

МИНИСТЕРСТВО ОБЩЕГО И ПРОФЕССИОНАЛЬНОГО ОБРАЗОВАНИЯ  
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

НОВОСИБИРСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ

Физический факультет

Кафедра общей физики

ОПИСАНИЕ ЛАБОРАТОРНЫХ РАБОТ

**Часть 5. Радиооптика**

Новосибирск, 1986

www.phys.nsu.ru

Сборник описаний лабораторных работ предназначен для студентов II курса физического факультета НГУ и содержит восемь оригинальных лабораторных работ по радиооптике.

Описания некоторых приборов и устройств, применяемых в СВЧ технике, а также громоздкие расчеты даны в приложениях.

Составители: А.Г.Костюрина, Е.А.Кушниренко, В.А.Лебедев, С.Д.Лучинин, И.Н.Мешков, Л.Н.Смирных

Рецензент: В.Ф.Климкин

© Интернет версия подготовлена для сервера Физического факультета НГУ  
<http://www.phys.nsu.ru>

© Запрещается размещать на общедоступных серверах, кроме сервера Физического факультета НГУ

www.phys.nsu.ru

© Новосибирский государственный  
университет, 1986

www.phys.nsu.ru

## Введение

Практикум по радиооптике имеет целью помочь студентам более глубоко изучить основные положения физической оптики, продемонстрировать единство весьма разных на первый взгляд явлений классической электродинамики, описываемых удивительно элегантно и полно системой уравнений Максвелла, показать связь между описаниями явлений в квантовой механике и оптике.

Выполнение классических лабораторных работ по физической оптике в СВЧ диапазоне должно сделать в буквальном смысле слова очевидными те явления и эффекты, которые не очень просто наблюдать в их классической постановке. Рассмотрим в качестве примера явление проникновения поля электромагнитной волны за границу диэлектрика при полном внутреннее отражении. Заметим, что длина волны  $\lambda$  видимого света около  $5 \cdot 10^{-5}$  см, а используемого нами СВЧ излучения - 3 см, заметна также, что поле электромагнитной волны проникает за границу диэлектрика на расстояние порядка  $\lambda$ . В такой ситуации легко регистрировать выход поля СВЧ волны из диэлектрика в воздух, измеряя непосредственно её интенсивность на расстоянии около сантиметра от границы раздела сред. Более того, можно даже количественно оценить, как затухает интенсивность выходящей волны при удалении от границы; можно изучать её кинематику и состояние поляризации; можно изучать также ослабление отраженной волны и постепенный переход волны в диэлектрик, приближаемый к границе раздела, задолго до приведения его в контакт с границей. Эти эффекты легко наблюдать, когда расстояние между приближаемыми диэлектриком и границей раздела составляет, несколько миллиметров, - расстояние, с одной стороны, макроскопическое, легко измеряемое и вполне достаточное для наблюдения указанных эффектов, с другой - естественно, что провести аналогичные измерения в оптике несравненно сложнее.

Предлагаемые работы дают возможность непосредственно убедиться в том, что электромагнитные волны действительно поперечны, с другой точки зрения увидеть и понять такие привычные явления, как поляризация, прохождение электромагнитной волны через границу раздела диэлектриков, явление полного внутреннего отражения, дифракция и интерференция, излучение и рассеяние электромагнитных волн, туннельный эффект.

Поскольку лабораторные работы предназначены студентам II курса (четвертый семестр), лишь первые две из них, знакомящие с основами техники генерации и регистрации СВЧ волн, имеют подробное описание, так как являются новыми и по смыслу, и по технике исполнения. Остальные настолько просты по замыслу и так похожи на аналогичные работы по классической оптике, что становятся излишними разъяснения, зачем, почему и в какой последовательности следует делать измерения для наилучшего понимания работы и изучения рассматриваемого явления. Более того, для выполнения любой из них необходимо знать лишь весьма ограниченный набор приёмов и методов измерения характеристик электромагнитной волны. Поэтому во избежание ненужных повторений в практикуме приведены описания только этих методов; сочетая их, легко выполнить любую из предлагаемых работ.

Громоздкие расчеты, подробные описания некоторых приборов и устройств, используемых в СВЧ технике, и методов работы с ними отнесены в Приложения.

## Приложение 6.1

### ЛИНЕЙНАЯ РЕШЕТКА КАК ПОЛЯРИЗАТОР ЭЛЕКТРОМАГНИТНОЙ ВОЛНЫ

Рассмотрим прохождение электромагнитной волны через решетку, составленную из линейных проводников (см. рис. 1).

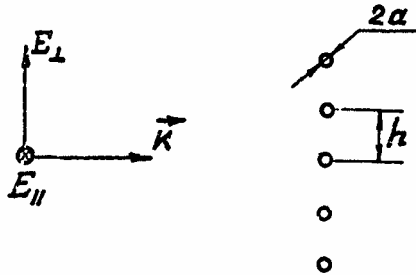


Рис. 1. Линейная решетка из проводников

Пусть плоская монохроматическая волна падает на решетку с периодом  $h$ , составленную из линейных проводников диаметром  $2a$  ( $a \ll h$ ). Для упрощения задачи выберем волновой вектор падающей волны  $\vec{k}$  перпендикулярным плоскости решетки и будем считать  $h \ll \lambda$ , где  $\lambda = 2\pi/k$  - длина волны. Волну с произвольным состоянием поляризации можно разложить на две составляющие: с направлением вектора напряженности электрического поля  $\vec{E}$  вдоль направления проводников и с направлением  $\vec{E}$  перпендикулярным направлению проводников.

В первом случае, когда направление электрического поля в волне совпадает с направлением проводников, электромагнитная волна возбуждает в проводниках токи, направленные вдоль проводников. В нулевом приближении (при  $h \ll \lambda$ ) такая решетка не отличается от проводящей плоскости, и электромагнитная волна отражается от нее практически полностью. Во втором случае, когда направление электрического поля перпендикулярно проводникам, электрическое поле волны приводит только к поляризации проводников. Как мы увидим ниже, при  $a \ll h \ll \lambda$  токи поляризации достаточно малы, и волна проходит практически без потерь. Таким образом, следует ожидать, что волна с произвольным направлением поляризации после прохождения через решетку становится плоскополяризованной, а направление вектора  $\vec{E}$  в прошедшей волне перпендикулярно направлению проводников, рассмотрим более подробно прохождение волны через решетку в каждом случае.

1. Направление вектора  $\vec{E}$  волны совпадает с направлением проводников.

Вначале рассмотрим более простую задачу о рассеянии электромагнитной волны единичным бесконечным проводником диаметром  $a \ll \lambda$ . Пусть вектор  $\vec{k}$  волны совпадает с осью  $z$ , а направление проводника и вектора  $\vec{E}$  - с осью  $x$ . В этом случае в уравнениях для электрического поля в пространстве остается только уравнение для  $x$ -компоненты поля:

$$\frac{\partial^2 E_x}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 E_x}{\partial y^2} + \frac{\omega^2}{c^2} E_x = 0 \quad (1)$$

или в цилиндрических координатах

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left( r \frac{\partial E_x}{\partial r} \right) + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 E_x}{\partial \theta^2} + \frac{\omega^2}{c^2} E_x = 0, \quad (2)$$

где  $r$  - радиус, а  $\theta$  - угол в цилиндрической системе координат, ось которой совпадает с осью проводника.

Граничными условиями для этой задачи является обращение в нуль электрического поля на поверхности проводника, а при  $r \rightarrow \infty$  волна должна переходить в плоскую волну, распространяющуюся вдоль оси  $z$ . При  $\omega \ll \lambda$  в волну, рассеянную проводником, основной вклад вносит аксиально-симметричная мода. В этом случае можно пренебречь зависимостью рассеянного электрического поля от угла  $\theta$  и искать решение в виде суммы падающей и рассеянной волн:

$$E_x(r, \theta, t) = E_0 e^{-i\omega t} (e^{ikz} + f(r)), \quad (3)$$

причем  $E_x(r, \theta, t)|_{r=a} = 0, f(r) \rightarrow 0$  при  $r \rightarrow \infty$ . (3a)

При подстановке выражения (3) в уравнение (2) множитель  $E_0 e^{-i\omega t}$  сокращается; член  $e^{ikz}$ , описывающий плоскую волну, очевидно, удовлетворяет уравнениям (1,2) и его можно опустить; в результате, с учетом сделанного выше замечания об угловой симметрии  $f(r)$ , получаем уравнение

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left( r \frac{\partial f(r)}{\partial r} \right) + \frac{\omega^2}{c^2} f(r) = 0 \quad (4)$$

Решение полученного уравнения выражается через функции Бесселя так что волна, рассеянная проводником, имеет вид

$$E_x^{racc}(r, t) = -A e^{-i\omega t} H_c^{(1)}(kr), \quad k = \frac{\omega}{c}, \quad (5)$$

где  $H_0^{(1)}(\xi) = J_0(\xi) + iN_0(\xi)$  - функция Бесселя третьего рода. Ее асимптотики определяются следующим выражением:

$$H_0^{(1)}(\xi) \approx \begin{cases} 1 - \frac{2i}{\pi} \ln \frac{2}{\delta \xi}, & \xi \ll i, \\ \sqrt{\frac{2}{\pi \xi}} e^{i(\xi - \pi/4)}, & \xi \gg 1. \end{cases} \quad (6)$$

Здесь  $\delta = 1,781$  - постоянная Эйлера.

Подставляя (5) в (3) и удовлетворяя граничным условиям (3a), получил, что при  $ka \ll 1$  значение неизвестной постоянной равно

$$\mathcal{A} = \frac{1}{1 - \frac{2i}{\pi} \ln \frac{2}{\gamma k a}} \quad (7)$$

Для электрического поля в пространстве окончательно получаем

$$E_x(r, \theta, t) = E_0 e^{-i\omega t} \left( e^{i\kappa z} \frac{H_0^{(1)}(\kappa r)}{1 - \frac{2i}{\pi} \ln \frac{2}{\gamma k a}} \right), \quad z = r \cos \theta \quad (8)$$

В дальнейшем будем выписывать соотношения для комплексных амплитуд, опуская множитель  $e^{-i\omega t}$ .

