

АКАДЕМИЯ НАУК СССР
ОРДЕНА ЛЕНИНА ИНСТИТУТ ПРОБЛЕМ УПРАВЛЕНИЯ

Б.В.Павлов И.Г.Соловьев

СИСТЕМЫ ПРЯМОГО АДАПТИВНОГО УПРАВЛЕНИЯ

Ответственный редактор
доктор технических наук,
профессор
В. Ю. РУТКОВСКИЙ



МОСКВА «НАУКА» 1989

3965.9

УДК 62—506

П12

Павлов Б. В., Соловьев И. Г. Системы прямого адаптивного управления. М.: Наука, 1989. С. 136.—ISBN 5—02—006557—9.

В монографии рассматривается построение систем прямого адаптивного управления: типовые методы синтеза и анализа систем прямого адаптивного управления, методы реализации этих систем, работа систем при наличии возмущений и построения простейших самоалгоритмизирующихся систем прямого адаптивного управления. Основное направление книги методологическое. Изложение теоретических вопросов иллюстрируется примерами. Включение ряда оригинальных результатов делает книгу интересной для специалистов, и она может служить введением в более сложную современную теорию систем прямого адаптивного управления.

Для специалистов в области теории адаптивных систем. Ил. 45. Библиогр. 95 назв.

Рецензенты:

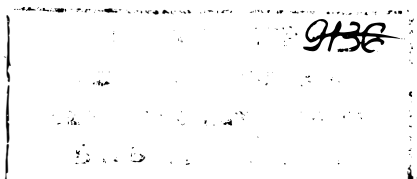
Н. А. КУЗНЕЦОВ, Ю. А. БОРЦОВ, Н. Д. ПОЛЯХОВ

Редактор О. М. ГОРИНА

P a v l o v B. V. and S o l o v i o v I. G. Direct Adaptive Control Systems. M.: Nauka, 1989.

The monograph considers the construction of direct adaptive control systems: type methods of synthesizing and analyzing direct adaptive control systems, realization methods of these systems, systems operation in disturbance and during construction of elemental selfalgorithmizing direct adaptive control systems. Basically the book is methodological. Theoretical problems are illustrated by examples. A number of original results make the book challenging for specialists, and it can be an introduction into the more complex modern theory of direct adaptive control systems.

For specialists in the field of the adaptive systems theory. 45 illustrations and 95 references.



П 1402070000-346
055(02)-89 27-89, кн. 2

ISBN 5—02—006557—9

© Издательство «Наука», 1989

ВВЕДЕНИЕ

Первые идеи о построении адаптивных систем были определены к началу 60-х годов [1—3]. С тех пор теория таких систем получила значительное развитие. Любопытно отметить, что интерес к адаптивному управлению во всем мире, судя по числу работ, представляемых на конгрессы ИФАК, неизменно высок [4].

В чем же секрет успеха? По-видимому, основным предметом исследований в адаптивном управлении в точности соответствует основному вопросу о построении систем с обратными связями в кибернетике. По сути, введение обратных связей призвано решать вопросы об изменении управляющих воздействий в зависимости от результатов текущей работы объекта управления. И очень часто эти результаты нельзя предугадать. Поэтому создание методов управления в условиях неопределенности имеет первостепенное значение. А теория адаптивного управления развивает конструктивные методы решения именно этой задачи.

Не менее привлекательным оказывается и тот факт, что, устанавливая пути создания приспособляющихся технических систем, мы получаем новые объяснения механизмам приспособления в живом, лучше понимаем способы организации социальных систем.

Фактор неопределенности в адаптивном управлении может иметь различную природу. Чаще это неопределенность в описании объекта управления или действия внешней среды, но можно говорить и о неопределенности принятия решений, если объект управления точно описан, но оказывается сложным. Широкий диапазон приложений и популярность идей адаптивного управления предопределили неоднозначность определений, задач и методов теории [5]. Но к настоящему времени сформировалось небольшое число базовых направлений развития, к числу которых относится теория систем прямого адаптивного управления [6, 7].

Главными вопросами теории являются синтез адаптивных систем и анализ их работоспособности.

Теоретическая направленность книги более скромна, чем то может показаться из оглавления. Современное состояние математической теории таких систем достаточно полно отражено в научных монографиях [8—12]. Авторы настоящей работы в большей степени интересуют конструктивные аспекты синтеза, поэтому данная книга по духу ближе к системно-технической литературе [6, 13—15]. Несмотря на то что в нее включены оригинальные тео-

ретические результаты, основная направленность работы — методологическая. Обосновывая общие аспекты синтеза адаптивных систем, здесь сделана попытка указать тот язык их описания, который выделял бы отличительные особенности создания таких систем и тем самым строже очерчивал составные поэтапные задачи синтеза. Декомпозиция общей задачи на систему отдельных подзадач имеет важное значение в вопросах изучения, проектирования, совершенствования существующих и создания новых адаптивных систем и алгоритмов (см. главу 1).

В рамках традиционной постановки задачи управления линейными квазистационарными объектами с эталонной моделью детально рассмотрены вопросы синтеза типовых адаптивных систем (см. главу 2). Изложена процедура создания первичного алгоритма (регулятора). Обобщены методы построения вторичных моделей, именуемых чаще моделями ошибок [17]. На основе алгебры линейных операторных преобразований рассмотрен способ построения моделей ошибок произвольного динамического порядка от статической (нулевого порядка) до динамической полного порядка.

Универсальность подхода к синтезу вторичного алгоритма достигается, если задачу параметрической адаптации ставить как экстремальную, а сам алгоритм строить как численную стратегию минимизации вторичного критерия. Установлено, что широко распространенный в технической литературе [16, 17] алгоритм самонастройки, синтезированный по методу Ляпунова, также относится к классу градиентных, так как реализует спуск по поверхности в усредненных антиградиентных направлениях. Такие алгоритмы именуются в книге интегроградиентными. В результате класс градиентных стратегий пополнился алгоритмами нового вида, являющимися динамическими аналогами типовых. С другой стороны, появилась возможность распространить развитый аппарат численной минимизации на задачи адаптивной самонастройки. Приводятся примеры синтеза вторичного алгоритма, использующего схему проекций градиента и интегроградиента (см. главу 4). Заметим, что такое обобщение имеет важное значение не только в прикладном смысле при управлении объектами, подверженными действию возмущений. Введение операции проецирования на выпуклую область допустимых настроек регулятора повышает скорость сходимости или отработки вектора параметрических рассогласований.

Иначе градиентная природа алгоритмов адаптации трактуется в работах [8, 12].

Одним из центральных вопросов теории прямого адаптивного управления остается вопрос сходимости процесса самонастройки. Основным математическим аппаратом исследования сходимости является аппарат функций Ляпунова [18]. Строгого обоснования сходимости можно всегда достигнуть, если вторичная модель имеет линейную структуру относительно вектора параметрических рассогласований. Заметим, что переход к линейно параметрическим

вторичным моделям возможен не только для линейных стационарных динамических объектов, соответствующие построения допускают как нестационарные, так и некоторые нелинейные объекты. Рассматриваются примеры таких построений (см. главы 2, 4). Типовые конструкции первичного и вторичного алгоритмов предполагают, что полный вектор состояния объекта и старшая производная измеряются. Очень часто такое предположение на практике не выполняется. Измерению доступна только часть компонент вектора состояния объекта, а то и просто скалярный выход. Реализовать тогда типовые законы управления нельзя. В этой связи и возникают задачи реализации адаптивных систем, т. е. таких систем, которые в алгоритмах управления используют только доступные для измерения координаты состояния объекта (см. главу 3). Практическая значимость вопросов реализуемости вызвала к жизни новые разделы технической кибернетики — это теории наблюдателей [19], фильтров Калмана—Бьюси [20].

Первые результаты по данному вопросу в области прямого адаптивного управления появились в конце 60-х годов [21] и получили значительное развитие в зарубежной периодике [22—24]. Говоря о схемах и методах реализации в прямом адаптивном управлении, следует иметь в виду, что в условиях большего «дефицита» информации о модели и состоянии объекта управления конструкция алгоритмов и сама теория адаптивного управления становятся более сложными. Удачной в этой связи видится методология системной градации задач синтеза адаптивных схем. Четкое разделение вопросов синтеза первичного и вторичного алгоритмов позволило разрешать задачи их реализации отдельно, причем методы реализации алгоритмов оказались также неодинаковыми. В частности, подход к реализации регулятора основан на построении динамических фильтров состояния или наблюдателей состояния [25], в то время как реализация алгоритма самонастройки предполагает введение линейных преобразований осреднения [26]. Методы реализаций не нарушают общего подхода к построению систем прямого адаптивного управления и в этом смысле обобщают типовые алгоритмы.

Реальные объекты управления функционируют в условиях действия на них различного вида возмущений, которые могут входить в модель объекта аддитивно и считаться координатными или мультипликативно, что чаще отражается дрейфом неизвестных параметров. Несмотря на то что возмущающие воздействия по условиям построения малы, они влияют на процесс самонастройки и требуют дополнительных исследований, в которых особое внимание следует уделить двум вопросам: обоснованию условий работоспособности типовых схем прямого адаптивного управления при наличии возмущающих воздействий и развитию методов модификаций типовых алгоритмов, обеспечивающих сходимостью (диссипативность) процессов адаптации (см. главу 4).

Для решения указанных вопросов используем известные в теории результаты, как, например, введение функции отключе-

ния алгоритма самонастройки в «зоне» действия помехи [3, 27], переход к регуляризованным стратегиям [12, 28], введение ограничений на вариации настроек регулятора [29, 30]. В то же время существуют и новые подходы к решению поставленных задач, которые еще не получили достаточного развития. Это схемы обеспечения идентифицирующих свойств алгоритмов адаптации, а также схемы алгоритмов настроек параметров, имеющих заданный порядок астатизма [31, 32].

Обычно традиционная постановка задачи адаптивного управления с эталонной моделью предъявляет «жесткие» требования к режиму работы объекта по входу. Перевод «плохой» динамики объекта управления в «хорошую» динамику, эквивалентную модели эталона, может повлечь значительные вариации координаты управления. Даже если такую координату удастся технически воспроизвести регулятором, то в силу ограниченности динамического диапазона объекта по входу желаемая эталонная траектория выхода оказывается недостижимой. Последнее означает, что заявленная цель управления не согласована с имеющимися ресурсами управления. Здесь важно заметить, что это несогласование не есть ошибка проектирования, такое несоответствие носит объективный характер и является следствием начальной неопределенности описания объекта управления. В то же время практически целесообразнее желаемую динамику назначать не одной, а семейством желаемых траекторий, образующих трубку эталонных движений. Именно в таком виде формулируются требования к переходному процессу в классической теории автоматического регулирования и управления [23, 24].

Особое место в классе адаптивных систем занимает самоалгоритмизирующиеся системы (см. главу 5). В основном методика синтеза таких систем базируется на развитой теории и методах конструирования типовых схем прямого адаптивного управления, однако функциональные возможности рассмотренных систем выше, чем возможности типовых конструкций. Повышение эффективности обуславливается введением множества эталонных характеристик вместо одной, как это было ранее. Приближение к любой эталонной форме поведения при самонастройке удовлетворяет функциональной цели управления. В то же время среди множества эталонных динамик можно выбрать ту, которая с эксплуатационной точки зрения может стать более предпочтительной для данного объекта. Эксплуатационная оптимальность может пониматься в различных смыслах. Например, эксплуатационно-оптимальным будет тот режим, при котором вариации координаты управления будут минимальными. Или предпочтительнее та структура регулятора, в которой задействуется меньшее число регулируемых обратных связей.

Особенность функционирования таких систем заключается в том, что предельная динамика основного контура оказывается неопределенной на момент начала работы системы и доопределяется в процессе самонастройки с доопределением самой модели

объекта. Именно факт доопределения предельной цели работы в процессе самонастройки позволяет относить такую систему к простейшей самоалгоритмизирующейся. В то же время, несмотря на то что рассмотренный подход к синтезу позволяет строить регулятор с варьируемой структурой, реализация устойчивых алгоритмов управления гарантируется лишь в том случае, если известна информация о структуре объекта.

Рассмотренный подход к созданию простейших самоалгоритмизирующихся схем обуславливает постановку и решение нового класса задач, главные из которых связаны с обоснованием и построением области эталонных операторов с подстраиваемыми границами.

Основные интересы авторов в области адаптивного управления сложились под влиянием своих учителей, и прежде всего В. Ю. Рутковского, чье доброжелательное отношение и замечания по рукописи книги несомненно улучшили ее содержание.

Материал книги рассматривался известными специалистами в области адаптивного управления. Книга обсуждалась в беседах с О. Ю. Кульчицким, А. П. Курдюковым, С. Д. Земляковым, В. Н. Фоминым, А. М. Пришвиным. Конструктивные замечания были высказаны рецензентами Н. А. Кузнецовым, Ю. А. Борцовым, Н. Д. Поляховым. Наконец большую помощь при оформлении книги оказали сотрудники по работе — В. К. Петелина, Р. И. Рудометкина. Всем названным товарищам авторы выражают искреннюю признательность и благодарность.

Настоящая книга издается в юбилейный год одного из ведущих в мире институтов по проблемам управления — пятидесятилетия ордена Ленина Института проблем управления (автоматики и телемеханики).

1

АДАПТИВНОЕ УПРАВЛЕНИЕ И СВЯЗАННЫЕ С НИМ ЗАДАЧИ

1.1.

Начальное представление

Рассмотрим задачу управления линейным стационарным объектом, который описывается уравнением

$$\ddot{x} + a_1 \dot{x} + a_0 x = b_0 u. \quad (1)$$

Цель управления задается предельным отношением вида

$$\overline{\lim}_{t \rightarrow \infty} (x(t) - x_0(t)) = 0, \quad (2)$$

где $x_0(t)$ — эталонная или желаемая программа движения объекта, удовлетворяющая уравнению эталона

$$\ddot{x}_0 + a_1^0 \dot{x}_0 + a_0^0 x_0 = b_0^0 g. \quad (3)$$

В приведенных выражениях выход объекта x , вход u , задающее воздействие g (в общем случае произвольное) являются функциями текущего времени t . (Запись, отражающую явную зависимость переменных от времени $x(t)$, $u(t)$, $g(t)$, будем чаще опускать x , u , g).

Решение задачи управления сводится к определению таких функций $u = u(t)$ или закона формирования координаты [13] входа $u = u(x, g, t)$, что на объекте (1) достигается цель (2).

Уже на данной стадии анализа заметна особенность постановки задачи управления. В отличие от γ — показателей качества (быстродействие, перерегулирование, число полукосильных и т. п.) или интегральных целевых условий оптимального управления [32] здесь вводится предельная цель, отражающая асимптотическое соответствие поведения объекта эталонной траектории (3). Отмеченная особенность целевого условия носит неслучайный характер. Именно такая постановка задачи управления позволяет строго решить ее в условиях, когда параметры объекта a_0 , a_1 , b_0 априорно не определены.

Решение задачи (1)–(3) в условиях неопределенности параметров a_0 , a_1 , b_0 разбивается на два этапа. На первом этапе строится алгоритм управления (устанавливается правило формирования координаты u) при условии, когда параметры a_0 , a_1 , b_0 могут быть любыми, но известными. Для этого уравнение объекта записывается в виде

$$\ddot{x} + a_1^0 \dot{x} + a_0^0 x - b_0^0 g = b_0 u - (a_1 - a_1^0) \dot{x} - (a_0 - a_0^0) x - b_0^0 g \quad (4)$$

и из левой части приведенного соотношения вычитается уравнение модели эталона (3). В результате получаем

$$\ddot{\sigma}_2 + a_1^0 \dot{\sigma}_2 + a_0^0 \sigma_2 = b_0 u - (a_1 - a_1^0) \dot{x} - (a_0 - a_0^0) x - b_0^0 g,$$

где $\sigma_2 = x - x_0$. Пусть координата управления u удовлетворяет условию

$$b_0 u = (a_0 - a_0^0) x + (a_1 - a_1^0) \dot{x} + b_0^0 g. \quad (5)$$

Тогда правая часть ранее приведенного равенства обращается в нуль и можно записать $\ddot{\sigma}_2 + a_1^0 \dot{\sigma}_2 + a_0^0 \sigma_2 = 0$.

Если оператор модели эталона $p^2 + a_1^0 p + a_0^0$ ($p^i = d^i/dt^i$) асимптотически устойчив [34], то для σ_2 справедливо предельное отношение $\lim_{t \rightarrow \infty} \sigma_2(t) = 0$.

Последнее условие эквивалентно цели управления (2). Следовательно, алгоритм эталонного управления $u = u_0(x, g, t)$ задается уравнением (5). Но в рамках адаптивной постановки рассматриваемой задачи, когда параметры a_0 , a_1 , b_0 неизвестны, реализовать его нельзя. Зато вместо эталонного регулятора (5) можно задать структурно однородный закон управления уравнением вида

$$r_0^1 u = r_0^2 x + r_1^2 \dot{x} + b_0^0 g, \quad (6)$$

где параметры r_0^1 , r_0^2 , r_1^2 подлежат непрерывной подстройке по результатам анализа текущей работы объекта в замкнутом контуре управления. С данного момента задача определения функции $u(t)$ свелась к задаче определения параметров регулятора (6). Иначе говоря, необходимо указать второй алгоритм самонастройки параметров первого алгоритма (регулятора). Решение вновь поставленной задачи относится ко второму этапу синтеза адаптивной системы. Для решения задачи самонастройки просуммируем правую часть выражения (4) с уравнением регулятора (6). В результате можно записать

$$\begin{aligned} \sigma = \ddot{x} + a_1^0 \dot{x} + a_0^0 x - b_0^0 g = (b_0 - r_0^1) u + \\ + (r_0^2 + a_0^0 - a_0) x + (r_1^2 + a_1^0 - a_1) \dot{x}. \end{aligned} \quad (7)$$

Из данного соотношения следует, что с достижением предельных условий $r_0^1 \rightarrow b_0$, $r_0^2 \rightarrow a_0 - a_0^0$, $r_1^2 \rightarrow a_1 - a_1^0$, $t \rightarrow \infty$ будет обеспечиваться отношение $\sigma \rightarrow 0$, а следовательно, и исходная цель $x \rightarrow x_0$. Отсюда задачу параметрической самонастройки можно поставить как экстремальную по минимизации критерия параметрических расогласований:

$$J_2 = (b_0 - r_0^1)^2 + (r_0^2 + a_0^0 - a_0)^2 + (r_1^2 + a_1^0 - a_1)^2.$$

В такой постановке решить задачу не удается, так как непосредственный контроль за величиной J_2 осуществить нельзя. Зато уровень параметрических расогласований удается оценить кос-

бую систему управления можно описать с помощью элементов тройки (\mathcal{P}, J, Φ) . В отличие от «обычных» адаптивные системы описываются уже двумя тройками: первичной $(\mathcal{P}_1, J_1, \Phi_1)$, связанной с синтезом основного контура управления, и вторичной $(\mathcal{P}_2, J_2, \Phi_2)$, связанной с построением контура адаптации. Обратимся к ранее рассмотренному материалу параграфа 1.1. Модель объекта \mathcal{P}_1 задавалась уравнением (1), цель J_1 — условиями (2) и (3). Производными \mathcal{P}_1 и J_1 стал первичный алгоритм управления Φ_1 , заданный уравнением регулятора (6). Алгоритм Φ_1 описывает основной контур управления [6]. Вторичную тройку образуют: вторичная модель \mathcal{P}_2 , заданная соотношением (7) или

$$\sigma = (b_0 - r_0^1)u + (r_0^2 + a_0^3 - a_0)x + (r_1^2 + a_1^3 - a_1)\dot{x},$$

вторичная цель J_2 (8) и вторичный алгоритм Φ_2 , реализующий настройку параметров (9) регулятора Φ_1 (6). Алгоритм Φ_2 образует контур адаптации.

Общая логика синтеза систем управления по стадиям: модели, цели, алгоритмы как на уровне одной тройки [35, 36], так и двух контуров управления [6, 13, 37] описывалась в технической литературе, но отдельно в роли системно-образующих факторов не анализировалась. А именно такой взгляд удачно, по нашему мнению, выявляет конструктивные начала синтеза не только существующих адаптивных систем, но и более совершенных. Прежде чем обратиться к такому анализу, сразу установим, что эволюция синтеза адаптивных систем с необходимостью предполагает построение элементов не менее двух троек. Специфика создания адаптивных систем отражается в методах построения вторичной тройки, что чаще анализируется отдельно. Однако, говоря об общих проблемах построения управляемых систем, не следует забывать, что переход к методам адаптивного управления (к синтезу вторичной тройки) есть вынужденная мера, обусловленная невозможностью достижения цели управления в рамках «обычных» стратегий (на уровне первичной тройки), что связывается со значительной априорной неопределенностью описания модели объекта. Неадаптивные стратегии управления, как правило, более просты в реализации и в этом смысле предпочтительнее на практике.

Дадим краткое описание адаптивным схемам на языке обобщенных структур. Для этого нам достаточен следующий уровень детализации описания модели объекта [33]:

$$\mathcal{P}_1(x, u, g, \xi, t) = 0,$$

устанавливающей связь между x — выходными координатами, входными: u — управлением, g — задающим воздействием, ξ — вектором неконтролируемых возмущений, t — временем. В качестве преобразования \mathcal{P}_1 чаще выступает оператор, в частности передаточная функция. Результатом синтеза системы по данным \mathcal{P}_1 и Φ_1 на первом этапе является первичный алгоритм Φ_1 , заданный своим уравнением

$$u = \pi(\mathcal{P}_1, J_1 | u, x, g, t). \quad (10)$$

Здесь явно выделена функция проектирования алгоритма $\Phi_1 = \pi(\mathcal{P}_1, J_1)$. Такой закон управления предусматривает в общем случае введение координатных связей по входу и выходу [38] (см. рис. 2, а).

В адаптивной постановке задачи управления оператор \mathcal{P}_1 точно не определен, он задается областью реализации P_1 соответствующего операторного пространства \mathbf{P} . Тогда вместо регулятора (10) первичный алгоритм будет задан уравнением

$$\mathbf{u} = \pi(R_p, J_1 | \mathbf{u}, \mathbf{x}, \mathbf{g}, t), \quad (11)$$

где $R_p \in P_1 \subset \mathbf{P}$ — настраиваемые операторные характеристики введенного регулятора. В том случае, когда R_p — параметрические настройки регулятора, как это было в ранее рассмотренном примере, адаптивную систему именуют самонастраивающейся [39]. Если вариация R_p предусматривает смену структур регулятора, например, смена динамических порядков, числа членов разложения в ряды нелинейностей, нестационарностей и т. п., то такую более совершенную систему именуют самоорганизующейся. Современная теория адаптивного управления почти вся развивается как теория самонастраивающихся систем. Первичный алгоритм (11) в адаптивной системе дополняется вторичным

$$R_p = \Phi_2 P(J_1 | \mathbf{x}, \mathbf{u}, \mathbf{g}, t), \quad (12)$$

осуществляющим настройку характеристики R_p регулятора (11). (Во втором алгоритме (12) явно отражена связь алгоритма $\Phi_2 P$ с целевым условием J_1). Если из отношения $R_p \rightarrow \mathcal{P}_1$ следует достижение первичной цели J_1 , то вторичная модель системы должна отражать зависимость следующего содержания:

$$\sigma = \mathcal{P}_2(R_p - \mathcal{P}_1 | \mathbf{x}, \mathbf{u}, \mathbf{g}, \xi, t),$$

причем выходной вектор σ модели \mathcal{P}_2 должен быть оцениваемым и, в частности, отвечать следующим условиям:

$$(R_p \rightarrow \mathcal{P}_1) \Rightarrow (\|\sigma\| \rightarrow \min) \Rightarrow (J_1).$$

Данная запись означает, что с достижением полной компенсации операторных рассогласований длина вектора σ достигает минимума, при этом гарантируется выполнение первичной цели. Отсюда следует один из общих подходов к построению вторичного алгоритма $\Phi_2 P$, заключающийся в сведении задачи операторной подстройки к экстремальной с численной минимизацией вторичного критерия $J_2 = \frac{1}{2} \|\sigma\|^2 \rightarrow \min$.

В отличие от неадаптивных схем (рис. 2, а) структура адаптивной системы (рис. 2, б), помимо координатных связей по \mathbf{x} и \mathbf{g} , содержит операторную связь R_p . В работе [39] такие системы получили название бинарных. Если степень организованности или совершенства системы оценивать через ее способность доопределять свое поведение по текущему анализу результатов своей работы и действия внешней среды, то система, изображенная на рис. 2, б, относится к классу более организованных, чем на рис. 2, а.

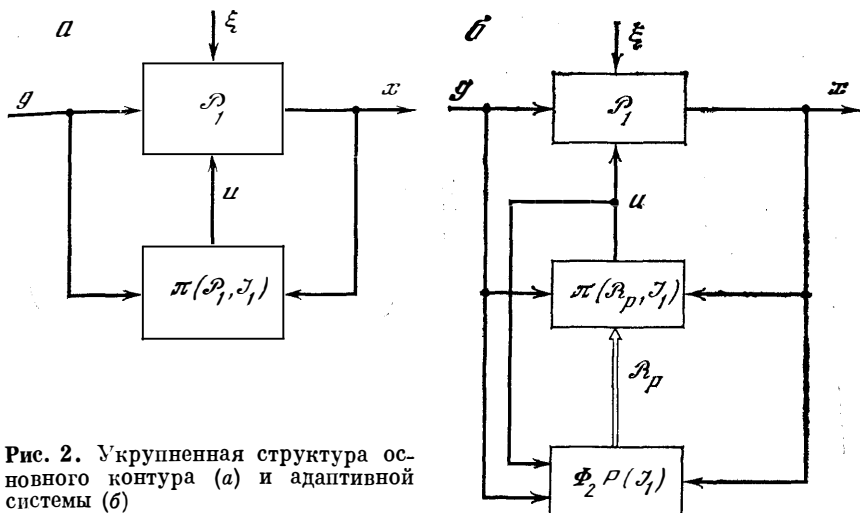


Рис. 2. Укрупненная структура основного контура (а) и адаптивной системы (б)

В зависимости от механизма формирования элементов вторичной тройки адаптивные системы делятся на два класса: системы прямого адаптивного управления — без идентификации и непрямого — с идентификацией. Конструктивно системы прямого адаптивного управления строятся как системы с эталонными моделями (см. рис. 3, а), хотя явная реализация динамического звена эталона может не осуществляться (именно такая система рассматривалась в параграфе 1.1.)

Напротив, в схемах непрямого адаптивного управления чаще используются настраиваемые модели (см. рис. 3, б). Но так же как и в первом случае, идентификация (оценивание оператора \mathcal{P}_1) может осуществляться без реализации настраиваемой модели. Вторичный критерий самонастройки отражает цель точности идентификации и явно не зависит от меры достижения цели управления J_1 . Алгоритм работы такой системы сводится к последовательному построению оценки R_p оператора объекта \mathcal{P}_1 с помощью правила $\Phi_2 P$ по контролю за координатными рассогласованиями $\sigma = x - \hat{x}$. Именно данные оценки и «считываются» в основной контур управления Φ_1 . В случае, когда идентифицировать объект не удастся (об этом подробнее изложено в главе 2), ошибки текущей идентификации могут повлечь значительные ошибки управления вплоть до нарушения устойчивого функционирования основного контура. В схемах прямого адаптивного управления, где вторичный критерий обуславливает достижение и первичной цели, таких аномальных режимов работы быть не может. Но создание прямых схем не всегда возможно как по содержанию самой задачи, так и по внешним условиям работы системы. В частности, схемы прямого адаптивного управления более чувствительны к действиям помех ξ , чем схемы с идентификацией. В последних временные интервалы идентификации и управления могут быть разнесены,

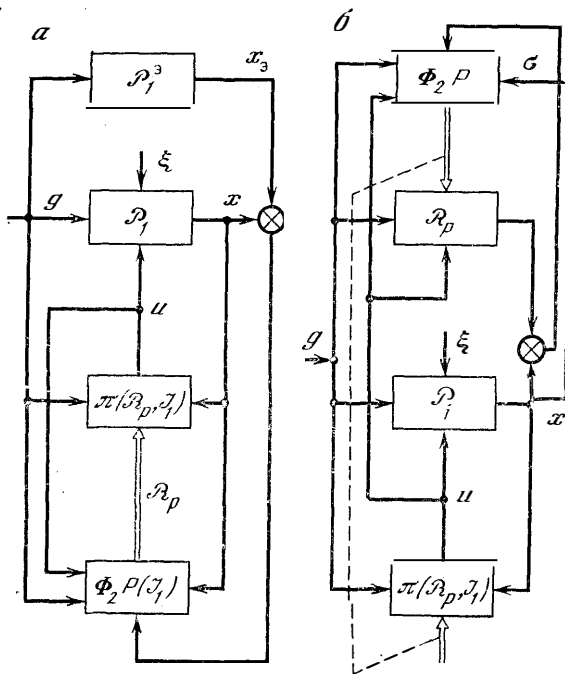


Рис. 3. Структуры адаптивных систем управления:

а, б — адаптивная система с эталонной и с настраиваемой моделью соответственно

что существенно «облегчает» работу замкнутых алгоритмов управления. Создание систем прямого адаптивного управления предполагает прямой или косвенный контроль за качественными показателями текущей работы системы. Если же фактическое качество управления оценивается лишь по окончании интервала управления, что часто встречается в задачах оптимального управления с интегральными критериями качества [40], то прямая самонастройка здесь нереализуема и использование непрямых схем возможно [5].

При анализе законов функционирования организационных систем [41, 42] часто встречаемся с ситуациями, когда в процессе ее работы с доопределением модели объекта $R_p \rightarrow \mathcal{P}_1$ осуществляется коррекция первичной цели. Возможность создания достаточно общих систем отмечалась в классификациях ранних работ по адаптивному управлению [27, 43], где их именовали самоалгоритмизирующимися. В таких системах наряду с координатными и операторными обратными связями присутствует контур обратной связи по первичной цели. Алгоритм самонастройки первичной цели запишем в виде уравнения

$$R_J = \Phi_2 J(R_p | x, u, g, t). \quad (13)$$

Содержание задачи самонастройки критерия R_J может отвечать различным условиям, в частности:

Рис. 4. Структура самоалгоритмизирующейся адаптивной системы

удобству или простоте реализации первичного алгоритма (действительно, скорректировать в пределах «разумного» цель — J_1 проще, чем сформировать и реализовать новый управляющий сигнал);

приведению первичной цели управления (по мере доопределения объекта $R_p \rightarrow \mathcal{P}_1$) в соответствие уровню и виду имеющихся ресурсов управления $u \in U$.

С введением контура адаптации по цели (13) изменяются алгоритмы основного контура Φ_1 и контура настройки операторных связей $\Phi_2 P$. Символическая система уравнений самоалгоритмизирующейся адаптивной системы примет вид

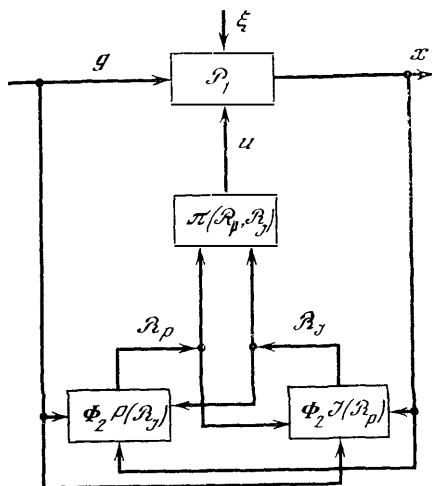
$$\mathcal{P}_1(x, u, g, \xi, t) = 0,$$

$$u = \pi(R_p, R_J | u, x, g, t),$$

$$R_p = \Phi_2 P(R_J | x, u, g, t),$$

$$R_J = \Phi_2 J(R_p | x, u, g, t).$$

Структура такой системы изображена на рис. 4. Очевидно, класс организованности таких систем выше рассмотренных ранее. Конструктивные схемы синтеза самоалгоритмизирующихся систем в теории адаптивного управления пока остаются неразвитыми.



ТИПОВЫЕ МЕТОДЫ СИНТЕЗА И АНАЛИЗА СИСТЕМ ПРЯМОГО АДАПТИВНОГО УПРАВЛЕНИЯ

2.1.

Синтез регулятора

Рассмотрим способы построения базовых систем прямого адаптивного управления, реализующие принцип параметрической настройки регулятора в процессе функционирования объекта. Такие системы часто именуются как БСНС (беспоисковые самонастраивающиеся системы) или адаптивные системы с эталонной моделью.

Рассмотрим схему решения задачи управления на уровне синтеза элементов первичной тройки. Для этого дадим более точную формулировку решаемой задачи.

Пусть управляемый объект (\mathcal{P}_1 — первичная модель) задан своим уравнением

$$x^{(n)} + a_{n-1}x^{(n-1)} + \dots + a_0x = b_m u^{(m)} + \dots + b_0u,$$

где u — его вход; x — выход. Чаше применяемая операторная запись уравнений объекта имеет вид

$$a_n(p)x = b_m(p)u, \quad (14)$$

где $a_n(p) = p^n + a_{n-1}p^{n-1} + \dots + a_0$, $b_m(p) = b_m p^m + \dots + b_0$, $p^i = d^i/dt^i$ — оператор i -кратного дифференцирования. Цель управления (J_1 — первичная цель) задается предельным соотношением

$$\overline{\lim}_{t \rightarrow \infty} (x(t) - x_a(t)) = 0, \quad (15)$$

где $x_a(t)$ — эталонная траектория движения. Задача управления состоит в определении сигнала управления $u(t)$ или закона его формирования, при котором на объекте \mathcal{P}_1 достигалась бы цель J_1 . Особенность поставленной задачи заключается в том, что параметры a_i , $i = \overline{0, n-1}$, b_j , $j = \overline{0, m}$, уравнения объекта (14) точно не определены, а заданы $(n + m + 1)$ -мерной областью PA своих возможных значений. Кроме того, траектория эталонного движения x_a удовлетворяет уравнению модели эталона

$$a_n^a(p)x_a = b_0^a g, \quad (16)$$

где $a_n^a(p) = p^n + a_{n-1}^a p^{n-1} + \dots + a_0^a$, а g — задающее воздействие или отслеживаемая программа движения. Уравнение модели эта-

лона характеризует желаемую динамику переходных процессов в системе, поэтому очевидным требованием к уравнению (16) является устойчивость оператора $a_n^3(p)$. (Всякий оператор $c_k(t, p) = p^k + c_{k-1}(t)p^{k-1} + \dots + c_0(t)$ уравнения $c_k(t, p)\tau = 0$ называется устойчивым при $t \geq 0$, если для любых ограниченных $\tau^{(i)}(0)$, $i = \overline{0, k-1}$, выполнено $\tau^{(i)}(t) \rightarrow 0$ при $t \rightarrow \infty$.)

Динамические порядки n и m операторов $a_n(p)$ и $b_m(p)$ уравнения объекта считаются заданными. Поэтому синтезируемую систему можно отнести к классу самонастраивающихся.

Для определения закона формирования управляющего воздействия и соответствующей структуры регулятора перепишем уравнение объекта (14) с учетом (16) в виде

$$a_n^3(p)x - b_{0g}^3 = b_m(p)u - \Delta_{n-1}(p)x - b_{0g}^3, \quad (17)$$

где $\Delta_{n-1}(p) = a_n(p) - a_n^3(p) = (a_{n-1} - a_{n-1}^3)p^{n-1} + \dots + (a_0 - a_0^3)$, и вычтем затем из него уравнение модели эталона (16). В результате можно записать

$$a_n^3(p)\sigma_n = b_m(p)u - \Delta_{n-1}(p)x - b_{0g}^3, \quad (18)$$

где $\sigma_n = x - x_3$. Пусть закон формирования управляющего воздействия u отвечает уравнению

$$b_m(p)u = \Delta_{n-1}(p)x + b_{0g}^3. \quad (19)$$

Тогда согласно (18) имеем $a_n^3(p)\sigma_n = 0$ и в силу устойчивости оператора $a_n^3(p)$ справедливо отношение $\sigma_n \rightarrow 0$ при $t \rightarrow \infty$, что соответствует цели управления (15). Таким образом, уравнение (19) мы вправе именовать уравнением эталонного регулятора, а сам сигнал u , удовлетворяющий (19), будем обозначать как u_3 . Однако реализовать эталонный регулятор нельзя, так как операторы $b_m(p)$ и $\Delta_{n-1}(p)$ неизвестны. Но с другой стороны, соотношение (19) указывает на класс структур уравнений, в котором следует искать закон управления. Поэтому реальный регулятор можно задать уравнением вида

$$r_m^1(p)u = r_{n-1}^2(p)x + b_{0g}^3 \quad (20)$$

с операторами $r_m^1(p) = r_m^1 p^m + \dots + r_0^1$, $r_{n-1}^2(p) = r_{n-1}^2 p^{n-1} + \dots + r_0^2$, подлежащими настройке в процессе работы замкнутой системы (14)–(20). Если при $t \rightarrow \infty$ выполнено $r_m^1(p) \rightarrow b_m(p)$, $r_{n-1}^2(p) \rightarrow \Delta_{n-1}(p)$, то согласно (19) $u \rightarrow u_3$, а также $x \rightarrow x_3$. Задача определения алгоритма настроек параметров регулятора r_j^1 и r_i^2 , $j = \overline{0, m}$, $i = \overline{0, n-1}$, при котором достигалась бы исходная цель управления, является основной задачей синтеза на уровне элементов вторичной тройки. Для работоспособности самонастраивающейся системы с регулятором (20) необходимо, чтобы в пределе при $r_m^1(p) = b_m(p)$ сигнал $u(t)$ оставался ограниченным, а это

22 2/10

9136

требует устойчивости неизвестного оператора $b_m(p)^1$. Данное требование определяет дополнительные условия на границу области PD .

Структура замкнутой системы с регулятором (20) и объектом (14) изображена на рис. 5, а. Иногда [6] полученную структуру системы именуют основным контуром, а задачу синтеза регулятора называют задачей синтеза основного контура самонастраиваемой системы.

Пример 1. Рассмотрим синтез регулятора для объекта второго порядка

$$(p^2 + a_1p + a_0)x = (b_1p + b_0)u \quad (21)$$

в смысле целевого условия (15), где x_0 удовлетворяет уравнению

$$(p^2 + 5p + 6)x_0 = 12g. \quad (22)$$

Согласно (19) уравнение эталонного регулятора будет иметь вид $(b_1p + b_0)u_0 = ((a_1 - 5)p + (a - 6))x + 12g$. Отсюда уравнение настраиваемого регулятора можно записать следующим образом:

$$r_1^1 \dot{u} + r_0^1 u = r_0^2 x + r_1^2 \dot{x} + 12g. \quad (23)$$

Структура замкнутой системы изображена на рис. 6.

Рассмотренные вопросы связаны с синтезом только первичного алгоритма Φ_1 , в то время как первичная модель \mathcal{P}_1 и цель J_1 были введены директивно. Если класс линейных моделей динамических объектов \mathcal{P}_1 (14) соответствует традиционным моделям теории автоматического управления [34], то целевое условие J_1 (15) носит специальный характер и в определенной мере отражает специфику подходов в задачах прямого адаптивного управления. Распространенные в теории регулирования целевые условия на показатели переходного процесса объекта плохо приспособлены для формализованного синтеза регуляторов, так как не позволяют получать однозначные решения поставленной задачи. Это вносит значительную долю неопределенности в процесс синтеза. Поэтому в теории управления широкое распространение получили интегральные критерии качества, позволяющие существенно формализовать процесс синтеза оптимальных регуляторов. Отмеченная ранее неопределенность синтеза в задачах оптимального управления перешла в неопределенность формирования интегральных критериев качества. Использование интегральных критериев качества с большим интервалом осреднения в системах прямого адаптивного управления невыгодно или невозможно, так как принцип работы последних основан на непрерывном контроле за качеством управления, а оценить качество работы в такой системе можно только по истечении периода осреднения. Переход к целевому условию вида (15) также обеспечивает однозначность решений задачи регу-

¹ Известны способы синтеза регуляторов, где $b_m(p)$ — неустойчивый оператор [45].

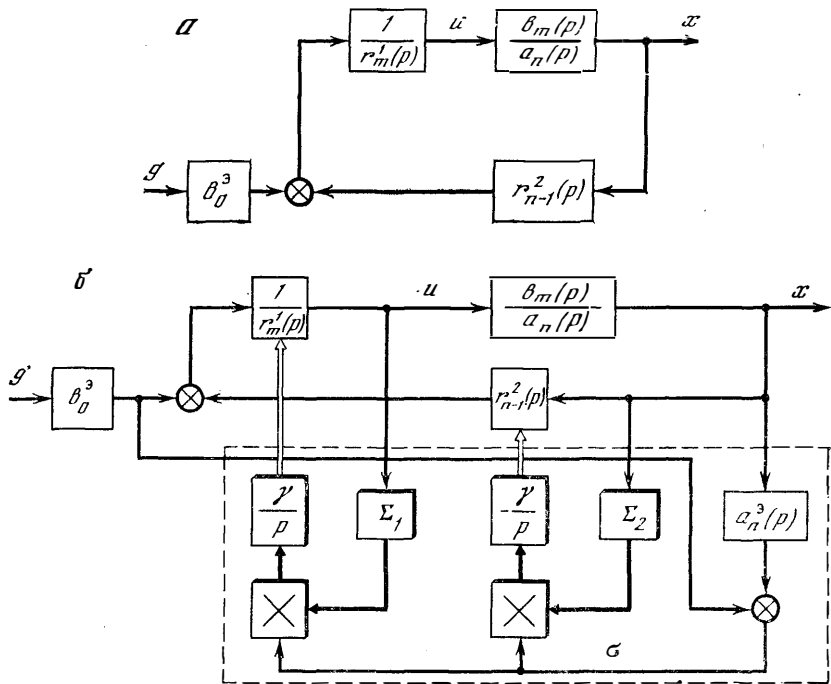


Рис. 5. Структурная схема основного контура (а) и адаптивной системы (б)

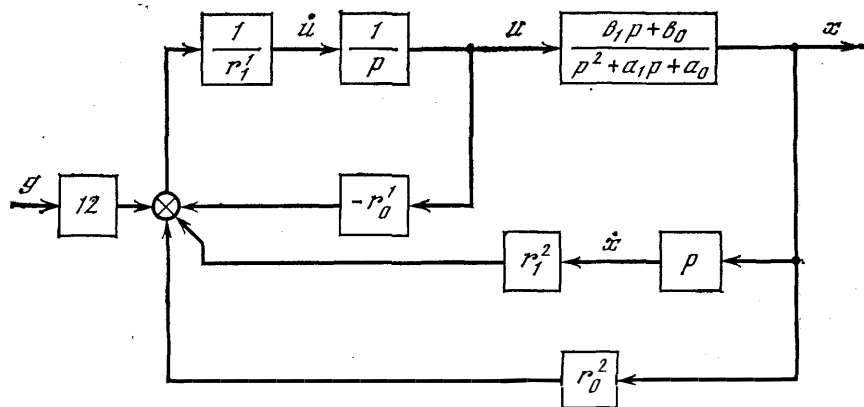


Рис. 6. Структурная схема основного контура для объекта второго порядка

лирования; вместе с этим им можно задать любые желаемые характеристики на переходный процесс объекта. Вся неопределенность задачи управления с целевым условием (15) переносится на неопределенность выбора модели эталона (16). Не будем специально останавливаться на решении этого вопроса. Отметим только, что формирование оператора $a_n^2(p)$ удобно осуществлять по-

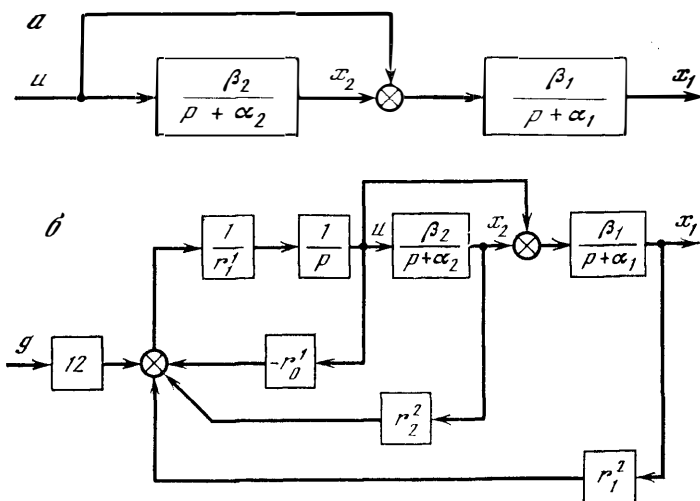


Рис. 7. Структурная схема объекта (а) и основного контура (б)

корням характеристического уравнения, которые характеризуют составляющие моды [46] движений в траектории $x_0(t)$. Кроме этого, на стадии линейного синтеза системы управления необходимо учитывать потенциально достижимые динамические показатели работы реального объекта. А это значит, что если регулятор (20) после самонастройки пришел в соответствие с уравнением желаемого регулятора (19), то по крайней мере динамический диапазон изменения $u_0(t)$ в рабочем режиме системы должен быть согласован с допустимой амплитудой управления по входу.

Если в процессе самонастройки регулятора (20) параметр r_m^1 при старшей производной $u^{(m)}$ проходит через нулевое значение, то имеющаяся потеря порядка уравнения (20) при $r_m^1 = 0$ приводит к нереализуемой схеме регулирования (рис. 7 с $r_1^1 = 0$). Поэтому на практике диапазон вариаций параметра r_m^1 следует ограничивать и согласовывать со знаком и возможной величиной неизвестного параметра b_m . Последнее также определяет дополнительные условия на границу РД. Данное ограничение может быть снято, если уравнение настраиваемого регулятора имеет вид

$$u^{(m)} + r_{m-1}^1 u^{(m-1)} + \dots + r_0^1 u = r_{n-1}^2 x^{(n-1)} + \dots + r_0^2 x + r_0 b_0^3 g. \quad (24)$$

В этом случае вместо настраиваемого параметра r_m^1 при $u^{(m)}$ введен настраиваемый параметр r_0 при $b_0^3 g$. Если левую и правую части уравнения (19) разделить на коэффициент b_m при $u^{(m)}$, то в результате получится уравнение желаемого регулятора для вновь введенной структуры закона управления (24). Однако, как будет показано далее, информация о знаке b_m для построения адаптивной системы с регулятором (24) также необходима.

Пример 2. Рассмотрим построение регулятора для объекта, заданного своей структурой (рис. 7, а), где будет показано, что для его построения достаточно ввести настраиваемые обратные связи по любому полному вектору состояния объекта, а не только по выходу и его производным, как это имеет место в (23).

Согласно рис. 7,а систему дифференциальных уравнений для вектора состояния $x = \text{col}[x_1, x_2]$ запишем следующим образом:

$$\begin{aligned} \dot{x}_1 &= -\alpha_1 x_1 + \beta_1 x_2 + \beta_1 u, \\ \dot{x}_2 &= -\alpha_2 x_2 + \beta_2 u. \end{aligned} \quad (25)$$

Заметим, что возможны и иные представления [47] для системы, видоизменяющие вектор состояния. Пусть, как и ранее, цель управления задается условием (15) с моделью эталоном (22). Перейдем от уравнений (25) к одному уравнению относительно выхода x_1 . После дифференцирования первого уравнения системы и двухкратной подстановки в результат первого и второго уравнений получаем

$$\ddot{x}_1 + (\alpha_1 + \alpha_2) \dot{x}_1 + \alpha_1 \alpha_2 x_1 = \beta_1 \ddot{u} + \beta_1 (\alpha_2 + \beta_2) \dot{u}.$$

По аналогии с (18) запишем

$$(p^2 + 5p + 6)\sigma_2 = \beta_1 \ddot{u} + \beta_1 (\alpha_2 + \beta_2) \dot{u} + (6 - \alpha_1 \alpha_2) x_1 + (5 - \alpha_1 - \alpha_2) \dot{x}_1 - 12g.$$

Отсюда уравнение желаемого регулятора примет вид

$$\beta_1 \dot{u}_0 + \beta_1 (\alpha_2 + \beta_2) u_0 = (\alpha_1 \alpha_2 - 6) x_1 + (\alpha_1 + \alpha_2 - 5) \dot{x}_1 + 12g.$$

Для замены координаты \dot{x}_1 воспользуемся вновь первым уравнением системы (25). После подстановки и приведения подобных получаем

$$\beta_1 \dot{u}_0 + \beta_1 (\beta_2 + 5 - \alpha_1) u_0 = (5\alpha_1 - \alpha_1^2 - 6) x_1 + \beta_1 (\alpha_1 + \alpha_2 - 5) x_2 + 12g.$$

Отсюда уравнение настраиваемого регулятора в координатах состояния вектора x примет вид

$$r_1^1 \dot{u} + r_0^1 u = r_1^2 x_1 + r_2^2 x_2 + 12g. \quad (26)$$

Структура основного контура системы изображена на рис. 7, б.

В более общем случае подобный вывод строится на следующих рассуждениях. Пусть вектор состояния объекта (14) составлен из производных: $x = \text{col}[x \dots x^{(n-1)}]$, а $u_1 = \text{col}[u \dots u^{(m-1)}]$ — вектор состояния регулятора. Тогда уравнение желаемого регулятора (19) в векторной форме можно записать следующим образом:

$$b_m u_0^{(m)} + b_0^T u_{1,0} = \Lambda_0^T x + b_0^3 g, \quad (27)$$

где $b_0 = \text{col}[b_0 \dots b_{m-1}]$, $\Lambda_0 = \text{col}[a_0 - a_0^2 \dots a_{n-1} - a_{n-1}^3]$.

