Ю. Г. ЗАРЕНИН
И. И. СТОЯНОВА

ОПРЕДЕЛИТЕЛЬНЫЕ ИСПЫТАНИЯ НА НАДЕЖНОСТЬ

НАДЕЖНОСТЬ
и
КАЧЕСТВО

Ю. Г. ЗАРЕНИН, И. И. СТОЯНОВА

ОПРЕДЕЛИТЕЛЬНЫЕ ИСПЫТАНИЯ НА НАДЕЖНОСТЬ

Москва ИЗДАТЕЛЬСТВО СТАНДАРТОВ 1978

УДК 62—192.003

Определительные испытания на надежность. Ю. Г. Заренин, И. И. Стоянова. Издательство стандартов, 1978 г., с. 168

Издание посвящено экспериментальной оценке надежности изделий. В нем рассматриваются основные вопросы, возникающие при планировании и проведении определительных испытаний на надежность: испытания на вероятность безотказной работы, испытания на среднее время безотказной работы, элементы математической статистики, оценка закона распределения времени безотказной работы.

Большое практическое применение найдут приложения, которые позволят планировать и обрабатывать результаты определительных испытаний для большого диапазона исходных данных.

Книга рассчитана на инженерно-технических работников. Рис. 14, табл. 32, библ. 68.

$З\ \dfrac{30102}{085(02)-78}\ —78$

Юрий Генрихович Заренин, Ирина Ивановна Стоянова

ОПРЕДЕЛИТЕЛЬНЫЕ ИСПЫТАНИЯ НА НАДЕЖНОСТЬ

ИБ № 56

Сдано в н
Бумага ти
+вкл. 2,5

ОТ АВТОРОВ

Экспериментальная оценка надежности (испытания на надежность) является одним из обязательных этапов в процессе разработки и серийного выпуска промышленных изделий. Поэтому вопросы планирования, организации и проведения, а также обработки результатов испытаний на надежность являются весьма важными в общей проблеме обеспечения надежности изделий.

В последние несколько лет выпущен целый ряд государственных и отраслевых стандартов, устанавливающих обязательность и порядок проведения экспериментальной оценки и контроля надежности широкой номенклатуры изделий на различных этапах разработки и изготовления. Издан также ряд методических материалов, посвященных конкретным методам испытаний. Перечисленные нормативно-технические и методические документы написаны, как правило, очень лаконично и не содержат ни теоретических основ, ни достаточных обоснований и пояснений устанавливаемых рекомендаций.

В то же время в связи с изданием указанных стандартов, а также ввиду большой роли испытаний в обеспечении требуемого уровня надежности изделий большой интерес у широких кругов инженерно-технических работников предприятий, связанных с разработкой, изготовлением или эксплуатацией промышленных изделий, вызывают теоретические основы планирования, проведения и обработки результатов испытаний на надежность. Ощущается также острая практическая потребность в ознакомлении с методами испытаний на различные составляющие надежности, еще не вошедшими в изданные материалы.

Предлагаемая книга призвана в какой-то мере удовлетворить этот интерес. Одной из ее задач является популяризация, а также дальнейшее развитие принципов, положенных в основу уже изданных и разрабатываемых нормативно-технических и методических документов по вопросам испытаний на надежность.

В зависимости от постановки задачи, от ожидаемых результатов, испытания на надежность четко разделяются на две группы — контрольные и определительные испытания. Вопросам контрольных испытаний посвящена книга одного из авторов настоящей работы [20], вышедшая в Издательстве стандартов в 1970 г. Данная книга, как следует из ее названия, охватывает вторую группу испытаний.

Таким образом, указанные книги по замыслу авторов должны представить собой достаточно полное изложение раздела «Испытания на надежность» теории надежности, отличающееся подчеркнуто прикладным характером и ориентированное на инженерно-технических работников предприятий. К сожалению, большой временной разрыв между этими двумя книгами несколько нарушил их методическое единство. Это обстоятельство необходимо иметь в виду, если читатель захочет сопоставить некоторые общие положения теории надежности в обеих книгах.

Основная цель книги не столько в строгости математических обоснований и выкладок, сколько в донесении до читателя основных идей и практических методов решения задач, возникающих перед разработчиком в процессе проведения определительных испытаний на надежность. Учитывая это, авторы стремились в минимальной степени использовать сложный математический аппарат и достичь максимальной простоты изложения. Однако современный подход к постановке и решению задач испытаний на надежность не может быть изложен без привлечения определенного круга математических понятий. Поэтому в книгу включена одна глава (первая), содержащая необходимые сведения из теории вероятностей и математической статистики.

В книге излагаются математические основы и инженерные методы планирования, проведения и обработки результатов испытаний на надежность, приемлемые для любых изделий (независимо от конкретного вида испытываемых изделий). Приводимые рекомендации по организации испытаний также учитывают лишь их наиболее общие свойства и характеристики. В книге не следует искать материалы по испытаниям какого-либо одного конкретного вида изделий.

Авторы выражают искреннюю благодарность рецензентам книги — доктору технических наук профессору Т. А. Голинкевичу и доктору технических наук профессору А. И. Губинскому за внимание, проявленное ими к рукописи книги, и за ценные замечания. Авторы также признательны всем товарищам, принявшим участие в обсуждении материалов книги.

Глава I

ЭЛЕМЕНТЫ ТЕОРИИ ВЕРОЯТНОСТЕЙ И МАТЕМАТИЧЕСКОЙ СТАТИСТИКИ

§ 1. СЛУЧАЙНЫЕ ВЕЛИЧИНЫ И СПОСОБЫ ИХ ОПИСАНИЯ

Случайной величиной X называется величина, которая в данном конкретном опыте может принять одно из множества возможных значений, причем заранее неизвестно, какое именно [6]. Если количество возможных значений случайной величины конечно и может быть перечислено, то такая случайная величина называется дискретной. Случайные величины, возможные значения которых непрерывно заполняют некоторый промежуток, называются непрерывными.

Исчерпывающей характеристикой случайной величины является закон распределения, под которым понимается устанавливаемая произвольным образом связь между возможными значениями случайной величины и соответствующими их вероятностями [6]. Законы распределения могут задаваться аналитическими выражениями, графиками и таблицами.

Для непрерывных случайных величин[1] используются четыре способа аналитического описания законов распределения:

плотность (дифференциальная функция) распределения $f(x)$;

[1] Мы ограничиваемся рассмотрением непрерывных случайных величин, поскольку случайные величины, характеризующие надежность изделия, являются непрерывными (см. § 7).

интегральная функция распределения

$$F(x) = \int_{-\infty}^{x} f(x)\,dx; \qquad (1)$$

обратная интегральная функция распределения

$$G(x) = 1 - F(x) = 1 - \int_{-\infty}^{x} f(x)\,dx; \qquad (2)$$

функция интенсивности [13]

$$H(x) = \frac{f(x)}{G(x)} = \frac{f(x)}{1 - \int_{-\infty}^{x} f(x)\,dx}. \qquad (3)$$

На рис. 1, *а—в* приведены графики перечисленных функций для экспоненциального, нормального распределений и

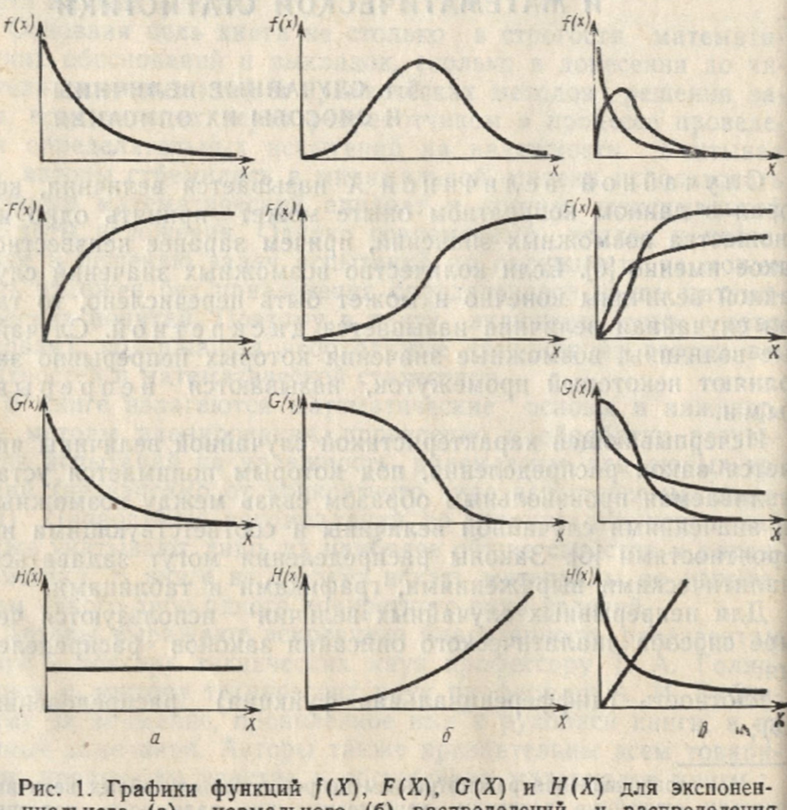

Рис. 1. Графики функций $f(X)$, $F(X)$, $G(X)$ и $H(X)$ для экспоненциального (а), нормального (б) распределений и распределения Вейбулла (в).

распределения Вейбулла (для последнего случая приведены по две кривых каждой функции, соответствующих различным сочетаниям параметров).

Функции $f(x)$, $F(x)$, $G(x)$ и $H(x)$ однозначно пересчитываются друг в друга [61], поэтому в принципе они являются равнозначными способами описания законов распределения. Однако некоторые специфические особенности этих функций делают каждую из них более или менее удобной для решения тех или иных задач.

Функции $F(x)$ и $G(x)$ удобны в том отношении, что позволяют непосредственно отсчитывать значения вероятностей попадания случайной величины в заданные интервалы. В то же время эти функции, как известно, для любых законов распределения монотонны, что скрадывает специфические черты различных типов законов распределения. Плотность $f(x)$ — особенно заданная в виде графика — наиболее ярко отображает специфические черты закона распределения (расположение области возможных значений на оси x, наличие и местоположение наиболее вероятных значений, степень рассеяния, симметричность и т. п.). В связи с этим она наиболее удобна для наглядного представления свойств случайной величины. Функция интенсивности $H(x)$ относительно редко используется для описания законов распределения, причем, главным образом в теории надежности, где она приобретает конкретный физический смысл. Этот вопрос будет рассмотрен во второй главе.

Выше был использован термин «тип закона распределения». Остановимся кратко на этом понятии. В литературе встречаются разные определения [6, 49, 57], удобные для решения достаточно узких задач. Ниже будет использоваться следующее определение понятия «тип закона распределения», принятое в большинстве источников.

Пусть задано аналитическое выражение для плотности распределения

$$f(x, \mu_1, \mu_2, \ldots, \mu_w), \tag{4}$$

где $\mu_1, \mu_2, \ldots, \mu_w$ — параметры, для каждого из которых установлен диапазон возможных значений $(\mu_{i_{\min}} < \mu_i < \mu_{i_{\max}})$. В этом случае выражением (4) определен некоторый тип законов распределения. Любое распределение, отвечающее этому выражению и имеющее параметры, лежащие в установленных пределах, относится к этому типу. В зависимости от числа параметров w говорят об одно-, двух-, ..., w-параметрических типах законов распределения.

В соответствии с этим выражение

$$f(x, \mu_1) = \frac{1}{\mu_1} e^{-\mu_1 x} \tag{5}$$

определяет тип однопараметрического (так называемого экспоненциального) закона распределения;
выражение

$$f(x, \mu_1, \mu_2) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\mu_2}} e^{-\frac{(x-\mu_1)^2}{2\mu_2^2}} \tag{6}$$

определяет тип двухпараметрического (нормального) закона распределения;
выражением

$$f(x, \mu_1, \mu_2, \mu_3) = \frac{\mu_2}{\mu_3} (x - \mu_1)^{\mu_2 - 1} \cdot e^{-\frac{(x-\mu_1)^{\mu_2}}{\mu_3}} \tag{7}$$

определен тип трехпараметрического распределения (распределения Вейбулла).

§ 2. ЧИСЛОВЫЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ СЛУЧАЙНЫХ ВЕЛИЧИН

Функции, описывающие закон распределения исчерпывающим образом, ввиду громоздкости не всегда удобны для практического использования. В связи с этим широкое распространение получили так называемые числовые характеристики случайных величин, дающие более ограниченное описание свойств случайной величины, но значительно более простые и удобные в инженерной практике. Как правило, числовая характеристика отражает какую-либо одну сторону, какое-либо одно свойство закона распределения случайной величины (например, наиболее вероятное значение, степень рассеяния, симметричность кривой плотности, среднее значение и т. п.).

В литературе используются разные принципы классификации числовых характеристик случайных величин. Часто выделяются, например, так называемые характеристики положения (математическое ожидание, мода, медиана). Ниже используется иной принцип классификации числовых характеристик, в наибольшей степени отвечающий, в частности, специфике задач исследования надежности.

Разделим числовые характеристики на три группы.

К первой группе отнесем характеристики, определяющие свойства закона распределения относительно некоторых точек на оси значений x. Условимся называть характеристики этой группы **точечными**. Точечными числовыми характеристиками являются, например, **мода** Mo и **медиана** — Me случайной величины. Модой называется такое значение x, которому соответствует максимум функции плотности:

$$x_1 = Mo(X); \text{ если } f(x_1) \equiv \max. \qquad (8)$$

Если относительно некоторого значения x_1 известно, что случайная величина X с равной вероятностью может принять значения, меньшие x_1, и значения, большие x_1, то такое значение x_1 называется медианой. Т. е.,

$$x_1 = Me\,(X), \text{ если Вер } \{x < x_1\} = \text{Вер } \{x > x_1\} = 0{,}5. \qquad (9)$$

Нетрудно видеть, что мода и медиана характеризуют свойство закона распределения лишь относительно одной точки на оси значений x.

Еще одним примером точечной характеристики распределения может служить значение функции интенсивности при некотором фиксированном значении случайной величины — $H(x_1)$.

Ко второй группе отнесем характеристики, определяющие свойства закона распределения по отношению к некоторому фиксированному интервалу значений x, и назовем их **интервальными**. Наиболее важной интервальной числовой характеристикой случайной величины является вероятность попадания ее в некоторый фиксированный интервал значений (x_1, x_2):

$$A\,(x_1, x_2) = \text{Вер } \{x_1 < x < x_2\}. \qquad (10)$$

Нетрудно видеть, что

$$A\,(x_1, x_2) = F\,(x_2) - F(x_1). \qquad (11)$$

При $x_1 = -\infty$ имеем

$$A(-\infty, x_2) = F(x_2), \qquad (12)$$

а при $x_2 = +\infty$

$$A(x_1, +\infty) = G(x_1). \qquad (13)$$

К интервальным следует отнести и такие числовые характеристики, как h-**квантили**. h-квантилем x_h называется такое значение случайной величины, которому соответствует значение интегральной функции распределения, равное h:

$$x_1 = x_h, \text{ если } F\,(x_1) = h.$$

В третью группу сведем числовые характеристики, связанные со всей областью существования случайной величины. Эти характеристики удобно назвать *интегральными*. К этой группе характеристик относятся все так называемые *начальные и центральные моменты* случайной величины.

Начальным моментом s-го порядка называется интеграл

$$\varphi_s [X] = \int_{-\infty}^{\infty} x^s f(x)\, dx. \tag{14}$$

Наиболее широко используется начальный момент 1-го порядка

$$\varphi_1[X] = M_x = \int_{0}^{\infty} x f(x)\, dx, \tag{15}$$

называемый *математическим ожиданием* и характеризующий положение случайной величины на оси значений x.

Центральный момент s-го порядка определяется выражением

$$\psi_s [X] = \int_{-\infty}^{\infty} (x - M_x)^s f(x)\, dx. \tag{16}$$

Важнейшую роль играет второй центральный момент

$$\psi_2[X] = D_x = \int_{-\infty}^{\infty} (x - M_x)^2 \cdot f(x)\, dx, \tag{17}$$

называемый *дисперсией* и характеризующий степень рассеяния случайной величины. С целью избавиться от неудобной размерности D_x (которая, как видно из (17), равна квадрату размерности X) для характеристики рассеяния случайной величины чаще используется *среднее квадратическое отклонение*

$$\sigma_x = \sqrt{D_x} = \sqrt{\int_{-\infty}^{\infty} (x - M_x)^2 f(x)\, dx}. \tag{18}$$

Числовые характеристики случайных величин, как точечные, так и интервальные и интегральные, играют важнейшую роль в теории вероятностей. В частности, они используются при переходе от экспериментально определенных функций распределения к более удобным в исследовании известным математическим моделям распределений. В таких задачах в качестве условия эквивалентности перехода выдвигается обычно сохранение значений некоторых числовых характеристик.

§ 3. НЕКОТОРЫЕ ТИПЫ ЗАКОНОВ РАСПРЕДЕЛЕНИЯ, ВСТРЕЧАЮЩИЕСЯ В ЗАДАЧАХ НАДЕЖНОСТИ

I. Экспоненциальное распределение (см. рис. 1, *а*) характеризуется плотностью вероятности вида

$$f(x_1 \mu_1)=\mu_1 e^{-\mu_1 x} \tag{19}$$

$$\text{при } \mu_1>0,\ x>0.$$

Интегральная функция экспоненциального распределения имеет вид

$$F(x, \mu_1)=1-e^{-\mu_1 x}. \tag{20}$$

Функции интенсивности

$$H(x, \mu_1)=\mu_1. \tag{21}$$

Математическое ожидание равно

$$M_x=\frac{1}{\mu_1}. \tag{22}$$

Среднеквадратическое отклонение

$$\sigma_x=\frac{1}{\mu_1}=M_x. \tag{23}$$

II. Нормальное распределение (см. рис. 1, *б*)

$$f(x, \mu_1, \mu_2)=\frac{1}{\mu_2\sqrt{2\pi}}\, e^{-\frac{(z-\mu_1)^2}{2\mu_2^2}}; \tag{24}$$

$$-\infty<\mu_1<\infty,\ \mu_2>0, -\infty<x<\infty.$$

$$F(x, \mu_1, \mu_2)=\frac{1}{\mu_2\sqrt{2\pi}}\int\limits_{-\infty}^{x} e^{-\frac{(z-\mu_1)^2}{2\mu_2^2}}\, dz. \tag{25}$$

$$M_x=\mu_1. \tag{26}$$

$$\sigma_x=\mu_2. \tag{27}$$

III. Логарифмически-нормальное распределение

$$f(x, \mu_1, \mu_2)=\frac{1}{\mu_2\, x\sqrt{2\,\pi}}\, e^{-\frac{(\log x-\mu_1)^2}{2\mu_2^2}}; \tag{28}$$

$$-\infty<\mu_1<\infty,\ \mu_2>0,\ x>0.$$

$$F(x, \mu_1, \mu_2)=\frac{1}{\mu_2\sqrt{2\,\pi}}\int_0^x \frac{1}{z}\, e^{-\frac{1}{2\mu_2^2}(\log z-\mu_1)^2}. \tag{29}$$

$$M_x=e^{\mu_1+\frac{\mu_2}{2}}. \tag{30}$$

$$\sigma_x=\sqrt{e^{2\mu_1+\mu_2^2}\,(e^{-\mu_2^2}-1)}. \tag{31}$$

IV. Трехпараметрическое распределение Вейбулла (см. рис. 1, *в*)

$$f(x, \mu_1, \mu_2, \mu_3)=\frac{\mu_2}{\mu_3}\,(x-\mu_1)^{\mu_2-1}\, e^{-\frac{(x-\mu_1)^{\mu_2}}{\mu_3}}; \tag{32}$$

$$\mu_1>0,\ \mu_2>0,\ \mu_3>0,\ x>0.$$

$$F\,(x, \mu_1, \mu_2, \mu_3)=1-e^{-\frac{(x-\mu_1)^{\mu_2}}{\mu_3}}. \tag{33}$$

$$M_x=\mu_3\,\Gamma\left(\frac{1}{\mu_2}+1\right); \tag{34}$$

$$\sigma_x=\mu_3\sqrt{\Gamma\left(\frac{1}{\mu_2}+1\right)-\Gamma(e^{-\mu_2^2}-1)}, \tag{35}$$

где $\Gamma(z)$ — гамма-функция от z.

Частным случаем трехпараметрического распределения Вейбулла является экспоненциальное распределение. Действительно, при $\mu_1=0$ и $\mu_2=1$ выражение (32) обращается в выражение (19).

V. Распределение Эрланга

$$f\,(x, \mu_1)=4\mu_1^2 x e^{-2\mu_1 x}; \tag{36}$$

$$\mu_1>0,\ x\geqslant 0.$$

$$F(x, \mu_1) = 1 - (1 + 2\mu_1 x)\, e^{-2\mu_1 x}. \quad (37)$$

$$M_x = \frac{1}{\mu_1}, \ \sigma_x = \frac{1}{\mu_1 \sqrt{2}}. \quad (38)$$

VI. Гамма-распределение

$$f(x, \mu_1, \mu_2) = \frac{\mu_2^{\mu_1}}{\Gamma(\mu_1)} x^{\mu_1 - 1} e^{-\mu_2 x}; \quad (39)$$

$$\mu_1 > 0, \ \mu_2 > 0, \ x \geqslant 0.$$

$$F(x, \mu_1, \mu_2) = \frac{1}{\mu_1!} \Gamma x/\mu_2 (\mu_1 + 1), \quad (40)$$

где $\Gamma x/\mu_2 \quad (\mu_1 + 1)$ — неполная гамма-функция, табулированная К. Пирсоном [67].

$$M_x = \frac{\mu_1}{\mu_2}, \quad (41)$$

$$\sigma x = \frac{\sqrt{\mu_1}}{\mu_2}. \quad (42)$$

При $\mu_1 = 1$ и $\mu_2 = 0$ гамма-распределение переходит в экспоненциальное распределение.

При $\mu_1 = 1, 2, 3, \ldots, k$ гамма-распределение называется распределением Эрланга k-го порядка.

Частным случаем гамма-распределения (при $\mu_1 = \frac{n}{2}$ и $\mu_2 = 2$) является также распределение χ^2 (см. ниже).

VII. Распределение Стьюдента

$$f(x, \mu_1) = \frac{1}{\sqrt{\mu_1 \pi}} \frac{\Gamma[(\mu_1 + 1)/2]}{\Gamma\left(\frac{\mu_1}{2}\right)} \left(1 + \frac{x^2}{\mu_1}\right)^{-(\mu_1 + 1)/2}; \quad (43)$$

$$\mu_1 \geqslant 1, -\infty < x < \infty.$$

$$F(x, \mu_1) = \frac{\Gamma\left(\frac{\mu_1 + 1}{2}\right)}{\sqrt{\mu_1 \pi}\, \Gamma\left(\frac{\mu_1}{2}\right)} \int_0^x \left(1 + \frac{z^2}{\mu_1}\right)^{-\frac{\mu_1 + 1}{2}} dz. \quad (44)$$

$$M_x = 0. \quad (45)$$

$$\sigma_x = \sqrt{\frac{\mu_1}{\mu_1 - 2}}. \quad (46)$$

VIII. Распределение «хи-квадрат»

$$f(\chi^2, \mu_1)^2 = \frac{1}{2^{\mu_1/2}\,\Gamma\left(\frac{\mu_1}{2}\right)} x^{\frac{\mu_1}{2}-1} e^{-\frac{\chi^2}{2}}; \qquad (47)$$

$$\mu_1 > 0,\ x > 0.$$

$$F(\chi^2, \mu_1) = \frac{1}{2^{\mu_1/2}\,\Gamma\left(\frac{\mu_1}{2}\right)} \int_0^{\chi^2} (z)^{\frac{\mu_1-2}{2}} e^{-\frac{z}{2}} dz. \qquad (48)$$

$$M_X = \mu_1,\ \sigma_X = \sqrt{2\,\mu_1}. \qquad (49)$$

Параметр μ_1 в распределениях Стьюдента и хи-квадрат называется числом степеней свободы и обозначается в дальнейшем буквой v.

Распределения I—VI используются для описания случайных величин, непосредственно определяющих составляющие надежности. Распределения VII и VIII применяются, в частности, для описания некоторых случайных величин, связанных с экспериментальными оценками показателей надежности.

Приведенные выше законы распределения представляют собой удобные в аналитическом исследовании математические модели, оказывающиеся во многих случаях достаточно близкими к реальным законам распределения случайных величин, исследуемых в тех или иных технических задачах. В связи с этим важной задачей, имеющей большое практическое значение, является подбор подходящей (в некотором смысле) математической модели закона распределения для описания случайной величины, заданной рядом экспериментально полученных данных. Эта задача рассматривается в § 6.

§ 4. СТАТИСТИЧЕСКОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ СЛУЧАЙНЫХ ВЕЛИЧИН

Распределения вероятностей случайных величин, рассматривающиеся в теории вероятностей как необходимые исходные данные при решении основных вопросов этой теории, практически могут получаться двумя путями: путем аналитического исследования и путем обработки экспериментальных данных. В первом случае закон распределения рассматриваемой случайной величины находится на основе анализа ее физической природы и определенных математических выкладок.

В основе второго пути лежит сбор необходимых экспериментальных данных (необходимой статистики). Эта статистика может быть получена в результате специально поставленного эксперимента или в результате наблюдений за некоторым естественно протекающим процессом, связанным с рассматриваемой случайной величиной. Соответствующая обработка накопленной статистики позволяет аналитически описать искомое распределение вероятностей.

Путь экспериментального определения законов распределения (статистическое исследование) случайных величин играет особую роль, так как сколь тщательно и глубоко ни было бы проведено аналитическое исследование, приведшее к некоторому закону, окончательное заключение принадлежит эксперименту. Путем статистического исследования в принципе могут быть получены любые функции распределения и любые числовые характеристики случайной величины (точнее, их статистические эквиваленты или аналоги, называемые обычно статистическими функциями распределения и статистическими числовыми характеристиками).

Вопросы статистического исследования случайных величин рассматривает специальная дисциплина — математическая статистика. К основным задачам ее относятся:

1) построение статистических функций распределения случайных величин;

2) определение статистических числовых характеристик;

3) определение статистических параметров закона распределения, если тип этого закона заранее известен;

4) статистическое определение типа закона распределения;

5) статистическая проверка гипотез.

Последние две задачи тесно связаны между собой, поскольку, как будет показано в § 6, тип закона распределения случайной величины определяется путем выдвижения и статистической проверки ряда гипотез. Однако статистической проверке могут подвергаться и другие гипотезы.

Охарактеризуем кратко пути решения первых трех задач.

Исходными данными для статистического исследования случайной величины X чаще всего является набор m наблюденных ее реализаций[1]: $\chi_1, \chi_2, \ldots, \chi_i, \ldots, \chi_m$. Набор $\chi_i, \ldots, \chi_m$ называется простой статистической совокупностью. Эту совокупность удобно записывать в виде таблицы с двумя строками — в первой указывается но-

---

[1] Реализацией случайной величины называтся значение, принятое ею в одном опыте.

мер i реализации (от 1 до m), во второй — соответствующие значения χ_i.

С целью более наглядного отображения исходного статистического материала он представляется в виде **упорядоченной статистической совокупности** или вариационного ряда, где номера (от 1 до m) присваиваются реализациям в порядке возрастания значений этих реализаций, т. е.

$$\chi_{i+1} \geqslant \chi_i, \; \chi_1 = \chi_{\min}, \; \chi_m = \chi_{\max}.$$

При больших m ($m>50$) работать с таблицей упорядоченной (а тем более — простой) статистической совокупности неудобно. В этих случаях исходный статистический материал подвергается предварительной обработке. Весь диапазон значений χ_i (от $\chi_1 = \chi_{\min}$ до $\chi_m = \chi_{\max}$) разбивается на r интервалов — $I_1 = (x_1, x_2)$, $I_2 = (x_2, x_3), \ldots, I_j = (x_j, x_{j+1}), \ldots, I_r = (x_r, x_{r+1})$.

В общем случае интервалы I_j могут быть неравны. Подсчитывается количество реализаций m_j, попавших в каждый интервал, и вычисляется **частота** η_j попадания реализации в j-й интервал по формуле

$$\eta_j = \frac{m_j}{m}. \qquad (50)$$

Нетрудно видеть, что всегда имеют место равенства

$$\sum_{j=1}^{r} m_j = m \text{ и } \sum_{j=1}^{r} \eta_j = 1. \qquad (51)$$

Далее строится таблица (табл. 1), с четырьмя строками: в первой строке указывается номер интервала (j), во второй — границы интервала, в третьей и четвертой — соответствующие значения m_j и η_j.

Таблица 1

N	1	2	. . .	j	. . .	r
I_j	$x_1 \div x_2$	$x_2 \div x_3$	. . .	$x_j \div x_{j+1}$	. . .	$x_r \div x_{r+1}$
m_j	m_1	m_2	. . .	m_j	. . .	m_r
η_j	η_1	η_2	. . .	η_j	. . .	η_r

Такое представление исходных статистических данных называется **статистическим рядом**[1].

При выборе границ интервалов χ_j и χ_{j+1} стараются, чтобы в каждый интервал попало от 5 до 10 реализаций (этим обусловливается возможность неравенства интервалов). При равных интервалах дальнейшая обработка статистического ряда упрощается. Однако при исследовании случайных величин с существенно неравномерными распределениями часто приходится выбирать более узкие интервалы статистического ряда в областях большой концентрации реализаций и более широкие — в областях малой концентрации.

Для наглядного представления статистического ряда строится **полигон распределения** [18]. На горизонтальной оси строятся интервалы $I_1 \ldots I_r$ (рис. 2). В центре каждого интервала восстанавливается перпендикуляр, высота которого выбирается равной η_j (в некотором произвольном масштабе). Вершины перпендикуляров соединяются отрезками прямых. Полученная ломаная линия и представляет собой полигон распределения.

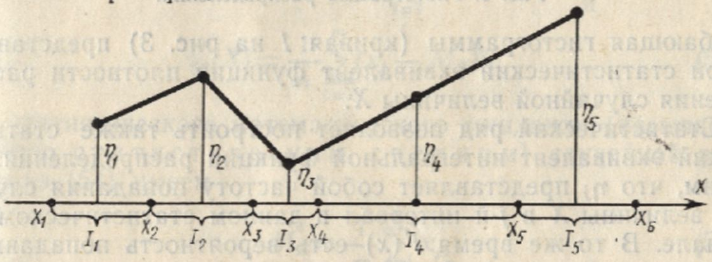

Рис. 2. Полигон распределения.

На основе статистического ряда строятся графики статистических функций распределения исследуемой случайной величины.

Для построения статистической функции плотности распределения $f^*(x)$[2] на горизонтальной оси строятся интервалы статистического ряда. На каждом интервале I_j, как на основании, строится прямоугольник, высота которого (l_j) определяется как отношение частоты к ширине интервала

$$l_j = \frac{\eta_j}{x_{j+1} - x_j}. \qquad (52)$$

[1] Следует заметить, что упорядоченную статистическую совокупность можно рассматривать как статистический ряд при $r=m$, интервалы I_j в котором ограничивают одну реализацию χ_i каждый, т. е. $m_1 = m_2 = \ldots = m_j = \ldots = m_m = 1$ и $\eta_1 = \eta_2 = \ldots = \eta_j = \ldots = \eta_m = 1/m$.

[2] Здесь и далее статистические функции распределения и статистические числовые характеристики распределений будут обозначаться соответствующим символом со знаком «*».

Совокупность прямоугольников представляет собой **гистограмму** распределения (рис. 3). Нетрудно видеть, что сумма площадей всех прямоугольников гистограммы равна 1:

$$\sum_{j=1}^{r} l_j(x_{j+1}-x_j)=\sum_{j=1}^{r}\eta_j=1. \qquad (53)$$

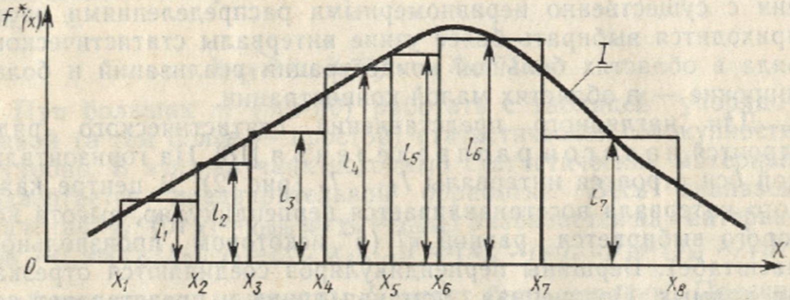

Рис. 3. Гистограмма распределения.

Огибающая гистограммы (кривая *1* на рис. 3) представляет собой статистический эквивалент функции плотности распределения случайной величины X.

Статистический ряд позволяет построить также статистический эквивалент интегральной функции распределения. Заметим, что η_j представляет собой частоту попадания случайной величины X в j-й интервал в данном статистическом материале. В то же время $F(x)$ есть вероятность попадания X в интервал $(-\infty, x)$. Следовательно, если x_1 есть нижняя граница первого интервала, то $F^*(x_1)=0$. На интервале I_1 интегральная вероятность возрастает на величину η_1, на интервале I_2 — на величину η_2 и т. д. до последнего (r-го) ин-

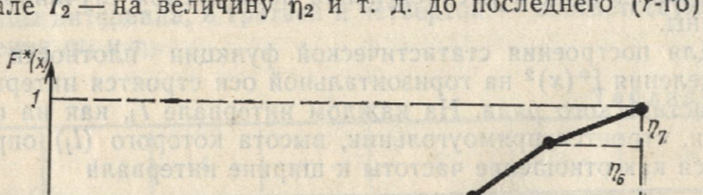

Рис. 4. Статистическая интегральная функция распределения.

тервала, на котором она возрастает на величину η_r и достигает значения, равного 1 (рис. 4).

Не представляет труда построить и статистическую обратную интегральную функцию распределения и функцию интенсивности, воспользовавшись соотношениями

$$G^*(x)=1-F^*(x) \text{ и } H^*(x)=\frac{f^*(x)}{G^*(x)}.$$

На основе графиков статистических функций распределения легко находятся статистические эквиваленты таких точечных числовых характеристик, как мода (Mo^*), медиана (Me^*) и др. Легко находятся также по графикам $F^*(x)$ и $G^*(x)$ интервальные характеристики вида $A^*(x_1, x_2)$ и квантили.

Статистические начальные и центральные моменты распределения вычисляются по формулам:

$$\varphi_s^*[X]=\frac{1}{m}\sum_{i=1}^{m}\chi_i^s \qquad (54)$$

и

$$\psi_s^*[X]=\frac{1}{m}\sum_{i=1}^{m}(x_i-M_X^*)^s. \qquad (55)$$

Для статистического математического ожидания (называемого часто статистическим средним) случайной величины из (54) имеем

$$M_X^*=\frac{1}{m}\sum_{i=1}^{m}x_i; \qquad (56)$$

для статистической дисперсии из (55) —

$$D_X^*=\frac{1}{m}\sum_{i=1}^{m}(x_i-M_X^*)^2. \qquad (57)$$

При больших значениях m, когда вычисления по формулам (54)—(57) оказываются громоздкими, статистические моменты могут вычисляться на основе данных статистического ряда по формулам:

$$\varphi_s^*[X]=\sum_{j=1}^{r}\overline{x}_j^s\cdot\eta_j \qquad (58)$$

и

$$\psi_s^*[X]=\sum_{j=1}^{r}(\overline{x}_j-M_X^*)^s\cdot\eta_j, \qquad (59)$$

где $\overline{x}_j=\frac{1}{2}(x_j+x_{j+1})$ — среднее значение реализаций j-го интервала.

Определение значений параметров закона распределения случайной величины, если тип этого закона заранее известен, сводится к нахождению величин $\mu_1, \mu_2, \ldots, \mu_w$ в выражении (4) при условии, что вид функции f задан. В рассматриваемом случае эти параметры должны быть выбраны так, чтобы математическая модель (4) закона распределения наилучшим образом отвечала имеющимся статистическим данным.

Решение этой задачи неоднозначно и зависит от того, что в данном случае считается «наилучшим приближением аналитической функции к экспериментальным данным». В теории вероятностей «близость» теоретического и экспериментального распределений чаще всего понимается в смысле совпадения моментов. Причем, наиболее важным считается 1-й начальный момент (математическое ожидание), затем 2-й центральный момент (дисперсия), затем моменты высших порядков.

Исходя из этого, в случае однопараметрического типа распределения параметр μ_1 находится из условия

$$M_X(\mu_1) = M_X^*. \tag{60}$$

При двухпараметрическом распределении для определения параметров μ_1 и μ_2 имеем систему двух уравнений:

$$\left.\begin{aligned} M_X(\mu_1, \mu_2) &= M_X^*, \\ D_X(\mu_1, \mu_2) &= D_X^*. \end{aligned}\right\} \tag{61}$$

При трех параметрах к этой системе добавляется еще одно уравнение, выражающее равенство моментов третьего порядка, и т. д.

Следует иметь в виду, что выше описан лишь один из возможных способов выбора параметров аналитической модели закона распределения, основанный на условии равенства аналитических и статистических моментов в качестве основного критерия. Существуют и другие критерии соответствия аппроксимирующего аналитического и исходного статистического распределений. Некоторые из этих критериев будут рассмотрены ниже.

§ 5. ТОЧЕЧНЫЕ И ИНТЕРВАЛЬНЫЕ ОЦЕНКИ ЧИСЛОВЫХ ХАРАКТЕРИСТИК

Результат эксперимента над случайными величинами всегда случаен. Если на основе этого результата определяются некоторые числовые характеристики исследуемой случайной величины, то следует ясно понимать, что получаемые таким образом цифры могут отличаться от искомых истинных значений. В связи с этим значения числовых характеристик, получаемые путем статистических исследований, принято называть **оценками**, подчеркивая тем самым возможность несовпадения их с истинными значениями.

В математической статистике различаются два вида статистических оценок — **точечные** и **интервальные**.

Пусть исследуется случайная величина X и нужно найти статистическую оценку ее числовой характеристики B_X. Это означает, что по накопленным статистическим данным необходимо определить некоторую величину $\hat{B}_X$, которую можно было бы использовать в расчетах вместо неизвестного истинного значения B_X, не делая при этом больших ошибок.

Обозначим имеющиеся статистические данные $\alpha_1, \alpha_2, \ldots, \alpha_m$. Для получения искомой оценки над этими данными должна быть произведена некоторая операция Θ, т. е.

$$\hat{B}_X = \Theta(\alpha_1, \alpha_2, \ldots, \alpha_m). \qquad (62)$$

Функция Θ носит название **функции оценки** (или **оценочной функции**). Величина $\hat{B}_X$, получаемая в результате выполнения операции Θ над исходными статистическими данными, называется точечной оценкой числовой характеристики B_X.

Поскольку исходные данные $\alpha_1, \ldots, \alpha_m$ случайны, и число их m конечно, ясно, что и оценка, получаемая по формуле (62), также случайна[1]. Следовательно, принимая в расчетах величину $\hat{B}_X$ вместо B_X, мы заведомо допускаем возможность ошибки. Величина этой ошибки и вероятность ее зависят от распределения $\hat{B}_X$.

Вид функции Θ вообще говоря может выбираться произвольно. (Заметим, что формулы (54) и (55) для вычисления статистических начальных и центральных моментов распределений могут рассматриваться как один из возможных вариантов оценочных функций для этих моментов). Какая из возможных оценочных функций лучше, можно установить лишь после того, как будут сформулированы требования к получаемым точечным оценкам.

В математической статистике качество оценочных функций определяется тремя показателями: **состоятельностью**, **несмещенностью**, **эффективностью**.

[1] Таким образом, числовая характеристика исследуемой случайной величины X оценивается с помощью некоторой другой случайной величины $\check{B}_X$.

Оценочная функция Θ называется состоятельной, если с увеличением объема (m) исходных статистических данных оценка $\hat{B}_X$ сходится по вероятности к истинному значению оцениваемой числовой характеристики B_X. Другими словами, вероятность того, что абсолютное значение разности между $\hat{B}_X$ и B_X превысит некоторую наперед заданную величину ε, с ростом m должна стремиться к нулю

$$\lim_{m\to\infty} \{\text{Вер}[|\hat{B}_X - B_X| > \varepsilon]\} = 0. \qquad (63)$$

Состоятельность оценочной функции обеспечивает рост качества оценки (снижение вероятности ошибок, выходящих за установленные пределы) с увеличением объема статистики.

Оценочная функция Θ является несмещенной, если математическое ожидание оценки $\hat{B}_X$ равно истинному значению B_X:

$$M[\hat{B}_X] = M[\Theta(\alpha_1, \alpha_2, \ldots, \alpha_m)] = B_X. \qquad (64)$$

Несмещенность оценочной функции обеспечивает отсутствие систематической ошибки при многократном использовании $\hat{B}_X$ вместо B_X.

Оценочная функция Θ является абсолютно эффективной, если при данном фиксированном объеме статистических данных оценка имеет минимальную дисперсию (среди оценок, обеспечиваемых любыми другими возможными оценочными функциями):

$$D[\hat{B}_X] = \min. \qquad (65)$$

Из двух оценочных функций Θ_1 и Θ_2, обеспечивающих при данном объеме данных дисперсии оценок $D_1[\hat{B}_{X_1}]$ и $D_2[\hat{B}_{X_2}]$, более эффективной является та оценочная функция, которой соответствует меньшее значение дисперсии оценки.

Для выявления эффективных оценочных функций в математической статистике используется ряд методов: метод максимального правдоподобия [27], метод моментов [35], минимаксный метод [27] и др. Не останавливаясь на этих методах более подробно, заметим лишь, что наиболее широко применяется метод максимального правдоподобия; на его основе получено подавляющее большинство оценочных функций, используемых в настоящее время при статистическом определении числовых характеристик случайных величин.

При использовании точечной оценки $\hat{B}_X$ в различных расчетах вместо B_X очень важно знать, каковы пределы возможной ошибки и какова ее вероятность. Другими словами, важно знать точность и достоверность используемой точечной оценки $\hat{B}_X$.

Точность статистических оценок принято характеризовать шириной интервала (π), внутри которого с некоторой вероятностью (Q) находится истинное значение искомой числовой характеристики, а достоверность — величиной вероятности Q. Такие оценки, которые содержат сведения о точности и достоверности полученных результатов, называются интервальными.

Важность и необходимость интервальных оценок (как дополнения к точечным) можно проиллюстрировать следующими соображениями. Качество точечной оценки, естественно, тем выше, чем на большем статистическом материале она получена. Между тем, точечная оценка сама по себе не несет никакой информации об объеме данных, на котором она получена. В результате этого, получив разными путями две точечные оценки одной и той же величины, мы не имеем никаких оснований для того, чтобы предпочесть одну из них другой. В то же время, эти оценки могут быть получены на совершенно различном (по объему) статистическом материале, и качество их (точность и достоверность) может быть совершенно различным. Таким образом, точечные и интервальные оценки очень хорошо дополняют друг друга: точечная оценка дает конкретную цифру, которая может быть непосредственно использована в расчетах, а интервальная оценка дает характеристику ее точности и достоверности.