Теперь мы можем перейти к решению задачи о прохождении электромагнитной волны через решетку. Полное поле в пространстве складывается из поля плоской волны, падающей на решетку, и суммы полей, рассеянных каждым проводником. Поскольку все проводники находятся в одинаковых условиях, то амплитуды и фазы волн, излучаемых проводникам, совпадают. Пусть каждый проводник излучает цилиндрическую волну

$$E(x) = -E_1 \frac{H_0^{(1)}(\kappa r)}{1 - \frac{2i}{\pi} \ln \frac{2}{\gamma k a}} = -E_1 \mathcal{A} H_0^{(1)}(\kappa r) \quad (9)$$

На поверхности проводника с учетом асимптотики (6) при  $\kappa a \ll 1$   $E(a) = -E_1$ . Неизвестная константа  $E_1$  определяется из равенства нулю электрического поля на поверхности проводника:

$$E_0 - E_1 - 2 \sum_{m=1}^{\infty} E_1 \mathcal{A} H_0^{(1)}(\kappa h) = 0$$

где суммирование проводится по всем проводникам. Откуда получаем константу  $E_1$  и, следовательно, поле, создаваемое одним проводником:

$$E(x) = -E_1 \mathcal{A} H_0^{(1)}(\kappa r) = -\frac{E_0 \mathcal{A} H_0^{(1)}(\kappa r)}{1 + 2 \mathcal{A} \sum_{m=1}^{\infty} H_0^{(1)}(\kappa h)} \quad (10)$$

Полное поле, излучаемое решеткой, в точке с координатами  $(x, y, z) = (0, 0, z)$  будет суммой полей от всех проводников, т.е.

$$E_z(z) = \sum_{m=-\infty}^{\infty} E(\sqrt{z^2 + (mh)^2}) = -E_0 \frac{\mathcal{A} \sum_{m=-\infty}^{\infty} H_0^{(1)}(\kappa \sqrt{z^2 + (mh)^2})}{1 + 2 \mathcal{A} \sum_{m=1}^{\infty} H_0^{(1)}(\kappa h)} \quad (11)$$

При  $z \rightarrow \infty$  сумма в числителе переходит в интеграл ( $mh \rightarrow \xi$ )

$$I_1 = \lim_{z \rightarrow \infty} \sum_{m=-\infty}^{\infty} H_0^{(1)}(\kappa \sqrt{z^2 + (mh)^2}) = \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{d\xi}{h} H_0^{(1)}(\kappa \sqrt{z^2 + \xi^2}) = \frac{1}{\kappa h} \int_{-\infty}^{+\infty} d\xi H_0^{(1)}(\sqrt{\kappa z^2 + \xi^2})$$

Для его вычисления используем асимптотику (6) при  $\kappa z \gg 1$

$$I_1 = \lim_{z \rightarrow \infty} \frac{1}{kh} \int_{-\infty}^{\infty} d\xi \sqrt{\frac{2}{\pi}} \frac{e^{-i\pi/4} e^{i\sqrt{(\kappa z)^2 + \xi^2}}}{\sqrt{(\kappa z)^2 + \xi^2}} = \sqrt{\frac{2}{\pi}} e^{-i\pi/4} \frac{e^{i\kappa z}}{kh\kappa z} \int_{-\infty}^{\infty} d\xi \exp\left(i \frac{\xi^2}{2(\kappa z)^2}\right) =$$

$$= \frac{e^{i\kappa z}}{kh} \cdot \frac{2e^{-i\pi/4}}{\sqrt{\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} d\xi e^{i\xi^2} = 2 \frac{e^{i\kappa z}}{kh} \quad (12)$$

Заметим, что этот результат для значения интеграла (12) справедлив не только при  $z \rightarrow \infty$ , но также для всех  $z > 0$ .

Сумма в знаменателе (11) при  $0 < kh < 2\pi$  сводится к следующему выражению (см. /13/):

$$I_2 = \sum_{m=1}^{\infty} H_0^{(1)}(m\xi) =$$

$$= \frac{1}{\xi} - \frac{1}{2} - i \left\{ \frac{1}{\pi} \ln\left(\frac{\xi}{4\pi}\right) + 2 \sum_{m=1}^{\infty} \left( \frac{1}{\sqrt{(2\pi m)^2 - \xi^2}} - \frac{1}{2\pi m} \right) \right\} \quad (13)$$

Подставляя выражения (7), (12) и (13) в (11), получим поле излучаемое решеткой:

$$E_2(z) = \frac{E_0 e^{i\kappa z}}{1 - 2i \frac{h}{\lambda} \left[ \ln \frac{h}{2a} + \sum_{m=1}^{\infty} \left( \frac{1}{\sqrt{m^2 - (h/\lambda)^2}} - \frac{1}{m} \right) \right]} \quad (14)$$

Складывая это поле с полем падающей волны, получим поле за решеткой:

$$E_{\text{total}} = E_0 e^{i(\kappa z - \omega t)} \left\{ \frac{-2i \frac{h}{\lambda} \left[ \ln \frac{h}{2a} + \sum_{m=1}^{\infty} \left( \frac{1}{\sqrt{m^2 - (h/\lambda)^2}} - \frac{1}{m} \right) \right]}{1 - 2i \frac{h}{\lambda} \left[ \ln \frac{h}{2a} + \sum_{m=1}^{\infty} \left( \frac{1}{\sqrt{m^2 - (h/\lambda)^2}} - \frac{1}{m} \right) \right]} \right\} \quad (15)$$

где  $h < \lambda$ .

Выражение в фигурных скобках является коэффициентом пропускания волны решеткой  $S$ . При  $h \ll \lambda$  выражение (15) существенно упрощается и для коэффициента пропускания получим

$$S_{\parallel} = -2i \frac{h}{\lambda} \ln \frac{h}{2a} \quad (16)$$

При  $h \rightarrow \lambda$  первый член в сумме стремится к бесконечности и коэффициент прохождения  $S_{\parallel} \rightarrow 1$ . Таким образом, мы видим, что, для того чтобы основная часть волны отражалась решеткой, необходимо выполнение условия

$$\frac{2h}{\lambda} \ln \frac{h}{2a} \ll 1 \quad (17)$$

2. Направление вектора  $\vec{E}$  волны перпендикулярно направлению проводников.

В этом случае можно провести аналогичный расчет, суммируя поля рассеяния от каждого проводника. Однако ограничимся более простыми вычислениями, справедливыми при  $a \ll h \ll \lambda$ . В этом случае можно пренебречь влиянием соседних проводников друг на друга, а при вычислении электрического поля проводника считать, что он находится во внешнем постоянном электрическом поле  $\vec{E}$ . Найдем дипольный момент единицы длины одиночного проводника во внешнем поле. Запишем уравнение Лапласа в цилиндрической системе координат, ось  $z$  которой совпадает с осью проводника:

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left( r \frac{\partial \varphi}{\partial r} \right) + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 \varphi}{\partial \theta^2} = 0 \quad (18)$$

Граничным условием является постоянство потенциала на поверхности проводника

$$\varphi(r, \theta) /_{r=a} = \text{const} \quad (19)$$

Решая полученное уравнение методом разделения переменных, получим потенциал в пространстве:

$$\varphi = E \cos \theta \left( x - \frac{a^2}{x} \right) \quad (20)$$

Соответствующая плотность поверхностного заряда на проводнике равна

$$\sigma = \frac{2E}{4\pi} \cos \theta \quad (21)$$

а дипольный момент единицы длины проводника есть

$$\vec{p} = -\frac{a^2}{2} E \hat{z} \quad (22)$$

Переменное электромагнитное поле приводит к зависимости поляризации проводников решетки от времени и, следовательно, к появлению токов поляризации, направленных вдоль электрического поля. Величина поверхностной плотности тока поляризации, усредненной по поверхности решетки, равна

$$\vec{I} = \frac{1}{h} \frac{d\vec{p}}{dt} = \frac{a^2}{2h} i\omega \vec{E}_0 \quad (23)$$

а соответствующая поверхностная проводимость есть

$$\sigma = i \frac{a^2 \omega}{2h} \quad (24)$$

Зная проводимость решетки, мы легко можем вычислить отражение волн от решетки, заменив ее плоскостью с поверхностной проводимостью  $\sigma$ . Приравнявая электрические и магнитные поля по разные стороны от плоскости (см. рис. 2), получим:



$$\begin{cases} E_0 + E_1 = E_{\infty} \\ B_0 + B_1 = B_{\infty} + \frac{4\pi\sigma}{c} E_{\infty} \\ B_0 + E_0, B_{\infty} = E_{\infty}, E_1 = -B_1 \end{cases}, (25)$$

где  $E_0, B_0, E_1, B_1, E_{\infty}, B_{\infty}$  - поля в падающей, отраженной и прошедшей волнах соответственно. Решая систему уравнений, найдем электрическое поле в прошедшей волне:

$$E_{\infty 1} = E_{\infty} = E_0 \left( 1 - \frac{2\pi\sigma/c}{1 + 2\pi\sigma/c} \right) \quad (26)$$

Подставляя (24) в (26), найдем коэффициент пропускания волны решеткой:

$$S_1 = 1 - \frac{2\pi}{c} i \frac{a^2 \omega}{2h} = 1 - i 2\pi^2 \frac{a^2}{h\lambda}, \quad \omega \ll h \ll \lambda \quad (27)$$

В отличие от предыдущего примера, мы видим, что при  $h \ll \lambda$  основная часть волны пропускается решеткой.

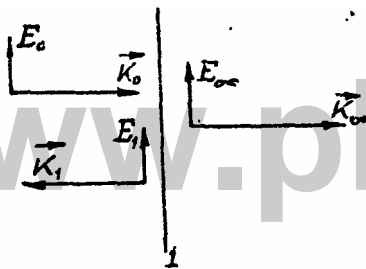


Рис. 2. Схема полей при падении электромагнитной волны на решетку (1 - линейная решетка из проводников)

Подведем итог нашим вычислениям. Если вектор  $\vec{E}$  волны совпадает с направлением проводников решетки, то при  $h \ll \lambda$  основная часть падающей волны отражается решеткой, и поле в прошедшей волне равно

$$E_{\infty 1} = E_{0 1} e^{i(\kappa z - \omega t)} \left[ -2i \frac{h}{\lambda} \epsilon \pi \frac{h}{2a} \right], \quad \omega \ll h \ll \lambda$$

Если вектор  $\vec{E}$  волны перпендикулярен направлению проводников, то при  $h \ll \lambda$  основная часть падающей волны проходит сквозь решетку и поле в прошедшей волне есть

$$E_{\infty 1} = E_0 e^{i(\kappa z - \omega t)} \left[ 1 - 2\pi^2 i \frac{a^2}{h\lambda} \right], \quad a \ll h \ll \lambda$$

Таким образом, волна с произвольной поляризацией, пройдя через решетку, становится плоскополяризованной, а направление вектора  $\vec{E}$  в прошедшей волне перпендикулярно направлению проводников решетки. При увеличении отношения  $h/\lambda$  качество решетки как поляризатора ухудшается, а при  $h \approx \lambda$  ослабление волн с любым направлением вектора  $\vec{E}$  становится одинаково малым, т.е. решетка теряет свойства

поляризатора.  
[www.phys.nsu.ru](http://www.phys.nsu.ru)

[www.phys.nsu.ru](http://www.phys.nsu.ru)

[www.phys.nsu.ru](http://www.phys.nsu.ru)

Приложение 6.2

**ИЗМЕНЕНИЕ СОСТОЯНИЯ ПОЛЯРИЗАЦИИ  
ЭЛЕКТРОМАГНИТНОЙ ВОЛНЫ ПРИ ПОЛНОМ ВНУТРЕННЕМ  
ОТРАЖЕНИИ**

Рассмотрим, как изменяется состояние поляризации электромагнитной волны при полном внутреннем отражении от границы раздела двух диэлектрических сред с показателями преломления  $n_1, n_2$  ( $n_1/n_2 = n > 1$ ). Пусть плоская монохроматическая волна падает на граниту раздела под углом  $\varphi$  к нормали (рис. 1).

