные автором при лабораторных опытах, говорят о том же (рис. 51).

Скорость охлаждения середины изделий большого сечения при закалке в горячей, в том числе и кипящей, воде больше, чем скорость охлаждения в масле, и равна скорости охлаждения в холодной воде (рис. 52).

Кроме формул, М. Е. Блантер использует из работы Френча также и график зависимости скорости охлаждения при 720° от начальной температуры нагрева, который он предлагает использовать для учета влияния температуры нагрева на прокаливаемость. График этой зависимости не меняется ни от сечения закаливаемого изделия, ни от среды охлаждения.

Расчеты и опыты показывают, что температура нагрева влияет на скорость охлаждения только в самом начале процесса, когда еще не достигнута температура структурного превращения при закалке. Поэтому в практике термической обработки можно не считаться с влиянием температуры нагрева на скорость охлаждения при закалке.

2. Так называемый метод Гроссмана имеет целью вычисление глубины закалки изделий любого сечения, исходя из характеристики стали и условий закалки. Каждая из двух этих

исходных величин выражается одной цифрой: прокаливаемость стали — идеальным критическим размером изделия (идеальным критическим диаметром цилиндра  $D'$  или толщиной плиты  $L'$ ), а условия закалки — резкостью закалки  $H$ .

Идеальные критические диаметр или толщина для стали данной марки представляют собой наибольшие размеры изде-

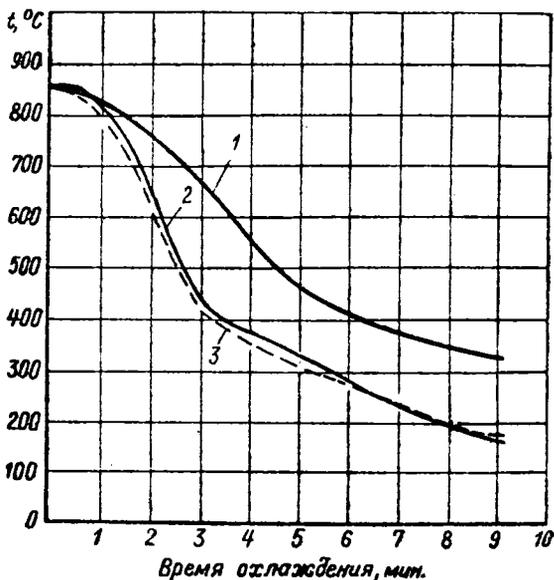


Рис. 52. Температурные кривые охлаждения середины пластины толщиной 100 мм в холодной воде, в кипящей воде и в масле.

1 — масло; 2 — вода с температурой 20—30°; 3 — вода с температурой 100°.

лия, при которых сквозная закалка обеспечивалась бы при охлаждении в идеальной закалочной среде, т. е. в среде, мгновенно охлаждающей поверхность изделия до собственной температуры.

Такой метод оценки прокаливаемости стали дает возможность не связывать ее с какими-либо практическими средами закалки, свойства которых всегда подвержены в той или иной степени колебаниям.

Резкость закалки  $H$  можно определять согласно методу Гроссмана на любой стали, после чего полученную величину можно применять при расчете глубины закалки для любой другой стали.

Для установления резкости закалки Гроссман рекомендует закалить в данной среде несколько образцов различного

сечения из одной стали и построить график зависимости относительной протяженности незакаленной сердцевинки от диаметра или толщины образца.

Сопоставление полученных опытных кривых с серией эталонных кривых для разных значений  $H$  должно показать, какому значению  $H$  соответствует испытанная закалочная среда.

Для того чтобы такое определение давало надежные однозначные результаты, необходимо, чтобы практически выполнялись следующие два условия:

1) каждая полученная из опытов кривая

$$\frac{L_u}{L} = f(L) \quad \text{и} \quad \frac{D_u}{D} = f(D),$$

где  $L_u$  и  $D_u$  — толщина и диаметр незакалившейся сердцевинки;  $L$  и  $D$  — толщина и диаметр изделий,

должна совпадать хотя бы с одной из эталонных кривых;

2) опытные кривые, полученные на стали различных марок, должны быть для одной и той же закалочной среды одинаковыми по форме, т. е. соответствовать одной и той же резкости закалки  $H$ .

Если бы не оправдалось первое положение, то было бы трудно в результате опытов, проводимых даже на одной стали, выбрать значение  $H$  в качестве характеристики резкости закалки в испытанной среде. Несоблюдение второго положения привело бы к тому, что определения резкости закалки, сделанные на стали различных марок, давали бы противоречивые результаты.

Основное положение, лежащее в основе метода расчета прокаливаемости, предложенного Гроссманом и его сотрудниками, состоит в том, что теплопередача при закалке происходит по закону Ньютона. Это означает, что коэффициент теплопередачи не зависит от температуры охлаждаемой поверхности. При этом условии соотношение охлаждающих способностей сред является вполне определенной величиной.

В табл. 19 даны значения резкости закалки для некоторых сред, приведенные в книге Гроссмана.

