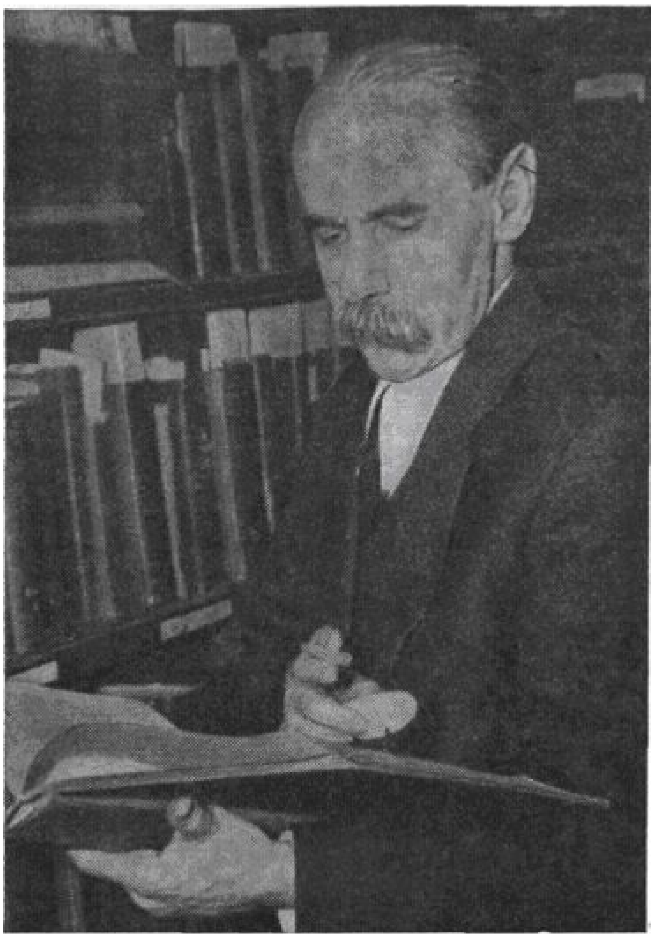


Max Wertheimer

Productive THINKING

Harper & Brothers New York

М.Вертгеймер

Продуктивное МЫШЛЕНИЕ

Перевод с английского

Вступительная статья доктора психологических наук В. П. Зинченко

Общая редакция С. Ф. Горбова и В. П. Зинченко

Москва
-ПРОГРЕСС-

1987

ББК 88 В 35

Переводчик С. Д. Латушкин Редактор Э. М. Пчелкина

Вертгеймер М.
В 35 Продуктивное мышление: Пер. с англ./Общ. ред. С. Ф. Горбова и В. П. Зинченко. Вступ. ст. В. П. Зинченко. — М.: Прогресс, 1987. — 336 с.: ил. 213.

Книга известного немецкого психолога, одного из основателей гештальтпсихологии, посвящена исследованию процессов мышления в проблемных ситуациях, требующих творческого решения.

Автор излагает собственную концепцию развития продуктивного творческого мышления посредством активного поиска способов целостного видения задачи.

Автор широко иллюстрирует принципы своего метода, анализируя ряд известных научных открытий (например, Галилея, Гаусса, Эйнштейна).

Рекомендуется психологам, философам, педагогам, историкам науки, а также студентам гуманитарных и технических вузов.

0304000000—623 006(01)-87 **ББК** 88

Редакция литературы по психологии и педагогике

ВСТУПИТЕЛЬНАЯ СТАТЬЯ

Макс Вертгеймер — выдающийся немецкий психолог, один из основателей гештальтпсихологии — родился 15 апреля 1880 г. в Праге, скончался 12 октября 1943 г. в Нью-Йорке. В 1904 г. он защитил диссертацию под руководством О. Кюльпе. Много лет работал в Берлинском университете. В 1933 г. М. Вертгеймер, как и другие создатели гештальтпсихологии, вынужден был покинуть фашистскую Германию и продолжил свою педагогическую и исследовательскую деятельность в США, работая в Новой школе социальных исследований (Нью-Йорк). Видимо, реакцией ученого на фашизм объясняется особое внимание М. Вертгеймера к проблемам человеческого достоинства, психологии личности, к проблемам теории этики, которые он разрабатывал в последние годы своей жизни, работая в этой школе.

В нашей стране М. Вертгеймер известен преимущественно как теоретик гештальтпсихологии и экспериментатор-исследователь в области психологии зрительного восприятия. Гештальтпсихология сформировалась как оппозиция ассоциативной психологии. М. Вертгеймер, В. Кёлер, К. Коффка, К. Левин и другие выдвинули в качестве основного принципа восприятия (а затем и других психических процессов) принцип целостности, противопоставив его ассоциативному принципу элементов. Они исходили из положения, что все процессы в природе изначально целостны. Поэтому процесс восприятия определяется не единичными элементарными ощущениями и их сочетаниями, а всем «полем» действующих на организм раздражителей, структурой воспринимаемой ситуации в целом. Именно поэтому данное направление стало называться гештальтпсихологией [1]. Не менее важным является тесно связанный с первым принцип динамичности. Согласно

[1] От немецкого Gestalt — структура, форма, конфигурация.

этому принципу, течение психических процессов определяется динамическими, изменяющимися соотношениями, устанавливающимися в самом этом процессе. Основную проблему гештальтпсихологии Вертгеймер формулировал следующим образом: «... существуют связи, при которых то, что происходит в целом, не выводится из элементов, существующих якобы в виде отдельных кусков, связанных потом вместе, а, напротив, то, что проявляется в отдельной части этого целого, определяется внутренним структурным законом этого целого. Гештальттеория есть это, не больше и не меньше»[1]. В. Н. Садовский отмечает, что философско-методологическая характеристика целостного подхода практически в тех же самых выражениях повторяется в наши дни (и конечно же, Вертгеймер не был его изобретателем, корни его можно найти даже в античной философии). Следует согласиться с Садовским, что целостный подход в гештальтпсихологии был провозглашен не только и не столько как метод исследования психологических явлений, сколько как новая парадигма, говоря современным языком, научного исследования в целом[2]. Л. фон Берталанфи неоднократно отмечал, что благодаря такой универсальности гештальтпсихология оказалась реальным историческим предшественником общей теории систем.

Благодаря введению этих методологических принципов гештальтпсихология достигла серьезных успехов в различных областях психологии, особенно в психологии восприятия. Было получено большое число экспериментальных данных, позволивших установить основные закономерности возникновения структур при восприятии. Элементы поля объединяются в структуру в зависимости от таких отношений, как близость, сходство, замкнутость, симметричность. Существует и ряд других факторов, от которых зависит «совершенство» и устойчивость фигурного или структурного объединения. К ним относятся ритмичность построения рядов, общность света и цвета и т. д. Действие всех этих факторов перцептивной организации подчиняется основному закону, названному Вертгеймером

[1] Wertheimer M. Die Abhandlungen zur Gestalttheorie. — "Philosophische Akademie", 1925, S. 7.

[2] См. Садовский В. Н. Гештальтпсихология, Л. С. Выготский и Ж. Пиаже. (К истории системного подхода в психологии.) В кн.: Научное творчество Л. С. Выготского и современная психология. М., 1981, с. 141.

«законом прегнантности», который интерпретируется как стремление (даже на уровне электрохимических процессов коры мозга) к простым или четким формам, к простым и устойчивым состояниям.

Гештальтпсихологи считали перцептивные процессы врожденными и объясняли их особенностями организация мозга на уровне коры. Распространяя принципы новой теории на физиологию мозга, Вертгеймер предполагал, что нервные процессы должны рассматриваться не как суммы отдельных возбуждений, но как целостные структуры. Он возражал против допущения виталистов, будто наряду с отдельными возбуждениями и сверх них существуют особые центральные процессы. Он считал, что всякий физиологический процесс в мозге представляет собой единое целое, не складывающееся как простая сумма из возбуждений отдельных центров, но обладающее всеми особенностями структурной целостности. Гештальтпсихология постулировала изоморфизм между физическим, физиологическим (мозговым) и феноменальным полями. Как бы ни относиться к этому постулату, нельзя не отметить усилий представителей гештальтпсихологии, направленных на то, чтобы вписать психологическую реальность в общую картину мира, преодолеть картезианский дуализм. Эта интенция гештальтпсихологии неоднократно отмечалась Л. С. Выготским, С. Л. Рубинштейном, Ж. Пиаже, Дж. Брунером, Дж. Гибсоном, Ф. Кликсом и др.

Вместе с тем в отечественной и в мировой психологической литературе гештальтпсихология подвергалась достаточно суровой и чаще всего справедливой критике.

Прежде всего ее критиковали за то, что она ограничилась феноменологическим методом, сущность которого состоит в непосредственном описании наблюдателем содержания своего восприятия.

Следует сказать, что использование этого метода обогатило исследования восприятия. Вертгеймер, например, подробно изучил эффекты стробоскопического движения (1912), то есть восприятие движения в отсутствие движения цели или фона по сетчатке. Он предложил назвать эту иллюзию фи-феноменом (феноменальным движением), так как оно существует только в восприятии. Это исследование открыло новую главу в экспериментальной психологии. Механизмы феноменального движения изучаются до настоящего времени. Вместе с тем концентрация внимания лишь на феноменологических методах при-

водила к тому, что психофизический процесс оказывался замкнутым в себе целым, а действия человека определялись лишь как конечная стадия саморегулирующегося и динамического процесса восприятия ситуации. Поэтому поведение рассматривалось как целиком определяемое структурой ситуации. С. Л. Рубинштейн писал по этому поводу: «... мысль, будто «сенсорное поле», т. е. восприятие ситуации в качестве фазы единого саморегулирующегося процесса, предопределяет действия человека, является сугубо механистической. Это лишь более утонченная и не менее радикально механистическая концепция, чем та, которая заключена в схеме «раздражение — реакция». Действие с точки зрения этой концепции не сознательный акт личности, выделяющей себя из ситуации, противопоставляющей себя ей и способной ее преобразовать, а функция от этой ситуации, из которой оно автоматически вытекает» [1].

Многие исследователи, в их числе Л. С. Выготский, С. Л. Рубинштейн, критиковали гештальтпсихологию за физикализм. Реализация принципа структурного изоморфизма физического, физиологического и психического при всей ее несомненной научной плодотворности при исследовании психики давала возможность выявить лишь те закономерности психического, которые общи у него с другими сферами реальности.

Пожалуй, больше всего подвергались критике антигенетизм гештальтпсихологии, игнорирование развития психики или формальная его трактовка, недооценка прошлого опыта пли инкапсуляция его в субъекте. И здесь гештальтпсихологию не спасает даже введение гештальтов, находящихся на разных уровнях развития. По меткому замечанию Ж. Пиаже, уровни этих гештальтов напоминают воду в канале, разделенном шлюзами. Несмотря на то что она находится на разных уровнях, она не перестает от этого оставаться одной и той же водой.

Принципы целостности, структурности, динамичности, системности, сформулированные в гештальтпсихологии применительно к психологической реальности, использовались и используются во многих направлениях психологической науки. Однако лишь Л. С. Выготскому и Ж. Пиаже удалось соединить их с идеей развития, при-

[1] Рубинштейн С. Л. Основы общей психологии. М., 1946, с. 69.

дать им новое звучание и дать новую жизнь в контексте своих теорий.

Закончим этот краткий экскурс в историю гештальтпсихологии оценкой этого направления, данной Л. С. Выготским. Сравнивая судьбу психоанализа, рефлексологии, персонализма и гештальтпсихологии, он писал: «Гештальтпсихология тоже возникла первоначально из конкретных психологических исследований процессов восприятия формы; здесь она получила практическое крещение; она выдержала пробу на истину. Но, так как она родилась в то же время, что психоанализ и рефлексология, она проделала их путь с удивительным однообразием. Она охватила зоопсихологию — и оказалось, что мышление у обезьян тоже гештальтпроцесс; психологию искусства и этническую — оказалось, что первобытное миропредставление и создание искусства тоже гештальт; детскую психологию и психопатологию — и под гештальт подошли и развитие ребенка, и психическая болезнь. Наконец, превратившись в мировоззрение, гештальтпсихология открыла гештальт в физике и химии, в физиологии и биологии, и гештальт, высохший до логической формулы, оказался в основе мира; создавая мир, бог сказал: да будет гештальт — и стал гештальт, везде гештальт...

Эти судьбы, схожие, как четыре капли одного и того же дождя, влекут идеи по одному и тому же пути. Объем понятия растет и стремится к бесконечности, по известному логическому закону содержание его столь же стремительно падает до нуля. Каждая из этих четырех идей на своем месте чрезвычайно содержательна, полна значения и смысла, полноценна и плодотворна. Но возведенные в ранг мировых законов, они стоят друг друга, они абсолютно равны между собой, как круглые и пустые нули; личность Штерна по Бехтереву есть комплекс рефлексов, по Вертгаймеру — гештальт, по Фрейду — сексуальность» [1].

Следует учесть, что эти слова были написаны в 1927 г., то есть во время наивысшего расцвета гештальтпсихологии. Сейчас, спустя 60 лет, можно сказать, что они оказались пророческими относительно судьбы центральной идеи гештальтпсихологии. Однако иная судьба постигла многие действительно реальные достижения этого научного направления. Оно не забыто, и к нему исследователи

[1] В ы г о т с к и й Л. С. Собр. соч., т. 1. М., 1982, с. 307—308.

возвращаются вновь и вновь, редко вспоминая его претензии на обладание универсальным объяснительным принципом или мировым законом. Кстати, и сами представители гештальтпсихологии, и в их числе Вертгеймер, испытывая упорство и сопротивление фактов, а возможно, и влияние других научных традиций, нередко преступали впоследствии границы, очерченные гештальтпсихологией в 20-е годы. Иначе и не могло быть, так как М. Вертгеймер. В. Кёлер, К. Коффка, К. Левин были настоящими учеными. Поэтому было бы неверно видеть заслуги гештальтпсихологии лишь в борьбе с ассоцианизмом, рефлексологией, бихевиоризмом. Подобная односторонняя оценка нередко встречается в литературе по истории психологии. Это тем более неверно, что, трансформированные временем (возможно, больше, чем критикой), эти направления, как и сама гештальтпсихология, живы до настоящего времени.

Из истории гештальтпсихологии следует извлечь еще один поучительный урок. Никакая методологическая концептуальная схема, будь то принцип целостности, структурности, системности, не может непосредственно накладываться на исследуемую реальность. Необходима серьезная теоретическая работа, связанная с осмыслением и конструированием предмета научного исследования. Этой-то необходимой работы представители гештальтпсихологии не проделали. Они понимали психику как данность сознанию. И не вышли при этом за пределы адаптационно-гомеостатического подхода, существовавшего в естественных науках.

В основе гештальттеории лежат представления об устойчивости, равновесии, симметрии. Подобные представления не позволяли выявить специфику активной психической деятельности, постоянно нарушающей равновесное состояние даже самых «хороших», равновесных, устойчивых и завершенных структур. Нам представляется, что существенные шаги, направленные на преодоление этой предвзятой концептуальной схемы, удалось сделать М. Вертгеймеру в его книге «Продуктивное мышление», которая в истории мировой психологической науки оказалась не менее важным событием, чем классические работы гештальтпсихологов в области изучения восприятия. Мы считали полезным предварить анализ этой книги данной выше характеристикой гештальтпсихологии не только потому, что Вертгеймер был одним из ее основателей, но также и для того, чтобы, напомнив читателю о ней,

дать возможность ему самому проследить, как автор выходит за границы гештальттеории, пытаясь понять реальные механизмы учебной и творческой мыслительной деятельности.

Хотя первое издание этой книги было осуществлено Майклом Вертгеймером — сыном Макса Вертгеймера — в 1945 г., то есть уже после смерти отца, первые исследования мышления были проведены и опубликованы еще в 20-е годы. Некоторые из них были известны Л. С. Выготскому. Мы говорим об этом, чтобы оправдать необходимость сделать еще один экскурс — на сей раз в область состояния психологии мышления в первые десятилетия XX в.

Хорошо известно, что психология стала отпочковываться от философии и выделяться в самостоятельную науку во второй половине XIX в. Первые экспериментальные психологические исследования затрагивали преимущественно процессы ощущения, восприятия, памяти. Мышление по-прежнему оставалось преимущественно предметом философских размышлений и логических исследований. Ассоциативная психология сконструировала мыслительный процесс как ассоциацию образов и представлений, а в остальном довольствовалась логическим описанием процесса. На этой достаточно скудной основе стали конструироваться тесты измерения интеллекта.

Выделение психологии из философии привело к тому, что она утратила исходный культурный смысловой образ понятий «интеллект», «мышление», который складывался в философской традиции. И психология была еще доста-точно далека от того, чтобы построить свой собственный смысловой образ этих понятий. Нельзя сказать, что такие попытки не предпринимались. Они предпринимаются и до настоящего времени.

Понятие «интеллект», как и многие другие понятия современной науки, имело длительную историю. Оно является культурно-историческим и несет на себе многочисленные наслоения и напластования, предшествовавшие его современному употреблению. В этом сложность его определения, которая зафиксирована в психологической науке. Таких определений слишком много (свыше семидесяти), для того чтобы какое-либо выбранное из них оказалось верным.

Эволюция понятия «интеллект» интересна и поучительна тем, что при сохранности его смыслового образа

многократно видоизменялось его значение. Смысловой образ интеллекта задан, видимо, Платоном. Согласно Платону, интеллект (нус) — это то, что отличает человеческую душу от животной. Нус — надындивидуальное по природе творческое начало, приобщающее человека к божественному миру. Аристотель наряду с таким интеллектом допускает существование пассивного, преходящего, смертного интеллекта. В дальнейшем ранг интеллекта как бы все время понижается. Он начинает рассматриваться как способность человека к познанию (врожденная или благоприобретенная). Функции интеллекта операционализируются, становятся все более и более земными, чтобы не сказать утилитарными. Делаются попытки низвести интеллект к частной способности приспособления, к решению лишь практических задач. В психологии начинается полоса измерений интеллекта как некоей операци-онально-технической функции, и психологи, осознающие ограниченность, а порой бессмысленность этих процедур, не без горечи определяют интеллект как то, что измеряется с помощью тестов на интеллект (число таких тестов уже более ста).

В зоопсихологии длительное время велись споры о том, где должна быть проведена граница между перцептивной и интеллектуальной психикой. Замечательные исследования В. Кёлера, проведенные над антропоидами, с одной стороны, продемонстрировали наличие у них интеллекта по критерию решения задач, а с другой — закрыли путь к изучению его процессуальных характеристик. Интеллект идентифицировался с видением хорошей структуры. Генезис этого видения оставался загадочным. Это привело к тому, что па первый план в исследованиях интеллекта стали выдвигаться акты усмотрения, инсайта, то есть интуитивные явления.

Таким образом, попытки определения интеллекта столкнулись с новыми трудностями, связанными с тем, что его смысловой образ включает в себя также и то, что носит наименование иррационального, интуитивного и описывается в таких терминах, как озарение, усмотрение, инсайт, а нередко и как откровение.

Понятие «интуиция» также достаточно древнее. Общим для его различных толкований является подчеркивание момента непосредственности в процессе познания в отличие (или в противопоставление) от опосредствованного, дискурсивного характера логического мышления. Это по-

нятие по сравнению с понятием «интеллект» развивалось в противоположном направлении. По мере того как понятие «интеллект» все более и более заземлялось (ср. животный интеллект, сенсомоторный интеллект, машинный интеллект и т. д.), понятие «интуиция» становилось все более и более возвышенным, несмотря на то что сама интуиция все чаще опускалась в глубины мозга или в тайны бессознательного. Возможна и другая размерность их сравнения. По мере того как понятие «интеллект» становилось все более предметным, конкретным и содержательным, понятие «интуиция» становилось все более беспредметным и абстрактным. Оно вычерпывало из содержания понятия «интеллект» и вбирало в себя все то, что нельзя было объяснить, заземлить и операционализировать. Постепенно понятие «интуиция» перешло границы понятия «интеллект», она стала рассматриваться как самостоятельная способность, сущность и т. п. Едва ли следует говорить, что успехи в изучении интуиции оказались неизмеримо скромнее, чем в изучении интеллекта.

Наиболее интересными являются феноменологические описания фаз, предшествующих интуитивным актам. Но эти последние получают, как правило, отрицательные характеристики: бессознательность (ср. бессознательные умозаключения) и непредсказуемость, неуловимость во времени, мгновенность. Столь же непредсказуема и локализация этих актов в пространстве. Мало этого, для обладания интуицией, согласно А. Бергсону, не требуется никаких специальных способностей или познавательных органов. Следует отметить любопытную особенность рассуждений и размышлений об интуиции. Ее всегда характеризуют относительно некоторой точки отсчета, за которую, однако, принимается все тот же интеллект. Это встречается как у ученых, рассматривающих интуицию в качестве инструмента интеллекта, так и у ученых, противопоставляющих интуицию и интеллект. Забавной иллюстрацией этого являются попытки построения классификации интуитивных явлений в таких терминах, как инфраинтеллектуальная, супраинтеллектуальная, ультраинтеллектуальная интуиция и т. д. В переводе на нормальный человеческий язык — это интуиция с большим или меньшим количеством интеллекта, интуиция чувственная, рациональная и иррациональная.

Наиболее интересные исследования интуиции — это описания уникальных случаев, которые, несомненно, обо-

гащают наши весьма смутные представления о том, что такое творчество. Отмеченная соотносительность или сопряженность понятий «интеллект» и «интуиция» объясняет стойкость смыслового образа понятия «интеллект», несмотря на то что неоднократно предпринимались попытки его разрушить. Наиболее интересная из них сделана А. Бергсоном в его книге «Творческая эволюция», которая не вполне адекватно воспринимается лишь как гимн интуиции, что, впрочем, соответствует замыслу ее автора. На самом деле в книге дана также превосходная характеристика интеллекта, его происхождения и функций. Можно сказать, что в ней содержатся пролегомены ко всякой будущей (а ныне уже становящейся реальностью) деятельностной трактовке интеллекта. Данный А. Бергсоном анализ интеллектуальной деятельности, несомненно, послужил основанием для более поздних работ в этой области М. Вертгеймера, П. Жане, Ж. Пиаже, А. Валлона, Л. С. Выготского, А. В. Запорожца и многих других, хотя далеко не все признавались в этом. Возможно, первой причиной такого умолчания является то, что А. Бергсон утратил культурный смысловой образ понятия «действие», который мы можем найти уже у Бл. Августина, равно как и образ понятия «деятельность», которым мы обязаны немецкой классической философии. Заметим, что облик этих понятий утрачен не только Бергсоном, и они также нуждаются в культурной реконструкции. Второй причиной умолчания, видимо, оказалась постулированная А. Бергсоном непреодолимость границы между интеллектом и интуицией. Такую же границу он воздвиг между памятью тела и памятью души. Мало этого, давая содержательную характеристику интеллекта, А. Бергсон не может скрыть своего высокомерного и уничижительного отношения к нему и к практическому действию как его основанию. Мы не случайно упомянули о бергсоновской дихотомии в области памяти. Он последователен. Интеллект может справиться с познанием неживой природы, но он останавливается перед познанием живого. И здесь ему ничто не поможет, даже прибавление к нему «математических способностей, превосходящих человеческие силы», или «каких-либо счетчиков со сверхчеловеческим умом» и т. п., что напоминает первые журналистские описания искусственного интеллекта. Для познания живого нужна интуиция. Можно выразить мысль Бергсона несколько иначе: для познания живого необходимо живое

познание, а не познание рассчитывающее, формальное, логическое и пр. А живое познание — это прерогатива интуиции, которая неизмеримо выше интеллекта.

Мы не будем анализировать, а тем более критиковать концепцию А. Бергсона, о которой Б. Рассел сказал, что она «служит прекрасным примером восстания против разума». Анализируя это критическое сражение с разумом, В. Ф. Асмус писал, что «в поле действия появляются все новые и новые враги: восприятие, представление, понятие, интеллектуальные «символы», образы, теории. Интеллект, как стоглавая гидра, высылает все новые и новые формы, и борьба ни на мгновение не прекращается» [1]. Нам важно было проиллюстрировать, хотя бы на одном примере, многочисленные попытки разрушить смысловой образ интеллекта. Теория А. Бергсона действительно служит наиболее ярким примером таких попыток. В своем пристрастии к живому он даже инстинкт ставил выше интеллекта.

Однако разрушить этот смысловой образ не удалось даже такому выдающемуся мыслителю (и превосходному писателю), как А. Бергсон. Он по-своему, но в ряду других интеллектуальных начинаний в XX в. многое сделал для того, чтобы внести живую, а не только логическую основу в познание. Но ни «убийства» интеллекта, ни разрушения его смыслового образа не получилось, как не получилось этого у У. Джемса, противопоставлявшего теоретической немощи интеллекта религиозный опыт и мистическое познание. А. Бергсон скорее дал основания для оживления полумертвого, лишенного воли к действию и живого смысла интеллекта, который был предметом исследования и уже стал предметом измерения в современной ему психологической науке. В этом оживлении, как это ни парадоксально, большую роль сыграло строгое очерчивание и отграничение от интеллекта «фантома интуиции», являющегося, по словам В. Ф. Асмуса, носителем «чистой» теории в учении А. Бергсона. Интуиция, вопреки желанию А. Бергсона, предстала перед наукой, и прежде всего перед психологией, не только как terra incognita, но и как зона ближайшего и более отдаленного развития исследований интеллекта. Область, очерчиваемая понятием «интуиция», представляет собой вызов, приглашение посетить и познать эту землю. И ученые, которые

[1] А с м у с В. Ф. Историко-философские этюды. М., 1984, с. 248.

не утратили веры в мощь человеческого интеллекта, отваживаются на такое путешествие.

Макс Вертгеймер, несомненно, принадлежал к их числу. Он превосходно представлял себе ситуацию в психологии мышления того времени. Его не удовлетворяли подходы к анализу мышления, развитые в ассоцианпзме и бихевиоризме, особенно их приложение к педагогической теории и практике. Достаточно сурово он оценивал и сравнительно новое направление психологических исследований мышления, развиваемое представителями Вюрцбургской школы. Хотя он и соглашался с тем, что учет роли задачи — это важный фактор, но он является все же внешним. Не удовлетворяло его состояние философской и логической проблематики исследований мышления. Отдавая должное новым направлениям исследования в этих областях: диалектике, феноменологии, прагматизму и т. д., — Вертгеймер не находил в них конкретных ответов на интересующие его вопросы. Особенно резко он настаивал на недостаточности формально-логического анализа мышления средствами традиционной логики и более поздних ее вариантов.

Целью его собственных исследований мышления было изучение не формальных механизмов и операций и не внешних факторов, способствующих или препятствующих мышлению. Он ставил задачу поиска смысла живого, доказательного, творческого процесса мышления, отчетливо понимая при этом, что живой процесс упорно сопротивляется концептуализации. С этим связаны его постоянные оговорки относительно предварительности вводимой и используемой им терминологии и готовность обсуждать другую терминологию. Его поиски имели не только академический характер. Он преследовал цель усовершенствования, можно даже сказать, реформирования, школьного образования. Образование должно быть подлинно развивающим, а не отупляющим, оно должно ориентироваться на сильные, а не слабые стороны учащихся. Распространенные в школьной практике установки на механические упражнения, на заучивание, на формирование привычек действовать вслепую, оперировать элементами и частями, не видя целого, и связанные со всем этим требования давать немедленные ответы он считал следствием того, что в основе педагогики, методик обучения и дидактики лежит ассоциативная психология и формальная логика, Вертгеймер видел в психологических исследованиях мыш-

ления будущие новые научные основания перестройки школьного обучения.

На протяжении всей книги Вертгеймер скрупулезно отмечает, а порой восхищается подлинно творческими решениями, которые ему удавалось наблюдать у дошкольников, школьников и взрослых (например, какое чудо этот переход от слепоты к прозрению, к пониманию сути дела!). Он не устает возмущаться и протестовать против натаскивания учащихся, против задалбливания у них слепых, механических и бессмысленных приемов и навыков решения. Производит большое впечатление его нежелание верить в умственную неполноценность кого бы т» ни было, будь то примитивные народы, глухие дети или дети, которых педагоги уже отнесли к умственно отсталым. Выражаясь современным языком, он тщательно ищет пути их реабилитации и анализирует причины подобных оценок. Такие причины он находит в социальных стереотипах, стандартах предметной деятельности и в самом школьном образовании, его критериях оценки учащихся.

Исследования Вертгеймера полны педагогического оптимизма, смешанного с горечью и язвительностью, вызванными современной ему педагогической психологией в дидактикой ассоцианистского и бихевиористского типа. Он не только превосходный экспериментатор-исследователь, но и замечательный педагог-новатор, постоянно ищущий новые пути развития творческого мышления и творческого понимания школьников. В этом ему помогала не только широкая образованность и высокая культура (помимо психологического, он имел математическое и музыкальное образование), но и собственный опыт решения творческих задач в геометрии, который частично описан в книге.

Знание, согласно Вертгеймеру, — двусмысленное понятие. Знание слепой связи между светом и выключателем сильно отличается от открытия связи между средством в целью. Именно на второй тип знания ориентируют обучение его исследования. Как и А. Бергсон, Вертгеймер предвидел появление вычислительной техники и предупреждал против уподобления процесса обучения учащихся эксплуатации вычислительной машины, которая не оснащена дополнительными приспособлениями, необходимыми для того, чтобы она могла действовать в измененной ситуации.

В книге представлен богатейший материал, относящий-

ся к истории замечательных научных открытий: Гаусс, Галилей, Эйнштейн и уникальные с психологической точки зрения беседы с последним. Вертгеймер был, по-видимому, единственный психолог, отважившийся беседовать с великим ученым «на его территории» о проблемах творчества в науке и механизмах творческого мышления. Психологическая реконструкция творческих открытий для Вертгеймера не самоцель. Он решает главную задачу — показать принципиальную структурную общность механизмов творчества у представителей примитивных народов, у учащихся, у великих ученых. Это еще одно свидетельство его педагогического оптимизма.

Говоря о психолого-педагогических аспектах книги Вертгеймера, нельзя обойти молчанием его внимание к проблемам этики, нравственности, личности. Это то, что непременно должно учитываться в обучении. Последнее не должно быть ориентировано лишь на решение сравнительно узких, специальных задач. Дети должны получать радость от открытия для себя мира. Задания должны быть содержательными, и главная привлекательность их должна быть в их выполнении, а не во внешних формах вознаграждения. Последнее лишь отвлекает от содержательной работы. Проблемная ситуация, согласно Вертгеймеру, не является чем-то замкнутым в себе, поэтому-то она ведет нас к решению, к структурному завершению. Точно так же решенная задача не должна быть завершенной вещью в себе. Она снова может функционировать как часть, которая заставляет нас выходить за ее пределы, побуждает рассматривать и осмысливать более широкое поле. Часто это длительный процесс, характеризующийся драматическим преодолением препятствий. По этому поводу Вертгеймер замечает, что это верно не только в отношении отдельных лиц, но и в отношении социума, так как великие проблемы передаются от поколения к поколению и индивид действует прежде всего не как индивид, а как член группы, выходящий не только в социальное, но и в историческое поле (ср. с культурно-историческим полем Л. С. Выготского).

Подведем первые итоги. Выдающийся представитель гештальтпсихологии, один из ее основателей, категорически возражает против:

— формальной интерпретации процесса мышления как ассоциации ощущений, восприятий и прочих элементов опыта;

— формально-логического описания и анализа решения задачи как последовательности логических операций;

— формального следования дидактическим правилам: последовательность изложения, наглядность и т. д.;

— формального, механического заучивания знаний;

— формальной диагностики умственного развития;

— формальной оценки достижений учащихся в обучении.

В книге мы непрерывно наталкиваемся на протесты против всех и всяческих закоснелых, отвердевших форм. Сам автор чаще всего оперирует понятиями «структура», «организация», «целое». При этом акцент ставится не на внешних особенностях и свойствах структуры, а на природе ее внутренних связей и отношений между элементами.

Прежде чем перейти к характеристике психологического анализа продуктивного мышления, данного Вертгеймером, хотелось бы сделать одно отступление. Читатель, видимо, уже догадался, что одна из задач настоящей вступительной статьи состоит в том, чтобы преодолеть известный «схематизм сознания», который сложился в психологической литературе (не только отечественной) относительно гештальтпсихологии. Он упакован в нескольких словах: главное — отношение между фигурой и фоном. Именно эти отношения — единица анализа в этом научном направлении. И еще одно: изоморфизм между оптическим, мозговым и феноменальным полями. Подобные схематизмы складываются относительно любого научного направления спустя десятилетия после его первоначального оформления. Они иногда складываются даже у последователей того или иного направления, не говоря уже о представителях других направлений. Так и мы знаем о гештальтпсихологии преимущественно от представителей других научных направлений, выступавших по отношению к ней чаще всего в роли критиков, а следовательно, и искавших в ней в основном слабые, а не сильные стороны.

Замечательной особенностью исследований продуктивного мышления Вертгеймера является то, что и фигурно-фоновые отношения, и изоморфизм трех различных полей выступают у него не автоматически, не как данное, а как заданное, как проблема, которую нужно решать.

Выделение фигуры из фона или выделение проблемной ситуации — это не «рецепция данности». Применительно

к процессу решения Вертгеймер использует, разумеется, «зрительную» терминологию, идущую еще от первых исследований Кёлера, например видение, усмотрение и т. п., но это у него, как правило, не одноактный, не одномоментный процесс. Он использует метод феноменологического исследования, как делал это ранее при изучении восприятия, но это не феноменология интуитивизма, не созерцание сущностей в процессе «феноменологической редукции» Гуссерля.

Повторим, Вертгеймера интересует динамика, течение живого процесса мышления. Такие феномены, как интуиция и инсайт, — лишь моменты этого процесса.

Вертгеймер, например, пишет, что новая мысль появилась не в качестве некоего возможного высказывания, общего положения или веры, но как «интуиция»: усмотрение в структурированной фигуре внутренней связи... Эта интуиция быстро кристаллизовалась в два способа действий. Он как бы возвращает интуитивным актам их законное место, которое они занимали в учении Платона, где интуиция была одним из средств интеллекта. Другими словами, он не только восстанавливает прежний смысловой образ интеллекта, но и дает собственную интерпретацию и делает его предметом экспериментального исследования. В продуктивном мыслительном процессе, описанном Вертгеймером, несколько упрощая, можно выделить следующие основные стадии.

А. Возникновение темы. На этой стадии возникает чувство необходимости начать работу, чувство «направленной напряженности», которая мобилизует творческие силы.

Б. Восприятие темы, анализ ситуации, осознание проблемы. Основной задачей этой стадии является создание интегрального, целостного образа ситуации, говоря современным языком, ее образно-концептуальной модели, адекватной той ситуации, которая возникла в связи с выбором темы и которая является сферой кристаллизации проблемы, подлежащей решению.

В. Работа над решением проблемы. Она в значительной степени протекает неосознанно (решение может прийти ночью), хотя предварительная и весьма напряженная, сознательная работа необходима. Эта предварительная работа может рассматриваться как средство создания специальных средств (А. А. Ухтомский назвал бы их функциональными органами) для решения проблем. Примером мо-

жет служить тренировка в визуализации проблемной ситуации, превосходно описанная Вертгеймером.

Г. Возникновение идеи решения (инсайт). Эта стадия хорошо описана не только Вертгеймером, но и многими авторами до и после него. Однако природа явления остается неясной.

Д. Исполнительская стадия, не требующая и особых пояснений.

Мы несколько стилизовали собственные описания Вертгеймера, которые сам он называет сложными (читатель будет судить об этом сам), для того чтобы легче было выделить основные особенности подхода автора к продуктивному мышлению и его исследовательской стратегии.

Вертгеймер был и, видимо, остается до сего времени непревзойденным мастером анализа предметного и концептуального содержания проблемных ситуаций. В нем удивительным образом сочетались педагог-предметник, методист, ученый-геометр (или физик, когда речь идет об анализе творчества Галилея и Эйнштейна) и психолог — исследователь мышления. Его успех в изучении продуктивного мышления в значительной степени связан именно с этим. К сожалению, до настоящего времени в этой области немало работ, в которых тщательный анализ операционально-технической стороны мыслительного процесса повисает в пустоте, поскольку он либо не связан с предметным содержанием, либо само предметное содержание искусственно, то есть беспредметно. Это же справедливо по отношению к психолого-педагогическим исследованиям учебного процесса, ведущегося по явно слабым учебникам. Поэтому, кстати, Вертгеймер скептически относился к количественной обработке результатов собственных исследований. Понимание, а особенно прозрение — это не статистический феномен.

Следовательно, «оптическое поле», то есть предметное содержание, проблемную ситуацию в учебной деятельности необходимо организовать должным образом.

Ситуация должна быть неясной, незавершенной, вызывать ощущение «направленной напряженности», побуждать к поиску способов и средств ее изменения, к превращению ее в четкую, завершенную ситуацию. Именно это представляет собой важное условие перехода от плохого гештальта к хорошему.

Оптическое поле — это первый член «изоморфной триады». Опустим мозговое поле, так как в этой книге Верт-

геймер не возвращается к своим гипотезам относительно принципов его организации (над ними продолжал работать В. Кёлер). Обратимся к феноменальному полю, которое он описывает в «зрительных» или в «визуальных» терминах. Эта терминология в описании продуктивного мышления довлела над Вертгеймером не случайно и вовсе не только потому, что его первые исследования были посвящены зрению. Видимо, это было и результатом его бесед с Эйнштейном, начавшихся в 1916 г., и его собственного творческого опыта в геометрии. Вертгеймер принципиально не согласен с бытующим и до настоящего времени аксиоматическим допущением, согласно которому мышление является вербальным по своей природе и логика обязательно связана с языком. При большой насыщенности книги подобной визуальной терминологией: видение, усмотрение, перецентрирование, образ и т. п.— понятие «феноменальное поле» в ней практически не встречается. По сути дела, Вертгеймер дал описание визуального мышления, но, к сожалению, не ввел этого понятия. Уже после его кончины понятие «визуальное мышление» ввел другой представитель гештальтпсихологии — Р. Арнхейм, который высоко ценил исследования Вертгеймера.

Таким образом, мы можем констатировать, что, исследуя новую предметную область — продуктивное мышление, — Вертгеймер существенно трансформировал исходные понятия гештальтпсихологии, то есть понятия оптического и феноменального полей. Исчезло и представление об их изоморфизме. Первое поле предстало как исходная предметная ситуация, второе — ее новое видение — как результат ее преобразования. Возникает важный вопрос: что же является средством такого преобразования? Это уже не мозговое поле, как в случае восприятия кажущегося движения. Мы говорили выше, что этим понятием Вертгеймер перестал пользоваться. Из всего контекста исследования, из его, так сказать, фактуры с необходимостью следует (и читатель в этом может убедиться сам), что между оптическим и феноменальным полем находится поле предметных и социальных действий, то есть поле деятельности, которая является не только средством их преобразования, но и средством их конструирования. Предварительная система действий, описываемая Вертгеймером как в терминах стадий, шагов, фаз, так и в терминах собственно действий, может способствовать или

препятствовать возникновению актов интуиции, а последняя в свою очередь также развертывается в систему действий. То есть действие выступает в качестве обязательного условия формирования гештальта, независимо от того, хороший он или плохой, исходный или завершающий. В этом пункте уместно привести положение А. Н. Леонтьева о том, что «осуществленная деятельность богаче, истиннее, чем предваряющее ее сознание» [1]. Это положение в полной мере относится к исходным исследовательским установкам и их воплощенным результатам. Это относится не только к Вертгеймеру, но к любому ученому, который руководствуется не только исходными установками, а следует в своей деятельности и за развитием ее предметного содержания.

Внимательный читатель сможет найти в книге новый, непривычный для классической гештальтпсихологии концептуальный аппарат, относящийся к описанию деятельности и действий. Здесь н понятия (или их аналоги) предметных значений или предметных обобщений, функциональных и операциональных значений, здесь есть и прототип описания функциональной (автор называет ее логической) структуры действий и даже ее модель, выраженная в абстрактных логических понятиях. Вертгеймер, однако, подчеркивает, что это не логическая абстракция, а логические средства описания структуры действий, структурных особенностей их психологической картины, которая сильно отличается от логической абстракции.

Известно, что книга «Продуктивное мышление» была написана в 1936—1943 гг., но неизвестно, когда же проводились отдельные экспериментальные и историко-научные исследования, вошедшие в нее. Видимо, это 30-е годы. Примерно в те же годы Л. С. Выготский и Л. С. Сахаров изучали процессы формирования понятий у школьников, под руководством Л. С. Выготского Л. И. Божович, А. В. Запорожец, Р. Е. Левина проводили исследования развития речи и практической интеллектуальной деятельности у детей. К этому же времени относится и публикация известной книги Л. С. Выготского «Мышление и речь». В середине 30-х годов А. В. Запорожец изучал мышление глухонемых детей и, подобно Вертгеймеру. Доказывал их интеллектуальную полноценность.

[1] Леонтьев А. Н. Избранные психологические произведения, т. 2. М., 1983, с. 168.

В 1938 г. он прочитал доклад «Действие и интеллект», который был опубликован лишь в 1986 г.[1] К сожалению, эти исследовательские циклы проводились независимо друг от друга, но общность подходов просматривается. Установление сходства и различий в методах и концептуальном аппарате в исследованиях Вертгеймера и школы Выготского — интересная задача, решение которой важно не только для истории психологии, но и для ее дальнейшего развития.

Мы не ставили своей целью реферирование книги Вертгеймера или описание ее архитектоники. Наша задача состояла в том, чтобы обрисовать хотя бы схематически научный и практический контекст того времени, в которое автор работал над проблематикой продуктивного мышления, и показать, что он во многом опередил свое время. К слову сказать, Ж. Пиаже пришел к деятельностной трактовке мышления и признал действие единицей его анализа лишь в последние годы своей жизни.

В заключение вернемся к проблеме соотношения интеллекта и интуиции. Выше речь шла о том, что интуиция весьма своеобразно становилась областью научного исследования. Это происходило за счет интеллекта. К интуиции относили все непознанное в механизмах мышления, а также то, что признавалось принципиально непознаваемым, не поддающимся исследованию и пониманию. Затем начинается обратный процесс. Некоторые интуитивные акты опредмечиваются, становятся доступными для изучения интеллектуальными, в том числе и интуитивными средствами. Во всяком случае, живое познание и мышление (включающее в себя интеллект и интуицию) уже стали предметом вполне добротного, экспериментального научного исследования, а некоторые из перечисленных явлений — даже объектом моделирования.

Таким образом, мы можем фиксировать подвижность границ между двумя сферами исследования — интеллектом и интуицией. На смену периода упрощения понятия «интеллект» приходит период его обогащения, что на сей раз происходит за счет сферы интуитивного. Но этот процесс идет с обратным знаком.

Интеллект начинает представляться и осмысливаться как некоторая суперпозиция всех его многообразных форм

[1] Запорожец А. В. Избранные психологические труды, т. 1. М., 1986.

(сенсомоторных, образных, вербальных, знаково-символических, дискурсивных и пр.). Что касается интуиции, то она начинает выступать как возможная особенность каждой из них и по-прежнему как относительно автономная форма, но все же форма интеллекта. Можно предположить, что, когда понятие «интеллект» займет свое место в ряду *предельных* абстракций, являющихся содержательными, а не пустыми, оно станет ближе к своему культурному смысловому образу.

Несмотря на серьезные достижения в исследованиях интеллекта (достаточно еще раз упомянуть имена М. Вертгеймера, Л. С. Выготского, Ж. Пиаже), преждевременно говорить о познании механизма интуиции. Однако важно уловить новую тенденцию и еще раз подчеркнуть стойкость и живучесть смыслового образа интеллекта, существующего в культуре, по сравнению с уступчивостью науки и техники к его деформациям. Он еще не полностью восстановлен даже в психологии, которая в последние годы нередко довольствуется не очень богатыми компьютерными метафорами. Это наводит на грустные размышления, тем более что компьютерные метафоры чаще всего имеют своим первоисточником ту же психологию. Иногда даже создается впечатление полного тождества между компьютерными метафорами, которыми оперируют психологи и лингвисты, и когнитивными метафорами, которыми оперируют специалисты в области информатики и вычислительной техники. И для тех, и для других интеллект нередко выступает в качестве некоторого устройства, предназначенного для решения задач.

Подобная трактовка человеческого интеллекта с необходимостью приводила и приводит к переоценке реальных и проектируемых возможностей искусственного интеллекта. Из описаний продуктивного мышления Вертгеймера следует, что главным в этом процессе является не столько операционально-технические процедуры, направленные на решение уже сформулированной задачи, сколько сама формулировка задачи, постановка проблемы. Именно на этой стороне мыслительного процесса должно быть сконцентрировано внимание исследователей. К этому только сейчас приходят специалисты в области информатики и искусственного интеллекта. Наиболее проницательные из них начинают осознавать, что будущие системы искусственного интеллекта смогут решать любые проблемы, но они не смогут их ставить. Постановка проблем — это прерогатива человека. Нельзя сказать, что это новая мысль. Она высказывалась задолго до появления вычислительной техники. О. Мандельштам, обсуждая возможности машинной поэзии, писал: «Машина живет глубокой и одухотворенной жизнью, но семени от машины не существует» [1]. Книга Вертгеймера. несомненно, поможет если и не преодолеть компьютерные метафоры в психологии и когнитивные метафоры в информатике, то во всяком случае, существенно обогатить их содержание.

Мы считали необходимым и полезным уделить некоторое внимание проблеме «первообраза» интеллекта и указать на наличие различных тенденций в его развитии и модификациях. Тенденции симплификации и амплификации — это не только достояние истории науки. Они живы и сегодня, причем тенденция симплификации, к сожалению, пока еще является преобладающей. Не потому ли мы с такой легкостью говорим об искусственном интеллекте, об интеллектуальной революции. Прежде чем делать заключение о реальности этих явлений, необходимо либо восстановить в правах гражданства прежний культурный облик (архетип) интеллекта, либо построить новый, либо, что еще лучше, сделать и то, и другое.

При выполнении этой работы, несомненно, следует учитывать исследования Макса Вертгеймера, которые сегодня звучат как вполне современные. Причину непреходящего значения работ Вертгеймера хорошо объяснил Б. М. Теплов: «Через все труды Вертгеймера красной нитью проходит тенденция: от мертвой, сухой, абстрактной, формалистической психологии университетских кафедр и лабораторий — к конкретной «жизненной» психологии, к «естественному способу мышления жизненно ощущающего человека»...»[2]. Эта оценка, данная Б. М. Тепловым в 1935 г., справедлива и сегодня.

Я убежден, что книга М. Вертгеймера будет с благодарностью встречена и по достоинству оценена научной общественностью.

В. П. Зинченко

[1] Мандельштам О. — «Россия», 1922, № 2, с. 23—24.
[2] Теплов Б. М. Избр. труды. Т. И. М., 1985, с. 219.

ВВЕДЕНИЕ

Что происходит, когда мышление работает продуктивно? Что происходит, когда в ходе мышления мы продвигаемся вперед? Что в действительности происходит в таком процессе?

Если мы обращаемся к книгам, то часто находим ответы, которые только кажутся простыми. Но в отношении реальных продуктивных процессов — когда у нас, пусть даже в связи с самой скромной проблемой, возникает творческая мысль, когда мы действительно начинаем постигать ее суть, когда мы испытываем радость от собственно продуктивного процесса мышления — оказывается, что эти ответы часто вместо того, чтобы открыто признать реальные проблемы, тщательно их скрывают. В этих ответах отсутствует плоть и кровь происходящего.

На протяжении своей жизни вы, конечно, интересовались — иногда даже всерьез — многими вещами. Интересовало ли вас, что же представляет собой вещь, именуемая мышлением? В этом мире существуют разные вещи: пища, грозы, цветы, кристаллы. Ими занимаются различные науки; они предпринимают большие усилия, чтобы по-настоящему понять их, постигнуть, что они собой представляют на самом деле. Интересуемся ли мы столь же серьезно тем, что такое продуктивное мышление?

Есть прекрасные примеры. Их часто можно обнаружить даже в повседневной жизни. Вероятно, вы когда-нибудь испытали сами или, наблюдая за детьми, были свидетелями этого удивительного события — рождения подлинной идеи, продуктивного процесса, перехода от слепоты к пониманию. Если вам не посчастливилось испытать этого самим, то, возможно, вы наблюдали это у других; пли, может быть, были восхищены, когда нечто подобное промелькнуло перед вами при чтении хорошей книги.

Многие считают, что люди не любят думать и стремятся всеми силами избежать этого, они предпочитают не

думать, а запоминать и повторять. Но, несмотря на многие неблагоприятные факторы, которые подавляют подлинное мышление, оно вновь и вновь возрождается и расцветает. И часто складывается впечатление, что люди — даже дети — стремятся к нему.

Что же в действительности происходит в таких процессах? Что происходит, когда мы действительно мыслим, и мыслим продуктивно? Каковы существенные особенности и этапы этого процесса? Как он протекает? Как возникает вспышка, озарение? Какие условия, установки благоприятствуют или не благоприятствуют таким замечательным явлениям? Чем отличается хорошее мышление от плохого? И наконец, как улучшить мышление? Свое мышление? Мышление вообще? Допустим, нам нужно составить перечень основных операций мышления — как бы он выглядел? Чем, в сущности, следует руководствоваться? Можно ли увеличить число таких операций — улучшить их и сделать тем самым более продуктивными?

Уже более двух тысяч лет многие лучшие умы в философии, логике, психологии, педагогике пытаются найти ответы на эти вопросы. История этих усилий, блестящих идей и огромного труда, затраченного на исследования и творческое обсуждение, представляет собой яркую, драматическую картину. Многое уже сделано. Внесен солидный вклад в понимание большого числа частных вопросов. И в то же время в истории этих усилий есть что-то трагическое. Сравнивая готовые ответы с реальными примерами блестящего мышления, великие мыслители вновь и вновь испытывали тревогу и глубокое разочарование, они чувствовали, что, хотя сделанное и обладает достоинствами, оно, в сущности, не затрагивает сути проблемы.

И сегодня положение почти не изменилось. Во многих книгах эти вопросы рассматриваются так, как будто все проблемы уже решены. Существующие противоположные взгляды на природу мышления влекут за собой серьезные последствия в отношении поведения и обучения. Наблюдая за учителем, мы часто понимаем, сколь серьезными могут быть последствия таких взглядов на мышление.

Хотя и встречаются хорошие учителя, обладающие вкусом к подлинному мышлению, положение в школах часто является неудовлетворительным. Действия учителей, характер преподавания, стиль учебников во многом определяются двумя традиционными взглядами на при-

роду мышления: классической логикой и ассоциативной теорией. Оба взгляда имеют свои достоинства. В какой-то степени они, по-видимому, адекватны определенным типам процессов мышления, определенным видам его работы, но в обоих случаях открытым остается вопрос, не является ли такой способ понимания мышления серьезной помехой, не наносит ли он на самом деле ущерб способным ученикам.

Эта книга написана, во-первых, потому, что традиционные взгляды игнорируют важные характеристики процессов мышления, во-вторых, потому, что во многих книгах эти взгляды принимаются без всякого исследования, как само собой разумеющееся, в-третьих, потому, что обсуждение мышления сводится в них большей частью к общим рассуждениям, и, наконец, потому, что в большинстве случаев идеи гештальттеории известны лишь поверхностно. Многое поставлено на карту, и пора выдвинуть эти игнорировавшиеся до сих пор проблемы на передний план, проанализировать традиционные взгляды, обсудить, больные вопросы на конкретных примерах яркого продуктивного мышления и дать, таким образом, интерпретацию мышления с позиций гештальттеории.

В некоторых главах (1—6) будут использованы на первый взгляд очевидные, элементарные примеры. Основные теоретические проблемы будут рассмотрены на конкретном материале. Для лучшего понимания будут привлечены некоторые экспериментальные методы. Мы рассмотрим, как протекает мышление и какова природа этого процесса в целом, а также отдельных его частей, этапов и операций. По контрасту с менее совершенными способами мышления читатель сможет оценить прекрасные, хотя и скромные продуктивные процессы, наблюдаемые у детей.

Мы увидим, что то, что происходит в этих процессах, далеко не адекватно описывается с помощью средств и понятий двух традиционных подходов. Мы узнаем, какие характерные особенности процессов и операций игнорировались, потому что они внутренне чужды привычным понятиям. Мы увидим, как такие факторы действуют в продуктивном мышлении.

В главе 7 мы рассмотрим простой пример, взятый из повседневной жизни, который, по-видимому, затрагивает самую суть человеческого мышления.
В главах 4, 8, 9 и 10 мы дадим несколько описаний и

толкований подлинно творческих процессов мышления и закончим эти главы историей творческой деятельности Эйнштейна, которая привела его к открытию теории относительности. В последней главе мы сформулируем общие выводы.

Специалисты знают, как много условий должно выполняться в ходе тщательного исследования. Я вынужден опустить многие важные для исследовательской работы технические детали, так как они сделали бы изложение слишком громоздким. В любом исследовании мы часто сталкиваемся с вещами, которые лишь на первый взгляд кажутся понятными с традиционных позиций. Более внимательное исследование показывает, что дело значительно сложнее. Поэтому мы ищем пути, методы, которые способствуют более глубокому пониманию. Читателю-ученому были бы интересны эти специфические методы и приемы, а также логика шагов, предпринятых в теоретическом и экспериментальном исследовании. Но главный интерес представляет тщательное наблюдение и качественный анализ. Конечно, во многих случаях легко заменить качественный метод количественным, который при решении многих проблем необходим лишь на втором этапе, однако я не буду касаться этого.

Ученому-психологу, логику, преподавателю эта книга предлагается прежде всего как призыв к дискуссии по основным затронутым здесь вопросам. Я выбрал терминологию, которая, как мне кажется, наиболее близка природе изучаемых процессов. Хотя, как я полагаю, многое из того, о чем я собираюсь сказать, очень близко к здравому смыслу, это трудно выразить в научных терминах; однако термины, которые я использую, часто могут казаться читателю странными, потому что они идут вразрез с привычными способами рассмотрения проблемы. Используемые мною термины не должны создавать впечатления, что проблемы уже решены; я считаю, что они сами еще содержат проблемы, требующие продуктивных решений. В настоящее время принятые термины и тезисы следует понимать скорее как векторы, указывающие прежде всего на характеристики тех конкретных процессов, которые имеют место в этих примерах. Многое из того, что я скажу, может быть выражено и в другой терминологии. Многие проблемы и тезисы в известной степени нейтральны к тому или иному способу их выражения. Сама терминология не имеет никакого значения. Важны проблемы и

сущность тезисов, формулируемых при обсуждении конкретных случаев. По ходу изложения понятия будут все больше раскрываться, а их обсуждение поможет рассеять возможные недоразумения.

Хотя можно изложить факты и на другом языке, в том числе на языке иных подходов, мне хотелось бы предостеречь читателя-ученого: подход, развиваемый в данном исследовании, в своей основе противоположен многим существующим взглядам. Я надеюсь, что читатель не отложит эту книгу в долгий ящик, где он коллекционирует психологические или философские мнения, а пойдет дальше. Многое поставлено на карту. Мы должны рассмотреть проблемы непредвзято и конструктивно.

В качестве фона для последующего обсуждения я вначале дам краткую характеристику двух традиционных теорий. Они превосходят все другие подходы по строгости и полноте, с которыми в них рассматриваются операции и устанавливаются основные понятия, стандарты, критерии, законы и правила. Другие подходы — даже если они на первый взгляд сильно отличаются от этих двух — часто все-таки несут на себе черты этих теорий и повторяют так или иначе операции и правила этих двух подходов. Современные исследования мышления во многом определяются одной из этих теорий или сразу двумя. Я укажу их основные особенности, но опущу некоторые иррелевантные и неясные моменты.

I. Традиционная логика весьма изобретательно подошла к этим проблемам. Как в огромном разнообразии проблематики мышления найти главное? Следующим образом. Мышление интересуется истиной. Истинность или ложность — это качества высказываний, суждений, и только их. Элементарные суждения утверждают или отрицают какой-то предикат субъектов в форме «все *S* суть *P»,* или «ни одно *S* не есть *P*», или «некоторые *S* суть *P»,* или «некоторые *S* не суть *P*». Суждения содержат общие понятия — понятия классов. Они — основа всякого мышления. Чтобы суждение было корректно, важно правильна обращаться с его содержанием и объемом. На основе суждений делаются умозаключения. Логика изучает формальные условия, при которых заключения оказываются правильными или неправильными. Определенные комбинации суждений позволяют получать «новые» правильные суждения. Такие силлогизмы, с их посылками и выводами, являются венцом, самой сутью традиционной логики. Ло-

гика устанавливает различные формы силлогизма, которые гарантируют правильность вывода.

Хотя большинство приводимых в учебниках силлогизмов кажутся совершенно бесплодными, как в классическом примере:

Все люди смертны;

<u>Сократ — человек;</u>

Сократ смертен,

встречаются примеры настоящих открытий, которые могут в первом приближении рассматриваться как силлогизмы, например открытие планеты Нептун. Но и формально, и по существу эти силлогизмы не отличаются друг от друга [1]. Основные правила и характеристики и этих глуповатых, и действительно осмысленных силлогизмов совпадают.

Традиционная логика формулирует критерии, которые гарантируют точность, валидность, непротиворечивость общих понятий, суждений, выводов и силлогизмов. Основные главы классической логики относятся к этим темам. Конечно, иногда правила традиционной логики напоминают нам эффективные правила дорожного движения.

Если оставить в стороне различия в терминологии и разногласия по второстепенным вопросам, то можно назвать следующие характерные операции традиционной логики:

Таблица I

определение

сравнение и различение

анализ

абстрагирование

обобщение

классификация

категоризация

образование суждений

умозаключения

составление силлогизмов и т. д. [2]

[1] См.: Wertheimer M. Über Schlussprozesse im produktiven Denken. — In: Drei Abhandlungen zur Gestalttheorie. Erlangen Philosophische Akademie, 1925, S. 164—184; Ellis W. D. A source book of gestalt psychology. Selection 23. New York, Harcourt, Brace, 1939.

[2] Суть этих операций подробно обсуждалась. Для наших целей не имеет значения, определены ли они на менталистском, бихевио-

Эти операции, выделенные, определенные и используемые логиками, исследовались и исследуются психологами. В результате возникло много экспериментальных исследований, посвященных абстрагированию, обобщению, определению, умозаключению и т. д.

Некоторые психологи полагают, что человек умеет мыслить, что он умен, если он может правильно и легко осуществлять операции традиционной логики. Неспособность формировать общие понятия, абстрагировать, делать выводы из силлогизмов определенных формальных типов рассматривается как умственная неполноценность, которая определяется и измеряется в экспериментах [1].

Как бы ни оценивали мы классическую логику, она обладала и обладает большими достоинствами:

явным стремлением к истине;

сосредоточением внимания на важнейшем различии между простым утверждением, убеждением и точным суждением;

подчеркиванием различия между недостаточно ясными понятиями, туманными обобщениями и точными формулировками;

разработкой множества формальных критериев, позволяющих обнаружить ошибки, неясности, неправомерные обобщения, поспешные выводы и т. д.;

подчеркиванием важности доказательства;

основательностью правил вывода;

требованием убедительности и строгости каждого отдельного шага мышления.

Система традиционной логики, основы которой были заложены в «Органоне» Аристотеля, в течение многих веков считалась окончательной; и хотя в нее были внесены некоторые уточнения, они не меняли ее основного характера. В период Ренессанса возникла новая область, развитие которой оказало существенное влияние на формирование современной науки. Ее главным достоинством

ристском, прагматическом или каком-либо другом языке, хотя с точки зрения философии существуют большие различия между этими взглядами.

Некоторые современные исследователи считают, что традиционная логика не связана с реальным *поведением.* Это заблуждение. Ибо применение логики к поведению можно обосновать примерно следующим образом: поведение будет неразумным, не достигнет цели, приведет к неблагоприятным последствиям, если оно определяется факторами, аналогичными ошибкам в традиционной логике.

было введение в качестве фундаментальной новой процедуры, которой прежде не придавалось большого значения ввиду ее недостаточной доказательности. Это — метод индукции, с его упором на опыт и экспериментирование. Описание этого метода достигло своего наибольшего совершенства в известном каноне правил индукции Джона Стюарта Милля.

Ia. Упор здесь делается не на рациональном выведении из общих положений, а на сборе фактов, эмпирическом изучении инвариантных связей между ними и на наблюдении за последствиями изменений, происходящих в реальных ситуациях, — то есть на процедурах, которые приводят к формулировке общих положений [1]. Силлогизмы рассматриваются как инструменты, с помощью которых можно извлечь следствия из таких гипотетических допущений с целью их проверки.

Широко известно, что индуктивная логика добавила к классическим правилам и операциям следующее:

Таблица Ia

эмпирические наблюдения

тщательный сбор фактов

эмпирическое изучение проблем

введение экспериментальных методов

корреляция фактов

разработка решающих экспериментов

И. Вторая крупная теория мышления основана на классической теории ассоцианизма. Мышление — это цепочка идей (или в более современных терминах — связь стимулов и реакций или элементов поведения). Способ трактовки мышления ясен: мы должны изучать законы, управляющие последовательностью идей (или в современных терминах — элементов поведения). «Идея» в классической ассоциативной теории является чем-то вроде следа ощущения, в более современных терминах — копией, следом стимулов. Каков основной закон следования, связи этих элементов? Ответ — подкупающий своей теоретической простотой — таков: если два предмета *а* и *b* часто встречаются вместе, то последующее предъявление а вы-

[1] Главным здесь является изучение корреляции двух рядов разных событий и формулирование законов функционирования, заменивших простую классификацию.

зовет в субъекте *b* [1]. Эти элементы связаны между собой, сущности, так же, как номер телефона моего знакомого связан с его именем, или как связаны между собой бессмысленные слоги в экспериментах по заучиванию серий таких слогов, или как связано слюновыделение у собаки с определенным звуковым сигналом.

Привычка, прошлый опыт, в смысле повторяемости смежных элементов, — скорее инерция, а не разум — таковы существенные факторы. Именно это утверждал Дэвид Юм. По сравнению с классическим ассоцианизмом эта теория сейчас является очень сложной, но старая идея повторения, смежности все еще остается ее центральным пунктом. Ведущий представитель этого подхода недавно недвусмысленно заявил, что современная теория условных рефлексов имеет, по существу, *ту же природу,* что и классический ассоцианизм.

Список операций выглядит здесь следующим образом:

Таблица II

ассоциации, приобретенные на основе повторения связи

роль частоты повторения, новизны

припоминание прошлого опыта

пробы и ошибки со случайным успехом

научение на основе повторения успешной пробы

действия в соответствии с условными реакциями и привычками

Эти операции и процессы сейчас широко изучаются с помощью хорошо разработанных методов.

Многие психологи скажут: способность мыслить — это следствие работы ассоциативных связей; ее можно измерить количеством ассоциаций, приобретенных субъектом, легкостью и правильностью заучивания и припоминания этих связей [1].

[1] В дальнейшем развитии науки в этот закон были внесены некоторые уточнения.

См., например: Thorndike E. L. Psychology of arithmetic. New York, Macmillan, 1922, p. 190.

«Педагогика прошлого допускала на практике крупные ошибки, основанные на двух ошибках психологии мышления. Последняя рассматривала рассудок как некую магическую силу или сущность, которая действует вопреки обычным законам научения и противоречит им; и она очень резко отделяла «понимание принципов» с помощью логики от «механической» работы по вычислению... запоминанию фактов и т. п., осуществляемых с помощью простого заучивания и памяти.

Несомненно, и у этого подхода есть свои достоинства, которые касаются очень тонких особенностей, наблюдаемых в такого рода научении и поведении.

Оба подхода сталкивались с большими трудностями при объяснении осмысленных продуктивных процессов мышления.

Рассмотрим сначала традиционную логику. На протяжении многих веков вновь и вновь возникало глубокое недовольство тем, как традиционная логика трактовала такие процессы [1]. По сравнению с подлинными, осмысленными, продуктивными процессами проблемы, да и обычные примеры традиционной логики часто выглядят бессмысленными, плоскими и скучными. Логическая трактовка, будучи достаточно строгой, все же часто кажется весьма бесплодной, нудной, пустой и непродуктивной.

Рассудок, или анализирующее дискурсивное мышление, вовсе не противостоит законам научения и не независим от них, а является в действительности необходимым результатом этих законов. Более тщательное изучение анализирующего мышления покажет, что для его объяснения не потребуется никаких иных принципов, кроме законов готовности, тренировки и эффекта; что оно является лишь крайним случаем того, что происходит в процессе ассоциативного научения, описываемого в терминах «поэлементных» действий...» (см. главу 6).

Аналогичным образом У. Пиллсбери в «Recent naturalistic theories of reasoning» («Scientia», 1924) пишет: «Животное решает задачу в результате ряда проб. Почти так же ряд случайных мыслей приводит к решению научной проблемы...» (с. 25). «Никогда нельзя заранее предсказать, когда будет сделано плодотворное предположение. Обычно до появления верного предположения будет сделан ряд неадекватных. Они могут быть предсказаны другим лицом, даже ребенком или человеком, совершенно незнакомым с проблемой. В процессе решения думающий находится в состоянии готовности принять предложенное решение.

Его установка очень похожа на ту, которую можно предположить у действующего методом проб и ошибок животного. Эта установка так же слабо контролируется. В сущности, такой процесс осуществляется методом проб и ошибок и отличается от поведения животного только тем, что пробы в поисках способа преодоления трудностей осуществляются в воображении, а не в реальных действиях... Это всегда процесс, состоящий из ряда проб и ошибок, ряда предположений, возникающих по ассоциации» (с. 30). Следует, однако, признать, что в более поздних публикациях Пиллсбери совершенно по-иному рассматривал эту ситуацию.

[1] См., например, определенные течения, направленные против традиционной логики, в конце средних веков, или великолепный фрагмент молодого Спинозы «Совершенствование понимания». Это были трагические порывы, порожденные чувством глубокой неудовлетворенности, но и они не привели к созданию действительно конструктивного подхода.

Когда мы пытаемся описать процессы подлинного мышления в терминах традиционной формальной логики, результат часто оказывается неудовлетворительным: мы имеем ряд корректных операций, но смысл процесса и все, что было в нем живого, убедительного, творческого, как будто исчезают. Можно иметь цепь логических операций, каждая из которых вполне корректна сама по себе, но вместе взятые они не отражают разумный ход мыслей. И действительно, встречаются логически мыслящие люди, которые в определенных ситуациях осуществляют ряд правильных операций, но последние весьма далеки от подлинного полета мыслей. Не следует недооценивать роль традиционной логической тренировки: она ведет к строгости и обоснованности каждого шага, способствует развитию критичности ума, но сама по себе, очевидно, не приводит к продуктивному мышлению [1]. Короче говоря, можно быть пустым и бессмысленным, хотя и точным, и всегда трудно описать подлинно продуктивное мышление.

Кстати, осознание последнего обстоятельства — наряду с другими — привело некоторых логиков к следующему категорическому утверждению: логика, которая занимается проблемами правильности и валидности, не имеет ничего общего с реальным продуктивным мышлением. Было также указано, что причина этого состоит в том, что логика не связана с временем и, следовательно, в принципе не имеет дела с процессами актуального мышления, которые вполне реальны и существуют во времени. Это разделение оказалось, очевидно, полезным для решения определенных проблем, но с более широкой точки зрения такие утверждения часто напоминают жалобы лисы на незрелость винограда.

Аналогичные трудности возникают и в ассоциативной теории: как отличить разумное мышление от бессмысленных комбинаций, как объяснить *творческие* стороны мышления [2].

Полезное во многих отношениях обсуждение методологии в традиционной логике не может оказать реальной помощи в этом вопросе. См. эвристические идеи (а также логические машины) Буридана, Раймунда Луллия и Джевонса.

В первом отношении характерна блестящая книга Гуго Липмана («Über Ideenflucht», 1904).

Обсуждая конкретные примеры «полета мыслей» у душевнобольных, он обнаружил, что критерии, предложенные ассоциатив-

Если решение задачи достигается в результате простого припоминания, механического повторения того, что было заучено ранее, благодаря случайному открытию в серии слепых проб, то я бы не решился назвать такой процесс разумным мышлением; и сомнительно, сможет ли нагромождение только таких явлений, пусть даже в больших количествах, создать адекватную картину мыслительных процессов. Чтобы как-то объяснить возникновение новых решений, был предложен еще ряд гипотез (например, теория констелляции Зельца, или понятие системной иерархии навыков), которые по самой своей сути оказались почти бесполезными.

В последние десятилетия возникли другие взгляды и понятия, которые открыли новые направления в теории мышления: например, подход гегелевской и марксистской диалектики, подчеркивающий значение динамики развития «внутренних противоречий» и значение трех стадий: тезиса, антитезиса, синтеза; широкое развитие логистики и математической логики (Уайтхед, Рассел и др.), которое обогащает проблематику и методы традиционной логики изучением логики отношений, сетей отношений, анализом форм вывода, отличных от силлогизмов; феноменология (Гуссерль), подчеркивающая значение созерцания сущностей в ходе «феноменологической редукции»; прагматизм (особенно Джона Дьюи) с его подчеркиванием влияния действия и деятельности вместо призрачного мышления, прогресса в настоящем и будущем; а также в психологии — появившаяся одновременно с подходом, описываемым в этой книге, «Denkpsychologie» [1] Вюрцбургской школы (Кюльпе, Ах, Бюлер, Зельц и др.) с подчеркиванием влияния «Aufgabe» — роли данной задачи, «мыслей» как «unanschauliche Vorstellungen»[2] отношений, схем

ной теорией, в действительности недостаточны даже для разграничения некоторых видов «пляски идей» от осмысленной речи.

Недавняя формулировка раскрывает основные черты современной формы ассоциативной теории в наиболее сжатом виде. Я цитирую статью Кларка Халла «Mind, mechanism and adaptive behavior» («Psychological Review», 1937, vol. 44, p. 1—32).

«Корректной, или «правильной», реакцией называется поведение, результат которого

подкрепляется. *Некорректным,* или «ошибочным», называется поведение, которое тормозится» (с. 15). Мы видим, что главной проблемой является вопрос повторения. Эти важные определения, несомненно, согласуются с духом ассоциативной теории.

[1] Психология мышления (нем.). — *Прим. перев.*

[2] Ненаглядные представления (нем.). — *Прим. перев.*

и т. д.; «натуралистический подход» (Д. Дьюи, У. Пиллсбери и др.), который концентрирует внимание на условиях, дающих толчок продуктивному мышлению в той или иной ситуации.

Большинство из этих подходов важны своими философскими и психологическими аспектами. И хотя они все еще далеки от удовлетворительного решения нашей главной проблемы и упомянутых нами важных вопросов, некоторые из них действительно внесли свой вклад в науку. Другие же снова оказались под влиянием двух классических подходов. Иными словами, если сквозь новые формулировки мы доберемся до тех операций, из которых они в действительности исходят, то с удивлением обнаружим, что это, в сущности, те же самые операции двух традиционных подходов. Это напоминает один из тех случаев, которые часто наблюдались в истории логики. Во введении или в какой-нибудь из первых глав книги намечается новый подход, совершенно отличный от привычной логической трактовки; действительно, некоторые положения очень напоминают формулировки гештальттеории. Однако, когда дело доходит до конкретного рассмотрения проблемы, вновь всплывают старые операции, старые правила и установки.

Здесь я смог лишь кратко упомянуть эти подходы. Я полагаю, что специалист поймет, что в них соответствует нашему подходу и что в корне от него отличается.

Эта книга сосредоточивает внимание на некоторых элементарных, основных вопросах. Природа обсуждаемых проблем позволяет нам рассматривать мышление в терминах «относительно закрытых систем», как будто мышление, связанное с решением проблемы, является процессом, происходящим независимо от более широкого контекста. Только вскользь мы коснемся места, роли и функции такого процесса внутри структуры личности субъекта и внутри структуры его социального поля. Пока же достаточно отметить, что законы поля, обсуждаемые в этой книге, по-видимому, являются основой адекватной трактовки этих процессов в пределах более крупных областей.

ГЛАВА 1

Площадь параллелограмма

Среди проблем, над которыми я работал, была задача на определение площади параллелограмма.

Не знаю, получите ли вы от результатов моих опытов такое же удовольствие, какое испытал я. Мне кажется, что получите, если последите за мной, разберетесь в существе проблемы и почувствуете трудности, которые возникали на пути и для преодоления которых я должен был находить средства и методы, чтобы психологически уяснить выдвинутую проблему.

I

1. Я прихожу в класс. Учитель говорит: «На предыдущем уроке мы научились определять площадь прямоугольника. Все ли знают, как это делать?»

Ученики отвечают: «Все». Один из них выкрикивает: «Площадь прямоугольника равняется произведению двух его сторон». Учитель одобряет ответ и затем предлагает несколько задач с различными размерами сторон, которые все были сейчас же решены.

«А теперь, — говорит учитель, — мы пойдем дальше». Он чертит на доске параллелограмм: «Это параллелограмм. Параллелограммом называется плоский четырехугольник, противоположные стороны которого равны и параллель-

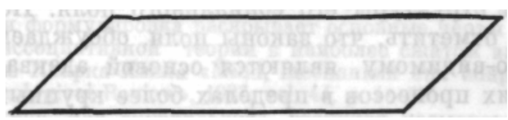


Рис. 1

ны». Тут один ученик поднимает руку: «Скажите, пожалуйста, чему равны стороны?» «О, стороны могут быть самой разной длины, — отвечает учитель. — В данном слу-

чае величина одной из сторон равна 11 дюймам, другой — 5 дюймам». «Тогда площадь равна 5x11 квадратным дюймам». «Нет, — говорит учитель, — это неверно. Сейчас вы узнаете, как определяется площадь параллелограмма». Он обозначает вершины буквами *a*, *b*, *c*, *d.*

«Я опускаю один перпендикуляр из левого верхнего угла и другой — из правого верхнего угла.