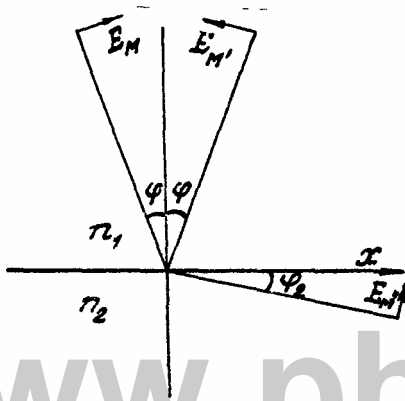


Рис. 1. Электромагнитная волна на границе раздела двух сред

Направление вектора  $\vec{E}$  волны выберем под углом  $\alpha$  к плоскости падения. Разложим эту волну на две волны с заданными направлениями поляризации: ТЕ - волну, электрическое поле которой перпендикулярно плоскости падения, и ТМ - волну, электрическое поле которой находится в плоскости падения. Отражение электромагнитной волны от границы раздела двух сред описывается формулами Френеля и подробно рассмотрено в [4]:

$$E'_M = E_M \frac{\cos \varphi - n \sqrt{1 - n^2 \sin^2 \varphi}}{\cos \varphi + n \sqrt{1 - n^2 \sin^2 \varphi}} \equiv \mathcal{K}_M E_M$$

$$E'_E = E_E \frac{n \cos \varphi - \sqrt{1 - n^2 \sin^2 \varphi}}{n \cos \varphi + \sqrt{1 - n^2 \sin^2 \varphi}} \equiv \mathcal{K}_E E_E \quad (1)$$

Значение  $n^2 \sin^2 \varphi > 1$  соответствует полному внутреннему отражению. При этом подкоренное выражение в (1) становится отрицательным, коэффициенты  $\mathcal{K}_M, \mathcal{K}_E$  - комплексными, а их модули  $|\mathcal{K}_M| = |\mathcal{K}_E| = 1$ . Заметим, что  $\frac{a - ib}{a + ib} = e^{i\delta}$ , причем  $\tan \frac{\delta}{2} = \frac{b}{a}$ .

Отсюда следует, что

$$\begin{aligned} \mathcal{K}_M &= e^{-i\delta_M} \\ \mathcal{K}_E &= e^{-i\delta_E} \end{aligned} \quad (3)$$

причем фазы коэффициентов отражения  $\delta_M$ ,  $\delta_E$  будут, вообще говоря, различны. Именно наличие этой разницы фаз приводит к тому, что плоскополяризованная волна после отражения становится эллиптически поляризованной. Для определения разницы фаз  $\delta = \delta_E - \delta_M$  воспользуемся формулами (3)

$$e^{-i\delta} = e^{-i(\delta_E - \delta_M)} = \frac{\mathcal{K}_E}{\mathcal{K}_M} = \frac{(n \cos \varphi - i \sqrt{n^2 \sin^2 \varphi - 1})(\cos \varphi + i n \sqrt{n^2 \sin^2 \varphi - 1})}{(n \cos \varphi + i \sqrt{n^2 \sin^2 \varphi - 1})(\cos \varphi - i n \sqrt{n^2 \sin^2 \varphi - 1})} \quad (4)$$

Отсюда с учетом (2) получим

$$\operatorname{tg} \frac{\delta}{2} = \frac{\cos \varphi}{n \sin^2 \varphi} \sqrt{n^2 \sin^2 \varphi - 1} = \frac{\sqrt{(n^2 - 1) \operatorname{tg}^2 \varphi - 1}}{n \operatorname{tg}^2 \varphi} \quad (5)$$

Зная разность фаз ТЕ- и ТМ-волн, можно определить параметры эллипса поляризации. Учитывая, что вектор электрического поля  $\vec{E}_0$  направлен под углом  $\alpha$  к плоскости падения, получим

$$\begin{aligned} E_M &= E_0 \cos \alpha, \\ E_E &= E_0 \sin \alpha \end{aligned} \quad (6)$$

После отражения зависимость составляющих электрического поля от времени будет описываться следующим соотношением:

$$\begin{aligned} E'_M &= E_0 \cos \alpha \cos \omega t, \\ E'_E &= E_0 \sin \alpha \cos(\omega t + \delta) \end{aligned} \quad (7)$$

С течением времени конец вектора  $\vec{E}'$  будет описывать эллипс. Для определения полуосей этого эллипса определим зависимость квадрата модуля электрического поля от времени:

$$\begin{aligned} E'^2(t) &= E_M'^2 + E_E'^2 = E_0^2 (\cos^2 \alpha \cos^2 \omega t + \sin^2 \alpha \cos^2(\omega t + \delta)) = \\ &= \frac{E_0^2}{2} \left\{ 1 + (\cos^2 \alpha + \sin^2 \alpha \cos 2\delta) \cos 2\omega t + \sin 2\delta \sin^2 \alpha \sin 2\omega t \right\} \end{aligned} \quad (8)$$

Отсюда нетрудно найти максимальное и минимальное значения электрического поля волны:

$$\begin{aligned} E_{max, min}^2 &= \frac{E_0^2}{2} \left\{ 1 \pm \sqrt{(\cos^2 \alpha + \sin^2 \alpha \cos 2\delta)^2 + \sin^2 2\delta \sin^4 \alpha} \right\} = \\ &= \frac{E_0^2}{2} \left\{ 1 \pm \sqrt{1 - \sin^2 2\alpha \sin^2 \delta} \right\}. \end{aligned} \quad (9)$$

Отношение квадратов полуосей эллипса будет равно

$$P = \left( \frac{E_{min}}{E_{max}} \right)^2 = \frac{1 - \sqrt{1 - \sin^2 2\alpha \sin^2 \delta}}{1 + \sqrt{1 - \sin^2 2\alpha \sin^2 \delta}}. \quad (10)$$

Это отношение характеризует поляризацию волны:  $P = 0$  соответствует линейной поляризации,  $P = 1$  - круговой. Таким образом, выражения (10) и (5) являются решением поставленной задачи: они дают отношение квадратов полуосей эллипса поляризации при полном внутреннем отражении плоскополяризованной волны. Заметим, что в измерениях используется квадратичный детектор и, следовательно, в эксперименте измеряется непосредственно отношение квадратов полуосей эллипса.

При заданном угле падения  $\varphi$ , а следовательно, и разности фаз  $\delta$ , максимум отношения квадратов полуосей эллипса поляризации  $P_{max}$  достигается при  $\alpha = \pi/4$ . В этом случае из (10) непосредственно следует

$$P_{max} = \operatorname{tg}^2 \frac{\delta}{2}, \quad |\delta| < \pi/2. \quad (11)$$

Подставляя в (11) выражение (5), получим

$$P_{max} = \frac{\cos^2 \varphi (n^2 \sin^2 \varphi - 1)}{n^2 \sin^4 \varphi}. \quad (12)$$

Для волны, падающей под углом  $\varphi = \pi/4$  выражение (12) принимает вид

$$P_1 = 1 - \frac{2}{n^2}. \quad (13)$$

Для большинства диэлектриков  $n$  не слишком велико, что ограничивает получение достаточно большой величины параметра  $P$ . Рассмотрим изменение состояния поляризации волны при прохождении ее через призму (рис. 2). Пусть коэффициент преломления  $n = 1,5$ ;  $\varphi = \pi/4$ , тогда из (13) получим  $P_1 = 1/9$ . Видно, что в этом случае отношение квадратов полуосей эллипса невелико.

Для уверенного наблюдения трансформации плоскополяризованной волны в эллиптически поляризованную используем схему, изображенную на рис. 3. Учитывая, что при отражении от двух призм разность фаз удвоится, из (11) получим

$$P_2 = \operatorname{tg}^2 \delta, \quad (13)$$

где  $\delta$  определяется выражением (5). Чтобы выразить  $\operatorname{tg}^2 \delta$  через параметры задачи, воспользуемся тригонометрическим равенством

$$\operatorname{tg} \delta = \frac{2 \operatorname{tg}(\delta/2)}{1 - \operatorname{tg}^2(\delta/2)}. \quad (16)$$

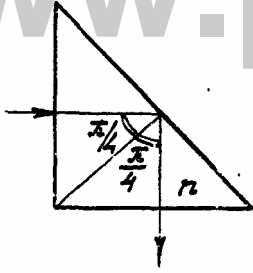


Рис. 2. Полное внутреннее отражение в прямоугольной призме

В соответствии с (11), (13) при одном отражении (под углом  $\pi/4$ )

$$\operatorname{tg}^2 \frac{\delta}{2} = p_1 = 1 - \frac{2}{n^2}. \quad (17)$$

Комбинируя (15), (16) и (17), получим

$$P_2 = n^2 (n^2 - 2). \quad (18)$$

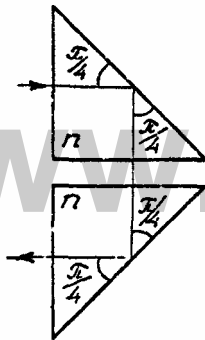


Рис. 3. Последовательное полное внутреннее отражение в двух призмах

При  $n = 1,5$  из (18) получим, что для системы, показанной на рис. 3, отношение квадратов полуосей эллипса поляризации равно  $P_2 = 9/16$ .

Это легко регистрируемая даже с помощью квадратичного детектора эллиптически поляризованная волна. Разумеется, можно расположить призмы так, чтобы выходящая волна была циркулярно поляризована. Расчеты для этого случая предлагается сделать самостоятельно. Для получения циркулярно поляризованной волны из линейно поляризованной обычно используется так называемый ромб Френеля (рис. 4), изготавливаемый из оргстекла  $n \approx 1,5$  или полистирола  $n = 1,58$ . Для получения на выходе ромба Френеля циркулярно поляризованной волны необходимо следующее: при  $n = 1,58$ ,  $\varphi = 58,06^\circ$  или  $43,5^\circ$ , а при  $n = 1,5$ ,  $\varphi = 53,2^\circ$  или  $50,3^\circ$  в соответствии с формулой (5).

Чтобы горизонтальный луч падающий на ромб Френеля, испытывал полное внутреннее отражение под углом  $\varphi$  от нижней и верхней граней, угол  $\varphi_0$  (рис. 5) должен удовлетворять соотношению

$$\operatorname{tg} \varphi_0 = \operatorname{tg} \varphi - \frac{1}{n \cos \varphi}. \quad (19)$$

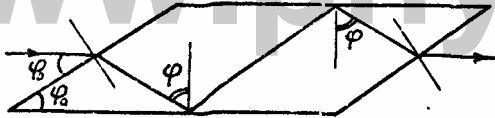


Рис. 5. Ромб Френеля с сохранением направления и положения исходного луча

Если размеры ромба выбраны соответствующим образом, можно устранить даже параллельный перенос выходящего луча. При этом выходящий луч является просто продолжением падающего.

Если вещество, из которого изготовлен ромб Френеля, имеет  $n \approx 1,5$  то при  $\varphi \approx 50^\circ$  угол  $\varphi_0 \approx 10^\circ$ , поэтому на входной и выходной гранях теряется значительная часть энергии падающей волны. В тех случаях, когда это недопустимо, используют схему, изображенную на рис. 4. При этом для преобразования плоскополяризованной волны в поляризованную по кругу вектор  $\vec{E}$  падающей волны должны составлять угол  $45^\circ$  с нормалью к плоскости падения.