Между двумя сторонами интервальной оценки — точностью и достоверностью — существует тесная связь. Если точность оценки определить как ширину интервала, построенного вокруг $\hat{B}_X$ и ограничивающего значения B_X, а достоверность Q — как вероятность нахождения B_X в этом интервале, то при фиксированном объеме исходных статистических данных (m-const) всякая попытка повысить точность (уменьшить ширину интервала) неизбежно приводит к снижению достоверности и наоборот.

В математической статистике используется по меньшей мере два подхода к построению интервальных оценок, основывающиеся на так называемых Байесовском и доверительном интервалах.

В первом подходе искомая числовая характеристика B рассматривается как некоторая случайная величина со своим (априорным) законом распределения[1]. В исследуемой случайной величине X эта числовая характеристика приняла некоторое значение B_X, которое неизвестно и которое необходимо определить, для чего и проводится статистическое исследование.

Статистическое исследование, как известно, не позволяет определить искомую величину точно. По накопленным статистическим данным может быть построено апостериорное распределение B, которое ввиду использования при его построении дополнительной информации имеет меньшую дисперсию, чем априорное распределение B. (К этому, собственно, и сводится полезный эффект накопления и использования статистических данных). Может быть определена также точечная оценка $\hat{B}_X$.

Используя апостериорное распределение, очень легко интерпретировать понятие интервальной оценки B. Нанеся на оси B (рис. 5) значение точечной оценки $\hat{B}_X$ и построив вокруг нее некоторый (вообще говоря, произвольный) интервал π, очень просто определить вероятность Q нахождения истинного значения B_X внутри этого интервала (площадь заштрихованного участка на рис. 5).

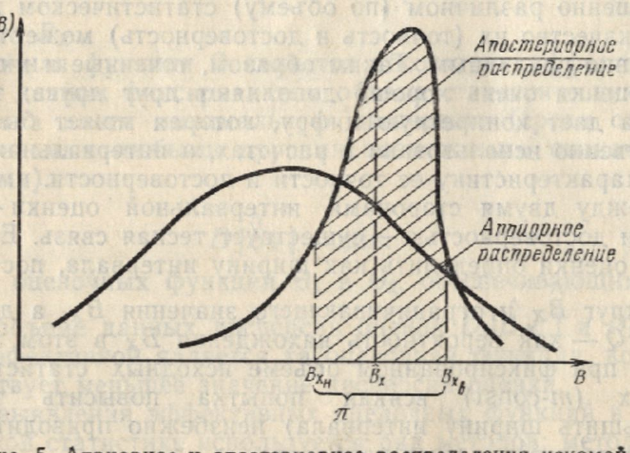

Рис. 5. Априорное и апостериорное распределения искомой числовой характеристики B_X.

---

[1] Так, например, в ряду аналогичных по своей физической природе случайных величин X_1, X_2, ... математическое ожидание M_X может рассматриваться как некоторая случайная величина с некоторым законом распределения.

При таком подходе понятия точности (ширина интервала π) и достоверности Q получают достаточно простой и ясный смысл. В частности, совершенно прозрачным становится высказанное выше утверждение о том, что при фиксированном объеме исходных данных (фиксированное апостериорное распределение) точность и достоверность интервальной оценки связаны взаимно-обратной зависимостью.

В связи с тем, что построение апостериорного распределения B базируется на известной формуле Байеса, такой подход получил название Байесовского, а соответствующие интервал и вероятность Q — называются Байесовскими.

Нетрудно видеть, что качество (точность и достоверность) оценки искомой числовой характеристики в Байесовском подходе зависит, с одной стороны, от дисперсии априорного распределения B_X, а с другой — от объема накопленной статистики m. Так, если априорное распределение имеет очень малую дисперсию (т. е. мы заранее с достаточно высокой точностью можем предсказать значение B_X), то даже при очень малом объеме статистики результирующие показатели точности и достоверности оценки могут быть достаточно высокими. И, наоборот, если априорная информация о случайной величине B_X очень мала, то даже при относительно большом объеме статистических данных результирующие точность и достоверность оценки могут оказаться низкими.

Однако Байесов подход к построению интервальных оценок числовых характеристик случайных величин может быть реализован далеко не во всех случаях. Во-первых, мы очень редко располагаем необходимым для такой оценки априорным распределением искомой числовой характеристики B. Во-вторых, во многих случаях априорное распределение B вообще не имеет физического смысла, поскольку B не всегда может рассматриваться как случайная величина — это может быть просто некоторая постоянная, значение которой неизвестно. Наконец, в-третьих, могут возникнуть чисто математические трудности построения апостериорного распределения и вычисления Q для заданного интервала.

В связи с этим интервалу «точности и вероятности» (достоверности) Q чаще придается другой смысл, отличный от Байесовского. По-прежнему ширина интервала π характеризует точность получаемой оценки, а вероятность Q — ее достоверность, но содержание их другое, и здесь они носят название **доверительного интервала и доверительной вероятности.**

Основная особенность, отличающая π и Q в этом понимании от предыдущего, состоит в том, что они характеризуют только свойства (объем) использованных статистических данных и совершенно не учитывают свойств искомой характеристики как случайной величины.

Математическая сторона этих понятий достаточно полно освещена в литературе по математической статистике [18]. Поэтому мы остановимся главным образом на их физической интерпретации [49].

На основе имеющихся статистических данных ($\alpha_1, \alpha_2, \ldots, \alpha_m$), помимо точечной оценки $\hat{B}_X$, вычисляемой по формуле (62), определяются также верхняя и нижняя доверительные границы

$$B_{X_\text{в}}=\Theta_\text{в}\,(\alpha_1, \alpha_2, \ldots, \alpha_m), \tag{66}$$

$$B_{X_\text{н}}=\Theta_\text{н}\,(\alpha_1, \alpha_2, \ldots, \alpha_m). \tag{67}$$

Функции $\Theta_\text{в}$ и $\Theta_\text{н}$, называемые, соответственно, функциями верхней и нижней доверительных границ, выбираются таким образом, что для любого набора значений $\alpha_1, \ldots, \alpha_m$ заранее известна вероятность Q того, что интервал $(B_{X_\text{н}}, B_{X_\text{в}})$ «накрывает» истинное значение искомой числовой характеристики B_X. Таким образом,

$$Q=\text{Вер}\{B_{X_\text{н}}\leqslant B_X\leqslant B_{X_\text{в}}\}. \tag{68}$$

Интервал $(B_{X_\text{н}}, B_{X_\text{в}})$ и является доверительным интервалом, а вероятность Q — доверительной вероятностью.

По форме выражение (68) совпадает с выражением для вероятности попадания случайной величины в некоторый фиксированный интервал значений. Однако это чисто внешняя аналогия; между доверительной вероятностью Q и вероятностью попадания случайной величины в некоторый интервал существует принципиальное различие. Поясним это примером.

Пусть истинное значение искомой числовой характеристики равно B_X (рис. 6). Произведем замер m статистических данных ($\alpha_1^{(1)}, \alpha_2^{(1)}, \ldots, \alpha_m^{(1)}$), вычислим доверительные границы $B_{X_\text{н}}^{(1)}$ и $B_{X_\text{в}}^{(1)}$ и построим доверительный интервал ($B_{X_\text{н}}^{(1)}$, $B_{X_\text{в}}^{(1)}$). Он может «накрыть» B_X или оказаться вне его. Повторим эти замеры и построения N раз. На рис. 6 показаны результаты. Если N велико, то вероятность «накрытия» Q можно оценить, взяв отношение числа интервалов, «накрывших» B_X, к общему числу N построенных интервалов[1].

[1] Подобную процедуру оценки Q путем N-кратного построения доверительного интервала, вообще говоря, можно проводить не при постоянном, а при изменяющемся (но каждый раз известном) значении B_X, лишь проверяя каждый раз «накрытие» i-го значения B_X, i-м построенным доверительным интервалом.

Можно ли на основании этого утверждать, что величина B_x с вероятностью Q попадает в построенный по результатам эксперимента доверительный интервал? Прежде всего B_x по

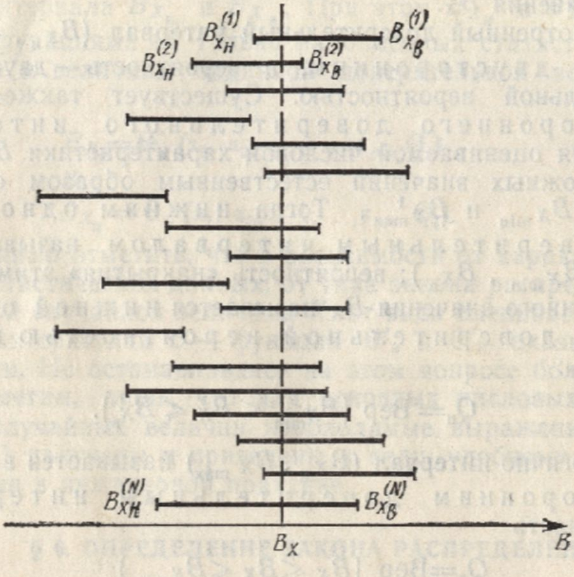

Рис. 6. Доверительные интервалы оценки B_x.

условию вообще не является случайной величиной и потому для нее не имеет смысла утверждение о «вероятности попадания в интервал». Но даже если бы и принять такую терминологию, то ясно, что для каждого из построенных интервалов вероятность «попадания» была бы различной, так как эти интервалы занимают разное положение на оси значений B! Так что выражению (68) ни в коем случае нельзя придавать значение вероятности «попадания» случайной величины в построенный по формулам (66) и (67) доверительный интервал.

Таким образом, доверительную вероятность Q следует рассматривать только как характеристику принятого способа оценки неизвестной, но детерминированной (неслучайной) величины B_x, замеряемой по ряду причин не непосредственно и детерминированно, а косвенно и статистически.

Отмеченное выше различие понятий Байесовского и доверительного интервалов кратко можно сформулировать следующим образом [6]. В случае Байесовского подхода речь идет о вероятности «попадания» случайной величины B_x в неслучайный интервал; доверительная же вероятность есть вероятность «накрытия» случайным интервалом (границы которого определяются конкретным набором имеющихся статистических данных $\alpha_1, \ldots, \alpha_m$ фиксированного (неслучайного) значения B_X.

Рассмотренный доверительный интервал $(B_{X_н}, B_{X_в})$ называется *двусторонним*, а вероятность — *двусторонней доверительной вероятностью*. Существует также понятие *одностороннего доверительного интервала*. Пусть для оцениваемой числовой характеристики B_X диапазон возможных значений естественным образом ограничен числами $B_{X_{min}}$ и $B_{X_{max}}$[1]. Тогда *нижним односторонним доверительным интервалом* называется интервал $(B_{X_{min}}, B_{X_в})$; вероятность «накрытия» этим интервалом истинного значения B_X называется *нижней односторонней доверительной вероятностью* и обозначается $Q_н$:

$$Q_н = \text{Вер}\,\{B_{X_{min}} \leqslant B_X \leqslant B_{X_в}\}. \tag{69}$$

Аналогично интервал $(B_{X_н}, B_{X_{max}})$ называется *верхним односторонним доверительным интервалом*, а вероятность

$$Q_в = \text{Вер}\,\{B_{X_н} \leqslant B_X \leqslant B_{X_{max}}\} \tag{70}$$

— *верхней односторонней доверительной вероятностью*.

Доверительные вероятности $Q_н$, $Q_в$ и Q связаны между собой очевидным соотношением

$$Q_н + Q_в = 1 + Q; \tag{71}$$

в случае равенства односторонних доверительных вероятностей ($Q_н = Q_в = Q_1$) из (71) имеем

$$Q_1 = \frac{1}{2}(1 + Q). \tag{72}$$

Рассмотрим теперь вопрос о выборе функций доверительных границ (функций $\Theta_н$ и $\Theta_в$).

Выше указывалось, что, выбрав некоторые выражения для $\Theta_н$ и $\Theta_в$, в принципе всегда можно найти соответствующую им доверительную вероятность Q, а также $Q_н$ и $Q_в$. Однако при практическом использовании этого подхода задача обыч-

---

[1] Так, например, для математического ожидания X в случае экспоненциального распределения имеем $B_{X_{min}} = 0$ и $B_{X_{max}} = +\infty$; те же ограничения имеют место для дисперсии любого закона распределения X; если оценивается значение $F(X_1)$ или $G(X_1)$ при фиксированном X_1, то возможные значения, очевидно, лежат в интервале от 0 до $+1$ и т. д.

но ставится по-иному. Вначале выбирается значение доверительной вероятности Q_1 (при условии $Q_н = Q_в$), затем вычисляются соответствующие этой вероятности границы доверительного интервала $B_{X_н}$ и $B_{X_в}$. При этом $B_{X_н}$ и $B_{X_в}$ оказываются функциями не только накопленных статистических данных, но и величины заданной доверительной вероятности Q_1, т. е.

$$B_{X_в} = \Theta'_в (\alpha_1, \alpha_2, \ldots, \alpha_m, Q_1) \qquad (73)$$

и

$$B_{X_н} = \Theta'_н (\alpha_1, \alpha_2, \ldots, \alpha_m, Q_1). \qquad (74)$$

Необходимо отметить, что в зависимости от характера исходных статистических данных, от типа закона распределения исследуемой случайной величины X, от вида оцениваемой числовой характеристики B — функции $\Theta'_в$ и $\Theta'_н$ оказываются различными. Не останавливаясь на этом вопросе более подробно, отметим, лишь, что для основных числовых характеристик случайных величин необходимые выражения вида (73) и (74) получены и приведены к виду, удобному для использования в инженерной практике.

§ 6. ОПРЕДЕЛЕНИЕ ЗАКОНА РАСПРЕДЕЛЕНИЯ

Во многих случаях возникает задача определения на основе имеющихся статистических данных закона распределения некоторой случайной величины X.

Необходимо сразу же подчеркнуть, что в настоящее время не существует никакого способа непосредственно получить из некоторых статистических данных математическую модель (математическое выражение) закона распределения X. Известные методы позволяют лишь подтвердить (или не подтвердить) соответствие данного статистического материала некоторой заранее выдвинутой гипотезе о законе распределения. Таким образом, процедура нахождения хорошей (в некотором смысле) математической модели закона распределения случайной величины по статистическим данным всегда слагается из двух этапов:

1. Выдвижение гипотез о математических моделях распределения.
2. Проверка соответствия выдвинутых гипотез имеющимся статистическим данным.

Гипотезы о законе распределения могут выдвигаться на основе теоретического анализа физической природы и свойств рассматриваемой случайной величины. Источником этих гипотез может служить также предварительный анализ имеющихся статистических данных, в частности, рассмотрение кривых статистической плотности распределения. (В § 1 указывалось, что именно кривая плотности наиболее рельефно и наглядно отображает свойства распределения.)

Проверка соответствия гипотезы статистическим данным сводится к установлению степени близости гипотетического и статистического распределений X. При этом решающую роль играет выбор количественной меры (U) близости двух распределений.

Для проверки гипотез о законе распределения применяются специально разработанные количественные критерии, получившие название критериев согласия. Наиболее широкое применение нашли два критерия — критерий Пирсона («критерий χ^2») [66, 6, 18] и критерий Колмогорова [6, 30].

При использовании критерия Пирсона исходными данными являются m наблюденных реализаций случайной величины X, сведенные в статистический ряд. В качестве меры близости гипотетического и статистического распределений используется величина

$$U_{\pi}=\sum_{j=1}^{r}\frac{m}{\omega_j}(\eta_j-\omega_j)^2, \qquad (75)$$

где r — количество интервалов статистического ряда;

m — количество наблюденных реализаций X;

η_j — частота, соответствующая j-му интервалу;

ω_j — вероятность попадания X в j-й интервал статистического ряда, вычисленная для гипотетического распределения.

В критерии Колмогорова исходные данные представляются в виде упорядоченной статистической совокупности. Мерой близости сопоставляемых распределений является максимальное расхождение гипотетической и статистической интегральных функций распределения ($F(x)$ и $F^*(x)$, т. е. величина

$$U_k=\sqrt{m}\,\max|F(\chi_i)-F^*(\chi_i)|, \qquad (76)$$

где $\sqrt{m}$ играет роль коэффициента, устанавливающего масштаб.

Поскольку одно из двух сопоставляемых распределений является статистическим, постольку мера близости U (U_{π} в критерии Пирсона, и $U_{к}$ в критерии Колмогорова) является случайной величиной. Она имеет определенный закон распределения, позволяющий оценить вероятность появления различных ее значений. На этом основана общая процедура проверки гипотез, которую можно представить следующей последовательностью этапов.

1. По статистическим данным и по принятому гипотетическому распределению вычисляется реализация U^* случайной величины U;

2. На основе закона распределения U вычисляется вероятность того, что при данном объеме (m) статистических данных величина U примет значение, равное или большее U^*,

$$\text{Вер}\,\{U \geqslant U^*\} = 1 - F\,(U^*) = G\,(U^*). \qquad (77)$$

3. Если $G\,(U^*)$ достаточно велико (это означает, что в случае справедливости проверяемой гипотезы в статистическом материале объема между истинным и статистическим распределениями с высокой вероятностью может получиться расхождение такого же порядка или больше, чем полученное U^*), то полагают, что имеющиеся статистические данные не противоречат гипотизе.

Если же $G\,(U^*)$ мало (это значит, что в случае справедливости гипотезы маловероятно появление расхождений такого порядка, как U^*), то полагают, что имеющиеся статистические данные заставляют усомниться в справедливости проверяемой гипотезы.

Вопрос о значении величины $G_{\text{пр}}\,(U^*)$, разграничивающей решения о принятии или непринятии гипотезы, не имеет строгого решения. Обычно полагают [6], что при $G\,(U^*) \leqslant 0{,}1$ справедливость гипотезы следует подвергнуть сомнению.

Более подробно вопросы практического использования критериев Пирсона и Колмогорова будут рассмотрены в главе VI.

Выше рассмотрена (с качественной стороны) задача проверки гипотез о математической модели закона распределения случайной величины X, если эта модель из каких-либо априорных соображений задана целиком и полностью (т. е. определены и тип закона распределения, и все его параметры). На практике часто возникает иная постановка задачи, а именно, выдвигается гипотеза о типе (а не о конкретной функции) закона распределения; необходимо проверить эту гипотезу по имеющимся статистическим данным.

При такой постановке задачи непринятие гипотезы означает утверждение, что в рамках данного типа распределений (т. е. во всем диапазоне возможного изменения параметров этого типа распределений) нет ни одного конкретного закона распределения, который согласовался бы с имеющимися статистическими данными. В то же время описанная выше процедура проверки гипотез о законе распределения случайной величины предполагает полностью заданное гипотетическое распределение.

В связи с этим при решении задачи о типе закона распределения основной вопрос — это вопрос о выборе параметров того конкретного закона распределения, с которым будут сопоставляться статистические данные. Нетрудно видеть, что неудачный выбор параметров может привести к неверным выводам относительно гипотезы о некотором типе закона распределения исследуемой случайной величины, особенно в случае отрицательного решения. Действительно, если, приняв некоторые значения параметров, мы придем к выводу о приемлемости гипотезы, то это означает, что существует по крайней мере одно конкретное распределение данного типа, которому не противоречат имеющиеся статистические данные. И потому полученный результат может служить основанием для принятия гипотезы о типе законов распределения. Если же мы приходим к отрицательному выводу, то это означает лишь несовместимость имеющихся статистических данных с конкретным законом распределения. И этот вывод не может быть распространен на весь тип гипотетических распределений, поскольку совершенно не исключено, что в рамках данного типа будет найдено другое конкретное распределение, которое будет ближе (в смысле используемой в примененном критерии меры близости) к данному статистическому распределению и относительно которого поэтому рассматриваемая гипотеза может быть признана приемлемой. Отрицательный вывод можно было бы распространить на весь тип законов распределения, если бы была уверенность в том, что использовавшееся для сопоставления со статистическими данными гипотетическое конкретное распределение из всех распределений данного типа наиболее близко (в смысле используемой меры) к имеющимся статистическим данным. Но в том-то и дело, что такой уверенности — при существующих и общепринятых методах выбора параметров гипотетических (аппроксимирующих) распределений — нет. Мало того, есть уверенность в том, что используемые конкретные гипотетические распределения заведомо не являются наилучшими (наиболее близкими — в смысле меры близости для сопоставления со статистическими данными и что в рамках данного типа распределений всегда существуют распределения, более близкие и обеспечивающие бо́льшую вероятность получения заключения о приемлемости гипотезы.

В общем это положение совершенно естественно, и причина этого кроется в том, что общепринятые критерии выбора параметров законов распределения случайных величин по статистическим данным и критерии близости теоретического и статистического распределений существенно различны. Как известно, при выборе оценочных функций для параметров распределений случайных величин наиболее широко используется принцип максимального правдоподобия, а при сравнении распределений — критерии Пирсона, Колмогорова и ряд других.

В связи с этим возникает задача разработки таких оценочных функций для параметров случайных величин в рамках заданного типа распределений, которые обеспечили бы максимальную близость получаемого конкретного распределения к статистическому в смысле используемой при сравнении распределений количественной меры близости. Решение этой задачи позволит вести сравнение статистического распределения с наилучшим (в указанном смысле) гипотетическим конкретным распределением из некоторого типа распределений, в результате чего при получении отрицательного заключения его можно будет распространять на весь рассматриваемый тип распределений.

Описанный выше подход реализован в [1] применительно к типу экспоненциальных распределений. Для других типов распределений решение этой задачи пока еще не доведено до инженерных методик.

Глава II

НАДЕЖНОСТЬ ИЗДЕЛИЙ И ЕЕ ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОЕ ОПРЕДЕЛЕНИЕ

§ 7. НАДЕЖНОСТЬ И ЕЕ СОСТАВЛЯЮЩИЕ

Надежность есть свойство изделия выполнять заданные функции, сохраняя свои эксплуатационные показатели в заданных пределах в течение требуемого промежутка времени или требуемой наработки [39].

Это определение, являющееся достаточно полным и точным, хорошо известно, опробовано и не требует комментариев.

В соответствии с действующими нормативно-техническими документами (см., например [10, 11, 39]) надежность является одной из составляющих качества изделий. В то же время надежность существенно отличается от других показателей качества. Как известно [14, 36], основную группу показателей качества составляют «показатели назначения, характеризующие полезный эффект от использования продукции по назначению и обусловливающие область ее применения». К ним относятся, например, чувствительность, коэффициент усиления, быстродействие, мощность, точность и т. п. Для каждого из показателей этой группы техническими условиями на изделие устанавливаются определенные допуски.

Значения различных показателей назначения изделия в общем случае мало связаны друг с другом. Очевидно, что один показатель может быть в пределах нормы, в то время как другой может иметь значение, выходящее далеко за установленные допуски.

Совершенно иначе обстоит дело с показателями надежности. В определении этих показателей, как известно, важнейшую роль играет понятие работоспособности изделия, которое представляет собой состояние, когда основные параметры (показатели назначения) изделия соответствуют установленным требованиям. Таким образом, показатели надежности в своей основе теснейшим образом связаны со всеми другими показателями качества (по крайней мере, с основной группой показателей — показателями назначения). В этом состоит одна из основных особенностей показателей надежности.

Вторая существенная особенность состоит в следующем. Значение каждого из показателей назначения изделия может определяться для произвольного фиксированного момента времени. В частности, можно говорить об измерении того или иного показателя в некоторый момент времени и об его изменении от одного момента времени к другому. Показатели же надежности характеризуют свойства изделия всегда на некотором интервале времени (иногда весьма значительном — годы и десятки лет). И если говорят об изменении надежности некоторого изделия во времени, то всегда имеют в виду изменение ее не от точки к точке, а от одного достаточно протяженного временно́го интервала к другому. Соответственно этому для экспериментального определения показателей надежности, в отличие от других показателей качества изделия, принципиально необходим значительный временной интервал. Эта особенность показателей надежности накладывает определенный отпечаток на целый ряд важных положений теории надежности.

Третья особенность показателей надежности связана с тем, что через них определяется практическая значимость всех показателей назначения изделия. Ясно, что значение того или иного показателя для практики зависит не только (и даже не столько) от его номинального значения, сколько от того, какова способность изделия сохранять это значение в реальных условиях эксплуатации на протяжении всей «жизни» изделия. А ведь именно эту способность изделия и характеризуют показатели надежности.

Свойство надежности относят обычно к изделию. В то же время, по своей сути надежность характеризует не само изделие, а его способность выполнять определенную функцию (функции). Вне четкого определения этой функции показатели надежности теряют смысл. Из этого следует, в частности, что у изделия, способного выполнять несколько функций, может существовать несколько уровней надежности — каждой функции изделия соответствует свой уровень надежности функционирования. Исходя из этого, нормативные документы [10, 11] устанавливают, что для многофункциональных изделий показатели надежности должны задаваться по каждой функции в отдельности.

Надежность, как свойство изделия, включает четыре составляющих — безотказность, ремонтопригодность, сохраняемость и долговечность. Определения этих составляющих даны в ГОСТ 13377—67 [39].

Для четкого и однозначного определения каждой составляющей надежности прежде всего должны быть с максимальной полнотой и четкостью определены по меньшей мере два состояния рассматриваемого изделия. Условимся называть эти состояния характеристическими.

Для **безотказности и ремонтопригодности** характерические состояния одни и те же — это состояние работоспособности и альтернативное ему состояние отказа. В случае многофункциональных изделий можно говорить о нескольких состояниях работоспособности (по каждой из выполняемых функций отдельно) и, соответственно, о нескольких отказовых состояниях.

Следует отметить, что несколько отказовых ситуаций могут вводиться и для изделий, выполняющих только одну функцию. Дело в том, что у однофункционального изделия могут быть отказы, существенно различающиеся по причинам возникновения, вызываемым ими последствиям и, соответственно, по времени устранения. В этом случае вводится (и четко оговариваются) возможные виды отказов (например, отказы 1-го вида — сбои, отказы 2-го вида — устойчивые устранимые отказы, отказы 3-го вида — неустранимые отказы — аварии и т. д.). Состоянию отказа i-го вида соответствует альтернативное ему состояние работоспособности по отношению к отказам i-го вида.

Таким образом, как для безотказности, так и для ремонтопригодности могут устанавливаться не одно, а несколько пар характеристических состояний. При этом для изделия задаются соответственно несколько показателей безотказности и ремонтопригодности.

Для **сохраняемости** пара характеристических состояний определяется следующим образом: 1-е состояние — состояние работоспособности при условии, что изделие имеет обусловленные технической документацией уровни безотказности, ремонтопригодности и долговечности; 2-е состояние — состояние отказа или состояние работоспособности при несоответствующих техническим условиям уровнях безотказности, ремонтопригодности или долговечности.

Для долговечности характеристическими состояниями являются: 1) так называемое предельное состояние — состояние изделия, в котором его дальнейшая эксплуатация либо технически невозможна, либо экономически нецелесообразна; 2) состояние, альтернативное предельному.

Следует отметить, что для различных изделий конкретные содержания понятия предельного состояния могут очень сильно различаться; могут существовать также несколько различных предельных состояний для одного и того же изделия.

Для неремонтируемых изделий предельное состояние совпадает с состоянием отказа. У наиболее простых восстанавливаемых изделий типа приборов или устройств предельное состояние практически определяется количеством ремонтов и замен деталей, после которого интенсивность отказов изделия настолько возрастает, что дальнейшая эксплуатация его становится нецелесообразной.

Особого рассмотрения заслуживает случай, когда изделию придается определенный объем ЗИП, пополнение которого по тем или иным причинам невозможно. При этом предельное состояние может быть определено, как очередной отказ изделия при полном исчерпании ЗИП.

И еще один подход к определению понятия предельного состояния связан с так называемым фактором морального старения. Очевидно, что некоторое изделие, являющееся вполне технически пригодным для эксплуатации, может оказаться в эксплуатации неэффективным не из-за потери им каких-либо технических характеристик, а вследствие появления новых изделий того же функционального назначения с лучшими характеристиками. Таким образом, экономическая нецелесообразность дальнейшей эксплуатации изделия в данном случае возникает по причинам, совершенно не связанным с изменением состояния самого изделия. При этом и понятие предельного состояния для данного изделия формулируется с использованием факторов, лежащих вне изделия — как состояние, определяемое наличием других изделий того же функционального назначения с более высокими техническими и (или) экономическими показателями. Это — предельное состояние, определяемое по факторам морального старения.

Пара (или несколько пар) характеристических состояний для каждой из четырех составляющих надежности определяется особо для каждого изделия — в соответствии с его на-значением, функциональными особенностями, условиями экс плуатации и т. п. Эти состояния специфичны — для каждог конкретного изделия они определяются по-разному. Однак если пара характеристических состояний для некоторой со ставляющей надежности изделия сформулирована достато но четко, то почти все вопросы экспериментальной оценк надежности решаются для различных изделий совершенн единообразно. Это позволяет, в частности, строить едины методы планирования, проведения и обработки результато испытаний на надежность, пригодные для изделий самог различного назначения.

Может возникнуть вопрос, что общего между четырьм составляющими надежности, являющимися, вообще говор достаточно разными по своей природе техническими характе ристиками изделия, и что позволило выделить их из множест ва других технических характеристик и объединить в одно понятии — «надежность»?

Общей отличительной чертой перечисленных составляю щих является то, что каждая из них теснейшим образом свя зана с некоторой случайной величиной, имеющей размер ность времени. Для безотказности такой случайной величи ной является время безотказной работы T (время непреры ной работы изделия от начала функционирования до отказ или время работы между отказами); для ремонтопригодно сти — время восстановления работоспособности изделия по ле отказа $T_в$ (длительность ремонта); для сохраняемости — время $T_с$ сохранения изделием своих технических характер стик и показателей (в том числе свойств безотказности, р монтопригодности и долговечности) в условиях хранения; дл долговечности — время $T_д$ от начала эксплуатации издели до наступления некоторого заранее обусловленного так на зываемого предельного состояния[1].

Указанное общее свойство четырех составляющих надеж ности определяет единство способов их количественно описания, единства методов аналитической и экспериментал ной оценки и т. д. Это и обусловило выделение безотказно сти, ремонтопригодности, сохраняемости и долговечности и числа других технических характеристик изделия и объедин ние их в одном понятии «надежность».

Связью составляющих надежности со случайными вел чинами обусловлено то, что основным математическим ап

[1] Время $T_д$ может рассматриваться либо как календарное время р боты изделия (срок службы) $T_{с.с}$, либо как чистая наработка (ресурс) T Выбор $T_{с.с}$ или $T_р$ для характеристики долговечности зависит от свойст назначения, условий эксплуатации изделия и т. п.

паратом теории надежности является теория вероятностей и ряд выделившихся из нее и базирующихся на ней математических дисциплин — математическая статистика, массовое обслуживание, теория марковских и полумарковских процессов, теория функций случайных аргументов и т. д.

То обстоятельство, что все случайные величины, характеризующие составляющие надежности, измеряются в единицах времени (а не напряжения, тока, длины, угла и т. п.), определяет ряд специфических аспектов теории надежности. Так, например, в теории надежности используются главным образом такие законы распределения, для которых имеет место или может быть принято равенство

$$F(0)=0.$$

Указанное обстоятельство, в частности, существенно затрудняет проведение испытаний на надежность (по сравнению с испытаниями на другие — не надежностные — показатели качества), неизбежно связанных с большими затратами времени. Очевидно, что если бы интересующие нас случайные величины имели размерность не времени, а, например, длины, то испытания на надежность можно было бы проводить со значительно меньшими расходами времени — как это и происходит, например, при отбраковке деталей по длине, диаметру, массе и т. п.

В связи с особенностями функционального назначения и реальных условий эксплуатации изделия перечисленные составляющие надежности у различных изделий могут играть разную роль. В некоторых случаях роль той или иной составляющей может оказаться настолько незначительной, что эта составляющая в понятие надежности данного изделия (и, соответственно, в число его технических характеристик) может не включаться. В общем же случае описание надежностных свойств изделия предполагает задание всех четырех ее составляющих.

§ 8. КОЛИЧЕСТВЕННОЕ ОПИСАНИЕ НАДЕЖНОСТИ

В основе подхода к количественному описанию составляющих надежности лежит отождествление описания некоторой составляющей с описанием соответствующей случайной величины (задать ту или иную составляющую надежности означает достаточно полно описать соответствующую случайную величину).

Как известно, исчерпывающее описание случайной величины содержится в ее законе распределения. В теории надежности используются все четыре способа задания законов распределения случайных величин, описанные в главе 1 (1) — (3).

Следует только отметить, что ввиду того, что рассматриваемые в теории надежности случайные величины — T, $T_в$, T_c и $T_д$ ($T_{с.с}$ или $T_р$) — имеют размерность времени, для них всегда справедливо равенство

$$F(0)=0, \tag{78}$$

и потому нижний предел интегрирования в выражениях (1) — (3) вместо «$-\infty$» принимается равным нулю. В связи с этим выражения (1) — (3) принимают вид

$$F(t)=\int_0^t f(t)\,dt, \tag{79}$$

$$G(t)=1-\int_0^t f(t)\,dt, \tag{80}$$

и

$$H(t)=\frac{f(t)}{1-\int\limits_0^t f(t)dt}. \tag{81}$$

В теории надежности играет важную роль и широко используется вытекающее из (79) — (81) выражение

$$G(t)=\exp\left\{-\int_0^t H(t)dt\right\}. \tag{82}$$

Как уже отмечалось в главе 1, каждая из функций $f(t)$, $F(t)$, $G(t)$ и $H(t)$ описывают закон распределения случайной величины. Поэтому каждую из них можно считать исчерпывающей характеристикой соответствующей составляющей надежности изделия. Таким образом, распределения случайных величин T, $T_в$, $T_с$ и $T_д$, задаваемые в любой из возможных форм, являются характеристиками надежности (безотказности, ремонтопригодности, сохраняемости и долговечности, соответственно)[1].

---

[1] Распределения T, $T_в$, $T_с$ и $T_д$ в соответствии с их смыслом и содержанием естественно было бы назвать функциями надежности — функция безотказности, функция ремонтопригодности, функция сохраняемости и функция долговечности, соответственно. К сожалению, однако, термином «функция надежности» принято называть обратную интегральную функцию распределения T и в настоящее время, по-видимому, вряд ли целесообразно проводить замену устоявшихся терминов.

Некоторые из приведенных выше функций применительно к случайным величинам T, $T_в$, $T_с$ и $T_д$ в теории надежности приобрели специальные названия и обозначения. Так, обратная интегральная функция распределения случайной величины T получила название функции надежности [61], а также функции времени безотказной работы (функции ВБР) [24, 61] и обозначается $p(t)$. Функция интенсивности той же случайной величины называется интенсивностью отказов и имеет обозначение $\lambda(t)$. Функция интенсивности времени восстановления $T_в$ названа интенсивностью восстановления и обозначается $\mu(t)$.

Функция интенсивности $H(t)$, обычно мало используемая в теории вероятностей, в теории надежности играет важную роль, особенно при описании свойств безотказности изделий (свойств случайной величины T). Дело в том, что именно в характере функции $\lambda(t)$ наиболее наглядно проявляется такое важное свойство изделия, как профилактикопригодность — способность изделия положительно реагировать на профилактическое обслуживание. Так, при $\lambda(t) = \mathrm{const}$ профилактическое обслуживание не влияет на результирующую безотказность изделия; при $\frac{d\lambda(t)}{dt} > 0$ профилактика способна повысить безотказность; при $\frac{d\lambda(t)}{dt} < 0$ профилактика может лишь ухудшить показатели безотказности.

В связи с неудобством использования функций в инженерной практике широкое применение в теории надежности нашли различные численные показатели надежности (показатели безотказности, ремонтопригодности, сохраняемости и долговечности). В качестве таких показателей используются числовые характеристики соответствующих случайных величин.

Наиболее широко используется математическое ожидание:

среднее время безотказной работы $\overline{T}$;

среднее время восстановления $\overline{T}_в$;

среднее время сохраняемости $\overline{T}_с$;

средний срок службы $\overline{T}_{с.с}$ и средний ресурс $\overline{T}_р$.

Широко используются также значения прямой и обратной интегральных функций распределения для фиксированных значений времени (τ):

вероятность безотказной работы образца изделия в течение фиксированного интервала времени $[0, \tau]$ — $p(\tau)$;

вероятность восстановления работоспособности отказавшего изделия за заданное время τ — $F_в(\tau)$;

вероятность сохранения технических характеристик изделия в условиях хранения в течение заданного времени τ—$G_c(\tau)$;

вероятность того, что ресурс образца изделия превысит заданное время τ—$G_p(\tau)$;

вероятность того, что срок службы образца изделия превысит заданное время τ—$G_{c.c}(\tau)$.

Находят применение и такие числовые характеристики случайных величин, как квантили:

гамма-процентный срок службы изделия $T_{c.c_\gamma}$ [срок службы, к которому (100—γ) процентов образцов изделия достигают предельного состояния, или, что то же самое, срок службы, к которому образец изделия с вероятностью $\left(\frac{\gamma}{100}\right)$ еще не выйдет в предельное состояние] — $\left(1-\frac{\gamma}{100}\right)$ — квантиль случайной величины $T_{c.c}$;

гамма-процентный ресурс T_{p_γ} — $\left(1-\frac{\gamma}{100}\right)$ — квантиль случайной величины T_p;

гамма-процентный срок сохраняемости T_{c_γ} — $\left(1-\frac{\gamma}{100}\right)$ — квантиль случайной величины T_c.

Следует отметить еще такой широко распространенный показатель безотказности изделий с экспоненциальным распределением T, как «λ-характеристика», определяемая выражением

$$\lambda=\frac{1}{\overline{T}}. \qquad (83)$$

На основе перечисленных выше показателей, характеризующих каждый какую-либо одну составляющую надежности, разработан и используется также ряд комплексных показателей, каждый из которых характеризует одновременно две или более составляющих. К таким комплексным показателям относятся:

коэффициент готовности

$$K_г=\frac{\overline{T}}{\overline{T}+\overline{T}_в}; \qquad (84)$$

коэффициент простоя

$$K_п=1-K_г=\frac{\overline{T}_в}{\overline{T}+\overline{T}_в}; \qquad (85)$$

коэффициент оперативной готовности (вероятность безотказной работы в течение фиксированного времени τ при произвольном моменте начала функционирования)

$$K_{о.\,г}=K_г\cdot p(\tau); \qquad (86)$$

коэффициент технического использования (вероятность работоспособности в произвольно выбранный момент времени)

$$K_{т.\,и}=\frac{\overline{T}}{\overline{T}+\overline{T}_в+\overline{T}_{т.\,о}+V_{т.\,о}}, \qquad (87)$$

где $\overline{T}_{т.о}$ — средняя продолжительность одного сеанса технического обслуживания,

$V_{т.\,о}=\frac{d_{т.\,о}}{\overline{d}}$ — коэффициент технического обслуживания, определяемый как отношение числа сеансов обслуживания за фиксированный интервал времени к среднему числу отказов изделия за тот же период.

Подавляющее большинство используемых численных показателей надежности являются **позитивными показателями** в том смысле, что рост значения показателя соответствует улучшению соответствующей составляющей надежности. Одно из исключений составляет λ-характеристика, рост значения которой соответствует снижению безотказности. Показатели, обладающие этим свойством, условимся называть **негативными.**

Подчеркнем еще раз, что все используемые показатели надежности изделий являются либо непосредственно числовыми характеристиками случайных величин, определяющих ту или иную составляющую надежности, либо некоторой комбинацией числовых характеристик этих случайных величин.

Остановимся на вопросе о выборе числа показателей для каждой составляющей надежности изделия.

Выбор числа показателей той или иной составляющей надежности в большинстве технических документов (в том числе и стандартов) на различные изделия производится без достаточного обоснования. В то же время, если рассматривать эти показатели не как изолированные величины, а как носители информации о законе распределения некоторой случайной величины, то вопрос о выборе числа показателей для каждой составляющей надежности получает достаточно простое и четкое решение.

Известно, что для однозначного определения закона распределения, относящегося к некоторому типу, необходимо задать столько независимых чисел, сколько параметров имеет этот тип законов распределения. Этими числами могут быть, в частности, числовые характеристики распределения, т. е. показатели некоторой составляющей надежности. Таким образом, выбор числа показателей некоторой составляющей надежности связывается с числом параметров того типа законов распределения, к которому относятся распределение определяющей эту составляющую надежности случайной величины. Так, например, если известно, что случайная величина T подчиняется нормальному закону распределения (который, как известно, относится к двухпараметрическим законам), то свойства безотказности изделия целесообразно задавать двумя показателями — например, средним временем безотказной работы $\overline{T}$ и вероятностью безотказной работы за фиксированное время $p(\tau)$. Аналогично, если случайная величина $T_в$ изделия подчинена экспоненциальному распределению (являющемуся однопараметрическим), то очевидна бесполезность использования более одного численного показателя ремонтопригодности — все показатели, кроме одного, будут неинформативными, поскольку могут быть легко вычислены на его основе.

Такой — достаточно строгий и общий — подход может применяться по отношению к любой составляющей надежности. Однако, во-первых, в настоящее время предъявляются различные требования к полноте описания различных составляющих надежности изделий. Во-вторых, не для всех составляющих надежности в достаточной мере изучены типы законов распределения соответствующих случайных величин.

Описанный выше подход достаточно широко применяется при выборе числа показателей безотказности, поскольку для большинства промышленных изделий в настоящее время считается необходимым знать весь закон распределения T. В качестве примера можно указать рекомендации по выбору номенклатуры и числа показателей безотказности изделий ГСП, приведенные в ГОСТ 13216—74 [11].

Реже такой же подход используется при выборе числа показателей ремонтопригодности. Это связано с тем, что пока еще лишь для небольшой номенклатуры промышленных изделий считается необходимым задавать распределение $T_в$.

Что же касается таких составляющих надежности, как сохраняемость и долговечность, то в настоящее время знание всего закона распределения случайных величин $T_с$ и $T_д$ ($T_{с.с}$ или $T_р$) во всем интервале от 0 до ∞ не считается необходимым. В связи с этим для описания каждой из этих составляющих выбирается обычно один показатель (редко два), и выбор этот не связывается с типом закона распределения соответствующей случайной величины. Одной из причин такого подхода, по-видимому, можно считать то обстоятельство, что законы распределения $T_с$, $T_{с.с}$ и $T_р$ пока еще мало исследованы. Ряд теоретических предпосылок говорит о том, что эти распределения близки к нормальному и гамма-распределениям; однако имеющихся экспериментальных данных пока недостаточно.

Для каждой из случайных величин, характеризующих составляющие надежности, в таблице указаны также типы законов распределения, используемые при их описании.

Как следует из таблицы, показатели безотказности различны для невосстанавливаемых и восстанавливаемых изделий. Это связано с различием между такими случайными величинами, как время работы изделия до первого отказа $T_{(1)}$ и время работы между отказами $T_{(2)}$ (очевидно, что $T_{(2)}$ имеет смысл только для восстанавливаемых изделий). Необходимо ясно понимать различие и связь между $T_{(1)}$ и $T_{(2)}$. В общем случае для восстанавливаемого изделия свойства безотказности с ростом числа проведенных ремонтов не остаются неизменными. С каждым последующим ремонтом безотказность, как правило, падает. В связи с этим можно говорить о безотказности изделия на интервале до 1-го отказа между 1-м и 2-м отказами, между 2-м и 3-м и т. д. Тогда для полного описания безотказности изделия необходимо задать N случайных величин: $T_1, T_2, \ldots, T_N$, где T_i — время работы изделия на интервале от $(i—1)$-го до i-го отказа. Очевидна громоздкость и непрактичность такого подхода, поскольку он предполагает экспериментальное определение, описание в технической документации и использование в расчетах N случайных величин[1]. В связи с этим для подавляющего большинства изделий (по крайней мере, изделий приборостроения, радиотехники, электроники) принимается гипотеза о полном восстановлении надежностных свойств изделия после ремонта. При этом безотказность в каждом межотказовом промежутке одинакова, т. е. $T_1 = T_2 = \ldots = T_N$. Очевидно, что в этом случае время работы изделия до первого отказа и время работы между отказами эквивалентны. Это очень важное положение, так как оно позволяет перебросить мостик между показателями безотказности и методами испытаний на безотказность невосстанавливаемых и восстанавливаемых изделий (табл. 2).