Продолжаю основание вправо.

Обозначаю новые точки буквами *e* и *f*».

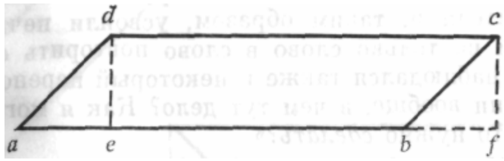


Рис. 2

С помощью этого чертежа он приступает затем к обычному доказательству теоремы, согласно которой площадь параллелограмма равна произведению основания на высоту, устанавливая равенство некоторых отрезков и углов и равенство двух треугольников. В каждом случав он приводит ранее выученные теоремы, постулаты или аксиомы, с помощью которых обосновывает равенство. Наконец, он заключает, что теперь доказано, что площадь параллелограмма равна произведению основания на высоту.

«Вы найдете доказательство теоремы, которое я вам показал, в своих учебниках на с. 62. Выучите урок дома, тщательно повторите его, чтобы твердо запомнить».

Затем учитель предлагает несколько задач, в которых требуется определить площади параллелограммов различных размеров, с разными сторонами и углами. Поскольку этот класс был «хорошим», задачи были решены правильно. В конце урока учитель задает в качестве домашнего задания еще десять задач такого же типа.

2. Днем позже я снова оказался в том же классе на следующем уроке.

Урок начался с того, что учитель вызвал ученика и попросил его показать, как определяется площадь параллелограмма. Ученик блестяще продемонстрировал это.

Было видно, что он выучил урок. Учитель шепнул мне: «И это не самый лучший из моих учеников. Без сомнения, остальные тоже хорошо выучили урок». Письменная контрольная работа дала хорошие результаты.

Многие скажут: «Замечательный класс; цель обучения достигнута». Но, наблюдая за классом, я чувствовал какое-то беспокойство. «Что они выучили? — спросил я себя. — Думают ли они вообще? Поняли ли они решение? Не является ли все, что они делают, лишь слепым повторением? Безусловно, ученики быстро выполнили все задания учителя и, таким образом, усвоили нечто общее. Они могли не только слово в слово повторить сказанное учителем, наблюдался также и некоторый перенос. Но поняли ли они вообще, в чем тут дело? Как я могу это выяснить? Что нужно *сделать?»*

Я попросил у учителя разрешения задать классу вопрос. «Пожалуйста», — с готовностью ответил учитель.

Я подошел к доске и начертил такую фигуру.

Рис. 3

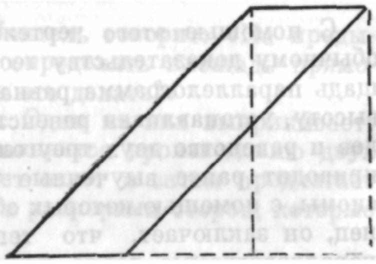


Рис. 4

Некоторые ученики явно растерялись.

Один ученик поднял руку: «Учитель нам этого не объяснял».

Остальные занялись задачей. Они срисовали чертеж, провели вспомогательные линии, как их и учили, опустив перпендикуляры из двух верхних углов и продолжив основание (рис. 4). Они были сбиты с толку, озадачены.

Другие же совсем не казались несчастными. Они уверенно писали под чертежом: «Площадь равна произведению основания на высоту» — правильное, но, по-видимому, совершенно слепое утверждение. Когда же их спро-

сили, могут ли они доказать это с помощью данного чертежа, они были весьма озадачены[1].

Третьи вели себя совершенно иначе. Их лица светлели, они улыбались и проводили на рисунке следующие линии или поворачивали лист на 45° и тогда выполняли задание (рис. 5А и 5Б).

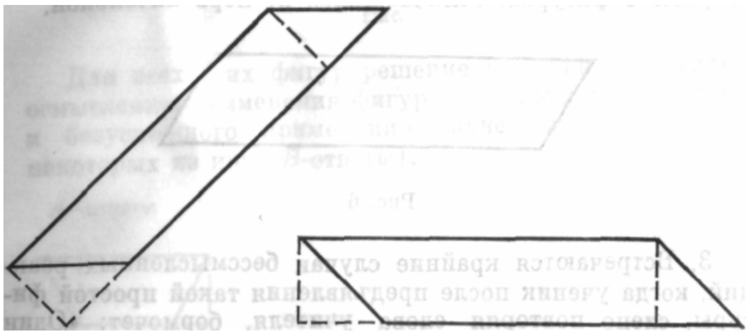


Рис. 5А Рис. 5Б

Увидев, что только небольшое число учеников справилось с задачей, учитель с оттенком неудовольствия сказал мне: «Вы, конечно, предложили им необычный чертеж. Естественно, что они не смогли с ним справиться».

Между нами говоря, не думаете ли и вы: «Не удивительно, что, получив такую незнакомую фигуру, многие не смогли с ней справиться». Но разве она менее знакома, чем те вариации первоначальной фигуры, которые давал им ранее учитель и с которыми они справились? Учитель давал задачи, которые сильно варьировались в отношении длины сторон, величины углов и площадей. Эти вариации были явными, и ученикам они вовсе не казались сложными. Вы, быть может, заметили, что мой параллелограмм — это просто повернутая первоначальная фигура, предложенная учителем. В отношении всех своих частей она не больше отличается от первоначальной фигуры, чем вариации, предложенные учителем.

[1] Мальчик из другого класса, видя их затруднения, шепнул мне: «В нашем классе проходили задачи с этими перекрывающимися фигурами. Тут виноват учитель. Почему он не рассказал, как работать с такими чертежами?» К моему удивлению, именно с этого сложного доказательства иногда начинается изложение в учебниках. Ученикам не только трудно понять его; оно также совершенно необязательно для решения задач.

Здесь я коротко расскажу об экспериментальной работе с детьми, которых научили определять сначала площадь прямоугольника, а затем площадь параллелограмма (научили проводить вспомогательные линии и получать результат: произведение основания на высоту) и которые знали или не знали доказательство. Потом им задавали вопросы о фигурах, отличавшихся от первоначальной.

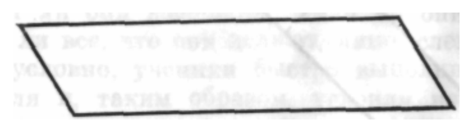


Рис. 6

3. Встречаются крайние случаи бессмысленных реакций, когда ученик

после предъявления такой простой фигуры, слепо повторяя слова учителя, бормочет: «Один перпендикуляр из левого верхнего угла», проводит его и затем говорит: «Другой — из правого верхнего угла», проводит и его, затем: «Продолжить линию основания вправо» — и, таким образом, получает следующий чертеж:

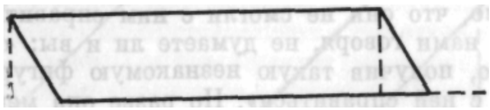


Рис. 7

4. Однако *бывает,* что даже шестилетний ребенок, ничего не знающий о геометрии, едва знакомый со способом определения площади прямоугольника, находит самостоятельно красивое и оригинальное решение для параллелограмма, хотя его вовсе этому не учили. Некоторые из этих случаев будут описаны в третьей части данной главы.

Бывает также, что, выучив или обнаружив, как определяется площадь параллелограмма, дети, которых просят найти площадь трапеции или любой из приведенных ниже фигур, оказываются вовсе не беспомощными и после некоторых колебаний, иногда после небольшой подсказки, предлагают прекрасные, подлинные решения типа описанных ниже.

44

Вот эти задания:

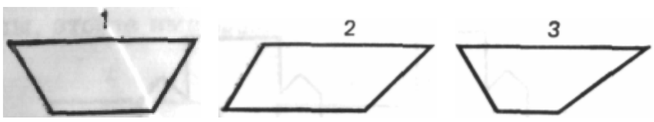


Рис. 8

Для всех этих фигур решение возможно посредством осмысленного изменения фигуры (*A*-ответы), а не слепого и безуспешного применения заученных операций или некоторых из них (*B*-ответы).

A —ответы

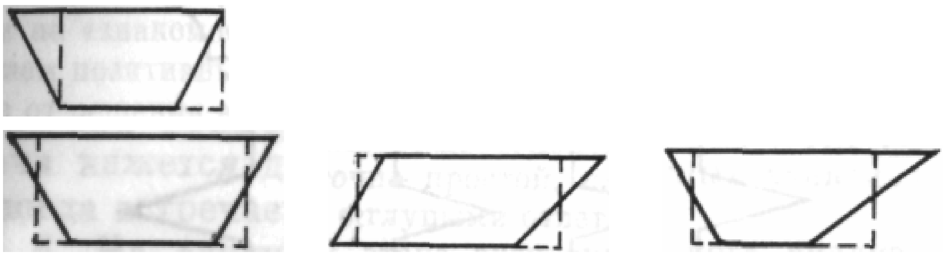


Рис. 8А

Испытуемые превращают фигуры в прямоугольники, сдвигая треугольники. Они не дают

В—ответы

Рис. 8Б

5. Но остальные дают *В*-ответы или беспорядочно чередуют *А*- и *В*- ответы. Многие ученики вообще отказываются приступить к решению задач 1, 2 и 3, говоря: «Откуда нам знать? Мы этого не учили».

6. Тогда я провел с детьми эксперимент. Сразу же после демонстрации того, как определяется с помощью вспомогательных линий площадь параллелограмма, я клал

45

Примеры

А-фигур *В*-фигур

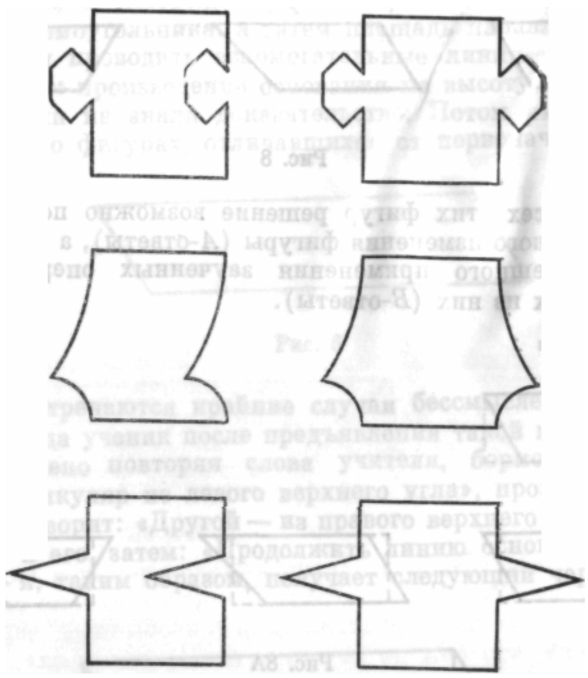


Рис. 9

перед ними отдельные фигуры или пары *А*- и *В*-фигур. В этих парах фигур один из членов пары, *В*-фигура, не имеет осмысленного *А*-решения, тогда как для *А*-фигуры возможно *А*-решение. Некоторым детям кажется, что *А*- и *В*-фигуры не отличаются друг от друга. Все они являются новыми. «Откуда нам знать!» — вот их позиция. Они либо никак не реагируют, либо если и реагируют, то не дифференцируют *А- и В*-фигуры, проводят вспомогательные линии и отвечают наугад.

Другие же последовательно решают *А*-задачи и иногда через короткое время отвергают *В*-задачи со словами: «Этого я не могу сделать, я не знаю, чему равна площадь», или даже: «Я не знаю, какова площадь этих небольших остаточных элементов». В отличие от этих случаев в *А*-случаях площадь остатков, как правило, не упоминается; или же ребенок говорит: «Я, конечно, не знаю

площади этих маленьких фигур, но, поскольку они равны, это не имеет значения».

Рис. 10

7. В приводимых здесь фигурах *А*-фигуры, если рассматривать их по частям, сильнее отличаются от первоначальной фигуры, чем *В*-фигуры. Поэтому простая ссылка на «знакомость», очевидно, не может служить объяснением позитивных реакций — решения в *А*-случаях и отказа от решения в *В*-случаях.

Наши наблюдения в опытах с *А* — *В*-парами уже содержали примеры экспериментального анализа. Хотя задача кажется достаточно простой, на классных занятиях иногда встречаешься с глупыми ответами.

8. На следующем этапе экспериментального анализа вместо одной фигуры давались два подвижных твердых тела. Они могли быть отделены или примыкать друг к другу в различных положениях:

А

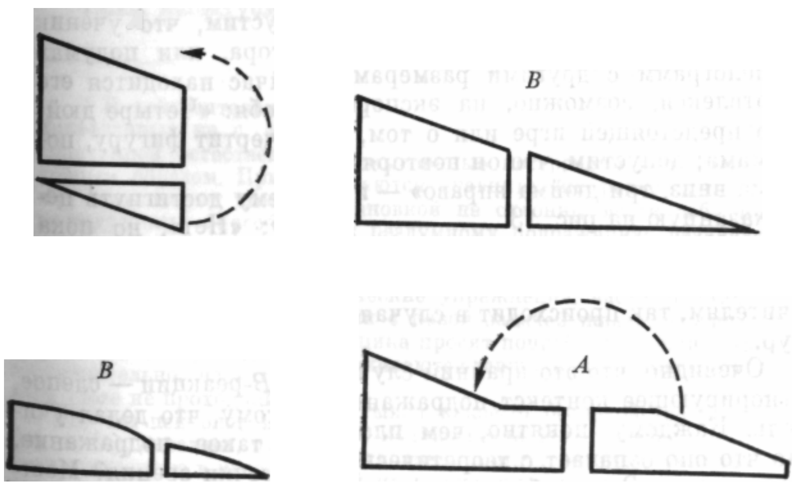


Рис. 11

47

И в этом случае возможны — и иногда встречаются глупые ответы.

9. Для того чтобы уяснить возникающие здесь теоретические вопросы, полезно рассмотреть крайние случаи. Рассмотрим следующую глупую реакцию.

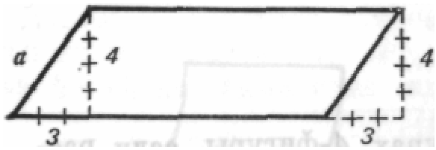


Рис. 12

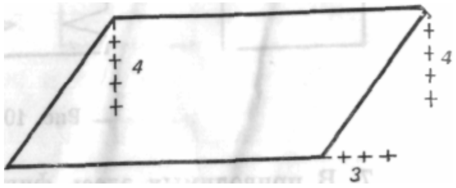


Рис. 13

Ученика учат доказательству теоремы о площади параллелограмма с помощью фигуры, начерченной на миллиметровой бумаге. Проводятся дополнительные линии. Сторона *a* оказывается равной 5 дюймам, длина отрезка *c* равна 3 дюймам.

Учитель говорит: «Посмотри! Из каждого верхнего угла я опускаю перпендикуляр длиной в 4 дюйма; я продолжаю линию основания вправо на 3 дюйма, ты можешь ее измерить».

Через некоторое время дается другой пример — параллелограмм с другими размерами. Допустим, что ученик отвлекся, возможно, на экспериментатора, или подумал о предстоящей игре или о том, где сейчас находится его мама; допустим, что он повторяет про себя: «Четыре дюйма вниз, три дюйма вправо» — и робко чертит фигуру, показанную на рис. 13.

Когда его спрашивают, удалось ли ему достигнуть цели— определить площадь, он отвечает: «Нет», но пока что не может продвинуться дальше. Сам я не сталкивался с таким ответом, но он вполне возможен. Как известно учителям, так происходит в случаях более сложных структур.

Очевидно, что это крайний случай *B*-реакцпи — слепое, игнорирующее контекст подражание тому, что делал учитель. Каждому понятно, чем плохо такое подражание. Но что оно означает с теоретической точки зрения? Можно сказать: «Этот ребенок не смог должным образом при-

48

менить выученный материал к новой ситуации». Но что значит применить «должным образом»?

Или можно сказать: «Ясно, что в этом случае отсутствует обобщение» — и покончить с проблемой как с решенной. Но решена ли она действительно? А как быть с глупыми обобщениями, которые остаются тем не менее обобщениями? А что если ребенок обобщит описанный выше пример так (правда, я не встречал таких случаев): «Перпендикуляры должны быть на один дюйм длиннее продолжения основания», или: «Длина перпендикуляра должна выражаться четным числом» и т. д. — и что если он будет соответствующим образом действовать?

Признание того, что здесь имеет место обобщение, не означает решения проблемы. Конечно, здесь имеет место обобщение, но оно происходит в *обоих* случаях. Часто указание на обобщение не является ответом на вопрос, скорее оно скрывает проблему.

10. Что же действительно происходит в *A* — *B*-реакциях, в *A* — *B*-случаях? Я получил характерные данные: встречаются разумные реакции, когда испытуемый отказывается слепо применять заученный материал к *B*-проблемам и находит разумные, правильные решения в *A*-случаях, меняя обычную процедуру, как того требует здравый смысл. И встречаются слепые реакции, когда испытуемые не могут решить *A*- или *B*-задачу или тупо применяют заученные приемы [1].

Если испытуемый применяет заученный прием к ва-

[1] В действительности бессмысленные построения в примерах, приведенных на с. 47, встречаются сравнительно редко. Дети со спонтанной естественной установкой не склонны вести себя подобным образом. Привычка к бездумному подражанию, развиваемая в некоторых школах благодаря упору на слепое натаскивание, по-видимому, способствует таким реакциям; то же можно сказать о ситуациях, когда такую установку создают рассеянность, отвлекаемость или другие индивидуальные особенности. В школах, ориентируемых на механические упражнения, часто формируется установка при столкновении с новой задачей ждать, что покажут готовое решение; когда ученика просят попробовать решить задачу самостоятельно, часто сталкиваются лишь с пассивным отказом: «Мы этого не проходили».

То, что психолог испытывал какое-то беспокойство на уроке (см. с. 42), означает, что он почувствовал эту атмосферу натаскивания, царящую в классе. Описанное нами поведение, по-видимому, тесно связано с установкой на повторение, на слепое подражание учителю: обычно маленьких детей не слишком смущает простран-

риации первоначальной задачи, не сознавая, что в данном случае он неуместен, то это свидетельствует о непонимании самого приема или о неспособности понять, что является существенным в измененной задаче. Но если он адекватно и последовательно ведет себя в *A*-случаях, даже когда отдельные части измененной задачи сильно отличаются от первоначальной, и если он в то же время отказывается применять заученный прием к более близким *B*-вариациям, то это значит, что он действительно понял задачу. Таким образом, *A* — *B*-вариации при систематическом исследовании могут служить основой «операционального определения» понимания. И с помощью *A* — *B*-метода в ходе экспериментального анализа могут быть исследованы различные структурные факторы.

В чем состоит основное различие между этими двумя типами реакций на вариации? В чем с психологической точки зрения заключается проблема? Как испытуемый ищет *А*-решения? Каким образом он различает *А*- и *В*-процедуры?

Во-первых, можно сказать: «Различие очевидно. *В*-реакции в отличие от *А* -реакций не ведут к правильному решению». Но это утверждение лишь ставит проблему, а не решает ее.

Во-вторых: «Решающее значение имеет степень сходства с первоначальной задачей». Нет. Сходство действительно играет роль. Но какое сходство? Если рассматривать отдельные части, то окажется, что *В*-случаи часто ближе к первоначальной задаче, чем *А*-случаи.

В-третьих: объясняется ли суть дела «обобщением»? Нет. Конечно, во всех этих случаях имеет место обобщение, но, как было уже сказано, с глупой *В*-реакцией может быть связана такая же степень обобщения, как и с *А*-реакцией. Таким образом, обобщение само по себе ничего не объясняет. Ссылка на обобщение может, конечно, оказаться полезной, если мы будем говорить о «правиль-

ственное расположение фигур (см.: Stern W. Über verlagerte Raumformen. — "Zeitschrift für Angewandte Psychologie", 1909, Vol. 2, S. 498-526).

Встречаются и взрослые, которые в дальнейшей жизни сохраняют приобретенную привычку к слепым, механическим действиям. Удивительно, как образованные и в других отношениях вполне разумные люди иногда ведут себя в сходных ситуациях, особенно в случае «Einstellung» (установка), (см. главу 4, раздел 3, а также главу 6 и приложения 2, 3 и 4).

но выбранном обобщении». Но что мы должны понимать под этим уточнением? То, что оно ведет к решению? Это опять напоминает первое утверждение.

В-четвертых, положение дел не изменится, если сказать (правильно), что различные *А*-случаи характеризуются тем, что «схватываются» существенные отношения, схватывается то, что действительно релевантно. Но что означает такое «схватывание»? Что такое «существенные элементы»? Как определить, что существенно, а что нет? Только по результату?

Теоретические предположения 2, 3 и 4 не позволяют удовлетворительным образом дифференцировать *А*- и *В*-реакции. Только первое предположение дифференцирует случаи, но лишь по результату. Ни одно из этих предположений само по себе не ведет к психологическому пониманию.

Я предлагаю читателю подумать над этим. Не удовлетворяйтесь поверхностными решениями. Я думаю, что если вы непредубежденно рассмотрите эти примеры, то найдете ответ. Возможно, он будет вертеться у вас на кончике языка, а вы не сможете выразить его никакими словами. Здесь я прерву свой анализ и вернусь к нему несколько позднее.

II

11. Под влиянием сильного впечатления от странного поведения некоторых школьников психолог снова приступает к более тщательному рассмотрению проблемы.

Как и в описанном случае, я часто удивлялся поведению некоторых классов во время урока. Обычно ученики покорно следят за этапами доказательства, которое демонстрирует им учитель. Они повторяют, заучивают их. Создается впечатление, что идет «обучение». Ученики обучаются? Да. Мыслят? Возможно. И в самом деле понимают? Нет.

Для прояснения дела была попробована следующая экспериментальная процедура.

Сейчас я скажу нечто странное, даже дикое. Видите ли, по теоретическим основаниям психолог вынужден иногда применять методы, которые для него самого не являются приятными.

Вместо того чтобы воспользоваться обычным разумным методом определения площади параллелограмма, учени-

кам говорят: «Для определения площади параллелограмма следует измерить стороны — назовем их *a* и £ тить на основании точку, расположенную прямо под верхним левым углом; затем измерить расстояние между левой

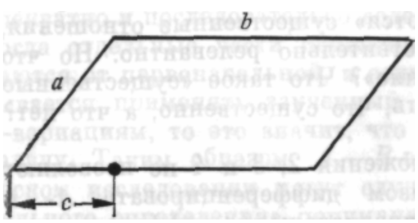


Рис. 14

вершиной и этой точкой — назовем его *c*. На нашем чертеже *a* = 5 дюймов, *b* = 9 дюймов, *c* = 3 дюйма.

Теперь сложите *a* и *c*! *(a+c...* 5+3 = 8)

Вычтите с из а! *(a — c*...5-3=2). Перемножьте результаты! (...8Х2=16)

Из произведения извлеките квадратный корень! Вы учили, как это делать (... √16=4)

Умножьте результат на *b,* и вы получите площадь... (... 4Х9=36)

Формула площади параллелограмма $b\sqrt{(a+c)\ \ (a—c)}$».

Процедура уродлива и никогда не придет в голову разумному учителю или математику. Это психологу потребовалось ввести такой громоздкий, некрасивый и бессмысленный метод. Но он ведет к правильному результату.

Обычно такая процедура кажется детям странной неестественной, — нельзя не заметить, что они время от времени выключаются из работы. По окончании доказательства одни смотрят на учителя с плохо скрываемым презрением. Другие сбиты с толку или смеются.

Важно то, что в некоторых школах *нельзя* обнаружить существенной разницы между реакцией учеников на такое доказательство и реакцией на разумный метод. Если вы обнаружите, что ученики покорно проглатывают такую процедуру и никак не реагируют на нее, обратите внимание на характер их обучения! Думаю, что в нем есть что-то порочное. И я надеюсь, что если вы проделаете такого рода опыты, ваши ученики громко рассмеются или по крайней мере будут весьма смущены. В таких случая) особенно трогательно видеть, с каким упорством, с какой готовностью ученики иногда стремятся повторять слова учителя, как гордятся, если им удается точно воспроизвести заученное, решить задачу именно тем способом, которому их учили. Для многих в этом и состоит преподава-

ние и обучение. Преподаватель учит «правильной» процедуре. Ученики заучивают ее и могут применить ее в рутинных случаях. Вот и все.

Пусть читатель задумается, не учили ли и его самого в школе таким же образом. Разве не таким способом вас обучали дифференциальному и интегральному исчислению? Или даже теоремам планиметрии и стереометрии? Конечно, у вас были веские основания считать, что учитель обучает вас разумным, серьезным вещам, которые необходимо знать. Да и что бы вы могли сделать, как не подчиниться и покорно следить за шагами доказательства учителя, если не понимали, почему он предпринимает именно этот, а не иной шаг? Помогало ли вам покорное следование за учителем, когда вы сбивались с пути?

Полагаю, вы согласитесь, что не помогало. Я не удивлюсь, если вы добавите, что, раз учитель действовал таким образом, значит, он, очевидно, действовал правильно, что, вероятно, не было другого пути. Или вы можете возразить: «Нельзя сравнивать этот дикий пример с обычным обучением, в ходе которого учитель излагает разумные вещи и их доказательства».

Ваше последнее замечание совершенно справедливо. В нашем примере не хватает доказательства — этого упущения, между прочим, некоторые ученики не замечают. Для того чтобы прийти к правильному решению, нам нужен пример, включающий доказательство. Мы рассмотрим этот вопрос в пункте 17.

12. Но давайте сначала закончим наш рассказ. Я спросил у класса: «Уверены ли вы в том, что этот результат действительно правилен?» Большинство учеников были просто ошеломлены этим вопросом, удивлены, что он может быть задан. Их позиция была ясна: «Как вы можете подозревать, что мы сомневаемся в ответе, который вы нам дали?» Вопрос показался им странным, он затрагивал самую суть того, что значили для них школа, преподавание и обучение. Ответа не было. Класс молчал.

Я изменил свой вопрос и дружески спросил: «Может ли кто-нибудь из вас показать, что полученный таким образом ответ действительно верен?»

Маленький М. поднял руку. Он казался весьма сообразительным и ответил: «Я знаю, как это доказать. Это очень просто. Мы установили, что площадь этого параллелограмма равна 36 квадратным дюймам. Я могу вырезать параллелограмм из жести, положить его на одну ча-

шу точных весов, а на другую положить прямоугольник, площадь которого известна и равна 36 квадратным дюймам, — держу пари, они уравновесят друг друга».

«Да, они могут уравновесить друг друга, но можете ли вы показать, что так будет всегда?»

«Отчего же, могу, — ответил он. — Я могу повторить эту процедуру с различными параллелограммами».

То, что сказал этот мальчик, характерно для многих случаев мышления. Теперь у него есть *слепая* процедура *плюс* способ проверки с помощью взвешивания. И это все; и он вполне удовлетворен. Эта познавательная операция, так называемая индукция, сама по себе превосходная вещь, она часто необходима и в некоторых отношениях играет важную роль в современных эмпирических науках. Вместе с тем в соединении со слепой и, следовательно, дикой процедурой она не является для настоящего мыслителя ни действительным решением, ни конечным результатом. Хотя современная наука часто и основывается на индукции, она не останавливается на ней. Она продолжает поиски лучшего понимания. (Приведем в качестве примера открытие Менделеева [1].)

[1] В начале XIX в. английский химик Уильям Праут заметил, что атомные веса химических элементов приблизительно кратны весу атома водорода, и высказал предположение, что водород является materia prima. На основании этой гипотезы де Шанкуртуа заявил в 1862 г., что свойства химических элементов определяются числами. В 1871 г. Менделеев опубликовал свою знаменитую периодическую таблицу классификации химических элементов, в которой все элементы были расположены в восьми вертикальных и семи горизонтальных рядах. Это позволило ему показать, что свойства химических элементов, в частности их валентность, изменяются в соответствии с изменением их атомного веса. Таким образом, атомный вес Менделеев рассматривал как фундаментальную, важнейшую характеристику элементов. Это подтверждалось тем, что он мог предсказывать открытие неизвестных элементов, которые были необходимы для заполнения пустых мест в его таблице, исходя из соображений, основанных на периодичности и на регулярном возрастании атомного веса химических элементов.

Хотя классификация Менделеева была представлена им как чисто эмпирическое обобщение, она ясно указывала на фундаментальное единство материи.

В 1913 г., основываясь на атомных теориях Резерфорда и Бора, молодой английский ученый Мозли доказал, что именно числом атомов водорода, образующих атом данного элемента, или, точнее, числом протонов и, следовательно, электронов — *атомным номером,* а не атомным весом объясняются химические свойства элементов.

Так эмпирическое обобщение превратилось в конечном счете в дедуктивную теорию. — *Прим. редактора амер. издания.*

Будучи важным инструментом на своем месте, индукция сама по себе является скорее началом, а не концом. Но в данном случае она незаконна даже как начало, поскольку не является необходимой и не связана с существом дела.

13. Рассмотрим для пояснения другой пример. Учитель демонстрирует классу, как определять площадь параллелограмма, проводя дополнительные линии, перенося треугольники слева направо и показывая в итоге, что площадь равна произведению основания на высоту. В этом примере я предложил учителю использовать параллелограмм, одна сторона которого, *a,* равнялась 2,5 дюйма, а другая, *b* — 5 дюймам. Была измерена высота *h*, которая оказалась равной 1,5.

Затем я предложил другие задачи, указывая в каждом случае величину сторон а и *b;* высота измерялась, и следовало определить площадь параллелограмма:

	a	*b*	Высота (измеренная)	Площадь необходимо вычислить
1	2,5	5	1,5	7,5
2	2,0	10	1,2	12,0
3	20,0	$1\frac{1}{3}$	16,0	$21\frac{1}{3}$

4	15,0	$1\frac{7}{8}$	9,0	$16\frac{7}{8}$

Ученики решали эти задачи, испытывая некоторые трудности с умножением.

Вдруг один мальчик поднял руку. Глядя на тех, кто еще не кончил вычисления, с некоторым превосходством, он выпалил: «Глупо заниматься умножением и измерением высоты. Я нашел лучший метод определения площади— он очень прост. Площадь равна a+b».

«Можешь ли ты как-нибудь объяснить, почему площадь равна a+b?» — спросил я.

«Я могу доказать это, — ответил он. — Я вычислил площадь во всех случаях. Зачем ломать голову, умножая b на h? Площадь равна a+b».

Тогда я дал ему пятую задачу: a=2,5; b=5; высота = *2.* Мальчик начал считать, пришел в смятение, а затем, довольный, сказал: «В этой задаче сложение не дает

площади. Прошу прощения; а было бы здорово!»

«В самом деле?» — спросил я.

Это может служить примером слепого открытия, слепой индукции. Осмелюсь утверждать, что ни один разумный математик не одобрит столь очевидно бессмысленную индукцию. Он прибегнет к ней только в том случае, если исследуемый вопрос настолько темен, что не приходит в голову никакая идея о возможной разумной внутренней связи.

Могу добавить, что настоящая цель этого «нечестного» эксперимента, который, как вы видели, вполне удался, заключалась не просто в том, чтобы навести на ложный путь. Посетив этот класс раньше, я заметил, что в поверхностном обращении учеников с методом индукции кроется реальная опасность. Я хотел, чтобы эти ученики — и их учитель — ясно почувствовали рискованность такого отношения.

Можно, конечно, сказать, что мальчик ошибся в своей гипотезе просто потому, что она не была универсальной, потому, что она была обобщением, основанным лишь на небольшом числе случаев. Но это значит не понять сути дела. Предложенное равенство — площадь = a+b— бессмысленно, потому что ничего не говорит о внутренней связи между площадью и a+b, о том, почему оно может оказаться разумным хотя бы в одном — единственном случае, поскольку не существует внутренней связи между ними.

14. Приведу еще более простой пример. Вы спрашиваете ученика:

1) 12=3 умноженное на сколько? Ответ: 4.

2) 56 = 7 умноженное на сколько? Ответ: 8.

3) 45 = 6 умноженное на сколько?

Предположим, что ученик ответил на третий вопрос: «Семь». И когда вы спросили его, почему он так думает, он сказал: «Разве это не очевидно? Четвертая цифра на единицу больше третьей:

1) 12 3 4

2) 56 7 8

3) 45 6 7».

Разве здесь существенно, что ученик основывал свою «гипотезу» на очень малом числе случаев? Нет. Сама гипотеза *нелепа:* увеличение чисел в этом случае не имеет никакого отношения к структуре ситуации, к требованиям ситуации, к соединению знаком равенства, к смыслу чисел, расположенных слева, к смыслу знака умножения

в правой части. Оно не связано с теми структурными свойствами, которые обусловливают требования к разумному решению или осмысленной гипотезе.

15. Теперь мы приведем дополнительные примеры диких процедур, ведущих к правильному ответу. Ошибочным здесь является не отсутствие доказательства, а то, что ни один из шагов этой процедуры не имеет разумной связи с заданием.

Как определить площадь прямоугольника:

I

1) $a - b$
2) $1/a$
3) $1/b$
4) вычтите 2) из 3)
5) разделите 1) на результат, полученный в 4)

$$\text{Площадь} = \frac{a-b}{\frac{1}{b}-\frac{1}{a}}$$

II

1) замените $a+b$ на c
2) a^2
3) разделите 2) на 1)
4) вычтите 3) из a
5) умножьте результат на 1)

$$\text{Площадь} = \left(a - \frac{a^2}{a+b}\right)\cdot c = \left(a - \frac{a^2}{a+b}\right)(a+b)$$

16. Я выбрал искусственные примеры для того, чтобы объяснить суть дела, но подобные вещи случаются и без вмешательства психолога.

Ребенок в школе заучивает вместе с сопутствующими упражнениями формулы для периметра, $2(a+b)$, и для площади, $a \cdot b$, прямоугольника.

Спустя некоторое время ему предлагаются задачи, требующие вычисления площади прямоугольников в контексте решения более широких задач. Ему приходит на ум формула $2(a+b)$, и он ошибочно использует ее, даже не подозревая об этом.

Либо он старается вспомнить формулу площади. Он может даже пытаться вспомнить страницу учебника, на которой встречается эта формула, и действительно вспоминает эту страницу, но формула все же не приходит в голову. Он теряется, смотрит на результат соседа, замечает, что найденная площадь равна 25 при сторонах a и b, равных соответственно 10 и 2,5. «Понятно! — говорит он себе. — Теперь я вспомнил, как это делается: 10+2,5= 12,5, умножить это на 2, получается 25; $2(a+b)$» — успокаивается и энергично решает таким способом следующие задачи, получая неверные результаты, но даже не зная об

этом. (Может случиться, что в следующей задаче a=12, b=2,4; так что, взглянув для проверки на результат соседа, он убедится в своей правоте.) Ему даже не придет в голову проверить, годится ли вообще в данном случае эта формула. Однако, если бы ученик смело приступил к решению задачи, он, может быть, и сумел бы восстановить самостоятельно даже забытую формулу.

Итак, является ли решающим только то обстоятельство, что ученик получил неправильный результат, что его формула не имела общего значения? Для того чтобы заострить вопрос, представим себе следующую фантастическую ситуацию. Задача вполне может быть решена машиной, которая разрезает прямоугольник на мелкие квадраты. Вы опускаете прямоугольник в щель, машина начинает работать, маленькие квадраты выпадают из машины и могут быть сосчитаны либо вами, либо суммирующим механизмом аппарата. Допустим далее, что в ходе работы машина отбрасывает некоторое число маленьких квадратов, их число зависит от размеров прямоугольника. Вместе с тем машина всегда добавляет четыре квадрата [1]. Такую машину легко сконструировать, и она по общему правилу будет неизменно выдавать результат $2(a+b)$.

Исследователь чувствует большое желание заглянуть в машину и выяснить, каким образом почти закономерно получается такой странный результат. Если бы можно было открыть машину и заглянуть внутрь! Но допустим, что это запрещено или даже что такой машины вообще не существует, что все происходит без машины — чудесным образом — просто в результате разрезаний и вычислений...

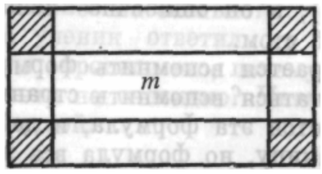


Рис. 15

[1] Применение формулы 2 (a+b) для вычисления площади означает, что исчезает площадь т и дважды появляются четыре заштрихованных квадрата (см. рис 15).

У вас будет универсальный закон, подтверждающаяся неизменно формула, и тем не менее выраженный в этой формуле закон будет диким, слепым, совершенно непостижимым.

17. Вернемся к нашему вопросу. В наших диких примерах отсутствовало доказательство, и могло возникнуть впечатление, что в этом-то и было все дело. В связи с этим рассмотрим, что является условием разумного, осмысленного процесса мышления. Обычно называют следующие условия:

должно быть получено правильное решение,

такое решение достигается благодаря применению логически правильных операций,

правильность результата должна быть доказана, **он** должен быть правилен во всех случаях.

И это все? Является ли это адекватным отражением того, с чем мы сталкиваемся в реальном, разумном процессе?

Рассмотрим процедуру, которая содержит все эти перечисленные признаки и все же остается уродливой. Допустим, я рассказываю о площади прямоугольника ребенку, который ничего не слышал о геометрии. Сначала я показываю ему, что площадь квадрата есть a^2: a, умноженное на a. Он усваивает это и вычисляет площади нескольких квадратов различных размеров. Затем я показываю ему прямоугольник и учу находить площадь прямоугольника следующим образом:

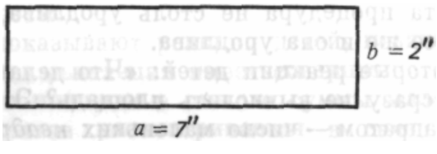


Рис. 16

1. Сначала вычти b из a $\quad a—b \quad$ 7—2=5

2. Возведи остаток в квадрат $\quad (a—b)^2 \quad 5^2=25$

3. Возведи b в квадрат и вычти его из ранее полученного результата $(a—b)^2—b^2$ 25—4=21

4. Возведи я в квадрат и вычти его из результата 3 $(a—b)^2—b^2—a^2$ 21—49=—28

5. Умножь результат на —1 (сделай его положительным) $a^2+b^2—(a—b)^2$ +28

6. Раздели результат на 2 ab 14

Это — площадь прямоугольника. Это может быть доказано геометрически, как показано на рисунке:

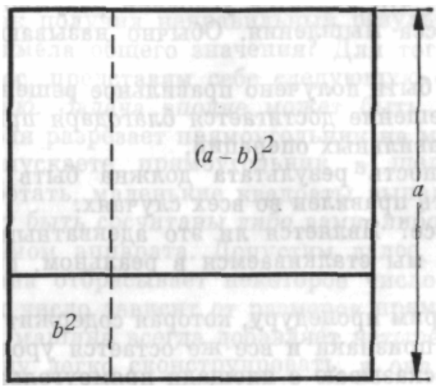


Рис. 17

Доказательство сводится к демонстрации равенства двух прямоугольников и вычитанию общей площади b^2. Хотя такое доказательство и является несколько замысловатым, оно с логической необходимостью приводит к решению. Эта процедура не столь уродлива, как предыдущая, но все же и она уродлива.

Вот некоторые реакции детей: «Что делают взрослые! Почему бы сразу не вычислить площадь? Это похоже на случай с квадратом — число маленьких *квадратов в нижнем ряду* нужно умножить на *число рядов».*

18. Теперь вернемся назад. Почему описанные процедуры «уродливы»? В чем здесь дело?

1) Разве операции выполнены неправильно? Нет, в некоторых примерах операции выполнены совершенно правильно.

2) Разве недостает универсальности? Нет, примеры носили самый общий характер и тем не менее оказались уродливыми (см. пункты 11, 15).

3) Разве недостает наглядности в доказательстве? Нет, некоторые примеры содержат доказательство.

60

Если мы рассмотрим конкретные действия в этих диких примерах, посмотрим, как ученики подходят к задаче, каким образом отдельные этапы мышления связаны с его» общим направлением, то ответ покажется очевидным: я хочу решить задачу, я столкнулся с проблемной ситуацией; я хочу понять, как можно прояснить задачу, чтобы достичь ее решения. Я стараюсь понять, как определяется площадь, как она «встроена» в эту фигуру; я хочу понять это. Вместо этого приходит некто и говорит, что я должен делать то-то и то-то, например вычислить $1/a$, или $1/b$, или $(a— b)$, или $(a—b)^2$, то есть делать вещи, внутренне совершенно не связанные с задачей, ведущие меня в другом направлении, — в направлении, чуждом задаче. Почему я должен делать именно это? Мне говорят: «И все-таки делай», а затем добавляется новый шаг, опять ведущий в непонятном направлении. Эти шаги совершенно непонятны, их содержание, направление, весь процесс не обусловлены внутренними требованиями ситуации, кажутся произвольными, не связанными с вопросом, *каким образом площадь* структурно *строится* из меньших единиц *именно в такой форме.* В конце концов эти шаги приводят к правильному или даже доказанному результату. Но сам этот результат воспринимается так, что он не приводит к пониманию и ничего не проясняет. И это относится ко всем примерам и с доказательствами, и без доказательств.

«Послушайте, — скажет возмущенный читатель, — а не требуете ли вы от человеческого мышления слишком многого?» Нет, не требую; к счастью, встречаются не столь слепые процессы.

19. Как показывают реакции детей, позитивный, продуктивный ход мышления имеет совершенно иной характер. Вопрос о площади в смысле суммы маленьких единичных квадратов рассматривается в связи с фигурой, *в связи* с ее *характерной формой;* ребенок обнаруживает, что существуют параллельные ряды, которые прилегают друг к другу, равны друг другу, содержат одинаковое число маленьких квадратов. Затем число *квадратов в одном таком* ряду, определяемое длиной одной из сторон, умножается на число *рядов,* определяемое длиной другой стороны. Здесь важно понять, что площадь структурирована в соответствии с характерной формой фигуры. Ни один из предполагаемых шагов не является произвольным, не связанным с внутренней природой проблемной ситуация.

Один и тот же результат (площадь=a-b) психологически имеет различный смысл в разумной и дикой процедурах: a-b в осмысленной процедуре рассматривается не просто как «произведение двух членов», поскольку один из них *означает* число *квадратов в одном ряду,* а второй — число *рядов.* Множители имеют различное структурное и функциональное значение, и, пока это не будет осознано, формула и даже смысл самого умножения не будут поняты.

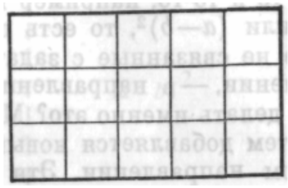


Рис. 18

20. Я приведу иллюстрацию последнего утверждения. Мальчику показывают прямоугольник, разделенный на маленькие квадратные части. Ему говорят, что общее число квадратов — площадь — равно *a-b.* Теперь, перемножая стороны, он может правильно вычислить площадь нескольких предложенных ему прямоугольников. Я спрашиваю его: «Ты уверен, что это правильно?» «Конечно, ведь вы меня научили формуле, но, если хотите, я могу пересчитать», — отвечает он. И начинает пересчитывать наборы из пяти квадратов следующим образом:

8

3	*4*	*5*	*1*	*2*	*3*	*4*	*5*
5	*1*	*2*	*3*	*4*	*5*	*1*	*2*
2	*3*	*4*	*5*	*1*	*2*	*3*	*4*
4	*5*	*1*	*2*	*3*	*4*	*5*	*1*
1	*2*	*3*	*4*	*5*	*1*	*2*	*3*

Рис. 19

Закончив подсчет, он поворачивается ко мне: «Вот видите, все верно».

Ясно, что что-то существенное здесь упущено. Мальчик не понял, каким образом из повторения параллельных рядов строится площадь. Он не использовал основной структурный признак, заключающийся в том, что ряды состоят из одинакового числа квадратов. И таким образом, ему не удалось найти основу осмысленного структурного понимания площади.

Другими словами, если бы площадь определялась посредством вычислений, которые произвел мальчик, то фигура совсем не обязательно должна была бы быть прямоугольником. Подошла бы любая другая фигура, составленная из прилегающих малых квадратов. Действия ученика не учитывают внутреннюю связь фигуры с операцией умножения.

Подобное структурное понимание (или отсутствие такового) играет решающую роль и в переносе. Вот короткий пример: в экспериментальных целях ребенку показывают, как определяется площадь квадрата. Он овладевает приемом и применяет его в различных случаях, а затем его просят определить площадь прямоугольника. Он не может ее найти. Я спрашиваю: «Почему бы тебе не поступить таким же образом, как ты это делал в случае с квадратом?» Он колеблется, а затем говорит: «Не могу... здесь стороны не равны».

Но если бы на примере квадрата он действительно разобрался в сути дела, понял бы, что площадь следует рассматривать как произведение числа квадратов, лежащих в основании, на число рядов, то перенос не вызвал бы никаких затруднений. В этом случае равенство сторон квадрата не было бы помехой, оно структурно было бы периферическим явлением, не имеющим существенной связи с решением.

Перенос может быть и слепым. *Без* такого понимания можно просто слепо считать, что и площадь прямоугольника определяется произведением двух его сторон. Если называть и этот случай обобщением, то следует ясно понимать, что существует важное различие между структурно слепыми, или бессмысленными, обобщениями и обобщениями осмысленными.

21. Мне могут возразить: «Почему вы говорите о понимании внутренней структуры, внутренних требований, подразумевая при этом, что схватывание структурных при-

знаков в ваших примерах делает действия осмысленными? А что вы скажете о неевклидовых ситуациях? Что если мы выберем для нашей геометрии другие аксиомы? То, что разумно в одной системе, может быть бессмысленным в другой. То, что вы говорите, может показаться разумным только тем, кто разделяет наивную старомодную веру в важность только евклидовых аксиом».

Это возражение несостоятельно: оно не затрагивает существа вопроса. Неевклидова геометрия обладает своими собственными структурными признаками, но и в новом, более широком контексте сохраняют силу требования осмысленности. После введения признака пространственной кривизны некоторые утверждения евклидовой геометрии оказываются непригодными, так как они не учитывают условий, появляющихся с введением кривизны, и соответствуют только частному случаю, при котором кривизна равна нулю.

Коротко проиллюстрируем сказанное: фигура, состоящая из четырех «прямых» линий и четырех прямых углов на поверхности сферы, *отличается* от плоского прямоугольника также и площадью, но и в этом случае вы можете либо осмысленно определить эту площадь, поняв ее внутреннюю структуру, либо получать результаты диким методом, аналогичным уже рассмотренным нами случаям.

«Почему вы в этом контексте говорите о разумности?— спросит логик. — Разумность — это не что иное, как требование непротиворечивости в смысле старой формальной логики. Любая теорема, любой закон — даже ваш пример площади прямоугольника, равной в описанном вами искусственном мире 2 (a+b),— являются нелепыми или неразумными *только* потому, что они противоречат другим законам и не согласуются с аксиомами собственной системы. Вот и все».

Но этот аргумент просто переносит вопрос с теорем на аксиомы. Если рассмотреть другие аксиомы, соответствующие именно таким структурно слепым связям и обеспечивающие формальную непротиворечивость, то в результате окажутся дикими не только отдельные теоремы, но и вся аксиоматическая система.

Конечно, в современной математике наблюдается тенденция к построению систем, из которых устраняется структурная осмысленность. Некоторые считают, что следует игнорировать такую осмысленность. Сходная тенденция наблюдается и в развитии логики — логика сводится

к игре, управляемой суммой произвольно комбинируемых отдельных правил. Как разделение труда такая специализация заслуживает одобрения, особенно когда дело касается критериев строгой логической валидности. Но если к этому сводится все назначение логики, то тем самым мышление лишается тех признаков, которые играют важную роль в действительно продуктивных процессах. Однако, каково бы ни было отношение структурных проблем к формальной логике и теории познания (независимо от решения вопроса о том, следует или не следует логике заниматься структурными проблемами), они являются решающим моментом подлинно разумных, продуктивных процессов.

Развитие современной математики происходило в направлении полного освобождения от всяких следов геометрической интуиции. Это имело свои основания, поскольку анализировались вопросы валидности идеальных, аксиоматических систем, в которых конкретные теоремы выводятся только путем применения к аксиомам силлогистических и сходных формальных операций. Но это вполне обоснованное стремление не следует смешивать с проблемами понимания и подлинно продуктивных процессов. Я не встречал ни одного действительно продуктивного математика, который не чувствовал бы этого различия. Некоторые говорили: «Это не логический и не математический вопрос. Это психологический вопрос, или, если угодно, вопрос эстетической стороны дела». Мне кажется, что такие утверждения связаны со слишком узким пониманием логики. К тем шагам и операциям, которые образуют дикие процедуры, приходят не логическим путем. Прямая процедура кажется также и более логичной. Различие между произвольными, слепыми и осмысленными действиями составляет самую суть логики.

22. Приведенные примеры и в самом деле были дикими и бессмысленными, и читатель вправе спросить, зачем их нужно было приводить. Их искусственность и бессмысленность вполне очевидны; достаточно здравого смысла, чтобы понять их отличие от действительно осмысленных действий. Но в целях научной ясности необходимо сосредоточить внимание на очевидных вещах. Некоторые теоретические построения в логике, теории познания, психологии игнорируют эту фундаментальную проблематику или даже пытаются оправдать слепоту к ней.

Более того, то, что мы склонны считать само собой

разумеющимся и «очевидным», нуждается в научном освещении и разработке. Здесь я использовал термины, которые кажутся непривычными и недостаточно простыми. Следует, однако, понять, что сама ситуация таит в себе множество проблем. И в этом нет ничего странного. В то время как в традиционной логике существует множество хорошо разработанных операций, операции, с которыми имеем дело мы, все еще плохо изучены. Гештальттеория только пытается их разработать.

23. «Вы не упомянули, — вмешивается логик, — еще одно обстоятельство, достаточное для различения действий, которые вы называете дикими, и действий разумных. Эти примеры кажутся бессмысленными просто потому, что состоят из *большего* числа шагов, являются более длинными. Вы забыли о

„lex parsimoniae"».

Все предыдущие решения действительно содержали большее число шагов, чем соответствующие разумные решения. Но этот внешний признак не должен вводить вас в заблуждение. Он не имеет существенного значения.

Всегда ли такие «мудреные» действия необходимо содержат большее число шагов? Всегда ли они «сложнее» соответствующих осмысленных действий? Нет. В задачах на определение площади прямоугольника и параллелограмма осмысленные действия структурно слишком просты, чтобы допустить применение более короткого метода, но в учебниках по математике можно обнаружить такие случаи. Рассмотрим, например, следующую задачу.

Какова сумма ряда:

$$S=1+a+a^2+a^3+a^4...?\ (a<1)$$

Вот обычное решение:

1) Напишите равенство	1. $S = 1+a+a^2+a^3+a^4+...$
2) Умножьте обе части равенства на a	2. $\underline{aS=a+a^2+a^3+a^4+a^5...}$
3) Вычтите из первого равенства второе	3. $S—aS= 1$
4) Найдите S	

Вот правильный результат: 4. $S=\frac{1}{1-a}$,

он корректно получен, доказан и весьма элегантен из-за своей краткости. Действительное понимание, разумный вывод формулы отнюдь не просты; для этого требуется гораздо большее число нелегких шагов. Хотя многие и вынуждены признать коррект-

ность описанных выше действий, они не испытывают чувства удовлетворения и чувствуют себя обманутыми. Умножение на *a,* а затем вычитание одного ряда из другого дает решение, но не приводит к пониманию того, как бесконечный ряд (точнее, последовательность его частичных сумм) приближается в процессе роста к своему предельному значению[1]. Подлинное понимание исходит из рассмотрения роста ряда и приводит к закону роста, что позволяет найти предел. Многие в действительности не достигают понимания. Они удовлетворяются получением правильного ответа[2].

Существуют математические теоремы, которые в настоящее время имеют только «внешние» решения, потому что они остаются все еще слишком сложными для конструктивного понимания. Крайними примерами их являются некоторые случаи так называемого доказательства от противного, непрямого доказательства, в котором используется принцип исключенного третьего, показывающий, что принятие противоположной посылки невозможно, поскольку оно ведет к противоречию. Но такое доказательство не позволяет понять, как конструктивно достигается позитивное решение. Знаменитый математик Брауэр презрительно называл такие непрямые доказательства «позвоночным мышлением». Я не стану здесь выяснять, насколько обоснованно его требование не признавать результаты, которые могут быть получены только таким способом. Я лишь хочу подчеркнуть, что существует огромное различие между осмысленным решением, основанным на понимании сущности задачи, и решением, совершаемым посредством внешних действий.

[1] Вот пример ответа испытуемого в одном из моих экспериментов: «Странно... умножение на а ... зачем? Разве это приближает меня к цели?.. Вычитание — зачем? А теперь в 3) все, что я знаю о структуре 5, исчезло! Разве я ищу сумму этого возрастающего ряда? Я знаю о ней не больше, чем раньше, — только то, что она равна 1/1-*a*. Но почему? Как?»

[2] Конечно, для профессионала и эта обычная процедура является осмысленной. Она основана на понимании того, что при «сдвиге», то есть при умножении на *a,* ряд, за исключением первого члена, не изменяется. И все же эта процедура остается внешней и не предполагает действительного понимания того, как возникает сумма.

III

24. Прежде чем перейти к рассмотрению подлинных процессов мышления детей в связи с определением площади параллелограмма, мы зададим следующий вопрос: «Каковы этапы действительно разумного процесса определения площади прямоугольника?» Мы коротко перечислим этапы, которые считаем существенными, основываясь на экспериментах с детьми и взрослыми.

1) Предлагается задача: чему *равна* площадь прямоугольника? Еще не знаю. Как я могу это узнать?

2) Я чувствую, что должна существовать какая-то *внутренняя связь* между величиной площади и формой прямоугольника. Какова эта связь? Как я могу ее обнаружить?

3) Площадь можно рассматривать как сумму маленьких квадратиков, помещающихся в фигуре[1].

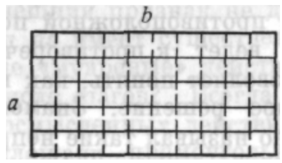


Рис. 20

А форма? Это не *любая* фигура, не простое нагромождение маленьких квадратов; я должен понять, как площадь «строится» в этой фигуре! (Рис. 20.)

4) Разве способ *организации,* (или *возможность организации)* малых квадратов в этой фигуре не ведет к ясному структурному восприятию целого? Да, конечно. Длина фигуры повсюду одна и та же, и это должно быть связано с постепенным увеличением площади! Параллельные ряды малых квадратов прилегают друг к другу и взаимно равны; таким образом они заполняют всю фигуру. У меня есть совершенно одинаковые по длине ряды, которые вместе образуют целую фигуру.

[1] Я опускаю здесь процессы, которые начинаются с варьирования размера прямоугольника; введение маленьких квадратов упрощает картину. Иногда дети сами находят этот прием; иногда экспериментатор предъявляет прямоугольник, состоящий из кубиков, или с самого начала проводит линии; в этих случаях детям все еще предстоит самим сделать существенные шаги.

5) Я хочу найти общую сумму; *сколько* всего в фигуре *рядов!* Я осознаю, что на это указывает высота — сторона *a.* Чему равна длина *одного ряда?* Очевидно, она задается длиной основания *b.*

6) Значит, я должен умножить *a* на *b.* (Это не просто умножение двух величин одного и того же рода: на этом этапе существенное значение имеет их характерное функциональное различие.)

При таком структурировании прямоугольника ясным становится вопрос о величине площади. Полученная структура прозрачна и легко схватывается. Решение достигается [1] благодаря пониманию внутренней структурной связи между площадью и формой.

25. Я не утверждаю, что именно такие фазы могут быть вычленены в актуальном процессе мышления [2]. Обычно они тесно взаимосвязаны внутри целостного процесса; и все же, по-моему, их выделение необходимо для действительного понимания существа дела.

Эти фазы включают ряд операций и признаков, которые не были по-настоящему оценены или изучены традиционной логикой и ассоциативной теорией.

1) Здесь имеет место *группировка,* реорганизация, структурирование, операции деления целого на части, которые все-таки продолжают рассматривать вместе, в прямой связи с целой фигурой и под углом зрения поставленной специфической задачи.

Эти операции осуществляются не любым способом, мы имеем дело не с *любой* группировкой или организацией, хотя фактически существует много различных спосо-

[1] На четвертом этапе вместо горизонтальных рядов можно выбрать вертикальные. Но в ходе решения не следует смешивать эти два способа. Когда ребенок их путает, легко стирается различие между «числом рядов» и «длиной ряда»; поэтому рекомендуется начинать с прямоугольника, у которого стороны явно различаются. Пятый этап особенно очевиден в случае, когда стороны прямоугольника кратны стороне мерного квадрата; в противном случае процедура включает еще один шаг, а именно уменьшение площади мерного квадрата. В 5) и 6) появляется умножение. Но это отнюдь простое или необходимое воспроизведение операции, усвоенной уроках арифметики. Возможно даже, что это нечто совершенно противоположное: сама идея умножения, или смысл умножения, может стать понятной именно в таком контексте.

[2] Я бы не советовал адаптировать каждый из этих шагов для школьного обучения. Но иногда полезно задать вопрос в одном из указанных направлений.

бов группировки; фазы планируются и осуществляются *в соответствии* с целостными свойствами фигуры, с целью определить *четкую структуру* площади.

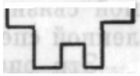
Решение предполагает понимание того, каким образом части целого *складываются* друг с другом и *заполняют* всю площадь, осознание *внутренней связи* между тем, как они согласуются друг с другом и целостными свойствами фигуры, например прямолинейностью ее сторон и т. д.

2) Процесс начинается с желания установить внутреннюю связь между формой и размером. Это не поиски любого отношения, которое может их связывать, а поиски природы их внутренней взаимозависимости.

Некоторые люди начинают вводить изменения, наблюдая и изучая, как изменение (например, ширины фигуры) влияет на ее форму и площадь, и таким образом улавливают какие-то внутренние отношения.

3) Выделенные отношения этого типа — имеющие смысл с точки зрения внутренней структуры данной ситуации, — которые мы будем называть ρ-отношениями, играют здесь важную роль:

Прилегающие друг к другу равные, прямолинейные, параллельные ряды:	образуют прямоугольник, содержащий прямые линии, а не такую, например, структуру, как



Число рядов: длина одной стороны длина другой

Число квадратов в ряду: стороны заполнение структуры

Умножение:

4) Здесь наблюдается понимание различного функционального значения частей, то есть двух сомножителей,— важнейший признак продуктивного решения и всякого действительного понимания формулы.

5) Весь процесс является *единым последовательным* процессом мышления. Это не объединение отдельных операций. Ни один шаг не оказывается произвольным, непонятным по своему назначению. Напротив, каждый шаг связан с целостной ситуацией. Ни один из шагов не похож на $a—b$, $1/a$ или $(a—b)^2$ из наших бессмысленных примеров.

70

Основные признаки упомянутых операций коренным образом отличаются от операций традиционной логики и ассоциативной теории, которые слепы к целостности и к структурным требованиям ситуации, порождающим такого рода операции.

Надеюсь, что читатель почувствовал удивительную последовательность и замечательную ясность такого процесса, а также его разительное отличие от процессов, состоящих из изолированных бессмысленных операций.

26. В отличие от этого описание процесса в терминах одной только традиционной логики или ассоциативной теории выглядит поистине жалким.

Здесь я хочу сделать одно замечание в отношении этих подходов. В традиционной логике важнейшее значение придается универсальности: в понятиях, в суждениях мы хотим обнаружить свойства, общие для многих объектов (в данном случае — общие свойства многих прямоугольников). Аналогично в ассоциативной теории основным является вопрос о том, во многих ли случаях, при многих ли повторениях обнаруживается та или иная устойчивая связь. В соответствии с этим бессмысленность наших примеров индукции объясняется тем, что они не обладают общей валидностыо. Однако вопросы осмысленного структурирования, организации, согласования частей друг с другом, соединения их в целое и т. д. не обязательно связаны с мыслью о других случаях; они могут осуществляться в отдельном конкретном случае, если рассматривать *его* структурно, осмысленно. Это, конечно, не обеспечивает фактическую универсальность, но часто приводит к осмысленному пониманию и подлинному открытию существенных признаков, в отличие от действий, основанных на слепом обобщении общих признаков, присущих большинству или всем случаям. И это также предполагает возможность структурно осмысленного переноса (см. пункт 4), ведущего к пониманию общности и универсальности. Но те или иные фазы решения не обязательны при рассмотрении многих случаев и констатации их общих черт.

27. Обнаружив, что обычных понятий недостаточно, некоторые теоретики пришли к заключению, что мышление становится продуктивным в результате использования принципа *отношений.* Конечно, понимание отношений играет важную роль в мышлении, но это утверждение само по себе не служит объяснением главного вопроса,

не является его решением. Ибо трудности, с которыми мы столкнулись при анализе элементов, снова возникают и в связи с отношениями. Понимание *любых* отношений, даже если они установлены правильно, не является решающим; важно, чтобы эти отношения были структурно необходимы, чтобы они возникали, рассматривались и использовались как части с точки зрения их функции в структуре целого. И это в равной степени относится ко всем операциям традиционной логики и ассоциативной теории, таким, как обобщение, абстрагирование и т. д., если они применяются в реальных процессах мышления.

Между прочим, бессмысленные и безуспешные процедуры предполагают не меньше отношений, чем продуктивные.

28. Согласно другому современному подходу, можно рассуждать так: «Подчеркиваемое вами различие между бессмысленными и хорошими примерами является в действительности элементарным и означает только то, что в случаях, которые вы называете бессмысленными, мы используем такие средства, шаги и операции, о которых заранее неизвестно, что они увенчаются успехом. Тогда как в случае действий, которые вы называете разумными, мне это известно по прошлому опыту. Я, например, заранее знаю, что если некоторое количество разделено на одинаковые части, то я могу воспользоваться известным мне приемом умножения. Здесь я использую средства, которые связаны с результатами предшествующих упражнений.

Ассоциация вызывает воспоминание».

Против первой части этой формулировки нечего возразить: действительно, в бессмысленных примерах используются средства, относительно которых заранее неизвестно, помогут ли они. Но вторая часть формулировки является несостоятельной: во-первых, она игнорирует операции согласования, группировки и т. д. и их характерные особенности; во-вторых, знание, что между целью и средством существует какая-то постоянная связь, и использование его еще не решают дела. «Знание» — двусмысленное понятие. Знание слепой связи, например связи между выключателем и светом, сильно отличается от понимания или открытия внутренней связи между средством и целью, от понимания их структурного соответствия в данном случае (см. пункт 38). Это различие играет важную роль особенно в отношении возникновения осмысленного, продуктивного процесса.

72

И утверждение, что мы вспоминаем об умножении, которое было усвоено в результате упражнений, не подходит к нашим разумным случаям. Ибо операция умножения и его смысл нередко постигаются благодаря осознанию структурных требований именно в таких заданиях. И даже если техника умножения была усвоена раньше н теперь осуществляется по памяти, важно, что именно было известно и что вспоминается: какие-то слепо применяемые заученные операции или же те операции, которые структурно необходимы и вспоминаются и применяются именно по этой причине, а не в результате какой-нибудь случайной ассоциации (например, накануне вы выполнили много упражнений на умножение или слышали слово «площадь» в связи со словом «умножение»).

29. Умножение — это не просто операция, которая должна быть заучена и которая характеризуется в терминах ассоциаций, связей между числами. Если оно является осмысленным, то основывается на структурном открытии или понимании, которые необходимы даже при его применении. Правда, к сожалению, многих детей обучают умножению с помощью упражнений, и они мгновенно выполняют умножение, но не имеют ни малейшего представления о том, где его следует применять [1].

[1] Я обыкновенно спрашивал девочку (в доме часто бывали гости): «Сколько мужчин и сколько женщин сидит за столом?» «Сколько всего гостей за столом?» Я часто задавал этот вопрос; сначала когда девочке было шесть, затем — семь, потом — восемь лет. В школе она хорошо успевала по арифметике. Когда вы просили ее перемножить, скажем, 6 и 2, она мгновенно правильно отвечала. Но в данном случае, даже если четверо мужчин сидели по одну сторону стола, а четыре женщины — по другую или если мужчины и женщины сидели парами,

она начинала нудно пересчитывать гостей: «Один, два, три, четверо мужчин; одна, две, три, четыре женщины». И только в возрасте восьми с половиной лет ей пришло в голову, пересчитав мужчин, сказать: «А женщин столько же», или: «Одна, две, три, четыре пары». А она была умным ребенком. Она только не понимала связи группировки с количеством, так как привыкла считать предметы по одному.

Однако в возрасте шести лет, в более сложной, но структурно более прозрачной ситуации, она поразила меня своими действия-пи. Как и многих других детей, я попросил ее мысленно сосчитать сторон и углов у кубика сахара, а затем — у пирамиды и двойной пирамиды. Она смогла найти ответ структурным методом и применить его к пирамиде и двойной пирамиде, даже к пирамиде с 3х7 сторонами, хотя не умела считать до 21 и даже не могла произнести это число.

73

30. Теперь я расскажу, что происходило, когда я давал задачу на определение площади *параллелограмма* испытуемым — главным образом детям, — после того как вкратце объяснял им, как определяется площадь прямоугольника, не говоря ничего больше, ни в чем не помогая, просто ожидая, что они скажут или сделают. Среди испытуемых были взрослые люди различных профессий, студенты, по реакции которых можно было судить о том, что они совершенно забыли эту теорему, и дети, которые вообще никогда не слышали о геометрии, даже пятилетние дети.

Наблюдались реакции различных типов.

Первый тип. Вообще никакой реакции.

Или кто-нибудь говорил: «Фу! Математика!» — и отказывался решать задачу со словами: «Не люблю математику».

Некоторые испытуемые просто вежливо ждали или спрашивали: «Что же дальше?»

Другие говорили: «Не знаю; этому меня не учили». Или: «Я проходил это в школе, но совершенно забыл», и все. Некоторые выражали недовольство: «Почему вы считаете, что я смогу это сделать?» И я отвечал им: «А почему бы не попробовать?»

Второй тип. Другие энергично рылись в памяти, пытаясь вспомнить что-нибудь такое, что могло бы им помочь. Они слепо искали какие-нибудь обрывки знаний, которые могли бы применить.

Некоторые спрашивали: «Можно спросить у моего старшего брата? Он наверняка знает». Или: «Можно посмотреть ответ в учебнике геометрии?» Очевидно, это тоже является одним из способов решения задач.

Третий тип. Некоторые начинали пространно рассуждать. Они вели разговор вокруг задачи, рассказывая об аналогичных ситуациях. Или же классифицировали ее каким-то образом, применяли общие понятия, относили задачу к какой-то категории или осуществляли бесцельные пробы.

Четвертый тип. Однако в ряде случаев можно было наблюдать реальный процесс мышления — судя по чертежам, замечаниям, мыслям вслух.

1) «Вот эта фигура; как я могу определить величину площади? Площадь фигуры именно этой формы?»

2) «Что-то нужно сделать. Я должен что-то изменить, изменить таким образом, чтобы это помогло мне ясно уви-

деть площадь. Что-то здесь не так». На этом этапе некоторые из детей чертили фигуру, показанную на рис. 21.

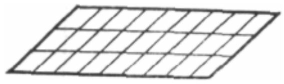


Рис. 21

В таких случаях я говорил: «Хорошо было бы сравнить величину площади параллелограмма с площадью прямоугольника». Ребенок беспомощно прекращал, а затем возобновлял попытки.

В других случаях ребенок говорил: «Я должен избавиться от затруднения. Эту фигуру нельзя разделить на маленькие квадраты».

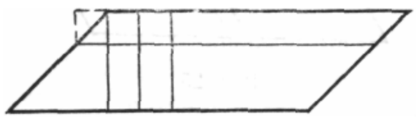


Рис. 22

3) Здесь один ребенок неожиданно сказал: «Можете дать мне складной метр?» Я принес ему такой метр. Ребенок сделал из него параллелограмм, а затем превратил его в прямоугольник.

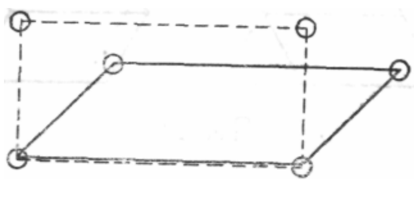


Рис. 23

Мне это понравилось. «Ты уверен, что это правильно?» — спросил я. «Уверен», — ответил он. Только с большим трудом с помощью соответствующего чертежа

(рис. 24) мне удалось заставить его усомниться в правильности его метода.

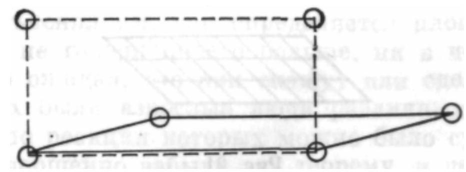


Рис. 24

Тут он сразу сказал: «Площадь прямоугольника гораздо больше — этот метод не годится...»

4) Ребенок взял лист бумаги и вырезал из него два равных параллелограмма. Затем со счастливым видом соединил их следующим образом.

Рис. 25

Но он не знал, что предпринять дальше.

Сам по себе этот шаг был прекрасной находкой (ср. решение с кольцом, с. 78). Замечу, что в ряде случаев я сам давал детям два образца фигуры. Иногда я сталкивался с такими реакциями:

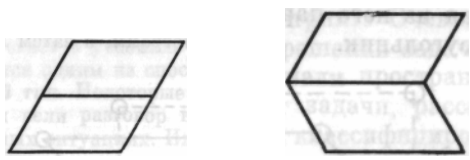


Рис. 26

Некоторые дети даже пытались наложить одну фигуру на другую. Такая помощь могла быть эффективной только при некоторых условиях. При каких же именно?

31. Но были случаи, когда мышление вело прямо к цели. Некоторые дети с незначительной помощью или вообще без всякой помощи находили правильное, разумное, прямое решение задачи. Иногда после периода крайней

сосредоточенности в критический момент их лица светлели. Какое чудо — этот переход от слепоты к прозрению, к пониманию сути дела!

Сначала я расскажу о том, что произошло с девочкой пяти с половиной лет, которой я вообще не оказывал никакой помощи при решении задачи с параллелограммом. Когда после короткой демонстрации способа определения площади прямоугольника ей предложили задачу с параллелограммом, она сказала: «Я, конечно, не знаю, как *это* сделать». Потом, после минуты молчания, добавила: *«Нехорошо здесь,* — и показала на область, расположенную

Рис. 27

справа, — *и здесь тоже,* — и показала на область, расположенную слева. — Трудность связана с этим местом и с этим». Нерешительно сказала: «Здесь я могут исправить... но...» Вдруг она воскликнула: «Можете дать мне ножницы? То, что мешает там, как раз требуется здесь. Подходит». Она взяла ножницы, разрезала фигуру вертикально и перенесла левую часть направо.

Другой ребенок аналогичным образом отрезал треугольник.

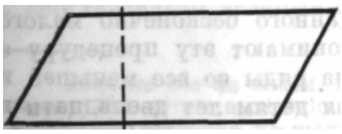


Рис. 28А

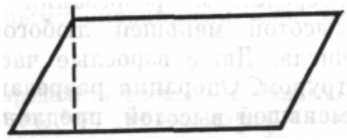


Рис. 28Б

В некоторых случаях действия были такими:

1) «Нарушение»

«Здесь слишком много» __________________

«Тоже нарушение» «Здесь слишком много»

«Нет! Здесь справа требуется именно то, что является лишним слева»

И она приводила левый угол «в порядок». Затем, глядя на другой край, она попыталась сделать там то же самое, но внезапно стала рассматривать его не как «лишнюю части», а как «недостающую».

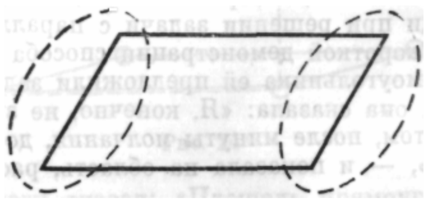


Рис. 29

Встречались и другие действия. Девочка, которой я дал вырезанный из бумаги длинный параллелограмм (и в предыдущих примерах лучше начинать с длинного параллелограмма), вначале сказала: «Вся средняя часть в порядке, но края...» Она продолжала разглядывать фигуру, явно интересуясь ее краями, потом вдруг взяла ее в руки и с улыбкой превратила в кольцо, соединив края. Когда ее спросили, зачем она это сделала, она, удерживая своими маленькими пальчиками сомкнутые края, ответила: «Но ведь теперь я могу разрезать фигуру вот так, - и указала на вертикальную линию, расположенную где-то посередине, — тогда все будет в порядке».

Наблюдались и несколько иные действия, но я не встречал ничего подобного тому, что предлагается в современных курсах математики — уменьшение нарушения посредством разрезания на горизонтальные ряды с высотой меньшей любого заданного бесконечно малого числа. Даже взрослые часто понимают эту процедуру с трудом. Операция разрезания на ряды со все меньшей в меньшей высотой, предложенная детям лет двенадцати и взрослым, вызывала у них забавные реакции. Считая такой способ «нечестным», некоторые продолжали ломать голову даже после того, как им показали, что после соответствующего горизонтального сдвига рядов вся фигура становится все больше и больше «похожей» на прямоугольник. Эта процедура предполагает переход к понятию бесконечно малой величины и к операции предельного перехода. К этому методу пришли только после длительного развития математики, видимо, в связи с задачами на определение площади криволинейных фигур.

78

32. Какие же операции и шаги использовались в этой процедуре?