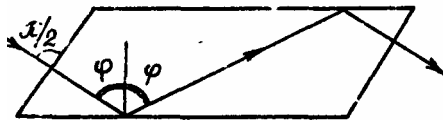
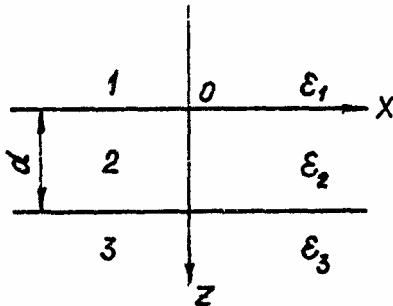


Рис. 4. Ромб Френеля с сохранением направления и положения исходного луча.

Приложение 6.3

**ЯВЛЕНИЕ ПРОНИКНОВЕНИЯ ЭЛЕКТРОМАГНИТНОЙ ВОЛНЫ ЗА ГРАНИЦУ РАЗДЕЛА СРЕД ПРИ ПОЛНОМ ВНУТРЕННЕМ ОТРАЖЕНИИ**



Слоистый диэлектрик

Рассмотрим задачу о прохождении плоской монохроматической линейно поляризованной электромагнитной волны через плоскопараллельный диэлектрик 2 толщины  $d$ , разделяющий два полупространства, заполненных диэлектриками 1 и 3. Будем считать, что среды 1, 2 и 3 абсолютно прозрачны, а их диэлектрические проницаемости равны соответственно  $\epsilon_1$ ,  $\epsilon_2$  и  $\epsilon_3$ . Их магнитные проницаемости  $\mu_1 = \mu_2 = \mu_3 = \mu$ , поскольку в задаче рассматривается волна СВЧ диапазона [4].

1. Рассмотрим сначала прохождение электромагнитной волны, вектор  $\vec{E}$  которой перпендикулярен плоскости падения (TE - волна). Выберем систему координат так, чтобы плоскость падения волны совпадала с плоскостью  $xz$ .

Зададим векторы  $\vec{E}$  и  $\vec{H}$  волны обычными выражениями

$$\vec{E}, \vec{H} = \vec{A} \exp[i(\vec{k}\vec{r} - \omega t)], \quad (1)$$

где  $\vec{k}$  - волновой вектор,  $\vec{r}$  - радиус-вектор,  $\vec{A}$  и  $\omega$  - соответственно амплитуда, и частота волны,  $t$  - время.

Условия на границе для компонент векторов  $\vec{E}$  и  $\vec{H}$  волны имеют вид

$$E_{пад}^y + E_{отр}^y = E_{прел}^y, \quad (2)$$

$$H_{пад}^x + H_{отр}^x = H_{прел}^x. \quad (3a)$$

Здесь и далее индексы  $X$  и  $Y$  обозначают проекции векторов на оси  $X$  и  $Y$ , индексы "пад" и "отр" приписываются параметрам относящимся к волнам, распространяющимся по и против направления оси  $Z$  соответственно. Индекс "прел" относится к параметрам, описывающим преломленную волну.

Замечая, что  $\vec{E} \times \vec{E} = 0$ , выразим  $H^x$  через  $E^y$ .



$$H^x = \frac{ie}{\omega} \frac{\partial E^y}{\partial z} \quad (4)$$

С учетом (4) соотношение (3 а) формально выглядит как условие непрерывности производных  $\frac{\partial E^y}{\partial z}$  в граничащих средах

$$\frac{\partial}{\partial z} (E_{\text{пад}}^y + E_{\text{отр}}^y) = \frac{\partial}{\partial z} (E_{\text{прел}}^y) \quad (3)$$

Для удобства расчета положим, что падающая волна имеет единичную амплитуду. Так как в областях 1 и 2 есть как прямые, так и отраженные волны, а в области 3 - только прямая, выражения для  $E$  в этих областях должны иметь вид

$$\begin{aligned} E_1^y(\vec{r}, t) &= e^{i(\vec{k}_{1\text{пад}} \cdot \vec{r} - \omega t)} + B_1 e^{i(\vec{k}_{1\text{отр}} \cdot \vec{r} - \omega t)}, \\ E_2^y(\vec{r}, t) &= A_2 e^{i(\vec{k}_{2\text{пад}} \cdot \vec{r} - \omega t)} + B_2 e^{i(\vec{k}_{2\text{отр}} \cdot \vec{r} - \omega t)}, \\ E_3^y(\vec{r}, t) &= A_3 e^{i(\vec{k}_{3\text{пад}} \cdot \vec{r} - \omega t)}, \end{aligned} \quad (5)$$

где  $A$  и  $B$  - амплитуды волн, распространяющихся по и против оси  $Z$  соответственно, индексы 1,2,3 указывают, что величина относится к 1,2 или 3 среде.

В любой из сред  $\kappa^z = 0$ , множитель  $\exp[i(\kappa x - \omega t)]$  одинаков для волн падающих и отраженных /3/, /8/. Учитывая знаки волновых векторов, и, опуская для упрощения обозначений индекс  $Z$  в компонентах  $\kappa^z$  подставим выражения (5) в граничные условия (2) и (3) при  $z=0$  и  $z=d$

$$\begin{aligned} 1 + B_1 &= A_2 + B_2, \\ K_1(1 - B_1) &= K_2(A_2 - B_2), \\ A_2 e^{iK_2 d} + B_2 e^{-iK_2 d} &= A_3 e^{iK_3 d}, \\ K_2(A_2 e^{iK_2 d} - B_2 e^{-iK_2 d}) &= K_3 A_3 e^{iK_3 d}. \end{aligned} \quad (6)$$

Решая эту систему уравнений относительно  $A_2, A_3, B_1, B_2$ , получим

$$A_2 = 2 \left(1 + \frac{K_3}{K_2}\right) e^{-iK_2 d} \cdot Q, \quad (7 \text{ а})$$

$$A_3 = 4 e^{-iK_3 d} \cdot Q, \quad (7 \text{ б})$$

$$B_1 = \left[ e^{iK_2 d} \left(1 + \frac{K_2}{K_1}\right) \left(1 - \frac{K_3}{K_2}\right) + e^{-iK_2 d} \left(1 + \frac{K_3}{K_2}\right) \left(1 - \frac{K_2}{K_1}\right) \right] \cdot Q, \quad (7 \text{ в})$$

$$B_2 = 2 \left(1 - \frac{K_3}{K_2}\right) e^{iK_2 d} \cdot Q, \quad (7 \text{ г})$$

где

$$Q = \left(1 + \frac{K_3}{K_2}\right) \left(1 + \frac{K_2}{K_1}\right) e^{-iK_2 d} + \left(1 - \frac{K_3}{K_2}\right) \left(1 - \frac{K_2}{K_1}\right) e^{iK_2 d}$$

2. Рассмотрим прохождение электромагнитной волны, вектор  $\vec{E}$  которой лежит в плоскости падения (ТМ - волна), через слоистый диэлектрик, изображенный на рисунке. Будем считать, что плоскость падения совпала с плоскостью  $XZ$ . Граничные условия для этого случая даются уравнениями

$$H_{пад}^y + H_{отр}^y = H_{прел}^y, \quad (8)$$

$$E_{пад}^x + E_{отр}^x = E_{прел}^x. \quad (9 \text{ а})$$

Обозначение величин здесь и далее аналогично использованному в п.1.

Учитывая, что  $\vec{H}^x = \vec{H}^z = 0$  выразим  $E^x$  через  $H^y$ . Тогда граничное условие (9 а) можно записать следующим образом:

$$\frac{1}{\epsilon_1} \frac{\partial}{\partial z} (H_{1пад}^y + H_{1отр}^y) = \frac{1}{\epsilon_2} \frac{\partial}{\partial z} (H_{2прел}^y). \quad (9)$$

Проводя рассуждения, аналогичные приведенным в п.1, запишем поля  $H^y$  в областях 1,2 и 3:

$$\begin{aligned} H_1^y(\vec{r}, t) &= e^{i(\vec{k}_{1пад} \cdot \vec{r} - \omega t)} + B_1^* e^{i(\vec{k}_{1отр} \cdot \vec{r} - \omega t)} \\ H_2^y(\vec{r}, t) &= A_2^* e^{i(\vec{k}_{2пад} \cdot \vec{r} - \omega t)} + B_2^* e^{i(\vec{k}_{2отр} \cdot \vec{r} - \omega t)}, \\ H_3^y(\vec{r}, t) &= A_3^* e^{i(\vec{k}_{3пад} \cdot \vec{r} - \omega t)}. \end{aligned} \quad (10)$$

С учетом (10) граничные условия (8) и (9) при  $\vec{z}=0$  и  $\vec{z}=d$  задаются уравнениями  $1 + B_1^* = A_2^* + B_2^*$ ,

$$\begin{aligned} \frac{\kappa_1}{\epsilon_1} (1 - B_1^*) &= \frac{\kappa_2}{\epsilon_2} (A_2^* - B_2^*), \\ A_2^* e^{i\kappa_2 d} + B_2^* e^{-i\kappa_2 d} &= A_3^* e^{i\kappa_3 d}, \\ \frac{\kappa_2}{\epsilon_2} (A_2^* e^{i\kappa_2 d} - B_2^* e^{-i\kappa_2 d}) &= \frac{\kappa_3}{\epsilon_3} A_3^* e^{i\kappa_3 d}. \end{aligned} \quad (11)$$

Решая систему (11) относительно  $A_2^*, A_3^*, B_1^*, B_2^*$ , получим

$$A_2^* = 2 \left(1 + \frac{\epsilon_2 \kappa_3}{\epsilon_3 \kappa_2}\right) e^{-i\kappa_2 d} \cdot Q^*, \quad (12 \text{ а})$$

$$A_3^* = 4 e^{-i\kappa_2 d} \cdot Q^*, \quad (12 \text{ б})$$

$$B_1^* = \left[ e^{i\kappa_2 d} \left(1 + \frac{\epsilon_1 \kappa_2}{\epsilon_2 \kappa_1}\right) \left(1 - \frac{\epsilon_2 \kappa_3}{\epsilon_3 \kappa_2}\right) + e^{-i\kappa_2 d} \left(1 + \frac{\epsilon_2 \kappa_3}{\epsilon_3 \kappa_2}\right) \left(1 - \frac{\epsilon_1 \kappa_2}{\epsilon_2 \kappa_1}\right) \right] Q^*, \quad (12 \text{ в})$$

$$B_2^* = 2 \left(1 - \frac{\epsilon_2 \kappa_3}{\epsilon_3 \kappa_2}\right) e^{i\kappa_2 d} \cdot Q^*, \quad (12 \text{ г})$$

где

$$Q^* = \left(1 + \frac{\epsilon_2 \kappa_3}{\epsilon_3 \kappa_2}\right) \left(1 + \frac{\epsilon_1 \kappa_2}{\epsilon_2 \kappa_1}\right) e^{-i\kappa_2 d} + \left(1 - \frac{\epsilon_2 \kappa_3}{\epsilon_3 \kappa_2}\right) \left(1 - \frac{\epsilon_1 \kappa_2}{\epsilon_2 \kappa_1}\right) e^{i\kappa_2 d}$$

3. Если угол падения волны  $\theta$  превышает угол полного внутреннего отражения  $|4|, |7|$ , то

$$\kappa_2 = i \frac{2\pi}{\lambda} \sqrt{\epsilon_1 \sin^2 \theta - \epsilon_2} \equiv i\alpha, \quad (13)$$