Таблица 19

Резкость закалки различных сред по Гроссману

| № пп. | Закалочная среда              | Резкость закалки |
|-------|-------------------------------|------------------|
| 1     | Вода при 20° без циркуляции . | 1,0              |
| 2     | Масло . . . . .               | 0,3—0,5          |
| 3     | Вода кипящая (100°)           | 0,048            |

Несомненно, что это допущение сильно упрощает расчеты и позволяет придать методу Гроссмана универсальный характер. Однако возможность принятия такого допущения в качестве не только методического приема при исследовании, но и для прикладных расчетов, зависит также от степени отклонения его от действительности и от характера обусловленных им ошибок.

Насколько сильно зависит коэффициент теплоотдачи от температуры охлаждаемой поверхности видно из кривых, показанных на рис. 10 и 11.

Тот факт, что температура охлаждаемой поверхности и другие факторы оказывают резкое и сложное влияние на интенсивность охлаждения, дает основания полагать, что допущение Гроссмана о том, что каждая закалочная среда характеризуется одной величиной  $H$ , должно повлечь за собой неточность при вычислении прокаливаемости.

Степень неточности определяется, во-первых, степенью отклонения кривых  $\alpha = f(t)$  от горизонтальных линий и, во-вторых, влиянием тепловой инерции массы изделий, которая естественно оказывает нивелирующее влияние.

**Эффективные коэффициенты теплоотдачи закалочных сред.** Тепловая инерция может существенно изменить роль отдельных участков характеристической кривой закалочных сред при закалке изделий, особенно их сердцевины.

Для характеристики действия различных сред при закалке изделий равного сечения целесообразно ввести понятие об эффективном коэффициенте теплоотдачи.

Эффективным коэффициентом теплоотдачи  $\alpha_{эф}$  назовем постоянный коэффициент теплоотдачи теоретической среды, не зависящий от температуры охлаждаемой поверхности, который дает такую же скорость охлаждения, как данная практическая среда.

Разумеется, величина эффективного коэффициента теплоотдачи зависит от того, какую часть сечения и при какой температуре рассматривать. Наибольший интерес представляет охлаждение середины, характеризующее условия сквозной закалки изделия, поэтому будем определять величину  $\alpha_{эф}$ , исходя из охлаждения середины изделия. Температуру желательно выбрать наиболее показательную с точки зрения прокаливаемости. Для высоколегированной стали эта температура лежит около  $400^\circ$ , а для углеродистой и низколегированной — около  $600^\circ$ .

Для унификации расчетов лучше ориентироваться на температуру  $400^\circ$ , тем более что скорость охлаждения при  $600^\circ$  в регулярном режиме математически просто связана с ней. Так как интенсивность охлаждающего действия среды зависит не только от коэффициента теплоотдачи, но и от разности

температуры поверхности изделия и среды, то для облегчения сравнения сред целесообразно вычислять эффективные коэффициенты для некоторой условной температуры среды, например  $20^{\circ}\text{C}$ .

При таком расчете равенство скоростей охлаждения в двух средах означает равенство эффективных коэффициентов теплоотдачи.

На рис. 50 пунктирными линиями показана скорость охлаждения середины пластин различной толщины в трех закалоч-

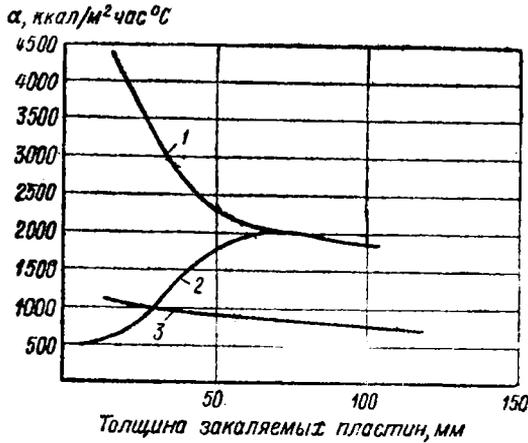


Рис. 53. Эффективные коэффициенты теплоотдачи при закалке в холодной воде, кипящей воде и в минеральном масле в зависимости от сечения закаливаемых изделий.

1 — вода с температурой  $20^{\circ}\text{C}$ ; 2 — вода кипящая; 3 — масло.

ных средах — холодной воде, кипящей воде и минеральном масле.

Пересечение этих пунктирных линий со сплошными линиями для  $\alpha = \text{const}$  указывает значение эффективных коэффициентов теплоотдачи для соответствующего сечения пластин.

На рис. 53 показана зависимость эффективных коэффициентов практических сред от сечения закаливаемых пластин.

Как видно из этой диаграммы, величина эффективного коэффициента теплоотдачи сильно зависит от сечения пластины. Наиболее резкая зависимость имеет место для кипящей воды.

Соотношение между  $\alpha_{\text{эф}}$  различных практических сред не постоянно. Например, для сечений порядка нескольких миллиметров  $\alpha_{\text{эф}}$  масла выше, чем  $\alpha_{\text{эф}}$  кипящей воды, а для сечений в несколько сот миллиметров — наоборот.

Приведем несколько примеров расчета охлаждения середины изделий с использованием эффективных коэффициентов теплоотдачи и сравним результаты с опытными данными.