Мы видели, что в действительно продуктивных процессах, примеры которых мы только что привели, снова встречаются факторы, аналогичные тем, которые упоминались при обсуждении задачи на определение площади прямоугольника: перегруппировка частей целого, реорганизация, операция согласования частей; в ходе решения испытуемые обнаруживают факторы внутренней связи, понимают, в чем заключаются внутренние требования задачи, а затем следуют этим требованиям. Последовательность этапов решения и осуществляющихся операций была обусловлена видением целостной фигуры и всей ситуации в целом. Они не были результатом слепого припоминания или слепых проб; их содержание, направление я применение определялись требованиями проблемной ситуации. Такой процесс не является простой суммой отдельных шагов, совокупностью не связанных друг с другом операций, а представляет собой единый процесс мышления, порождаемый осознанием пробелов в ситуации, желанием их исправить, выправить то, что плохо, достигнуть внутренней гармонии [1]. В ходе такого процесса мы исходим не от отдельных элементов с тем, чтобы затем перейти к их совокупности, движемся не «снизу вверх», а «сверху вниз», начиная с постижения сущности структурного нарушения и переходя к осуществлению конкретных шагов.

Как мы видели, в хороших примерах не встречаются слепые пробы и ошибки. А если и встречаются, то от них быстро отказываются. Я не сталкивался в таких процессах с действительно нелепыми, слепыми операциями. Так, не

[1] Вначале мы не знаем, как определить площадь параллелограмма. Мы хотим восполнить этот пробел, понять, каким именно образом величина площади определяется структурой фигуры. В случае задачи на определение площади длинного параллелограмма легко прийти к первому шагу: совершенно ясно, как определить площадь средней части параллелограмма — как и в случае прямоугольника; края же оказываются областями нарушения, которые затем «также приводятся в порядок».

Эта операция осуществляется в результате осознания необходимости ликвидировать еще одну «брешь» в нашем понимании внутренней связи формы фигуры и площади: теперь один из краев следует рассматривать не как мешающий, лишний, который, необходимо отрезать, а как часть, которую нужно добавить к другому краю с тем, чтобы фигура превратилась в прямоугольник.

Рис. 30А

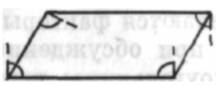


Рис. 30Б

Не было вовсе таких случаев, когда бы трудности связывались с областями всех четырех углов, рассматриваемыми изолированно (рис. 30Б).

33. Можно, конечно, усвоить внешние признаки решения и даже само решение в результате бессмысленных упражнений. Давайте прямо и честно рассмотрим, что же это значит с общетеоретической точки зрения.

Возьмем крайний случай. Можно «научить» нужным действиям, даже не формулируя задачу. Учитель делает построения. Ученики раз двадцать повторяют: «Одна вспомогательная линия», и таким образом в результате многократного подкрепления устанавливается новая связь. Затем они точно так же поступают со второй вспомога-

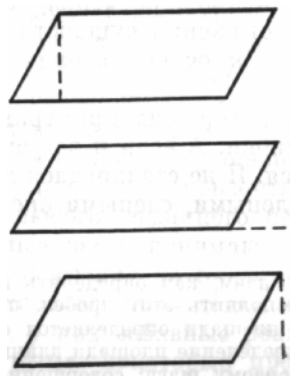


Рис. 31

тельной линией, «связывая» ее с фигурой, и т. д., и таким образом достигают цели, окончательного результата. Такая процедура по крайней мере вполне возможна, согласно ассоциативной теории. Я сам не проводил таких экспе-

риментов. Однако думаю, что даже достигнутый таким образом положительный результат будет сильно отличаться от хороших случаев с точки зрения их последствий, например в отношении забывания или применения.

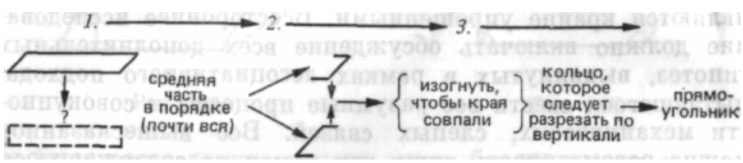
Конечно, эти замечания с теоретической точки зрения являются крайне упрощенными. Всестороннее исследование должно включать обсуждение всех дополнительных гипотез, выдвинутых в рамках ассоциативного подхода, пытавшегося свести все разумные процессы к совокупности механических, слепых связей. Все вышесказанное можно рассматривать лишь как намек на содержащуюся здесь фундаментальную проблему.

34. Выше уже отмечалось, что иногда ученик концентрирует свое внимание на левом крае параллелограмма и устраняет нарушение, отрезая лишнее, затем переходит к правому краю, где находится область, которую необходимо заполнить. В результате ликвидируется нарушение справа *и* используется часть, которая была лишней слева.

Такое описание последовательности действий, по-видимому, не является адекватным отражением того, что происходит в других случаях, когда испытуемый рассматривает одновременно обе области нарушений, то есть устраняет нарушения на обоих краях, воспринимая фигуру в целом: то, что является лишним слева, используется как то, что необходимо справа. Оба действия выполняются вместе и требуют одно другого.

81

Это еще более отчетливо проявляется в решении с кольцом: оба края рассматриваются как соответствующие друг другу; для устранения нарушений их необходимо соединить. Между ними нет функционального различия,



оба края в равной степени являются нарушениями, которые одновременно устраняются в результате взаимной компенсации.

Решение посредством разрезания фигуры посередине и перемещения частей часто очень похоже на это:

получите необходимые прямоугольные края, вертикально разрезая в каком-нибудь месте фигуру; устраните мешающие края, соединив их вместе (сдвиг).

Тот, кто почувствовал своеобразие таких решений, поймет, что наибольшую опасность для развития таких удивительных процессов представляет прежде всего слепое вспоминание, слепое применение чего-то заученного, старательное выполнение отдельных операций, неспособность увидеть всю ситуацию в целом, понять ее структуру и *ее* структурные требования. Хотя у меня нет достаточных количественных данных на этот счет, мне кажется, что способность продуцировать творческие процессы часто значительно уменьшается, когда школьники привыкают к механическому заучиванию.

На рисунках показано направление векторов в ходе такого процесса. Кратко существенные черты динамики такого процесса мышления состоят в следующем: столкновение с проблемой; нахождение векторов, которые связаны со структурными особенностями ситуации и определяются ими, неясность, незавершенность ситуации, тенденция к конкретизации областей нарушения и тенденция к осуществлению операций по изменению. Ни положение, ни направление векторов не является случайным. Все используемое, независимо от того, вычленено ли оно из данной ситуации или извлечено из памяти, включается

в процесс благодаря тому, что выполняет определенную структурно необходимую функцию, превращает исходную» ситуацию с ее неясностями в четкую, завершенную конечную ситуацию; этот процесс представляет собой переход от плохого гештальта к хорошему.

Мое описание этого процесса кажется очень сложным потому, что я описывал его фазы по отдельности и последовательно, а также потому, что я пользовался формальными терминами, чуждыми традиционным подходам. Но разве это описание выглядит столь сложным, например, в случае кольца, где вся суть процедуры заключается просто в том, что наклонные стороны, которые являются нарушениями, в результате замыкания фигуры перестают быть боковыми сторонами и исчезают как таковые? Замыкание ликвидировало нарушения, и теперь фигура воспринимается как обычная, горизонтально и вертикально ориентированная полоса, которая, будучи разрезанной вертикально, *является* прямоугольником. Термины вроде «функция части в целом», «изменение функции», «изменение отдельных элементов» необходимы для точности формулировки, но они не должны скрывать *от* нас простой, понятный характер такого процесса.

35. Я не буду здесь затруднять читателя подробным структурным анализом таких процессов. Я дам только некоторое представление о структуре таких процессов.

Если в ходе таких процессов проводятся три вспомогательные линии, то они появляются *не* как «перпендикуляр, опущенный из левого верхнего угла, и перпендикуляр, опущенный из правого верхнего угла, и продолжение основания за правую вершину», которые, возможно, позднее и приобретут какой-то смысл, какое-то значение. Их появление обусловлено функциональными требованиями, той ролью, которую они выполняют как части фигуры. И в этом процессе части фигуры меняют свое функциональное значение:

1) Дополнительная линия слева возникает:

(а) как правильно проведенная левая боковая сторона прямоугольника;

(б) и в то же время она является не любой вертикалью, а частью треугольника;

(в) и, как таковая, она переносится, сдвигается вправо и становится соответствующей правой стороной прямоугольника.

Пункты (а) и (б) уже подразумевают двойную функ-

83

цию [1] этой линии — она замыкает треугольник и образует левый край прямоугольника. Линия (в) сдвигается вправо вместе со всем треугольником, выполняя здесь функцию правого края прямоугольника.

Второй перпендикуляр тоже является не просто какой-нибудь линией, проведенной из вершины, а возникает как правильный край прямоугольника, будучи недостающей стороной треугольника.

И продолжение основания возникает не просто как какое-то произвольное продолжение линии, а как часть необходимого треугольника, дополняющая основание прямоугольника.

Эти три линии возникают не как линии, а как границы; главную роль играют не линии, а фигуры — параллелограмм, прямоугольник, треугольник; линии же выступают как части этих фигур.

2) Что же происходит с линиями исходной фигуры? Некоторые испытуемые описывают эти изменения. Сначала фигура рассматривается как параллелограмм, горизонтальные стороны которого соединены косыми линиями.

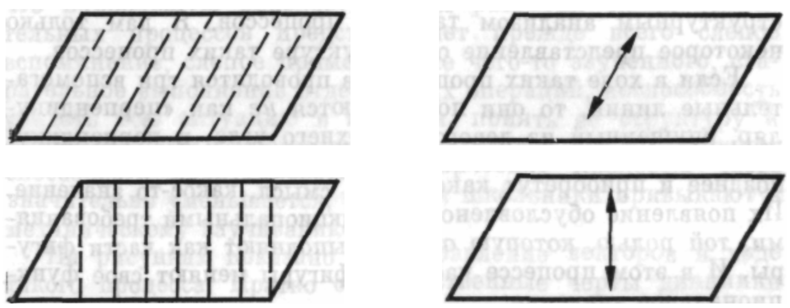


Рис. 32

[1] Wertheimer M. Untersuchungen zur Lehre von der Gestalt. — "Psychologische Forschung", 1923, Vol. IV, S. 301—350; см. также: E11 i s W. D. Op. cit, selection 5, или Beardslee D. C. and Wertheimer M. (eds.). Readings in perception. Princeton, Van Nostrand, 1958, p. 115—135; Kopf ermann H. Psychologische "Untersuchungen über die Wirkung zweidimensionaler Darstellungen körperlicher Gebilde. — "Psychologische Forschung". 1930. Vol. XII S. 295—364.

84

ше (не соответствует левому краю верхней горизонтали, он рассматривается отдельно как основание треугольника. Правая часть основания кажется незавершенной, лишенной необходимого конца.

Две наклонные стороны начинают вызывать беспокойство: «Края фигуры не должны выглядеть таким образом»; возникает вектор, побуждающий нас не рассматривать стороны как пограничные линии; в результате перемещения треугольника они внезапно отождествляются, воспринимаются не как две линии, а как одна, и эта линия уже не является пограничной, фактически теперь она не имеет структурного значения.

То же самое происходит и в случае первого решения (с. 77), и в решении с кольцом: проводимая вертикальная линия выполняет двойную функцию, будучи правильными левым и правым краями прямоугольника. (Действительное понимание роли линии предполагает такое расщепление на два функциональных элемента.) Наклонные же линии отождествляются и в новой структуре исчезают.

Аналогичные изменения наблюдаются и в восприятии. В этой области сравнимыми оказываются как структура событий, так и величины действующих сил.

Вот простой пример [1]: показанные ниже две черные

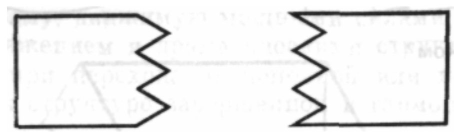


Рис. 33

фигуры вырезаются из дерева или картона и помещаются на белом фоне. Понаблюдайте за тем, как кто-нибудь будет медленно двигать их друг к другу. Сойдутся ли они? Сомкнутся ли? Когда они приблизятся друг к другу — и сомкнутся. — зигзагообразные края вдруг исчезнут в едином однородном, лишенном всяких нарушений прямоугольнике [2]. А что произойдет с наблюдателем, если в конце спокойного, медленного горизонтального движения

[1] См.: Wertheimer M. Zu dem Problem der Unterscheidung von Einzelinhalt und Teil. — "Zeitschrift für Psychologie", 1933, vol. 129, S. 353—357 (см. Приложение 1).
[2] Сравните также квадратные наборы из гл. 4, с. 159.

направление его внезапно несколько изменится? Некоторые дети вскакивают, чтобы восстановить направление движения и правильно соединить части.

То же самое происходит и в наших задачах с параллелограммом: размышляя над задачей, ребенок приходит к мысли отрезать треугольник с левого края; вы берете треугольник, чтобы перенести его направо; как будут реагировать дети, если вы оставите треугольник в следующих положениях?

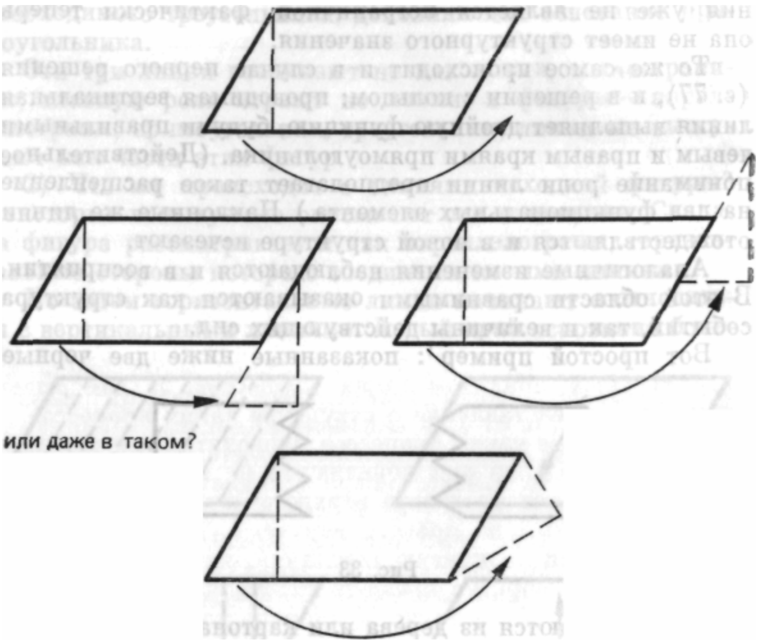


Рис. 34

Некоторые дети застывают от изумления, другие смеются, а третьи активно вмешиваются, чтобы правильно расположить треугольник.

Интересно наблюдать за поведением детей (даже очень маленьких) в следующих ситуациях. Детям предлагают четыре твердые фигуры, показанные на рис. 35 [1].

[1] См.: Wertheimer M. Zum Problem der Schwelle.—"Bericht über den VIII Internationalen Kongress für Psychologie", Groningen, 1926.

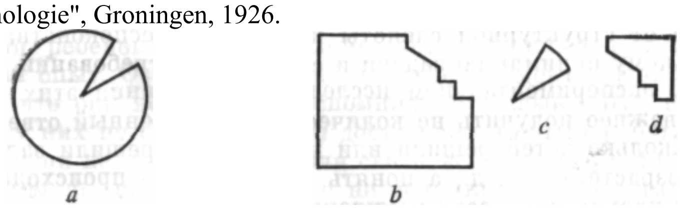


Рис. 35

У детей часто наблюдается сильная тенденция правильно соединять фигуры: присоединить *c* к *a, d* к *b.* Когда взрослые пытаются сделать иначе, упорно соединяя фигуру *d* с *a* и с *b,* или соединяют фигуру *c* с *a* и *d* с *b*, но неправильно, дети часто не просто удивляются или забавляются, но активно вмешиваются и правильно размещают фигуры [1].

Во всех случаях мы сталкиваемся со структурными изменениями, стремлением к лучшей структуре, к согласованию частей и устранению нарушений.

В продуктивных процессах такие изменения являются часто весьма драматичными, куда более драматичными, чем в нашем скромном примере с параллелограммом. Действительно, весь процесс нередко представляет собой настоящую драму, движимую мощными силами, с присущими ей напряжением и драматическими структурными изменениями при переходе от неполной или неадекватной структуры к структуре завершенной и гармоничной [2], при

[1] Очень легко пройти мимо реальных проблем, ссылаясь на то, что испытуемым «знакомы» такие завершенные фигуры (см. пункт 38). Часто фактор «знакомости» действует в том же направлении, что и фактор «хорошего гештальта», однако задача решается и в тех случаях, когда фигура с хорошей структурой является менее знакомой, а фигура с менее совершенной структурой — более знакомой. Этот способ решения может быть применен ко всем структурам. Krolik W. Über Erfahrungswirkungen beim Bewegungssehen. — "Psychologische Forschung", 1934, Vol. 20, S. 47—101; Hubbel M. B. Configurational properties considered 'good' by naive subjects. — "American Journal of Psychology", 1940, vol. 53, p. 46—69.

[2] См. Wertheimer M. Zu dem Problem der Unterscheidung von Einzelinhalt und Teil. — "Zeitschrift für Psychologie", 1933, Vol. 129, S. 353—357.

С помощью экспериментального набора, описанного на с. 356 этой статьи, можно четко выявить характерные особенности многих процессов мышления. Сначала предъявляется простая фигура из точек; затем появляются вполне осмысленные добавления, со-

переходе от структурной слепоты и беспокойства к действительному пониманию задачи и ее требований.

36. В экспериментальном исследовании этих проблем гораздо важнее получить не количественный ответ на вопрос: «Сколько детей решили или не решили задачу и в каком возрасте?» и т. д., а понять, что происходит в хороших и плохих процессах мышления.

Физик, изучающий процесс кристаллизации, старается определить, как часто встречаются чистые кристаллы и как часто — деформированные кристаллы с зазубренными краями, кристаллы с примесями, сросшиеся, как сиамские близнецы, двойные кристаллы и даже искусственные отполированные кристаллы, форма которых совершенно не соответствует их природе. Все эти случаи представляют первостепенный интерес для физика, но не с точки зрения статистики, а с точки зрения того, что они могут сообщить о внутренней природе самой кристаллизации.

Столь же важно выяснить, при каких условиях может происходить чистая кристаллизация, какие условия ей благоприятствуют и какие факторы грозят ее нарушить.

Так же обстоит дело и в психологии.

IV

37. Можно объяснить проще? Роль прошлого опыта?

Мой мудрый друг, которому я рассказал о решении с ножницами, воскликнул: «Этот ребенок — гений». Но многие психологи скажут: «Ну и что? Очевидно, дело тут в прошлом опыте. К чему такие сложные и трудные объяснения? Не проще ли в полном соответствии со многими другими психическими процессами рассматривать то, что делают эти дети, просто как припоминание прошлого опыта? Случайно или посредством каких-то механизмов ас-

держащие некую структурную незавершенность, которую следует устранить; но теперь рядом появляется новый набор, который поражает наблюдателя своей бессмысленностью, нелепостью и озадачивает его. Зато какое неожиданное облегчение наступает, когда после введения еще некоторых деталей *все* части внезапно образуют единое согласованное целое, по-новому ориентированное, сильно реорганизованное и перецентрированное в соответствии со структурными требованиями. Часто можно наблюдать у испытуемых признаки сильного напряжения, удивления, неуверенности и в итоге — неожиданного облегчения. Впоследствии испытуемые очень ярко описывают поразительную структурную динамику ситуаций. (см. Приложение 1).

социации ребенок вспоминает связанный с ножницами прошлый опыт. Остальные дети не смогли решить задачу потому, что они не вспомнили прошлый опыт, или потому, что у них не было достаточного опыта работы с ножницами. Они не усвоили связь, ассоциацию, которая могла бы им помочь, или же не вспомнили ее. Таким образом, все зависит от припоминания усвоенных связей. Именно память и вспоминание лежат в основе этого процесса.

Конечно, иногда к использованию ножниц приходят случайно или в результате припоминания внешних обстоятельств. Случается, что даже в хороших процессах подсказки памяти либо проверяются и используются, либо отвергаются как бесполезные. Нет никакого сомнения в том, что для того, чтобы эти процессы стали возможными или вероятными, помимо настоящего опыта (что бы это ни значило), необходим значительный прошлый опыт.

Но адекватно ли для обсуждения таких вопросов использование лишь теоретических обобщений? Например, в пашем случае утверждают, что решающим обстоятельством является то, что ребенок вспоминает о ножницах и связанных с ними действиях.

Допустим, что ребенок, старающийся решить задачу, не думает о ножницах. Это содержание и связанные с ним ассоциации отсутствуют. Почему бы не взять теоретического быка за рога? [1] Давайте дадим детям все необходимое и посмотрим, что из этого выйдет. Если самым важным является припоминание опыта, связанного с употреблением ножниц, то мы можем сразу же снабдить ребенка ножницами и не обременять его память необходимостью вспомнить о них. Или можно ввести стимулы, облегчающие такое припоминание.

В начале эксперимента я кладу ножницы на стол или даже прошу ребенка разрезать какой-нибудь лист бумаги. Иногда это помогает (например, когда я показываю ножницы после некоторого периода колебаний у ребенка, после некоторых замечаний, свидетельствующих о том, что ребенок почувствовал структурные требования).

Но в некоторых случаях это не помогает. Ребенок смотрит на ножницы, потом — опять на чертеж. Видя их рядом, он явно начинает испытывать какое-то беспокойство, но ничего не предпринимает.

[1] См.: Maier N. R. F. Reasoning in humans: The solution of a problem and its appearance in consciousness.—"Journal of Comparative Psychology", 1931, vol. 12, p. 181—194.

89

Я усиливаю «помощь». «Не хочешь ли ты взять ножницы и разрезать фигуру?» В ответ ребенок иногда бессмысленно смотрит на меня: он, очевидно, не понимает, что я имею в виду. Иногда дети начинают покорно разрезать фигуру тем или иным способом:

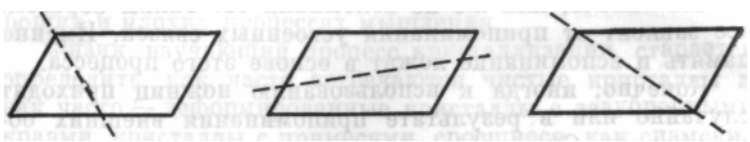


Рис. 36

Бывает, что ребенок вслед за этим начинает составлять из двух частей другой параллелограмм...

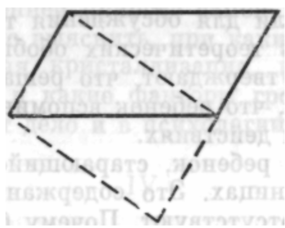


Рис. 37

В каких же случаях помогает предъявление ножниц, а в каких — не помогает? Мы видим, что предъявление ножниц и их обычное употребление сами по себе не оказывают никакой помощи; они могут привести к совершенно нелепым и слепым действиям. Короче говоря, они, видимо, помогают в том случае, если ребенок уже начинает осознавать структурные требования задачи или если они проясняются с помощью ножниц [1]; последние почти не помогают в тех случаях, когда испытуемый не осознает структурные требования, когда он не рассматривает ножницы в связи с их функцией, их ролью в данном контексте, в связи со структурными требованиями самой ситуации. В таких случаях ножницы являются лишь еще одним предметом наряду с другими.

Действительно, в некоторых позитивных процессах имели место попытки, сви-

[1] См. M a i e r N. R. F. Op. cit.

детельствующие об определенном понимании структурных требований, что приводило затем к такому использованию прошлого опыта или к таким пробам, которые коренным образом отличались от слепого припоминания прошлого опыта.

Более того, дело не только в том, чтобы такое припоминание не было слепым. Действительная проблема заключается в том, *что* именно было усвоено в прошлом. Некоторые специальные и нелепым образом обобщенные движения, которые ассоциируются с определенными результатами самого разрезания? Или внутренняя связь способа разрезания и результата? Существует ρ-отношение между операцией и ее результатом, явная связь операции и эффекта. Это делает возможным осмысленное применение той или иной операции в новых обстоятельствах.

Другое похожее объяснение: решающим является то, вспоминает ли ребенок свой опыт игры с мозаикой, который предполагает складывание фигур и разделение их на части.

В ходе эксперимента, непосредственно перед тем, как дать ребенку задачу, я предложил ему поиграть с мозаикой, с формами, более или менее похожими на фигуру из задачи. Игра допускала разнообразные сочетания, одно из которых даже частично совпадало с задачей. Эта игра оказалась в известной степени полезной. И тем не менее в некоторых случаях она не помогла найти решения.

Не знаю, понимает ли читатель, что число теоретически возможных способов соединения предметов бесконечно. Даже для двух треугольников, типа изображенных на рисунке, существует множество возможностей, только небольшая часть которых регулярно встречается у детей.

Рис. 38

Здесь открывается широкий простор для экспериментальных исследований. Наблюдения свидетельствуют о том, что скорее ищутся не любые случайные внешние связи, а, напротив, поиск идет в направлении согласования, соединения, получения хорошей, завершенной формы.

Даже если позитивная процедура может быть объяснена совместным действием усвоенных связей, с одной стороны, и целью — представлением о прямоугольнике, —

с другой, то в нашем случае, по-видимому, следует учитывать не просто прошлый опыт, но его характер и то, как он согласуется со структурными требованиями задачи.

Введение «помощи» дает в руки экспериментатора такое техническое средство, которое помогает ему прийти к пониманию происходящих процессов. Иногда полезнее давать другие задачи, которые в отдельных деталях могут быть даже более сложными и непривычными, но имеют более прозрачную, более ясную структуру, как, например, некоторые из наших *А* — *В*-пар задач. В таких случаях у испытуемых иногда наступает озарение, они возвращаются к первоначальной задаче и находят ее реше-|ние. Однако они могут остаться слепыми, несмотря на «помощь», которая фактически содержит именно то, что им необходимо [1].

Результаты таких экспериментов свидетельствуют, видимо, о том, что следует рассматривать помощь *в* ее функциональном значении, в зависимости от ее места, роли и функции в рамках требований ситуации.

Теперь становятся понятным, почему иногда можно в качестве подсказки провести одну, две или даже все три вспомогательные линии, и это тем не менее не оказывает никакой помощи. Ребенок, который не понимает их роли и функции, может счесть их дополнительными усложнениями, непонятными добавлениями. В результате ситуация может стать еще более сложной. Сами по себе линии могут не пролить свет на задачу.

И разве описанный в начале этой главы урок не был крайним примером такой процедуры? Учитель точно и ясно показал *все* необходимые элементы; он тренировал учеников, начиняя их знаниями, полученными рутинными способами, но так и не добился ни действительного понимания, ни умения действовать в измененных ситуациях.

Нельзя подменять осмысленный процесс рядом заученных связей, даже если в результате ученики и смогут повторить и проделать то, чему их обучили. Потому что тогда потребовались бы дополнительные упражнения для заучивания этих возможных вариаций самих ситуаций, то есть *А*—*В*-случаев. Необходимо было бы время от времени формировать у них новые типы *А*-реакций. Ут-

[1] См. M a i e r N. R. F. Op. cit.

верждение, что осмысленный процесс можно заменить рядом ассоциаций, ничего не доказывает, так как оно не применимо для объяснения различных *А—В*-случаев. Такое «доказательство» подобно попытке имитировать траекторию движения мяча в эксперименте, когда движение под действием силы тяжести заменяется движением вдоль открытых концов ряда параллельных трубок вследствие давления выходящего из них воздуха. (Последнее можно варьировать и таким образом получать кривые, соответствующие различным траекториям брошенного мяча, которые определяются тем, под каким углом брошен мяч и каков его вес.) Или же попытке требовать от вычислительной машины точных решений математических задач, забывая оснастить ее дополнительными приспособлениями, необходимыми для того, чтобы машина могла с таким же успехом действовать в измененной ситуации. Такая машина может быть очень эффективной при решении рутинных задач, но не сможет адаптироваться к новым *А*-вариациям. Более того, машина не знает, какую операцию следует выполнить; это вы должны сообщить машине, ставя задачу, нажимая клавишу операции сложения, вычитания и т. д.

Короче говоря, прошлый опыт играет очень большую роль, но важно, *что* мы извлекли из опыта — слепые, непонятные связи или понимание внутренней структурной связи. Важно, что и как мы воспроизводим, как применяем воспроизведенный опыт: слепо и механически или в соответствии со структурными требованиями ситуации.

Помимо специфического структурного опыта, который мы приобретаем, сталкиваясь с задачей, — опыта, относящегося к структурному восприятию, к изменениям в структурном восприятии, к наблюдениям над результатами проб и т. д., — существует много общих свойств окружающего нас мира, которые обычно играют огромную роль в наших действиях с предметами, и некоторые находят специфическое отражение в конкретных фазах, необходимых для решения той или иной геометрической задачи. Они являются столь очевидными, что большинство из нас о них не задумывается. В самом деле, читателя может шокировать даже простое упоминание о том,

что при перемещении треугольника слева направо размеры или форма его никак не меняются:

что при этом не происходит никаких изменений в дру-

местах фигуры, другие ее части не уменьшаются и не увеличиваются;

что такие объекты, как параллелограмм и т. д., сохраняют свое постоянство, не изменяются в размере, когда проводят дополнительные линии;

что установленное равенство некоторых отдельных линий или углов обеспечивает равенство фигур, расположенных на большом расстоянии друг от друга;

что разрезание фигуры на части и их перегруппировка в ходе реально осуществляемых операций не отражаются на ее площади;

что даже чисто мыслительные операции — установление равенств и т. д. — ни в каком смысле не меняют данные, и т. п. ...

Большая часть приведенных высказываний кажется тривиальной и столь очевидной, что они выглядят как необходимо истинные скрытые аксиомы. Но это не так. Если их рассматривать в связи с реальными событиями, то они ни в коей мере не являются «необходимыми» фактами. Возможны миры, в которых эти факты не будут справедливы. Современная наука показала, что даже в нашем мире они являются во многих отношениях весьма упрощенными допущениями, а в некоторых сферах обыденного опыта они фактически не являются истинными.

Но оставим в стороне вопросы фактической истинности. Являются ли эти связи такими же связями, ассоциациями в точном смысле этого слова, как, например, ассоциации, которые возникают между бессмысленными слотами? Нет! Они являются скорее простыми ожиданиями, обусловленными структурным контекстом, и отличаются от совершенно произвольных, слепых связей. Точнее говоря, пока не вступают в силу другие факторы, со структурной точки зрения проще и разумнее всего ожидать, что такие изменения, как, например, странное, скажем, 7-процентное сокращение правой части параллелограмма при разрезании левой его части, не произойдут.

В свете экспериментов, проведенных гештальтпсихологами, кажется совершенно невероятным, чтобы эти свойства усваивались, заучивались и приобретались на основе прошлого опыта, как это утверждается в традиционной ассоциативной концепции. В действительности они определяются законами организации осмысленной структуры; они в значительно большей степени объясняются

структурной организацией работы нашего мышления и мозга, чем слепыми ассоциациями [1].

Таким образом, упомянутые скрытые аксиомы отнюдь не являются результатом слепых ассоциаций, которые могут связывать любые элементы независимо от их внутренней связи и структурных характеристик.

В таких процессах мышления важную роль играют также и другие факторы нашего опыта. Установки формируются у нас при столкновении с проблемными ситуациями; опыт достижений или только неудач, установка на рассмотрение объективных структурных требований ситуации, действия не по собственному произволу, а в соответствии с требованиями ситуации, непредубежденный подход к задаче, уверенность и смелость — вот что характеризует реальное поведение, увеличение или уменьшение нашего жизненного опыта.

Таким образом, это проблемы личности, структуры личности, особенностей взаимодействия индивида и его окружения. В связи с этим следует понять структуру социальной ситуации, ту социальную атмосферу, в которой находится индивид, ту «философию жизни», которая формируется в процессе поведения ребенка или взрослого в его окружении; отношение к объектам и проблемным ситуациям очень сильно зависит от этих факторов. Так, социальная атмосфера, царящая в классе, оказывает значительное влияние на формирование подлинного мышления. Для решения такого рода проблем иногда полезнее создать правильное настроение в классе, вместо того чтобы навязывать субъекту определенные операции пли механические упражнения.

Поставив перед собой цель понять некоторые фундаментальные вопросы, мы ограничили рамки нашего обсуждения. Мы смогли это сделать благодаря тому, что занимались относительно замкнутой областью. Но если мы действительно хотим понять, как достигается (или не достигается) решение, то мы должны рассмотреть значительно более широкое поле. Тогда возникает вопрос об организации более широкого поля, в котором происходя-

[1] Wertheimer M. Untersuchungen zur Lehre von der Gestalt, II.-"Psychologische Forschung", 1923, Vol. IV, S. 336, 349. см. также: Ellis W. D. Op. cit., selection 5; Beardslee D. C, and Wertheimer M. Op. cit., p. 115—135.

щее событие является только частью [1] личностного, социального, исторического поля. Что касается последнего, то наше поколение стоит на плечах мыслителей прошло-то. Это задачи большого масштаба. Сожалею, что здесь я не могу заняться этими вопросами вплотную. Во всех этих сферах не меньше структурных проблем, чем в наших скромных примерах. В этом направлении уже кое-что сделано, но необходимо сделать еще больше.

Все еще встречаются психологи, которые, совершенно не понимая гештальттеорию, считают, что она недооценивает роль прошлого опыта.

Гештальттеория старается установить различие между суммарными совокупностями, с одной стороны, и гештальтами, структурами — с другой, как в отношении частей целого, так и в отношении -целостного поля, и разработать соответствующие научные инструменты для исследования последних. Она восстает против догматического применения ко всем случаям метода, который адекватен лишь для простых бесструктурных наборов. Вопрос в том, может ли подход, делающий основной упор на слепые связи и поэлементный анализ, дать адекватное объяснение реальных процессов мышления и роли прошлого опыта. Прошлый опыт следует тщательно изучать, но сам по себе он является неоднозначным; пока опыт рассматривается в терминах элементов и слепых связей, он не может быть магическим ключом к решению всех проблем.

38. Вернемся теперь к вопросу, который в конце первой части (пункт 10) мы оставили без ответа, — к проблеме *А*—*В*-реакций. В предыдущих рассуждениях содержится прямой ответ.

Учитель показал способ решения задачи: он научил учеников проводить вспомогательные линии. *Если* ученики действительно поняли суть дела, то для них эти линии не просто «первая, вторая, и третья линии», или, как сказал учитель, «вертикальная линия, проведенная из ле-

[1] См.: W e r t h e i m e r M. Über das Denken der Naturvölker, Zahlen und Zahlgebilde. — "Zeitschrift für Psychologie", 1912, Vol. 60, S. 321—378. Wertheimer M. Drei Abhandlungen zur Gestalt-theorie. Erlangen, 1925. Ellis W. D. Op. cit., selection 22; Schulte H. Versuch einer Theorie der paranoischen Eigenbeziehung und Wahnbildung. — "Psychologische Forschung", 1924, Vol. 5, S. 1—23, Lewin K. A dynamic theory of personality. New York, McGraw-Hill. 1935; Levy E. Some aspects of the schizophrenic formal disturbance of thought. — "Psychiatry", .1943, vol. 6, p. 55—69.

вого верхнего угла, линия, проведенная из правого верхнего угла и продолжение горизонтальной линии за правый нижний угол». Они не образуют простую сумму элементов которые слепо связаны с решением. Если ученики извлекли из урока только это, то они не смогут справиться с критическими *А*—*В*-задачами и не будут иметь основы для осмысленного решения новых задач.

Но если они уловили суть дела — а именно это-то и означает понимание, — то они понимают *структурную роль* и *функции* этих линий, их значение в осмысленном контексте. Они понимают, как именно эти линии в данной ситуации приводят к решению, потому что они *внутренне* связаны с целью, потому что существует структурное ρ-отношение между этими операциями и целью. Эти операции рассматриваются «сверху» с точки зрения внутренней структуры всей процедуры, с точки зрения того, как они функционируют в данном контексте и отвечают его требованиям. И это становится основой для осмысленного решения *A*—*B*-задач.

Важны два момента: структурное значение частей и отчетливый характер их внутренней связи с поставленной целью.

Вначале рассмотрим, чем вооружает детей усвоенный урок в отношении структурного переноса на измененные ситуации? Будем говорить о проведении этих трех линий как о «усвоении средств достижения цели». Для фигуры, данной учителем (ситуация S_1), средства m_1 — проведение трех линий — ведут к цели *g*. Ученики заучивают s_1, m_1, *g*.

На основании чего мы сможем в ситуации s_2 найти соответствующие средства m_2, в s_3 — m_3 и т. д.? Что обеспечивает структурный перенос *m* на измененные ситуации?

Очевидно, следует различать возможные ответы. Объективно одни и те же средства, m_1, могут тем не менее выполнять различные функции: если мы усвоили эти три операции только как простую сумму, не поняв внутренней, структурной связи между именно этими *m* в данной ситуации и успешным достижением цели, то мы овладели лишь рядом операций, которые могут быть повторены и правильно применены в рутинных вариациях в результате какого-то структурного переноса или слепого использования формулы. Задача может быть решена, пока эти вариации в s допускают применение именно этих линий. Но когда эти линии не соответствуют новой ситуации, мы

не находим в выученном материале основы для решения. Иными словами, если смысл этих трех операций задается только формулировкой учителя (два перпендикуляра из верхних углов, продолжение горизонтальной линии вправо) , то тогда длины сторон и расстояния между ними могут меняться в пределах, не выходящих за рамки рутинных ситуаций; однако в случаях, когда эти три указанных общих средства неприменимы и требуется *их* изменение, усвоенный материал не оказывает никакой помощи.

Напротив, когда понята суть процедуры, решение центрируется совершено по-иному и возникающий в результате структурный перенос коренным образом отличается от переноса первого типа. Если центром процедуры является схватывание структуры — восполнение недостатка в фигуре за счет другой части, — то и в новой ситуации следует искать нарушения и пытаться их устранить. Соответственно, число, длина и место вспомогательных линий могут изменяться в зависимости от особенностей новой ситуации [1].

Как и в правильных процессах мышления (с. 76—78), последовательные фазы решения возникают в результате понимания структурных нарушений, структурных требований; в данном случае реакции на измененные ситуации оказываются осмысленными и возникают благодаря тому, что было понято в ситуации обучения.

Бывает, что испытуемый в ситуации обучения не достигает действительного понимания. Он успешно справляется с рутинными вариациями, применяя показанный учителем метод, но не может решить новые задания. Он спонтанно возвращается к пройденному уроку, обдумывает его, а затем вдруг восклицает: «Понял!» — и, поняв роли и функции s_1, m_1, приступает к новой задаче и легко с ней справляется. Испытуемые часто очень ярко описывают то, что с ними происходит в момент перехода от копирования метода, которому их научил учитель, к «прозрению» — как в результате осознания внутренней

[1] В некоторых случаях (см. пример, приведенный на с. 46) средствами m_2 являются не три линии, а две. В случае, описанном на с. 43, параллелограмм располагался так, чтобы области нарушений менялись местами. В описании на с. 44—45 содержится намек на то, что следует искать части, которые могут меняться местами. Этот намек может навести на мысль провести вертикали, делящие наклонные линии пополам.

структуры, внутренних требований процесса поведение трех линий неожиданно становится ясным, прозрачным и осмысленным. «И тогда легко решать новые задачи».

Короче говоря, мы можем резюмировать сказанное в следующей формуле: в реальных *А*-реакциях поведение определяется требованиями данной ситуации, в *В*-реакциях — внешними деталями. В *А*-реакциях испытуемый рассматривает структуру новых ситуаций, предварительно усвоив структуру ситуации обучения.

Проблема структурного переноса является довольно важной, и, хотя я думаю, что читатель, который внимательно следил за изложением, понял главное, я могу добавить, что проблема эта, конечно, не решается формулировкой этого общего правила. Для ученого возникает ряд проблем: здесь открывается широкий простор для экспериментального исследования условий и законов, определяющих зависимость переноса от различных ситуаций обучения. Чтобы понять эту проблему, необходимо исследовать ее, *сравнивая* с теми случаями, когда обучение не способствует осмысленному поведению в измененных ситуациях, когда даже самый способный человек не может найти основания для осмысленного переноса хорошо известных и весьма привычных «зазубренных» учебных ситуаций.

Между тем испытуемый может постичь внутреннюю структуру ситуации, которая впоследствии поможет ему справиться с вариациями исходной задачи. Рассмотрим крайний случай s_1, m_1, g, в котором такое постижение является невозможным. Допустим, что вместо того, чтобы провести эти три линии, которые превращают параллелограмм в прямоугольник равной площади, испытуемому показывают параллелограмм на экране; когда испытуемый нажимает на красную, синюю и зеленую клавиши, то параллелограмм исчезает и выпадает плитка шоколада пли на экране появляется прямоугольник. Он вполне может это усвоить. Но если впоследствии вы покажете ему другую фигуру — *A*- или *B*-типа, — то он, естественно, растеряется. Он попытается нажимать те же клавиши, но безрезультатно. Он может, пользуясь методом проб и ошибок, нажимать другие клавиши, может даже случайно нажать нужные клавиши, но опять не достигнет цели, когда ему будет показана другая фигура, потому что невозможно обнаружить осмысленную внутреннюю связь между s_1, m_1, g. Эти связи являются совершенно

случайными пли скрытыми, и в результате нет основы для разумных вариаций.

Многие теоретики не видят этой проблемы, не видят различия между этими случаями и случаями, когда возможно осмысленное решение. У них наготове легкий способ обойти проблему; они обращают внимание — и вполне резонно — на то, что в первом случае исключается помощь со стороны прошлого опыта, и делают вывод — неверный, — что отличие случаев первого типа объясняется просто действием прошлых ассоциаций, имеющих ту же природу, что и ассоциации, возникающие при механическом обучении. Осмысленное обучение и применение знаний являются для них лишь результатом действия ранее возникших ассоциаций. Я надеюсь, что после всего сказанного читатель поймет, что это слишком простое решение проблемы: даже если бы все действующие факторы были обусловлены прошлым опытом, проблема все равно остается. Главный вопрос не в том, *действительно ли* прошлый опыт играет роль, а в том, *какой* именно опыт — слепые связи или структурное понимание с последующим осмысленным переносом, а также в том, как мы используем прошлый опыт: посредством внешнего воспроизведения или на основе структурных требований, его функционального соответствия данной ситуации. Ссылка на прошлый опыт, таким образом, не решает проблему, та же самая проблема возникает в отношении прошлого опыта.

Очень интересно исследовать, как используется то, что было приобретено в прошлом; но для нашей проблемы в первом приближении не существенно, извлекается используемый материал из прошлого или из настоящего опыта. Важна его природа и то, была ли понята структура, а также как это происходит. Даже если бы все, в том числе и само понимание, объяснялось, в сущности, повторением прошлого опыта — надежда, которую питают некоторые психологи, но которая, по моему мнению, является ложной или по крайней мере необоснованной, — или если бы мы подходили с точки зрения упражнения даже к осмысленным структурам, то все равно было бы важно рассмотреть и изучить описанное различие, поскольку оно является решающим для существования структурно осмысленных процессов. В обычном языке «приобрести опыт» означает для большинства людей нечто весьма отличное от простого накопления внешних связей, аналогичных тем механическим связям, которые возникали в

нашем последнем примере; имеется в виду, что приобретается нечто более осмысленное.

Мы можем суммировать относящиеся к параллелограмму *A—B*-вопросы следующим образом: что касается того, какую роль играют данные s_1, m_1, g при встрече с новой ситуацией, то решающим моментом является то, что именно усваивается из учебного примера и другого прошлого опыта. Только по осмысленной реакции на *A—B*-вариации можно судить о том, какой опыт приобрел испытуемый — слепые связи или действительное понимание. К этому надо добавить, что специфические особенности s_1, m_1, g могут играть большую или меньшую роль; в оптимальном случае приобретается удивительная способность двигаться вперед, выявляя требования рассматриваемой ситуации и действуя в соответствии с ними.

39. В таких процессах можно обнаружить довольно много операций традиционной логики. Можно даже описать этот процесс как ряд последовательных суждений. Но совокупность таких суждений не отражает того, что в действительности происходит в ходе такого процесса. Многое ускользает. Исчезает динамика, сама жизнь.

Традиционная логика мало интересуется процессом поисков решения. Она концентрирует внимание скорее на вопросе правильности каждого шага доказательства. Время от времени в истории традиционной логики высказывались намеки на то, как следует действовать, чтобы найти решение. Характерно, что эти попытки сводились к следующему: «Найдите какие-нибудь известные вам общие суждения, содержание которых относится к некоторым из обсуждаемых вопросов; выберите из них такие пары, которые благодаря тому, что они содержат общее понятие (средний термин), допускают построение силлогизма» и т. д. (см. пример из гл. 3, с. 133, который, несмотря на свою нелепость, в значительной мере соответствует такой процедуре).

Мы еще вернемся к проблеме доказательства; тогда мы увидим, что осмысленное доказательство тоже содержит структурные факторы. А пока рассмотрим некоторые характерные аспекты формально-логического подхода на примере следующего замечания логика: «Все сводится к использованию закона коммутативности, $a + b = b + a$, точно так же, как 2 + 5 = 5 + 2; в обоих случаях результат равен 7» (эмпирик придет к этой формуле тем же самым путем).

Подумайте над этим, читатель. Сравните это утвержде-

ние в духе традиционной логики с подлинным процессом поисков решения. Возможно, вы согласитесь с этим ут-

$$a + b = b + a$$

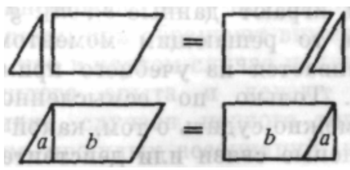


Рис. 39

верждением, а возможно, и нет. Если вы видите различия, то скажите, являются ли они несущественными, второстепенными? Или они предполагают факторы, имеющие решающее значение для этой проблемы продуктивного мышления? Если вы логик и привыкли к методам традиционной логики, то, определяя, что такое логика и что такое мышление, вы наверняка будете резко возражать против некоторых из приведенных ниже замечаний. Пожалуйста, не прибегайте к обычным оговоркам и не уходите от ответа; постарайтесь по достоинству оценить те моменты, которые я собираюсь подчеркнуть. Поймите меня правильно: это ни в коей мере не является сомнением в корректности традиционной логикн. Это призыв осознать некоторые проблемы и отвести доктринам традиционной логики должное место.

Закон коммутативности $(a + b = b + a)$ так или иначе используется в процессе определения площади параллелограмма, но он используется совершенно иным путем, чем принято считать в традиционной логике. И именно это важное отличие и определяет возможность подлинных продуктивных процессов.

1) Прежде всего коротко напомним, что *a* и *b* в показанной на рис. 39 фигуре не даны с самого начала. К такому разбиению параллелограмма нужно еще прийти в процессе решения задачи! И очень важно, чтобы был найден именно этот способ деления и создан именно этот треугольник *a*, тогда как в формуле это несущественно, ведь *a* и *b* с самого начала в готовом виде присутствуют в ней.

2) Хотя равенство $a + b = b+a$ предполагает, что перемена места не оказывает никакого влияния на а, в ходе

реального мышления после перемещения треугольника *a* изменяется его функциональное значение. В левой части равенства *a* представляет собой треугольник, который находится для того, чтобы избавиться от нарушения. В правой же части равенства треугольник *a* необходим для заполнения пустоты. Равенство выполняется только в отношении тождества размеров; равенство размеров имеет важное значение, но переход от левой части к правой — это переход к совершенно другой вещи: $a + b$ не тождественно $b + a$ в отношении формы и они существенно различаются в самом процессе.

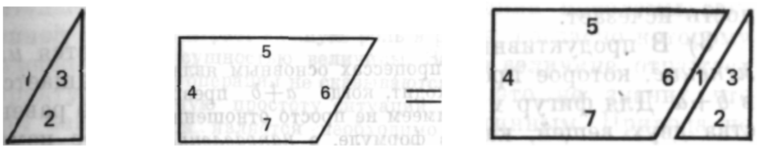


Рис. 40

Даже если отвлечься от реального процесса, то формула $a + b = b + a$ в точном смысле не эквивалентна равенству, изображенному на схеме (см. рис. 40). Она будет вполне адекватной только в том случае, если две части *a* и *b* не имеют никакого отношения друг к другу, являются просто двумя фигурами, относительное положение которых не имеет никакого значения. Но форма имеет важное значение — иначе у нас не будет ни параллелограмма, ни прямоугольника.

Анализ частей схемы ясно показывает, что левая и правая фигуры сильно отличаются друг от друга. Это относится не только к фигурам в целом — параллелограмму и прямоугольнику, — но также и к их отдельным частям. Если читатель изучит и сравнит значения линий, он будет очень удивлен тем, как сильно отличаются роли этих линий в левой и правой частях схемы. Укажу только несколько отличий. Линии 1 и 6 слева являются границами; справа они сливаются и исчезают в процессе завершения прямоугольника. Слева линии 1, 5, 6, 2—7 образуют фигуру и появляются линии 3—4, тогда как справа фигуру образуют линии 4, 5, 3, 7—2, а линия 6—1 исчезает. Равенство игнорирует тот факт, что эти линии совместно образуют границы фигуры, а это обстоятельство имеет важное значение для фигур, площадь которых необходимо определить.

103

Так обстоит дело и с углами: их значение и функции в двух фигурах совершенно различны; углы, которые играют важную роль в левой, в правой исчезают, и т. д.

Если провести точный анализ всех таких факторов, то обнаружится огромное число структурных различий. Если их рассматривать по отдельности, то они будут казаться очень сложными. Очень трудно, да и, по всей вероятности, невозможно было бы прийти к ясному процессу, если начинать с простой суммы таких детализированных особенностей. Но если подходить к проблеме «сверху», исходя из целостных свойств фигур и функционального значения линий и т. д., то эта пугающая каждого сложность исчезает.

3) В продуктивных процессах основным является *изменение,* которое происходит, когда $a+b$ превращается в $b+a$. Для фигур мы имеем не просто отношение равенства двух вещей, как в формуле, а *направленное* изме-

$$a + b \rightarrow b + a$$

и к тому же еще и *необходимое.*

Это переход к чему-то совершенно иному. Мы имеем не просто равенство, а *переход.* И хотя проблема валидности очень важна, она, в сущности, игнорирует такую направленность. В этом и заключается основное отличие нашего подхода от традиционного логического подхода. В то время как традиционную логику интересует главным образом вопрос «равенства» (или «эквивалентности») a_1 и a_2, в гештальттеории основным является переход от a_1 к a_2, тот факт, что осуществился именно этот переход, и т. д. И это фундаментальное положение; оно означает принципиальный поворот от статики к рассмотрению динамики процесса мышления.

Но разве этот переход не подразумевает альтернативу «логичны» пли «нелогичны», осмысленны или слепы, случайны действия? И разве это не является предметом логики?

Такой «переход» часто связан со «структурной реорганизацией». Здесь я хочу отметить, что это важное для гештальттеории понятие порой понимают неверно, недооценивая тем самым его значение. Несколько лет назад один психолог показал, как он его понимает: он предлагал заучивать ряд бессмысленных слогов сначала в одной, а затем в другой последовательности. Мы здесь под этим понятием подразумеваем вовсе не эту произвольную

процедуру, а такую реорганизацию, которая обусловлена структурой данной ситуации. Векторы такого изменения складываются на основе функциональных требований структуры ситуации.

И я хочу отметить, что в подобных случаях нельзя рассматривать такой переход как просто переход к более знакомой фигуре; это переход к такой форме, в которой содержание приобретает ясную структуру. Величина площади, представленная в виде отдельных квадратов, становится прозрачно ясной в форме прямоугольника.

4) Следует отметить, что равенство $a + b$ — $b+a$ действительно играет важную роль в решении проблемы, связанной с сущностью величины. Закон, согласно которому подобные операции не сказываются на величине, отражает структурную простоту ситуации. Но это не значит, что этот закон является необходимо истинным. Природа не обязана быть столь простой. То, что истинно в отношении суммы — а здесь мы имеем дело с *величиной* площади, которая по своей природе является аддитивной, — не является истинным вообще, не является истинным для того, что имеет неаддитивную природу. Различия между порядком *ba* и порядком *ab,* хотя и не имеют значения в случае величины, так как величины аддитивны, весьма существенны для других аспектов процессов мышления. В самом деле, порядок часто оказывает гораздо большее влияние на объект, характер его частей и соответствующую динамику, чем в нашем случае. В рассмотренном примере в результате изменения мы снова получаем замкнутую фигуру. Сравните этот случай с двумя способами изменения порядка *ab* на *ba* в следующих простых примерах:

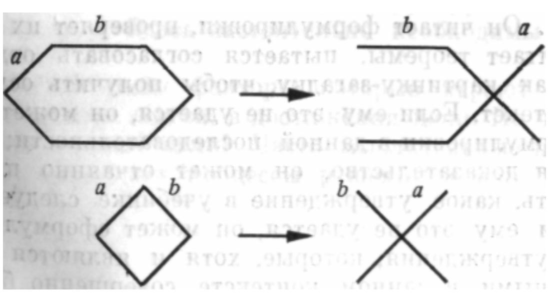


Рис. 41

И совершенно нелепо думать, что закон коммутативности имеет силу, скажем, для мелодий. Это относится и ко многим другим случаям. С этим вопросом связаны серьезные, фундаментальные логические проблемы. Некоторые из них, вроде тех, которые выше проиллюстрированы на примере шестиугольника и ромба, частично исследовались в современной теории сетей отношений и других исследованиях, однако более глубокие проблемы возникают в отношении свойств и динамики целого.

Многие до сих пор рассматривают закон коммутативности как общий основной закон логики, считая, что факты, суждения и т. д. вообще являются аддитивными, атомарными по своей природе. Поэтому возникло даже такое представление, будто логика в основном имеет дело с «тавтологиями». В свете нашего обсуждения ясно, что этот взгляд, по-видимому, совершенно не учитывает реальные проблемы мышления.

Закон коммутативности не распространяется, конечно, на элементы реального процесса мышления. Если бы кому-то вздумалось смешать все элементы, операции или фазы реального процесса мышления, а затем устанавливать равенство, пользуясь законом коммутативности, то полученный результат оказался бы совершенно ложным. Элементы такого процесса не являются простой суммой отдельных частей.

5) Для логика закон коммутативности является одним из суждений, образующих доказательство. Тут следует сказать, что и само доказательство имеет свою структуру. Если субъект не видит структуру доказательства, то оно не будет достигнуто. Сталкиваясь с рядом суждений, которые образуют доказательство, ученик зачастую испытывает удивление, досадует и приходит в замешательство. Он читает формулировки, проверяет их по чертежу, читает теоремы, пытается согласовать отдельные части, как картинку-загадку, чтобы получить осмысленный контекст. Если ему это не удается, он может запомнить формулировки в данной последовательности; восстанавливая доказательство, он может отчаянно пытаться вспомнить, какое утверждение в учебнике следует дальше: если ему это не удается, он может сформулировать другие утверждения, которые, хотя и являются вполне правильными, в данном контексте совершенно бессмысленны. Способный ученик, конечно, делает то, что требуется, но он приходит к этому *сам.* Он должен превратить

простую сумму утверждений в осмысленную структуру доказательства. Эта операция предполагает разумную группировку, понимание функциональной иерархии, направления, в котором движется доказательство, места, роли, функции, смысла каждого утверждения в структуре. Если человек не может понять, скажем, что одно из утверждений в совокупности с некоторыми другими утверждениями принадлежит к одному блоку доказательства (например, относящемуся к подобию треугольников), и группирует их неверно, то он весьма далек от понимания. Иногда испытуемые пытаются каким-то образом упорядочить утверждения только о линиях, затем об углах, потом о плоскостях и гордятся тем, что им удалось установить какой-то логический порядок, но, вспомнив о задании, вновь впадают в отчаяние. Отнюдь не маловажно понять, какую функцию выполняет данное утверждение: является ли оно посылкой или выводом, который в свою очередь становится в дальнейшем посылкой, и т. д.

Аналогичные соображения справедливы и в отношении процесса *поисков* доказательства. Осмысленные поиски доказательства не осуществляются таким способом, который был описан выше и который столь характерен для традиционного логического подхода. Дело совсем не в том, чтобы формулировать верные утверждения, вспомнить выученные теоремы и г. д. Подлинное открытие возникает в результате осознания требований, которым должно удовлетворять само доказательство, необходимости привести факты в осмысленную связь.

Но в то время, как структура доказательства в нашем примере определения площади параллелограмма является сравнительно простой, в других случаях не так легко найти психологически адекватную, структурно осмысленную процедуру. Здесь настоятельно необходимы творческие поиски [1].

40. Мы обсудили факторы, которые играют важную роль в решении задачи, в достижении цели. Но что можно сказать о самой цели? Часто мыслительные процессы рассматриваются как процессы решения задачи, достиже-

[1] В течение нескольких лет я касался этих вопросов в своих лекциях по психологии обучения и исследовал их со своими коллегами. Д-р Джордж Катона рассматривает некоторые из этих во-

ния поставленной цели; до сих пор и мы поступали так же. Согласно многим теориям, именно в этом заключается задача мышления. Но разве наши проблемы не повторяются в отношении самой цели?

В нашем примере скромной геометрической задачи ситуация вообще является достаточно простой. Здесь доставляет удовольствие сам процесс решения задачи, радует достижение цели, проверка своих умственных способностей. В этом смысле мышление может быть относительно замкнутым процессом. Более того, в некоторых случаях задача сохраняет смысл и в более широком контексте. Так обстоит дело, когда задача на определение площади рассматривается в контексте землемерных работ или когда этот вопрос возникает в более широком контексте геометрического мышления — например, когда понят способ определения площади прямоугольника и встает вопрос об определении площади других фигур.

Но в некоторых ситуациях бессмысленно решать задачу определения площади параллелограмма, потому что такая задача не соответствует структуре данной ситуации, потому что эта цель неуместна и ситуация требует других действий. Если в такой ситуации дается это задание или так или иначе возникает вопрос о площади, некоторые люди, не замечая, что требуется в ситуации, начинают определять площадь и слепо следуют намеченной цели. Однако мы часто наблюдаем и разумные реакции, когда испытуемый отказывается решать такую задачу и сосредоточивает свое внимание на том, что действительно важно в данной ситуации [1].

Я приведу простой пример. Учитель охотно пользуется любой возможностью решать практические задачи. На последнем уроке он показал ученикам, как определяется площадь трапеции при помощи вспомогательных

просов в своей книге "Organizing and memorizing" (New York, Columbia University Press, 1940) и в следующих статьях: "On different forms of learning by reading", ("Journal of Educational Psychology", 1942, vol. 33, p. 335—355); "The role of the order of presentation in learning", (American Journal of Psychology, 1942, vol. 55, p. 328—353). Д-р Катрин Штерн сообщила о своей работе по обучению арифметике в докладе на заседаниях Восточной психологической ассоциации, состоявшихся в 1941 г. Этот доклад является частью ее книги "Children discover arithmetic". New York, Harper, 1949 — *Прим. Майкла Вертгеймера.* [1] См. пример в гл. 4, с. 170.

линий, вывел формулу $\frac{a+b}{2}\cdot h.$ Теперь он указывает на висящую на стене картину в раме и говорит: «Мне нужно определить площадь рамы». Он обозначает линии буквами *a*, *b, c*, *d,* сообщает их длину и добавляет: «Видите, тут четыре трапеции. Надеюсь, что вы помните, как определяется их площадь».

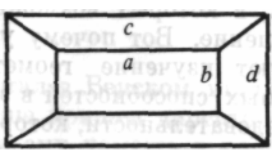


Рис. 42

Некоторые дети старательно выполняют задание учителя; они нудно вычисляют площадь — некоторые ошибаются и с напряженным вниманием исправляют ошибки. Но других детей это, видимо, забавляет, они ничего подобного не делают, а перемножают c с d, и a с b, вычитают ab из cd и говорят: «Вот так! Зачем вычислять площади этих трапеций?»

Мышление — это не просто решение поставленных задач. Сама цель как часть ситуации может быть структурно осмысленной или бессмысленной. Как и отдельные операции в реальном процессе мышления, цель должна функционировать как часть целого, имеющая свое место и выполняющая свою роль в соответствии со структурными требованиями более широкого контекста. Часто, пытаясь решить поставленную задачу, человек останавливается, осознавая, что ситуация требует совсем других действий, требует изменения самой цели. Часто упорное следование поставленным целям, настойчивость в их достижении являются совершенно бессмысленными.

В жизни такие случаи нередко носят очень серьезный характер. Иногда люди, например, политики, после долгих и упорных попыток достичь определенной цели внезапно понимают, что сама эта цель в том виде, как она поставлена, является неуместной, что она не связана с реальными требованиями, с более важными целями. Уже одно это само по себе может быть открытием чего-то такого, что прежде не осознавалось, а именно открытием того, что

средства достижения преследуемой цели поставят под угрозу, уничтожат более важную цель. Мышление интересуют не просто средства; его интересуют сами результаты и их структурное значение.

В рассмотренных нами геометрических задачах эти вопросы не столь серьезны; мы описывали задачи, возникающие в спокойных, мирных, прозрачных жизненных ситуациях, задачи, в которых возможно очевидное, кристально ясное решение. Вот почему учителя так настоятельно рекомендуют изучение геометрии как средство развития умственных способностей в атмосфере четкости, очевидности, последовательности, которое может способствовать переносу сформированных приемов и установок мышления на более сложные и менее ясные области.

В этом одна из причин того, почему в данной книге мы выбрали для обсуждения эти простые геометрические примеры; видимо, полезнее сначала обсудить основные теоретические вопросы на структурно более простом материале [1].

[1] Дополнительный материал, имеющий отношение к данной главе, приведен в Приложениях 2, 3, 4 и 5. — *Прим. Майкла Вертгеймера.*

ГЛАВА 2

Задача конструирования моста [1]

В 1911 г. я работал в Венском институте психиатрии и физиологии. Ко мне пришел директор детской клиники и попросил оказать ему помощь в решении одной конкретной проблемы. Работавшие в клинике педиатр и психолог искали методы обучения группы глухонемых детей в возрасте от 4 до 14 лет. Специалисты считали, что, поскольку эти дети не владели языком, их умственные способности были крайне низкими. Не могу ли я приехать в клинику и выяснить, действительно ли они столь неразвиты?

Занимаясь этими детьми, я сначала испробовал метод, который опишу в общих чертах.

1. Сидя с одним из детей за столом, я взял три кубика и построил мост.

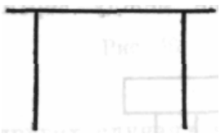


Рис. 43

Затем я разрушил его. Большинство детей после такой демонстрации принимались строить мост. (В одной вариации опыта я клал кубики обратно в кучу. В этом случае дети отыскивали эти кубики и начинали строить.) Когда же такая спонтанная реакция отсутствовала, я

[1] Эта глава не был заключена в первое издание, хотя судя по найденному в бумагах Макса Вертгеймера раннему варианту оглавления, он когда-то хотел использовать ее в этом месте. По сравнению с главами, вошедшими в первое издание, рукопись казалась недоработанной. Необходимо было ее отредактировать, но мы попытались ограничиться минимальной правкой.— *Прим. Майкла Вертгеймера.*

брал маленькую куклу и проводил ее через проем или по мосту. Это часто помогало[1].

Все это дети могли сделать сами. Но что они в действительности делали? Просто повторяли то, что делаю я, или что-то постигали? Случалось, что ребенок выбирал из кучи не те кубики, которые использовал я, а другие. Иногда после нескольких проб с плохо подобранными кубиками им удавалось в лучшем случае построить мост, конструкция которого рушилась прежде, чем была завершена.

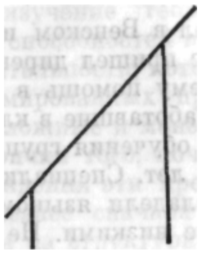


Рис. 44

В таком случае они вскоре начинали искать подходящие кубики. Другие дети сразу решали задачу, правильно осуществляя структурный перенос. Они отбирали соответствующие по высоте кубики, а также кубик, который перекрывал расстояние между вертикалями.

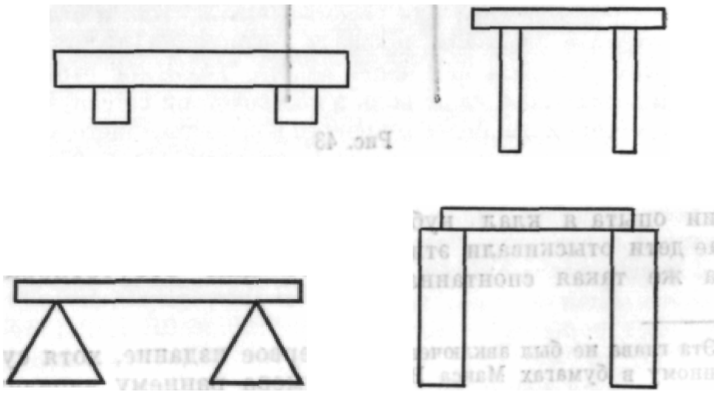


Рис. 45

[1] В этой и почти во всех последующих попытках я не прибегал к языку и знакам, а строил мост и ждал реакции ребенка.

Если третий из выбранных кубиков оказывался слишком коротким по сравнению с расстоянием между опорами, то дети либо заменяли его на более длинный, либо сближали опоры. Некоторые — очень немногие — сначала искала именно те кубики, которыми пользовался я, но большинство из них вовсе не пытались воспроизводить ни исходное расстояние, ни размер кубиков. (Только один ребенок упорно искал исходные кубики и поместил их на таком же расстоянии друг от друга.)

2. Затем я клал перед ребенком набор кубиков, в котором не было кубиков, использовавшихся на первом этапе. Это оказывалось эффективным: дети начинали

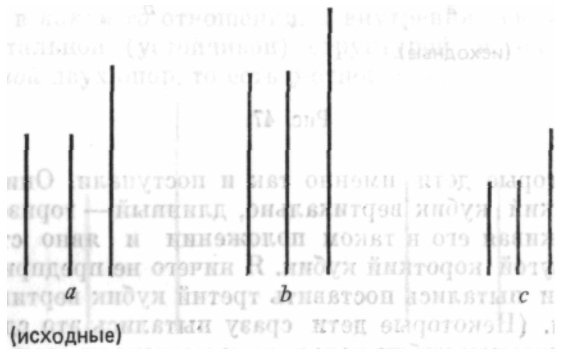


Рис. 46

строить мост. В других случаях я клал на стол только три кубика. Все дети действовали с ними вполне осмысленно. Ни один ребенок, строя мост из кубиков группы *с,* не использовал в качестве опоры кубик, который был опорой в исходном наборе. Ясно было, что их поведение направлялось не первоначальным стимулом, а отношениями. Два равных и маленьких кубика выбирались в качестве опор и помещались на расстоянии, которое допускало использование третьего кубика как перекладины.

3. В других экспериментах (с детьми, которых врачи считали самыми тупыми) я создавал критическую ситуацию. В наборе из трех кубиков, с помощью которых они должны были строить мост, был один кубик такой же величины, как исходные опоры, и два кубика, равных по величине с исходной перекладиной. Будут ли в этом слу-

113

чае дети придерживаться усвоенной простой суммы стимулов и их связей и расставлять кубики, как прежде?

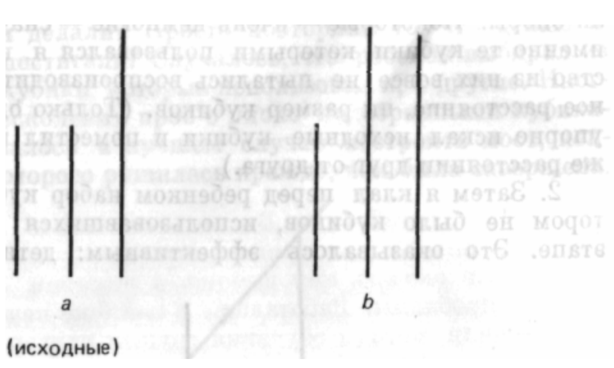


Рис. 47

Некоторые дети именно так и поступали. Они ставили короткий кубик вертикально, длинный — горизонтально, удерживая его в таком положении и явно стараясь найти другой короткий кубик. Я ничего не предпринимал. Тогда они пытались поставить третий кубик вертикально; он падал. (Некоторые дети сразу пытались это сделать.) После того как кубик падал, дети повторяли свою попытку, но после двух попыток почти все дети неожиданно улыбались и меняли кубики местами. Многие дети после небольшой паузы делали так сразу без всяких предварительных проб (см. рис. 49).

Рис. 48

Рис. 49

Для многих детей эти попытки явно не были просто негативным опытом. Видно было, что из этих неудачных попыток они вынесли нечто позитивное, они обратили внимание на важное обстоятельство, связанное с падением кубиков: на связь между устойчивостью и равенством размеров опор.

4. В экспериментах с остальными детьми я использовал разноцветные кубики: опоры были одного размера а цвета, а третий кубик отличался и величиной и цветом. Затем для проверки предлагался набор, в котором пара кубиков, совпадающих по цвету, отличалась от пары совпадающих по размеру (рис. 50). Это никого не сбило с толку. Таким образом, решающим является не просто равенство в *каком-то* отношении, а внутренняя связь между горизонтальной (устойчивой) структурой и одинаковой. *величиной* двух опор, то есть ρ-отношение.

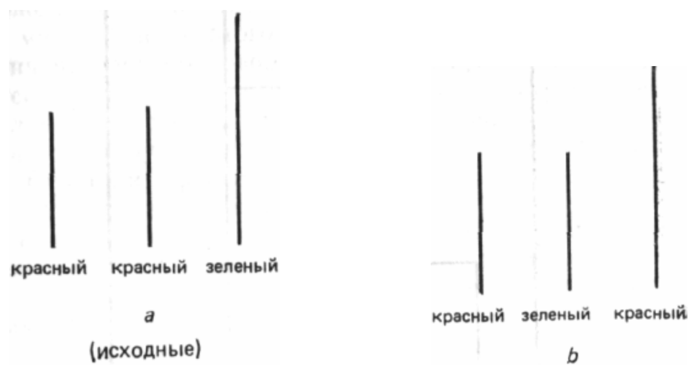


Рис. 50

5. Имеет ли в данном случае решающее значение одинаковая величина вертикальных кубиков? Перед проверкой я строил из больших кубиков лестницу, а затем с помощью жестов показывал, что нужно построить мост на

ступеньках лестницы. Дети строили его, как показано на рис. 51, то есть выбирали один из равных кубиков для опоры, а другой — для перекладины. Это свидетельствует о том, что решающим является не одинаковая величина кубиков сама по себе, а скорее внутренняя связь между горизонтальностью и устойчивостью, и уже исходя из этого определяется то, какую роль будет выполнять та или иная часть.

115

У неспециалиста может возникнуть вопрос, почему я считаю необходимым предлагать такие проверочные испытания (как в пунктах 2, 3, 4, 5). «Разве результат не очевиден?» — может спросить он. Нет, не очевиден. Во-первых, встречаются — хотя и редко — дети, которые привыкли действовать подобно маленьким рабам, точно следуя тому, чему их научили, строго придерживаясь с трудом усвоенной суммы отдельных действий и их связей, *к* которые терпят неудачу при всяком изменении ситуации. Встречаются также — хотя опять-таки редко, в этой труппе я не обнаружил ни одного такого ребенка — дети, которые снова и снова повторяют безуспешные попытки, так и не осознав необходимости осмысленного изменения

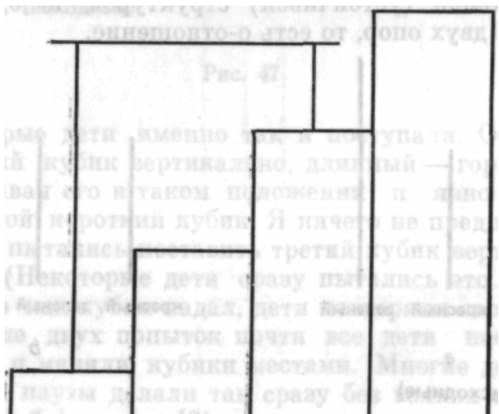


Рис. 51

Во-вторых, положение дел в нашей психологической науке таково, что она очень нуждается в таких критических экспериментах. Чтобы по-настоящему разобраться в существе дела, наука нуждается в таких критических вопросах. (Вопреки представлениям здравого смысла. Иногда именно в очевидном таятся фундаментальные, волную-

[1] В тех немногих случаях такого рода, которые я наблюдал, быстро помогало изменение обстановки, которое давало ребенку большую свободу, а также атмосфера доброжелательства (см. гл. 7).

щие ученого проблемы, а здравый смысл лишь вводит в заблуждение [1].)

6. Некоторые теоретики, возможно, все же подумают: «Отношения или не отношения — в конце концов, все это, в сущности, не что иное, как сумма связей». Можно ли поставить такой критический эксперимент, чтобы проверить это утверждение? Можно ли с помощью эксперимента решить, имеем ли мы дело лишь со случайно усвоенными связями?

Да, можно. Необходимо только ввести элемент случайности. Как это сделать? Мы можем придумать такой чудесный набор кубиков, что мост будет устойчивым в том случае, когда цвет кубиков в вертикальной паре одинаков, и разрушится, когда кубики будут разного цвета, независимо от относительной величины опор.

Или, в согласии с экспериментами другого типа, мы можем не беспокоиться об устройстве такого волшебного мира. Вместо этого, после того, как строительство закопчено, учитель говорит: «Правильно» — и дает ребенку кусочек шоколада; а в другом случае он говорит: «Неправильно» — и избави боже! — наказывает ребенка, не ожидая, когда рухнет конструкция.

Будет ли эффект от такого обучения равносилен эффекту обучения в ситуации, о которой мы рассказали в начале этой главы и которая, к счастью, оказалась в какой-то степени осмысленной и естественной?

Но мы пока оставим этот вопрос без ответа и продолжим простые эксперименты.