---

[1] Следует отметить, что для некоторых изделий, главным образом изделий машиностроения, такой подход частично используется. Раздельно задаются показатели надежности до первого ремонта и после него.

Таблица 2

Составляющая надежности	Случайная величина	Используемые математические модели распределений	Показатели надежности для изделий	
			невосстанавливаемых	восстанавливаемых
Безотказность	Время безотказной работы T	Экспоненциальное Нормальное Гамма	$\bar{T}$ — среднее время безотказной работы $p(\tau)$ — вероятность безотказной работы за заданное время λ — интенсивность отказов	$\bar{T}$ — наработка на отказ $p(\tau)$ — вероятность безотказной работы за заданное время λ — параметр потока отказов
Ремонтопригодность	Время восстановления $T_в$	Эрланга Нормальное Экспоненциальное	—	$\overline{T_в}$ — среднее время восстановления $F_в(\tau)$ — вероятность восстановления работоспособности отказавших изделий за заданное время
Сохраняемость	Время хранения до потери изделием своих характеристик $T_с$	Нормальное Логарифмически-нормальное Гамма Вейбулла Экспоненциальное	Те же, что и для восстанавливаемых изделий	$\overline{T_с}$ — среднее время сохраняемости $G_с(\tau)$ — вероятность сохранения технических характеристик изделия в условия хранения в течение заданного времени $T_{с\gamma}$ — гамма-процентный срок сохраняемости

Продолжение

Составляющая надежности	Случайная величина	Используемые математические модели распределений	Показатели надежности для изделий	
			невосстанавливаемых	восстанавливаемых
Долговечность	Время от начала эксплуатации до предельного состояния $T_д$ $T_{с.с}$ — срок службы $T_р$ — технический ресурс	Нормальное Логарифмически-нормальное Гамма Вейбулла Экспоненциальное	Показатели долговечности для невосстанавливаемых изделий совпадают с показателями безотказности	$\bar{T}_{с.с}$ — средний срок службы $\bar{T}_р$ — средний ресурс $T_{с.с\gamma}$ — гамма-процентный срок службы $T_{р\gamma}$ — гамма-процентный ресурс $G_{с.с}(\tau)$ — вероятность того, что срок службы образца изделия превысит заданное время τ $G_р(\tau)$ — вероятность того, что ресурс образца изделия превысит заданное время τ

§ 9. ТЕХНИЧЕСКАЯ, ЭКСПЛУАТАЦИОННАЯ И НОМИНАЛЬНАЯ НАДЕЖНОСТЬ ИЗДЕЛИЯ

Надежность изделия неразрывно связана с условиями его эксплуатации. Только по отношению к конкретным условиям эксплуатации приобретают смысл любые количественные характеристики и показатели надежности изделия.

Термин «условия эксплуатации» применительно к общему понятию надежности изделия следует понимать очень широко, относя к нему весьма широкий круг различных факторов. По-видимому, имеет смысл выделить из всех этих факторов отдельные группы, влияющие на различные составляющие надежности. Так, можно выделить особо:

«условия нормального функционирования» — группа факторов, влияющих на показатели безотказности изделия;

«условия восстановления» — группа факторов, влияющих на показатели ремонтопригодности;

«условия хранения» — группа факторов, влияющих на показатели сохраняемости.

Все три группы факторов совместно с указанием режима длительной эксплуатации (очередность и длительность интервалов нормального функционирования, восстановления и хранения) изделия определяют показатели долговечности.

К условиям нормального функционирования изделия относятся следующие факторы:

1) окружающая среда (температура, влажность, запыленность атмосферы, наличие агрессивных примесей и т. д.);

2) наличие и уровень внешних помех (колебания питающих напряжений, импульсные помехи по цепям питания, механические воздействия и вибрации, нестабильность параметров внешних сигналов и нагрузок и т. д.);

3) режим работы (длительность и периодичность рабочего цикла);

4) дисциплина профилактического обслуживания (периодичность, длительность и объем профилактических работ; возможность проведения обслуживания и восстановления работоспособности отдельных компонентов, не выводя изделие в целом из состояния работоспособности, и т. д.).

К условиям восстановления относятся:

1) объем, состав и квалификация ремонтных бригад;

2) наличие (или отсутствие) ЗИП.

В условия хранения входят:

1) окружающая среда (в условиях хранения);

2) наличие и дисциплина технического обслуживания (в условиях хранения);

3) режим хранения (продолжительность хранения в различных условиях пп. 1 и 2).

Количественные характеристики и показатели надежности одного и того же изделия в общем случае с изменением условий эксплуатации изменяются.

Исчерпывающая характеристика надежности некоторого изделия, очевидно, должна включать описание его надежностных свойств (по всем составляющим надежности) во всех возможных (или, по крайней мере, типичных) для данного изделия условиях эксплуатации. Условимся называть такое (полное) описание надежностных свойств изделия его **технической надежностью.**

На основе данных о технической надежности изделия для заданных конкретных условий его эксплуатации может быть определена его **эксплуатационная надежность.** В тех случаях, когда для изделия техническими условиями установлены единые, не допускающие отклонений и изменений, условия эксплуатации, техническая надежность и эксплуатационная надежность изделия, очевидно, совпадают. В общем же случае эти понятия существенно различны. Понятие технической надежности изделия, естественно, богаче понятия его эксплуатационной надежности (техническая надежность содержит в себе эксплуатационную надежность изделия для данных конкретных условий эксплуатации, но не сводится к ней).

Если серийно выпускаемое изделие рассчитано на несколько заранее фиксированных условий эксплуатации, то в его технической документации, очевидно, должны содержаться данные о его надежности во всех возможных условиях (техническая надежность). Если условия эксплуатации могут изменяться в пределах некоторого непрерывного диапазона, то данные о технической надежности такого изделия должны содержать сведения, которые позволяют определить его эксплуатационную надежность для любых конкретных условий эксплуатации из этого диапазона.

Для определенных классов или групп изделий устанавливаются некоторые **нормальные** (или стандартные) условия функционирования. Так, например, для изделий, входящих в Государственную систему приборов и средств автоматизации (ГСП), такими условиями являются [10]: температура окружающего воздуха 20 ± 5°C; относительная влажность 30—80%; барометрическое давление 760 ± 25 мм рт. ст.; отклонение напряжения питания от номинального значения ± 2%; частота питания переменного тока 50 ± 5 Гц и 400 ± 12 Гц и т. д. В связи с этим особое значение приобретают показатели надежности, относящиеся к этим нормальным условиям. Эту надежность изделия удобно назвать **номинальной надежностью.**

Сказанное выше о понятиях технической и эксплуатационной надежности в целом относится и к каждой из ее составляющих в отдельности.

Изложенное выше о связи между показателями надежности и условиями эксплуатации изделия имеет непосредственное отношение к испытаниям на надежность, точнее, к выбору условий проведения испытаний. Если исключить испытания в форсированных режимах, то ясно, что определяемые в испытаниях показатели могут характеризовать надежность изделия лишь в тех условиях эксплуатации, в которых проводились испытания, т. е. только эксплуатационную надежность изделия. Это обстоятельство заставляет очень внимательно относиться к формулировке условий, в которых проводятся испытания на надежность.

§ 10. ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНАЯ ОЦЕНКА НАДЕЖНОСТИ (ИСПЫТАНИЯ НА НАДЕЖНОСТЬ)

Эксперимент — это один из трех основных путей оценки (или контроля) надежности изделий. Два других пути — это применение аналитических методов (методов расчета) и методов статистического моделирования. Каждый из указанных трех путей имеет свои преимущества и недостатки, свои области эффективного применения.

Аналитические методы дают возможность оценивать надежность изделия, проводить сравнение различных вариантов его выполнения, находить оптимальные (или близкие к оптимальным) решения на самых ранних этапах разработки и проектирования, когда изделие существует еще только на бумаге. В этом состоит существенное преимущество этой группы методов оценки надежности.

Еще одним преимуществом является то, что решения в принципе могут быть получены в виде аналитических выражений, позволяющих вести исследование влияния различных факторов и находить оптимальные решения в общем виде.

Необходимыми исходными данными при аналитическом исследовании надежности изделия являются сведения о надежности его элементов. От достоверности этих данных зависит качество получаемых результатов. Для изделий со сложной структурой применение аналитических методов во многих случаях приводит к большим вычислительным трудностям.

К аналитическим методам — по постановке задачи — близки методы статистического моделирования. Сходство в том, что и те, и другие методы требуют наличия данных о надежности элементов системы. Однако способы получения результатов совершенно различны. Методы статистического моделирования сводятся к разработке и исследованию функционирования статистической модели исследуемого изделия. Таким путем удается получать оценки надежности изделий с весьма сложной структурой, не поддающихся аналитическому исследованию, при ограниченных затратах средств и времени. Положительным свойством методов статистического моделирования является также то, что в процессе исследования могут определяться не только чисто надежностные характеристики и показатели, но и показатели эффективности. Основной недостаток этой группы методов состоит в том, что результаты решения представляются не в виде аналитических выражений, отображающих влияние различных факторов, а в виде численных оценок.

Экспериментальные методы оценки надежности изделий играют особую роль, так как, с одной стороны, они являются по сути единственным источником получения исходных данных о надежности изделий, используемых в качестве элементов при построении изделий более сложных, данных, необходимых для аналитического исследования или исследования путем статистического моделирования. С другой стороны, эксперимент в подавляющем большинстве случаев был и остается основным способом определения или подтверждения уровня надежности серийно выпускаемых изделий.

В отличие от рассмотренных выше двух групп методов экспериментальные методы не требуют никаких сведений о надежности элементов изделия. Мало того, экспериментальная оценка надежности изделия в целом позволяет получить некоторые данные и о надежности входящих в его состав элементов в реальных условиях эксплуатации.

Особенностью экспериментального пути является то, что он предполагает наличие некоторого количества образцов исследуемого изделия. Причем, это должны быть действующие образцы, удовлетворяющие всем техническим условиям. Проведение оценки надежности неизбежно связано с определенным (иногда весьма значительным) расходом ресурса испытываемых образцов.

Экспериментальная оценка надежности изделий может реализовываться двумя способами — организацией специальных испытаний или сбором статистических данных о работе изделия в условиях нормальной или подконтрольной эксплуатации.

Порядок проведения эксперимента в этих двух случаях существенно различен. Обработка накопленных данных производится по одним и тем же формулам. Ниже рассматриваются в основном вопросы экспериментальной оценки надежности изделий путем проведения специальных испытаний. Полученные результаты в значительной части могут быть использованы и в случае экспериментальной оценки надежности путем сбора эксплуатационной статистики (в частности, рекомендации по обработке статистических данных).

Выше уже указывалось, что испытания на надежность являются обязательным этапом в разработке и серийном выпуске любых изделий. В связи с этим чрезвычайную важность приобретает разработка унифицированных методов решения задач, возникающих при проведении таких испытаний. Нетрудно видеть, что́ могут дать разработка и широкое внедрение в практику единых инженерных методик, охватывающих все основные вопросы испытаний на надежность. Во-первых, отпадает необходимость для инженерно-технических работников предприятий, занимающихся разработкой и серийным выпуском изделий, в освоении специфического математического аппарата, лежащего в основе современных методов испытаний. Это способно сократить большие затраты времени. Во-вторых, испытания будут проводиться с использованием наилучших (наиболее эффективных) методов, что приведет к экономии затрат времени, средств и ресурса изделий. Наконец, в-третьих, будут обеспечены необходимые достоверность и точность и полная сопоставимость данных о надежности, приводимых в технической документации на изделия самого различного назначения, разрабатываемые и выпускаемые различными предприятиями.

В связи с этим в последние годы большие усилия целого ряда организаций были направлены на создание научных основ и разработку унифицированных инженерных методов планирования и проведения испытаний на надежность. На основе результатов этих работ создан ряд нормативно-технических и методических документов (ГОСТ [11], РТМ [47, 48]).

Унифицированные методы испытаний на надежность основаны на следующих трех основных положениях. Во-первых, принятие гипотез о полном восстановлении надежностных свойств восстанавливаемого изделия после ремонта и об идентичности надежностных свойств всех образцов партии (что позволяет создать единые методы испытаний для восстанавливаемых и невосстанавливаемых изделий). Во-вторых, общность способов количественного описания одной и той же составляющей надежности различных изделий. В-третьих, общность подхода к оценке показателей различных составляющих надежности. Очевидно, что если речь идет об оценке, например, среднего времени безотказной работы и среднего ресурса изделий, то с точки зрения математического аппарата эти две задачи совершенно идентичны — в обоих случаях необходимо получить оценку математического ожидания некоторой случайной величины, имеющей размерность времени. Все это показывает, что математическая сторона испытаний на надежность весьма широкого класса изделий имеет очень много общего, что позволяет охватить ограниченным числом методов широкий круг задач испытаний на надежность.

Во всяких испытаниях на надежность всегда можно выделить три стадии — планирование испытаний, проведение их (накопление необходимых статистических данных — **непосредственных результатов** испытаний), обработка непосредственных результатов с целью получения искомых данных или заключений. Каждая из этих стадий требует решения определенных задач и, соответственно, своей методики.

В соответствии с этим основными задачами теории при создании унифицированных инженерных методик испытаний можно считать:

1) установление единых количественных показателей качества (точности и достоверности) получаемых результатов;

2) разработку эффективных методов проведения испытаний для оценки каждого из используемых показателей надежности;

3) разработку методов планирования испытаний для обеспечения заданных требований к качеству получаемых результатов;

4) разработку методов обработки непосредственных результатов испытаний.

Существует, как известно, два вида испытаний на надежность — контрольные и определительные испытания, существенно различающиеся по постановке задачи, по искомым результатам, по методам проведения.

Основной целью контрольных испытаний, как известно [20], является выяснение вопроса о том, удовлетворяет ли рассматриваемая партия образцов изделия техническим требованиям на надежность или нет.

Определительные испытания проводятся для установления фактических показателей надежности вновь разрабатываемых и модернизируемых изделий. Результаты определительных испытаний служат основанием для внесения показателей надежности в техническую документацию на изделия. Они могут использоваться также для выявления ненадежных элементов и схемно-конструктивных недоработок в изделии, для разработки рекомендаций по повышению надежности, установления групп по надежности, уточнения режима и параметров технического обслуживания, объема и состава ЗИП и т. п.

Глава III

ОБЩИЕ ПОЛОЖЕНИЯ ОПРЕДЕЛИТЕЛЬНЫХ ИСПЫТАНИЙ НА НАДЕЖНОСТЬ

§ 11. ТОЧНОСТЬ И ДОСТОВЕРНОСТЬ СТАТИСТИЧЕСКОЙ ОЦЕНКИ ПОКАЗАТЕЛЕЙ НАДЕЖНОСТИ

Прежде чем говорить о методах планирования, проведения и обработки результатов определительных испытаний на надежность, необходимо условиться относительно тех количественных показателей, которыми будет характеризоваться качество получаемых оценок искомых показателей надежности.

Показатели надежности, как было показано в главе II, представляют собой числовые характеристики случайных величин T, $T_в$, $T_с$ и $T_д$ или их комбинации. Как следует из материалов главы I, основными показателями качества статистической оценки таких характеристик являются точность и достоверность.

Общепринятым количественным показателем достоверности оценки числовых характеристик (а значит, и показателей надежности) является доверительная вероятность. Причем, ввиду того, что очень часто принимается условие симметричности доверительного интервала (равенство односторонних доверительных вероятностей по верхней и по нижней доверительным границам), в качестве количественной меры достоверности оценки можно принять одно значение односторонней доверительной вероятности

$$Q_в = Q_н = Q. \qquad (88)$$

Сложнее обстоит дело с выбором количественной меры точности статистической оценки показателей надежности.

Во всех случаях (т. е. при любом оцениваемом показателе надежности a) количественную меру точности оценки естественно связать с шириной доверительного интервала, т. е. со значениями его границ $a_н$ и $a_в$. Введем понятия абсолютной и относительной доверительных ошибок оценки показателя a по верхней и по нижней границам, определив их следующим образом:

абсолютная доверительная ошибка по верхней границе

$$\Delta_{a_в}=\Delta_в(\hat{a},\ a_в); \qquad (89)$$

абсолютная доверительная ошибка по нижней границе

$$\Delta_{a_н}=\Delta_н(\hat{a},\ a_н); \qquad (90)$$

относительная доверительная ошибка по верхней границе

$$\delta_{a_в}=\frac{\Delta_{a_в}}{\psi(\hat{a})}; \qquad (91)$$

относительная доверительная ошибка по нижней границе

$$\delta_{a_н}=\frac{\Delta_{a_н}}{\psi(\hat{a})}. \qquad (92)$$

Здесь $\Delta_в(\hat{a},\ a_в)$ и $\Delta_н(\hat{a},\ a_н)$ — монотонные (в рамках условий $a_в>\hat{a}$ и $a_н<\hat{a}$) функции точечной оценки и границ доверительного интервала; $\psi(\hat{a})$ — монотонная возрастающая функция точечной оценки $\hat{a}$. Функции $\Delta_в$, $\Delta_н$ и ψ должны выбираться в зависимости от конкретного физического смысла оцениваемого показателя надежности a.

Величины $\delta_{a_в}$ и $\delta_{a_н}$ могут использоваться в качестве количественной меры точности статистической оценки показателя a. В общем случае доверительный интервал $(a_н,\ a_в)$ несимметричен относительно точечной оценки $\hat{a}$; соответственно могут быть неравны и величины ошибок $\delta_{a_н}$ и $\delta_{a_в}$. Поэтому в качестве количественной меры точности следует выбрать одну из этих величин.

Исходя из того, что помимо точечной оценки с практической точки зрения более важна граница возможных худших значений оцениваемого показателя надежности a, принято [11, 47] использовать в качестве количественной меры точности:

величину $\delta_{a_н}$ в случае, если a является позитивным показателем надежности;

величину $\delta_{a_в}$ в случае, если a является негативным показателем.

Бо́льшие значения относительной доверительной ошибки соответствуют, очевидно, меньшей точности оценки показателя надежности. Поэтому наряду с относительной доверительной ошибкой в качестве количественной меры точности можно использовать также обратную ей величину:

$$A_{a_н} = \frac{1}{\delta_{a_н}} \tag{93}$$

для позитивных показателей и

$$A_{a_в} = \frac{1}{\delta_{a_в}} \tag{94}$$

для негативных.

Обратимся теперь к вопросу о выборе функций $\Delta_н$, $\Delta_в$ и ψ для основных используемых показателей надежности.

Напомним (см. § 8), что в качестве количественных показателей надежности (по всем ее составляющим) используются такие числовые характеристики случайных величин T, $T_в$, $T_с$, $T_д$ ($T_{с.с}$ или $T_р$), как:

математическое ожидание[1];

значение интегральной или обратной интегральной функций распределения для фиксированных значений аргумента;

квантиль.

В случаях, когда оцениваемым показателем надежности является математическое ожидание или квантиль некоторой случайной величины, в качестве функции Δ можно принять просто разность

$$\Delta_в = a_в - \hat{a} \text{ или } \Delta_н = \hat{a} - a_н. \tag{95}$$

При этом абсолютная доверительная ошибка представляет собой ширину соответствующей (верхней или нижней) половины доверительного интервала.

Функция ψ в указанных случаях принимается в простейшем виде

$$\psi(\hat{a}) = \hat{a}. \tag{96}$$

---

[1] λ-характеристика, используемая в качестве показателя надежности при экспоненциальном законе распределения, представляет собой, как известно, величину, обратную математическому ожиданию.

В соответствии с (95) и (96) выражения (91) и (92) принимают вид

$$\delta_{a_{\text{в}}} = \frac{a_{\text{в}} - \hat{a}}{\hat{a}} \tag{97}$$

и

$$\delta_{a_{\text{н}}} = \frac{\hat{a} - a_{\text{н}}}{\hat{a}}. \tag{98}$$

Приведем несколько примеров использования введенной количественной меры точности оценки показателей надежности, представляющих собой математическое ожидание или квантиль случайной величины.

1. Проведена оценка среднего времени безотказной работы изделия $\overline{T}$. По результатам испытаний определены точечная оценка $\hat{\overline{T}}$ и доверительные границы $\overline{T}_{\text{н}}$ и $\overline{T}_{\text{в}}$ (соответствующие заданной доверительной вероятности Q). Количественным показателем точности может служить относительная доверительная ошибка, вычисляемая по формуле

$$\delta_{\overline{T}} = \delta_{\overline{T}_{\text{н}}} = \frac{\hat{\overline{T}} - \overline{T}_{\text{н}}}{\hat{\overline{T}}}. \tag{99}$$

2. Оценивается γ—%-ный ресурс изделия ($T_{\text{р}_\gamma}$)—$\left(1 - \frac{\gamma}{100}\right)$ — квантиль распределения $T_{\text{р}}$. В испытаниях определены точечная оценка $\hat{T}_{\text{р}_\gamma}$ и доверительные границы $T_{\text{р}_{\gamma\text{в}}}$ и $T_{\text{р}_{\gamma\text{н}}}$. Точность оценки количественно определяется величиной ошибки

$$\delta_{T_{\text{р}_\gamma}} = \delta_{T_{\text{р}\gamma_{\text{н}}}} = \frac{\hat{T}_{\text{р}_\gamma} - T_{\text{р}_{\gamma\text{н}}}}{\hat{T}_{\text{р}_\gamma}}. \tag{100}$$

3. В результате проведения испытаний для определения среднего времени восстановления получены $\hat{\overline{T}}_{\text{в}}$, $\overline{T}_{\text{в}_\text{в}}$ и $\overline{T}_{\text{в}_\text{н}}$. Учитывая, что $\overline{T}_{\text{в}}$ является негативным показателем надежно-

сти (чем больше $\overline{T}_в$, тем ниже ремонтопригодность), относительная доверительная ошибка оценки $\overline{T}_в$ рассчитывается по формуле

$$\delta_{\overline{T}_в}=\delta_{\overline{T}_{в_в}}=\frac{\overline{T}_{в_в}-\hat{\overline{T}}_в}{\hat{\overline{T}}_в}. \qquad (101)$$

4. Следует остановиться на количественной мере точности оценки λ-характеристики. В соответствии с общим подходом, учитывая, что λ-характеристика является негативным показателем безотказности, для этого случая можно записать

$$\Delta_в\ (\hat{\lambda},\ \lambda_в)=\lambda_в-\hat{\lambda}, \qquad (102)$$

$$\psi\ (\hat{\lambda})=\hat{\lambda} \qquad (103)$$

и

$$\delta_\lambda=\delta_{\lambda_в}=\frac{\lambda_в-\hat{\lambda}}{\hat{\lambda}}. \qquad (104)$$

Если учесть, что между точечными оценками и доверительными границами величин λ и $\overline{T}$ существуют соотношения

$$\hat{\lambda}=\frac{1}{\hat{\overline{T}}};\ \lambda_в=\frac{1}{\overline{T}_н}\ \text{и}\ \lambda_н=\frac{1}{\overline{T}_в}, \qquad (105)$$

нетрудно установить связь между относительными доверительными ошибками оценки λ и $\overline{T}$ (в случае, естественно, экспоненциального распределения T):

$$\delta_\lambda=\frac{\delta_{\overline{T}}}{1-\delta_{\overline{T}}}. \qquad (106)$$

Рассмотрим теперь вопрос о выборе функций $\Delta_н$, $\Delta_в$ и ψ в случае, когда оцениваемый показатель надежности представляет собой значение интегральной или обратной интегральной функций распределения некоторой случайной величины для фиксированного значения аргумента, например, вероятность безотказной работы $p(\tau)$ (в дальнейшем просто p).

Естественным решением рассматриваемого вопроса является принятие для функций $\Delta_н$, $\Delta_в$ и ψ приведенных выше выражений (95) и (96) и вытекающих из них выражений (97) и (98) для относительной доверительной ошибки.

Однако такая простая форма количественной меры точности в случае оценки вероятности p входит в противоречие с интуитивными требованиями к качеству оценки. Это связано, во-первых, с тем, что диапазон возможных значений p — в отличие от значений показателей надежности, представляющих собой математическое ожидание или квантиль,— принципиально ограничен с верхней стороны. Во-вторых, естественным требованием является повышение точности (снижение величины абсолютной ошибки) по мере приближения значения получаемой точечной оценки к единице. Так, например, если точечная оценка равна 0,9, то абсолютная ошибка порядка 0,1 может считаться приемлемой. (При этом $\delta=0,11$) Если же точечная оценка равна 0,999, то абсолютная ошибка величиной 0,1 совершенно неприемлема. Нужно, чтобы абсолютная ошибка была на уровне 0,001.

Рассмотрим, к чему приводит с этой точки зрения принятие выражений (95) — (98). Приняв (96), из (91) или (92) получаем

$$\Delta_p = \delta_p \cdot \hat{p}. \tag{107}$$

Это выражение показывает, что при фиксированном значении δ_p (как обычно и задается требование точности к проводимым испытаниям) величина Δ_p в диапазоне значений $\hat{p}$ от 0,9 до 0,999... практически не изменяется. Соответственно, не выполняется сформулированное выше требование снижения абсолютной доверительной ошибки по мере приближения значения оцениваемой вероятности к единице.

Из сказанного ясно, что для выполнения указанного требования необходимо выбрать другие выражения для Δ и ψ. В [53, 54] предложены следующие выражения для функций Δ и ψ в случае оценки вероятности безотказной работы:

$$\Delta_p = \Delta_{p_н} = \ln\, p_н - \ln\, \hat{p}, \tag{108}$$

$$\psi_p\, (\hat{a}) = \ln\, \hat{p}. \tag{109}$$

При этом относительная доверительная ошибка оценки p равна

$$\delta_p = \delta_{p_н} = \frac{\ln\, p_н - \ln\, \hat{p}}{\ln\, \hat{p}}. \tag{110}$$

Это выражение принято в целом ряде нормативно-технических документов [11, 47], регламентирующих вопросы определительных испытаний на надежность изделий приборостроения.

Рассмотрим, как изменяется величина Δ_p по мере приближения $\hat{p}$ к единице в случае использования выражений (108) — (110). Из (110) получаем

$$p_{\text{н}}=\hat{p}^{(1+\delta_p)} \qquad (111)$$

Подставив (111) в (108), находим

$$\Delta_p=(1-\delta_p)\ln\hat{p}-\ln\hat{p}=-\delta_p\cdot\ln\hat{p}. \qquad (112)$$

Это выражение показывает, что Δ_p резко уменьшается по мере приближения $\hat{p}$ к единице. Для иллюстрации этого приведем зависимость Δ_p от $\hat{p}$ для двух фиксированных значений δ_p ($\delta_p=0{,}1$ и $\delta_p=0{,}3$) — (табл. 3):

Таблица 3

	$\hat{p}$	0,5	0,6	0,7	0,8
$\delta_p=0{,}1$	Δ_p	0,0337	0,3	0,0243	0,0181
$\delta_p=0{,}3$	Δ_p	0,0979	0,0852	0,0713	0,0517

Продолжение

	$\hat{p}$	0,9	0,95	0,99	0,999
$\delta_p=0{,}1$	Δ_p	0,0094	0,0049	0,001	0,0001
$\delta_p=0{,}3$	Δ_p	0,0279	0,0145	0,003	0,0003

Изменение Δ_p с ростом $\hat{p}$ происходит таким образом, что если $\hat{p}$ имеет после запятой m девяток, то Δ_p имеет после запятой m нулей и некоторую константу в $(m+1)$-м разряде. Величина этой константы зависит от принятого значения δ_p, уменьшаясь с уменьшением δ_p. Таким образом, выбором величины δ_p можно регулировать степень дифференциации значений p при сохранении общей тенденции уменьшения Δ_p с ростом $\hat{p}$.

Предлагаемая форма выражений для Δ_p и δ_p имеет еще два существенных преимущества.

1. В случае оценки p у изделий с экспоненциальным распределением T логарифмическая относительная доверительная ошибка оценки p (110) совпадает с линейной относительной доверительной ошибкой оценки λ (104). Действительно, учтя, что для экспоненциального распределения

$$\lambda=-\frac{1}{\tau}\ln p(\tau),$$

получаем

$$\delta_\lambda=\frac{\lambda_{\text{в}}-\hat{\lambda}}{\hat{\lambda}}=\frac{-\frac{1}{\tau}\ln p_{\text{н}}+\frac{1}{\tau}\ln\hat{p}}{-\frac{1}{\tau}\ln\hat{p}}=\frac{\ln p_{\text{н}}-\ln\hat{p}}{\ln\hat{p}}=\delta_p. \qquad (113)$$

Это значит, что проведя оценку p с некоторой заданной величиной ошибки δ_p и пересчитав эту оценку в оценку λ-характеристики, мы получим ту же величину ошибки ($\delta_p=\delta_\lambda$).

2. При больших значениях $\hat{p}$ ($\hat{p}>0{,}9$) относительная ошибка δ_p (110) совпадает с линейной относительной доверительной ошибкой оценки вероятности отказа $q(\tau)=q$. Приняв для $p\to 1$ приближенное равенство $\ln p=1-p$, получаем

$$\delta_p=\frac{\ln p_{\text{н}}-\ln\hat{p}}{\ln\hat{p}}=\frac{(1-p_{\text{н}})-(1-\hat{p})}{1-\hat{p}}=\frac{q_{\text{в}}-\hat{q}}{\hat{q}}=\delta_q. \qquad (114)$$

Это означает, что при использовании выражения (110) в качестве основы для планирования испытаний для оценки p при любом законе распределения T обеспечивается одно и то же значение линейной относительной доверительной ошибки оценки $q(\tau)$ при любых τ, для которых $p(\tau)>0{,}9$.

Эти соображения позволяют считать структуру выражения (110) наиболее удачной в качестве количественной меры точности статистической оценки показателя безотказности p.

Аналогичные формулы должны использоваться для количественной меры точности оценки и таких позитивных показателей надежности, как $F_{\text{в}}(\tau)$, $G_{\text{с}}(\tau)$, $G_{\text{р}}(\tau)$ и $G_{\text{сс}}(\tau)$, каждый из которых, как и $p(\tau)$, ограничен сверху, близок к единице, и к оценке каждого из которых может быть предъявлено требование повышения точности разрешения (снижения величины абсолютной ошибки) по мере приближения значения оцениваемого показателя к единице. Соответственно для $\delta_{F_{\text{в}}}$, $\delta_{G_{\text{с}}}$, $\delta_{G_{\text{р}}}$ и $\delta_{G_{\text{сс}}}$ имеет место соотношение

$$\delta_a = \frac{\ln a_{\text{н}} - \ln \hat{a}}{\ln \hat{a}}. \tag{115}$$

§ 12. ПЛАН И ПРОГРАММА ИСПЫТАНИЙ

Определительные испытания для оценки показателей надежности (даже какого-либо одного показателя) могут проводиться по разным планам [1]. **План испытаний** — это порядок (общая методика, процедура, способ) проведения испытаний. План определяет все основные черты данного способа экспериментальной оценки оцениваемого показателя надежности, сохраняющиеся независимо от конкретного вида испытываемого изделия. Все, что в данном способе проведения испытаний специфично для некоторого конкретного вида изделия, выходит за рамки плана испытаний.

Каждый план имеет некоторое количество (k) параметров (переменных) $\pi_1, \pi_2, \ldots, \pi_k$, для каждого из которых задается диапазон возможных значений, и значения которых должны быть определены до начала испытаний. Набор фиксированных значений параметров плана условимся называть сечением плана.

План испытаний можно считать заданным, если определены:

оцениваемый показатель надежности;

перечень параметров плана;

перечень непосредственных результатов испытаний (достаточная статистика);

процедура (методика, способ) получения непосредственных результатов;

дополнительные условия, определяющие рамки применимости данного плана.

Каждому плану испытаний соответствуют определенная методика планирования (методика выбора сечения плана, удовлетворяющего поставленным требованиям) и способ обработки непосредственных результатов для получения искомой оценки.

Приведем несколько примеров планов испытаний.

1. Оценка вероятности безотказной работы изделия в течение фиксированного интервала времени $(0, \tau)$ — $p(\tau)$ — при произвольном распределении T может быть произведена по следующему плану.

Проводятся m опытов, каждый из которых состоит в испытании одного образца изделия до истечения времени τ, если до этого времени отказ не наступил, или до отказа, если время возникновения отказа $t<\tau$. Фиксируется количество опытов (d), закончившихся отказом.

На основе величин m и d вычисляется точечная оценка $\hat{p}(\tau)$, а также все необходимые показатели точности и достоверности этой оценки [доверительные границы $p_{\text{в}}(\tau)$ и $p_{\text{н}}(\tau)$, соответствующие заданной доверительной вероятности Q; абсолютная и относительная доверительные ошибки].

Приведенное описание полностью характеризует план. Оцениваемый показатель надежности — $p(\tau)$; параметром плана является количество опытов m; достаточной статистикой являются значения m и d. Процедура получения непосредственных результатов ясна из описания; план может применяться совершенно единообразно при произвольных распределениях T.

Для описываемого плана известны методики определения количества опытов m по заданным требованиям к точности и достоверности, а также формулы для вычисления искомых оценок.

Необходимо отметить, что в приведенном описании совершенно не используются какие-либо сведения о конкретном испытываемом изделии. Так, например, ничего не говорится о том, по каким параметрам и характеристикам устанавливается состояние работоспособности или отказа изделия; какие необходимы питающие напряжения, внешние сигналы и нагрузки; каковы условия внешней среды, в которых должно функционировать изделие, и т. д. и т. п. Ничего не говорится также о том, сколько образцов изделия необходимо для проведения испытаний (ясно, что m опытов могут быть проведены и на m образцах и — в пределе — на одном образце при полном восстановлении надежностных свойств образца после ремонта или технического обслуживания). Последнее обстоятельство позволяет, в частности, с равным успехом применять описанный план для оценки безотказности как восстанавливаемых, так и невосстанавливаемых изделий.

Нетрудно видеть также, что этот же план испытаний без всяких изменений может использоваться для оценки любых показателей надежности (не только безотказности), представляющих собой значения прямой или обратной интегральной функции распределения для фиксированных значений времени.

2. Для оценки среднего времени восстановления $T_в$ изделия используется следующий план испытаний.

Проводятся m экспериментов (опытов) по восстановлению работоспособности отказавшего образца изделия. Для каждого опыта отбирается образец в состоянии отказа (отказ может возникнуть естественным путем в процессе нормальной эксплуатации образца или может быть введен искусственно).

Восстановление образцов производится ремонтной бригадой установленной квалификации, снабженной установленным набором приборов, инструментов и запасных деталей.

В каждом опыте замеряется время $t_{в_i}$ от начала ремонта до полного восстановления работоспособности образца. Набор значений $t_{в_1}, t_{в_2}, \ldots, t_{в_m}$ представляет собой непосредственные результаты испытаний. На основе этих данных по известным формулам рассчитывается точечная оценка искомого показателя ремонтопригодности $\hat{T}_в$, а также необходимые показатели точности и достоверности.

Как видим, и это описание плана, давая ясное представление о процедуре проведения испытаний, является в то же время настолько общим, что позволяет применить его к оценке ремонтопригодности любых изделий.

3. При испытаниях на γ%-ный ресурс T_{p_γ} одним из возможных планов может быть следующий.

На испытания ставятся n образцов изделия. Образцы работают в нормальных для изделия условиях эксплуатации; техническое обслуживание и восстановление после отказов производятся в соответствии с инструкцией по эксплуатации. Образцы отключаются по мере достижения обусловленного техническими условиями предельного состояния.

В момент наступления предельного состояния каждого образца фиксируется его ресурс t_{p_i}.

Непосредственными результатами испытаний является набор значений $t_{p_1}, t_{p_2}, \ldots, t_{p\,n}$, которые представляются в виде вариационного ряда $t_{p\,(1)}, t_{p\,(2)}, \ldots, t_{p\,(n)}$, из которого выбираются три члена с номерами k_1, k_2, k_3 $(k_1<k_2<k_3)$. Значения n, k_1, k_2 и k_3 определяются в процессе планирования испытаний.

Эти реализации и принимаются в качестве точечной оценки $(t_{p\,(k_2)}=\hat{T}_{p_\gamma})$, нижней $(t_{p\,(k_1)}=T_{p_{\gamma н}})$ и верхней $(t_{p\,(k_3)}=T_{p_{\gamma в}})$ доверительных границ.

Для проведения испытаний на надежность конкретного изделия составляется специальная п р о г р а м м а и с п ы т аний. Она составляется для каждого оцениваемого показателя надежности отдельно и учитывает специфические особенности изделия и конкретные условия проведения испытаний.

Программа испытаний представляет собой конкретизацию выбранного плана испытаний для данного изделия и данных условий. Программа составляется в результате планирования испытаний, в число основных задач которого входят выбор плана и определение его сечения.

Программа определительных испытаний включает:
оцениваемый показатель надежности;
показатели точности и достоверности оценки;
план испытаний;
значения параметров (сечение) плана (в частности, количество опытов m);
количество образцов, участвующих в испытаниях n;
условия окружающей среды;
необходимое испытательное оборудование, стенды и приборы;
режимы работы и технического обслуживания испытываемых образцов;
процедуру получения непосредственных результатов;
формулы для вычисления искомых показателей;
способ оформления результатов испытаний.

Приведем в качестве примера программу испытаний на одну из составляющих надежности измерительного манометра типа МТК-100.

Программа определительных испытаний на надежность измерительных манометров типа МТ-100

I. Цель испытаний и исходные данные.

Оценивается вероятность безотказной работы манометра за 2000 ч — p (2000 ч).

Требования к точности и достоверности оценки:

$$\delta_{p_{\text{тр}}} = 0{,}3; \quad Q = 0{,}8.$$

Ожидаемое значение вероятности $p_{\text{ож}}$ (2000 ч) $= 0{,}8$.

II. План испытаний и его параметры.

Испытания проводятся по плану I (ГОСТ 13216—74).

Количество опытов, необходимых для обеспечения заданных требований к точности и достоверности, полученное в результате планирования испытаний в соответствии с РТМ НРО.048, составляет 42.

Для испытаний выделяется 21 образец изделия, на каждом из которых проводятся два опыта; предельная длительность одного опыта — 2000 ч. Если отказ образца обнаруживается до истечения 2000 ч., опыт заканчивается.

При переходе ко второму опыту на одном и том же образце производится восстановление его работоспособности (если в предыдущем опыте был зафиксирован отказ) или техническое обслуживание, обеспечивающее полное восстановление его надежностных свойств, (если в предыдущем опыте отказа не было).

По окончании всех m опытов подсчитывается общее число зафиксированных отказов d.

III. Методика и режимы проведения испытаний

1. Контролируемым параметром, по которому определяется отказ прибора, является основная погрешность.

Отказом является выход основной погрешности за пределы, установленные ТУ.

2. Испытания проводятся в лабораторных условиях.

3. В течение всего времени испытаний приборы находятся под воздействием статического рабочего давления.

4. В каждом опыте приборы подвергаются воздействию 4000 циклов переменного давления, изменяющегося от 20—30% до 70—80% предела измерения.

5. Проверка состояния испытываемого образца (проверка соответствия контролируемого параметра требованиям ТУ) проводится:

перед началом испытаний;

еженедельно в процессе испытаний;

после воздействия переменного давления.

Перед началом испытаний, после устранения отказа и после замены контрольных средств проверку контролируемых параметров проводят три раза. Одна проверка следует за другой с минимальным промежутком времени.

За значение контролируемого параметра принимается среднее арифметическое трех полученных значений.

6. При обнаружении отказа необходимо:

а) проверить схему измерений;

б) проверить контрольные приборы;

в) убедиться в правильности действий персонала;

г) провести повторную проверку.

Если проверка по пунктам *а—г* показала, что отказ имел место, необходимо по возможности выяснить причины отказа.

7. При испытаниях ведется специальный журнал. В журнале испытаний ежесуточно должны фиксироваться:

температура и влажность воздуха (перед началом и по окончании рабочей смены);

наработка всех испытываемых образцов в течение рабочей смены;

показания испытываемых образцов при проверках (если проверки проводились в течение рабочей смены) и результаты этих проверок (фиксация состояния — работоспособности или отказа образца);

содержание технического обслуживания испытываемых образцов (если оно проводилось в течение рабочей смены).

IV. Обработка и оформление результатов испытаний

1. По результатам испытаний — числу опытов m и количеству зафиксированных отказов d — определяются:

точечная оценка вероятности безотказной работы по формуле

$$\hat{p}(\tau)=1-\frac{d}{m};$$

нижняя и верхняя доверительные границы оценки $p_н(\tau)$ и $p_в(\tau)$ — по таблице, соответствующей заданной доверительной вероятности $Q=0,8$ (РТМ НРО.048);

относительная доверительная ошибка, полученная в эксперименте, — по формуле

$$\delta_{p_{эксп}}=\frac{\ln p_н(\tau)-\ln\hat{p}(\tau)}{\ln\hat{p}(\tau)}.$$

2. В случае, когда $\delta_{p_{экспер}}\leqslant\delta_{p_{тр}}$ испытания считаются законченными.

Если $\delta_{p_{экспер}}>\delta_{p_{тр}}$ т. е. требования к точности оценки безотказности не выполняются, должно быть проведено новое планирование испытаний в расчете на ожидаемое значение $\hat{p}_{ож}(\tau)=\hat{p}(\tau)$. При этом получится новое значение $m'>42$. Далее должны быть проведены дополнительные испытания по тому же плану I с числом опытов $m''=m'-42$, по окончании которых подсчитывается общее количество отказов, зафиксированных за все время испытаний.

Обработка результирующих данных производится описанным выше образом.

3. По окончании испытаний составляется акт, в котором указываются полученные результаты:

$$\hat{p}\,(2000\ ч),\ p_н\,(2000\ ч),\ p_в\,(2000\ ч)\ и\ \delta_p.$$

§ 13. ОБЩАЯ МЕТОДИКА ОПТИМАЛЬНОГО ПЛАНИРОВАНИЯ ОПРЕДЕЛИТЕЛЬНЫХ ИСПЫТАНИЙ

Как уже указывалось выше (§ 10), при построении унифицированной инженерной методики испытаний на некоторый показатель надежности должны быть решены три основные задачи — должны быть разработаны методы планирования, проведения и обработки непосредственных результатов испытаний.

Решение второй задачи (проведение испытаний) предполагает выявление всех возможных планов испытаний для оценки данного показателя надежности, их четкого описания с указанием положительных и отрицательных сторон и рекомендаций по их применению в различных условиях. В литературе (см., например, [1]) описано большое количество различных планов, так что здесь остается лишь свести их в единую систему и описать с единых позиций.

Достаточно много внимания уделено в имеющейся литературе вопросам обработки непосредственных результатов испытаний по различным планам [1, 9, 12, 62]. Таким образом, решение третьей из перечисленных задач также не представляет значительных трудностей.