как для ТМ-, так и для ТЕ - волны. В практически реализуемой ситуации  $\epsilon_1 = \epsilon_3 = \epsilon$ ;  $\epsilon_2 = 1$ . Принимая во внимание, что  $T = A_3$ ,  $R = B_1$  и учитывая (13), выпишем коэффициенты прохождения  $T_1$ , и отражения  $R_1$  для ТЕ - волны

$$T_1 = 4[\epsilon(\epsilon \sin^2 \theta - 1)] \cos^2 \theta \cdot W, \quad (14)$$

$$R_1 = (\epsilon - 1)^2 \sin^2 \alpha d \cdot W, \quad (15)$$

где

$$\frac{1}{W} = [(\epsilon + 1 - 2\epsilon \sin^2 \theta)^2 \operatorname{sh}^2 \alpha d + 4 \cos^2 \theta [\epsilon(\epsilon \sin^2 \theta - 1)] \operatorname{ch}^2 \alpha d]$$

Для ТМ - волны  $T_{II} = A_3^*$ ,  $R_{II} = B_I^*$ , так что с учетом (13)

$$T_{II} = 4 \cdot [\epsilon(\epsilon \sin^2 \theta - 1)] \cdot \cos^2 \theta \cdot W^*, \quad (I6)$$

$$R_{II} = [(\epsilon - 1)(\epsilon \sin^2 \theta - \cos^2 \theta)]^2 \cdot \operatorname{sh}^2 \alpha d \cdot W^*, \quad (I7)$$

где

$$\frac{1}{W^*} = \{[(\epsilon + 1) - (\epsilon^2 + 1) \cdot \sin^2 \theta]^2 \operatorname{sh}^2 \alpha d + 4 \cos^2 \theta [\epsilon(\epsilon \sin^2 \theta - 1)] \cdot \operatorname{ch}^2 \alpha d\}$$

Значения  $T$  и  $R$  в децибелах, вычисленные по формулам (14) - (17) при  $\theta = 45^\circ$  и  $\epsilon = 2.54$ , в зависимости от  $d/\lambda$  приведены ниже

$d/\lambda$	0.1	0.2	0.3	0.4	0.5	0.6	0.7	0.8	0.9	1.0
$T_I$	0.76	2.68	5.16	7.86	10.6	13.5	16.3	19.1	22.0	24.8
$R_I$	7.93	3.37	1.58	0.78	0.39	0.20	0.10	0.053	0.028	0.014
$T_{II}$	0.47	1.79	3.73	6.07	8.64	11.3	14.1	16.9	19.7	22.6
$R_{II}$	9.88	4.72	2.39	1.23	0.64	0.33	0.17	0.09	0.046	0.024

4. Укажем некоторые следствия, вытекающие из решения рассмотренной задачи.

А. Поле волны, выходящее за границу раздела плоских диэлектриков при полном внутреннем отражении дается формулой

$$E_2^y \approx e^{ik_2 z} = e^{-2k_1 z \sqrt{\epsilon_1 \sin^2 \theta - \epsilon_2}} \quad (16)$$

Соотношение (18) следует и из (7 а), и из (12 а) с учетом (13) при  $d \gg \lambda$ . Коэффициенты при экспоненте для ТЕ - и ТМ - волны порядка 1. При выполнении лабораторной работы  $\epsilon_1 = \epsilon_3 = 2.54$ ,  $\epsilon_2 = 1$  и  $\theta = 45^\circ$ . Подставляя в формулу (18) эти значения, получаем

$$E_2^y \approx e^{-3.37 d/\lambda} \quad (18 \text{ а})$$

Б. Плоскопараллельная диэлектрическая пластинка в вакууме максимально прозрачна для нормально падающей на нее электромагнитной волны, если толщина пластины  $d = \lambda/2$ . Это условие следует и из (7 в), и из (12 в), если при  $\epsilon_1 = \epsilon_3 = 1$  потребовать, чтобы  $B_I = B_I^* = 0$ .

В. Если электромагнитная волна падает нормально на поверхность раздела  $\theta = 0$  (см. рисунок), то наилучшая прозрачность слоистого диэлектрика достигается при

$$\epsilon_2 = \sqrt{\epsilon_1 \cdot \epsilon_3} \quad (19)$$

это соотношение известно обычно как условие просветления оптики. Формула (19) следует и из (7 в), и из (12 в), если при  $\theta = 0$  потребовать, чтобы  $B_I = B_I^* = 0$ .

www.phys.nsu.ru

5. Интересно отметить, что при решении квантово - механической задачи о прохождении частицы через барьер конечной протяженности /12/ возникает система уравнений, практически совпадающая с (6) и (11). Такое совпадение не случайно, ибо как описание волновых полей, так и граничные условия для них в обеих задачах весьма похожи. Таким образом, рассмотренное явление проникновения волны за границу раздела сред при полном внутреннем отражении является наглядной иллюстрацией туннельного эффекта в квантовой механике.

Подчеркнем, что приведенный расчет справедлив, если волна плоская и если размеры диэлектриков в плоскости  $XZ$  неограниченны. При нарушении любого из этих требований необходимо вводить поправки.

www.phys.nsu.ru

www.phys.nsu.ru

## Приложение 6.4

### СВЧ ГЕНЕРАТОР НА КЛИСТРОНЕ, СОГЛАСУЮЩИЕ И РЕГУЛИРУЮЩИЕ ЭЛЕМЕНТЫ, ИЗМЕРИТЕЛЬНАЯ ЛИНИЯ, ВОЛНОВОД, ПРИЕМНИКИ СВЧ ИЗЛУЧЕНИЯ

#### 1. Генераторы

В практикуме используется СВЧ излучение сантиметрового диапазона с длиной волны 1 - 5 см. В качестве генерирующих элементов применяются клистроны, лампы обратной волны (ЛОВ), диоды Ганна.

Генерирующий элемент вместе с блоком питания, обеспечивающим необходимые режимы его работы, и отрезком волновода, передающим излучение от генерирующего элемента к нагрузке (например, излучающему рупору), составляют собственно генератор СВЧ излучения.

Изменением величины напряжения отражателя (для клистрона), ускоряющего напряжения (ЛОВ) или напряжения питания (диод Ганна) можно регулировать в некоторых пределах частоту и мощность излучения.

Для используемых в практикуме клистронов и диодов Ганна пределы регулировки частоты  $\omega$  составляют 30 - 50 мГц, т.е. примерно  $10^{-4} \omega$ . Диапазон регулировки ЛОВ значительно выше. Например, используемые в практикуме свип-генераторы с ЛОВ в качестве генерирующего элемента позволяют регулировать частоту в пределах (30 - 40 %). В свип-генераторах принимаются специальные меры для обеспечения одинаковой амплитуды сигнала во всем диапазоне свипирования (изменения частоты).

Рассмотрим более подробно работу генератора с отражательным клистроном в качестве генерирующего элемента. Важнейший элемент клистрона - объемный резонатор, являющийся СВЧ аналогом обычного колебательного контура, используемого в радиочастотном диапазоне (рис. 1).

При достаточно высоких резонансных частотах катушка индуктивности  $L$  может состоять всего из одного витка (рис. 1 б). Дальнейшее уменьшение индуктивности может быть достигнуто параллельным включением двух, трех и более витков (рис. 1 в.). Нарастив число параллельно включенных витков, мы приходим к идее контура, индуктивность которого состоит из полого разрезанного по внутренней окружности тора, а роль конденсатора играют две сетки или две пластинки, "натянутые" на линию разреза внутренней окружности тора (рис. 1 г., на котором показан разрез тора). Это часть резонатор отражательного клистрона /4/.

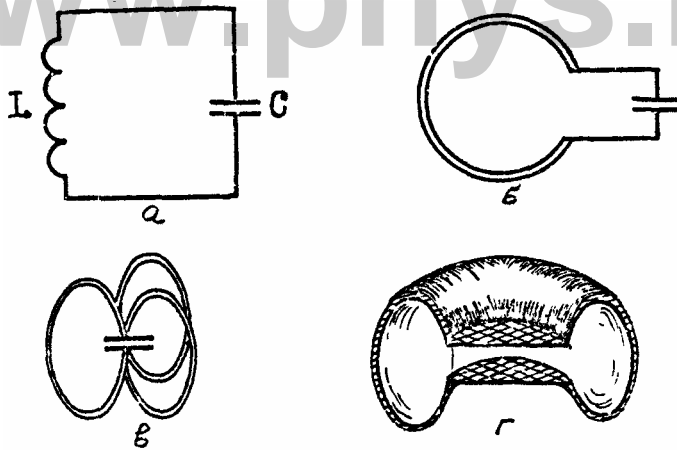


Рис.1. Разновидности колебательных устройств: а - контур с сосредоточенной индуктивностью и емкостью; б, в - контуры, в которых катушка индуктивности состоит из 1 или нескольких витков; г - объемный резонатор.

Если пропустить сквозь сетки или отверстия в пластинах резонатора сгусток электронов, то их объемный заряд наведет на сетках электрическое поле и в резонаторе возникнут затухающие электромагнитные колебания на собственной частоте резонатора. Чтобы колебания стали незатухающими, нужно периодически с интервалом, кратным периоду собственных колебаний резонатора, пропускать через него сгустки электронов.

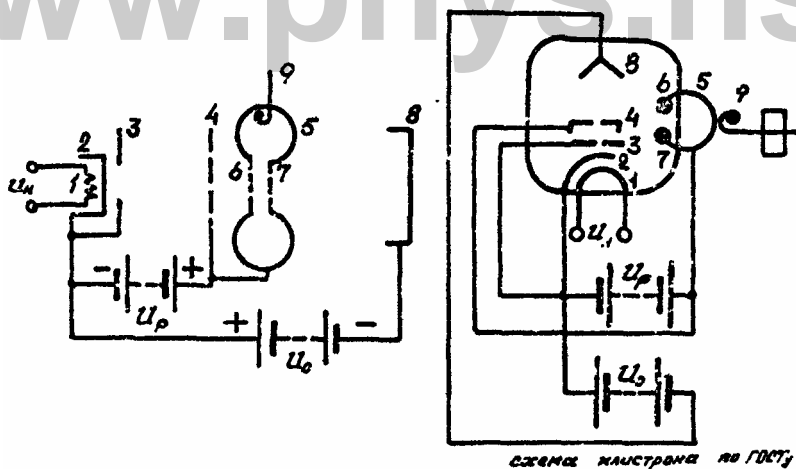


схема нарисована по ГОСТ

Рис.2. Схема отражательного клистрона: 1 - нить накала электронной пушки; 2 - катод; 3 - фокусирующий электрод; 4 - анод (ускоряющий электрод); 5 - резонатор; 6,7 - сетки резонатора; 8 - отражатель; 9 - петля связи клистрона с волноводом, служащая для вывода СВЧ энергии в волновод:  $U_n$  - напряжение накала;  $U_p$  - ускоряющее напряжение (напряжение на резонаторе);  $U_o$  - напряжение отражателя (элементы 1 - 4 составляют электронную пушку клистрона).