7. Как и в (1), я начинал строить мост, но для последующей проверки ставил две опоры несколько дальше друг от друга. Ребенок смотрел на третий кубик, затем сближал опоры [2]. Я возвращал их в прежнее положение.

[1] Тех, кто захочет повторить подобные эксперименты с детьми, я должен предупредить, что следует соблюдать большую осторожность при выборе кубиков. Использование кубиков, которые из-за трения делают устойчивыми даже плохие конструкции, будет служить помехой вашим исследованиям. (Так, для того, чтобы уменьшить трение, лучше использовать полированные кубики). Ср. с поведением шимпанзе, которым, для того чтобы достать банан, нет необходимости устойчиво нагромождать ящики, поскольку они могут достаточно быстро прыгнуть с верхнего ящика, прежде чем развалится вся конструкция. (Köhler W. The mentality of apes. New York, Harcourt Brace, 1925.)

[2] Если третий кубик находился в поле зрения и не был короче этого нового расстояния между опорами, ребенок не уменьшал это расстояние. В этой ситуации мы ясно видим, что выполняется функ-

Иногда у нас с ребенком начиналась увлекательная игра: мы передвигали кубики взад и вперед. Спустя какое-то время (а некоторые дети и без этой игры с передвижением кубиков) ребенок поворачивался к груде кубиков, в которой он явно искал более длинный «подходящий» третий кубик. Не найдя его — поскольку в расположенной на столе куче кубиков не было кубика нужного размера, — он брал два кубика поменьше и строил конструкцию, показанную на рис. 52.

Рис. 52

Таким образом, мы видим, что решающим здесь является отношение между расстоянием и длиной третьего кубика. (Один ребенок взял первоначальный третий кубик, который по сравнению с расстоянием между опорами был недостаточно длинным, и поместил его между опорами. Кубик упал, но ребенок снова и снова повторял это действие.)

8. Когда задача была решена, я разрушил мост, взял опоры и поставил их еще дальше друг от друга, так что предыдущее решение стало невозможным. Тогда ребенок построил конструкцию, показанную на рис. 53 [1].

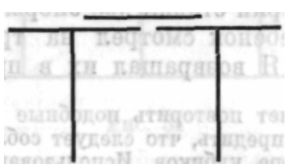


Рис. 53

циональное требование, согласно которому длина кубика должна быть больше расстояния между опорами. И наблюдая за детьми, можно было видеть, что их поведение определялось пониманием того, что короткие кубики не «сомкнутся», не обеспечат стабильности и т. д. Не повторение исходных конкретных элементов, а структурные требования ситуации определяют поведение.

[1] И в этом случае при выборе кубиков для эксперимента нужно внимательно следить за тем, чтобы такая конструкция не оказалась устойчивой.

Если же эта структура случайно оказывалась устойчивой, я увеличивал расстояние. Ребенок опять сделал эту конструкцию; на этот раз она рухнула. Ребенок повторил свои действия с тем же результатом.

Я следил за тем, как ребенок изучал свои конструкции и создавал новые, если рушились прежние. Он осторожно ставил третий кубик на две перекладины, продолжая его удерживать. Но в тот самый момент, когда конструкция готова была обрушиться, когда возникала опасность, что горизонтальные блоки наклонятся и полностью потеряют равновесие, он неожиданно опять поднимал средний кубик и с некоторым затруднением, но последовательно строил конструкцию, показанную на рис. 54, помещая для равновесия на краях дополнительные маленькие кубики.

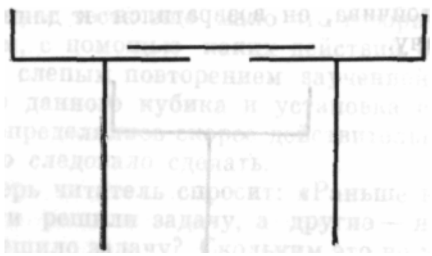


Рис. 54

Некоторые дети делали это без большого количества проб, и их поведение в ходе проб непосредственно перед получением решения явно свидетельствовало о том, что ребенок начинал интересоваться тем, в какую сторону упадут кубики [1].

Эти действия могут служить примером пусть скромного, но вполне реального открытия или изобретения. Ясно, что в этом случае действия ребенка являются для

[1] Понять, в каком направлении упадут кубики — это не значит просто обратить внимание на отдельный стимул. В действительности дети выясняют, где находится слабое место структуры. Сравни эксперименты с детьми и взрослыми, когда они стараются воспроизвести какой-нибудь фокус: как трудно им бывает в некоторых случаях понять, в чем же в сущности дело! Не поняв этого, они в таких случаях стараются так точно и по-рабски воспроизвести последовательность действий, что упускают самое важное.

него открытием чего-то нового [1]. Ребенок сам был удивлен. Другие дети не могли этого сделать. Не могли решить задачу и многие взрослые, с которыми я повторял этот эксперимент, и среди них очень умные, образованные, искушенные люди. Некоторые из них рассказывали мне позднее, что провели бессонную ночь, так и не найдя решения.

Иногда встречались другие изобретения, например дублирование вертикальных опор, введение третьей вертикальной опоры посередине и т. д.

Так, один ребенок, после того как рухнула первая конструкция, лукаво улыбаясь, взял одну опору, попытался уравновесить перекладину, попробовал поставить на перекладину два кубика и с напряженным интересом следил за тем, что произойдет. Убедившись, что эта конструкция устойчива, он возвратился к длинному мосту и решил задачу.

Рис. 55

Следует отметить, что сооружение такой структуры само по себе отнюдь не простое дело. Нужно приложить большие усилия, чтобы она не рухнула прежде, чем будет завершена. Такая конструкция оказывается весьма неустойчивой, поскольку, имея только две руки, нельзя одновременно поставить перекладину и два кубика на ее края. Но, несмотря на эти затруднения, часто дети осуществляли такое построение с пониманием сути дела. Когда же у детей или взрослых наблюдались действия, приводящие к отрицательному результату, это не обязательно свидетельствовало о низком интеллектуальном уровне.

[1] Задавая учителю вопросы до начала эксперимента, я всячески старался убедиться в том, что дети ранее не сталкивались с подобными задачами.

Могли играть роль совершенно иные факторы: трудности в обращении с кубиками, неловкость, неуклюжесть. У некоторых взрослых испытуемых такими факторами могут быть также нежелание подвергаться тестам, выступать в роли испытуемых, находиться перед публикой, пренебрежительное отношение к подобным задачам и т. д.

Многие психологи, услышав об этих экспериментах, говорили: «Это мог бы быть отличный тест на умственное развитие; нельзя ли его стандартизировать?» (Против этого нечего возразить, при условии, конечно, что мы не откажемся от дальнейших попыток выяснить, что же здесь все-таки происходит, каковы реально действующие факторы и реальный психологический смысл таких действий.) Очень часто, прибегая к тестам интеллекта, психолог не знает, что он, в сущности, измеряет. Поэтому ответ на тот или иной вопрос теста еще мало что говорит, если остается неясным, с помощью каких действий он выполнен, были ли они слепым повторением заученной суммы действий (выбор данного кубика и установка его в данное место) или определялись скорее действительным пониманием того, что следовало сделать.

Если теперь читатель спросит: «Раньше вы говорили, что одни дети решили задачу, а другие — нет. Сколько же человек решило задачу? Скольким это не удалось? Каков их возраст?» — то, значит, он упустил главное. Мы стремились выяснить, как дети приходят к решению, какие факторы связаны с этими продуктивными действиями. Не удовлетворяясь общими ответами, вроде ссылок на прошлый опыт, усвоенные связи, стремление достичь дели и т. д., мы вынуждены были использовать указанные вариации. Теперь мы постараемся описать, как выглядели эти действия.

9. В ходе решения последней задачи (которое у многих детей сопровождалось чувством радости от приобретения нового опыта, новых достижений) решающей фазой была установка дополнительных блоков на левом и правом краях горизонтального кубика. Каким образом возникает эта операция? Как дети приходят к этому?

В результате слепых проб и ошибок? Конечно, нет, потому что, прежде чем прийти к решению, они не совершают бессмысленных проб. И конечно, они приходят к решению не с помощью ряда произвольных операций.

Случайным образом? Маловероятно.

В результате использования прошлого опыта, припо-

минания успешных сходных операций? Весьма вероятно, что какой-то прошлый опыт сыграл свою роль, но разве такая общая ссылка на прошлый опыт достаточна? Давайте сразу же *введем* то, что необходимо. Я показывал детям конструкцию, представленную на рис. 55, не только в законченном виде, но и в процессе ее сооружения; я также давал ребенку возможность самостоятельно построить и уравновесить ее. Это не помогало при решении задачи с длинным мостом, даже если я еще добавлял: «Теперь ты, конечно, сможешь построить длинный мост». Вполне возможно, что некоторым детям такая процедура могла бы помочь; однако в данном случае этого не произошло. Какие же условия необходимы для того, чтобы эта процедура оказала помощь? Почему она не помогала в данных случаях? (Как я уже упоминал, некоторые дети спонтанно прерывали сооружение длинного моста, пытались построить именно эту структуру и, когда добивались успеха, возвращались к исходной задаче и решали ее [1].)

Что же здесь является действительно решающим? Как это можно установить?

Когда наблюдаешь за поведением детей — за тем, что они делают, куда смотрят, что им кажется интересным, как они добиваются реальных успехов,

— процесс представляется в следующем виде:

1) Ребенок ставит средний кубик сверху; сооружение рушится. (Отрицательный опыт; отсутствие успеха; некоторые дети разочаровываются; другие несколько раз повторяют эту операцию.)

2) Это не является для ребенка просто отрицательным опытом. Он явно старается локализовать нарушение, понять причину неудачи, как и почему она произошла.

3) Падение среднего кубика теперь уже не является главной проблемой. Что-то происходит также на левом и правом краях! И *то,* что там происходит, связано с затруднением или имеет к нему отношение. (Это не равносильно выяснению всех деталей в ходе поэлементного анализа; действия направлены на область, играющую важную роль во взаимосвязи явлений.)

4) Именно здесь возникает вопрос об устойчивости

[1] См.: M a i e r N. R. F. Reasoning in humans: the solution of a problem and its appearance in consciousness. — "Journal of Comparative Psychology", 1931, vol. 12, p. 181—194.

сооружения. Каким образом? Наблюдаемое направление падения опор рассматривается как результат неустойчивости, возникающей из-за перегрузки на одной из сторон. (Ребенок, конечно, не формулирует это в таких абстрактных терминах, но он чувствует, что для того, чтобы обеспечить устойчивость, необходимо симметрично компенсировать перегрузку. Ситуация взывает о помощи.) Откуда же она приходит? Случайно? Из памяти? Как я уже упоминал, один ребенок прервал свою работу над мостом и построил структуру, показанную на рис. 55; поняв, что маленький кубик слева может компенсировать дополнительный вес кубика справа, он, сияя, вернулся к задаче с длинным мостом и решил ее [1]. Другой ребенок, не проделывая этого, явно сконцентрировал свое внимание на критических событиях с длинным мостом, потрогал угрожающие равновесию края и, почувствовав, что происходит, решил задачу.

Гравитационные условия должны быть включены в структуру. Но слова вроде «следует принять во внимание гравитационные ощущения» не помогут решить проблему. Гравитационный аспект проблемы выступает здесь структурно как часть ситуации, предполагающей устойчивость, симметрию — причем не просто геометрическую симметрию, пространственную симметрию, но *гравитационную* симметрию, смысл которой задается ее местом в общей структуре.

В этой структуре есть ряд ρ-отношений, которые связаны со свойствами целого. Как и в (7), мы могли бы построить в качестве заменителя копию в виде простой суммы, в которую вместо ρ-отношений и свойств целого входили бы случайные связи. Мы могли бы, например, сделать волшебную конструкцию, в которой нагрузка на

[1] Теперь мы видим, что предлагаемая в качестве помощи операция является эффективной только в том случае, если она связана функциональными требованиями с ее функцией в целостной структуре. Тем детям, которым в качестве «помощи» показывали конструкцию, изображенную на рис. 55, эта моя операция казалась чрезвычайно странной. Они не улавливали связи этого шага с задачей построения длинного моста и не смогли воспользоваться им именно потому, что он не имел для них функционального значения. Здесь кроется проблема для будущих экспериментальных исследований: возможно, что эффективной может оказаться только та помощь, которая предлагается в нужный момент, когда ребенок уже обнаружил область нарушения.

одну сторону будет приводить к устойчивости, в то время как симметричная нагрузка — как раз к противоположному эффекту — разрушению конструкции.

В этом месте мы можем добавить, что для детей даже исходная ситуация является не столь простой, как здесь утверждается. Они должны понять ρ-отношение, несмотря на технические сложности: иногда сооружение рушится, даже если оно симметрично уравновешено, часто это происходит из-за некоторой неуклюжести, неловкости детей, из-за того, что они ставят кубики с чрезмерной силой.

Во всяком случае, в ходе подобных экспериментов у меня сложилось впечатление, что дети способны в отсутствие специального прошлого опыта, в результате действительно осмысленной работы над проблемой, понять именно то, что следует. Они сами осмысленно находят необходимый опыт.

Участие в таких процессах может казаться детям просто игрой или решением головоломки. Но, наблюдая за их поведением и анализируя его позднее, приходишь к выводу, что они достигли глубокого понимания некоторых черт нашего физического мира. «Любопытство», которое часто наблюдаешь в таких случаях, является не просто любопытством, проявляемым ко всему новому, к разгадке фокуса и т. д., но работой, направленной на более глубокое понимание окружающего нас мира.

Вознаграждение, например шоколад или деньги, иногда могут усилить потребность в успешном решении задачи. Но во многих случаях оно, в сущности, препятствует подлинному решению. Когда все помыслы сосредоточены на желании получить шоколад, требуемые векторы не возникают. Их направление должно определяться самой структурой ситуации, ее требованиями. Похоже, что вознаграждение играет положительную роль только в том случае, когда о нем забывают в ходе работы или, иными словами, когда желание получить шоколад заменяется желанием удовлетворить требованиям ситуации.

И снова, рассматривая проблему в целом, видим, что здесь мы имеем дело не просто с совокупностью каких-то отдельных элементов или связей, а с процессом, который управляется свойствами целого и предполагает иерархию элементов логически более высокого и более низкого уровней. Мы видим также, что каждый из этих элементов (или отношений, или связей) не случайно занимает то

или иное место, а адекватно завершает, дополняет структуру целого «соответственно» той роли и функции, которую он выполняет в данной структуре.

При исследовании реакций детей и взрослых испытуемых в различных вариациях задачи мы обнаруживаем, что мыслительные процессы развивались не снизу вверх, от «логически» более элементарных отношений к отношениям более высокого уровня, но в прямо противоположном направлении. Поведение в разумных реакциях определяется в первую очередь свойствами целого (устойчивостью, замкнутостью, симметрией) и тем, что требуют эти свойства в отношении выбора кубиков, их места, расстояния между ними. С логической точки зрения свойства целого выступают как связь между отношениями; посредством этой связи вскрываются сами отношения; э свою очередь благодаря последним мы приходим к элементам.

Конечно, в сознании ребенка нет такой абстрактной логической структуры. Она может быть также слишком сложной и для взрослых (особенно для тех из них, кого учили при чтении таких утверждений концентрировать свое внимание на отдельных деталях). Логика, несомненно, расчленяет вещи, формулируя отдельно пункты, отношения и т. д. — сами по себе. Но она делает это не для того, чтобы потом прибавлять одни элементы к другим (как думают некоторые логики), а для того, чтобы установить их место, роль и функцию в структуре. Многие логики рискуют получить в результате своего анализа одни лишь аддитивные характеристики вместо видения общей картины и осознания ρ-природы явлений.

К счастью, работа восприятия (и действия) не является такой поэлементной, поэтому обсуждаемый вопрос психологически не так сложен, как с логической точки зрения [1]. Если бы восприятие было по своей сути отражением простой суммы стимулов (возможно, с помощью каких-то дополнительных механизмов), то оно и в самом деле было бы очень сложным.

10. Попробуем раскрыть логическую структуру дейст-

[1] См.: Wertheimer M. Untersuchungen zur Lehre von de» Gestalt.- "Psychologische Forschung", 1923, Vol. IV, S. 301-350. См. также: E l l i s W. D. Op. cit., section 5; Beardslee D. C., Wertheimer M. Op. cit., p. 115—135.

вий, их структурные особенности, которые, должны учитываться и в психологическом описании [1].

Две вертикали V_1 и V_2 являются гомологичными — они занимают одинаковое место и выполняют одинаковую роль и функцию в целой структуре. Между ними существуют отношения равенства размеров (*s*), с одной стороны, и расстояния по горизонтали (*d*) — с другой. Третий кубик, перекладина (*H*), находится в гомологических логических отношениях с V_1 и V_2: левый конец *H* совпадает с верхним концом V_1, а правый конец — с верхним концом V_2. Но *H*, кроме того, связана с отношением *d* (длина *H* больше *d)* и с *s*: отношение равенства длин V_1 и V_2 делает возможным горизонтальное расположение *H*. И именно эти два последних отношения второго ранга, при условии, что этот термин допустим, тесно связаны с целостными свойствами конструкции — с ее устойчивостью, с тем фактом, что замыкание конструкции приводит к ее устойчивости [2].

11. Процесс построения моста включает и ряд других операций: выбор кубиков, соответствующее их размещение. В целях экспериментальной проверки различных теоретических подходов с помощью вариаций использовался также следующий метод: предполагалось как можно более объективное и исчерпывающее описание операций, которое формулировалось в терминах определенной теории. Например, какая структура будет «эквивалентна» обсуждавшейся, если мы допустим, что все, что происходит с ребенком в ситуации с мостом, является лишь случайной цепью ассоциаций, не имеющей внутренней ρ-связи с общей структурой.

Построение моста включает следующие операции:

[1] Я надеюсь, что читателя не смутит нарисованная здесь сложная логическая картина. Поведение и реакции детей и взрослых, конечно, не основываются на таких абстрактных логических понятиях. Последние являются лишь логическими средствами, которыми мы пользуемся для описания логической структуры действий. Их достоинство заключается в том, что они позволяют выразить в модели те структурные особенности, которые, видимо, характеризуют психологическую картину, весьма отличную от логической абстракции.

[2] Здесь опущены некоторые детали, такие как симметричность положения H относительно V_1 и V_2, гравитационная природа ситуации и т. д. Они присутствуют в картине; но поскольку это не меняет существа дела, они здесь не рассматриваются, дабы избежать излишнего усложнения.

1а) Берется один кубик (либо тот, который использовал учитель, либо любой другой) и 1б) ставится вертикально на стол.

2а) Берется другой кубик, равный первому (по величине, цвету, форме?), и

2б) ставится тоже вертикально, как и первый, 2в) рядом с первым, на некотором расстоянии от него (либо на таком же расстоянии, как у учителя, либо примерно на таком же расстоянии)

2г) (либо на расстоянии, которое немного меньше длины третьего кубика). 3а) Берется третий кубик (уже использовавшийся учителем, или просто любой кубик подходящей длины), 3б) выбирается кубик, длина которого несколько больше расстояния по горизонтали между первыми двумя кубиками, и

3в) кладется третий кубик горизонтально на вертикальные кубики (возможно, симметрично). Короче говоря: возьми кубик *а,* положи его вертикально *(v)* и слева (*l*); возьми второй кубик, снова *а* (равный первому), положи его тоже вертикально (*v*) и справа (*r*), на некотором расстоянии *(d)* от первого *а.* Теперь возьми *b* (третий кубик), положи его горизонтально *(h)* сверху (*t*), симметрично *(s).*

Можно предположить, что важно усвоить эти действия в смысле установления правильных связей, ассоциаций между элементами; тогда правильное решение или правильный процесс означает выполнение операций, определяемых этими «связями». Если мы, подобно тому, как это делается в некоторых психологических теориях, будем рассматривать эти действия таким образом, то сможем «воспроизвести» их, например, следующим простым способом: допустим, нет никакого моста, кубиков и т. д., *во* есть картонные квадраты с написанными на них буквами и несколько ящиков с маленькой щелью в верхней части и каким-то значком на передней стороне. Учитель показывает или заставляет детей заучить следующие операции:

1) Возьми квадрат с буквой а и положи его в ящик со значками *v* и *l,*

2) Возьми квадрат с буквой *а* и положи его в ящик со значками *v, r, d.*

(Вариант: вместо того чтобы взять квадрат с буквой *а* (1-й шаг), возьми квадрат с любой буквой. Затем (2-й

шаг) возьми другой квадрат с той же буквой, что и на квадрате в первом шаге.)

(Другой вариант: на карточках написаны три буквы, соответствующие длине, цвету и форме. Следует научить детей тому, что одна из этих букв в 1 и 2 должна совпадать. Какая буква? Существуют ли какие-нибудь другие ограничения?)

3) Возьми квадрат с буквой *b* или с буквами *b, l, d* (означающими большее расстояние) и положи его в ящик со значками *h, t, s.*

Так вот, если говорить об операциях, которые необходимо заучить, и связях, которые якобы важны, то описанная сейчас процедура в известной степени эквивалентна исходной процедуре построения моста. (При некоторых добавлениях они могут стать логически эквивалентными.)

Вместо ящиков можно использовать также сходную процедуру. Это ничего не изменит с точки зрения воспроизведения простой суммы операций или произвольных связей. Можно также ввести некоторые «отношения», создавая некую констелляцию, содержащую простую сумму отношений. Можно также непосредственно использовать пространственные отношения.

Такая «скопированная» структура дает возможность изучать процессы обучения и выполнения действий и выяснить, не упускаются ли при этом какие-нибудь очень важные осмысленные действия [1].

Можно, конечно, вести обучение, формируя такую установку на подражание. Можно изучать психологические различия в трудностях обучения, запоминания, переноса. Похоже, что копии будут дольше заучиваться, скорее забываться, и при этом соответствующие ошибки окажутся по необходимости случайными и бессмысленными. Возможности уже описанного осмысленного переноса резко уменьшаются, а сам перенос по необходимости будет почти всегда слепым [2].

[1] Один психолог — а он отнюдь не единственный, кто использовал этот подход, — попытался изучать психологию образования общих понятий и логических операций весьма сходным образом. Затем он пришел ко мне и сказал: «Теперь ты убедился, что я не чужд философии, что я не погряз в слепых экспериментах? Согласись, что я тоже философ, и что с помощью этих методов исследую самую суть логики и природу логических принципов».

[2] См. Приложение 5, где рассматривается аналогичная проблема. (См. также: K a t o n a G. Organizing and memorizing. New York, Columbia University Press, 1940). — *Прим. Майкла Вертгеймера.*

ГЛАВА 3

Задача с вертикальными углами

Вот элементарный геометрический вопрос. Две прямые линии пересекаются и образуют два угла *a* и *b*. Можете ли вы доказать их равенство?

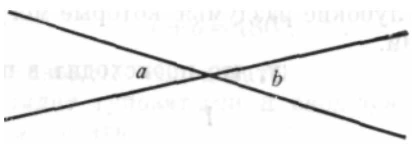


Рис. 56

Вероятно, вы изучали эту теорему в школе. Может быть, вы забыли ее — тем лучше. Попробуйте доказать ее, прежде чем вы прочтете то, что я описываю в этой главе. Возможно, тогда вы получите большее удовольствие от дальнейшего изложения.

Задавая этот вопрос сообразительным детям и взрослым, часто сталкиваешься со следующими ответами. «О чем вы спрашиваете? Разве это не очевидно? Естественно, что углы равны; разве это не понятно каждому?» И если вы настаиваете, то можете получить ответ: «Это совершенно ясно; две прямые линии сначала сходятся, а потом расходятся в одном и том же направлении».

Одно из основных затруднений при решении этой задачи заключается в том, что ученик не понимает — и не может понять — смысла вопроса. Он кажется искусственным, бессмысленным. Часто в такой ситуации не могут понять, зачем требуется доказательство; многие не понимают или не способны понять значения доказательства, потребность в котором возникла в ходе развития теоретической математики.

Некоторые говорят: «Конечно, вы можете доказать это, если захотите. Разрежьте лист по вертикали, переверните

половину листа и наложите один угол па другой. Посмотрите углы на свет. Вы увидите, что они совпадают». Если я говорю: «Согласен, они совпадут, но можете ли вы показать здесь, на чертеже, что они равны?» — то большинство испытуемых не знают, что делать. Некоторые по-

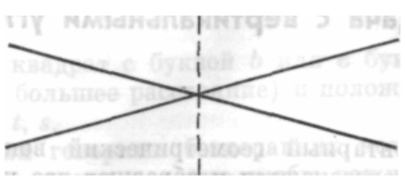


Рис. 57

гружаются в глубокие раздумья, которые могут быть малопродуктивными. Сначала я расскажу, что происходит в школах.

I

Учитель доказывает теорему. Он проводит линии, обозначает углы и продолжает следующим образом:

$a + b = 180°$

$b + c = 180°$

$a = 180° - c$

$c = 180° - b$

$a = c$, что и требовалось доказать.

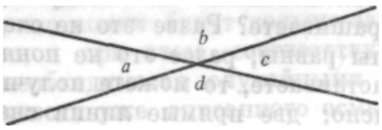


Рис. 58

Можно описать этот процесс в терминах традиционной логики или ассоциативной теории. Учитель показывает ряд последовательных операций, производит сложения, пишет равенства, преобразует их и наконец получает результат. Он может начать с аксиом или некоторых общих положений и применить их к данному случаю. Ученики заучивают доказательство и после этого могут повторить его.

130

Конечно, доказательство может быть описано в терминах ряда операций, и для проверки его валидности их необходимо рассмотреть. Но является ли такая совокупность нескольких операций тем, что действительно отражает существо дела?

Через несколько дней учитель вызывает ученика к лоске и просит доказать равенство углов. Если теперь ученик слово в слово повторяет то, чему научил его учитель, то мы не знаем, повторяет ли он услышанное слепо, рабски или же действительно постиг доказательство, понял его.

Бывает, что ученик не вспоминает доказательство точно и пишет:

$a + b = 180°$

$c + d = 180°$

затем смело говорит: «Следовательно, a—c». Другие теряются, выглядят туповатыми и сконфуженными. Некоторые могут написать:

$$a + b = 180°$$
$$\underline{b + c = 180°}$$
$$a = 180° - b$$
$$b = 180° - c$$

и оказываются в равной степени беспомощными [1].

Но вы также сталкиваетесь со следующими действиями:

$$a + d = 180°$$
$$\underline{c + d = 180°}$$
$$a = c$$

Некоторые ученики, видя это, смеются: «Посмотрите! Он сделал две ошибки!» Но действительно хороший ученик говорит или, может быть, говорит себе: «Почему я должен заботиться о словах. Неважно, как я это сделаю». Учитель спрашивает, не может ли он написать доказательство точно в той форме, в которой оно было дано, и он уверенно пишет:

$$b + c = 180°$$
$$\underline{c + d = 180°}$$
$$b = d$$

[1] Ср. гл. 1, с. 42 и сл. Такие нелепые действия, вообще говоря, не характерны для поведения детей; они могут возникнуть главным образом в результате механических упражнений.

Это, конечно, оригинально, но явно отличается от тех изменений, которые внес первый ученик.

Мы видим, что дело не в «количестве ошибок». Одна ошибка может делать ответ совершенно бессмысленным; вместе с тем две «ошибки» могут привести или не привести к успеху, действия могут быть осмысленными или бессмысленными. Две «ошибки» могут иногда указывать на осмысленное понимание. Что же является в данном случае решающим? Вернемся к этому вопросу позже.

Находятся ученики, которые приходят в замешательство, если учитель использует чертеж с непривычными обозначениями. Это не является доказательством того, что «разум целиком управляется привычками» [1]. Это доказывает, что отдельные индивиды слепо следуют «тому, чему их учили». Другие могут слегка удивиться изменениям, но то, что они пытаются сделать, отличается от подражательного, бессмысленного повторения.

Вот примеры *A*- и *B*-решений.

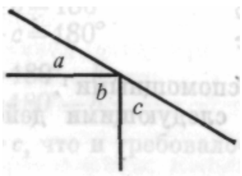


Рис. 59

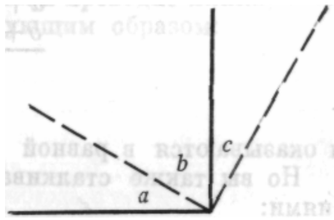


Рис. 60

1. Дана прямая линия; две другие линии образуют известный угол, например 90°. Если ученик смело использует здесь выученное доказательство, то он показывает, что ничего не понял.

Это — *B*-задача.

2. Дан прямой угол. Две пунктирные линии также образуют прямой угол. Одни ученики отказываются от попыток: «Но, учитель, мы этого не проходили». Другие же действуют содержательно, несмотря на сильно измененную ситуацию.

Это — *A*-задача.

[1] Thorndike E. L. The psychology of algebra. New York, Macmillan, 1920, p. 458. (См. гл. 6 о Торндайке).

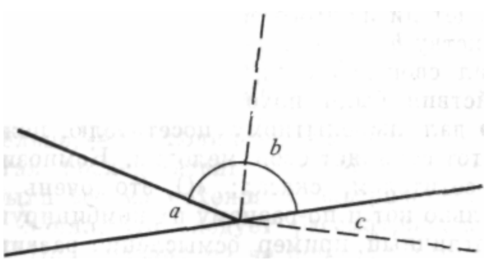


Рис. 61

3. Чертится угол *a,* одну из его сторон продолжают, образуя угол *b. b* делится пополам пунктирной вертикальной линией. Добавляется четвертая линия, образующая с биссектрисой прямой угол. Требуется доказать равенство углов а и с. Читатель может сам установить, является ли этот случай *A*- или *B*-задачей.

II

Теперь я расскажу об экспериментальных результатах, которые я получил, предлагая испытуемым самостоятельно доказать равенство двух углов, *a* = *c*. Это трудная задача. Большинство испытуемых не достигло успеха. Я надеюсь, что читатель поймет почему: необходимые структурные операции нелегко себе представить (ср. с. 135 и сл.). В качестве иллюстрации приведу три примера.

1. Расскажу сперва об испытуемом (взрослом), который действовал в значительной степени в соответствии с классическими положениями традиционной логики. Он сказал: «Посмотрим, какими общими положениями я располагаю». Спустя некоторое время он стал выписывать истинные равенства:

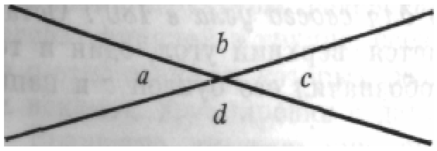


Рис. 62

$a+b=180°$
$a+d=180°$
$b+c=180°$
$c+d=180°$
$a+b+c+d=360°$
$(a+b)-(c+d)=0$

Затем он начал производить перестановки, комбинировать равенства парами, складывать их, вычитать, следя за

133

тем, не выйдет ли из этого чего-нибудь. Наконец он пришел к равенству $b = d$, но и не подумал остановиться здесь и продолжал свои действия, пока не получил $a = c$.

Эти действия были похожи на ответ, который один композитор дал любопытному посетителю, пожелавшему знать, как тот сочиняет свои мелодии. Композитор, утомленный посетителем, сказал: «О, это очень просто: я беру несколько нот и по-разному их комбинирую».

2. Вот отличный пример осмысленно развивающегося процесса. Испытуемый, к счастью, мыслил вслух (временами бормотал). Сожалею, что я не могу хорошо описать изменения в выражении его лица и голоса в ходе работы.

Глядя на чертеж, он медленно сказал: «Итак, это не отдельные углы, относительное положение которых произвольно». Когда его спросили, что он имел в виду, он нарисовал:

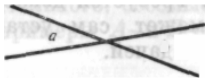


Рис. 62А

Рис. 62Б

«Они не похожи на такие углы. Они являются соответственными частями фигуры. Видно, что прямые линии пересекаются. Эта прямизна линий должна быть как-то связана с равенством углов!.. Прямизна в терминах углов означает 180°…» Тогда он начертил:

Рис. 63

в сказал: *«Я вижу, что а выступает как часть для своего угла в 180°,* b *— как часть для своего угла в 180°!* Остатком в обоих случаях является верхний угол, один и тот же в обоих случаях!» Он обозначил его буквой *c* и написал два равенства:

a+c= 180°

b+c= 180°

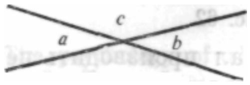


Рис. 64

Затем он продолжал: «Очевидно, что *a* в *a + c* является тем, чем *b* — в *b*+*c*», — и написал:

a = 180°—c

b = 180°—c

«Следовательно, — заключил он, — *a = b*».

3. Другая последовательность действий, первые шаги которой были весьма похожими, завершалась иначе. Испытуемый понял, что следует рассматривать а и *b* как части 180°. Но поначалу он не понимал, что нужно рассматривать эти условия в связи с остатком. Он рассуждал следующим образом: «Я должен использовать *a* как часть 180°; я должен использовать *b* как часть 180°». Он нарисовал:

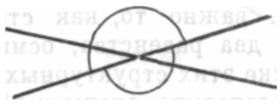


Рис. 65А

Затем он начал колебаться, говоря: «Существует еще одна возможность образования пар». Просияв, он изменил рисунок на:

Рис. 65Б

III

Осмысленный процесс типа описанного нами в двух последних примерах включает операции группировки, осознания структуры, равенства, симметрии, «совпадения ролей», функций в группе, осознания отношений, а именно ρ-отношений, в которых реализуются внутренние связи искомой группировки с данной структурой.

Возможно, читатель уже понял, что является существенным в *A*- и *B*-случаях и реакциях. В *A*- и *B*-реакциях (см. рис. 59—61) имеет значение не повторение пунктов, не копирование заученной совокупности шагов, а струк-

турные вопросы. Для установления равенства *а и с* один из углов, угол а, рассматривается как часть 180°, как часть угла $a+b+c$ также рассматривается как часть 180° — угла $c+b$. При одинаковом остатке углы *a* и *c* должны быть равны. Структурный результат заключается в следующем:

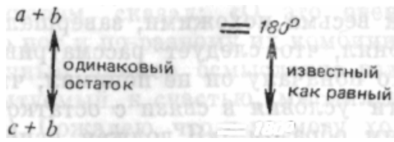


Рис. 66

Таким образом, важно то, как структурно связаны друг с другом эти два равенства; осмысленное действие заключается в поиске этих структурных требований. *B*-реакции нарушают последние, слепы к ним. *A*-реакции определяются ими, но внутри *A*-реакций оперирование фазами весьма свободно; несущественно, «правильно ли повторяются» шаги доказательства.

В общем виде структура такова:

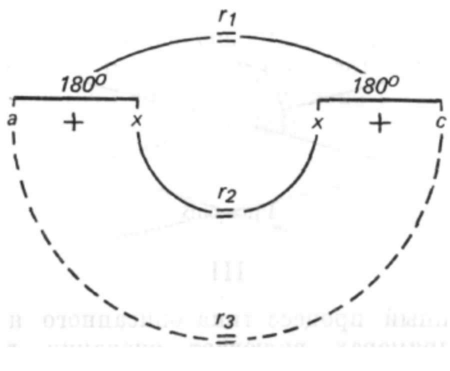


Рис. 67

Решающее значение имеет не природа составных частей, а тип группировки в связи с отношениями:

r_1, равенством подцелых,

r_2, идентичностью остатка,

ведущими к r_3, равенству двух углов.

Это не простая совокупность отношений или операций: она взаимосвязаны с заданием, являются осмысленными частями замкнутого целого.

Некоторые теоретики признают необходимость целостного взгляда, но тем не менее упускают самое главное. Они описывают некоторые *B*-реакции следующим образом: «Испытуемый ошибся, потому что не принял во внимание все элементы или отношения». Все элементы?

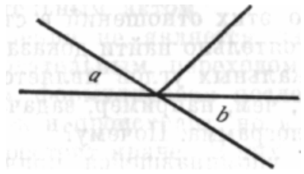


Рис. 68

Все отношения? Но для осмысленных процессов как раз характерно то, что *не* принимаются в расчет все элементы. Когда дан этот рисунок и требуется доказать, что $a = b$, на пятую линию не обращают внимания. Короче говоря, «целое» не значит «все», но относится к структуре тех единиц, которые связаны с заданием; оно относится к «хорошему гештальту».

Читателю станет ясно, если он применит эту структурную схему (рис. 67) к *А*- и *B*-реакциям. В некоторых *B*-случаях — бессмысленных или безвыходных — отсутствует одно основное отношение, в других — присутствуют два основных отношения, как показано на рис. 69.

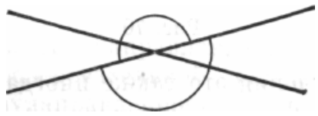


Рис. 69

Но действия оказываются слепыми потому, что неверно выбрано место единиц, которые они связывают. Это значит, что решающими являются не отношения сами о себе, а отношения в зависимости от их места в рамках хорошей структуры.

На рис. 67 отношение 1 является не отношением между элементами, а отношением между двумя группами,

или подцелыми, которые рассматриваются как симметричные. Их равенство (отношение 1) играет в этом процессе решающую роль, каким бы по величине ни был угол (элемент), равным ли 180°, 90° и т. д. Отношение 2 является отношением между «гомологичными» единицами двух подгрупп. Из отношения 1 и 2 следует искомое отношение 3: $r_1\ r_2 \supset r_3$. (Логик не должен заблуждаться относительно формулы: из $r_1\ r_2$ следует r_3. Это не случай логического следования. Формула лишена смысла, если не учитывается место этих отношений в структуре.)

Задание самостоятельно найти доказательство теоремы о равенстве вертикальных углов является, видимо, гораздо более трудным, чем, например, задача на определение площади параллелограмма. Почему?

Помимо ранее упоминавшейся причины, заключающейся в том, что требование доказательства вообще часто остается совершенно непонятным, главная причина, по-видимому, состоит в том, что в этой ситуации следует рассматривать чертеж как две симметричные по смыслу конфигурации *ab/bc,* которые перекрываются, и поэтому сохраняется возможность совместного рассмотрения нужных углов *a* и *c*.

Понимание того, что угол а «играет в *ab* такую же роль, как *c* — в *bc*», требует значительной ясности мышления [1]. Некоторые испытуемые помогают себе, рисуя две фигуры:

Рис. 70

И в процессе обучения это также иногда способствует пониманию.

IV

Решающим в *A*- и *B*-реакциях была структурная связь пар равенств. Но этого недостаточно. В реальных случаях сама идея первого равенства, идея группировки данного угла с третьим, часто возникает потому, что для обоих рассматриваемых углов это может быть проделано симметричным образом. Эта операция не является операцией в себе и для себя, но находит свое оправдание как часть плана. Испытуемый чувствует, что эти две операции (позднее — равенства) будут связаны друг с другом и, таким образом, приведут к решению. Это не два последовательных акта, но, когда осуществляется первый, он уже предстает как один из членов пары. Хотя операция фиксируется отдельной формулой, на самом деле она не является самостоятельным актом.

Процесс мышления не является, как считают многие, простым последовательным переходом от одного пункта к другому путем формулировки последовательных суждений; иногда так и происходит, но в актах подлинного мышления дело обстоит иначе. В них действие начинается с рассмотрения целостных свойств, а отдельные элементы рассматриваются в качестве частей целого.

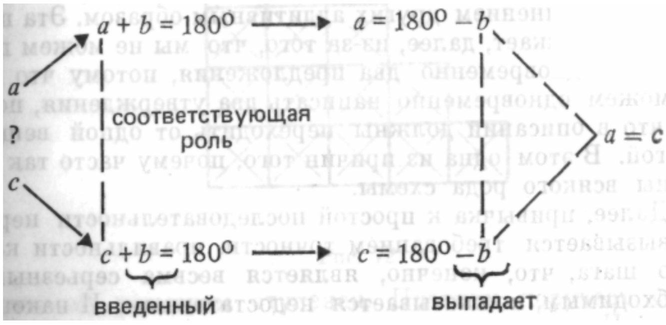


Рис. 71

Ход мышления, его направление является в этом случае не одной последовательной операцией; существует симметричная двунаправленность: каждый из двух нужных углов рассматривается как часть целого, образованного введением третьего угла, который впоследствии может быть вычтен в силу смысловой симметрии операций.

Аналогично некоторые действия требуют совместной, симметричной кооперации обеих рук, дополняющих движения друг друга. В некоторых случаях было бы бес-мысленно действовать посредством простого перехода от одной отдельной операции к другой. Вы даете ребенку две игральные карты и просите его «сделать домик». Ре-

бенок может взять одну из карт и наклонить ее примерно на 30° от вертикали, то есть произвести действие, которое является осмысленным только в связи с идеей завершенной структуры. Такое действие лишь с одной из карт без понимания того, что будет проделано с другой, является бессмысленным. Существуют испытуемые, которым в ходе обучения привили привычку действовать только последовательно, шаг за шагом, это мешает их мышлению. Не следует считать, что мы всегда должны совершать одно действие за другим, думая: «Я позабочусь о других вещах позже». Постарайтесь сначала понять, что вы делаете в данном контексте, рассматривайте вещи как части этого контекста.

Привычка к последовательности, равно как и широко распространенная теория, согласно которой мышление по своей природе является последовательным [1], возникает вследствие ее адекватности ситуациям последовательного сложения, в которых выполнение одной из операций связано с выполнением других аддитивным образом. Эта привычка возникает, далее, из-за того, что мы не можем произнести одновременно два предложения, потому что мы не можем одновременно написать два утверждения, потому что в описании должны переходить от одной вещи к другой. В этом одна из причин того, почему часто так полезны всякого рода схемы.

Далее, привычка к простой последовательности нередко вызывается требованием точности, правильности каждого шага, что, конечно, является весьма серьезным и необходимым, но оказывается недостаточным. И наконец, она возникает потому, что правильные выражения, или логические, формальные выражения, оказываются возможными лишь по отношению к суммам единиц. Повторяем: они связаны с аксиоматическим допущением, согласно которому мышление является и должно быть вербальным по своей природе, и логика обязательно связана с языком. Оба эти предположения являются неверными обобщениями. По-видимому, понятие целого не поддается формальному описанию.

[1] См. формулировку Канта, согласно которому мышление по необходимости является только *дискурсивным.*

ГЛАВА 4

Знаменитая история о маленьком Гауссе

Начнем с вопроса к читателю.

В новом доме вдоль стены холла строится лестница. В ней 19 ступенек. Со стороны холла лестница будет облицована квадратными резными панелями с размерами,

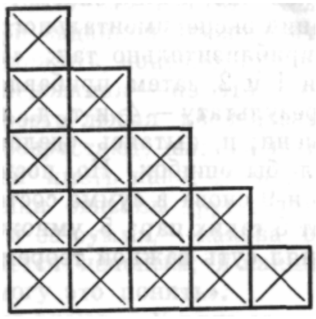


Рис. 72

равными размерам ступенек. Плотник поручает своему помощнику принести панели из магазина. Помощник спрашивает: «Сколько панелей я должен принести?» «Определи сам», — отвечает плотник. Помощник начинает считать: 1 + 2 = 3; +3 = 6; +4=10; +5 = ...

Плотник смеется: «Подумай. Разве ты должен сосчитывать их одну за другой?»

Дорогой читатель, что бы вы сделали, если бы оказались на месте помощника?

Если вам не удалось найти лучший способ, я спрошу: «А если бы лестница не примыкала к стене и потребовались бы квадратные плиты для обеих сторон? Помогло бы вам, если бы я посоветовал решить этот вопрос, сделав образцы этих двух сторон из бумаги?»

Дальнейший материал представляет собой различные экспериментальные вопросы, с помощью которых я изу-

чал особенности проблем, связанных с задачей Гаусса.

Теперь я расскажу историю о маленьком Гауссе, будущем знаменитом математике. Она заключается в следующем: шестилетним мальчиком он учился в средней школе небольшого городка. Учитель предложил контрольное задание по арифметике и объявил классу: «Кто из вас первым найдет сумму 1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + 7 + 8 + 9 + 10?» Очень скоро, в то время как остальные все еще были заняты вычислениями, юный Гаусс поднял руку. «Liggetse», — сказал он, что означало: «Вот!»

«Каким образом, черт побери, тебе это так быстро удалось?» — воскликнул пораженный учитель. Юный Гаусс ответил — конечно, мы не знаем точно, что он ответил, но на основании экспериментального опыта я считаю, что он ответил приблизительно так: «Если бы я искал сумму, складывая 1 и 2, затем прибавляя к сумме 3, затем к новому результату — 4 и т. д., то это заняло бы очень много времени; и, пытаясь сделать это быстро, я, пожалуй, наделал бы ошибок. Но посмотрите, 1 и 10 в сумме дают 11, 2 и 9 снова в сумме составляют Н. И так далее! Существует 5 таких пар; 5, умноженное на 11, даст 55». Мальчик понял суть важной теоремы [1]. Запишем это в виде схемы:

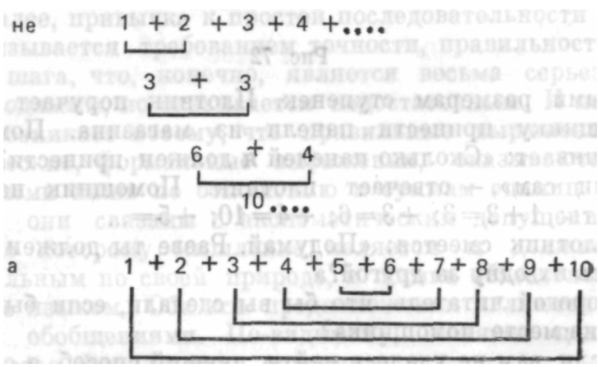


Рис. 73

[1] $S_n = (n+1)\frac{n}{2}$

Подобно учителю, предложившему классу эту задачу, я задавал ее многим испытуемым, включая детей разного возраста, желая узнать, будет ли найдено правильное решение и какие средства, какие условия могут помочь найти его. Для того чтобы изучить связанные с этим решением шаги и его характерные черты, я применял систематические вариации; некоторые из них опишу в дальнейшем. Иногда я предлагал очень длинные ряды. Я прямо говорил: «Решите задачу, не прибегая к громоздким сложениям» — или просто ждал реакции испытуемых.

Вот лучшие из типичных процессов, которые я обнаружил.

1. Сначала не было заметно, что человек решает задачу. Затем: «При заданной последовательности чисел, которые нужно сложить, конечно, правильно складывать их в порядке следования — но это так утомительно». Вдруг: «Это не просто любая последовательность; числа последовательно возрастают, шаг за шагом, — этот факт может... он должен иметь какое-то

отношение к сумме. Но как эти две вещи связаны друг с другом — форма последовательности и ее сумма, — какова внутренняя связь между ними, остается неясным; я каким-то образом чувствую это, но не могу это понять».

Через некоторое время: «У ряда есть направление возрастания. У суммы нет направления. Так вот: *возрастание* слева направо связано с соответствующим *убыванием* справа налево! Этот факт *должен* иметь отношение к сумме. → все больше и больше; ← все меньше и меньше — в той же пропорции. Если двигаться слева направо, от первого числа ко второму, то увеличение будет равно единице; если двигаться справа налево, от последнего числа к предпоследнему, то уменьшение будет равно единице. Следовательно, сумма первого и последнего числа должна быть той же, что и сумма следующей внутренней пары. И это должно быть так всюду!»

«Остается только ответить на вопрос: сколько таких пар? Очевидно, что число пар равно половине всех чисел, следовательно, равно половине последнего числа».

В сущности, здесь происходит перегруппировка, реорганизация ряда в свете данной задачи. Это не слепая перегруппировка, она естественно возникает по мере того, как испытуемый старается постичь внутреннюю связь

между суммой ряда и его структурой. В этом процессе различные элементы явно приобретают новый смысл, новое функциональное значение. 9 теперь рассматривается не как 8+ 1, а как 10—1, и т. д.

Если подобным образом приходят к общей формуле $S_n = (n+1)\frac{n}{2}$, то рассматривают ее члены в свете такой структуры: $(n+1)$ представляет величину пары, $\frac{n}{2}$ — число пар. Но многие знающие только формулу, подходят к ней совершенно слепо. Для них все формулы

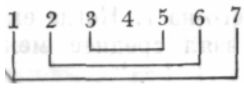
$$(n+1)\frac{n}{2}, \text{ или } \frac{n+1}{2}n, \text{ или } \frac{n(n+1)}{2}, \text{ или } \frac{n^2+n}{2}$$

попросту эквивалентны [1]. Для них, по-видимому, оба n означают одно и то же. Они не осознают, что в случае первой формулы n в выражении n+1 является одним из членов пары, тогда как n в $\frac{n}{2}$ означает число членов ряда, определяющее число пар. Конечно, эти четыре формулы приводят к одному и тому же конечному результату и являются в некотором смысле эквивалентными, но психологически они не эквивалентны [2]. В действительности они различны и с логической точки зрения, если рассматривать их в отношении их формы и функции, а не только в терминах внешней эквивалентности. Конечно, это логический вопрос, но только при условии, что из логики не исключается функциональное значение членов, генетический вопрос, вопрос подхода к формуле — вопрос осмысленного нахождения или понимания формулы.

Формула оказывается в равной степени применимой, когда ряд оканчивается нечетным числом, например:

[1] Например, даже формула $\frac{\left(n+\frac{1}{2}\right)^2}{2}-\frac{1}{8}$. Или сравните со слепым обобщением формулы $\frac{n^2+n}{2}$ в виде формулы $\frac{n^x+n}{x}$.

[2] Психологическое различие объективно выражается в реакциях на измененные задания. См. с. 148—149.



Здесь описанная группировка иногда вызывает колебания: что делать с числом, которое нельзя объединить в пару? В этом случае необходим следующий шаг. Это отдельное число может привести к неожиданной догадке: «Это число, должно быть, является половиной пары,

$\frac{n+1}{2}$»! И после некоторого обдумывания выясняется, что это не меняет формулы: есть 3 пары и остаток в середине, который теперь рассматривается как половина пары [1].

Существуют другие способы продуктивных и осмысленных действий. Следующая последовательность действий одиннадцатилетнего мальчика подобна только что описанной. После того как я просто спросил его: «Чему равно 1+2+3+4+5+6+7+8+9?» — он недовольно сказал: «Должен ли я их сосчитать?» «Нет», — ответил я. Неожиданно улыбнувшись, он сказал: «На конце находится число 9. 8 плюс 1 в начале ряда тоже равно 9, и то же должно быть для других пар...» — и назвал ответ.

2. Другой способ, найденный двенадцатилетним мальчиком, начинался иначе. Задание было таким: 1+2+3+ + 4 + 5 + 6+7.

Когда его попросили не вычислять сумму шаг за шагом, он медленно проговорил: «Эти числа последовательно увеличиваются...» А затем с неожиданной радостью: «А, у меня есть идея! Я просто возьму число, стоящее в середине, и умножу его на количество членов последовательности, которое, конечно, равно последнему числу». Было ясно, что для него это открытие.

Когда его попросили объяснить, что он имеет в виду, он взял среднее

$$^{1}\ \underset{\text{пара}}{(n+1)}\cdot\underset{\text{число всех полных пар}}{\frac{n-1}{2}}+\underset{\text{половина пары}}{\frac{n+1}{2}}=(n+1)\frac{n-1}{2}+(n+1)\frac{1}{2}=(n+1)\frac{n}{2}$$

число 4 и умножил его на 7. Когда ему дали ряд, оканчивающийся на 8, он взял среднее между 4 и 5 значение, то есть 4.

На языке общей формулы это означает: $c \cdot n$ (средний член, умноженный на n), или $\frac{n+1}{2}n.$ Эта формула структурно отличается от первой, в которой $n+1$ было суммой каждой пары, а $^{n}/_{2}$ — числом пар.

Я хотел еще лучше понять, что он имел в виду и как он достиг решения. Он не мог дать какую-либо ясную математическую формулировку, но сказал: «Числа последовательно увеличиваются. Это означает, что центральное число важно для определения суммы. Числа увеличиваются к правому концу ряда, они уменьшаются к его левому концу. Таким образом, то, что прибавляется при движении направо, отнимается при движении налево» (см. рис. 74).

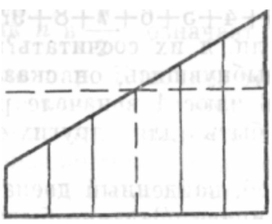


Рис. 74

[1] Ср. гл. 1, с. 77 и сл. Испытуемые обнаруживают структурное нарушение и устраняют его: два структурных нарушения компенсируют друг друга и исчезают, образуя цельную, ясную и четкую структуру.

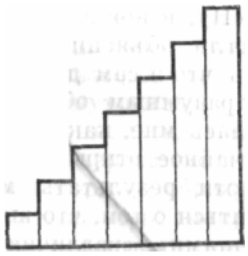


Рис. 75

Этот способ служит разумным обоснованием хорошо» известной процедуры, в ходе которой учитель говорит: «Для того чтобы определить сумму такого ряда, выпи-

Рис. 76

шите его, затем прямо под ним напишите тот же самый ряд в обратном порядке и сложите все вертикальные пары. Они равны:

1+ 2+ 3 + 4+ .... +58+59+60
60+59+58 +57+ ... +3+ 2+ 1

61+61+61+61…… 61+61+61+61»

Несколько человек в моих экспериментах предложили эту процедуру в качестве решения. Они сказали, что выучили этот способ в школе. Когда их спросили, почему они написали ряд дважды и второй раз в обратном порядке, все они были весьма озадачены и не знали, что ответить. Когда, настаивая, я спросил: «Мне нужна сумма ряда, зачем же сначала находить удвоенную сумму?» — боль-

шинство отвечали: «Ну, в конце концов это ведет к решению». Они не могли объяснить, как возникла идея удвоения. Признаюсь, что я сам долгое время не мог объяснить, как можно разумным образом прийти к идее удвоения. Она казалась мне, как и многим другим, трюком, похожим на случайное открытие [1].

Когда я показал эти результаты математику, он ска-зал: «Зачем беспокоиться о том, что вы называете «функциональными различиями», «различиями в значении членов»? Важна только формула, которая одинакова во всех случаях».

Такой подход, конечно, оправдан, если дело касается лишь правильности или валидности конечного результата. Но если вы пытаетесь понять психологический процесс продуктивного мышления, вы *должны* исследовать, рассматривать члены в их функциональном значении. Это приводит к решению в ходе разумных, продуктивных процессов, в этом и состоит основное различие между осмысленным поиском формулы и усвоением в результате слепого обучения или случайных проб и ошибок.

Структурные операции в различных описанных выше процедурах в некоторых отношениях отличаются друг от друга [2]. Но существует также и сходство между ними:

[1] Ср. похожий способ определения площади треугольника с помощью дополнения его до параллелограмма или дополнение прямоугольного треугольника до прямоугольника.

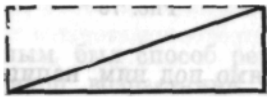


Рис. 77

[2] Организация, группировка и т. д. в наших трех примерах соответствуют следующим формулам:

1. $S=(n+1) \cdot \frac{n}{2}$

величина одной пары число пар

2. $S=c\left[=\frac{n+1}{2}\right] \cdot n$

центральное значение число членов

3. $2S=(n+1) \cdot n$

одна пара (или высота) число пар (или основание)

сначала испытуемые видят проблему, осознают ее. Для этого необходимо понимание, схватывание конкретной структуры ряда в свете того, что требуется определить. Потребность понять внутреннюю связь между данной структурой и поставленной задачей ведет к перегруппировке, к структурному переосмыслению. Фазы и операции решения ни в коей мере не образуют случайную, произвольную последовательность; напротив, они возникают как части единого целостного процесса мышления. **Их** выполнение обусловлено видением целостной ситуации, ее функциональными требованиями, а не является результатом простой случайности или бессмысленного повторения старых эмпирических связей.

Хотя весь процесс иногда длится не более минуты — как в случае двух упоминавшихся мальчиков, — идея часто возникает в весьма туманной форме, сначала как возможные направления основных способов группировки и т. д. Порой до того, как ситуация становится действительно прозрачной, совершенно ясной, проходит некоторое время. Это особенно относится к случаю, когда ищется формула. Схватив идею, испытуемые могут увидеть некоторые структурные свойства искомого равенства задолго до того, как способны написать его конкретную формулу. Я думаю, что этот этап мышления часто представляется туманным главным образом потому, что еще не разработаны точные понятия для описания структурных свойств, свойств целого. Конечно, действительное решение проблемы станет возможным только после того, как будут выявлены все относящиеся к делу вопросы. Но идея симметричной компенсации часто является существенной частью этого процесса. На этом этапе испытуемые, часто не колеблясь, отвергают предлагаемые формулы, которые не согласуются с найденными структурными свойствами, отвергают задолго до того, как могут написать правильную формулу. Так, композитор, представляя себе мелодию в целом, пытается конкретизировать ее на фортепиано, придумывает что-то и решительно отвергает как неподходящее и т. д., пока наконец не находит именно то, что воплощает его замысел.

II

Я приведу несколько примеров задач, которые использовал в экспериментальном исследовании задачи Гаусса. Как и в случае задачи на определение площади параллелограмма, моими испытуемыми были люди разного возраста, главным образом дети. На примере 1+2+3+4+ + 5 + 6 им был показан метод Гаусса, обычно — без формулы, а иногда — с формулой. Затем, для того, чтобы увидеть, каковы будут спонтанные действия испытуемых, какая им потребуется помощь, какая помощь действительно окажется эффективной и т. д., им предъявлялись задания типа описанных ниже.

Читатель может попытаться угадать, какова была природа реакций в этих случаях: иногда встречались прекрасные продуктивные процессы (*A*-реакции, особенно в случае задач *d* и *e),* иногда испытуемые обобщали формулу, иногда встречались бессмысленные *B*-реакции.

Предоставим читателю возможность попробовать самому: пусть он увидит, что с ним произойдет в процессе решения этих задач — так или иначе, все они являются *A*-задачами.

Чему равна сумма:

a. 1 + 2+3 + 4 ....+58 + 59

b. 17 + 18 + 19 + 20+21 + 22 + 23

c. 1+2+3+4 +16 + 17 + 18 + 19

bc. 96 + 97 + 98 +102 + 103 + 104

d. 1+5+9+13+17+21

bd. 9 + 11 + 13 + 15 + 17 + 19 + 21

Чему равно произведение:

e. $1 \cdot 2 \cdot 4 \cdot 8 \cdot 16 \cdot 32$

be. $5 \cdot 10 \cdot 20 \cdot 40 \cdot 80 \cdot 160$

f. $\frac{1}{8} \cdot {}^{1}/_{4} \cdot {}^{1}/_{2} \cdot 1 \cdot 2 \cdot 4 \cdot 8$

Я уже говорил, что все эти задачи являются в определенном смысле *А*-задачами. Надеюсь, что вам это понятно.

В *а* первоначальный ряд продолжен. Если выучена формула, то эта задача являемся просто частным случаем формулы.

Ряд *b* начинается не с 1. Как действовать в этом случае? Не видите ли вы какого-либо прямого пути? Конечно, выбрав круглое число, я сделал это задание более легким. Подумайте о формуле, которая будет включать этот случай как частный.

В ряде *с* есть разрыв. Мешает ли он вам?

В ряде *d* изменена разница между членами. Что вы будете делать в этом случае?

Для рядов *е* и *f* нужно определить произведение. Удивило ли это вас? Нашли ли вы решение? Могли ли вы написать формулу?

Конечно, я не учил маленьких детей формулам, я также не просил найти их. Я часто выбирал более простые числа, чем в рядах *b* и *bc,* или более легкие случаи, чем *е, f*, но не обязательно более короткие ряды, а часто гораздо более длинные. Нужно соблюдать осторожность в отношении последовательности заданий. Лучше всего перейти сразу от первоначального задания к одному из последних, к *d* или *е.*

Часто при решении таких задач сталкиваешься с интересными случаями: иногда — с удивительно точными реакциями, о чем свидетельствуют также замечания испытуемого, а иногда — с полной беспомощностью, удивительно бестолковыми или слепыми ответами даже у умных людей, особенно если такая слепота возникает из-за действий по привычке или в результате механического усвоения (см. гл. 1, с. 44). Характер как осмысленных, так и бессмысленных реакций проливает свет на обсуждаемые психологические проблемы.

Что касается задач типа *е* и *f*, требующих перехода от сложения к умножению, то я могу привести следующий случай: на примере 1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + 7 + 8 я показал метод Гаусса одиннадцатилетнему мальчику. Затем я дал ему ряд 1 · 2 · 3 · 10 · 15 · 30. «Нет, — сказал он, — здесь невозможно применить этот прекрасный метод...» Но спустя некоторое время внезапно добавил: «А если перемножить эти числа, то метод сработает!..» — и он показал способ группировки 30 · 30 · 30, самостоятельно открыв применение данного метода к произведениям.

В форме сложения этот последний ряд был *B*-случаем, а в форме умножения — *A*-спучаем. Это дает возможность систематически использовать в экспериментах пары *A*- и *B*-форм таких рядов, как следующие:

5 + 10 + 20+40+80 + 160 (*B*-случай)

5 · 10 · 20 · 40 · 80 · 160 (*A*-случай)

1 + 2 + 4 + 8+16+32 (*B*-случай)

1 · 2 · 4 · 8 · 16 · 32 (*A*-случай)

Однако для некоторых рядов задача в форме сложения представляла собой *A*-случай:

5 + 10 + 15 + 20 + 25 + 30 (*A*-случай)

5 · 10 · 15 · 20 · 25 · 30 (*B*-случай)

Или:

1+2+3+4+5+6 Первоначальный ряд

1 · 2 · 3 · 4 · 5 · 6 (*B*-случай)

1 · 2 · 3 · 4 · 6 · 12 (*A*-случай)

1+2+3+4+6+12 (*B*-случай)

В каких случаях отвергают этот метод, в каких — применяют, какие при этом возникают трудности и т. д. - все это характеризует понимание.

Существуют сходные примеры *B*-заданий, которые с большей вероятностью вызывают слепые реакции. Если, к примеру, вместо ряда

a) 1 + 2+3+7 + 8+9

дать ряд

b) 1 + 2 + 3 + 4+7+8+9,

или ряд

c) 1 + 2 + 3 + 4+6 + 7,

то испытуемые иногда не замечают требования симметричности двух половин ряда относительно положения разрыва. Однако некоторые испытуемые правильно и без колебаний *(A*-реакции) применяют метод в задачах типа *a),* тогда как в задачах типа *b)* и *c)* они колеблются, несмотря на то, что составные части этих рядов, несомненно, *больше* похожи на первоначальный ряд 1+2+3+4+ +5+6, чем ряд *a).* Они строго различают эти типы, ищут требуемую симметрию и в большинстве своем находят соответствующие, более сложные действия, например вос-

станавливая симметрию в *b)* путем исключения числа 4, добавляя недостающее в *c)* число 5 или меняя 4 на 5 и т. д.

Приведем следующие примеры *A*—*B*-пар в задачах типа *d:*

1+2+3+4+5+6

A 3 + 5 + 7 + 9 + 11 + 13	*A* 1 + 3 + 5 + 7 + 9 + 11
B 1+2+3+4+11+13	*B* 1+2+3+7+9+11

Хотя явно бессмысленно в *B*-случаях применять метод Гаусса (особенно если ряд длинный), тем не менее некоторые испытуемые слепо используют его. В то же время другие испытуемые разумно отвергают *B*-задачи или решают их с помощью громоздкого метода, в то время как с *A*-задачами справляются вполне осмысленно.

Таким образом можно выявлять, изучать и проверять, какие из структурных свойств задачи Гаусса являются «существенными», какова внутренняя структурная связь между операциями и формой, какие факторы являются периферическими. В различных типах задач существенными были:

в *b* — независимость структурных факторов от положения начала ряда;

в *c* — обязательная симметрия ряда, проверяемая по наличию и месту разрыва;

в d — независимость структурных особенностей от величины постоянной разности членов;

в *e* — независимость внутренней структурной связи от характера конкретных операций, о чем свидетельствует перенос на структурно сходные случаи с умножением.

Особенно интересно исследовать, какие формы задач лучше способствуют открытию метода с помощью учителя или без него. И с теоретической точки зрения очень важно было установить, что более короткие ряды отнюдь не являются самыми лучшими и даже что ряд 1 + 2 + 3 + 4+ + 5 + 6 не обязательно лучше ряда 1 + 3 + 5 + 7 + 9 + 11.

Не следует забывать следующий тривиальный факт: неупорядоченные ряды с переставленными членами вызывают особые затруднения и при применении метода, и при его открытии. Правильный порядок делает ряд умопостигаемым, указывает на необходимую согласованность членов ряда. Однако некоторые изменения порядка не

являются, по-видимому, неблагоприятными. Важна, вероятно, не величина отдельного отклонения от первоначального ряда; помогать или мешать ясному видению целого может скорее определенный тип упорядоченности. В случае

1+10+2+9+3+8+4+7+5+6

испытуемый иногда останавливается и восклицает: «Тут есть последовательность: эти числа возрастают, а эти — убывают», показывая

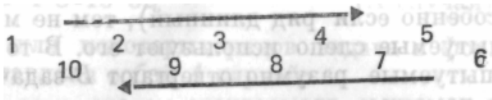


Рис. 78

или образует пары:

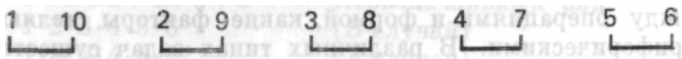


Рис. 79

Последний прием приближается к хорошо известным приемам «быстрого счета», которыми пользуются бухгалтеры, складывая большие числа. Вместо того чтобы считать, последовательно складывая числа, они считают парами или тройками, образуя легко запоминаемые круглые числа. Этим приемам, конечно, недостает понимания связи с «принципом» построения ряда.

III

Столкнувшись с задачей определения суммы ряда и не получив никакой помощи, многие не могут найти гауссова решения. Почему? Что делает эту задачу для многих столь трудной? Что кроется за словами: «Чтобы решить эту задачу, нужно обладать гением юного Гаусса»? Но почему тогда это сделал маленький мальчик из упоминавшихся примеров, причем сделал это последовательно и с легкостью? Что с психологической точки зрения лежит в основе таких творческих достижений?

Задачи Гаусса связаны со структурными трудностями. И чтобы преодолеть эти трудности и, несмотря на них,

увидеть путь к решению, требуются некоторые условия. На основании своего опыта могу сказать, что существенными чертами подлинного решения является то, что продуктивно мыслящий человек не скован, не ослеплен привычками; не просто рабски повторяет то, что выучено; не действует механически;

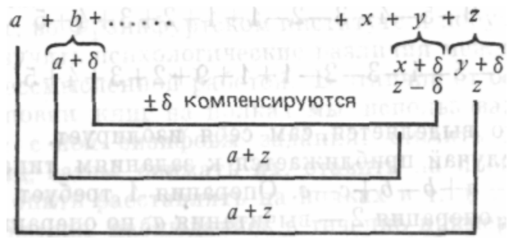
обращает внимание не на отдельные части задачи, а на задачу в целом;

его действия не являются произвольными, случайными, он открыто, свободно подходит к проблемной ситуации, рассматривает ее в целом, старается понять, как связаны условия задачи и то, что требуется определить;

пытается понять и проследить внутреннюю связь между формой задачи и поставленной целью, постичь суть проблемы, понять и сделать прозрачными основные структурные особенности упорядоченных рядов, несмотря на существующие трудности.

Задача Гаусса действительно является структурно сложной, и главная трудность заключается, видимо, в следующем: увидеть внутреннюю связь между формой и заданием (суммой) трудно, 1) потому что скрыты компенсирующиеся разности, 2) потому что

Психологически



сильный порядок прогрессии должен быть разбит на требуемые симметричные части: → и ← .

А что если бы мы упростили структуру данной ситуации, не просто предлагая ряды с меньшим числом членов, но используя задачи, в которых структурные особенности не так скрыты?

Некоторые формы задач, сходные с предыдущими примерами, явно упрощают дело, например:

$99{,}8+99{,}9+100+100{,}1+100{,}2=?$

$273^3/_5+273^4/_5+274+274^1/_5+274^2/_5=?$

или

$271+272+273+274+275=?$

Но давайте действовать радикально. Будем использовать задания, в которых компенсирующиеся разности не маскируются структурой. Решение становится естественным, если, например, спросить, какова сумма — 3—2—1 + 1 + + 2 + 3 [1].

Конечно, некоторые в этом случае будут действовать заученным образом, слепо, постепенно. Но большинство испытуемых, рассматривая ряд целостно, смеются или удивляются столь внушительно выглядящей, но тривиальной задаче. Это происходит практически со всеми испытуемыми. В таких случаях иногда получаешь ответ, даже *не* задавая вопроса, не спрашивая, какова сумма. Если ряд длинный, решение часто достигается не в результате формирования отдельных пар, а в результате осознания структуры целого, элементы которого образуют прогрессию. Если добавляется член, который явно не вписывается в ряд, как, например, в

9-5-4-3-2-1+1+2+3+4+5 или в

-5-4-3-2-1 + 1 + 9 + 2 + 3 + 4 + 5,

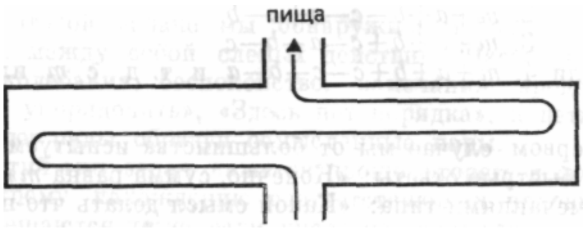
то он часто выделяется, сам себя изолирует.

Наш случай приближается к заданиям типа $m+a—a$ пли $m+a—a+b—b+c—c$. Операция 1 требует прибавления *a* к *m,* операция 2 — вычитания *a,* но операция 2 внутренне связана с операцией 1, являясь ее противоположностью. Операция 2 появляется в этом контексте в ответ на требование уничтожить результат операции 1, н наоборот. В этом заключается их структурное значение. Обе операции рассматриваются и функционируют не как простая сумма двух операций, а в их внутренней связи, которая делает ненужной, совершенно бессмысленной каждую из них в отдельности.

[1] См. также пример *f* на с. 150. Решит ли читатель его быстрее, чем задачи *e, be* или даже *c* и *bd* ?.

156

Осознание этой связи, отказ производить действия, которые компенсируют друг друга, связаны с естественным, осмысленным пониманием. Образованный психолог может даже вспомнить в этой связи о закономерностях поведения крыс. По-видимому, очень трудно, а часто просто невозможно научить крыс двигаться по лабиринту так, чтобы они проходили один и тот же путь в противоположных направлениях (см. рис. 81).



Не следует забывать, однако, что в некоторых случаях определенный тип противоположных действий становится вполне разумным — например, в ритмической игре, в ритмическом танце, подобных ряду —1 + 1, —1 + 1 и т. д. или ряду —1 + 1, —2 + 2, —1 + 1, —2 + 2 и т. д. Здесь симметрия противоположных движений играет важную позитивную роль.

В 1931 г. во Франкфуртском институте я поручил Мисс Симссен изучить психологические различия между осмысленной и бессмысленной работой. В отличие от осмысленной расстановки книг на полках мы использовали внешне сходные с ней сизифовы задания: ставить книги на полки в ряд, затем снимать их, ставить на прежние места, затем опять расставлять на полках и т. д. ... В обоих случаях действия наблюдались в течение примерно получаса. Испытуемые выполняли бессмысленное задание довольно вежливо, хотя и неохотно и с явным затруднением. Со временем сопротивление нарастало и дело доходило до открытого протеста. Но иногда в ходе выполнения задания происходило нечто поразительное: у некоторых испытуемых характер задания менялся и становился чем-то более привлекательным — действия становились похожими на ритмический танец, книги снимались и ставились на прежнее место размеренными танцевальными движениями, продолжать действия уже было не-

столь обременительно, задание превратилось в шутливую игру. Однако даже такие действия не могли продолжаться длительное время.

Вернемся к обсуждаемой нами проблеме: роль осмысленного упорядочения, особенности разумной группировки становятся технически ясными, когда мы даем детям следующие задачи и сравниваем их подходы и реакции:

1. $m + a—a + b—b + c—c$

2. $m+a+b—c—a+c—b$

3. $m + a + b + c—a—b—c$

или 4. $m+a + b+c—c—b—a$ и т. д. с m или без него [1].

В первом случае мы от большинства испытуемых получаем быстрые ответы:

«Конечно, сумма равна *m»,* иногда с замечаниями типа: «Какой смысл делать что-нибудь, чтобы тут же уничтожить результат действия?» - и они разумным образом группируют следующие пары

$$m\ |+a—a|+b—b|\ +c—c$$

и никогда

$$m+a|\ —a+b|\ —b+c|\ —c^2$$

Сходным образом, но более решительно в случае, когда имеется ряд

$$m—a + a—b + b—c + c...$$

[1] Другие конкретные случаи:

96+77-77+134-134,

или 96+77-134-77+134,

или 48+79-124-79+124,

или 48+79-79+124-124.

В последнем случае слепая процедура:

48+79=127

127-79=48

48 + 124 и т. д.

[2] Чтобы проиллюстрировать теоретические представления о проблеме переноса, рассмотрим *А— В*-случаи в элементарной форме:

1) Сначала показываем, заучиваем $a+b—a$. Например 35 + 14—35

2) *А*-форма	$c + d—c$	87+69—87
3) *В*-форма	$a + b—c$	35+14—87
4) *А*-форма	$a + b—b$	35+14—14

В 1) процедура группировки первого члена с последним «показывается, заучивается». Во 2) все члены изменены, но сохраняется структура оригинала. В 3) изменений меньше; этот пример более сходен с заученным образцом с точки зрения поэлементного анализа, с позиций представлений о простой сумме, стимуле — реакции. Но если имеется какое-нибудь понимание, то ребенок совершит перенос на задания 2) и 4), но не на задание 3).