Рассчитаем охлаждение с температуры 850° С середины пластин толщиной 8 и 100 мм в трех закалочных средах — минеральном масле ( $t_{\text{среды}} = 20^\circ$ ), холодной воде ( $t_{\text{среды}} = 20^\circ$ ) и в кипящей воде.

Эквивалентный коэффициент теплоотдачи можно определить согласно графику рис. 53:

- 1) при закалке пластины толщиной 8 мм:
  - в холодной воде .  $\alpha_{\text{эф}} = 5000 \text{ ккал/м}^2\text{час}^\circ\text{С}; Bi = 0,8$
  - в кипящей воде .  $\alpha_{\text{эф}} = 500 \text{ ккал/м}^2\text{час}^\circ\text{С}; Bi = 0,08$
  - в масле .  $\alpha_{\text{эф}} = 1200 \text{ ккал/м}^2\text{час}^\circ\text{С}; Bi = 0,19$
- 2) при закалке пластины толщиной 100 мм:
  - в холодной воде .  $\alpha_{\text{эф}} = 1800 \text{ ккал/м}^2\text{час}^\circ\text{С}; Bi = 7,2$
  - в кипящей воде .  $\alpha_{\text{эф}} = 1800 \text{ ккал/м}^2\text{час}^\circ\text{С}; Bi = 7,2$
  - в масле .  $\alpha_{\text{эф}} = 800 \text{ ккал/м}^2\text{час}^\circ\text{С}; Bi = 3,2$

При расчете охлаждения следует помнить, что эквивалентный коэффициент теплоотдачи дается применительно к определенной условной температуре среды, равной 20°. Именно такая условная температура среды и принималась при расчете температурной кривой охлаждения в кипящей воде (табл. 20 и 21).

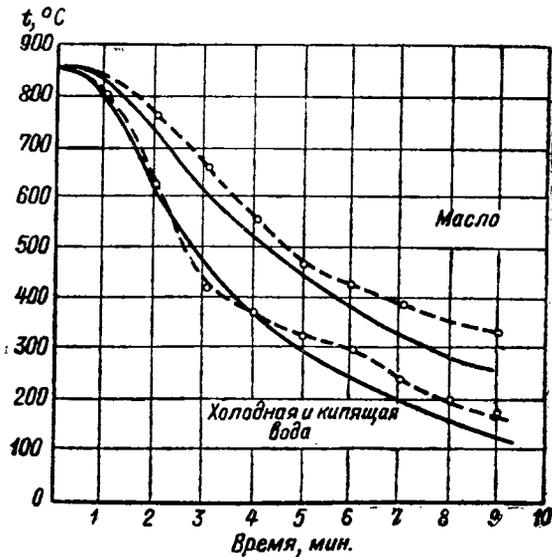


Рис. 54. Расчетные и опытные кривые охлаждения середины пластины толщиной 100 мм в холодной воде, кипящей воде и в минеральном масле.

— расчетная кривая; — — — опытная кривая.

На рис. 54 результаты расчета охлаждения 100-миллиметровой пластины сопоставлены с опытными данными. Из

диаграммы видно, что опытные и расчетные данные для воды совпадают неплохо, а для масла несколько хуже.

Таблица 20

Расчет охлаждения пластины толщиной 100 мм с помощью эффективных коэффициентов теплоотдачи

| Вода: $Bi = 3,6$ ; $t_{\text{среды}} = 20^\circ$ |                                 |          |  | Масло: $Bi = 1,8$ ; $t_{\text{среды}} = 20^\circ$ |                                 |          |  |
|--|---------------------------------|----------|--|---|---------------------------------|----------|--|
| $Fo$   | $\tau = \frac{FoS^2}{a}$ , час. | $\theta$ | $t = t_{\text{среды}} + \theta(t_0 - t_{\text{среды}})$ , °C | $Fo$  | $\tau = \frac{FoS^2}{a}$ , час. | $\theta$ | $t = t_{\text{среды}} + \theta(t_0 - t_{\text{среды}})$ , °C |
| 0,2  | 0,02                            | 0,88     | 750  | 0,2   | 0,02                            | 0,92     | 780  |
| 0,4  | 0,04                            | 0,66     | 570  | 0,4   | 0,04                            | 0,74     | 670  |
| 0,6  | 0,06                            | 0,49     | 425  | 0,6   | 0,06                            | 0,59     | 510  |
| 0,8  | 0,08                            | 0,36     | 320  | 0,8   | 0,08                            | 0,47     | 410  |
| 1,0  | 0,10                            | 0,27     | 245  | 1,0   | 0,10                            | 0,37     | 325  |
| 1,5  | 0,15                            | 0,12     | 120  | 1,5   | 1,50                            | 0,21     | 192  |

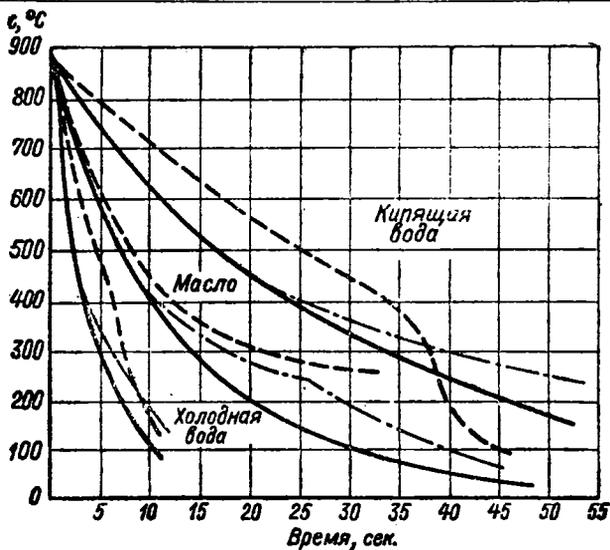


Рис. 55. Расчетные и опытные кривые охлаждения середины пластины толщиной 8 мм в холодной воде, кипящей воде и в минеральном масле.