На рис.2, представлена схема отражательного клистрона. Электронный пучок, сформированный и ускоренный пушкой, проходит сквозь сетки 6 и 7 резонаторе и попадает в тормозящее поле отражателя 8. Если напряжение отражателя  $U_o$  достаточно велико, электроны полностью тормозятся в поле отражателя и возвращаются назад, проходя через резонатор 5 спустя некоторое время  $\tau$ , в течение которого они находились в пространстве отражатель-резонатор 8,5.

При определенных условиях в потоке возвращающихся электронов образуются сгустки плотности, поддерживающие колебания поля в резонаторе. Для этого нужно, чтобы сгусток приходил в резонатор в тот момент, когда электрическое поле в последнем находится в фазе, тормозящей электроны сгустка. В этом случае они передают свою кинетическую энергию полю резонатора.

Рассмотрим подробнее условия образования сгустков и генерации колебаний, будем для простоты считать расстояние между сетками резонатора  $l_p$  малым  $\omega_p l_p / v_e \ll 1$ ,  $\omega_p$  - собственная частота резонатора,  $v_e$  - скорость электронов, так что поле за время пролета резонатора электродом остается постоянным. Тогда, пройдя резонатор в момент времени  $t_p$ , электрон имеет энергию

$$W_e(t_p) = e(u_p + u_a \cos \omega t_p) = W_e(1 + M \cos \omega t_p),$$

$$W_e = e u_p, \quad u_a / u_p, \quad (1)$$

где  $u_a = E_p l_p$  - амплитуда напряжения на резонаторе. Будем считать режим генерации установившимся, отложив пока обсуждение переходного процесса. Если напряжение на отражателе велико, так что

$$|u_a| > u_p + u_a, \quad (2)$$

то все электроны останавливаются в некоторой точке пространства между резонатором и отражателем и возвращаются в резонатор и далее - в пушку (точнее, оседают на стенки лампы, анодную сетку и т.д.). Время пролета электрона от резонатора до точки остановки и обратно есть

$$\tau(t_p) = 2 \sqrt{2m W_e(t_p) / e E_0} \approx 2 \sqrt{\frac{2m W_e}{e E_0}} \left(1 + \frac{M}{2} \cos \omega t_p\right) = \tau_0 + \Delta \tau \cos \omega t_p, \quad (3)$$

$$M \ll 1, \quad W_e \ll mc^2, \quad (3)$$

где  $t_p$  - момент вылета из резонатора,  $E_0$  - напряженность тормозящего поля. Из условия сохранения заряда

$$J_0 dt_p = J(t) dt, \quad (4)$$

где  $t = t_p + \tau$ , получим значение тока в обратном потоке электронов:

$$J(t) = J_0 \frac{dt_p}{dt} = \frac{J_0}{1 - \alpha \sin \omega t_p}, \quad \alpha = M \sqrt{\frac{2m W_e}{e E_0}}. \quad (5)$$

Отсюда следует, что в обратном потоке возникает модуляция плотности (рис.3), причем

$$0 < \omega t_p < \pi, \quad J(t) > J_0,$$

$$\pi < \omega t_p < 2\pi, \quad J(t) < J_0. \quad (6)$$

Таким образом, плотность в обратном потоке повышена по сравнению с исходной, если электроны покидают резонатор в положительной фазе поля. Для поддержания генерации необходимо, чтобы сгусток электронов, вернувшись в

резонатор, встретил там тормозящее поле и отдал ему свою энергию. Очевидно, для этого нужно чтобы выполнялось условие

$$\begin{aligned} \omega \tau_0 &= 2\pi n, \quad n = 1, 2, 3, \dots \\ \omega \sqrt{2m u_p / E_0} &= \sin n. \end{aligned} \quad (7)$$

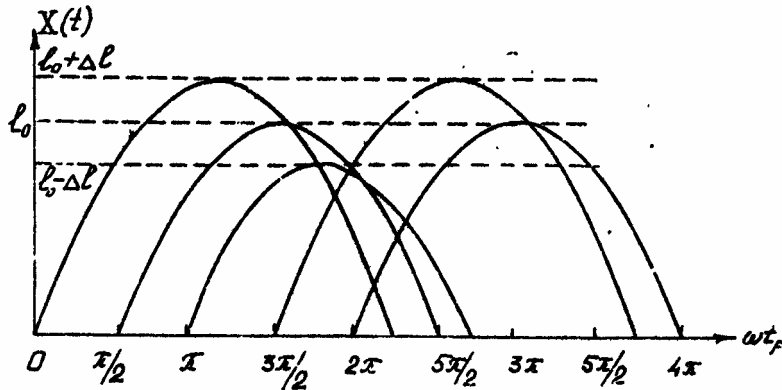


Рис.3. Зависимость координаты электрона от времени в пространстве резонатор – отрагатель  $l_0 = \hbar v_e / e E_0$ ,  $\Delta l = M l_0$  (при  $\omega \tau_0 = 2\pi$ ,  $\omega \Delta \tau = \pi/4$ )

Условие (7) записано для "идеального" электрона сгустка, стартующего в фазе  $\omega t_p = \pi/2$  (см. рис. 3). Ясно, что генерация будет поддерживаться в некотором интервале значений  $\omega \tau_0$ , пока хотя бы "один" электрон сгустка попадает в резонаторе в тормозящее поле:

$$\omega (\tau_0 \pm \Delta \tau) = 2\pi n.$$

Это означает, что при фиксированном значении  $u_p$ , возможны несколько зон генерации в зависимости от величины  $u_0$ , в пределах одной зоны генерации частота и мощность колебаний могут меняться в некотором диапазоне.

Примерный график зон генерации и частотной зависимости приведен на рис. 4.

## 2. Приемники (регистраторы) излучения

Приемным элементом СВЧ излучения является приемная антенна. Существует большое число типов антенн [2]. В практикуме используются в основном дипольные, штыревые и рупорные антенны.

Переменный ток, возникающий в антенне под действием электромагнитного поля СВЧ диапазона, трудно наблюдать непосредственно, например на экране осциллографа, из-за очень высокой частоты.



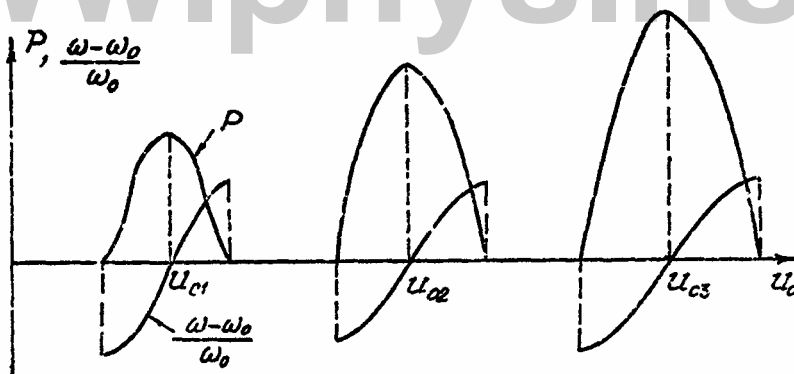


Рис.4. Зоны генерации отражательного клистрона:  $P$  - мощность излучения клистрона;  $\omega$  - частота излучения;  $\omega_0$  - частота излучения при напряжениях отражателя, соответствующих максимумам мощности

Поэтому принятый сигнал обычно детектируется с помощью СВЧ диодов. Процесс детектирования СВЧ сигнала сводится к его выпрямлению и усреднению по частоте  $\omega$ , что обеспечивается нелинейной характеристикой диода и наличием емкости в цепи регистратора. В качестве емкости, как правило, используется распределенная емкость соединительных проводов и элементов крепления диода.

Если СВЧ сигнал был предварительно модулирован более низкочастотным сигналом с частотой  $\Omega$ , то постоянная времени цепи детекторного диода  $\tau$  выбирается из условия  $\tau\omega \ll \tau \ll \tau\Omega$ . В этом случае усреднение происходит только по периоду СВЧ колебаний, а форма моделирующего сигнала передается в нагрузку практически без искажений.

Вольт-амперная характеристика обычных детектирующих СВЧ диодов, работающих в режиме малых сигналов, имеет квадратичный характер, т.е. ток, проходящий в цепи диода пропорционален квадрату приложенного к нему напряжения  $I_{\omega} = k \cdot U^2$ . В свою очередь, напряжение, приложенное к диоду, пропорционально напряженности СВЧ поля в той точке, в которую помещен диод (точнее, пропорционально составляющей напряженности СВЧ поля направленной вдоль оси диода). Поэтому прибор, включенный в цепь диода, показывает сигнал, пропорциональный не напряженности поля волны, а ее интенсивности (квадрату амплитуды).

В лаборатории используются три типа приемников: рупорный приемник, состоящий из приемного рупора 1 и детекторной головки 2 (рис.5.); дипольный приемник, состоящий из СВЧ диода, закрепленного на пенопластовом держателе, соединительных проводов и регистрирующего прибора, в качестве которого может использоваться микроамперметр или осциллограф (рис. 6.) и резонаторный приемник, состоящий из коаксиального перестраиваемого резонатора с СВЧ диодом (используется в измерительных линиях и частотомерах).

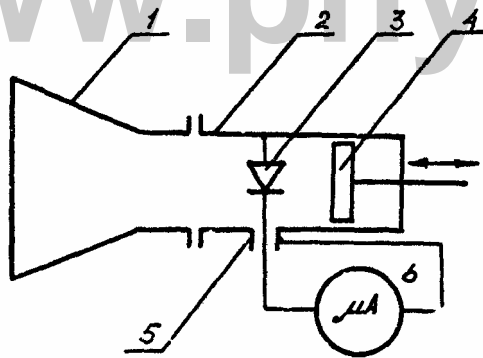


Рис. 5. Опорный приемник: 1 - рупор; 2 - детекторная головка; 3 - диод; 4 - поршень; 5 - коаксиальный разъем; 6 - регистрирующий прибор.

Рупорный приемник обладает хорошей направленностью и высокой чувствительностью, однако, большие размеры рупора не позволяют проводить измерения в точке. Для этой цели используется дипольный приемник. Более подробно параметры приемников рассмотрены в Приложении 5.

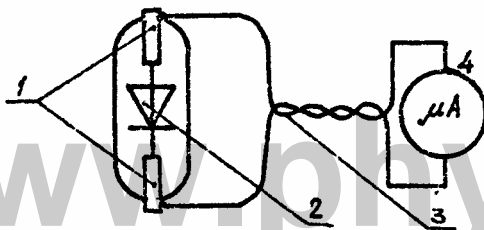


Рис. 6. Дипольный приемник: 1 - диполь; 2 - полупроводниковый кристалл диода; 3 - соединительные провода; 4 - регистрирующий прибор.

### 3. Волноводы. Согласующие и регулирующие элементы

В практикуме используются волноводы прямоугольного сечения, возбуждаемые на волне типа  $H_{10}$ . При данном типе волны электрическая компонента электромагнитного поля в волноводе не имеет составляющих вдоль осей  $x$  и  $z$ , а ее компонента  $Y$  максимальна в центре поперечного сечения волновода и спадает до нуля к его краям (рис. 7 б). Изменение величины  $E_y$  вдоль оси  $z$  в сечении 2-2 носит периодический характер, причем изменяется как величина, так и направление  $E_y$ . Магнитная компонента поля имеет составляющие  $H_x$  и  $H_z$  и не имеет составляющей  $H_y$  (рис. 7 в). Величина магнитного поля в сечении 1-1 не меняется. Вдоль оси  $z$  направление циркуляции вектора  $\vec{H}$  периодически меняется. На рис. 7 б и 7 в изображен "мгновенный снимок" распределения компонент поля. В волноводе, вдоль которого по оси  $z$  распространяется СВЧ волна, эта картина движется вдоль  $z$  с фазовой скоростью  $v_{\phi}$ .