Предположим, что с выходов объекта измеряется вектор состояния x_1 , связанный с исходным вектором линейным преобразованием

$$x = T_1 x_1 + T_2 u_1, \quad (28)$$

где T_1 и T_2 матрицы соответствующих размерностей. Тогда, подставляя (28) в (27), приходим к уравнению желаемого регулятора вида

$$b_m u_1^{(m)} + b_1^T u_1 = \Delta_1^T x_1 + b_0^2 g,$$

где $b_1 = b_0 - T_2^T \Delta_0$, $\Delta_1 = T_1^T \Delta_0$. Отсюда уравнение настраиваемого регулятора запишется следующим образом:

$$r_m^1 u_1^{(m)} + (r^1)^T u_1 = (r^2)^T x_1 + b_0^2 g, \quad (29)$$

где $r^1 = \text{col} [r_0^1 \dots r_{m-1}^1]$, $r^2 = \text{col} [r_1^2 \dots r_l^2]$, l — размерность вектора x_1 .

Этот результат имеет важное прикладное значение в тех случаях, когда состояние x невозможно измерить, в то же время по измерениям «промежуточных» координат системы удается скомпоновать другой полный вектор состояния x_1 . Тогда структура настраиваемого регулятора будет той же, что и ранее (20), только вместо обратных связей по координатам вектора x следует вводить обратные связи по состоянию x_1 . Часто объекты управления задаются сложными топологическими схемами (ср. с рис. 7, а), причем часть параметров в описании блоков оказывается вполне определенной. Создание регуляторов для таких объектов по типу (29) с минимальным количеством настраиваемых параметров остается сложной задачей даже для линейных систем.

2.2.

Синтез алгоритма настройки параметров

В соответствии с ранее изложенным построение самонастраивающейся системы сводится к построению элементов вторичной тройки $(\mathcal{P}_2, J_2, \Phi_2)$, где \mathcal{P}_2 — вторичная модель, или модель ошибки, J_2 — вторичная цель и Φ_2 — вторичный алгоритм. В основе решения задач вторичного цикла лежит посылка о том, что с приведением параметров настраиваемого регулятора (20) в соответствие с параметрами эталонного регулятора будет достигнуто и целевое условие J_1 (15). Следовательно, задачу самонастройки можно поставить как задачу компенсации параметрических рассогласований между уравнениями эталонного и настраиваемого регуляторов. Непосредственный контроль за рассогласованиями неосуществим, так как действительный контроль за рассогласованиями неосуществим, так как действительные значения параметров операторов $b_m(p)$ и $\Delta_{n-1}(p)$ (17) неизвестны. Однако возможен косвенный контроль по измеряемому или формируемому координатным рассогласованиям. Уравнение, связываю-

щие соответствующие координатные рассогласования с параметрическими, и называется моделью ошибки $-\mathcal{P}_2$. Если ввести критерий уровня координатных рассогласований J_2 , такой, что минимум его будет соответствовать исходной цели управления, то алгоритм самонастройки можно искать в классе численных схем минимизации функционалов J_2 . Такой подход к построению алгоритма самонастройки оказывается выгодным, так как теория численных методов минимизации [48] имеет значительное развитие. Однако в отличие от классических задач на минимум задача минимизации критерия координатных рассогласований по параметрам регулятора носит некоторые особенности. Дело в том, что величина координатных рассогласований определяется не только параметрическими рассогласованиями, но и собственной динамикой объекта, регулятора, а также воздействием g . Кроме того, критерий координатных рассогласований в каждый фиксированный момент времени не является строго выпуклым в пространстве настраиваемых параметров. Все это существенно осложняет решение задачи минимизации, и всякий раз требует анализа работа алгоритма на сходимость.

Далее рассмотрим два метода построения элементов вторичной тройки, отличающиеся способами формирования вторичных моделей.

Градиентный алгоритм самонастройки. Если в уравнение модели эталона (15) вместо x_0 подставить реальный выход объекта x , то равенство (16) нарушится и образуется некоторая неувязка

$$\sigma = a_n^3(p)x - b_0^3g. \quad (30)$$

Нетрудно показать, что σ , сформированное данным образом, непосредственно связано с исходным целевым условием (15). Действительно, вычитая из (30) уравнение модели эталона, можно записать

$$a_n^3(p) \sigma_n = \sigma. \quad (31)$$

Отсюда если $\lim_{t \rightarrow \infty} \sigma = 0$, то и $\lim_{t \rightarrow \infty} \sigma_n = 0$, т. е. достигается первичная цель управления. Следовательно, если ввести вторичный критерий вида

$$J_2 = 1/2 \sigma^2, \quad (32)$$

то задачу самонастройки можно свести к задаче градиентной минимизации критерия (32) по закону

$$\dot{\sigma} = -\gamma \partial J_2 / \partial \mathbf{r}, \quad (33)$$

где $\gamma > 0$ — коэффициент усиления, характеризует «шаг» поиска минимума, а $\partial J_2 / \partial \mathbf{r} = \text{col} [\partial J_2 / \partial r_0^1 \dots \partial J_2 / \partial r_m^1 \partial J_2 / \partial r_0^2 \dots \partial J_2 / \partial r_{n-1}^2]$ — вектор градиента. Алгоритм (33) имеет простой геометрический смысл. Достаточно вспомнить, что вектор градиента всегда направлен в сторону максимального локального роста функций, следова-

тельно, если вектор скорости настраиваемых параметров направлен в сторону антиградиента $-\partial J_2/\partial \mathbf{r}$, то должен реализовываться последовательный спуск в локальный минимум. Если в процессе работы достигнуто условие $\partial J_2/\partial \mathbf{r} = 0$, то $\dot{\mathbf{r}} = 0$ и поиск прекращается.

Условие обращения вектора градиента в ноль является, как известно, необходимым условием локального экстремума. Для построения градиентной стратегии спуска (33) введем модель ошибки \mathcal{P}_2 , отражающую зависимость σ от параметрических несогласований. Для этого уравнения объекта (17) и регулятора (20) просуммируем. После приведения подобных с учетом (30) можно записать

$$\sigma = a_n^0(p)x - b_0^0g = (b_m(p) - r_m^1(p))u + (r_{n-1}^2(p) - \Delta_{n-1}(p))x.$$

Введем обозначения для вектора неизвестных параметров

$$\Delta = \text{col} [b_0 \dots b_m] a_0 - a_0^0 \dots a_{n-1} - a_{n-1}^0],$$

вектора настраиваемых параметров

$$\mathbf{r} = \text{col} [-\mathbf{r}^1 | \mathbf{r}^2] = \text{col} [-r_0^1 \dots -r_m^1 | r_0^2 \dots r_{n-1}^2]$$

и вектора координатных переменных

$$\mathbf{z} = \text{col} [\mathbf{u} | \mathbf{x}] = \text{col} [u \dots u^{(m)} | x \dots x^{(n-1)}],$$

тогда выражение для модели ошибки примет вид

$$\sigma = (\Delta + \mathbf{r})^T \mathbf{z}, \quad (34)$$

а алгоритм самонастройки согласно (33) можно записать следующим образом:

$$\dot{\mathbf{r}} = -\gamma \sigma \mathbf{z}, \quad (35)$$

где невязка σ формируется по выражению (30). Структура полученной адаптивной системы изображена на рис. 5, б, на котором символом Σ_1 обозначена условная операция перехода от скалярной координаты u к вектору $\mathbf{u} = \text{col} [u \dots u^{(m)}]$, а Σ_2 от x к вектору $\mathbf{x} = \text{col} [x \dots x^{(n-1)}]$. Объемными стрелками и формами обозначены векторные координатные связи и функциональные блоки, а двойными выделены векторные параметрические связи. Скалярные координатные связи обозначены одинарными стрелками. Обведенная часть структуры системы называется контуром самонастройки [6], или адаптером [8].

С учетом введенного разделения вектора $\mathbf{z} = \text{col} [\mathbf{u} | \mathbf{x}]$ алгоритм (35) разбивается на две части:

$$\dot{\mathbf{r}}^1 = \gamma \sigma \mathbf{u}, \quad \dot{\mathbf{r}}^2 = -\gamma \sigma \mathbf{x}.$$

Как видно, реализация такой системы возможна, если x и все его производные до n -го порядка, используемые в выражении (30) при формировании σ , доступны измерению.

Пример 3. Рассмотрим синтез адаптивной системы управления объектом (25) в смысле целевого условия (15) с эталоном (22).

Дадим анализ результатов моделирования этой системы на ЭВМ. Для синтеза первичного алгоритма воспользуемся выводом, сделанным в примере 2. Переходя от системы (25) к единому уравнению и выделяя невязку, получаем

$$\sigma = \dot{x}_1 + 5x_1 + 6x_2 - 12y = \beta_1 \dot{u} + \beta_1 (\alpha_2 + \beta_2) u + (6 - \alpha_1 \alpha_2) x_1 + (5 - \alpha_1 - \alpha_2) x_2 - 12g.$$

Заменяя \dot{x}_1 на правую часть первого уравнения системы (25), получим соотношение вида

$$\sigma = \beta_1 \dot{u} + \beta_1 (\beta_2 - \alpha_1 + 5) u + (6 + \alpha_1^2 - 5\alpha_1) x_1 + \beta_1 (5 - \alpha_1 - \alpha_2) x_2 - 12g.$$

Суммируя данное равенство с уравнением регулятора (26), приходим к выражению вторичной модели (модель ошибки)

$$\sigma = (\beta_1 - r_1^1) \dot{u} + (\beta_1 (\beta_2 - \alpha_1 + 5) - r_0^1) u + (r_1^2 + 6 + \alpha_1^2 - 5\alpha_1) x_1 + (r_2^2 + \beta_1 (5 - \alpha_1 - \alpha_2)) x_2.$$

Отсюда градиентная процедура минимизации вторичного критерия (32) по параметрам $r_1^1, r_0^1, r_1^2, r_2^2$ принимает вид

$$\dot{r}_1^1 = \gamma \sigma \dot{u},$$

$$\dot{r}_0^1 = \gamma \sigma u,$$

$$\dot{r}_1^2 = -\gamma \sigma x_1,$$

$$\dot{r}_2^2 = -\gamma \sigma x_2.$$

Для работы адаптивной системы (например, с момента времени $t = 0$) необходимо задавать начальные значения для настроек регулятора (рис. 8, а). При моделировании было принято, что объект (25) назначается следующими параметрами: $\alpha_1 = 1, \alpha_2 = 2, \beta_1 = 1, \beta_2 = 2$, параметр γ выбирался постоянным и равным единице. Квадратичная функция параметрических рассогласований имеет вид

$$v(t) = (\beta_1 - r_1^1)^2 + (\beta_1 (\beta_2 - \alpha_1 + 5) - r_0^1)^2 + (r_1^2 + 6 + \alpha_1^2 - 5\alpha_1)^2 + (r_2^2 + \beta_1 (5 - \alpha_1 - \alpha_2))^2.$$

Начальные условия по состоянию объекта и регулятора, так же как и начальные настройки регулятора, принимались нулевыми, кроме $r_1^1(0) = 10$. Графики переходных процессов отражают характерную динамику процессов самонастройки (см. рис. 8, б, в)². Из результатов моделирования следует, что: необходимо различать сходимость по координатным рассогласованиям $\sigma_2(t) = x_1(t) - x_2(t)$ и по параметрическим $v(t)$ (асимптотическое исчез-

² Во всех примерах моделирования, так же как и в данном, введено ограничение вида $r_1^1(t) \geq 0,2$. Как будет показано в главе 4, такое ограничение не нарушает условия сходимости.

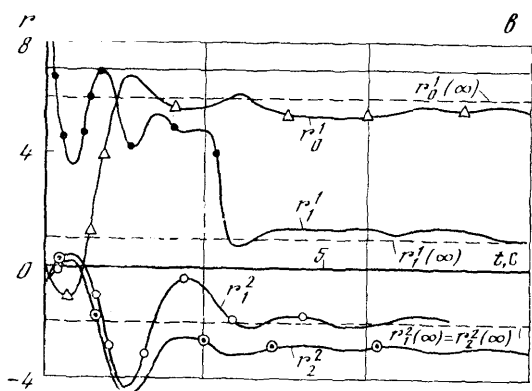
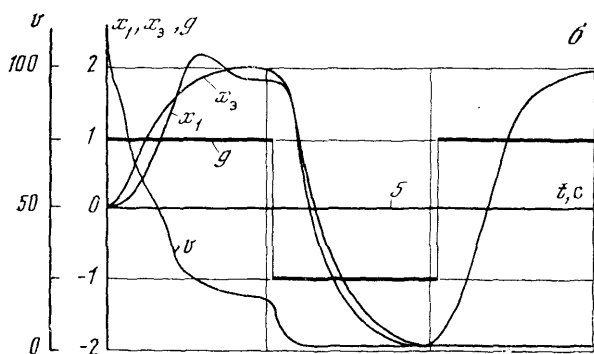
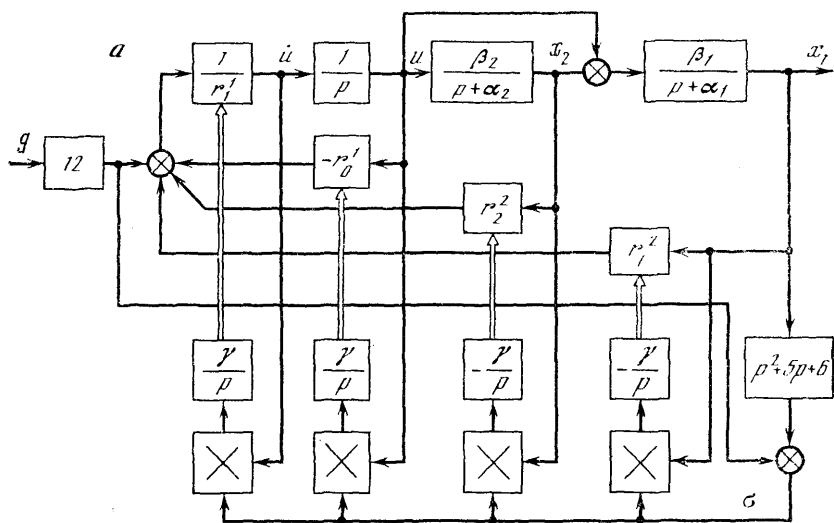


Рис. 8. Структурная схема (а) и графики переходных процессов (б, в) адаптивной системы для объекта, описываемого уравнениями (25)

б — координаты системы и функция g ;

в — настраиваемые коэффициенты

новение последней существенным образом зависит от режима возбуждения системы сигналом $g(t)$, в то время как $\sigma_2(t)$ исчезает при любых видах $g(t)$.

В построенной системе имеет место монотонная сходимостъ функции $v(t)$ (соответствующее условие монотонности для каждой скачки в сумме $v(t)$ не наблюдается).

Сходимость $v(t)$ в ноль является фундаментальным свойством работоспособности адаптивной системы.

Анализ сходимости градиентного алгоритма. Дадим более точное объяснение понятию сходимости. Если при $t \rightarrow \infty$ выполнено $\tau(t) \rightarrow \tau^0$, то будем говорить, что $\tau(t)$ сходится к τ^0 асимптотически. Если существует такое t^* , что для всех $t \geq t^*$ выполнено $\tau(t) = \tau^0$, то будем говорить о конечной сходимости $\tau(t)$ к τ^0 . Если существует такое t^* , начиная с которого $|\tau(t) - \tau^0| \leq \delta_\tau, \forall t \geq t^*$, то будем говорить о конечной сходимости в δ_τ окрестность τ_0 . Если при этом допускается $t^* \rightarrow \infty$, то говорят о диссипативности.

Адаптивная система (14), (20), (30) и (35) будет работоспособна, если она доставляет цель (15). Как ранее было показано (31), цель (15) достигается, если обеспечена асимптотическая сходимость вторичного критерия (32), а последняя, в свою очередь, гарантируется, если достигнута асимптотическая сходимость в ноль параметрических рассогласований $^3 v = \|\Delta + \mathbf{r}\|^2$ (34) при условии, что $\|\mathbf{z}\| \leq M < \infty$. Иными словами, из изложенного следует истинность отношений

$$(v \rightarrow 0) \Rightarrow (\sigma \rightarrow 0) \Rightarrow (\sigma_n \rightarrow 0).$$

Однако условие вида $(\sigma \rightarrow 0) \Rightarrow (v \rightarrow 0)$ не всегда обеспечивается. Действительно, пусть выполнено: $\mathbf{z} \rightarrow 0$, тогда при ограниченности v согласно (34) имеем $\sigma \rightarrow 0$, что, очевидно, не эквивалентно условию $v \rightarrow 0$. Аналогичные рассуждения справедливы и для части компонентов вектора \mathbf{z} , стремящихся к нулю. В этом случае сигнал σ не может нести информации о параметрических рассогласованиях при соответствующих компонентах суммы (34) и процесс настройки по данным параметрам согласно (35) замирает. Возможна более общая ситуация, когда начиная с некоторого момента времени t^* компоненты вектор-функции $\mathbf{z}(t)$ оказываются линейно-зависимыми, т. е. существует вектор параметрических рассогласований произвольной, но ограниченной длины, на котором выполнено $(\Delta + \mathbf{r})^T \mathbf{z}(t) = 0$. Процесс настройки с данного момента приостанавливается в силу условия $\sigma = 0$. Рассмотрим, какой из названных типов сходимостей может гарантировать адаптивная система (14), (20), (35). Для этого вычислим полную производную от v по времени. Согласно (35) и (34) можно записать

$$\dot{v} = 2(\Delta + \mathbf{r})^T \dot{\mathbf{r}} = -2\gamma\sigma(\Delta + \mathbf{r})^T \mathbf{z} = -2\gamma\sigma^2. \quad (36)$$

³ $\|\cdot\|$ обозначение евклидовой нормы, т. е.] если $a = \text{col}[a_1 \dots a_n]$, то $\|a\|^2 = a_1^2 + \dots + a_n^2$.

Отсюда следует, что $v(t)$ является убывающей (а вернее, невозрастающей) функцией времени, причем норма параметрических рассогласований $v = \|\Delta + r\|^2$ будет строго убывать, пока невязка σ не обратится в ноль. С другой стороны, из условия $v \rightarrow 0$ следует $\sigma \rightarrow 0$. Таким образом, процесс настройки параметров регулятора осуществляется до тех пор, пока не станет достигнуто условие $\sigma = 0$, но это и означает, что алгоритм (35) доставляет свойство асимптотической сходимости в ноль по вторичному критерию J_2 . Однако если ввести допуск на точность выхода в минимум по вторичному критерию следующим образом:

$$J_2 : \sigma^2 \leq \varepsilon_2^0, \quad (37)$$

то алгоритм (35) в смысле (37) оказывается конечно-сходящимся. Для доказательства этого факта представим всю временную ось $T = [0, \infty)$ как сумму двух непересекающихся подмножеств T_1 и T_2 ($T = T_1 \cup T_2$, $T_1 \cap T_2 = \emptyset$), где T_1 образовано интервалами времени τ_i^1 , на которых выполнено $\sigma^2 > \varepsilon_2^0$, а T_2 образовано временными отрезками τ_i^2 , на которых $\sigma^2 \leq \varepsilon_2^0$. Тогда мера множества T_1 ($\mu T_1 = \mu(\cup \tau_i^1) = \sum \mu \tau_i^1$, где $\mu \tau_i^1 = \int_{t \in \tau_i^1} dt$) ограничена. Действи-

тельно, из соотношения (36) следует

$$v(t) - v(0) = -2\gamma \int_0^t \sigma^2(t_1) dt_1, \quad v(t) \geq 0.$$

Отсюда $2\gamma \int_0^t \sigma^2(t_1) dt_1 \leq v(0) = v_0$ и для всех $t \in T_1$ выполнено

$$v_0 \geq 2\gamma \sum_{t \in \tau_i^1} \int \sigma^2(t_1) dt_1 \geq 2\gamma \Sigma \varepsilon_2^0 \int_{t \in \tau_i^1} dt_1 = 2\gamma \varepsilon_2^0 \Sigma \mu \tau_i^1 = 2\gamma \varepsilon_2^0 \mu T_1,$$

т. е. $\mu T_1 \leq v_0 / 2\gamma \varepsilon_2^0$.

Последнее означает, что на множестве $T = [0, \infty)$ найдется такой момент времени t^* , начиная с которого $T^* = [t^*, \infty) \subset T_2$. Другими словами, для любых $t > t^*$ будет выполнена цель (37) ($\sigma^2 \leq \varepsilon_2^0$), что и требовалось доказать.

Однако оценить априорно t^* по значению $\|\Delta + r(0)\|$ не всегда возможно. Как ранее было установлено, величина $\sigma(t)$ (34) зависит не только от параметрических рассогласований $\Delta + r$, но и от поведения вектор-функции $z(t)$, которая в свою очередь, определяется динамикой объекта (14), регулятора (20) и задающим воздействием $g(t)$. Только при определенных условиях на режим работы системы по входу $g(t)$ можно гарантировать идентифицирующие свойства алгоритма (35), т. е. гарантировать асимптотическую сходимость алгоритма по параметрам [49, 50]. Задача оценки t^* в данных условиях является задачей качественного анализа адаптивных процессов в системе. Исследования по качественному ана-

лизу носят проблематичный характер и здесь проводиться не будут. Отметим только, что значение коэффициента $\gamma > 0$ по-разному влияет на скорость сходимости вторичного критерия и параметрических рассогласований. Задача синтеза системы еще более усложняется, а вместе с этим и обогащается, если вместо скаляра γ выбирать положительно-определенную матричную функцию $\Gamma(t) > 0$.

Интегроградиентный алгоритм самонастройки. В отличие от ранее изложенного этот алгоритм возник исторически раньше и не имеет прямой аналогии с градиентными стратегиями. Более того, именно данная схема имеет большее распространение на практике [6, 17], даже принятое название — система с эталонной моделью — указывает на наличие в структуре таких систем динамического звена, генерирующего программу эталонного движения (16). С методологической точки зрения было бы выгодным иметь единый подход к построению самонастраивающихся систем. Поэтому в данном и следующем разделах на основе развития ранее изложенной схемы построения градиентного алгоритма самонастройки обобщается подход к синтезу самонастраивающихся стратегий. Доказывается принадлежность рассматриваемой в дальнейшем схемы к классу градиентных численных методов, если последний расширить алгоритмами, реализующими спуск в направлении усредненных по времени антиградиентов. Такие алгоритмы правомочно именовать интегроградиентными.

Введем устойчивый оператор $D_k(p)$, тогда уравнение

$$D_k(p) \sigma_k = \sigma, \quad (38)$$

где σ удовлетворяет (34) и формируется согласно (30) назовем вторичной моделью k -го порядка. Очевидно, по сигналу σ_k также можно характеризовать текущие параметрические рассогласования как и по σ , но с меньшей точностью из-за эквивалентного запаздывания, вносимого динамическим фильтром (38). Поэтому в отличие от модели (34) вторичную модель (38) можно именовать динамической моделью ошибки k -го порядка. Если за оператор $D_k(p)$ взять оператор модели эталона $a_n^g(p)$ ($D_k(p) = a_n^g(p)$, $k = n$), то в результате приходим к наиболее распространенной модели ошибки n -го порядка относительно $\sigma_n = x - x_0$. Действительно, справедливо следующее равенство:

$$a_n^g(p) \sigma_n = \sigma = a_n^g(p) x - b_0^g g.$$

Разделив левую и правую части равенства на оператор $a_n^g(p)$, можно записать

$$\sigma_n = x - \frac{b_0^g}{a_n^g(p)} g + \sigma^0,$$

где функция σ^0 , обусловленная ненулевыми начальными значениями по рассогласованиям вида $x^{(i)} - x_0^{(i)}$, $i = 0, n-1$ при $t = 0$, удовлетворяет уравнению $a_n^g(p) \sigma^0 = 0$. Вводя сигнал эта-

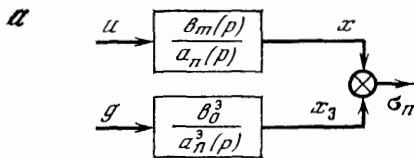
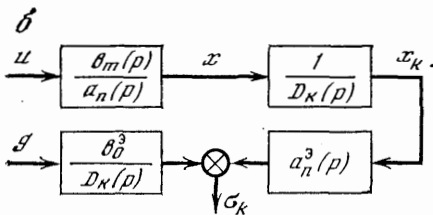


Рис. 9. Структурные схемы формирования выходов моделей ошибок

a — *e* — модели ошибки *n*-го, *k*-го и *k*-го порядка для случая, когда оператор $D_k(p)$ удовлетворяет равенству (42) соответственно



лонного движения x_3 в виде

$$x_3 = \frac{b_0^3}{a_n^3(p)} g + \sigma^0,$$

что эквивалентно уравнению (16), приходим к искомому соотношению

$$\sigma_n = x - x_3. \quad (39)$$

Как следует из полученного равенства, для формирования σ_n нет необходимости осуществлять предварительное построение сигнала σ , необходимо только реализовать динамический

фильтр модели эталона и осуществить над выходным сигналом объекта и фильтра операцию вычитания (39) (рис. 9, а).

Аналогично при формировании сигнала σ_k также нет необходимости в предварительном построении сигнала σ . Действительно, согласно (38) и (30) имеем

$$D_k(p) \sigma_k = a_n^3(p) x - b_0^3 g$$

Если ввести сигналы x_k и g_k уравнениями

$$D_k(p) x_k = x, \quad D_k(p) g_k = g, \quad (40)$$

то приведенное ранее равенство можно записать в виде

$$\sigma_k = a_n^3(p) x_k - b_0^3 g_k. \quad (41)$$

Структурная схема формирования выхода модели ошибки σ_k изображена на рис. 9, б. Как видно, для формирования выхода модели ошибки σ_k по (41) и (40) необходимо, помимо выходного сигнала с объекта, измерять все его производные до $n - k$ -го порядка, в то время как формирование σ по (30) требует измерения x и его производных до n -го порядка. Измерение старших производных в системах с высоким динамическим порядком представляет сложную задачу. Зато в отличие от σ формирование σ_k требует реализации двух фильтров k -го порядка (см. рис. 9, б). Построить выход модели ошибки k -го порядка можно и при реализации одного фильтра k -го порядка, как это было при формировании σ_n (39) (см. рис. 9, а), если потребовать, чтобы оператор $D_k(p)$ удовлетворял равенству

$$a_n^3(p) = a_{n-k}^k(p) D_k(p). \quad (42)$$

Тогда согласно (38) с учетом (30) можно записать

$$D_k(p)\sigma_k = D_k(p)a_{n-k}^k(p)x - b_0^0g = D_k(p)(a_{n-k}^k(p)x - b_0^0g_k),$$

где g_k удовлетворяет уравнению

$$D_k(p)g_k = g. \quad (43)$$

Выход модели ошибки (38), оператор которой удовлетворяет отношению (42), по аналогии с выходом статической модели ошибки σ и модели ошибки полного порядка σ_n (39) будем обозначать как σ_k :

$$\sigma_k = a_{n-k}^k(p)x - b_0^0g_k. \quad (44)$$

Схема, формирующая сигнал σ_k по выражению (44), изображена на рис. 9, в.

Если учесть, что $a_n^0(p)\sigma_n = \sigma = D_k(p)\sigma_k$, то в условиях (42) справедливо равенство

$$a_{n-k}^k(p)\sigma_n = \sigma_k. \quad (45)$$

Классическую схему синтеза алгоритма самонастройки с использованием динамических моделей ошибок рассмотрим на примере модели ошибки первого порядка. Пусть, как и в (42), справедливо равенство $a_n^0(p) = (p + d_0)a_{n-1}^1(p)$, тогда согласно уравнениям (38) и (34) для σ_1 из соотношения (44) $\sigma_1 = [a_{n-1}^1(p)x - b_0^0g_1, (p + d_0)g_1 = g$ имеем]

$$(p + d_0)\sigma_1 = (\Delta + \mathbf{r})^T \mathbf{z}, \quad (46)$$

где Δ , \mathbf{r} и \mathbf{z} те же, что и в (34).

Введем положительно-определенную функцию Ляпунова

$$v = \sigma_1^2 + \|\Delta + \mathbf{r}\|^2 / \gamma \quad (47)$$

и рассмотрим ее полную производную по времени. Согласно (47) можно записать

$$\begin{aligned} \dot{v}_1 &= 2\sigma_1\dot{\sigma}_1 + 2(\Delta + \mathbf{r})^T \dot{\mathbf{r}}/\gamma = -2d_0\sigma_1^2 + 2(\Delta + \mathbf{r})^T \sigma_1 \mathbf{z} + \\ &+ 2(\Delta + \mathbf{r})^T \dot{\mathbf{r}}/\gamma = -2d_0\sigma_1^2 + 2(\Delta + \mathbf{r})^T (\sigma_1 \mathbf{z} + \dot{\mathbf{r}}/\gamma). \end{aligned}$$

Если $\dot{\mathbf{r}}$ удовлетворяет равенству

$$\dot{\mathbf{r}} = -\gamma\sigma_0 \mathbf{z}, \quad (48)$$

то выполнено условие $\dot{v}_1 = -2d_0\sigma_1^2$, это означает, что функция $v_1 \geq 0$ будет со временем убывать до тех пор, пока не станет достигнуто равенство $\sigma_1 = 0$. С другой стороны, если $v_1 = 0$, то и $\dot{v}_1 = 0$.

Следовательно, состояния $\sigma_1 = 0$ и $\mathbf{r} = -\Delta$ являются устойчивыми состояниями равновесия построенной динамической системы с алгоритмом самонастройки (48).

Иными словами, алгоритм (48) доставляет свойство асимптотической сходимости в ноль σ_1 , что, в свою очередь (45), доставля-

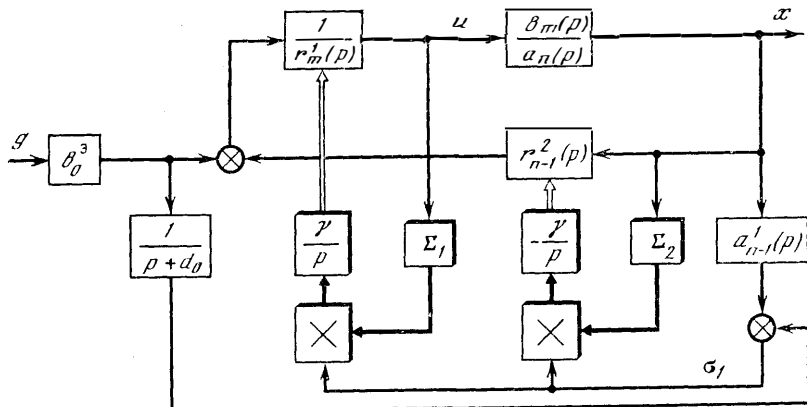


Рис. 10. Структурная схема адаптивной системы с интегроградиентным алгоритмом самонастройки

ет и исходную цель управления $\sigma_n \rightarrow 0$. При этом достигается свойство сходимости вектора \mathbf{r} к $-\Delta$. Структура адаптивной системы с алгоритмом (48) и регулятором (20) изображена на рис. 10, где, как и ранее, знаками Σ_1 и Σ_2 обозначены операции перехода к соответствующим векторам состояния объекта и регулятора.

Пример 4. Рассмотрим синтез адаптивной системы с интегроградиентным алгоритмом самонастройки. Пусть объект управления задается уравнением (21).

Цель управления отражена условием (15), где эталон тот же, что и во всех ранее рассмотренных примерах (22).

Воспользуемся результатом синтеза первичного алгоритма, т. е. соотношением (23).

Суммируя данное выражение с уравнением объекта, по аналогии с примером 3 приходим к выражению статической модели ошибки

$$\sigma = (p^2 + 5p + 6)x - 12g = (b_1 - r_1^1)\dot{u} + (b_0 - r_0^1)u + (r_0^2 + 6 - a_0)x + (r_1^2 + 5 - a_1)\dot{x}.$$

Для перехода к динамической модели первого порядка воспользуемся очевидным равенством

$$a_2^2(p) = p^2 + 5p + 6 = (p + 3)(p + 2),$$

из которого согласно (46) следует

$$\sigma = (p + 2)\sigma_1 = (b_1 - r_1^1)\dot{u} + (b_0 - r_0^1)u + (r_0^2 + b - a_0)x + (r_1^2 + 5 - a_1)\dot{x}, \quad (49)$$

где выход модели ошибки σ_1 формируется следующим образом:

$$\sigma_1 = (p + 3)x - 12g_1, \quad (p + 2)g_1 = g.$$

Введем функцию Ляпунова

$$v_1 = \sigma_1^2 + v/\gamma = \sigma_1^2 + \gamma^{-1} [(b_1 - r_1^1)^2 + (b_0 - r_0^1)^2 + (r_0^2 + 6 - a_0)^2 + (r_1^2 + 5 - a_1)^2]$$

и вычислим полную производную от v_1 по времени. В силу (4) можно записать

$$\begin{aligned} \dot{v}_1 = & 2\sigma_1\dot{\sigma}_1 + 2\gamma^{-1} [-(b_1 - r_1^1)\dot{r}_1^1 - (b_0 - r_0^1)\dot{r}_0^1 + (r_0^2 + 6 - a_0)\dot{r}_0^2 + \\ & + (r_1^2 + 5 - a_1)\dot{r}_1^2] = -4\sigma_1^2 + 2 [(b_1 - r_1^1)(\sigma_1\dot{u} - \dot{r}_1^1/\gamma) + \\ & + (b_0 - r_0^1)(\sigma_1 u - \dot{r}_0^1/\gamma) + (r_0^2 + 6 - a_0)(\sigma_1 x + \dot{r}_0^2/\gamma) + \\ & + (r_1^2 + 5 - a_1)(\sigma_1 \dot{x} + \dot{r}_1^2/\gamma)]. \end{aligned}$$

Выбирая алгоритм настройки параметров следующим образом:

$$\dot{r}_1^1 = \gamma\sigma_1\dot{u}, \quad \dot{r}_0^1 = \gamma\sigma_1 u, \quad \dot{r}_0^2 = -\gamma\sigma_1 x, \quad \dot{r}_1^2 = -\gamma\sigma_1 \dot{x},$$

получаем, что функция $v_1(t)$ не будет возрастать ($\dot{v}_1 = -4\sigma_1^2 \leq 0$), причем по координате σ_1 обеспечивается асимптотическая сходимость в ноль.

Структура системы изображена на рис. 11. Объект задавался параметрами $a_1 = 2$, $a_0 = 10$, $b_1 = 2$, $b_0 = 10$. Начальные условия $t_0 = 0$ по состоянию и настройкам регулятора принимались нулевыми, кроме $r_1^1(0) = 4$. Моделирование осуществлялось на отрезке времени $[0, 60]$ с $\gamma = 3$ и задающим воздействием

$$g = 0,5 (\text{sign}(\sin(t + 0,01)) + \text{sign}(\sin 3t)).$$

Функция параметрических рассогласований $v(t) = (2 - r_1^1)^2 + (10 - r_0^1)^2 + (r_0^2 - 4)^2 + (r_1^2 + 3)^2$ уменьшилась со значения $v(0) = 129$ до $v(60) = 3,77$. Затем при реализовавшихся настройках регулятора вновь был «запущен» переходный процесс с единственным переключением сигнала $g(t)$. Графики переходных процессов приведены на рис. 11, б, в ($r_0^1(\infty)$, $r_0^2(\infty)$, $r_1^1(\infty)$ и $r_1^2(\infty)$ обозначены предельные настройки регулятора).

Результаты моделирования (как и в примере 3) полностью подтверждают состоятельность вывода теории о сходимости. Кроме этого, можно сделать выводы по сравнительному анализу работы данных примеров:

алгоритмы градиентного типа обеспечивают более быструю отстройку параметрических рассогласований, чем их интегроградиентные аналоги, реализующие спуск в усредненных антиградиентных направлениях;

для интегроградиентных стратегий уже не обеспечивается условие монотонной сходимости функции $v(t)$, так как она не является здесь функцией Ляпунова, и особенно выявляется зависимость скорости сходимости в ноль параметрических рассогласований от режима возбуждения системы входным сигналом $g(t)$.

Вопрос об оценке скорости сходимости параметрических рассогласований и ее зависимости от вида задающего воздействия, ди-

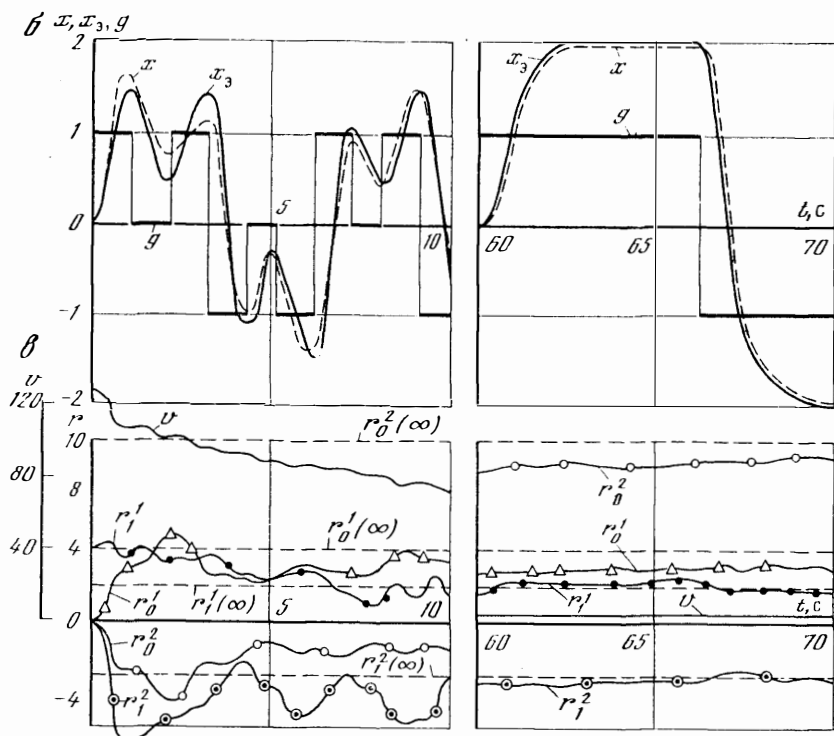
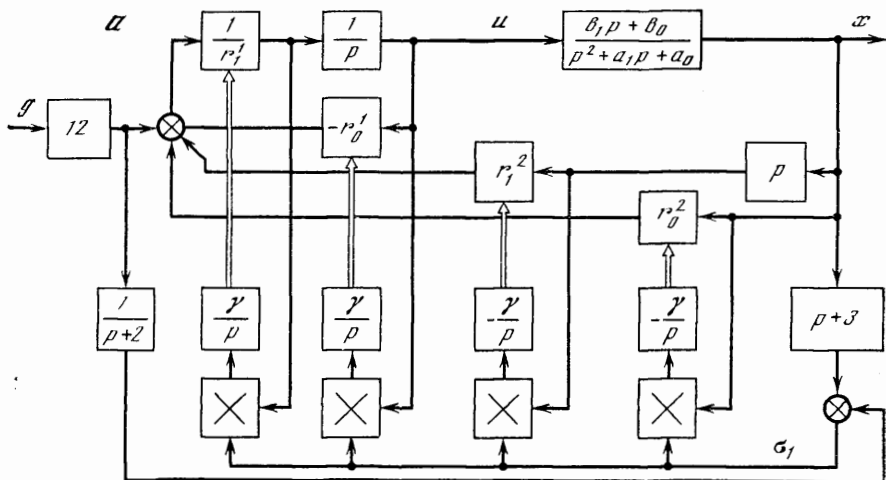


Рис. 11. Структурная схема (а) и графики переходных процессов (б, в) адаптивной системы с интегроградиентными алгоритмами самонастройки для объекта второго порядка

б — координаты системы;

в — переходная функция σ и настраиваемые коэффициенты

намики эталонных процессов и собственной динамики объекта остается пока открытым.

Условие направления интегрального градиента. Обратимся вновь к выражению вторичного критерия (32). Напомним, что $\partial J_2 / \partial \mathbf{r} = \sigma \mathbf{z}$. Введем более общий класс алгоритмов следующим уравнением:

$$\dot{\mathbf{r}} = -\gamma \Phi \mathbf{z}, \quad (50)$$

где Φ — квадратная матрица соответствующей размерности.

Всякий алгоритм минимизации критерия J_2 называется псевдоградиентным [49], если в каждой точке пространства настраиваемых параметров \mathbf{r} вектор направления поиска $\Phi \mathbf{z}$ имеет не тупой угол с вектором градиента.

Условие направления псевдоградиента по отношению к алгоритму (50) и критерию J_2 примет вид

$$\sigma \mathbf{z}^T \Phi \mathbf{z} \geq 0. \quad (51)$$

Несколько более узкий класс стратегий образует псевдоградиентные алгоритмы, в которых матрица Φ вычисляется по выражению

$$\Phi = F(\sigma) \Gamma,$$

где $F(\sigma)$ — скалярная функция σ , а Γ — матрица. Условие (51) для данного случая разбивается на два:

$$\sigma F(\sigma) \geq 0, \quad \mathbf{z}^T \Gamma \mathbf{z} > 0. \quad (52)$$

Последнее из неравенств указывает на то, что матрица Γ должна быть положительно-определенной. Введение столь широкого класса псевдоградиентных процедур имеет важное методическое и методологическое значение, так как всякий алгоритм, построенный по условиям (52) в случае, если $\sigma F(\sigma) > 0$ и $F(0) = 0$, доставляет первичную цель управления ($\sigma \rightarrow 0$) \Rightarrow ($\sigma_n \rightarrow 0$). Действительно, введем функцию Ляпунова

$$v_0 = (\Delta + \mathbf{r})^T \Gamma^{-1} (\Delta + \mathbf{r}),$$

где $\Gamma > 0$, следовательно [12], и $\Gamma^{-1} > 0$. Тогда в силу равенства

$$\dot{\mathbf{r}} = -\gamma F(\sigma) \Gamma \mathbf{z} \quad (53)$$

имеет $\dot{v}_0 = -\gamma F(\sigma) [(\Delta + \mathbf{r})^T \Gamma^{-1} \Gamma \mathbf{z} + \mathbf{z}^T \Gamma^{-1} (\Delta + \mathbf{r})]$.

Задавая положительно-определенную матрицу Γ симметрической формы, с учетом (34) получаем $\dot{v}_0 = -2\gamma \sigma F(\sigma)$.

Согласно (52) при $\gamma > 0$ имеем $\dot{v}_0 \leq 0$. Следовательно, псевдоградиентные стратегии (53) обеспечивают то же качество, что и обычная градиентная стратегия (35).

Рассмотрим алгоритм (48). Структурно данная стратегия эквивалентна алгоритму (53) с $F(\sigma) = \sigma_1$ и $\Gamma = \mathbf{I}$. Для того чтобы этот алгоритм классифицировать как псевдоградиентный, необходимо проверить условия (52). Второе из неравенств для $\Gamma = \mathbf{I}$ проверяется просто ($\mathbf{z}^T \mathbf{I} \mathbf{z} = \|\mathbf{z}\|^2 > 0$), в то время как первое

($\sigma_1 \geq 0$) не обеспечивается. Действительно, согласно (46) имеем

$$\dot{\sigma}_1 + d_0 \sigma_1 = \sigma. \quad (54)$$

Нетрудно построить такой эксперимент при произвольном σ , что на некотором отрезке времени $[\tau_1, \tau_2]$ σ_1 и σ будут иметь разные знаки. Следовательно, в смысле вторичного критерия J_2 алгоритм типа (48) не является псевдоградиентным. Рассмотрим

вместо неравенства (52) его интегральный аналог $\int_0^t \sigma \sigma_1 d\tau$. Для этого умножим правую и левую части уравнения (54) на σ_1 и проинтегрируем результат на отрезке $[0, t]$. В результате можно записать

$$\int_0^t \sigma \sigma_1 d\tau = \int_0^t \sigma_1 \dot{\sigma}_1 d\tau + d_0 \int_0^t \sigma_1^2 d\tau = \sigma_1^2(t) - \sigma_1^2(0) + \int_0^t \sigma_1^2 d\tau,$$

$$\text{или } \int_0^t \sigma \sigma_1 d\tau + \sigma_1^2(0) = \sigma_1^2(t) + \int_0^t \sigma_1^2 d\tau \geq 0.$$

Следовательно, вместо отношения (52) нами получено подобное интегральное неравенство.

Обратимся к более общему случаю алгоритма, построенному на динамической модели ошибки k -го порядка:

$$D_k(p) \sigma_k = \sigma = (\Delta + \mathbf{r})^\top \mathbf{z}, \quad D_k(p) = p^k + d_{k-1}p^{k-1} + \dots + d_0.$$

Введем вектор состояния $\sigma_k = \text{col}[\sigma_k \dots \sigma_k^{(k-1)}]$, тогда уравнение модели ошибки можно записать в векторной форме

$$\dot{\sigma}_k = \mathbf{D}\sigma_k + \mathbf{B}\sigma = \mathbf{D}\sigma_k + \mathbf{B}(\Delta + \mathbf{r})^\top \mathbf{z}, \quad (55)$$

где

$$\mathbf{D} = \begin{bmatrix} 0 & \mathbf{I} \\ -\mathbf{d}^\top & \end{bmatrix}, \quad \mathbf{B} = \text{col}[0 \mid \mathbf{1}], \quad \mathbf{d} = \text{col}[-d_0 \dots -d_{k-1}].$$

Введем функцию Ляпунова v_1 равенством

$$v_1 = \sigma_k^\top \mathbf{P}\sigma_k + (\Delta + \mathbf{r})^\top \Gamma^{-1}(\Delta + \mathbf{r})/\gamma,$$

где $\mathbf{P} > 0$ и $\Gamma > 0$ — симметрические положительно-определенные матрицы, причем \mathbf{P} выбирается такой, что матрица $\mathbf{C} = -(\mathbf{D}^\top \mathbf{P} \pm \mathbf{P}\mathbf{D})$ будет также положительно определена. Эти условия ($\mathbf{P} > 0$ и $\mathbf{C} > 0$) достижимы, если оператор $D_k(p)$ устойчивый [18]. Рассмотрим полную производную от v_1 по времени. В силу (55) можно записать

$$\dot{v}_1 = \sigma_k^\top (\mathbf{D}^\top \mathbf{P} + \mathbf{P}\mathbf{D}) \sigma_k + 2\sigma_k^\top \mathbf{P}\mathbf{B}\sigma + 2(\Delta + \mathbf{r})^\top \Gamma^{-1} \dot{\mathbf{r}}/\gamma.$$

Пусть будет выполнено равенство

$$2\sigma \mathbf{B}^\top \mathbf{P}\sigma_k + 2\gamma^{-1}(\Delta + \mathbf{r})^\top \Gamma^{-1} \dot{\mathbf{r}} = 0,$$

что возможно, если алгоритм удовлетворяет условию

$$\dot{\mathbf{i}} = -\gamma \mathbf{B}^T \mathbf{P} \sigma_k \Gamma \mathbf{z}, \quad (56)$$

тогда $\dot{v}_1 = -\sigma_k^T \mathbf{C} \sigma_k$, следовательно, полученный алгоритм обеспечивает свойство асимптотической сходимости по первичной и вторичной целям ($\sigma_k \rightarrow 0 \Rightarrow \sigma \rightarrow 0 \Rightarrow \sigma_n \rightarrow 0$) и сходимости нормы параметрических рассогласований $v = \|\Delta + \mathbf{r}\|^2$.

Алгоритм (56) структурно эквивалентен алгоритму (53) с $F(\sigma) = \mathbf{B}^T \mathbf{P} \sigma_k$, однако условие направления псевдоградиента для него так же, как и в случае с $F(\sigma) = \sigma_1$, не выполняется. Зато соответствующее интегральное неравенство вида

$$c_0 + \int_0^t \sigma F(\sigma) d\tau \geq 0, \quad c_0 > 0 \quad (57)$$

обеспечивается. Действительно, для $v_{10} = \sigma_k^T \mathbf{P} \sigma_k$ в силу (55) имеем

$$\dot{v}_{10} = -\sigma_k^T \mathbf{C} \sigma + 2\mathbf{B}^T \mathbf{P} \sigma_k \sigma.$$

$$\text{Отсюда } 2 \int_0^t \mathbf{B}^T \mathbf{P} \sigma_k \sigma d\tau = v_{10}(t) - v_{10}(0) + \int_0^t \sigma_k^T \mathbf{C} \sigma_k d\tau,$$

и, учитывая, что $\mathbf{C} > 0$, приходим к искомому соотношению

$$\frac{1}{2} v_{10}(0) + \int_0^t \mathbf{B}^T \mathbf{P} \sigma_k \sigma d\tau = \frac{1}{2} v_{10}(t) + \int_0^t \sigma_k^T \mathbf{C} \sigma_k d\tau \geq 0.$$

Условие (57) совместно со вторым неравенством (52) определяют класс процедур (53), реализующих спуск по критерию J_2 в усредненно антиградиентном направлении. Поэтому данный класс процедур удобно именовать как интегроградиентный. И в этом смысле алгоритмы (48), (56) можно относить также к классу градиентных стратегий.

С практической точки зрения реализовать интегроградиентный алгоритм (48) проще, так как для формирования σ (39) в градиентной схеме (35) необходимо измерять старшую производную выходного сигнала $x^{(n)}$, в то время как при формировании σ_1 старшая производная не используется. Зато в интегроградиентных схемах необходимо реализовывать динамические фильтры, и качество управления с интегроградиентными алгоритмами ниже, чем с градиентными. Заметим, что условие интегроградиента (57) схоже с Условиями абсолютной устойчивости, которые широко применяются в адаптивном управлении [53].

3

МЕТОДЫ РЕАЛИЗАЦИИ СИСТЕМ ПРЯМОГО АДАПТИВНОГО УПРАВЛЕНИЯ

3.1.

Постановка задачи

Обратимся к уравнениям ранее полученной адаптивной системы описываемой уравнениями (14), (20) с алгоритмом адаптации вида (35) или (48),

где $\mathbf{r} = \text{col}[-r_0^1 \dots -r_m^1 | r_0^2 \dots r_{n-1}^2]$, $\mathbf{z} = \text{col}[u \dots u^{(m)} | x \dots x^{(n-1)}]$,
 $\sigma = a_n^0(p)x - b_0^0 g$,

$$\sigma_1 = a_{n-1}^1(p)x - b_0^0 g_1, \quad (p + d_0)g_1 = g.$$

Реализация указанных законов управления, как видно, предполагает измеряемость полного вектора состояния объекта. Причем если для построения регулятора (20) достаточно знать любой полный вектор состояния объекта (29), то для реализации алгоритмов (35), (48) необходимо измерять именно нормальный вектор состояния $\mathbf{x} = \text{col}[x \dots x^{(n-1)}]$, образованный производными от выходной координаты x . А при формировании σ в алгоритме (35) используется информация и о старшей производной $x^{(n)}$. В практических ситуациях, как правило, полный вектор состояния и особенно нормальный недоступен измерению. В этих случаях реализация типовых законов адаптивного управления (20), (35), (48) невозможна. Отсюда основное содержание задачи реализации формулируется следующим образом.