Значительно слабее разработаны вопросы планирования испытаний на надежность. Между тем, очевидно, что в инженерной практике рациональное планирование испытаний, позволяющее заранее, еще до начала испытаний определить их объем, продолжительность, стоимость и т. п., обеспечивающие требуемое качество получаемых результатов, чрезвычайно важно. Остановимся на этом вопросе подробнее.

Планирование испытаний для оценки некоторого показателя надежности (a) изделия сводится к решению трех вопросов:

1) выбор плана испытаний;
2) определение конкретных значений его параметров (выбор сечения плана);
3) разработка программы испытаний.

Решение первых двух вопросов должно обеспечить выполнение заданных требований к качеству получаемой оценки показателя надежности. Такими требованиями (в соответствии с материалами предыдущих параграфов) являются доверительная вероятность и относительная доверительная ошибка δ_a. В некоторых случаях для однозначного решения задачи планирования этих исходных данных оказывается недостаточно. В связи с этим приходится накладывать те или иные дополнительные условия, т. е. вводить дополнительные критерии для сравнения и выбора планов и их сечений (об этих критериях будет сказано ниже).

Рассмотрим сперва вопрос выбора сечения плана.

Уравнения планирования определительных испытаний по данному плану — это уравнения, связывающие параметры плана $\pi_1, \pi_2, \ldots, \pi_k$ с заданными величинами Q и δ_a. Как известно (см. § 5), для данного плана испытаний при фиксированных значениях параметров существует жесткая связь между доверительными границами и доверительными вероятностями. При изменении параметров плана эта связь изменяется. В общем виде связь между $a_н$ и $a_в$ и односторонней доверительной вероятностью Q может быть выражена уравнениями

$$\xi_н\,(a_н, \pi_1, \pi_2, \ldots, \pi_k) = Q \tag{116}$$

и

$$\xi_в\,(a_в, \pi_1, \pi_2, \ldots, \pi_k) = Q. \tag{117}$$

В соответствии с (89) — (92) доверительная граница $a_н$ (или $a_в$) всегда может быть выражена через $\hat{a}$ и $\delta_{a_н}$ (или $\delta_{a_в}$), т. е.

$$a_н = \psi_н\,(\hat{a}, \delta_{a_н}), \tag{118}$$

$$a_в = \psi_в\,(\hat{a}, \delta_{a_в}). \tag{119}$$

Это позволяет переписать (116) и (117) в виде

$$\varphi_н\,(\hat{a}, \delta_{a_н}, \pi_1, \pi_2, \ldots, \pi_k) = Q \tag{120}$$

и

$$\varphi_в\,(\hat{a}, \delta_{a_н}, \pi_1, \pi_2, \ldots, \pi_k) = Q. \tag{121}$$

Уравнения (120) и (121) при заданных Q и δ_a могут служить основой для определения параметров плана (в случаях, когда оцениваемый показатель надежности a является позитивным, используется первая формула; когда a есть негативный показатель — вторая). Таким образом, для определения сечения плана мы имеем одно уравнение с k неизвестными.

Очевидно, что в случае $k=1$ (план имеет только один параметр) уравнение планирования имеет единственное решение.

В случае $k>1$ решение этого уравнения неоднозначно. Для того, чтобы выбрать из множества возможных решений (множества возможных сечений плана, удовлетворяющих поставленным требованиям к точности и достоверности) единственное, необходим некоторый дополнительный критерий.

Существует целый ряд показателей, характеризующих эффективность конкретной методики проведения испытаний и могущих служить основой для построения необходимого критерия. К ним относятся, например, календарная продолжительность испытаний, количество необходимых для проведения испытаний образцов изделий, и т. п. В различных условиях — в зависимости от оцениваемой составляющей надежности, от конкретных («местных») условий проведения испытаний — наиболее подходящим может оказаться любой из этих показателей. Не останавливаясь на выборе этого показателя для этих возможных случаев (при испытаниях на различные составляющие надежности), введем для него обозначение ν и сформулируем критерий оптимизации всех решений по планированию испытаний в виде

$$\nu \to \min. \tag{122}$$

Очевидно, что значение ν в конкретных испытаниях является функцией значений параметров плана и истинной надежности испытываемого изделия ($a_и$), т. е.

$$\nu = \nu\,(\pi_1, \pi_2, \ldots, \pi_k, a_и). \tag{123}$$

Это позволяет записать следующую систему выражений для определения оптимального сечения выбранного плана испытаний:

$$\begin{cases} \varphi(\hat{a}, \delta_a, \pi_1, \pi_2, \ldots, \pi_k) = Q, \\ \nu(\pi_1, \pi_2, \ldots, \pi_k, a_\text{н}) \to \min. \end{cases} \qquad (124)$$

Очевидно, что введение критерия (122) обеспечивает единственность решения задачи выбора сечения плана при любом значении k.

К этому следует добавить следующее замечание. В момент планирования испытаний две величины, входящие в (124),— $\hat{a}$ и $a_\text{н}$ — неизвестны. Это значит, что строго задача определения оптимального [в смысле критерия (112)] сечения плана решена быть не может. Из этого можно было бы сделать вывод о нецелесообразности планирования определительных испытаний. Такое решение было бы, конечно, неверным. Если не точное, то хотя бы приближенное планирование испытаний необходимо. В связи с этим при планировании определительных испытаний принимается некоторое ожидаемое значение оцениваемого показателя $a_\text{ож}$, которое может быть подставлено в первое выражение системы (124) вместо $\hat{a}$ и во второе — вместо $a_\text{н}$. Тогда эта система принимает вид

$$\begin{cases} \varphi(a_\text{ож}, \delta_a, \pi_1, \pi_2, \ldots, \pi_k) = Q, \\ \nu(\pi_1, \pi_2, \ldots, \pi_k, a_\text{ож}) \to \min. \end{cases} \qquad (125)$$

Естественно возникает вопрос о том, каким образом следует выбирать значение $a_\text{ож}$. Выбор $a_\text{ож}$ может осуществляться на основе данных расчета надежности рассматриваемого изделия, имеющихся эксплуатационных данных или данных испытаний аналогичных изделий, выпускавшихся ранее и близких по принципам действия, структуре, конструктивному и технологическому исполнению и условиям применения к испытываемому изделию, на основе требований к надежности изделия и т. д.

Система выражений (125) представляет собой наиболее общую модель выбора оптимального сечения плана испытаний; она может использоваться при планировании испытаний по любым планам и для любых показателей надежности. Необходимо только уточнить физический смысл обобщенного показателя эффективности испытаний — ν в случаях исследования различных составляющих надежности.

В случаях испытаний на безотказность и долговечность, когда основной режим — это нормальное функционирование изделия, одной из наиболее общих и показательных характеристик испытаний является суммарная наработка в процессе испытаний всех испытываемых образцов t_Σ (суммарный расход ресурса изделия, затрачиваемый на испытания). Величина t_Σ непосредственно связана со стоимостью испытаний, поскольку ей пропорциональны расход энергии, расход ЗИП, затраты рабочего времени и т. п. В связи с этим величина t_Σ принимается в качестве основного показателя качества конкретной методики испытаний на безотказность и долговечность, используемого для сравнения и оптимизации методик. Это зафиксировано в целом ряде нормативно-технических документов [11, 47].

При испытаниях на ремонтопригодность, когда наблюдения ведутся за процессом восстановления работоспособности образцов изделия, в качестве основной характеристики испытаний естественно принять суммарное время работы ремонтных бригад $t_{\Sigma_\text{рем}}$. В испытаниях на сохраняемость — суммарное время хранения всех образцов, участвующих в испытаниях, $t_{\Sigma_\text{хр}}$.

Нетрудно видеть, что все три величины — t_Σ, $t_{\Sigma_\text{рем}}$ и $t_{\Sigma_\text{хр}}$ (даже при фиксированных значениях параметров плана) в конкретных испытаниях случайны. В связи с этим в качестве численной меры показателя эффективности испытаний следует принять математическое ожидание соответствующей случайной величины.

Таким образом, обобщенный критерий (122) в случае испытаний на безотказность и долговечность принимает вид

$$\nu = \overline{t}_\Sigma \to \min; \qquad (126)$$

в случае испытаний на ремонтопригодность —

$$\nu = \overline{t}_{\Sigma_\text{рем}} \to \min; \qquad (127)$$

в случае испытаний на сохраняемость —

$$\nu = \overline{t}_{\Sigma_\text{хр}} \to \min. \qquad (128)$$

Вернемся теперь к вопросу о выборе плана испытаний (из множества различных планов, пригодных для оценки данного показателя надежности). Очевидно, что при решении этого вопроса должны сравниваться оптимальные сечения планов. Критерием сравнения этих сечений должен служить сформулированный выше критерий (122).

Таким образом, процедуру решения первых двух вопросов оптимального планирования определительных испытаний можно сформулировать следующим образом:

1. Составляется перечень возможных планов испытаний для оценки рассматриваемого показателя надежности.

2. На основе системы выражений (125) определяются оптимальные сечения для всех планов указанного перечня.

3. Производится сравнение оптимальных сечений по к...терию (122) и выбирается план, оптимальное сечение кото...го обеспечивает минимум величины ν.

Следует сказать, что планы определительных испытан... на надежность чаще всего бывают однопараметрическими, ... связи с чем для планирования испытаний мы имеем урав...ние вида

$$\varphi\ (a_{\text{ож}},\ \delta_a,\ \pi_1)=Q, \qquad (129$$

имеющее единственное решение относительно π_1. При эт... задача поиска оптимального [в смысле введенного критер... (122)] сечения плана не возникает.

В то же время особый интерес представляют планы и...пытаний, имеющие более одного параметра ($k>1$). Есте...венно ожидать (и это подтверждается целым рядом рассмо...ренных примеров), что решения, полученные в соответств... с системой (125), при $k>1$ будут лучше (в указанном смы...ле) решений, вытекающих из (129). Можно также высказа... гипотезу о том, что эффективность планов в общем случ... растет с ростом k.

В заключение сделаем еще одно замечание.

В основу изложенной выше общей методики планирован... определительных испытаний положен критерий (122), в к...тором используется обобщенный показатель эффективнос... испытаний ν.

Одной из задач планирования испытаний следует счита... также определение ожидаемого (среднего) значения велич...ны ν в планируемых испытаниях. В последующих глав... предложены формулы для расчета этой величины в разли...ных планах испытаний.

§ 14. ВЫБОР ТРЕБОВАНИЙ К ТОЧНОСТИ И ДОСТОВЕРНОСТИ; РЕКОМЕНДАЦИИ К СОСТАВЛЕНИЮ ПРОГРАММЫ ИСПЫТАНИЙ

Основным документом, в соответствии с которым прово...дятся испытания на надежность конкретного изделия, явл...ется программа испытаний. Поэтому составление програм... является конечной целью планирования.

В процессе разработки программы испытаний для ко...кретного изделия можно выделить три основных этапа:

1) выбор требований к точности и достоверности;
2) планирование (выбор плана и его сечения);
3) составление программы.

В этом перечне в настоящее время только для второго этапа имеется четкий алгоритм решения, базирующийся на описанной выше общей методике планирования определительных испытаний и доведенный до инженерных рекомендаций. Для первого и третьего этапов пока таких рекомендаций нет и принятие решений производится на основе опыта разработчика[1].

Осуществление перечисленных трех этапов не может быть выполнено полностью и однозначно в указанной последовательности и производится, как правило, путем последовательных приближений, с неоднократным возвращением к уже пройденным этапам. Дело в том, что решения, принимаемые на первом этапе, очень сильно влияют на параметры плана испытаний, на объем необходимых статистических данных, на величину затрат труда, времени, ресурса изделия, общую продолжительность и стоимость испытаний. Но выявляются эти технико-экономические характеристики лишь на втором (частично) и, главным образом, на третьем этапе испытаний — при составлении программы. Лишь на основе анализа составленной программы можно определить, во что обойдутся (в смысле указанных затрат) испытания, обеспечивающие выполнение выбранных на первом этапе требований.

Окончательный вариант требований к точности и достоверности оценки искомых показателей всегда представляет собой компромисс между стремлениями получить высококачественную оценку и снизить затраты всех видов на проведение испытаний. При этом должны учитываться специфические особенности испытываемого изделия (назначение, типичные условия эксплуатации, стоимость часа эксплуатации), условия производства (объем партии), возможности испытательной базы и целый ряд других факторов.

В связи с этим нормативные документы, вводящие рассмотренные в § 11 количественные показатели точности и до-

---

[1] Для выбора требований к точности и достоверности оценки показателей надежности в принципе можно разработать подход, обеспечивающий однозначность и оптимальность (в некотором смысле) принимаемого решения. В основу такого подхода, по-видимому, нужно положить экономический критерий. С одной стороны, снижение указанных требований приводит к убыткам, связанным с возможными ошибками при оценке уровня надежности изделия. Повышение этих требований, с другой стороны, увеличивает стоимость испытаний. Оптимальным можно считать уровень требований, минимизирующий сумму потерь от возможных ошибок оценки и затрат на проведение испытаний. Если второе слагаемое может быть определено относительно легко, то определить первое слагаемое практически невозможно. Этим и объясняется отсутствие методов определения экономически обоснованных требований к точности и достоверности оценки показателей надежности.

стоверности оценки надежности [11, 47], не устанавливают однозначно нормы на значения этих показателей. Предполагается, что окончательный выбор значений показателей точности и достоверности производится в процессе разработки конкретной программы испытаний.

С целью ввести этот выбор в определенные рамки, по возможности унифицировать порядок выбора, а также упростить сопоставление результатов, полученных при испытаниях различных изделий, в ряде стандартов и РТМ устанавливаются рекомендуемые значения доверительной вероятности ($Q_{рек}$) и относительной доверительной ошибки ($\delta_{рек}$).

Эти рекомендуемые значения могут быть различными для различных классов изделий. Так, для изделий, входящих в Государственную систему приборов и средств автоматизации (ГСП), рекомендуемыми значениями являются $Q=0{,}8$ и $\delta=0{,}3$ [11].

Значения Q и δ однозначно определяют объем необходимых статистических данных (объем и стоимость испытаний). При необходимости изменить (в частности, уменьшить) этот объем рекомендуется использовать соответствующее изменение δ, сохраняя Q на фиксированном уровне 0,8.

Такой подход позволяет, в частности, существенно упростить составление таблиц для планирования и обработки результатов испытаний, поскольку одна из переменных фиксирована.

С учетом сказанного программа испытаний разрабатывается обычно в следующем порядке.

Приняв рекомендуемые значения $Q=Q_{рек}$ и $\delta=\delta_{рек}$, проводят планирование испытаний, составляют ориентировочную программу и определяют ее основные технико-экономические характеристики. По этим характеристикам оценивается возможность практической реализации программы. Если по каким-либо техническим или экономическим соображениям программа оказывается невыполнимой, увеличивают величину δ (т. е. снижают требования к точности). В соответствии с новым значением δ заново производится планирование испытаний и составляется новая программа. Так, путем последовательных приближений находится приемлемый вариант программы, который утверждается всеми заинтересованными сторонами (заказчик, разработчик и изготовитель изделия).

Остановимся еще на одном важном вопросе, возникающем при составлении программы испытаний.

Одним из важнейших параметров, присутствующим почти в каждом плане испытаний, является количество опытов m. Понятие опыта в различных планах испытаний различно; однако чаще всего опыт состоит в испытании одного образца изделия до истечения определенного времени или до достижения этим образцом некоторого характеристического состояния. В описании плана, как правило, не оговаривается, на скольких образцах должны проводиться необходимые m опытов. Количество образцов n устанавливается при составлении программы испытаний.

В случае восстанавливаемых изделий количество опытов m и количество участвующих в испытаниях образцов изделия (n) могут быть неравны ($n\neq m$). Необходимое количество опытов m может быть получено в результате испытания m образцов (когда на каждом образце проводится один опыт) или меньшего количества образцов (когда на всех или на некоторых образцах проводятся несколько опытов). В пределе все m опытов могут быть проведены на одном образце. Таким образом, в наиболее общем случае мы имеем неравенство

$$1\leqslant n\leqslant m.$$

При выборе величины n должны учитываться, с одной стороны, естественное стремление уменьшить количество образцов, участвующих в испытаниях[1], с другой — желание сократить общую (календарную) продолжительность испытаний. При испытаниях на надежность каждый опыт связан с определенными затратами времени (иногда весьма значительными — месяцы и даже годы). В связи с этим уменьшение n по сравнению с m, когда возрастает количество опытов, проводимых последовательно на одном образце, неизбежно приводит к резкому возрастанию общей (календарной) продолжительности испытаний. Исходя из этого, не следует без особой необходимости уменьшать n по сравнению с m. Тем более не следует принимать предельное значение $n=1$. При малых n, помимо увеличения времени испытаний, может проявиться недостаточность предположения о том, что все образцы партии равнонадежны. Это предположение, естественно, идеализирует реальное положение; в действительности надежность всех образцов партии различна. Вероятность ошибочных выводов о надежности партии, связанных с разбросом значений показателей надежности у образцов, отобранных для испытаний, повышается с уменьшением n. Наихудшее положение имеет место при $n=1$, когда испытания на надежность партии изделий сводятся к оценке надежности одного единственного случайно выбранного из партии образца и отождествлении его надежности с надежностью всей партии изделий.

[1] Особенно важно это в тех случаях, когда техническими условиями оговорено, что образцы, частично выработавшие свой ресурс в испытаниях, не могут поставляться заказчику.

Еще одно замечание касается условий, определяющих во
можность повторения опыта на одном и том же образце.

Большинство опытов предполагают возможность возни
новения отказа испытываемого образца (сюда, естественн
не относятся опыты по определению показателей ремонтопр
годности). Если изделие является восстанавливаемым, то н
отказавшем образце в принципе может быть проведен ещ
один опыт. При этом должны соблюдаться определенн
правила; в противном случае могут быть получены неверн
оценки. Если опыт закончился без отказа испытываемого о
разца, то и в этом случае дальнейшее использование это
образца в последующих опытах требует соблюдения опред
ленных правил. Указанные правила сводятся к следующем

Если изделие имеет экспоненциальный закон распредел
ния времени безотказной работы[1] (т. е. изделию свойстве
ны только внезапные отказы, оно является нестареющим)
если в данном опыте отказа образца не было, то испытыва
шийся образец может сразу же включаться в следующ
опыт без какого-либо специального технического обслужив
ния[2].

При любом другом законе распределения T образец, пр
работавший безотказно время одного опыта, не может н
посредственно включаться в следующий опыт. Предварител
но необходимо провести специальное техническое обслужив
ние образца, обеспечивающее полное восстановление его н
дежностных свойств, т. е. полное устранение всех явлен
износа и старения, накопившихся в образце за время уж
проведенных испытаний.

Аналогичные условия должны соблюдаться и в случа
повторного использования образца после возникшего отк
за. Если исследуемое изделие имеет экспоненциальное ра
пределение T, то ремонт образца после отказа сводится
устранению причины отказа и его последствий. Если же ра
пределение T отлично от экспоненциального, то ремонт, п
мимо этого, должен включать также специальные меропри
тия для устранения всех последствий износа и старения.

Основная мысль сказанного сводится к тому, что при мн
гократном использовании в опытах одного и того же образ

---

[1] Необходима уверенность в том, что экспоненциальный закон р
пределения T сохраняется до значений времени, превышающих суммарн
наработку образца во всех опытах, в которых он может принимать у
стие.

[2] Это утверждение, естественно, не касается нормальных регламе
ных работ, предусмотренных инструкцией по эксплуатации изделия. Э
работы должны проводиться с установленной периодичностью независи
от порядкового номера опыта, в котором участвует данный образец.

изделия необходимо обеспечить полное единообразие надежностных свойств образца перед началом каждого опыта.

§ 15. ОБЩАЯ МЕТОДИКА ОБРАБОТКИ НЕПОСРЕДСТВЕННЫХ РЕЗУЛЬТАТОВ ИСПЫТАНИЙ

В последующих главах рассматриваются испытания для оценки всех основных показателей надежности. Наибольшее внимание уделяется оценке показателей безотказности, являющейся основной составляющей надежности широкой номенклатуры промышленных изделий.

Изложение материала по каждому оцениваемому показателю ведется в следующем порядке:

1) описание и краткая характеристика рекомендуемого плана;

2) основные соотношения, лежащие в основе методов планирования испытаний и обработки непосредственных результатов;

3) методика планирования (выбор сечения плана);

4) методика обработки непосредственных результатов;

5) рекомендации по составлению программы;

6) примеры.

Как видим, здесь не рассматриваются вопросы выбора требований к точности и достоверности получаемых результатов. По сути, материал последующих глав отвечает на вопрос о том, как спланировать и провести определительные испытания, чтобы обеспечить выполнение некоторых заданных требований, **если решено, что такие испытания должны быть проведены с указанными требованиями к точности и достоверности оценки.**

Как отмечалось ранее, по окончании эксперимента формируются так называемые непосредственные результаты испытаний. На их основе должны быть определены окончательные результаты, в число которых входят:

точечная оценка искомого показателя $\hat{a}$;

верхняя и нижняя доверительные границы $a_{\text{в}}$ и $a_{\text{н}}$;

относительная доверительная ошибка δ_a.

Соответственно этому методика обработки непосредственных результатов по каждому оцениваемому показателю надежности должна содержать формулы (или таблицы, графики, номограммы) для определения $\hat{a}$, $a_{\text{в}}$, $a_{\text{н}}$ и δ_a.

Общий подход к получению указанных формул (таблиц, графиков, номограмм) состоит в следующем.

Точечная оценка является функцией только непосредственных результатов испытаний $\alpha_1, \alpha_2, \ldots, \alpha_m$. В соответствии с

(62) общее выражение для ее определения можно записать в виде

$$\hat{a}=\Theta\ (\alpha_1,\ \alpha_2,\ .\ .\ .\ ,\alpha_m). \qquad (130)$$

Связь между доверительными границами $a_в$ и $a_н$, доверительной вероятностью Q и непосредственными результатами испытаний в общем виде определяется выражениями (66) и (67), на основании которых можно записать

$$a_в=\Theta_в\ (\alpha_1,\ \alpha_2,\ .\ .\ .\ ,\alpha_m,\ Q) \qquad (131)$$

и

$$a_н=\Theta_н\ (\alpha_1,\ \alpha_2,\ .\ .\ .\ ,\alpha_m,\ Q). \qquad (132)$$

Относительная доверительная ошибка δ_a по найденным значениям $\hat{a}$, $a_в$ или $a_н$ вычисляется с помощью формул, приведенных в § 11.

Глава IV

ОПРЕДЕЛИТЕЛЬНЫЕ ИСПЫТАНИЯ НА БЕЗОТКАЗНОСТЬ

§ 16. ОЦЕНКА $p(\tau)$ ПРИ ПРОИЗВОЛЬНОМ РАСПРЕДЕЛЕНИИ T

Вероятность безотказной работы изделия за фиксированный интервал времени $(0, \tau)$ — $p(\tau)$ — является одним из важнейших показателей надежности. Как следует из материалов § 8, эта вероятность используется для описания свойства безотказности как невосстанавливаемых, так и восстанавливаемых изделий при любых законах распределения времени безотказной работы (T).

Оценка $p(\tau)$ может производиться при использовании различных планов испытаний. Однако почти все эти планы предполагают знание типа закона распределения исследуемого изделия. И только один план свободен от этого условия и, следовательно, является универсальным в том смысле, что позволяет по единой методике проводить статистическую оценку величины $p(\tau)$ для изделий с любыми законами распределения T. Именно этот план испытаний и рассматривается в настоящем параграфе. В целях краткости условимся называть его планом 1 [47][1].

План испытаний. Проводятся m опытов, каждый из которых состоит в испытании одного образца изделия в установленных условиях эксплуатации до истечения времени τ (если до этого времени не возник отказ образца) либо до возникновения отказа (если отказ возник раньше истечения времени τ). Опыты могут проводиться параллельно (одновременно) или последовательно.

Нетрудно видеть, что если в данном опыте зафиксирован отказ в момент времени t_1 $(t_1 < \tau)$, то получена одна реализация времени T, равная t_1. Если же опыт закончен по истече-

---

[1] Согласно классификации планов испытаний, принятой в [1], план 1 имеет обозначения — m, $Б$, τ.

нии времени τ и отказ не зафиксирован, то относительно данной реализации времени T можно лишь утверждать, что она превышает τ.

По окончании всех m опытов фиксируется общее количество наблюденных отказов d. Значения m и d представляют собой непосредственные результаты испытаний, на основе которых определяются все необходимые числовые данные — $\hat{p}(\tau)$, $p_н(\tau)$, $p_в(\tau)$, $\delta_р$.

Следует отметить, что значения полученных d реализаций времени — t_1, $t_2, \ldots, t_d$ — несущие определенную дополнительную информацию о безотказности изделия, не являются необходимыми для оценки показателя безотказности $p(\tau)$; значения m и d являются в данном случае достаточной статистикой.

План 1 является однопараметрическим планом испытаний; параметром является количество опытов m.

Основные соотношения. Точечная оценка искомой вероятности $\hat{p}$[1] связана с непосредственными результатами испытаний выражением

$$\hat{p} = 1 - \frac{d}{m}. \qquad (133)$$

Известно [6, 18], что такая оценочная функция для рассматриваемого случая является несмещенной, состоятельной и эффективной, т. е. отвечает всем требованиям, предъявляемым к оценочным функциям (см. § 5).

В основе методов планирования и обработки непосредственных результатов испытаний лежат следующие выражения, связывающие доверительные границы ($p_в$ и $p_н$) и доверительную вероятность (Q) с непосредственными результатами испытаний (m и d) [6, 18]:

$$\sum_{l=d}^{m} \binom{m}{l} p_в^{\,m-l} (1-p_в)^l = 1 - Q \qquad (134)$$

и

$$\sum_{l=0}^{d} \binom{m}{l} p_н^{\,m-l} (1-p_н)^l = 1 - Q. \qquad (135)$$

Эти выражения вытекают из предположения о том, что число отказов в m опытах подчинено биномиальному распределению. Нетрудно показать [20], что в случае, когда надежностные свойства каждого из участвующих в испытаниях образцов перед началом каждого опыта одинаковы, биномиальная модель распределения числа отказов в m опытах наилучшим образом отображает реальные свойства испытаний на надежность.

[1] Здесь и далее в целях краткости вместо обозначения $p(\tau)$ используется обозначение p.

Решение уравнений (134) и (135) относительно тех или иных входящих в них переменных необходимо как при планировании испытаний, так и при обработке непосредственных результатов. К сожалению, непосредственное решение этих уравнений настолько громоздко, что не может быть рекомендовано в качестве практического способа решения указанных задач. В ряде работ [49, 64 и др.] предложен ряд методов решения уравнений (134) и (135), базирующихся на использовании специальных таблиц. Однако и в этих случаях вычисления, обеспечивающие достаточную точность, громоздки. Кроме того, имеющиеся таблицы, как правило, не охватывают с достаточной полнотой всех практически встречающихся случаев.

Решения уравнений (134) и (135), получены на ЭЦВМ и табулированы. Полученные таблицы в некоторой части повторяют данные таблиц, публиковавшихся ранее [3, 27, 63], однако в целом они охватывают более широкий диапазон значений входящих переменных (Q, m, d, $p_в$, $p_н$).

Строение таблиц следующее. Каждая таблица соответствует одному значению Q; всего таблиц 9 по числу значений Q следующего ряда: 0,65; 0,7; 0,75; 0,8; 0,85; 0,9; 0,95; 0,975 и 0,995. Строки таблицы соответствуют значениям d от 1 до 50; столбцы — значениям m от 1 до 2000. В клетках на пересечениях строк и столбцов указаны значения $p_в$ (сверху) и $p_н$ (снизу), соответствующие решениям уравнений (134) и (135) при данном сочетании значений Q, d и m.

Полный набор таких таблиц приведен в отчете Института автоматики средств автоматизации и систем управления. В приложении 1 приведены две таблицы для значений $Q = 0{,}8$ и 0,9, наиболее часто встречающихся в испытаниях на надежность.

Таким образом, таблицы отображают связь между значениями переменных Q, d, m, $p_в$ и $p_н$, задаваемую уравнениями (134) и (135), и могут использоваться во всех случаях, когда необходимо решение этих уравнений.

Следует подчеркнуть, что к биномиальному распределению сводится целый ряд различных статистических задач, связанных, в частности, с оценкой показателей качества, в связи с чем указанные таблицы находят широкое применение далеко за рамками испытаний на надежность.

Еще одним важным соотношением является выражение для математического ожидания суммарного расхода ресурса изделия в испытаниях ($\overline{t_\Sigma}$) — обобщенного показателя эффективности ν испытаний на безотказность (см. § 13).

Если пренебречь тем обстоятельством, что некоторые из проводимых опытов закончатся до истечения времени τ (в связи с возникновением отказа), то суммарная наработка всех испытываемых образцов в испытаниях по плану 1 оказывается детерминированной и может быть определена с помощью простейшего выражения

$$t_\Sigma = m \cdot \tau. \tag{136}$$

Однако такое допущение приемлемо лишь при условии $p \to 1$. В реальных условиях часть опытов будет продолжаться время, меньшее τ, что должно быть учтено при расчете $\overline{t_\Sigma}$. Пусть истинное значение искомой вероятности равно некоторому значению $p_и(\tau) = p_и$. Тогда можно записать

$$\overline{t_\Sigma} = [p_и\, \tau + (1 - p_и) \cdot \overline{\tau'}] \cdot m, \tag{137}$$

где $\overline{\tau'}$ — средняя продолжительность опытов, заканчивающихся отказом.

Для $\overline{\tau'}$ имеем [29]

$$\overline{\tau'} = \frac{1}{\int\limits_0^\tau f(t)\, dt} \int\limits_0^\tau t f(t) \cdot dt, \tag{138}$$

где $f(t)$ — плотность распределения времени безотказной работы испытываемого изделия.

Подставив (138) в (137) и учтя, что для расчетов на этапе планирования вместо неизвестного $p_и$ используется $p_{ож}$, получаем окончательно

$$\overline{t_\Sigma} = [p_{ож} \cdot \tau + \int\limits_0^\tau t f(t) dt] \cdot m. \tag{139}$$

Как видно из этого выражения, значение $\overline{t_\Sigma}$ может быть рассчитано только в том случае, если принять некоторое ожидаемое значение искомой вероятности ($p_{ож}$) и если известно распределение T хотя бы на интервале $(0, \tau)$. Для общего случая следует лишь подчеркнуть, что при любом распределении T величина $\overline{t_\Sigma}$ пропорциональна m.

Преобразуем (139) для некоторых частных случаев.

При экспоненциальном распределении T функция плотности описывается выражением (19) при $\mu_1 = \lambda = \frac{1}{\overline{T}}$. Подставив (19) в (139), проинтегрировав и произведя несложные преобразования, получаем

$$\overline{t}_\Sigma = (1 - p_{ож}) \cdot m \cdot \overline{T}_{ож}, \tag{140}$$

где

$$\overline{T}_{ож} = -\frac{\tau}{\ln p_{ож}}. \tag{141}$$

В случаях, когда распределение T неизвестно, ориентировочную оценку $\overline{t}_\Sigma$ можно получить, апроксимируя функцию $f(t)$ на интервале $(0, \tau)$ выражениями

$$f(t) = \alpha t \tag{142}$$

или

$$f(t) = \beta. \tag{143}$$

Для определения коэффициентов α и β можно воспользоваться условием

$$\int_0^\tau f(t) \cdot dt = 1 - p_{ож}. \tag{144}$$

Подставив в (144) выражения (142) и (143), проинтегрировав и преобразовав, получаем соответственно

$$\alpha = \frac{2}{\tau^2}(1 - p_{ож}) \tag{145}$$

и

$$\beta = \frac{1}{\tau}(1 - p_{ож}). \tag{146}$$

С учетом (145) выражение (139) для случая (142) приобретает вид

$$\overline{t}_\Sigma = (2 + p_{ож}) \cdot m \cdot \frac{\tau}{3}. \tag{147}$$

Аналогично, с учетом (146) в случае (143) имеем

$$\overline{t}_\Sigma = (1 + p_{ож}) \cdot m \cdot \frac{\tau}{2}. \tag{148}$$

П л а н и р о в а н и е. Планирование испытаний по плану 1 сводится к определению значения единственного параметра — минимального количества опытов m, необходимого для обеспечения заданной достоверности (Q) и точности (δ_p) оценки показателя p, а также ориентировочного значения суммарного расхода ресурса $\overline{t}_\Sigma$.

Ввиду того, что план 1 имеет только один параметр, задача планирования имеет единственное решение (см. § 13), и проблема поиска оптимального сечения плана не возникает.

Поскольку p является позитивным показателем надежности, точность (относительная доверительная ошибка) связывается с нижней доверительной границей и, следовательно, в основу методики планирования должно быть положено выражение (135).

С учетом (133) и (110), откуда следует

$$d=m(1-\hat{p}) \qquad (149)$$

→ nq-

и

$$p_{н}=\hat{p}^{(1-\delta_p)}, \qquad (150)$$

выражение (135) можно переписать в виде

$$\sum_{i=0}^{m(1-\hat{p})} \binom{m}{i} \cdot \hat{p}^{(1+\delta_p)(m-i)} \cdot [1-\hat{p}^{(1+\delta_p)}]^i=1-Q. \qquad (151)$$

Это выражение можно рассматривать как основное уравнение планирования испытаний по плану 1, так как оно связывает величины Q и δ_p, задаваемые в качестве исходных данных, с параметром плана m. Единственное принципиальное затруднение состоит в том, что в (151) входит величина точечной оценки $\hat{p}$, которая в момент планирования испытаний, естественно, неизвестна. Это означает, что при фиксированном значении m достоверность и точность оценки являются функцией результатов испытаний. Или, наоборот, при заданных Q и δ_p от результата испытаний зависит необходимое количество опытов m. Из этого следует, что планирование испытаний по плану 1 по заданным требованиям к точности и достоверности, строго говоря, не может быть выполнено однозначно до начала испытаний.

В то же время предварительное определение необходимого количества опытов, хотя бы приближенно, очень важно с точки зрения практики испытаний. В связи с этим при планировании испытаний следует принять некоторое ожидаемое значение точечной оценки $\hat{p}=p_{ож}$ и использовать его в выражении (151). Это дает возможность ориентировочно определить m.

Естественно возникает вопрос о том, каким образом можно выбирать значение $p_{ож}$. Ясно, что строгих и четких рекомендаций здесь дать нельзя, так как, с одной стороны, если бы было известно истинное значение $p_{и}$, то незачем было бы проводить определительные испытания; с другой стороны, результат статистического эксперимента всегда случаен. Поэтому выбор $p_{\text{ож}}$ должен производиться на базе всей имеющейся априорной информации. В качестве основы для этого могут служить данные расчета; данные испытаний или эксплуатации аналогичных изделий, выпускавшихся ранее и близких по конструкции, назначению, условиям применения; требования, предъявлявшиеся к изделию на этапе разработки, и т. п.

Следует иметь в виду, что при самом тщательном и обоснованном выборе $p_{\text{ож}}$ точечная оценка $\hat{p}$, которая будет получена по результатам испытаний, скорее всего будет отличаться от $p_{\text{ож}}$. При этом и результирующие значения Q и δ_p (или хотя бы одно из них) будут отличаться от заданных. Анализ показывает, что в случае $\hat{p}<p_{\text{ож}}$ при фиксированном значении достоверности точность оценки оказывается выше заданной. Если же $\hat{p}>p_{\text{ож}}$, то поставленные требования к точности не выполняются. В последнем случае для обеспечения заданной точности необходимо провести дополнительное количество опытов Δm так, чтобы общее количество опытов $(m+\Delta m)$ соответствовало полученному в испытаниях значению $\hat{p}$.

Планирование испытаний по плану 1 (т. е. определение m при заданных Q, δ и $p_{\text{ож}}$) может быть выполнено с помощью описанных выше таблиц, моделирующих уравнения (134) и (135). Методика планирования сводится к следующему:

1) рассчитывается нижняя доверительная граница по формуле (150);

2) выбирается таблица, соответствующая заданному значению Q;

3) в таблице отмечаются все клетки, соответствующие значениям m и d, удовлетворяющим равенству

$$\frac{m-d}{m}=p_{\text{ож}}; \qquad (152)$$

4) среди отмеченных находится клетка, в которой указано значение $p_{\text{н}}$, равное или наиболее близкое к значению, рассчитанному в п. 1;

5) столбец, которому принадлежит найденная клетка, определяет необходимое количество опытов m.

Нетрудно видеть, что определяемое таким образом значение m отвечает уравнению (151).

С целью полностью исключить какие бы-то ни было вычисления и максимально упростить процесс планирования, на основе данных таблиц *приложения I* было построено семейство графиков $m=f(p_{ож})$ для различных значений δ_p и Q. В *приложении II* приведены два таких семейства, соответствующие значениям $Q=0{,}8$ и $Q=0{,}9$, и позволяющие очень просто определять необходимое количество опытов m по заданным Q, δ_p и $p_{ож}$. Планирование с помощью графиков не требует пояснений.

Математическое ожидание расхода ресурса изделия на проведение спланированных таким образом испытаний в различных частных случаях рассчитывается по одной из формул (140), (147), (148).

Обработка непосредственных результатов. Обработка результатов испытаний по плану 1 состоит в определении точечной оценки $\hat{p}$, доверительных границ $p_в$ и $p_н$ и относительной доверительной ошибки δ_p по полученным в испытаниях величинам m и d.

С использованием приведенных выше формул и таблиц *приложения I* эта задача решается чрезвычайно просто.

Точечная оценка вычисляется по формуле (133). Доверительные границы определяются по таблицам *приложения I*, дающим непосредственно значения $p_в$ и $p_н$ при входах Q, m и d.

Относительная доверительная ошибка δ_p вычисляется по формуле (110).

Рекомендации к составлению программы испытаний. Показатель $p(\tau)$, как следует из материалов § 8, используется для описания безотказности изделий с любым законом распределения T. В случае экспоненциального распределения $p(\tau)$ является единственным показателем безотказности, при этом организация испытаний по плану 1 не имеет каких-либо особенностей.

Как видно из табл. 1, при нормальном и любых иных распределениях T, а также в тех случаях, когда закон распределения неизвестен, для описания безотказности используются два показателя — $p(\tau_1)$ и $p(\tau_2)$. Соответственно этому в определительных испытаниях должны оцениваться оба показателя, т. е. должны определяться величины $\hat{p}(\tau_1)$, $\hat{p}(\tau_2)$, $p_в(\tau_1)$, $p_н(\tau_1)$, $p_в(\tau_2)$, $p_н(\tau_2)$, δ_{p_1} и δ_{p_2}. При составлении программы испытаний на безотказность это обстоятельство должно быть учтено.

В рассматриваемых случаях определительные испытания на безотказность, по сути, распадаются на две самостоятельные части, в каждой из которых оценивается один из указанных двух показателей и формулируются свои требования к точности и достоверности оценки. Эти две части испытаний могут быть совмещены, что дает возможность сократить общий объем испытаний. Осуществляется это следующим образом.

Планирование производится раздельно для $p(\tau_1)$ и $p(\tau_2)$, в результате чего определяются m_1 и m_2, соответственно. Пусть $\tau_1<\tau_2$ и $m_1>m_2$ [при равных требованиях к точности и достоверности оценки $p(\tau_1)$ и $p(\tau_2)$ ввиду очевидного неравенства $p(\tau_1)>p(\tau_2)$ всегда справедливо $m_1>m_2$]. Программа испытаний составляется в расчете на m_1 опытов (при условии $m_1>m_2$; в случае $m_1<m_2$ в основу кладется число m_2): опыты нумеруются порядковыми числами от 1 до m_1. Затем среди них заранее, до начала испытаний произвольным образом (это можно сделать с помощью таблицы случайных чисел) назначаются m_2 номеров опытов, которые будут участвовать в обеих частях испытаний. В каждом опыте фиксируется состояние образца в момент $t=\tau_1$; после этого продолжаются испытания лишь в тех опытах, которые входят в обе части испытаний; в момент $t=\tau_2$ вновь фиксируется состояние образца, и опыт заканчивается. По окончании всех опытов подсчитывается количество (d_1) опытов, в которых в момент $t=\tau_1$ было зафиксировано состояние отказа образца, и количество опытов (d_2), в которых состояние отказа образца было зафиксировано в момент $t=\tau_2$. Величины m_1 и d_1 рассматриваются как непосредственные результаты первой части испытаний, а m_2 и d_2 — второй.

Нетрудно показать, что получаемые в соответствии с изложенной процедурой результаты являются независимыми, и для них сохраняет справедливость описанный выше способ обработки. Объединение двух частей испытаний существенно сокращает суммарный расход ресурса. Величина этого сокращения зависит от закона распределения T исследуемого изделия.

Пример 1.

Требуется провести определительные испытания изделия для оценки показателя p за 100 ч при следующих исходных данных:

доверительная вероятность $Q=0{,}8$;

относительная доверительная ошибка $\delta_p=0{,}5$;

закон распределения времени безотказной работы — экспоненциальный;

изделия восстанавливаемые;

ожидаемый уровень вероятности безотказной работы за $\tau=100$ ч — $p_{ож}(\tau)=0{,}92$ (получен расчетным путем).

П л а н и р о в а н и е. Испытания проводятся по плану 1 с предельной длительностью одного опыта, равной 100 ч. Для определения необходимого количества опытов m воспользуемся графиком *приложения II*. В соответствии с заданными значениями $Q=0{,}8$ и $\delta_p=0{,}5$ для $p_{ож}(\tau)=0{,}92$ по графику на рис. 1 *приложения II* находим $m=80$. Воспользовавшись формулой (140), рассчитываем

$$\overline{t}_{\Sigma}=7850 \text{ ч}.$$

Проведение испытаний и непосредственные результаты. Допустим, что по условиям производства для испытаний может быть выделено 20 образцов изделия. В соответствии с этим для реализации необходимых 80 опытов на каждом образце должно быть проведено по нескольку опытов.

Пусть при проведении 80 опытов на 20 образцах было получено 6 отказов ($d=6$).

Обработка непосредственных результатов. По формуле (133) вычисляем точечную оценку вероятности безотказной работы за время $\tau=100$ ч

$$\hat{p}(\tau=100)=1-\frac{6}{80}=0{,}925.$$

По табл. 1б *приложения I* (соответствующей $Q=0{,}8$) для $m=80$ и $d=6$ находим верхнюю и нижнюю доверительные границы

$$p_в=0{,}95;\ p_н=0{,}889.$$

В соответствии с формулой (110) рассчитываем относительную доверительную ошибку

$$\delta_p=\frac{\ln 0{,}889-\ln 0{,}925}{\ln 0{,}925}=0{,}5.$$

Как видно из этого результата, требования к достоверности и точности оценки $p(\tau)$ удовлетворены.

Пример 2.

В условиях примера 1 произвести экспериментальную оценку $p(\tau)$ с доверительной вероятностью $Q=0{,}8$ и относительной доверительной ошибкой $\delta_p=0{,}3$.

Планирование. По плану 1 *приложения II* находим $m=165$. (Как видно из этого примера, с ростом требований к точности растет количество необходимых опытов).

По формуле (140) рассчитываем величину $\overline{t}_{\Sigma}=16200$ ч.