мы получаем

$$m\ |— a + a|\ — b + b|— c + c...$$

но не $$m—a|\ +a—b|\ + b—c\ |\ +c...$$

Большинство испытуемых даже не пытаются искать сумму $m+a$ или разность $m—a$. Или, если пытаются, скоро досадуют на это, восклицая: «Как глупо, что я не увидел!»

Во второй задаче мы обнаруживаем больше не связанных между собой слепых действий. Часто наблюдаются колебания, беспокойство, замечания вроде: «Это нужно упорядочить», «Здесь нет порядка», и дети переписывают ряды, образуя осмысленные пары.

Третий тип задач кажется проще второго и приводит к быстрому нахождению соответствующих половин: задачи решаются легче, если числа не являются произвольными, а используется определенный принцип, как в $m—1—2—3 + 3 + 2 + 1$ и других подобных примерах.

Простым экспериментальным приемом изучения таких разумных способов группировки является так называемый «квадратный набор». Требуется сложить четыре числа, два из которых при сложении дают круглое число или взаимно уничтожаются

$$\begin{array}{llll} & 1)\ \begin{array}{l}+a-a\\ -b+b\end{array} & & 2)\ \begin{array}{l}+a-b\\ -a+b\end{array} \\ \text{то есть} & 1)\ \begin{array}{l}+56-56\\ -27+27\end{array} & & 2)\ \begin{array}{l}+56-27\\ -56+27\end{array}\end{array}$$

Набор 1) обычно понимается и решается как состоящий из горизонтальных пар, набор 2 — в виде вертикальных. Так же обстоит дело и в случаях, когда два или более числа не компенсируют друг друга, а составляют круглое число:

$$1)\ \begin{array}{l}+98+2\\ +75+25\end{array} \qquad 2)\ \begin{array}{l}+98+75\\ +2+25\end{array}$$

Если обозначать четыре члена в таких наборах $\begin{array}{cc} a & b \\ c & d \end{array}$, то предпочтительным способом группировки в наборах типа 1 будет *ab/cd,* а в наборах типа 2 — *ac/bd.* Психолог знает, что эти закономерности были установлены в результате исследований роли организации в восприятии, которые

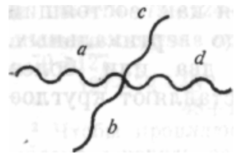
привели к открытию так называемых «гештальттенденций» в группировке [1].

В этих экспериментальных исследованиях (в них использовались в основном наборы точек или простые фигуры) была обнаружена сильная тенденция к восприятию согласованных друг с другом целостных свойств, «разумные способы группировки», признаки которых определялись внутренней структурой ситуации — так называемым фактором «хорошего гештальта».

Эти исследования показали, что тенденция к «разум-лому» восприятию коррелирует с осмысленными закономерными математическими свойствами ситуаций — хотя и с некоторыми ограничениями, вследствие того, что в восприятии важны не столько «законы образования классов», сколько свойства целого (см. с. 284 и сл.).

Проблемы, которыми мы здесь занимаемся, не связаны лишь с арифметикой или с обучением арифметике. Примером фигур, похожих на арифметический квадратный набор, является следующая оптическая констелляция, в особенности констелляция сплошных фигур — например, черных фигур на белом фоне. Набор 1 обычно рассматривается в виде вертикальных пар, а набор 2 — в виде горизонтальных [2].

[i] См.: Wertheimer M. Untersuchungen zur Lehre von der Gestalt.—"Psychologische Forschung", 1923, Vol. 4, S. 322—323; См. также: E11 i s W. D. Op. cit., p. 82, или B e a r d s l e e D. C., W e r-t h e i m e r M., Op. cit, p. 128. Например,



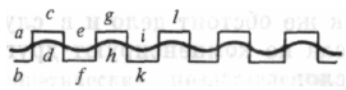


Рис. 82 Рис. 83

Рис. 82 мы видим как *ad/bc,* а не как *ab/cd.* И рис. 83 рассматриваем как *bcfgkl.../adehi,* а не как *acegi.../bdfhk...,* практически невозможно воспринять изображение на рис. 83 как целостную фигуру.

[2] Ср. экспериментальные исследования движения с помощью специально подобранных квадратных наборов.

Schiller P. v. Stroboskopische Alternativversuche. — "Psychologische Forschung", 1933, Vol. 17, S. 179—214.

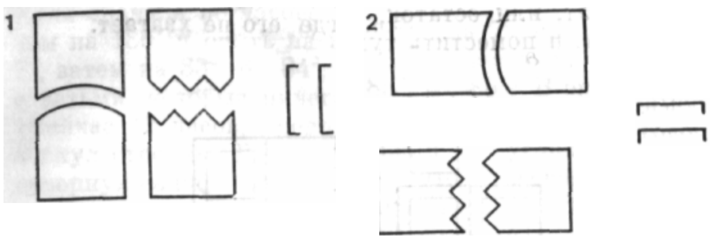


Рис. 84 Рис. 85

Или рассмотрим такую ситуацию:

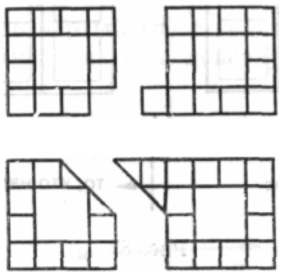


Рис. 86

При работе с такими наборами — скажем, кубиков — даже у маленьких детей обнаруживается сильная тенденция к действиям в разумном направлении. Они часто находят это направление спонтанно, «улучшая», «исправляя» ситуацию. При этом нет необходимости в языке — они просто разумно соединяют объекты, пригоняя их друг к другу. Нередко для осмысленного действия нет необходимости даже давать задание: оно определяется внутренней динамикой ситуации. Мы опять сталкиваемся здесь с ролью «нарушения», «пробела», «именно того, что требуется» как частей единого целого. Эти особенности, по-видимому, являются наиболее важными при эффективном обучении арифметике [1].

Простой иллюстрацией нашей проблемы является следующая фигура, вызывающая сильное желание уб-

[1] Благодаря многолетнему опыту изучения детей д-р Катрин Штерн разработала приемы и методы обучения арифметике, в которых важную роль играет подлинное открытие в структурных по

рать квадрат, или остаток, оттуда, где квадратов «слишком много», и поместить туда, где его не хватает.

Рис. 87

Сходные соображения, по-видимому, имеют первостепенное значение при обучении геометрии. Так, например, для осмысленного определения величины угла важно рассматривать его в качестве части единого целого, равного 360°. Если с углами в 182° и 180°, 355°, 360°, 363° обращаться просто как с *любыми* углами, как с углами одного ранга, то можно не заметить их структурного положения, их функционального значения. Здесь я напомню эксперименты с детьми, которых просили повернуть большую стрелку часов несколькими последовательными вращениями [1]. Задание было похоже на задачу Гаусса. Например: каким будет конечное положение стрелки, если ее повер-

природе задачах. Результаты такого обучения, которое доставляет большое удовольствие, кажутся в сравнении с обычным обучением (путем заучивания), которое делает основной упор на формирование ассоциативных связей, чрезвычайно хорошими. Эти методы и исследования опубликованы в: S t e r n C. Children discover arithmetic. — *Прим. Майкла Вертгеймера.*

[1] Wertheimer M. Über das Denken der Naturvölker, Zahlen und Zahlgebilde.—"Zeitschrift für Psychologie", 1912, Vol. 60, S. 321—378

нули сначала по часовой стрелке на 7°, потом на 90°, затем на 180° и опять на 90°? Или сначала на 8°, потом на 7°, затем на 83°, 6°, 84°, 5°, 85°, 4°, 86°? В экспериментах с детьми, которые ничего не знали об углах, я говорил: «Сейчас 12 часов, предположим, что я несколько раз повернул стрелку. Где остановится стрелка, если я сначала повернул ее на 7 минут, затем на 25, 5, 24, 6?»

Вот данные, полученные при решении следующих задач взрослыми испытуемыми. Я просил определить сумму векторов — сил, действующих на тело, — в следующих случаях: «Один вектор (а) с величиной *К* направлен вертикально вверх (0°), другой *(b)* с величиной *L* направлен под углом 90° к первому, третий (с) с величиной *К* — под углом 180°, четвертый *(d)* с величиной *L* — под углом 270°. Какова сумма этих сил, действующих на тело?»

Рис. 88

Результат — особенно если начертить схему — очевиден и равен нулю; противоположно направленные векторы компенсируют друг друга, противоположно направленные равные векторы объединяются в пары.

Но бывает, что человек, который видит всю фигуру, настаивает на образе действий, который он называет «строгим». Строя параллелограммы (рис. 89), он говорит: «Векторы *a* и *b* в параллелограмме сил дают в сумме результирующую силу r_1. Сложение первой результирующей и вектора *c* по правилу параллелограмма сил дает вторую результирующую (рис. 90). Последняя в сумме с *d* дает третью результирующую, которая равна нулю, а r_3 в сумме с *a* дает в результате +*a*». Он был явно ошарашен и неуверенно сказал: «Но это чепуха! И все же,

если действовать таким образом, получается a... где же ошибка?» Он затратил на напряженное обдумывание больше 14 минут и, ничего не выяснив, оставил задачу. Вернувшись к ней через некоторое время, он неожиданно довольно грустно сказал: «Понял. Я уже использовал

Рис. 89 Рис. 90

первый вектор» — и извиняющимся тоном добавил: «Я действовал глупо. Мне было ясно, что нужно перебрать все векторы. Получив 3-ю результирующую, я считал, что прошел лишь ¾ пути, только 270°... Я думал, что нужно сделать этот угол полным. Я не подумал, что уже использовал вектор *a*. Как я был глуп. Конечно, *a* и *c* в сумме дают нуль, и *b* и *d* тоже нуль. Таким образом, результирующая равна нулю».

Конечно, он за исключением последнего шага действовал правильно. Часто нужно строить каждую результирующую — этот метод является общим. Но не следует забывать, что нередко в продуктивных ситуациях решающую роль играет осмысленное видение всей фигуры в целом: осознание симметрии и равновесия целой фигуры и осмысленная группировка соответствующих отклонений. Испытуемого, очевидно, сбило с толку сильное желание замкнуть, завершить конструкцию.

Это, несомненно, крайний случай. Если нарисовать или показать схему, то почти все ответы будут осмысленными при непременном условии, что ясен смысл «векторов».

IV

Я уже упоминал, что может оказаться полезным предъявление задания в форме

$$\frac{271+272+273+274+275}{5} = ?$$

Некоторые видят решение сразу. «Конечно, 273», — отвечают они, даже не приступая к громоздким вычислениям, Другие же не видят решения и спрашивают, действительно ли нужно произвести все сложения. Даже если задание дается в качестве проверки после обучения методу Гаусса, испытуемый может начать со слепого сложения:

$$271 + 275 = 546$$

Суть этого примера в том, что знаменатель требует деления числителя на пять равных частей и таким образом помогает увидеть выражение, стоящее в числителе, как состоящее из этих пяти частей. Когда эксперименты показали, что реальные затруднения многих испытуемых сходны с затруднениями, возникающими при решении задачи Гаусса, показалось уместным ввести структурные упрощения.

Когда я спрашивал детей, чему равно

$$\frac{274+274+274+274+274}{5},\ \text{или}\ \frac{272+272+272}{3},\ \text{или}\ \frac{273+273}{2},$$

я получал от некоторых сообразительных детей четкие ответы. Большинство из них смеялись понравившейся шутке, тогда как другие удивлялись, зачем нужны такие простые задачи, или скучали, но без труда отвечали. Они легко и сразу понимали, что то, чего требует знаменатель, уже сделано в числителе. Деление на пять понималось в своем структурном значении, как требование разбиения величины числителя на пять равных частей, что уже было сделано. Или иначе, числитель, рассматриваемый как произведение, указывал на компенсацию умножения и деления.

Сложение (или, в сущности, умножение) с последующим делением соответствует здесь ситуации, когда мы что-то делаем, а затем уничтожаем сделанное, это означает тщательную работу над тем, что уже сделано, попытку получить решение, которое уже дано. Конечно, что-то необходимо проделать, а именно осознать, что решение уже есть, увидеть, что одно из чисел является не просто числом, которое нужно прибавить к остальным, а уже готовым решением. Это и есть достижение: разумный переход в контексте задачи от функционального значения

165

объекта к решению. Это довольно просто: решение лежит почти «на поверхности» [1]. Хотя иногда и наблюдаются небольшие колебания ввиду того, что испытуемые не ожидают столь легкой задачи, на лицах испытуемых скоро появляется улыбка, сопровождаемая такими замечаниями, как: «Это очевидно. Сначала казалось, что задача будет трудной, но это не так», и дается решение.

Размышляя о некоторых школьных установках, с которыми я так часто встречался, я продолжал задавать подобные вопросы. Меня поразило — я не представлял себе — насколько экстремальной часто может быть ситуация. Ряд детей, которым в школе особенно хорошо давалась арифметика, действовали на ощупь, сразу же начинали с утомительных вычислений или просили освободить их от сложных задач — они не рассматривали ситуацию в целом. Конечно, когда я помогал им разобраться, они со стыдом восклицали: «Как я был слеп, как глуп!»

Эти наблюдения напомнили мне о некоторых более серьезных результатах экспериментов в школе, которые весьма тревожили меня. Я более тщательно и внимательно изучил обычные методы и способы преподавания арифметики, учебники и специальную психологическую литературу, на которой основаны методы обучения, изложенные в этих учебниках. Все яснее и яснее становилась одна из причин затруднений: упор на механические упражнения, на «немедленные ответы», на формирование привычки действовать вслепую, по частям. Повторение полезно, но продолжительное механическое повторение может оказаться вредным. Оно опасно потому, что легко порождает привычку к чисто механическим действиям, действиям вслепую, тенденцию к школярскому отношению к учебе, к подражанию, а не к свободному размышлению.

Исследование отупляющего действия механического

[1] Экспериментируя с задачами, решение которых фактически содержится в самом тексте задачи, но функционально скрыто, то есть представлено в контексте задачи в совершенно другой функции и роли, сталкиваешься с типичными ответами. Испытуемые часто не замечают даже точной буквальной формулировки решения в тексте. И характерно, что лишь спустя некоторое время они открывают для себя это. Последнее является еще одним экспериментальным доказательством важности осознания места, роли и функции элемента в структуре. (См. эксперименты Н. Майера с включением технических заданий в контекст других задач: Reasoning in humans. I. On direction.—"Journal of comparative Psychology", 1930, Vol. 10, p. 115-143).

повторения в последовательности предлагаемых задач было начато в Берлинском институте в 1924 г. Дункер и Зенер получили поразительные результаты [1]. В последние годы мой ученик А. Лачинс [2] провел всестороннее исследование этого эффекта в школах и разработал экспериментальные методы его изучения. Поразительно, как легко механические действия, излюбленные методы повторения отупляют даже самых сообразительных, хорошо подготовленных учащихся. Лачинс применял также методы «излечения» от таким образом вызванной слепоты, что обычно позволяло легко восстановить осмысленные реакции, но это не оказало значительного влияния на многих детей в некоторых школах. Конечно, существует несколько возможных объяснений как эффекта отупления, так и возвращения к нормальному состоянию: Лачинс и Аш [3] провели экспериментальное исследование этих теоретических проблем. Выяснилось, что важными факторами являются: привычки, приобретаемые в результате упражнений, установки при решении задач, определенная атмосфера в школе, оказывающая влияние на обучение, деятельность и мышление [4].

Сейчас я расскажу о трех реакциях на полученные результаты.

Однажды я рассказал об этих результатах знаменитому психологу. Я сказал, что они могут объясняться плохим преподаванием, быть следствием упора на формирование бессмысленных ассоциаций и заучивание, что ослабляет установку на соображение. «О нет, — возразил он, — вовсе нет. Если вы задаете такие «гештальтвопросы», то отрицательный результат совсем не кажется удивительным, детей не учат решению таких задач. В школе их учат арифметике. Если вы будете учить их на таких гештальтзадачах, они научатся их решать. Дело только в том, чему вы их учите».

Эти замечания содержат четкую формулировку теоретической проблемы. Этот психолог сам является тонким

[1] См.: M a i e r N. R. F. Op. cit.

[2] Luchins A. Mechanization in problem solving: the effect of Einstellung.—"Psychological Monographs". 1942. Vol. 54, N 6,

[3] A s c h S. E. Some effects of speed on the development of a mechanical attitude in problem solving. (Доклад, прочитанный в 1940 г. на заседании Восточной психологической ассоциации.)

[4] О последствиях обучения, игнорирующего структурные закономерности, см. гл. 1, 2; ср. также результаты д-ра Катоны в "Organizing and memorizing". (См. также гл. 5 и Приложение 4.)

мыслителем. Его замечания станут понятными, если учесть, что для него, как и для многих других, мышление 1еоретически есть не что иное, как функционирование механических ассоциативных связей, привычек, приобретенных в результате повторения. Чем же еще *может* быть мышление?!

Математик, которому я рассказал об этих экспериментах, заметил: «Вы ошибаетесь. Неважно, найдете ли вы такой короткий способ решения; метод точного вычисления является правильным, общим методом. Вы можете пользоваться кратчайшим путем только в исключительных случаях».

Это важный вопрос. Отвечая ему, я сначала ссылался на некоторые вещи, о которых говорил в предыдущих главах. Затем я спросил, считает ли он открытие Гаусса также просто экономной процедурой, не имеющей особого значения. И наконец, я сказал: «Я, напротив, считаю метод Гаусса не просто конкретным приемом короткого способа решения. Речь идет об основной установке в отношении к задаче, к способам решения. Для многих школьников деление действительно *означает* технику, приобретаемую тренировкой, как, например, в случае $\frac{816}{3}$: „8 делим на три, получаем 2; сносим 2; 21, деленное на 3, равно 7; 6, деленное на 3, равно 2... 272". Вот что такое для них деление. Но хотя механический навык обладает практической ценностью, особенно в смысле освобождения ума для более важных задач, возникающих в проблемных ситуациях, он не должен отуплять человека. Следует различать случаи, когда техника деления рассматривается и применяется просто как техника, и случаи, когда человек не понимает, что суть деления заключается в подразделении данной конкретной структуры на части. И то же относится к умножению.

Если в таких случаях человек не может понять структурного смысла деления, то он упускает главное. Я действительно считаю, что при обучении арифметике следует делать основной упор не на механическую тренировку, а дать возможность ребенку самому открыть структурные особенности и требования данных ситуаций и научиться осмысленно действовать в них. Конечно, это требует совершенно иного способа обучения, отличного от используемой в большинстве школ тренировки». Затем я рассказал математику о некоторых достижениях в области струк-

I68

турных методов, особенно о методах д-ра Катрин Штерн[1] которые он, конечно, оценил по достоинству.

Совсем иной была реакция другого хорошо известного психолога. После того как я рассказал ему кратко о своих экспериментах в школе, он заявил: «Конечно, я вас понимаю. Это напоминает мне мои собственные наблюдения, которые могут оказаться типичными. Мой сын, сообразительный мальчик, пришел ко мне и сказал: „Понимаешь, папа, я очень хорошо успеваю по арифметике в школе. Я умею складывать, вычитать, умножать, делить — все, что угодно, — очень быстро и без ошибок. Трудность в том, что я часто не знаю, *какое* из действий нужно применить..."»

В этом повинны не учителя. Многие из них в той или иной степени не удовлетворены упором на механические ассоциации, на слепые упражнения. Многие прибегают к ним, потому что им кажется, что эти методы согласуются с научной психологией, под которой они понимают психологию механического запоминания бессмысленных слогов и обусловливания. Многие прибегают к ним, так как не видят других, более осмысленных, конкретных, научных способов обучения. Разработка лучших методов действительно является задачей более адекватной психологии мышления и обучения.

V

Возможно, теперь у читателя сложилось ясное представление о психологической структуре задачи Гаусса. Однако в изложенных вариантах не получил достаточного освещения следующий интересный вопрос. Именно он и делает открытие Гаусса столь замечательным: это вопрос о внутренней связи решения и принципа, по которому построен ряд. В ходе экспериментов я демонстрировал ряды чисел, не давая задания. Вот один из них:

-63, -26, -7, 0, +1, +2, +9, +28, +65

Взглянув на этот ряд, читатель, возможно, уже что-то заметил. Может быть, он заметил сходство некоторых чисел (-63, +65; —26, +28; -7, +9), установил, что сумма каждой пары равна двум, что 3X2 = 6, что сумма 0+1 + 2 равна 3, так что сумма ряда равна 9. Эта про-

[1] См. с. 161, сноска 1.

цедура в какой-то мере является гауссовой, но не вполне. Встречается другой тип реакции. Приведу типичный протокол. «Слева направо ряд последовательно возрастает, сходным образом он убывает справа налево. Эти числа как-то соответствуют друг другу: —63 и 65, —26 и 28, —7 и 9. Что можно сказать о средней части?

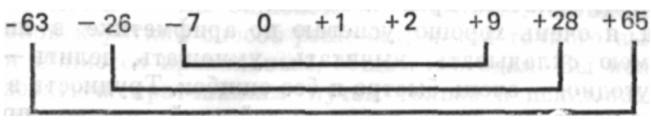


Рис. 91

...А, ряд неверно центрирован! Действительным центром является +1! Эта 1 должна быть нулем... И если мы из каждого числа вычтем 1, то получим $x_n = n^3$» [1].

Таким же образом действовал испытуемый, когда его с самого начала просили найти сумму. Заинтересовавшись исследованием ряда, он, однако, сначала игнорировал задание пли временно забыл о нем. После того как испытуемый таким образом получил $x_n = n^3$, ему напомнили, что нужно было найти сумму. «Сумму? — сказал он. — Сумма этого ряда, естественно, равна нулю... Ой, извините, здесь же еще этот дурацкий сдвиг. Весь ряд сдвинут на + 1. К каждому числу добавляется +1. Значит, +1, умноженное на число членов... чему это будет равно? Девяти», — сказал он не слишком довольным тоном.

В этом месте экспериментатор заметил: «Как странно вы действуете! Вас просили определить сумму, зачем вообще беспокоиться о таких вещах?» И он показал упомянутый выше короткий способ, добавив: «Никто не спрашивал о принципе построения ряда. Почему же не выполнить задание прямо?»

На что испытуемый, явно поглощенный своими мыслями, несколько раздраженно ответил: «Да-да, вы правы, но, пожалуйста, не мешайте мне. Разве вы не видите, что отсюда следует?..» Он погрузился в раздумья. Для него начался долгий процесс, состоящий из цепи открытий.

Концентрация на поставленном вопросе, попытки ре-

—64	—27	—8	—1	0	+1	+8	+27	+64
$(-4)^3$	$(-3)^3$	$(-2)^3$	$(-1)^3$		1^3	2^3	3^3	4^3

170

шить задачу кратчайшим путем не всегда являются самым разумным подходом. Существует такая вещь, как стремление добраться до сути дела. Несколько дней спустя тот же испытуемый сказал: «Это дурацкий сдвиг — я должен в нем разобраться». Как прекрасно открыть «истинную» структуру [1], проникнуть за обманчивую видимость, добраться до самой сути, понять, в чем здесь дело. Через некоторое время испытуемый сказал: «Здесь $x_n = n^3$... Сумма равна нулю независимо от того, продолжается ли ряд симметрично или обрывается в любой заданной точке. Этого не происходит при $x_n = n^2$. Обе половины равны друг другу, но они друг друга не компенсируют: $(-2)^2 = 4$, как и $(+2)^2$. Вообще при нечетном показателе степени сумма должна быть равна нулю». Далее он продолжал: «То же справедливо для непрерывных кривых, например для синусоиды, которая должным образом оборвана, для площади под кривой или для суммы вертикальных отрезков, расположенных между синусоидой и осью абсцисс:

Рис. 92

И то же справедливо для площади в

Площадь превращается в прямоугольник.

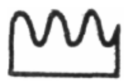


Рис. 93

Даже если кривая смещена!

Рис. 94

[1] Для того, чтобы действительно убедиться в том, что такой структурный взгляд (здесь $x_n=n^3$ со сдвигом) является верным, некоторые продолжают выяснять, будут ли другие значения слева и справа соответствовать установленному принципу. Другие исследуют также, что произойдет со значениями при изменении ряда. Но в данном опыте главным было не это. Наш испытуемый сосредоточился на определенных целостных свойствах рядов, о чем свидетельствовали его дальнейшие действия.

Дело в симметрии и равновесии всей фигуры. А как же для других кривых? Конечно, это справедливо и для $y = x$ (см. рис. 95А) или для $y = ax$ (см. рис. 95Б).

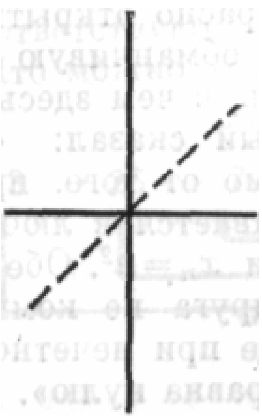


Рис. 95А

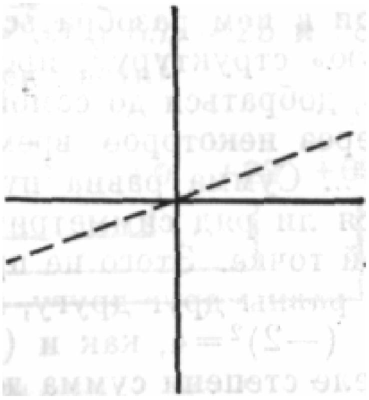


Рис. 95Б

При любом изменении угла это справедливо для любой симметрично оборванной прямой. Для $y = ax + b$ линия только сдвигается. И площадь всех фигур вроде следующей равна произведению высоты центра и основания.

Рис. 96

Это справедливо для соответствующего ряда $x_n = x_{n-1} + k$. Сумма членов равна среднему значению, умноженному на число членов, c умноженному на n».

Таким образом, он пришел к теореме Гаусса, отправляясь не от ряда, начинающегося с 1, а увидев равновесие в распределении чисел, которое является свойством структуры в целом.

Теперь я вернусь к процессу мышления этого испытуемого. Главное, что здесь нужно понять, — это то, что дело не в нахождении разностей между соседними членами, не в констатации равенства этих разностей и т. д., или в открытии законов построения таких рядов. Важнейшим

Рис. 97

оказывается вопрос о равновесии целого, осознание связи равновесия с особенностями целого. И это равновесие является весьма динамичным, чувствительным к любым отклонениям — или нарушениям в любой из частей.

Если построить схему точек таких гауссовых рядов, то мы увидим, что эта линия является прямой или что существует отклонение от прямолинейности (структурное нарушение), задолго до того, как сможем установить или узнать величину разностей, их равенство и т. д. Например:

1+2+3+4+6+7+8

Рис. 98

или

Рис. 99

Мы замечаем подобные нарушения, которые противоречат явному свойству целого — прямолинейности. Такие ряды, например первый из приведенных выше (без числа 5), могут быть описаны как ряды, подчиняющиеся закону, выраженному в общей формуле $x_n = f(x_{n-1})$. Он так же закономерен, как ряд, соответствующий прямой, только обладает более сложной структурой. Но ряд $x_n = = x_{n-1} + k$ отличается своей структурной простотой, структурной ясностью свойства целого. Воспринимая ряд

1+2+3+4+5+6+7+8

непосредственно, или особенно в виде схемы, никто не станет считать его отклонением от более сложной структуры, в которой 5 предстает как нарушение. Хотя, конечно, с математической точки зрения один закон как закон ничем не отличается от другого [1].

То же справедливо для синусоиды, или для точек, образующих синусоиду. Гораздо раньше, чем мы устанавливаем или узнаем расстояния между отдельными точками, гораздо раньше, чем мы находим «закон образования класса», управляющий ими, мы замечаем — рассматривая целое — регулярность кривой.

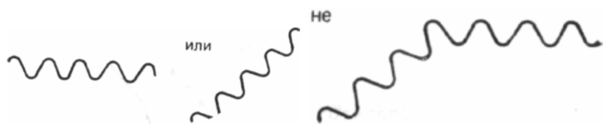
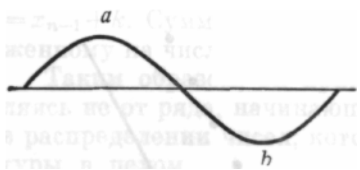


Рис. 100

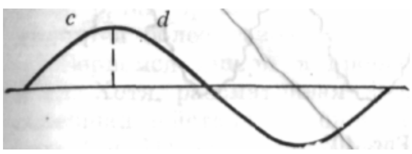
Мы видим, что правильные части целого ритмически чередуются,



что b соответствует a;

Рис. 101

[1] Конечно, решающую роль играют факты. Можно ошибиться, делая более простое допущение о структуре. Решающими являются структурные особенности элементов ряда. (См. с. 171, сноска 1.)



что с соответствует d

Рис. 102

Мы «схватываем» симметрию частей целого, только рассматривая их как части. Самым важным психологически здесь являются выделяющиеся черты целого [1] и его частей. На фоне этих центральных черт становятся особенно заметными отклонения, рассматриваемые именно как *отклонения.*

Многие скажут: «Очень хорошо, но это только нестрогая, глобальная, психологическая точка зрения, которая несравнима с точной математической формулировкой в терминах $y = f(x)$ и т. д.» Это возражение неубедительно. Является ли математический путь обязательно движением снизу вверх? От элементов к целому? Следует ли, чтобы быть точным, выводить качества целого, например симметрию, как нечто вторичное? Разве нет не менее точного математического способа рассмотрения сверху вниз? Математических способов, которые исходят от свойств целого и только потом ведут к элементам?

Восприятие свойств целого психологически не изменится, если вместо точной во всех деталях синусоиды рассматривать извилистую «синусоиду» или кривую в виде набора точек, с некоторым разбросом и даже со случайным их распределением [2]. В данном случае мы сверху воспринимаем свойства целого, его форму, хотя отдельные детали, мельчайшие части, элементы не управляются больше простым законом. Математики могут стро-

[1] Это справедливо не только для ритмических форм и симметричных конфигураций, это справедливо также для изменений направления основного вектора и т. д.

Это же справедливо для всего процесса мышления и для наших действий, если мы, несмотря на всякие усложнения, малейшие отклонения, не теряем из виду общего направления.

[2] На международном психологическом конгрессе в Гронингене в 1926 г. я сообщил о проведенных в этой связи исследованиях в докладе о порогах восприятия («Zum Problem der Schwelle»).—Bericht über den VIII Internationalen Kongress für Psychologie. Gro-

Рис. 103

го описывать такие случаи, устанавливая свойства целого, которые не будут меняться, несмотря на изменение частей.

Рис. 104

В современной физике такая ситуация является довольно типичной. В таких случаях нам известны свойства целого, поведение системы в целом, но мы не знаем точно, как ведут себя мельчайшие частицы, или знаем, что они ведут себя случайным образом. Должны ли мы, пытаясь найти математическую формулировку, начинать с установления законов для этих мельчайших частиц? Возможно, существуют способы начинать с определения свойств целого, которые допускают изменения в поведении мельчайших частиц.

Более того, нельзя ли разработать таким образом методы изучения проблем динамики? Рассматривать тенденции к некоторым трансформациям не на основе простого суммирования отдельных элементарных сил, а как функции свойств целого и их нарушений?

Как бы ни обстояло дело в дальнейшем, конечно, неверно, что целостный подход является лишь «глобальным», «нестрогим», справедливо лишь то, что с техниче-

ningen, P. Noordhoff, 1926). И несколько лет спустя Вудвортс при вел интересный пример: с самолета на поле, которое обрабатывалось в течение многих десятилетий, был обнаружен доисторический вал. Раньше его никто не замечал. Он был обнаружен благодаря широкому обзору всего поля, который был у пилота.

ской точки зрения противоположный способ действий является более разработанным.

Вернемся теперь к процессу, описанному на с. 170 и сл. Хотя, рассматривая задачу Гаусса, испытуемый и совершал действия, похожие на действия других испытуемых (см. II), существует все же некоторое различие. Этот испытуемый подошел к задаче шире и глубже. Для него эта задача была не просто отличной возможностью реорганизации конкретной задачи; он сосредоточил свое внимание на возможностях, открывавшихся благодаря установлению внутренней связи между формой ряда и его суммой.

Потом он сравнил свою формулу $c \cdot n$ с формулой Гаусса $(n + 1)\, n/2$ и заметил, что последняя переходит в $c \cdot n$ и заметил, что последняя переходит в $c \cdot n$ при небольшом ее изменении на $\frac{n+1}{2} \cdot n$. Затем он сказал: $\frac{z-a+1}{2}$,

То, что ряд начинается с 1, не существенно. Это лишь частный случай. Более того, формула Гаусса является частным случаем, потому что она ограничена разностью членов, равной 1. Важно основное, закономерность; в некоторых рядах, некоторых кривых, некоторых распределениях обнаруживается явная внутренняя связь между свойствами целого, принципом построения и их суммой. Об этом хотелось бы знать побольше. Каковы общие требования? По-видимому, основным является вопрос равновесия целого, компенсации различных частей на некотором уровне». Размышляя над вопросом компенсации,

он понял, что этот же принцип справедлив и для произведений. Хотя эти проблемы и захватили его, я не буду здесь рассказывать о его последующих шагах. Они привели его к вопросу, только ли компенсация делает возможной внутреннюю связь между возрастающим рядом и его суммой, и в конечном счете к факту существования конечных пределов у бесконечных рядов.

В таких мыслительных процессах решением конкретного задания — «задача решена, задание выполнено» — дело не кончается. Способ решения, его основные особенности, трудности решения выступают как части большой расширяющейся области. Здесь функции мышления не ограничиваются только решением конкретной задачи, мыслящий человек совершает открытия, обнаруживает более глубокие вопросы. Часто в великих открытиях наиболее важным является правильная постановка вопроса. Прозрение, постановка продуктивного вопроса порой являются большим достижением, чем решение поставленной задачи, подобно тому как в нашем примере важнейшим был процесс постановки, кристаллизации основной структурной проблемы — более широкий, более глубокий, чем описанные ранее процессы.

Подобно тому как задача — проблемная ситуация — в ходе продуктивного мышления не является чем-то замкнутым в себе, но ведет нас к решению, к структурному завершению, даже задача с полученным решением часто не является завершенной вещью в себе. Она снова может функционировать как часть, которая заставляет нас выйти за ее пределы, побуждает рассматривать, осмысливать более широкое поле. Часто это длительный процесс, характеризующийся драматическим преодолением препятствий. Встречаются чистые случаи, когда такой процесс протекает неуклонно на протяжении многих месяцев и даже лет [1], при этом никогда не теряются из виду более глубокие проблемы, и человек не погрязает в мелких деталях, не идет окольным путем, по боковым тропам.

Существует одно важное различие между педантичным и широким мышлением, — различие, которое и в

[1] Это верно не только в отношении отдельных лиц, но и в отношении групп, так как великие проблемы передаются от поколения к поколению и индивид действует прежде всего не как индивид, а как член определенной группы.

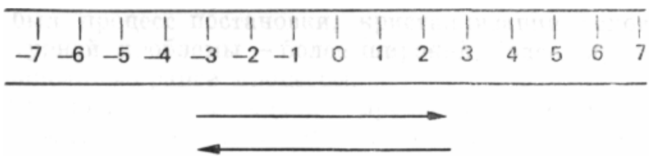
жизни является чрезвычайно важным. Многие теоретика не видят его или не придают ему значения, они смешивают его с вопросами строгости и односторонней точности отдельных шагов и упускают самую суть дела. Но точность не вступает в противоречие с особенностями мышления: она является их союзником.

ГЛАВА 5

Плюс три, минус три [1]

В физической лаборатории стоит зеркальный гальванометр. Падающий на зеркало луч света отражается от него и отбрасывает световой зайчик на матовую стеклянную шкалу, вдоль которой он движется взад и вперед, следуя колебаниям зеркала.

Несколько мальчиков пришли со мной в лабораторию и наблюдают за движущимся лучом. Он движется взад и вперед, от —3 через 0 к +3.



На следующий день мы снова приходим в лабораторию. Правый конец шкалы скрыт от взгляда с помощью перегородки. Осциллирующее пятно света движется влево до —5, возвращается к 0, исчезает за экраном, возвращается и т. д. Я спрашиваю: «Как вы думаете, каково предельное значение справа?»

1. Один из мальчиков сразу же отвечает: «Плюс три, я помню, что вчера крайним делением справа было плюс три». Этот ответ, возможно, просто результат механического воспроизведения значения, которое во вчерашнем опыте было связано с правым краем шкалы. Мальчик, по-видимому, совершенно не думал о внутренней связи

[1] Эта глава не была включена в первое издание книги, хотя, судя по найденному в бумагах Макса Вертгеймера раннему варианту оглавления, он хотел поместить этот материал здесь. Работа над рукописью, по-видимому, не была завершена. Глава нуждалась в редактировании, но мы ограничились минимальной правкой. — *Прим. Майкла Вертгеймера.*

между этими значениями. Дальнейшее показало, что дело обстоит именно так, мы можем назвать такое припоминание бездумным.

2. Второй мальчик сказал: «Должно быть, плюс пять». Этот ответ, возможно, основывается на совершенно ином допущении, дальнейшие реплики указывали на то, что он думал о равенстве абсолютных значений крайних чисел и не пошел дальше этого.

3. Третий мальчик сказал: «Колебания стабильны. Зайчик должен переместиться вправо точно на такое же расстояние, на какое он перемещается влево, следовательно, будет плюс 5».

Я говорю: «Прошу прощения, но здесь плюс 3», убираю перегородку и показываю, что максимальное отклонение стрелки равно +3. Мальчик явно потрясен.

Ясно, что начинается продуктивный процесс. Спустя некоторое время мальчик улыбается и говорит: «А не смещена ли шкала?» Попросив разрешения, он сдвигает шкалу влево, так что теперь предельные значения отклонений составляют — 4 и +4, и говорит: «Нуль был не на месте». Он заменяет

-5   0   +3

на

-4 ← 0 ← +4

4. Еще один мальчик не задавал и не ждал вопросов, он посмотрел за перегородку, взглянул на движущийся луч, воскликнул: «Шкала смещена» — и исправил ее положение. Его поведение явно основывалось на понимании того, каким должно быть правильное положение нуля относительно оси симметрии движущегося луча [1].

Как же достигается осмысленное решение (3 и 4) ? Из ответов следовало: на левой стороне шкалы находится значение *a*, на правом — неизвестное *x,* колебания стабильны, стабильность внутренне связана с симметрией,

[1] Если численные предположения испытуемых не сопровождаются характерными действиями или дополнительными замечаниями, то они оказываются неоднозначными. Что можно сказать о случае, когда испытуемый отвечает: «Плюс 1»? У некоторых испытуемых такой ответ может основываться на понимании необходимости равновесия и того, что шкала смещена. Но сам по себе ответ неоднозначен. Испытуемый вполне может игнорировать момент равновесия, и его ответ может основываться только на воспроизведении того расстояния (6) между отметками шкалы, которое было накануне.

эта связь требует взаимного равенства крайних значений *a* и *x.* Стабильность связана с симметрией ρ-отношением: при заданном *a* *x*= —*a.*

Процесс идет сверху вниз, от представления о взаимосвязи и о свойствах целого к отдельным элементам. Как стабильность может определять взаимное отношение противоположных отклонений? Ответ на этот вопрос заключается в том, что стабильность требует симметрии крайних точек, а отсюда следует способ определения значения *x* как точки, которая симметрична данной точке *a.* Внимание концентрируется на особых свойствах целого и на внутреннем ρ-отношении между ними — между стабильностью движения и его симметрией,

— которым не связаны стабильность и асимметрия.

Если восприятие ситуации обеспечило ее понимание в первый же день, то это значит, что испытуемые определили роль, место и функцию элементов —3, 0, +3 в структуре и то, что —3 и +3 являются гомологами, а нуль — серединой симметричного распределения. В ситуации —5, О, +3 необходимая симметрия значений противоречит местонахождению нуля, который, следовательно, находится не на своем месте, что вызывает нарушение структуры. В решении этой задачи определяющими факторами являются не сами по себе конкретные значения, а их место, роль и функция в целом. С одной стороны, меняется смысл значений как структурно взаимосвязанных частей,

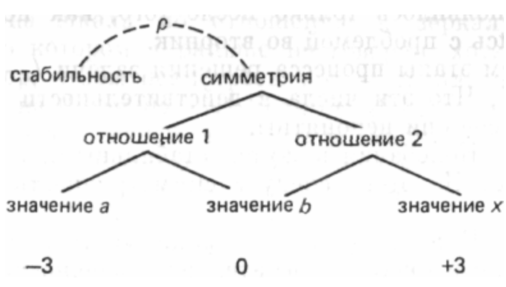
182

а с другой — их внешние характеристики, например произвольное положение шкалы:

внешний вид:	—5	(-1)	0	3
сдвиг шкалы:	+ 1	+ 1	+1	+1
структурное значение:	—4	0	(+ 1)	+4

Для всех значений существует общий внешний сдвиг на +1, по внутренним структурным причинам —5 теперь превращается в —4, нуль вследствие внешнего сдвига превращается в +1 и т. д.

Если мы восстановим более эксплицитно все действия сверху вниз, то сможем дать формальное описание структурного видения исходной ситуации —3, 0, +3:



Это не простая совокупность чисел, это даже не совокупность произвольно выбранных отношений. Это структура, которая управляется особым качеством целого, симметрией (которая в свою очередь находится в особом внутреннем отношении со стабильностью целого — в ρ-отношении). Симметрия предполагает противоположность отношений 1 и 2. Значение *a* гомологично *x*; существует известное требование, согласно которому гомологи *a* и *x* должны быть одинаковыми или, точнее, должны компенсировать друг друга; член 6, расположенный между ними, является центром. Если мы поняли структуру, то можем в известных пределах варьировать координаты отдельных точек и расстояния между ними, и если даны лишь некоторые из них, то характеристики остальных элементов будут определяться качеством целого [1].

Если даны —5 и 0 и ожидается, что третьим членом

[1] Сравните с процессом, описанным в главе о Галилее, особенно с тем, как Галилей анализирует и концентрирует внимание на значении структурной симметрии для решения задач динамики.

будет +5, или если даны все три члена, то ожидание, или понимание того, каков будет новый набор, необязательно связано с внешним переносом представления о том, что «расстояния в этом случае будут такими же, как и в первом случае», но вполне может объясняться структурными требованиями, которые испытуемый понял накануне. Здесь возможны два варианта структурного понимания. Первый: ответ, данный во вторник, мог быть основан не на переносе некоторых случайных особенностей опыта, приобретенного в понедельник, не просто на предположении, что «сегодня будет так, как было вчера», но на осмыслении структурной взаимосвязи элементов, которая была установлена в опыте в понедельник и определила решение задачи во вторник. Второй: структурное понимание появилось только после того, как испытуемые столкнулись с проблемой во вторник.

Опишем этапы процесса решения задачи (—5, 0, +3).

Этап 1. Что эти числа в действительности означают? Сами по себе они непонятны.

Этап 2. Колебания кажутся стабильными и сбалансированными. Из этого следует симметричность числовых значений.

Этап 3. Расстояние между крайними точками равно 8; симметричные точки, следовательно, расположены на расстоянии 8:2 от середины, и, таким образом, значения крайних точек равны —4 и + 4.

Этап 4. Но они даны в виде —5 и +3. Как это понять? Очень просто. (На этой стадии происходит полное отделение структурных характеристик от внешних факторов.) Положение шкалы частично определяет численные значения крайних точек, но положение шкалы, будучи, в сущности, внешним фактором, никак не связано с отношением крайних значений отклонения луча света и является произвольным по отношению к внутренней структуре явления. Поэтому для того, чтобы понять эти числа, нужно отделить все, что может привнести произвольное положение шкалы. Шкала смещена на одно деление, коррекция —5 на +1 дает соответствующее структуре значение —4, а коррекция +3 на +1 дает +4.

Этап 5. С самого начала сбивало с толку положение нуля. Понимание того, каковы численные значения край-

Структурная симметрия чрезвычайно важна для понимания его собственного мыслительного процесса, она играет большую роль и в основаниях современной физики.

них точек, ведет к выявлению роли «О» в конфигурации —5, 0, +3. Оказывается, что «О» не занимает исключительного места в колебательном процессе. Когда колебания прекратятся, зайчик окажется вовсе не в точке «О». «О» есть просто несущественная промежуточная точка, структурное значение которой равно не 0, а +1. Точка — 1, которая ничем не выделялась в ситуации —5, О, + 3, переходит в фокус внимания и становится истинным центром.

Выделение этих этапов основано на простых допущениях [1] о законосообразности структуры, например о том, что отсутствуют скрытые факторы, приводящие к односторонности или асимметрии колебаний. Один мальчик заглянул за перегородку, чтобы посмотреть, правильно ли расположена шкала по отношению к зеркалу; другой мальчик, о котором я раньше не говорил, хотел остановить прибор, чтобы посмотреть, где на шкале остановится зайчик, на 0 или на —1! Если бы «О» в этой ситуации оказался особой точкой, то это и в самом деле было бы загадочно и привело бы к поиску еще какой-то скрытой причины, которая служила бы объяснением асимметрии. Вероятно, можно еще измерить — если это возможно сделать с помощью используемого прибора — скорость дви-

[1] Здесь я не привожу те аксиомы, которые явно подразумеваются на этих структурных этапах, но их нетрудно сформулировать. Помимо внутренних структурных вопросов, здесь имеется в виду, как указывалось ранее, процесс отделения структурных элементов от внешних по отношению к структуре признаков, почти как при транспонировании мелодий. Тут я могу добавить, что транспонирование не всегда можно производить совершенно произвольно. Общая высота, или общий уровень, мелодий является в значительной, но не в полной мере внешней по отношению к структурным особенностям мелодий; уровень, сдвинутый очень далеко, может перестать соответствовать структуре, структурные особенности басовой мелодии отличаются от особенностей мелодий в скрипичном ключе. Точно так же если чрезмерно увеличить или уменьшить размер произведения искусства, то оно может (что подчеркивал философ Георг Зиммель) перестать соответствовать структуре: существует нечто вроде «собственного размера» картины или статуи. Аналогичные проблемы возникают в

физике и инженерном деле. Сравните вопрос об устойчивости увеличенного в 100 раз слона или в 100 раз увеличенного здания. Вот почему неправильно думать, что в структурах (или гештальтах, или «холистических организациях») играет роль *только* организация, характеризуемая расположением составных частей, и что их конкретная природа — или общий «уровень» — всегда является переменной или произвольной. В некоторых случаях это *действительно* так, но только тогда, когда структурные требования не пронизывают эти характеристики.

жущегося луча, чтобы определить, в какой точке положительное ускорение становится отрицательным, и посмотреть, является ли такой точкой 0 или —1.

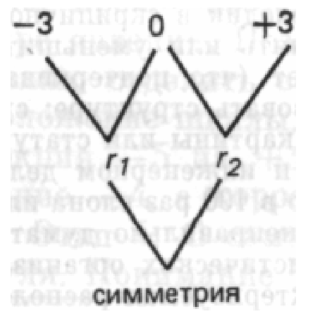
Я подробно описал выделенные этапы для того, чтобы на этом элементарном примере показать, что вопросы о свойствах целого и связанных с ними зависимостях вовсе не являются столь туманными и что они доступны строгому и точному анализу. Ибо, хотя многие считают, что мышление «сверху вниз» нельзя исследовать строго, процесс мышления в описанном здесь примере можно выразить символически так же точно, как и действия «снизу вверх».

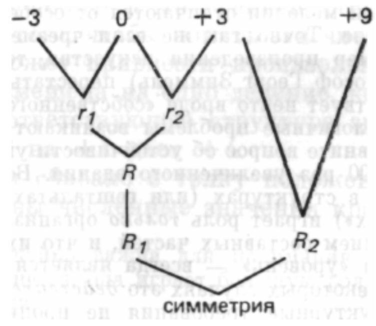
Некоторые люди не хотят говорить о свойствах целого. Они думают, что такая вещь, как симметрия, есть не что иное, как отношение отношений (отношение второго ранга). Сравнение следующих двух наборов показывает, что это не так.

I	-3	+3	
II	-3	+3	+9

Между —3 и +3 существует отношение симметрии только до тех пор, пока они составляют целое; если целое будет таким, как в наборе II, то структурно симметричными точками будут —3 и +9 и точка +3 больше не будет симметричным гомологом —3, а будет центром — нулем — структуры.

Структурные значения Равны	-6	0	+6	
сдвиг шкалы на +3	+3	+3	+3	приводит
к	«-3»	«+3»	«+9»	





Отношение между отношениями —3 к 0 и 0 к +3 больше не является отношением симметрии, оно оказывается лишь одним из многих отношений. Когда мы говорим об отношении отношений как о «симметрии», мы имеем в виду целое; отношение R_1 может быть «инверсией», или «зеркальным отражением» двух отношений r_1 и r_2, но не симметрией.

Возвращаясь к ситуации —3, 0, +3, следует сказать, что два отношения r_1 и r_2 не являются просто повторением одного и того же отношения. Важна их направленность; они действуют в противоположных направлениях. Сравните 1) → → , 2) ← → и 3) → ← .

Со структурной точки зрения первый случай коренным образом отличается от других двух, которые характеризуются симметрией, равновесием, некой «завершенностью», сбалансированностью целого. Роль таких целостных свойств становится особенно ясной при систематическом изучении вариаций. Отметим только, что кажущиеся значительными изменения отдельных элементов часто приводят к незначительным изменениям структуры, и наоборот. Например, изменение размеров обоих векторов во 2-й группе от ← → до ← → по сравнению с изменением только одного из них: ← → . Или добавление к векторам 2-й группы еще двух векторов, переход от ← → к ← ← → → , в отличие от добавления только одного ← → →. Это весьма элементарные примеры широкой проблемы вариабельности, определяемой свойствами целого, проблемы фундаментальных различий между структурно осмысленным и бесструктурно слепым или поэлементным сравнением, абстракцией, обобщением и т. д.

ГЛАВА 6

Обучение арифметике[1]

В «Психологии арифметики» [2] Торндайка мы находим ярко выраженную позицию. «Рассуждение кардинально не отличается от привычки, оно представляет собой совместную организацию и кооперацию многих привычек и мыслимых фактов. Рассуждение не отрицает привычных связей, напротив, использует многие из них, особенно тесно связанные с трудно уловимыми элементами ситуации. Отбор и оценку осуществляет не какая-то внешняя сила, а сам запас усвоенных учеником связей, имеющих отношение к проблеме» (с. 193—194). И «успешные реакции на новые данные, ассоциации по сходству и целенаправленное поведение только кажутся противоположностью фундаментальным законам ассоциативного научения. В действительности они являются прекрасными примерами такого научения» (с. 191).

Читая 192-ю страницу этой книги, я был чрезвычайно поражен описанием того, каким образом можно запутать детей при выполнении арифметических заданий. Речь идет о детях, которым, после того как они овладели сложением и вычитанием однозначных и двузначных чисел, предлагаются следующие примеры:

Умножь	Умножь	Умножь
32	43	34
23	22	26

Торндайк пишет, что «они будут складывать числа, или вычитать нижнее число из верхнего, или умножать 3Х2 и 2Х3 и т. д., получая 66, 86 и 624...». Конечно, все мы встречали детей, которые будут решать задачи таким

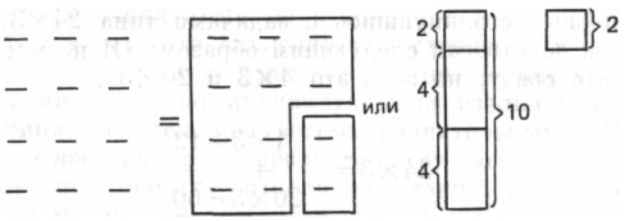
[1] Эта глава также не вошла в первое издание книги. См. прим. Майкла Вертгеймера, с. 180.
[2] Thorndike E. L. The psychology of arithmetic. New York, Macmillan, 1922.

образом. Но не являются ли эти дети несчастными жертвами бессмысленных упражнений? И разве мы не знаем детей, которые откажутся проделывать эти бессмысленные операции и скажут: «Я не могу это сделать»?

Очень часто ребенок, выполняющий такие бессмысленные действия, неуверенно смотрит на учителя, стараясь по выражению его лица угадать правильный ответ; его установку можно выразить словами: «Что скажет учитель». Это происходит обычно в тех случаях, когда учитель просто дает задание, сообщая, какой ответ является правильным, а какой — неправильным.

Но если учитель не говорит, подобно deux ex machina: «Это правильно, а это неправильно», то как в этом случае обстоит дело с законом эффекта? Понимают ли психологи, что закон эффекта не может быть объяснением просто потому, что в действительности он неприменим? Успех может способствовать достижению цели, но если ребенок не знает, достиг ли он успеха, то о каком вообще законе эффекта может идти речь?

Но верно ли, что, как, по-видимому, считают Торндайк и другие психологи, «достаточно одаренный ребенок» (с. 192), ищущий правильный способ решения, будет делать это лишь «посредством оперирования связями», с помощью навыков и ассоциаций? Вот отчет одного ребенка, который не обладал выдающимися способностями: «Это, конечно, очень сложно. Сначала я попробую решить менее сложную задачу. Можно? Например, 14X3. Если я умножу 4 на 3, то это будет равно... это значит 4,4,4. На самом деле неважно, беру ли я б, 16, 216 или какое-нибудь другое число... Если 3X4=12, то это значит двенадцать (что справа представлено в ви-



де 10 + 2). Ответ верен, потому что общее число одно и то же, только оно иначе представлено». (Получить «правильный ответ» — значит осознать ρ-требование, состоя-

щее в том, что сумма с одной стороны должна равняться сумме с другой стороны.) «Итак, 14x3 означает то же, что 10X3 плюс 4X3, и теперь мне остается только найти результат». Решив эту задачу, он с удовольствием перешел к решению более сложной задачи и успешно справился с ней.

Я не стал бы непременно называть такого ребенка гением. Просто в своих действиях он руководствовался не слепыми привычками или силой ассоциаций, а осознанием необходимости «равенства», изменения отдельных элементов без изменения их арифметической суммы.

К счастью, дети очень часто обнаруживают вполне естественную тенденцию к осмысленному решению таких задач, стремление к самостоятельному их решению, не прибегая к слепым пробам. (Конечно, в некоторых школах эти прекрасные тенденции значительно ослабляются в первые же годы обучения. Порой мне кажется, что дети, еще не поступившие в школу, умнее тех, кто уже стал объектом механического обучения.)

И вообще я не встречал детей, которые делали бы такие бессмысленные ошибки первого типа, описанные Торндайком, разве что в некоторых школах вследствие слепых механических упражнений, усталости или небрежности. По-видимому, существует два типа детей, которые вообще отказываются решать такие задачи: одни из них считают, что не следует пытаться делать то, чему их не учили, другие не могут решить задачу, несмотря на то что пытаются сделать это, и в то же время решительно отказываются применять предложенные нелепые способы решения. Вместе с тем я встречал детей, которые (отнюдь не будучи гениальными) успешно решали эту задачу.

Впервые столкнувшись с задачами типа 24X3, один ребенок действовал следующим образом: «Я не могу сделать это сразу; но ведь это 4 X 3 и 20 X 3».

И таким же образом он действовал, когда одним из сомножителей впервые оказалось трехзначное число. Или в

более сложных задачах, например 27 X 34, ребенок будет иногда рассуждать следующим образом:

20 X 30 + 20 X 4 7 X 30 + 7 X 4

Другое дело, если мы хотим, чтобы ребенок пользовался приемами быстрого счета, и требуем: «Ты не должен решать задачу старым способом; ты должен сразу записать результат» (скажем, 27 X 3). Дети часто отказываются от этого, они не понимают, о чем идет речь. В таких случаях я спрашиваю у них: «Ты мог бы это сделать так, чтобы записать только результат?» Тогда некоторые дети понимают, что дело не в том, чтобы получить правильный результат, а в том, что нужно придумать какие-то технические приемы, гимнастику для ума. А это значит, что нужно найти такой способ решения, который обладает целым рядом особенностей, таких, как разбиение на части, одна из которых может быть записана, а другую надо держать некоторое время в уме, другой способ группировки. Необходимо осознать, что некоторые-числа можно записать, потому что в дальнейшем они не будут подвергаться изменению, а другие записать нельзя, поскольку они еще могут измениться.

Конкретно это означает следующее: в задаче 24X3 я могу спокойно записать 2 из 12, которое получаю, умножая 3 на 4, но не могу записать 1 из 12, потому что на нее может оказать влияние другая часть, результат умножения 20X3. Таким образом, я должен держать ее в уме, прибавить к последнему числу и записать только тогда, когда оно будет получено. Я не встречал ребенка, который мог бы сделать это без посторонней помощи. Я думаю, что причина этого не в том, что задача слишком трудна, а в том, что она слишком странна. (У многих детей нетрудно развить умение выполнять такие умственные упражнения, но индивидуальные различия в этом отношении кажутся мне весьма значительными. И эта задача относится не к продуктивному мышлению, а к приобретению навыка выполнения таких упражнений.) «То, что требуется», требуется здесь *не* самой задачей, а определенной искусственной техникой, которая обладает практическими преимуществами. Эти требования направлены, в сущности, на достижение технической, а не арифметической цели.

191

Некоторые, возможно, думают, что не стоит позволять детям пользоваться первым методом, который они не будут использовать в дальнейшем; многие считают, что не следует учить ребенка тому, от чего ему придется позднее отучаться. Я не согласен с этим. Мне думается, что хороший учитель начнет с первого способа, несмотря на то что ребенок в дальнейшем не будет им пользоваться. Обучение методу быстрого счета без понимания того, как он возникает, может вооружить ребенка шаблонными приемами, но оно не учитывает развития мышления (и когда забывается секрет метода, ученик теряется; этого не происходит при обучении другим методом).

Я думаю, что психологически неправильно начинать с задачи 32X23. Она приводит ученика в замешательство не только потому, что требует одновременно двух открытий, но также и из-за одинаковых цифр (в множителях) и из-за того, что некоторые цифры имеют разный смысл в зависимости от разряда (2X3, с одной стороны, равно 6, а с другой — 60). Способ группировки чисел в этой задаче противоречит так называемому закону сходства, согласно которому существует тенденция группировать равные элементы. На таких примерах можно видеть, как равенство чисел отвлекает внимание и вызывает дополнительные трудности.

Если первая задача, 24X3, окажется слишком сложной, можно предложить вспомогательные задачи, 42X3 или 12X3, которые не требуют переноса цифры в разряд десятков.

Во всяком случае, мне кажется, что лучше *не учить* ученика методу быстрого счета *при отсутствии с* его стороны действительного понимания, а дать ему возможность самому выполнить задание, самому найти необходимые шаги. И делать это надо осмысленно, переходя от структурно простых задач к задачам все более сложным, что вовсе не означает, что предлагаемые задачи должны быть простыми в других отношениях.

Конечно, в таких случаях в ходе мышления используются усвоенные знания. Но действия управляются не слепым применением того, что было усвоено в прошлом, как в том случае, который был описан на с. 192 в книге Торндайка [1].

[1] Можно сравнить в точном экспериментальном исследовании результаты обучения умножению с помощью слепого метода ме-

Идеальным мне представляется такое индивидуальное обучение, когда методы обучения соответствуют индивидуальным особенностям учащихся. Такое обучение может привести к поразительной экономии времени. Конечно, даже в арифметике есть вещи, которые следует выучить, запомнить, но их очень мало, и они тоже должны быть выучены осмысленно. И это никоим образом не должно заслонять или умалять более важные вещи, которым должно способствовать запоминание. Конечно, практически невозможно обучить всему индивидуально, что связано также с невозможностью найти достаточно хороших учителей, и это требует известного компромисса. Но почему этот компромисс должен осуществляться именно в направлении механизации умов, разрушения природных способностей?

Вернемся теперь к основному различию между двумя способами обучения арифметике. Есть еще один путь их дифференциации. Допустим, что детей не обучали объективному значению чисел, *не знакомили* с опытом обращения с реальными объектами, а вместо этого формировали у них одни и те же ассоциации, без понимания «соответствия» чисел и реальных объектов. В некоторых школах обучение, основанное на ассоциативной теории, часто приближается к такому состоянию. Приведет ли оно к таким же результатам, к таким же возможностям? Мы можем организовать обучение таким образом, что оно будет создавать одинаковые возможности для формирования всех ассоциаций, но будет исключать возможность реального мышления.

Мы можем «упростить» ситуацию таким образом, что она будет очень напоминать ситуацию, используемую в обычных экспериментах по обучению. Мы можем построить «обучающую машину», в верхней части которой находится щель; в нее можно опускать маленькие коробочки; в нижней части машины расположена другая щель, из которой при опускании коробочки в верхнюю щель выпаханических упражнений с результатами осмысленного обучения. Конечно, в некоторых целях, когда нужен робот, а не человек, первый способ может иметь даже известное преимущество в скорости. Аналогичные проблемы возникают, когда подготовка врачей основывается не на знании физиологии, а на механическом вызубривании способов лечения. (См. также: К a t o n a G. Organizing and memorizing.) — *Прим. Майкла Вертгеймера.*

дают другие маленькие коробочки. На коробочках написаны буквы. И вот вы учите ребенка тому, что при опускании в щель коробочки, на которой написано *о р о* из нижней щели выпадет другая коробочка, обозначенная буквой *t.* Если вы бросаете в щель коробочку с буквами *t р о,* то снизу появляется коробочка с буквами *th.* Если вы опустите коробочку с буквами *th р* о, то получите коробочку с буквой *f.*

Предположим, что испытуемый тщательно выучил все это, так что всякий раз, перед тем как опустить коробочку в автомат, он может сказать, какая коробочка выпадет.

Теперь мы спросим его, что он получит, если опустит коробочку, обозначенную буквами *t р t.* Мы можем столкнуться с самыми дикими предположениями, с отказом отвечать или с такой просьбой: «Разрешите мне, прежде чем ответить, посмотреть: что выпадет?» Но мы, по всей вероятности, не получим ответа: *f.* Действительно, эта невозможно предсказать.

Теперь допустим, что вместо пустых коробочек с буквами мы используем коробочки, в которых находится либо один маленький шарик (коробочка с буквой *о*), либо два маленьких шарика (коробочка с буквой *t),* либо три шарика (коробочка с буквами *th),* либо четыре шарика (коробочка с буквой *f*). А *р* означает: положите содержимое обеих коробочек в другую коробочку. Ответить на вопрос вы сможете, переворачивая коробочку или открыв ее и посмотрев на шарики. Все изменилось; вы с легкостью предскажете *f.*

Короче говоря, если вы имеете дело не с отдельными элементами и слепыми связями между ними, а с предметным содержанием и результатами действия, то результаты оказываются внутренне связанными с этим содержанием и операциями. Или, другими словами, если ребенка обучать арифметике не с помощью механических упражнений, а добиваясь понимания внутренней связи между операциями и результатами, он не будет «слепым».

Действуют ли здесь какие-то таинственные, загадочные силы? Или врожденные априорные суждения? Нет. Опыт учит нас — и учит очень конкретно, — что результаты действий закономерно связаны с осуществляемыми действиями и с используемым содержанием.

Предположим крайний случай: природа — или наша машина — будет такой, что ее действия будут управлять-

ся другими правилами, например правилом, согласно которому если к какому-нибудь элементу прибавить что-то, то это всегда будет приводить к увеличению результата на 1 ($a + x = a$+1). И тогда 2 плюс 2 будет равно 3 (сумма логически *должна* быть равна 3) и предсказание «*t p t* даст *f*» окажется фактически неверным. В волшебном мире могут быть такие результаты, и они возникают не случайно, а согласно закону, «по необходимости». В волшебном мире прибавление двух конкретных элементов к какому-то третьему элементу может всегда давать в результате 2, что соответствует закону: $a + b = 2$. Для машины или для волшебного мира такое правило является вполне возможным. Но сразу видно, что знак равенства, или фактическая эквивалентность, не соответствует внутренней связи между левой и правой частями равенства; знак равенства больше не означает то, что он обычно означает, а именно что уравнение в целом разбито на части и что эти две половины в каком-то смысле эквивалентны друг другу, левая часть эквивалентна правой.

К счастью, наш жизненный опыт учит нас определенным внутренним связям, которые осмысливаются благодаря существованию ρ-отношения, связи условий и результата.

Если мы сравним первую ситуацию (бессмысленные буквы) со второй (знание смысла букв), то должны будем заключить, что в некоторых школах обучение напоминает первую процедуру. Нет никакого сомнения в том, что механическое осуществление некоторых отдельных операций освобождает человека для решения более трудных задач. Но при всей необходимости такой способ действий очень опасен. Опасен потому, что вместо того, чтобы делать ум открытым, увеличивать наш опыт осмысленной работы в различных ситуациях, он делает наш ум механическим и затрудняет свободные и осмысленные действия.

Эта процедура могла бы стать даже еще более опасной, если бы большинство детей, к счастью, не оказывало внутреннего сопротивления такому обучению. Действительно, некоторые дети ведут себя в школе как жертвы такого образования, но, к счастью, многие из них оказываются достаточно гибкими и за пределами школы отказываются от такой механической установки.

Повторяем: мы должны очень строго дифференцировать слепые ассоциации, слепые привычки, слепой опыт, с одной стороны, и действительное мышление, постижение внутренней связи между операциями и их закономерными результатами — с другой.

Вероятно, по причине того, что в математике легче обнаружить ρ-связи, педагоги издавна подчеркивали ее значение для образования — не столько из-за ее практической полезности в житейских делах, в вопросах купли-продажи и т. д., сколько потому, что в ней имеются удивительно четкие, ясные, прозрачные методы, позволяющие непосредственно постигать внутреннюю согласованность предмета и операций по его преобразованию. Старые педагоги полагали, что, имея дело с таким материалом, приобретая самостоятельный опыт работы с ним, развивая умение обращаться с математическими объектами, мы приобретаем навыки и установки, которые позволят в других ситуациях искать, постигать закономерность, внутреннюю логичность ситуаций и руководствоваться ими.

Конечно, психологи, которые кладут в основу всего ассоциации, связи *S*—*R*, не глухи к достоинствам второго подхода, поскольку сами очень часто прибегают к нему. Но похоже, что они совершенно забывают о нем, когда хотят действовать «научно», или скрывают его с помощью таких терминов, как «подходящий», «удовлетворительный» и т. д. Они явно признают второй подход, когда квалифицируют его с помощью таких понятий, как «организация» и «неуловимость». И возможно, они скажут, что в этих подходах лишь по-разному расставлены акценты. Но акцент на первом методе, на механическом заучивании и на том, чтобы сделать его в школе основным, может привести к тому, что методы обучения будут противоречить естественной ориентации детей, которые обычно руководствуются разумными соображениями. Таким образом можно воспитать детей, которые будут вести себя рабски подобно автоматам, решая не только арифметические, но и любые другие жизненные задачи, и будут слепо руководствоваться соображениями престижа, следовать моде, нормам, политическим или музыкальным мнениям, во всем полагаясь на то, что сказал «учитель», на моду или авторитет.

Возможны, по-видимому, три фундаментальных вывода. Либо основным является бессмысленный подход, а разумный есть лишь некоторое его усложнение; либо существует коренное различие между разумным и бес-

смысленным подходом и они управляются совершенно разными законами; либо — и признаюсь, что считаю это мнение наиболее близким к истине, —

основными являются осмысленные действия, а бессмысленные — только их частный случай, когда внутренняя согласованность, внутреннее содержание приближается к нулю. Возможно, что вообще не существует естественной тенденции к механическим действиям. Возможно, что механические действия возникают лишь в том случае, когда мы, как за соломинку, хватаемся за внутреннюю привычку, а именно за постоянство. То, что люди очень часто руководствуются привычками, вовсе не означает, что привычки являются основным источником и отличительным признаком их деятельности; это лишь последнее средство, к которому прибегают в отсутствие возможности действовать разумно.

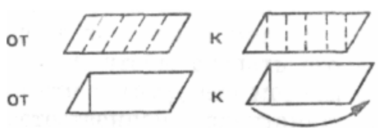
ГЛАВА 7

Два мальчика играют в бадминтон.
Девушка описывает свою контору

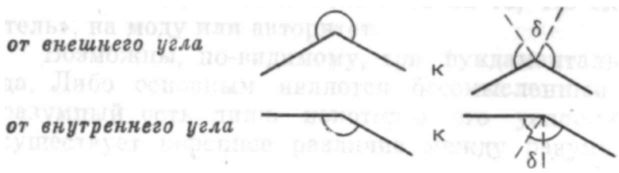
Основным результатом предыдущих глав является понимание важной роли фактора разумной реорганизации, переориентации, который позволяет субъекту увидеть [1] данную ситуацию как новую [2], в более широкой перспективе. Именно это и ведет к открытию или является от-

[1] Неприязнь бихевиористов и операционалистов к терминам типа «видение», «усмотрение» не должна заслонить от них проблему. Мне такие термины кажутся вполне уместными. Но основная проблема может быть сформулирована и в терминах этих экстремистов, и при этом она останется в сущности той же самой. Даже если, как ни странно, кому-нибудь захочется полностью пренебречь фактами сознательного опыта, последствия реорганизации обнаружатся в изменении объективного поведения. То, что действительно важно в термине «видение», может быть точно сформулировано и в операциональных терминах.

[1] Например, (гл. 1) переход



или (гл. 4) переход от изначального представления ряда Гаусса как → к новому видению → ←, а также ниже (гл. 8) переход от суммы внешних и внутренних углов многоугольника к сумме углов δ (см. рис. 142) плюс два прямых угла,



крытием в более глубоком смысле [1]. В таких случаях открытие означает не просто достижение неизвестного ранее результата, ответ на какой-то вопрос, но скорее новое и более глубокое понимание ситуации — в результате которого происходит расширение поля и открываются большие возможности. Эти изменения ситуации как целого предполагают изменения в структурном значении составных частей, изменения их места, роли и функции, что часто приводит к важным последствиям [2].

До того, как начался процесс мышления, или на его ранних стадиях мы часто обладаем определенным целостным видением ситуации, а также ее частей, которое почему-то не соответствует проблеме, является поверхностным или односторонним [3]. Такое первоначальное неадекватное видение часто препятствует решению, правильному подходу к задаче. Если придерживаться такого исходного видения ситуации, то часто оказывается невозможным решить поставленную задачу. Когда же происходит изменение нашего видения, и благодаря этому задача получает решение, мы иногда поражаемся, до какой степени слепы мы были, как поверхностно рассматривали ситуацию.

Изменение структуры видения в соответствии со свойствами ситуации играет чрезвычайно важную роль в развитии науки. Такую же важную роль эти изменения играют в жизни человека, в частности в общественной жизни.

Такое изменение образа ситуации необходимо, конечно, только тогда, когда с самого начала отсутствовало правильное ее видение. Часто первый взгляд бывает недостаточно глубоким и ясным; порой может не полностью осознаваться какое-либо свойство той или иной

и подобные переориентации в главах о Галилее и Эйнштейне.

[1] Например (гл. 8), способ организации суммы углов замкнутой фигуры или твердого тела; последний из процессов мышления, о котором шла речь в гл. 4, с. 170—174; а также возникновение более глубокого понимания в главах о Галилее (гл. 9) и Эйнштейне (гл. 10).

[2] Например, в гл. 4, с. 170, +1 становится нулем «истинного ряда»; «О» становится «—1» и т. д.; и в той же главе, с. 144, 9, сначала понимаемое как 8+1, превращается в 10—1.

[3] См. примеры в: Wertheimer M. Über Schlussprozesse im productiven Denken. — In: Drei Abhandlungen zur Gestalttheorie. Erlangen, 1025, 3. 164—184; Ellis W. D. A source book of gestalt psychology. New York, Harcourt, Brace, 1939, selection 23.

ситуации. В таких случаях для нахождения решения требуется дальнейшее прояснение или кристаллизация ситуации, осознание тех ее аспектов или факторов, которые лишь смутно присутствовали вначале.

Для изучения таких трансформаций и их последствий в отношении роли и функции частей я использовал специальные экспериментальные приемы, которые приводят к радикальному изменению видения ситуации. Некоторые простые примеры таких приемов я уже приводил в гл. 1 (с. 76—79) [1]. Часто испытуемые эмоционально реагируют на происходящие изменения. Эти приемы позволяют также изучать, что происходит с различными частями структуры при ее изменении: как организуются и группируются части; как меняется расположение «цезур», центра, какие элементы становятся структурно релевантными; как появляются пробелы, нарушения; в каких пределах могут меняться локальные условия; в каком направлении меняются ожидания субъекта, свойства целого, требования ситуации.

Когда в процессе мышления происходят такие преобразования, разумное поведение характеризует отнюдь не легкость произвольного изменения как такового; дело также не в способности в данной ситуации увидеть ее по желанию так или иначе. Здесь важнее другое — интеллектуальные процессы характеризует скорее решительный переход от менее адекватного, менее совершенного структурного видения к более осмысленному. И действительно, опыт, видимо, свидетельствует о том, что умные люди, подлинные мыслители (а также дети), часто вполне способные производить разумные трансформации, не могут и даже не хотят осуществлять *бессмысленные* изменения данных ситуаций.

Иногда необходим переход от бесструктурной суммы частей к соответствующей структуре. Но еще более важным является переход от одностороннего видения, поверхностного или неверного структурирования, от неверно центрированного, искаженного или недостаточного видения к адекватной и верно центрированной структуре.

[1] См. также: Wertheimer M. Zu dem Problem der Unterscheidung von Einzelinhalt und Teil. — "Zeitschrift für Psychologie", 1933, (см. Приложение 1), и описание других примеров из моих лекций, опубликованных в: Scheerer M. Die Lehre von der Gestalt. Berlin, Walter de Gruyter, 1931, S. 209—210.

Основная причина неразумного, слепого поведения заключается, видимо, в том, что благодаря персеверации или по привычке человек придерживается старого взгляда и игнорирует или даже активно отвергает более разумные требования ситуации.