Необходимо установить такие законы адаптивного управления, которые, используя информацию лишь о доступных координатах состояния объекта, обеспечивали бы свойство асимптотической сходимости процесса самонастройки в смысле первичной цели управления. При синтезе базовых систем были установлены требования к множеству $P\Delta$, при которых достигалась цель управления. Соответствующее $P\Delta$ можно именовать классом адаптации [8]. Если условия сходимости, сформулированные в отношении к множеству $P\Delta$, для реализуемой системы остаются теми же, что и для базовой системы, то такую схему реализации будем определять как неущербную. В противном случае, когда размер множества $P\Delta$ для реализуемой системы оказывается меньшим, чем для базовой, схема будет ущербной.

В рамках ранее развитой методологии синтеза адаптивных систем исследуются методы их реализации. Принятая методологическая основа проектирования особенно выгодна при изложении вопросов реализации. Дело в том, что структура реализуемой

системы прямого адаптивного управления оказывается сложной, но, несмотря на это, принцип построения ее полностью соответствует методам синтеза базовых систем. В этой связи сложная задача реализации разбивается на две более простые: реализация регулятора и алгоритма. Причем методы решения указанных задач, так же как и методы синтеза первичного алгоритма Φ_1 и вторичного Φ_2 , слабосвязаны. Не менее важным оказывается и то, что собственно методы реализации и соответствующая теория также слабосвязаны с методами и теорией синтеза базовых схем. Все это позволяет выделить задачи реализации в отдельный класс прикладных задач теории прямого адаптивного управления. При изложении используем уже известные концепции теории наблюдателей [19], фильтров состояния и осреднения [26, 54], метод модулирующих функций [37, 55, 56]. Постановка задачи реализации для дискретных систем имеет некоторые особенности, которые здесь не будут затрагиваться [57]. Полная структура реализуемой системы, как отмечалось, сложная, поэтому для простоты усвоения рассматриваемого материала придерживаемся индуктивного способа изложения, поясняя вначале общие методы на примерах.

3.2.

Реализация регулятора

Принцип синтеза первичного алгоритма Φ_1 заключается в определении структуры закона регулирования, для которой существует точное решение задачи управления (20). Выбор соответствующего регулятора осуществляется на основе структурно-параметрических аналогий между принимаемым законом управления и эталонным уравнением регулятора (19). В указанном смысле задачу реализации регулятора можно трактовать как задачу обеспечения координатных аналогий в типовых структурах законов управления. Иначе говоря, если уравнение настраиваемого регулятора имеет вид (20), то для его реализации необходимо измерять вектор $x = \text{col}[x \dots x^{(n-1)}]$. Если соответствующий вектор не измеряется, то, как было показано ранее (29), достаточно измерять любой другой вектор состояния объекта x_1 ($x = T_1 x_1 + T_2 u_1$). Следовательно, задача реализации регулятора разрешается без ущерба, если удастся измерить или сформировать какой-либо полный вектор состояния объекта. Однако возможен и иной подход, когда вместо x в регуляторе (20) используется приближенный к x вектор x_n , удовлетворяющий условию асимптотической сходимости $x_n \rightarrow x$ при стремлении параметров регулятора g к истинным настройкам $-\Delta$ (34). Очевидно, такая схема решения задачи реализации уже будет ущербной, так как условия сходимости процесса самонастройки зависят от близости вектора x_n к истинному состоянию объекта x .

Реализация регулятора на основе наблюдателя полного порядка. Рассмотрим вначале приближенный способ реализации регулятора.

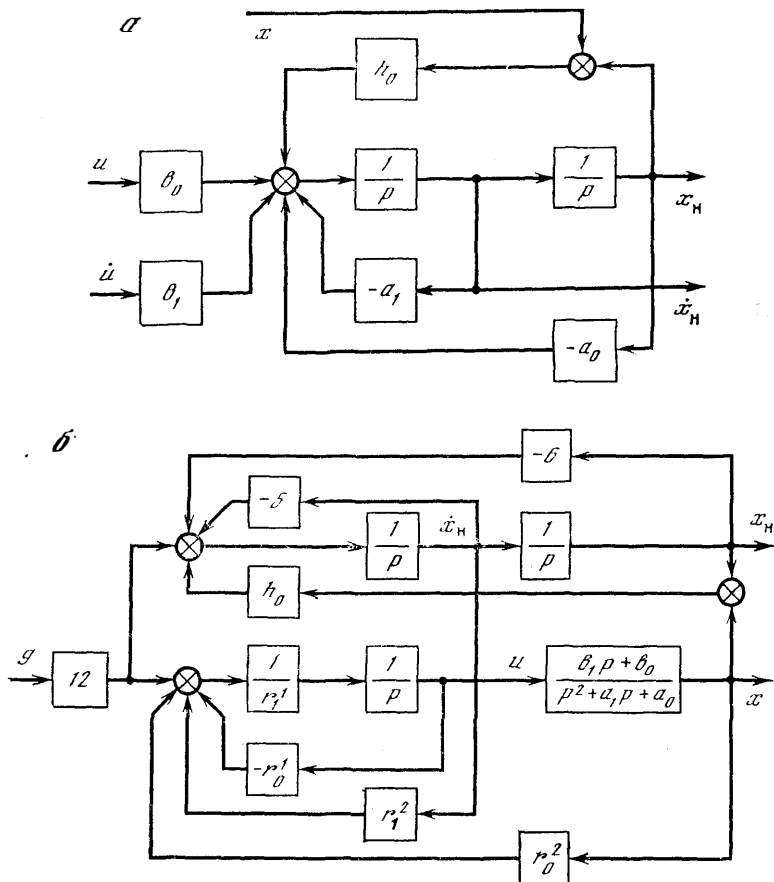


Рис. 12. Структурная схема наблюдателя (а) и основного контура для объекта второго порядка (б)

Пример 5. Пусть управляемый объект с измеряемым выходом задается уравнением вида (21), а эталонная модель — (22).

Тогда настраиваемый регулятор (20) можно задать соотношением вида (23).

Реализовать такой закон управления нельзя, так как координата \dot{x} не измеряется. Введем фильтр с уравнением, подобным уравнению объекта (23):

$$(p^2 + a_1 p + a_0) x_H = (b_1 p + b_0) u + h_0 (x - x_H). \quad (58)$$

Если соответствующий фильтр реализовать, то, как видно из рис. 12, а с его выходов можно измерить не только x_H , но и \dot{x}_H .

Вычтем из уравнения объекта (21) уравнение фильтра (58). В результате уравнение ошибки оценивания $\varepsilon_H = x - x_H$ примет вид $(p^2 + a_1 p + (a_0 + h_0)) \varepsilon_H = 0$.

Если оператор $p^2 + a_1 p + a_0 + h_0$ устойчив, то при $t \rightarrow \infty$ выполнено $\varepsilon_n, \dot{\varepsilon}_n \rightarrow 0$, следовательно, в регуляторе (23) вместо \dot{x} без ущерба можно использовать координату \hat{x}_n , реализованную фильтром (58). Такой фильтр именуется наблюдателем [19]. Однако реализация наблюдателя (58) затруднена, так как параметры объекта a_1, a_0, b_1, b_0 априорно неизвестны. С другой стороны, предельное поведение адаптивной системы должно соответствовать динамике модели эталона (22). Следовательно, предельное уравнение наблюдателя для основного контура системы по аналогии с (58) примет вид

$$(p^2 + 5p + 6) x_n = 12g + h_0 (x - x_n). \quad (59)$$

Если из уравнения модели эталона (22) вычтем введенное уравнение наблюдателя (59), то приходим к уравнению предельной ошибки наблюдения $(p^2 + 5p + 6 + h_0) \varepsilon_n = 0$, $\varepsilon_n = x_a - x_n$, из которого следует первое условие на выбор свободного параметра h_0 . Это условие устойчивости оператора $p^2 + 5p + 6 + h_0$. Введем на основании (23) и (59) реализуемое уравнение регулятора

$$r_1^1 \dot{u} + r_0^1 u = r_0^2 x_n^* + r_1^2 \dot{x}_n + 12g. \quad (60)$$

Для анализа вопросов сходимости адаптивных процессов в системе с регулятором (60) построим выражение невязки (17)

$$\sigma = (p^2 + 5p + 6) x - 12g = b_1 \dot{u} + b_0 u + (5 - a_1) \dot{x} + (6 - a_0) x - 12g.$$

После суммирования данного выражения с уравнением (60) приходим к модели ошибки

$$\sigma = (b_1 - r_1^1) \dot{u} + (b_0 - r_0^1) u + (6 - a_0 + r_0^2) x + (5 - a_1) \dot{x} + r_1^2 \dot{x}_n. \quad (61)$$

Введем модифицированный выход модели ошибки

$$\sigma_n = \sigma - r_1^2 (\dot{x}_n - \dot{x}), \quad (62)$$

для которого справедлива зависимость

$$\sigma_n = (b_1 - r_1^1) \dot{u} + (b_0 - r_0^1) u + (6 - a_0 + r_0^2) x + (5 - a_1 + r_1^2) \dot{x}. \quad (63)$$

Полученная модифицированная модель ошибки имеет стандартный вид (34). Для указанного представления модели ошибки нами были получены и обоснованы сходящиеся градиентные стратегии самонастройки, обеспечивающие компенсацию сигнала σ_n . Остается выяснить, когда из условия $\sigma_n \rightarrow 0$ следует достижение вторичной цели $\sigma = 0$. Для такого анализа положим, что $\sigma_n \equiv 0$. Тогда согласно (62) можно записать

$$(p^2 + 5p + 6) x - 12g - r_1^2 (\dot{x}_n - \dot{x}) = 0.$$

Вычтем из данного равенства уравнение (59). В результате предельная модель ошибки оценивания примет вид

$$(p^2 + (5 + r_1^2)p + 6 + h_0) \varepsilon_n = 0, \quad \varepsilon_n = x - x_n.$$

Отметим, что по условию работы градиентного алгоритма самонастройки с моделью ошибки (63) из отношения $\sigma_n \rightarrow 0$ следует $r_1^2 \rightarrow 0$, т. е. при условии $\sigma_n \equiv 0$ вариации параметра r_1^2 исчезают. А это значит, что если для любых установившихся r_1^2 оператор $p^2 + (5 + r)p + 6 + h_0$ остается устойчивым, то $\varepsilon_n \rightarrow 0$, следовательно, из отношения $\sigma_n \rightarrow 0$ вытекает согласно (62) условие $\sigma \rightarrow 0$. Если процесс самонастройки диссипативный по параметрам, то область возможных вариаций $^4 P\Delta_1^2$ для r_1^2 ограничена. Тогда условие применимости наблюдателя для решения задачи реализации регулятора можно сформулировать как условие существования такого параметра h_0 , что для $Vr_1^2 \in P\Delta_1^2$ операторы

$$p^2 + 5p + 6 + h_0 \quad \text{и} \quad p^2 + (5 + r_1^2)p + 6 + h_0$$

остаются устойчивыми. Структура основного контура системы с реализуемым регулятором (60) изображена на рис. 12, б.

Обратимся к общему случаю, когда управляемый объект задается уравнением (14). Полагается, что часть вектора состояния $\mathbf{x}_1 = \text{col}[x \dots x^{(s-1)}]$ доступна измерению, а вектор $\mathbf{x}_2 = \text{col}[x^{(s)} \dots x^{(n-1)}]$ не измеряется. Пусть цель управления имеет типовой вид (15) с эталонной моделью (16). Введем по аналогии с (59) уравнение наблюдателя,

$$a_n^3(p) x_n = b_0^3 g + h_{s-1}(p)(x - x_n), \quad (64)$$

где $h_{s-1}(p) = h_{s-1} p^{s-1} + \dots + h_0$. Тогда реализуемое уравнение регулятора примет вид

$$r_m^1(p) u = r_{s-1}^{21}(p) x + r_{n-1/s}^2(p) x_n + b_0^3 g, \quad (65)$$

где

$$r_{s-1}^2(p) = r_{s-1}^2 p^{s-1} + \dots + r_0^2, \quad r_{n-1/s}^2(p) = r_{n-1}^2 p^{n-1} + \dots + r_s^2 p^s.$$

Согласно (17) выражение для невязки запишется⁵ следующим образом: $\sigma = b_m(p) u - \Delta_{s-1}(p) x - \Delta_{n-1/s}(p) x - b_0^3 g$, где $\Delta_{n-1}(p) = \Delta_{s-1}(p) + \Delta_{n-1/s}(p)$. Введем модифицированный выход модели ошибки

$$\sigma_n = \sigma + r_{n-1/s}^2(p)(x - x_n), \quad (66)$$

для которого после суммирования выражения невязки с уравнением (65) получаем стандартное представление модели ошибки

$$\sigma_n = (\Delta + r)^\top z, \quad (67)$$

⁴ Под областью $P\Delta_1^2$ здесь понимается отрезок $[P_{21}^-, P_{21}^+]$.

где векторы Δ , \mathbf{r} и \mathbf{z} те же, что и в (34). Если в процессе настройки параметров регулятора (65) достигается условие $\sigma_n \rightarrow 0$, то в пределе согласно (66) и (30) будем иметь $a_n^i(p) x - b_0^3 g + r_{n-1/s}^2(p) (x - x_n) = 0$.

Вычитая из полученного выражения уравнение наблюдателя (64), приходим к уравнению предельной ошибки наблюдения

$$(a_n^3(p) + r_{n-1/s}^2(p) + h_{s-1}(p)) \varepsilon_n = 0, \quad \varepsilon_n = x - x_n.$$

Пусть $P\Delta_{n-1/s}^2(p)$ — область возможных вариаций параметров оператора $r_{n-1/s}^2(p)$. Если для любых установившихся настроек $r_{n-1/s}^2(p) \in P\Delta_{n-1/s}^2(p)$ (при $\sigma_n \rightarrow 0$ процесс настройки вектора \mathbf{r} замирает) оператор $a_n^i(p) + r_{n-1/s}^2(p) + h_{s-1}(p)$ остается устойчивым, то из условий $\varepsilon_n \rightarrow 0$ и $\sigma_n \rightarrow 0$ следует согласно (66) условие $\sigma \rightarrow 0$, т. е. достижение исходной цели управления (15). Для устойчивости процесса наблюдения (64) необходимо также потребовать устойчивости оператора $a_n^i(p) + h_{s-1}(p)$.

Подводя итог изложенному, можно заключить, что условие применимости наблюдателя полного порядка [19] (64) в задаче реализации регулятора заключается в существовании такого оператора $h_{s-1}(p)$, что для любых установившихся значений $r_{n-1/s}^2(p) \in P\Delta_{n-1/s}^2(p)$ операторы $a_n^i(p) + h_{s-1}(p)$, $a_n^3(p) + r_{n-1/s}^2(p) + h_{s-1}(p)$ (68) устойчивы.

Структура основного контура системы с регулятором (65) изображена на рис. 13. В силу уменьшения величины параметрических рассогласований на множестве переходных процессов системы достигается отношение $r_{n-1/s}^2(p) \rightarrow a_{n/s}(p) - a_{n/s}^i(p)$, а это значит, что необходимым условием применимости наблюдателя в задаче реализации регулятора является условие устойчивости оператора $a_{n/s}(p) + a_{s-1}^3(p) + h_{s-1}(p)$. Здесь, как и ранее, использовали обозначения для оператора объекта (14) $a_n(p) = a_{n/s}(p) + a_{s-1}(p)$ и модели (16) $a_n^i(p) = a_{n/s}^i(p) + a_{s-1}^3(p)$. Приведенные условия подтверждают ущербность решения вопроса реализации первичного алгоритма (регулятора) с помощью наблюдателя (64).

Реализация регулятора с использованием фильтра состояния. Рассматриваемую задачу реализации регулятора можно решить без ущерба, если вместо вектора \mathbf{x} в регуляторе (20) использовать любой другой вектор состояния объекта, который можно было бы измерять или формировать в реальном времени с динамикой работ объекта. Задача восстановления нового вектора состояния эквивалентна задаче определения соответствующего нового представления уравнения объекта. Проиллюстрируем содержание такого подхода на примере.

Пример 6. Пусть, как и ранее, объект задается уравнением (21), цель управления имеет стандартный вид (15) $x \rightarrow x_a, t \rightarrow \infty$, где траектория эталонного движения x_a удовлетворяет уравнению (22). С выхода объекта измеряется только координата x . Реализация регулятора (23) в этих условиях невозможна. Построим но-

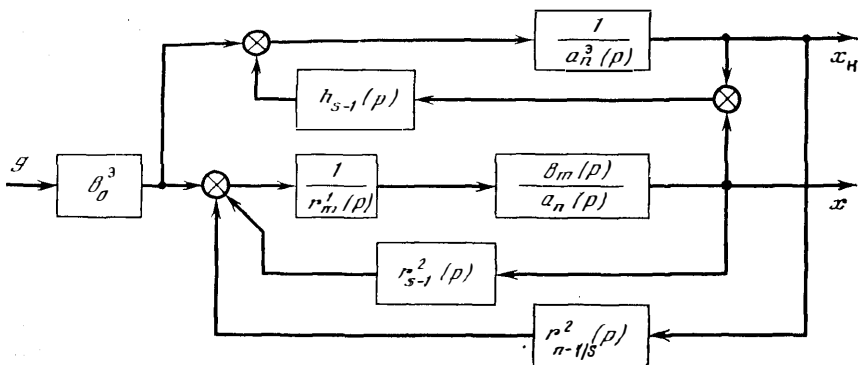


Рис. 13. Структурная схема основного контура с использованием наблюдателя

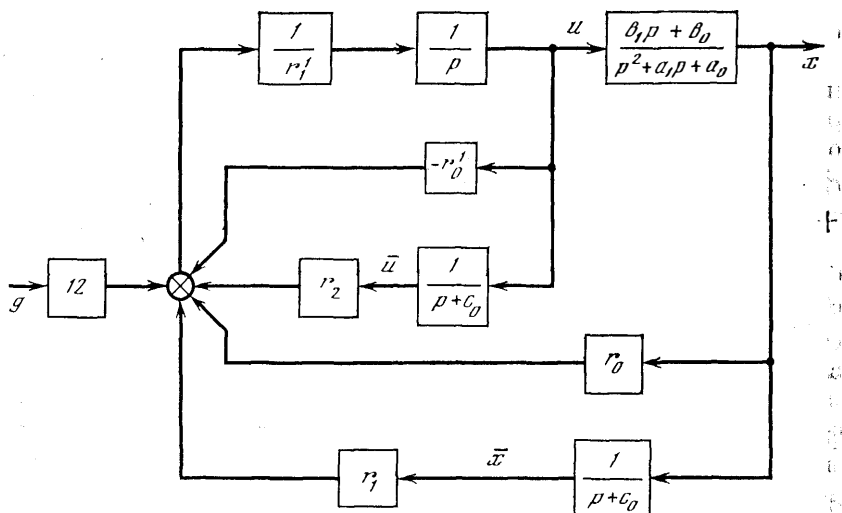


Рис. 14. Структурная схема основного контура для объекта второго порядка с использованием фильтра состояния

вое выражение для уравнения объекта (14), в котором вектор состояния возможно сформировать. Для этого введем произвольный устойчивый оператор $p + c_0$ и запишем уравнение объекта (21) в виде

$$(p + c_0) [(p + a_0^1)x + (p + c_0)^{-1}\bar{a}_0^{-1}x] = (p + c_0)(b_0^1 u + (p + c_0)^{-1}\bar{r}_0^1 u) + (p + c_0)f, \quad (69)$$

где $p^2 + a_1 p + a_0 = (p + c_0)(p + a_0^1) + \bar{a}_0^1$, $b_1 p + b_0 = (p + c_0)b_0^1 + \bar{r}_0^1$, а сигнал f удовлетворяет уравнению $(p + c_0)f = 0$. Введем координаты нового вектора состояния своими фильтрами

состояния

$$(p + c_0) \bar{x} = x, (p + c_0) \bar{u} = u. \quad (70)$$

Сокращая правую и левую части уравнения (69) на оператор $p + c_0$, приходим с учетом фильтров (70) к выражению $(p + a_0^1)x + \bar{a}_0^1 \bar{x} = b_0^1 u + \bar{b}_0^1 \bar{u} + f$. Экспоненциально исчезающая функция f обусловлена несогласованием начальных условий для нового вектора состояния $\bar{x} = \text{col}[x \ \bar{x} \ \bar{u}]$ и старого $x = \text{col}[x \ \dot{x}]$. (Иначе говоря, можно положить $f \equiv 0$, если соответствующее согласование произвести.)

В результате проведенного анализа нами установлено новое представление уравнения объекта (21)

$$\begin{aligned} \dot{x} &= -a_0^1 x - \bar{a}_0^1 \bar{x} + b_0^1 u + \bar{b}_0^1 \bar{u}, \\ \dot{\bar{x}} &= -c_0 \bar{x} + x, \\ \dot{\bar{u}} &= -c_0 \bar{u} + u, \end{aligned} \quad (71)$$

в котором расширенный вектор состояния $\bar{x} = \text{col}[x \ \bar{x} \ \bar{u}]$ можно сформировать с помощью реализации двух фильтров состояния (70). Пусть, как и в примере 5, выход модели ошибки удовлетворяет равенству

$$\sigma = b_1 \dot{u} + b_0 u - \Delta_0 x - \Delta_1 \dot{x} - 12g,$$

где $\Delta_0 = a_0 - 6$, $\Delta_1 = a_1 - 5$. Подставляя в данное выражение значение для \dot{x} из системы (71), получаем выражение для σ в координатах нового вектора состояния

$$\sigma = b_1 \dot{u} + \beta_0 u - \alpha_0^2 x - \alpha_0^3 \bar{x} - \alpha_0^4 \bar{u} - 12g, \quad (72)$$

где $\beta_0 = b_0 - \Delta_1 b_0^1$, $\alpha_0^2 = \Delta_0 - \Delta_1 a_0^1$, $\alpha_0^3 = -\Delta_1 \bar{a}_0^1$, $\alpha_0^4 = \Delta_1 \bar{b}_0^1$.

Приравнивая σ нулю, получаем уравнение эталонного регулятора, по которому уравнение реализуемого регулятора можно задать следующим соотношением:

$$r_1^1 \dot{u} + r_0^1 u = r_0 x + r_1 \bar{x} + r_2 \bar{u} + 12g. \quad (73)$$

Суммируя данное выражение с соотношением (72), приходим к стандартному представлению модели ошибки

$$\begin{aligned} \sigma &= (b_1 - r_1^1) \dot{u} + (\beta_0 - r_0^1) u + (r_0 - \alpha_0^2) x + \\ &+ (r_1 - \alpha_0^3) \bar{x} + (r_2 - \alpha_0^4) \bar{u}, \end{aligned}$$

для которой базовая процедура градиентной минимизации вторичного критерия J_2 (32) типа (35) обеспечивает асимптотическую сходимость в ноль невязки σ . Структурная схема основного контура системы с реализуемым регулятором (73) изображена на рис. 14.

Рассмотрим общий случай, когда уравнение объекта имеет вид (14), а цель, как и ранее, задается отношениями (15), (16). Будем и здесь полагать, что $x_1 = \text{col}[x \dots x^{(s-1)}]$ — часть вектора состояния,

доступная измерению, а $x_2 = \text{col} [x^{(s)} \dots x^{(n-1)}]$ не измеряется. Введем устойчивый оператор $c_{n-s}(p) = p^{n-s} + c_{n-s-1}p^{n-s-1} + \dots + c_0$ и по аналогии с (69) запишем уравнение объекта (14) в виде

$$c_{n-s}(p) \left[a_s^1(p) x + \bar{a}_{n-s-1}^1(p) \frac{k_c}{c_{n-s}(p)} x \right] = \\ = c_{n-s}(p) \bar{b}_m^1(p) \frac{k_c}{c_{n-s}(p)} u + c_{n-s}(p) f,$$

где для любого $c_{n-s}(p)$ и k_c операторы $a_s^1(p)$, $\bar{a}_{n-s-1}^1(p)$, $\bar{b}_m^1(p)$ определяются единственным образом из соотношений

$$a_n(p) = c_{n-s}(p) a_s^1(p) + k_c \bar{a}_{n-s-1}^1(p), \quad b_m(p) = k_c \bar{b}_m^1(p),$$

а экспоненциально исчезающая функция f удовлетворяет уравнению $c_{n-s}(p)f = 0$. Полагая без ограничения общности $f \equiv 0$ и сокращая левую и правую части уравнения объекта на оператор $c_{n-s}(p)$, приходим к выражению

$$a_s^1(p) x + \bar{a}_{n-s-1}^1(p) x = \bar{b}_m^1(p) \bar{u}, \quad (74)$$

где

$$c_{n-s}(p) \bar{x} = k_c x, \\ c_{n-s}(p) \bar{u} = k_c u. \quad (75)$$

Очевидно, для нового представления уравнения объекта (74), (75) расширенный вектор состояния

$$\bar{x} = \text{col} [x \dots x^{(s-1)} | \bar{x} \dots \bar{x}^{(n-s-1)} | \bar{u} \dots \bar{u}^{(n-s-1)}]$$

уже можно сформировать с точностью до динамики экспоненциально убывающих собственных движений оператора $c_{n-s}(p)$. В силу построения между старым вектором состояния $x = \text{col} [x_1 | x_2]$ и новым \bar{x} существует линейная связь. Следовательно, выражение для σ (17) в новых переменных по аналогии с (72) примет вид

$$\sigma = \beta_m(p) u - \alpha_{s-1}^2(p) x - \alpha_{n-s-1}^3(p) \bar{x} - \alpha_{n-s-1}^4(p) \bar{u} - b_0^3 g.$$

Отсюда уравнение реализуемого регулятора можно задать следующим образом:

$$r_m^1(p) u = r_{s-1}^2(p) x + r_{n-s-1}^3(p) \bar{x} + r_{n-s-1}^4(p) \bar{u} + b_0^3 g. \quad (76)$$

После суммирования выражения для невязки σ с уравнением (76) приходим к типовому представлению статической модели ошибки

$$\sigma = (\bar{\Delta} + \bar{r})^\top \bar{z} \quad (77)$$

с расширенными векторами неизвестных параметров

$$\bar{\Delta} = \text{col} [\beta_0 \dots \beta_m | -\alpha_0^2 \dots -\alpha_{s-1}^2 | -\alpha_0^3 \dots \\ \dots -\alpha_{n-s-1}^3 | -\alpha_0^4 \dots -\alpha_{n-s-1}^4],$$

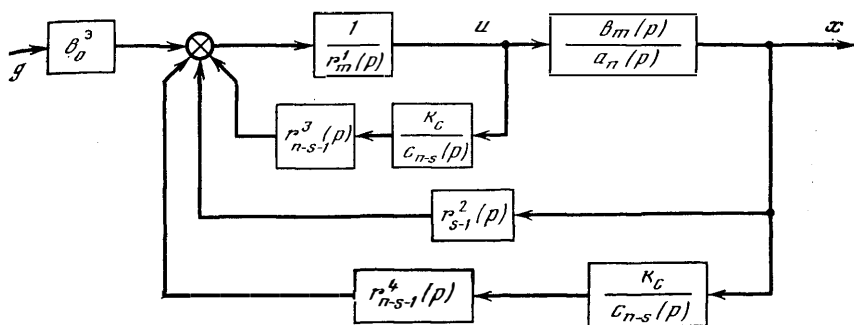


Рис. 15. Структурная схема основного контура с использованием фильтра состояния

настраиваемых параметров регулятора (76)

$$\begin{aligned} \bar{r} &= \text{col} [-r^1 | \bar{r}^2 | r^3 | r^4] = \\ &= \text{col} [-r_0^1 \dots -r_m^1 | r_0^2 \dots r_{s-1}^2 | r_0^3 \dots r_{n-s-1}^3 | r_0^4 \dots r_{n-s-1}^4] \end{aligned}$$

и координат

$$\begin{aligned} \bar{z} &= \text{col} [u | x_1 | \bar{x}_2 | \bar{u}_2] = \\ &= \text{col} [u \dots u^{(m)} | x \dots x^{(s-1)} | \bar{x} \dots \bar{x}^{(n-s-1)} | \bar{u} \dots \bar{u}^{(n-s-1)}]. \end{aligned} \quad (78)$$

Из соотношения (77) следует, что схема реализации регулятора (76) с использованием фильтров состояния неущербна. Структура основного контура такой системы изображена на рис. 15.

Для установления явной зависимости между координатами неизмеряемого вектора x_2 и расширенного вектора состояния \bar{x} необходимо разрешить уравнения (74) и (75) относительно старших производных $x^{(s)}$, $\bar{x}^{(n-s)}$ и $\bar{u}^{(n-s)}$ и осуществить $(n-s-1)$ -кратное дифференцирование первого из них с учетом последовательных подстановок в результат выражений для $\bar{x}^{(n-s)}$ и $\bar{u}^{(n-s)}$ из второго и третьего. Механизм указанных преобразований оказывается громоздким и здесь не приводится.

Сравнительный анализ результатов. Обращаясь к структуре полученных систем, нетрудно заметить, что общий динамический порядок основного контура в случае использования наблюдателя (64) стал $2n + m$, а при использовании идентичных фильтров состояния (75), (76) — $2n + m - s$. Но в результате предельной настройки регуляторов на выходе объекта (14) должен генерироваться сигнал, удовлетворяющий динамике модели эталона (16) n -го порядка. Это означает, что полученная структура системы так же, как и в случае с регулятором (22), частично ненаблюдаема по выходу. Иначе говоря, в передаточной функции остроюемого основного контура существуют операторные множители, общие как для числителя, так и для знаменателя. Причем указанные множители должны быть устойчивыми и иметь порядки n и $n - s$ соот-

ветственно для первого и второго случаев ⁵. В этом нетрудно убедиться в схеме с наблюдателем. Действительно, согласно (19) для установившихся значений отстроенного регулятора (65) имеем

$$b_m(p)u = (a_{s-1}(p) - a_{s-1}^{\circ}(p))x + (a_{n-1/s}(p) - a_{n-1/s}^{\circ}(p))x_H + b_0^{\circ}g.$$

Подставляя это выражение в уравнение объекта, приходим к равенству

$$(a_n(p) + a_{s-1}^{\circ}(p) - a_{s-1}(p))x + (a_{n-1/s}^{\circ}(p) - a_{n-1/s}(p))x_H = b_0^{\circ}g.$$

Если учесть, что согласно (64) $(a_n^{\circ}(p) + h_{s-1}(p))x_H = b_0^{\circ}g + h_{s-1}(p)x$, то после домножения ранее приведенного уравнения на оператор $a_n^{\circ}(p) + h_{s-1}(p)$ получим

$$\begin{aligned} a_n^{\circ}(p)(a_n(p) + a_{s-1}^{\circ}(p) - a_{s-1}(p))x + h_{s-1}(p)(a_n(p) + a_{s-1}^{\circ}(p) - \\ - a_{s-1}(p) + a_{n-1/s}^{\circ}(p) - a_{n-1/s}(p))x = (a_n^{\circ}(p) - a_{n-1/s}^{\circ}(p) + \\ + a_{n-1/s}(p) + h_{s-1}(p))b_0^{\circ}g. \end{aligned}$$

Учитывая следующие равенства:

$$a_n(p) + a_{s-1}^{\circ}(p) - a_{s-1}(p) + a_{n-1/s}^{\circ}(p) - a_{n-1/s}(p) = a_n^{\circ}(p),$$

$$a_n^{\circ}(p) - a_{n-1/s}^{\circ}(p) + a_{n-1/s}(p) = a_{n/s}(p) + a_{s-1}^{\circ}(p),$$

$$a_n(p) + a_{s-1}^{\circ}(p) - a_{s-1}(p) = a_{n/s}(p) + a_{s-1}^{\circ}(p),$$

приходим к искомому результату

$$\begin{aligned} (a_{n/s}(p) + a_{s-1}^{\circ}(p) + h_{s-1}(p))a_n^{\circ}(p)x = (a_{n/s}(p) + \\ + a_{s-1}^{\circ}(p) + h_{s-1}(p))b_0^{\circ}g. \end{aligned}$$

Действительно, сокращая правую и левую части уравнения на устойчивый по предположению оператор $a_{n/s}(p) + a_{s-1}^{\circ}(p) + h_{s-1}(p)$, приходим к уравнению модели эталона $a_n^{\circ}(p)x = b_0^{\circ}g$. Полученный результат является очевидным следствием теоремы разделения [19].

Доказать такой же результат для схемы с фильтрами состояния существенно сложнее, так как явная зависимость между желаемыми настройками регулятора (20) и (76) носит сложный характер. Частный пример такого анализа изложен в [56].

Очевидное достоинство схемы реализации регулятора с использованием фильтров состояния в сравнении со схемой, использующей наблюдатель, в ее неуязвимости. Прямым следствием этого являются более высокие качественные показатели работы основного контура системы для фильтров, чем для наблюдателя. Однако схема с фильтрами имеет и недостатки. Главный из них — в увеличении на $n - s$ числа настраиваемых параметров регулятора (76) в сравнении с регулятором (65), где число настраиваемых параметров $n + m + 1$ остается тем же, что и для регулятора

⁵ Здесь явно не учитывается дополнительная ненаблюдаемая динамика регулятора, компенсирующая m -нулей объекта.

(20). Более того, если для исходного представления уравнения объекта (14) часть параметров известна и в регуляторах (20) и (65) размерность вектора настроек понижается, то в регуляторе (76) с фильтрами (75) размерность вектора настраиваемых параметров $\bar{\mathbf{r}}$ понизить не удастся. Действительно, матрица, связывающая векторы x_2 и \bar{x} , зависит от исходных параметров объекта и остается неизвестной. Отсюда частичная неопределенность описания объекта (14) переносится на полную неопределенность параметров регулятора (76). В то же время можно утверждать, что между настройками параметров вектора $\bar{\mathbf{r}}$ регулятора (76) существует взаимосвязь, которую желательно учитывать и тем самым понижать размерность вектора настраиваемых параметров до размерности вектора \mathbf{r} в регуляторе (20), (65). Однако формулы пересчета параметров для представления объекта в виде (74), (75) оказываются настолько сложными, что практически такую задачу решать нецелесообразно. Зато имеет смысл поставить и решить задачу определения такого нового представления для уравнения объекта, в котором соответствующие формулы пересчета для избыточных параметров реализуемого регулятора имели бы простой вид и могли бы учитываться при реализации.

На содержательную сторону этой задачи указывалось в работе [16]. Практика моделирования процессов самонастройки с регулятором (76) показывает, что выбор фильтров состояния (75) в принятом классе представлений уравнения объекта сильно влияет на динамику переходных процессов в системе. Отсюда обоснование выбора параметров фильтров (75) является важной задачей в части предложенного подхода к реализации регулятора.

3.3.

Реализация алгоритма самонастройки

Главный принцип синтеза основного контура адаптивной системы заключается в соблюдении структурно-параметрических аналогий между реализуемым уравнением регулятора и его эталонным представлением. Такая аналогия явно отражается в линейно-параметрической структуре модели ошибки (34). Соответствующие типовые выражения последних были получены как в схеме с наблюдателем (67), так и в структуре с фильтрами состояния (77). В первом случае такой вид вторичной модели достигнут в результате перехода к модифицированному выходу σ_n (66), а во втором — на основе введения расширенного вектора состояния системы \bar{z} (78). Именно линейно-параметрическая структура вторичной модели позволяет строить сходящиеся стратегии самонастроек регулятора по типу (35) и (48). Но реализация таких алгоритмов требует формирования сигналов σ , σ_n или их динамических аналогов: σ_1, σ_{1n} . Напомним (30), (46):

$$\begin{aligned}\sigma &= x^{(n)} + a_{n-1}^2 x^{(n-1)} + \dots + a_0^2 x - b_0^2 g, \\ \sigma_1 &= a_{n-1}^1 x^{(n-1)} + \dots + a_0^1 x - b_0^3 \sigma_1, \dot{\sigma}_1 + d_0 \sigma_1 = g.\end{aligned}\tag{79}$$

(Выражение для σ_{1n} предлагается читателю восстановить самостоятельно.)

Оставаясь в рамках базового подхода к синтезу вторичного алгоритма, задачу реализации последнего поставим как задачу перехода от типовой модели (34) к структурно-однородной того же вида $\tilde{\sigma}^0 = (\Delta \pm \mathbf{r})^T \tilde{\mathbf{z}}$, выход $\tilde{\sigma}^0$ и вектор координат $\tilde{\mathbf{z}}$ которой возможно было бы сформировать. Потребуем, чтобы преобразование перехода удовлетворяло свойствам линейности, стационарности, однозначности, коммутативности с оператором дифференцирования и обратимости в нуле. Иначе говоря, если σ — исходная переменная, а $\tilde{\sigma}$ преобразованная, доступная формированию, то из условия $\tilde{\sigma} \rightarrow 0$ должно следовать $\sigma \rightarrow 0$.

Попытка применить ранее рассмотренные методы реализации регулятора для непосредственного формирования сигналов σ , σ_n или σ_1 , σ_{1n} не дает желаемого результата, так как восстановленные с их помощью координаты состояния основного контура не соответствуют аналогам потребных производных в выражениях (79) или являются их далекими приближениями.

Для решения поставленной задачи реализации алгоритма воспользуемся методами осредненных преобразований [30, 56]. Всякое осреднение вносит в процесс самонастройки эквивалентное «запаздывание», что в целом снижает скорость сходимости параметров регулятора, но не влияет на условия устойчивости в целом. Осредненные переменные в отличие от исходных неизмеряемых производных выходной координаты объекта x , как будет далее показано, можно сформировать, а следовательно, можно сформировать сигнал

$$\tilde{\sigma}_s = \tilde{x}^{(n)} + a_{n-1}^s \tilde{x}^{(n-1)} + \dots + a_0^s \tilde{x} - b_0^s \tilde{\sigma}.$$

Если в процессе самонастройки обеспечивается асимптотическая сходимость в ноль сигнала $\tilde{\sigma}$ и убывание нормы параметрических рассогласований, то в естественных предположениях достигается и исходное целевое условие: $\sigma \rightarrow 0$. Отмеченное предположение формулируется как отсутствие на временной оси точек сгущения разрывов для σ , что всегда обеспечивается для линейных систем с ограниченным диапазоном вариаций своих параметров [58].

Покажем, что применение осредненных преобразований неущербно в вопросе сходимости в сравнении с базовыми алгоритмами (35), (48). Рассмотрим, к примеру, случай, когда модель ошибки имеет вид (77)

$$\sigma = (\bar{\Delta} + \bar{\mathbf{r}})^T \bar{\mathbf{z}}.$$

Применяя к правой и левой частям равенства преобразование осреднения, получим $\tilde{\sigma} = \bar{\Delta}^T \tilde{\mathbf{z}} + \bar{\mathbf{r}}^T \tilde{\mathbf{z}}$, где $\tilde{\sigma}$, $\tilde{\mathbf{z}}$ и $\bar{\mathbf{r}}^T \tilde{\mathbf{z}}$ доступны формированию.

Перейдем к модифицированному выходу полученной модели ошибки

$$\sigma^0 = \bar{\sigma} + \bar{\mathbf{r}}^\top \bar{\mathbf{z}} - \widetilde{\mathbf{z}}^\top \bar{\mathbf{z}}. \quad (80)$$

Для $\bar{\sigma}^0$ справедливо типовое представление вида $\bar{\sigma}^0 = (\bar{\Delta} + \bar{\mathbf{r}})^\top \bar{\mathbf{z}}$. Отсюда градиентный алгоритм самонастройки, обеспечивающий сходимость в ноль сигнала $\bar{\sigma}^0$, запишется следующим образом:

$$\dot{\bar{\mathbf{r}}} = -\gamma \bar{\sigma}^0 \bar{\mathbf{z}}, \quad \gamma > 0. \quad (81)$$

Нетрудно видеть по производной функции Ляпунова $v = \|\bar{\Delta} + \bar{\mathbf{r}}\|^2$, что обеспечивается условие сходимости вектора настроек $\bar{\mathbf{r}}$ к $-\bar{\Delta}$: $\dot{v} = -2\gamma (\bar{\sigma}^0)^2$.

Покажем, что из условия: $\bar{\sigma}^0 \rightarrow 0$ следует $\sigma \rightarrow 0$. Действительно, из условия $\bar{\sigma}^0 \rightarrow 0$ согласно (81) следует $\dot{\bar{\mathbf{r}}} \rightarrow 0$, а тогда выполнено ⁶ $\widetilde{\mathbf{r}}^\top \bar{\mathbf{z}} \rightarrow \bar{\mathbf{r}}^\top \bar{\mathbf{z}}$ и согласно (80) имеем $\bar{\sigma}^0 \rightarrow \bar{\sigma} \rightarrow 0$. Но в силу исходного предположения о свойствах осредненных преобразований из отношения $\bar{\sigma} \rightarrow 0$ сразу получаем желаемый результат $\sigma \rightarrow 0$. Следовательно, реализуемый градиентный алгоритм (70) обеспечивает выполнение тех же целей, что и исходная стратегия (35). Аналогичный вывод можно получить и для осредненного аналога интегроградиентной стратегии (48). Пусть модель ошибки первого порядка (46) с учетом (77) имеет вид

$$\dot{\sigma}_1 + d_0 \sigma_1 = (\bar{\Delta} + \bar{\mathbf{r}})^\top \bar{\mathbf{z}},$$

где σ_1 формируется согласно (79). Применим операцию осреднения к правой и левой частям приведенного соотношения. В результате можно записать

$$\dot{\bar{\sigma}}_1 + d_0 \bar{\sigma}_1 = \widetilde{\mathbf{r}}^\top \bar{\mathbf{z}} + \bar{\Delta}^\top \bar{\mathbf{z}}.$$

Введем сигнал коррекции $\bar{\epsilon}$, удовлетворяющий уравнению

$$\dot{\bar{\epsilon}} + d_0 \bar{\epsilon} = \bar{\mathbf{r}}^\top \bar{\mathbf{z}} - \widetilde{\mathbf{r}}^\top \bar{\mathbf{z}}, \quad (82)$$

и просуммируем два последних соотношения. В результате приходим к типовому виду модели ошибки первого порядка

$$\dot{\bar{\sigma}}_1^0 + d_0 \bar{\sigma}_1^0 = (\bar{\Delta} + \bar{\mathbf{r}})^\top \bar{\mathbf{z}}, \quad \bar{\sigma}_1^0 = \bar{\sigma}_1 + \bar{\epsilon}. \quad (83)$$

Соответствующая интегроградиентная процедура самонастройки примет вид

$$\dot{\bar{\mathbf{r}}} = -\gamma \bar{\sigma}_1^0 \bar{\mathbf{z}}, \quad \gamma > 0. \quad (84)$$

Так же как и исходный алгоритм (48), стратегия (84) гарантирует невозрастание функции Ляпунова $v_1 = (\bar{\sigma}_1^0)^2 + \|\bar{\Delta} + \bar{\mathbf{r}}\|^2/\gamma$ и обеспечивает сходимость в ноль сигнала $\bar{\sigma}_1^0$. Из изложенного не-

⁶ В условиях ограниченности $\|\bar{\mathbf{z}}\|$.

трудно показать, что из условия $\bar{\sigma}_1^0 \rightarrow 0$ следует $\sigma_1 \rightarrow 0$. Действительно, из отношения $\bar{\sigma}_1^0 \rightarrow 0$ согласно (84) получаем $\mathbf{r} \rightarrow 0$, а тогда $\bar{\mathbf{r}}^T \bar{\mathbf{z}} \rightarrow \bar{\mathbf{r}}^T \bar{\mathbf{z}}$ и в соответствии с (82) имеем $\bar{\epsilon} \rightarrow 0$. Отсюда в силу (83) $\bar{\sigma}_1^0 \rightarrow \bar{\sigma}_1 \rightarrow 0 \Rightarrow \sigma \rightarrow 0$, что в конечном счете и подтверждает исходное предположение.

Приведенные соотношения носят общий характер и демонстрируют подход к синтезу реализуемых алгоритмов самонастроек. Как видно, этот подход не зависит от конкретной схемы реализации регулятора. Однако, чтобы в дальнейшем обеспечить связь результатов решения задач реализаций регулятора и алгоритма, последующий анализ будет ориентирован на ранее полученные структуры систем с реализуемыми регуляторами. Нами будут рассмотрены две схемы осреднения с использованием динамических фильтров [25, 56] и метода модулирующих функций [37, 55].

Поскольку число возможных сочетаний структур реализуемых систем с градиентными и интегроградиентными алгоритмами, двумя типами реализуемых регуляторов и двумя видами операции осреднения оказывается уже «большим», приведем лишь некоторые из них. (Настоятельно рекомендуем читателю самостоятельно дополнить множество реализуемых структур систем недостающими схемами.)

Соотношения, приведенные ранее, используют однократную операцию осреднения. Такой анализ демонстрирует содержательную сторону преобразований и удобен в методологическом плане, однако, как показано в конце главы, использование двухкратного осреднения на разных этапах синтеза может быть более предпочтительным с практической точки зрения.

Пример 7. Рассмотрим метод реализации алгоритма самонастройки параметров регулятора (60), построенного по схеме с наблюдателем (59). Будем считать, что условия применимости наблюдателя в задаче реализации регулятора выполнены. Введем устойчивый линейный фильтр осреднения с передаточной функцией вида

$$W(p) = k_1^1/l_2^1(p) = 30/(p^2 + 11p + 30). \quad (85)$$

Применяя этот оператор к правой и левой частям выражения (61), получим

$$\bar{\sigma} = b_1 \bar{u} + b_0 \bar{u} + (6 - a_0) \bar{x} + (5 - a_1) \dot{\bar{x}} - \widetilde{r}_1^1 \dot{u} - \widetilde{r}_0^1 u + \widetilde{r}_0^2 x + \widetilde{r}_1^2 \dot{x}_n,$$

где $\bar{\sigma} = \ddot{\bar{x}} + 5\dot{\bar{x}} + 6\bar{x} - 12\bar{g}$. Переходя по аналогии с (80) к модифицированному выходу

$$\bar{\sigma}_n^0 = \bar{\sigma} - r_1^1 \dot{u} - r_0^1 u + r_0^2 \bar{x} + r_1^2 \dot{\bar{x}} + \widetilde{r}_1^1 \dot{u} + \widetilde{r}_0^1 u - \widetilde{r}_0^2 x - \widetilde{r}_1^2 \dot{x}_n, \quad (86)$$

будем иметь стандартное представление для вторичной модели

$$\bar{\sigma}_n^0 = (b_1 - r_1^1) \dot{u} + (b_0 - r_0^1) u + (6 - a_0 + r_0^2) \bar{x} + (5 - a_1 + r_1^2) \dot{\bar{x}}.$$

Отсюда градиентный алгоритм самонастройки, обеспечивающий компенсацию сигнала $\tilde{\sigma}_n^0$, примет вид

$$r_1^1 = \gamma \tilde{\sigma}_n^0 \dot{\tilde{u}}, \quad r_0^1 = \gamma \tilde{\sigma}_n^0 \tilde{u}, \quad r_0^2 = -\gamma \tilde{\sigma}_n^0 \dot{\tilde{x}}, \quad r_1^2 = -\gamma \tilde{\sigma}_n^0 \dot{\tilde{x}}.$$

С компенсацией $\tilde{\sigma}_n^0$, как ранее показывалось, достигаются отношения

$$\tilde{\sigma}_n^0 \rightarrow \tilde{\sigma} + r_1^2 (\dot{\tilde{x}} - \dot{\tilde{x}}_n) = \tilde{\sigma}_n \rightarrow 0 \Rightarrow \sigma_n \rightarrow 0,$$

что в силу исходной посылки о применимости наблюдателя обеспечивает достижение вторичной цели $\sigma \rightarrow 0$.

Покажем, что полученная адаптивная система реализуема. Для этого обратимся вновь к полученным соотношениям. В частности, из уравнения регулятора (60) следует

$$\widetilde{r_1^1 \dot{u}} + \widetilde{r_0^1 u} - \widetilde{r_0^2 \dot{x}} - \widetilde{r_1^2 \dot{x}_n} = 12\tilde{g}.$$

Тогда согласно (86) можно записать

$$\tilde{\sigma}_n^0 = \tilde{\sigma} - r_1^1 \dot{\tilde{u}} - r_0^1 \tilde{u} + r_0^2 \dot{\tilde{x}} + r_1^2 \dot{\tilde{x}} + 12\tilde{g},$$

и после раскрытия выражения для $\tilde{\sigma}$ окончательно получим

$$\tilde{\sigma}_n^0 = \ddot{\tilde{x}} + 5\dot{\tilde{x}} + 6\tilde{x} - r_1^1 \dot{\tilde{u}} - r_0^1 \tilde{u} + r_0^2 \dot{\tilde{x}} + r_1^2 \dot{\tilde{x}}.$$

Отсюда следует, что для построения сигнала $\tilde{\sigma}_n^0$ необходимо сформировать сигналы $\ddot{\tilde{x}}$, $\dot{\tilde{x}}$, \tilde{x} , $\dot{\tilde{u}}$, \tilde{u} . Эти сигналы формируются с выходов двух фильтров осреднения (85) с уравнениями вида

$$\ddot{\tilde{u}} + 11\dot{\tilde{u}} + 30\tilde{u} = 30u,$$

$$\ddot{\tilde{x}} + 11\dot{\tilde{x}} + 30\tilde{x} = 30x.$$

Структурные схемы фильтра осреднения координаты x и всей реализуемой системы представлены на рис. 16 и 17, а соответственно.