— расчетная кривая без учета теплоты структурных превращений; — — — — — расчетная кривая с учетом теплоты структурных превращений; ······ опытная кривая.

На рис. 55 результаты расчета охлаждения 8-миллиметровой пластины сопоставлены с опытными данными. Расчетные кривые проведены в двух вариантах — без учета и с учетом выделения теплоты структурного превращения. Для учета выделения теплоты структурного превращения время

Таблица 21

Расчет охлаждения пластины толщиной 8 мм с помощью эффективных коэффициентов теплоотдачи

| Холодная вода: $Bi = 0,8$ |                                  |          |  | Кипящая вода: $Bi = 0,08$ |                                  |          |  | Масло: $Bi = 0,192$ |                                  |          |  |
|---------------------------|----------------------------------|----------|--|---------------------------|----------------------------------|----------|--|---------------------|----------------------------------|----------|--|
| $Fo$                      | $\tau = \frac{Fo S^2}{a}$ , час. | $\theta$ | $t = t_{ср.} + \theta(t_0 - t_{ср.})$ , °C | $Fo$                      | $\tau = \frac{Fo S^2}{a}$ , час. | $\theta$ | $t = t_{ср.} + \theta(t_0 - t_{ср.})$ , °C | $Fo$                | $\tau = \frac{Fo S^2}{a}$ , час. | $\theta$ | $t = t_{ср.} + \theta(t_0 - t_{ср.})$ , °C |
| 0,5                       | $0,32 \cdot 10^{-3}$             | 0,80     | 680  | —                         | —                                | —        | —  | 0,5                 | $0,32 \cdot 10^{-3}$             | 0,94     | 800  |
| 1,0                       | $0,65 \cdot 10^{-3}$             | 0,65     | 560  | —                         | —                                | —        | —  | 1,0                 | $0,65 \cdot 10^{-3}$             | 0,85     | 720  |
| 2,0                       | $1,30 \cdot 10^{-3}$             | 0,35     | 310  | 2                         | $1,3 \cdot 10^{-3}$              | 0,90     | 770  | 2,0                 | $1,30 \cdot 10^{-3}$             | 0,71     | 600  |
| 5,0                       | $3,20 \cdot 10^{-3}$             | 0,05     | 60   | 5                         | $3,2 \cdot 10^{-3}$              | 0,70     | 600  | 5,0                 | $3,20 \cdot 10^{-3}$             | 0,40     | 350  |
| 10,0                      | $6,50 \cdot 10^{-3}$             | —        | —  | 10                        | $6,5 \cdot 10^{-3}$              | 0,46     | 400  | 10,0                | $6,50 \cdot 10^{-3}$             | 0,16     | 150  |
| —                         | —                                | —        | —  | 20                        | $13,0 \cdot 10^{-3}$             | 0,20     | 180  | 20,0                | $13 \cdot 10^{-3}$               | 0,02     | 40   |
| —                         | —                                | —        | —  | 30                        | $19,5 \cdot 10^{-3}$             | 0,10     | 100  | —                   | —                                | —        | —  |

охлаждения с 400 до 250°, полученное простейшим расчетом с помощью табл. 20 и 21, удваивалось в соответствии со сказанным в гл. 5. Совпадение экспериментальных кривых с расчетными, вычисленными исходя из  $\alpha_{эф}$ , значительно хуже, чем для пластин большего сечения (100 мм). Характерные особенности охлаждения в кипящей воде — ускорение в нижнем температурном интервале и охлаждения в масле — резкое замедление охлаждения ниже 400° — при расчете с постоянным коэффициентом теплоотдачи, равным  $\alpha_{эф}$  данной среды, не улавливаются.

Таким образом, упрощенный расчет температурных кривых охлаждения середины изделий, исходя из эффективных коэффициентов теплоотдачи, дает довольно точный результат для изделий крупного сечения (с диаметром или толщиной в несколько десятков или сотен миллиметров) и довольно неточный, грубый результат для изделий с сечением порядка 10 мм. В случае еще меньших сечений расчет следует вести по формулам для тонких тел, как указывалось в гл. II.

---

## ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В заключение еще раз укажем, в каком случае какой из описанных выше методов расчета следует применять.

Для тонких тел следует пользоваться радиационной формулой (6), применимой для нагрева и охлаждения в газовой среде, и конвекционными формулами (2) и (4), пригодными для нагрева и охлаждения в любой среде.