Чтобы яснее показать, как возникают такие переходы, я сейчас приведу несколько простых примеров из повседневной жизни, которые я изучал в различных экспериментах.

I

Два мальчика играли в саду в бадминтон. Я мог слышать и видеть их из окна, хотя они меня не видели. Одному мальчику было 12 лет, другому — 10. Они сыграли несколько сетов. Младший был значительно слабее; он проиграл все партии.

Я частично слышал их разговор. Проигрывающий — назовем его *В* — становился все более и более грустным. У него не было никаких шансов. *А* часто подавал так умело, что *В* даже не мог отбить волан. Ситуация все более ухудшалась. Наконец *В* бросил ракетку, сел на поваленное дерево и сказал: «Не буду больше играть». *А* пытался убедить его продолжать игру. *В* не ответил. *А* сел рядом с ним. Оба выглядели огорченными.

Здесь я прерываю рассказ, чтобы задать читателю вопрос: «А что бы вы предложили? Что бы вы сделали на месте старшего мальчика? Можете ли вы предложить что-нибудь разумное?»

Если прервать рассказ на этом месте, то некоторые испытуемые явно начинают размышлять. Делают замечания, свидетельствующие о том, что они столкнулись с серьезной проблемой, и рискуют высказать предложение о том, что следует предпринять старшему мальчику.

Большинство испытуемых этого не делает. Им не нравится, что рассказ прерван, они ждут продолжения, удивляются его отсутствию, спрашивают, как в действительности развивались события, что делали мальчики, были ли это мои сыновья, зачем я рассказал эту историю, почему здесь остановился, был ли это эксперимент, проведу ли я позднее тест на запоминание и т. д. [1]

[1] Конечно, иногда вообще ничего не происходит. «Это все? — Да, все.— Будете ли вы рассказывать еще какие-нибудь истории? А что будем делать теперь?»

Некоторые что-то вспоминают, размышляют, обдумывают. «Такие случаи мне очень хорошо знакомы. Вы ведь знаете, что я интересуюсь детьми. Это напоминает мне неприятности, которые были у моего дяди с его двумя детьми». Либо вспоминают параграф из учебника по детской психологии.

Другие старательно подводят данный случай под общую категорию: «Это случай относится...» — и классифицируют случай, затем часто делают более или менее бесполезные общие замечания о социальной приспособленности, адаптивном поведении, о трудных детях.

Некоторые хотят знать больше фактов, задают ряд более или менее разумных вопросов [1]. Например: «Наверно, у старшего мальчика было больше практики?» Или: «Может быть, у младшего мальчика была замедленная реакция?» Задают даже психоаналитические вопросы.

Такие испытуемые в большинстве случаев не предлагают ничего конкретного и выражают удивление, если их прямо просят об этом. Ясно, что они вообще не думали о такой возможности, так как были заняты воспоминаниями, сбором фактов или их классификацией.

Если прямо спросить об этом, то почти все испытуемые что-нибудь все-таки предлагают. Часто в таком тоне: «Совершенно очевидно, как следует поступить в подобной ситуации». В большинстве случаев ответы даются явно без каких бы то ни было попыток размышления, просто как повторение того, что они прежде видели или слышали, либо как применение известного правила поведения, почерпнутого иногда из курсов педагогической психологии. Часто их дают с оттенком глубокого убеждения, порой с весьма высокомерным видом.

Такие предложения часто отражают самые распространенные представления о детях, о человеке вообще, о морали, общепринятых социальных правилах и доктринах, которых придерживаются испытуемые.

Обычно советы сводятся к следующему:

«Нужно пообещать младшему мальчику плитку шоколада».

«Нужно начать другую игру, допустим, игру в шахматы, в которой младший мальчик столь же силен или даже

[1] Один милый молодой человек — как всегда — сразу начал задавать вопрос за вопросом, множество вопросов. Его нельзя было остановить. Любопытство отнюдь не всегда является признаком разумного мышления или разумного поведения.

сильнее, чем старший, или предложить играть то в бадминтон, то в другую игру, в которой он намного сильнее». «Да приведите его в чувство, намыльте ему голову. Нужно быть мужчиной, а не неженкой. Нельзя так падать духом! Он должен научиться сохранять присутствие духа. Используйте свой авторитет, чтобы образумить младшего мальчика»,

«Не беспокойтесь о нем, он неженка. Это послужит ему уроком».

«Предложите ему фору».

«Пообещайте младшему мальчику, что старший не будет играть в полную силу».

Читатель сможет позднее сравнить эти советы с собственным решением мальчиков, сравнить не столько с точки зрения их пригодности — некоторые из этих предложений правильны, так как исходят из действительных условий реальной ситуации, — сколько с точки зрения характера мышления, приводящего к подобным советам [1].

Иногда, как я уже говорил, такие предложения делают не поспешно и небрежно, просто вспомнив или применив правило, а после серьезного обдумывания, с ощущением, что проблема касается глубоких вопросов. Встречаются серьезные размышления, задаются существенные вопросы. В некоторых случаях процессы мышления содержали те же шаги, что проделали сами мальчики.

Теперь я продолжу рассказ. Кроме того, я постараюсь описать, как, по-моему, мыслили мальчики.

1. «Что случилось? Почему ты больше не играешь? — сказал старший мальчик резким злым голосом. — Почему ты прекратил игру? Ты считаешь, что красиво так по-дурацки прекращать ее?» Он хотел продолжать игру. Отказ *В* сделал это невозможным. *А* нравилось играть, нравилось выигрывать; так приятно было обманывать

[1] А также в отношении лежащей в их основе философии жизни и скрытых психологических доктрин, которые часто находят выражение в ходе обсуждения: например, наивный принцип кнута и пряника, психология вознаграждения и наказания, приверженность

идее, что можно купить согласие, как покупают лошадь («Сейчас вы будете моим рабом, а потом я — вашим»); и кроме того — обращение к моральным соображениям, которое часто оказывается полезным, но в определенных обстоятельствах превращается в позолоченную пилюлю.

Часто такие мысли излагаются с оттенком цинизма; или к ним относятся несколько небрежно, считая их психологически очевидными.

203

противника своей подачей. *В* помешал ему, он не позволил *А* делать то, чего тому так хотелось.

2. Но все было не так просто. *А* чувствовал себя неловко, ему было неприятно. Спустя какое-то время, в течение которого выражение его лица менялось — жаль, что вы не могли видеть, как он часто искоса посматривал на *В,* а затем в сторону, — он сказал, но уже совершенно другим тоном: «Прости меня». Очевидно, что-то коренным образом изменилось — *А* явно чувствовал себя виноватым в том, что второй мальчик так расстроился. Он понял, что происходило с *В,* как воспринимал эту ситуацию другой мальчик.

Возможно, этому помог печальный, спокойный взгляд *В*: *В* один раз повернул голову к *А,* и *А* понял — не сразу, на это ушло некоторое время, — почему младший мальчик так удручен, почему, не умея постоять за себя, он чувствовал себя жертвой. Впервые *А* почувствовал, что его манера игры, его хитроумная подача выглядели в глазах *В* гадким трюком, что *В* казалось — с ним поступают нечестно, *А* недружелюбно обращается с ним. И *А* чувствовал, что *В* был в чем-то прав...

Теперь он и себя видел в ином свете. Его подача, не оставлявшая *В* ни малейшего шанса на успех, была не просто ловкостью.

3. «Послушай, — внезапно сказал он, — такая игра бессмысленна». Она стала бессмысленной не только для *В,* но и для *А,* бессмысленной с точки зрения самой игры. Так затруднение стало более серьезным.

Казалось, что он подумал — он, конечно, так не думал, а только чувствовал: «Нам обоим бессмысленно играть таким образом. Игра требует какой-то взаимности. Подобное неравенство не соответствует игре. Игра становится настоящей игрой только в том случае, если у обоих есть надежда на успех. Если нет такой взаимности, то игра теряет смысл, становится отвратительной для того или другого, да и для обоих; без взаимности это уже не игра — просто один тиран гоняет свою жертву по площадке».

4. Затем выражение его лица изменилось. Казалось, что он с трудом пытается что-то понять, начинает что-то медленно осознавать и затем говорит: «Наша игра какая-то странная. Я ведь вполне по-дружески к тебе отношусь...»

У него возникло смутное представление о том, что взрослый назвал бы «амбивалентностью игры»: с од-

ной стороны, так приятно играть вместе в хорошую игру, быть добрыми друзьями; с другой — это стремление выиграть у противника, победить его, сделать его победу невозможной, которое в некоторых обстоятельствах может казаться или действительно стать явной враждебностью.

5. Потом был сделан смелый, свободный и глубоко последовательный шаг. Он пробормотал что-то вроде: «Неужели?..» Он явно хотел обратиться непосредственно к неприятности, честно и прямо обсудить ее. Я толкую это «Неужели?» как «Неужели враждебность необходима, если она портит все хорошее в игре?». Здесь возникает практическая проблема: «Как я могу изменить это? Неужели нельзя играть не друг против друга, а...» Его лицо оживилось, и он сказал: «У меня идея, давай будем играть так: давай посмотрим, как долго мы сможем удержать волан в воздухе, и подсчитаем, сколько раз он перейдет от меня к тебе, не падая. Каким может быть счет? Как ты думаешь, 10 или 20? Мы начнем с легких подач, а затем будем делать их все более сложными».

Он говорил весело, как человек, который сделал какое-то открытие. Для него, как и для *В*, это было новым.

В с радостью согласился: «Отличная мысль. Давай». И они начали играть. Характер игры совершенно изменился; они помогали друг другу, действовали заодно, упорно и весело. *А* больше не проявлял ни малейшего стремления обмануть *В*; конечно, его удары становились все более сложными, но он сознательно по-дружески выкрикивал: «А более сильный удар возьмешь?»

Спустя несколько дней я увидел, что они опять играют. *В* играл значительно лучше. Это была настоящая игра. Судя по его дальнейшему поведению, *А* действительно приобрел некоторый жизненный опыт. Он открыл, постиг что-то, выходящее за рамки решения маленькой проблемы, возникшей в игре в бадминтон.

Со стороны это решение само по себе может показаться не слишком значительным. Я не знаю, одобрили ли бы его специалисты по игре в бадминтон или теннис [1].

[1] Я знаю шахматистов, которые очень огорчаются, когда прекрасные комбинации разрушаются в результате какой-нибудь случайной глупой ошибки. Они ненавидят такие ошибки, независимо от того, кто делает ошибку. У некоторых есть привычка — horribile dictu для экспертов — исправлять такие ошибки. Почему? Они любят хорошую игру; они не хотят

выигрывать благодаря глупой

Это неважно. Для этого мальчика такое решение было не простым делом. Оно предполагало переход от поверхностной попытки избавиться от затруднения к продуктивному рассмотрению фундаментальной структурной проблемы [1].

Какие шаги привели к этому решению? Конечно, когда рассматриваешь один-единственный случай, фактических оснований для выводов еще очень мало. Однако попробуем все-таки сформулировать основные пункты.

Сначала *А* считал центром структуры ситуации свое «я» (рис. 105). В его мышлении и действиях значение, роль, функция *В*, игры, затруднений и других элементов ситуации определялись по отношению к этому центру. В этом случае *В* был лишь неким лицом, в котором нуждался *А,* чтобы играть; поэтому, отказавшись играть, *В*

Рис. 105

оказался «нарушителем». Игра была «чем-то таким, где я проявляю свои способности, где я выигрываю». *В* представляет собой барьер, стоящий на пути эгоцентрических побуждений, векторов, поступков *А*.

А не настаивал на этой односторонней, поверхностной точке зрения. Он начал понимать, как представлял себе данную ситуацию *В* (рис. 106). В этой по-иному центрированной структуре он воспринимал себя как часть, как игрока, который не самым лучшим образом обращается с другим игроком.

ошибке противника. Иногда они даже готовы сотрудничать, чтобы сделать игру более совершенной.

Вообще говоря, я полагаю, что кооперативных игр творческого характера должно быть больше, чем игр, основанных на принципе соперничества.

[1] Это предложение никоим образом не является разумным в любых условиях. Если бы *А* был хулиганом, стремящимся только к тому, чтобы достичь преимущества, желающим любой ценой добиться победы, даже гордящимся причиненной *В* болью, то упомянутое предложение к *В* не имело бы никакого смысла. В таком случае было бы уместно противоположное — прекратить игру или потренироваться для настоящей схватки.

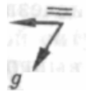


Рис. 106

Рис. 107

Позднее центром становится сама *игра,* ее целостные свойства и требования (рис. 107). Ни *A,* ни *B* теперь не являются центром, оба рассматриваются с точки зрения игры.

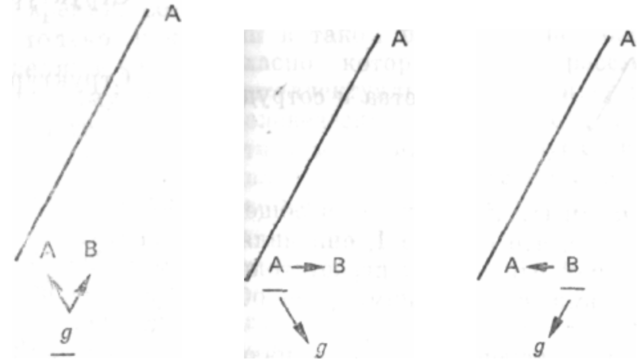


Рис. 108

Логически *A* (его самосознание) меняется с изменением позиции (рис. 108) [1], иными становятся и другие элементы, динамические требования, векторы реальной ситуации. Ясно, что первоначальная игра отличается от «хорошей игры».

Но что в структуре самой игры является источником затруднения? В хорошей игре существует тонкое функциональное равновесие: с одной стороны, приятное времяпрепровождение, дружеские отношения, с другой — стремление выиграть. Более глубокие установки, чем простые внешние правила честной игры, делают возможным это тонкое равновесие, определяют различия между хорошей игрой и жестокой борьбой или соревнованием, короче,

[2] См.: Wertheimer M. On truth. — "Social Research", 1934, vol. 1, p. 135—146.

делают игру игрой. Это равновесие является психологически очень хрупким, оно легко может исчезнуть — как это и произошло в данной ситуации.

Моменты «против», «стремление выиграть», которые имеют место в хорошей игре, приобретают уродливые черты, не соответствующие больше игровой ситуации. Поэтому возник вектор: «Что можно сделать? И сделать немедленно?» Вот причина затруднений. «Можно ли добраться до сути ситуации?» Это приводит к рассмотрению структуры 11.

Структура Ia →← или, точнее, в случае с мальчиками

Структура Iб ——→ ← трансформируется в

Структуру II  от соперничества к сотрудничеству;

от «я» против «ты» к «мы». *А* и *В* как части общей структуры здесь уже не те, что в структуре I, они являются не противниками, каждый из которых играет только за себя, а двумя людьми, сотрудничающими ради общей цели.

Все элементы ситуации коренным образом меняют свой смысл. Например, подача не означает больше средство выиграть у В, сделать невозможной ответную передачу. В ситуации I игрок доволен, если он выигрывает, а другой проигрывает; но сейчас (II) игроки радуются каждому хорошему удару.

Последующие шаги свидетельствуют о переходе к рассмотрению проблемной ситуации с точки зрения *ее* достоинств, а не с точки зрения той или иной стороны или простой суммы обеих сторон. Решение возникает, когда осознается структурное нарушение; тогда оно приобретает более глубокий смысл. Напряжение не преодолевается чисто внешними средствами, скорее новое направление векторов обусловлено основными структурными требованиями, ведущими к действительно хорошей ситуации. Возможно, вы считаете, что я прочел в умах мальчиков слишком многое. Я так не думаю. Возможно, вы слишком мало знаете о том, что может происходить в головах мальчиков.

Кратко подчеркнем следующее:

208

1) операции перецентрирования: переход от одностороннего видения к центрированию, диктуемому объективной структурой ситуации;

2) изменение смысла частой — и векторов — в соответствии с их местом, ролью и функцией в данной структуре;

3) рассмотрение ситуации в терминах «хорошей структуры», в которой все соответствует структурным требованиям;

4) стремление сразу перейти к сути, честно рассмотреть проблему и сделать соответствующие выводы.

Я хочу заметить, что черты прямолинейности, честности, искренности, видимо, не являются второстепенными в таком процессе. Вообще говоря, точка зрения, согласно которой мышление рассматривают только как интеллектуальную операцию и полностью отделяют ее от человеческих установок, чувств и эмоций — «потому что эти темы принадлежат к другим главам психологии», — является весьма искусственной и узкой. Это становится особенно ясным в нашем примере, в переходе от слепого эгоцентрического видения с присущими ему эмоциями к последующим шагам. Но даже те процессы, которые, по-видимому, являются чисто интеллектуальными, предполагают определенную установку человека — некую готовность рассматривать проблему, делать это открыто, честно и искренне. Хотя я только кратко упоминал этот факт в предыдущих главах, он, видимо, играет важную роль во многих случаях продуктивного мышления, и даже в наших элементарных геометрических задачах.

Возможно, конечно, что определенное решение находится тогда, когда субъект занимает как раз противоположную позицию, когда он пытается действовать в данной ситуации обманным путем или грубо нарушить ее требования. Но здесь такие факторы не просто сопровождают «интеллектуальные операции», скорее сама природа операций, их генезис и развитие глубоко связаны с отношением человека к проблеме и ее решению. Хитрость и дух деспотизма, видимо, не лучшая установка в продуктивном мышлении, хотя иногда они и могут привести к практическому успеху и тем самым оказаться на короткое время и в ограниченных масштабах эффективными.

С этими вопросами связан еще один момент, который, по всей видимости, имеет чрезвычайно важное значение

для правильного понимания продуктивного мышления как в теоретическом, так и в практическом плане. Это переход от первой стадии, когда субъект просто хочет достичь определенной цели — когда его мысли полностью сосредоточены на этой цели, — к следующей, когда векторы, операции, действия концентрируются вокруг более фундаментальных требований ситуации. Когда субъект видит только эту цель и полностью руководствуется желанием достичь ее, он в каком-то смысле может стать практически слепым. Часто он должен сначала забыть то, чего он хотел раньше, чтобы почувствовать требования самой ситуации. И тогда, в лучшем случае, его установка будет больше похожа на установку врача или мудрого наставника, чем на установку умного и властолюбивого победителя или агрессора.

Этот переход является одним из самых значительных моментов многих подлинных процессов мышления. Роль чисто субъективных интересов личности в действиях человека, на мой взгляд, сильно переоценивается. Настоящие мыслители забывают о себе в процессе мышления. Главные векторы в подлинном мышлении часто не связаны с «я» и личными интересами, скорее они представляют структурные требования данной ситуации [1]. Когда же такие векторы все-таки относятся к «я», то это «я» не является центром субъективных устремлений.

Конечно, этот переход может осуществляться в направлении более глубоких требований самого «я». Иногда наблюдается счастливое совпадение требований проблемной ситуации с реальными глубокими потребностями «я», как в случае с нашими мальчиками.

Это был только скромный небольшой рассказ. Однако некоторые его моменты, как, например, существенный прогресс, который произошел в связи с изменением центрирования, свидетельствуют о чрезвычайно важных возможностях [2] людей, человеческого общества.

Удивительные изменения происходят иногда с людьми; например, очень пристрастный человек становится членом жюри, или арбитром, или судьей, и его действия свидетельствуют о переходе от предубеждения к честному

[1] См.: Levy E. Some aspects of the schizophrenic formal disturbance of thought. — "Psychiatry", 1943, vol. 6, p. 55—69.
[2] См.: Wertheimer M. A story of three days. — In: Anshen R. N. (ed.). Freedom: its meaning. New York, Harcourt, Brace, 1940, p. 555-569.

стремлению решать обсуждаемые проблемы справедливо и объективно. Именно в этом может состоять идея усовершенствования правосудия.

Центрирование — то, как мы рассматриваем части, отдельные элементы ситуации, их значение и роль по отношению к центру, сути или корню, — является наиболее важным фактором в мышлении. Традиционная логика и психология пренебрегали проблемами центрирования. Мощные силы действуют в ходе центрирования, в ходе — или в попытке — рассмотрения действительного центра той или иной ситуации; но они в равной степени сильны и в случаях слепого, принудительного или волевого децентрирования, столь эффективно используемого в некоторых видах политической пропаганды. Хотя многие мощные силы препятствуют правильному центрированию, люди совсем не хотят быть слепыми, они стремятся к правильному, справедливому центрированию ситуаций в соответствии с природой объекта и объективными структурными требованиями.

Что же касается понятия центрирования, то тут, видимо, молчаливо признается, что *адекватное* центрирование и его последствия для объективности и справедливости являются чрезвычайно важными. Иначе почему же неверное центрирование тем сильнее маскируется и выдается за истинное и справедливое, чем меньше оно является таковым?

II

Как это выяснилось в примере с бадминтоном, в процессе перецентрирования происходит довольно много интересного. Некоторые основные моменты станут яснее, если мы рассмотрим сейчас более простую историю.

Я навещал одну семью. Дочь пришла домой, и меня познакомили с ней. Отец спросил ее, как она провела день. Она ответила, что было много работы, но что у нее все прекрасно. Я спросил: «Вы работаете?» «Да, — ответила она. — Я работаю в одной фирме». «Это крупная фирма?» «Пожалуй, — сказала она, — в конторе много народу. Я имею дело непосредственно с м-ром *A*, м-ром *B* и м-ром *C,* которые часто подходят к моему столу, задают вопросы, приносят письма и т. д. В конторе работают и другие люди, с которыми я непосредственно не общаюсь. М-р *A* имеет дело с м-ром *D,* м-р *B* — с м-ром *E*, а м-р *C* — с м-ром *F. D* и *E* так же связаны друг с другом,

как и *E* — с *F.* Таким образом, кроме меня, в конторе шесть человек».

Я спросил: «Вы начальник?» «Нет», — ответила она. «Вы отдаете кому-нибудь распоряжения?» — «Да. Иногда я отдаю распоряжения м-ру *A* и м-ру *C.* Я получаю указания от м-ра *B,* м-р *D* получает их от м-ра *E,* м-р *E* — от м-ра, *B,* а м-р *F* — от м-ра *E».* (У нее, видимо, был логический склад ума, и она пыталась рассказать мне все, что знала.)

Чего-то мне недоставало — полагаю, что и читателю тоже, — и я сказал: «Я все еще ничего не знаю о людях в вашей конторе». «Но я ведь рассказала вам все», — ответила она. Я, однако, оставался в неведении. Вдруг я сказал — это было догадкой: «Таким образом, м-р *B* — ваш начальник, и вы непосредственно подчиняетесь ему, так же, как и м-р *E?»* «Да», — подтвердила она.

В ее представлении о своей конторе присутствовали все отношения, и тем не менее она не смогла создать ясной картины. Большинство людей, если бы им задали такой вопрос, начали бы примерно со следующего: «Я работаю непосредственно под руководством *B,* как и м-р *E». И* возможно, добавили бы: «У меня и у м-ра *E* находятся в подчинении по два человека, которым мы отдаем распоряжения». И может быть, продолжили бы: «Двое из них иногда имеют дело друг с другом». Это было бы разумным описанием; оно дало бы ясное представление о структуре данной конторы. Но эта девушка перечислила людей и отношения между ними в путаной последовательности, которая фактически игнорировала структуру данной ситуации; все, за исключением последнего туманного заявления во втором описании, она сконцентрировала вокруг себя.

Это — невинный пример глупой установки в жизни и мышлении, которая часто оказывает сильное влияние на формирование взглядов и поступков человека.

Конечно, это могло быть просто неудачным описанием, но из последующих замечаний и поведения девушки я понял, что такова была ее реальная установка. Некоторое время спустя я встретил одного из ее сотрудников испросил, как у нее идут дела. «Очень хорошо, — сказал он, — она прекрасный человек. Но мы не уверены, что она проработает у нас долго. Она странно относится к другим людям и даже к своей работе. Кажется, что она относит все происходящее к себе, как будто она всегда является

центром ситуации, даже в деловых вопросах, когда никто о ней лично не думает. Это нехорошо для дела».

Чрезмерное самоцентрирование является известным симптомом психопатологического состояния, которое часто ведет к опасным последствиям как в личной, так и в общественной жизни [1]. Самоцентрирование отнюдь не является общей, естественной установкой, как предлагают нам считать некоторые влиятельные умы нашего времени.

Посмотрим внимательнее, что сделала девушка в своем описании. Схематично это можно представить так:

Первое описание

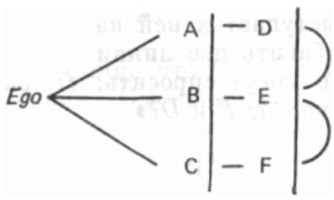


Рис. 109

Эта схема очень похожа на то, как логик представил бы список связей в сети отношений. Он выразил бы отношения *Ego r X* и т. д. следующим образом:

Ego A │ AD │

		DE
Ego B	BE	
		EF
Ego C	CF	

Рис. 110

Если попросить кого-нибудь начертить схему, которая соответствовала бы данному девушкой описанию, то она выглядела бы следующим образом:

[1] См.: Wertheimer M. Über Gestalttheorie. Erlangen, Philosophische Akademie, 1925. **См.** также: Ellis W. P. Op. cit. Selection 1; L e v y E. Op. cit., p. 59—69; Schulte H. Versuch einer Theorie der paranoischen Eigenbeziehung und Wahnbildung. — "Psychologische Forschung", 1934, vol. 5, S. 1—23.

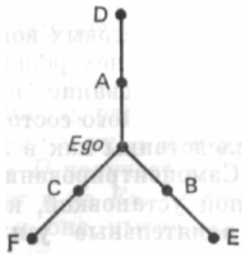


Рис. 111

Ego («я») выступает в ней как центр. Ничто не меняется, если прибавить две линии от *D* к *E* и от *E* к *F*. Некоторые также могут спросить: «А разве нет еще соединительной линии от *F* к D?»

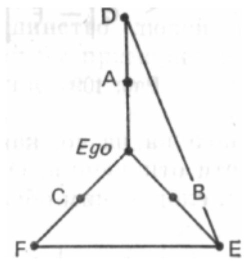


Рис. 112

Второе описание

В этом описании девушка определяла отношения, указывая их направления. Но теперь список представляет собой настоящий клубок таких направлений:

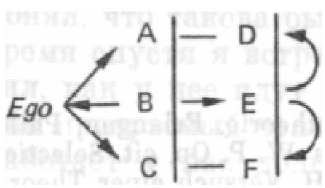


Рис. 113A

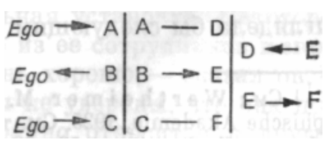


Рис. 113B

Если мы представим это в виде графа, то получим:

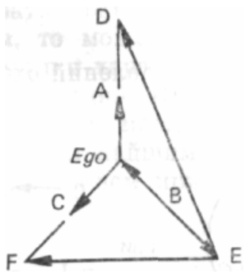
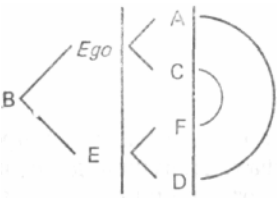


Рис. 114

В этот момент обычно что-то происходит с теми, кто смотрит на эту схему. Им начинает казаться, что она «неправильно начерчена», «искажена». И тогда они придают ей форму, которую мы сейчас покажем.

Третье описание

Как схема, так и граф адекватного описания выглядят совершенно иначе:



или в виде сети отношений

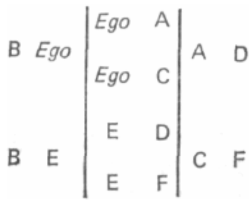


Рис. 115 Рис. 116

Граф имеет следующий вид:

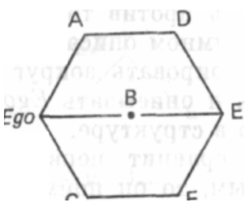
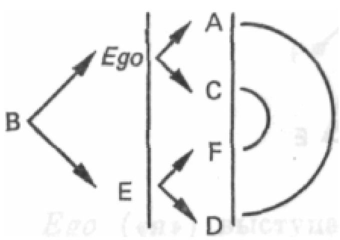


Рис. 117

что дает совершенно другую картину с четким центрированием вокруг *B*.

Четвертое описание

При определении направлений схема приобретает следующий вид:



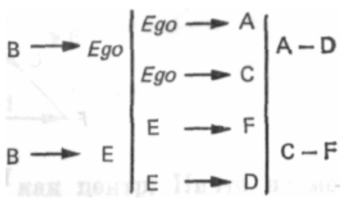


Рис. 118А   Рис. 118Б

или

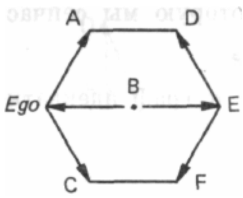


Рис. 119

Теперь все структурно ясно; нет путаницы, как в предыдущих описаниях, схемах и графах. Девушка действительно *отметила* все существующие отношения, но сделала это в виде весьма беспорядочной нецентрированной совокупности. Первое и второе описания и соответствующие графы противоречат объективной структуре ситуации: они игнорируют, разрушают, неправильно ее центрируют. Нечего возразить против того, что описание *начиналось* с *Ego,* но в разумном описании нельзя все, что отсюда следует, концентрировать вокруг *Ego.* Напротив, следует рассматривать и описывать *Ego,* учитывая его (второстепенное) место в структуре.

Если читатель сравнит первый и второй графы с третьим и четвертым, то он поймет, что я имею в виду, когда говорю, что на первом и втором графах последовательность, группировка и центрирование не адекватны

структуре. Но посмотрим более внимательно: если мы хотим охарактеризовать место, роль и функцию различных частей картины, то можем в первом приближении поступить так, как логики характеризуют элементы и линии связей в сети отношений. Имплицитное определение точек по их относительным местам в сети, в терминах числа отношений (г) к ближайшим (P_1), к более далеким (P_{II}) точкам и т. д., в нашем примере дает следующую схему:

	B		*Ego,* E		A,D,C,F.	
	r.	P.	*r.*	P.	*r.*	P.
I	2	2	3	3	2	2
II	4	4	3	3	3	3
III	2	-	2	-	1	-

Рис. 120

Рис. 121

тогда как первое описание дает:

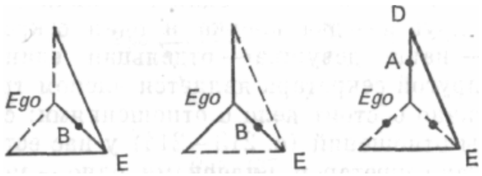


Рис. 122

Если мы обозначим индивидов трех классов буквами α, β, γ, то получим:

217

в первом описании и в третьем описании

1	2	3
	γ	γ
β	α	β
	γ	γ

Рис. 124

1	2	3
		γ
	β	γ
α		γ
	β	γ

Рис. 123

Что касается отношений, то мы получим:

в первом описании в третьем описании

1	2	3
βγ	γγ	γβ
βα	αβ	
βγ	γγ	γβ

Рис. 125

1	2	3
αβ	βγ	γγ
	βγ	
αβ	βγ	γγ
	βγ	

Рис. 126

Мы придем к аналогичному результату, если примем во внимание направленный характер отношений во втором и четвертом описаниях.

Мы обнаружили, что в этом примере есть три вида людей: можно назвать их начальником, секретарями и клерками. Концентрируясь в группировках первого и второго описаний вокруг *Ego,* они оказываются смешанными» В соответствующих схемах в качестве членов одной группы выступают два клерка и один начальник, а в качестве членов другой — два клерка и один секретарь; один секретарь — наша девушка — отдельная единица слева, тогда как другой секретарь является членом тройки справа. Аналогично обстоит дело с отношениями: с левой стороны схемы отношений (с. 213—214) у нас есть два отношения между секретарем и клерками, одно — между секретарем и начальником; правее — два отношения между клерками, одно между начальником и секретарем; справа — два отношения между секретарем и клерками.

Напротив, все находится в полном, обозримом, безупречном порядке, когда мы обращаемся к третьему и четвертому описаниям и соответствующим схемам (с. 215—216). Отправной пункт — начальник, затем идут два секретаря и, наконец, четыре клерка. Первые два отношения — это отношения между начальником и секретарями, затем отношения между секретарями и клерками и, наконец, отношения между клерками.

Короче говоря, первое и второе описания с точки зрения отдельных элементов являются в общем-то корректными и во всех отношениях полными, но они вводят центрирование и группировку, не соответствующие структуре и искажающие логическую иерархию ситуации. Они объединяют людей с различными ролями и функциями и позволяют считать различными по месту в структуре людей, которые таковыми не являются. Принадлежащее девушке субъективное описание, то есть описание, не учитывающее ее второстепенного положения, искажает структуру; в нем девушке не удалось отразить структурное значение частей.

То, что мы сейчас сказали относительно различия между неправильно центрированным и структурно адекватными описаниями, имеет силу даже тогда, когда ситуация характеризуется в терминах неявных определений, числа отношений и т. д. (И все же суть дела заключается не в определенности классов, выраженных в этих терминах. Читатель должен сознавать, что, применяя этот логистический метод, мы должны соблюдать осторожность.)

Предположим, что в описании следует учесть владельца предприятия. Сеть отношений будет выглядеть следующим образом:

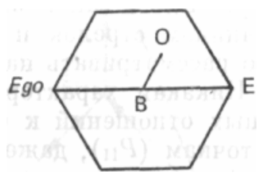


Рис. 127

В терминах числа отношений к другим точкам *B* легко может оказаться гомологом *Ego* и *E,* поскольку все они имеют одни и те же имплицитные характеристики.

	B		*Ego,*	E
	r	P	*R*	P
I	3,	3	3,	3
II	4.	4	4.	4
III	2,	-	2,	-

Рис. 128

Эти числа не создают полной картины. Например, в II число 4 имеет различное значение в разных случаях: для *B* оно означает 2 + 2, для *Ego и E* — 1 + 2 + 1.

В таких случаях решающее значение имеет распределение направленных отношений. Что можно сказать о ситуации, в которой присутствуют начальник, два секретаря и один клерк?

Рис. 129

Если не принимать во внимание направленность отношений, то *Ego* и *B* будут подлинными гомологами.

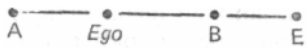


Рис. 130

Здесь мы сталкиваемся с обстоятельством, которое имеет решающее значение: стрелки *исходят* от *B*, идут по левой стороне *через Ego* и заканчиваются в *A. B,* а не *Ego* является источником стрелок и в этом смысле их центром. *Ego* нужно рассматривать на его месте в ориентированном графе. Никакая характеристика в терминах числа ненаправленных отношений к ближайшим точкам (P_{I}), к вторичным точкам (P_{II}), даже ко всем точкам не является достаточной.

Более глубокое значение центра не определяется тем, что единичное всегда выделено; более важно, что центр — это источник направленных отношений, что он суть дела. Могут, например, быть два начальника-партнера и один секретарь, и все же этот секретарь, *Ego,* не будет центром данной структуры. (Конечно, секретарь могла бы при

пределенных условиях стать центром, например в том случае, если бы поведение ее начальников определялось желанием жениться на ней.)

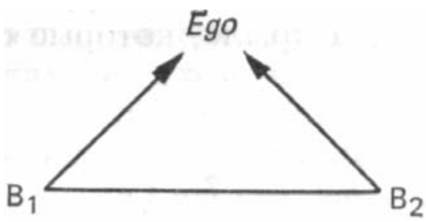


Рис. 131

Центрирование, таким образом, — это не просто вопрос распределения числа отношений; это вопрос внутренней структуры ситуации, которая возникает только тогда, когда задается направление отношений внутри целостной картины и тем самым — функциональное значение каждого элемента.

Как реагируют люди на неадекватные описания? Первое описание девушки создавало впечатление, что она была центром. «Вы начальник?» — спросил я. Этот вопрос предполагал, что стрелки соответствовали ее описанию.

Второе описание вначале приводило в замешательство, так как распределение стрелок не соответствовало данной структуре (с. 215). С точки зрения распределения направленных отношений *Ego* более не находится в равновесии, что характерно для центра. В то же время начинает выясняться, что *B* является источником векторов.

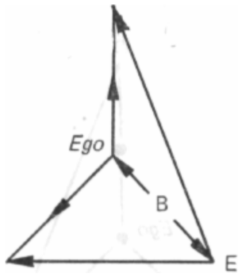


Рис. 132

Если испытуемый смотрит на эту схему, то часто наблюдается следующий процесс: «Это очень странно. Как

сложно в центре *(Ego)* с этими стрелками! Как странно выглядят линии без стрелок!» Затем некоторые испытуемые внезапно фокусируют свое внимание на *B* и говорят: «Странно. Относительно линии, которая проходит через *B*, схема выглядит как два крыла, которые следует привести в порядок...»

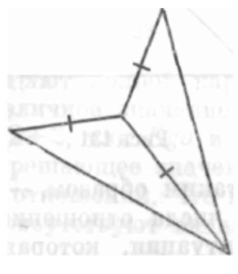


Рис. 133

— и чертят новую схему. Другие же сначала обнаруживают, что «странная усложненная констелляция стрелок в *Ego»* — «две стрелки направлены от *Ego,* одна — к *Ego*» — структурно повторяется в *E,* и таким образом приходят к нашей последней схеме.

Предыдущая схема действительно кажется странной, неупорядоченной, нуждающейся в улучшении. Затем следует сильный динамичный процесс, в ходе которого эта схема превращается в структурно ясную (см. рис. 119).

У некоторых испытуемых — их меньшинство — подобные реакции наблюдаются уже тогда, когда они сталкиваются с графом первого описания

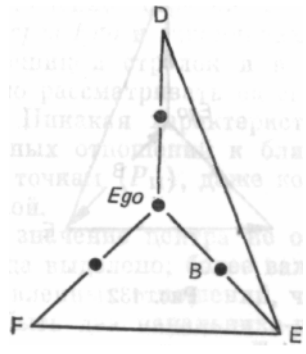


Рис. 134

и когда они получают отрицательный ответ на свой вопрос, существует ли линия *FD*. Припомнив, что длина линий в сетях отношений является произвольной, они иногда видят «два крыла» и таким образом реорганизуют картину, как показано на рис. 133.

В экспериментах без схем, когда используется только второе описание девушки или символический список направленных отношений, реакции не являются столь определенными и ясными, но все же иногда оказываются правильными. Пытаясь найти лицо, которое отдает распоряжения и не получает их, испытуемые фокусируют внимание на *B* и таким образом осознают промежуточное положение девушки.

И в этих случаях переход часто оказывается процессом переструктурирования, хотя и не таким отчетливым, как в случаях с графами: сначала *Ego* рассматривается как центр, а большинство других элементов оказывается в тени на периферии; затем внимание сосредоточивается на *B*, а *Ego* занимает свое второстепенное место, хотя другие элементы все еще не имеют своего определенного места в структуре.

Для только что упомянутых случаев особенно характерно то, что «новая идея» возникает как «догадка» ввиду отсутствия изначальной ясности, чему в значительной мере способствуют очень многие детали. Основания для догадки часто неясны и просто связаны с направлением центрирования. В экспериментах со схемами ситуация сначала также представляется неясной, затем возникает «какая-то смутная идея», которая связана с направлением перецентрирования, и, наконец, картина кристаллизуется и образует новую завершенную структуру.

ГЛАВА 8

Определение суммы углов многоугольника

1. Во время беседы об орнаментах, которая происходила за ленчем, зашла речь о замкнутых геометрических фигурах, таких, как треугольники, прямоугольники, шестиугольники и другие многоугольники. В какой-то момент мой друг, художник, заметил: «Сумма углов всех таких

Рис. 135

фигур, конечно, должна быть одной и той же». Все рассмеялись. Я оказался в удивительном положении. Я сказал: «Конечно же, сумма углов *не* одна и та же. В треугольнике она равна 180°, в прямоугольнике — 360°, в шестиугольнике — 720°». Но я чувствовал, что то утверждение в каком-то смысле должно быть верным, оно затрагивает какой-то важный момент. Это чувство не покидало меня. С одной стороны, было ясно, что сумма углов различных многоугольников не является одинаковой; с другой, я чувствовал, что не могу совсем оставить этот вопрос: ведь должен быть какой-то путь его решения. В этом был какой-то глубокий смысл, но я не знал, как его обнаружить. Невозможно было понять или даже почувствовать, в чем же именно заключается проблема. Навязчиво продолжал звучать вопрос: «Должно быть какое-то решение. В чем, черт возьми, дело?»

Другие гости, принимавшие участие в разговоре, не испытывали никакого беспокойства. Вопрос для них был

исчерпан, когда они узнали, что утверждение оказалось явно ложным.

На протяжении нескольких последующих часов, в течение которых я должен был заниматься другими вещами, проблема продолжала меня волновать. Затем она приобрела такую форму: «С одной стороны, есть *A* — сумма углов фигуры, с другой, *B* — связанная с замкнутостью завершенность фигуры. Между *A и B* есть только «и»,

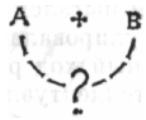


Рис. 136

простая конъюнкция. Вот одно, вот другое. Что кроется за этим «и»-отношением? Что вызывает беспокойство? *A* и *B* должны быть как-то связаны друг с другом». Это не было ощущением противоречивости двух утверждений. Я задал себе вопрос: «Как можно это понять?»

2. На следующий день, когда я был занят другой работой, мне неожиданно пришла в голову следующая смутная, неопределенная и неясная идея: «Возьмем *точку*. Вокруг *точки* находится полное «угловое пространство» в 360° (один полный угол). Не должно ли происходить

Рис. 137

нечто подобное в случае замкнутой фигуры?» Но в то время я не мог уловить эту крайне туманную мысль.

Рис. 138

Прошло три дня. Что бы я ни делал, я все время испытывал одно и то же сильное чувство, ощущение чего-то незаконченного, направленность на что-то такое, что я не мог понять. Несколько раз я чувствовал, что почти что могу сказать, в чем заключается причина беспокойства, от чего оно зависит, в каком направлении следует искать решение, но все было весьма неопределенно, так что я не мог это точно сформулировать. Много раз проблема казалась настолько ясной, что «необходимо было только записать ее», но, когда я пытался это сделать, мне это не удавалось, идея не формулировалась.

(Я обнаружил подобный ход развития во многих действительно великих интеллектуальных свершениях — то же чувство направленного напряжения при туманности, неопределенности реальной ситуации. В каком-то смысле форма, которую примет решение, «вертится на кончике языка», но ее невозможно ухватить. Это состояние может продолжаться в течение многих месяцев, сопровождаясь многодневной депрессией, и, хотя очевидно, что успех незначителен, человек не может оставить проблему.)

3. Через два дня снова возник вопрос: «Если я возьму точку, то вокруг нее будет полный угол. Если я возьму *прямую линию,* то и вокруг нее существует угловое пространство. Тогда, имея такую прямую линию, *как я должен действовать, чтобы получить замкнутую фигуру?*

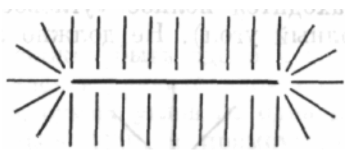
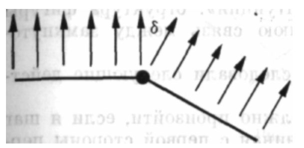


Рис. 139

Просто продолжая прямую линию? Вовсе нет. Я должен *изогнуть* линию в какой-то точке, если хочу получить замкнутую фигуру». Это быстро привело к идее: «Давай-

Рис. 140

те сначала рассмотрим сумму внешних углов». И что получится? Изгибаясь, угол в 180° разбивается на два «боковых угла», каждый из которых является прямым, и между ними появляется дельта (δ), «угол вращения». Важны именно дельты, вращение.



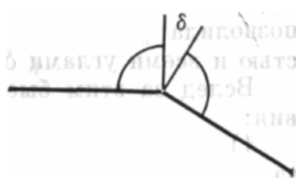


Рис. 141 Рис. 142

И в целой фигуре по мере ее замыкания сумма дельт должна быть равна... полному обороту, углу в 360°, независимо от того, сколько у фигуры боковых сторон!

Каждая сторона имеет два внешних прямых угла, по одному на каждом конце. Может быть столько сторон и, следовательно, столько углов, сколько мы пожелаем; но в каждой фигуре углы вращения должны в сумме составлять полный угол. Это было «интуицией». В этот момент я чувствовал себя очень счастливым. Я чувствовал: «Теперь я понимаю, в чем дело».

Что же, в сущности, произошло? Я начал с обычного представления об углах и о завершенности или замкнутости. Я пытался понять, как возникает замкнутость; полный внешний угол при вершине превратился в два прямых угла плюс δ; я перестал связывать прямые углы с центральной идеей замкнутости, угол δ теперь рассматривается вместе с другими δ в качестве угла, образующего полный угол вращения. При таком понимании углов важные углы δ неожиданно оказались связанными с замкнутостью фигуры. «И»-отношение *A* (сумма углов) и *B* (замкнутая завершенность) превратилось в согласованное, понятное, прозрачное единство. *A* и *B* больше не были просто рядоположенными отдельными вещами, теперь они стали частями внутреннего единства. Замыка-

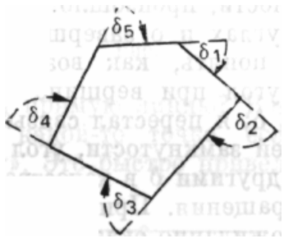
ние фигуры потребовало, чтобы δ дополнили друг друга до 360°. Этот процесс интеграции стал решением: то, что раньше было просто какой-то туманной и неудовлетворительной суммой, теперь приобрело вполне определенную форму.

Мысль о том, что сумма углов δ равна 360°, возникла не как некое допустимое предположение, общее утверждение или вера, а как «интуиция»: структура фигуры позволила увидеть внутреннюю связь между замкнутостью и всеми углами δ.

Вслед за этим быстро последовали следующие действия:

1) Было осознано, что должно произойти, если я шаг за шагом обойду фигуру, начиная с первой стороны первой δ: для того чтобы замкнуть фигуру, я должен снова прийти к исходной прямой, совершив полный оборот. Сначала появилась общая идея [1]; затем она была реализована в виде последовательности действий: одна сторона угла δ_1 поворачивается на некоторый угол до совпадения с другой стороной, 2 параллельно переносится в положение 3, поворачивается на угол δ_2 и т. д. Чтобы обойти всю фигуру, осуществляя замыкание, и снова перейти в положение 1, сторона должна совершить полный оборот в 360°.

[1] Позднее я нашел в одной книге замечание, принадлежащее физику Эрнсту Маху, который применил сходный метод. В результате суммирования б Мах тоже получил полный угол. Его



подход несколько отличается от нашего, угол разбивается не на *R,* δ, *R,* а на *2R,* δ, что приводит к психологически иному способу образования полного угла.

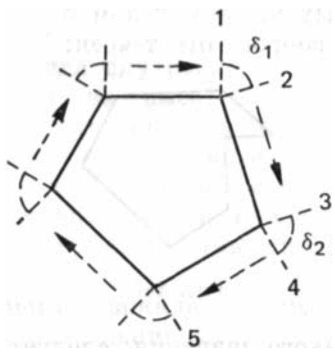


Рис. 143

2) Сразу после этого возникла следующая мысль: допустим, что стороны фигуры стремятся к нулю. Что произойдет в таком случае? Расстояние между соседними

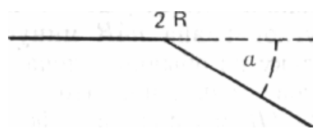


Рис. 144

параллельными сторонами боковых углов исчезнет, эти линии сольются в одну, совпадут также и вершины углов, и я получу именно ту картину, которая показана ниже: точку, которую окружает угловое пространство в 360°, построенное из углов δ!

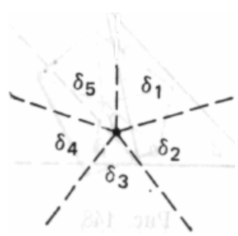


Рис. 146

3) Здесь возник следующий вопрос: а как обстоит дело с вогнутыми фигурами, которые не обладают ясной

структурой боковых углов с углом δ между ними? При такой постановке вопроса ответ ясен:

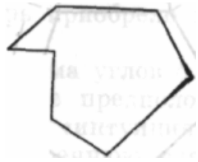


Рис. 147

это не имеет никакого значения; следует учесть, что сторона угла может поворачиваться в противоположную сторону, но все равно углы δ должны в сумме дать полный угол.

4) Обычный метод определения формулы для суммы внешних углов многоугольника теперь выглядел действительно странным: «Сумма всех внутренних и полных внешних углов равна $n \cdot 4R ... \Sigma i + \Sigma e = n \cdot 4R$. Следовательно, сумма внешних углов равна $n4R$ минус сумма внутренних углов. Поскольку из обычного доказательства с помощью треугольников [1] известно, что сумма внутренних углов равна $n \cdot 2R — 4R$, мы получаем формулу $\Sigma e = n \cdot 4R — — (n \cdot\cdot 2R — 4R)$. Произведя вычитание, получаем: $n \cdot 4R —$

[1] Обычно сумму углов треугольника — 180°, или 2R (два прямых угла), — получают, не учитывая того, что треугольник является замкнутой фигурой. Обычное доказательство для суммы внутренних углов многоугольника заключается в следующем: постройте внутри многоугольника η треугольников так, чтобы каждая сто-

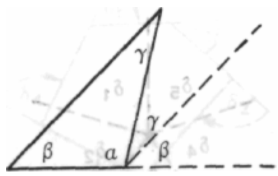


Рис. 148

рона многоугольника была основанием одного треугольника. Сумма углов всех треугольников равна $n \cdot 2R$. Чтобы получить сумму внутренних углов многоугольника, вычтите из $n \cdot 2R$ смежные углы треугольников, которые располагаются вокруг средней точки. Сумма последних равна $4R$. Следовательно: $\Sigma i = n \cdot 2R — 4R$.

В этой формуле $n \cdot 2R$ есть результат вычитания $n \cdot 2R$ из $n \cdot 4R$; $4R$ — это результат изменения знака члена $—4R$ из формулы для внутренних углов. Величина членов этой формулы не имеет прямого отношения к тому, как углы многоугольника замыкают фигуру [1]. Между тем я понял, что в действительности представляет собой $n \cdot 2R.+4R$: это сумма боковых углов, то есть пар прямых углов, прилегающих к каждой стороне $(n \cdot 2R)$ плюс полный оборот ($4R$), замыкание, осуществляемое углами δ.

5) В этот момент возникла любопытная мысль: почему мы называем

треугольник именно треугольником? Почему мы не называем его, например, четырехугольником или шестиугольником? Мы, конечно, можем его так назы-

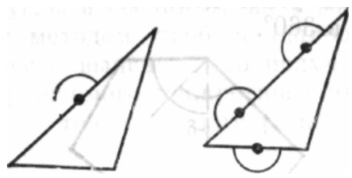


Рис. 150

вать, поскольку фактически в каждой точке на его сторонах находится угол. Но мы не считаем эти углы. Почему? Разве количество углов может быть любым? Нет.

[1] Конечно, член $4R$ в формуле для внутренних углов прямо связан с замкнутостью в том смысле, что вершины прилегающих

Рис. 149

друг к другу треугольников совпадают; но внутренняя связь между суммой углов самих треугольников и их замкнутостью не является столь отчетливой.

Теперь этот вопрос ясен: в этих точках на сторонах нет углов δ. Эти точки никак не связаны с изломом линии, ограничивающей фигуру, и с возвращением к ее началу, с замыканием многоугольника посредством вращения углов δ.

6) А как обстоит дело с внутренними углами? Столкнувшись теперь с этим вопросом, я снова не представлял себе, как можно на него ответить. И снова сначала возникла смутная идея: вокруг точки и фигуры имеется полный угол 360°. *Внутри* фигуры находится... «отверстие»! И скоро все стало ясно: должен быть полный *отрицательный* угол 360°: внутри *боковые углы перекрываются.* Величина этого перекрытия представляет собой отрицательный угол вращения, минус δ. Когда эта фигура замыкается, сумма таких углов должна составить полный отрицательный угол в 360°.

Рис. 151

Здесь читатель вправе задать вопрос, что же из всего этого следует. Та же самая формула, которая была известна раньше, но она предстала теперь в новом свете: члены этой формулы приобрели прямое функциональное значение.

И такое понимание сразу же привело к озарению (инсайту): если боковые стороны и то или иное их число являются внешними, если существенным оказывается только вращение углов δ, то это относится к любой замкнутой плоской кривой, к окружности, эллипсу, и т. д. ... (Я опускаю продолжение.)

7) Но проблема все еще не была окончательно решена. По мере того как она становилась ясной, возникало насущное требование: если такой ход рассуждения действительно имеет смысл, то тогда он должен иметь силу для *любой* замкнутой фигуры. Он должен быть справедливым для трехмерных многогранников, для четырехмер-

ных и *n*-мерных тел, вообще для всех замкнутых фигур... с необходимыми изменениями для неевклидового пространства.

За шесть недель напряженной работы мне удалось по-настоящему понять трехмерные фигуры. (Годом позже я узнал, что один математик уже очень давно нашел формулу для многогранников, и все же я не хотел пройти мимо этого опыта, который привел меня к подлинному инсайту.) В течение этих недель проблема неизменно волновала меня, вызывала напряжение. Я изучал конкретные многогранники, например кубы, части кубов, некоторые пирамиды и т. д.; способы объединения телесных углов в полный телесный угол. За это время я значительно развил в себе способность визуально представлять телесные углы и соединять их в воображении. Я не искал формулы методом проб и ошибок, не проверял гипотезы; я просто выяснял, что получится, если телесные углы воображаемого конкретного многогранника соединятся в одной точке: например, как углы куба, сведенные в центр сферы, образуют полный телесный угол [1], какие суммы образуют другие углы других многогранников — частей куба, пирамид, параллелепипедов и т. д.

Бывали очень драматические моменты, как, например, когда один из моих друзей сказал мне: «Перестань принимать это так близко к сердцу. Задача неразрешима, так как сумма углов пирамиды меняется при изменении ее высоты. Точнее, она является функцией высоты».

8) Но процесс мышления продолжал развиваться. После огромных усилий решение для трехмерных тел

[1] Так же и в случае двух измерений угол при вершине квадрата является одной четвертью полного угла, причем все четыре угла делают его полным, или угол при вершине правильного шестиугольника составляет одну треть полного угла, три трети делают его полным.

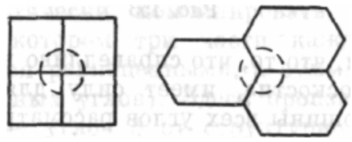


Рис. 152

Вообще говоря, вводя понятие угла, следует рассматривать УГОЛ, как часть полного угла, или как часть вращения на полный УГОЛ (см. гл. 4. с. 162).

пришло ночью в полусонном состоянии. Хотя я не мог вспомнить, чтобы что-нибудь записывал, я утром обнаружил на листе бумаги следующую формулу:

Σe $=\Sigma$ плоских углов +2 углов при вершинах$+\Sigma\delta$ (= 1), где e обозначает внешний телесный угол. Возьмем плоскость (a), согнем ее вдоль прямой линии (*b*); восстановим к каждой плоскости нормальную плоскость (c). Между нормальными «плоскими углами» (соответствующими боковым углам *H* двумерных фигур) вы обнаружите «углы при вершинах» (c); согните эти углы в одной из точек *(d),* и вы получите δ. Чтобы многогранник был замкнутым, сумма углов δ должна составлять полный телесный угол!

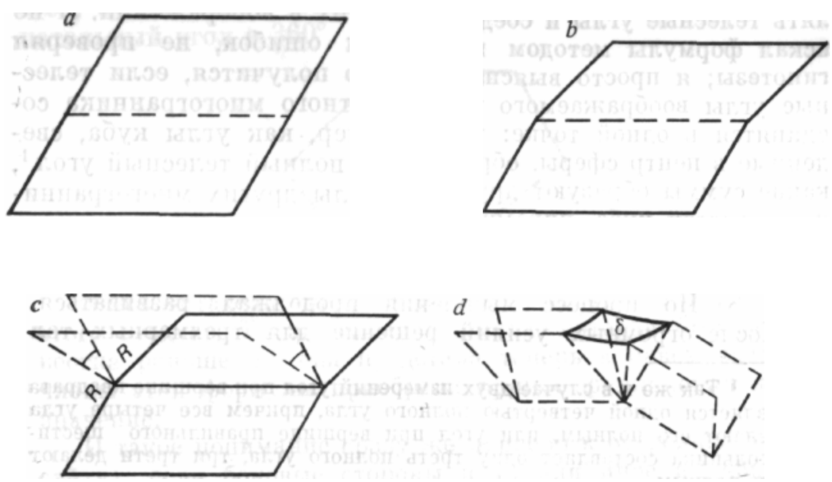


Рис. 153

Вскоре я понял, что то, что справедливо в частном случае «изгибания плоскости», имеет силу для всех телесных углов. Если вершины всех углов рассматривать как центр сферы, то углы δ, «полярные углы», должны заполнять сферу. С помощью этой идеи я получил формулу для многогранников. Затем было получено решение для суммы внутренних углов, основанное на идее объемного «отверстия».

Последующие дни были посвящены строгим доказательствам формул для сферы и т. д.

Я не буду описывать дальнейший ход моего мышления. Здесь я прерву свой рассказ на том счастливом моменте, когда стала прозрачной внутренняя связь между замкнутостью и суммой углов многогранников и плоских фигур.

В заключение охарактеризуем основные этапы процесса мышления:

1. Ощущение существенной взаимосвязи структуры замкнутых фигур и суммы их углов и потребность ясно постичь эту связь.

2. Первичная идея целостной замкнутости и «углового пространства». Здесь произошло изменение цели: вместо того чтобы рассматривать внутренние углы, мы занялись вопросом о сумме внешних углов, смутно ощущая, что этот вопрос является структурно более простым. (Позднее эта мысль получила ясное подтверждение в ходе мышления.)

3. Сосредоточение внимания на необходимом для замыкания фигуры этапе привело к радикальному изменению понимания значения угла, к интуиции относительно «угла вращения δ»; это произошло в результате отделения того, что является структурно релевантным для осуществления замыкания, от того, что таковым не является.

4. Рассматривая углы δ как нечто целое, мы интуитивно поняли, что существует внутренняя связь между углами и замкнутостью. В отличие от простой суммы обычных углов все углы δ дают завершенную форму, замкнутость, полный угол в 360°. На этом этапе произошла перегруппировка частей целого.

δ-части после отделения от боковых углов рассматривались как единое целое. Но даже если испытуемому начертить углы с уже проведенными дополнительными линиями, делящими каждый угол на три части, он может продолжать хаотически комбинировать углы обычным способом (при котором три части каждого отдельного угла оказываются равноценными, а сумма углов все еще состоит из обычных углов). Здесь производимая группировка (отделение углов δ от структурно внешних боковых углов, не принимавших никакого участия в замыкании фигуры) направлялась задачей понять замкнутость фигуры. Концентрация внимания на углах δ и объединение их в единое целое позволили найти структурный

перенос этого фактора (см. с. 227) на фоне внешних к структуре факторов: число боковых углов, обычных углов, сторон и вершин.

Рис. 154

5. Было дано подробное доказательство полученной интуитивно формулы. Уменьшая длины сторон до нуля, мы установили прямую связь между внешними углами и первоначальной идеей «углового пространства», окружающего точку.

6. Возникла проблема, которая была затем решена; был найден принцип, применимый и в частном случае вогнутого многоугольника (см. с. 230).

7. Благодаря инсайту было осмыслено обычное доказательство, которое само по себе оставалось непонятным. Обычная формула обрела новый и более глубокий смысл: было обнаружено функциональное значение членов формулы.

8. Затем был рассмотрен вопрос о внутренних углах. И снова вначале возникла глобальная идея целого — представление о цельном «отверстии», сумме отрицательных углов δ, равной 360°.

9. Расширилась область применимости полученного результата: было обнаружено, что он распространим на все замкнутые плоские фигуры. Благодаря инсайту исчезли ограничения, характерные для обычной точки зрения.

10. Мы почувствовали необходимость довести дело до конца: если в инсайте было обнаружено нечто фундаментальное, то найденное отношение должно выполняться также и для трехмерных фигур и т. д. Мы начинали с определения суммы телесных углов. Мы изучали сравнительно простые виды многогранников. Несмотря на трудности, мы в воображении объединяли углы и определяли их сумму. Вначале радикальное, общее решение казалось невозможным.

11. Решение пришло однажды ночью — это было

структурно ясное решение, как в гораздо более простом случае двухмерных фигур.

Самую важную роль в этом процессе играло стремление постичь внутреннюю структуру задания. И снова мы увидели, какую роль в свете структурных требований играют свойства целого, реорганизация, перегруппировка, постижение функционального значения частей в целом и т. д.

Каждый этап был частью единого последовательного хода мышления; полностью отсутствовали какие бы то ни было случайные действия, слепые пробы и ошибки.

Решение было найдено не сразу, процесс мышления протекал нелегко; это, очевидно, было вызвано тем, что в ходе мышления необходимо было преодолеть обычные, сами по себе ясные, сильные структурные факторы; а позднее, в случае многогранников, необходимо было научиться эффективно действовать в сложных проблемных ситуациях.

ГЛАВА 9

Открытие Галилея

Как Галилей открыл закон инерции и, таким образом, положил начало современной физике?

Вопрос о том, как в действительности мыслил Галилей, многократно обсуждался. Даже теперь это до конца не ясно. Очень трудно дать подробное описание его мышления. Задача, стоявшая перед Галилеем, усугублялась тем, что существовали очень сложные понятия и теории о природе движения [1]. Исторические интерпретации некоторых моментов отличаются друг от друга, это касается и вопроса о том, в какой степени старые концепции играли роль в процессе мышления Галилея [2].

Споры велись вокруг следующих вопросов: направлялось ли мышление Галилея индукцией? Или дедукцией? Эмпирическими наблюдениями и экспериментом или же

[1] В частности, различались «естественное» и насильственное движения. Существовало понятие о необходимо уменьшающейся "vis impressa" (приложенной силе) и спекуляции о роли среды в задержке того момента, когда тело приходит в состояние покоя. Существовали определенные представления о «естественных» круговых движениях с постоянной скоростью и т. д.

[2] Читатели, которые интересуются историей развития теории, могут прочитать следующие труды: Wohlwill S. von. Die Entdeckung des Beharrungsgesetzes.—"Zeitschrift für Völkerpsychologie und Sprachwissenschaft", 1883, Vol. XIV, S. 365—410; 1884, Vol. XV, S. 70—135; Mach E. Die Mechanik in ihrer Entwicklung. Leipzig. Brockhaus F. A., 1908, замечательные исследования Александра Койре «Этюды о Галилее» (1, II, III. Paris, Hermann, 1939) и, конечно, прежде всего труды самого Галилея.

априорными предпосылками? Можно ли считать главной заслугой Галилея то, что он сделал качественные наблюдения количественными?

Когда изучаешь литературу, — древние трактаты по физике и труды современников Галилея, — понимаешь, что одной из самых замечательных черт его мышления была способность достигать ясного структурного понимания на чрезвычайно сложном и запутанном фоне.

Я не буду пытаться здесь произвести историческую реконструкцию. Это потребовало бы тщательного обсуждения большого числа источников — а я не историк. К тому же опубликованного исторического материала недостаточно для психолога, которого интересуют особенности развития процесса мышления, обычно не получающие отражения в трудах ученых. К сожалению, мы не можем расспросить самого Галилея о том, как в действительности развивался процесс его мышления. Мне бы, в частности, очень хотелось задать ему несколько вопросов по ряду пунктов.

Я постараюсь коротко изложить историю этого открытия и показать некоторые факторы и направления этого удивительного процесса, которые представляются мне наиболее существенными. Нижеследующая история является в некоторых отношениях психологической гипотезой, не претендующей на историческую точность, но я думаю, что она будет для нас весьма поучительной.

Я предлагаю читателю не только прочесть то, что я собираюсь рассказать, но и постараться поразмышлять вместе со мной.

I

Вот описание ситуации:

1. Если вы держите камень в руке, а потом отпустите его, то он упадет вниз. Старая физика утверждала: «Тяжелые тела ищут свое место, тяготеют к земле».

2. Если толкнуть какое-нибудь тело, например тележку, или покатить по горизонтальной плоскости шар, то они придут в движение, некоторое время будут двигаться, а затем остановятся — вскоре, если я толкну их слабо, несколько позднее при сильном толчке.

Таков простейший смысл старого понятия «vis impressa». «Движущееся тело рано или поздно остановится,

если перестанет действовать приводящая его в движение сила». Разве это не так? Это очевидно.

3. Конечно, существуют некоторые дополнительные факторы, которые следует рассматривать в связи с вопросами движения, а именно величина объекта, его форма, поверхность, по которой он движется, наличие или отсутствие препятствий и т. д.

Итак, нам известно очень много фактов о движении. Они нам знакомы. Но понимаем ли мы их? Нам кажется, что понимаем. Понимаем ли мы, чем вызывается движение? Видим ли мы здесь действие определенного принципа?

Галилея не удовлетворяли эти знания. Он спросил себя: «Знаем ли мы, как действительно происходят такие движения?» Побуждаемый желанием понять главное, понять внутренние законы движения, Галилей сказал себе: «Мы знаем, что тяжелые тела падают, но *как* они падают? Падая, тело приобретает скорость. Скорость тем больше, чем большее расстояние проходит тело. Как изменяется скорость по мере движения тела?»

Обыденный опыт дает нам только смутную картину процесса. Галилей начал производить наблюдения и экспериментировать, надеясь установить, что происходит со скоростью и управляется ли ее изменение законами, которые можно понять. Его экспериментальные установки по сравнению с установками, которые позже разработали физики, были очень грубыми, по, проводя свои наблюдения и эксперименты, он пытался сформулировать и проверить определенную гипотезу. Сначала он выдвинул ошибочную догадку, затем нашел формулу для ускорения падающего тела. Поскольку скорость падения столь велика, что трудно установить ее точное значение, Галилей, желая более тщательно изучить вопрос, спросил себя: «Не могу ли я исследовать это более удобным способом? Шары скатываются по наклонной плоскости. Стану-ка я изучать шары. Разве свободное падение не является лишь частным случаем движения по наклонной плоскости, только под углом 90°, а не под меньшим углом?»

Изучая ускорение в различных случаях, он понял, что оно равномерно уменьшается с уменьшением угла наклона: порядок угла соответствует порядку убывающего ускорения.

240

Рис. 155

Ускорение стало самым главным и центральным фактором, как только Галилей понял принцип, связывающий уменьшение ускорения с величиной угла.

II

Затем он внезапно спросил себя: «Но ведь это только половина картины? Разве то, что происходит, когда мы подбрасываем тело вверх или толкаем в гору шар, не является второй симметричной частью картины, которая, подобно отражению в зеркале, повторяет то, что у нас уже есть, и делает картину полной?»

Рис. 156

Когда тело подбрасывают вверх, мы имеем не положительное, а отрицательное ускорение. По мере движения тела вверх оно замедляется. Симметрично положительному ускорению падающего тела это отрицательное ускорение уменьшается с уменьшением угла наклона. Такая симметрия делает картину цельной, законченной [1]

III

Но делает ли это картину полной? Нет. В ней есть пробел. Что произойдет в том случае, если плоскость будет горизонтальной, угол равен нулю, а тело будет двигаться? Во всех случаях можно начинать с заданной скорости. Что тогда *должно* произойти в соответствии с такой структурой?

Ускоренное движение вниз и замедленное вверх переходят с отклонением от вертикали... (положительное и отрицательное ускорения равны нулю)... в движение с достоянной скоростью?! Если тело движется по горизонтали в заданном направлении, то оно будет продолжать двигаться с постоянной скоростью вечно, если только «внешняя сила не изменит его состояние движения.

Это противоречит старому утверждению, приведенному выше в пункте 2. Тело, движущееся с постоянной скоростью, никогда не придет в состояние покоя, если не будут действовать тормозящие силы, независимо от того, была ли сила, которая привела тело в движение, большой или малой. Какой удивительный вывод! Он явно противоречит всему, что мы знаем, и все же без него структурная картина останется неполной.

Конечно, мы не можем осуществить этот эксперимент. Даже если бы нам удалось устранить все внешние препятствия, что невозможно сделать, то все равно наблюдение вечно длящегося движения будет нам недоступно.

[1] Галилей усмотрел и конкретизировал идею структурной динамической симметрии противоположных явлений, а именно: тело, скатывающееся по наклонной плоскости, должно

подняться по про-

Рис. 157

Рис. 158

242

Однако уменьшение ускорения ясно указывает на отсутствие изменения скорости в этом случае.

Взгляды Галилея получили подтверждение и заложили основу для развития современной физики.

Современный читатель, конечно, знаком с этими взглядами. Я проиллюстрирую их на простом, всем известном примере. Труднее всего вывести поезд из состояния покоя. Если поезд уже пришел в движение, то при условии, что рельсы и колеса являются гладкими, для сохранения движения требуется меньшая сила, поезд движется почти что сам по себе. Если мы теперь будем делать рельсы и колеса все более гладкими и будем наблюдать, как уменьшается сила, необходимая для движения, то графики, к нашему удивлению, покажут, что в случае идеально гладких колес и рельсов при отсутствии трения потребуется большие противодействующие силы, чтобы остановить поезд, привести его в состояние покоя [1].

Каковы существенные элементы этого процесса?

Во-первых, желание выяснить, понять, что происходит, когда тело падает или катится вниз; желание узнать, не кроется ли за этими явлениями какой-то внутренний принцип; желание рассмотреть эти явления при различных углах наклона.

Это центрирует мысль на ускорении. Экспериментальная установка появляется в результате предположения, что, сосредоточившись на вопросе об ускорении, можно прийти к ясному пониманию структуры.

Различные случаи выступают как части хорошо упорядоченной структуры, которая делает явной зависимость между углами наклона и величиной ускорения. Каждый случай занимает свое место в группе, и мы понимаем, что то, что происходит в каждом случае, определяется этим местом.

тивоположной плоскости на ту же высоту, причем его скорость будет уменьшаться точно так же, как она увеличивалась при движении вниз. Сначала он увидел такую динамическую симметрию в колебаниях люстры в Пизанском соборе.

[1] Ср. с очень упрощенным описанием процесса мышления Галилея в: Эйнштейн А., Инфельд Л. Эволюция физики. — Эйнштейн А. Собр. научных трудов, т. IV, М. «Наука», 1967, с. 357—543.

Во-вторых, эта структура рассматривается теперь как часть более широкого контекста: существует другая, дополнительная часть, симметричная первой, с которой они образуют одно целое; эти две половины представляют собой две большие, соответствующие друг другу подгруппы, с положительным ускорением в одной и с отрицательным — в другой. Целостные свойства этих половин дополняют друг друга. Они рассматриваются с одной точки зрения, в их структурной симметрии, в согласованной структуре целого.

В-третьих, оказывается, что в этой структуре существует критическое место — место горизонтального движения. Это место должно существовать, иначе структура будет неполной. Ввиду этих требований горизонтальное движение выступает как случай, когда не происходит ни ускорения, ни замедления, — как случай движения с постоянной скоростью.

Таким образом, покой становится частным случаем движения с постоянной скоростью, случаем, когда отсутствует положительное или отрицательное ускорение. Покой и равномерное прямолинейное движение в горизонтальном направлении оказываются структурно эквивалентными.

Конечно, Галилей использовал операции традиционной логики, такие, как индукция, умозаключение, формулировка и вывод теорем, а также наблюдение и искусное экспериментирование. (Одной из замечательных особенностей мышления Галилея было сочетание строгих рассуждений, математических методов с использованием эксперимента для проверки теоретических идей или для поисков решения теоретических проблем.) Но все эти операции осуществляются на своем месте в общем процессе.

Сам процесс направляется перецентрацией, которая проистекает из желания добиться исчерпывающего понимания. Это приводит к трансформации, в результате которой явления рассматриваются в составе новой, ясной структуры.

Переход от старого видения к новому привел к фундаментальным изменениям значения понятий. Радикально изменились места, роли и функции представлений о движении. Внутренние связи стали рассматриваться в совершенно новой структуре; была осуществлена новая группировка, и была получена новая классификация движений [1].

Так, раньше покой и некоторые «естественные» круговые движения противопоставлялись другим видам движения. Теперь покой и равномерное прямолинейное движение стали рассматриваться как структурно равнозначные и противопоставлялись движениям с положительным или отрицательным ускорением.

Подъем и падение тел рассматриваются вместе как случаи ускорения, как симметричные части общей картины. Свободное падение и свободное движение вверх рассматриваются как частные случаи общей группы движений в каком-нибудь направлении.

Окончание движения больше не считается необходимым результатом уменьшающегося, прекращающегося действия vis impressa (приложенной силы). Теперь конец движения рассматривается совершенно иначе: движение прекращается вследствие внешнего трения.

Трение не является больше одним из многих факторов, которые следует учитывать при описании движения; теперь оно играет роль, противоположную роли инерции. В то время как раньше считали, что прямолинейное движение прекращается независимо от наличия трения, благодаря естественному угасанию vis impressa, с новой точки зрения трение является основной причиной ограничения движения.

Сила выступает как нечто существенным образом определяющее ускорение.

Все представления приобретают новое значение благодаря той роли и функции, которую они выполняют в новой структуре.

Новые понятия открыли удивительную перспективу для понимания огромного числа явлений. Они позволили

[1] Для краткости я буду пользоваться некоторыми формулировками, которые во всей полноте были найдены позже, но которые так или иначе подразумевались или уже намечались во взглядах Галилея. Сам Галилей был чрезвычайно осторожен в своих формулировках.