Моделирование системы осуществлялось для объекта, что и в примере 4 заданного уравнением

$$\ddot{x} + 2\dot{x} + 10x = 2\dot{u} + 10u.$$

Наблюдатель описывался соотношением (59) с $h_0 = 1$. Параметр алгоритма γ удовлетворял соотношению

$$\gamma = 4/(0,1 + (\dot{\tilde{u}})^2 + (\tilde{u})^2 + (\dot{\tilde{x}})^2 + (\tilde{x})^2).$$

Начальные условия по состоянию всей системы и настройкам регулятора принимались нулевыми, кроме $r_1^1(0) = 4$. На первом временном отрезке $[0, 60]$ с задающим воздействием

$$g(t) = 0,5 (\text{sign}(\sin(t + 0,01)) + \text{sign}(\sin 3t))$$

Функция параметрических рассогласований (Ляпунова)

$$v(t) = (2 - r_1^1)^2 + (10 - r_0^1)^2 + (r_0^2 - 4)^2 + (r_1^2 + 3)^2$$

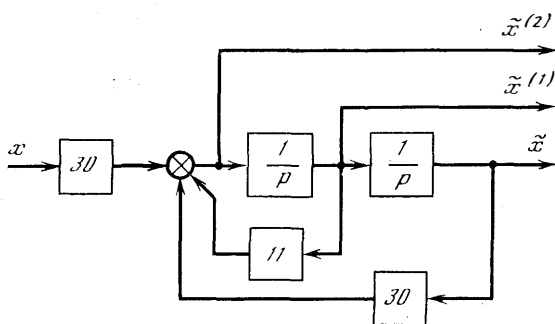


Рис. 16. Структурная схема фильтра осреднения второго порядка

уменьшилась со значения $v(0) = 129$ до $v(60) = 0,35$. Затем система вновь была возбуждена более простым задающим воздействием и «проработала» еще 10 с. Начальные настройки регулятора для второго интервала отвечали состоянию конца первого интервала.

Как видно из результатов моделирования (рис. 17, б, в), рассмотренные реализуемые алгоритмы управления удовлетворяют условиям сходимости как по координатным, так и по параметрическим рассогласованиям. Однако качество переходных процессов из-за наличия «искаженной» динамики наблюдателя в основном контуре управления и эквивалентного запаздывания, вносимого фильтрами осреднения, снижается. Процессы самонастройки становятся более медленными. Скорость сходимости адаптивных процессов возрастает, если система возбуждается более переменным задающим воздействием.

Нетрудно подсчитать, что общий динамический порядок реализуемой системы равен 13, а число множительных устройств в системе, включая настройки регулятора, равно 12. Соответствующие числа для базового варианта системы (20), (35) равны 7 и 8.

Рассмотрим общий случай управления объектом (14), у которого вектор $x_1 = \text{col}[x \dots x^{(s-1)}]$ измеряется, а $x_2 = \text{col}[x^{(s)} \dots x^{(n-1)}]$ не измеряется. Введем операцию осреднения с передаточной функцией

$$W^1(p) = k_l^1 / l_{n-s+1}^1(p), \quad (87)$$

где $l_{n-s+1}^1(p) = p^{n-s+1} + l_{n-s}^1 p^{n-s} + \dots + l_0^1$ — устойчивый оператор. Применяя указанное преобразование к правой и левой частям модели ошибки (77), с учетом (80) приходим к алгоритму (81), в котором согласно (79), (78) имеем

$$\bar{\delta}^0 = \bar{x}^{(n)} + a_{n-1}^0 \bar{x}^{(n-1)} + \dots + a_0^0 \bar{x} - b_0^0 \bar{g} + \bar{r}^T \bar{z} - \bar{r}^T \bar{z},$$

где $\bar{z} = \text{col}[\bar{u} | \bar{x}_1 | \bar{x}_2 | \bar{u}_2]$.

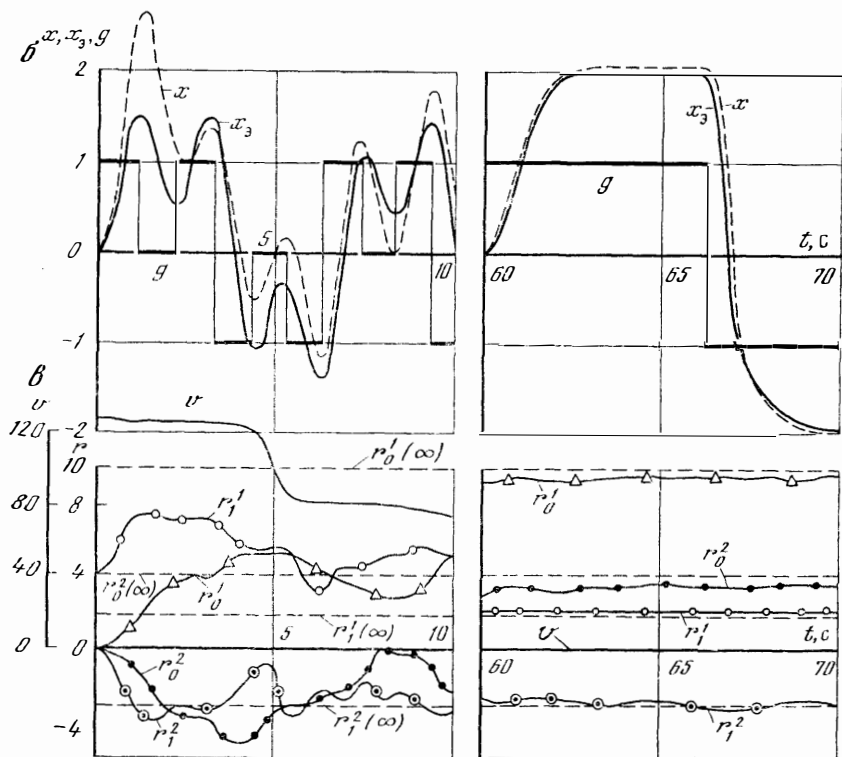
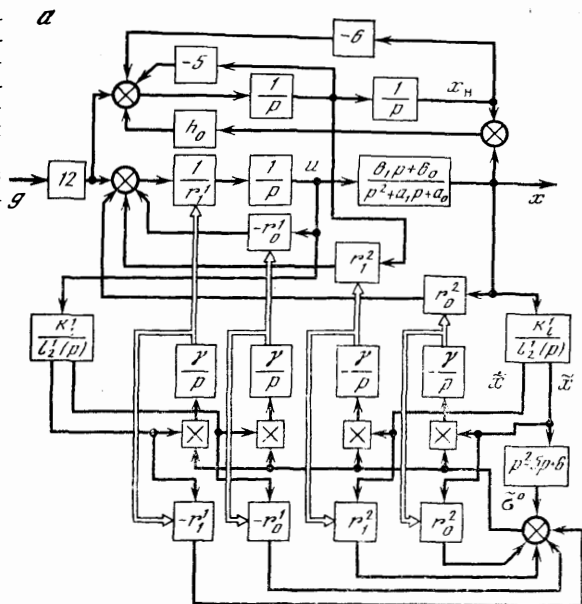
Но в силу (76) осредненное уравнение регулятора имеет вид $\bar{r}^T \bar{z} = -b_0^0 g$.

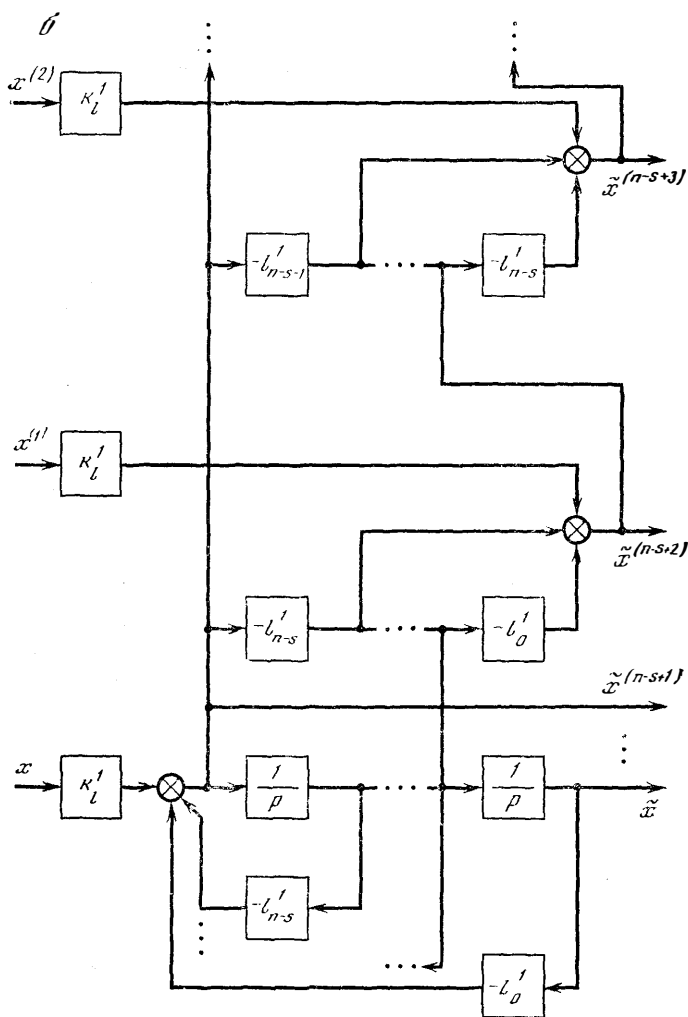
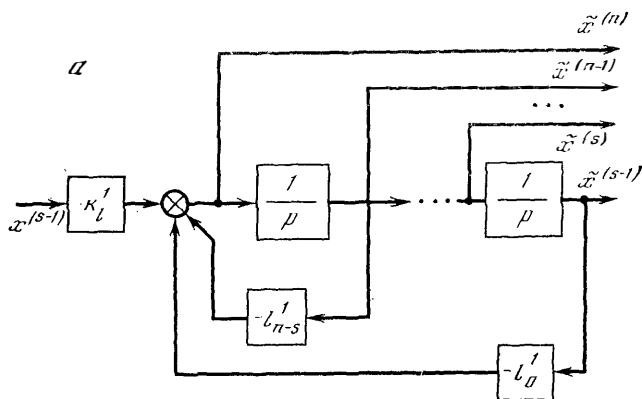
Отсюда

$$\bar{\delta}^0 = \bar{x}^{(n)} + a_{n-1}^0 \bar{x}^{(n-1)} + \dots + a_0^0 \bar{x} - \bar{u}^T \bar{r}^1 + \bar{x}_1^T \bar{r}^2 + \bar{x}_2^T \bar{r}^3 + \bar{u}_2^T \bar{r}^4.$$

Рис. 17. Структурная схема (а) и графики переходных процессов (б, в) адаптивной системы для объекта второго порядка построения с наблюдателем в основном контуре и фильтрами осреднения в алгоритмах самонастройки

б, в — то же, что на рис. 11 соответственно





Следовательно, для реализации алгоритма (81)

$$\dot{\tilde{x}}^1 = \gamma \bar{\sigma}^0 \bar{u}, \quad \dot{\tilde{x}}^2 = -\gamma \bar{\sigma}^0 x_1, \quad \dot{\tilde{x}}^3 = -\gamma \bar{\sigma}^0 \bar{x}_2, \quad \dot{\tilde{x}}^4 = -\gamma \bar{\sigma}^0 \bar{u}_2 \quad (88)$$

с фильтрами состояния (75) необходимо строить не менее четырех фильтров осреднения, формирующих составной вектор $\bar{\tilde{z}}$.

Покажем, что алгоритм (88) реализуем. Для этого рассмотрим уравнения фильтра (87), на вход которого подается координата $x^{(s-1)}$

$$\tilde{x}^{(n)} + l_{n+s}^1 \tilde{x}^{(n-1)} + \dots + l_0^1 \tilde{x}^{(s-1)} = k_l^1 x^{(s-1)}.$$

Как видно из соответствующей структурной схемы (рис. 18, а), с выходов фильтра измеряются координаты $\tilde{x}^{(s-1)}, \dots, \tilde{x}^{(n)}$. Для восстановления по данной схеме оставшихся координат вектора \tilde{x}_1 , необходимо построить еще несколько фильтров. Однако структура реализуемой системы может быть упрощена, если все координаты вектора \tilde{x} и координату $\tilde{x}^{(n)}$ восстанавливать с помощью построения всего лишь одного фильтра (87) и схем рекуррентного суммирования. Согласно (87) можно записать

$$\tilde{x}^{(n-s+1)} = -l_{n-s}^1(p) \tilde{x} + k_l^1 x \quad (89)$$

Дифференцируя правую и левую части указанного соотношения, получим формулу для вычисления координаты

$$\tilde{x}^{(n-s+2)} = -p l_{n-s}^1(p) \tilde{x} + k_l^1 x^{(1)},$$

которую, как видно, можно восстановить на основании ранее (89) восстановленной координаты $\tilde{x}^{(n-s+1)}$ и измеряемой координаты $x^{(1)}$. Осуществляя подобное дифференцирование и далее, приходим к формуле рекуррентного суммирования для вычисления всех осредненных координат вектора

$$\tilde{x}^{(n-s+1+i)} = -p^i l_{n-s}^1(p) \tilde{x} + k_l^1 x^{(i)}, \quad i = \overline{1, s-1}.$$

Структурная схема функционального звена, осуществляющего такое преобразование, приведена на рис. 18, б. Производя аналогичные выводы для оставшихся координат вектора \tilde{z} ($\tilde{u}, \tilde{x}_2, \tilde{u}_2$), убеждаемся в реализуемости алгоритма самонастройки (88). Структурная схема такой системы изображена на рис. 19, где блоками Σ обозначены операции перехода к соответствующим осредненным векторам состояний.

Порядок фильтров осреднения $W^1(p)$ можно уменьшить на единицу, если перейти к интегроградиентной схеме самонастройки. Рассмотрим эту задачу для случая, когда регулятор системы (65) реализован на основе наблюдателя (64). Как и ранее, будем полагать, что условия применимости наблюдателя здесь выполнены.

Рис. 18. Структурная схема фильтра осреднения для вычисления координат $\tilde{x}^{(s-1)} \dots \tilde{x}^{(n)}$ (а) и $\tilde{x}^{(n-s+1+i)}$ (б)

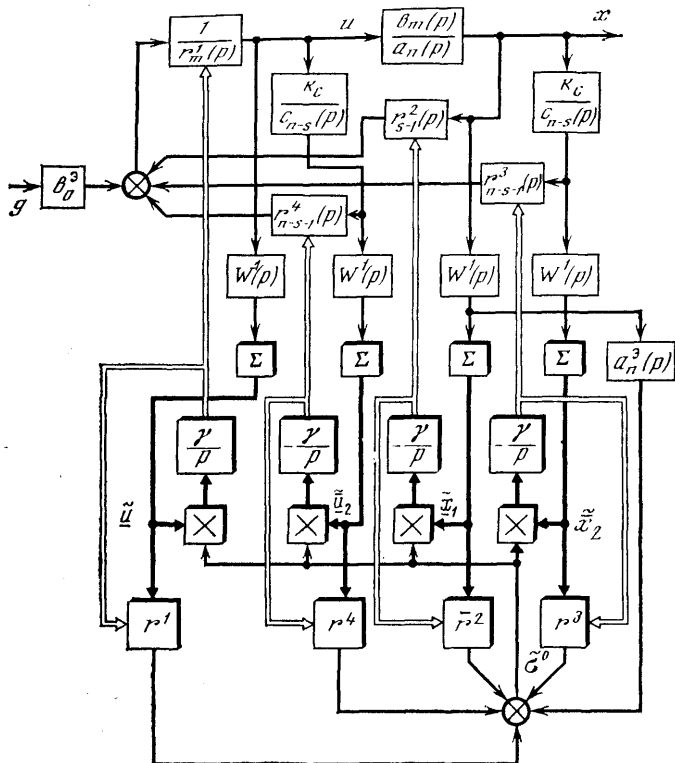


Рис. 19. Структурная схема адаптивной системы с фильтрами осреднения в алгоритмах самонастройки

Введем операцию осреднения с фильтром

$$W^1(p) = k_1^1 / l_{n-s}^1(p),$$

где $l_{n-s}^1(p) = p^{n-s} + l_{n-s-1}^1 p^{n-s-1} + \dots + l_0^1$ — устойчивый оператор, применим его к уравнениям объекта (14) и регулятора (65), а результат запишем в виде

$$\begin{aligned} \tilde{\sigma} &= a_n^0(p) \tilde{x} - b_0^0 \tilde{g} = \Delta^T \tilde{z} - b_0^0 \tilde{g}, \\ \tilde{\mathbf{r}}^T \tilde{\mathbf{z}}_{\mathbf{H}} + b_0^0 \tilde{g} &= 0, \end{aligned} \quad (90)$$

где Δ , \mathbf{r} и \mathbf{z} те же, что и ранее в (34), а

$$\mathbf{z}_{\mathbf{H}} = \text{col} [\mathbf{u} | \mathbf{x}_1 | \mathbf{x}_{2\mathbf{H}}], \quad \mathbf{x}_{2\mathbf{H}} = \text{col} [x_{\mathbf{H}}^{(s)} \dots x_{\mathbf{H}}^{(n-1)}].$$

После суммирования полученных соотношений можно записать

$$\tilde{\sigma} = \Delta^T \tilde{z} + \tilde{\mathbf{r}}^T \tilde{\mathbf{z}}_{\mathbf{H}}.$$

Если ввести сигнал

$$\tilde{\epsilon} = \tilde{\mathbf{r}}^T \tilde{z} - \tilde{\mathbf{r}}^T \tilde{\mathbf{z}}_{\mathbf{H}}, \quad (91)$$

то для модифицированного выхода модели ошибки $\tilde{\sigma}_n^0 = \tilde{\sigma} + e$ справедливо представление $\tilde{\sigma}_n^0 = (\Delta + \mathbf{r})^\top \tilde{\mathbf{z}}$.

Перейдем к модифицированному выходу модели ошибки первого порядка $\dot{\tilde{\sigma}}_{1n}^0 + d_0 \tilde{\sigma}_{1n}^0 = \tilde{\sigma}_n^0 = (\Delta + \mathbf{r})^\top \tilde{\mathbf{z}}$, где согласно (79) и (91) имеем

$$\tilde{\sigma}_{1n}^0 = \tilde{\sigma}_1 + \tilde{e}_1, \quad (92)$$

$$\dot{\tilde{e}}_1 + d_0 \tilde{e}_1 = \mathbf{r}^\top \tilde{\mathbf{z}} - \widetilde{\mathbf{r}^\top \mathbf{z}_n},$$

$$\tilde{\sigma}_1 = a_{n-1}^1 \tilde{x}^{(n-1)} + \dots + a_0^1 \tilde{x} - b_0^3 \tilde{g}_1, \quad \dot{\tilde{g}}_1 + d_0 \tilde{g}_1 = \tilde{g}.$$

Тогда реализуемая интегроградиентная процедура самонастройки примет вид

$$\dot{\mathbf{i}} = -\gamma \tilde{\sigma}_{1n}^0 \tilde{\mathbf{z}}.$$

Если ввести сигнал \tilde{e}_1^1 своим уравнением

$$\dot{\tilde{e}}_1^1 + d_0 \tilde{e}_1^1 = \mathbf{r}^\top \tilde{\mathbf{z}} - \widetilde{\mathbf{r}^\top \mathbf{z}_n} - b_0^3 \tilde{g},$$

то согласно (91) и (92) имеем $\tilde{\sigma}_{1n}^0 = a_{n-1}^1(p) \tilde{x} + \tilde{e}_1^1$, но из (90) следует: $\mathbf{r}^\top \tilde{\mathbf{z}_n} + b_0^3 \tilde{g} = 0$, отсюда

$$\dot{\tilde{e}}_1^1 + d_0 \tilde{e}_1^1 = \mathbf{r}^\top \tilde{\mathbf{z}}. \quad (93)$$

Полученный алгоритм самонастройки (93) обеспечивает сходимость в ноль сигнала $\tilde{\sigma}_{1n}^0$, следовательно и $\tilde{\sigma}_n^0$. А это означает, что выполнено

$$\tilde{\sigma}_n^0 \rightarrow \tilde{\sigma} + r_{n-1/s}^2(p) (\tilde{x} - \tilde{x}_n) \rightarrow \tilde{\sigma}_n \rightarrow 0 \Rightarrow \sigma_n \rightarrow 0.$$

Последнее соотношение в условиях применимости наблюдателя для реализации регулятора доставляет вторичную цель: $\sigma \rightarrow 0$. Структура указанной системы изображена на рис. 20, где, как и ранее, блоки Σ означают операцию перехода к соответствующим осредненным векторам. Формула рекуррентного суммирования для восстановления координат вектора $\tilde{\mathbf{x}}$ здесь будет иметь вид

$$\tilde{x}^{(n-s+i)} = -p^i l_{n-s-1}^1(p) \tilde{x} + k^1 x^{(i)}, \quad i = 1, \overline{s-1},$$

где $p^{n-s} + l_{n-s-1}^1(p)$ — оператор фильтра осреднения.

Рассмотрим подробнее задачу реализации алгоритма системы прямого адаптивного управления объектом (14) для случая, когда измерению доступен только выход x , а все производные $x_2 = \text{col}[x^{(1)} \dots x^{(n-1)}]$ не измеряются. Нас интересует результат решения задачи реализации алгоритма, поэтому для простоты обозначений, но без потери общности полагаем, что регулятор основного контура построен по схеме (20) или (24).

Введем фильтр осреднения n -го порядка, причем оператор фильтра $l_n^1(p)$ выберем тождественным оператору модели эталона

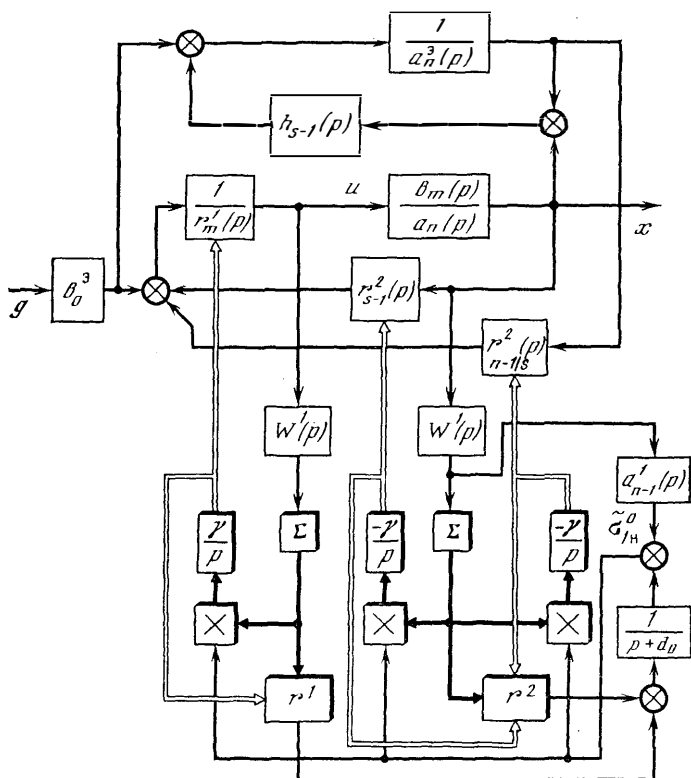


Рис. 20. Структурная схема адаптивной системы, построенная с наблюдателем в основном контуре и фильтрами осреднения в интегроградиентных алгоритмах самонастройки

$a_n^3(p)$. Например,

$$W^1(p) = 1/a_n^3(p). \quad (94)$$

Согласно (34) уравнение модели ошибки с регулятором (20) можно записать следующим образом:

$$\sigma = a_n^3(p)x - b_0^3g = \Delta^T \mathbf{z} + \mathbf{r}_n^T \mathbf{z}.$$

Применяя к правой и левой частям данного выражения оператор (94), получим

$$\tilde{\sigma} = x - \frac{b_0^3}{a_n^3(p)}g = \Delta^T \tilde{\mathbf{z}} + \mathbf{r}^T \tilde{\mathbf{z}}.$$

Переходя по аналогии с (80) к модифицированному выходу модели ошибки, можно записать $\tilde{\sigma}^0 = (\Delta + \mathbf{r})^T \tilde{\mathbf{z}}$, где согласно (16) и (39) имеем

$$\tilde{\sigma}^0 = \tilde{\sigma} + \mathbf{r}^T \tilde{\mathbf{z}} - \mathbf{r}^T \tilde{\mathbf{z}} = \sigma_n + \mathbf{r}^T \tilde{\mathbf{z}} - \mathbf{r}^T \tilde{\mathbf{z}}, \quad \sigma_n = x - x_0.$$

Отсюда устойчивая в целом градиентная процедура самонастройки примет вид

$$\dot{\mathbf{r}} = -\gamma(\sigma_n + \mathbf{r}^T \tilde{\mathbf{z}} - \widetilde{\mathbf{r}^T \mathbf{z}}) \tilde{\mathbf{z}}.$$

Если скорости вариации параметров \mathbf{r} регулятора (20) намного меньше, чем скорости изменения вектора координат \mathbf{z} системы (что можно обеспечить выбором малого γ), то справедливо приближенное равенство $\widetilde{\mathbf{r}^T \mathbf{z}} \approx \mathbf{r}^T \tilde{\mathbf{z}}$. А тогда упрощенный алгоритм самонастройки запишется следующим образом:

$$\dot{\mathbf{r}} = -\gamma \sigma_n \tilde{\mathbf{z}}. \quad (95)$$

Нетрудно убедиться, что полученный результат в точности соответствует классической схеме вспомогательного оператора [59]. Действительно, если учесть, что модель ошибки полного порядка согласно (31) имеет вид $a_n^3(p) \sigma_n = (\Delta + \mathbf{r})^T \mathbf{z}$, то, очевидно, градиентная процедура минимизации критерия $J_2 = 1/2 \sigma_n^2$ будет задаваться соотношением (95), где вектор $\tilde{\mathbf{z}}$ интерпретируется как вектор-функция чувствительности сигнала σ_n к вариации настраиваемого вектора \mathbf{r} :

$$a_n^3(p) \tilde{\mathbf{z}} = \mathbf{z}.$$

Метод вспомогательных операторов имеет широкое распространение на практике [38, 60], однако конструктивных условий устойчивости его функционирования не получено. Из приведенного анализа следует, что алгоритм (95) доставляет сходимость процессу самонастройки в той мере, в какой обеспечивается равенство $\mathbf{r}^T \tilde{\mathbf{z}} \approx \widetilde{\mathbf{r}^T \mathbf{z}}$. Как уже отмечалось, указанное условие можно гарантировать выбором малого γ . Однако эффективность процессов адаптации при этом снижается.

Осреднение по методу модулирующих функций. Метод модулирующих функций в теории идентификации [37] и адаптивного управления [55] основан на введении интегрального преобразования вида

$$\bar{x}(t) = \int_0^T \varphi(t) x(t + \tau) d\tau, \quad (96)$$

где $x(t)$ — преобразуемая функция; $\bar{x}(t)$ — ее осредненный аналог; $\varphi(\tau)$ — модулирующая функция, удовлетворяющая условию

$$\varphi^{(i)}(0) = \varphi^{(i)}(T) = 0, \quad i = \overline{0, k-1}, \quad (97)$$

$$\varphi^{(i)}(\tau) \neq 0, \quad \tau \in (0, T), \quad i = \overline{0, k}.$$

Нетрудно видеть, что преобразование (96) линейно и коммутативно с оператором дифференцирования. Кроме того, в силу от-

меченных свойств (97) преобразование удовлетворяет условию

$$\bar{x}^{(i)}(t) = \int_0^T \varphi(\tau) x^{(i)}(t + \tau) d\tau = (-1)^i \int_0^T \varphi^{(i)}(\tau) x(t + \tau) d\tau, \quad i = \overline{0, k}, \quad (98)$$

которое и позволяет формировать сигнал $\bar{\sigma}(t)$ без измерения производных от $x(t)$. Доказательство соотношения (98) осуществляется путем $(i-1)$ -кратного разложения исходного интеграла по частям [61]. Действительно, для однократного разложения, согласно (97) имеем

$$\begin{aligned} \int_0^T \varphi(\tau) x^{(i)}(t + \tau) d\tau &= \int_0^T \varphi(\tau) dx^{(i-1)}(t + \tau) = \\ &= \varphi(\tau) x^{(i-1)}(t + \tau) \Big|_0^T - \int_0^T \varphi^{(1)}(\tau) x^{(i-1)}(t + \tau) d\tau. \end{aligned}$$

В результате последующих разложений получим

$$\begin{aligned} - \int_0^T \varphi^{(1)}(\tau) dx^{(i-2)}(t + \tau) &= - \varphi^{(1)}(\tau) x^{(i-2)}(t + \tau) \Big|_0^T + \\ + \int_0^T \varphi^{(2)}(\tau) dx^{(i-3)}(t + \tau) &= \dots = (-1)^i \int_0^T \varphi^{(i)}(\tau) x(t + \tau) d\tau. \end{aligned}$$

Примерами модулирующих функций могут быть следующие:

$$\varphi(\tau) = \left(\sin \frac{\pi}{T} \tau \right)^k, \quad \varphi(\tau) = \tau^k (T - \tau)^k.$$

Непосредственно реализовать преобразование (96) со скользящим интервалом интегрирования трудно, поэтому на практике операция (96) реализуется дискретно с периодом квантования T . Операция осреднения в этом случае осуществляется согласно следующему выражению

$$\bar{x}^{(i)}(j) = (-1)^i \int_{jT}^{(j+1)T} \varphi^{(i)}(t - jT) x(t) dt, \quad j = 0, 1, 2, \dots, \quad i = \overline{0, k}. \quad (99)$$

Вследствие дискретности преобразования алгоритм самонастройки в системе также реализуется дискретно. Рассмотрим способ построения такого алгоритма подробнее.

Пусть с выхода объекта (14) измеряется вектор

$$\mathbf{x}_1 = \text{col} [x \dots x^{(s-1)}], \quad \text{а } \mathbf{x}_2 = \text{col} [x^{(s)} \dots x^{(n-1)}]$$

недоступен измерению. Введем преобразование (99), где $k = n - s + 1$, и применим его к правой и левой частям модели ошибки (77).

В результате можно записать

$$\bar{\sigma}(j) = \sum_{i=0}^n a_i^{\bar{\sigma}} \bar{x}^{(i)}(j) - b_{0\bar{\sigma}}^{\bar{\sigma}}(j) = \bar{\Delta}^T \bar{z}(j) + \overline{\bar{r}(j)^T \bar{z}(j)}.$$

Учитывая, что на интервале дискретизации вектор настроек постоянен, имеем $\overline{\bar{r}(j)^T \bar{z}(j)} = \bar{r}(j)^T \bar{z}(j)$, а тогда осредненная модель ошибки принимает типовой вид

$$\bar{\sigma}(j) = (\bar{\Delta} + \bar{r}(j))^T \bar{z}(j). \quad (100)$$

Как видно, переход к модифицированному выходу модели ошибки, как в (80), здесь не производится. Градиентная процедура минимизации вторичного критерия $J_2(j) = 1/2 \bar{\sigma}^2(j)$ согласно (100) запишется следующим образом:

$$\bar{r}(j+1) = \bar{r}(j) - \gamma(j) \bar{\sigma}(j) \bar{z}. \quad (101)$$

Если параметр $\gamma(j)$ удовлетворяет равенству $\gamma(j) = 1/\|\bar{z}(j)\|^2$, то алгоритм (101) аналогичен процедуре Качмажа [61], для которой справедливо следующее условие сходимости:

$$\|\bar{\Delta} + \bar{r}(j+1)\|^2 - \|\bar{\Delta} + \bar{r}(j)\|^2 = -\bar{\sigma}^2(j)/\|\bar{z}(j)\|^2.$$

Структурная схема адаптивной системы управления объектом (14) с регулятором (76) и алгоритмом (101) изображена на рис. 21, а, где блоками Φ_i обозначены операции дискретного осреднения по типу (99), т. е. блок Φ_1 формирует с периодом T вектор $\bar{u}(j) = \text{col} [\bar{u}(j) \dots \bar{u}^{(m)}(j)]$ с координатами

$$\bar{u}^{(i)}(j) = \int_{jT}^{(j+1)T} \varphi(t - jT) u^{(i)}(t) dt;$$

блок Φ_2 формирует вектор $\bar{x}(j) = \text{col} [\bar{x}(j) \dots \bar{x}^{(n-1)}(j)]$ (на структурной схеме координата $\bar{x}^{(n)}(j)$ явно не обозначена), где

$$\bar{x}^{(i)}(j) = \int_{jT}^{(j+1)T} \varphi(t - jT) x^{(i)}(t) dt, \quad i = \overline{0, s-1},$$

$$\bar{x}^{(i)}(j) = (-1)^{(i-s+1)} \int_{jT}^{(j+1)T} \varphi^{(i-s+1)}(t - jT) x^{(s-1)}(t) dt, \quad i = \overline{s, n};$$

блок Φ_3 формирует вектор $\bar{\tilde{x}}_2(j) = \text{col} [\bar{\tilde{x}}(j) \dots \bar{\tilde{x}}^{(n-s-1)}(j)]$ с координатами

$$\bar{\tilde{x}}^{(i)}(j) = \int_{jT}^{(j+1)T} \varphi(t - jT) \tilde{x}^{(i)}(t) dt, \quad i = \overline{0, n-s-1};$$

блок Φ_4 формирует вектор $\bar{\tilde{u}}_2(j) = \text{col} [\bar{\tilde{u}}(j) \dots \bar{\tilde{u}}^{(n-s-1)}(j)]$ с координатами

$$\bar{\tilde{u}}^{(i)}(j) = \int_{jT}^{(j+1)T} \varphi(t - jT) \tilde{u}^{(i)}(t) dt, \quad i = \overline{0, n-s-1};$$

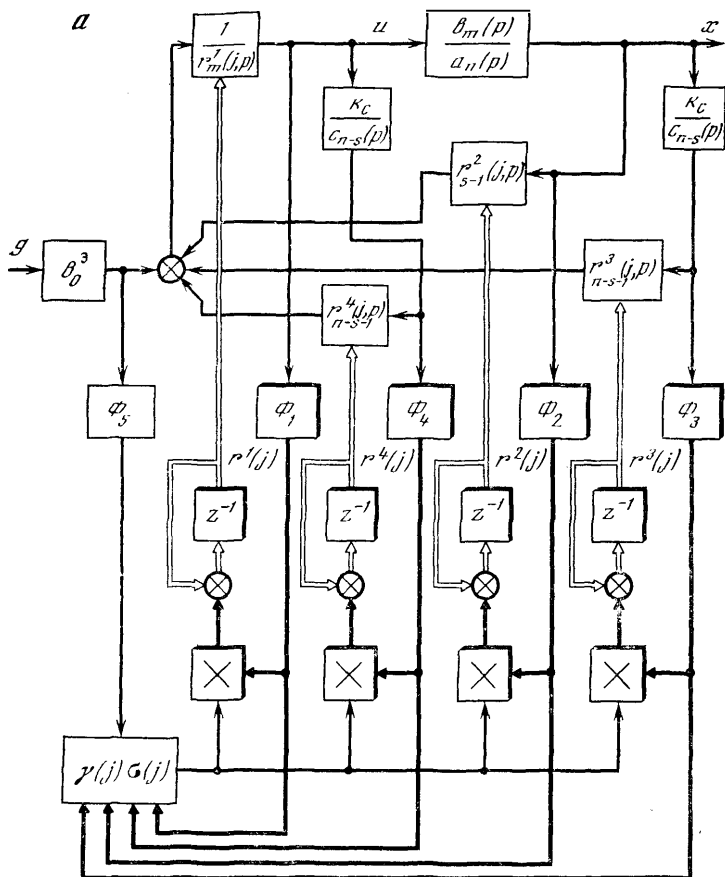


Рис. 21. Структурная схема (а) и графики переходных процессов (б, в) адаптивной системы построения с использованием фильтров осреднения в основном контуре и алгоритмами самонастройки, найденных по методу модулирующих функций

б, в — то же, что и на рис. 11 соответственно

блок Φ_5 формирует сигнал

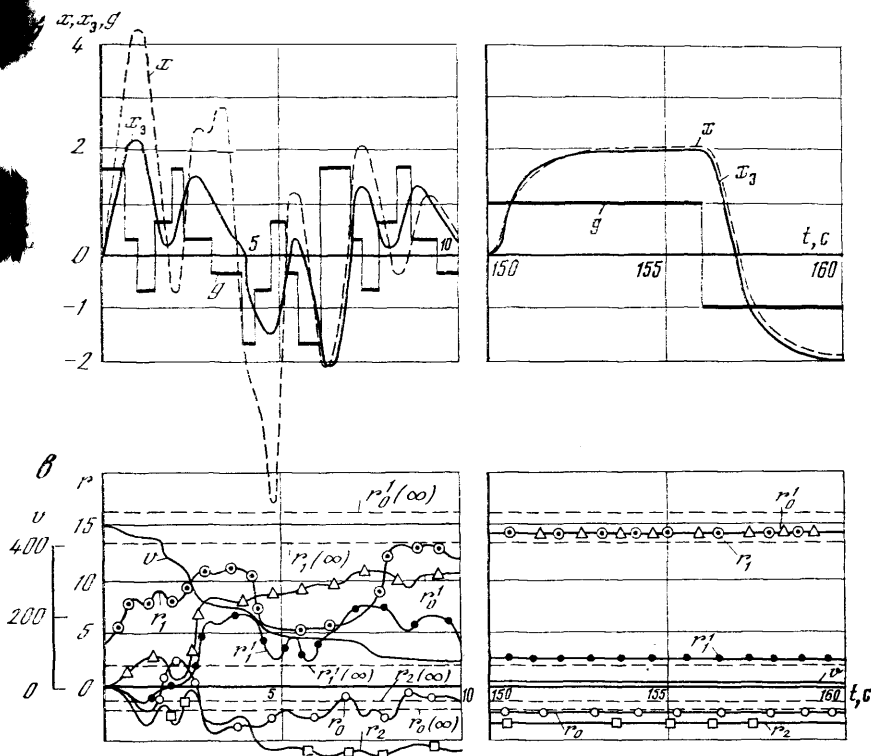
$$\tilde{g}(j) = \int_{jT}^{(j+1)T} \varphi(t - jT) g(t) dt.$$

Символ z^{-1} означает операцию задержки на период T .

Устройства формирования параметра $\gamma(j)$ и сигнала $\sigma(j)$ на структуре не раскрыты.

Пример 8. Рассмотрим реализацию алгоритма в системе с регулятором, заданным уравнением (73) (см. пример 6), где фильтры состояния (60) задаются уравнениями

$$\dot{\bar{x}} + 4\bar{x} = 4x, \quad \dot{\bar{u}} + 4\bar{u} = 4u. \quad (102)$$



Объект (21) и цель управления те же, что и в предыдущем примере 7. Для построения функции Ляпунова определим явное выражение для σ с новым вектором состояния. Запишем операторы объекта по аналогии с (69) в виде

$$p^2 + 2p + 10 = (p + 4)(p + a_0^1) + \bar{a}_0^1, \quad 2p + 10 = (p + 4)b_1 + \bar{b}_0.$$

Отсюда уравнение объекта в форме (71) запишется следующим образом:

$$(p - 2)x + \frac{18}{p + 4}x = 2u + \frac{2}{p + 4}u.$$

С учетом (102) можно записать

$$\dot{x} = 2x - 4,5\bar{x} + 2u + 0,5\bar{u}.$$

После подстановки полученного выражения в формулу для невязки и приведения подобных по аналогии с (72) будем иметь

$$\sigma = 2\dot{u} + 16u + 2x - 13,5\bar{x} + 1,5\bar{u} - 12g.$$

Отсюда уравнение дискретно настраиваемого регулятора примет вид

$$r_1^1(j)\dot{u} + r_0^1u = r_0(j)x + r_1(j)\bar{x} + r_2(j)\bar{u} + 12g.$$

После суммирования данного выражения с предыдущим получаем типовое представление для модели ошибки (100), из которого следует, что квадратичная функция параметрических рассогласований (дискретная функция Ляпунова) запишется следующим образом:

$$v(j) = (2 - r_1^1(j))^2 + (16 - r_0^1(j))^2 + (2 + r_0(j))^2 + (r_1(j) - 13,5)^2 + (r_2(j) + 1,5)^2.$$

Алгоритм самонастройки реализуется по соотношению (101)

$$r_1^1(j+1) = r_1^1(j) + \gamma(j) \bar{\sigma}(j) \tilde{a}(j), \quad r_0^1(j+1) = r_0^1(j) + \gamma(j) \bar{\sigma}(j) \tilde{b}(j),$$

$$r_0(j+1) = r_0(j) - \gamma(j) \bar{\sigma}(j) \tilde{x}(j),$$

$$r_1(j+1) = r_1(j) - \gamma(j) \bar{\sigma}(j) \tilde{\bar{x}}(j),$$

$$r_2(j+1) = r_2(j) - \gamma(j) \bar{\sigma}(j) \tilde{\bar{u}}(j),$$

где $\bar{\sigma}(j) = \tilde{\bar{x}}(j) + 5\tilde{\bar{x}}(j) + 6\tilde{\bar{x}}(j) - 12\tilde{\bar{g}}(j)$,

$$\gamma(j) = 1/(\tilde{\bar{a}}(j)^2 + \tilde{\bar{u}}(j)^2 + \tilde{\bar{x}}(j)^2 + \tilde{\bar{\bar{x}}}(j)^2 + \tilde{\bar{\bar{u}}}(j)^2).$$

При осреднении по выражению (99) использовалась следующая функция:

$$\varphi(\tau) = \left(\sin \frac{\pi}{T} \tau \right)^2, \quad \tau \in [0, T].$$

Моделирование системы с задающим воздействием

$$g(t) = 0,5 (\text{sing}(\sin(t + 0,01)) + \text{sign}(\sin 3t)) + 0,75 \text{sign}(\sin 4t)$$

осуществлялось на интервале $[0, 150]$. За это время функция параметрических рассогласований $v(j)$ уменьшилась со значения $v(0) = 449$ до $v(150) = 9,23$, после чего система вновь была возбуждена более простым задающим воздействием. Начальные состояния системы и настроек регулятора принимались нулевыми (кроме $r_1^1(0) = 4$). Интервал дискретизации $T = 0,4$ с.

Графики переходных процессов представлены на рис. 21, б, в. Для удобства восприятия процессы $v(t)$, $r_1^1(t)$, $r_0^1(t)$, $r_0(t)$, $r_1(t)$, $r_2(t)$ представлены как непрерывные.

Как видно, данная система управления удовлетворяет предельной цели поведения, однако скорость сходимости параметрических рассогласований здесь значительно ниже, чем в предыдущем примере. Последнее связано с сильным осредняющим действием, вносимым динамикой фильтров и преобразованием $\varphi(\tau)$.

В заключение отметим, что изложенная схема реализации алгоритма на основе перехода к осредненным модифицированным моделям ошибок носит общий характер и может быть распространена на широкий класс моделей адаптивных систем.

В отличие от метода модулирующих функций схему осреднения на основе динамических фильтров практически реализовать про-

ще. Однако если функцию $\varphi(\tau)$ преобразования (96) интерпретировать как импульсную переходную функцию линейного звена, то указанные методы осреднения становятся эквивалентными. Построение дискретного преобразования (99) и соответствующего алгоритма самонастройки (101) удобнее осуществлять посредством цифровой техники.

3.4.

Учет дифференцирующих свойств объекта по входу

Рассмотренные методы реализации адаптивных систем приводят к сложным законам управления. Однако структуру системы можно упростить, если учесть дифференцирующие свойства объекта (14) по входу, когда m -порядок оператора правой части уравнения объекта ненулевой [21]. На основе развитого ранее метода осреднений приводится схема реализации адаптивной системы с учетом порядка правой части уравнения объекта. Рассматриваемый далее подход предусматривает введение операций двухкратного осреднения.

Пример 9. Рассмотрим вначале задачу управления объектом (21) в тех же условиях, что и в примере 5. Для решения этой задачи введем первую операцию осреднения с фильтром вида

$$W^1(p) = k_l^1 / (p + l_0^1), \quad k_l^1, l_0^1 > 0.$$

Применим оператор $W^1(p)$ к правой и левой частям исходного уравнения (21). В результате можно записать

$$\dot{x}_1 + a_1 \dot{x}_1 + a_0 x_1 = b_1 \dot{u}_1 + b_0 u_1, \quad (103)$$

$$\dot{x}_1 + l_0^1 x_1 = k_l^1 x, \quad (104)$$

где

$$\dot{u}_1 + l_0^1 u_1 = k_l^1 u.$$

В осредненных переменных вектор состояния $x^1 = \text{col}[x_1 \dot{x}_1]$ уже измеряем. Действительно, согласно схеме рис. 22, а, координаты x_1 и \dot{x}_1 измеряются с выходом реализуемого фильтра (104).

Поставим задачу адаптивного управления осредненным уравнением объекта (103) в смысле цели $\lim_{t \rightarrow \infty} (x_1(t) - x_{1c}(t)) = 0$, где $x_{1c}(t)$ — осредненный выход модели эталона, удовлетворяющий уравнению

$$\begin{aligned} \ddot{x}_{1c} + 5\dot{x}_{1c} + 6x_{1c} &= 12g^1, \\ \dot{g}^1 + l_0^1 g^1 &= k_l^1 g. \end{aligned} \quad (105)$$

Нетрудно видеть, что с достижением осредненной цели достигается и исходное целевое условие (15). Следуя типовому подходу к синтезу адаптивных систем, введем выражение для выхода модели ошибки первого порядка

$$\begin{aligned} \dot{\sigma}^1 + 2\sigma^1 &= \sigma^1 = b_1 \dot{u}_1 + b_0 u_1 - (a_1 - 5) \dot{x}_1 - \\ &- (a_0 - 6) x_1 - 12g^1, \end{aligned} \quad (106)$$

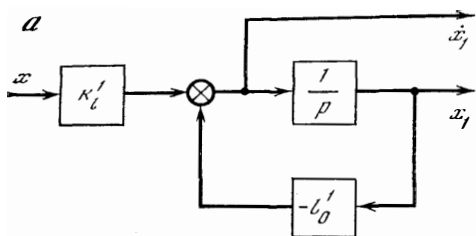
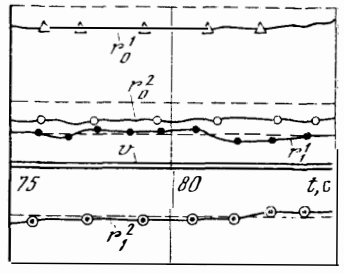
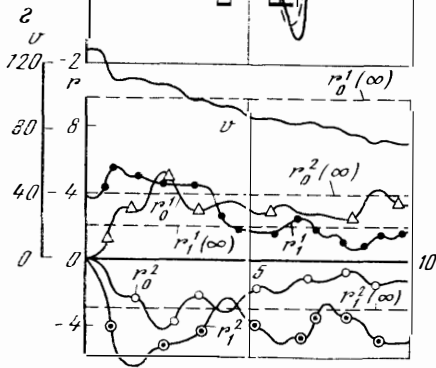
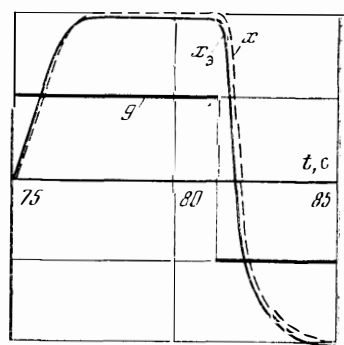
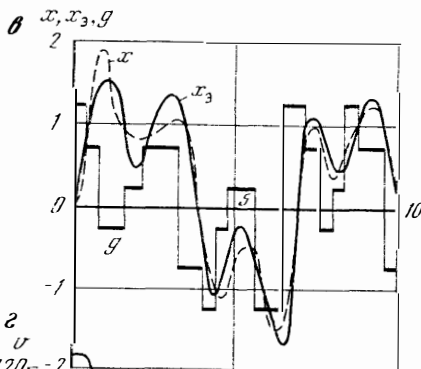
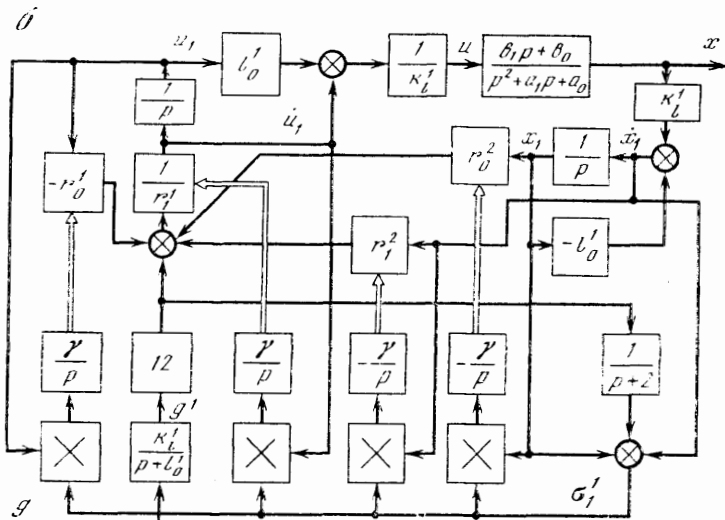


Рис. 22. Структурная схема фильтра осреднения (а), адаптивной системы (б) и графики переходных процессов (в, г) для объекта второго порядка с использованием свойств дифференцирующих свойств

в, г — то же, что и б, в на рис. 11 соответственно



где согласно (79) имеем

$$\begin{aligned}\sigma_1^1 &= \dot{x}_1 + 3x_1 - 12g_1^1, \quad \dot{g}_1^1 + 2g_1^1 = g^1, \\ \sigma_1 &= \ddot{x}_1 + 5\dot{x}_1 + 6x_1 - 12g^1.\end{aligned}\quad (107)$$

Введем уравнение осредненного регулятора

$$r_1^1 \dot{u}_1 + r_0^1 u_1 = r_0^2 x_1 + r_1^2 \dot{x}_1 + 12g^1. \quad (108)$$

В результате суммирования данного уравнения с равенством (106) приходим к типовому представлению модели ошибки первого порядка

$$\begin{aligned}\dot{\sigma}_1^1 + 2\sigma_1^1 &= (b_1 - r_1^1) \dot{u}_1 + (b_0 - r_0^1) u_1 + (r_0^2 + 6 - a_0) x_1 + \\ &+ (r_1^2 + 5 - a_1) \dot{x}_1,\end{aligned}$$

для которого согласно (48) сразу же определяется алгоритм самонастройки

$$\dot{r}_1^1 = \gamma \sigma_1^1 \dot{u}_1, \quad \dot{r}_0^1 = \gamma \sigma_1^1 u_1, \quad \dot{r}_0^2 = -\gamma \sigma_1^1 x_1, \quad \dot{r}_1^2 = -\gamma \sigma_1^1 \dot{x}_1. \quad (109)$$

Полученный закон управления (108) и (109) реализуем. Однако регулятор (108) порождает сигнал осредненного управления u_1 , в то время как на объект (21) необходимо подавать управление «реального времени» u . Для перехода от осредненной координаты u_1 к координате реального времени u воспользуемся равенством (104), из которого следует

$$u = (\dot{u}_1 + l_0^1 u_1) / k_1^1. \quad (110)$$

Структурная схема адаптивной системы управления (21), (105)–(110) изображена на рис. 22, б.