В случае значительного изменения температуры среды, удельной теплоемкости материала и коэффициента теплоотдачи в процессе нагрева или охлаждения, а также для уточнения, если это необходимо, расчет следует раздробить на несколько участков по температурной шкале и результаты расчета в предыдущем участке считать за исходные в последующем участке.

Для массивных тел, за исключением немногих, оговоренных ниже случаев, расчет следует вести, используя имеющиеся в литературе таблицы и графики нестационарного теплового поля Д. В. Будрина и Б. А. Красовского, Рассела и других авторов.

Для ориентировочных подсчетов или при малом изменении коэффициента теплоотдачи и температуры среды расчет можно не дробить на участки. В случае значительного изменения этих

исходных величин и для уточнения расчет следует разбить на участки во времени, каждый продолжительностью не менее

$$\tau = \frac{0,3S^2}{a} = 12S^2 \text{ час.},$$

и пользоваться формулами (8)—(12) и таблицами нестационарного теплового поля. Такой способ решения возможен при том обязательном условии, что в пределах каждого участка продолжительностью  $\tau \geq 12S^2$  коэффициент теплоотдачи и температуру среды можно считать постоянными, т. е. в том случае, если исходные величины изменяются не слишком быстро и резко.

В противном случае можно применить наиболее гибкий метод конечных разностей либо в графическом, либо в аналитическом варианте. Этот метод весьма трудоемок и к нему следует прибегать только тогда, когда другие неприменимы. Он незаменим при расчете охлаждения поверхностных слоев массивных изделий при резко переменном коэффициенте теплоотдачи. Что касается охлаждения середины массивных изделий, то вследствие тепловой инерции даже в этом наиболее сложном случае можно ограничиться расчетом по таблицам нестационарного теплового поля. При этом за коэффициент теплоотдачи среды целесообразно принимать ее эффективный коэффициент теплоотдачи в соответствии с графиком рис. 54.

В настоящей работе описаны лишь простейшие методы тепловых расчетов. Для более глубокого ознакомления с этим предметом можно рекомендовать книги Г. П. Иванцова [1] и Н. Ю. Тайца [15].

## НАГРЕВ И ОХЛАЖДЕНИЕ ПАЧКИ ЛИСТОВ

Расчет прогрева пачки листов можно выполнять аналогично расчету прогрева параллелепипеда, у которого коэффициенты теплопроводности и температуропроводности в плоскости листов одни ( $\lambda_x; \lambda_y; a_x; a_y$ ), а по толщине пачки другие ( $\lambda_z; a_z$ ).

Коэффициент теплопроводности  $\lambda_z$  в направлении поперек пачки представляет собой эквивалентный коэффициент теплопроводности системы из листа металла и воздушного зазора. В случае нагрева от температуры, близкой к комнатной, до температуры, близкой к температуре печи, этот коэффициент можно вычислить по формуле, которая представляет собой несколько упрощенную автором формулу Г. П. Иванцова:

$$\lambda_z = \lambda_{\text{эKB}} = \lambda_{\text{эKB}} = 0,66 \frac{h + \Delta}{\frac{h}{\lambda} + \frac{1}{\alpha_B}}$$

где  $h$  — толщина каждого листа металла;  
 $\Delta$  — величина зазора между листами в пачке;  
 $\lambda$  — коэффициент теплопроводности металла;  
 $\alpha_B$  — коэффициент теплоотдачи через зазор при конечной температуре нагрева (рис. 6).

Эквивалентный коэффициент температуропроводности поперек пачки равен

$$a_z = a_{\text{эKB}} = \frac{\lambda_{\text{эKB}}}{c \gamma_n} = \frac{h + \Delta}{h} \cdot \frac{\lambda_{\text{эKB}}}{\gamma c},$$

где  $\gamma_n$  — вес единицы объема пачки, равный  $\frac{h}{h + \Delta} \gamma$ ;  
 $c$  — удельная теплоемкость стали.

Коэффициент теплопроводности пачки в плоскости листов вследствие уменьшения площади поперечного сечения теплового потока по сравнению с монолитным листом равен

$$\lambda_x = \lambda_y = \lambda \frac{h}{h + \Delta},$$

---

<sup>1</sup> Расчет этого практически важного случая разработан Г. П. Иванцовым [30].

а коэффициент температуропроводности равен

$$a_x = a_y = \frac{\lambda h (h + \Delta)}{(h + \Delta) c h \gamma} = \frac{\lambda}{c \gamma},$$

т. е. по сравнению со сплошным листом не меняется.

Для определения температуры какой-либо точки внутри пачки листов следует определить температурные критерии  $\theta_x$ ,  $\theta_y$ ,  $\theta_z$  и перемножить их согласно упомянутому выше правилу перемножения температурных критериев.

$\theta_x$  — представляет собой относительное изменение температуры за счет прогрева по листу от его боковых кромок;

$\theta_y$  — относительное изменение температуры за счет прогрева по листу от передней и задней кромок;

$\theta_z$  — то же за счет прогрева пачки по ее толщине.