Формулировка Галилея относится к горизонтальному движению. Он также применял свой принцип к движению в других направлениях. Он не обобщил свой принцип до известного нам теперь закона инерции, но это вскоре сделали другие. Мы не знаем наверное, сознавал ли он универсальный характер этого принципа.

совершенно по-новому рассматривать движение небесных тел. Впоследствии Ньютон описал эти движения как результат прямолинейного движения по инерции, с одной стороны, и ускоренного движения под действием силы тяжести — с другой.

Продуктивные процессы часто имеют следующую природу: исследования начинаются с желания достичь подлинного понимания, найти более глубокие ответы на старые вопросы. Определенная область в поле исследования становится критической, помещается в фокус; но при этом она не становится изолированной. Возникает новое, более глубокое структурное видение ситуации, предполагающее изменение функционального значения элементов, их новую группировку и т. д. Исходя из того, что требует ситуация в отношении критической области, мы приходим к разумному предсказанию, которое — подобно другим частям структуры — нуждается в прямой или косвенной верификации.

Мышление действует в двух направлениях: приходит к цельной согласованной картине и устанавливает, каким требованиям должны удовлетворять части общей картины.

Рассказывая эту историю, я часто испытывал истинное наслаждение, видя, какой живой, искренний интерес она вызывает, и следя за драматическими событиями, которые происходили с моими слушателями, нередко в самый критический момент восклицавшими: «Теперь я понимаю!» Для них это был переход от знания ряда вещей к действительному прозрению, к более глубокому и исчерпывающему пониманию.

ГЛАВА 10

Эйнштейн: путь к теории относительности

Каковы были решающие этапы в развитии эйнштейновской теории относительности? Хотя это довольно трудная задача, я постараюсь сделать их понятными для читателя. Из обсуждения будет исключен ряд вопросов, например проблема эфира, связь с принципом «относительности» Галилея. Область, с которой столкнулся Эйнштейн в ходе титанического процесса мышления, оказалась очень широкой, поскольку она охватывала большинство фундаментальных проблем современной физики — трудные вопросы, неведомые тем, кто не знаком со сложностями современной физики. Хотя следующий далее набросок и будет по необходимости сжатым, я надеюсь, что читатель сможет понять характер этих решающих этапов.

То были удивительные дни, когда начиная с 1916 г. мне посчастливилось, сидя наедине с Эйнштейном в его кабинете, часами слушать рассказ о тех драматических событиях, которые завершились созданием теории относительности. В ходе этих длительных обсуждений я подробно расспрашивал Эйнштейна о конкретных событиях в его мышлении. Он описывал мне эти события не в общих словах, а подробно излагал генезис каждого вопроса.

В оригинальных статьях Эйнштейна излагаются полученные им результаты. Но в них не рассказывается об истории его мышления. В одной из своих книг Эйнштейн поведал о некоторых этапах своего мышления. Я процитирую его в соответствующих местах этой главы.

Драма развертывалась на протяжении нескольких актов.

Акт I. Зарождение проблемы

Эйнштейн столкнулся с проблемой в 16 лет, когда он учился в гимназии (Aarau, Kantonschule). Он был не слишком хорошим учеником, но продуктивно работал над

тем, что его интересовало. Он самостоятельно занимался физикой и математикой и поэтому знал об этих предметах больше, чем его одноклассники. Именно тогда его начала по-настоящему волновать важная проблема. Он напряженно работал над ней в течение семи лет; однако ему понадобилось лишь пять недель, считая с того момента, когда он начал сомневаться в привычном понятии времени (см. Акт VII), для того, чтобы написать статью по теории относительности — хотя в это время он целыми днями работал в патентном бюро.

Не очень ясно, как начинался процесс, и поэтому его трудно описать; пожалуй, он зародился в состоянии некоторого удивления. Сначала возникли такие вопросы: что будет, если побежать за лучом света? Что произойдет, если оседлать пучок света? Если побежать за убегающим лучом, то уменьшится ли при этом его скорость? Если бежать достаточно быстро, то не перестанет ли он двигаться вообще?.. Молодому Эйнштейну это казалось странным.

Тот же луч света для другого человека будет иметь другую скорость. Что *есть* «скорость света»? Если я буду знать скорость относительно какого-нибудь объекта, то ее значение для другого объекта, который сам движется, будет другим. (Странно думать, что при некоторых условиях свет будет двигаться в одном направлении быстрее, чем в другом.) Если это верно, то отсюда можно сделать выводы в отношении движущейся Земли. Тогда можно будет, экспериментируя со светом, установить, находимся ли мы в движущейся системе! Эта мысль захватила Эйнштейна, он старался найти методы, с помощью которых можно было бы установить или измерить движение Земли, — и только позже он узнал, что физики уже провели такие эксперименты. Его желание придумать такие эксперименты всегда сопровождалось некоторым сомнением в том, что это действительно возможно; как бы то ни было, он чувствовал, что должен это решить.

Он сказал себе: «Я знаю, что скорость луча света зависит от системы отсчета. Что произойдет, если принять другую систему отсчета, кажется понятным, но следствия этого весьма загадочны».

Акт II. Определяет ли свет состояние абсолютного покоя?

Приведут ли действия со светом к выводам, которые отличаются в этом отношении от выводов, следующих из

механических операций? [1] С точки зрения механики не существует абсолютного покоя; с точки же зрения световых явлений он, по-видимому, должен существовать. А как быть со скоростью света? В какой системе отсчета я ее определяю? Тут-то и возникают затруднения. Определяет ли свет состояние абсолютного покоя? Однако мы не знаем, находимся ли мы в движущейся системе. Юный Эйнштейн пришел к мысли, что мы не можем установить, находимся ли мы или нет в движущейся системе. Ему казалось, что в природе нет «абсолютного движения». Центральным пунктом здесь стало противоречие между точкой зрения, согласно которой скорость света предполагает состояние «абсолютного покоя», и его невозможностью в других физических процессах.

За всем этим, очевидно, скрывалось что-то до конца не ясное, непонятное. Эйнштейна в этот период очень беспокоила эта проблема.

Когда я спросил у Эйнштейна, понимал ли он уже тогда, что скорость света постоянна и не зависит от движения системы отсчета, он решительно ответил: «Нет, это было лишь известное любопытство. Я сомневался в том, что скорость света может меняться в зависимости от движения наблюдателя. Дальнейшие события усилили это сомнение». Свет, по-видимому, не мог дать ответ на такие вопросы. Свет, как и механические процессы, ничего не говорил о состоянии абсолютного движения или абсолютного покоя. Это вызывало интерес, возбуждало любопытство.

Свет был для Эйнштейна чем-то очень фундаментальным. В период его учебы в гимназии эфир уже не считали чем-то механическим, но «просто средой, в которой происходят электромагнитные явления».

Акт III. Работа над одной альтернативой

Началась серьезная работа. В уравнениях Максвелла для электромагнитного поля скорость света играет важную роль и является константой. Если уравнения Макс-

[1] См. ниже, Акт IX.

Неспециалист, незнакомый с современной физикой, не сможет следить за моим кратким описанием Актов II и III. Хотя эти темы играли важную роль в интересующем нас процессе, нет необходимости в полном их понимании, чтобы проследить дальнейшие этапы конструктивного решения. Поэтому читатель может сразу перейти к Акту IV.

велла справедливы в одной системе координат, то они не справедливы в другой. Их следовало бы изменить. Если пытаться сделать это, не считая скорость света константой, то дело сильно осложняется. В течение нескольких лет Эйнштейн старался внести ясность в этот вопрос, изучая и пытаясь изменить уравнения Максвелла. Ему не удалось так изменить эти уравнения, чтобы при этом удовлетворительным образом разрешались все трудности. Он упорно пытался найти связь между скоростью света и фактами движения в механике. Но как ни пытался он связать вопрос о механическом движении с электромагнитными явлениями, он сталкивался со все новыми трудностями. Вот один из его вопросов: что произойдет с уравнениями Максвелла, если мы допустим, что скорость света зависит от движения источника света, и будут ли они при этом соответствовать фактам?

Крепла уверенность в том, что в этом отношении ситуация со светом не будет отличаться от механических процессов (не существует абсолютного движения, нет абсолютного покоя). Очень много времени отняло у него следующее обстоятельство: он не сомневался в том, что скорость света является постоянной, и в то же время не мог построить удовлетворительную теорию электромагнитных явлений.

Акт IV. Результат Майкельсона и Эйнштейн

Результат знаменитого эксперимента Майкельсона привел физиков в замешательство. Если вы убегаете от мчащегося на вас тела, то ожидаете, что оно ударит вас позже, чем в том случае, когда вы стоите неподвижно. Если вы бежите к нему, то оно столкнется с вами раньше. Именно эту идею использовал Майкельсон, измеряя скорость света. Он сравнивал время прохождения света по двум трубкам в случае, когда трубки пересекаются под прямым углом и когда одна из них расположена по направлению движения Земли, а другая перпендикулярна этому направлению. Поскольку первая трубка движется вместе с Землей в продольном направлении, распространяющийся по ней свет должен достичь удаляющегося конца трубки позже, чем свет в другой трубке достигнет *ее* конца. В действительности схема была более сложной. В вершине угла, образованного трубками, располагалось обычное зеркало; зеркала были установлены и на концах трубок. В обеих трубках лучи из общего источника, отра-

жаясь от зеркал, пробегали в обоих направлениях. Разница во времени измерялась с помощью интерференционного эффекта в месте расположения общего зеркала. (Читателю может показаться, что при движении лучей света в противоположных направлениях разница во времени, связанная с движением Земли, будет уничтожаться.

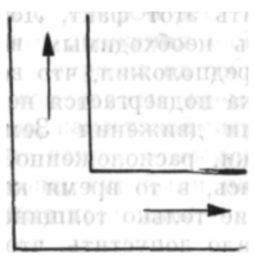


Рис. 159

Стрелки показывают направление распространения света. Земля и, следовательно, вся установка движутся вправо.

Как показывает математический анализ, это не так.) Эта разница не могла ускользнуть от наблюдения, поскольку интерференционные измерения были достаточно тонкими, чтобы обнаружить установленную в ходе математического анализа величину.

Но не было найдено никакого различия. Эксперимент был повторен, и отрицательный результат четко подтвердился.

Результат эксперимента Майкельсона никак не согласовывался с фундаментальными физическими представлениями. Фактически он противоречил всем разумным ожиданиям.

Для Эйнштейна результат Майкельсона не был каким-то отдельным фактом. Он занял свое место среди других развитых к тому времени представлений. Поэтому, когда Эйнштейн прочел об этих решающих экспериментах, проведенных физиками, и о самом точном из них, осуществленном Майкельсоном, эти результаты, хотя они и были очень важными и убедительными, его не удивили. Они не нарушали, а скорее подтверждали его представления. Но суть дела еще не была до конца ясна. Как же все-таки получается такой результат? Эта проблема стала для Эйнштейна навязчивой идеей, хотя он и не видел пути к ее позитивному решению.

Акт V. Решение Лоренца

Эта проблема волновала не только Эйнштейна, но и многих других физиков. Знаменитый голландский физик Лоренц развил теорию, в которой математически объяснил, что произошло в эксперименте Майкельсона. Для того чтобы объяснить этот факт, Лоренцу, как и Фицджеральду, казалось необходимым ввести дополнительную гипотезу: он предположил, что вся использовавшаяся в опыте установка подвергается небольшому сокращению в направлении движения Земли. Согласно этой теории, длина трубки, расположенной вдоль земной поверхности, изменилась, в то время как в другой трубке претерпела изменение только толщина, а длина осталась неизменной. Следовало допустить, что происходит сокращение, величина которого должна была компенсировать влияние движения Земли на распространение света. Это была весьма остроумная гипотеза.

Теперь существовали позитивная формула, математически описывающая результат Майкельсона, и дополнительная гипотеза, гипотеза сокращения. Затруднение было «ликвидировано». Но для Эйнштейна ситуация оставалась не менее напряженной, чем прежде; он чувствовал, что дополнительная гипотеза была гипотезой *ad hoc,* она не затрагивала существа дела.

Акт VI. Повторное рассмотрение теоретической ситуации

Эйнштейн сказал себе: «За исключением результата, вся ситуация в эксперименте Майкельсона представляется абсолютно ясной; кажутся понятными все действующие факторы и их взаимосвязь. Но в самом ли деле они *понятны?* Действительно ли я понимаю структуру ситуации в целом, в особенности в связи с этим критическим результатом?» В это время он часто находился в подавленном состоянии, иногда его охватывало отчаяние, но его направляли очень сильные векторы.

Горячо желая понять, ясна ли ему эта ситуация, он вновь и вновь обращается к существенным моментам эксперимента Майкельсона, особенно к его центральному пункту — измерению скорости света в условиях движения всей экспериментальной установки в критическом направлении.

Просто так ситуация не прояснялась. Он чувствовал, что чего-то не хватает, но не мог понять, чего именно, не

мог даже сформулировать проблему. Он чувствовал, что эта проблема глубже, чем противоречие между реальным и ожидаемым результатом Майкельсона.

Он чувствовал, что определенная часть структуры целостной ситуации недостаточно ясна ему, хотя до сих пор она без всяких возражений принималась всеми физиками, в том числе и им самим. Он действовал примерно так. В случае критического движения измеряют время. «Хорошо ли я понимаю, — спросил он себя, — связь, внутреннюю связь между измерением времени и движением? Хорошо ли я понимаю, как в такой ситуации измеряют время?» И для него этот вопрос относился не только к эксперименту Майкельсона, тут были поставлены на карту более фундаментальные принципы.

Акт VII. Позитивные шаги на пути к пониманию

Эйнштейну пришло в голову, что измерения времени предполагают одновременность событий. Что можно сказать об одновременности в случае такого движения? Прежде всего, что означает одновременность событий, которые происходят в разных местах?

Он сказал себе: «Когда два события происходят в одном и том же месте, я ясно понимаю, что означает их одновременность. Например, я вижу, как два мяча попали в одну и ту же цель в одно и то же время. Но... понимаю ли я, что такое одновременность, когда она относится к событиям, происходящим в разных местах? Что значит, когда говорят, что событие, происшедшее в моей комнате, произошло одновременно с другим событием в каком-то отдаленном месте? Конечно, я могу использовать понятие одновременности для описания событий, происходящих в разных местах, так же как использую его для описания событий, происходящих в одном и том же месте, — но вправе ли я это сделать? Разве первый случай так же ясен мне, как и второй?.. Нет!»

О том, что произошло в мышлении Эйнштейна дальше, мы, к счастью, можем рассказать, используя отрывки из его собственных сочинений [1]. Они написаны в форме разговора с читателем. То, что Эйнштейн рассказывает здесь читателю, напоминает ход его мышления: «В двух весьма удаленных друг от друга местах *A* и *B* нашего же-

[1] См. Эйнштейн А. Собр. научных трудов. Т. I. М., «Наука», с. 530—600.

лезнодорожного полотна в рельсы ударила молния. Кроме того, я утверждаю, что оба эти удара произошли одновременно. Если теперь у прошу тебя, читатель, имеет ли какой-либо смысл это последнее утверждение, то ты уверенно ответишь мне: «Да». Однако, если я попрошу тебя более точно объяснить мне смысл этого моего утверждения, то после некоторого размышления ты заметишь, что ответ на этот вопрос не так прост, как это кажется на первый взгляд.

Через некоторое время тебе, быть может, придет в голову следующий ответ: «Смысл этого утверждения ясен сам по себе и не нуждается в дальнейших объяснениях; однако я должен несколько подумать, получив предложение определить путем наблюдений, происходят ли в данном конкретном случае оба явления одновременно» (с. 541).

Теперь я приведу пример, который Эйнштейн предложил в ходе обсуждения.

Предположим, что кто-то употребил слово «горбун». Чтобы это понятие имело какой-нибудь ясный смысл, должен существовать какой-то способ определения того, есть у человека горб или нет. Если я не могу придумать, как это можно установить, то слово «горбун» для меня не будет обладать реальным смыслом.

«Аналогично обстоит дело, — продолжает Эйнштейн, — со всеми физическими утверждениями, в которых играет роль понятие «одновременность». Это понятие существует для физика лишь в том случае, если имеется возможность найти в конкретном случае, соответствует ли действительности это понятие. Следовательно, необходимо такое определение одновременности, которое дало бы метод, позволяющий в каждом данном случае решить на основании экспериментов, вспыхивают ли обе молнии одновременно. Пока это требование не выполнено, я как физик (так же как и нефизик) впадаю в самообман, связывая какой-то смысл с утверждением одновременности. (Не читай дальше, любезный читатель, прежде нем ты не согласишься с этим вполне.)

После некоторых размышлений ты предлагаешь следующий способ констатировать одновременность. Отрезок *AB* измеряется вдоль рельсового пути и в середине *M* отрезка находится наблюдатель, снабженный устройством (например, двумя зеркалами, расположенными под углом 90° друг к другу $\vee$), которое позволяет ему

наблюдать одновременно оба места, *A* и *B*. Если наблюдатель воспринимает обе молнии одновременно, то они произошли одновременно».

Одновременность удаленных событий приобретает здесь смысл на основании четкой одновременности событий в одном и том же месте [1].

Все эти шаги были совершены не в процессе выяснения этого конкретного вопроса, но являлись частью попытки понять упомянутую выше внутреннюю связь, решить проблему измерения скорости в этом критическом случае. В случае с зеркалами это просто означало: «Что произойдет, если в то время, как лучи приближаются к зеркалам, я буду двигаться вместе с ними, отдаляясь от одного источника света и приближаясь к другому? Очевидно, если два события кажутся одновременными человеку, находящемуся в покое, то для меня они не будут таковыми, поскольку я двигаюсь вместе с зеркалами. Наши утверждения должны отличаться друг от друга. Таким образом, мы видим, что наши заявления об одновременности *подразумевают, в сущности, ссылку на движение наблюдателя.* Если я хочу, чтобы одновременность событий, происходящих в удаленных друг от друга местах, имела какой-то смысл, то, сравнивая мои суждения с суждениями другого наблюдателя, я должен принять во внимание наше относительное движение. Определяя «одновременность в разных местах», я должен учитывать относительное движение наблюдателя.

Повторяю: представим себе, что я со своими зеркалами еду в поезде, который движется по прямой с постоянной скоростью. На некотором расстоянии происходят две вспышки молнии, одна вблизи паровоза, другая около хвоста поезда; мое двойное зеркало находится как раа посередине. Будучи пассажиром, я пользуюсь поездом как своей системой отсчета, я отношу эти события к поезду. Допустим, что как раз в момент удара молнии возле железнодорожного полотна стоит человек, тоже со сдвоенными зеркалами, и что в этот момент наши положения совпадают. Что буду наблюдать я и что — он?

Когда мы говорим об ударах молнии одновременных относительно полотна дороги, *то это теперь означает,* что

[1] Этот момент связан с другими проблемами, которыми мы здесь не занимаемся. Отсылаем читателя к указанной работе Эйн-

световые лучи, исходящие из двух равноудаленных точек, одновременно достигают зеркал человека, стоящего у полотна. Но если положение моих движущихся зеркал совпадает в момент вспышки молнии с положением его зеркал, то лучи не придут к моим зеркалам строго в один и тот же момент времени по причине моего движения.

События, одновременные относительно полотна железной дороги, не являются одновременными по отношению к поезду и наоборот (относительность одновременности). Всякое тело отсчета (система координат) имеет *свое особое* время; указание времени имеет смысл лишь тогда, когда указывается тело отсчета, к которому оно относится» [1].

Всегда казалось простым и ясным, что «разница во времени» между двумя событиями является «фактом», независимым от других факторов, таких, как движение системы. Но не является ли утверждение, что «разница во времени между двумя событиями не зависит от движения системы», в действительности произвольным допущением? Оно, как мы видели, не выполняется для одновременных событий, происходящих в различных местах, и его, следовательно, нужно отвергнуть. Для того чтобы измерить временной интервал, мы должны воспользоваться часами или их эквивалентом и фиксировать определенные совпадения в начале и в конце интервала. Вот почему с одновременностью возникают трудности. Мы не можем догматически допустить, что продолжительность некоторого события в системе отсчета поезда совпадает со временем в системе отсчета железнодорожного полотна.

Это относится и к измерению расстояния в пространстве! Если я попытаюсь точно измерить длину машины, отмечая положение ее краев на дороге, то я должен, делая отметку у одного конца, позаботиться о том, чтобы машина не пришла в движение, прежде чем я не перейду к другому концу. Пока я явным образом не приму во внимание такую возможность, мои измерения будут неверными.

Следовательно, я должен заключить, что в каждом таком измерении следует учитывать движение системы. Ибо наблюдатель в движущейся системе получит результаты, которые будут отличаться от результатов наблюда-

[1] Эйнштейн А. Собр. научных трудов. Т. 1, с. 544.

теля в другой системе отсчета. «В каждой системе есть свои особые значения времени и пространственных координат. Временные и пространственные измерения имеют смысл только тогда, когда мы знаем, к какой системе отсчета относятся наши измерения». Мы должны изменить старую точку зрения: измерения временных и пространственных интервалов *не* независимы от условий движения системы относительно наблюдателя.

Старая точка зрения веками почиталась за «истину». Усомнившись в ней, Эйнштейн пришел к выводу, что измерения времени и пространства зависят от движения системы.

Акт VIII. Инварианты и преобразования

Дальнейшие события определялись двумя векторами, которые одновременно вели к одному и тому же вопросу.

1. Систему отсчета можно менять; она может быть выбрана произвольно. Но для того, чтобы описать физическую реальность, я должен отказаться от такой произвольности. Фундаментальные законы не должны зависеть от произвольно выбранных координат. Если мы хотим получить объективное описание физических явлений, то фундаментальные законы физики должны быть инвариантными относительно таких изменений.

Здесь становится ясным, что теории относительности Эйнштейна может соответствовать совершенно противоположное название — абсолютная теория.

2. Понимания взаимозависимости измерения времени и движения, конечно, самого по себе не достаточно. Необходима формула преобразования, которая

отвечает на вопрос: «Как определить значения пространственной и временной координат события в одной системе отсчета, если известны место и время его, измеренные в другой системе? Или, точнее, как определить преобразование координат из одной системы в другую, когда они движутся относительно друг друга?»

Как прямо ответить на этот вопрос? Чтобы подойти к вопросу реалистично, следует положить в основу преобразования допущение о физических величинах, которые могут быть использованы в качестве инвариантов.

Читатель может вспомнить старую историческую ситуацию. Физики прошлого пытались построить perpetuum mobile. После многих безуспешных попыток внезапно возник вопрос: как бы выглядела физика, если бы фунда-

ментальные законы природы делали невозможным существование perpetuum mobile? Став центральным, этот вопрос привел к огромным переменам.

У Эйнштейна также возник следующий вопрос, который был подсказан его ранними идеями, упомянутыми в актах II и III. Как будет выглядеть физика, если по природе вещей измерения скорости света будут при всех условиях приводить к одинаковым значениям? Вот он, необходимый инвариант! (Постулат фундаментального постоянства скорости света.)

В терминах требуемого преобразования это означает: «Можно ли представить связь между пространственными и временными координатами в движущихся вдоль одной прямой системах отсчета таким образом, чтобы скорость света стала константой?»

В конечном счете Эйнштейн пришел к ответу: «Да!» Ответ заключался в конкретных и определенных формулах преобразования для расстояний в пространстве и времени, в формулах, которые характерным образом отличались от формул преобразований Галилея.

3. Во время беседы с Эйнштейном в 1916 г. я задал ему следующий вопрос: «Почему вы выбрали в качестве константы именно скорость света? Почему вы не выбрали произвольную константу?»

Конечно, было ясно, что одним из важных соображений были результаты экспериментов, которые показали, что скорость света не изменяется. «Но выбрали ли вы ее произвольно, — спросил я, — просто для того, чтобы согласовать ее с этими экспериментами и с преобразованиями Лоренца?» Сначала Эйнштейн ответил, что мы совершенно свободны в выборе аксиом. «Не существует различия, — сказал он, — между разумной и произвольной аксиомой. Единственное достоинство аксиом заключается в том, что они снабжают нас фундаментальными положениями, из которых можно вывести следствия, согласующиеся с фактами». Эта формулировка играет важную роль в современных теоретических дискуссиях, и большинство теоретиков, по-видимому, согласно с ней. Но затем сам Эйнштейн, улыбаясь, привел мне прекрасный пример неразумной аксиомы: «Конечно, можно было выбрать, скажем, скорость звука вместо скорости света. Однако разумно было выбрать не просто скорость «любого» процесса, но скорость «выдающегося» процесса...» У Эйнштейна возникли примерно следующие вопросы:

может быть, скорость света является максимально возможной? Может быть, невозможно превзойти скорость света? По мере нарастания скорости требуются все большие силы для ее дальнейшего увеличения. Возможно, что сила, которая потребуется для того, чтобы увеличить скорость выше скорости света, является бесконечной?

Каким наслаждением было слушать, как эти смелые вопросы и ожидания принимали у Эйнштейна определенную форму. Новым, неизвестным ранее было то, что скорость света может быть самой большой скоростью, что попытка превзойти ее потребует бесконечно больших сил.

Если эти допущения вносили ясность в систему и если они были подтверждены экспериментом, то весьма разумно было выбрать скорость света в качестве фундаментальной константы. (Ср. с абсолютным нулем температуры, который достигается, когда молекулярные движения в идеальном газе прекращаются.)

4. Следствия, которые Эйнштейн вывел из своих формул преобразования, с математической точки зрения совпадали с преобразованиями Лоренца. Гипотеза сокращения, таким образом, вела в правильном направлении, только теперь она уже была не произвольной дополнительной гипотезой, а результатом лучшего понимания, логически необходимым выводом из более правильного представления о фундаментальных физических сущностях. Сокращение было не абсолютным явлением, а следствием относительности измерений. Оно определялось не «движением в себе, которое не имеет для нас никакого смысла, а только движением относительно выбранной системы отсчета».

Акт IX. О движении и пространстве, мысленный эксперимент

Последнее утверждение проливает новый свет на изменения в мышлении, которые уже наблюдались на ранних стадиях. «Под движением тела мы всегда понимаем изменение его положения относительно другого тела», системы отсчета, системы координат. Если бы существовало только одно тело, то не имело бы смысла спрашивать или пытаться установить, движется оно или нет. Если есть два тела, то мы можем лишь установить, сближаются ли они или удаляются друг от друга; но пока

259

есть только два тела, бессмысленно спрашивать или пытаться установить, вращается ли одно из них вокруг другого; существенным для движения оказывается изменение положения относительно другого тела, системы отсчета, системы координат.

Но разве не существует *единственная* система, относительно которой существует *абсолютное* движение тела, «единственное» пространство (ньютоновское пространство, пространство эфира), ящик, в котором происходят все движения?

Здесь я отмечу нечто, что еще не произошло на этой стадии развития процесса, но что может пояснить то, что действительно произошло. Это выходит за рамки специальной теории относительности. Существует ли доказательство реальности такой особой системы? В качестве доказательства использовался знаменитый эксперимент Ньютона: при вращении капля масла становится плоской. Это реальный, физический, наблюдаемый факт, который, по-видимому, вызывается «абсолютным» движением.

Но действительно ли он является доказательством такого абсолютного движения? Он кажется, конечно, доказательством, но является ли он таковым в действительности, если задуматься? На самом деле у нас нет ни одного тела, которое движется на фоне свода неподвижных звезд. Не является ли уплощение сферы возможным следствием движения сферы относительно окружающих звезд? Что произойдет, если мы возьмем огромное стальное колесо с маленьким отверстием в центре, поместим в это отверстие сферическую каплю масла, а затем будем вращать колесо? Возможно, что маленькая сфера опять будет становиться плоской. Тогда уплощение не будет иметь никакого отношения к вращению в абсолютном пространстве ящика; скорее оно будет определяться относительным движением систем, движением большого колеса, или свода, с одной стороны, и движением маленькой сферы масла — с другой.

Конечно, феномен вращения уже выходит за рамки так называемой специальной теории относительности Эйнштейна. Он становится основным в проблематике общей теории относительности.

Акт X. Вопросы для наблюдения и эксперимента

Эйнштейн был прирожденным физиком. Поэтому его мышление было нацелено на реальные, конкретные, экс-

периментальные проблемы. Как только он достиг ясности, он сосредоточился на следующем вопросе: «Можно ли найти критические физические вопросы, ответив на которые с помощью экспериментов можно установить, являются ли эти новые принципы «истинными»; лучше ли они описывают факты, приводят ли в отличие от старых принципов к лучшим предсказаниям?»

Он предложил несколько таких критических экспериментов, некоторые из них физики могли поставить и впоследствии действительно поставили.

II

Проблема продолжала волновать Эйнштейна: она привела его к созданию общей теории относительности. Но давайте здесь прервем наш рассказ и зададим себе вопрос: каковы существенные особенности этого мышления?

Физика интересует отношение теории Эйнштейна к установленным фактам, ее экспериментальное подтверждение, следствия для дальнейшего развития теории, математические формулы, следующие из специальной теории относительности, и их применение в различных разделах физики.

Эпистемолога интересуют понятия пространства, времени и материи, релятивистский характер теории (со всеми ложными выводами в направлении философского, социологического или этического релятивизма, сделанными другими учеными), проблема «проверяемости», которая играла столь важную роль в размышлениях Эйнштейна об одновременности (и позже в развитии операционализма).

Психолог, который занимается проблемами мышления, хочет понять, что происходило психологически.

Если бы мы должны были описать этот процесс с точки зрения традиционной логики, то нам пришлось бы перечислить множество операций: абстрагирование, построение силлогизмов, формулирование аксиом и выведение общих формул, установление противоречий, вывод следствий посредством комбинирования аксиом, сопоставление фактов с этими следствиями и т. д.

Такая процедура, конечно, хороша в том случае, когда мы хотим проверить каждый шаг на логическую корректность. Сам Эйнштейн чрезвычайно заботился о логической корректности, логической валидности.

261

Но что мы получим, если будем следовать такому образу действий? Мы получим совокупность большого числа операций, силлогизмов и т. д. Но создает ли эта совокупность адекватную картину того, что произошло? Характер мышления многих логиков напоминает образ мысли человека, который, созерцая творения архитектуры, например красивое здание, и желая понять его, концентрирует свое внимание на отдельных кирпичах и на способе их скрепления строительным раствором. То, к чему он приходит в итоге, является уже не зданием, а набором кирпичей и их связей [1].

Чтобы получить реальную картину, мы должны спросить: как возникают операции, как они включаются в ситуацию, как они функционируют в реальном процессе? Их просто осуществляют одну за другой? Является ли процесс цепью счастливых случайностей? Является ли решение результатом проб и ошибок, математических предположений? Почему именно эти операции? Несомненно, на каких-то стадиях существовали и другие возможности. Почему Эйнштейн двигался именно в этом направлении? Как случилось, что после первого шага он сделал именно эти, а не другие шаги?

Остановлюсь на одном частном вопросе: как возникли новые аксиомы? Пробовал ли Эйнштейн любые аксиомы, из которых только некоторые оказались подходящими? Не формулировал ли он некоторые суждения, не связывал ли их воедино и наблюдал, что произойдет, пока в какой-то момент ему не посчастливилось найти подходящий набор аксиом? Был ли их выбор случайным и не было ли изменение роли, места и функции элементов, появление их взаимосвязи лишь следствием?

Аксиоматическая техника является весьма полезным инструментом. Она является одним из наиболее эффективных методов, созданных к настоящему времени в логике и математике; несколько общих положений обеспечивают все необходимое для вывода частных результатов. Можно иметь дело с гигантской суммой фактов, с огромным числом суждений, заменяя их несколькими предложениями, которые формально эквивалентны всему этому знанию. Некоторые великие открытия в совре-

[1] «Я не уверен, — сказал однажды Эйнштейн в этой связи, — можно ли действительно понять чудо мышления. Вы несомненно правы, пытаясь добиться более глубокого понимания того, что происходит в процессе мышления...».

менной математике стали возможными только благодаря тому, что под рукой оказалась эта чрезвычайно упрощающая дело техника. Эйнштейн также пользовался этим инструментом в своих изложениях теории относительности.

Но повторяем, вопрос, который интересует психолога, заключается в следующем: были ли эти аксиомы введены прежде, чем были рассмотрены структурные требования [1], структурные изменения ситуации? Или дело обстояло как раз наоборот? Конечно, мышление Эйнштейна не связывало готовые аксиомы или математические формулы воедино. Аксиомы были не отправной точкой, а результатом того, что происходило. До того как они стали четко сформулированными суждениями, ситуация в отношении скорости света и связанных с ней вопросов уже давно казалась ему сомнительной, а в некоторых отношениях неадекватной. Аксиомы были только делом дальнейших формулировок — после того как произошло по-настоящему важное, главное открытие [2].

[1] В наших беседах Эйнштейн обращал внимание исключительно на содержание этапов. Он не пользовался теми понятиями, которые встречаются в предыдущем изложении, понятиями, которые следуют из структурного подхода данной книги.

[2] В этой связи я хочу привести некоторые характерные замечания самого Эйнштейна. До того как он понял, что критический момент, решение связано с понятием времени, точнее, с понятием одновременности, аксиомы не играли никакой роли в его процессе мышления — в этом Эйнштейн убежден. (В тот самый момент, когда он увидел пробел и осознал значение одновременности, он понял, что она является критическим моментом решения). Но даже после этого, в последние пять недель, сначала возникали не аксиомы. «Ни один продуктивно мыслящий человек не думает таким бумажным образом», — сказал Эйнштейн. «То, как два тройных набора аксиом противопоставляются в книге Эйнштейна и Инфельда, совершенно не похоже на то, что происходило в реальном мышлении. Это просто более поздняя формулировка содержания, просто вопрос последующего наилучшего изложения. Аксиомы отражают
существенные моменты в наиболее концентрированном виде. После того как какие-то вещи установлены, можно сформулировать их в таком виде; но в этом процессе они появились не в результате какого-либо манипулирования с аксиомами».

Он добавил: «Эти мысли возникли не в какой-то вербальной форме. Я вообще очень редко думаю словами. Приходит мысль, а потом я могу попытаться выразить ее словами». Когда я заметил, что многие говорят, что они всегда мыслят словами, он только рассмеялся. Однажды я рассказал Эйнштейну о том, что у меня сложилось впечатление, что важным фактором является «направленность» процессов мышления. На это он ответил: «Именно так. На протяжении всех этих лет было ощущение направленности, непо-

Если мы продолжим анализ в духе традиционной логики, то быстро забудем, что в действительности все операции были частью единой и превосходно согласованной картины, что они появлялись как части единого хода мышления, что они возникали, функционировали и имели смысл в целостном процессе, по мере того как мы рассматривали ситуацию, ее структуру, ее свойства и требования. Пытаясь постичь структуру этого великого хода мышления, читатель может растеряться при виде такого обилия фактов, сложности ситуации. Итак, какие же шаги были решающими?

Давайте коротко суммируем их.

Сначала было то, что можно назвать подготовительным периодом. Во-первых, Эйнштейн был озадачен вопросом о скорости света в том случае, когда наблюдатель движется. Во-вторых, он связал этот вопрос с вопросом об «абсолютном покое». В-третьих, он попытался развить одну альтернативу (является ли скорость света в уравнениях Максвелла переменной?) и получил отрицательный результат. В-четвертых, существовал эксперимент Майкельсона, который подтверждал другую альтернативу, и, в-пятых, гипотеза *ad hoc* Лоренца — Фицджеральда, которая, по-видимому, не затрагивает существа дела.

До сих пор все, включая значение и структурную роль времени, пространства, измерения, света и т. д., понималось в терминах традиционной физики — исходной структуры I.

В этой тревожной ситуации возник вопрос: «Понимаю ли я по-настоящему саму ситуацию, в которой результат Майкельсона кажется противоречивым? Это было революционным событием. Эйнштейн чувствовал, что нужно рассмотреть это противоречие беспристрастно, что нужно подвергнуть сомнению эту освященную временем структуру. Была ли исходная структура адекватной? Была ли она понятной в отношении критического пункта — вопроса о свете в связи с вопросом о движении? Была ли она ясна в ситуации эксперимента Майкельсона? Все эти вопросы задавались Эйнштейном, горячо стремившимся

средственного движения к чему-то конкретному. Конечно, очень трудно выразить это ощущение словами; но оно определенно присутствовало и его следует отличать от более поздних размышлений о рациональной форме решения. Несомненно, за этой направленностью всегда стоит что-то логическое; но у меня она присутствует в виде некоего зрительного образа».

добиться полного понимания. А затем процедура шаг за шагом конкретизировалась.

Как измерить скорость света в движущейся системе?

Как в этих условиях измерить время?

Что значит одновременность в такой системе?

Но что тогда означает одновременность, если это понятие относится к различным местам?

Смысл одновременности ясен в том случае, когда два события происходят в одном и том же месте. Но Эйнштейна неожиданно поразила мысль, что это *не* столь же ясно, если события происходят в различных местах. Вот где находился пробел при действительном понимании. Он понял: нельзя слепо применять привычное понятие одновременности к этим случаям. Чтобы одновременность имела какой-нибудь смысл, следует поставить вопрос о ее физическом определении, так чтобы в конкретных случаях мы могли сказать, применимо ли это понятие. (Ясно, что это была фундаментальная логическая проблема.)

Смысл одновременности должен основываться на понятии одновременности событий, происходящих в одном месте. Но это требовало, чтобы в каждом случае различной локализации двух событий принималось во внимание относительное движение. Таким образом, смысл, структурная роль одновременности в ее отношении к движению претерпели коренное изменение.

Отсюда сразу же следовало соответствующее требование к измерению времени вообще, скажем к значению секунды, и к измерению пространства, поскольку теперь они должны зависеть от относительного движения. В результате радикально изменился смысл понятий времени, пространства, а также измерения как времени, так и пространства.

Введение наблюдателя и его системы координат, казалось, вносило совершенно произвольный или субъективный фактор. «Но реальность, — чувствовал Эйнштейн, — не может быть столь произвольной и субъективной». Желая избавиться от этого произвольного элемента и в то же время получить конкретную формулу преобразования для различных систем отсчета, он понял, что необходим основной инвариант, некий фактор, который будет оставаться неизменным при переходе от одной системы к другой. Очевидно, что оба эти требования действовали в одном и том же направлении.

Это привело к решающему шагу — к введению в каче-

стве инварианта скорости света. Как будет выглядеть физика, если сделать центральной инвариантность скорости света? Один за другим следовали смелые выводы, и в результате возникла новая структура физики.

Когда на основе этого инварианта Эйнштейн получил конкретную формулу преобразования, преобразование Лоренца выступило как вывод — но теперь оно понималось более глубоко, совершенно по-новому, как необходимая формула в новой структуре физики. Результат Майкельсона также предстал теперь в совершенно новом свете, как необходимый результат, возникающий, если принять во внимание взаимосвязь всех относительных измерений в движущейся системе. Не этот результат вызывал беспокойство — Эйнштейн чувствовал это с самого начала, — а поведение различных элементов ситуации до того, как было найдено решение. При более глубоком понимании этих элементов результат был необходимым следствием.

Теперь картина была усовершенствована. Эйнштейн мог приступить к экспериментальной верификации.

Короче говоря, горячо желая добиться ясности, Эйнштейн непосредственно рассмотрел отношение между скоростью света и движением системы и сопоставил теоретическую структуру с результатом Майкельсона.

Часть этого поля стала критической и была подвергнута основательному исследованию.

В результате такого тщательного изучения был обнаружен значительный пробел (в классической трактовке времени).

Были осознаны шаги, необходимые для того, чтобы справиться *с* этим затруднением.

В результате изменился смысл всех используемых понятий.

Когда из ситуации была окончательно устранена всякая произвольность, выкристаллизовалась новая структура физики.

Намечалось подвергнуть новую систему экспериментальной проверке.

Процесс вызвал коренные структурные изменения: отделение внешних факторов, образование внутренних связей, группировку, центрирование и т. д., тем самым в результате перехода от структуры I к структуре II углублялись, изменялись значение и смысл составных элементов, их структурная роль, место и функция. Возможно,

полезно еще раз объяснить, в каком смысле достижение Эйнштейна означало изменение структуры.

1) В опыте Майкельсона — как и вообще в классической физике — время считалось независимой переменной я, следовательно, независимым средством процедур измерения, полностью отделенным от движения, которое имело место в ситуации наблюдения, и никак функционально не связанным с этим движением. Поэтому природа времени не представляла никакого интереса в связи с этим явно парадоксальным результатом.

В мышлении Эйнштейна возникла тесная связь между значением времени и собственно физическими событиями. Таким образом, принципиально изменилась роль, которую время играло в структуре физики.

Это коренное изменение сначала было ясно замечено при рассмотрении одновременности. Появилось некоторым образом два понятия одновременности: отчетливая одновременность событий, происходящих в данном месте, и связанная с ней, но связанная посредством конкретных физических событий, одновременность событий, происходящих в разных местах и особенно в условиях движения системы.

2) В результате изменились также смысл и роль пространства в структуре физики. В традиционном подходе оно также было полностью отделено и независимо от времени и физических событий. Теперь была установлена тесная связь между ними. Пространство больше не было пустым и совершенно нейтральным вместилищем физических событий. Геометрия пространства была интегрирована с параметром времени в четырехмерную структуру, которая в свою очередь образовала новую единую структуру с происходящими физическими событиями.

3) До сих пор скорость света была одной из многих скоростей. Хотя она была известна физикам как наибольшая скорость, она играла такую же роль, что и остальные скорости. Она была принципиально не связана со способом измерения пространства и времени. Теперь же считалось, что она тесно связана со значениями времени и пространства и является фундаментальным фактом физики в целом. Ее роль изменилась: она перестала быть одним из многих частных фактов и стала центральным элементом системы.

Можно упомянуть еще много других величин, в ходе этого процесса изменивших свой смысл, например массу

и энергию, которые теперь оказались тесно связанными. Однако нет необходимости обсуждать дальнейшие детали.

Оценивая эти трансформации, мы не должны забывать о том, что они имели место на фоне гигантской существующей системы. Каждый шаг должен был быть направлен против очень сильного гештальта — традиционной структуры физики, с которой согласовывалось огромное число фактов, очевидно столь безупречных, столь ясных, что любое локальное изменение должно было столкнуться с сопротивлением всей мощной и хорошо разработанной структуры. Возможно, именно поэтому прошло так много времени — семь лет, — прежде чем произошло решительное продвижение вперед.

Можно подумать, что некоторые необходимые изменения Эйнштейн произвел случайно, в ходе проб и ошибок [1]. Тщательное исследование мышления Эйнштейна всякий раз показывало, что каждый шаг осуществлялся потому, что он был необходим. И вообще тот, кто понял, как Эйнштейн мыслил, знает, что ему были совершенно чужды какие бы то ни было слепые и случайные действия.

Единственным местом, которое в этом отношении вызывает сомнение, было введение константы скорости света в общие эйнштейновские формулы преобразования. У мыслителя не столь высокого уровня это могло произойти в результате простой попытки обобщения формулы Лоренца. Но в действительности важнейший шаг был сделан не таким образом; он не был связан с математической догадкой.

В последние годы Эйнштейн часто рассказывал мне о проблемах, над которыми он в то время работал. У него никогда не встречались слепые шаги. Когда он переставал работать в каком-нибудь направлении, это происходило только потому, что он понимал, что это приведет к введению непонятных, произвольных факторов. Иногда случалось, что Эйнштейн сталкивался с затруднением, для преодоления которого математические средства были недостаточно разработаны; несмотря на это, он не упускал проблемы из виду, и ему часто удавалось в конце концов найти способ побороть трудности, казавшиеся прежде непреодолимыми.

[1] В Акте III Эйнштейн действительно испробовал несколько вариантов. Но эти попытки никоим образом не были слепыми, хотя они и не привели к решению. На этой стадии испытание этих возможностей было вполне разумным.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Динамика и логика продуктивного мышления

Я хотел бы продолжить рассказ об этом исследовательском экскурсе, привести новые примеры и сообщить о тех дискуссиях, которые они вызвали. Но здесь я должен остановиться. Я полагаю, что для начала будет достаточно и этих нескольких примеров. В них, в конкретном способе их рассмотрения читатель увидел некоторые шаги, направленные на уяснение проблемы, методы углубления ее и основные черты нового подхода. Можно кратко выделить отдельные моменты.

Во-первых, мы выяснили, какие именно процессы можно называть подлинными, красивыми, ясными, продуктивными. Неверно, что люди не любят думать подобным образом или вообще не способны к этому. Это один из результатов, который заслуживает высокой оценки. Конечно, часто этому препятствуют сильные внешние факторы, например слепые привычки, определенные виды школьной муштры, предубеждения или личные интересы.

Во-вторых, мы показали действующие в этих процессах факторы и операции — существенные для мышления, — которые не были поняты в традиционных подходах или которые игнорировались в них. Сама природа этих операций — группировки, центрирования, реорганизации и т. д., адекватных структуре ситуации (см. табл. III, с. 270),— чужда сущности традиционных подходов и операций, которые они рассматривают.

В-третьих, описанные особенности и операции имеют характерную природу: они не случайны, не хаотичны, а относятся к целостным характеристикам, их функции связаны с такими характеристиками, определяемыми структурными требованиями осмысленности ситуации. В контексте эти элементы, данные, отношения и т. д. возникают и функционируют как части целого в соответствии со своими местом и ролью и в зависимости от одних и тех же динамических условий и требований.

В-четвертых, хотя в этом процессе и участвуют операции, рассматриваемые в традиционных подходах (см. табл. I, Ia и II Введения, с. 32, 34, 35), они также функционируют в связи с целостными характеристиками. Это существенно для понимания того, как они входят в общую картину мыслительного акта.

В-пятых, эти процессы в целом не носят характера простой суммы, конгломерата, последовательности отдельных, случайных событий, ассоциаций, операций. Они отнюдь не произвольны по своей сути: несмотря на трудности, некоторые отклонения, а порой и драматическое развитие, процессы мышления обладают внутренней логикой развития.

В-шестых, в своем развитии они часто ведут к разумным ожиданиям, предположениям. Как и другие фазы процесса, они требуют честного отношения, верификации: при отсутствии искренности в нашем отношении к истине существует опасность дилетантизма, дешевого правдоподобия. Но ситуация требует не просто частичных, кусочных фактических истин, она требует «структурной» истины [1].

Именно характерные черты, отмеченные в пунктах 2—6, обеспечивают реальную возможность подлинных, осмысленных, продуктивных процессов. (О других типах процессов см. с. 277 и сл.).

Таблица III

Мышление заключается

в усмотрении, осознании структурных особенностей и структурных требований; в действиях, которые соответствуют этим требованиям и определяются ими, и тем самым в изменении ситуации в направлении улучшения ее структуры. Это означает, что:

> нужно рассматривать пробелы, неясные места, нарушения, внешние признаки и т. д. в соответствии с их местом, функцией, ролью в структуре проблемной ситуации;
>
> внутренние структурные отношения — отношения согласованности или несогласованности — должны устанавливаться между такими нарушениями и данной ситуацией в целом и между ее различными частями;

[1] Wertheimer M. On truth. — "Social Research", 1934, vol. 1, p. 135—146.

> следует осуществлять операции структурной группировки и изоляции, центрирования и т. д.; операции следует рассматривать и трактовать в соответствии с их местом, ролью, значением в динамической структуре и четко фиксировать соответствующие изменения;
>
> в понимании структурной транспонируемости и структурной иерархии и в отделении внешних признаков от структурных характеристик, что является особым случаем группировки;
>
> в поисках не отдельных истинных положений, а структурной истины.

Иначе говоря, это означает, что мышление направляется желанием, стремлением дойти до истины, обнаружить структурное ядро, докопаться до истоков ситуации; перейти от неопределенного, неадекватного отношения к ясному, прозрачному видению основного противоречия в ситуации; довести себя до такого состояния, когда проблема захватывает целиком. Перечисленное характерно не только для процессов мышления, но и для реальных установок и действий. Но такого рода процессы мышления сами предполагают реальные установки.

Здесь я снова использовал такие термины, как «видение», «поиски», «рассмотрение» и т. д., и считаю, что они уместны и действительно необходимы. Но многие из указанных в таблице моментов могут при желании быть выражены, как уже было сказано в предыдущих главах, в объективных или бихевиористских терминах, то есть заменены «реакциями», «ответами», «действиями, определяемыми структурными особенностями ситуации» и т. д.

Конечно, наши термины трудны. Они сами требуют продуктивного исследования. С ними связаны три группы проблем, которые необходимо рассмотреть и изучить:

1. Какие особенности, законы, правила управляют неисследованными или малоисследованными операциями изоляции, группировки, центрирования и структурной транспозиции?

2. Проблемы, связанные с отношением между частями и целым, и т. д., предполагающие операции установления места, роли, функции части в таком целом [1].

[1] Логистика внесла известный вклад в решение этих проблем,, но не связывала их с проблемами, указанными в пункте 3.

3. Проблемы, касающиеся «особых целых», хороших гештальтов, ρ-отношений.

Гештальттеория начала научное изучение этих проблем с целью дать их теоретическое объяснение, установить действующие здесь законы и во многих экспериментальных исследованиях попыталась разработать соответствующие научные инструменты для их изучения. Не зная этой литературы, нелегко понять термины, использованные нами в таблице; точнее, их легко неправильно понять. Здесь же читателю достаточно считать эти термины метками, указывающими на конкретные проблемы, обсуждавшиеся в различных главах.

Рассмотрим существующую теоретическую ситуацию. Ассоциативная теория, подход II, и во многих отношениях традиционная логика, подход I, выделяют и ставят в центр внимания конкретные операции процесса мышления.

Чтобы определить элементы мышления, они расчленяют живой процесс мышления на части и изучают их, не обращая никакого внимания на структуру целого, полагая, что этот процесс представляет собой совокупность, сумму этих элементов. Рассматривая процессы, аналогичные тем, которые мы проанализировали в предыдущих главах, они делают не что иное, как препарируют их и создают таким образом мертвую картину, лишенную всего, что было в ней живого. Отдельные фазы, операции появляются в этой картине извне — на основе припоминания, каких-то прошлых знаний общего или аналогичного характера, ассоциаций, связанных с какими-то моментами ситуации (или даже с их суммой), или же чисто случайным образом. Эти операции никак не связаны с той конкретной структурной функцией, которую они выполняют в процессе мышления. Таковы классические ассоциации между *a* и каким-нибудь *b.* слепые связи между средствами и целью; таким же образом традиционная логика рассматривает суждения типа «все *S* суть *P»* или «если *A*, то *B*». Связи, элементы, данные, операции являются слепыми к структуре целого или структурно нейтральными, они не выполняют динамическую функцию в структуре и не учитывают ее требования.

Все это делает невозможным прямое постижение продуктивных процессов описанного типа.

272

С динамической точки зрения для теоретического понимания нужно нечто большее, чем только стремление, желание достичь решения проблемы; мало случайного успеха, припоминания ассоциаций, предположения, что то, что случилось, или то, что истинно во многих или во «всех» случаях, окажется таковым и в данном случае. Конечно, помимо этого, традиционную логику характеризует стремление к истине и систематическим знаниям.

Ситуация в *A*-примерах, рассмотренная в предыдущих главах этой книги (см. гл. 1), недвусмысленно требует такой теории мышления, которая раскрывает структурную сущность этих процессов. Она требует такого теоретического подхода, при котором то, что происходит в мыслительном процессе, появляется под действием векторов, определяемых структурной динамикой ситуации.

Вообще говоря, сначала есть

S_1 — ситуация, в которой начинается реальный процесс мышления, а затем, через несколько фаз —

S_2, в которой кончается процесс, проблема решена.

Давайте рассмотрим эти ситуации 1 и 2, сравним их между собой, а затем исследуем, что, как и почему в них происходит. Совершенно ясно, что главным в этом процессе является переход от S_1 к S_2, изменение ситуации S_1 на S_2. Ситуация S_1 по сравнению с S_2 структурно не завершена, она имеет какие-то незаполненные места или структурные нарушения, тогда как ситуация S_2 в этих отношениях структурно лучше, незаполненные места адекватно заполнены, исчезло структурное нарушение; S_2 явно полнее по сравнению с S_1.

Когда проблема ясно понята, S_1 содержит структурные деформации и напряжения [1], которые исчезают в S_2. Сам характер шагов, операций, действий, изменений от S_1 *к* S_2 обусловлен природой векторов, связанных с этими структурными нарушениями и направленных к улучшению ситуации, к ее структурному равновесию. Этот процесс коренным образом отличается от процессов, в которых отдельные шаги, отдельные действия возникают из разных источников, идут в различных направлениях и могут привести к решению лишь случайным, окольным путем.

[1] «Деформации» и «напряжения» — термины теории поля, заимствованные пионерами гештальтпсихологии из теоретической физики. — *Прим. перев.*

Для сравнения интересно рассмотреть такую психологическую ситуацию, когда после того, как поставлена задача и испытуемый не знает, как к ней приступить, появляется кто-то с готовым решением. Испытуемый может понять или не понять решение, понять или не попять, что это и есть решение, в любом случае это решение не получено им самим, оно не возникло в результате реализации тех шагов, которых требует структура данной ситуации. Часто такое решение вызывает у него потрясение, иногда неприятное. Подлинное понимание предполагает воссоздание шагов, внутренних структурных связей, требований ситуации.

Сами структурные особенности проблемной ситуации S_1, повторяю, создают векторы, определяют их направление, характер, величину, что в свою очередь ведет к процессам и операциям, соответствующим требуемым изменениям ситуации. Это развитие определяется так называемым законом прегнантности[1], стремлением к хорошему гештальту, и другими законами гештальта.

Указанные особые случаи предстают здесь как простейшие архетипы, в которых S_1 является структурно простой ситуацией без скрытых структурных факторов, имеющей, однако, пробелы или нарушения, и в которых превращение в S_2 осуществляется просто посредством приведения частей в соответствие друг другу. В таких случаях легко осознаются структурные требования и соответствующие им средства, и мы часто легко получаем почти от всех испытуемых естественный и убедительный ответ. Характерно, что эти процессы наблюдаются даже тогда, когда не задается никакого вопроса и не ставится никакой задачи, сама проблема возникает в структуре данного материала.

В других случаях, когда начальная ситуация либо слишком сложна или беспорядочна, либо обладает простой, но основанной на внешних признаках структурой, необходимо сначала осуществить изменение. Ситуация должна быть понята структурно, то есть должна быть понята структурная роль проблемы как части данной ситуации. Часто такая трансформация взрывает, совершенно меняет прежнее видение проблемной ситуации S_1.

[1] Закон прегнантности, впервые сформулированный Вертгеймером при изучении восприятия, гласит, что организация поля имеет тенденцию быть настолько простой и ясной, насколько позволяют данные условия. — *Прим. ред. амер. изд.*

Короче говоря, дело в том, что в продуктивных процессах структурные основания становятся действующими причинами. В истории науки шла долгая дискуссия по поводу «оснований» и «причин», связанная с принципом достаточного основания. Было достаточно поводов подчеркивать, что между ними есть существенное различие. И в подходе I они, несомненно, различаются. Но если речь идет о структурных основаниях, то в разумных процессах они совпадают с причинами.

Другими словами, когда мы схватываем проблемную ситуацию, ее структурные особенности и требования создают в поле мышления определенные деформации и напряжения. В реальном мышлении эти напряжения и деформации порождают векторы в направлении улучшения ситуации и соответственно меняют ее. Ситуация S_2 — это такое состояние, которое как хорошая структура поддерживается внутренними силами, в котором существует гармония взаимных требований и в котором части определяются структурой целого, а целое — структурой частей.

В этом процессе не просто трансформируются данные части. Он связан с структурно релевантным материалом, выбранным из прошлого опыта, из предшествующих знаний и ориентировки.

Из всего материала выбираются те действия и шаги, которые последовательно меняют положение дел в S_1 в направлении к структуре S_2.

Если в этом и состоит суть процесса, то есть шаги решения определяются структурой, то возникает множество вопросов, например: почему к решению часто приходят окольным путем, почему наблюдаются такие состояния, когда вообще нет никакого прогресса, почему процесс может зайти в тупик и оказывается на некоторое время блокированным, как возникают отклонения и ошибки. Я уже называл некоторые причины. Могу повторить, что первое, неадекватное видение ситуации часто мешает испытуемому понять роль пробела и те требования, которые позволили бы ему адекватно заполнить пробел. Испытуемому часто не хватает широты видения. Даже если он обладает ею вначале, он может утратить ее в дальнейшем, так как занят деталями и обращает внимание только на отдельные части. При такой установке части могут объединяться в недостаточно крупные целые. С другой стороны, его поле зрения, конечно, может быть и слишком широким.

Часто возникает соблазнительная возможность быстро-

го объединения отдельных подпроблем. Когда в ситуации ясно осознается несколько подпроблем, теряется видение целого, так что сам собой навязывается узкий взгляд на проблему. Порой нетерпеливое желание найти решение чрезмерно фокусирует зрение, подобно тому, как голодное животное, отделенное решеткой от пищи, сосредоточиваясь на ближайшей цели, теряет широту взгляда и не в состоянии заметить, что простой окольный путь привел бы его к цели.

И мы не должны забывать, что, хотя процесс S_1 S_2 часто является относительно замкнутым целым, он замкнут только относительно. Он — часть поля, точно так же как S_1 и S_2 являются только частями поля, частью является и весь процесс. Он — частичное поле в пределах общего процесса познания и понимания, в контексте общего исторического развития, внутри социальной ситуации, а также в личной жизни испытуемого. Он — часть поля, не полиостью отделенная в отношении материала, в отношении количества и источников энергии; важны благоприятные или неблагоприятные условия, факторы, силы в более широком поле. Таким образом, мы должны выяснить, в какой степени изолировано частичное поле, в какой степени оно динамически связано с другими частями в более широком поле. Но и в отношении этого более широкого поля снова оказывается существенной проблема структурной динамики, намеченная выше для части поля. В результате открывается широкий простор для исследования и толкования в терминах внутренней структурной динамики.

Здесь я остановлюсь на одном специальном вопросе. Силы в ситуации могут быть двух видов. Во многих случаях именно структура объективной ситуации существенно определяет векторы и шаги, тогда как «я», эго, и его личные интересы и тенденции играют лишь незначительную роль или вовсе не играют никакой роли. Если возникают конкретные эго-тенденции, они часто мешают (см. гл. 7, часть II). В других случаях источником проблем являются личные потребности. Здесь «я» играет важную роль. Но и здесь (см. гл. 7, часть I) действительное решение проблемы часто требует прежде всего ее трансформации; проблема может быть неразрешимой, пока мы сосредоточены на своих собственных желаниях и потребностях; она становится разрешимой только в том случае, если мы, рассматривая свое желание как часть ситуации, осознаем объективные структурные требования. В таких случаях мы

можем осмысленно достичь цели или понять, что я-цель сама по себе слепа и должна быть существенно изменена или полностью отброшена. Таким образом, даже в отношении между проблемой и «я» решающими остаются структурные особенности [1].

До сих пор я ограничивался обсуждением рассмотренной выше проблемной ситуации $S_1 ... S_2$ и шагов, ведущих *к ее* решению. Я отмечал, однако, что часто процесс не начинается с S_1 и не кончается S_2, но что в

$$..... S_1 .... S_1 .....$$

S_1 уже является частью процесса и что, более того, сама решение не является концом, а ведет, в сущности, к дальнейшим динамическим следствиям (см. гл. 4, часть V; гл. 8).

Есть и другие типы. Например,

$$S_1 ....,$$

в котором ситуация S_1 первоначально не является проблемной. Реальное достижение заключается скорее в ясном осознании того, что ситуация вовсе не так хороша, как кажется, что она должна быть улучшена. В этом случае процесс часто представляет собой переход от простой суммы или от поверхностного структурного видения к более адекватному. Как следствие, первое достижение заключается именно в осознании того, что здесь есть проблема. Видение, правильная постановка проблемы часто гораздо важнее решения поставленной задачи.

Вместе с тем существуют такие процессы, в которых S_1 играет незначительную роль или вообще не играет никакой роли. Такой процесс начинается, как и некоторые творческие процессы в искусстве и музыке, с того, что художник представляет себе особенности S_2, которую хочет создать. Художник стремится к их кристаллизации, конкретизации или полному воплощению. Характерно, что более или менее ясно представляемые структурные целостные свойства вещи, которую нужно создать, определяются в процессе создания. Композитор обычно не просто соединяет ноты, чтобы создать какую-нибудь мелодию: он постигает характер мелодии in statu nascendi и действует сверху, пытаясь конкретизировать ее во всех деталях [2].

[1] См.: Levy E. Some aspects of the schizophrenic formal disturbance of thought. — "Psychiatry", 1943, vol. VI, p. 59—69.

[2] Нечто подобное происходит и с математиком, у которого возникает идея какой-нибудь формулы или уравнения.

Для некоторых композиторов это нелегкий процесс, часто на него уходит много времени. Когда представление о целом еще смутно, расплывчато, возможны одновременно два способа действия: один — направленный на то, чтобы сделать более ясной центральную идею, другой — представление о частях. Характерно, что в таких случаях сразу ясно, что согласуется с представлением о целом, а что нет; в то время как то, что происходит в случаях типа $S_1 \ldots S_2$, структурно определяется природой S_1 или связью S_1 с S_2, в данном случае все определяется структурными особенностями представляемой S_2, даже если она все еще не полна, все еще не ясна. Это несколько меняет динамическую природу данного выше описания, но в осмысленных процедурах векторы снова определяются характером внутренних структурных требований.

Часто в процессе наблюдаются два взаимосвязанных направления: одно — от частей к целому, другое — от целого к частям. Это, как правило, бывает в том случае, когда в осмысленном процессе создается хороший гештальт. Такой гештальт не является произвольным, независимым от природы частей, он отвечает и их требованиям.

Намеченная на этих страницах динамическая теория не является законченной, она не сводится к общим рассуждениям, к классификации психических процессов; думаю, что она таит в себе много удивительных реальных проблем для исследования. К тому же я не считаю, что она чужда здравому смыслу.

Я надеюсь, что читатель сможет понять философское значение этого подхода. Если здесь основной упор делается на внутренней структурной динамике процесса, то это вовсе не означает, что человек в ходе его развертывания остается совершенно пассивным. С его стороны предполагается желание ставить проблемы, готовность смело и искренне их исследовать, стремление к совершенству в отличие от случайной, произвольной пли рабской установки. Я полагаю, что это — одно из величайших достоинств человека.

Главным в этой теории является переход от совокупности отдельных элементов поверхностной структуры к объективно лучшей или адекватной структуре. Гораздо труднее установить критерии структурно верного видения, чем критерии частичной истины. В этой книге я сосредоточил внимание на сравнительно элементарных случаях, в которых вопреки мнению скептиков и релятивистов могут

быть точно выделены правильные, истинные структуры.

Иногда ситуация является структурно двусмысленной, как в двусмысленных фигурах при восприятии, когда пограничные линии принадлежат одной или другой области, так что существует более чем одна возможность структурирования. Так же обстоит дело во многих случаях, когда никакая частная структура не является подходящей, потому что наши фактические знания слишком неполны, а также потому, что мы не располагаем нужными для решения данными, фактами, или они не установлены с достаточной ясностью. Разнообразные условия, силы, факторы могут определить структуру для субъекта; к таким факторам часто относятся инерция привычек, установка на внимание к отдельным элементам и действие возникающей согласно принципу прегнантности тенденции к преждевременному замыканию структурно чуждых элементов. В этом случае субъект оказывается жертвой соблазна упрощения.

Все это не снимает проблемы объективно верного структурирования. Желание не быть структурно слепым, иметь правильную структурную ориентацию весьма сильно; оно часто проявляется даже в ошибочных действиях и в том, как относятся к ошибкам. Для многих людей невыносима неопределенность, необозримость многообразия факторов и сил, мешающих четко действовать и ясно мыслить. Они стремятся к структурной ясности, наглядности, к истине — не хотят обманывать себя. Если желание понять истинную структуру выражено слабо, то берет верх стремление упростить структуру. Примером может служить параноидальная система, в которой данные представлены в ложном свете, а подлинные факты искажены. Поверхностно центрированные структуры являются динамически неустойчивыми. Хотя иногда действующие в структуре силы и мешают субъекту увидеть критические точки и осознать свою ошибку, случается, что какой-нибудь аргумент заставляет его отбросить поверхностное представление о структуре и перейти к продуктивным действиям.

Такие проблемы играют огромную роль в личной, социальной и политической жизни. Часто в политических дискуссиях, политических взглядах мы ощущаем влияние принципа прегнантности по почти непреодолимому стремлению достичь простого структурирования поля, по сильному желанию четко определить ориентацию, действовать

осмысленно, не быть слепым, не поступать случайным образом. Это — жажда верной ориентации.

В политических дискуссиях часто случается, что спорными являются не столько сами факты, содержание аргументов, сколько та роль, которую они играют в структуре аргументации, та функция, которую они выполняют в контексте; на это указывают слова «потому что», «но», «однако», «хотя» и т. д. Люди недовольны, когда усложнение структуры затуманивает вопрос. Это может сбить их с толку. Они жаждут структурно ясного видения, в котором все элементы находятся на своем месте, выполняют свою функцию, играют свою роль, не мешают мыслить и действовать в нужном направлении. Наблюдения и эксперименты четко показывают, как тесно связана эта тенденция к структурной простоте со стремлением постичь истинную структуру, несмотря на силы, которые пытаются сохранить традиционные стереотипы.

В нескольких экспериментах, затрагивающих эти проблемы, были получены удивительные результаты. Д-р С. Аш теперь тоже занимается широким исследованием этих проблем, которыми так пренебрегали социальные психологи ввиду того, что они занимались почти исключительно изучением случайных сил. Я надеюсь, что д-р Аш вскоре опубликует полученные данные [1].

Здесь таятся большие задачи, касающиеся всех людей. Недостаточно критической позиции, скептицизма. Необходима структурная ясность. Есть надежда, что развиваемые методы продуктивного мышления будут использоваться не просто для сбора информации об отдельных фактах, но что с их помощью можно будет исследовать основные типы структур критических ситуаций.

Помимо процессов, обсуждаемых в главах этой книги (типа α), встречаются и многие другие, которые в большей или меньшей степени характеризуются особенностями другой природы (тип β). Даже в тех процессах, которые мы описали, некоторые моменты или операции, необходимые для продвижения вперед, носят внешний, случайный характер и возникают по аналогии, в результате простого припоминания или слепой пробы. Кроме того, в развивающейся науке на границе известного есть много ситуаций, природа которых требует прежде всего тщательного иссле-

[1] Некоторые из этих данных можно теперь найти в психологической литературе. — *Прим. Майкла Вертгеймера.*

дования фактов, осознания фактических отношений и г. д., потому что здесь все еще слишком мало известного, слишком мало понятного. Но как прекрасно, когда после долгого периода упорного, тщательного изучения или экспериментирования открывается путь к пониманию структуры или когда результаты эксперимента, не согласующиеся с данным структурным видением и даже противоречащие ему, побуждают к устранению противоречий.

Другой характер носят случаи (γ), в которых решение является результатом случайного открытия или ряда слепых проб, простого внешнего припоминания, слепого повторения, применения навыка или подсказки. Есть много ситуаций, природа которых принципиально допускает лишь действие вслепую и случайное открытие, как, например, в широко распространенных экспериментах с лабиринтами, заданиями на различение, проблемными ящиками. В таких случаях экспериментатор тщательно исключает все факторы, которые могут дать ключ к целенаправленному поведению. В этих условиях даже самый гениальный человек поначалу занимался бы только слепыми пробами, успех мог бы прийти и снова повторяться чисто случайно, если бы, конечно, экспериментатор произвольно не изменил условия.

Повторяем: различия между крайностями α и γ касаются не только интеллектуальных процессов, они связаны с глубокими различиями в человеческих установках.

Многие теоретики считают основными β-процессы и поэтому не замечают структурных особенностей мышления, хотя они в β также имеются.

В современной психологии существует сильная тенденция рассматривать мышление в основном в терминах факторов, операций и установок типа γ, игнорировать возможности типа а, пытаться всеми средствами интерпретировать типы β и α просто как усложнение факторов, характерных для типа γ. Изучение таких факторов, без сомнения, необходимо. Но нельзя заниматься слишком простыми, слишком поверхностными обобщениями. Даже в тех случаях, когда можно построить составленный из отдельных частей слепой механизм для «объяснения» процесса, ученый должен остерегаться того, чтобы вместо верной картины предложить только внешне адекватную замену. В этих вопросах нужно быть особенно осторожным, по-

скольку соответствующие установки сильно влияют на обучение, воспитание, поведение.

Эта ситуация напоминает ситуацию в психологии обучения [1]. Тип γ соответствует обучению с помощью натаскивания, внешних ассоциаций, внешнего обусловливания, запоминания, слепых проб и ошибок [2]. Тип а ориентируется на структурный инсайт, структурное понимание и осмысленное обучение в полном смысле этого слова. Существует широко распространенное мнение, что осмысленное обучение, изучение осмысленного материала является, в сущности, лишь усложнением того, что было установлено при исследовании запоминания бессмысленных слогов и т. д., как будто оно может привести к открытию *законов* обучения. По-видимому, нельзя сводить характеристики а к факторам и операциям типа γ. Даже если кто-то и питает такую надежду, она не подтверждается в реальном исследовании и часто просто играет роль догмы.

Сформулируем это как можно более кратко: если назвать процессы мышления и обучения типа а «структурно осмысленными», а характеристики типа *у* «структурно слепыми», то в традиционном подходе ситуация будет выглядеть так:

Рис. 160

Иными словами, если взять за основу *y,* то a, «несомненно, окажется лишь усложнением γ-факторов».

С научной точки зрения более осмотрительным было бы начать с изучения отличительных характеристик каждого типа процесса. Только на основе таких исследований мож-

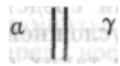


Рис. 161

[1] См. мое введение к работе: K a t o n a G. Organizing and memorizing.
[2] Под «внешней» ассоциацией проф. Вертгеймер понимает связи в памяти, которые, по-видимому, устанавливаются независимо от содержания затронутых вопросов. Термин «внешнее обусловливание» нужно понимать таким же образом. *Прим. ред. амер. изд.*

но решить, являются ли эти два типа совершенно различными по своей природе или следует рассматривать a либо как усложнение существенных факторов γ, либо как логический центр классификации процессов мышления, частным случаем которого является *γ.*

L

Рис. 162

В настоящее время последнее кажется более правдоподобным: γ является, по-видимому, лишь частным случаем, в котором характерная для типа a структурная взаимосвязь приближается к нулю, к пределу, который никогда не достигается в случаях реального обучения и реального мышления.

Свяжем теперь только что сказанное с различием между несколькими подходами, которое мы рассмотрели ранее. Если мы вновь посмотрим на табл. III (гештальтподход) и сравним его с подходами традиционной логики (как дедуктивным, так индуктивным) и ассоциативной теории (см. табл. I, Ia и II во Введении), то перед нами откроются два пути. Либо мы будем рассматривать структурную характеристику III как усложнение I и II, либо мы решим, какой теоретический подход является адекватным, лишь после того, как будут действительно изучены функциональные принципы этих подходов и их взаимосвязи. Важен, несомненно, каждый из пунктов в I и П. Но возможно, эти операции являются просто частными случаями. Операции в II и в некоторой степени в I традиционно рассматривались и использовались вне связи со структурными особенностями и требованиями. Тщательно изучая их, мы обнаруживаем, что каждый из пунктов I и II сам по себе является двусмысленным, что каждый из них может быть структурно осмысленным или структурно слепым. Их структурно слепые форма и функционирование оказываются предельным случаем III и являются адекватными только в тех случаях, когда структурная связь и взаимозависимость приближаются к нулю.

Это не означает, что области, в которых применимы операции I и II, их содержание и связи лишены структурных характеристик, *совершенно* свободны от структурных

факторов. Даже если такие связи просто даны, хотя и непонятны, иерархия таких связей делает возможными как структурно осмысленные, так и структурно слепые действия.

Теперь я объясню, почему термины и операции табл. I, Ia и II являются двусмысленными.

Термины Традиционной Дедуктивной Логики: Таблица I (Введение, с. 32).

Сравнение и *различение* обычно означают, что два или много предметов сравниваются в отношении любых черт независимо от данной структуры. С этой точки зрения важно лишь то, существуют ли сходство или различия и каковы они. Но понятие сходства может означать сходство отдельных частей, что может ввести в заблуждение, даже если они одинаковы; и наоборот, может существовать структурное сходство, которое может сохраняться даже тогда, когда признаки отдельных элементов вовсе не указывают на сходство.

Анализ может означать, что поле или объект разбивается на составные части, образующие простую сумму, игнорирующую структуру, или может означать структурно адекватное деление и рассмотрение частей в их истинном свете.

Понятия *абстракция* и *обобщение* могут соответствовать действиям, которые концентрируют внимание на отдельных элементах, игнорируют структуру и ведут к суммативной форме

$$m + x.$$

Здесь m обозначает факторы, общие нескольким ситуациям, а x — другие характеристики, по которым эти ситуации различаются (см. с. 288). Тогда существование общего фактора означает лишь совпадение некоторых частей или свойств, установленных независимо от их роли в данной структуре. Эта процедура может включать даже такое деление на части, которое нарушает их структуру. Вместе с тем абстракция и обобщение могут также означать операции, отвечающие требованиям данных структур. То же относится и к понятиям *классов.* Объединение в классы и подклассы может осуществляться таким образом, что будут объединяться объекты и классы, структурно чуждые

друг другу и поэтому совершенно различные, и резко разделяться объекты, структурно сходные или даже структурно идентичные (см. с. 289—290). И наоборот, понятия классов могут относиться именно к тем общим структурным факторам, которые игнорирует первая процедура.