Для моделирования был выбран тот же объект, что и в примере 7. Графики переходных процессов приведены на рис. 22, в, г. Моделирование при $\gamma = 4$ из нулевых начальных условий ($r_1^1(0) = 4$) осуществлялось на отрезке $[0, 75]$ с богатым по гармоникам задающим воздействиям

$$g(t) = 0,5 (\text{sign}(\sin(t + 0,01)) + \text{sign}(\sin 3t) + 0,5 \text{sign}(\sin 4t)).$$

Функция $v(t) = (2 - r_1^1)^2 + (10 - r_0^1)^2 + (r_0^2 - 4)^2 + (r_1^2 + 3)^2$ на данном отрезке уменьшилась с $v(0) = 129$ до $v(75) = 3,38$. Затем при получившихся значениях настроек параметров регулятора система была вновь возбуждена более простым задающим воздействием.

Результаты моделирования свидетельствуют о сходимости процессов адаптации. Заметим, что скорость сходимости параметрических рассогласований в сравнении с примером 4 уменьшилась из-за присутствия в системе дополнительной динамики фильтров осреднения. В схемах с осреднением особенно выявляется факт зависимости сходимости настроек регулятора к идеальным зна-

чениям от режима возбуждения системы по входу. Уровень возбуждения должен быть таким, при котором по выходу объекта является отличие его динамики от эталонной.

Как видно из графика, в конце интервала интегрирования выходные процессы объекта и эталона с введенным режимом возбуждения почти тождественны. При низкой интенсивности сигнала g и его малой вариабельности процесс самонастройки регулятора оказывается «вялым» или почти «замирает».

В отличие от базового варианта (20), (48) общий динамический порядок полученной системы возрос на два, в то время как число множительных устройств не возросло.

Рассмотрим общий случай управления объектом (14) с измеряемой частью вектора состояния $x_1 = \text{col}[x \dots x^{(s-1)}]$. Если индекс порядка правой части уравнения объекта (14) удовлетворяет условию

$$m \geq n - s + 1, \quad (111)$$

то реализовать систему можно на основе операции первичного осреднения с фильтром вида

$$W^{-1}(p) = k_l^1 l_{n-s+1}^1(p), \quad (112)$$

где $l_{n-s+1}^1(p) = p^{n-s+1} + l_{n-s}^1 p^{n-s} + \dots + l_0^1$ — устойчивый оператор. На основании преобразования (112) введем осредненное уравнение объекта

$$a_n(p) x_1 = b_m(p) u_1, \quad (113)$$

где $l_{n-s+1}^1(p) x_1 = k_l^1 x$, $l_{n-s+1}^1(p) u_1 = k_l^1 u$. (114)

Рассмотрим задачу управления осредненным объектом в смысле осредненной первичной цели

$$\begin{aligned} \lim(x_1(t) \quad x_{1s}(t)) &= 0, \quad t \rightarrow \infty, \\ a_n^s(p) x_{1s} &= b_1^s g^1, \quad l_{n-s+1}^s(p) g^1 = k_l^1 g. \end{aligned}$$

С достижением указанной цели $\sigma_n^1 = x_1 - x_{1s} \rightarrow 0$ в нашем случае достигается и исходное целевое условие $\sigma_n = x - x_s \rightarrow 0$. Соотношение, связывающее эти координаты, имеет вид

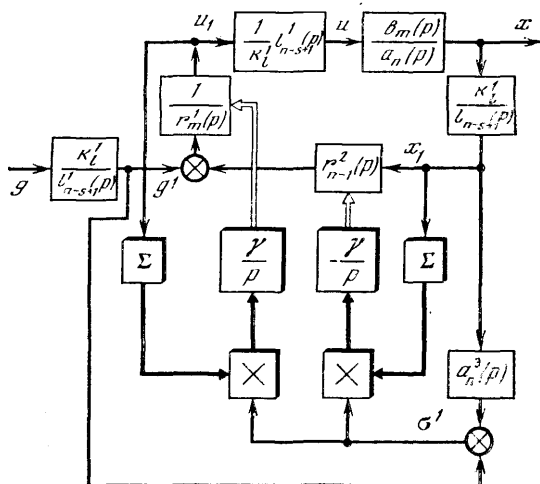
$$l_{n-s+1}^1(p) \sigma_n^1 = k_l^1 \sigma_n.$$

В силу построения нормальный вектор состояния объекта (113) $x^1 = \text{col}[x_1 \dots x_1^{(n-1)}]$ и старшую производную $x_1^{(n)}$ можно сформировать, если реализовать один фильтр (114) и воспользоваться формулой рекуррентного суммирования

$$x_1^{(n-s+1+i)} = -p^i l_{n-s}^1(p) x_1^{(i)} + k_l^1 x^{(i)}, \quad i = \overline{0, s-1},$$

где, как и ранее, принято $p^{n-s+1} + l_{n-s}^1(p) = l_{n-s+1}^1(p)$.

Рис. 23. Структурная схема адаптивной системы, построенная с учетом дифференцирующих свойств объекта по входу



Следуя базовому подходу к синтезу адаптивных систем, введем уравнение осредненного регулятора

$$r_n^1(p) u_1 = r_{n-1}^2(p) x_1 + b_0^3 g^1. \quad (115)$$

Разрешим уравнение объекта (113) относительно координаты векзки $\sigma^1 = a_n^3(p) x_1 - b_0^3 g^1$ и просуммируем его с уравнением (115). В результате по аналогии с (17) и (34) приходим к статической модели ошибки типового вида $\sigma^1 = (\Delta + \mathbf{r})^T \mathbf{z}^1$, где векторы Δ , \mathbf{r} те же, что и в (34), а $\mathbf{z}^1 = \text{col} [\mathbf{u}^1 | \mathbf{x}^1]$ является осредненным аналогом вектора \mathbf{z} . ГрадIENTный алгоритм самонастройки, реализующий спуск по поверхности вторичного критерия $J_2^1 = = 1/2 (\sigma^1)^2$, запишется следующим образом:

$$\dot{\mathbf{r}}^1 = \gamma \sigma^1 \mathbf{u}, \quad \dot{\mathbf{r}}^2 = -\gamma \sigma^1 \mathbf{x}^1. \quad (116)$$

Для перехода от осредненного аналога u_1 к реальному сигналу управления u , подаваемому на объект (14), воспользуемся соотношением (114), из которого следует

$$u = (l_{n-s+1}^1(p)/k_l^1) u_1. \quad (117)$$

Очевидно, что вектор состояния реализуемого регулятора (115), а также его старшую производную $\mathbf{u}^1 = \text{col} [u_1 \dots u_1^{(m)}]$ нетрудно измерить, тогда в силу соотношения (111) управление (117) доступно формированию. Структурная схема реализуемой системы изображена на рис. 23.

Если соответствующую систему адаптивного управления строить с интегроградIENTными стратегиями, в которых не используется координата старшей производной $x_1^{(n)}$, то порядок реализуемых фильтров осреднения может быть сокращен на единицу:

$$W^1(p) = k_l^1 / l_{n-s}^1(p).$$

И в этом случае условие (111) также видоизменяется:

$$n \geq n - s. \quad (118)$$

Заметим, что сложность реализации полученной системы (14), (115), (116) в сравнении с базовым вариантом (14), (20), (35) практически не возросла. Отличие от базового варианта заключается в добавлении всего лишь двух фильтров осреднения (112).

Если отношение (111) или хотя бы (118) не удается обеспечить, а именно $m < n - s$, то для построения системы необходимо использовать ранее указанные методы реализации, но применять их следует уже к первично-осредненной по типу (113) модели объекта. Рассмотрим подробнее метод синтеза такой системы, когда регулятор основного контура будет реализовываться по схеме фильтров состояния, а алгоритм самонастройки с использованием вторичной операции осреднения.

Пусть осредненная модель объекта (14) имеет вид (113), где x_1 и u_1 удовлетворяют соотношениям

$$l_m^1(p) x_1 = k_l^1 x, \quad l_m^1(p) u_1 = k_l^1 u. \quad (119)$$

Если $x_1 = \text{col} [x \dots x^{(s-1)}]$ — измеряемая часть вектора состояния объекта (14), то, очевидно, с реализацией фильтра (119) размерность измеряемой части вектора состояния для осредненного объекта (113) возрастает на m , т. е. $x_1^1 = \text{col} [x_1 \dots x_1^{(s+m-1)}]$. Для построения основного контура системы введем два фильтра состояния:

$$c_{n-s-m}(p) \bar{x}_1 = k_c x_1, \quad c_{n-s-m}(p) \bar{u}_1 = k_c u_1.$$

Отсюда осредненное уравнение реализуемого регулятора согласно (76) принимает вид

$$r_m^1(p) u_1 = r_{s+m-1}^2(p) x_1 + r_{n-s-m-1}^3(p) \bar{x}_1 + r_{n-s-m-1}^4(p) \bar{u}_1 + b_0^3 g^1, \quad (120)$$

где $l_m^1(p) g^1 = k_l^1 g$.

Суммируя данное уравнение с уравнением объекта (113), по аналогии с (77) приходим к статистической модели ошибки

$$\sigma^1 = (\bar{\Delta} + \bar{r})^T \bar{z}^1, \quad (121)$$

где $\bar{\Delta}$ — $(2n - s + 1)$ -мерный вектор неизвестных параметров объекта;

$$\begin{aligned} \bar{r} &= \text{col} [-r^1 | r^2 | r^3 | r^4] = \\ &= \text{col} [-r_0^1 \dots -r_m^1 | r_0^2 \dots r_{s+m-1}^2 | r_0^3 \dots r_{n-s-m-1}^3 | r_0^4 \dots r_{n-s-m-1}^4] \end{aligned}$$

— вектор настраиваемых параметров регулятора;

$$\begin{aligned} \bar{z}^1 &= \text{col} [u^1 | x_1^1 | \bar{x}_2^1 | \bar{u}_2^1] = \\ &= \text{col} [u_1 \dots u_1^m | x_1 \dots x_1^{(s+m-1)} | x_1 \dots x_1^{(n-s-m-1)} | \bar{u}_1 \dots \bar{u}_1^{(n-s-m-1)}] \end{aligned}$$

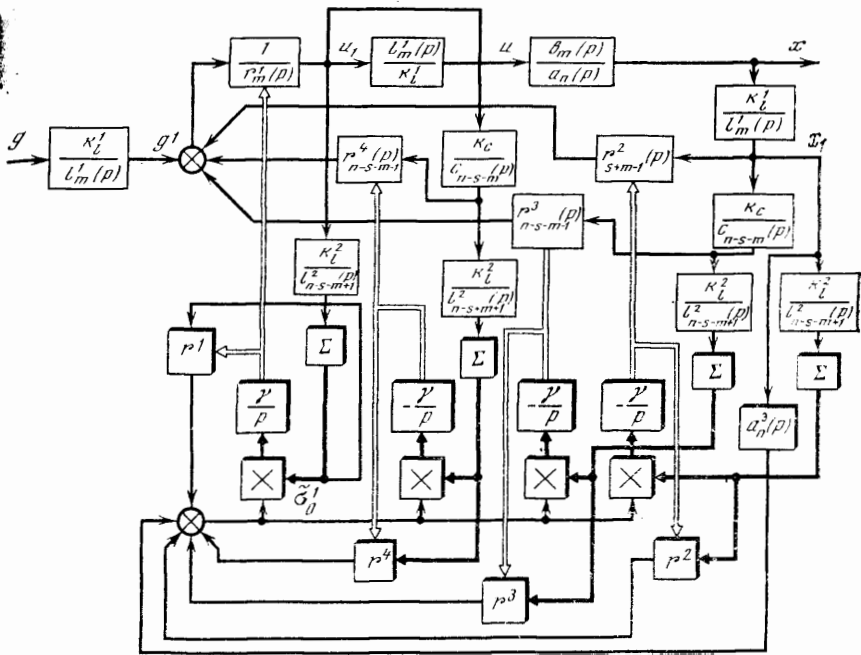


Рис. 24. Структурная схема адаптивной системы, построенная с использованием фильтров состояния в основном контуре и фильтров осреднения в алгоритмах самонастройки и с учетом дифференцирующих свойств объекта по входу

— осредненный расширенный вектор состояния системы;

$$\sigma^1 = x_1^{(n)} + a_{n-1}^3 x_1^{(n-1)} + \dots + a_0^3 x_1 - b_0^3 g^1.$$

Для реализации градиентного алгоритма самонастройки воспользуемся операцией вторичного осреднения с помощью фильтров

$$l_{n-s-m+1}^2(p) \tilde{x}_1 = k_l^2 x_1, \quad l_{n-s-m+1}^2(p) \tilde{u}_1 = k_l^2 u_1,$$

$$l_{n-s-m+1}^2(p) \tilde{\bar{x}}_1 = k_l^2 \bar{x}_1, \quad l_{n-s-m+1}^2(p) \tilde{\bar{u}}_1 = k_l^2 \bar{u}_1,$$

где $l_{n-s-m+1}^2(p) = p^{n-s-m+1} + l_{n-s-m}^2 p^{n-s-m} + \dots + l_0^2$ — устойчивый оператор. Применяя указанное преобразование к выражению (124) и переходя по аналогии с (80) к модифицированному выходу, получим $\tilde{\sigma}_0^1 = (\bar{\Delta} + \bar{r})^\top \tilde{\bar{z}}^1$, где, как и в (88), можно записать

$$\tilde{\sigma}_0^1 = \tilde{x}_1^{(n)} + a_{n-1}^3 \tilde{x}_1^{(n-1)} + \dots + a_0^3 \tilde{x}_1 - \bar{r}^\top \tilde{\bar{z}}^1,$$

а реализуемая градиентная стратегия примет вид

$$\dot{r}^1 = \gamma \tilde{\sigma}_0^1 \tilde{u}_1^1, \quad \dot{r}^2 = -\gamma \sigma_0^1 \bar{x}_1^1, \quad \dot{r}^3 = -\gamma \tilde{\sigma}_0^1 \bar{x}_2^1, \quad \dot{r}^4 = -\gamma \tilde{\sigma}_0^1 \bar{u}_2^1.$$

Переход от сигнала u_1 (120) к функции реального управления u осуществляется согласно (119) по выражению

$$u = (l_m^1(p)/k_l^1)u_1.$$

Структурная схема соответствующей реализуемой системы изображена на рис. 24.

Используя операцию первичного осреднения, нетрудно восстановить структуру реализуемых систем с наблюдателем и вторичным осреднением по методу модулирующих функций.

Предлагаем читателю самостоятельно произвести соответствующие выводы и установить условия на порядок оператора $h_v(p)$ в уравнении наблюдателя (64) и индекс k в условиях (97).

В заключение отметим, что структуры реализуемых систем в общем случае сложнее, чем структуры базовых систем. Основная причина усложнения — в увеличении числа нелинейных преобразований типа умножения и общего динамического порядка системы за счет построения большого количества фильтров. Так, в структуре системы, реализуемой с помощью фильтров состояния, общее количество множительных устройств в регуляторе равно $2n + m - s + 1$. Соответствующее число для основного контура базового варианта $n + m + 1$. При построении алгоритма самонастройки количество операций умножения в базовом варианте удваивается, а в реализуемом утраивается. Структура реализуемой системы существенно упрощается, если учитывать дифференцирующие свойства объекта на входе и вводить операцию первичного осреднения. В частности, число настроек основного контура становится равным $2n - s + 1$, а если выполнено отношение $m \geq n - s$, то общее количество множительных устройств в реализуемой системе остается тем же, что и в базовом варианте. Именно схемы систем, использующих двойную операцию осреднения, следует рассматривать как исходные при реальном проектировании систем данного класса.

ПРЯМОЕ АДАПТИВНОЕ УПРАВЛЕНИЕ ПРИ НАЛИЧИИ ВОЗМУЩЕНИЙ

4.1.

Содержание задачи

Методы построения адаптивных систем, рассмотренные ранее, предполагают, что модель объекта управления описывается линейным дифференциальным уравнением вида (14) с известными порядками операторов и постоянными, но неизвестными параметрами a_i, b_j . В действительности модель (14) отражает зависимости доминирующих влияний, так как любой объект управления нелинеен, нестационарен либо квазистационарен, а динамические порядки известны неточно (возможны бесконечные порядки). Кроме того, в процессе эксплуатации объект, да и система в целом подвержены действию множества факторов, которые не учитываются в исходной модели. В этой связи возникает задача обоснования, а возможно, и обеспечения работоспособности систем прямого адаптивного управления в условиях, когда исходные посылыки о модели объекта нарушаются. В простейшем случае суммарное действие этих «неточностей» описания можно учесть введением в модель объекта координаты возмущения, например

$$a_n(p)x = b_m(p)u + \xi, \quad (122)$$

где ξ — приведенное случайное воздействие.

В дальнейшем будут рассматриваться задачи управления объектом, заданным чаще уравнением (122). Качество управления зависит от характеристики воздействия ξ . Сигнал ξ может задаваться как случайный процесс. Однако не будем рассматривать процессы адаптивного управления в «среднем». Полагается, что модель помехи чисто случайного характера имеет ограниченную область реализации

$$P(|\xi(t)| < \varepsilon, \forall t \geq 0) = 1, \quad (123)$$

где ε либо заранее определено, либо априорно неизвестно.

Если в $\xi(t)$ скрыты закономерные вариации, то модель помехи удобно назначать рядом

$$\xi(t) = \sum_0^n \xi_i \varphi_i(t) + \xi_{n+1}(t), \quad (124)$$

где $\xi_i, \varphi_i(t)$ — коэффициенты и базис разложения в ряд, а $\xi_{n+1}(t)$ — возмущающее воздействие с оговоренными свойствами. В данной записи система функций $\varphi_i(t)$ считается заданной. Соответствующие модели со скрытыми, но закономерными вариациями

пиями можно переносить и на дрейф параметров операторов $a_n(p)$ и $b_m(p)$.

В дальнейшем будем следовать типовой методике синтеза системы, в которой при $\xi(t) \equiv 0$ первичная (идеальная) цель управления задавалась отношением

$$\overline{\lim}_{t \rightarrow \infty} (x(t) - x_3(t)) = 0, \quad (125)$$

где $x_3(t)$ — эталонный процесс, удовлетворяющий уравнению

$$a_n^3(p) x_3 = b_0^3 g.$$

В условиях действия помехи идеальная цель недостижима. Поэтому первичное целевое условие задается неравенством

$$|x(t) - x_3(t)| \leq \varepsilon_1, \quad \forall t \geq t^0,$$

где ε_1 зависит от модели помехи, и в частности от величины ε (122).

По аналогии с (20) и (34) введем уравнение регулятора

$$r_m^1(p) u = r_{n-1}^2(p) x + b_0^3 g \quad (126)$$

и уравнение вторичной модели. С учетом (122) можно записать

$$\sigma = (\Delta + \mathbf{r})^\top \mathbf{z} + \xi, \quad (127)$$

где

$$\Delta = \text{col} [b_0 \dots b_m a_0 - a_0^3 \dots a_{n-1} - a_{n-1}^3],$$

$$\mathbf{r} = \text{col} [-\mathbf{r}^1 | \mathbf{r}^2] = \text{col} [-r_0^1 \dots -r_m^1 | r_0^2 \dots r_{n-1}^2],$$

$$\mathbf{z} = \text{col} [u | x] = \text{col} [u \dots u^{(m)} | x \dots x^{(n-1)}],$$

$$\sigma = a_n^3(p) x - b_0^3 g.$$

Если вторичная цель управления выражена отношением

$$J_2 = 1/2 \sigma^2 \rightarrow \min,$$

то градиентный алгоритм самонастройки запишется в виде (35). Исследование сходимости алгоритма в условиях (126) проведем по функции Ляпунова

$$v = \|\Delta + \mathbf{r}\|^2. \quad (128)$$

Производная от v в силу (127), (35) примет вид

$$\dot{v} = -2\gamma \sigma^*(\sigma - \xi). \quad (129)$$

Отсюда следует, что на множестве моментов времени τ_1 , где выполнено отношение $|\sigma| > \xi$ ($\tau_1 = \{t : |\sigma| > \xi\}$), функция \dot{v} отрицательна и процесс самонастройки сходится. Зато при $t \in \tau_2 = \{t : |\sigma| \leq \xi\}$ функция \dot{v} знакоопределенна, а значит, возможен рост функций v . В этом случае процесс самонастройки нельзя назвать сходящимся. Но можно предположить, что алгоритм (35) обеспечивает сходимость в область, например область, заданную условием

$|\sigma| \leq \varepsilon$ (123). Приведенные исследования не позволяют в общем случае устанавливать и это.

Вопрос о свойствах сходимости алгоритма (35) в условиях (127) имеет важное прикладное значение и в полной мере не решен. Выделим два направления исследований на данную тему: детальное исследование диссипативных свойств алгоритма (35) и условий, их обеспечивающих; построение или модификация градиентных схем самонастройки с гарантированными диссипативными свойствами. Большое внимание в данной главе уделено второму направлению. Рассматриваемые методы основываются на известных концепциях проекций градиента [62], регуляризации [63], введения «зон нечувствительности» [27]. Однако конкретные их использование в задачах прямого адаптивного управления требует специальных исследований. Проанализируем в основном содержательную сторону этих методов, приводя типовую схему анализа сходимости и почти не затрагивая «вторичные» математические задачи, связанные с их применением. Так, например, не приводятся детальные оценки предельных областей сходимости в схеме с регуляризацией и не анализируются свойства возможных траекторий скользящих режимов.

Весь анализ для простоты изложения строится на структурах базовых систем. Но почти все приводимые методы управления без изменения могут быть перенесены и на структуры реализуемых систем (см. главу 3). Более того, влияние помехи на работу алгоритма адаптации в таких системах сказывается в меньшей степени за счет использования осредняющих преобразований. Случай, когда такой перенос невозможен, специально оговаривается.

4.2.

Сходимость градиентной самонастройки при возмущениях

Условия сходимости. Почти весь материал данного раздела базируется на нестрогом качественном анализе. Логика изложения соответствует характеру «правдоподобных рассуждений» [64]. Это связано с тем, что многие высказанные далее предположения аналитически сейчас трудно подтвердить, хотя указанные свойства всякий раз подтверждаются при численном моделировании.

Продолжим анализ сходимости алгоритма (35) по функции Ляпунова (128). Согласно (123) и (129) при условии $|\sigma| > \varepsilon > |\xi|$ функция v убывает, зато в условии $|\sigma| \leq \varepsilon$ функция может возрастать. Но с ростом v возможен рост величины σ^2 и, следовательно, повторный выход в область настроек, где $\dot{v} < 0$. Из сказанного можно заключить, что если между v и σ^2 соблюдается в среднем прямо пропорциональная зависимость, то алгоритм (35) по величине σ способен контролировать длину вектора параметрических рассогласований $\Delta + \mathbf{r}$ и обеспечивать тем самым диссипативные свойства процесса самонастройки. Казалось бы, желаемое свойство пропорциональности v и σ^2 сразу следует из выражения (127). Однако без специально оговоренных условий на вектор-функцию

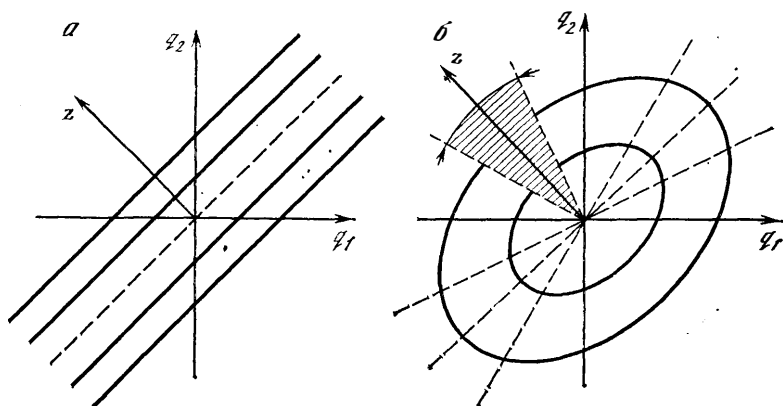


Рис. 25. Вид усредненного вторичного критерия
 а — с «овражной» структурой; б — с единственной точкой минимума

z — это свойство может не достигаться. Действительно, нетрудно построить такой пример вектор-функции z и возрастающего вектора $\Delta + r$, что их скалярное произведение $(\Delta + r)^T z$ будет по модулю произвольно малым. Именно эта ситуация характерна для неустойчивых режимов работы алгоритма (35) при возмущении (127). Неустойчивый режим самонастройки в системе (127), (35) часто наблюдается, когда направление вектора z остается квазипостоянным в $(n + m + 1)$ -мерном пространстве настроек вектора r . Чтобы пояснить причину такого поведения алгоритма, введем усредненный на периоде T вторичный критерий, который для постоянного вектора параметрических рассогласований $q = \Delta + r$ может быть записан в виде квадратичной формы

$$J_2 = \frac{1}{2} \frac{1}{T} \int_t^{t+T} (q^T z(\tau))^2 d\tau = \frac{1}{2} q^T \left(\frac{1}{T} \int_t^{t+T} z(\tau) z^T(\tau) d\tau \right) q.$$

Если вектор z имеет квазипостоянное направление, то линии уровня критерия J_2 имеют ярко выраженную «овражную» структуру (см. рис. 25, а), причем дно «оврага» ориентировано ортогонально вектору z . Если в силу действия помехи ξ вектор q увеличивается вдоль дна оврага, то система не «чувствует» аномальный режим своего поведения.

Если же вектор-функция z достаточно переменна по направлению, то усредненный вторичный критерий с постоянными настройками q приобретает строго выпуклую структуру с единственной точкой минимума $q \equiv 0$ (см. рис. 25, б). В этом случае значение критерия J_2 несет информацию о величине вектора q . Приведенные рассуждения в нестрогом смысле указывают на предпочтительные свойства поведения вектор-функции z , а именно: при достаточной переменности вектора z в $(n + m + 1)$ -мерном пространстве по усредненной величине σ^2 можно контролировать вели-

чину $\|\Delta + \mathbf{r}\|^2$. Понятие варибельности эквивалентно в данном случае условию линейной независимости компонент z_i вектор-функции \mathbf{z} на принятом интервале осреднения T . Мету линейной независимости (что эквивалентно мере выпуклости J_2) удобно оценивать по наименьшему собственному числу матрицы Грама

$$\lambda^{-1}(t) = \min_i \lambda_t^i \left(\frac{1}{T} \int_t^{t+T} \mathbf{z}(\tau) \mathbf{z}^T(\tau) d\tau \right). \quad (130)$$

В условиях (123), (127), (130) для алгоритма (35) справедливо отношение [50]

$$\|\mathbf{q}(t + T)\| \leq \mu(t) \|\mathbf{q}(t)\| + \nu(t),$$

где $\mathbf{q}(t) = \Delta + \mathbf{r}(t)$, $\mu(t) = \mu(\lambda^{-1}(t)) < 1$, если $\lambda^{-}(t) > 0$ и $\nu(t) = \nu(\mu(t), \varepsilon) \leq \nu^0 \varepsilon$. Указанное отношение уже в строгом смысле свидетельствует о диссипативных свойствах стратегии (35). Более того, при $\xi \equiv 0$ ($\varepsilon = 0$) наряду с координатной сходимостью в ноль для σ обеспечивается асимптотическая сходимость параметров: $\mathbf{r} + \Delta \rightarrow 0$. В этом случае говорят, что алгоритм адаптации обладает идентифицирующими свойствами [8]. Именно идентифицирующие качества процедуры самонастройки (35) обеспечивают системе свойства грубости к различного рода возмущениям. Однако задача обеспечения желаемого качества вектор-функции \mathbf{z} , например по допустимой нижней границе собственных значений $\lambda^{-}(t)$ (130), в период самонастройки оказывается слишком сложной. Действительно, вектор \mathbf{z} порождается нелинейной системой дифференциальных уравнений (35), (122), (126), (127), часть параметров которой остается неизвестной, причем объект управления подвержен действию случайного возмущения ξ . Вместе с этим предельное качество хорошей информативности вектора \mathbf{z} можно гарантировать подачей на вход регулятора «богатого» по спектру гармоник сигнала задающего воздействия g . Остановимся подробнее на вопросе обеспечения идентифицирующих свойств алгоритма адаптации.

Обеспечение условий сходимости вектора $\mathbf{q}(t)$. Установлено, что для обеспечения идентифицирующих свойств алгоритма (35) или его интегроградиентного аналога (132) необходимо, чтобы на периоде управления сигнал g содержал не менее $(n + m + 1)/2$ значимых гармоник [14, 65]. Такой сигнал будем называть согласованным по спектру с размерностью вектора \mathbf{r} ($\dim \mathbf{r}$). Реальные технологические режимы эксплуатации объекта по входу могут в общем случае не удовлетворять указанному условию согласования. Тогда для обеспечения условий идентифицируемости вместе с сигналом g на вход системы подается пробное воздействие ν , которое выбирается согласованным по спектру с размерностью вектора \mathbf{r} . Метод введения пробных воздействий для контроля динамических свойств управляемых объектов давно известен [14, 66] и распространен в практике эксплуатации адаптивных систем. В зависимости от мощности спектра гармоник ν пропорционально

возрастает скорость параметрической настройки и сужается размер предельной области сходимости (когда $\xi \neq 0$). Но вместе с этим при значительных амплитудах v заметно искажается эталонная траектория управляемого процесса, что вносит нежелательные, а может и вредные, изменения в технологический режим эксплуатации объекта.

Именно в этом и заключается основной недостаток методов управления с пробными воздействиями. Заметное улучшение качества управления достигается, если интенсивность и спектр сигнала v сделать зависимыми от интенсивности усредненной координатной ошибки $\overline{\sigma^2}$ и спектра входного воздействия g . Остановимся на конструктивных схемах данного подхода подробнее. Пусть на вход регулятора (126) подается сигнал $g + v$, где пробное воздействие формируется по закону

$$v = r_0 v_0. \quad (131)$$

В приведенном соотношении r_0 — регулируемый коэффициент передачи, а v_0 — нормированный пробный сигнал, удовлетворяющий условию согласования с $\dim r$. Закон настройки сделаем пропорциональным усредненному на скользящем отрезке $[t, t + T]$ значению сигнала $|\sigma|$ и таким, чтобы выполнялось отношение $(|\overline{\sigma}| \rightarrow 0) \Rightarrow (r_0 \rightarrow 0)$.

Область вариаций r_0 заранее ограничим по технологическим условиям $r_0 \in [0, r_0^+]$. Из построения следует, что действие v будет проявляться тем сильнее, чем более выражено несоответствие поведения объекта эталону. В результате процесс настройки параметров будет происходить с большей скоростью. Если же величина $|\overline{\sigma}|$ мала или $\sigma \rightarrow 0$, то сигнал v на работу объекта практически не влияет. Введем обозначение для алгоритма регуляции параметра

$$r_0 = \Phi_0(\sigma), \quad (132)$$

где Φ_0 — оператор. Функциональная структура адаптивной системы с регулируемым самовозбуждением по входу изображена на рис. 26, а, где блоком Γ обозначен генератор пробных сигналов v_0 .

Если способ самовозбуждения по входу известен, то метод возбуждения адаптивной системы через параметр γ алгоритма (35) $\gamma = \gamma_0 + v_1 > 0$, где γ_0 — постоянное смещение, а v_1 — пробное воздействие, оказывается не столь очевидным. А между тем в указанных условиях алгоритм самонастройки (35) согласно (129) имеет те же свойства сходимости (при $\xi \equiv 0$), что и алгоритм с постоянным γ . Кроме того, интенсивность действия v_1 на работу системы здесь находится в прямой зависимости от величины сигнала σ . С компенсацией последнего влияние v_1 исчезает. Таким образом, свойство регуляции интенсивности возмущения от величины $|\sigma|$ в такой системе достигается автоматически без спе-

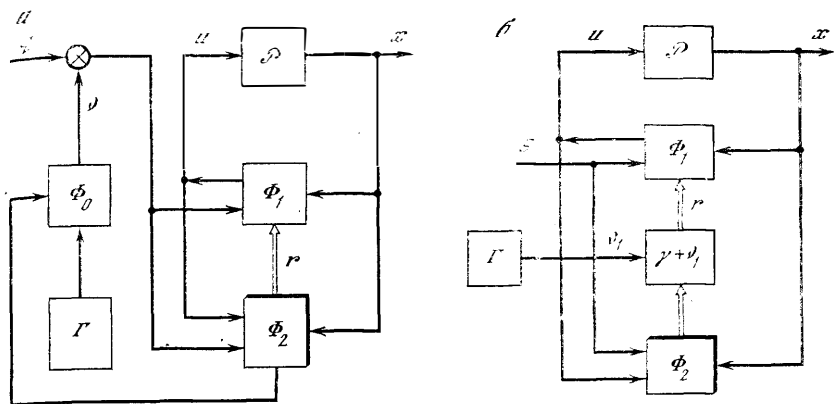


Рис. 26. Структура адаптивной системы с регулируемым самовозбуждением по входу (а) и с возбуждением через параметр алгоритма (б)

цпальных схмотехнических решений. Функциональная структура системы изображена на рис. 26, б.

Нетрудно построить структуру системы, сочетающую сразу две приведенные схемы. Желая исключить негативное влияние воздействия v в переходных режимах работы системы, когда сигнал g имеет достаточно богатый собственный спектр гармоник, введенные структуры можно дополнить блоками спектрального анализатора g и управляемого генератора. В зависимости от количества значимых гармоник в g , полученных с выхода спектроанализатора, управляемым генератором будет вырабатываться соответствующая программа пробных воздействий. Задача выбора алгоритма (132), сигналов v_0, v_1 , улучшающих процесс отстройки параметров регулятора в адаптивной системе, является новой. Один из возможных подходов к формированию параметра γ или матрицы Γ параметров алгоритма адаптации, основанный на теории оптимального синтеза [33], приводится в работе [67]. Затронутая здесь тема идентифицируемости в прямом адаптивном управлении имеет важное значение для дальнейшего совершенствования алгоритмов и структур рассматриваемых систем. С общих позиций эта задача — составная в теории оптимального оценивания и дуального управления [68], однако специфика прямого адаптивного управления не позволяет непосредственно распространять конструктивные методы оптимального оценивания на рассматриваемый класс систем, так как по сути своей системы прямого адаптивного управления являются существенно нелинейными, а конструктивная теория нелинейного оценивания не развита. Учитывая ранее изложенные соображения относительно скорости сходимости параметрических рассогласований и ее зависимости от информативных свойств матрицы Грама (130), можно предположить следующее правило подбора сигналов v_0 и v_1 :

$$\{v_0 \cup v_1\} = \arg \max \lambda^-(t),$$

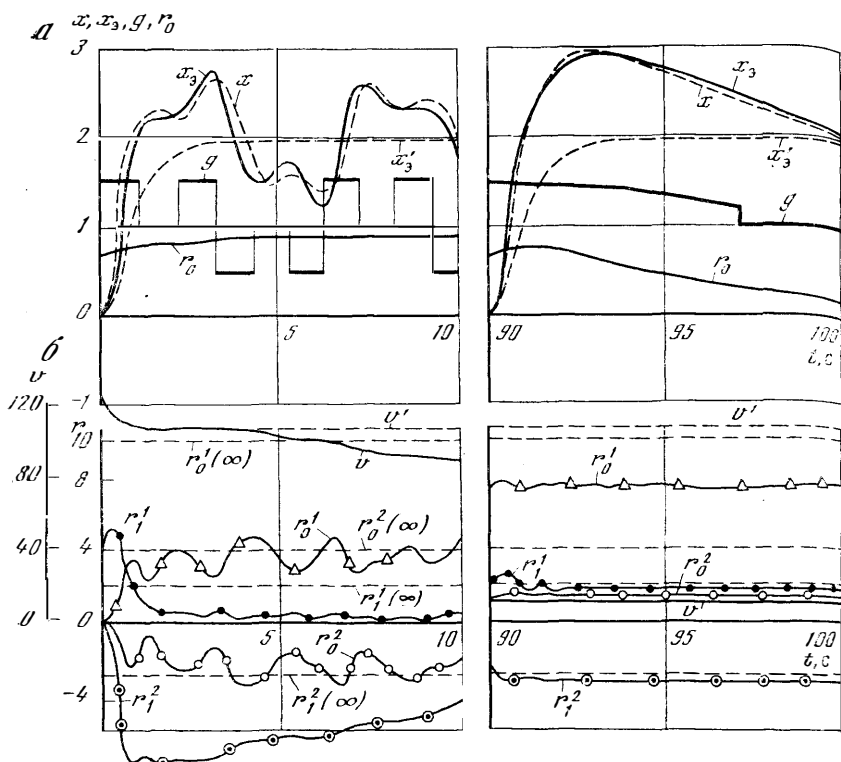


Рис. 27. Графики переходных процессов координат системы (а), функции v (б), настраиваемых коэффициентов (в) в адаптивной системе с управлением самовозбуждением по входу

где $\lambda^-(t)$ из (130). И в этом смысле задачу выбора пробных воздействий v_0 и v_1 удобно рассматривать как составную задачу теории планирования эксперимента [69]. Применительно к идентификации данный вопрос получил развитие в работах [70, 71].

Количественных условий и рекомендаций по конкретному выбору алгоритма (132) и сигналов v_0 и v_1 не приводим. Здесь установлены лишь структуры систем с самовозбуждением, в рамках которых предлагается решать задачу улучшения идентифицирующих свойств. Для иллюстрации работоспособности таких систем рассмотрим примеры.

Пример 10. Рассмотрим моделирование адаптивной системы с управляемым самовозбуждением по входу. Объект управления и эталонная модель те же, что и в примере 9:

$$\ddot{x} + 2\dot{x} + 10x = 2\dot{u} + 10u,$$

$$\ddot{x}_3 + 5\dot{x}_3 + 6x_3 = 12g.$$

Регулятор имеет типовой вид (23), где сигнал $g(t)$ формируется следующим образом:

$$g(t) = 1(t) + r_0 v_0, \quad v_0 = 0,32 (\text{sign}(\sin(t + 0,01)) + \text{sign}(\sin(3t)))$$

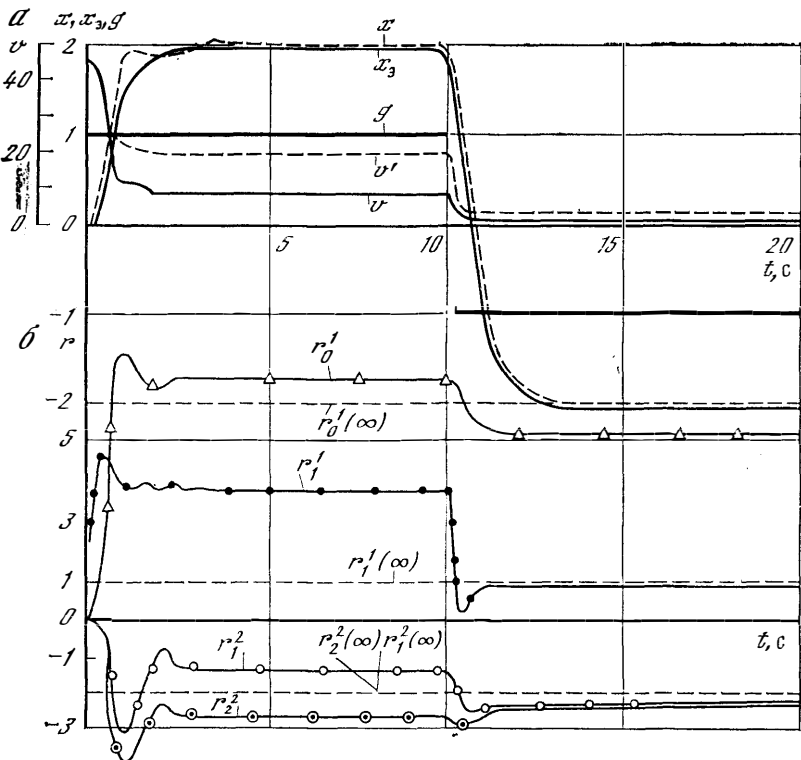


Рис. 28. Графики переходных процессов координат системы и функций (а), настраиваемых коэффициентов (б) в адаптивной системе с возбуждением через параметр алгоритма

а r_0 порождается уравнением

$$\dot{r}_0 = a_1(s_0 - r_0), \quad s_0 = \begin{cases} |\sigma_1|, & \text{если } |\sigma_1| \leq a_2, \\ 1, & \text{если } |\sigma_1| > a_2. \end{cases}$$

Выбран интегроградиентный алгоритм самонастройки

$$\dot{r}_1^1 = \gamma \sigma_1 \dot{u}, \quad \dot{r}_0^1 = \gamma \sigma_1 u, \quad \dot{r}_0^2 = -\gamma \sigma_1 x, \quad \dot{r}_1^2 = -\gamma \mathcal{J}_1 x, \quad \text{с } \gamma = 3 \text{ и } \sigma_1 = \dot{x} + 3x - 12g_1, \quad \dot{g}_1 + 2g_1 = g.$$

Графики переходных процессов при $r_1^1(0) = 4$, $r_0(0) = 0,7$ (остальные начальные условия нулевые) приведены на рис. 27. Штрихами отмечены процессы без самовозбуждения. Моделирование осуществлялось на отрезке $[0, 90]$ с $a_1 = 0,1$, $a_2 = 0,03$. Функция $v(t) = (2 - r_1^1)^2 + (10 - r_0^1)^2 + (r_0^2 - 4)^2 + (r_1^2 + 3)^2$ со значения $v_0 = 129$ достигла уровня $v(90) = 12,4$. Затем при данных настройках регулятора вновь была запущена система с мало-варьируемым входным воздействием при $a_1 = 0,2$ и $a_2 = 0,05$. Как видно из графиков, при данном режиме возбуждения выход

объекта достаточно близко копирует эталон и, как следствие, процесс отработки параметрических рассогласований замедляется ($v(90) = 12,4$; $v(100) = 11,1$). Вследствие малости σ_1 процесс самовозбуждения также исчезает (кривая 9, рис. 27, а).

Уменьшение скорости сходимости параметров в сравнении с примером 4, где $v(60) = 3,77$, связано с невысокой интенсивностью самовозбуждения пробным воздействием. Однако выходные процессы в объекте и эталоне достаточно близки даже на начальном участке работы системы. Для сравнения на рисунке приведена кривая функции $v'(t)$ при $g(t) = 1(t)$.

Пример 11. Анализ процесса параметрической самонастройки в системе с возбужденным параметром алгоритма осуществлялся на основе моделирования адаптивной системы с объектом вида

$$\dot{x}_1 = -x_1 + x_2 + u,$$

$$\dot{x}_2 = -2x_2 + 2u.$$

Эталон выбирался таким же, что и в предыдущем примере. Регулятор имел вид $r_1^1 \dot{u} + r_0^1 u = r_1^2 x_1 + r_2^2 x_2 + 12g$, а алгоритм самонастройки задавался следующим образом:

$$\dot{r}_1^1 = \gamma \sigma \dot{u}, \quad \dot{r}_0^1 = \gamma \sigma u, \quad \dot{r}_1^2 = -\gamma \sigma x_1, \quad \dot{r}_2^2 = -\gamma \sigma x_2,$$

где $\gamma(t) = 0,2 + 0,5(g_1(t) + 1)\sqrt{t}$,

$$g_1(t) = 0,5(\text{sign}(\sin(t + 0,01)) + \text{sign}(\sin 3t)).$$

Задающее воздействие принималось единичным $g(t) = 1(t)$. Начальные значения по состоянию объекта регулятора и его настройкам нулевые, кроме $r_1^1(0) = 2$. Моделирование осуществлялось на отрезке $[0, 20]$, графики приведены на рис. 28, где функция Ляпунова $v(t) = (1 - r_1^1)^2 + (6 - r_0^1)^2 + (2 + r_1^2)^2 + (2 + r_2^2)^2$, $v'(t)$ — функция Ляпунова при $\gamma = 3$. Как видно из рисунка, введение возбуждения системы через параметр γ повышает скорость сходимости функции $v(t)$, но не столь эффективно, как посредством входного самовозбуждения. Для повышения скорости сходимости необходимо проводить специальные исследования по выбору не просто функции $\gamma(t)$, а определенно положительной матрицы $\Gamma(t)$. Однако заметим, что градиентные стратегии даже без самовозбуждения дают высокую скорость сходимости и качество управления.

4.3.

Модификация базовых алгоритмов

Перейдем к рассмотрению модифицированных градиентных схем самонастроек параметров регулятора (126) с гарантированными диссипативными свойствами. Заметим, что введение всяких модификаций в алгоритм для придания свойств грубости системе приводит чаще к ухудшению качества управления. Однако снижение качественных показателей работы будет незначительным, если

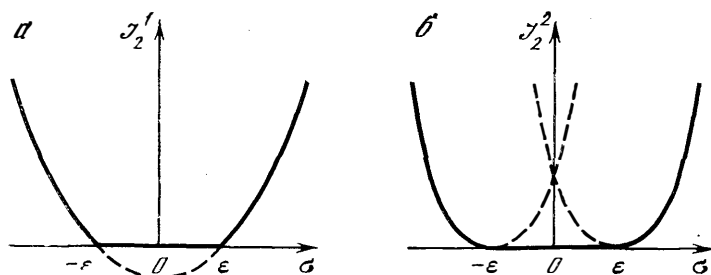


Рис. 29. Вид вторичного критерия

а, б — с разрывной и без разрывной индикаторной функции соответственно

интенсивность возмущающего воздействия невелика. Именно с такого случая и начинается наш последующий анализ.