Величина фазовой скорости  $v_{\phi}$  и длина волны в волноводе  $\lambda_B$  для волны типа  $H_{10}$  описываются соотношениями [3]:

$$v_{\phi} = \frac{c}{\sqrt{1 - (\lambda/2a)^2}}, \quad (8)$$

$$\lambda_B = \frac{\lambda}{\sqrt{1 - (\lambda/2a)^2}}, \quad (9)$$

где  $\lambda$  - длина волны в свободном пространстве  $\lambda = 2\pi c/\omega$ ;  $c$  - скорость света в вакууме;  $\omega$  - круговая частота СВЧ излучения, возбуждаемого в волноводе генератором.

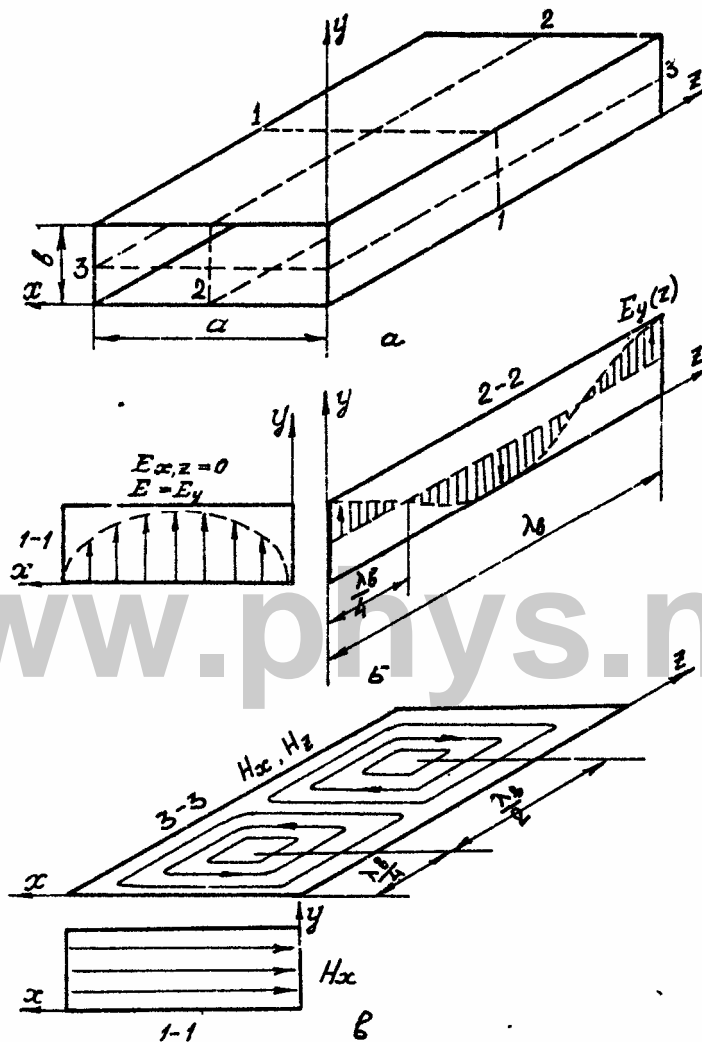


Рис. 7. Компоненты электромагнитного поля в прямоугольном волноводе, возбужденном на волне типа  $H_{10}$ : а-1-1, 2-2, 3-3 -характерные сечения волновода; а, в - размеры внутреннего сечения волновода вдоль широкой и узкой стенки соответственно; б, в - эпюры электрических и магнитных компонент поля в сечениях 1-1, 2-2, 3-3.

Из формулы (8) следует, что при изменении размера широкой стенки  $a$  изменяется фазовая скорость волны. Поэтому если вдоль широкой стенки волновода прорезана узкая щель, то поперечное сжатие волновода приводит к изменению размера  $a$  и соответствующее измерению фазы волны на выходе волновода. Этот эффект используется для устройства сжимных фазовращателей (рис.8).



Рис. 8. Сжимной фазовращатель (P - сжимающее усилие)

Для регулирования величины проходящей по волноводу мощности применяются аттенюаторы. Простейший аттенюатор представляет собой отрезок волновода, в который параллельно узкой стенке введена пластина диэлектрика с поглощающим покрытием (рис.9). Перемещая пластинку в зону большей или меньшей напряженности электрического поля, можно изменять количество поглощенной и соответственно проходящей энергии.

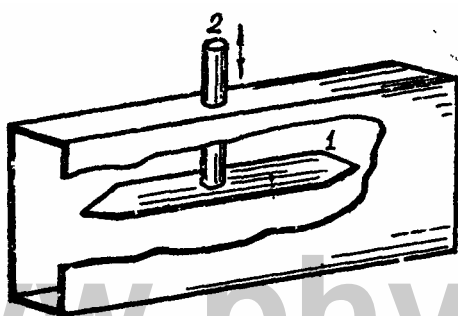


Рис. 9. Аттенюатор: 1 - поглощающая пластина; 2 - регулирующий стержень (стрелкой показано направлений перемещения пластины).

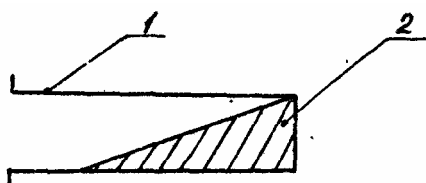


Рис. 10. Согласованная нагрузка: 1 - короткозамкнутый отрезок волновода; 2 - поглощающий диэлектрик.

Для устранения (уменьшения) отраженной волны в волноводном тракте используются различные устройства: согласованная нагрузка, ферритовый вентиль, аттенюатор и др.

Согласованная нагрузка представляет собой отрезок короткозамкнутого волновода, в котором размещена клинообразная пластина сильно поглощающего диэлектрика (рис. 10).

Волновое сопротивление вдоль канала изменяется постепенно, и по мере его изменения все большая часть энергии оказывается поглощенной клином.

Ферритовый вентиль предназначен для пропускания электромагнитной волны только в одном направлении вдоль оси  $z$ , указанном стрелкой на корпусе вентиля. Он представляет собой отрезок волновода, в котором параллельно узкой стенке размещена пластинка феррита. Снаружи волновода размещен постоянный магнит,

подмагничивающий феррит в определенном направлении, что обуславливает анизотропию его свойств по отношению к падающей и отраженной волнам.

#### 4. Измерительная линия. Частотомер (волномер)

Измерительная линия (рис. 11) конструктивно представляет собой отрезок волновода с узкой щелью, прорезанной вдоль широкой стенки по ее центру. Вдоль волновода перемещается каретка с зондовой головкой и системой отсчета величины перемещения. Зонд головки, выполняющий роль штыревой антенны, вводится в канал волновода и отводит часть энергии СВЧ поля в подстраиваемый коаксиальный резонатор. Резонатор связан отверстием связи с камерой детекторного диода, которая тоже может подстраиваться подвижным поршнем.

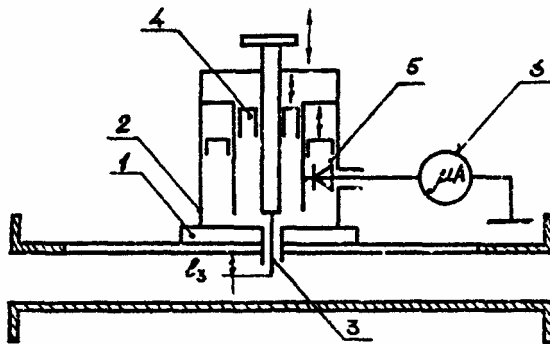


Рис. 11. Измерительная линия: 1 - каретка; 2 - зондовая головка; 3 - зонд; 4 - коаксиальный резонатор; 5 - камера детекторного диода; 6 - регистрирующий прибор;  $l_3$  - глубина погружения зонда.

Глубина погружения зонда определяет количество энергии, ответвляемое в резонатор, и соответственно уровень сигнала детектора. Однако с увеличением глубины погружения зонда возрастает возмущение, вносимое зондом в распределение поля в волноводе. Поэтому величина погружения зонда должна выбираться оптимальной для условий эксперимента.

Основным элементом частотомеров (волномеров) также является коаксиальный резонатор с детекторной секцией. Добротность резонатора волномера делается максимально высокой, так что сигнал в цепи детектора возникает только при точной настройке резонатора на частоту СВЧ поля. Ручка настройки резонатора совмещена со шкалой частотомера.

## Приложение 6.5

### ПЕРЕДАЮЩИЕ И ПРИЕМНЫЕ СВЧ АНТЕННЫ, ДИОД КАК ИНДИКАТОР ПОЛЯ, ЛИНЗЫ ДЛЯ СВЧ ИЗЛУЧЕНИЯ

#### 1. Антенны СВЧ. Индикатор поля

Вследствие обратимости уравнений электродинамики все основные параметры антенны одинаковы при ее работе как в режиме передачи, так и в режиме приема. Поэтому в дальнейшем мы будем говорить о приемной или передающей антенне, не оговаривая специально, что полученные формулы и графики одинаковы для обоих режимов работы данной антенны.

Основными характеристиками антенны являются ее рабочий диапазон частот, коэффициент передачи и направленность излучения /3/.

Распределение излучения в пространстве описывается диаграммой направленности - отношением интенсивности излучения по данному направлению к ее максимальному значению; величину

$$D(\theta, \varphi) = J(\theta, \varphi) / J_{max} \quad (1)$$

называют коэффициентом направленности.

**Элементарным вибратором** называется бесконечно малый элемент линейного тока. Ток в пределах такого элемента предполагается одинаковым по амплитуде и фазе. Поле элементарного вибратора в волновой зоне ( $r \gg \lambda$ ) - зоне излучения - описывается известными формулами дипольного излучения /4/. Напряженность полей  $\vec{E}$ ,  $\vec{H}$  убывает с расстоянием  $r$  как  $1/r$  и пропорциональна  $\sin\theta$ , так что

$$D(\theta) = \sin^2\theta \quad (2)$$

Векторы  $\vec{E}$  и  $\vec{H}$  лежат в плоскости, ортогональной вектору  $\vec{n}$  (рис. 1), и образуют с вектором  $\vec{n}$  правовинтовую тройку.

Диаграмма направленности элементарного вибратора обладает аксиальной симметрией относительно направления  $\vec{e}_z$  (рис. 2). Поле максимально в экваториальной плоскости ( $\theta = \pi/2$ ) и равно нулю в направлении вдоль оси вибратора ( $\theta = 0$ ).