Для нахождения  $\theta_x$ ,  $\theta_y$ ,  $\theta_z$  надо воспользоваться упомянутыми выше справочными таблицами или графиками. Исходные данные для всех трех расчетов определяются так:

I.

$$Bi_x = \frac{\alpha S_x}{\lambda_x} = \frac{\alpha S_x (h + \Delta)}{\lambda h};$$

$$Fo_x = \frac{a_x \tau}{S_x^2} = \frac{\alpha \tau}{S_x^2}.$$

II.

$$Bi_y = \frac{\alpha S_y}{\lambda_y} = \frac{\alpha S_y (h + \Delta)}{\lambda h};$$

$$Fo_y = \frac{a_y \tau}{S_y^2} = \frac{\alpha \tau}{S_y^2}.$$

III.

$$Bi_z = \frac{\alpha S_z}{\lambda_z} = \frac{\alpha S_z}{\lambda_{\text{ЭКВ}}};$$

$$Fo_z = \frac{a_z \tau}{S_z^2} = \frac{\lambda_{\text{ЭКВ}} (h + \Delta)}{c \gamma h S_z^2} \tau.$$

В этих формулах:

$S_x$  — половина ширины пачки;

$S_y$  — половина длины пачки;

$S_z$  — половина толщины пачки при нагреве сверху и снизу или полная толщина пачки при нагреве только с одной стороны;

$\alpha$  — коэффициент теплоотдачи от внешней среды при нагреве.

Если пачка состоит из большого количества тонких листов,

то тепловое сопротивление по толщине  $\frac{S_z}{\lambda_{\text{ЭКВ}}}$  так велико, что нагрев осуществляется исключительно в плоскости листов по металлу. Так получается, например, в пачках из нескольких десятков или сотен листов, толщиной в доли миллиметра или несколько миллиметров.

Наоборот, если пачка состоит из нескольких, например двух-трех листов, то тепловое сопротивление при нагреве в плоскости листов гораздо больше, чем поперек пачки, и поэтому нагрев осуществляется почти исключительно поперек пачки.

В промежуточных случаях нагрев происходит за счет всех составляющих теплового потока. Граница области нагрева поперек пачки непостоянна и зависит от температуры. Чем выше температура, тем больше  $\alpha_{\text{в}}$  вследствие интенсификации теплообмена между листами в пачке, и поэтому тем большую роль играет тепловой поток поперек пачки.

Поэтому нагревать листы в пачках для закалки и особенно для диффузионного отжига выгоднее, чем для высокого и особенно для низкого отпуска.

Для иллюстрации сделаем два расчета прогрева пачек листов.

1. Рассчитаем нагрев пачки из 100 листов толщиной 2 мм, шириной 2 м, длиной 4 м, лежащих на поду печи, нагретой до 800°. Зазор между листами 1 мм. Начальная температура листов равна +20°;

$$S_x = 1 \text{ м}; \quad S_y = 2 \text{ м}; \quad S_z = 100 \cdot 0,002 + 99 \cdot 0,001 = 0,3 \text{ м};$$

$$\lambda = 25 \text{ ккал/м}^2 \text{ час } ^\circ\text{С};$$

$$a = 0,025 \text{ м}^2/\text{час};$$

$$c = 0,13 \text{ ккал/кг } ^\circ\text{С}.$$

Средняя величина коэффициента теплоотдачи излучением при температуре печи 800° составляет

$$\alpha_{\text{изл}} = \frac{80 + 200}{2} = 140 \text{ ккал/м}^2 \text{ час } ^\circ\text{С},$$

а полная величина коэффициента теплоотдачи с учетом конвекции составляет 150 ккал/м<sup>2</sup>час °С.

$$Bi_x = \frac{\alpha S_x}{\lambda_x} = \frac{\alpha S_x (h + \Delta)}{\lambda h} = \frac{150 \cdot 1}{25} \cdot \frac{(0,002 + 0,001)}{0,002} = 8,4;$$

$$Bi_y = \frac{\alpha S_y}{\lambda_y} = \frac{\alpha S_y (h + \Delta)}{\lambda h} = \frac{150 \cdot 2}{25} \cdot \frac{(0,002 + 0,001)}{0,002} = 16,8;$$

$\alpha_{\text{в}}$  для 800° составляет 200 ккал/м<sup>2</sup>час °С;

$$\begin{aligned} \lambda_z = \lambda_{\text{ЭКВ}} &= 0,66 \frac{h + \Delta}{\frac{h}{1} + \frac{\Delta}{\alpha_{\text{в}}}} = \frac{0,002 + 0,001}{\frac{0,002}{25} + \frac{0,001}{200}} + 0,66 = \frac{0,003}{0,005} \cdot 0,66 = \\ &= 0,66 \cdot 0,6 = 0,4 \text{ ккал/м час } ^\circ\text{С}; \end{aligned}$$

$$Bi_z = \frac{\alpha S_z}{\lambda_{\text{экр}}} = \frac{150 \cdot 0,3}{0,4} = 105.$$

По таблицам, помещенным на стр. 159, 163 и 168 в книге Г. П. Иванова, находим значения относительной температуры для нескольких моментов времени, указанные в табл. 1.