Алгоритмы с зоной нечувствительности. Пусть в системе управления с объектом (122), регулятором (126) модель помех ξ задается условием (123), где ε — настолько малая величина, что действие помехи ξ не приводит к значительным искажениям эталонной траектории управляемого процесса. Тогда эталонную динамику можно задать уравнением вида

$$a_n(p) x_3^1 = b_0^3 g + \xi.$$

Заметим, что воспроизвести процесс x_3^1 нельзя, так как ξ — случайное возмущение, но приблизиться в результате самонастройки к траектории $x_3^1(t)$ можно. Вторичное целевое условие, связанное с моделью ошибки (125), зададим неравенством

$$|\sigma(t)| \leq \varepsilon, \quad \forall t \geq t^0$$

и введем индикаторную функцию вторичного критерия

$$\theta = \begin{cases} 1, & \text{если } |\sigma| > \varepsilon, \\ 0, & \text{если } |\sigma| \leq \varepsilon. \end{cases} \quad (133)$$

Сопоставленная данному условию экстремальная цель будет иметь вид (рис. 29, а)

$$J_2^1 = 1/2 (\sigma^2 - \varepsilon^2)_+ \rightarrow \min, \quad (134)$$

где операция $(\tau)_+$ означает

$$(\tau)_+ = \begin{cases} \tau, & \text{если } \tau > 0, \\ 0, & \text{если } \tau \leq 0. \end{cases}$$

Градиентный алгоритм самонастройки с учетом (133) и (134) запишется следующим образом:

$$\dot{\mathbf{r}} = -\gamma \theta \sigma z. \quad (135)$$

Анализ сходимости по функции Ляпунова (128) согласно (127) и (135) приводит к соотношению

$$\dot{v} = -2\gamma\theta\sigma(\sigma_1^e - \xi).$$

Но в силу (123) и (133) для $\forall t \geq 0$ выполнено условие сходимости $\dot{v} \leq 0$ в область, соответствующую вторичной цели. Действительно, если $|\sigma| > \varepsilon > |\xi|$, то $\text{sign}(\sigma - \xi) = \text{sign} \sigma$ и, следовательно, $\dot{v} < 0$, если же $|\sigma| \leq \varepsilon$, то $\theta = 0$ и $\dot{v} = 0$. Введение в алгоритм (135) разрывной функции θ обуславливает возможность движения настраиваемых параметров на линиях разрыва $|\sigma| = \varepsilon$ в скользком режиме. Такого режима можно избежать, если от разрывной функции θ перейти к индикаторному преобразованию без разрыва. В частности, если вторичный критерий задать отношением (рис. 29, б)

$$J_2^2 = \frac{1}{2}\theta(\sigma - \varepsilon \text{sign} \sigma)^2,$$

то желаемый вид градиентной стратегии самонастройки запишется следующим образом:

$$\dot{\mathbf{r}} = -\gamma\theta(\sigma - \varepsilon \text{sign} \sigma) \mathbf{z}. \quad (136)$$

Нетрудно проверить, что на линиях $|\sigma| = \varepsilon$ вектор производных $\dot{\mathbf{r}}$ уже не терпит разрыва. Сходимость в область для алгоритма (136) следует из соотношения для \dot{v} (129)

$$\dot{v} = -2\gamma\theta(\sigma - \varepsilon \text{sign} \sigma)(\sigma - \xi) \leq 0.$$

Рассмотрим влияние подобных модификаций на схемы интегро-градиентного типа (48)

$$\dot{\mathbf{r}} = -\gamma\sigma_1 \mathbf{z} \quad (137)$$

со вторичной моделью (46)

$$(p + d_0)\sigma_1 = (\Delta + \mathbf{r})^\top \mathbf{z} + \xi, \quad (138)$$

где σ_1 формируется согласно (44) по выражениям

$$\sigma_1 = a_{n-1}^1(p) x = b_0^3 g_1, \quad \ddagger (p + d_0) g_1 = \ddagger g.$$

Введем функцию Ляпунова

$$v_1 = (\sigma_1^2 - (\varepsilon/d_0)^2)_+ + \|\Delta + \mathbf{r}\|^2/\gamma.$$

Производная от v_1 в силу (138) будет иметь вид

$$\dot{v}_1 = 2\theta_1\sigma_1(-d_0\sigma_1 + (\Delta + \mathbf{r})^\top \mathbf{z} + \xi) + 2\gamma^{-1}(\Delta + \mathbf{r})^\top \dot{\mathbf{r}},$$

где

$$\theta_1 = \begin{cases} 1, & \text{если } |\sigma_1| > \varepsilon_0/d_0, \\ 0, & \text{если } |\sigma_1| \leq \varepsilon_0/d_0. \end{cases}$$

Задавая алгоритм самонастройки выражением

$$\dot{\mathbf{r}} = -\gamma\theta_1\sigma_1\mathbf{z}, \quad (139)$$

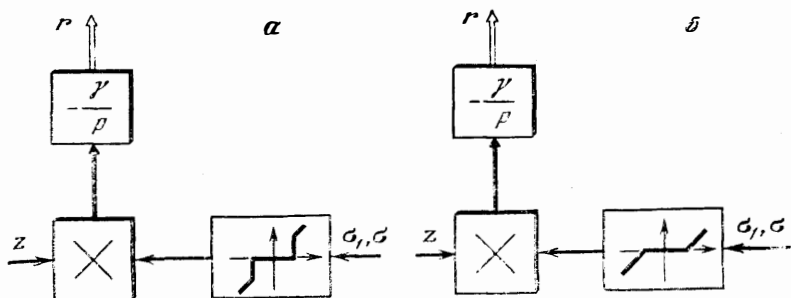


Рис. 30. Структурные схемы формирования алгоритмов

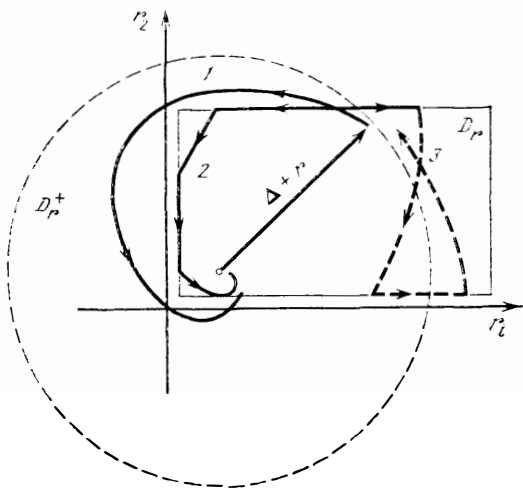


Рис. 31. Возможные виды траекторий изменения настраиваемых коэффициентов

получаем, что для $\forall t \geq 0$ выполнено условие

$$\dot{v}_1 = -2\theta_1 \sigma_1 (d_0 \sigma_1 - \xi) \leq 0,$$

гарантирующее сходимость процесса самонастройки параметров в область, заданную отношением $|\sigma_1| < \varepsilon/d_0$. По аналогии с (136) соответствующий интегроградиентный алгоритм примет вид

$$\dot{\mathbf{r}} = -\gamma \theta_1 (\sigma_1 - (\varepsilon/d_0) \text{sign } \sigma_1) \mathbf{z}, \quad (140)$$

Сходимость процесса адаптации в этом случае проверяется по функции Ляпунова

$$v_1 = \theta_1 (\sigma_1 - (\varepsilon/d_0) \text{sign } \sigma_1)^2 + \gamma^{-1} \|\Delta + \mathbf{r}\|^2,$$

для которой в силу (138) и (140) имеем

$$\dot{v}_1 = -2\theta_1 (\sigma_1 - (\varepsilon/d_0) \text{sign } \sigma_1) (d_0 \sigma_1 - \xi) \leq 0, \quad \forall t \geq 0.$$

Введение в алгоритмы (135), (136), (139) и (140) индикаторных функций θ , θ_1 эквивалентно нелинейному преобразованию сигналов σ и σ_1 с «зоной нечувствительности». Функциональная схема алгоритмов (135), (139) с разрывным преобразованием приведена на рис. 30, а, алгоритмы (136), (140) с преобразованием без разрыва — на рис. 30, б.

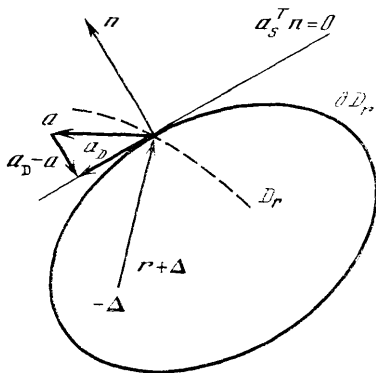


Рис. 32. Иллюстрация к анализу сходимости алгоритмов при ограниченной области вариации параметров

платации оборудования системы либо область D_r преднамеренно сужается по тем параметрам вектора \mathbf{r} , для которых интервалы предельных настроек более точно определены. Возможное соотношение между областями D_r^+ и D_r для двумерного вектора $\mathbf{r} = \text{col}[r_1, r_2]$ иллюстрируется на рис. 31.

С введением области ограничений D_r заведомо ограничивается возможный рост вектора \mathbf{r} , даже когда на объект действует помеха ξ (122). Однако характер поведения системы с введением ограничений даже при отсутствии помехи может измениться. Если траектория 1 (рис. 31) соответствует движению \mathbf{r} при отсутствии ограничений, то кривые 2 и 3 — поведению системы с ограничениями. Причем траектория 2 иллюстрирует сходящийся процесс самонастройки, а кривая 3 соответствует неустойчивому (колебательному или блуждающему) режиму работы системы.

Ближайшая цель последующего анализа заключается в определении качественной картины поведения вектора \mathbf{r} при ограничениях. Иначе говоря, необходимо вначале выявить, возможен ли характер движения \mathbf{r} по траектории типа 3 при отсутствии возмущений.

Прежде чем перейти к анализу сходимости алгоритма при наличии ограничений, точнее определим его поведение на границе ∂D_r области D_r . Воспользуемся известной схемой проекций градиента на ∂D_r [62]. Для этого введем ряд понятий и укажем на некоторые свойства выпуклого анализа [72].

Пусть выпуклая область D_r задается отношением

$$D_r = \{\mathbf{r} : S(\mathbf{r}) \leq 0\}, \quad (141)$$

тогда граница области определяется следующим условием:

$$\partial D_r = \{\mathbf{r} : S(\mathbf{r}) = 0\}.$$

Адаптивное управление при ограничении области вариаций настраиваемых параметров. Из анализа сходимости градиентного алгоритма адаптации (35) при $\xi = 0$ следует, что область возможных вариаций D_r^+ вектора \mathbf{r} ограничена:

$$D_r^+ = \{\mathbf{r} : \|\Delta + \mathbf{r}\| \leq \|\Delta + \mathbf{r}(0)\|\}.$$

Однако по ряду причин реальные ограничения на вариации вектора \mathbf{r} , т. е. область D_r , чаще не совпадает с D_r^+ . В частности, вариации \mathbf{r} ограничиваются технологическими условиями экс-

В силу выпуклости D_r и условия (141) нормаль к ∂D_r будет смотреть из области (рис. 32)

$$\mathbf{n}(\mathbf{r}) = \partial s / \partial \mathbf{r} |_{\mathbf{r} \in \partial D_r}$$

Пусть \mathbf{a} — произвольный вектор, восстановленный в точке $\mathbf{r} \in D_r$. Тогда проекцией вектора \mathbf{a} на область D_r будет называться такой вектор \mathbf{a}_D , который совпадает с \mathbf{a} , если точка \mathbf{r} является внутренней точкой области D_r , или если $\mathbf{r} \in \partial D_r$, но \mathbf{a} направлен вовнутрь области D_r — $\mathbf{a}^\top \mathbf{n}(\mathbf{r}) < 0$ (условие означает, что угол между векторами \mathbf{a} и $\mathbf{n}(\mathbf{r})$ тупой). Если же на границе $\mathbf{r} \in \partial D_r$ вектор \mathbf{a} направлен из области — $\mathbf{a}^\top \mathbf{n}(\mathbf{r}) \geq 0$, то за \mathbf{a}_D принимается вектор, лежащий в касательной гиперплоскости к области D_r , задаваемой соотношением $\mathbf{a}_s^\top \mathbf{n}(\mathbf{r}) = 0$ и удовлетворяющий условию

$$\mathbf{a}_D = \arg \min_{\mathbf{a}_s} \|\mathbf{a}_s - \mathbf{a}\|^2.$$

Приведенное определение можно записать более компактно:

$$\mathbf{a}_D = \begin{cases} \mathbf{a}, & \text{если } (S(\mathbf{r}) < 0) \cup ((S(\mathbf{r}) = 0) \cap (\mathbf{a}^\top \mathbf{n}(\mathbf{r}) < 0)), \\ \arg \min \|\mathbf{a}_s - \mathbf{a}\|^2, & \text{где } \mathbf{a}^\top \mathbf{n}(\mathbf{r}) = 0, \\ \text{если } (S(\mathbf{r}) = 0) \cap (\mathbf{a}^\top \mathbf{n}(\mathbf{r}) \geq 0). \end{cases} \quad (142)$$

Численная схема спуска по методу проекций градиента применительно к рассматриваемой задаче самонастройки примет следующий вид:

$$\dot{\mathbf{r}} = \gamma (-\partial J / \partial \mathbf{r})_D = \gamma (-\sigma \mathbf{z})_D. \quad (143)$$

Исследуем сходимость (143) по функции Ляпунова (145). Производная от v в силу (127), (142) и (143) запишется следующим образом:

$$\dot{v} = 2(\Delta + \mathbf{r})^\top \dot{\mathbf{r}} = 2\gamma(\Delta + \mathbf{r})^\top (-\sigma \mathbf{z})_D = 2\gamma(\Delta + \mathbf{r})^\top ((-\sigma \mathbf{z})_D - \sigma \mathbf{z} + \sigma \mathbf{z}) = 2\gamma\sigma(\sigma - \xi) + 2\gamma\delta,$$

$$\text{где } \delta = (\Delta + \mathbf{r})^\top (\sigma \mathbf{z} + (-\sigma \mathbf{z})_D) = (\Delta + \mathbf{r})^\top (\mathbf{a}_D - \mathbf{a}). \quad (144)$$

Исследуем знак второго слагаемого функции \dot{v} . Если \mathbf{r} — внутренняя точка области D_r , то согласно (142) $\mathbf{a}_D = \mathbf{a}$ и, следовательно, $\delta = 0$. В равной мере если $\mathbf{r} \in \partial D_r$ и антиградиент вторичного критерия направлен вовнутрь области D_r — угол между \mathbf{a} и $\mathbf{n}(\mathbf{r})$ тупой ($\mathbf{a}^\top \mathbf{n}(\mathbf{r}) < 0$), то также $\mathbf{a}_D = \mathbf{a}$ и $\delta = 0$. Очевидно, $\delta \neq 0$, когда $\mathbf{r} \in \partial D_r$, но $\mathbf{a}^\top \mathbf{n}(\mathbf{r}) \geq 0$, т. е. вектор антиградиента $-\sigma \mathbf{z}$ направлен из области D_r и стремится вывести настройки регулятора за границу допустимых вариаций \mathbf{r} .

Обратимся вновь к выражению (144). Последнее, как видно, представляет собой скалярное произведение векторов $\Delta + \mathbf{r}$ и $\mathbf{a}_D - \mathbf{a}$. Следовательно, знак δ указывает на угол между векторами. Если $\delta > 0$, то угол острый, если $\delta < 0$, то тупой, если $\delta = 0$, то векторы $\Delta + \mathbf{r}$ и $\mathbf{a}_D - \mathbf{a}$ ортогональны. Проведем графический анализ угла. Из рис. 32 следует, что вектор $\mathbf{a}_D - \mathbf{a}$ параллелен

вектору нормали $\mathbf{n}(\mathbf{r})$, но имеет противоположное направление. С другой стороны, для любой точки \mathbf{r}_0 области D_r , не равной \mathbf{r} , вектор $\mathbf{r} - \mathbf{r}_0$, в том числе и $\Delta + \mathbf{r}$, направлен из области, а поэтому $(\Delta + \mathbf{r})^T \mathbf{n}(\mathbf{r}) \geq 0$, следовательно, угол между $\Delta + \mathbf{r}$ и $\mathbf{a}_D - \mathbf{a}$ не может быть острым — справедливо условие $\delta \leq 0$. Это соотношение можно доказать алгебраически. Согласно (142) вектор \mathbf{a}_D находится в результате решения соответствующей экстремальной задачи. Решим данную задачу по методу множителей Лагранжа [72]. Согласно необходимым условиям минимума $\partial L / \partial \mathbf{a}_D = \mathbf{0}$, где

$$L = \|\mathbf{a}_D - \mathbf{a}\|^2 + \lambda (\mathbf{a}_D^T \mathbf{n}(\mathbf{r})),$$

имеем

$$2(\mathbf{a}_D - \mathbf{a}) + \lambda \mathbf{n}(\mathbf{r}) = \mathbf{0}, \quad (145)$$

здесь λ — множитель Лагранжа. Домножим скалярно полученное выражение на вектор нормали $\mathbf{n}(\mathbf{r})$. В результате можно записать $2(\mathbf{a}_D - \mathbf{a})^T \mathbf{n}(\mathbf{r}) + \lambda \|\mathbf{n}(\mathbf{r})\|^2 = 0$. Так как $\mathbf{a}_D^T \mathbf{n}(\mathbf{r}) = 0$ и $\mathbf{a}^T \mathbf{n}(\mathbf{r}) > 0$, следует, что

$$\lambda = 2\mathbf{a}^T \mathbf{n}(\mathbf{r}) \|\mathbf{n}(\mathbf{r})\|^2 > 0. \quad (146)$$

Домножим вновь (145) скалярно на вектор $\Delta + \mathbf{r}$. В результате имеем $2(\Delta + \mathbf{r})^T (\mathbf{a}_D - \mathbf{a}) + \lambda (\Delta + \mathbf{r})^T \mathbf{n}(\mathbf{r}) = 0$.

Из свойств выпуклости D_r для любой ее внутренней точки $-\mathbf{V} - \Delta \in D_r$ выполнено $(\Delta + \mathbf{r})^T \mathbf{n}(\mathbf{r}) \geq 0$, откуда согласно (146) справедливо условие $\delta = (\Delta + \mathbf{r})^T (\mathbf{a}_D - \mathbf{a}) = -1/2 \lambda (\Delta + \mathbf{r})^T \mathbf{n}(\mathbf{r}) \leq 0$, что и требовалось доказать.

Из сказанного следует, что второе слагаемое в выражении для $\dot{v} = -2\gamma(\sigma - \xi)\sigma + 2\gamma\delta$ неположительно. Это означает, что скорость параметрической настройки регулятора с алгоритмом (143) не ниже, чем с типовым алгоритмом (35), для которого $\delta \equiv 0$. В условии $\xi \equiv 0$ траектория вектора настроек \mathbf{r} с алгоритмом (143) будет подобна кривой 2, а не 3 (см. рис. 31). В то же время при наличии ξ возможен многократный вывод \mathbf{r} на границу с последующей отстройкой к точке $-\Delta$. Во избежание таких колебательных режимов целесообразно схему проекций градиента сочетать с введением соответствующих индикаторных функций, как это было в предыдущем разделе. Пример такого алгоритма запишется следующим образом: $\dot{\mathbf{r}} = \gamma\theta(-\sigma)_D$, где индикатор θ выделяет зону интенсивного действия помехи

$$\theta = \begin{cases} 1, & \text{если } |\sigma| > \varepsilon_0, \\ 0, & \text{если } |\sigma| \leq \varepsilon_0. \end{cases}$$

Например, $\mathbf{P}(|\xi| \leq \varepsilon_0) = 1 - \mu$.

Как видно, в данном случае вероятность повторного выхода на границу будет пропорциональна μ .

Обратимся к анализу сходимости схемы проекции интегрального градиента. Покажем, что и в этом случае процесс самонастройки

улучшается. По аналогии с (143) алгоритм адаптации запишем в виде

$$\dot{\mathbf{r}} = \gamma(-\sigma_1 \mathbf{z})_D, \quad (147)$$

где операция проецирования соответствует (142), а σ_1 из (138). Рассмотрим производную от функции Ляпунова

$$v_1 = \sigma_1^2 + \gamma^{-1} \|\Delta + \mathbf{r}\|^2.$$

В силу (138), (142) и (147) имеем

$$\begin{aligned} \dot{v}_1 &= -2\sigma_1(d_0\sigma_1 - \xi) + 2\sigma_1(\Delta_1^* + \dot{\mathbf{r}})^T \mathbf{z} + 2\gamma^{-1}(\Delta + \mathbf{r})^T \dot{\mathbf{r}} = \\ &= -2\sigma_1(d_0\sigma_1 - \xi) + 2(\Delta + \mathbf{r})^T (\sigma_1 \mathbf{z} + (-\sigma_1 \mathbf{z})_D) = \\ &= -2\sigma(d_0\sigma_1 - \xi) + 2(\Delta + \mathbf{r})^T (\mathbf{a}_D - \mathbf{a}_1), \end{aligned}$$

где $\mathbf{a}_1 = -\sigma_1 \mathbf{z}$, т. е. как и ранее, можно записать $\dot{v}_1 = -2\sigma_1(d_0\sigma_1 - \xi) + 2\delta_1$, где слагаемое δ_1 неположительно, что и подтверждает улучшенные свойства сходимости процедуры (147) в сравнении с типовой схемой (137).

Построение полученных алгоритмов требует вычисления проекций на область D_r . Согласно (145), (146) имеем

$$\mathbf{a}_D = \mathbf{a} - \mathbf{a}^T \mathbf{n}(\mathbf{r}) \mathbf{n}(\mathbf{r}) / \|\mathbf{n}(\mathbf{r})\|^2.$$

Если ввести обозначение для нормированного вектора нормали $\bar{\mathbf{n}}(\mathbf{r}) = \mathbf{n}(\mathbf{r}) / \|\mathbf{n}(\mathbf{r})\|$, то полученное соотношение запишется в упрощенном виде:

$$\mathbf{a}_D = \mathbf{a} - \mathbf{a}^T \bar{\mathbf{n}}(\mathbf{r}) \bar{\mathbf{n}}(\mathbf{r}).$$

Учитывая, что вычисление проекции \mathbf{a}_D (142) осуществляется лишь при условиях, когда $\mathbf{r} \in \partial D_r$ и $\mathbf{a}^T \mathbf{n}(\mathbf{r}) > 0$, аппаратно алгоритм проекции градиента реализуется введением двух нелинейных функций. Первая функция — индикатор границы

$$\theta_D = \begin{cases} 1, & \text{если } \mathbf{r} \in \partial D_r, \\ 0, & \text{если } (\mathbf{r} \in D_r) \cap (\mathbf{r} \notin \partial D_r). \end{cases}$$

Вторая — функция положительных значений типа $(\tau)_+$, которая вводилась в (134). В результате схему проекций градиента можно описать выражением

$$\dot{\mathbf{r}} = -\gamma(\sigma \mathbf{z} + \theta_D ((-\sigma \mathbf{z})^T \bar{\mathbf{n}}(\mathbf{r}))_+ \bar{\mathbf{n}}(\mathbf{r})).$$

Как видно, трудность реализации алгоритма определяется сложностью формы границы ∂D_r . Однако на практике эти вычисления чаще не производятся, так как всякие ограничения реализуются естественным образом. Так, например, если область представляет собой $(n + m + 1)$ -мерный параллелепипед, набранный из отрезков возможных вариаций компонент \mathbf{r} (см. рис. 31), то работа алгоритмов (143), (147) осуществляется следующим образом. При стремлении какого-либо i -го параметра вектора \mathbf{r} выйти за отрезок допустимых вариаций r_i останавливается на границе (выход на упоры исполнительного механизма) и находится там до

тех пор, пока соответствующая компонента антиградиента — σ_{2i} не сменит знак и не устремит тем самым r вовнутрь области D_r . На время выхода r_i на границу процесс интегрирования (143), (147) по ней замирает.

В заключение отметим, что введение ограничений носит принципиальное значение в вопросе обеспечения работоспособности базовых схем адаптивного управления, когда для настраиваемого параметра r_m^1 запрещается переход через ноль. Кроме того, введением ограничений на вариации оператора $r_{n-1/s}^2(p)$ в реализуемой схеме с наблюдателем (65) также расширяется область устойчивости работы системы (68).

Адаптивное управление при существенных дрейфах параметров объекта и «среднего» ξ . Качество управления объектом (122) во многом зависит от модели помехи. Иногда априорная информация о воздействии ξ имеет более содержательный смысл, чем сведения о ее ограниченности. Например, заранее известно, что в ξ присутствует постоянное смещение, или дрейф, «среднего» с априорно ограниченной скоростью. В конечном счете предположения такого рода всегда могут выставляться при проектировании. И если соответствующие предположения удастся учесть при синтезе алгоритмов, то качество управления повышается. Предположения о дрейфе «среднего» могут переноситься и на параметры объекта (122). В этом случае задача адаптивного управления должна рассматриваться для нестационарного объекта. Если модели соответствующих возмущений и дрейфов задавать в виде линейно-параметрических рядов (129), то качественно процесс синтеза адаптивной системы, учитывающий такие неопределенности, не усложняется. Не прибегая к обобщениям, рассмотрим пример управления объектом первого порядка

$$(p + a_0(t))x = b_0(t)u + \xi(t), \quad (148)$$

где его параметры и сигнал допускают следующие представления:

$$\begin{aligned} a_0(t) &= \mathbf{a}^\top \boldsymbol{\varphi}_1(t), & b_0(t) &= \mathbf{b}^\top \boldsymbol{\varphi}_2(t), \\ \xi(t) &= \boldsymbol{\xi}^\top \boldsymbol{\varphi}_3(t) + \xi_{m_3}(t). \end{aligned} \quad (149)$$

В приведенной записи

$$\mathbf{a}_0 = \text{col}[a_0 \dots a_{m_1}], \quad \mathbf{b} = \text{col}[b_0 \dots b_{m_2}], \quad \boldsymbol{\xi} = \text{col}[\xi_1 \dots \xi_{m_3}]$$

— векторы неизвестных параметров, $\boldsymbol{\varphi}_i(t) = \text{col}[\varphi_0(t) \dots \varphi_{m_i}(t)]$ — вектор линейно-независимых, заранее назначенных базисных функций, $\xi_{m_3}(t)$ — приведенная ошибка представления объекта (148) рядами (149). Целесообразно систему функций $\varphi_i(t)$ выбирать ограниченной и отвечающей природе нестационарного объекта. Будем, как и ранее, полагать, что

$$|\xi_{m_3}(t)| < \varepsilon_{m_3}.$$

По смыслу анализа должно быть выполнено: $\varepsilon_{m_3} \ll \varepsilon$.

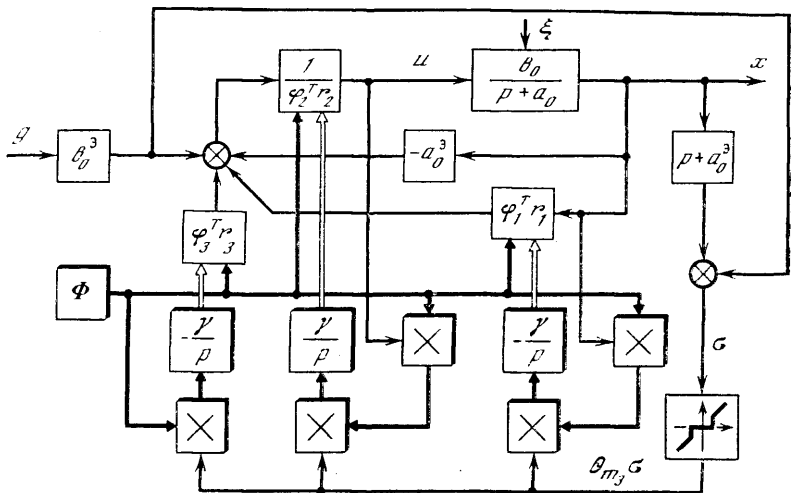


Рис. 33. Структурная схема адаптивной системы для существенно нестационарного объекта первого порядка

Введем первичное целевое условие

$$|x(t) - x_a(t)| < \varepsilon_1(\varepsilon_{m_3}), \quad t \geq t^0,$$

где $x_a(t)$ удовлетворяет уравнению $(p + a_0^3)x_a = b^3g$. Построим выражение для невязки. Из (148) и (149) следует

$$\sigma = (p + a_0^3)x - b^3g = \Delta^T z - b_0^3g + a_0^3x + \xi_{m_3},$$

где $\Delta = \text{col}[b] - a|\xi]$, $z = \text{col}[u\varphi_2|x\varphi_1|\varphi_3]$.

Введем уравнение настраиваемого регулятора

$$(\mathbf{r}_2^T \varphi_2(t))u = (\mathbf{r}_1^T \varphi_1(t))x - a_0^3x + \mathbf{r}_3^T \varphi_3(t) + b_0^3g$$

и просуммируем его с ранее полученным соотношением. В результате можно записать уравнение вторичной модели

$$\sigma = (\Delta + \mathbf{r})^T z + \xi_{m_3}^0,$$

где $\mathbf{r} = \text{col}[-\mathbf{r}_2|\mathbf{r}_1|\mathbf{r}_3]$. Отсюда по аналогии с (135) запишем

$$\dot{\mathbf{r}} = -\gamma\theta_{m_3}\sigma z,$$

где

$$\theta_{m_3} = \begin{cases} 1, & \text{если } |\sigma| > \varepsilon_{m_3}, \\ 0, & \text{если } |\sigma| \leq \varepsilon_{m_3}. \end{cases}$$

Структура системы изображена на рис. 33, где блоком Φ обозначен генератор вектор-функций $\varphi_i(t)$.

Отличительная особенность построенной системы в том, что наряду с параметрическим управлением в ней используется адаптивное сигнальное управление $\mathbf{r}_3^T \varphi_3$. Поэтому системы такого типа именуют адаптивными с параметрической и сигнальной настройками. Отметим, что сигнальная настройка проще реализуется на

практике, чем параметрическое управление. Кроме того, введение в типовой регулятор (126) сигнальной настройки по постоянному смещению $r_n^1(p)u = r_{n-1}^2(p)x + r_0 + b_0^3g$ улучшает качество координатного управления.

Несмотря на то что управляемый объект имеет первый порядок, введение моделей «неопределенностей» вида (124) привело к сложной структуре всего управляющего устройства. Кроме этого, существует определенная трудность в реализации стабильного генератора базисных функций, особенно если интервал управления значителен.

С этих позиций рассматриваемый далее подход к построению адаптивной системы с возмущениями вида (124) представляется более перспективным. Изложим его на примере системы с сигнальным управлением (настройки). Пусть объект описывается уравнением вида $a_n^3(p)x = b_0^3u + \xi$, где ξ — случайное воздействие, на $(k+1)$ -ю производную которого наложено ограничение $|\xi^{(k+1)}(t)| \leq \varepsilon_{k+1}$, $\forall t > 0$, где, в свою очередь, ε_{k+1} — малое число. В частности, если $\xi(t)$ является полиномиальной функцией с наивысшим показателем степени k : $\xi(t) = \xi_0 + \xi_1 t + \dots + \xi_k t^k$, то $\varepsilon_{k+1} = 0$. Цель управления зададим отношением

$$|x(t) - x_3(t)| < \varepsilon_1; t \geq t^0,$$

где, как и ранее, $a_n^3(p)x_3 = b_0^3g$. Введем уравнение регулятора $u = g + (1/b_0^3)r$, где r — сигнальная настройка. После подстановки u в уравнение объекта приходим к модели ошибки

$$\sigma = a_n^3(p)x - b_0^3g = r + \xi. \quad (150)$$

Пусть $p^{k+1} + \alpha_k p^k + \dots + \alpha_0$ — устойчивый оператор. Зададим алгоритм адаптивной сигнальной настройки следующим выражением:

$$r^{(k+1)} = -(\alpha_0 + \alpha_1 p + \dots + \alpha_k p^k) \sigma. \quad (151)$$

Для анализа сходимости данного алгоритма вычислим $(k+1)$ -ю производную от σ . Согласно (150) можно записать,

$$\sigma^{(k+1)} = -(\alpha_k p^k + \dots + \alpha_0) \sigma + \xi^{(k+1)}$$

или $(p^{k+1} + \alpha_k p^k + \dots + \alpha_0) \sigma = \xi^{(k+1)}$.

Отсюда с учетом ограничений, наложенных на $(k+1)$ -ю производную, следует, что в пределе достигается отношение $|\sigma(t)| < C\varepsilon_{k+1}$, где C — положительное число, зависящее от параметров α_i . В частности, если $\varepsilon_{k+1} = 0$, то алгоритм (151) доставляет идеальную цель управления $\sigma(t) \rightarrow 0$, $t \rightarrow \infty$.

Используя терминологию классической теории автоматического регулирования [34], алгоритм сигнальной настройки (151) уместно назвать астатическим k -го порядка, так как любое полиномиальное возмущение $\xi(t)$ (124) степени k он компенсирует с асимптотически нулевой погрешностью. Структура полученной системы изображена на рис. 34.

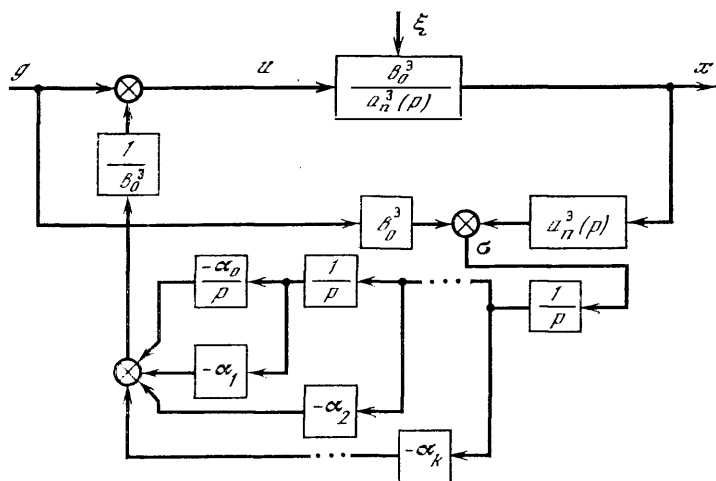


Рис. 34. Структурная схема системы с сигнальной настройкой

Из анализа следует, что если возмущение ξ хорошо аппроксимируется линейной функцией времени, то астатический алгоритм сигнальной настройки будет записан в виде

$$r^{(2)} = -(\alpha_0 + \alpha_1 p) \sigma. \quad (152)$$

Казалось бы, указанный подход нетрудно перенести и на процедуры параметрической настройки в системе с регулятором (126). Например, астатический градиентный алгоритм первого порядка, призванный компенсировать линейные дрейфы неизвестных параметров объекта (122), по аналогии с (152) должен иметь вид $r^{(2)} = -(\alpha_0 + \alpha_1 p) \sigma z$.

Однако условия сходимости данной процедуры пока нам неизвестны. Изложенный подход к синтезу астатических адаптивных систем интенсивно развивается в работах [32, 73].

В заключение следует сказать, что рассмотренные методы уже не могут быть перенесены на схемы реализуемых систем (см. главу 3).

Регуляризованные алгоритмы адаптации. Прежде чем приступить к чтению данного раздела, вспомним, как формулировались условия устойчивой работы градиентного алгоритма при действии на объект случайного возмущения. Они формулировались как условия идентифицируемости или достаточной информативности вектор-функции z . Несоблюдение этих условий приводило к тому, что по величине σ , а следовательно, и по значению вторичного критерия J_2 нельзя было оценивать длину возможно возрастающего вектора параметрических рассогласований $\Delta + \mathbf{r}$. Следовательно, чтобы исключить аномальные режимы работы градиентной схемы с возрастанием r вследствие действия помехи и тем самым обеспечить свойство грубости системы ко всякого рода возмущениям,

необходимо во вторичный критерий ввести характеристику текущей длины вектора настроек \mathbf{r} . Информация о длине \mathbf{r} уже использовалась нами в схемах с ограничениями (см. главу 4). Но непосредственная реализация данного подхода приводит к теории регуляризации [63]. Применительно к задачам прямого адаптивного управления отмеченные вопросы рассматривались в работах [12, 15, 28, 74]. Остановимся на методах регуляризации подробнее. Для этого введем регуляризованный вторичный критерий

$$J_2^\alpha = 1/2\alpha_1 \|\mathbf{r} + \Delta^*\|^2 + 1/2\sigma^2, \quad (153)$$

где $\alpha_1 > 0$ — параметр регуляризации (в простейшем случае число), а Δ^* — вектор смещения или прогнозируемый вектор предельных настроек. Задавая вторичную цель отношением $J_2^\alpha \rightarrow \min$, приходим к регуляризованной градиентной процедуре адаптации

$$\dot{\mathbf{r}} = -\alpha (\mathbf{r} + \Delta^*) - \gamma \sigma \mathbf{z}, \quad (154)$$

где $\alpha = \alpha_1 \gamma$, $\gamma > 0$. Рассмотрим качественный характер процесса самонастройки с алгоритмом (154) при условии, когда $\xi \equiv 0$. Например, если $\alpha_1 \rightarrow 0$, то и алгоритм, и критерий (153) переходят в ранг типовой градиентной задачи с известными идеальными асимптотическими свойствами по вторичному критерию ($\sigma \rightarrow 0$). Если же параметр α_1 чрезмерно большой, то с минимизацией J_2^α настройки вектора \mathbf{r} будут стремиться в окрестность точки $-\Delta^*$. И в пределе при $\alpha_1 \rightarrow \infty$ получим $\mathbf{r} \rightarrow -\Delta^*$. Очевидно, в этом случае, если $\Delta \neq -\Delta^*$, идеальная цель не достигается. При конечных α_1 даже в идеальных условиях ($\xi \equiv 0$) вектор $\mathbf{r}_\alpha = \arg \min J_2^\alpha$ в зависимости от текущего состояния \mathbf{z} может принимать различные значения: от $-\Delta^*$ при $\sigma = (\Delta - \Delta^*)^\top \mathbf{z} = 0$ до истинных настроек $\mathbf{r} = -\Delta$, когда $\Delta^* = \Delta$. В общем случае $\Delta^* \neq \Delta$, поэтому предельное поведение алгоритма не доставляет идеальную цель ($\sigma \rightarrow 0$). Именно в этом и видится основной недостаток регуляризованных по типу (154) градиентных схем адаптации.

Анализ сходимости процедуры (154) для случая, когда $\xi \neq 0$, проведем по функции Ляпунова (128), для которой в силу (127) и (154) справедлива запись

$$\dot{v} = 2(\Delta + \mathbf{r})^\top (-\alpha(\Delta^* + \mathbf{r}) - \gamma\sigma\mathbf{z}) = -2\gamma\sigma(\sigma - \xi) - 2\alpha(\|\Delta + \mathbf{r}\|^2 - (\Delta + \mathbf{r})^\top(\Delta - \Delta^*)).$$

Используя неравенство между среднеарифметическим и среднегеометрическим [75], перейдем к мажорирующему условию

$$\dot{v} \leq -\alpha v - \gamma\sigma^2 + \gamma\xi^2 + \alpha\|\Delta - \Delta^*\|^2.$$

Полагая возмущение ξ ограниченным (123), согласно теореме Чаплыгина [76] о дифференциальных неравенствах, получаем оценку предельной области сходимости

$$v(t) \leq v^+ = \|\Delta - \Delta^*\|^2 + \varepsilon^2 \gamma / \alpha.$$

Соответствующий анализ для регуляризованной интегральной стратегии

$$\dot{\mathbf{r}} = -\alpha (\mathbf{r} + \Delta^*) - \gamma \sigma_1 \mathbf{z} \quad (155)$$

проводится по функции Ляпунова

$$v_1 = \sigma_1^2 + \gamma^{-1} \|\Delta + \mathbf{r}\|^2. \quad (156)$$

Производная от v_1 в силу (138), (155) запишется следующим образом:

$$\dot{v}_1 = -2\sigma (d_0 \sigma_1 - \xi) - 2d\gamma^{-1} \cdot \gamma^{-1} (\|\Delta + \mathbf{r}\|^2 - (\Delta + \mathbf{r})^T (\Delta - \Delta^*)).$$

По аналогии с приведенным анализом предлагаем читателю самостоятельно оценить предельную область сходимости и убедиться в диссипативных свойствах алгоритма (155). Структурная схема для алгоритмов (154), (155) изображена на рис. 35.

Стратегия (155) обладает тем же недостатком, что и алгоритм (154), а именно: с регуляризацией система становится грубой к возмущениям, но вместе с этим ухудшаются и качественные показатели управления по точности достижения исходной цели. Можно определить два подхода, компенсирующие в определенной мере этот недостаток. На методах первого подхода, связанного со вторичной настройкой вектора смещения Δ^* , останавливаться не будем [77]. Второй подход, связанный с регуляризацией параметра регуляризации α , осветим подробнее. Представим на минуту, что можно контролировать интенсивность случайного возмущения. Тогда, выбирая α как положительную пропорциональную функцию интенсивности ξ , получаем алгоритм самонастройки (154) или (155) с «замечательными» свойствами. При «сильной» помехе параметр α возрастает и алгоритм в меньшей степени подвержен действию возмущений. С исчезновением возмущения $\xi \rightarrow 0$ параметр α также исчезает и алгоритмы обращаются в типовые градиентные схемы, доставляющие идеальные цели. Непосредственный контроль за ξ осуществить нельзя, однако косвенный контроль возможен. Например, если $\mathbf{r} \rightarrow -\Delta$, то $\sigma \rightarrow \xi$. Следовательно, когда модуль координаты σ мал, то по его значению возможна оценка интенсивности действия помехи [28]. Рассмотрим данную схему подробнее. Пусть $\alpha(t)$ назначается по правилу

$$\alpha(t) = \alpha_0 |\sigma(t)|^\beta, \quad \alpha_0 > 0, \quad \beta \geq 0.$$

Тогда градиентный алгоритм (154) запишется в виде

$$\dot{\mathbf{r}} = -\alpha_0 |\sigma|^\beta (\Delta^* + \mathbf{r}) - \gamma \sigma \mathbf{z}. \quad (157)$$

Анализ сходимости для $\beta = 2$ произведем по функции Ляпунова (128). Производную от v по времени согласно (126) и (157) предста-

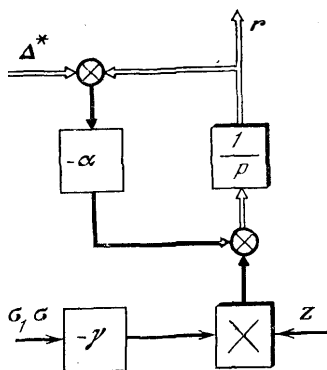


Рис. 35. Структурная схема формирования регуляризованных алгоритмов

вим следующим образом:

$$\dot{v} = -2\gamma\sigma(\sigma - \xi) - 2\alpha_0 |\sigma|^\beta (v - (\Delta + \mathbf{r})^\top (\Delta - \Delta^*)).$$

Переходя к мажорирующим оценкам, получим

$$\dot{v} \leq -(\gamma - \alpha_0 \|\Delta - \Delta^*\|^2 + \alpha_0 v) \sigma^2 + \alpha \xi^2. \quad (158)$$

Отсюда следует, что при $\xi \equiv 0$ выбором γ и α_0 , таким, что выполнено $\gamma \geq \alpha_0 \|\Delta - \Delta^*\|^2$, обеспечивается достижение идеальной цели: $\sigma \rightarrow 0$. Для анализа общего случая введем обозначение $w = \gamma + \alpha_0 v - \alpha_0 \|\Delta - \Delta^*\|^2$. Очевидно, что $\dot{w} = \alpha_0 \dot{v}$. Доумножая левую и правую части неравенства (158) на $\alpha_0 > 0$, приходим к соотношению $\dot{w} \leq -\alpha_0 \sigma^2 w + \alpha_0 \gamma \xi^2$, из которого следует [78]

$$w(t) \leq w_0 \exp\left(-\alpha_0 \int_0^t \sigma^2(\tau) d\tau\right) + \alpha_0 \gamma \int_0^t \xi^2(\tau) \exp\left(-\alpha_0 \int_\tau^t \sigma^2(\tau_1) d\tau_1\right) d\tau.$$

Пусть на интервале управления существует такое $\mu > 0$, что выполнено

$$\mu \int_\tau^t \xi^2(\tau_1) d\tau_1 \leq \int_\tau^t \sigma^2(\tau_1) d\tau_1, \quad (159)$$

тогда доказывается следующее условие [28]:

$$w_t \leq \left(w_0 - \frac{\gamma}{\mu}\right) \exp\left(-\alpha_0 \int_0^t \sigma^2(\tau) d\tau\right) + \frac{\gamma}{\mu},$$

подтверждающее свойство диссипативности стратегии (157). Если же отношение (159) не обеспечивается, то условие диссипативности подтвердить не удастся. Предположим, что $\beta(t)$ является переменной величиной, причем $\beta(t) \in [0, 2]$. Случай $\beta = 2$ подтверждает приемлемые точностные свойства стратегии (157). Если же $\beta = 0$, то алгоритм (157) переходит в обычную регуляризованную стратегию (154), для которой свойство грубости нами уже доказано. Следовательно, если в алгоритме (157) переменная $\beta(t)$ варьирует от нуля до двух, то данная стратегия может обладать как грубыми, так и приемлемо точностными свойствами. Пусть M — априорная оценка радиуса области допустимых настроек вектора \mathbf{r} , заданная отношением

$$M = \|\Delta^* - \Delta\|^2 + 1 + \delta \geq \|\mathbf{r} + \Delta^*\|^2 + 1, \quad (160)$$

где $\delta > 0$.

Если разность $M - \|\mathbf{r} + \Delta^*\|^2 - 1$ в процессе работы алгоритма (157) с $\beta = 2$ становится отрицательной, то факт выхода \mathbf{r} из области допустимых настроек следует связывать с интенсивным действием помехи. В этом случае необходимо перевести β в ноль.

Соответствующее правило выбора β запишется так:

$$\beta = 1 + \text{sat}(M - \|\mathbf{r} + \Delta^*\|^2),$$

где

$$\text{sat}(\tau) = \begin{cases} 1, & \text{если } \tau > 1, \\ \tau, & \text{если } |\tau| \leq 1, \\ -1, & \text{если } \tau < -1. \end{cases}$$

Однако техническая реализация алгоритма (157) с регулируемым показателем степени β слишком сложна. Гораздо проще реализуется градиентная стратегия с подобными свойствами следующего его вида:

$$\dot{\mathbf{r}} = -\alpha_0 (1 + \text{sat}(\|\mathbf{r} + \Delta^*\|^2 - M)) (\mathbf{r} + \Delta^*) - \gamma \sigma z \quad (161)$$

или ее интегроградиентный аналог

$$\dot{\mathbf{r}} = -1/2 \alpha_0 (1 + \text{sat}(\|\mathbf{r} + \Delta^*\|^2 - M)) (\mathbf{r} + \Delta^*) - \gamma \sigma_1 z. \quad (162)$$

Из построения следует, что если \mathbf{r} находится в области допустимых вариаций $M - \|\mathbf{r} + \Delta^*\|^2 - 1 > 0$, то приведенные алгоритмы переходят в класс обычных стратегий градиентного типа. В противном случае они обладают грубыми свойствами регуляризованных стратегий. Структура алгоритмов (161) и (162) приведена на рис. 36. Более строгий анализ сходимости, например для алгоритма (162), произведем по функции Ляпунова (156). Производная от v_1 в силу (138) и (162) примет вид

$$\dot{v}_1 = -2\sigma_1 (d_0 \sigma_1 - \xi) - 2\alpha (\|\Delta + \mathbf{r}\|^2 - (\Delta + \mathbf{r})^\top (\Delta - \Delta^*)),$$

$$\text{где } \alpha = 1/2 \alpha_0 (1 + \text{sat}(\|\mathbf{r} + \Delta^*\|^2 - M)). \quad (163)$$

Перейдем к мажорирующему отношению

$$\dot{v}_1 \leq -d_0 \sigma_1^2 - \alpha \|\Delta + \mathbf{r}\|^2 + \xi^2/d_0 + \alpha \|\Delta - \Delta^*\|^2,$$

или с учетом (156) можно записать

$$\dot{v}_1 \leq -d_0 v_1 + (d_0/\gamma - \alpha) \|\Delta + \mathbf{r}\|^2 + \xi^2/d_0 + \alpha \|\Delta - \Delta^*\|^2. \quad (164)$$

Согласно (160) имеем

$$\begin{aligned} \|\mathbf{r} + \Delta^*\|^2 - M &= \|\mathbf{r} + \Delta^*\|^2 - \|\Delta^* - \Delta\|^2 - 1 - \delta = \|\mathbf{r} + \\ &+ \Delta\|^2 + 2(\mathbf{r} + \Delta)^\top (\Delta^* - \Delta) - 1 - \delta \geq \|\mathbf{r} + \Delta\| (\|\mathbf{r} + \Delta\| - \\ &- 2\|\Delta^* - \Delta\|) - 1 - \delta. \end{aligned}$$

Отсюда следует, что на множестве моментов времени

$$\tau_1 = \{t : \|\Delta + \mathbf{r}\| > 2\|\Delta^* - \Delta\| + 1 + \delta\}$$

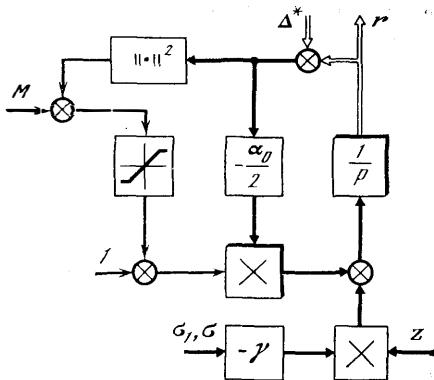


Рис. 36. Структурная схема формирования регуляризованных алгоритмов с регуляризацией параметра регуляризации

согласно (163) выполнено $\alpha = \alpha_0$. И если α_0 и γ таковы, что $\alpha_0\gamma > d_0$, то из (164) следует

$$\dot{v}_1 \leq -d_0 v_1 + (\xi/d_0)^2 + \alpha_0 \|\Delta - \Delta^*\|^2.$$

В том случае, когда $t \in \tau_2 = \{t : \|\Delta + \mathbf{r}\| \leq 2\|\Delta - \Delta^*\| + 1 + \delta\}$, из (164) получаем

$$\dot{v}_1 \leq -d_0 v_1 + (\xi/d_0)^2 + (d_0/\gamma - \alpha)(2\|\Delta - \Delta^*\| + 1 + \delta)^2 + \alpha \|\Delta - \Delta^*\|^2,$$

где $\alpha \leq \alpha_0$. Тогда для $\forall t$ по совокупности двух отношений убеждаемся в диссипативности процесса самонастройки с (162). Рассмотрим случай, когда $\xi \equiv 0$. Запишем выражение для \dot{v}_1 в видоизмененной форме

$$\dot{v}_1 = -2d_0\sigma_1^2 - 2\alpha(\|\Delta^* + \mathbf{r}\|^2 + (\Delta - \Delta^*)^T(\Delta^* + \mathbf{r})).$$

Переходя к неравенству, имеем

$$\dot{v}_1 \leq -2d_0\sigma_1^2 - \alpha(\|\Delta^* + \mathbf{r}\|^2 - \|\Delta - \Delta^*\|^2).$$

Отсюда следует, что если $\|\Delta^* + \mathbf{r}\| > \|\Delta - \Delta^*\|$, то $\dot{v}_1 \leq 0$, в противном случае $\|\Delta^* + \mathbf{r}\| \leq \|\Delta - \Delta^*\|$ согласно (160) и (163) выполнено $\alpha = 0$ и вновь $\dot{v}_1 \leq 0$. Иначе говоря, алгоритм (162) при $\xi \equiv 0$ доставляет системе те же идеальные свойства, что и типовая интегроградиентная стратегия.

В заключение отметим, что алгоритмы проекций градиента и схемы регуляризации в какой-то мере эквивалентны. Действительно, схема регуляризации воплощает известный метод штрафных функций [48]. В частности, стратегия (154) соответствует схеме внутренних штрафных функций, а алгоритм (161) — схеме внешних штрафных функций. Учет этой аналогии позволяет в дальнейшем подойти к созданию более совершенных алгоритмов самонастройки.

ПРОСТЕЙШИЕ САМОАЛГОРИТМИЗИРУЮЩИЕСЯ СИСТЕМЫ ПРЯМОГО АДАПТИВНОГО УПРАВЛЕНИЯ

5.1.