Непосредственные результаты. Пусть при проведении 165 опытов на 20 образцах было получено 11 отказов ($d=11$).

Обработка непосредственных результатов. По формуле (133) вычисляем точечную оценку вероятности безотказной работы за время $\tau=100$ ч.

$$\hat{p}(\tau=100)=1-\frac{11}{165}=0{,}933.$$

По таблицам 1 *приложения I* определяем верхнюю и нижнюю доверительные границы, соответствующие $m=165$ и $d=11$,

$$p_в=0{,}949;\ p_н=0{,}913[1].$$

[1] В связи с дискретностью таблицы указанные значения границ найдены путем интерполяции значений, соответствующих $m=160$ и $m=170$.

По формуле (110) определяем относительную доверительную ошибку

$$\delta_p = \frac{\ln 0,913 - \ln 0,933}{\ln 0,933} = 0,27.$$

Как видим, полученная точность ниже требуемой. Это объясняется тем, что полученная в эксперименте точечная оценка выше ожидаемой.

Для достижения требуемой точности необходимо провести дополнительно некоторое количество опытов Δm. Определим Δm.

Приняв $p_{ож} = \hat{p} = 0,933$ по плану 1 *приложения II* для тех же значений $Q = 0,8$ и $\delta_p = 0,3$ находим $m_1 = 200$.

Отсюда $\Delta m = m_1 - m = 200 - 165 = 35$.

Пусть при проведении дополнительных 35 опытов было зафиксировано два отказа ($\Delta d = 2$).

Таким образом,

$$m_\Sigma = m_1 = 200 \text{ и } d_\Sigma = d + \Delta d = 13.$$

В соответствии с этими непосредственными результатами находим

$$\hat{p} = 0,935, \ p_в = 0,9501, \ p_н = 0,9157.$$

Рассчитав по формуле (110) относительную доверительную ошибку, получаем

$$\delta_p = 0,306,$$

что достаточно близко к поставленным требованиям.

На этом испытания можно считать законченными.

§ 17. ИСПЫТАНИЯ ИЗДЕЛИЙ С ЭКСПОНЕНЦИАЛЬНЫМ РАСПРЕДЕЛЕНИЕМ T

Поскольку экспоненциальное распределение является однопараметрическим, для исчерпывающего определения свойства безотказности изделия с экспоненциальным распределением T достаточно получить оценку одного из следующих используемых показателей: $\overline{T}$, λ или $p(\tau)$. Эти показатели используются применительно к невосстанавливаемым изделиям, а в предположении о полном восстановлении свойств изделия после отказа — применительно и к восстанавливаемым изделиям.

Перечисленные показатели связаны между собой соотношением

$$\lambda = \frac{1}{\overline{T}} = -\frac{1}{\tau} \ln p(\tau). \qquad (153)$$

Это позволяет записать соотношения между точечными оценками и доверительными границами показателей безотказности

$$\hat{\lambda} = \frac{1}{\hat{\overline{T}}} = -\frac{1}{\tau} \ln \hat{p}(\tau), \qquad (154)$$

$$\lambda_{в} = \frac{1}{\overline{T}_{н}} = -\frac{1}{\tau} \ln p_{н}(\tau), \qquad (155)$$

$$\lambda_{н} = \frac{1}{\overline{T}_{в}} = -\frac{1}{\tau} \ln p_{в}(\tau). \qquad (156)$$

Относительные доверительные ошибки для рассматриваемых показателей в случае экспоненциального распределения T связаны соотношением

$$\delta_{\lambda} = \delta_{p} = \frac{\delta_{\overline{T}}}{1-\delta_{\overline{T}}}. \qquad (157)$$

Из приведенных выражений видно, что определительные испытания на безотказность изделий с экспоненциальным распределением T могут вестись в расчете на любой из трех указанных численных показателей — оценки двух других показателей могут быть получены путем несложного пересчета.

При постановке задачи определительных испытаний на безотказность в качестве исходных требований должны быть заданы достоверность Q, а также точность оценки. В качестве показателя точности оценки безотказности изделий с экспоненциальным распределением T примем величину $\delta_{\overline{T}}$.

Для оценки безотказности изделий с экспоненциальным распределением T возможны два пути: 1) непосредственная оценка $\overline{T}$ (или λ, поскольку план оценки λ и $\overline{T}$ по сути один и тот же); 2) оценка $p(\tau)$ при произвольно выбранном τ с последующим пересчетом в оценку $\overline{T}$. Каждый из этих двух путей позволяет в принципе выполнить поставленные требования к качеству получаемой оценки.

Второй путь, сводящийся к испытаниям по плану 1, подробно рассмотрен в § 16. Особенность планирования испытаний в данном случае состоит в том, что для определения числа опытов m необходимо принять некоторое ожидаемое значение $\overline{T}_{ож}$, затем выбрать расчетное время τ и рассчитать $p_{ож}(\tau)$ по формуле

$$p_{ож}(\tau) = e^{-\frac{1}{\overline{T}_{ож}}\tau}. \qquad (158)$$

После этого необходимое значение m может быть определено по методике, изложенной в § 16. По непосредственным результатам испытаний m и d определяются $\hat{p}(\tau)$, $p_в(\tau)$, $p_н(\tau)$ и δ_p, которые затем пересчитываются в оценку $\overline{T}$ в соответствии с формулами (154), (155), (156) и (157). Важным вопросом здесь является выбор τ, поскольку это вводит еще один параметр плана, что создает условия для поиска оптимального сечения по критерию (126). Этот вопрос будет рассмотрен в следующем параграфе.

В настоящем параграфе рассматривается план испытаний для непосредственной оценки $\overline{T}$, получивший название план 2 [47]. Как уже указывалось выше, этот план по сути полностью пригоден и для оценки λ.

П л а н и с п ы т а н и й. Испытывается произвольное количество n образцов изделия. Если изделие является восстанавливаемым, то отдельные образцы после возникшего отказа могут восстанавливаться и вновь включаться в испытания. В процессе испытаний разные образцы могут проработать разное время; на разных образцах могут наблюдаться разные количества отказов; некоторые образцы за время испытаний могут не иметь ни одного отказа.

Испытания прерываются в произвольный момент времени, после чего подсчитываются суммарная наработка всех испытывавшихся образцов t_Σ и общее количество наблюденных отказов d_Σ, являющиеся непосредственными результатами испытаний.

В некоторых случаях испытания прерываются не в произвольный момент времени, а в момент возникновения очередного отказа, после которого общее количество наблюденных отказов d_Σ достигает некоторого заранее заданного планируемого числа d_1[1]. Основные расчетные соотношения в этих случаях несколько отличаются. С целью унифицировать формулы, использующиеся для планирования и обработки результатов испытаний в обоих случаях, в качестве расчетного значения t_Σ при испытаниях до заданного числа отказов следует брать не фактическую наработку $t_{\Sigma_ф}$, имевшую место к моменту возникновения d-го отказа, а величину

$$t_\Sigma = t_{\Sigma_ф} \frac{d_\Sigma}{d_\Sigma - 1}. \tag{159}$$

При этом все формулы, применяющиеся для основного случая, сохраняются.

[1] Это так называемые «испытания до d отказов» [62].

Основные соотношения. Точечная оценка, обладающая свойствами несмещенности, состоятельности и эффективности, вычисляется по формуле

$$\hat{T} = \frac{t_\Sigma}{d_\Sigma}. \tag{160}$$

Известно [35], что оценка параметра экспоненциального распределения, определяемая по формуле (160), подчинена распределению χ^2, в соответствии с чем для доверительных границ оценки $\overline{T}$ имеют место следующие соотношения:

$$\overline{T}_в = k_в \cdot \hat{T} \text{ и} \tag{161}$$

$$\overline{T}_н = k_н \cdot \hat{T}, \tag{162}$$

где

$$k_н = \frac{2\, d_\Sigma}{\chi_Q\,(2 d_\Sigma)} \text{ и} \tag{163}$$

$$k_в = \frac{2\, d_\Sigma}{\chi_{1-Q}(2\, d_\Sigma)}; \tag{164}$$

$\chi_Q(2d_\Sigma)$ и $\chi_{1-Q}(2d_\Sigma)$ — квантили распределения χ^2, соответствующие значениям доверительных вероятностей соответственно Q и $1-Q$ и числу степеней свободы $2d_\Sigma$.

На основе таблиц распределения χ^2 [3, 6] нетрудно составить таблицы значений коэффициентов $k_н$ и $k_в$ для наиболее употребительных значений Q. Такие две таблицы, соответствующие значениям $Q=0{,}8$ и $Q=0{,}9$ и включающие широкий диапазон значений d_Σ, приведены в *приложении III*.

Относительная доверительная ошибка для показателя $\overline{T}$, как следует из (99) и (162), связана с коэффициентом $k_н$ выражением

$$\delta_{\overline{T}} = 1 - k_н. \tag{165}$$

Что касается средней суммарной наработки в испытаниях всех испытываемых образцов, то, как видно из описания плана, она может определяться, если известно, до какого числа отказов $d_{пл}$ будут проводиться испытания. В этом случае

$$\overline{t}_\Sigma = d_{пл} \cdot \overline{T}_н. \tag{166}$$

Вместо $\overline{T}_н$ при расчетах в эту формулу должно подставляться $\overline{T}_{ож}$.

Планирование. Планирование испытаний для оценки $\overline{T}$ сводится к определению минимального количества отказов d, обеспечивающего заданные достоверность Q и точность $\delta_{\overline{T}}$ оценки, а также ориентировочного значения $\overline{t}_\Sigma$. Поскольку план 2 имеет только один параметр ($d_{пл}$), задача планирования решается однозначно.

В связи с тем, что $\overline{T}$ является позитивным показателем безотказности, в основу методики планирования должно быть положено выражение (162), определяющее нижнюю доверительную границу.

Планирование испытаний по плану 2 выполняется очень просто с помощью таблиц приложения III. Для этого вычисляется значение коэффициента $k_н$ по формуле

$$k_н = 1 - \delta_{\overline{T}}. \tag{167}$$

Затем выбирается таблица, соответствующая заданному значению Q, и в ней находится значение $k_н$, равное или наиболее близкое к вычисленному по формуле (167). Столбец, в котором находится найденное значение $k_н$, определяет необходимое количество отказов d_1.

Вычисление ориентировочного значения $\overline{t}_\Sigma$ может быть произведено по формуле (166), если будет принято ожидаемое значение $\overline{T}_{ож}$[1].

Обработка непосредственных результатов. На основе непосредственных результатов испытаний t_Σ и d_Σ и требуемой достоверности Q должны быть определены $\overline{T}$, $\overline{T}_в$, $\overline{T}_н$ и $\delta_{\overline{T}}$.

Точечная оценка вычисляется по формуле (160).

Доверительные границы определяются с помощью таблиц *приложения III*. Для этого выбирается таблица, соответствующая заданному значению Q, и в ней по полученному d_Σ непосредственно находятся значения коэффициентов $k_в$ и $k_н$. После этого $\overline{T}_в$ и $\overline{T}_н$ вычисляются в соответствии с формулами (161) и (162).

Относительная доверительная ошибка оценки $\delta_{\overline{T}}$ вычисляется по формуле (99).

Рекомендации к составлению программы испытаний. Описанный выше план 2 является очень гибким и удобным в практическом использовании планом испытаний. Это связано с тем, что для изделий с экспоненциаль-

[1] Заметим, что в отличие от планирования испытаний по плану 1 планирование по плану 2, если не считать вычисления $\overline{t}_\Sigma$, не требует принятия ожидаемого значения оцениваемого показателя $\overline{T}$.

ным распределением T одинаковые по величине интервалы времени работы образца изделия несут одинаковую информацию о свойстве безотказности изделия независимо от расположения этих отрезков на оси времени «жизни» образца. Важную роль здесь играет также принимаемое допущение об идентичности надежностных свойств всех образцов исследуемой партии изделий.

В связи с этим с целью сокращения затрат ресурса изделия на проведение испытаний в непосредственные результаты испытаний могут включаться данные, полученные в результате наблюдений за работой отдельных образцов изделия, находившихся в эксплуатации или участвовавших в каких-либо других испытаниях. При этом необходимо иметь полную уверенность в том, что указанные образцы функционировали в заданных условиях эксплуатации, что обеспечена требуемая достоверность имеющихся данных и что распределение T изделия действительно подчиняется экспоненциальному закону. Если хотя бы одно из этих условий не выполняется, использование указанных данных не допускается.

Если в имеющихся данных суммарное число наблюденных отказов за время суммарной наработки t'_{Σ} равно d', то число отказов, которые нужно получить в планируемых испытаниях, равно

$$d'_{\text{пл}}=d_{\text{пл}}-d', \tag{168}$$

где $d_{\text{пл}}$ — число отказов, найденное при планировании испытаний без учета априорных данных.

Пример 3

В технической документации на изделие указано, что изделие является восстанавливаемым и время безотказной работы изделия подчиняется экспоненциальному закону.

Требуется провести испытания для оценки среднего времени безотказной работы изделия с доверительной вероятностью $Q=0{,}8$ и относительной доверительной ошибкой $\delta_{\overline{T}}=0{,}25$.

Планирование. Испытания проводятся по плану 2. По формуле (167) находим величину

$$k_{\text{н}}=1-\delta_{\overline{T}}=0{,}75.$$

В табл. 1 *приложения III* находим значение $k_{\text{н}}$, равное или близкое к вычисленному. Таким значением является $k_{\text{н}}=0{,}758$, которому соответствует $d=6$.

Для ориентировочной оценки средней суммарной наработки всех образцов в планируемых испытаниях примем (в соответствии с имеющимися данными, полученными по результатам испытаний аналогичных изделий) $\overline{T}_{\text{ож}}=580$ ч. Тогда в соответствии с формулой (166) находим

$$\overline{t_{\Sigma}}=6\times580=3480 \text{ ч}.$$

Проведение испытаний и непосредственные результаты. По условиям производства на испытания были поставлены 14 образцов изделия. Все образцы были включены в испытания одновременно.

Образец под номером 3 отказал на 12-м часу испытаний, после чего был отремонтирован и испытывался до 220-го часа, когда был зафиксирован второй отказ. Шестой, восьмой, десятый и двенадцатый образцы, давшие отказы соответственно на 145, 200, 170 и 235-м часах, не восстанавливались. Остальные образцы к 235-му часу, когда общее число зафиксированных отказов достигло 6, отказа не имели.

Наработки на отказ всех испытывавшихся образцов представлены в табл. 4.

Таблица 4

№ образца	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
τ_i	235	235	220	235	235	145	235	200	235	170	235	235	235	235
d_i	—	—	2	—	—	1	—	1	—	1	—	1	—	—

По данным таблицы находим

$$t_{\Sigma_\Phi} = \sum_{i=1}^{14} \tau_i = 3105 \text{ ч}.$$

Таким образом, непосредственными результатами испытаний являются

$$d_\Sigma = d_{\text{пл}} = 6$$

и

$$t_\Sigma = \frac{6 \times 3105}{6-1} = 3726 \text{ ч [см. (159)]}$$

Обработка непосредственных результатов. По формуле (160) вычисляем точечную оценку наработки на отказ

$$\hat{\overline{T}} = \frac{t_\Sigma}{d_\Sigma} = 621 \text{ ч}.$$

По табл. 1 *приложения III* находим для $d=6$

$$k_{\text{в}} = 1{,}527 \text{ и } k_{\text{н}} = 0{,}758.$$

По формулам (161) и (162) вычисляем

$$\overline{T}_{\text{в}} = 1{,}527 \cdot 621 = 950 \text{ ч}$$

и

$$\overline{T}_{\text{н}} = 0{,}758 \cdot 621 = 470 \text{ ч}.$$

По формуле (99) вычисляем относительную доверительную ошибку полученной оценки:

$$\delta_{\overline{T}} = \frac{\hat{\overline{T}} - \overline{T}_{\text{н}}}{\hat{\overline{T}}} = \frac{621-470}{621} = 0{,}24,$$

т. е. требования к точности получаемой оценки выполнены.

Пример 4

Требуется провести оценку безотказности восстанавливаемого изделия с экспоненциальным распределением времени безотказной работы при следующих требованиях:

доверительная вероятность $Q=0{,}9$;

относительная доверительная ошибка $\delta_{\overline{T}}=0{,}25$.

Имеются следующие данные, накопленные в процессе опытной эксплуатации 25 образцов изделия (табл. 5).

Таблица 5

№ образца	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
τ_i	430	370	360	420	460	380	210	880	320	277	421	502	374
d_i	—	—	—	—	—	—	1	2	—	1	—	—	—

Продолжение

№ образца	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25
τ_i	425	133	565	401	462	440	780	70	35	667	175	128
d_i	1	—	—	—	—	—	—	—	—	2	—	—

Планирование. Проверим прежде всего точность и достоверность оценки безотказности изделия, которые обеспечиваются данными, накопленными в процессе опытной эксплуатации.

Из таблицы находим

$$t'_{\Sigma}=\sum_{i=1}^{25}\tau_i=10100 \text{ ч},$$

$$d'=\sum_{i=1}^{25}d_i=7.$$

Эти данные позволяют определить точечную оценку

$$\hat{\overline{T}}'=\frac{t'_{\Sigma}}{d'}=1440 \text{ ч}.$$

Для $d=7$ по табл. 2 *приложения III*, соответствующей $Q=0{,}9$, находим

$$k_{\text{в}}=1{,}787 \text{ и } k_{\text{н}}=0{,}664,$$

что дает в соответствии с формулами (161) и (162)

$$\overline{T}'_{\text{в}}=1{,}787\cdot 1440=2573 \text{ ч и}$$

$$\overline{T}'_{\text{н}}=0{,}664\cdot 1440=956 \text{ ч}.$$

При этом относительная доверительная ошибка равна

$$\delta_{\overline{T}}=\frac{\overline{\hat{T}}'-\overline{T}_{н}'}{\overline{\hat{T}}'}=\frac{1440-956}{1440}=0{,}33.$$

Как видим, имеющийся статистический материал не обеспечивает выполнения поставленных требований к качеству оценки. Для выполнения этих требований необходимо провести дополнительные испытания. Спланируем их.

В соответствии с формулой (167) находим

$$k_{н}=1-\delta_{T}=1-0{,}25=0{,}75.$$

По табл. 2 *приложения III* определяем $d_{пл.}=16$.

Следовательно, в планируемых испытаниях необходимо получить дополнительно

$$d_{пл}''=d_{пл}-d'=16-7=9 \text{ отказов.}$$

Приняв ориентировочно $\overline{T}_{ож}=1440$ ч, находим в соответствии с формулой (166)

$$\overline{t_{\Sigma}}=d_{пл}''\cdot\overline{T}_{ож}=9\times1440=12960 \text{ ч.}$$

Проведение испытаний и непосредственные результаты. В результате испытания некоторого количества образцов изделия 9-й отказ был зафиксирован в момент, когда суммарная наработка всех испытывавшихся образцов $t_{\Sigma ф}''$ достигла 14712 ч. В соответствии с формулой (159) находим

$$t_{\Sigma}''=t_{\Sigma ф}''\cdot\frac{d_{пл}}{d_{пл}-1}=14712\frac{9}{9-1}=16551 \text{ ч.}$$

Таким образом, непосредственными результатами испытаний в целом (включая имеющуюся априорную информацию) являются:

$$d_{\Sigma}=d_{пл}=16 \text{ ч;}$$

$$t_{\Sigma}=t_{\Sigma}'+t_{\Sigma}''=10100+16551=26651 \text{ отказов.}$$

Обработка непосредственных результатов. Точечная оценка

$$\hat{\overline{T}}=\frac{t_{\Sigma}}{d_{\Sigma}}=\frac{26651}{16}=1667 \text{ ч.}$$

По табл. 2 приложения III находим для $d_{\Sigma}=16$

$$k_{в}=1{,}436 \text{ и } k_{н}=0{,}751,$$

в соответствии с чем

$$\overline{T}_в=1,436\cdot 1667=2394 \text{ ч и } \overline{T}_н=0,751\cdot 1667=1252 \text{ ч.}$$

Относительная доверительная ошибка при этом равна

$$\delta_T=\frac{1667-1252}{1667}=0,249,$$

что соответствует поставленным требованиям.

На этом испытания можно считать законченными.

§ 18. СРАВНИТЕЛЬНАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА ПЛАНОВ ИСПЫТАНИЙ ИЗДЕЛИЙ С ЭКСПОНЕНЦИАЛЬНЫМ РАСПРЕДЕЛЕНИЕМ T

Как было указано выше, возможны два пути оценки показателя $\overline{T}$ — непосредственный (в соответствии с рассмотренным выше планом 2) и косвенный (по плану 1). Благодаря возможности произвольного выбора времени τ второй

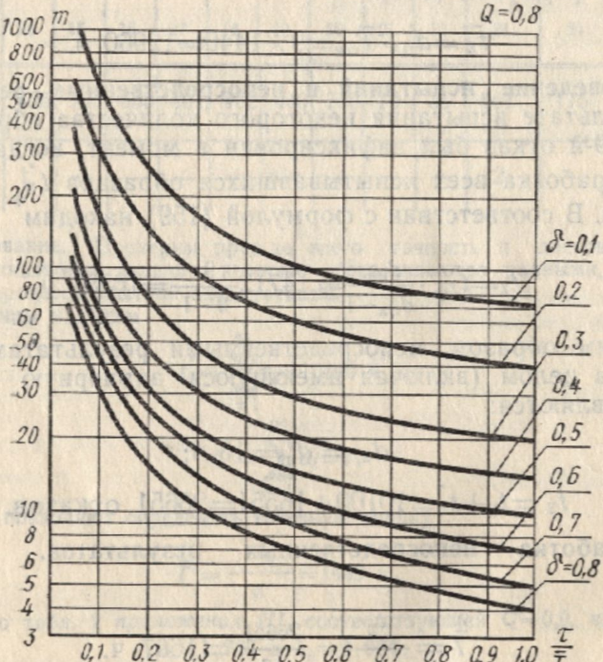

Рис. 7. Зависимости $m=\varphi\left(\frac{\tau}{\overline{T}}\right)$ при $Q=0,8$ и различных значениях δ.

путь имеет множество решений, среди которых можно выбрать оптимальное по введенному критерию (126).

Принципиально τ может выбираться произвольно: исходные данные (Q и $\delta_{\overline{T}}$) позволяют спланировать и провести испытания по плану 1 при любом τ. Выбор τ, однако, очень сильно влияет на необходимое количество опытов m; с ростом τ величина m уменьшается. Таким образом, максимальная продолжительность одного опыта τ может «обмениваться» на общее количество опытов m.

Этот обмен происходит по-разному при различных требованиях к достоверности и точности оценки $\overline{T}$. На рис. 7 и 8 приведены семейства кривых $m=\varphi\left(\frac{\tau}{\overline{T}}\right)$ при $Q=0{,}8$ и $Q=0{,}9$ и различных значениях $\delta_{\overline{T}}$.

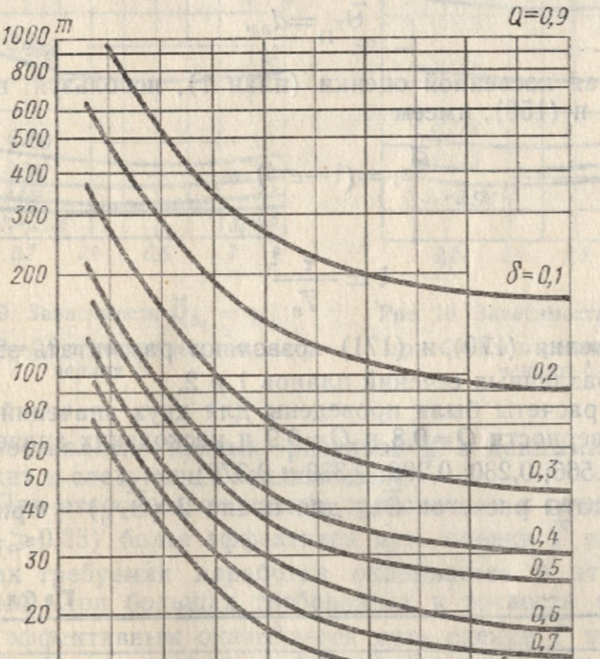

Рис. 8. Зависимости $m=\varphi\left(\frac{\tau}{\overline{T}}\right)$ при $Q=0{,}9$ и различных значениях δ.

Проведем сравнение указанных двух путей на основе того же критерия (126). Поскольку $\bar{t}_\Sigma$ зависит от истинного уровня надежности (безотказности) испытываемого изделия, в качестве основного показателя качества того или иного плана испытаний в данном случае целесообразно принять относительный средний расход ресурса

$$\bar{\Theta}_\Sigma = \frac{\bar{t}_\Sigma}{\bar{T}_\text{и}}, \tag{169}$$

где $\bar{T}_\text{и}$ — истинное значение средней наработки изделия на отказ.

Для случая непосредственной оценки $\bar{T}$ (план 2), подставляя (166) в (169), получаем

$$\bar{\Theta}_{\Sigma_{II}} = d_\text{пл}. \tag{170}$$

Для случая косвенной оценки (план 1), используя выражение (140) и (158), имеем

$$\bar{\Theta}_{\Sigma_I} = (1 - e^{-\xi}) \cdot m, \tag{171}$$

где

$$\xi = \frac{\tau}{\bar{T}_\text{и}}.$$

Выражения (170) и (171) позволяют рассчитать значения $\bar{\Theta}_\Sigma$ для различных сечений планов 1 и 2.

Такие расчеты были проведены для двух значений заданной достоверности $Q=0{,}8$ и $Q=0{,}9$ и нескольких значений $\delta_{\bar{T}}$ (0,090; 0,1566; 0,230; 0,286; 0,333 и 0,376).

Результаты расчетов $\bar{\Theta}_\Sigma$ для плана 2 ($\bar{\Theta}_{\Sigma_{II}}$) приведены в табл. 6.

Таблица 6

Q	δ_T					
	0,09	0,1666	0,230	0,286	0,333	0,376
0,8	73	16	7	3	2	1
0,9	173	43	20	11	7	5

При расчете $\overline{\Theta}_\Sigma$ для плана 1 ($\overline{\Theta}_{\Sigma I}$) ввиду наличия дополнительного параметра (τ) для каждого $\overline{\delta}_T$ просчитывались несколько вариантов, соответствующих различным значениям ξ в интервале $0<\xi<1$. Результаты расчетов представлены на рис. 9 и 10 в виде двух семейств кривых, отображающих зависимость $\overline{\Theta}_{\Sigma_I}$ (ξ) для $Q=0{,}8$ и $Q=0{,}9$ при различных значениях $\delta_{\overline{T}}$.

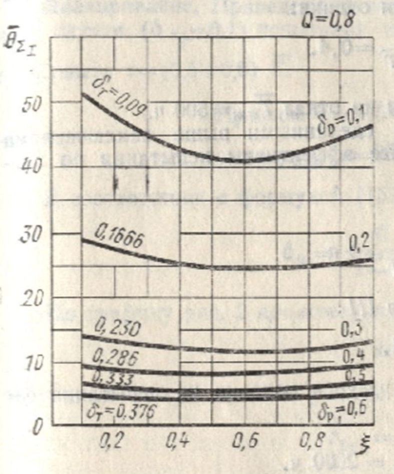

Рис. 9. Зависимости $\overline{Q}_{\Sigma_I}=\varphi(\xi)$ при $Q=0{,}8$ и различных значениях δ.

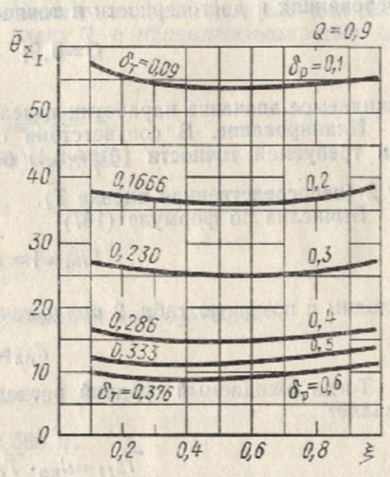

Рис. 10. Зависимости $\overline{Q}_{\Sigma_{II}}=\varphi(\xi)$ при $Q=0{,}9$ и различных значениях δ.

Сопоставление кривых рисунков и с данными таблицы приводит к следующим заключениям:

1. При относительно низких требованиях к точности оценки ($\delta_{\overline{T}}\geqslant 0{,}23$) более эффективен путь оценки $\overline{T}$ по плану 2, так как требуемая наработка оказывается в этом случае меньшей. При больших требованиях к точности ($\delta_T<0{,}166$) более эффективным оказывается путь оценки $\overline{T}$ по плану 1.

2. При косвенной оценке $\overline{T}$ величина средней суммарной наработки Θ_Σ зависит от выбора τ (или ξ).

В интервале значений $0{,}1\leqslant\xi\leqslant 1$ существует оптимальное значение ξ_{opt}, при котором величина Θ_Σ минимальна. Выигрыш в величине Θ_Σ при $\xi=\xi_{opt}$ по сравнению с крайними значениями $\xi=0{,}1$ и $\xi=1$ растет с ростом точности и достигает 15—20% при $\delta_{\overline{T}}=0{,}111$.

3. Оптимальное значение ξ_{opt} практически не зависит от δ_T и Q и лежит в интервале $\xi=0,5$—$0,6$.

Это значение ξ_{opt} и следует выбирать при испытаниях для оценки $\overline{T}$ по плану 1 изделий с экспоненциальным распределением T.

Проиллюстрируем сказанное примером.

Пример 5

Требуется спланировать определительные испытания для оценки безотказности изделия с экспоненциальным распределением T при следующих требованиях к достоверности и точности оценки:

$$Q=0,9; \quad \delta_{\overline{T}}=0,4.$$

Ожидаемое значение наработки изделия на отказ $\overline{T}_{\text{ож}}=500$ ч.

Планирование. В соответствии со сделанными выше заключениями при требуемой точности ($\delta_{\overline{T}}=0,4$) более эффективны испытания по плану 2 (непосредственная оценка $\overline{T}$).

Вычислив по формуле (167)

$$k_{\text{н}}=1-\delta_{\overline{T}}=0,6,$$

находим с помощью табл. 2 *приложения III*

$$d_{\text{пл}}=4.$$

Тогда ожидаемый средний расход ресурса изделия на испытания составляет

$$\overline{t}_{\Sigma_{\text{II}}}=d_{\text{пл}}\cdot\overline{T}_{\text{ож}}=2000 \text{ ч}.$$

Посмотрим, какой ресурс изделия потребовался бы для проведения испытаний с теми же требованиями к достоверности и точности в случае использования плана I.

Примем

$$\xi=\frac{\tau}{\overline{T}_{\text{ож}}}=0,5, \text{ откуда}$$

$$\tau=250 \text{ ч}.$$

По формуле (158) вычисляем

$$p_{\text{ож}}(\tau=250)=e^{-\frac{\tau}{\overline{T}_{\text{ож}}}}=e^{-0,5}=0,6065.$$

Воспользовавшись формулой (157), находим

$$\delta_p=\frac{\delta_{\overline{T}}}{1-\delta_{\overline{T}}}=\frac{0,4}{1-0,4}=0,666.$$

По графику рис. 1. *приложения II* для $\delta_p=0,666$ находим необходимое количество опытов (продолжительностью 250 ч каждый)

$$m=21.$$

По формуле (140) определяем ожидаемый средний расход ресурса

$$\overline{t}_{\Sigma_{\mathrm{I}}} = 4200.$$

Как видим, $\overline{t}_{\Sigma_{\mathrm{II}}} < t_{\Sigma_{\mathrm{I}}}$. Следовательно, испытания по плану 2 в данном случае существенно выгоднее испытаний по плану 1; экономия ресурса составляет около 50%.

Пример 6

Рассмотрим ту же задачу в случае, когда $Q=0{,}8$ и $\delta_{\overline{T}}=0{,}1$.

Планирование. Приведенные выше заключения рекомендуют для данного случая ($\delta_{\overline{T}}=0{,}1$) испытания по плану 1 с продолжительностью одного опыта $\tau=(0{,}5\div0{,}6)\ \overline{T}$.

$$\text{Примем } \tau=0{,}5\cdot\overline{T}_{\text{ож}}=250 \text{ ч},$$

$$\text{тогда } p_{\text{ож}}\ (\tau=250 \text{ ч})=0{,}6065.$$

В соответствии с формулой (157)

$$\delta_p = \frac{0{,}1}{1-0{,}1} = 0{,}111.$$

По графику рис. 2 *приложения II* находим для $\delta_p=0{,}111$

$$m=110$$

чему соответствует средний расход ресурса (140)

$$\overline{t}_{\Sigma_{\mathrm{I}}} = 20560 \text{ ч}.$$

На этом планирование испытаний можно считать законченным.

Посмотрим, что было бы, если бы вместо рекомендуемого значения $\xi=0{,}5$ мы приняли, например, $\xi=0{,}1$.

$$\text{При этом } \tau=0{,}1\cdot\overline{T}_{\text{ож}}=50 \text{ ч и}$$

$$p_{\text{ож}}\ (\tau=50 \text{ ч})=0{,}9048.$$

В соответствии с этим значением $p_{\text{ож}}$ для $\delta_p=0{,}111$ по графику рис. 2 *приложения II* находим

$$m=450.$$

$$\text{При этом } \overline{t}_{\Sigma_{\mathrm{I}}} = 27500 \text{ ч}.$$

Как видим, уход от оптимального значения $\xi=0{,}5\div0{,}6$ приводит к увеличению затрат ресурса: в данном случае дополнительные затраты ресурса составляют в среднем около 30%.

Проведем также сравнение спланированных испытаний с испытаниями по плану 2. В этом случае

$$k_{\text{н}}=1-\delta_{\overline{T}}=0{,}9,$$

чему соответствует (табл. 1 *приложения III*)

$$d_{\text{пл}}=60.$$

При этом

$$\overline{t}_{\Sigma II} = d_{\text{пл}}\cdot \overline{T}_{\text{ож}} = 60\cdot 500 = 30000 \text{ ч.}$$

Как видим, использование плана 2 приводит к увеличению затрат ресурса в среднем почти на 50%.

§ 19. ИСПЫТАНИЯ ИЗДЕЛИЙ С НОРМАЛЬНЫМ РАСПРЕДЕЛЕНИЕМ T

В соответствии со сказанным в § 8 для изделий, имеющих нормальное распределение времени безотказной работы, вводятся два численных показателя безотказности — среднее время безотказной работы $\overline{T}$ и вероятность безотказной работы за фиксированное время τ — $p(\tau)$. При этом, как правило, $\tau<\overline{T}$. Соответственно этому в определительных испытаниях таких изделий должны определяться оба эти показателя, т. е. должны быть найдены точечные оценки $\hat{p}(\tau)$ и $\hat{\overline{T}}$, доверительные границы $p_{\text{в}}(\tau)$, $p_{\text{н}}(\tau)$, $\overline{T}_{\text{в}}$, $\overline{T}_{\text{н}}$ и относительные доверительные ошибки δ_p и δ_T.

Таким образом, как уже указывалось в § 16, в этом случае определительные испытания на безотказность состоят из двух частей, что создает ряд специфических задач при составлении программы испытаний. Эти задачи будут рассмотрены ниже.

Все вопросы испытаний для оценки $p(\tau)$ рассмотрены в предыдущем параграфе. Поэтому здесь основное внимание уделяется испытаниям для оценки $\overline{T}$ при нормальном распределении T. Используемый здесь план испытаний в ряде источников [47] получил наименование план 3[1].

П л а н и с п ы т а н и й. Проводятся m опытов, каждый из которых состоит в испытании одного образца изделия в установленных условиях эксплуатации до возникновения отказа. Момент возникновения отказа в каждом опыте фиксируется. Набор m значений времени работы образца до отказа $t_1, t_2, \ldots, t_m$ (m реализаций случайной величины T) представляет собой непосредственные результаты испытаний, позволяющие вычислить все необходимые числовые данные.

В плане 3 имеется только один параметр — количество опытов (количество необходимых реализаций) m.

[1] По классификации, принятой в [1], этот план имеет обозначение (m, $Б$, m).

О с н о в н ы е с о о т н о ш е н и я. Точечная оценка $\hat{\overline{T}}$ в случае нормального распределения T вычисляется по формуле

$$\hat{\overline{T}} = \frac{1}{m}\sum_{i=1}^{m} t_i, \tag{172}$$

обеспечивающей ее несмещенность, состоятельность и эффективность [6; 18].

Точечная оценка, определяемая выражением (172), подчиняется распределению Стьюдента с $\vartheta=m-1$ степенями свободы [35]. Соответственно этому для доверительных границ оценки получены [62; 63] следующие выражения:

$$\overline{T}_{\text{в}} = \hat{\overline{T}} + x_1\frac{\hat{\sigma}_T}{\sqrt{m}} \quad \text{и} \tag{173}$$

$$\overline{T}_{\text{н}} = \hat{\overline{T}} - x_2\frac{\hat{\sigma}_T}{\sqrt{m}}, \tag{174}$$

где $\hat{\overline{T}}$ определяется выражением (172);

$\hat{\sigma}_T$ — точечная оценка среднеквадратического отклонения T, вычисляемая на основе непосредственных результатов испытаний по формуле

$$\hat{\sigma}_T = \frac{1}{\sqrt{m-1}}\sqrt{\sum_{i=1}^{m}(t_i-\hat{\overline{T}})^2}; \tag{175}$$

x_1 и x_2 — квантили распределения Стьюдента, определяемые по таблицам в соответствии с числом степеней свободы $\vartheta = m-1$ и заданной доверительной вероятностью Q.

Выражения (173) и (174), связывающие доверительные границы и доверительную вероятность с непосредственными результатами испытаний, удобно записать в виде

$$k_{\text{в}} = \frac{\overline{T}_{\text{в}}}{\hat{\overline{T}}} = 1 + \frac{x_1}{\sqrt{m}}\cdot\hat{\rho}_T \tag{176}$$

и

$$k_{\text{н}} = \frac{\overline{T}_{\text{н}}}{\hat{\overline{T}}} = 1 - \frac{x_2}{\sqrt{m}}\cdot\hat{\rho}_T, \tag{177}$$

где $\hat{\rho}_T = \dfrac{\hat{\sigma}_T}{\hat{\overline{T}}}$ — точечная оценка коэффициента вариации ϱ (178).

Приведенные выражения составляют основу методов планирования и обработки непосредственных результатов испытаний по плану 3. Как видно из этих выражений, коэффициенты $k_в$ и $k_н$, позволяющие определить доверительные границы через значение точечной оценки по формулам

$$\overline{T}_в = k_в \cdot \hat{\overline{T}} \quad \text{и} \quad \overline{T}_н = k_н \cdot \hat{\overline{T}}, \tag{179}$$

в свою очередь зависят от количества опытов m, от результатов испытаний (величины $\hat{\varrho}_T$) и от доверительной вероятности Q (величины x_1 и x_2). Это позволяет построить для фиксированного значения Q таблицу с двумя входами, отображающую выражения (176) и (177) и значительно упрощающую все расчеты. Такие таблицы, соответствующие $Q=0{,}8$ и $Q=0{,}9$ и охватывающие широкий диапазон значений m и ϱ_T, приведены в *приложении IV*. Столбцы таблиц соответствуют значениям m, строки — значениям $\hat{\varrho}_T$. На пересечениях строк и столбцов указаны значения коэффициентов $k_в$ и $k_н$.

Средняя суммарная наработка всех образцов, участвующих в испытаниях по плану 3, как нетрудно видеть, равна

$$\overline{t_\Sigma} = \sum_{i=1}^{m} t_i = m \cdot \overline{T}_и. \tag{180}$$

Для расчета математического ожидания этой величины на этапе планирования испытаний в это выражение вместо $\overline{T}_и$ следует подставить ожидаемое значение $\overline{T}_{ож}$, т. е.

$$\overline{t_\Sigma} = m \cdot \overline{T}_{ож} \tag{181}$$

Планирование. Исходными данными для планирования испытаний по плану 3 являются требуемые достоверность Q и точность δ_T оценки искомого показателя $\overline{T}$. Определяемым параметром плана является минимальное число необходимых опытов m. Ввиду однопараметричности плана 3 задача планирования решается однозначно.

Основой для решения задачи планирования служит уравнение (177), поскольку оцениваемый показатель $\overline{T}$ является позитивным показателем надежности. Сопоставив (99) и (177), получаем

$$k_н = 1 - \delta_T\,. \tag{182}$$

С учетом (182) и зависимости $x_2 = x_2(Q, m)$ ясно, что выражение (177) связывает заданные Q и δ_T с числом опытов m и может использоваться для планирования испытаний.

Как и в случае плана 1, затруднение состоит в том, что в уравнение планирования (177) входит величина $\hat{\varrho}_T$, определяемая по результатам уже проведенных испытаний. Как и в указанном случае, в связи с этим приходится признать, что строгое решение задачи планирования по плану 3 невозможно. Однако, приняв некоторое ожидаемое значение точечной оценки коэффициента вариации $\varrho_{T_{\text{ож}}}$, можно определить m приближенно, ориентировочно.

Выбор $\varrho_{T\,\text{ож}}$ должен производиться на основе опыта исследования безотказности аналогичных изделий с нормальным законом распределения. Значения ϱ_T лежат обычно в пределах 0,1—0,5.

Принимая для планирования $\hat{\varrho}_T = \varrho_{T_{\text{ож}}}$ и определяя из (177) необходимое m, мы обеспечиваем выполнение поставленных требований к точности и достоверности только при условии, что полученное в испытаниях значение $\hat{\varrho}_T$ будет равно ожидаемому. В противном случае имеет место отклонение от заданных требований. В [22] показано, что при $\hat{\varrho}_T < \varrho_{T_{\text{ож}}}$ точность оценки (при фиксированной достоверности) выше заданной. Если $\hat{\varrho}_T > \varrho_{T_{\text{ож}}}$, точность оценки оказывается ниже заданной. В этом случае с целью довести точность до требуемого уровня необходимо провести дополнительно Δm опытов, так чтобы общее количество опытов в испытаниях $(m+\Delta m)$ обеспечило заданное значение δ_T при данном $\hat{\varrho}_T$.

Для планирования испытаний могут использоваться описанные выше таблицы, моделирующие уравнения (176) и (177). Процедура планирования состоит из следующих этапов:

1. Вычисляется требуемое (из условия точности) значение коэффициента $k_{\text{н}}$ по формуле (182);
2. Выбирается таблица, соответствующая заданному значению Q;
3. В таблице в строке, соответствующей выбранному $\varrho_{T_{\text{ож}}}$, находится значение $k_{\text{н}}$, равное или наиболее близкое к вычисленному в п. 1;
4. Столбец, которому принадлежит найденное $k_{\text{н}}$, определяет необходимое m.

Как видно из этого описания, табличный метод планирования испытаний по плану 3 исключительно прост.

Для вычисления t^{Σ} необходимо принять некоторое «ожидаемое» значение наработки исследуемого изделия на отказ — $\overline{T}_{\text{ож}}$, после чего по формуле (181) может быть определено $\overline{t}_{\Sigma}$.

Обработка непосредственных результатов. На основе непосредственных результатов испытаний (m; t_1, $t_2, \ldots, t_m$) должны быть определены точечная оценка $\hat{\overline{T}}$, доверительные границы $\overline{T}_{\text{в}}$ и $\overline{T}_{\text{н}}$ и относительная доверительная ошибка оценки $\delta_{\overline{T}}$.