Суждения (например, типа «все *S* суть *P*») могут констатировать фактическую устойчивую, но слепую связь, фактическое сосуществование фактов, которые структурно совсем не связаны друг с другом, или опять же могут быть осмысленными утверждениями. Набор предикатов, приписываемых субъекту, может либо означать простую сумму неструктурированных данных, либо относиться к данным, которые соответствуют друг другу, и тем самым делать ясной саму структуру.

Точно так же обстоит дело и с *выводами, силлогизмами* и т. д. Они могут рассматриваться и применяться в терминах чисто формальных отношений, в которых такие пустые квантификации, как «все», «некоторые», «ни одно», играют существенную роль, либо могут возникнуть из структурных требований [1].

Понятия Традиционной Индуктивной Логики: табл. Iа (Введение, с. 34).

Индукцию можно понимать как обобщение на основе отдельных внешних совпадений в ряде случаев или как структурно осмысленную гипотезу.

Опыт может означать сбор случайных фактов и установление простых фактических связей либо он может означать, что ясно поняты структурные особенности, которые позволяют нам ориентироваться в море фактов, что поняты роль и функция данных и их связей в контексте.

Экспериментирование может означать, что произвольно вводятся какие-нибудь отдельные факторы и результаты рассматриваются безотносительно к их структурному значению. Такое экспериментирование часто необходимо в

[1] См. статью о силлогизмах в продуктивном мышлении, в которой пустые, хотя и точные

силлогизмы противопоставляются осмысленным силлогизмам. Wertheimer M. Über Schlussprozes-se im produktiven Denken.

качестве первого шага. Но если мы не хотим получить в итоге лишь простую сумму структурно не связанных между собой фактов, необходимо нечто большее. Другое дело структурно осмысленное экспериментирование, которое часто реализуется в форме решающего эксперимента, в попытке выбрать одну из возможных гипотез в структурном контексте знания.

«Одна переменная является функцией другой перемен-нош. С одной стороны, это может означать, как логично утверждают некоторые теоретики, корреляцию элементов каких-нибудь двух рядов фактов, причем вид зависимости устанавливается по корреляции изменений элементов без учета того, что образование пар является структурной операцией. При таком понимании функциональной зависимости не рассматривается вопрос о том, как способ образования пар и вид зависимости связаны с природой объединяемых элементов и со структурными особенностями рядов.

С другой стороны, можно исследовать, к каким изменениям структуры приведет изменение одной из частей, и таким образом устанавливать внутренние законы, управляющие природой элементов внутри целого, и то, каким образом эти изменения зависят от отношений между частью и целым.

Термины Ассоциативной Теории: табл. II (Введение, с. 35).

Ассоциация может означать образование бесструктурной цепочки элементов, как при механическом заучивании слогов, или, напротив, осознание принадлежности к одной структуре, в которой элементы требуют друг друга, как части контекста, включая влияние такого осознания на весь последующий ход мышления.

Повторение может означать, что вновь и вновь наблюдается одна и та же слепая связь отдельных элементов, либо может означать переход от непонятных и полностью аддитивных соединений к осознанию структуры, в которой отдельные элементы приобретают смысл частей своеобразного целого.

Пробы и ошибки могут означать произвольную последовательность слепых, случайных действий либо же структурную проверку какой-нибудь осмысленной гипотезы. В последнем случае даже неудача может способствовать прояснению ситуации и подсказать еще одну гипотезу, которая будет лучше соответствовать данной структуре.

Научение на основе успеха может означать, с одной стороны, что действие выделяется только потому, что оно фактически привело к успеху, но при этом не было понято, или, с другой стороны, что в процессе научения субъект понимает, почему именно этот образ действий по внутренним структурным причинам ведет именно к этому результату. Эта последняя форма «научения с помощью успеха» позволяет субъекту в изменившейся ситуации осмысленно варьировать свои действия.

Вероятно, мы сможем лучше пояснить существенное различие между двумя интерпретациями всех этих понятий, если вновь вернемся к логике, и прежде всего к понятию класса, которое в традициях этой дисциплины является столь фундаментальным. Если оставить в стороне детали и сосредоточить внимание только на конкретном значении относящихся сюда операций и на том, что действительно необходимо для традиционной логической корректности, то мы обнаружим следующее.

Имеется несколько объектов. (Традиционную логику не интересует то, как их отобрали из совокупности других объектов и почему они отобраны именно таким образом, как в этом абстрагировании от других объектов конституируется объект, ответ на этот вопрос считают само собой разумеющимся.) Я сравниваю их. Нахожу сходство и различия в их свойствах или частях. Абстрагируясь от различий и концентрируя внимание на общих свойствах или частях объектов, я получаю общее понятие. Содержание составляют эти общие части. Это — «содержание понятия». «Объем понятия» — это множество объектов, охватываемых понятием класса.

Если мы обозначим общий элемент буквой *m*, а другой элемент — буквой *x*, то точным изображением класса (или любого объекта, охватываемого понятием класса) будет

$$m+x.$$

Между *m* и *x* находится «и», *m* [1] — это то, что является общим в содержании объектов; *x* — дополнительный при-

[1] *m* в свою очередь может быть простой суммой нескольких общих элементов.

знак, который может меняться при переходе от объекта к объекту. Считается, что *m* является заданным и не зависит от *x,* что, очевидно, необходимо для точного употребления понятия в выводах, силлогизмах и т. д. Ничего не говорится о том, что еще, кроме *m*, характеризует объект, никакого указания на то, какую роль играет *m* в этом объекте, а также нет указания на его значение как части целого наряду с другими частями, никакого указания на структуру целого. Такая абстракция напоминает вычитание, она просто изолирует *m.* Для *m* не имеет значения, каково *x*; *x* в принципе произвольно. Другими словами, не возникает вопрос, чем может быть *x* и что *x* может значить для *m.* Предполагается, что строгое постоянство *m* и его независимость от *x* совершенно необходимы для правильной классификации, категоризации, общих суждений, выводов, силлогизмов и т. д., как они рассматриваются в традиционной логике.

Во многих случаях такая процедура вполне адекватна и полезна, как, например, в классических примерах традиционной логики. Рассмотрим суждение «Все почтовые ящики в штате... — зеленые». Оно вполне адекватно во всех случаях, когда *m* и *x* изолированы, аддитивны, просто поставлены рядом, не имея никакой внутренней связи, которая сделала бы их взаимозависимыми, во всех случаях, когда значение *m* сохраняется при изменениях *x* или наоборот.

В истории науки возникали трудности в отношении адекватности этой процедуры в определенных случаях (см. знаменитую дискуссию о системе растений Линнея во Французской академии наук). Проблема заключалась в том, не слишком ли легко эта процедура (хотя она и является точной), с одной стороны, соединяет различные по природе предметы, а с другой — резко разделяет предметы, которые в действительности тесно связаны друг с другом. Логик думает, что может помочь термин «существенный». Этот момент всегда подчеркивался, но, хотя для здравого смысла значение слова «существенный» часто вполне ясно, в логике, к сожалению, оно было и остается чрезвычайно спорным. Оно скорее называет проблему, нежели решает ее. Поэтому в последнее время логика отказалась от него. Возможность выяснить его точный смысл мы получаем, когда обращаемся к структурным характеристикам. Приведу яркий пример из музыки. Вот четыре объекта:

Первые две ноты

Рис. 163

Мы классифицируем их. Мы осознаем, что объекты *A* и *B* начинаются с двух одинаковых нот. То же относится к объектам *C* и *D.* Библиотекарь может образовать один класс мелодий, которые начинаются с первых двух нот *A* и *B,* и другой класс, мелодии которого начинаются с первых двух нот *C* и *D.* Это может помочь ему — в чем я, однако, сомневаюсь — навести четкий порядок в каталоге его коллекции. С точки зрения традиционной логики эта процедура является строгой. Но чего бы он достиг такими действиями? Он объединил бы первые две мелодии, в сущности, совершенно различные даже в отношении этих двух нот. То же относится ко второму классу. Он отнес бы к совершенно различным классам одинаковые мелодии, записанные в разных тональностях; при такой записи *C* является транспозицией *A,* а *D* — транспозицией *B.*

На фортепиано две ноты в его классификации одинаковы соответственно в *A* и *B, C* и *D*, но они не одинаковы для того, кто слушает мелодии. Для него эти две ноты, которые классификация, с ее атомистической процедурой, рассматривает как идентичные, на самом деле сильно отличаются друг от друга по той роли, какую они играют в мелодии, отличаются также, как ее части. Если бы мы записали эти «идентичные» ноты одинаковыми знаками — как я это сделал на рис. 163, — музыкант рассердился бы и назвал такой способ записи бессмысленным, нелогичным.

Вторая нота в *A* является тоникой, «идентичная», вторая нота в *B* — совсем не тоника, это доминанта, которая требует тоники, стремится к тонике, которой здесь является третья нота. Первая нота в *A* является большой гармонической терцией, в *B* это малая терция. Даже отношения между этими двумя нотами, которые по отдельности кажутся одинаковыми, различны: в *A* это терция, в *B* — уменьшенная кварта. В связи с этим их динамика, их стабильность различны, что проявляется при пении даже в высоте тона: в *B* вторая нота чаще берется выше, так как она стремится к следующему тону. Эти ноты различаются и по выразительности. Так, первые две ноты *A* и *B,* хотя и считаются общими в этом понятии квазикласса, различны по природе, тогда как, с другой стороны, первые две ноты в *A* и *C* во всех перечисленных отношениях, то

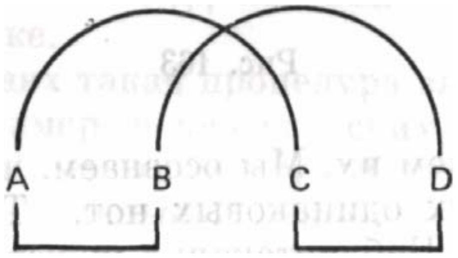


Рис. 164

есть структурно, являются одинаковыми, как и в *B* и *D.* Классификация *AB/CD* не учитывает структуру, она бессмысленна, потому что рассматривает мелодии не как нечто целое, а вырывает первые две ноты из контекста, как будто они являются независимыми элементами.

Рассмотрим противоположные ситуации: структурно слепая классификация дает группировку *AB/CD,* структурная — группировку *AC/BD.*

Здесь мы рассмотрели только строгое транспонирование; в осмысленных музыкальных вариациях даже две начальные ноты мелодии и их интервал могут в известной степени изменяться без всякого ущерба для самой мелодии как некой структуры. Вместе с тем изменение одной — единственной ноты может оказаться неуместным и даже нарушить структуру. Когда мы воспринимаем такую мелодию, мы чувствуем, что что-то не так, не соответствует форме, не подходит. Искаженные таким образом мелодии и бессмысленные совокупности звуков в отличие от хороших мелодий психологически не транспонируются. Плохо, когда есть структурные нарушения. Если мы попытаемся

вспомнить бессмысленный набор звуков и повторить их спустя какое-то время, то это будет очень трудно сделать — с ними может произойти все, что угодно. Существует сильная тенденция к их изменению, улучшению такого материала в направлении какой-то осмысленной структуры. Таким образом, это вовсе не вопрос о равенстве отдельных интервалов; действительная проблема не сводит-ся даже к вопросу о месте, роли и функции в целом, а связана с соответствием или несоответствием данным структурным требованиям.

Я выбрал в качестве примера мелодии, потому что в музыкальном восприятии эти проблемы особенно ясно ощущаются. Конечно, здесь нелегко четко определить целостные свойства, структурные требования — то, что некоторые великие музыканты называли внутренней логикой мелодии. Это одна из главных проблем эстетики. И все же многое из того, что я попытался показать в этих примерах, имеет общее значение и часто обнаруживается на другом материале, применительно к которому легко дать точную формулировку. Те же самые проблемы, например, можно изучать в группах, скажем, из четырех предметов, образующих различные фигуры, в структуре событий, происходящих в физических системах, в абстрактных сетях отношений и в совокупности черт человеческого лица. Когда мы рассматриваем проблему транспонируемости и занимаемся поисками принципов структурной инвариантности, перед нами открывается широкое поле деятельности, гораздо более широкое, чем только проблема классификации.

В отношении классификации суть дела сводится к старой пословице «si duo faciunt idem, non est idem»: «если двое делают одно и то же, это не одно и то же». Точнее: два объекта или две группы объектов, которые идентичны с атомистической точки зрения (см. выше *AB/CD)*,. структурно могут означать совершенно различные вещи, могут быть совершенно различными по своей природе. Необходимым добавлением является следующее противоположное утверждение: если с атомистической точки зрения двое делают совершенно различные вещи (см. выше *AC/BD),* их действия могут быть тем не менее структурно одинаковыми. Чтобы делать то же самое в изменившейся ситуации, нужно делать это по-иному. Точнее: различные объекты могут быть структурно одинаковыми.

Это относится и к тем элементам, которые обычно рассматриваются в логике как основные: к «и», «нет», «если...

291

то», к понятиям отношения, тождества, истины и т. д. Кратко остановлюсь на некоторых из них. Традиционно все они рассматривались и применялись в отрыве от структурных проблем. Все они в своем традиционном значении являются просто крайними случаями более широкого подхода. Это распространяется и на традиционные законы мышления: закон тождества, закон отрицания, закон достаточного основания.

В строгой традиционной логике «и» может объединять любые две вещи или любые два суждения независимо от того, что они значат друг для друга, составляют ли они структурно одно целое. «И» в таком случае означает: Есть одно или истинно одно, и это справедливо и для другого». Я пользуюсь типичным примером из классического трактата Д. Гильберта и В. Аккермана [1]. Следующее утверждение может служить примером традиционного значения «и»: «Два меньше трех, и снег белый». Здесь мы видим, что содержание двух его частей, вместе взятых, является не чем иным, как просто их суммой; действительное содержание каждой части ничего не означает для действительного содержания другой части; между содержанием обеих частей нет никакой внутренней структурной связи. В простой сумме каждая часть является тем, чем она была бы без другой части или при изменении другой части. Возможно, этот пример шокирует читателя, но юн раскрывает точное значение «и» в структурно слепой логике.

Фактически это пустое «и» — просто предельный случай. В живом мышлении «и» большей частью таковым не является. Существует такое «и», которое объединяет две вещи, образующие одно целое, структурно связанные друг с другом. В некоторых случаях «и» объединяет две вещи, которые не должны быть объединены, которые разрушают друг друга. Оба эти значения функционально отличаются от нейтрального, структурно слепого «и». Реальное «и» часто играет очень важную роль, поскольку оно связано с динамическими следствиями, к которым пустое и» не может привести. Даже в формальной логике следует строго дифференцировать различные виды «и», потому что универсальное употребление пустого «и» может скрыть от человека, что он, в сущности, делает, объединяя вещи.

[1] См.: Hubert D., Ackermann W. Grundzuege der theoretischen Logik, Berlin, J. Springer, 1928, S. 3.

В современной логистике «и» было определено таблицей истинности двух высказываний. Эта внешне изящная процедура прекрасно выражает лежащую в ее основе структурную слепоту в отношении «и» и смысла двух высказываний. Она адекватна в тех случаях, когда два высказывания относятся к предметам, никак структурно не связанным между собой, применительно к которым «и», собственно, не означает ничего, кроме того, что каждое из них является истинным независимо от другого. Но в некоторых случаях комбинация двух высказываний не носит характера простого суммирования. Если в этих случаях мы сначала рассмотрим каждое из высказываний в отдельности, а затем поймем, что произойдет, если их объединит реальное «и», то увидим, что это часто приводит к серьезным изменениям в их значениях.

Подведем итоги: реальное «и» подразумевает реальные отношения, существование своеобразных целых и их динамики.

Очень важно и весьма характерно, что в структурно и функционально слепой традиционной логике совершенно не рассматривались такие термины, как «но», «несмотря на», «однако».

То, что было сказано по поводу «и», справедливо и применительно к значению термина «отношение». В некоторых случаях

$$|a| \quad |R| \quad |b|$$

составляют простую сумму, в которой ни один из трех членов практически ничего не значит для другого. Утверждается, что *b* связано с *a* отношением *R* без каких бы то ни было последствий для *a* и *b.* Во-вторых, в некоторых случаях две вещи или два элемента ставятся в зависимость друг от друга, которая структурно неадекватна для обоих, нарушает требования каждого, но с которой они тем не менее должны считаться. Эта форма взаимоотношений часто завершается острым структурным динамическим процессом. В-третьих, бывает, что реально связанные объекты дополняют друг друга до хорошей структуры, соответствуют друг другу и образуют хорошее целое.

И наконец, в некоторых случаях объекты в силу внутренней необходимости взаимно определяют друг друга, например *a и b* определяют *c* или требуют своего Я; *a* и *R* требуют адекватного 5, а *R* и *b* — адекватного *a.*

Как и в случае с «и» и с «отношением», мы обнаружи-

293

ваем, что понятие отрицания может пониматься в пустом, структурно слепом смысле. Но опять-таки это лишь крайний случай отрицания, применимый только в особых случаях. Между тем отрицание чего-либо может означать, что это что-то не отвечает ситуации, отрицание просто диктуется структурной природой ситуации. Но существует и другое «не», которое означает отсутствие именно того, чего требует структура ситуации. Оба эти значения существенно отличаются от случая пустого отрицания, которое вообще не имеет никакого структурного значения. Отрицание, которое указывает на отсутствие элемента в структуре, фактически является negatio privativa классической логики, но очень важно, чтобы была ясно понята его структурная природа. Между пустым отрицанием и другими формами «не» есть множество различных форм.

Такие же различия существуют и между разными формами отношения «если..., то», которое является фундаментальным в логике. Крайним случаем является структурно слепое, формальное «если два меньше трех, то снег белый» [1]. В чисто формальных целях важно изучить также и этот наиболее пустой, структурно слепой тип. Нам приходится сталкиваться с подобными случайными связями в реальной жизни и иногда даже на начальных стадиях продуктивных процессов. Но в разумном мышлении конструкция «если..., то» встречается очень редко или по крайней мере почти никогда не остается такой пустой. Здравый смысл бывает справедливо шокирован подобными примерами. «Если..., то» большей частью предполагает некоторое структурное обоснование. Оно не просто связывает в такой форме структурно несвязанные предметы. Осмысленное «если..., то» требует какой-то внутренней связи, какого-то внутреннего структурного соответствия. Таким образом, пустой тип оказывается просто предельным случаем, в котором отсутствует всякая структурная связь и остается только внешняя форма, безразличная к содержанию, к которому относятся «если» и «то».

Или возьмем закон тождества. Случай полного тождества является банальным, в реальном мышлении вопрос о полном тождестве вообще не возникает. Реальная проблема связана с обнаружением «тождества», несмотря на некоторые очевидные различия, и в этом случае фундамен-

[1] Этот пример придуман не мной. Он использовался в книге: Hubert D., A c k e r m a n n W. Op. cit, S. 4.

тальным становится различение поэлементного внеструктурного тождества и структурного тождества. Можно изучать эти различия в психологических экспериментах. Конкретное исследование показало, что поэлементное тождество является просто особым случаем структурного тождества, и о нем можно говорить, когда это позволяют структурные условия [1].

То же самое относится и к понятию *истины.* Изучение проблемы истины приводит к схеме четырехзначной логики со значениями «истинно» или «ложно», каждое из которых можно понимать либо в атомистическом, либо в структурном смысле [2]. Тогда структурно слепая процедура отвечает особому случаю двузначной аристотелевской ло-

---

Все эти проблемы играют важную роль в продуктивном мышлении. Но в этой связи они должны рассматриваться как части более широкой проблемы *динамики* мышления. В то время как традиционная логика сосредоточила свое внимание на проблемах валидности, на статических характеристиках, общая логика должна интересоваться логическими особенностями динамики событий, а эти последние также являются структурными.

Например, следует развить наше утверждение, что тождественность часто должна пониматься в структурном смысле. Традиционная логика рассматривает ее как основное правило, согласно которому элементы рассуждения — понятия, суждения и т. д. — при повторении должны оставаться строго тождественными. Хотя соблюдение этого правила важно для сохранения валидности, оно не имеет отношения к реальному мышлению. В реальном процессе мышления его элементы часто не остаются строго тождественными и в действительности требуют своего изменения, улучшения. Если какой-то вопрос, понятие или суждение снова возникает в процессе мышления и кажется с атомистической точки зрения тем же самым, то очень часто

[1] См.: Ternus J. Experimentelle Untersuchungen über phänomenale Identität.—"Psychologische Forschung", 1926, Vol. 7, S. 81— 136.

[1] См.: Wertheimer M. On truth.—"Social Research", 1934, vol. 1, p. 135-146.

оказывается, что это совсем не так. Его функциональное и структурное значение фактически, и к счастью, изменилось. Слепота к такому изменению значения часто мешает продуктивным процессам. В реальном мышлении изменение *функционального* значения какого-нибудь элемента, суждения в процессе мышления имеет первостепенное значение — без него мышление становится бесплодным. Без осознания такого изменения мы не можем постичь направление развития. Ибо высказывания и т. д. в своем контексте обладают какой-то *направленностью.* Именно здесь становится особенно ясна основная черта традиционной логики: ее пренебрежение тем обстоятельством, что живые процессы мышления направлены на улучшение данной ситуации.

ПРИЛОЖЕНИЕ 1

К проблеме различия между произвольной компонентой и необходимой частью

Различие между произвольной компонентой (Einzelinhalt) и необходимой частью (Teil) важно во многих отношениях; оно исследовалось во многих психологических работах последних десятилетий; многое все еще нуждается в уточнении; необходимо показать это различие на простых контрастных примерах. Здесь приведены некоторые примеры, на которых легко показать и изучать отдельные характерные особенности проблемы.

1. Нарисуйте на доске группу точек I *(a bcd e)* и рассматривайте их одновременно.

Через короткое время сотрите точки *c* и *e* (II).

Оставшиеся точки были и раньше на доске, но насколько иначе выглядят они теперь [1]. Рассмотрим некоторые аспекты того, что произошло:

Точка *d* справа в группе I играет ту же роль, какую играет *b* слева; в II *b* является «серединой»; *a* теперь слева является тем, чем *d* справа.

На языке сетей отношений, в которых каждый произвольный элемент имплицитно определяется своим положением в сети, b^1 и d^1 имели (если оставить в стороне различие между правым и левым) одно и то же имплицитное значение, они были «гомологичны». Но b^{II} является единственной центральной точкой, (тем, чем раньше была c^{I});

[1] Такое переструктурирование типично для случаев, когда выполняются условия хорошего видения, расстояние между точками не слишком велико, и не предпринимаются специальные действия, которые могли бы привести к дезинтеграции. Эти условия сохраняются и в дальнейших примерах.

d^{II} гомологично не b^{II}, а a^{II}. Если я обозначу отношение «гомологично» через «~», то в I *b~d*; *d* не гомологично а; в II *b* не гомологично *d*, *d~a.*

Сравнивая имплицитные отношения, нельзя даже обозначать одними и теми же буквами точки в I и II (следует различать b^{I} и b^{II} и т. д.): содержание II *отличается* от содержания I.

(В таком исследовании имплицитных связей структурные характеристики представлены лишь отчасти; чего-то еще недостает; но то, что здесь подразумевается, можно легко представить аналогичным образом.)

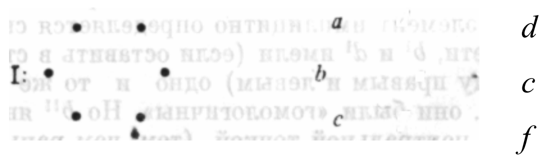
Отличаются также и *отношения.* Отметим только следующее: в II равенство *ab* и *bd* является не только равенством двух расстояний, но предполагает и симметрию; однако симметрия означает не только равенство расстояний, но содержит существенные характеристики отношений, определяемые свойствами целого.

Рассматривая фигуры, мы замечаем, что объективное равенство *ab* и *bd* проявляется в I иначе, чем в П. Часто при восприятии I оно не является даже очевидным (обычно при воспроизведении фигуры по памяти обнаруживается эта особенность — подразумевается равенство *ab* и *de,* но не *ab* и *bd).*

Равенство расстояний *ab* и *bd* в II является куда более «чувствительным», чем в I; так, если в I точку *d* слегка сместить влево (и для сохранения симметрии точку *e* соответственно — вправо), то кажется, что ничего, в сущности, не изменилось; в II же возникнет резкая асимметрия. (Сходные явления наблюдаются при других изменениях: в интенсивности, высоте и т. д.)

Можно, таким образом, видеть, что место и роль отдельных элементов в целом имеют важное значение для понимания отношений.

2.



Сотрите *c* и *d* (II). Наряду с другими изменениями меняется пространственная ориентация фигуры (фигура наклоняется); *ae* и *bf* как параллели определяют фигуру; при нормальном восприятии первой фигуры они обычно не возникают. В I *be* служит основой для пространствен-

ной ориентации фигуры; в II это не так; в II эта линия часто даже не присутствует перцептивно; если же она и присутствует, то воспринимается как диагональ, гомологичная *af* (что не так в I); но быть диагональю — это значит чем-то отличаться от линии симметрии, как в I.

В I а не гомологично 6, *f* не гомологично *e, be* не гомологично *af;* во II *a~b, f~e, be~af.*

3.

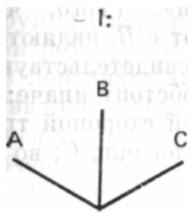


Рис. 165

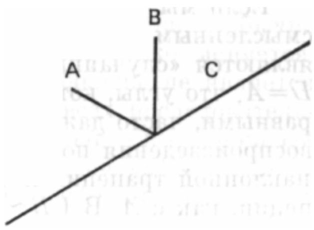


Рис. 166

Удлините оба конца[1] *C* в I, и вы получите П. В I *A* и *C* были «парой», *B* — линией симметрии; в II («угол *AB* стоит на наклонной диагонали») *A* и *B* образуют «пару». (В I *A~C, A* не гомологично *B,* в II *A~B.)* В I *B* является единственной линией симметрии, определяющей общую пространственную ориентацию фигуры; в II длинная наклонная линия обеспечивает основную пространственную ориентацию (так же, как и линия — которая не «дана» в качестве элемента, - делящая симметрично угол *AB* пополам, перпендикулярная наклонной линии).

В то время как в I фигура чувствительна к нарушениям равенства длин *A* и *C*, но не к изменению длины *B,* II чувствительна к нарушениям именно равенства *B* и *A]* теперь *B=A* играет такую же роль, какую раньше играло *C=A*.

Если для углов принять значение 40° (вместо 60°), то переход к II часто оказывается особенно сильным, и не только в отношении оптических характеристик: «Рисунок «искривился», он «поворачивается»! Рисунок выглядит ужасно!» И в соответствующих условиях часто возникает сильная мотивация, потребность разобраться в ситуации и «исправить дело».

[1] Удлините концы сильнее, чем указано на чертеже.

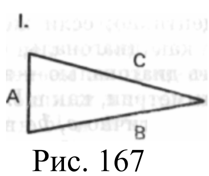


Рис. 167

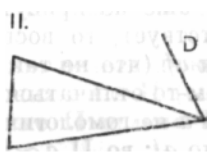


Рис. 168

Если мы добавим линию *D,* то она часто кажется бессмысленным добавлением; ее наличие, длина, ориентация являются «случайными», «произвольными». (Того, что *D*=*A*, что углы, которые *A* и *D* образуют с 5, являются ровными, часто даже не замечают, о чем свидетельствуют воспроизведения по памяти.) В III дело обстоит иначе: в наклонной трапеции *D* является наклонной стороной трапеции, как и *A*. В I *B~C*, в III *B* не гомологично *C;* во II

III.

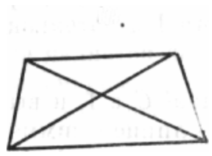


Рис. 169

A не гомологично *D*, в III *A~D. B* I *B и C* являются сторонами равнобедренного треугольника; в III *B* является основанием, *C* - - диагональю; это существенное различие.

В I равенство *B=C* и равенство углов, которые *B т C* образуют с *A*, являются существенными (чувствительными); в III все это не так; здесь важно равенство диагоналей и равенство углов, которые *A* и *D* образуют с *B.*

5.

300

Сначала есть только точки, обозначенные цифрой 1; затем добавьте точки, обозначенные цифрой 2, потом через короткое время — точки, обозначенные цифрой 3, и т. д. Когда добавляются точки, обозначенные цифрой 2, то обычно функция «средней точки» остается той же, что и в 1, и т. д.; но через некоторое время: «В правой части точка исчезла!» (ожидание, потребность, требование). Точки 3 предстают в виде на удивление «бессмысленной» наклонной линии. Когда добавляются точки 4: «Справа возникает маленький ромб».

Когда добавляются точки 5 и особенно точки 6, обычно происходит сильная перецентрация: все резко меняется. Группа слева разрушается (ее центр больше не является центром...), характерные особенности всех последовательно появлявшихся фигур теперь исчезают — все точки составляют *одну* единую фигуру, являются *частями этой фигуры.* (Легко перечислить все изменения отдельных точек и т. д.)

В процессе часто проявляются мощные динамически -свойства - возникают конкретные «требования» и действия в соответствии с ними.

6. Дано:

I

II

В этих двух мелодиях три ноты и их интервалы идентичны как «произвольные компоненты»; для слушателя (и певца) они совершенно различны. В связи с обсуждаемым вопросом отметим только следующее:

ми в I — тоника	(фа-бемоль) в II - повышение тоники
ре-диез в I — основной тон	(ми-бемоль) в II — тоника
соль в I — малая терция	соль в II - большая терция

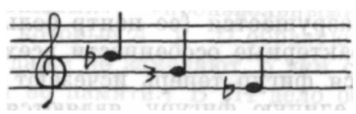
Музыкальная логика требует различной нотной записи двух тонов: в II нельзя обозначить ми-бемоль как ре-диез (и наоборот).

301

И интервал между второй и третьей нотами в I является уменьшенной квартой, а в II — увеличенной терцией! Функциональные различия весьма характерно проявляются при варьировании (изменении высоты тона ноты и т. д. во время пения).

Существенные различия между двумя этими мелодиями свидетельствуют также о некоторых совершенно различных тонких характеристиках, но мы не будем входить в дальнейшие детали.

(Вот еще один аналогичный по форме предыдущим пример. Сыграйте сначала следующий мотив:



III

Затем возьмите после первой ноты си и в конце — ми. Тогда вместо си-бемоль следует написать ля-диез; а вместо ми-бемоль — ре-диез; теперь первая нота является уже не доминантой, а задержанным звуком, который разрешается в доминанту; самая низкая нота является не тоникой, а основным тоном; ведущий к ней интервал больше не терция, а уменьшенная кварта.)

Я провел несколько экспериментов со многими испытуемыми по решению следующей задачи. Некоторые дети проявляли себя очень хорошо и иногда находили решение после всего лишь минутного обдумывания; другим требовалась незначительная помощь. Однако некоторые, даже весьма умные и образованные взрослые, действовали довольно странно и, пытаясь найти простое решение, испытывали большие затруднения.

Алтарное окно

Я провел несколько экспериментов со многими испытуемыми по решению следующей задачи. Некоторые дети проявляли себя очень хорошо и иногда находили решение после всего лишь минутного обдумывания; другим требовалась незначительная помощь. Однако некоторые, даже весьма умные и образованные взрослые, действовали довольно странно и, пытаясь найти простое решение, испытывали большие затруднения.

Я предлагаю читателю попытаться решить эту задачу.

Художники заняты окраской и отделкой внутренних стен церкви. Немного выше алтаря находится круглое окно. В декоративных целях художников попросили провести две вертикальные линии, касательные к кругу и такой же высоты, что и круглое окно;

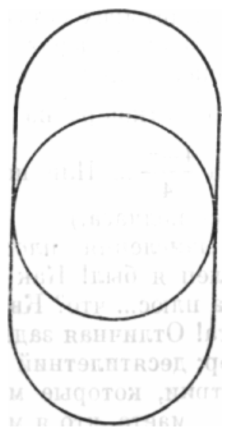


Рис. 170

затем они должны были прибавить снизу и сверху полукруги, замыкающие фигуру. Эта поверхность между ли-

ниями и окном должна была покрываться золотом. На каждый квадратный дюйм требуется столько-то золота. Сколько потребуется золота для покрытия этой поверхности (при заданном диаметре окна) или чему равна площадь между окном и линиями?

Прежде чем продолжить чтение, попытайтесь найти решение. (Для этого вам не потребуются глубокие знания математики.) Решив задачу, возможно, вы с интересом узнаете об ответах, которые мы получили в экспериментах с этой задачей. Расскажу лишь о некоторых из них. Возможно, они доставят вам удовольствие.

Вот, например, слова одного высокообразованного испытуемого: «Конечно, я должен решить ее. Посмотрим... какие теоремы об определении площадей необходимы в данном случае? Несомненно, я должен вспомнить их... Если бы только это был настоящий эллипс (пауза)... но это не эллипс... Если я разделю его, то площади этих частей будет легко определить. Внизу и вверху у нас полукруги, а площадь полукругов я могу легко вычислить. Но есть еще эти четыре забавных кусочка... Какие теоремы я знаю о таких «квазитреугольниках», у которых вместо прямой стороны такой круговой сегмент?.. Не помню ни одной...» И затем после глубокого раздумья он сдался.

Другой испытуемый, столь же сообразительный и с хорошей подготовкой по геометрии, действовал аналогичным образом. Но, дойдя до четырех остатков странной формы, он сказал: «Площадь этих четырех фигур равна площади квадрата минус площадь круга, вписанного в квадрат... Площадь каждого из остатков равна $\frac{4a^2-\pi a^2}{4}$, это равняется a^2, умноженное на $\frac{4-\pi}{4}$ … Или не так?.. Правильно? (На это потребовалось полчаса.)

Третий начал с вычисления площади круга и вдруг воскликнул: «Как слеп я был! Как это просто! Площадь равна площади круга плюс... что? Квадрат... круг; это просто площадь квадрата! Отличная задача!»

Четвертый пример: десятилетний ребенок без каких-либо знаний по геометрии, которые могли бы ему помочь, сказал: «Почему вы думаете, что я могу сделать это? Я не могу. Не имею ни малейшего представления, как делаются подобные вещи». Он внимательно посмотрел на рисунок, а затем спокойно сказал: «Два полукруга должны войти в «окно... Это полный квадрат». (Он не пользовался термином

«квадрат», а провел по рисунку пальцем.) На все это ушло около минуты.

Пятый: еще один мальчик, двенадцати лет, без какой-либо подготовки по геометрии, начал хвастать тем, как легко он решает такие задачи, и с большой уверенностью высказывал самые дикие предположения. Например: «Четыре остатка составляют четверть круга». Я сказал ему: «Не говори чепухи. Подумай немного». Он полминуты молчал и затем сказал: «Если вы передвинете два верхних остатка наверх и вставите их в верхний полукруг и если вы проделаете то же самое с нижними остатками, то обе части в совокупности составят квадрат! Вот так».

Школьный инспектор

Я повторяю то, что подчеркивал в гл. 1 (и в других местах): в любой ситуации имеются элементы или черты, которые являются центральными в структуре, и другие элементы, которые таковыми не являются, будучи периферическими, изменчивыми. Например, абсолютные длины вспомогательных линий параллелограмма связаны со структурной взаимосвязью не больше, чем цвет параллелограмма.

Увидеть, постичь, понять, что является структурно центральным, а что нет, — вот самое главное во всех случаях мышления. В разделе 14 гл. 1 мы привели пример, когда испытуемым была высказана гипотеза (что последовательные произведения возрастают на единицу), не имевшая ничего общего со структурой, подразумеваемой в задаче.

Чтобы пояснить этот вопрос, я приведу пример совершенно иного рода. Говорят, что эти события произошли в маленькой деревушке в Моравии во времена старой Австрийской империи. Однажды сюда приехал инспектор министерства просвещения. Проведение таких периодических проверок школ входило в его обязанности. Понаблюдав за классом, он в конце урока встал и сказал: «Дети, я рад был видеть, что вы хорошо занимаетесь. У вас хороший класс. Я удовлетворен вашими успехами. И вот, прежде чем уехать, я хочу задать вам один вопрос: «Сколько волос у лошади?» К удивлению учителя и инспектора, один девятилетний мальчик очень быстро поднял руку. -Мальчик сказал: «У лошади 3571962 волоса». Инспектор с удивлением спросил: «А откуда ты знаешь, что это точное число?» Мальчик ответил: «Если вы не верите мне, можете сосчитать сами». Инспектор разразился громким смехом, искренне радуясь ответу мальчика. Когда учитель провожал его к двери, он, все еще от души смеясь, сказал: «Какая забавная история! Я должен рассказать ее своим кол-

легам по возвращении в Вену. Я уже предвижу, как они воспримут ее; ничто не радует их так, как хорошая шутка». И с этим он уехал.

Прошел год, инспектор снова приехал в ту же сельскую школу с ежегодным визитом. Когда учитель провожал его к двери, он остановился и сказал: «Между прочим, господин инспектор, как понравилась вашим коллегам история с лошадью и количеством волос у нее?» Инспектор похлопал учителя по спине. «О да, — сказал он. — Видите ли, я действительно хотел рассказать эту историю — это была очень забавная история, — но понимаете, я не смог этого сделать. Когда я вернулся в Вену, то, хоть убейте, никак не смог вспомнить число волос».

Это выдуманная история, по крайней мере я надеюсь, что это так. Я спрашивал многих людей, после того как они прослушали рассказ: «В чем суть этой истории?» Один тип ответа: «Это действительно глупая история; этот инспектор мыслил так, что нарушал старые логические различия между существенным и несущественным». Я сказал: «Конечно, но скажите, пожалуйста, что вы понимаете под словом «существенный»?» Большинство людей не могут объяснить это (кроме того, они не чувствуют необходимости в объяснении столь очевидной вещи). А те, кто может, либо делают это очень неуклюже и довольно странно, либо приводят исторические варианты значения слова «несущественный» типа «быть непостоянным» и т. п. и считают вопрос решенным, хотя в действительности это не ответ.

Некоторые отвечают правильно: «Видите ли, не имеет значения, какое количество волос названо в рассказе». Я сказал: «Правильно, но скажите, пожалуйста, почему?» И затем иногда отвечают, что число волос «несущественно». «Величина числа никак не связана с основной мыслью рассказа, между ними нет никакой взаимозависимости или, точнее, нет никакой осмысленной внутренней связи между всем рассказом и именно этим числом (нет ρ-отношения). Поэтому число можно варьировать в разумных пределах». Функция этого элемента, его место и роль в структуре никак не связаны с тем, каково именно это число. Структура не предъявляет никаких функциональных требований к точности числа. Структурным требованиям удовлетворяет здесь любое (большое) число.

А почему этот рассказ часто воспринимается как очень хорошая шутка? Из-за удивления при виде глупой решимости придерживаться именно этого числа, как будто его

конкретное значение является релевантным элементом структуры. Смешно видеть столь нелепое поведение инспектора. Я мог бы добавить, что некоторых людей это мало волнует; они не могут связать рассказ с реакцией на него; другие же, по-видимому, вообще не задумываются о том, каков был ход мышления инспектора, а говорят о возможных чертах его характера.

Такие личностные проблемы весьма важны, но необходим и другой подход:

нужно ясно понять, что означает такое поведение со структурной точки зрения. Возможно, появление такой установки мышления является в этих случаях вовсе не вопросом личностной характеристики индивида, а тенденцией, созданной определенным типом образования (основанным на определенных тенденциях теоретической психологии) и только преувеличенной в подобной шутке.

Рекомендации для обучения теме «Площадь»

I

Какой способ обучения доказательствам психологически хорош, а какой плох — это вопросы, которые следует решать эмпирически. Нужно сравнить различные способы обучения, учитывая те трудности, которые возникают при усвоении, запоминании, а также возможности их воспроизведения и применения к решению других задач. Дело не только в овладении определенными приемами, но также и в ориентации в материале, открытости ума, развитии способностей мыслить.

Это вопросы опыта и экспериментирования. Но следует не просто слепо сравнивать любые приемы обучения, а попытаться изучить эффекты применения противоположных приемов в свете нашей главной проблемы: проблемы структурной осмысленности или структурной произвольности в самом процессе обучения.

Здесь я намечу один из возможных, психологически осмысленных способов обучения, которым мог бы воспользоваться учитель.

Для многих — не для всех—детей желательно начинать с конкретных, реальных жизненных ситуаций, когда предлагаемая задача, скажем определение площади прямоугольника, является вполне разумным требованием. Это можно сделать, например, рассказав им о двух фермерах, которые обмениваются двумя участками земли, или о фермере, который пытается узнать, сколько потребуется зерна для определенной части его поля, — эти ситуации естественно требуют определения площади.

Для таких детей весьма существенно, есть ли вообще какой-нибудь реальный смысл в постановке данной проблемы. В качестве иллюстрации могу привести следующие примеры.

Двадцать пять лет назад родители девятилетней девочки, мои друзья, сказали мне, что она испытывает большие затруднения в учебе. Дела обстояли настолько плохо, что учитель девочки посоветовал родителям обратиться за со-

ветом к психиатру. Родители привели девочку к профессору Z, известному психиатру и психологу, в то время заведовавшему психиатрической клиникой. С грустью они сообщили мне о том, что он провел тестирование и посоветовал забрать ее из школы — столь низким был уровень ее развития. Он предложил поместить ее в дом для умственно отсталых детей и в заключение предупредил родителей, что если они не последуют его совету, то ребенок станет неуправляемым и, возможно, даже преступником.

Родители не могли последовать такому совету. Они чувствовали, что заключение психолога о их ребенке несправедливо: девочка часто проявляла отличный здравый смысл, особенно в реальных жизненных ситуациях, интересовалась искусством. Однако она испытывала трудности в учебе, особенно в арифметике. Низкие результаты тестирования интеллекта, полученные профессором, вполне согласовывались с ее плохой школьной успеваемостью.

Родителей интересовало мое мнение. Зная ребенка с младенчества, зная, что она была прекрасным здоровым ребенком, я предложил поговорить с ней. Вначале я попросил девочку рассказать мне, какие вопросы задавал ей профессор Z. Это были обычные вопросы, в том числе и арифметические задачи. Я переменил тему разговора. Я рассказал ей о конкретных событиях, которые якобы произошли в семье соседей, где мать собиралась купать ребенка, не имея подходящих емкостей. Девочка очень заинтересовалась рассказом, и, когда в драматический момент я задал вопрос: «Что делать?», — она реагировала живо и разумно. И это несмотря на тот факт, что я выбрал вопросы, требующие не только выполнения тех операций, которые проверял профессор Z, но также и других, более трудных операций. Девочка не могла решать задачи, смысла которых она не понимала. Однако если проблема возникала в конкретной ситуации, если сама ситуация требовала решения, она не испытывала каких-либо особых трудностей, часто демонстрируя присущий ей здравый смысл.

Один из моих друзей, антрополог из Любека, долгое время жил в одном племени в Центральной Африке. По возвращении он показал мне прекрасные вещи, которые привез с собой, и добавил: «Но я должен получить еще несколько отличных вещиц. Некоторые из мужчин племени, с которыми я дружил, согласились сделать и прислать мне хижину аборигена, со всей обычной утварью и художественными украшениями. Я хотел выставить их в своем му-

зее Они согласились сделать все вещи в треть их обычной величины, так как у меня нет места для экспонатов в полную величину. Я хотел бы показать их тебе, когда они прибудут. Они тебе понравятся».

Несколько месяцев спустя вещи прибыли. Все было в порядке, все предметы были в три раза меньше их обычной величины. Но моего друга удивило несоответствие некоторых деталей. Котелок для приготовления пищи и деревянная подставка, которую кладут под голову во время сна, имели натуральную величину.

Антрополог написал письмо одному из своих друзей, миссионеру, который жил с этими людьми, и попросил его по-дружески пожурить их и заставить прислать те несколько предметов в нужной пропорции. Пришлось долго ждать ответа. Он гласил: «Я не смог заставить этих людей выполнить заказ. Они настаивали на том, что если человек и может жить в такой маленькой хижине, то было бы бессмысленно делать горшок для приготовления пищи (н без того достаточно небольшой по размеру) таким маленьким, Так же обстояло дело и в отношении деревянной подставки». Миссионер писал, что он не нашел способа убедить аборигенов выполнить заказ.

Еще один пример: антропологу, работавшему над составлением грамматики языка аборигенов, оказывал помощь туземец, который переводил ему различные истории и предложения. Однажды ассистенту нужно было перевести какое-то предложение, но антрополог никак не мог добиться от него перевода. Оказавшись в затруднительном положении, он попытался выяснить, какие слова или грамматические окончания вызывают трудности. И лишь некоторое время спустя туземец выпалил: «Как я могу перевести это ваше предложение: «Белый человек убил сегодня шесть медведей»? Это чепуха. Белый человек не может убить шесть медведей в один день».

В этих примерах операции, сама цель рассматриваются в тесной связи с функциональным смыслом всей ситуации, их не абстрагируют от той функции, которую они выполняют.

Короче, как я уже говорил об этом в исследовании о мышлении примитивных народов [1], существует большое

[1] См.: Wertheimer M. Über das Denken der Naturvölker, Zahlen und Zahlgebilde.—"Zeitschrift für Psychologie", 1912, Vol. 60, S. 321—378; или Wertheimer M. Drei Abhandlungen zur Gestalttheorie. Erlangen, Philosophische Akademie, 1925.

различие между выполнением задания, которое возникает в реальной жизненной ситуации или соответствует ей, и выполнением задания, не связанного ни с какой реальной ситуацией пли даже противоречащего данной ситуации и имеющего смысл лишь при условии, если полностью абстрагироваться от его роли в реальной жизни.

Но, как я уже отмечал в этой работе, было бы ошибкой делать вывод, что такое неумение абстрагироваться свидетельствует об отсутствии способности мыслить. Если кто-то отказывается производить абстракцию, которая кажется ему бессмысленной, если он не может или не хочет иметь дело с такими абстракциями, то это может свидетельствовать лишь о том, что он серьезно рассматривает конкретную ситуацию. Конечно, в нашей науке абстрагирование от реальности является очень важным инструментом. Но неспособность или отказ выполнять действия, если непонятен действительный смысл научного абстрагирования,— это признак не плохого, а хорошего мышления. Непринятие тех или иных абстракций само по себе не является критерием оценки мышления. По-настоящему мыслящие люди отказываются, а иногда и не могут выполнить задания, которые предполагают совершенно бессмысленные абстракции, они восстают против них.

Поэтому некоторых детей следует знакомить с геометрическими задачами с помощью жизненных ситуаций, в которых само задание имеет для них реальный смысл.

Но есть много детей — и взрослых, — которые не нуждаются в такой помощи. Их легко заинтересовать «теоретическими» проблемами. Они воспринимают проблему как интересное задание, как побуждение к творческой деятельности. И, изучая геометрию, они могут и даже жаждут применить то, что они приобрели в результате понимания, к другим геометрическим и жизненным проблемам. Крайним случаем такой установки являются, конечно, глупые попытки применять такие методы повсюду независимо от того, являются ли они подходящими в данной ситуации.

Я думаю, что задача образования состоит в том, чтобы развивать у детей «теоретический» интерес первого рода. Он открывает им удивительное царство кристальной ясности и внутренней согласованности. И я полагаю, что формальное образование с полным основанием считало, что математика очень важна для развития мышления, тогда даже в практических ситуациях человек не так легко становится жертвой нечеткого, путаного мышления.

312

II

1. Обращавшиеся ко мне преподаватели математики неоднократно говорили о том, что их не удовлетворяют традиционные методы обучения. Они говорили также, что читали или слышали о моих исследованиях н чувствовали, что они могут помочь им преподавать более осмысленно. Но они не знали, как это можно сделать, как можно разработать конкретную методику обучения в свете гештальт-теории.

Я склонен считать, что основные позитивные выводы в отношении обучения уже содержались в предыдущих главах этой книги. Здесь я попытаюсь изложить один метод, который отвечает моим теоретическим построениям. Но я сразу же скажу: есть хорошие учителя, которые поступают сходным образом, интуитивно чувствуя, каким должно быть обучение. Большая часть того, что я предложу, никоим образом не является совершенно «новым». Но мой метод, конечно, во многом отличается от тех методов, которые применяются во многих школах.

Существует мною хороших методов, и иногда различные дети нуждаются в разных (хотя и структурно сходных) подходах. Легче всего, конечно, учить одного ребенка. Здесь я буду говорить о таком обучении. Однако вполне возможно, а иногда и весьма желательно использовать метод группового мышления в классе.

Мой собственный опыт преподавания свидетельствует о том, что лучше всего — особенно поначалу — как можно меньше показывать, «учить». Желательно также, насколько возможно, не давать готовых ответов. Ребенок должен сам прийти к задачам, которые он будет пытаться решить. Пусть он столкнется с проблемами, пусть получит помощь от преподавателя, когда она ему понадобится, но пусть он не просто копирует или повторяет показанные действия. Я бы по возможности избегал всего, что может привести к механизации обучения, к установке на механическое повторение.

Проиллюстрирую сказанное на примере определения площади какой-либо фигуры. Важнее всего, чтобы ребенок, оказавшись в структурно осмысленной проблемной ситуации, сам нашел свой метод. Если ребенок теряется и говорит: «Я не могу этого сделать», то часто достаточно просто сказать: «Постарайся, возможно, ты и найдешь выход». А если это не помогает, можно дополнительно спро-

сить: «Что тебе мешает?» И только в том случае, если эти меры не помогут, следует оказать конкретную помощь.

2. *Осмысленный способ введения понятия «величина площади» прямоугольника.* Я бы не начинал с объяснения того, как определить площадь прямоугольника, в особенности с конкретного определения. Потому что смысл понятия «величина площади» может быть совершенно непонятен ребенку. Я бы скорее начал с ситуации, которая осмысленно связана с проблемой «больше» или «меньше».

Например, я дал бы ребенку два прямоугольника с одинаковыми основаниями, один из которых явно выше другого. И я бы спросил: «Как можно точно определить,

Рис. 171

насколько второй прямоугольник больше первого?» Естественно, не проводя вспомогательной линии. Я бы вырезал из картона два прямоугольника и положил рядом, чтобы ребенок мог прийти к мысли положить один прямоугольник на другой, совместить их и увидеть остаток.

Затем я бы обратился к реальному измерению. «Эта фигура, как видите, имеет 9 дюймов в ширину, такую же ширину имеет и вторая фигура. Далее, высота одной фигуры равна 5, а второй - 6 дюймам». И я вначале обрадовался бы, услышав, что ребенок просто говорит: «Один прямоугольник больше другого на одну полоску или на одну полоску, ширина которой равна 9 дюймам, а высота — 1 дюйму».

2а. Здесь я могу прервать рассказ. Для многих детей эта абстрактная процедура является, как было сказано выше, вполне доступной. С другими детьми желательно начинать с проблемной ситуации, в которой они смогут почувствовать конкретный смысл задачи. Например, я мог бы начать со следующей истории: «Жил-был фермер (или еще лучше для некоторых детей добавить: «По соседству, несколько дней тому назад»), который хотел переехать в другое место. Он нашел фермера, который готов был обменяться с ним участком. Обе фермы были во многом похо-

жи и были почти одинакового размера. Договариваясь об обмене, фермеры хотели точно определить, действительно ли одна из ферм больше другой, и насколько. Вот рисунок этих двух ферм.

Рис. 172

А теперь скажи, как мы можем узнать, какая из ферм больше?»

Вместо ответа ребенок может задать вопрос, например: «А хватит ли у фермера, у которого ферма меньше, денег, чтобы уплатить разницу?» Но в большинстве случаев можно легко поставить ребенка перед проблемой сравнения этих фигур.

2б. Если это не помогает, можно попробовать еще одну конкретную ситуацию, предполагающую более конкретную помощь. «Ты сидишь на полу с другим мальчиком, и каждый из вас строит стенку из кубиков. Ты уже использовал все свои кубики, а у другого мальчика еще целая куча неиспользованных кубиков. Тебе очень хочется построить свою стену на один кубик выше, и ты просишь у другого мальчика несколько кубиков. Он отказывается дать их тебе, и ты ему говоришь: «Мне нужно не много, у тебя очень много кубиков, которые тебе не нужны, почему ты не можешь дать мне несколько?» Тот сердито отвечает: «Сколько тебе нужно?» Ну, так сколько кубиков тебе понадобится, если ты хочешь построить стену на один или два кубика выше?»

Некоторых учителей может испугать смешение трехмерных и двумерных объектов. Можно, конечно, начать с картонных квадратиков, но, по-моему, это не имеет значения, лично я предпочитаю пользоваться кубиками.

3. *Как прийти к «формуле».* При помощи таких заданий — и еще лучше, если только возможно, при помощи чисто абстрактных заданий — я бы постарался добиться, чтобы ребенок сам пришел к формулировке: «Мне нужен еще один ряд (или еще два ряда и т. д.). Мне нужно столь-

ко-то рядов, я число рядов должно быть умножено на число кубиков в одном ряду».

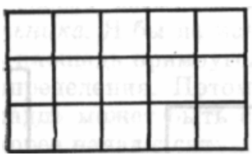


Рис. 173

Затем я спросил бы: «Сколько маленьких квадратиков во всей этой фигуре?» (Или: «Чему равна вся площадь?») Ребенок мог бы тогда ответить: «Нужно измерить основание, нужно измерить высоту и перемножить их».

4. Здесь я позволил бы ребенку обнаружить, что можно действовать и так, и эдак независимо от того, какую сторону принять за основание.

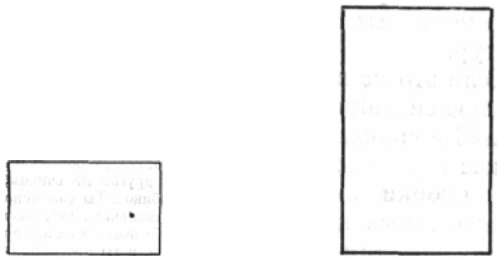


Рис. 174

Часто приятно наблюдать, как ребенок радуется, когда узнает, что возможны оба варианта. При определенных условиях обнаружение того, что $ab = ba$, является подлинным открытием, подобным инсайту.

5. *Задачи на обсуждаемую тему.* Я бы не стал продолжать вычисления на слишком большом числе других примеров этого типа, опасаясь, что ребенок может забыть структурную формулу. Вместо этого я дал бы вначале несколько интересных различных примеров. И я бы привел еще один пример, к которому описанный метод неприменим, ожидая, пока ребенок сам не сделает вывод: «Я не могу решить эту задачу тем же способом, здесь нужно сосчитать маленькие квадратики». Я бы дал задания, напри-

мер, на определение размера комнаты или двух столов или даже на определение кубического объема комнаты или объема трехмерной коробки, заполненной кубиками. В этой задаче внимание сосредоточивается на количестве кубиков в одном *квадрате,* которое нужно умножить на высоту, а не просто на умножении сторон.

6. *Площадь параллелограмма.* Лучше всего просто спросить: «Какова площадь этой фигуры? Можешь ли ты ее определить?» Как и в случае с прямоугольником, некоторые дети, немного подумав и при поддержке учителя, сами находят решение.

Если ребенок не продвигается вперед, можно спросить; «Что тебе мешает? Почему это так трудно сделать?» На что ребенок может ответить: «Трудность связана вот с этими концами. Если бы они были такими же, как у прямоугольника, все было бы хорошо».

6а. В некоторых случаях полезно дать следующую фигуру:

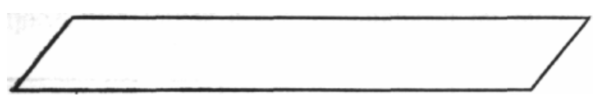


Рис. 175

Иногда дети отвечают: «О, посередине все хорошо, но...»

6б. Или: «Вот домик из кубиков с прямоугольной верхней частью. Мне хотелось бы сделать для него красивую крышу. Вот у меня кусочек красно-коричневого картона. Может быть, его можно использовать. Длина картона такая же, как и у верхней части домика, но, к сожалению, она имеет форму параллелограмма. Можешь ли ты сделать из нее крышу нужной формы?»

Возможно, лучшим приемом (поскольку здесь помощь меньше) был бы следующий: «Вот картонный параллелограмм. Что нужно сделать, чтобы получить из него прямоугольник?»

6в. *Альтернативный прием.* После того как я просто поставил задачу найти площадь параллелограмма и не добился результата, я кладу перед ребенком совершенно другую фигуру, у которой есть два структурных нарушения, одно — явно неподходящее добавление, другое — выемка или пустота (см. рис. 176).

Для некоторых детей переход от такого структурно более легкого задания к явно непохожему случаю с параллелограммом без дополнительной помощи оказывается трудным или непосильным. Но есть дети, которые, решив эти задачи, возвращаются к параллелограмму, улыбаются и решают задачу.

Рис. 176

6г. При необходимости я ввел бы задачу из реальной жизни: «Механик, делающий металлические плиты (прямоугольной формы), пользуется следующим способом определения количества металла, который ему понадобится для прямоугольника определенного размера. (Здесь следует обучение определению площади прямоугольника.) Однажды его просят сделать плиту следующей формы.

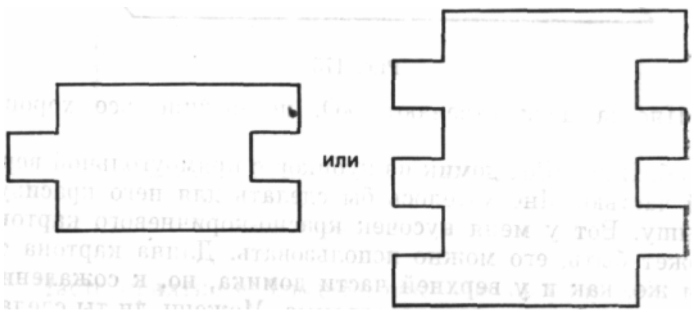


Рис. 177

Он хотел бы знать, сколько понадобится металла в данном случае. (Или аналогичным образом при определении веса и т. п.)

Вначале механик растерялся. «Как же мне это узнать?» — спрашивает он. Но вскоре он улыбнулся. Он нашел нужный способ. Как же он сделал это?»

Но добавлю, что многим детям я бы не стал давать подобную задачу. Для многих из них все и так слишком очевидно. Они не нуждаются в столь длинном вступлении,

которое хотя и может быть занятным, но недооценивает их возможности.

Эти рисунки очень помогают схватить структурный характер «отклонения», «нарушения», «пробела», «здесь требуется именно то, что является ненужным добавлением там».

Здесь я бы показал фигуру, для которой этот способ *не* подходит, предоставляя ребенку возможность самостоятельно разобраться, в чем тут дело.

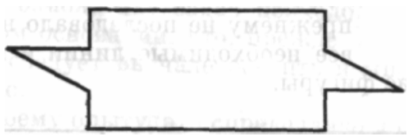


Рис. 178

6д. *Еще один прием.* В некоторых случаях бывает необходимо использовать фигуру, содержащую один или два ряда прямоугольников с треугольниками на концах.

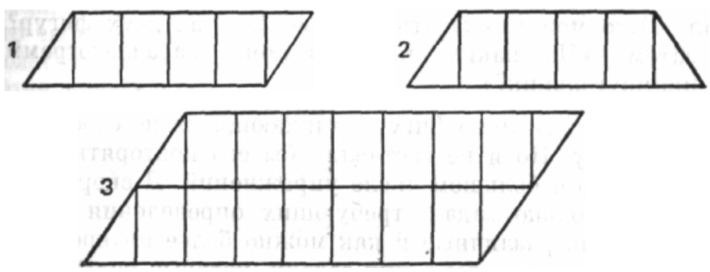


Рис. 179

7. *Прием проведения вспомогательных линий.* В большинстве случаев, которые я наблюдал, такие приемы действительно приводили к инсайту, озарению: преобразованию параллелограмма в прямоугольник. И только в тех случаях, когда все эти формы помощи не приводили к результату, я показывал ребенку те конкретные действия, которые он должен был найти.

Но я не начинал бы с того, что следует опустить два перпендикуляра. Вначале я сказал бы, что для получения прямоугольника необходимо исправить два конца. Затем я снова подождал бы и посмотрел, не пришел ли ребенок самостоятельно к следующему действию.

Или я спросил бы: «Как можно превратить его в прямоугольник на одной стороне?» Если бы это не помогло, я сначала отрезал бы левый конец и, подождав немного, спросил: «А что делать с другой стороной? Есть ли у нас прямоугольник на другом конце?»

И если бы по-прежнему не последовало никакой догадки, я провел бы все необходимые линии и предложил бы две следующие фигуры.

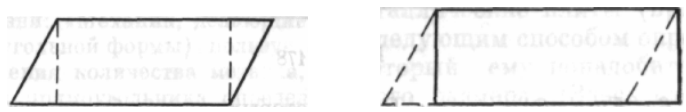


Рис. 180

Если, бы ребенок не реагировал и на этот раз, я бы спросил: «Что можно сказать о размерах этих двух фигур?» И затем: «Из каких частей состоит параллелограмм? А прямоугольник?»

8. *После решения: замечания о повторении и механических упражнениях.* Достигнув цели — определения площади параллелограмма, — я бы предложил ученику для решения несколько фигур, отличающихся по своему внешнему виду. Но я не заставлял бы его повторять решение на слишком большом числе упражнений. Я скорее дал бы ему несколько задач, требующих определения площади, предложив различные и как можно более интересные фигуры, и включил бы в них задачи, которые нельзя решить этим способом. И без какого-либо формального вступления, как бы невзначай, я включил бы задачу на определение площади трапеции и треугольника.

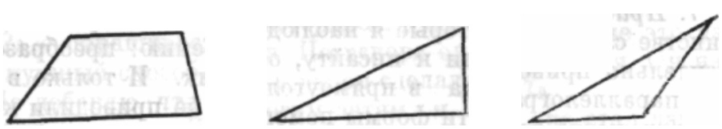


Рис. 181

Бывает, что ребенок без дополнительного объяснении успешно решает эти задачи. Если же это ему не удается, то можно использовать приемы, подобные описанным выше.

Можно предположить, что смесь столь различных задач будет слишком большой нагрузкой для детского ума. Кое-кто может сказать, что ребенок некоторое время должен заниматься только задачами на определение площади прямоугольника, а затем в течение значительного времени — только параллелограмма. И будет считать включение других, даже «невозможных» задач психологически опасным приемом на том основании, что, прежде чем переходить к новой задаче, следует вначале освоить и многократно повторить старую.

Согласно моему опыту, это справедливо лишь в отношении некоторых детей, например очень робких. В таких случаях следует действовать более медленно. Важно не идти вперед до тех пор, пока не почувствуете, что ребенок освоился с материалом. (Но повторение само по себе не обязательно приведет к усвоению.) Для многих детей желателен прямо противоположный прием. Очень скучно вновь и вновь решать задачи, *в* которых надоедливо повторяются вещи, которые, как чувствует ребенок, он уже уловил, и это часто толкает ребенка на бездумные действия. Я предполагаю, что в этом одна из причин того, что так многодетен приобретают в школе сильное отвращение к арифметике и геометрии. Если же пользоваться описанной здесь методикой, то дети получат удовольствие от своей деятельности, своих открытий.

III

Доказательство

1. *Основные трудности.* Переход к геометрическому доказательству, к «демонстрации» должен быть весьма осторожным. Вполне возможно, что ребенок может не уловить смысла «доказательства». Это серьезная проблема. И даже после того, как дети несколько раз правильно реагируют на доказательство, можно сомневаться в том, что они действительно понимают его смысл так, как его понимает геометр. Обычно оно остается для них забавным, не совсем понятным методом, который применяют взрослые. Интересы взрослого, аксиоматически мыслящего человека им непонятны. И невозможно себе представить, что до по-

лучения дальнейших знаний и более «конкретного» понимания множества различных геометрических проблем они смогли бы осмыслить цели математика, которые делают эту процедуру осмысленной.

Тем не менее существуют разумные способы, помогающие детям понять необходимость *некоторых* «доказательств», даже если традиционные доказательства в действительности понимают лишь немногие.

2. *Подход к доказательству.* Доказательство нельзя просто навязать ребенку. В крайнем случае его можно ввести следующим образом: «Иногда мы не можем «отрезать лишнее» или «заполнить пробел» в прямом смысле этих слов. Как же в таких случаях убедиться, что мы поступили правильно?» Неплохо было бы сделать рисунок, где равенство площадей не является очевидным, и сказать: «Как убедиться в том, что метод, которым ты поль-

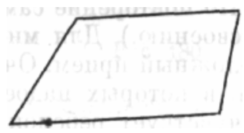


Рис. 182

зовался раньше, подойдет и в этом случае?» На это ребенок может ответить: «Если эти две косые линии параллельны, то тогда можно с полным правом поступать так, как мы поступали раньше». И если ребенка затем спросить: «Почему? Почему ты так в этом уверен?» — он может ответить: «Важно, чтобы то, что я хочу убрать с левой стороны, точно соответствовало тому, что находится справа». Если вы потом спросите: «Как ты можешь доказать это? Что это значит?» — вы можете получить ответ: «Нам нужно, чтобы эти два треугольника были равны». Вопрос: «Можешь ли ты доказать, что они равны, если эти линии параллельны?» Ответ: «Они равны, потому что их проводили так, чтобы они были равными». Вопрос: «Можешь ли ты детально показать, что существенно для их равенства?»

И тогда перед ребенком можно поставить проблему, как доказать конгруэнтность, или на его языке равенство, треугольников, используя равенство линий и углов.

Ребенок может в этом случае воспользоваться некоторыми общими теоремами, которые он изучал раньше, на-

пример теоремой о равенстве соответственных углов. Или прийти к этим проблемам именно в данном контексте.

Мы не склонны утверждать, что ребенок должен всегда, во всех случаях искать доказательство сам. (Хотя распространенный аргумент, что это потребует слишком много времени, кажется мне не вполне верным, не решающим.) Нет возражений против того, чтобы учитель сам демонстрировал все доказательство. Но в таком случае ему следует делать это структурно правильным способом, чтобы способствовать действительному пониманию иерархии фаз доказательства.

ПРИЛОЖЕНИЕ 5

Уравновешивание палки

Когда вы предлагаете детям построить из кубиков Т-образную конструкцию, положив один из кубиков вертикально и уравновешивая второй на вершине первого в горизонтальном положении, интересно наблюдать за развитием действий испытуемых, следить за тем, как они приходят к пониманию того, что устойчивость структурно требует симметрии.

Эту же проблему предполагает задание по переносу длинных палок (выполнение которого интересно изучать и на собаках). Сначала дети экспериментируют с палкой, часто они сдаются после нескольких отрицательных проб. Но некоторые дети упорствуют, и большинство из них через некоторое время возвращается к задаче. Интересно наблюдать, как они учатся на своих ошибках. Пробы, приводящие к отрицательным результатам, являются не просто негативными случаями. Конечно, иногда ребенок производит слепые изменения, но очень часто мы наблюдаем, что он действует вполне осмысленно. Например, берет палку левее центра, и она падает направо, в следующей попытке ребенок может слепо повторить действие, схватив палку в том же самом месте — или даже еще левее, — но часто дети осмысленно корректируют свои действия, они хватают ее немного правее. Они могут схватить палку недостаточно или слишком далеко, но в следующей попытке они стараются произвести осмысленную коррекцию. Часто поведение в целом является вполне последовательным. В этом заключается основное различие между последовательностью случайных проб и последовательностью проб, которая обладает осмысленной структурой.

Например, если кто-нибудь стреляет, не видя цели и не имея возможности посмотреть, куда попала пуля, и только получая информацию (или как-то иначе узнавая) о том, что он не попал в цель, то он не сможет осмысленно изменить направление следующего выстрела. Но если он смо-

жет увидеть, к какому отрицательному результату привела его попытка, *то тогда* выбранное им направление покажет различие между бессмысленным и осмысленным поведением. Предположим, что, выстрелив первый раз, он попал в точку 1, расположенную правее цели. Было бы глупо в следующий раз стрелять еще правее.

<u>2 *t* 3 1</u>

Разумнее в следующий раз прицелиться так, чтобы попасть в точку 2 или 3, корректируя прицел на основании отклонения и таким образом продолжая приближаться к цели.

Мы вскоре замечаем, что дети, решая задачу с кубиками или с длинной палкой, склонны фокусировать свое внимание примерно на середине.

Естественно, что при произвольном введении какого-нибудь скрытого фактора возникают трудности. Но даже в экспериментах с такой измененной палкой часто встречаются разумные действия (например, в случае, когда в каком-то месте палки находится свинец). Но то, что ребенок научился успешно действовать в такой ситуации, может не привести к осмысленным попыткам в других случаях, когда свинец может находиться в каком-нибудь другом месте, поскольку оно является совершенно произвольным.

Если, однако, внешний вид объекта свидетельствует о явной асимметрии, как, например, на следующих рисунках, то ситуация оказывается совершенно иной.

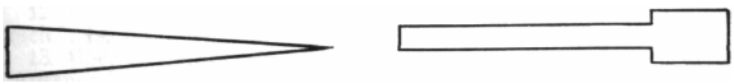


Рис. 183

В этом случае с самого начала отсутствует тенденция схватить палку точно посередине, дети склонны скорее каким-то образом компенсировать асимметрию.

Следует различать случаи, когда ребенок руководствуется какой-нибудь внешней произвольной связью, и случаи, когда его действия соответствуют разумной корреляции факторов. Если, к примеру, ребенок обучен держать палку за середину, где расположено красное пятно, или — в том случае, когда одна половина палки окрашена в красный цвет, а другая — в зеленый, — в месте, где меняются

цвета, то ситуация становится с теоретической точки зрения двусмысленной. Но здесь мы можем ввести вариации и посмотреть, что произойдет.

Рис. 184

В данном случае выполняются одни и те же условия в отношении цвета, увеличивается только длина одного из концов. Ухватятся ли дети за цветную отметку? Если мы введем два способа обучения — с упором на цвет и с упором на симметрию размеров, — то переход от слепого обучения к структурно осмысленному окажется для открытых умов более легким, чем переход от структурной осмысленности к произвольности. Мы снова видим, что дело не просто в обобщении, а в том, как это обобщение производится: структурно осмысленным образом или в соответствии со слепыми ассоциациями, слепыми связями. Представляется, что здесь решающим является ρ-отношение между симметрией и устойчивостью.

Список основных работ Макса Вертгеймера

1. Psychologische Tatbestandsdiagnostik (c J. Klein). — "Arch. f. Kriminalanthrop. u. Kriminalistik, 1904, 15, 72—113.

2. Experimentelle Untersuchungen zur Tatbestandsdiagnostik.— "Ach. f. d. ges. Psychol.", 1905, 6, 59—131.

3. Über die Assoziationsmethoden.—"Arch. f. Kriminalanthrop. p. Kriminalistik", 1906, 22, 293—319.

4. Tatbestandsdiagnostische Kombinationsversuche, (c 0. Lippmann).—"Zschr. f. angew. Psychol.", 1907, l, 119—128.

5. Musik der Wedda. — "Sammelbände d. internal. Musikgesellschaft", 1910, H, 300—309.

6. Über das Denken der Naturvölker: 1. Zahlen und Zahlgebilde.-"Zschr. f. Psychol.", 1912, 60, 321—378.

7. Experimentelle Studien über das Sehen von Bewegung. — "Zschr. f. Psychol.", 1912, 61, 161—265.

8. Über Schlussprozesse im produktiven Denken. Berlin, De Gruyter, 1920, 22.

9. Über die Wahrnehmung der Schallrichtung (c E. M. von Hornbostel). — "Sitzungsber. d. preuss. Akad. d. Wiss.", Berlin, 1920, 20, 388—396.

10. Untersuchungen zur Lehre von der Gestalt: I. Prinzipielle Bemerkungen. — "Psychol. Forsch.", 1922, l, 47—58.

H. Bemerkungen zu Hillebrands Theorie der stroboskopischen Bewegungen. — "Psychol. Forsch.", 192S, 3, 106—123.

12. Untersuchungen zur Lehre von der Gestalt: H. — "Psychol. Forsch.", 1923, 4, 301—350.

13. Über Gestalttheorie.—"Symposion: Philos. Zschr. f. Forschung u. Aussprache", 1925, l, 39—60.

14. Zu dem Problem der Unterscheidung von Einzelinhalt und Teil. — "Zschr. f. Psychol.", 1933, 129, 353—357.

15. On truth. — "Soc. Res.", 1934, l, 135—146.

16. Some problems in the theory of ethics.—"Soc. Res.", 1935, 2, 353—367.

17. On the concept of democracy. — In: A s c o l i M. and L e h m a n n F. (Eds.). Political and economic democracy. New York, Norton, 1937, p. 271—283.

18. A story of three days. — In: A n s he n Ruth N. (Ed.). Freedom: its meaning. New York, Harcourt, Brace, 1940, p. 555—569.

19. Productive thinking. New York. Harper, 1945, 1959.

УКАЗАТЕЛЬ

330

СОДЕРЖАНИЕ

Вертгеймер Макс ПРОДУКТИВНОЕ МЫШЛЕНИЕ

Редактор *Э. М. Пчёлкина*
Художник *В. В. Кулешов*
Художественный редактор *Г. А. Семенова*
Технические редакторы *Т. И. Юрова, Л. Ф. Шкилевич*
Корректор *Н. И. Мороз*

ИБ № 15 178

Сдано в набор 10.02.87. Подписано в печать 24.08.87. Формат 84x108 1/32. Бумага тип. № 1. Гарнитура обыкн. новая. Печать высокая. Условн. печ. л. 17,64. Усл. кр.-отт. 17,64. Уч.-изд. л. 17,21. Тираж 25 000 экз. Заказ № 1023. Цена 1 р. 40 к. Изд. № 42271.

Ордена Трудового Красного Знамени издательство «Прогресс» Государственного комитета СССР по делам издательств, полиграфии и книжной торговли. 119841, ГСП, Москва, Г-21, Зубовский бульвар, 17.

Московская типография № Н Союзполиграфпрома при Государственном комитете СССР по делам издательств, полиграфии и книжной торговли. Москва, 113105, Нагатинская, 1.