Постановка задачи и основные определения

В практике эксплуатации крупномасштабных организационно-технических систем возникают ситуации, когда заявленные цели управления не могут быть обеспечены имеющимися ресурсами. В этом случае необходимо либо корректировать цель управления, приводя ее в соответствие с выделенными ресурсами, либо пополнять сами ресурсы управления. Несоответствие цели ресурсам обусловливается чаще начальной неопределенностью описания модели объекта. Если по мере доопределения модели объекта \mathcal{P}_1 можно указать правило приведения первичной цели J_1 в соответствие с ресурсами управления, то в результате приходим к простейшей версии построения самоалгоритмизирующихся систем, т. е. систем с доопределяемой целью управления. Ресурсы управления в технических системах могут учитываться различными условиями, среди них условия на вариабельность координаты управления u или ее производные, условия на структуру первичного алгоритма управления Φ_1 , как, например, строгая ограниченность количества регулируемых обратных связей основного контура. Отмеченные требования к ресурсным характеристикам координаты управления будем именовать эксплуатационными целями управления J_1^u , в то время как исходное целевое условие J_1 назовем функциональным. Если при строгих условиях на J_1^u функциональное качество управления J_1 оказывается невысоким, имеет смысл первичные целевые условия J_1 и J_1^u учитывать одновременно, устанавливая некоторые компромиссные решения. Например, функциональная цель определяет область допустимого качества регулирования $J_1 \leq \varepsilon^1$, при этом эксплуатационные условия отражают требования на минимизацию энергетических затрат $J_1^u \rightarrow \min$. В условиях адаптивной постановки задачи Управления, когда модель \mathcal{P}_1 доопределяется в процессе работы системы, граница ранее отмеченного компромисса между J_1 и J_1^u становится подвижной, причем сама экстремальная цель допускает косвенное или приближенное задание.

Рассмотрим задачу управления объектом (14)

$$(p^n + a_{n-1}(p))x = b_m(p)u, \quad (165)$$

где x — выход; u — вход, а $a_{n-1}(p)$, $b_m(p)$ — дифференциальные операторы с неизвестными параметрами. Как и ранее, полагается, что объект минимально-фазовый (оператор $b_m(p)$ устойчивый). Для простоты анализа и лучшего понимания излагаемого далее метода не будем сразу вводить более общую модель объекта с возмущениями. Почти все изложенные схемы синтеза систем (см. главу 4) могут быть перенесены на рассматриваемый далее случай.

В типовой постановке задачи управления с эталонной моделью первичная цель назначается условием

$$J_1 = \overline{\lim} (x(t) - x_0(t)) = 0, \quad t \rightarrow \infty. \quad (166)$$

Точное копирование динамики единственного эталона (16) может повлечь значительные динамические вариации входного

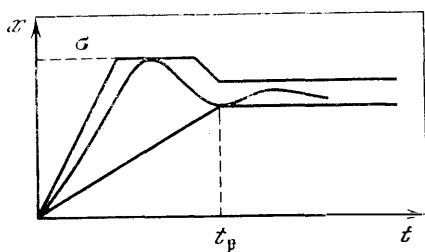


Рис. 37. Область желаемых траекторий переходных процессов

воздействия u , что и обуславливает «жесткий» режим работы объекта по входу. В действительности условие точного копирования можно существенно ослабить, не снижая практической ценности постановки и решения задачи управления. В инженерной практике синтеза систем регулирования широкое распространение имеют γ -показатели качества переходного процесса [80] (быстродействие t_p , перегулирование $\sigma\%$, точностные характеристики и т. п.). На графике эти показатели определяют некоторую область желаемых (допустимых) траекторий переходных процессов (рис. 37).

Рассмотрим задачу прямого адаптивного управления, в которой первичная цель J_1 (цель функционирования) характеризуется не единственной эталонной траекторией, как в (166), а целым множеством X_0 . Иначе говоря, функциональная цель J_1 назначается отношением предельного включения

$$J_1: x(t) \rightarrow X_0, \quad t \rightarrow \infty. \quad (167)$$

Множество эталонных траекторий движения X_0 порождается решениями множества уравнений модели эталона, которые, в свою очередь, отражают требования к качественным показателям работы объекта. Для явного задания X_0 введем ряд определений. Рассмотрим пространство линейных дифференциальных операторов k -го порядка $R_k(p)$. Соответствующее пространство будем эквивалентировать с пространством полиномов

$$a_k(p) = a_k p^k + a_{k-1} p^{k-1} + \dots + a_0$$

степени p , где $a_i, i = \overline{0, k}$ — вещественные действительные числа либо функции времени. Любая ограниченная, односвязная замкнутая часть пространства $R_k(p)$ именуется областью [81]. Область, к примеру, будем обозначать как $A_k(p) \subset R_k(p)$, а ее границу $\partial A_k(p)$. Если над элементами $a_k(p)$ пространства $R_k(p)$ определить операции сложения и умножения на число, так же как эти действия определяются над соответствующими полиномами, то $R_k(p)$ становится линейным пространством, которое можно наделить метрическими свойствами. Расстоянием между $a_k^1(p)$ и $a_k^2(p) \in R_k(p)$ называется число, эквивалентное «величине» или норме оператора $a_k^1(p) - a_k^2(p) \in R_k(p)$. Функционал расстояния обозначим следующим образом:

$$\rho(a_k^1(p), a_k^2(p)) = \|a_k^1(p) - a_k^2(p)\|. \quad (168)$$

О способе вычисления $\rho(\cdot, \cdot)$ будет сказано чуть позже.

На основании введенных определений функциональное пространство X_3 определим как множество решений $x_3(t)$ уравнений

$$(p^n + a_{n-1}^3(p))x_3 = a_0^3 k^3 g,$$

где — оператор $a_{n-1}^3(p)$ любой из области $A_{n-1}^3(p) \subset R_{n-1}(p)$. Ска-
занное отражается следующей записью:

$$X_3 = \{x_3(t) : (p^n + a_{n-1}^3(p))x_3 = a_0^3 k^3 g, \\ a_{n-1}^3(p) \in A_{n-1}^3(p) \subset R_{n-1}(p)\}. \quad (169)$$

В приведенном выражении коэффициент передачи k^3 оператор моделей эталонов может при необходимости также меняться на отрезке допустимых значений.

Среди множества траекторий X_3 существует такая $x_3^*(t)$, копирование которой потребует минимальных энергетических затрат управления $u^*(t)$. Явное вычисление энергетически оптимального управления

$$u^*(t) = \underset{0}{\text{argmin}} \int_0^T u^2(t) dt, \quad x_3(t) \in X_3$$

по текущим оценкам модели объекта (165) оказывается трудоемким и требует знания информации о динамике задающего воздействия $g(t), t \in [0, T]$. Последнее неудобно в прикладном плане, так как предопределить динамику $g(t)$ на всем интервале управления не всегда возможно. Более рациональной в этой связи видится задача определения эксплуатационно-оптимального управления из условия близости операторных выражений для моделей объекта и эталонов. Например, если для оператора объекта $a_{n-1}(p)$ выполнено условие $a_{n-1}(p) \in A_{n-1}^3(p)$, т. е. собственная динамика объекта соответствует эталонной, то необходимость в приведении динамики объекта к эталонной отсутствует. Первичный алгоритм

управления в этом случае не включает регулируемые обратные связи, а это значит, что координата $u(t)$ не содержит дополнительных движений, обусловленных коррекцией собственной динамики объекта. Такой режим эксплуатации будем считать наиболее рациональным. Если $a_{n-1}(p)$ не принадлежит области $A_{n-1}^{\circ}(p)$ ($a_{n-1}(p) \notin A_{n-1}^{\circ}(p)$), то рациональной в эксплуатационном смысле является модель, оператор которой $a_{n-1}^{\pi}(p)$ будет наименьшим образом отличаться от оператора объекта $a_{n-1}(p)$. Такой оператор именуется проекцией $a_{n-1}(p)$ на область $A_{n-1}^{\circ}(p)$ и согласно (168) вычисляется из условия

$$a_{n-1}^{\pi}(p) = \operatorname{argmin} \| a_{n-1}(p) - a_{n-1}^{\pi}(p) \|, \quad a_{n-1}^{\pi}(p) \in A_{n-1}^{\circ}(p). \quad (170)$$

Если $a_{n-1}(p) \in A_{n-1}^{\circ}(p)$, то решение данной экстремальной задачи дает $a_{n-1}^{\pi}(p) = a_{n-1}(p)$, в противном случае —

$$a_{n-1}^{\pi}(p) \in \partial A_{n-1}^{\circ}(p).$$

Следуя изложенному, эксплуатационную цель управления J_1^u зададим отношением

$$J_1^u = \overline{\lim} (x(t) - x_0^{\pi}(t)) = 0, \quad t \rightarrow \infty, \quad (171)$$

где $x_0^{\pi}(t) \in X_0$ удовлетворяет уравнению

$$(p^n + a_{n-1}^{\pi}(p)) x_0^{\pi} = a_0^{\pi} k^3 g. \quad (172)$$

5.2.

Синтез адаптивной системы

Следуя ранее изложенному подходу к построению систем прямого адаптивного управления, обратимся к задаче построения первичного алгоритма Φ_1 . Для этого введем произвольный оператор $r_{n-1}^2(p) \in R_{n-1}(p)$, параметры которого могут изменяться. Введем проекцию $r_{n-1}^{2\pi}(p)$ данного оператора на область $A_{n-1}^{\circ}(p)$ и на основе оператора проекции $r_{n-1}^{2\pi}(p)$ по аналогии с (31) введем невязку уравнения объекта относительно текущей модели эталона

$$\sigma = (p^n + r_{n-1}^{2\pi}(p)) x - k^3 r_0^{2\pi} g. \quad (173)$$

Согласно исходной записи уравнения объекта (164), для σ справедливо следующее представление:

$$\sigma = b_m(p) u + r_{n-1}^{2\pi}(p) x - a_{n-1}(p) x - r_0^{2\pi} k^3 g. \quad (174)$$

Из данного равенства можно заключить, что если уравнение регулятора задается соотношением

$$b_m(p) u_0 = (a_{n-1}(p) - r_{n-1}^{2\pi}(p)) x + k^3 r_0^{2\pi} g, \quad (175)$$

то невязка обращается в ноль ($\sigma \equiv 0$) и при постоянном $r_{n-1}^2(p)$ из условия (173) следует, что данный регулятор доставляет первичную

функциональную цель управления (167), (169). Если в уравнении (175) настраиваемый оператор $r_{n-1}^2(p)$ стремится к $a_{n-1}(p)$, то в результате имеем $r_{n-1}^{2\pi}(p) \rightarrow a_{n-1}^\pi(p)$ и с достижением функциональной цели первичный алгоритм доставляет эксплуатационную цель (171), (172). В силу того что операторы $a_{n-1}(p)$ и $b_m(p)$ неизвестны, уравнение настраиваемого регулятора по структурной аналогии с (175) зададим соотношением вида

$$r_m^1(p)u = (r_{n-1}^2(p) - r_{n-1}^{2\pi}(p))x + k^0 r_0^{2\pi} g. \quad (176)$$

Если в процессе самонастройки удовлетворяются условия идентификации $r_m^1(p) \rightarrow b_m(p)$ и $r_{n-1}^2(p) \rightarrow a_{n-1}(p)$, то с компенсацией σ и достижением функциональной цели обеспечивается последовательный выход систем на оптимальный эксплуатационный режим $x(t) \rightarrow x_0^\pi(t)$, $t \rightarrow \infty$.

В том случае, если оператор объекта $a_{n-1}(p)$ принадлежит области эталонных операторов $a_{n-1}(p) \in A_{n-1}^0(p)$, по мере самонастройки $r_{n-1}^2(p) \rightarrow a_{n-1}(p)$ разность операторов $r_{n-1}^2(p) - r_{n-1}^{2\pi}(p)$ будет стремиться к нулю. Следовательно, в регуляторе (176) обратные связи по выходу будут отсутствовать, на что ранее уже указывалось.

Синтез вторичного алгоритма начинается с синтеза вторичной модели \mathcal{P}_2 , которая получается после суммирования выражения (174) с уравнением регулятора (176). В результате приведения подобных получаем

$$\sigma = (b_m(p) - r_m^1(p))u + (r_{n-1}^2(p) - a_{n-1}(p))x$$

или по аналогии с (34) приходим к типовому представлению статической модели ошибки

$$\sigma = (\Delta + \mathbf{r})^\top \mathbf{z}, \quad (177)$$

где Δ — вектор неизвестных параметров объекта вида $\Delta = \text{col}[b_0 \dots b_m - a_0 \dots - a_{n-1}]$, векторы \mathbf{r} и \mathbf{z} имеют структуру, аналогичную (35).

Из выражения (177) следует, что порядок синтеза вторичного алгоритма Φ_2 как численной градиентной стратегии минимизации вторичного критерия $J_2 = 1/2 \sigma^2$ ничем не отличается от типового подхода, приводящего к выражению

$$\dot{\mathbf{r}} = -\gamma \sigma \mathbf{z}, \quad \gamma > 0. \quad (178)$$

Анализ сходимости такой процедуры ранее проводился (см. главу 2). Из анализа следует, что алгоритм (178) обеспечивает асимптотическое исчезновение невязки σ и последовательную компенсацию вектора параметрических рассогласований $\Delta + \mathbf{r}$. Тем самым подтверждается состоятельность построенной самоалгоритмизирующей системы. Структура системы изображена на рис. 38, где блоком π обозначена операция проецирования оператора $r_{n-1}^2(p)$ на область $A_{n-1}^0(p)$.

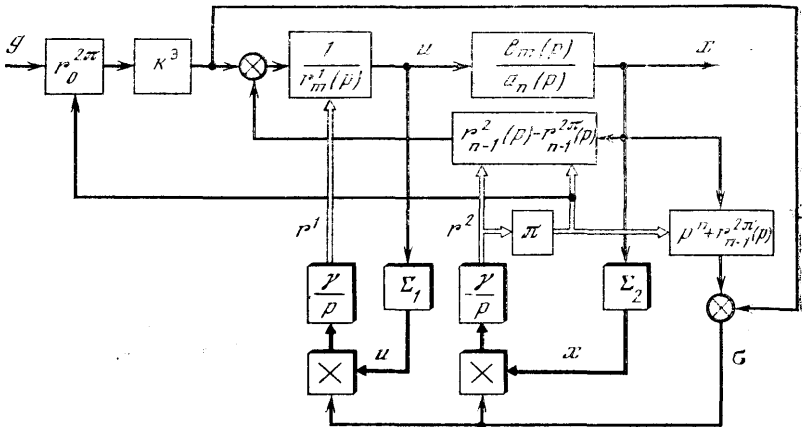


Рис. 38. Структурная схема самоалгоритмизирующейся адаптивной системы

Здесь, как и ранее, введены условные обозначения операции перехода Σ_i от скалярных переменных x и u к соответствующим векторам \mathbf{x} , \mathbf{u} . Как видно из рисунка, конструкция такой системы, да и сама процедура синтеза отличаются от типовой лишь в части первичного алгоритма и способа формирования невязки (173).

Для построения интегроградиентного алгоритма самонастройки параметров регулятора (176) из выражения (173) вычтем уравнение соответствующей эталонной модели

$$(p^n + r_{n-1}^{2\pi}(p)) x_0 = k^* r_0^{2\pi} g.$$

После приведения подобных получаем следующую запись:

$$(p^n + r_{n-1}^{2\pi}(p)) \sigma_n = \sigma.$$

С учетом (177) выражение динамической модели ошибки (вторичная модель \mathcal{P}_2) полного порядка принимает вид

$$(p^n + r_{n-1}^{2\pi}(p)) \sigma_n = (\Delta + \mathbf{r})^\top \mathbf{z}.$$

Введем обозначение для вектора состояния данной модели $\sigma_n = \text{col} [\sigma_n \sigma_n^{(1)} \dots \sigma_n^{(n-1)}]$. В результате приведенное уравнение запишется в векторном виде

$$\dot{\sigma}_n = R^\pi \sigma_n + \mathbf{1}_1 (\Delta + \mathbf{r})^\top \mathbf{z}, \quad (179)$$

$$\text{где } R^\pi = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & 1 \\ \dots & \dots & \dots \\ -r_0^{2\pi} & -r_1^{2\pi} & \dots & -r_{n-1}^{2\pi} \end{bmatrix}, \quad \mathbf{1}_1 = \begin{bmatrix} 0 \\ \dots \\ 0 \\ \dots \\ 1 \end{bmatrix}.$$

Следуя ранее изложенному, для построения алгоритма самонастройки введем функцию Ляпунова

$$v_n = \sigma_n^\top P \sigma_n + \|\Delta + \mathbf{r}\|^2 / \gamma, \quad \gamma > 0,$$

где P — симметрическая матрица. Производная от v_n в силу (179) будет иметь следующий вид:

$$\dot{v}_n = \sigma_n^\top (PR^\pi + (R^\pi)^\top P) \sigma_n + 2(\Delta + \mathbf{r})^\top (\sigma^\top P \mathbf{1}_1 \mathbf{z} + \dot{\mathbf{r}}/\gamma).$$

И если выполнено

$$\dot{\mathbf{r}} = -\gamma \sigma_n^\nabla p \mathbf{1}_1 \mathbf{z}, \quad (180)$$

то для \dot{v}_n имеем $\dot{v}_n = \sigma_n^\top (PR^\pi + (R^\pi)^\top P) \sigma$.

Условия сходимости процесса самонастройки $\dot{v}_n \leq 0$ с алгоритмом (180) формулируются как условия на знаковые свойства матриц P и $Q = -(PR^\pi + (R^\pi)^\top P)$.

Алгоритм (180) обеспечивает сходимость адаптивных процессов самоалгоритмизации, если для $\forall r_{n-1}^{2\pi}(p) \in A_{n-1}^3(p)$ найдется такая положительно-определенная матрица $P > 0$, что Q будет также всегда положительно определена.

Заметим, что область устойчивости можно расширить, если матрицу $P > 0$ сделать варьируемой, но в этом случае к названным добавляется еще одно условие положительной определенности матрицы $-(P + PR^\pi + (R^\pi)^\top P) > 0$.

Построение интегроградиентных алгоритмов самонастройки на основе динамических вторичных моделей порядка менее n встречает трудности в силу варьируемости эталонного оператора $r_{n-1}^{2\pi}(p)$.

Действительно, метод перехода от координаты статической модели $\sigma = (p^n + a_{n-1}^3(p))x - b_0^3 g$ к динамической k -го порядка, рассмотренной в главе 2, опирался на алгебру представления линейных стационарных дифференциальных операторов. В частности, вводилось очевидное равенство

$$p^n + a_{n-1}^3(p) = D_k^1(p) a_{n-k}^k(p) + D_{k-1}^2(p), \quad (181)$$

на основании которого делались следующие построения:

$$\begin{aligned} (p^n + a_{n-1}^3(p))x - b_0^3 g &= D_k^1(p) a_{n-k}^k(p)x + D_{k-1}^2(p)x - b_0^3 g = \\ &= D_k^1(p) (a_{n-k}^k(p)x + (D_{k-1}^2(p)x - b_0^3 g)/D_k^1(p)) = D_k^1(p) \sigma_k = \sigma_k, \end{aligned}$$

где выход модели ошибки k -го порядка формулировался согласно выражению

$$\sigma_k = a_{n-k}^k(p)x + (D_{k-1}^2(p)x - b_0^3 g)/D_k^1(p).$$

Как видно, координата σ_k зависит от оператора модели эталона $a_{n-1}^3(p)$ и выбранного операторного множителя $D_k^1(p)$ модели k -го порядка. Выражение для σ_k упрощалось, если в (181) операторные множители $D_k^1(p)$ и $a_{n-k}^k(p)$ выбирались так, что было выполнено $D_{k-1}^2(p) \equiv 0$. В условиях, когда оператор $r_{n-1}^{2\pi}(p)$ изменяется во времени, произвести факторизацию эталонного оператора $p^n + r_{n-1}^{2\pi}(p)$ по типу (181) при заданном сомножителе $D_k^1(p)$ (т. е. вычислить $a_{n-k}^k(p)$ и $D_{k-1}^2(p)$) значительно сложнее. Практически

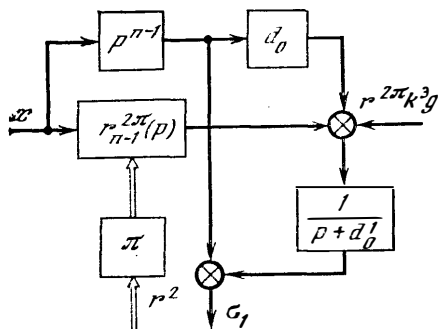


Рис. 39. Структурная схема формирования координаты σ_1

реализовать такие преобразования в системе проблематично. В то же время указанные сложности преодолимы для важного частного случая модели первого порядка, в которой вычислительное выражение для координаты σ_1 не содержит старшей производной от x . Приведем соответствующие построения. Для этого введем устойчивый оператор $p + d_0$, тогда справедлива запись

$$\begin{aligned} \sigma &= (p^n + r_{n-1}^{2\pi}(p))x - k^3 r_0^{2\pi} g = (p + d_0) \left(\frac{px^{(n-1)}}{p + d_0} + \right. \\ &+ \frac{1}{p + d_0} (r_{n-1}^{2\pi}(p)x - k^3 r_0^{2\pi} g) \Big) = (p + d_0) \left(x^{(n-1)} + \right. \\ &+ \frac{1}{p + d_0} (r_{n-1}^{2\pi}(p)x - d_0 x^{(n-1)} - k^3 r_0^{2\pi} g) \Big) = (p + d_0) \sigma_1, \end{aligned}$$

$$\text{где } \sigma_1 = x^{(n-1)} + \frac{1}{p + d_0} (r_{n-1}^{2\pi}(p)x - d_0 x^{(n-1)} - k^3 r_0^{2\pi} g).$$

Алгоритм самонастройки, построенный на координате σ_1 , имеет вид $\dot{\mathbf{r}} = -\gamma \sigma_1 \mathbf{z}$, $\gamma > 0$.

Структурная схема такой системы совпадает со структурой, изображенной на рис. 38, с точностью до блока формирования координаты σ_1 , который изображен отдельно на рис. 39.

Обратимся к задаче проецирования оператора $r_{n-1}^{2\pi}(p)$ на область $A_{n-1}^3(p)$.

5.3.

Проекция оператора: определения, вычисления

Определение расстояния. В основе определения операции проецирования и вычисления самой проекции элемента $a_k(p)$ пространства $R_k(p)$ на область $A_k^3(p)$ согласно (170) лежат два взаимосвязанных вопроса: определение функции или функционала расстояния (168) между любыми двумя $a_k^1(p)$ и $a_k^2(p)$ элементами $R_k(p)$ и выбор способа задания области $A_k^3(p) \subset R_k(p)$.

Обратимся к анализу первого вопроса. Пусть $a_k^1(p) = a_k^1 p^k + \dots + a_0^1$ и $a_k^2(p) = a_k^2 p^k + \dots + a_0^2$ — два произвольных элемента пространства $R_k(p)$. Будем говорить, что $a_k^1(p)$ и $a_k^2(p)$ равны друг другу или тождественны ($a_k^1(p) \equiv a_k^2(p)$), если выполнено $a_i^1 = a_i^2$; $i = \overline{0, k}$. Отсюда меру отличия или расстояния между любыми операторами из $R_k(p)$ можно определить как некоторый положительный функционал от параметрических рассогласований

$a_i^1 - a_i^2, \forall i$. Введем обозначение вектора параметров $\mathbf{a} = \text{col}[a_0 \dots a_k]$ оператора $a_k(p)$. Тогда в простейшем случае расстояние между операторами $a_k^1(p)$ и $a_k^2(p)$ можно определить как расстояние между соответствующими векторами \mathbf{a}^1 и \mathbf{a}^2 в $(k+1)$ -мерном евклидовом пространстве, а именно

$$\rho_1(a_k^1(p), a_k^2(p)) = \|\mathbf{a}^1 - \mathbf{a}^2\|. \quad (182)$$

При анализе и синтезе систем регулирования [34] чаще исследуются спектральные свойства дифференциальных операторов. Для анализа спектра линейного оператора достаточно ввести замену: $p = j\omega$, где $j = \sqrt{-1}$, а ω — координата частоты гармонического процесса. В общем случае $\omega \in (-\infty, \infty)$, однако на практике всегда выделяется область рабочих частот $\omega \in [\omega^-, \omega^+]$, $\omega^-, \omega^+ \geq 0$, на которой и исследуется мера близости операторов. Например, функционал расстояния между $a_k^1(p)$ и $a_k^2(p)$ в области рабочих частот может быть задан следующим образом (энергетическое рассогласование спектров):

$$\rho_2(a_k^1(p), a_k^2(p)) = \int_{\omega^-}^{\omega^+} \text{mod}^2(a_k^1(j\omega) - a_k^2(j\omega)) v(\omega) d\omega,$$

где $\text{mod}^2 a_k(j\omega) = \text{Re}^2 a_k(j\omega) + \text{Im}^2 a_k(j\omega)$,

$$\text{Re} a_k(j\omega) = a_0 - a_2\omega^2 + \dots + (-1)^l a_{2l}\omega^{2l},$$

$$\text{Im} a_k(j\omega) = a_1\omega - a_3\omega^3 + \dots + (-1)^l a_{2l+\delta}\omega^{2l+\delta},$$

$l = [k/2]$ — ближайшее к $k/2$ целое число, удовлетворяющее условию $l \leq k/2$,

$$\delta = \begin{cases} 1, & \text{если } k \text{ нечетное,} \\ -1, & \text{если } k \text{ четное,} \end{cases}$$

$v(\omega) \geq 0$ — весовая функция, отвечающая условию нормировки

$$\int_{\omega^-}^{\omega^+} v(\omega) d\omega = 1.$$

Функционал, отражающий равномерные на $[\omega^-, \omega^+]$ свойства близости или отличия операторов, запишем в виде

$$\rho_3(a_k^1(p), a_k^2(p)) = \max_{\omega \in [\omega^-, \omega^+]} \text{mod}(a_k^1(j\omega) - a_k^2(j\omega)).$$

Область и проекция в евклидовом пространстве векторов.

Пусть оператор $r_k(p) \in R_k(p)$ назначается своим $(k+1)$ -мерным вектором $\mathbf{r} = \text{col}[r_0 \ r_1 \ \dots \ r_k]$, т. е. $\mathbf{r} \in R^{k+1}$ (R^{k+1} — обозначение евклидова пространства векторов размерностью $k+1$), а расстояние между операторами оценивается по выражению (182). Тогда область эталонных операторов $A_k^3(p) \subset R_k(p)$ может быть со-

поставлена области векторов в евклидовом пространстве $A^3 \subset \subset R^{k+1}$. Такую область удобно задавать системой неравенств

$$A^3 = \{ \mathbf{r} \in R^{k+1} : c_i(\mathbf{r}) \leq 0, \quad i = \overline{1, s} \}, \quad (183)$$

где скалярные функции $c_i(\mathbf{r})$ векторного аргумента полагаются непрерывными и ограниченными. Уравнение $c_i(\mathbf{r}) = 0$ описывает в R^{k+1} поверхность, разделяющую R^{k+1} на две части: $R_{i+}^{k+1} = \{ \mathbf{r} : c_i(\mathbf{r}) > 0 \}$ и $R_{i-}^{k+1} = \{ \mathbf{r} : c_i(\mathbf{r}) < 0 \}$.

Если $c_i(\mathbf{r})$ — дифференцируемые функции, то вектор $c'_i(\mathbf{r}) = = \text{col} [\partial c_i(\mathbf{r}) / \partial r_0 \dots \partial c_i(\mathbf{r}) / \partial r_k]$ именуется нормалью к поверхности ограничений в точке \mathbf{r} . Нормаль направлена в сторону подпространства R_{i+}^{k+1} . Общая часть подпространства R_{i-}^{k+1} для $\forall i$ совместно со своими границами образуют область A^3 , которая формируется тремя неравенствами $c_i(\mathbf{r}) \leq 0, i = 1, 2, 3$, с выделенными нормальями и где также приведены две траектории $\mathbf{r}(t)$ и $\mathbf{r}^\pi(t)$, отражающие процесс настройки оператора $r(t, p) = r_0(t) + r_1(t)p$ к оператору объекта $a(p) = a_0 + a_1 p$ (рис. 40, а). Вторая траектория $\mathbf{r}^\pi(t)$ изображает эволюцию эталонного оператора, являющегося проекцией настраиваемого $r(t, p)$.

Как видно из рисунка, на отрезке времени $[t_2, t_3]$ (участки 2 и 3, начальное состояние $t_1 = 0$) траектории $\mathbf{r}(t)$ и $\mathbf{r}^\pi(t)$ совпадают, следовательно, в это время обратные связи по выходу в регуляторе (176) отсутствуют.

Вид ограничивающих поверхностей $c_i(\mathbf{r})$ области A^3 в (183) определяется функциональной целью управления J_1 , которая, в свою очередь, отражает требования к динамике переходных процессов и точности регулирования.

Конкретные вычислительные зависимости для $c_i(\mathbf{r})$ могут назначаться неоднозначно и с различной степенью точности отражать исходные цели. В условиях (183) задача проецирования (170) эквивалентна типовой задаче нелинейного программирования с ограничениями типа неравенства [48]

$$J_\pi = 1/2 \|\mathbf{r} - \mathbf{r}^\pi\|^2 \rightarrow \min_{\mathbf{r}^\pi}, \quad c_i(\mathbf{r}^\pi) \leq 0, \quad i = \overline{1, s}. \quad (184)$$

Вычислительные схемы приближенного решения таких задач отличаются сложностью. В то же время для частного случая, когда система ограничения назначается линейными неравенствами

$$c_i(\mathbf{r}^\pi) = c_i^\top \mathbf{r}^\pi - d_i \leq 0, \quad (185)$$

задача проецирования (184) допускает строгое аналитическое решение.

Рассмотрим ее решение подробнее [62]. Для этого вновь обратимся к геометрическим иллюстрациям. На рис. 40, б изображена траектория вектора $\mathbf{r}(t)$ и соответствующая траектория вектора проекции $\mathbf{r}^\pi(t)$ на область (многогранник) эталонных параметров

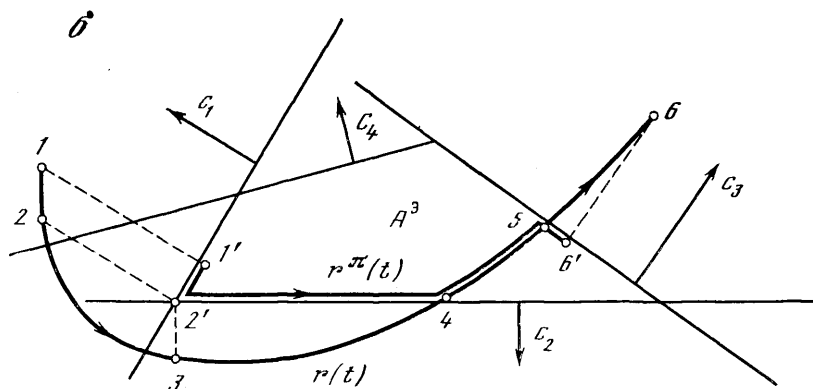
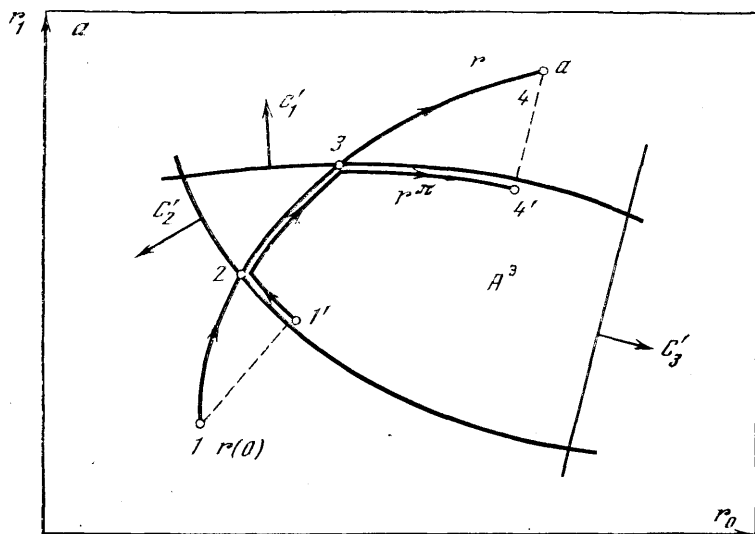


Рис. 40. Вид траекторий $r(t)$ и $r^\pi(t)$ при области A^3 , образованной ограничениями (183) (а) и (185) (б)

A^3 . Многогранник задан системой четырех неравенств

$$\begin{aligned} c_1^\top r^\pi - d_1 &\leq 0, & c_3^\top r^\pi - d_3 &\leq 0, \\ c_2^\top r^\pi - d_2 &\leq 0, & c_4^\top r^\pi - d_4 &\leq 0. \end{aligned}$$

Линии ограничений, так же как и участки траекторий, соответствующие моментам времени t_i ($t_1 = 0$, $t_6 \rightarrow \infty$), пронумерованы. Из рисунка следует, что на участке {1; 2} проецирование $r(t)$ осуществляется лишь на первое ограничение — это отрезок {1'; 2'} траектории $r^\pi(t)$. Участок {2; 3} проецируется сразу на два ограничения (первое и второе). Результатом проецирования является точка 2'. При проецировании участка {3; 4} учитывается

лишь второе ограничение, а на участке $\{4; 5\}$ ограничения не учитываются, так как для $t \in [t_4, t_5]$ выполнено $\mathbf{r}(t) \in A^3$, проекция $\mathbf{r}^\pi(t)$ совпадает с исходной траекторией $\mathbf{r}(t)$.

Как видно, сложность практической реализации операции текущего проецирования заключается в проведении многовариантного анализа по выбору для каждого значения $\mathbf{r}(t)$ системы активных ограничений, т. е. тех, которые участвуют в вычислении проекции. Система активных ограничений определяется своим индексным множеством

$$I^0 = \{i : \mathbf{c}_i^\top \mathbf{r}^\pi - d_i = 0\}. \quad (186)$$

Как видно из рисунка, соответствующее множество либо пополняется — точки 2 и 5, либо уменьшается — точки 3, 4.

Для решения задачи проецирования (184), (185) необходимо уметь: вычислять проекцию $\mathbf{r}(t)$ при фиксированном I^0 ; в каждый момент времени формировать множество I^0 . Укажем вначале алгоритм вычисления проекции $\mathbf{r}^\pi(t)$ вектора $\mathbf{r}(t)$ при фиксированном I^0 . В случае, когда I^0 определено, задача (184), (185) становится условно экстремальной с ограничениями типа равенства из множества (206), которая решается по методу множителей Лагранжа.

На основании (186) введем матрицу $C_I = [\mathbf{c}_i^\top]$ и вектор $\mathbf{d}_I [d_i]$ активных ограничений $i \in I^0$. Тогда функция Лагранжа примет вид

$$L = 1/2 \|\mathbf{r} - \mathbf{r}^\pi\|^2 + \boldsymbol{\lambda}^\top (C_I \mathbf{r}^\pi - \mathbf{d}_I),$$

где $\boldsymbol{\lambda}$ — вектор множителей соответствующей размерности. Необходимые условия экстремума $\partial L / \partial \mathbf{r}^\pi = 0$, $\partial L / \partial \boldsymbol{\lambda} = 0$ приводят к уравнениям

$$\begin{aligned} \mathbf{r}^\pi - \mathbf{r} + C_I^\top \boldsymbol{\lambda} &= 0, \\ C_I \mathbf{r}^\pi &= \mathbf{d}_I. \end{aligned} \quad (187)$$

Домножая первое из них слева на матрицу C_I , с учетом второго получаем $C_I C_I^\top \boldsymbol{\lambda} = C_I \mathbf{r} - \mathbf{d}_I$.

$$\text{Отсюда } \boldsymbol{\lambda} = (C_I C_I^\top)^{-1} (C_I \mathbf{r} - \mathbf{d}_I). \quad (188)$$

Заметим, что матрица $C_I C_I^\top$ по условиям построения всегда обратима. Подставляя (188) в (187), приходим к искомому выражению

$$\mathbf{r}^\pi = \mathbf{r} - C_I^\top (C_I C_I^\top)^{-1} (C_I \mathbf{r} - \mathbf{d}_I). \quad (189)$$

Обратимся ко второй задаче. Рассмотрим вначале условия пополнения множества I^0 . Так, например, для рис. 40, б пополнение осуществляется в точках 2 и 4, когда свободные ограничения 2 и 3 в данных точках становятся активными.

К примеру, до точки 2 проецирование осуществлялось лишь на первое ограничение, причем результат проецирования в точке 2 на первое ограничение ввел в состав активных и второе огра-

ничение

$$C_2^T \mathbf{r}^\pi(t) - d_2 < 0, \quad t \in [t_1, t_2),$$

$$C_2^T \mathbf{r}^\pi(t_2) - d_2 = 0.$$

Заметим, что исходная точка $\mathbf{r}(t_2)$ не выявляет свойства активности второго ограничения $C_2^T \mathbf{r}(t_2) - d_2 < 0$.

Правило коррекции индексного множества активных ограничений в данном случае сводится к следующим действиям.

Пусть $I = \{1, 2, \dots, s\}$ — полное индексное множество ограничений, а I^0 — множество активных ограничений (186) до коррекции. Индексное множество свободных (неактивных) ограничений получается после удаления из I всех индексов активных ограничений I^0 , что записывается $I \setminus I^0$.

Пусть \mathbf{r}^π есть результат проецирования вектора \mathbf{r} на активные ограничения с I^0 . Если найдутся такие i из множества свободных индексов ($i \in I \setminus I^0$), для которых станет выполняться условие $C_i^T \mathbf{r}^\pi - d_i \geq 0$, то такие индексы должны пополнить состав множества I^0 , т. е. алгоритм коррекции примет вид

$$I_1^0 = I^0 \cup \{ \dots i \dots \}, \quad (190)$$

где $i : C_i^T \mathbf{r}^\pi - d_i \geq 0, i \in I \setminus I^0$.

(Очевидно, если операция проецирования реализуется непрерывно, то коррекция I^0 осуществляется по условию строгого равенства без нарушения границ ограничений.)

Для определения индексов, покидающих состав активных I^0 , воспользуемся известным условием Куна—Таккера [82]. Условие утверждает, что если \mathbf{r}^π является решением задачи (184), (185), то в данной точке выполняется равенство

$$J_\pi(\mathbf{r}^\pi) + \sum_{i \in I^0} \mu_i \mathbf{c}_i = 0$$

с $\mu_i \geq 0$. С учетом введенных ранее обозначений это равенство переписывается в виде

$$\mathbf{r}^\pi - \mathbf{r} + C_1 \boldsymbol{\mu} = 0,$$

где $\boldsymbol{\mu} = \text{col}[\dots \mu_i \dots]$, $i \in I^0$. Сравнивая данную запись с (187), убеждаемся, что вектор $\boldsymbol{\mu}$ тождествен вектору множителей Лагранжа (188). Отсюда и вытекает известное [83] правило коррекции I^0 . Из I^0 выводятся те индексы, для которых $\lambda_i < 0$:

$$I_1^0 = I^0 \setminus \{ \dots i \dots \}, \quad (191)$$

где $\lambda_i < 0, i \in I^0$. Вектор $\boldsymbol{\lambda} = \text{col}[\dots \lambda_i \dots]$ удовлетворяет (188). Применительно к рис. 40, б данное правило коррекции действует следующим образом. При прохождении вектора $\mathbf{r}(t)$ через точку 3 множитель λ_1 в условии (188) сменит знак с положительного на отрицательный. Следовательно, множество $I^0(t_2, t_3) = \{1, 2\}$ после момента времени t_3 изменится следующим образом:

$$I^0(t_3, t_4) = \{1, 2\} \setminus \{1\} = \{2\}.$$

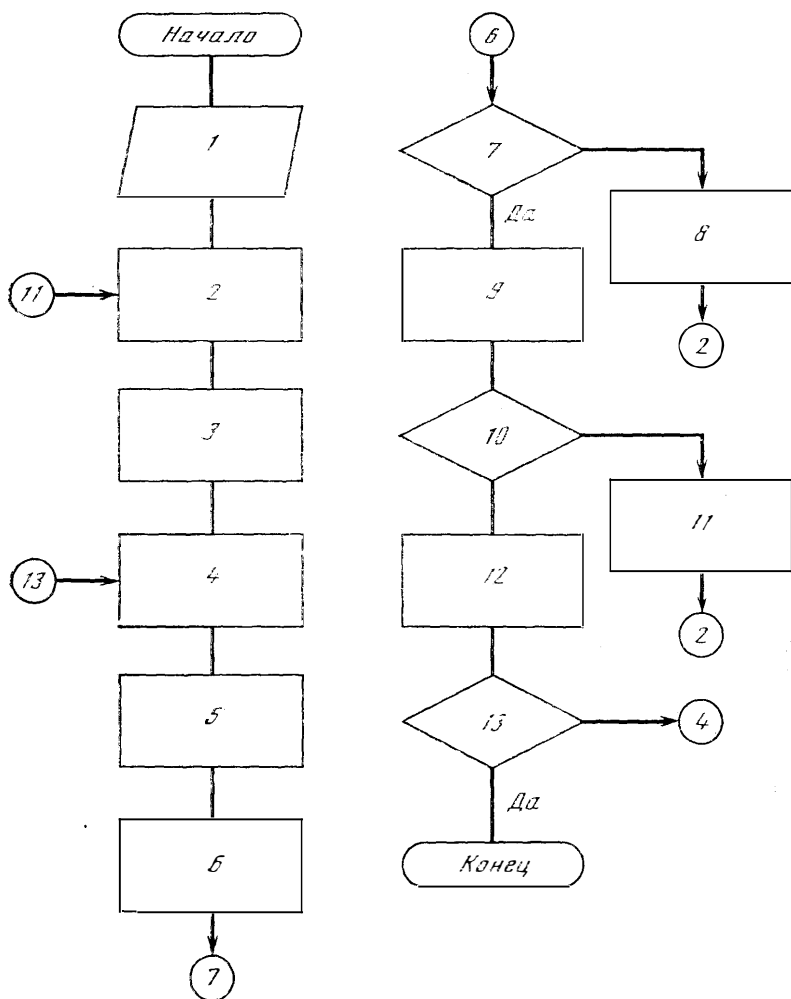


Рис. 41. Алгоритм работы адаптивной системы с вычислением проекции g^π
 1 — ввод начального I_0 ; 2 — формирование матриц системы активных ограничений;
 3 — вычисление обратной матрицы F ; 4 — вычисление g ; 5 — формирование вектора;
 6 — вычисление вектора множителей λ ; 7 — анализ знака множителей λ_i ; 8 — коррекция
 множества (191); 9 — вычисление прогноза проекции g_1^π ; 10 — оценка состояния активно-
 сти; 11 — коррекция множества (190); 12 — настройка параметров

А при прохождении траектории $g(t)$ через точку 4 сменит знак на отрицательный и λ_2 . Отсюда

$$I^0(t > t_4) = I^0(t_3, t_4) \setminus \{2\} = \emptyset.$$

(\emptyset — обозначение пустого множества).

На основании изложенного введем алгоритм работы адаптивной системы с вычислением проекции g^π (рис. 41). Помимо началь-

ного значения вектора настраиваемых параметров \mathbf{r} , в системе должна быть задана начальная оценка множества I^0 (блок 1). В блоке 2 формируются матрица C_1 и вектор \mathbf{d}_1 системы активных ограничений. Блок 3 осуществляет вычисление обратной матрицы $F = (C_1 C_1^T)^{-1}$. Затем на основании информации о значении вектора настроек \mathbf{r} формируется вектор невязки $\delta_1 = C_1 \mathbf{r} - \mathbf{d}_1$ активных ограничений (блок 5), после чего вычисляется вектор множителей λ (188). На основании анализа знака множителей λ (блок 7) осуществляется коррекция множества (191). Затем процесс вычислений вновь возобновляется с блока 2. Если все λ_i $i \in I^0$ неотрицательны, коррекция I^0 не производится, а вычисляется согласно (189) прогноз проекции \mathbf{r}_1^π (блок 9). В блоке 10 для вычисленного \mathbf{r}_1^π оценивается состояние активности из числа свободных ограничений и при необходимости вновь корректируется множество I^0 (190). После коррекции процесс вычислений возобновляется с блока 2. В том случае, когда все режимы коррекции множества I^0 реализованы, прогноз проекции \mathbf{r}_1^π приравнивается к истинной проекции \mathbf{r}^π , которая выставляется в регуляторе (176) и невязке (172) (блок 12). После проверки условия окончания работы алгоритма самонастройки процесс счета либо продолжается с блока 4, либо завершается.

Вычисление проекции, как это следует из алгоритма, производится дискретно.

Прерывистость вычислений \mathbf{r}^π обуславливается необходимостью коррекции индексного множества I^0 . На интервалах времени, где I^0 остается неизменным, вычисление проекции по линейным соотношениям (блоки 5, 6, 9, 12) можно осуществлять непрерывно с помощью аналоговых схем.

Важно заметить, что дискретный характер вычисления проекции \mathbf{r}^π вносит эквивалентное запаздывание в процесс достижения эксплуатационной цели (171). Но это не влияет на сходимость процессов самонастройки системы в целом.

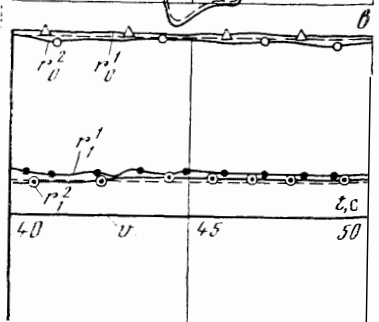
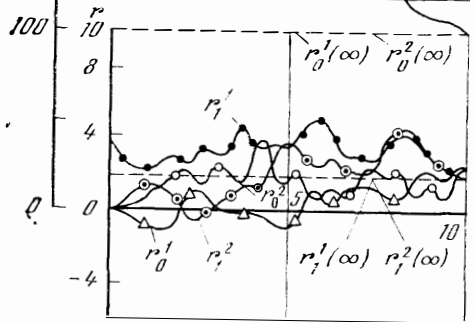
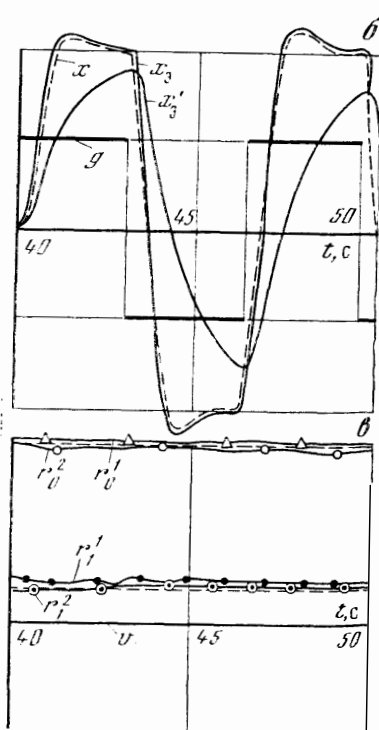
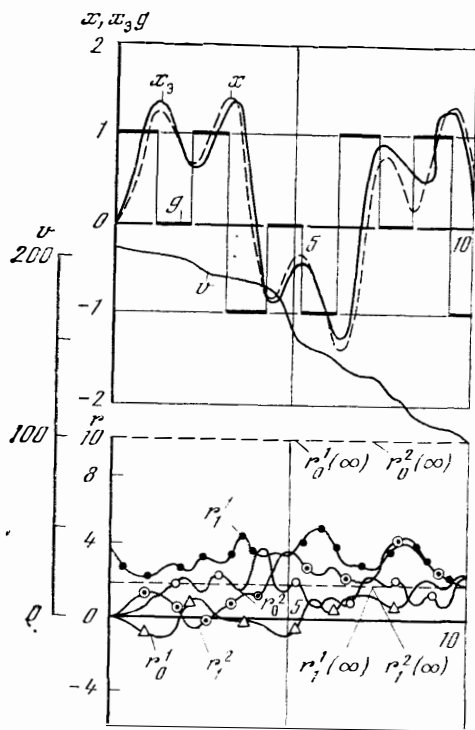
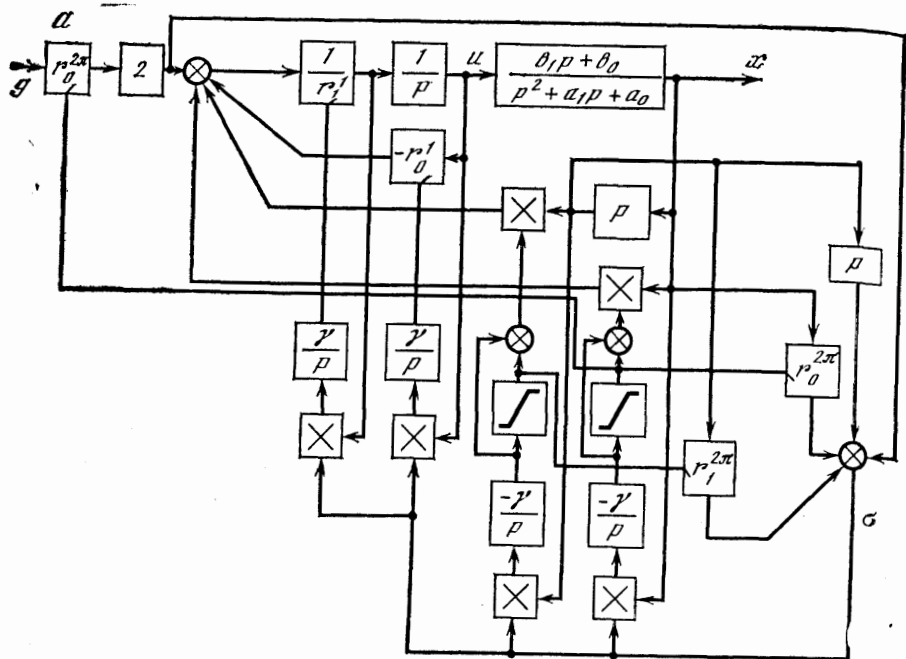
Действительно, алгоритм проецирования может реализовываться приближенно и в запаздывающем времени, что, по сути, облегчает конструктивный синтез такой системы.