Точечная оценка вычисляется по формуле (172).

Доверительные границы определяются с помощью таблиц приложения IV. Для этого по формуле (175) вычисляется точечная оценка среднеквадратического отклонения $\hat{\sigma}_T$ и по формуле (178) — точечная оценка коэффициента вариации $\hat{\varrho}_T$. Затем в таблице, соответствующей заданному значению доверительной вероятности Q, по значениям m и $\hat{\varrho}_T$ находятся значения коэффициентов $k_{\text{в}}$ и $k_{\text{н}}$, после чего вычисляются доверительные границы по формулам (179).

Относительная доверительная ошибка $\delta_{\overline{T}}$ определяется по формуле (99).

Рекомендации к составлению программы испытаний. Как уже указывалось выше, в определительных испытаниях на безотказность изделий с нормальным распределением T должны оцениваться два численных показателя — $p(\tau_1)$ и $p(\tau_2)$ или $p(\tau)$ и $\overline{T}$, в связи с чем эти испытания распадаются на две самостоятельные части. Объединение этих двух частей испытаний может существенно сэкономить ресурс, затрачиваемый на испытания изделия. В § 16 рассмотрен вопрос объединения испытаний, проводимых для оценки показателей $p(\tau_1)$ и $p(\tau_2)$. Рассмотрим объединение испытаний в случае, когда оцениваются показатели $p(\tau_1)$ и $\overline{T}$.

Планирование испытаний для оценки $p(\tau_1)$ и $\overline{T}$ производится раздельно. В результате планирования определяются число опытов m_p [проводимых в рамках плана 1 для оценки $p(\tau_1)$] и m_T (проводимых в рамках плана 3 для оценки $\overline{T}$). Как правило, $\tau < \overline{T}$, вследствие чего при $\delta_p \cong \delta_{\overline{T}}$

$$m_p > m_T\,. \tag{183}$$

Для совмещения испытаний m_p опытов нумеруются порядковыми числами от 1 до m_p. Среди них до начала испытаний произвольным образом отмечаются m_T опытов, которые будут участвовать в обеих частях испытаний.

Проводится всего m_p опытов. Каждый опыт продолжается до истечения времени τ, если отказа не было, или до отказа, если он возник до истечения времени τ. Моменты возникновения отказов $t_1, t_2, \ldots, t_{m_T}$ фиксируются в тех опытах, которые были отмечены. По истечении времени τ продолжаются лишь те опыты, которые были отмечены для участия в обеих частях испытаний и в которых испытываемые образцы сохранили работоспособность; эта группа опытов продолжается до отказа всех испытываемых образцов. По окончании всех опытов подсчитывается количество отказов (d), возникших до истечения времени τ; величины d и m_2 используются для оценки $p(\tau)$ по плану 1. Величины $t_1, t_2, \ldots, t_{m_T}$, полученные в опытах, отмеченных для участия в обеих частях испытаний, используются для оценки $\overline{T}$ по плану 3.

Рассчитаем экономию ресурса, получаемую за счет объединения испытаний для оценки $p(\tau)$ и $\overline{T}$.

Для математического ожидания расхода ресурса в испытаниях для оценки $p(\tau)$ и $\overline{T}$ без совмещения можно записать

$$\overline{t}_{\Sigma\ \text{б. с.}} = \overline{t}_{\Sigma_p} + \overline{t}_{\Sigma_{\overline{T}}}. \tag{184}$$

Нетрудно видеть, что в совмещенных испытаниях затраты ресурса на первую часть испытаний [для оценки $p(\tau)$] остаются без изменения; сокращаются лишь затраты на вторую часть испытаний (для оценки $\overline{T}$). Учтя, что во второй части испытаний участвуют лишь те из отмеченных m_T опытов, которые не привели к отказу до истечения времени τ, и что эти опыты проводятся на образцах, которые уже проработали время τ, для математического ожидания расхода ресурса в совмещенных испытаниях получаем

$$\overline{t}_{\Sigma_{\text{совм}}} = \overline{t}_{\Sigma_p} + m_T \cdot p(\tau) \cdot (T_{\text{н}} - \tau). \tag{185}$$

Таким образом, экономия ресурса за счет совмещения обеих частей испытаний равна

$$\Delta \overline{t}_{\Sigma} = \overline{t}_{\Sigma_{\text{б. с}}} - t_{\Sigma_{\text{совм}}},$$

что с учетом формулы (180) дает окончательно

$$\overline{\Delta t}_{\Sigma} = m_T \{[1 - p(\tau)] T_{\text{н}} + p(\tau) \cdot \tau\}. \tag{186}$$

В заключение рассмотрим кратко вопрос о возможности и целесообразности замены испытаний по оценке $\overline{T}$ испытаниями по оценке $p(\tau)$, где τ может выбираться произвольно.

Идея такой замены базируется на том, что двухпараметрическое распределение (каким является, в частности, нормальное распределение) однозначно задается двумя параметрами, в качестве которых можно выбирать как $p(\tau_1)$ и $\overline{T}$, так и $p(\tau_1)$ и $p(\tau_2)$ при единственном условии $\tau_2 \neq \tau_1$. Поэтому, если поставлена задача экспериментальной оценки показателей $p(\tau_1)$ и $\overline{T}$, ее можно свести к задаче оценки показателей $p(\tau_1)$ и $p(\tau_2)$ с последующим пересчетом получаемых оценок в искомую оценку $\overline{T}$. В то же время испытания по оценке $p(\tau)$ (например, по плану 1) по некоторым характеристикам (например, по максимальной календарной продолжительности) могут быть выгоднее испытаний по оценке $\overline{T}$.

Пусть заданы требования к точности и достоверности оценки показателей $p(\tau_1)$ и $\overline{T}$ — доверительная вероятность $Q_p = Q_T = Q$ и относительные доверительные ошибки δ_{p_1} и δ_T. Оценка $p(\tau_1)$ будет проводиться по плану 1. Для оценки $\overline{T}$ есть два пути:

1) непосредственная оценка по плану 3;

2) косвенная оценка, состоящая в проведении испытаний для оценки $p(\tau_2)$ при произвольно выбранном τ_2 с последующим пересчетом этой оценки в оценку $\overline{T}$.

Как мы видели, планирование испытаний для оценки $\overline{T}$ по плану 3 имеет единственное решение. Второй путь приводит к задаче планирования испытаний с двумя параметрами плана — количество опытов m и продолжительность одного опыта τ_2. При единственном уравнении планирования вида (151) это создает условия для выбора оптимального сечения плана 1 в соответствии с (126). Для этого необходимо прежде всего пересчитать заданную величину δ_T в δ_{p_2}, обеспечивающую при обратном пересчете оценки $p(\tau_2)$ в оценку $\overline{T}$ выполнение поставленных требований. Затем нужно выбрать такое значение τ, при котором планирование по плану 1 обеспечивает минимум $\overline{t}_\Sigma$.

Есть основания полагать, что второй путь оценки $\overline{T}$, связанный с выбором оптимального сечения и позволяющий очень просто совмещать две части испытаний — для оценки $p(\tau_1)$ и $p(\tau_2)$ более эффективен в смысле используемого критерия (126). К сожалению, в настоящее время практичные инженерные методы планирования таких испытаний еще не разработаны.

Пример 7

Требуется провести оценку показателей-безотказности p (τ=500 ч) и $\overline{T}$ изделия с нормальным распределением времени безотказной работы при следующих требованиях и исходных данных:

доверительная вероятность оценки обоих показателей $Q=0,8$;
относительные доверительные ошибки $\delta_p=0,3$ и $\delta_{\overline{T}}=0,2$;
ожидаемый уровень вероятности безотказной работы за 500 ч — $p_{ож}(\tau=500 \text{ ч})=0,93$;
ожидаемая наработка изделия на отказ $\overline{T}_{ож}=10000$ ч.

Планирование. Величины $p_{ож}(\tau)$ и $\overline{T}_{ож}$ позволяют рассчитать ожидаемое значение коэффициента вариации $\varrho_{ож}$, необходимое для планирования испытаний для оценки $\overline{T}$ по плану 3. Воспользовавшись формулами и таблицами функции Лапласа (6) для $p_{ож}(500)=0,93$ и $\overline{T}_{ож}=10000$, находим $\sigma_{ож} \cong 3000$ ч и рассчитываем

$$\varrho_{ож} = \frac{\sigma_{ож}}{\overline{T}_{ож}} = \frac{3000}{10000} = 0,3.$$

Необходимо провести раздельно планирование испытаний для оценки $p(\tau)$ и $\overline{T}$.

По графику рис. 1 *приложения II* (соответствующему $Q=0,8$) для $p_{ож}=0,93$ и $\delta_p=0,3$ находим $m_p=190$. Соответственно этому ожидаемый расход ресурса на эту часть испытаний, определяемый приближенно по формуле (136), равен

$$\overline{t}_{\Sigma_p} = m_p \cdot \tau = 190 \cdot 500 = 95000 \text{ ч}.$$

Определив по формуле (182) $k_н = 1 - \delta_{\overline{T}} = 0,8$, по табл. 1 *приложения IV* (соответствующей $Q=0,8$) для $k_н=0,8$ и $\varrho_{ож}=0,3$ находим $m_T=4$. Ожидаемый расход ресурса изделия на вторую часть испытаний в соответствии с (181) составляет

$$\overline{t}_{\Sigma_{\overline{T}}} = m_{\overline{T}} \cdot \overline{T}_{ож} = 4 \cdot 10000 = 40000 \text{ ч}.$$

Обе части испытаний в соответствии с изложенным выше целесообразно совместить. Выигрыш от совмещения согласно (186) равен

$$\Delta \overline{t}_\Sigma = 4 \cdot \{(1-0,93) \cdot 10000 + 0,93 \cdot 500\} = 4620 \text{ ч}.$$

Проведение испытаний и непосредственные результаты. По условиям производства на испытания имеется возможность поставить 50 образцов изделия. На этих 50 образцах случайным образом отмечаются четыре образца, которые должны проработать до отказа (т. е. образцы, участвующие в обеих частях испытаний). Каждый опыт на остальных образцах продолжается 500 ч, причем после окончания каждого опыта проводятся работы, полностью восстанавливающие надежностные свойства изделия, после чего на этих образцах проводятся следующие опыты по 500 ч.

При проведении 190 опытов длительностью каждый по 500 ч было получено 15 отказов. На этом первая часть испытаний для оценки $p(\tau)$ закончена. Испытания четырех отмеченных образцов, участвующих в оценке $\overline{T}$, продолжались до возникновения отказа в каждом опыте и дали следующие результаты:

$$t_1=8012 \text{ ч}; \quad t_2=13508 \text{ ч};$$
$$t_3=12836 \text{ ч и } t_4=9112 \text{ ч}.$$

Обработка непосредственных результатов. По формуле (133) вычисляем точечную оценку вероятности безотказной работы изделия за 500 ч.

$$\hat{p}(\tau=500 \text{ ч}) = 1 - \frac{15}{190} = 0,921.$$

По табл. 1 *приложения II* для значения $p(\tau)$ и для $m=190$ находим доверительные границы оценки:

$P_{в}=0,97$ и $P_{н}=0,95$.

Проверка точности поставленного эксперимента производится по формуле (110).

$$\delta_p = \frac{\ln 0,95 - \ln 0,96}{\ln 0,96} = 0,28,$$

что соответствует поставленным требованиям.

Точечную оценку наработки на отказ находим по формуле (172).

$$\hat{\bar{T}} = \frac{3950}{5} = 790.$$

Оценку среднеквадратического отклонения вычисляем по формуле (175)

$$\hat{\sigma}_T = 179$$

Статистический коэффициент вариации

$$\hat{\rho} = \frac{\hat{\sigma}_T}{\hat{\bar{T}}} = 0,23.$$

Верхнее и нижнее значение наработки на отказ вычисляет по формулам (179):

$$\overline{T}_{в} = k_{в} \cdot \hat{\bar{T}} = 1,094 \cdot 790 = 864;$$

$$\overline{T}_{н} = k_{н} \cdot \hat{\bar{T}} = 0,905 \cdot 790 = 711 \text{ час},$$

где $k_{в}$ и $k_{н}$ находятся по таблице *приложения* V при $\varrho=0,2$ и $m=5$

Относительная доверительная ошибка эксперимента

$$\delta_{\hat{\bar{T}}_{оп}} = 1 - \frac{\overline{T}_{н}}{\hat{\bar{T}}} = 1 - \frac{711}{790} = 0,1.$$

Глава V

ОПРЕДЕЛИТЕЛЬНЫЕ ИСПЫТАНИЯ НА РЕМОНТОПРИГОДНОСТЬ, СОХРАНЯЕМОСТЬ И ДОЛГОВЕЧНОСТЬ

§ 20. ОБЩИЕ ЗАМЕЧАНИЯ

Выше неоднократно подчеркивалось, что используемые показатели всех четырех составляющих надежности имеют то общее свойство, что все они представляют собой числовые характеристики случайных величин, имеющих размерность времени. Эта общность определяет, в частности, единообразие математического аппарата, используемого при описании и решении задач испытаний на различные составляющие надежности, единство принципов и методов планирования, проведения и обработки результатов этих испытаний.

В связи с этим при рассмотрении испытаний на ремонтопригодность, сохраняемость и долговечность естественно стремление использовать арсенал уже известных методов, разработанных применительно к испытаниям на безотказность. Это упрощает изложение и освоение методов испытаний, позволяет использовать имеющиеся формулы, таблицы и графики.

Под этим углом зрения рассматриваются и излагаются в настоящей главе вопросы испытаний на ремонтопригодность, сохраняемость и долговечность. Поскольку, помимо отмеченной выше общности математического аппарата, испытания на различные составляющие надежности имеют и свои специфические особенности[1], в последующих параграфах рассматри-

---

[1] Эти особенности отражаются не столько на методах планирования и обработки результатов испытаний, сколько на способах их организации и проведения.

ваются сперва эти особенности, после чего задачи сводятся по возможности к уже известным постановкам и даются рекомендации к использованию в условиях изложенных в IV главе методов, формул, таблиц и графиков.

В число используемых показателей сохраняемости и долговечности входят, как известно, гамма-процентные сроки сохраняемости, ресурса и срока службы, представляющие собой квантили соответствующих случайных величин. Поскольку эти числовые характеристики в качестве показателей безотказности не используются, в главе IV методы испытаний для оценки квантилей не рассматривались. В связи с этим в настоящую главу введен специальный параграф (§ 21), в котором рассмотрен оригинальный план испытаний (план 4) для оценки показателей надежности типа квантилей.

Для определения показателей различных составляющих надежности могут использоваться по сути одни и те же планы испытаний. В то же время различные планы по-разному эффективны в оценке тех или иных показателей. Поэтому прежде чем перейти к непосредственному рассмотрению испытаний для оценки показателей ремонтопригодности, сохраняемости и долговечности, целесообразно рассмотреть общие вопросы эффективности различных планов определительных испытаний на надежность в различных условиях. При таком обобщенном рассмотрении удобно использовать введенное в § 7 понятие характеристического состояния.

Каждой составляющей надежности изделия соответствует пара характеристических состояний. В экспериментах по исследованию данной составляющей одно из характеристических состояний испытываемого образца является исходным (условимся называть его первым характеристическим состоянием этой составляющей), другое — состоянием, в которое может или должен перейти образец за время испытаний (назовем его вторым состоянием). Так, например, в испытаниях на безотказность первым характеристическим состоянием испытываемого образца является состояние полной работоспособности; вторым — состояние отказа. В испытаниях на ремонтопригодность, наоборот, первым является состояние отказа, вторым — состояние работоспособности. В испытаниях на сохраняемость первое состояние — это состояние работоспособности при полном соответствии всех характеристик образца техническим условиям; второе состояние — выход из установленных допусков хотя бы одной характеристики образца. Наконец, при испытаниях на долговечность первое состояние — работоспособность при нулевом расходе ресурса, второе — предельное состояние образца.

В предыдущей главе мы уже пользовались понятием опыт. Дадим ему четкое определение. Условимся называть опытом эксперимент над одним образцом изделия, включающий не более одного перехода из первого характеристического состояния образца во второе. Опытом является, например, функционирование одного образца изделия до истечения заданного отрезка времени или до возникновения отказа — при испытаниях на безотказность; процесс восстановления работоспособности отказавшего образца — при испытаниях на ремонтопригодность; хранение образца в течение заданного времени или до потери им хотя бы одной из своих основных характеристик (испытания на сохраняемость); функционирование образца в нормальных условиях эксплуатации и восстановления до наступления предельного состояния или до исчерпания заранее заданного срока службы или ресурса (испытания на долговечность).

Таким образом, в испытаниях на любую из составляющих надежности опыт начинается над образцом, находящимся в первом характеристическом состоянии. При этом используются в основном два вида опытов. Опыты первого вида продолжаются в течение заранее заданного отрезка времени, после чего определяется, совершился или не совершился за время испытаний переход образца во второе характеристическое состояние. Результат такого опыта двоичен; он несет не более одного бита информации. Опыты второго вида продолжаются до момента перехода испытываемого образца во второе характеристическое состояние. Время этого перехода и представляет собой непосредственный результат опыта. Результат этот значительно более информативен. Очевидно, однако, что получение его значительно сложнее.

В опытах второго вида в предельном случае — для получения точного значения времени перехода образца во второе характеристическое состояние — необходимо непрерывное наблюдение за состоянием испытываемого образца. Причем это наблюдение должно быть очень глубоким и охватывать целый ряд параметров и характеристик. Поскольку непрерывный тщательный анализ в течение длительных интервалов времени можно осуществить лишь в редких случаях и лишь для изделий с очень простыми функциями и структурой, контроль состояния образца в опытах этого вида чаще всего производится периодически. Период выбирается достаточно малым, чтобы была обеспечена необходимая точность определения времени перехода.

Очевидно, что исследование испытываемого образца с целью отнесения его состояния к первому или второму характеристическому состоянию является обязательным в каждом опыте. Однако в опытах первого вида такое исследование производится один раз за время одного опыта, а в опытах второго вида — многократно или даже непрерывно.

Определение состояния образца изделия (дифференциация первого и второго характеристических состояний) во многих случаях представляет собой достаточно сложную задачу и предполагает сложную и длительную процедуру. Достаточно указать в качестве примера выявление предельного состояния образца, участвующего в испытаниях на долговечность, когда предельное состояние определено через снижение уровня безотказности. В этих случаях даже однократное определение состояния образца в опыте может представить существенное затруднение в организации испытаний. Многократное же повторение этой процедуры в одном опыте может оказаться с практической точки зрения совершенно невыполнимым.

В связи с этим очевидно, что с точки зрения возможностей практической реализации опыты первого вида значительно выгоднее опытов второго вида. Соответственно более выгодными во многих случаях являются и планы испытаний, базирующиеся на опытах первого вида. Известно, что опыты первого вида используются главным образом в планах испытаний для оценки таких показателей надежности, которые представляют собой вероятность возникновения (или невозникновения) некоторого события в течение фиксированного интервала времени, а опыты второго вида — в планах испытаний для оценки показателей типа математических ожиданий или квантилей. Поэтому при выборе показателей надежности изделий следует иметь в виду, что показатели типа $F(\tau)$, $G_c(\tau)$ и $G_п(\tau)$ в общем случае существенно легче поддаются экспериментальной оценке.

§ 21. СТАТИСТИЧЕСКАЯ ОЦЕНКА ПОКАЗАТЕЛЕЙ НАДЕЖНОСТИ ТИПА КВАНТИЛЕЙ[1]

Квантили, относящиеся к классу интервальных числовых характеристик случайных величин (см. § 2), используются в качестве показателей сохраняемости и долговечности изделий. Такими показателями являются гамма-процентный срок сохраняемости (T_{c_γ}), гамма-процентный срок службы ($T_{c.c_\gamma}$), гамма-процентный ресурс (T_{p_γ}).

[1] Этот параграф написан Ю. Г. Зарениным и О. А. Хлобыстовой по результатам, полученным ими же.

Условимся обозначать показатели надежности этого типа символом a_γ, понимая под этим h-квантиль (t_h) соответствующей случайной величины (T_c, $T_{c.c}$ или T_p), где

$$h = 1 - \frac{\gamma}{100}. \qquad (187)$$

В литературе по надежности в настоящее время нет разработанных методов и планов испытаний для определения показателей надежности типа a_γ.

Поскольку, как было указано выше, эти показатели представляют собой квантили некоторых случайных величин, для построения методов их экспериментальной оценки может быть использован аппарат теории порядковых статистик [26, 28, 56]. На основе этого аппарата построен описываемый ниже план испытаний для оценки показателей надежности типа a_γ.

План испытаний. На m образцах изделия проводятся m опытов, в каждом из которых образец испытывается до момента перехода его из первого во второе характеристическое состояние. Моменты (t_i) переходов фиксируются; значения $t_1, t_2, \ldots, t_m$ являются непосредственными результатами испытаний.

Непосредственные результаты испытаний представляются в виде вариационного ряда (упорядоченной статистической совокупности)

$$t_{(1)},\ t_{(2)},\ \ldots,\ t_{(m)} \cdot (t_{(i)} \leqslant t_{i+1}), \qquad (188)$$

из которой в дальнейшем используются лишь k_1-й, k_2-й и k_3-й ($k_1 < k_2 < k_3 < m$) члены (достаточная статистика).

Значения k_1, k_2 и k_3 определяются при планировании испытаний.

Описанный план испытаний, который условимся называть планом 4, является однопараметрическим. Параметр плана — число опытов m.

Если все m опытов проводятся параллельно, то последовательно отмечаемые моменты переходов испытываемых образцов из первого во второе характеристическое состояние непосредственно образуют вариационный ряд ($t_i = t_{(i)}$). В этом случае испытания могут быть прекращены в момент получения k_3-го члена этого ряда.

Поскольку $k_3 < m$, такой порядок проведения испытаний позволяет сократить затраты времени, средств и ресурса испытываемого изделия на проведение испытаний.

Основные соотношения. В основе соотношений, используемых при планировании и обработке результатов испытаний по плану 4, лежит распределение вероятностей значения k-го члена вариационного ряда.

Для вывода этого распределения воспользуемся приемом, описанным Г. Крамером [28].

Обозначим через $g_k(t)$ плотность распределения k-го члена вариационного ряда (при общем числе членов ряда, равном m). Элемент вероятности $g_k(t)\cdot dt$ представляет собой вероятность того, что из общего числа m членов ряда $(k-1)$ членов примут значения меньшие t; $(m-k)$ членов примут значения большие t и один член (k-й) попадет в элементарный интервал $(t,\ t+\Delta t)$. Соответственно можно записать

$$g_k(t)\cdot dt = \overset{m}{(k-1)}\cdot[F(t)]^{k-1}[1-F(t)]^{m-k}\cdot(m-k+1)\,dF(t), \quad (189)$$

где $F(t)$ — интегральная функция распределения исследуемой случайной величины.

Если $F(t)$ — дифференцируема, то

$$dF(t)=f(t)\cdot dt. \quad (190)$$

Если учесть, что

$$\overset{m}{(k-1)}\cdot(m-k+1)=\frac{m!}{(k-1)!(m-k)!}=\frac{\Gamma(m+1)}{\Gamma(k)\cdot\Gamma(m-k+1)}, \quad (191)$$

то с учетом (190) выражение (189) можно переписать в виде

$$g_k(t)=\frac{\Gamma(m+1)}{\Gamma(k)\cdot\Gamma(m-k+1)}[F(t)]^{k-1}\cdot[1-F(t)]^{m-k}\cdot f(t). \quad (192)$$

Выражение (192) справедливо при произвольных значениях m и k, однако оно весьма сложно для анализа в общем виде.

Известно [28], что при $1\ll k\ll m$ распределение (192) для k-го члена вариационного ряда с достаточной для практических целей точностью может быть аппроксимировано нормальным распределением с параметрами:

$$M[t_k]=t_\alpha \ \text{ и } \quad (193)$$

$$\sigma[t_k]=\frac{1}{f(t_\alpha)}\sqrt{\frac{\alpha(1-\alpha)}{m}}, \quad (194)$$

где $f(t_\alpha)$ — значение плотности распределения исследуемой случайной величины в точке $t=t_\alpha$;

$$t_\alpha - \alpha\text{—квантиль при } \alpha=\frac{k}{m}. \quad (195)$$

Из приведенных выражений, в частности, следует, что в качестве состоятельной, асимптотически несмещенной и эффективной точечной оценки некоторого произвольного h-квантиля может быть принято значение k_2-го члена вариационного ряда t_{k_2}, где

$$k_2=h\cdot m. \quad (196)$$

Если произведение $h\cdot m$ не является целым числом, то приближенной точечной оценкой h-квантиля может служить член вариационного ряда с номером

$$k_2=[hm]+1, \quad (197)$$

где $[hm]$ — представляет собой целую часть от hm.

При построении доверительных границ оценки h-квантиля используется выражение, определяющее вероятность того, что значение k-го члена вариационного ряда будет меньше некоторого фиксированного значения τ. На основании (192) имеем

$$\text{Вер}\{t_k<\tau\}=\int_0^\tau g_k(t)\,dt=$$

$$=\frac{\Gamma(m+1)}{\Gamma(k)\cdot\Gamma(m-k+1)}\int_0^\tau[F(t)]^{k-1}\cdot[1-F(t)]^{m-k}\cdot f(t)\cdot dt. \quad (198)$$

Введем новую переменную

$$z=F(t),$$
$$dz=dF(t)=f(t)dt, \quad (199)$$
$$\text{при } t=0 \ \ z_0=F(0)=0.$$

Пусть τ есть такое значение аргумента t, которому соответствует значение $F(\tau)=h$, т. е.

$$\tau=t_h.$$

$$\text{Тогда } z_\tau=z_{t_h}=F(t_h)=h \quad (200)$$

и выражение (198) приобретает вид

$$\text{Вер}\{t_k<\tau\}=\frac{\Gamma(m+1)}{\Gamma(k)\cdot\Gamma(m-k+1)}\cdot\int_0^h z^{k-1}(1-z)^{m-k}dz=$$

$$=I_h(k,\ m-k+1)=E(m,\ k,\ h), \quad (201)$$

где $I_h(k,\ m-k+1)$ — неполная β-функция от аргументов k и $(m-k+1)$ с параметром h, значения которой совпадают со значениями биномиального распределения, табулированного К. Пирсоном [68]:

$$E(m, k, h)=\sum_{i=k}^{m}\binom{m}{k}h^{i}(1-h)^{m-i}. \qquad (202)$$

Поскольку соотношение (201) лежит в основе методов планирования и обработки результатов испытаний для оценки показателей надежности типа квантилей, в *приложении V* табулированы значения неполной β-функции для достаточно широкого диапазона значений переменных h, k, m, вычисленные в соответствии с (202). Общее число таблиц — 3; каждая таблица соответствует одному значению h из следующего ряда: 0,1; 0,05; 0,02 (что соответствует значениям $\gamma=90$; 95; 98%). Столбцы таблицы соответствуют значениям m, строки — значениям $k(k<m)$; на пересечениях столбцов и строк указаны значения неполной бета-функции $I_h(k, m-k+1)$.

Из (201) следует, что в качестве нижней доверительной границы оценки h-квантиля, соответствующей доверительной вероятности Q, может быть взято значение k_1-го члена вариационного ряда (t_{k_1}), где k_1 определяется из соотношения

$$I_h(k_1, m-k_1+1)=Q. \qquad (203)$$

Соответственно в качестве верхней доверительной границы, соответствующей доверительной вероятности Q, можно взять значение k_3-го члена вариационного ряда (t_{k_3}), где k_3 определяется из соотношения

$$I_h(k_3, m-k_3+1)=1-Q. \qquad (204)$$

Как будет показано ниже, для планирования испытаний по плану 4 нужно знать плотность распределения генеральной совокупности (т. е. плотность распределения времени, определяющего исследуемую составляющую надежности) $f(t)$, хотя бы на интервале $(0, t_{h_и})$, где $t_{h_и}$ — истинное значение h-квантиля. Для случайных величин $T_с$, $T_р$, $T_{с.с}$, применительно к которым используются показатели надежности типа квантилей, характерны законы распределения с монотонно возрастающей функцией интенсивности — нормальный, гамма-распределение. Поскольку $h\leqslant 0,1$ (что соответствует значениям $\gamma\geqslant 90\%$), на интервале $(0, t_h)$ плотность распределения $f(t)$ можно аппроксимировать прямой

$$f(t)=\alpha t+\beta.$$

Для определения коэффициентов α и β можно воспользоваться условием

$$\int_0^{t_h} f(t)\,dt = F(t_h) = h. \qquad (205)$$

Подставив в это выражение $f(t)$ и проинтегрировав, получаем

$$\frac{1}{2}\alpha t_h^2 + \beta t_h = h. \qquad (206)$$

Последнее выражение относительно коэффициентов α и β имеет множество решений. Задача решается однозначно в двух случаях:

1) $\alpha=0$ [плотность распределения на интервале $(0, t_h)$ имеет вид прямой, параллельной оси абсцисс];

2) $\beta=0$ (плотность распределения представляется прямой, проходящей через начало координат)[1].

В первом случае из (206) имеем

$$f(t) = \beta = \frac{h}{t_h}; \qquad (207)$$

во втором —

$$f(t) = \alpha t = \frac{2h}{t_h^2}\cdot t. \qquad (208)$$

Определим математическое ожидание суммарных затрат времени ($\overline{t}_\Sigma$) на проведение испытаний по оценке h-квантиля[2].

При непараллельном проведении опытов (т. е. когда все опыты проводятся до наступления момента перехода испытываемого образца из первого характеристического состояния во второе) общие затраты времени на проведение испытаний равны

$$\overline{t}_\Sigma = \sum_{i=1}^{m} t_i = m\cdot \overline{T}_\text{и}, \qquad (209)$$

где $\overline{T}'_\text{и}$ — истинное значение математического ожидания времени, определяющего исследуемую составляющую надежно-

[1] Допущение, приемлемое в случаях нормального, логарифмически нормального, бета-распределения, гамма -распределения, распределения Вейбулла при определенных сочетаниях значений параметров.

[2] Очевидно, что в случае испытаний на γ%-ный срок сохраняемости речь идет о суммарном времени пребывания всех испытываемых образцов в условиях хранения; в случае испытаний на γ%-ный ресурс и срок службы — о суммарном расходе ресурса и времени эксплуатации всех испытываемых образцов соответственно.

сти ($T_{\text{с}}$, $T_{\text{сс}}$ или $T_{\text{р}}$). Поскольку при проведении испытаний для оценки h-квантиля случайной величины T' величина $\overline{T}'_{\text{н}}$, как правило, неизвестна, в формулу (209) для определения $\overline{t}_{\Sigma}$ расчетным путем следует подставлять ее ожидаемое значение $T'_{\text{ож}}$.

В случае параллельного проведения всех m опытов испытания заканчиваются в момент фиксации k_3-го перехода испытываемых образцов во второе характеристическое состояние (в момент получения k_3-го члена вариационного ряда). Это обеспечивает получение помимо точечной оценки $\hat{t}_h$, нижней $t_{h_{\text{н}}}$ и верхней $t_{h_{\text{в}}}$ доверительных границ. Однако, поскольку все показатели типа a_{γ} ($T_{\text{с}_{\gamma}}$, $T_{\text{р}_{\gamma}}$ и $T_{\text{с.с}_{\gamma}}$) являются позитивными показателями надежности, для вычисления относительной доверительной ошибки достаточно определить лишь нижнюю доверительную границу и точечную оценку. В связи с этим при параллельном проведении опытов испытания могут быть прекращены в момент получения k_2-го члена вариационного ряда. При этом из общего числа m проведенных опытов $(m-k_2+1)$ опытов будут продолжаться до момента t_{k_2}, а (k_2-1) опытов закончатся раньше. Тогда для $\overline{t}_{\Sigma}$ по аналогии с (137) можно записать

$$\overline{t}_{\Sigma}=\left[\frac{1}{m}(m-k_2+1)\cdot\overline{t}_{k_2}+\frac{1}{m}(k_2-1)\cdot\overline{\tau}'\right]\cdot m, \quad (210)$$

где $\overline{\tau}'$ — математическое ожидание длительности опытов, заканчивающихся до момента t_{k_2}, (математическое ожидание значений членов вариационного ряда с номерами $1, 2, \ldots, k_2-1$).

В соответствии с (193) и (196) имеем

$$\overline{t}_{k_2}=t_{h_{\text{н}}};$$

для $\overline{\tau}'$ по аналогии с (138) справедливо

$$\overline{\tau}'=\frac{1}{\int\limits_0^{t_h} f(t)\cdot dt}\cdot\int\limits_0^{t_{h_{\text{н}}}} t\cdot f(t)\cdot dt. \quad (211)$$

Используя (197) и учтя, что

$$\int\limits_0^{t_{h_{\text{н}}}} f(t)\cdot dt=F(t_{h_{\text{н}}})=h,$$

после несложных преобразований получаем

$$\overline{t}_{\Sigma}=(m-[mh])\cdot t_{h_{\text{н}}}+[mh]\cdot\int\limits_0^{t_{h_{\text{н}}}} t\cdot f(t)\cdot dt. \quad (212)$$

Таким образом, для вычисления $\overline{t}_{\Sigma}$ необходимо знать функцию плотности распределения на интервале $(0, t_{h_{\text{н}}})$. Для частных случаев, когда плотность $f(t)$ описывается выражениями (207) и (208), из (212) получаем соответственно

$$\overline{t}_{\Sigma}=\left\{m-[mh]+\frac{1}{2}[mh]\cdot h\right\}\cdot t_{h_{\text{н}}} \quad (213)$$

и

$$\overline{t}_{\Sigma}=\left\{m-[mh]+\frac{2}{3}[mh]\cdot h\right\}\cdot t_{h_{\text{н}}}. \quad (214)$$

При расчетах вместо $t_{h_{\text{н}}}$ следует использовать $t_{h_{\text{ож}}}$.

Планирование испытаний. Планирование испытаний для оценки показателя надежности типа квантиля t_h состоит в определении минимального необходимого числа опытов m, значений k_1, k_2 и k_3 (определяемых по m однозначно), а также ориентировочного значения $\overline{t}_{\Sigma}$. Исходными данными для планирования являются односторонняя доверительная вероятность оценки Q и относительная доверительная ошибка δ_{t_h}, которая далее будет обозначаться просто δ.

Задача разработки методики планирования испытаний по плану 4 существенно сложнее той же задачи применительно к планам 1, 2 и 3. Это объясняется специфическими особенностями рассматриваемого плана испытаний.

Одной из основных особенностей, отличающих план 4 от всех других рассмотренных выше планов, состоит в том, что точечная оценка квантиля и ее доверительные границы определяются разными статистическими данными: как следует из описания плана 4, достаточными статистиками для точечной оценки, верхней и нижней доверительных границ являются соответственно k_2-й, k_3-й и k_1-й члены вариационного ряда. Из этого следует, что при фиксированном значении m одному и тому же значению $\hat{t}_h$ могут соответствовать различные значения нижней (или верхней) доверительной границы[1].

[1] Напомним, что в испытаниях по планам 1, 2 и 3 точечная оценка и доверительные границы определяются одним и тем же статистическим материалом, т. е. между точечной оценкой и доверительной границей при фиксированном m существует однозначное соответствие. Другими словами, хотя сама точечная оценка при данном m случайна, но если она уже получена, то доверительная граница, а вместе с ней и полуширина доверительного интервала и, в конечном счете, относительная доверительная ошибка определяются однозначно.

Вследствие этого при любом принятом значении m нельзя утверждать, что точность оценки (относительная доверительная ошибка) будет иметь вполне определенное значение; можно говорить лишь о некоторой вероятности (R) того, что полученная в эксперименте точность оценки будет не ниже заданной.

Величина вероятности R является еще одним фактором, величина которого должна обосновываться и который должен учитываться при планировании испытаний по плану 4.

Обозначив требуемое значение указанной вероятности через $R_{тр}$, основное уравнение планирования можно записать в виде

$$\text{Вер}\left\{\frac{\hat{t}_h - t_{h_н}}{\hat{t}_h} \leqslant \delta\right\} = R \geqslant R_{тр},$$

или с учетом того, что

$$\hat{t}_h = t_{k_2} \text{ и } t_{h_н} = t_{k_1},$$

$$\text{Вер}\left\{\frac{t_{k_2} - t_{k_1}}{t_{k_2}} \leqslant \delta\right\} = R \geqslant R_{тр}. \qquad (215)$$

Таким образом, планирование испытаний по плану 4 сводится к выбору такого значения m, при котором относительная разность значений членов вариационного ряда с номерами k_2 и k_1 с вероятностью $R_{тр}$ будет меньше заданного значения δ.

Введя обозначения

$$t_{k_1} = x,\ t_{k_2} = y \qquad (216)$$

и

$$x - (1-\delta)y = z, \qquad (217)$$

выражение (215) можно переписать в формуле

$$\text{Вер}\ \{z \geqslant 0\} = R \geqslant R_{тр}. \qquad (218)$$

Таким образом, решение задачи планирования требует нахождения распределения случайной величины z.

Если обозначить интегральную функцию распределения z через $F_z(z)$, то левую часть выражения (218) можно записать в виде

$$R = \text{Вер}\ \{z \geqslant 0\} = 1 - \text{Вер}\ \{z < 0\} = 1 - F_z(0). \qquad (219)$$

Интегральная функция распределения z в соответствии с (217) определяется выражением

$$F_z(z) = \int_0^{\infty} \int_0^{z+(1-\delta)y} f(x, y)\, dx\, dy, \tag{220}$$

где $f(x, y)$ — совместная плотность распределения x и y. Согласно [26]

$$f(x, y)\, dxdy = \frac{m!}{(k_1-1)!(k_2-k_1-1)!(m-k_2)!} [F(x)]^{k-1} \cdot$$
$$\cdot [F(y)-F(x)]^{k_2-k_1-1} \cdot [1-F(y)]^{m+k_2} dF(x) \cdot dF(y), \tag{221}$$

где $F(x) = F(t=x)$ и $F(y) = F(t=y)$ — значения интегральной функции распределения случайной величины T', определяющей исследуемую составляющую надежности.

Из (219), (220) и (221) следует, что для нахождения $F_z(z)$ необходимо знать полностью закон распределения T' (тип и параметры).

Если имеющиеся априорные сведения позволяют найти приемлемое для планирования приближение функции $F(t)$, то, подставив соответствующие значения ее в (221), получим $f(x, y)$ как функцию от m (поскольку k_1 и k_2 для заданных Q и γ определяются по m однозначно); затем, подставив $f(x, y)$ в (220), найдем $F_z(z)$ как некоторую функцию z с параметрами, зависящими от m и δ. Это позволяет для фиксированного значения δ_{t_h} построить зависимость $F(0) = =\varphi(m)$. Далее, используя (218), можно выбрать значение m, удовлетворяющее $R_{\text{тр}}$.

Такова в общих чертах процедура решения задачи планирования испытаний по плану 4 в случае, если распределение T' известно или может быть определено ориентировочно. Однако чаще всего это распределение неизвестно, вследствие чего задача планирования строго решена быть не может.

Ниже предлагается методика приближенного (ориентировочного) планирования испытаний для оценки показателей типа квантиля t_h.

Рассмотрим случай больших значений m, удовлетворяющих неравенству

$$mh(1-h) \geqslant 10. \tag{222}$$

При этом случайные величины x и y можно считать распределенными по нормальному закону с параметрами, определяемыми выражениями (193) и (194). Тогда случайная величина z имеет также нормальное распределение с параметрами [28]

$$M[z] = M[x] - (1-\delta) M[y] \tag{223}$$

и

$$\sigma[z]=\{\sigma^2[x]+(1-\delta)^2\sigma^2[y]-2\mu_{11}\}^{\frac{1}{2}}, \tag{224}$$

где

$$\mu_{11}=M[(x-M[x])(y-M[y])]. \tag{225}$$

Учитывая физический смысл случайных величин x и y, последнее выражение можно переписать в виде

$$\mu_{11}=\frac{\alpha_1(1-\alpha_2)}{mf(t_{\alpha_1})\cdot f(t_{\alpha_2})}(1-\delta). \tag{226}$$

При нормальном распределении z выражение (219) принимает вид

$$R=N\left(\frac{M[z]}{\sigma[z]};\ 0{,}1\right)^1. \tag{227}$$

Для определения входящих в (227) параметров $M[z]$ и $\sigma[z]$ необходимо найти $M[x]$, $\sigma[x]$, $M[y]$ и $\sigma[y]$, для чего прежде всего нужно определить t_{α_1} и t_{α_2} при $\alpha_1=\frac{k_1}{m}$ и $\alpha_2=\frac{k_2}{m}\approx h$, а также $f(t_{\alpha_1})$ и $f(t_{\alpha_2})$. Эта задача может быть решена, если принять аппроксимацию плотности распределения исследуемой случайной величины выражениями (207) или (208).

В первом случае

$$f(t)=\frac{h}{t_h}=\mathrm{const},$$

откуда

$$M[x]=t_{\alpha_1}\cong t_h\frac{k_1}{mh}, \tag{228}$$

$$\sigma[x]=\frac{t_h}{h}\cdot\sqrt{\frac{k_1(m-k_1)}{m^3}}=\frac{t_h}{m\cdot h}\sqrt{\frac{k_1(m-k_1)}{m}}, \tag{229}$$

$$M[y]=t_h, \tag{230}$$

$$\sigma[y]=\frac{t_h}{h}\sqrt{\frac{h(1-h)}{m}} \tag{231}$$

и

$$\mu_{11}=\frac{k_2(1-h)\,t_h^2}{m^2h^2}\cdot(1-\delta). \tag{232}$$

---

[1]Согласно [3] $N(U;\ 0{,}1)=\Phi(U)=\frac{1}{\sqrt{2\pi}}\int\limits_{-\infty}^{U} l^{-\frac{1}{2}\omega^2}\,d\omega$.

Подставив (228) — (232) в (223) и (224), получаем

$$M[z] = t_h \frac{k_1}{mh} - (1-\delta)\cdot t_h = t_h\left(\frac{k_1}{mh} - 1 + \delta\right), \quad (233)$$

$$\sigma[z] = \frac{t_h}{mh}\left[\frac{k_1\,(m-k_1)}{m} + (1-\delta)^2 mh(1-h) - 2k_1 \times \right.$$

$$\left.\times (1-\delta)(1-h)\right]^{1/2} \quad (234)$$

и

$$\frac{M[z]}{\sigma[z]} = \frac{\sqrt{m}\,[k_1-(1-\delta)\cdot mh]}{[k_1\,(m-k_1)+(1-\delta)^2(1-h)\,m^2h-2k_1\cdot m(1-h)(1-\delta)]^{\frac{1}{2}}}. \quad (235)$$

Во втором случае

$$f(t) = \frac{2h}{t_h^2}\cdot t,$$

$$\text{откуда } f(t_{\alpha_1}) = \frac{2}{t_h}\sqrt{\frac{k_1\cdot h}{m}}, \quad (236)$$

$$M[x] = t_{\alpha_1} \cong t_h\sqrt{\frac{k_1}{mh}}, \quad (237)$$

$$\sigma[x] = \frac{t_h}{2m}\sqrt{\frac{m-k_1}{h}}, \quad (238)$$

$$M[y] = t_h, \quad (239)$$

$$\sigma[y] = \frac{t_h}{2}\sqrt{\frac{1-h}{mh}} \quad (240)$$

и

$$\mu_{11} = t_{h_u}^2 \frac{(1-h)\cdot\sqrt{k_1}}{4\,mh\sqrt{m\,h}}(1-\delta). \quad (241)$$

На основе (237) — (241) из (223) и (224) получаем

$$M[z] = t_h\left(\sqrt{\frac{k_1}{mh}} - 1 + \delta\right), \quad (242)$$

$$\sigma[z] = \frac{t_h}{2\,mh}\left[(m-k_1)\cdot h + (1-\delta)^2(1-h)\cdot mh - 2(1-h)(1-\delta)\cdot\right.$$

$$\left.\cdot\sqrt{k\cdot m\cdot h}\right]^{1/2} \quad (243)$$

и

$$\frac{M[z]}{\sigma[z]}=\frac{2\left(\sqrt{k_1}-(1-\delta)\sqrt{mh}\right)\cdot\sqrt{mh}}{\left[(m-k_1)h+(1-\delta)^2(1-h)mh-2(1-h)(1-\delta)\sqrt{k_1mh}\right]^{1/2}}. \quad (244)$$

Выражения (235) и (244) в соответствии с (227) и (218) являются основой для приближенного решения задачи планирования испытаний по плану 4. Все величины, входящие в эти выражения, либо задаются при постановке задачи планирования, либо однозначно связаны с m. Это означает, что можно построить зависимость $R(m)$ и, используя (218), определить значение m, отвечающее требуемому значению $R_{тр}$.