Таблица 1

Расчет нагрева пачки листов

| $Bi_x = 8,4$ |                                       |            | $Bi_y = 16,8$                |            |                                 | $Bi_z = 105$ |      | $\theta = \theta_x \theta_y \theta_z$ | $t = 20 + \theta(800-20),$<br>°C |
|--------------|---------------------------------------|------------|------------------------------|------------|---------------------------------|--------------|------|---------------------------------------|----------------------------------|
| $Fo_x$       | $\tau = \frac{Fo_x S_x^2}{a}$<br>час. | $\theta_x$ | $Fo_y = \frac{a\tau}{S_y^2}$ | $\theta_y$ | $Fo_z = \frac{a_z \tau}{S_z^2}$ | $\theta_z$   |      |                                       |                                  |
| 0,2          | 8                                     | 0,83       | 0,03                         | 1,0        | 0,05                            | 1,0          | 0,83 | 152                                   |                                  |
| 0,5          | 20                                    | 0,47       | 0,125                        | 0,93       | 0,125                           | 0,93         | 0,41 | 480                                   |                                  |
| 1,0          | 40                                    | 0,17       | 0,25                         | 0,74       | 0,25                            | 0,74         | 0,09 | 750                                   |                                  |
| 1,5          | 60                                    | 0,07       | 0,375                        | 0,55       | 0,375                           | 0,55         | 0,02 | 784                                   |                                  |

В этом примере прогрев шел большей частью от кромок листов, хотя некоторую роль играл и тепловой поток по толщине пачки.

2. Рассчитаем нагрев пачки из четырех стальных листов толщиной по 50 мм, шириной 2 м, длиной 6 м, лежащих на полу печи с температурой 450° при средней ширине воздушного зазора 5 мм.

Начальная температура листов равна +10°;

$$S_x = 1 \text{ м}; \quad S_y = 3 \text{ м}; \quad S_z = 40 \cdot 0,05 + 3 \cdot 0,005 = 0,215 \text{ м};$$

$$\alpha_{\text{среды}} = 60 \text{ ккал/м}^2 \text{ час } ^\circ\text{C};$$

$$Bi_x = \frac{\alpha S_x (h + \Delta)}{\lambda h} = \frac{60 \cdot 1}{25} \cdot \frac{0,055}{0,05} = 2,65;$$

$$Bi_y = \frac{\alpha S_y (h + \Delta)}{\lambda h} = \frac{60 \cdot 3}{25} \cdot \frac{0,055}{0,05} = 8;$$

$$\alpha_{\text{в}} \text{ для } 450^\circ = 90 \text{ ккал/м}^2 \text{ час } ^\circ\text{C};$$

$$\lambda_z = \lambda_{\text{экр}} = 0,66 \frac{h + \Delta}{\frac{h}{\lambda} + \frac{1}{\alpha_{\text{в}}}} = 0,66 \frac{0,055}{\frac{0,05}{25} + \frac{1}{90}} = 0,66 \frac{0,055}{1,1} = 3,3 \text{ ккал/м}^2 \text{ час } ^\circ\text{C};$$

$$Bi_z = \frac{\alpha S_z}{\lambda_{\text{экр}}} = \frac{60 \cdot 0,215}{3,3} = 3,9.$$

Расчет нагрева середины нижней плиты, выполненный с помощью графика, помещенного на стр. 37, приведен ниже, в табл. 2.

Таблица 2

## Расчет нагрева пакета листов

| $Bi_x = 2,65$ |               |            | $Bi_y = 8$ |            | $Bi_z = 3,9$ |            | $\theta = \theta_x \theta_y \theta_z$ | $t = 10 + \theta (450 - 10),$<br>°C |
|---------------|---------------|------------|------------|------------|--------------|------------|---------------------------------------|-------------------------------------|
| $Fo_x$        | $\tau$ , час. | $\theta_x$ | $Fo_y$     | $\theta_y$ | $Fo_z$       | $\theta_z$ |                                       |                                     |
| 0,1           | 4             | 0,98       | 0,011      | 1,0        | 0,3          | 0,77       | 0,75                                  | 130                                 |
| 0,7           | 28            | 0,50       | 0,078      | 0,98       | 2,3          | 0,04       | 0,02                                  | 441                                 |
| 1,4           | 56            | 0,20       | 0,156      | 0,91       | 4,6          | 0          | 0                                     | 450                                 |

В этом случае пачка прогревалась как по толщине, так и в плоскости листов, от их кромок, причем большую роль играл прогрев по толщине пачки ( $\theta_z < \theta_x$  и  $\theta_y$ ).

Таким способом можно рассчитать прогрев любой точки пачки. Для этого в таблицах для расчета температурных критериев надо брать не точку  $\frac{x}{S} = 0$ , как это было в приведенных примерах, а иную, например  $\frac{x}{S} = 1$  (для поверхности).

В случае нагрева пачки из круглых листов для определения температуры в данной точке достаточно перемножить два температурных критерия: один, рассчитанный для неограниченной пластины толщиной, равной толщине пачки, и с эквивалентным коэффициентом теплопроводности, а другой, рассчитанный для неограниченного цилиндра диаметром, равным диаметру листов, и коэффициентом теплопроводности, равным коэффициенту теплопроводности стали.