Задача проецирования предельно упрощается, если областью A является параллелепипед в R^{k+1} :

$$A^0 = \{ \mathbf{a} = \text{col} [a_0 \dots a_k], a_i^- \leq a_i \leq a_i^+, i = \overline{0, k} \}.$$

Проекция $\mathbf{r}^\pi = \text{col} [r_0^\pi \dots r_k^\pi]$ вектора $\mathbf{r} = \text{col} [r_0 \dots r_k]$ на A^0 в этом случае вычисляется следующим образом:

$$r_i^\pi = \begin{cases} a_i^-, & \text{если } r_i < a_i^-, \\ r_i, & \text{если } r_i \in [a_i^-, a_i^+], \\ a_i^+, & \text{если } r_i > a_i^+. \end{cases} \quad (192)$$



Пример 12. Как и ранее, объект управления задавался уравнением

$$(p^2 + 5p + 6)x = (2p + 10)u.$$

Функциональная цель отвечала отношению предельного включения

$$J_1: x(t) \rightarrow X_\infty = \{x_\infty(t): (p^2 + a_1^3 p + a_0^3)x_\infty = 2a_0^3 g\}, \quad t \rightarrow \infty, \\ a_1^3 \in [4, 6], \quad a_0^3 \in [4, 9].$$

Регулятор согласно (176) назначался в виде

$$r_1^1 \dot{u} + r_0^1 u = (r_0^2 - r_0^{2\pi})x + (r_1^2 - r_1^{2\pi})\dot{x} + 2r_0^{2\pi}g,$$

где в соответствии с (192) параметры $r_0^{2\pi}$ и $r_1^{2\pi}$ отвечали условиям

$$r_0^{2\pi} = \begin{cases} 4, & \text{если } r_0^2 < 4, \\ r_0^2, & \text{если } 4 \leq r_0^2 \leq 9, \\ 9, & \text{если } r_0^2 > 9, \end{cases} \quad r_1^{2\pi} = \begin{cases} 4, & \text{если } r_1^{2\pi} < 4, \\ r_1^2, & \text{если } 4 \leq r_1^{2\pi} \leq 6, \\ 6, & \text{если } r_1^{2\pi} > 6. \end{cases}$$

Градиентная процедура самонастройки описывалась соотношениями вида

$$\dot{r}_1^1 = \gamma \sigma \dot{u}, \quad \dot{r}_0^1 = \gamma \sigma u, \quad \dot{r}_0^2 = -\gamma \sigma x, \quad \dot{r}_1^2 = -\gamma \sigma \dot{x},$$

где $\sigma = \ddot{x} + r_1^{2\pi} \dot{x} + r_0^{2\pi} x - 2r_0^{2\pi} g$.

Структура системы изображена на рис. 42, а, где операция прогнозирования реализована с помощью нелинейного преобразования типа «усиления с насыщением».

Графики переходных процессов в системе приведены на рис. 42, б, где для $x_\infty(t)$ справедливо уравнение $(p^2 + r_1^{2\pi} p + r_0^{2\pi})x_\infty = 2r_0^{2\pi} g$, а $v(t) = (2 - r_1^1)^2 + (10 - r_0^1)^2 + (r_0^2 - 10)^2 + (r_1^2 - 2)^2$. Моделирование осуществляется на отрезке времени $[0, 40]$ из нулевых начальных условий, кроме $r_1^1(0) = 4$, при $\gamma = 3$ с задающим воздействием

$$g(t) = 0,5 [\text{sign}(\sin(t + 0,01)) + \text{sign}(\sin 3t)].$$

Функция $v(t)$ уменьшилась с $v(0) = 208$ до $v(40) = 0,5$. Затем система с настройками регулятора, соответствующими моменту $t = 40$, была вновь возбуждена сигналом

$$g = \text{sign}(\sin(t + 0,01))$$

и отработала еще 10 с. Как видно из графиков конца интервала интегрирования $[40, 50]$, выход объекта почти тождественно копи-

Рис. 42. Структурная схема (а) и графики переходных процессов (б, в) адаптивной системы для объекта второго порядка

б, в — то же, что на рис. 11 соответственно

рует верхнюю кривую трубки эталонных процессов, соответствующую оператору $p^2 + 4p + 9$. Нижняя кривая трубки x_3 отвечает оператору $p^2 + 6p + 4$.

Вариабельность управления можно оценивать через интегральный показатель среднеквадратических отклонений от установившихся значений

$$J_0 = \int_0^T (u(t) - 2g(t))^2 dt.$$

При $T = 30$ с и $g(t)$ (211) для краевых операторов области $A_2^3(p)$ значения J_0 приведены ниже.

$a_2^3(p)$	J_0	$a_2^3(p)$	J_0
$p^2 + 4p + 4$	78,2	$p^2 + 6p + 4$	93,6
$p^2 + 4p + 9$	30,5	$p^2 + 6p + 9$	46,3

Как и ожидалось, минимум J_0 был достигнут на эксплуатационном оптимальном режиме с оператором модели эталона $p^2 + 4p + 9$, наименьшим образом отличающимся от оператора объекта.

5.4.

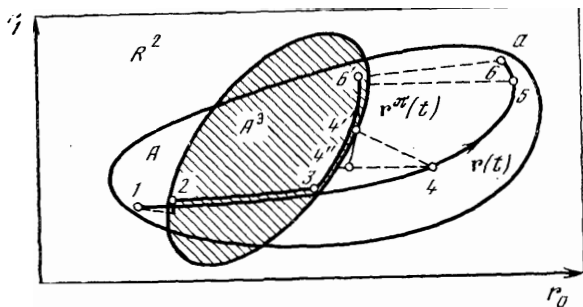
Методы самоалгоритмизации в задачах упрощаемости и реализуемости адаптивных схем

Рассмотренный ранее подход к построению самоалгоритмизирующихся схем можно распространить на решение практически важных задач, связанных с упрощаемостью и реализуемостью алгоритмов адаптивного управления. В частности, при управлении непрерывными объектами основной контур управления (первичный алгоритм) удобно создавать с помощью непрерывных (аналоговых) схем и чаще на основе типовых промышленных регуляторов. Контур автоподстройки параметров регулятора, реализующий нелинейные законы самонастройки, удобнее строить на основе цифровой техники с использованием микроЭВМ. При этом основная сложность создания системы приходится на конструкцию непрерывного регулятора с варьируемыми параметрами. Очевидно, чем меньше число настроек в основном контуре, тем выше надежность и проще техническое исполнение системы.

Наиболее благоприятной с точки зрения практической реализации будет та система, в которой закон управления основного контура, а следовательно, и число настроек регламентируются фиксированным классом структур типовых регуляторов. Начальный подход к решению этой задачи дает изложенная ранее схема самоалгоритмизации.

Условия и задачи упрощаемости первичного алгоритма управления. Рассмотрим, как и ранее, задачу управления объектом, заданным уравнением (165) в смысле целевых условий (167), (169) и (170)—(172). Решение данной задачи приводит к регулятору

Рис. 43. Иллюстрация к задаче упрощае-
сти регулятора основ-
ного контура



основного контура (176) вида

$$r_m^1(p)u = (r_{n-1}^2(p) - r_{n-1}^{2\pi}(p))x + k^s r_0^{2\pi} g.$$

Введем, как и в главе 3, разделенную запись для настраивае-
мого оператора

$$r_{n-1}^2(p) = r_{n-1/s}^2(p) + r_{s-1}^2(p).$$

Тогда соответствующее разбиение для $r_{n-1}^{2\pi}(p)$ примет вид

$$r_{n-1}^{2\pi}(p) = r_{n-1/s}^{2\pi}(p) + r_{s-1}^{2\pi}(p),$$

а выражение для регулятора запишется следующим образом:

$$r_m^1(p)u = (r_{n-1/s}^2(p) - r_{n-1/s}^{2\pi}(p))x + (r_{s-1}^2(p) - r_{s-1}^{2\pi}(p))x + k^s r_0^{2\pi} g. \quad (193)$$

Как уже оговаривалось, конструкция системы (основного кон-
тура) будет и проще, и надежнее, если количество настраиваемых
обратных связей будет минимальным. Причем с практической точ-
ки зрения предпочтительнее исключать обратные связи по стар-
шим производным. Например, если в (193) положить $r_{n-1/s}^{2\pi}(p) =$
 $= r_{n-1/s}^2(p)$, то число регулируемых связей первичного алгоритма
по выходу сокращается с n до s :

$$r_m^1(p)u = (r_{s-1}^2(p) - r_{s-1}^{2\pi}(p))x + k^s r_0^{2\pi} g. \quad (194)$$

Такой регулятор будем называть s -упрощенным. В рамках ра-
нее введенной постановки задачи управления s -упрощение не
всегда возможно. Рассмотрим этот вопрос подробнее.

Пусть, как и ранее, $A_{n-1}(p) \subset R_{n-1}(p)$ — область реализаций
оператора объекта $a_{n-1}(p)$, т. е. область начальной неопределен-
ности описания $a_{n-1}(p) \in A_{n-1}(p)$, а $A_{n-1}^3(p)$ — область эталонных
операторов.

Рассмотрим двумерный случай. Соответствующие выпуклые
области в пространстве R^2 приведены на рис. 43, где также ука-
зана траектория настраиваемого вектора $\mathbf{r}(t)$ оператора $r_1(t, p) =$
 $= r_0(t) + r_1(t)p$. В области A^3 выделена траектория $\mathbf{r}^\pi(t)$ про-
екции $\mathbf{r}(t)$.

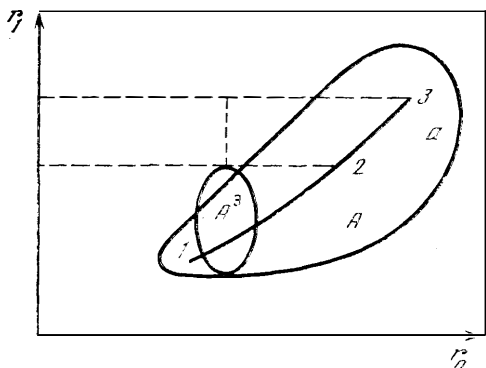


Рис. 44. Расположение областей A и A^3 , при которых невозможна реализация схем частичного проецирования

Как видно из рисунка, условие совпадения координаты проекции r_1^π с координатой r_1 исходного вектора, т. е. $r_1^\pi(t) = r_1(t)$, выполнено лишь на участке $\{2; 3\}$ и в точке 5. В то же время если директивно для всего участка траектории $\{1; 6\}$ вектора $\mathbf{r}(t)$ принять выполненным $r_1^\pi(t) = r_1(t)$, а проецирование осуществлять лишь только компоненты $r_0(t)$, то эксплуатационная цель управления, заданная условиями (170)—(172), окажется недостигнутой, хотя функциональная цель не нарушается.

Действительно, при реализации точного проецирования, например, точки 4 на область A^3 получаем точку $4'$, в то время как частичное проецирование в условиях $r_1^\pi = r_1$ дает точку $4''$. Расстояния между 4 и $4'$, а также 4 и $4''$ являются длинами векторов параметрических рассогласований, образующих коэффициенты обратных связей основного контура:

$$\rho = \|\mathbf{r} - \mathbf{r}^\pi\| = \sqrt{(r_1 - r_1^\pi)^2 + (r_0 - r_0^\pi)^2}.$$

Согласно эксплуатационной цели тот регулятор будет оптимальным, где ρ принимает минимальное значение. Как видно из рисунка, соответствующее расстояние для точки $4'$ будет меньше, чем для $4''$. В то же время для точки $4''$ и в целом для результатов частичного проецирования выполнено $r_1 - r_1^\pi = 0$. А это значит, что в уравнении регулятора основного контура такой системы будет присутствовать всего одна регулируемая связь, как, например, $r_1^1 \ddot{u} + r_0^1 \dot{u} = (r_0 - r_0^\pi)x + k^3 r_0^\pi g$.

С технической точки зрения такой регулятор может быть предпочтительнее, чем строго оптимальный с полным числом регулируемых обратных связей.

Нетрудно видеть, что такое упрощение допускается не всегда. В частности, на рис. 44 изображены области A и A^3 , для которых реализация схем частичного проецирования оказывается недопустимой.

Действительно, на участке $\{1; 2\}$ условие $r_1^\pi = r_1$ не выводит параметр r_1^π из области допустимых эталонных настроек, в то вре-

мя как на участке $\{2; 3\}$ в условиях $r_1^\pi = r_1$ уже не обеспечивает достижение функциональной цели управления, так как полный вектор r^π с компонентой r_1^π не принадлежит области A^3 ($r^\pi \notin A^3$). Из данных рисунков сразу видны условия, при которых соответствующие упрощения могут производиться.

В частности, область вариации вектора $r^\pi \in A^3$ по компоненте r_1^π , соответствующая рис. 43, перекрывает область вариаций вектора $r \in A$ по компоненте r_1 , в то время как для рис. 44 такое условие не соблюдается. Поэтому условия упрощаемости регулятора для случая рис. 44 не соблюдаются. Сформулируем условия s -упрощаемости в общем случае.

Пусть выполнено $r_{n-1}^2(p) \in A_{n-1}(p)$. Выделим в $A_{n-1}(p)$ подобласть $A_{s-1}(p)$ возможных вариаций составной части $r_{s-1}^2(p)$ оператора $r_{n-1}^2(p) = r_{n-1/s}^2(p) + r_{s-1}^2(p)$. Тогда при любом фиксированном $r_{s-1}^2(p) \in A_{s-1}(p)$ область $A_{n-1}(p)$ вырождается в сечении $A_{n-1/s}(r_{s-1}^2, p)$ допустимых вариаций оператора $r_{n-1/s}^2(p)$. На основании данных сечений можно построить подобласть предельных вариаций оператора $r_{n-1/s}^2(p)$ как объединение всех непустых сечений:

$$A_{n-1/s}(p) = \bigcup A_{n-1/s}(r_{s-1}^2, p), \quad \forall r_{s-1}^2(p) \in A_{s-1}(p).$$

Аналогичное построение, произведенное для выпуклой области $A_{n-1}^3(p)$, дает в $R_{n-1}(p)$ подобласть $A_{n-1/s}^3(p) \subset R_{n-1/s}(p)$. Тогда условие s -упрощаемости формулируется как условие включения

$$A_{n-1/s}(p) \subseteq A_{n-1/s}^3(p). \quad (195)$$

В зависимости от того, как фактически описывается пространство $R_{n-1}(p)$, проверка условия (195) требует различных построений и вычислений. В частности, если $R_{n-1}(p)$ эквивалентуруется евклидовому пространству векторов R^n , как это было на приведенных ранее рисунках, то проверка (195) предполагает предварительное проецирование области A и A^3 на соответствующие оси координат. Если проекция A^3 на i -ю ось в R^n полностью содержит соответствующую проекцию A , то обратная связь по i -й производной (по $x^{(i)}$) из регулятора выводится. Заметим, что в данном построении сокращение числа настраиваемых обратных связей основного контура в общем случае не отвечает условию выведения из закона управления старших производных. Вопрос о сокращении числа обратных связей по старшим производным в первичном алгоритме должен решаться совместно с вопросом выбора или формирования области $A_{n-1}^3(p)$. В частности, потенциалы упрощаемости регулятора увеличиваются, если область $A_{n-1}^3(p)$ в функциональном целевом условии (167), (169) назначать не постоянной, а варьруемой в зависимости от текущих оценок $r_{n-1/s}^2(p)$ части $a_{n-1/s}(p)$ оператора $a_{n-1}(p)$ объекта (165). Пусть соответствующее правило формирования сечения $A_{s-1}^3(r_{n-1/s}^2, p)$ для текущих

оценок $r_{n-1/s}^2(p) \in A_{n-1/s}(p)$ задано. В такой постановке задачи управления не только предельное поведение, но и функциональная цель, как она была введена ранее, оказываются недоопределенными.

Развитие данного подхода к синтезу адаптивной системы может осуществляться в двух направлениях.

В первом наряду с коррекцией границ подобласти $A_{s-1}^0(r_{n-1/s}, p)$ предусматривается и вариация индекса упрощаемости s . В этом случае приходим к простейшей версии создания самоорганизующихся схем (алгоритмов с варьируемой структурой). Функциональная цель управления в таких системах устанавливает обобщенные требования к качеству управления, как, например, требования к показателю колебательности основного контура [84] без жестких ограничений на быстродействие и т. п. Принцип упрощаемости в такой задаче управления запишется следующим образом:

$$S \rightarrow \min$$

$$A_{n-1/s}(p) \cup A_{s-1}^0(A_{n-1/s}, p) \subseteq A_{n-1}^0(p). \quad (196)$$

Очевидно, введенное условие принадлежности всегда можно обеспечить при $s \rightarrow n$. Если же эту задачу можно решить для $s^* < n$, то будем говорить о гарантированной s^* -упрощаемости регулятора. Но фактически для конкретного значения оператора объекта $a_{n-1}(p)$ предельный индекс s при $r_{n-1}(p) \rightarrow a_{n-1}(p)$ может быть меньше гарантированного s^* . Именно поэтому в такой системе не только предельное поведение объекта не определено, но и предельная структура регулятора также остается неизвестной. Конструктивный синтез таких систем нами не рассматривается, отметим только, что процесс самонастройки регулятора в системе должен начинаться с предельно простой структуры ($s = 1$), по мере самонастройки оператора $r_{n-1/s}(p)$ индекс s при необходимости будет возрастать.

Второе направление связано синтезом адаптивной системы с фиксированной структурой первичного алгоритма. Здесь важно заметить, что структура алгоритма может назначаться из класса типовых линейных корректирующих цепей и не отвечать регуляторам компенсационного типа, как (176). В то же время при фиксированной структуре первичного алгоритма для произвольной сдвиги $A_{n-1}(p)$ нельзя гарантировать достижение приемлемой функциональной цели.

Алгоритм реализации упрощенной системы. Рассмотрим задачу синтеза адаптивной системы с s -упрощенной структурой регулятора типа (194). Полагается, что условия упрощаемости до порядка s в смысле (195) либо (196) выполнены. Пусть регулятор (194) реализуем п вектор $x = \text{col}[x \dots x^{(s-1)}]$ доступен измерению. Рассмотрим метод синтеза алгоритма самонастройки параметров регулятора (194), которые не используют координаты производных от x выше $(s - 1)$ -го порядка.

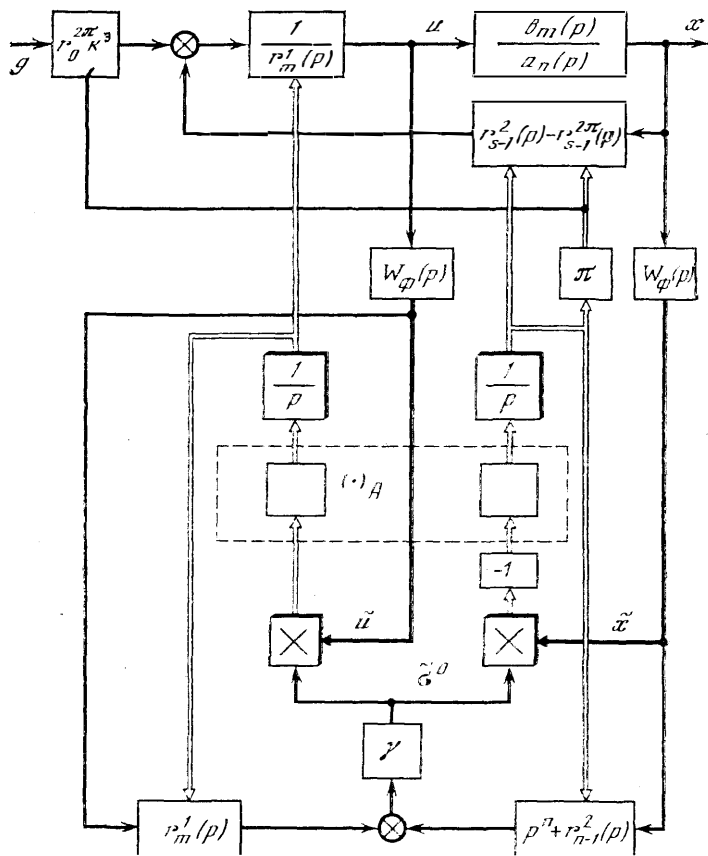


Рис. 45. Структурная схема адаптивной системы с s -упрощенной структурой

Подобная задача уже исследовалась в главе 3, однако в рамках рассматриваемого подхода решение вопроса реализуемости алгоритма имеет некоторую специфику, на которой остановимся далее.

Согласно типовому подходу к синтезу первичного алгоритма с учетом равенства $r_{n-1/s}^{2\pi}(p) = r_{n-1/s}^2(p)$ введем выражение невязки

$$\sigma = (p^n + r_{n-1/s}^2(p) + r_{s-1}^{2\pi}(p))x - k^0 r_0^{2\pi} g. \quad (197)$$

На основании (165) для σ справедливо представление

$$\sigma = b_m(p)u + (r_{n-1/s}^2(p) - a_{n-1/s}(p))x + (r_{s-1}^{2\pi}(p) - a_{s-1}(p))x - k^0 r_0^{2\pi} g.$$

Суммируя данное выражение с уравнением регулятора (194), получаем

$$\sigma = (b_m(p) - r_m^1(p))u + (r_{n-1}^2(p) - a_{n-1}(p))x$$

или с учетом обозначений в (177), можно записать

$$\sigma = (\Delta + \mathbf{r})^\top \mathbf{z}. \quad (198)$$

Для решения вопроса реализуемости введем линейный фильтр осреднения с передаточной функцией (оператором)

$$W^1(p) = k_l^1 / (p^{n-s+1} + l_{n-s}^1(p)).$$

Применим оператор осреднения к правой и левой частям вторичной модели (197), (198). В результате можно записать

$$\sigma = \widehat{\bar{x}}^{(n)} + \widehat{r_{n-1/s}^2(p)} x + \widehat{r_{s-1}^{2\pi}(p)} x - \widehat{k^0 r_0^{2\pi} g} = \Delta^\top \bar{\mathbf{z}} + \mathbf{r}^\top \bar{\mathbf{z}}.$$

(Напомним, здесь используется обозначение $\bar{\tau} = W^1(p)\tau$.) Как и ранее, перейдем к модифицированной координате

$$\begin{aligned} \bar{\sigma}^0 = \bar{\sigma} + \mathbf{r}^\top \bar{\mathbf{z}} - \mathbf{r}^\top \mathbf{z} = \widehat{\bar{x}}^{(n)} + \widehat{r_{n-1/s}^2(p)} x + \widehat{r_{s-1}^{2\pi}(p)} x - \\ - \widehat{k^0 r_0^{2\pi} g} + \widehat{r_m^1(p)} u - \widehat{r_{n-1/s}^2(p)} x - \widehat{r_{s-1}^{2\pi}(p)} x + \mathbf{r}^\top \bar{\mathbf{z}}. \end{aligned}$$

С учетом выражения (194) можно записать

$$\widehat{r_m^1(p)} u - \widehat{r_{s-1}^2(p)} x + \widehat{r_{s-1}^{2\pi}(p)} x - \widehat{r_0^{2\pi} k^0 g} = 0.$$

А тогда, приводя подобные в выражении для $\bar{\sigma}^0$, получаем

$$\bar{\sigma}^0 = \widehat{\bar{x}}^{(n)} + r_{n-1}^2(p) \bar{x} - r_m^1(p) \bar{u}.$$

Но с учетом (198) имеем $\bar{\sigma}^0 = (\Delta + \mathbf{r})^\top \bar{\mathbf{z}}$. Отсюда градиентный алгоритм самонастройки реализуемой адаптивной системы запишется следующим образом: $\dot{\bar{\mathbf{r}}} = \gamma(-\bar{\sigma}^0 \bar{\mathbf{z}})_A$, где, как и в (143), запись $(a)_A$ означает проецирование вектора a (восстановленного в точке r) на область A . Сходимость процессов адаптации в такой системе уже доказывалась (см. параграфы 3.3 и 4.3). Структура системы изображена на рис. 45, где используются следующие обозначения вектора: $\bar{\mathbf{z}} = \text{col}[\bar{u} \mid \bar{x}]$.

Блочные координаты вектора $\bar{\mathbf{z}}$ снимаются с выходов двух фильтров осреднения $W^1(p)$. На рисунке явно выделен блок проецирования вектора $-\gamma \bar{\sigma}^0 \bar{\mathbf{z}}$ на область A .

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В настоящей книге достаточно подробно рассмотрены теоретические основы синтеза и анализа одного из распространенных классов непрерывных систем прямого адаптивного управления линейными объектами. Исследованы методы реализации таких систем с использованием фильтров состояния и операций осреднения. Указаны условия работоспособности адаптивных схем при действии слабых сигнальных и параметрических возмущений. Даны модификации типовых алгоритмов, обладающие гарантированной диссипативностью. Относительно новыми, и, как следствие, еще неразвитыми оказались задачи построения адаптивных систем с доопределяемыми предельными целями функционирования, которые в книге именуются как простейшие самоалгоритмизирующиеся системы. Наше изложение рассчитано на начальное знакомство с теорией адаптивного управления и служит введением в методы решения более сложных задач.

Многие вопросы современной теории прямого адаптивного управления здесь не представлены. Например, не рассматривались методы управления объектами с запаздыванием [11], систем, сочетающих параметрическую настройку с введением скользящих режимов [85—87]; как показано в [88, 89], практически важный класс адаптивных систем образуют схемы с сигнальной (координатной) самонастройкой.

К классическим задачам адаптивного управления относятся задачи с самонастройкой по частотным, в целом спектральным характеристикам [66, 90, 91] и автоколебательным системам [37]. Особый класс методов адаптации развивается в синтезе систем с нелинейными объектами [92].

Современные пути развития адаптивного управления во многом определяются практическими задачами и техническими средствами управления. Широкое распространение управляющей микропроцессорной техники позволяет практически решать вопросы о реализации сложных нелинейных законов адаптивного управления. При этом в расчетах используют чаще аппарат разностных уравнений. Но не всегда цифровая реализация основного контура доставляет системе нужное качество по надежности и динамике. В этом случае обращаются к комбинированным методам управления с непрерывными первичными алгоритмами и дискретными вторичными. Пример такого сочетания изложен в главе 3. Жесткие требования к простоте реализации основного контура и

его надежности вызвали к жизни новые постановки задач прикладной адаптации с ограниченными ресурсами автоподстройки. Широкое распространение получили вопросы о создании адаптивных систем с типовыми (ПИ, ПИД) законами управления в основном контуре [15]. В методах синтеза таких систем чаще используют идентификационные подходы. Теория прямых методов решения этих задач не имеет пока эффективного развития. В то же время возможный подход к решению данной задачи дают нам методы самоалгоритмизации, рассмотренные в главе 5.

Еще больший практический интерес имеют новые направления развития систем прямого адаптивного управления объектами со структурно-параметрическими неопределенностями. В работах [94, 95] рассмотрены методы анализа систем с регулярными и сингулярными возмущениями моделей объектов. Указанные исследования являются первыми шагами на пути решения одной из главных проблем адаптации и создании теории самоорганизующихся систем.

ЛИТЕРАТУРА

1. Приспосабливающиеся автоматические системы / Под ред. Э. Мишкина, Л. Брауна. М.: Изд-во иностр. лит., 1963. 670 с.
2. *Aseltine J. A., Mancini A. R., Sarture C. W.* A survey of adaptive control systems // IRE Trans. Automat. Contr. 1958. Vol. 6, Dec. P. 102—108.
3. *Браун Л., Мишкин Э., Трассел Дж.* О приближенном определении динамических характеристик регулируемого процесса в самонастраивающихся системах // Тр. I конгр. ИФАК. М.: Из-во АН СССР, 1961. Т. 2. С. 771—787.
4. *Лотоцкий В.А.* Заметки о литературе по теории и применениям идентификации // АиТ. 1986. № 8. С. 173—174.
5. *Саридис Дж.* Самоорганизующиеся стохастические системы управления. М.: Наука, 1980. 400 с.
6. *Петров Б. Н., Рутковский В. Ю., Крутова И. Н., Земляков С. Д.* Принципы построения и проектирования самонастраивающихся систем управления. М.: Машиностроение, 1972. 260 с.
7. *Egardt B.* Stability of adaptive controllers. N. Y.: Springer, 1979. 214 p.
8. *Фомин В. Н., Фрадков А.Л., Якубович В. А.* Адаптивное управление динамическими объектами. М.: Наука, 1981. 448 с.
9. *Срагович В. Г.* Адаптивное управление. М.: Наука, 1981. 381 с.
10. *Кунцевич В. М., Лычак М. М.* Синтез оптимальных и адаптивных систем управления. Игровой подход. Киев: Наук. думка, 1985. 248 с.
11. *Цыкунов А. М.* Адаптивное управление объектами с последствием. М.: Наука, 1984. 214 с.
12. *Деревицкий Д. П., Фрадков А. Л.* Прикладная теория дискретных адаптивных систем управления. М.: Наука, 1981. 216 с.
13. *Растригин Л. А.* Современные принципы управления сложными объектами. М.: Сов. радио, 1980. 232 с.
14. *Петров Б. Н., Рутковский В. Ю., Земляков С. Д.* Адаптивное координатно-параметрическое управление нестационарными объектами. М.: Наука, 1980. 244 с.
15. *Ядыкин И. В., Шумский В. М., Овсепян Ф. А.* Адаптивное управление непрерывными технологическими процессами. М.: Энергоатомиздат, 1985. 240 с.
16. *Нарендра К. С., Валавани Л. С.* Устойчивые адаптивные наблюдения и управления // ТИИЭР. 1976. Т. 64, № 8. С. 94—105.
17. *Павлов Б. В., Соловьев И. Г.* О сходимости алгоритмов прямого адаптивного управления при наличии возмущений // АиТ. 1981. № 11. С. 98—103.
18. *Барбашин Е. А.* Введение в теорию устойчивости. М.: Наука, 1967. 223 с.
19. *Luenberger D. G.* An introduction to observers // IEEE Trans. Automat. Contr. 1971. Vol. 16, Dec. B. 596—602.
20. *Калман Р., Фалб П., Арбиб М.* Очерки по математической теории систем. М.: Мир, 1971. 400 с.
21. *Monopoli R. V.* The Kalman-Yacobovich lemma in adaptive control system design // IEEE Trans. Automat. Contr. 1973. Vol. 18, Oct. P. 527—529.
22. *Chang-Chin Hanc.* On state variable filters for adaptive system design // Ibid. 1976. Vol. 21, Dec. P. 874—875.

23. *Morse A. S.* Global stability of parameter-adaptive control systems // *Ibid.* 1980. Vol. 25, June. P. 433—439.
24. *Narendra K. S., Lin Y.-H., Valavani L. S.* Stable adaptive controller design. Pt II. Proof of stability // *Ibid.* P. 440—448.
25. *Павлов Б. В., Соловьев И. Г.* Синтез основного контура в системах прямого адаптивного управления без измерения полного вектора состояния объекта // *Авт.* 1985. № 5. С. 102—111.
26. *Пришвин А. М., Соловьев И. Г.* Адаптивное управление линейными объектами без измерения полного вектора состояния системы // *Изв. ЛЭТИ.* 1978. Вып. 241. С. 18—25.
27. *Фомин В. Н.* Математическая теория обучаемых опознающих систем. Л.: Изд-во ЛГУ, 1976. 236 с.
28. *Соловьев И. Г.* Некоторые модификации регуляризованных алгоритмов адаптивного управления // *Авт.* 1983. № 9. С. 119—126.
29. *Кульчицкий О. Ю.* Алгоритм типа стохастической аппроксимации в контуре адаптации дискретной стохастической линейной динамической системы. I // Там же. С. 102—118.
30. *Катковник В. Я.* Линейные оценки и стохастические задачи оптимизации. М.: Наука, 1976. 487 с.
31. *Хейсин В. Е.* Итеративные процедуры минимизации в условиях дрейфа экстремума // *Авт.* 1976. № 11. С. 91—101.
32. *Катковник В. Я., Хейсин В. Е.* Динамические алгоритмы адаптации, использующие универсальную функцию невязки // *Вопросы кибернетики: Задачи и методы адаптивного управления.* М.: Науч. совет по кибернетике АН СССР, 1981. С. 39—51.
33. *Красовский А. А., Буков В. Н., Шендрик В. С.* Универсальные алгоритмы оптимального управления непрерывными процессами. М.: Наука, 1977. 272 с.
34. *Бесекерский В. А., Попов Е. П.* Теория систем автоматического регулирования. М.: Наука, 1975. 768 с.
35. *Цыпкин Я. З.* Основы теории обучающихся систем. М.: Наука, 1970. 252 с.
36. *Растргин Л. А.* Адаптация сложных систем. Рига: Зинатне, 1981. 375 с.
37. *Ковалов Ю. М., Юсупов Р. М.* Беспорисковые самонастраивающиеся системы. М.: Наука, 1969. 455 с.
38. *Солодовников В. В., Шрамко Л. С.* Расчет и проектирование аналитических самонастраивающихся систем с эталонными моделями. М.: Машиностроение, 1972. 270 с.
39. *Емельянов С. В.* Бинарные системы автоматического управления. М.: Междунар. научно-исследовательский институт пробл. управления, 1984. 313 с.
40. *Красовский А. А.* Системы автоматического управления полетом и их аналитическое конструирование. М.: Наука, 1973. 560 с.
41. *Ашимов А. А., Бурков В. Н., Джанаров Б. А., Кондратьев В. В.* Согласованное управление активными производственными системами. М.: Наука, 1986. 247 с.
42. *Цвиркун А. Д., Акинфиев В. К., Соловьев М. М.* Моделирование развития крупномасштабных систем. М.: Экономика, 1983. 176 с.
43. Аналитические самонастраивающиеся системы автоматического управления / Под ред. В. В. Солодовникова. М.: Машиностроение, 1965. 355 с.
44. *Соловьев И. Г.* Простейший способ самоалгоритмизации в прямом адаптивном управлении // *Авт.* 1985. № 6. С. 94—100.
45. *Benveniste A., Goussat M., Ruget G.* Robust identification of a nonminimum phase system // *IEEE Trans. Automat. Contr.* 1980. Vol. 25, June. P. 385—399.
46. *Кузовков Н. Т.* Модальное управление и наблюдающие устройства. М.: Машиностроение, 1976. 184 с.
47. *Сю Д. С., Мейер А. Я.* Современная теория автоматического управления и ее применение. М.: Машиностроение, 1972. 552 с.
48. *Поляк Б. Т.* Введение в оптимизацию. М.: Наука, 1983. 384 с.
49. *Sondhi M. M., Mitra D.* New results on the performance of a well —

- known class of adaptive filters // Proc. IEEE. 1976. Vol. 64, N 11. P. 1583—1597.
50. Соловьев И. Г. Качественный анализ сходимости адаптивных процессов // Исследование операций и аналитическое проектирование в технике: Межвуз. сб. Казань, 1985. С. 98—102.
 51. Поляк Б. Т., Цыпкин Я. З. Псевдоградиентные алгоритмы адаптации и обучения // АИТ. 1973. № 3. С. 45—69.
 52. Гантмахер Ф. Р. Теория матриц. М.: Наука, 1966. 576 с.
 53. Landau J. D. A hyperstability criterion for model reference adaptive control systems // IEEE Trans. Automat. Contr. 1969. Vol. 14, Oct. P. 552—555.
 54. Monopoli R. V. Model reference adaptive control with an augmented error signal // Ibid. 1974. Vol. 19, Oct. P. 474—484.
 55. Пришвин А. М., Соловьев И. Г. Адаптивное управление линейными объектами // Изв. ЛЭТИ. 1977. Вып. 222. С. 7—12.
 56. Павлов Б. В., Пришвин А. М., Соловьев И. Г. Реализация алгоритма прямого адаптивного управления без измерения полного вектора состояния объекта // АИТ. 1989. № 5. С. 100—111.
 57. Ionescu T., Monopoli R. V. Discrete model reference adaptive control with an augmented error signal // Automatica. 1977. Vol. 13, Sept. P. 507—518.
 58. Розенвассер Е. Н. Показатели Ляпунова в теории линейных систем. М.: Наука, 1977. 344 с.
 59. Евланов Л. Г. Самонастраивающиеся системы с поиском градиента методом вспомогательного оператора // Изв. АН СССР. Техн. кибернетика. 1963. № 1. С. 113—120.
 60. Костюк В. И. Беспойсковые градиентные самонастраивающиеся системы. Киев: Техника, 1969. 275 с.
 61. Аведьян Э. Д. Модифицированные алгоритмы Качмажа для оценки параметров линейных объектов // АИТ. 1978. № 5. С. 64—72.
 62. Гилл Ф., Мюррей У., Райт М. Практическая оптимизация. М.: Мир, 1985. 509 с.
 63. Тихонов А. Н., Арсенин В. Я. Методы решения некорректных задач. М.: Наука, 1986. 286 с.
 64. Пойа Д. Математика и правдоподобные рассуждения. М.: Наука, 1975. 463 с.
 65. Yuan J. S.-C., Wonham W. M. Probing signals for model reference identification // IEEE Trans. Automat. Contr. 1977. Vol. 22, Aug. P. 530—538.
 66. Кухтенко В. И. Динамика самонастраивающихся систем со стабилизацией частотных характеристик. М.: Машиностроение, 1970. 232 с.
 67. Цыкунов А. М. Аналитическое конструирование квазиоптимальных адаптивных систем управления // Тез. докл. XII всеюзн. шк.-семинара по адаптивным системам. Минск, 1983. С. 105.
 68. Фельдбаум А. А. Основы теории оптимальных автоматических систем. М.: Наука, 1966. 623 с.
 69. Федоров В. В. Теория оптимального эксперимента. М.: Наука, 1971. 312 с.
 70. Zorrop M. B. Optimal experiment design for dynamic system identifications. Berlin etc.: Springer, 1978. 197 p.
 71. Круг Г. К., Сосулин Ю. А., Фатуев В. А. Планирование эксперимента в задачах идентификации и экстраполяции. М.: Наука, 1977. 208 с.
 72. Сухарев А. Г., Тимохов А. В., Федоров В. В. Курс методов оптимизации. М.: Наука, 1986. 328 с.
 73. Катковник В. Я., Кульчицкий О. Ю., Хейсин В. Е. Аппроксимация решений существенно нестационарных стохастических экстремальных задач в непрерывном времени. I. Принципы построения алгоритмов // АИТ. 1982. № 11. С. 73—80; II. Сходимость алгоритмов // Там же. 1983. № 1. С. 101—112.
 74. Lindorff D. P., Carroll R. L. Survey of adaptive control using Liapunov design // Intern. J. Contr. 1973. Vol. 18, N 5. P. 897—914.

75. Беккенбах Э. Ф., Беллман Р. Неравенства. М.: Мир, 1965. 276 с.
76. Чаплыгин С. А. Избранные труды по механике и математике. М.: Гос-техиздат, 1956. 568 с.
77. Вайникко Г. М., Веретенников А. Ю. Итерационные процедуры в некорректных задачах. М.: Наука, 1986. 182 с.
78. Филатов А. Н., Шарова Л. В. Интегральные неравенства и теория нелинейных колебаний. М.: Наука, 1976. 152 с.
79. Фиакко А., Мак-Кормик Г. Нелинейное программирование. Методы последовательной безусловной минимизации. М.: Мир, 1972. 240 с.
80. Летов А. М. Аналитическое конструирование оптимальных регуляторов // Нелинейные системы автоматического управления. Нелинейная оптимизация систем автоматического управления. М.: Машиностроение, 1970. С. 57—87.
81. Функциональный анализ / Под ред. С. Г. Крейна. М.: Наука, 1972. 544 с.
82. Моисеев Н. Н., Иванцлов Ю. М., Столярова Е. М. Методы оптимизации. М.: Наука, 1979. 352 с.
83. Аоки М. Введение в методы оптимизации. М.: Наука, 1977. 344 с.
84. Пальтов И. П. Качество процессов и синтез корректирующих устройств в нелинейных автоматических системах. М.: Наука, 1975. 368 с.
85. Емельянов С. В., Кровин С. К., Сизиков В. И. Бинарные системы управления нестационарными процессами с применением аддитивных и мультипликативных обратных связей. М.: МНИИ пробл. управления, 1983. 61 с.
86. Борцов Ю. А., Юнгер И. Б. Автоматические системы с разрывным управлением. М.: Энергоатомиздат, 1986. 168 с.
87. Уткин В. И. Скользящие режимы в задачах оптимизации и управления. М.: Наука, 1981. 367 с.
88. Борцов Ю. А., Поляков Н. Д., Путов В. В. Электромеханические системы с адаптивным и модальным управлением. Л.: Энергоатомиздат, 1984. 215 с.
89. Громыко В. Д., Санковский Е. А. Самонастраивающиеся системы с моделью. М.: Энергия, 1974. 79 с.
90. Адаптивные системы автоматического управления / Под ред. В. Б. Яковлева. Л.: Изд-во ЛГУ, 1984. 202 с.
91. Догановский С. А. Параметрические системы автоматического регулирования. М.: Энергия, 1973. 168 с.
92. Тимофеев А. В. Построение адаптивных систем управления программным движением. Л.: Энергия, 1980. 85 с.
93. Ioannou P. A., Kokotovic P. V. Adaptive systems with reduced models. Berlin etc.: Springer, 1983. 164 p.
94. Ioannou P. A., Kokotovic P. V. Instability analysis and improvement of robustness of adaptive control // Automatica, 1984. Vol. 20, N 5. P. 583—594.
95. Ioannou P. A., Tsakalis K. S. A robust direct adaptive controller // IEEE Trans. Automat. Contr. 1986. Vol. 31, N 11. P. 1033—1034.

ОГЛАВЛЕНИЕ

ВВЕДЕНИЕ	3
---------------------------	---

1

АДАПТИВНОЕ УПРАВЛЕНИЕ И СВЯЗАННЫЕ С НИМ ЗАДАЧИ

1.1. Начальное представление	8
1.2. Архитектура адаптивных систем	10

2

ТИПОВЫЕ МЕТОДЫ СИНТЕЗА И АНАЛИЗА СИСТЕМ ПРЯМОГО АДАПТИВНОГО УПРАВЛЕНИЯ

2.1. Синтез регулятора	16
2.2. Синтез алгоритма настройки параметров	22

3

МЕТОДЫ РЕАЛИЗАЦИИ СИСТЕМ ПРЯМОГО АДАПТИВНОГО УПРАВЛЕНИЯ

3.1. Постановка задачи	38
3.2. Реализация регулятора	39
3.3. Реализация алгоритма самонастройки	49
3.4. Учет дифференцирующих свойств объекта по входу	67

4

ПРЯМОЕ АДАПТИВНОЕ УПРАВЛЕНИЕ ПРИ НАЛИЧИИ ВОЗМУЩЕНИЙ

4.1. Содержание задачи	75
4.2. Сходимость градиентной самонастройки при возмущениях	77
4.3. Модификация базовых алгоритмов	84

5

ПРОСТЕЙШИЕ САМОАЛГОРИТМИЗИРУЮЩИЕСЯ СИСТЕМЫ ПРЯМОГО АДАПТИВНОГО УПРАВЛЕНИЯ

5.1. Постановка задачи и основные определения	101
5.2. Синтез адаптивной системы	104
5.3. Проекция оператора: определения, вычисления	108
5.4. Методы самоалгоритмизации в задачах упрощаемости и релативизуемости адаптивных схем	118

ЗАКЛЮЧЕНИЕ	125
-----------------------------	-----

ЛИТЕРАТУРА	127
-----------------------------	-----

CONTENTS

INTRODUCTION	3
<hr/> 1 <hr/>	
ADAPTIVE CONTROL AND RELATED PROBLEMS	
1.1. Basic Knowledge	8
1.2. Adaptive Schemes Architecture	10
<hr/> 2 <hr/>	
TYPE METHODS OF SYNTHESIZING AND ANALYZING DIRECT ADAPTIVE CONTROL SYSTEMS	
2.1. Synthesis of Regulator	16
2.2. Synthesis of Parameters Adjustment Algorithms	22
<hr/> 3 <hr/>	
METHODS OF REALIZING DIRECT ADAPTIVE CONTROL SYSTEMS	
3.1. Problem Statement	38
3.2. Regulator Realization	39
3.3. Self — Adjusting Algorithm Realization	49
3.4. Accounting of Output Differentiating Features of Plant	67
<hr/> 4 <hr/>	
DIRECT ADAPTIVE CONTROL IN DISTURBANCE	
4.1. Problem Matter	75
4.2. Convergence of Gradient Self — Adjustment in Disturbance.	77
4.3. Modification of Base Algorithms	84
<hr/> 5 <hr/>	
ELEMENTAL SELFALGORITHMIZING SYSTEMS OF DIRECT ADAPTIVE CONTROL	
5.1. Problem Statement and Main Definitious	101
5.2. Synthesis of Adaptive System	104
5.3. Projection of Operator — Definition, Calculation	108
5.4. Selfalgorithmizing Methods in Adaptive Schemes Simplified — — Fiability And Realizability Problems	118
CONCLUSION	125
REFERENCES	127

Научное издание

**Павлов Борис Викторович,
Соловьев Илья Георгиевич**

**СИСТЕМЫ
ПРЯМОГО
АДАПТИВНОГО
УПРАВЛЕНИЯ**

Утверждено к печати
Ордена Ленина Институтом
проблем управления АН СССР

Художник
А. А. Грибко
Художественный редактор
Н. Н. Михайлова
Технический редактор
Т. А. Калинина
Корректор
**А. Б. Васильев,
Л. И. Кириллова**
ИБ № 39993

Сдано в набор 07.02.89
Подписано к печати 13.07.89
Т-12130. Формат 60×90^{1/16}
Бумага типографская № 1
Гарнитура обыкновенная новая
Печать высокая
Усл. печ. л. 8,5. Усл. кр. отг. 8,88. Уч.-изд. л. 8.2
Тираж 2100 экз. Тип. зак. 2708
Цена 1 р. 30 к.

Ордена Трудового Красного Знамени
издательство «Наука»
117864 ГСП-7, Москва, В-485, Профсоюзная ул., 90
2-я типография издательства «Наука»
121099, Москва, Г-99, Шубинский пер., 6



ИЗДАТЕЛЬСТВО «НАУКА»

Готовятся к печати книги:

Большие системы / В. Н. Бурков, В. В. Кондратьев,
В. Данев и др.

—15л.— 2 р. 60 к.

В монографии рассматриваются задачи организационного управления в больших системах, даются примеры практического применения предлагаемых механизмов управления в экономике. Подробно рассмотрены механизмы ограниченных ресурсов, конкурсные механизмы, противозатратные механизмы ценообразования, планирования и образования фондов. Дается описание комплекса деловых игр.

Для специалистов по управлению социально-экономическими системами, экономистов.

**Управление в распределенных
информационных системах.**

— 10 л.— 1 р. 50 к

В сборнике анализируются взаимодействия процессов и проблемы построения распределенных управляющих и вычислительных систем. Исследуются теоретические и прикладные аспекты динамического управления потоками в сетях с коммутацией каналов, коммутацией пакетов и адаптивного управления потоками в интегральных сетях связи. Разрабатываются основы автоматной теории протоколов управления в распределенных системах, методы их формализованного описания и анализа, автоматизации и проектирования.

Для специалистов по управлению на сетях и узлах связи, в распределенных вычислительных и управляющих системах.

Экспертные системы:
Состояние и перспективы.

—10 л.— 1 р. 50 к.

В сборнике рассматриваются проблемы и состояние научных разработок в области экспертных систем (ЭС) и их практических применений. Излагаются проблемы, связанные с представлением и использованием уровней знаний и умений, использованием ассоциативных методов и порождением гипотез при неполной информации. Описываются особенности инструментария для создания и конкретные примеры разработок ЭС.

Для разработчиков в области кибернетики.

Адреса книготорговых предприятий «Академкнига»
с указанием магазинов и отделов «Книга — почтой»
(по состоянию на 01.01.89 г.)

- Магазины «Книга — почтой»**
252107 Киев, ул. Татарская, 6
197345 Ленинград, ул. Петрозаводская, 7
117393 Москва, ул. Академика Пилюгина, 14, корп. 2
- Магазины «Академкнига» с указанием отделов «Книга — почтой»**
480091 Алма-Ата, ул. Фурманова, 91/97 «Книга — почтой»
370001 Баку, ул. Коммунистическая, 51 «Книга — почтой»
232600 Вильнюс, ул. Университето, 4 «Книга — почтой»
690088 Владивосток, Океанский пр-т, 140 «Книга — почтой»
320093 Днепрпетровск, пр-т Гагарина, 24 «Книга — почтой»
734001 Душанбе, пр-т Ленина, 95 «Книга — почтой»
375002 Ереван, ул. Туманяна, 31
664033 Иркутск, ул. Лермонтова, 289 «Книга — почтой»
420043 Казань, ул. Достоевского, 53 «Книга — почтой»
252030 Киев, ул. Ленина, 42
252142 Киев, пр-т Вернадского, 79
252025 Киев, ул. Осипенко, 17.
277012 Кишинев, пр-т Ленина, 148 «Книга — почтой»
343900 Краматорск, Донецкой обл., ул. Марата, 1 «Книга — почтой»
660049 Красноярск, пр-т Мира, 84
443002 Куйбышев, пр-т Ленина, 2 «Книга — почтой»
191104 Ленинград, Литейный пр-т, 57
199164 Ленинград, Таможенный пер. 2
194064 Ленинград, Тихорецкий пр-т, 4
220012 Минск, Ленинский пр-т, 72 «Книга — почтой»
103009 Москва, ул. Горького, 19-а
117312 Москва, ул. Вавилова, 55/7
630076 Новосибирск, Красный пр-т, 51
630090 Новосибирск, Морской пр-т, 22 «Книга — почтой»
142284 Протвино, Московской обл., ул. Победы, 8
142292 Пущино Московской обл., МР «В», 1 «Книга — почтой»
620151 Свердловск, ул. Мамина-Сибиряка, 137 «Книга — почтой»
700000 Ташкент, ул. Ю. Фучика, 1
700029 Ташкент, ул. Ленина, 73
700070 Ташкент, ул. Ш. Руставели, 43
700185 Ташкент, ул. Дружбы народов, 6 «Книга — почтой»
634050 Томск, наб. реки Ушайки, 18
450059 Уфа, ул. Р. Зорге, 10 «Книга — почтой»
450025 Уфа, ул. Коммунистическая, 49
720001 Фрунзе, бульвар Дзержинского, 42 «Книга — почтой»
310078 Харьков, ул. Чернышевского, 87 «Книга — почтой»