Такие зависимости, построенные с помощью ЭЦВМ для $h=0{,}1$; $Q=0{,}8$ и $0{,}9$; $\delta=0{,}3$; $0{,}5$; $0{,}7$, приведены на рис. 11 и 12. Кривые на рис. 11 соответствуют формуле (235), кривые на рис. 12 соответствуют формуле (244). Графики зависимости $R(m)$ решают задачу приближенного планирования испытаний по плану 4 для оценки показателей надежности типа a_γ при $h=0{,}1$ ($\gamma=90\%$). Для приближенного планирования испытаний при $h=0{,}05$ ($\gamma=95\%$), $h=0{,}02$ ($\gamma=98\%$) и $R\geqslant0{,}95$ рассчитаны специальные таблицы, приведенные в *приложении VI*. Табл. 1 соответствует формуле (244), табл. 2 — формуле (235).

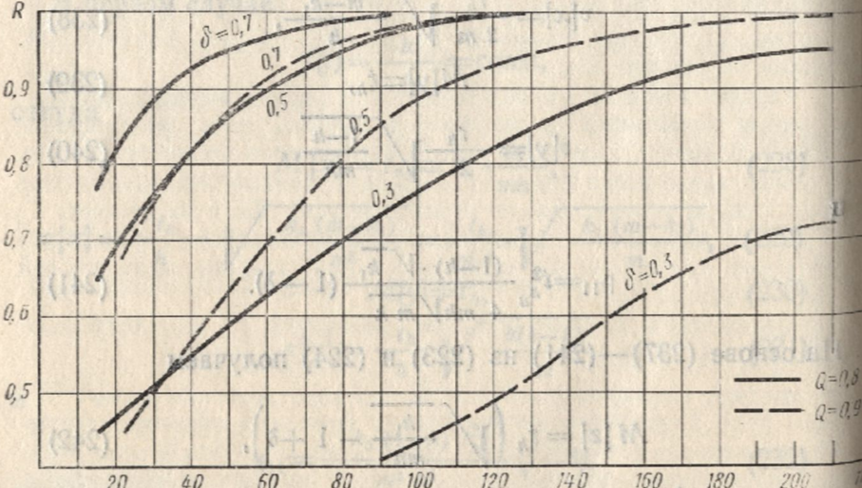

Рис. 11. Зависимости $R(m)$ при $h=0{,}1$, $Q=0{,}8$ (сплошные линии), $Q=0{,}9$ (пунктирные линии) и различных значениях δ, вычисленные в соответствии с формулой (235).

Определив в соответствии с описанной методикой необходимое количество опытов m, по формулам (209), (213) или (214) — в зависимости от принятой аппроксимации функции плотности $f(t)$ — можно найти $\overline{t}$.

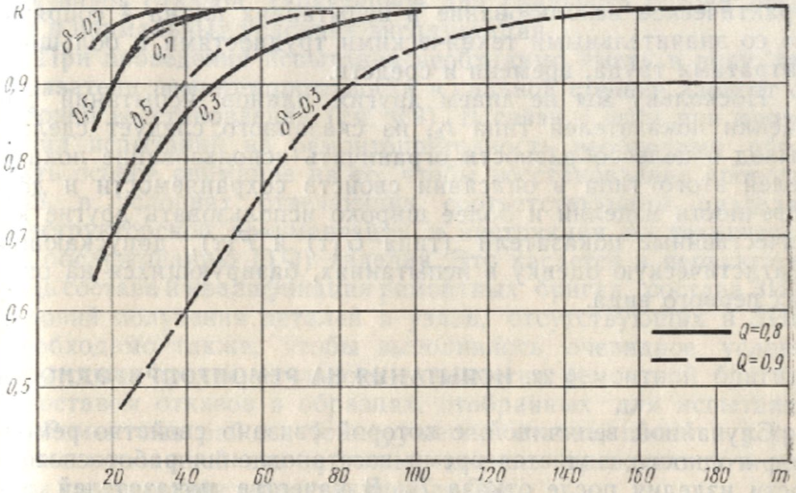

Рис. 12. Зависимости $R(m)$ при $h=0,1$, $Q=0,8$ (сплошные линии), $Q=0,9$ (пунктирные линии) и различных значений δ, вычисленные в соответствии с формулой (244).

Обработка непосредственных результатов. На основе непосредственных результатов испытаний должны быть определены точечная оценка искомого показателя t_h, нижняя и верхняя доверительные границы и относительная доверительная ошибка.

k_1-й, k_2-й и k_3-й члены вариационного ряда, отображающие непосредственные результаты испытаний, дают $t_{h_\text{н}}$, $\hat{t}_h$ и $t_{h_\text{в}}$. Относительная доверительная ошибка вычисляется по формуле

$$\delta_{t_h} = \frac{\hat{t}_h - t_{h_\text{н}}}{\hat{t}_h} = \frac{t_{k_2} - t_{k_1}}{t_{k_1}}. \tag{245}$$

Рекомендации. Особенностью плана 4 для оценки показателей типа t_h является то, что он базируется на использовании опытов второго типа, требующих непрерывного (или по крайней мере периодического с достаточно малым периодом) контроля состояния испытываемых образцов. Показатели рассматриваемого типа используются для количественного описания таких составляющих надежности, как сохраняемость и долговечность, для которых характерны большая длительность одного опыта и значительные трудности дифференциации первого и второго характеристических состояний образца. В связи с этим следует ясно понимать, что практическое использование в испытаниях плана 4 сопряжено со значительными техническими трудностями и большими затратами труда, времени и средств.

Поскольку мы не знаем других планов испытаний для оценки показателей типа t_h, из сказанного следует сделать вывод о целесообразности ограничить использование показателей этого типа в описании свойств сохраняемости и долговечности изделий и более широко использовать другие количественные показатели (типа $G(\tau)$ и $F(\tau)$, допускающие статистическую оценку в испытаниях, базирующихся на опытах первого вида.

§ 22. ИСПЫТАНИЯ НА РЕМОНТОПРИГОДНОСТЬ

Случайной величиной, с которой связано свойство ремонтопригодности, является время восстановления работоспособности изделия после отказа $T_в$. В качестве показателей ремонтопригодности используются математическое ожидание этой случайной величины (среднее время восстановления) $\overline{T}_в$ и значение интегральной функции распределения при фиксированном значении времени (вероятность восстановления за заданное время) $F_в(\tau)$. Время восстановления изделия обычно невелико, поэтому общая продолжительность испытаний на ремонтопригодность обычно существенной роли не играет.

В испытания на ремонтопригодность включаются образцы, находящиеся в состоянии отказа (первое характеристическое состояние ремонтопригодности); вторым является состояние работоспособности. Дифференциация состояний работоспособности и отказа, как правило, не представляет трудности. Поэтому в испытаниях на ремонтопригодность могут использоваться опыты обоих рассмотренных выше видов, без ограничений на использование тех или иных показателей надежности.

Одним из важных вопросов практики испытаний на ремонтопригодность является отбор образцов. Образцы с отказами могут быть взяты из эксплуатации, отобраны из числа образцов, участвовавших в испытаниях на безотказность или долговечность и отказавших до истечения времени испытаний; наконец, отказы могут быть введены искусственно. При этом должны соблюдаться определенные правила.

В первом и втором случаях необходима уверенность в том, что отказы возникли в результате нормальной эксплуатации образцов, а не вследствие каких-либо нетипичных, экстраординарных явлений В случае искусственного введения отказов должно быть обеспечено соотношение различных видов отказов, характерное для реального потока отказов в нормальных условиях эксплуатации.

При проведении испытаний необходимо иметь в виду, что показатели ремонтопригодности в сильной степени зависят от условий восстановления (см. § 9). В связи с этим при проведении испытаний на ремонтопригодность необходимо обращать особое внимание на то, чтобы восстановление проводилось в условиях, отвечающих соответствующим разделам конструкторской документации и инструкции по техническому обслуживанию (ТО) изделия. Это касается в первую очередь состава и квалификации ремонтных бригад, состава ЗИП, условий получения деталей и узлов, отсутствующих в ЗИП. Необходимо также, чтобы выполнялось очевидное условие отсутствия предварительного знакомства ремонтной бригады с составом отказов в образцах, отобранных для испытаний.

Ремонтные работы (обнаружение отказа, поиск и устранение вызвавшей его причины) должны проводиться в точном соответствии с инструкцией по ТО.

В качестве математических моделей законов распределения времени восстановления наиболее широко используются экспоненциальное распределение [7, 58], нормальное распределение [7] и распределение Эрланга [61].

Переходя непосредственно к рассмотрению методов испытаний для оценки показателей ремонтопригодности, отметим, что как было показано в § 13, в случае испытаний на ремонтопригодность основным показателем эффективности конкретного плана испытаний является среднее время занятости ремонтных бригад $\overline{t}_{\Sigma_{\text{рем}}}$ — математическое ожидание суммарного времени ремонта всех образцов, участвующих в испытаниях,

$$\overline{t}_{\Sigma_{\text{рем}}} M = \left[\sum_{i=1}^{m} t_{\text{в}_i} \right], \tag{246}$$

где $t_{\text{в}_i}$ — продолжительность ремонта в i-м опыте;

m — общее количество опытов в испытаниях.

Оценка $F_{\text{в}}(\tau)$ при произвольном распределении $T_{\text{в}}$. Рассмотрим план испытаний, позволяющий произвести оценку показателя $F_{\text{в}}(\tau) = F$[1] при произвольном распре-

[1] Здесь и далее в настоящем параграфе в целях краткости вместо $F_{\text{в}}(\tau)$ будем использовать символ F.

делении $T_в$. План этот основывается на проведении опытов первого вида и состоит в следующем.

Производится m опытов над образцами изделия, находящимися в состоянии отказа. Каждый опыт состоит в проведении ремонтных работ, направленных на устранение отказа одного образца, и продолжается либо до полного восстановления образца (если восстановление закончено за время меньшее τ), либо до истечения времени τ (если образец за это время не восстановлен). По окончании всех m опытов подсчитывается общее количество ремонтов l, полностью закончившихся за время τ. Значения m и l являются непосредственными результатами испытаний; величина m является также параметром плана испытаний.

Нетрудно видеть, что этот план очень близок к описанному в § 16 плану I. Формальное отличие состоит лишь в том, что в испытаниях по плану I определяется вероятность **не наступления** некоторого события (отказа). В рассматриваемом же плане ищется вероятность **возникновения** события (окончания ремонта). В связи с этим основные соотношения для указанных планов несколько отличаются.

Точечная оценка искомой вероятности восстановления изделия за время τ определяется формулой

$$\hat{F}_в(\tau)=\hat{F}_в=\frac{l}{m}. \tag{247}$$

Известно [18, 35, 62], что оценка, вычисляемая в соответствии с формулой (247), подчинена биномиальному распределению, исходя из чего для доверительных границ оценки $F_в$ можно записать выражения

$$\sum_{i=l}^{m}\binom{m}{i}F_н^i(1-F_н)^{m-i}=1-Q, \tag{248}$$

$$\sum_{i=0}^{l}\binom{m}{i}F_в^i(1-F_в)^{m-i}=1-Q, \tag{249}$$

где $F_н$ и $F_в$ — соответственно нижняя и верхняя доверительные границы оценок вероятности восстановления изделия за заданное время τ.

Для относительной доверительной ошибки оценки величины F в § 11 получено выражение (115).

Для среднего суммарного времени занятости ремонтных бригад (средней суммарной продолжительности всех опытов в испытаниях на ремонтопригодность) по аналогии с (139) можно записать

$$t_{\Sigma_{\text{рем}}} = [(1 - F_{\text{ож}}) \cdot \tau + \int_0^{\tau} t f_{\text{в}}(t)\, dt], \qquad (250)$$

где $F_{\text{ож}}$ — ожидаемое значение вероятности F;

$f_{\text{в}}(t)$ — плотность распределения $T_{\text{в}}$.

Исходными данными для планирования испытаний по оценке F являются требуемая достоверность Q и точность δ_F; искомым параметром плана является необходимое количество опытов m. Ввиду наличия в рассматриваемом плане только одного параметра задача планирования имеет единственное решение.

В связи с тем, что F является позитивным показателем надежности (чем больше F, тем выше ремонтопригодность изделия), в основу планирования должно быть положено уравнение (248), включающее нижнюю (худшую) доверительную границу.

Преобразуем (248). Из (115) имеем

$$F_{\text{н}} = \hat{F}^{(1+\delta_F)}; \qquad (251)$$

выражение (247) дает

$$l = m \cdot \hat{F}. \qquad (252)$$

Подставив (251) и (252) в (248), получаем уравнение планирования в виде

$$\sum_{l=m\hat{F}}^{m} \binom{m}{i} \cdot \hat{F}^{l(1+\delta_F)} [1 - \hat{F}^{(1+\delta_F)}]^{m-l} = 1 - Q. \qquad (253)$$

Как и в плане 1 (см. § 16), для решения задачи планирования необходимо принять некоторое ожидаемое значение искомого показателя $F_{\text{ож}}$, после чего уравнение (253) относительно m в принципе разрешается однозначно.

Структура уравнения (253) такова, что непосредственное решение его не может быть рекомендовано в качестве практического способа планирования испытаний. Какие-либо специальные таблицы или графики, способные обеспечить планирование, до настоящего времени не построены.

В связи с этим для решения задачи планирования испытаний по оценке показателя F можно рекомендовать следующий способ, позволяющий использовать таблицы, приведенные в *приложении I*.

Нетрудно видеть, что уравнение (248) подстановкой

$$F_{\text{н}} = 1 - p_{\text{в}} \text{ и } l = d \qquad (254)$$

приводится к уравнению (134), решения которого для широкого диапазона значений m и d табулированы в таблицах *приложения I*. Из этого следует, что указанные таблицы по сути содержат и решения уравнения (248).

Планирование испытаний для оценки F с использованием таблиц *приложения I* сводится к следующим этапам:

1) принимается значение $F_{ож}$;

2) вычисляется $p'_{ож}=1-F_{ож}$;

3) вычисляется $F'_{н}=F_{ож}^{(1+\delta_F)}$;

4) вычисляется $p_{в}=1-F'_{н}$;

5) выбирается таблица, соответствующая заданному значению Q;

6) в таблице отмечаются все клетки, соответствующие значениям m и d, удовлетворяющим равенству

$$\frac{m-d}{m}=p'_{ож};$$

7) среди отмеченных находится клетка, в которой указано значение $p_{в}$, равное или наиболее близкое к значению, вычисленному в п. 4. Столбец, которому принадлежит найденная клетка, определяет необходимое количество опытов m[1].

Таблицы *приложения I* могут быть использованы также при обработке непосредственных результатов испытаний по оценке F. Для этого по данным m и l в таблице, соответствующей заданному Q, находятся $P_{в}$ и $P_{н}$. Доверительные границы оценки F вычисляются по формулам

$$F_{н}=1-p_{в} \qquad (255)$$

$$F_{в}=1-p_{н}. \qquad (256)$$

Относительная доверительная ошибка оценки F определяется формулой (115).

Оценка $\overline{T}_{в}$ при экспоненциальном и нормальном распределениях $T_{в}$. Для оценки $\overline{T}_{в}$ при любых распределениях $T_{в}$ может использоваться один и тот же план испытаний, базирующийся на опытах второго вида. План этот сводится к следующему.

Производятся m опытов по восстановлению работоспособности образцов изделия, находящихся в состоянии отказа. Каждый опыт продолжается до полного восстановления работоспособности образца; время ремонта в i-м опыте $t_{в_i}$

[1] К сожалению, упростить описанную процедуру планирования испытаний применением графиков *приложения II* (как это предложено в §16) невозможно. Это связано с тем, что указанные графики построены на основе нижней границы $p_{н}$; здесь же, как это следует из приведенных выше соотношений, мы вынуждены опираться на $p_{в}$.

фиксируется. Набор значений $t_{в_1}, t_{в_2}, \ldots, t_{в_m}$ представляет собой непосредственные результаты испытаний.

Очевидно, что по постановке задачи, по оцениваемой числовой характеристике случайной величины и по составу непосредственных результатов этот план испытаний совпадает с описанным в § 19 планом 3. К нему можно свести также испытания по плану 2 в случае экспоненциального распределения.

Основные расчетные формулы для планирования и обработки результатов испытаний по оценке $\overline{T}_{в}$ зависят от типа закона распределения $T_{в}$. В случаях, когда $T_{в}$ подчинено экспоненциальному или нормальному распределениям, для решения этих задач могут быть использованы формулы и таблицы, приведенные в главе IV для планов 2 и 3.

I. Экспоненциальное распределение $T_{в}$. Для расчета точечной оценки $\overline{T}_{в}$ вычисляется суммарное время ремонта в m опытах:

$$t_{\Sigma_{рем}}=\sum_{i=1}^{m} t_{в_i}. \qquad (257)$$

Точечная оценка вычисляется по формуле

$$\hat{\overline{T}}_{в}=\frac{1}{m}t_{\Sigma_{рем}}. \qquad (258)$$

Доверительные границы оценки $T_{в}$ связаны с точечной оценкой соотношениями

$$\overline{T}_{в_в}=k_{в}\cdot\hat{\overline{T}}_{в}, \qquad (259)$$

$$\overline{T}_{в_н}=k_{н}\cdot\hat{\overline{T}}_{в}, \qquad (260)$$

где коэффициенты $k_{в}$ и $k_{н}$ определяются формулами (163) и (164). Для нахождения $k_{в}$ и $k_{н}$ по непосредственным результатам испытаний справедливы таблицы, приведенные в *приложении III* (для $Q=0,8$ и $Q=0,9$).

В связи с тем, что показатель $\overline{T}_{в}$ (в отличие от показателя $\overline{T}$) является негативным, относительная доверительная ошибка оценки $\overline{T}_{в}$ должна вычисляться по формуле

$$\delta_{\overline{T}_{в}}=\frac{\overline{T}_{в_в}-\hat{\overline{T}}_{в}}{\hat{\overline{T}}_{в}}, \qquad (261)$$

откуда

$$\delta_{\overline{T}_{в}}=k_{в}-1 \qquad (262)$$

или

$$k_в = 1 + \delta_{\overline{T}_в}. \quad (263)$$

Планирование испытаний по заданным Q и $\delta_{\overline{T}_в}$ производится в следующем порядке:

1) вычисляется значение коэффициента $k_в$ по формуле (263);

2) в *приложении III* выбирается таблица, соответствующая заданному значению Q, и в ней находится значение $k_в$, равное или наиболее близкое к вычисленному в п. 1;

3) согласно положению найденного $k_в$ в столбцах таблицы определяется соответствующее m — количество опытов, необходимое для оценки $\overline{T}_в$ с заданной точностью и достоверностью;

4) если принято ожидаемое значение оцениваемого показателя $\overline{T}_{в_{ож}}$, то ориентировочное значение $\overline{t}_{\Sigma_{рем}}$ может быть определено по формуле

$$\overline{t}_{\Sigma_{рем}} = m \cdot \overline{T}_{в_{ож}}. \quad (264)$$

Обработка результатов испытаний сводится к вычислению точечной оценки $\hat{\overline{T}}_в$ по формуле (258), определению доверительных границ $\overline{T}_{в_в}$ и $\overline{T}_{в_н}$ через коэффициенты $k_в$ и $k_н$, определяемые по таблицам *приложения III*, и вычислению относительной доверительной ошибки по формуле (261).

II. Нормальное распределение $T_в$. Точечная оценка определяется формулой (258).

Для доверительных границ сохраняют справедливость выражения (173), (174) и (176), (177), а также таблицы *приложения IV*. Относительная доверительная ошибка определяется формулой (261).

Планирование испытаний с помощью таблиц приложения IV производится следующим образом:

1) вычисляется значение $k_в$ по формуле (263);

2) выбирается значение $\sigma_{T_{ож}}$;

3) выбирается таблица, соответствующая заданному значению Q;

4) в строке таблицы, соответствующей выбранному $\sigma_{T_{в_{ож}}}$, находится значение $k_в$, равное или наиболее близкое к вычисленному в п. 1;

5) согласно положению найденного $k_в$ в столбцах таблицы определяется необходимое m;

6) если принято некоторое $\overline{T}_{в_{ож}}$, то величина $\overline{t}_{\Sigma_{рем}}$ может быть вычислена по формуле (264).

Обработка результатов производится по методике, описанной выше в § 19. Для вычисления $\hat{\overline{T}}_в$, $\overline{T}_{в_в}$, $\overline{T}_{в_н}$ и $\delta_{\overline{T}_в}$ по непосредственным результатам испытаний справедливы формулы (258), (259), (260) и (261).

Оценка $\overline{T}_в$ в случае, когда $T_в$ подчиняется распределению Эрланга. Этот случай требует особого рассмотрения, поскольку в испытаниях на безотказность распределение Эрланга не рассматривалось.

Общее описание плана испытаний, приводящих к непосредственным результатам в виде набора m реализаций $T_в$, приведено выше.

В рассматриваемом случае (распределение Эрланга) для несмещенной, состоятельной и эффективной точечной оценки $\overline{T}_в$ остается справедливой формула (258). Связь между доверительными границами $\overline{T}_{в_в}$ и $\overline{T}_{в_н}$, доверительной вероятностью Q и непосредственными результатами испытаний $t_1, t_2, \ldots, t_m$ выражается следующими уравнениями [35, 61]:

$$\frac{1}{\Gamma(2m)} \int_0^{\hat{\overline{T}}_в} \left(\frac{2m}{\overline{T}_{в_в}}\right)^{2m} x^{2m-1} e^{-\frac{2m}{\overline{T}_{в_в}} \cdot x} dx = 1 - Q, \quad (265)$$

$$\frac{1}{\Gamma(2m)} \int_0^{\hat{\overline{T}}_в} \left(\frac{2m}{\overline{T}_{в_н}}\right)^{2m} x^{2m-1} e^{-\frac{2m}{\overline{T}_{в_н}} \cdot x} dx = 1 - Q, \quad (266)$$

где $\Gamma(z)$ — гамма-функция от z.

Приведенными уравнениями определяются значения коэффициентов $k_в$ и $k_н$, связывающих доверительные границы ее значением точечной оценки, в соответствии с (259) и (260).

На основе выражений (265) и (266) построены специальные таблицы значений коэффициентов $k_в$ и $k_н$ при $Q=0{,}8$ и $Q=0{,}9$ и широком диапазоне значений m (приложение VII).

Для относительной доверительной ошибки $\delta_{\overline{T}_в}$ и среднего времени работы ремонтных бригад $\overline{t}_{\Sigma_{рем}}$ справедливы формулы (261) и (264).

Планирование испытаний, как и в предыдущих случаях, сводится к определению необходимого количества опытов m, обеспечивающего заданные требования к достоверности (Q) и точности ($\delta_{\overline{T}_в}$). Планирование осуществляется с помощью таблиц *приложения VII*. Ввиду того, что таблицы *приложений III* и *VII* построены однотипно, процедура планирования в рассматриваемом случае не отличается какими-либо особенностями. По заданной величине $\delta_{\overline{T}_\text{в}}$ вычисляется коэффициент $k_\text{в}$ (формула 263). В таблице, соответствующей заданному значению Q, находится ближайшее $k_\text{в}$, в соответствии с которым и определяется необходимое m.

Обработка непосредственных результатов также не представляет трудностей: точечная оценка вычисляется по формуле (258); доверительные границы рассчитываются по формулам (259) и (260), для чего предварительно по таблицам находятся коэффициенты $k_\text{в}$ и $k_\text{н}$; относительная доверительная ошибка и ориентировочное суммарное среднее время ремонта определяются по формулам (261) и (264).

Пример 8

Требуется провести определительные испытания для оценки вероятности восстановления изделия за 2 ч F ($\tau=2$ ч) при следующих исходных данных:

доверительная вероятность $Q=0{,}8$.

относительная доверительная ошибка $\delta_F=0{,}4$,

ожидаемый уровень вероятности восстановления изделия за время $\tau=2$ ч—$F_{\text{ож}}$ (2 ч) $=0{,}84$.

Планирование. Испытания проводятся по плану, описанному в § 22 с предельной длительностью одного опыта 2 ч. Для определения необходимого количества опытов воспользуемся таблицами *приложения 1*.

Используя предложенный алгоритм планирования, находим

$$p'_{\text{ож}}=1-F_{\text{ож}}=0,16.$$

Вычисляем

$$F'_\text{н}=F_{\text{ож}}^{(1+\delta_F)}=0,84^{1,4}=0,783$$

и

$$p'_\text{в}=1-F'_\text{н}=1-0,783=0,217.$$

В табл. 1 *приложения 1* отмечаем все клетки, соответствующие значениям m и d, удовлетворяющим равенству

$$\frac{m-d}{m}=p'_{\text{ож}}=0,16.$$

Среди отмеченных находим клетку, в которой указано значение $p_\text{в}$, равное или ближайшее к значению 0,217. Такая клетка находится в столбце $m=55$ ($d=46$, $p_\text{в}=0{,}2202$).

Проведение испытаний и непосредственные результаты. Пусть по условиям производства на испытания может быть установлено 20 образцов. Отказы на образцах вводятся искусственно. На каждом образце проводится по нескольку опытов.

Общее количество ремонтов, закончившихся полностью за $\tau=2$ ч, равно 45 ($l=4{,}5$).

Обработка непосредственных результатов. По формуле (246) вычисляем точечную оценку вероятности восстановления изделия за время $\tau=2$ ч

$$\hat{F}=\frac{l}{m}=\frac{45}{55}=0,818.$$

По таблицам *приложения I* на основе результатов испытаний ($m=55$ и $l=d=45$) при $Q=0,8$ находим $p_в$ и $p_н$:

$$p_в=0,2398,\ p_н=0,1347.$$

По формулам (255) и (256) вычисляем

$$F_н=1-0,2398=0,7602;$$
$$F_в=1-0,1347=0,8653.$$

По формуле (115) вычисляем относительную доверительную ошибку оценки

$$\delta_F=\frac{\ln F_н-\ln\hat{F}}{\ln\hat{F}}=\frac{\ln 0,7602-\ln 0,818}{\ln 0,818}=0,38,$$

что достаточно близко к поставленным требованиям[1].

[1] Заметим, что несколько большая точность оценки по сравнению с заданной обусловлена тем, что полученная точечная оценка ($\hat{F}=0,818$) ниже ожидаемого значения ($F_{ож}=0,84$).

Пример 9

Требуется провести оценку ремонтопригодности изделия с экспоненциальным распределением времени восстановления при следующих исходных данных:

доверительная вероятность $Q=0,8$,
относительная доверительная ошибка $\delta_{\overline{T}_в}=0,3$.

Планирование. По формуле (263) рассчитываем

$$k_в=1+0,3=1,3.$$

По табл. 1 *приложения III* находим значение $k_в=1,297$, ближайшее к вычисленному.

Этому значению соответствуют $m=14$.

Проведение испытаний и непосредственные результаты. На испытания ставится 14 образцов в состоянии отказа (табл. 7). Время восстановления каждого образца приняло следующие значения:

Таблица 7

№ образца	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
$t_{в_i}$	3	0,5	2	1	2	4	6	3	7	2	1	0,5	3	5

В соответствии с полученной таблицей по формуле (257) находим

$$t_{\Sigma_{рем}}=\sum_{i=1}^{m}t_{в_i}=40.$$

Обработка непосредственных результатов. По формуле (258) вычисляем точечную оценку среднего времени восстановления

$$\hat{T}_{\text{в}}=\frac{1}{m}\, t_{\Sigma_{\text{рем}}}=\frac{40}{14}=2,86 \text{ ч.}$$

По табл. 1 *приложения III* находим для $m=14$

$$k_{\text{в}}=1,297 \text{ и } k_{\text{н}}=0,822.$$

Используя формулы (260) и (259), вычисляем

$$\overline{T}_{\text{в}_{\text{в}}}=k_{\text{в}}\cdot \hat{\overline{T}}_{\text{в}}=1,297\cdot 2,86=3,71 \text{ ч}$$

и

$$\overline{T}_{\text{в}_{\text{н}}}=k_{\text{н}}\cdot \overline{T}_{\text{в}}=0,822\cdot 2,86=2,35 \text{ ч.}$$

По формуле (261) определяем

$$\delta_{\overline{T}_{\text{в}}}=\frac{\overline{T}_{\text{в}_{\text{в}}}-\hat{\overline{T}}_{\text{в}}}{\hat{\overline{T}}_{\text{в}}}=\frac{3,71}{2,86}-1=0,3,$$

т. е. требования к точности получаемой оценки выполнены.

Пример 10

Требуется провести оценку ремонтопригодности изделий с нормальным распределением времени восстановления при следующих исходных данных:

доверительная вероятность $Q=0,8$;

относительная доверительная ошибка $\delta=0,1$.

Планирование. Задавшись значением $\varrho=0,4$, по таблицам *приложения IV* определяем необходимое количество опытов для оценки $\overline{T}_{\text{в}}$.

Для этого по формуле (263) находим $k_{\text{в}}=1+\delta_{\overline{T}_{\text{в}}}=1,1$.

По таблицам *приложения IV* для $k_{\text{в}}=1,1$ и $\varrho=0,4$ находим $m=13$.

Проведение испытаний и непосредственные результаты. На испытания ставится 13 образцов в состоянии отказа (табл. 8). Пусть время восстановления образцов приняло следующие значения.

Таблица 8

№ образца	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
$t_{\text{в}_i}$	5,6	3,4	6,2	3,5	2,8	4,5	5,3	6,7	4	3,5	1,5	4,5	2,5

Определяем

$$t_{\Sigma_{\text{рем}}}=\sum_{i=1}^{13} t_{\text{в}_i}=54.$$

Обработка непосредственных результатов. Вычисляем точечную оценку среднего времени восстановления по формуле (258)

$$\overline{T}_{в} = \frac{1}{m} \cdot t_{\Sigma_{рем}} = 4,2 \text{ ч.}$$

Оценку среднеквадратичного отклонения вычисляем в соответствии с формулой (175)

$$\hat{\sigma}_{\overline{T}_{в}} = \frac{1}{\sqrt{m-1}} \sqrt{\sum_{i=1}^{m} (t_{в_i} - \hat{\overline{T}}_{в})^2} = 1,33 \text{ ч.}$$

Оценка статистического коэффициента вариации

$$\hat{\varrho} = \frac{\hat{\sigma}_{\overline{T}_{в}}}{\hat{\overline{T}}_{в}} = \frac{1,83}{4,2} = 0,32.$$

По таблицам *приложения IV* находим для $m = 13$ и $\hat{\varrho} = 0,3$

$$k_{в} = 1,075 \text{ и } k_{н} = 0,925.$$

Верхнюю и нижнюю доверительные границы среднего времени восстановления вычисляем по формуле (259) и (260)

$$\overline{T}_{в_{в}} = k_{в} \cdot \hat{\overline{T}}_{в} = 1,075 \cdot 4,2 = 4,5,$$

$$\overline{T}_{в_{н}} = k_{н} \cdot \hat{\overline{T}}_{в} = 0,925 \cdot 4,2 = 3,9.$$

Относительная доверительная ошибка полученной оценки $\overline{T}_{в}$ вычисляется по формуле (261)

$$\delta_{\overline{T}_{в}} = \frac{4,5 - 4,2}{4,2} = 0,07,$$

что соответствует поставленным требованиям по точности.

Пример 11

Требуется провести оценку восстановляемости изделия с распределением $T_{в}$ Эрланга при следующих исходных данных:

доверительная вероятность $Q = 0,9$;

относительная доверительная ошибка $\delta_{\overline{T}_{в}} = 0,25$.

Планирование. По формуле (263) вычисляем

$$k_{в} = 1 + \delta_{\overline{T}_{в}} = 1,25.$$

По табл. 2 *приложения VII* находим ближайшее к вычисленному значению $k_{в}$ ($k_{в} = 1,252$). Ему соответствует $m = 19$.

Проведение испытаний и непосредственные результаты. На испытания по условиям производства может быть установлено 10 образцов. Отказы вводятся искусственно; на некоторых образцах проводится по несколько опытов.

Время восстановления при проведении 19 опытов (табл. 9) распределялось следующим образом:

Таблица 9

№ п/п	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19
$t_{в_i}$, мин	12	28	59	21	45	16	28	25	28	43	43	15	32	40	50	39	41	14	29

В соответствии с полученной таблицей находим

$$t_{\Sigma\ \text{рем}} = \sum_{i=1}^{19} t_{в_i} = 608 \text{ мин} = 10,13 \text{ ч}.$$

Обработка непосредственных результатов. По формуле (258) вычисляем точечную оценку среднего времени восстановления

$$\hat{\overline{T}}_в = \frac{1}{m} t_{\Sigma\ \text{рем}} = \frac{10,13}{19} = 0,53 \text{ ч}.$$

По табл. 2 *приложения VII* находим для $m = 19$

$$k_в = 1,252 \text{ и } k_н = 0,823.$$

Используя формулы (260) и (261), вычисляем

$$\overline{T}_{в_в} = k_в \cdot \hat{\overline{T}}_в = 1,252 \cdot 0,53 = 0,665;$$

$$\overline{T}_{в_н} = k_н \cdot \hat{\overline{T}}_в = 0,823 \cdot 0,53 = 0,435.$$

По формуле (261) определяем

$$\delta_{\overline{T}_в} = \frac{\overline{T}_{в_в} - \hat{\overline{T}}_в}{\hat{\overline{T}}_в} = \frac{0,665-0,53}{0,53} = \frac{0,135}{0,53} = 0,25,$$

т. е. требования к точности получаемой оценки выполнены.

§ 23. ИСПЫТАНИЯ НА СОХРАНЯЕМОСТЬ

Как следует из материала главы II, случайной величиной, с которой связано свойство сохраняемости изделия и которая является объектом исследования в испытаниях на сохраняемость, является продолжительность (время) T_c хранения изделия в заданных условиях до момента потери им хотя бы одной из основных характеристик. Все используемые численные показатели сохраняемости представляют собой числовые характеристики этой случайной величины: математическое ожидание времени сохранения $\overline{T}_с$, вероятность сохранения изделием своих характеристик в течение фиксированного времени хранения $\tau[G_с(\tau)]$, гамма-процентный срок хранения $(T_{с\gamma})$.

Свойство сохраняемости имеет ряд специфических черт, накладывающих определенный отпечаток на организацию испытаний изделий на сохраняемость и в некоторых случаях даже ставящих под сомнение практическую возможность их проведения.

Основная особенность состоит в том, что в число основных характеристик изделия, которые должны сохраниться за время хранения, должны входить, в частности, и показатели надежности — безотказности, ремонтопригодности и долговечности. В некоторых случаях сохранение свойств изделия понимают как работоспособность изделия при включении после хранения [61][1]. Ясно, однако, что такое узкое понимание сохраняемости изделия совершенно не отвечает интересам потребителя — работоспособность изделия в момент включения сама по себе практической пользы потребителю не приносит. Важно, чтобы изделие после хранения нормально функционировало длительное время с указанными в технических условиях показателями безотказности, ремонтопригодности и долговечности. Если показателями долговечности и ремонтопригодности изделия после хранения в некоторых случаях можно поступиться, то основная составляющая надежности — безотказность — безусловно должна входить в число характеристик качества, сохранение которых гарантируется.

Таким образом, дифференциация первого и второго характеристических состояний сохраняемости, необходимая в каждом опыте испытаний на сохраняемость, требует выявления, по крайней мере, уровня безотказности испытываемого образца. В то же время известно, что экспериментальное определение уровня безотказности изделия в принципе невозможно без значительных затрат времени, труда и ресурса изделия.

Это обстоятельство существенно усложняет проведение испытаний на сохраняемость и, в частности, практически исключает проведение опытов второго вида, требующих многократной проверки состояния образца в одном опыте. Соответственно практически исключается проведение испытаний для оценки таких показателей сохраняемости, как $\overline{T}_с$ и $T_с$ требующих фиксации момента перехода испытываемых образцов из первого во второе характеристическое состояние сохраняемости.

---

[1] Вероятность безотказного хранения, сохранение работоспособности и т. п.

При попытке организовать такие испытания в лучшем случае можно было бы говорить о двух-трехкратном контроле состояния испытываемого образца за время одного опыта. Это означает, что значения реализации времени $T_c(t_{c_1}, t_{c_2}, \ldots, t_{c_m})$ могут быть определены настолько грубо, что искомые оценки $\overline{T}_c$ и T_{c_γ} теряют всякий смысл.

Таким образом, в испытаниях на сохраняемость реально реализуема лишь оценка показателя $G_c(\tau)$, для которой план испытаний может быть построен на основе опытов первого вида, предполагающих однократный контроль состояния испытываемого образца за время одного опыта. Нужно сказать, что и в этом — относительно более простом — случае испытания на сохраняемость, как правило, обходятся недешево. Поэтому при назначении этих испытаний необходимо тщательно сопоставить связанные с ними затраты с той практической пользой, которую они могут принести. Исходя из этого, существующие НТД общего характера [11, 47] не включают испытания на сохраняемость в число обязательных, оставляя решение вопроса о назначении этих испытаний для технических условий или стандартов. В связи со сказанным рассмотрим только испытания для оценки $G_c(\tau)$.

Прежде чем перейти непосредственно к рассмотрению этих испытаний, следует отметить, что показатели сохраняемости изделия сильно зависят от условий хранения (см. § 9) и режима ТО. Поэтому при организации и проведении испытаний на сохраняемость необходимо обеспечить, чтобы испытываемые образцы в условвиях хранения подвергались воздействию только тех факторов, которые указаны в технических условиях на изделие как режимные при хранении, и чтобы для этих образцов в период испытаний проводилось установленное для режима хранения техническое обслуживание.

Для описания распределений времени хранения T_c используется целый ряд математических моделей (см. табл. 1).

Однако в связи с тем, что план испытаний для оценки рассматриваемого показателя сохраняемости $G_c(\tau)$ позволяет по единой методике планировать испытания и вести обработку их непосредственных результатов при произвольных законах распределения T_c, существенной роли в последующем изложении указанное обстоятельство не играет.

В соответствии со сказанным выше определительные испытания для оценки $G_c(\tau)$ слагаются из двух частей:

1) проведение эксперимента над группой отобранных для испытаний образцов в условиях хранения;

2) проведение контрольных испытаний всех испытываю-

щихся образцов на соответствие техническим условиям по всем показателям, включая и показатели безотказности.

В связи с тем, что каждый опыт в испытаниях на сохраняемость продолжается, как правило, достаточно длительное время, последовательное выполнение опытов, увеличивающее общую (календарную) продолжительность испытаний, практически нереализуемо. Это приводит к тому, что в испытаниях на сохраняемость всегда все m необходимых опытов проводятся одновременно; при этом количество опытов m и количество образцов изделия, участвующих в испытаниях n, совпадают.

Таким образом, план испытаний, позволяющий произвести оценку показателя $G_c(\tau)$, состоит в следующем.

Проводятся (одновременно) m опытов, каждый из которых состоит в хранении (в заданных условиях) одного образца изделия в течение фиксированного времени τ. После окончания всех опытов каждый испытываемый образец проходит проверку на соответствие техническим условиям и контрольные испытания на безотказность, после чего подсчитывается общее количество d образцов, не прошедших проверку.

Величины m и d являются непосредственными результатами испытаний, на основе которых могут быть определены $\hat{G}_c(\tau)$, $G_{c_в}(\tau)$, $G_{c_н}(\tau)$ и δ_{G_c}.

Ввиду очевидной аналогии между описанным планом и планом 1 для оценки $p(\tau)$ все основные соотношения для этих двух планов одни и те же. Для точечной оценки и доверительных границ справедливы формулы (133), (134) и (135); основное уравнение планирования испытаний — (151). В отличие от плана 1 здесь каждый опыт продолжается полное время τ, в связи с чем суммарное время хранения всех образцов в испытаниях неслучайно и равно

$$t_{\Sigma_{хр}} = m \cdot \tau. \qquad (267)$$

Планирование испытаний сводится к определению необходимого количества опытов m по заданным требованиям к достоверности Q и точности δ_{G_c} оценки и может быть выполнено с помощью таблиц *приложения I* или графиков *приложения II*.

Как и в случае оценки показателя $p(\tau)$ по плану 1, для определения m должно быть принято ожидаемое значение показателя $G_{c_{ож}}(\tau)$, после чего для значений $Q=0{,}8$ или $Q=0{,}9$ и заданного значения δ_{G_c} по указанным таблицам или графикам планирование испытаний не может вызвать затруднений.

Обработка результатов испытаний производится с помощью формулы (133), таблиц *приложения I* и формулы (115).

Пример 12

Необходимо произвести экспериментальную оценку вероятности сохранения изделием своих характеристик в условиях хранения в течение времени $\tau = 8000$ ч.

Ожидаемое значение $G_{c_{\text{ож}}}(\tau = 8000 \text{ ч}) = 0,9$.

Требования к достоверности и точности оценки:

$$Q = 0,8; \ \delta_{Q_c} = 0,3.$$

Планирование. Испытания проводятся по плану, аналогичному плану 1, с продолжительностью одного опыта, равной 8000 ч.

Для определения необходимого количества опытов m воспользуемся графиками *приложения II*. По графику рис. 1 для $\delta = 0,3$ и $p_{\text{ож}} = G_{c_{\text{ож}}} = 0,9$ находим $m \cong 130$.

В соответствии с (267) для суммарного времени хранения всех испытываемых образцов имеем

$$t_{\Sigma_{\text{хр}}} = 130 \cdot 8000 \text{ ч} = 1040000 \text{ ч}.$$

Проведение испытаний и непосредственные результаты. Для испытаний отбираются 130 образцов изделия ($n = m$); все опыты проводятся параллельно.

По истечении 8000 ч хранения все 130 образцов подвергаются проверке на соответствие техническим условиям и контрольным испытаниям на безотказность. Пусть проверку на соответствие техническим условиям не прошли 7 образцов и 19 образцов не прошли контрольные испытания. Непосредственные результаты испытаний — $m = 130$, $d = 7 + 19 = 26$.