## ЛИТЕРАТУРА

1. ИВАНЦОВ Г. П., Нагрев металла, Металлургиздат, 1948.
2. ЛИВШИЦ Б. Г., Физические свойства черных металлов и методы их испытания, Главная редакция литературы по черной металлургии, 1937.
3. ТИМРОТ Д. Л., Определение теплопроводности и теплоемкости сталей, ЖТФ, 1935, № 6, стр. 1011.
4. СОКОЛОВ К. Н., Оборудование термических цехов, Машгиз, 1951.
5. КИРПИЧЕВ М. В., МИХЕЕВ М. А., ЭЙГЕНСОН Л. С., Теплопередача, Госэнергоиздат, 1940.
6. ВИШНЯКОВ Д. Я., Свойства расплавленных солей, применяемых в ваннах печей, Сборник Московского института стали „Структура и свойства стали“, 1949, вып. XXVII.
7. ДОБРОХОТОВ Н. Н., СОРОКИН Л. Б., Нагревательная способность свинцовых ванн, НИИМАШ, 1935, № 3.
8. ХАЗАН А. Н., Критерии и методика оценки охлаждающей способности закалочных сред, „Заводская лаборатория“, 1948, № 2, стр. 182.
9. ДЖОНС и ПАМФРИ, Некоторые опыты по закалочным средам, Джорнел Айрон энд Стил Институт, 1947, май, стр. 37—56.
10. СОКОЛОВ К. Н., Исследование нагрева кузнечных заготовок, Сборник ЦНИИТМАШ, „Нагрев стали и печи“, 1949, стр. 49.
11. ГРЕБЕР Г. и ЭРК С. Основы учения о теплообмене, ОНТИ НКТП СССР, 1936.
12. МИХЕЕВ М. А., Курс теплопередачи, Госэнергоиздат, 1947.
13. ШАК А., Теплопередача в промышленных установках, Госэнергоиздат, 1933.
14. БУДРИН Д. В. и КРАСОВСКИЙ Б. А., Нагрев и охлаждение тел различной формы, Труды Уральского Индустриального института, вып. XVII, Вопросы теплообмена и горения, 1941, стр. 18—42.
15. ТАЙЦ Н. Ю., Технология нагрева стали, Metallurgizdat, 1950.
16. ГОЛЬДШТЕЙН С., Приложения операционного метода к решению проблем теории теплопроводности, Цайтшрифт дер Ангевандтен Математик унд Механик, т. 12, 1932, № 4, стр. 234—244.
17. ИВАНЦОВ Г. П., К теории нестационарного теплового потока в прямоугольном параллелепипеде и призме, ЖТФ, 1938, вып. 10, стр. 548.
18. КОНДРАТЬЕВ Г. М., Испытание на теплопроводность по методам регулируемого режима, Стандартгиз, 1936.
19. ШМИДТ Э., О применении метода конечных разностей к решению технических задач нагрева и охлаждения, Сборник, посвященный 70-летию А. Фешля, 1924, Берлин, стр. 179—189.

20. ПАНОВ Д. Ю., Справочник по численному решению дифференциальных уравнений в частных производных, Гостехтеориздат, 1950.
  21. СКЛЮЕВ П. В., Определение прокаливаемости высоколегированных сталей методом Немчинского, Сборник „Термическая обработка металлов“, Машгиз, 1950.
  22. РЕГИРЕР Э. Л. и др., Типовые технологические процессы термической обработки инструмента, Энциклопедия „Машиностроение“, т. 7, стр. 508.
  23. КОПЫТОВ В. Ф., СОРОКИН П. В., КОПЫТОВА Г. Ф., Влияние состояния поверхности на скорость нагрева стальных изделий, Сборник ЦНИИТМАШ, „Нагрев стали и печи“, 1949, стр. 79.
  24. ДЖОМИНИ и БЕГЕХОЛЬД, Сосайэти Аутомобил Инджинирс Джорнел, 52, 1944, стр. 472.
  25. ФРЕНЧ Г., Исследование закалки стали, Metallurgizdat, 1933.
  26. ГРОССМАН М. А., Основы термической обработки, Metallurgizdat, 1946.
  27. НЕМЧИНСКИЙ А. Л., Методика определения прокаливаемости, Сборник „Проблемы конструкционной стали“, Машгиз, 1949.
  28. БЛАНТЕР М. Е., Расчет прокаливаемости стали, „Заводская лаборатория“, 1949, № 5, стр. 557.
  29. НЕМЧИНСКИЙ А. Л., О прокаливаемости стали, Сборник „Термическая обработка металлов“, Машгиз, 1950.
  30. ИВАНЦОВ Г. П., О прогреве пачки листов, Труды Уральского Индустриального института им. С. М. Кирова, № 20, 1945, стр. 105.
-

### ЗАМЕЧЕННЫЕ ОПЕЧАТКИ

| Стр. | Строка              | Напечатано      | Следует читать  | По чьей вине |
|------|---------------------|-----------------|-----------------|--------------|
| 5    | 10 и 9 снизу        | 0,2, 0,5        | 0,1, 0,4        | Автора       |
| 71   | Подпись под рис. 40 | 200 мм и 400 мм | 50 мм и 100 мм  |              |
| 71   | Подпись под рис. 41 | 50 мм и 100 мм  | 200 мм и 400 мм |              |

А. НЕМЧИНСКИЙ