Обработка непосредственных результатов. Используя формулу (133), вычисляем точечную оценку искомого показателя сохраняемости:

$$\hat{G}_c = 1 - \frac{26}{130} = 0,8.$$

По табл. 1 *приложения I* для $Q = 0,8$, $m = 130$ ч, $d = 26$ находим доверительные границы

$$G_{c_{\text{в}}} = 0,8312; \ G_{c_{\text{н}}} = 0,7648.$$

В соответствии с формулой (115) определяем относительную доверительную ошибку оценки

$$\delta_{G_c} = \frac{\ln 0,7648 - \ln 0,8}{\ln 0,8} = 0,21.$$

Из последней цифры следует, что требования к достоверности и точности оценки показателя G_c ($\tau = 8000$) выполнены с избытком.

Отметим, что повышение результирующей точности оценки по сравнению с заданной ($0{,}21 < 0{,}3$) обусловлено тем, что полученная точечная оценка $G_{\text{с}}$ (0,8) оказалась меньше ожидаемого значения (0,9).

§ 24. ИСПЫТАНИЯ НА ДОЛГОВЕЧНОСТЬ

Долговечность изделия, как было указано в § 7, связывается с двумя случайными величинами — время «чистой» наработки до наступления предельного состояния (ресурс) $T_{\text{р}}$ и полное календарное время нахождения изделия в эксплуатации (срок службы) $T_{\text{сс}}$. Соответственно этому в качестве показателей долговечности используются две группы числовых характеристик: характеристики времени $T_{\text{р}}$—$\overline{T}_{\text{р}}$, $G_{\text{р}}(\tau)$, $T_{\text{р}\tau}$ и характеристики времени $T_{\text{сс}}$—$\overline{T}_{\text{сс}}$, $G_{\text{сс}}(\tau)$, $T_{\text{сс}_\tau}$.

В организации и проведении испытаний на долговечность важнейшую роль играют два фактора, обусловленные спецификой этой составляющей надежности. Это, во-первых, сложность определения предельного состояния — второго характеристического состояния долговечности, во-вторых, большая длительность одного опыта.

Подобно тому, как формулировка понятия отказа изделия необходима для конкретизации показателей безотказности, вне четкой формулировки понятия предельного состояния не имеют смысла показатели долговечности. В тех случаях, когда на изделие задаются показатели долговечности, в техническом задании, технических условиях или стандарте на это изделие должно быть приведено четкое определение предельного состояния. В основу этого определения могут быть положены самые различные принципы. Так, например, в качестве критерия для определения предельного состояния изделия могут использоваться:

1) изменение значений показателей назначения;

2) увеличение трудоемкости и длительности внепланового ремонта при отказах;

3) снижение уровня безотказности в интервале между сеансами технического обслуживания и т. п.

Наиболее просто решается вопрос о предельном состоянии в случае невосстанавливаемого изделия — предельное состояние совпадает с состоянием отказа. Относительно несложен этот вопрос и тогда, когда предельное состояние определено через совокупность значений показателей назначения изделия. Измерение значений этих показателей, как правило, не представляет особых затруднений и не требует больших затрат времени. Сложнее решается этот вопрос, если понятие предельного состояния определено, например, через время ремонта. Провести достаточно убедительный эксперимент по оценке величины времени восстановления образца на некоторый момент его эксплуатации — задача очень непростая. Тем более трудно дифференцировать наличие или отсутствие предельного состояния испытываемого образца, если для этого необходимо выявить уровень его безотказности.

Вопросы, связанные с испытаниями на долговечность (во всяком случае, математическую сторону этих вопросов), можно рассматривать без конкретизации понятия предельного состояния. Подобно тому, как поступают при анализе испытаний на безотказность — не конкретизируя понятие отказа и лишь полагая, что для каждого испытываемого изделия это понятие четко определено. Однако уже на примере испытаний на сохраняемость мы видели, что конкретное содержание характеристического состояния оказывает самое существенное влияние на сложность и на самую возможность проведения испытаний. Аналогичное положение имеет место и в случае испытаний на долговечность — определение того, достиг или не достиг к некоторому моменту времени испытываемый образец предельного состояния, во многих случаях сопряжено с такими трудностями, что проведение испытаний практически становится невозможным.

Второй из указанных факторов приводит к тому, что эти испытания требуют очень больших затрат времени и средств. Очевидно, что продолжительность одного опыта в испытаниях на долговечность значительно больше, чем в испытаниях на безотказность и сохраняемость (не говоря уже о ремонтопригодности). Кроме того, час испытаний на долговечность значительно дороже часа испытаний на сохраняемость, поскольку испытываемые образцы в процессе испытаний не бездействуют (как в испытаниях на сохраняемость), а находятся в эксплуатационных условиях.

Указанные обстоятельства сильно затрудняют и усложняют проведение испытаний на долговечность, в связи с чем эти испытания не являются обязательными для всех промышленных изделий [11, 47]. Контрольные испытания на долговечность легче планировать и проводить; определительные испытания, в процессе которых должен быть извлечен больший объем информации, связаны с особенно большими затратами, поэтому чаще всего необходимые данные для оценки показателей безотказности изделий получаются в результате подконтрольной эксплуатации.

Сказанное выше с очевидностью свидетельствует о том, что в испытаниях на долговечность, как и в испытаниях на сохраняемость, практически не могут использоваться опыты второго вида, предполагающие возможность экспериментального определения (хотя бы с низкой точностью) момента

перехода изделия в предельное состояние. Из этого, в свою очередь, следует практическая невозможность проведения испытаний для оценки таких показателей, как $\overline{T}_{\text{р}}$, $\overline{T}_{\text{сс}}$, $T_{\text{р}_\gamma}$ и $T_{\text{сс}_\gamma}$ [1]. Экспериментальной оценке в определительных испытаниях на долговечность могут быть подвергнуты только показатели $G_{\text{р}}(\tau)$ и $G_{\text{сс}}(\tau)$. При этом следует иметь в виду, что в тех случаях, когда закон распределения $T_{\text{сс}}$ (или $T_{\text{р}}$) известен, оценки показателей $T_{\text{сс}}(T_{\text{р}})$ и $T_{\text{сс}\gamma}(T_{\text{р}\gamma})$ могут быть рассчитаны на основе экспериментально определенных $[G_{\text{сс}}(\tau)[G_{\text{р}}(\tau)]$ при одном или двух значениях τ.

С формальной стороны планирование, проведение и обработка результатов определительных испытаний для оценки $G_{\text{р}}(\tau)$ ничем не отличаются от соответствующих задач в испытаниях для оценки $p(\tau)$ по плану 1.

Различие состоит лишь в содержании опыта. При испытаниях для оценки $G_{\text{сс}}(\tau)$ $(G_{\text{р}}(\tau))$ опыт состоит в проведении нормальной эксплуатации одного образца изделия (с отказами, ремонтами, техническим обслуживанием и т. п.) в течение заданного времени τ. По истечении времени τ производится анализ состояния испытываемого образца — достиг он предельного состояния или нет. По окончании всех m опытов подсчитывается общее количество образцов d, достигших за время испытаний предельного состояния. На основе значений m и d, являющихся непосредственными результатами испытаний, производится оценка искомого показателя $G_{\text{д}}(\tau)$.

Как и в случае испытаний на сохраняемость, в связи со стремлением ограничиться однократной проверкой состояния испытываемого образца в течение всего опыта, продолжительность опытов фиксирована и равна τ. Вследствие этого суммарные затраты времени на проведение испытаний неслучайны и могут определяться по формуле (267).

Очевидно также, что ввиду больших значений τ все m опытов, входящих в испытания на долговечность, из чисто практических соображений должны проводиться одновременно (параллельно).

Планирование и обработка результатов испытаний для оценки $G_{\text{сс}}(\tau)$ $(G_{\text{р}}(\tau))$ могут проводиться по методике, изложенной в главе IV для плана 1, на основе формул (133), (134), (135), (151), (115) *приложений I* и *II*.

---

[1] Это не касается контрольных испытаний, проведение которых возможно и в случаях, когда в качестве контролируемых показателей долговечности используется $\overline{T}_{\text{р}}$, $\overline{T}_{\text{сс}}$, T_{p_γ} и $T_{\text{сс}_\gamma}$.

Пример 13

Требуется определить вероятность того, что за заданное время $\tau=6000$ ч ресурс изделия не будет исчерпан.

Ожидаемый уровень долговечности изделия по ресурсу определяется значением $G_р$ ($\tau=1000$ ч)$=0{,}7$.

Требования к достоверности и точности оценки:

$$Q=0{,}8; \ \delta=0{,}4.$$

Планирование. Воспользовавшись графиками рис. 1 *приложения II* для $Q=0{,}8$, $\delta=0{,}4$ и $P_{ож}=G_{р_{ож}}=0{,}7$, находим

$$m=28.$$

откуда общие затраты ресурса изделия на проведение испытаний составляют

$$t_\Sigma=28\cdot 1000 \text{ ч}=28\cdot 10^3 \text{ ч}.$$

Проведение испытаний и непосредственные результаты. На испытания ставятся 28 образцов изделия. Опыт заканчивается, когда испытываемый образец наберет 1000 ч чистого времени работы. После этого производится анализ состояния образца.

Пусть из 28 испытывавшихся образцов 8 образцов за 1000 ч работы полностью исчерпали свой ресурс (перешли в предельное состояние). Непосредственными результатами испытаний являются:

$$m=28 \text{ и } d=8.$$

Обработка непосредственных результатов. Вычисляем точечную оценку

$$\hat{G}_р(\tau=1000)=1-\frac{8}{28}=0{,}72.$$

С помощью таблицы 1 *приложения I* для $Q=0{,}8$, $m=28$ и $d=8$ находим

$$G_{р_в}\ (\tau=1000)=0{,}7951 \text{ и } G_{р_н}\ (\tau=1000)=0{,}6187.$$

По формуле (115) определяем

$$\delta_{G_р}=\frac{\ln 0{,}6187-\ln 0{,}72}{\ln 0{,}72}=0{,}46.$$

Понижение результирующей точности оценки по сравнению с заданной ($0{,}46>0{,}4$) обусловлено тем, что полученная точечная оценка выше ожидаемого значения ($0{,}72>0{,}7$).

Ввиду незначительного превышения полученного в эксперименте значения относительной доверительной ошибки по сравнению с заданной и большой сложности проведения дополнительных опытов результаты испытаний можно считать удовлетворительными.

ПРИЛОЖЕНИЕ I (см. бандероль)

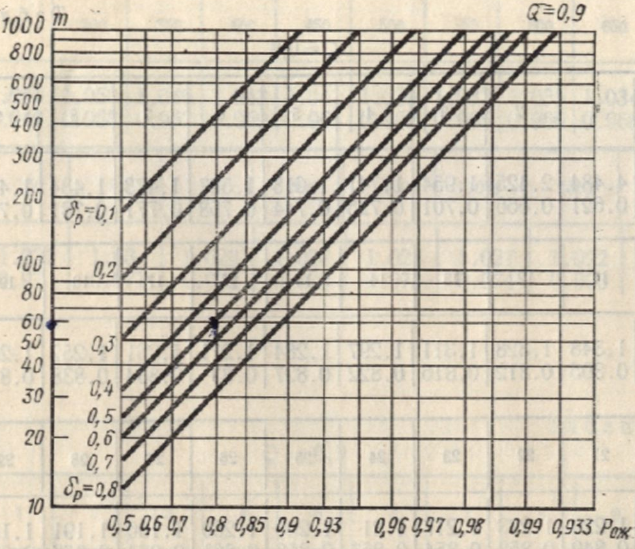

Рис. 1. (приложение II). Семейство графиков $m=f\ (p_{ож})$ при $Q=0{,}9$ и различных значениях δ.

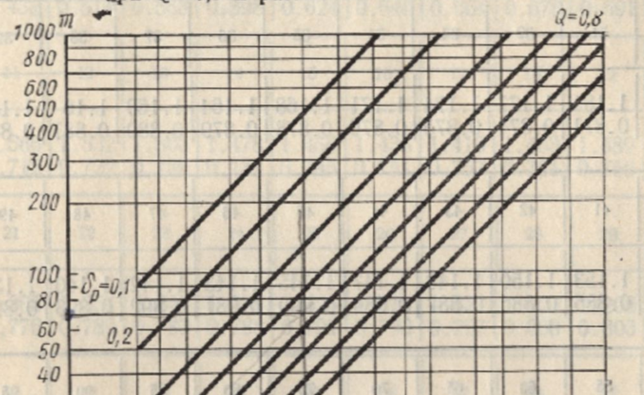

Рис. 2. (приложение II). Семейство графиков $m=f\ (p_{ож})$ при $Q=0{,}8$ и различных значениях δ.

ПРИЛОЖЕНИЕ III

Таблица 1

$Q = 0{,}8$

m	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
$K_{\text{в}}$	4.484	2.425	1.954	1.741	1.618	1.527	1.473	1.434	1.4	1.371
$K_{\text{н}}$	0.621	0.666	0.701	0.725	0.744	0.758	0.771	0.781	0.790	0.798

m	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
$K_{\text{в}}$	1.348	1.328	1.311	1.297	1.284	1.271	1.261	1.252	1.244	1.236
$K_{\text{н}}$	0.805	0.812	0.816	0.822	0.827	0.83	0.834	0.838	0.843	0.646

m	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
$K_{\text{в}}$	1.229	1.273	1.217	1.21	1.206	1.200	1.196	1.191	1.188	1.184
$K_{\text{н}}$	0.849	0.852	0.854	0.857	0.858	0.861	0.864	0.866	0.867	0.869

m	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
$K_{\text{в}}$	1.181	1.177	1.174	1.171	1.168	1.164	1.163	1.16	1.158	1.154
$K_{\text{н}}$	0.871	0.874	0.875	0.876	0.878	0.879	0.880	0.881	0.883	0.884

m	41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
$K_{\text{в}}$	1.153	1.150	1.148	1.147	1.145	1.143	1.142	1.140	1.138	1. 134
$K_{\text{н}}$	0.885	0.886	0.887	0.889	0.890	0.981	0.892	0.893	0.894	0. 895

m	55	60	65	70	75	80	85	90	95	100
$K_{\text{в}}$	1.127	1.121	1.116	1.111	1.107	1.103	1.100	1.097	1.094	1.089
$K_{\text{н}}$	0.898	0.902	0.905	0.908	0.911	0.914	0.916	0.918	0.92	0.922

m	110	120	130	140	150	160	170	180	190	200
$K_{\text{в}}$	1.087	1.083	1.078	1.076	1.073	1.071	1.068	1.066	1.064	1.063
$K_{\text{н}}$	0.925	0.928	0.931	0.932	0.935	0.937	0.939	0.94	0.942	0.943

Продолжение

m	250	300	350	400	450	500	550	600	650	700
$K_{\text{в}}$	1.056	1.050	1.046	1.043	1.041	1.039	1.037	1.035	1.034	1.032
$K_{\text{н}}$	0.949	0.953	0.957	0.959	0.961	0.962	0.965	0.966	0.968	0.969

m	750	800	850	900	950	1000	1500	2000
$K_{\text{в}}$	1.031	1.03	1.029	1.028	1.028	1.027	1.022	1.019
$K_{\text{н}}$	0.97	0.971	0.972	0.973	0.973	0.974	0.978	0.981

Таблица 2

$Q = 0{,}9$

m	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
$K_{\text{в}}$	4.478	3.758	2.722	2.291	2.055	1.903	1.787	1.718	1.656	1.607
$K_{\text{н}}$	0.433	0.514	0.563	0.598	0.624	0.646	0.664	0.678	0.691	0.703

m	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
$K_{\text{в}}$	1.566	1.532	1.503	1.478	1.456	1.436	1.419	1.403	1.389	1.376
$K_{\text{н}}$	0.712	0.722	0.730	0.737	0.745	0.751	0.757	0.761	0.766	0.771

m	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
$K_{\text{в}}$	1.365	1.354	1.344	1.335	1.326	1.318	1.311	1.304	1.296	1.291
$K_{\text{н}}$	0,776	0.789	0.783	0.788	0.791	0.793	0.797	0.800	0.803	0.806

m	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
$K_{\text{в}}$	1.289	1.285	1.274	1.268	1.264	1.260	1.255	1.252	1.248	1.244
$K_{\text{н}}$	0.808	0.810	0.813	0.816	0.817	0.819	0.821	0.823	0.825	0.828

m	41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
$K_{\text{в}}$	1.240	1.236	1.235	1.231	1.227	1.225	1.221	1.219	1.215	1.214
$K_{\text{н}}$	0.830	0.831	0.833	0.835	0.836	0.838	0.839	0.841	0.842	0.843

m	55	60	65	70	75	80	85	90	95	100
$K_в$	1.207	1.197	1.188	1.180	1.173	1.167	1.161	1.154	1.151	1.146
$K_н$	0.851	0.858	0.861	0.866	0.871	0.874	0.878	0.881	0.883	0.886
m	110	120	130	140	150	160	170	180	190	200
$K_в$	1.139	1.132	1.126	1.121	1.116	1.112	1.108	1.105	1.101	1.098
$K_н$	0.890	0.885	0.898	0.902	0.905	0.908	0.910	0.911	0.915	0.917
m	250	300	350	400	450	500	550	600	650	700
$K_в$	1.088	1.078	1.073	1.068	1.064	1.060	1.057	1.055	1.052	1,050
$K_н$	0.925	0.930	0.935	0.938	0.943	0.945	0.948	0.950	0.951	0.952

m	750	800	850	900	950	1000	1500	2000
$K_в$	1.048	1.047	1.045	1.043	1.042	1.041	1.034	1.029
$K_н$	0.954	0.956	0.957	0.958	0.960	0.961	0.968	0.971

Таблица 1а

$Q=0,8$

ρ	m	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
0,1	$K_в$	1,097	1,061	1,048	1,042	1,037	1,034	1,032	1,029	1,027	1,026	1,025	1,024	1,023	1,022	1,022
	$K_н$	1,901	0,939	0,951	0,957	0,963	0,965	0,968	0,970	0,972	0,973	0,974	0,975	0,976	0,977	0,978
0,2	$K_в$	1,194	1,122	1,097	1,084	1,075	1,068	1,063	1,059	1,055	1,053	1,051	1,048	1,046	1,045	1,043
	$K_н$	0,805	0,877	0,902	0,915	0,925	0,932	0,936	0,941	0,944	0,947	0,949	0,952	0,953	0,955	0,957
0,3	$K_в$	1,292	1,184	1,147	1,126	1,113	1,103	1,095	1,088	1,083	1,079	1,076	1,073	1,069	1,067	1,065
	$K_н$	0,708	0,816	0,853	0,874	0,887	0,897	0,905	0,911	0,916	0,920	0,924	0,927	0,930	0,933	0,935
0,4	$K_в$	1,389	1,245	1,195	1,168	1,150	1,136	1,127	1,118	1,111	1,106	1,101	1,096	1,093	1,089	1,086
	$K_н$	0,611	0,755	0,804	0,831	0,849	0,863	0,873	0,882	0,888	0,894	0,898	0,903	0,907	0,910	0,913
0,5	$K_в$	1,484	1,306	1,245	1,210	1,188	1,171	1,158	1,148	1,139	1,132	1,126	1,120	1,116	1,112	1,082
	$K_н$	0,513	0,697	0,756	0,789	0,812	0,829	0,842	0,852	0,860	0,867	0,874	0,879	0,884	0,888	0,892

Таблица 1б

$Q=0,8$

ρ	m	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
0,1	$K_в$	1,021	1,020	1,019	1,019	1,018	1,018	1,018	1,017	1,017	1,017	1,016	1,016	1,016	1,015
	$K_н$	0,978	0,979	0,980	0,981	0,981	0,982	0,982	0,983	0,983	0,983	0,984	0,984	0,984	0,984
0,2	$K_в$	1,042	1,041	1,039	1,038	1,037	1,036	1,036	1,035	1,034	1,033	1,033	1,032	1,032	1,031
	$K_н$	0,958	0,959	0,961	0,961	0,962	0,963	0,964	0,965	0,965	0,966	0,967	0,967	0,968	0,969
0,3	$K_в$	1,063	1,061	1,059	1,057	1,056	1,055	1,054	1,053	1,051	1,050	1,049	1,048	1,047	1,046
	$K_н$	0,937	0,939	0,941	0,942	0,944	0,945	0,946	0,947	0,948	0,949	0,951	0,951	0,952	0,953
0,4	$K_в$	1,084	1,081	1,079	1,077	1,075	1,073	1,072	1,070	1,068	1,067	1,066	1,064	1,063	1,062
	$K_н$	0,916	0,918	0,921	0,923	0,925	0,927	0,928	0,930	0,931	0,932	0,934	0,935	0,936	0,937
0,5	$K_в$	1,104	1,102	1,099	1,096	1,094	1,091	1,089	1,087	1,085	1,084	1,082	1,081	1,079	1,078
	$K_н$	0,895	0,898	0,901	0,904	0,906	0,908	0,911	0,912	0,914	0,916	0,917	0,919	0,921	0,922

Таблица 2а

$Q=0,9$

ρ	m	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
0,1	$K_в$	1,217	1,208	1,081	1,068	1,060	1,054	1,050	1,046	1,044	1,041	1,039	1,037	1,036	1,035	1,033
	$K_н$	0,782	0,891	0,918	0,931	0,939	0,946	0,950	0,953	0,956	0,958	0,961	0,962	0,964	0,965	0,966
0,2	$K_в$	1,435	1,217	1,163	1,137	1,205	1,108	1,100	1,093	1,087	1,082	1,078	1,075	1,072	1,069	1,067
	$K_н$	0,564	0,782	0,836	0,863	0,879	0,819	0,900	0,906	0,912	0,917	0,921	0,925	0,928	0,930	0,933
0,3	$K_в$	1,652	1,326	1,246	1,206	1,181	1,163	1,150	1,139	1,131	1,124	1,118	1,113	1,108	1,108	1,101
	$K_н$	0,343	0,673	0,754	0,794	0,819	0,836	0,850	0,860	0,869	0,876	0,882	0,887	0,891	0,892	0,899
0,4	$K_в$	1,870	1,435	1,327	1,274	1,241	1,217	1,200	1,186	1,175	1,165	1,157	1,150	1,144	1,138	1,134
	$K_н$	0,130	0,565	0,673	0,726	0,759	0,782	0,800	0,814	0,825	0,834	0,853	0,849	0,856	0,861	0,866
0,5	$K_в$	2,088	1,544	1,409	1,343	1,301	1,272	1,250	1,233	1,218	1,207	1,196	1,188	1,180	1,174	1,167
	$K_н$	0,115	0,455	0,591	0,657	0,698	0,728	0,749	0,767	0,781	0,793	0,803	0,812	0,819	0,826	0,832

Таблица 2б

$Q=0,9$

p	m	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
0,1	$K_в$	1,032	1,031	1,030	1,029	1,028	1,028	1,027	1,027	1,026	1,026	1,025	1,025	1,024	1,024
	$K_н$	0,968	0,968	0,969	0,970	0,971	0,972	0,972	0,973	0,974	0,974	0,974	0,975	0,976	0,976
0,2	$K_в$	1,064	1,063	1,061	1,059	1,057	1,056	1,055	1,054	1,053	1,052	1,051	1,049	1,048	1,048
	$K_н$	0,935	0,937	0,939	0,941	0,942	0,944	0,945	0,946	0,947	0,948	0,949	0,950	0,951	0,952
0,3	$K_в$	1,097	1,094	1,091	1,089	1,086	1,084	1,082	1,081	1,079	1,077	1,076	1,074	1,073	1,072
	$K_н$	0,903	0,906	0,908	0,911	0,913	0,914	0,917	0,919	0,921	0,923	0,924	0,925	0,927	0,928
0,4	$K_в$	1,129	1,126	1,122	1,118	1,115	1,113	1,111	1,107	1,105	1,103	1,101	1,099	1,097	1,095
	$K_н$	0,870	0,874	0,877	0,881	0,884	0,887	0,889	0,892	0,894	0,896	0,898	0,900	0,902	0,904
0,5	$K_в$	1,162	1,157	1,153	1,148	1,147	1,141	1,137	1,134	1,132	1,129	1,126	1,124	1,122	1,119
	$K_н$	0,838	0,843	0,847	0,851	0,855	0,859	0,862	0,866	0,868	0,871	0,873	0,876	0,878	0,880

ПРИЛОЖЕНИЕ V

Таблица 1

$h = 0,1$ ($\gamma = 90\%$)

K	m																
	20	25	30	35	40	45	50	60	70	80	90	100	120	130	140	150	200
1	0,878	0,928	0,958	0,975	0,985	0,991	0,995	0,998	0,999								
2	0,608	0,729	0,816	0,878	0,920	0,948	0,966	0,986	0,994	0,998	0,999						
3	0,323	0,463	0,589	0,694	0,777	0,841	0,888	0,947	0,976	0,989	0,995	0,998					
4	0,133	0,236	0,353	0,469	0,577	0,671	0,750	0,863	0,929	0,965	0,983	0,992	0,998	0,999			
5	0,043	0,098	0,175	0,269	0,371	0,473	0,569	0,729	0,841	0,912	0,954	0,976	0,994	0,997	0,999	0,999	
6	0,011	0,033	0,073	0,132	0,206	0,292	0,384	0,563	0,713	0,823	0,897	0,942	0,984	0,992	0,996	0,998	
7	0,002	0,009	0,026	0,055	0,100	0,158	0,230	0,394	0,558	0,700	0,808	0,883	0,962	0,979	0,989	0,994	
8		0,002	0,008	0,020	0,042	0,076	0,122	0,248	0,401	0,554	0,689	0,794	0,922	0,954	0,974	0,986	
9			0,002	0,006	0,016	0,032	0,058	0,142	0,264	0,407	0,551	0,679	0,859	0,912	0,947	0,969	0,999
10				0,002	0,005	0,012	0,025	0,073	0,159	0,276	0,412	0,549	0,771	0,848	0,903	0,940	0,996
15								0,001	0,003	0,012	0,033	0,073	0,218	0,319	0,429	0,540	0,907
20												0,002	0,016	0,034	0,066	0,113	0,534
30																	0,016

Таблица 2

$h = 0,05$ ($\gamma = 95\%$)

	m															
	40	45	50	60	70	80	90	100	120	130	140	150	180	200	260	300
1	0,871	0,901	0,923	0,954	0,972	0,983	0,990	0,994	0,998	0,999	0,999					
2	0,601	0,665	0,721	0,808	0,871	0,914	0,943	0,963	0,984	0,990	0,994	0,996	0,999			
3	0,323	0,392	0,459	0,583	0,686	0,769	0,933	0,882	0,942	0,961	0,973	0,982	0,995	0,998		
4	0,138	0,187	0,240	0,353	0,566	0,571	0,664	0,742	0,856	0,894	0,923	0,945	0,981	0,991	0,999	
5	0,048	0,073	0,104	0,180	0,272	0,371	0,470	0,564	0,722	0,783	0,834	0,874	0,949	0,974	0,997	0,999
6	0,014	0,024	0,038	0,079	0,137	0,211	0,295	0,384	0,558	0,637	0,706	0,766	0,890	0,938	0,991	0,998
7	0,003	0,007	0,012	0,030	0,060	0,105	0,164	0,234	0,394	0,475	0,554	0,627	0,800	0,876	0,977	0,993
8	0,001	0,002	0,010	0,023	0,047	0,081	0,128	0,252	0,325	0,401	0,477	0,682	0,787	0,950	0,984	0,998
9			0,001	0,003	0,008	0,018	0,036	0,063	0,146	0,204	0,267	0,336	0,548	0,673	0,906	0,966
10				0,001	0,002	0,007	0,015	0,028	0,079	0,117	0,164	0,219	0,413	0,545	0,841	0,935
15									0,001	0,002	0,005	0,008	0,037	0,078	0,322	0,537
20													0,001	0,003	0,039	0,119
25															0,001	0,009
30																0,001

Таблица 3

$h = 0,02$ ($\gamma = 98\%$)

K	*m*																
	100	110	120	130	140	150	160	200	260	300	360	400	420	440	460	480	500
1	0,867	0,892	0,911	0,928	0,941	0,952	0,961	0,982	0,995	0,998	0,999						
2	0,597	0,648	0,694	0,736	0,772	0,804	0,832	0,911	0,967	0,983	0,994	0,997	0,998	0,999	0,999	0,999	
3	0,323	0,378	0,431	0,483	0,532	0,479	0,623	0,765	0,893	0,940	0,976	0,987	0,990	0,993	0,995	0,996	0,997
4	0,141	0,179	0,220	0,263	0,308	0,353	0,398	0,569	0,765	0,851	0,930	0,959	0,970	0,977	0,982	0,987	0,990
5	0,051	0,071	0,094	0,121	0,150	0,183	0,218	0,371	0,596	0,718	0,847	0,903	0,923	0,940	0,953	0,964	0,972
6	0,015	0,024	0,034	0,047	0,063	0,082	0,103	0,213	0,419	0,556	0,727	0,812	0,845	0,874	0,898	0,918	0,935
7	0,004	0,007	0,011	0,016	0,023	0,032	0,043	0,109	0,266	0,394	0,581	0,689	0,736	0,777	0,814	0,845	0,872
8	0,001	0,002	0,003	0,005	0,007	0,011	0,016	0,049	0,153	0,255	0,431	0,548	0,603	0,654	0,701	0,744	0,783
9			0,001	0,001	0,002	0,003	0,005	0,020	0,080	0,151	0,296	0,407	0,464	0,519	0,572	0,622	0,669
10					0,001	0,001	0,002	0,007	0,038	0,082	0,188	0,282	0,333	0,386	0,439	0,492	0,543
12								0,001	0,007	0,019	0,061	0,110	0,141	0,176	0,215	0,257	0,302
14									0,001	0,003	0,015	0,033	0,046	0,062	0,082	0,106	0,133
16											0,003	0,008	0,012	0,017	0,025	0,035	0,047
18												0,001	0,002	0,004	0,006	0,009	0,013

6 Зак. 1390

ПРИЛОЖЕНИЕ VI

Таблица 1

γ	σ	0,3		0,5		0,7	
	Q	0,8	0,9	0,8	0,9	0,8	0,9
90%	m K_1, K_2, K_3	62 4, 7, 9	112 7, 12, 16	26 1, 3, 5	50 2, 5, 9	16 1, 2, 4	28 1, 3, 6
95%	m K_1, K_2, K_3	135 4, 7, 11	250 8, 13, 18	56 1, 3, 5	100 2, 5, 9	34 1, 2, 4	58 1, 3, 6
98%	m K_1, K_2, K_3	340 5, 7, 10	650 9, 13, 19	143 1, 3, 5	260 2, 6, 9	88 1, 2, 4	146 1, 3, 5

Таблица 2

γ	σ	0,3		0,5		0,7	
	Q	0,8	0,9	0,8	0,9	0,8	0,9
90%	m K_1, K_2, K_3	210 17, 21, 26	380 31, 38, 44	83 6, 9, 11	137 11, 14, 19	52 3, 6, 8	78 6, 8, 12
95%	m K_1, K_2, K_3	480 20, 24, 28	840 34, 42, 50	180 7, 10, 14	293 10, 15, 19	103 3, 6, 9	165 5, 9, 13
98%	m K_1, K_2, K_3	1200 20, 24, 29	2000 32, 40, 49	450 6, 9, 12	780 10, 16, 21	280 4, 6, 9	420 5, 9, 13

ПРИЛОЖЕНИЕ VII

Таблица 1

$Q=0,8$

m	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
$K_в$ $K_н$	2.429 0.666	1.741 0.725	1.527 0.738	1.434 0.781	1.371 0.798	1.328 0.812	1.297 0.822	1.271 0.83	1.252 0.838	1.336 0.846

m	11	12	13	14	15	16	17	18	19
$K_в$	1.223	1.21	1.20	1.191	1.184	1.177	1.169	1.154	1.136
$K_н$	0.852	0.857	0.861	0.866	0.869	0.874	0.876	0.879	0.881

m	20	21	22	23	24	25	30	35	40	45
$K_в$	1.154	1.15	1.142	1.143	1.140	1.134	1.121	1.111	1.103	1.097
$K_н$	0.884	0.886	0.889	0.891	0.893	0.895	0.902	0.908	0.914	0.918

m	50	55	60	65	70	75	80	85	90
$K_в$	1.087	1.085	1.083	1.078	1.076	1.073	1.071	1.068	1.066
$K_н$	0.922	0.925	0.928	0.931	0.932	0.935	0.939	0.94	0.946

m	95	100	125	150	175	200	225	250	275	300
$K_в$	1.064	1.063	1.054	1.05	1.046	1.043	1.041	1.039	1.037	1.035
$K_н$	0.942	0.943	0.949	0.953	0.957	0.959	0.960	0.962	0.965	0.966

m	325	350	375	400	425	450	500	750	1000
$K_в$	1.034	1.032	1.031	1.03	1.029	1.028	1.027	1.022	1.019
$K_н$	0.968	0.969	0.97	0.971	0.972	0.973	0.974	0.978	0.981

Таблица 2

$Q = 0{,}9$

m	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
$K_в$	3.758	2.291	1.903	1.718	1.607	1.532	1.478	1.436	1.403	1.376
$K_н$	0.514	0.598	0.646	0.678	0.763	0.722	0.737	0.751	0.761	0.771

m	11	12	13	14	15	16	17	18	19
$K_в$ $K_н$	1.354 0.779	1.335 0.788	1.318 0.793	1.304 0.800	1.291 0.806	1.289 0.810	1.268 0.816	1.260 0.822	1.252 0.825

m	20	21	22	23	24	25	30	35	40	45
$K_в$ $K_н$	1.244 0.828	1.236 0.831	1.231 0.835	1.225 0.838	1.216 0.841	1.214 0.843	1.197 0.858	1.180 0.866	1.167 0.874	1.154 0.881

m	50	55	60	65	70	75	80	85	90
$K_в$ $K_н$	1.146 0.886	1.139 0.89	1.132 0.895	1.124 0.898	1.121 0.902	1.116 0.905	1.112 0.908	1.108 0.910	1.105 0.911

m	95	100	125	150	175	200	225	250	275	300
$K_в$ $K_н$	1.101 0.915	1.098 0.917	1.088 0.925	1.078 0.930	1.073 0.935	1.068 0.938	1.064 0.943	1.060 0.945	1.057 0.948	1.055 0.950

m	325	350	375	400	425	450	500	750	1000
$K_в$ $K_н$	1.052 0.951	1.050 0.952	1.048 0.954	1.047 0.956	1.045 0.957	1.043 0.958	1.041 0.961	1.037 0.968	1.029 0.971

ЛИТЕРАТУРА

1. Гнеденко Б. В., Беляев Ю. К., Соловьев А. Д. Математические методы в теории надежности. М., «Наука», 1965.

2. Беляев Ю. К., Дугина Т. Н., Чепурин Е. В. Вычисление нижней доверительной границы для вероятности безотказной работы сложных систем. — «Известия АН СССР. Техн. кибернетика», 1967, № 2.

3. Большев Л. Н., Смирнов Н. В. Таблицы математической статистики. М., «Наука», 1965.

4. Бруевич Н. Г., Сергеев В. И. Некоторые вопросы точности и надежности устройств. — В сб.: «О точности и надежности в автоматизированном машиностроении». М., «Наука», 1964.

5. Вайсблат Б. И., Лейфер Л. А. Оптимальное планирование испытаний на надежность. — «Вопросы радиоэлектроники», серия VI. «Радиоизмерительная техника», 1966, № 3.

6. Вентцель Е. С. Теория вероятности. М., Физматгиз, 1962.

7. Волков П. Н., Аристов А. Н. Ремонтопригодность машин. Надежность. Качество. М., Изд-во стандартов, 1972.

8. Герцбах И. Б., Кордонский Х. Б. Модели отказов. М., «Советское радио», 1966.

9. Голинкевич Т. А. Оценка надежности радиоэлектронной аппаратуры. М., «Советское радио», 1968.

10. ГОСТ 12997—67 «Государственная система промышленных приборов и средств автоматизации. Общие технические требования».

11. ГОСТ 13216—74 «Государственная система промышленных приборов и средств автоматизации. Надежность. Общие технические требования и методы испытаний».

12. Груничев А. С., Кузнецов В. А., Шипов Е. В. Испытания радиоэлектронной аппаратуры на надежность. М., «Советское радио», 1969.

13. Гумбель. Статистика экстремальных значений. М., «Мир», 1965.

14. Губинский А. И. Теория надежности приборов, средств автоматизации и систем управления. Л., «Машиностроение», 1974.

15. Дружинин Г. В. Надежность устройств автоматики. М., «Энергия», 1964.

16. Дружинин Г. В. Метод получения экспериментальных данных о надежности технических устройств. — В сб.: «Кибернетику — на службу коммунизму». М., «Энергия», 1964.

17. Демаков И. П. Методы статистической проверки однородности информации об эксплуатационной надежности изделий. Л., Изд-во ЛДНТП, 1968.

18. Дунин-Барковский И. В., Смирнов Н. В. Теория вероятностей и математическая статистика в технике. М., Гостехиздат, 1955.

19. Елкин В. М. Модели станков при длительном хранении и при ускоренных испытаниях на сохраняемость, «Надежность и контроль качества», 1970, № 12.

20. Заренин Ю. Г. Контрольные испытания на надежность. М., Изд-во стандартов, 1970.

21. Заренин Ю. Г., Стоянова И. И. Определительные испытания для оценки $p(t)$ — В сб.: «Испытания на надежность». Киев, Изд-во КДНТП, 1969.

22. Заренин Ю. Г., Стоянова И. И. Определительные испытания изделий с нормальным распределением T. — В сб.: «Испытания на надежность» Киев, Изд-во КДНТП, 1970.

23. Заренин Ю. Г. Определительные испытания на надежность изделий с экспоненциальным распределением T. — В сб.: «Испытания на надежность», Киев, Изд-во КДНТП, 1970.

24. Заренин Ю. Г. и др. Надежность и эффективность АСУ. Киев, «Техника», 1975.

25. Инженерные методы исследования надежности радиоэлектронных систем. Пер. с англ. Варжапетяна. М., «Сов. радио», 1968.

26. Кендалл и Стюарт. Статистические выводы и связи. М., «Наука», 1966.

27. Коуден Д. Статистические методы контроля качества. М., 1964.

28. Крамер. Математические методы статистики. М., И. Л., 1948.

29. Коваленко И. Н., Филипова А. А. Теория вероятностей и математическая статистика. М., «Высшая школа», 1973.

30. Колмогоров А. И. Основные понятия теории вероятностей. М.-Л., 1936. (1974).

31. Кузьмин Г. С., Соболев В. Г. Выравнивание гамма-распределения на вероятностной бумаге. — «Надежность и контроль качества», 1973, № 4.

32. Кузьмин Ф. И. Задачи и методы оптимизации показателей надежности. М., «Советское радио», 1972.

33. Левин Б. Р. Статистические методы обработки данных испытаний о надежности. М., «Знание», 1964.

34. Лейфер Л. А. Методы оценки надежности по результатам испытаний по сокращенным программам. М., «Знание», 1971.

35. Ллойд Д., Липов М. Надежность. Пер. с англ. под ред. Н. П. Бусленко. М., «Советское радио», 1964.

36. Методика оценки уровня качества промышленной продукции. М., Издательство стандартов, 1971.

37. Милюна М. К. Предварительный графический анализ вида распределения и его проверка. В сб.: «Надежность и эффективность АСУ». Киев, Изд-во РДЭНТП, 1974.

38. Митропольский А. К. Техника статистических вычислений. М., «Наука», 1971.

39. ГОСТ 13377—67. Надежность в технике. Термины.

40. Огульник Ю. М. Об автоматизации вычисления гамма-процентного и среднего ресурсов для завершенных испытаний с помощью ЭВМ, «Надежность и контроль качества», 1973, № 4.

41. Оптимальные задачи надежности. Под ред. Ушакова И. А. М., Стандартгиз, 1963.

42. Половко А. М. Основы теории надежности. М., «Наука», 1964.

43. Пронников А. С., Дунин-Барковский И. В. Классификация методов испытаний машин на надежность. — «Надежность и контроль качества», 1969, № 1.

44. ПГ 401-627—73 Прикладная статистика. Правила проверки согласия опытного распределения с теоретическим.

45. Рипс Я. А. Оптимальные интервальные оценки параметров закона надежности. — «Электропривод». Вып. 1. 1970.

46. Рубинштейн П. В., Ентис И. Г. О соотношении опытных или расчетных данных о показателях надежности и норм, устанавливаемых технической документацией. — В сб.: «Испытания на надежность». Киев, Изд-во КДНТП, 1969.

47. РТМ. ГСП. Методика определительных испытаний на надежность. М., СКБСН ЦНИИКА, 1970.

48. РТМ. ГСП. Методика контрольных испытаний на надежность. М., СКБСН ЦНИИКА, 1969.

49. Рябинин И. А. Основы теории и расчета надежности судовых электроэнергетических систем. Л., «Судостроение», 1967.

50. ГОСТ 18322—73. «Система технического обслуживания и ремонта техники». Термины и определения.

51. Сифоров В. И. — «Надежность технических систем и изделий. Основные понятия и терминология». М., «Наука», 1965.

52. Сотсков Б. С. Основы теории и расчета надежности элементов и устройств автоматики и вычислительной техники. М., «Высшая школа», 1970.

53. Стоянова И. И. Точечные и интервальные оценки показателей надежности. В сб.: «Испытания на надежность». Киев, Изд-во КДНТП, 1970.

54. Стоянова И. И., Заренин Ю. Г. Понятия достоверности и точности при планировании определительных испытаний на надежность — В сб.: «Системы и средства автоматического управления». Киев, «Техника», 1970.

55. Ушаков И. Н. Оптимальные задачи надежности. М., «Знание», 1971.

56. Уилкс С. Математическая статистика. Пер. с англ. М., «Наука», 1967.

57. Феллер В. Введение в теорию вероятностей и ее приложения. Пер. с англ. Т. 1. Изд. 2-е. М., «Мир», 1964.

58. Хан Г. А., Шапиро С. Статистические модели в инженерных задачах. М., «Мир», 1969.

59. Хлобыстова О. А. Оценка показателей надежности типа квантилей. — В сб.: «Экспериментальные методы оценки и исследования надежности сложных систем». Киев, Изд-во КДНТП, 1975.

60. Шиндовский Э., Шюрц О. Статистические модели контроля производства. М., Изд-во стандартов, 1969.

61. Шишонок Н. А., Репкин В. Ф., Барвинский А. Л. Основы теории надежности и эксплуатации радиоэлектронной техники. М., «Советское радио», 1964.

62. Шор Я. Б. Статистические методы анализа и контроля качества и надежности. М., «Советское радио», 1962.

63. Шор Я. Б., Кузьмин Ф. И. Таблицы для анализа и контроля надежности. М., «Советское радио», 1968.

64. Шторм Р. Теория вероятностей. Математическая статистика. Статистический контроль качества. М., «Мир», 1970.

65. B. Epstein. The exponential distribution and its role in life testing. Lnd Qual. Constrol, 1958, XV. 6. December.

66. Pearson E. S. Note on an approximation to the distribution of non—central x^2—Biometrika, 1959, 46, 364.

67. Pearson K. Tables of the ineomplected Г—function. Cambridge Unirersity Press, 1934.

68. Pearson K. Cumulatire binomial probability distribution. Harvard university press, Cambridge, Mass, 1955.

СОДЕРЖАНИЕ