**Симметричный вибратор.** Линейным симметричным вибратором называют два проводника, в разрыв которых введена ЭДС.

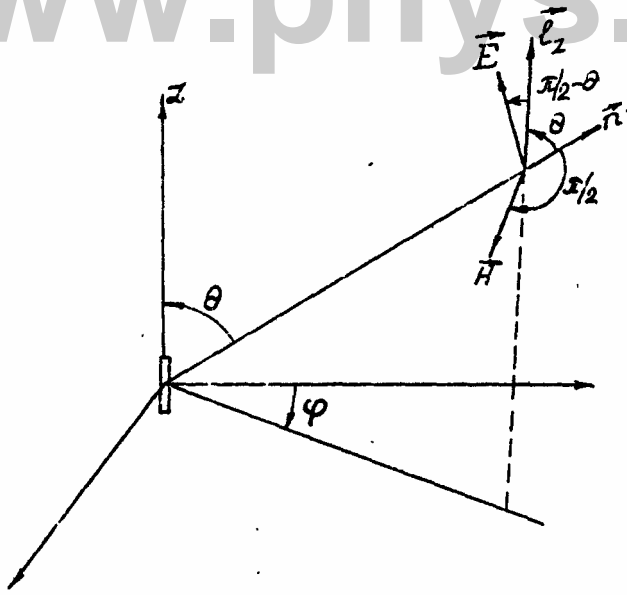


Рис. 1. Структура поля излучения элементарного вибратора

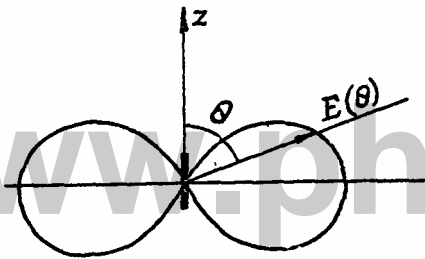


Рис. 2. Диаграмма направленности излучения точечного диполя

При гармонической зависимости ЭДС от времени в проводниках образуется стоячая волна тока с узлами на концах:  $l$  - длина проводника. Каждый элемент длины проводника  $dl$  излучает как элементарный вибратор, и поле излучения симметричного вибратора может быть определено как сумма полей таких элементарных вибраторов. Ясно, что диаграмма направленности симметричного вибратора также обладает аксиальной симметрией, а зависимость от угла  $\theta$  определяется отношением  $l/\lambda$  (рис. 3).

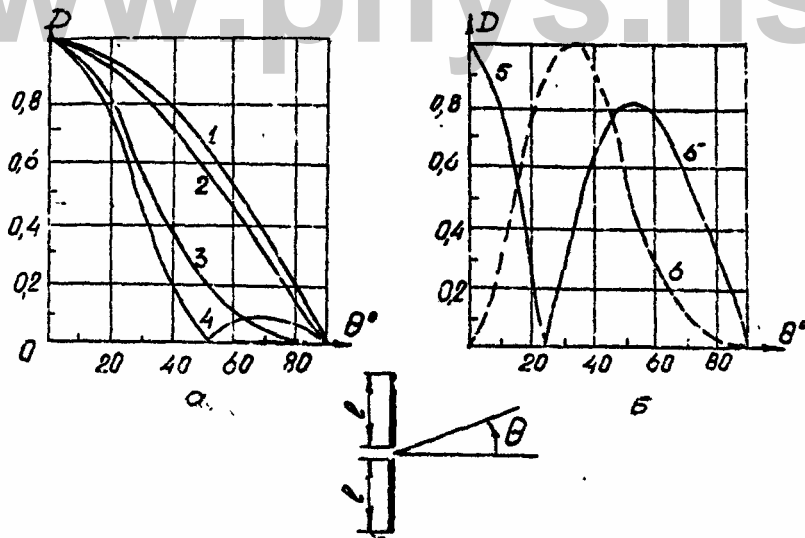


Рис. 3. Угловое распределение излучения симметричного вибратора /14; а - 1)  $l \ll \lambda$ , 2)  $l = \lambda/4$ , 3)  $l = \lambda/2$ ,  $l = 0,55\lambda$ , 4)  $l = \lambda/2$ ,  $l = 0,7\lambda$ , 5)  $l = \lambda$ .

**Короткий симметричный вибратор** ( $l \ll \lambda$ ), или точечный диполь, имеет такую же диаграмму направленности, как и элементарный вибратор.

С ростом относительной длины  $l/\lambda$  направленность излучения возрастает, однако при  $l > \lambda/2$  появляются боковые лепестки излучения. При  $l = \lambda$  излучение в экваториальной плоскости обращается в нуль, т.е. вибратор с длиной плеча, равной длине волны, не излучает (и не принимает сигнал) в поперечном направлении. Это важно иметь в виду при использовании индикатора поля, являющегося по существу симметричным вибратором.

**Индикатор поля.** В качестве основного измерителя (индикатора) поля в практикуме используются СВЧ диоды типа 2А202, Д406 и др., укрепленные на пенопластовом держателе. Выводы диода образуют симметричный вибратор, в разрыве которого расположен полупроводниковый кристалл.

В зависимости от длины волны исследуемого излучения соотношение  $l/\lambda$  для диода меняется, и соответственно изменяется его диаграмма направленности. Например, размер плеча диода 2А202 равен 0,72 см. При работе с излучением трехсантиметрового диапазона ( $\lambda = 3,2$  см) отношение  $l/\lambda = 0,225$ , т.е.  $l \sim \lambda/4$ , и диаграмма направленности индикатора близка к диаграмме точечного диполя. Однако если индикатор поля на основе данного диода применить для исследования поля излучения с длиной волны  $\lambda < 1,0$  см то  $l/\lambda \sim 1$  и направление максимальной чувствительности индикатора не лежит в его экваториальной плоскости (см. рис. 3), что следует учитывать при измерениях.

Индикатор поля на основе симметричного вибратора позволяет не только определить интенсивность поля, но и анализировать состояние поляризации волны.

**Рупорная антенна.** Для излучения волны с фронтом, достаточно близким к плоскому, в практикуме применяются рупорные антенны. Такая же антенны используются в качестве приемных, если необходимо регистрировать излучение малой интенсивности, так как легко осуществить рупорную антенну с хорошей направленностью и получить чувствительность индикатора на 1-2 порядка выше, чем у



симметричного вибратора.

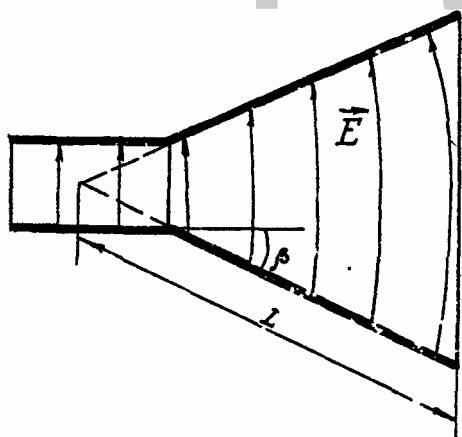


Рис. 4. Рупорная антенна.

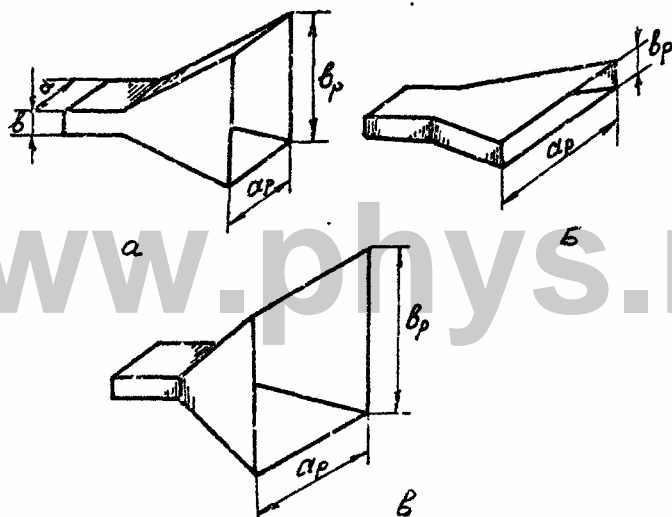


Рис. 5. Разновидности рупорных антенн: а - Е-плоскостная; б - Н-плоскостная; в - пирамидальная.

Рупорная антенна [3] представляет собой волновод с постепенно увеличивающимся сечением (рис. 4). При достаточно плавном изменении сечения (малом угле  $\beta$ ) и большом  $L$  обеспечивается достаточно большая синфазно возбужденная излучающая поверхность на выходе рупора, что резко повышает его направленные свойства.

В зависимости от того, в какой плоскости происходит расширение волновода, различают секториальные В-плоскостные, Н-плоскостные и пирамидальные рупорные антенны (рис. 5).

Направленность излучения рупорной антенны определяется дифракцией на выходной апертуре, так что характерный телесный угол, в котором сосредоточено излучение, есть

$$\Delta\Omega \sim \Delta\alpha \cdot \Delta\beta, \text{ где } \Delta\alpha \sim \lambda/a_p, \Delta\beta \sim \lambda/b_p. \quad (3)$$

Излучение открытого конца волновода. Излучение открытого конца волновода

имеет плохо выраженную направленность, и, в некотором приближении, открытый конец волновода можно считать точечным излучателем, т.е. использовать его для создания сферической волны. Диаграммы направленности открытого конца волновода приведены на рис. 6 (в полярной системе координат).

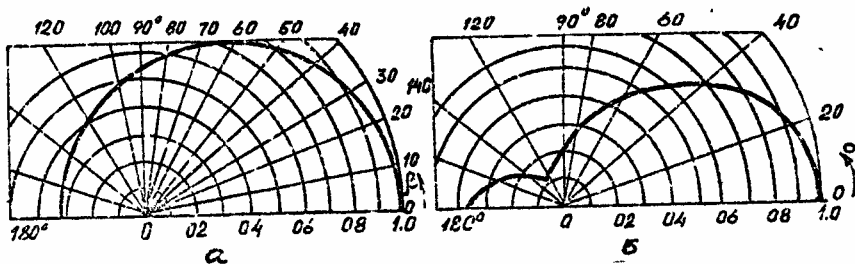


Рис. 6. Диаграммы направленности открытого конца волновода /14/: а - в плоскости Е; б - в плоскости Н.

Углы  $\alpha$  и  $\beta$  отсчитываются от направления оси  $z$  (вдоль волновода). Окружности линии, равной интенсивности излучения (в единицах интенсивности излучения вдоль оси  $z$ ). Как видно из рисунка, в плоскости Е (плоскость, проходящая через ось  $z$  параллельно вектору  $\vec{E}$  в волноводе) интенсивность излучения в направлении, перпендикулярном оси  $z$  (угол  $\beta = 90^\circ$ ), падает не более чем в два раза. Если размеры исследуемого объекта и расстояние от него до излучающего конца волновода таковы, что апертура падавшего на него излучения не превышает  $20^\circ$ , то с точностью 5 % интенсивность излучения в пределах апертуры постоянна. В плоскости Н (плоскость, перпендикулярная плоскости Е) сферичность излучения значительно хуже, что надо иметь в виду при измерениях.

## 2. СВЧ линзы.

Действие оптической линзы на языке физической оптики объясняется зависимостью фазовой скорости волны от показателя преломления среды, по которой она распространяется. Выбором конфигурация линзы можно подобрать набег фаз вдоль лучей так, что плоский фронт волны преобразуется в сферический (фокусировка), и наоборот. Из условия равенства оптических длин пути вдоль разных лучей, выходящих из фокуса  $F$  (рис. 7), получим уравнение поверхности линзы:  $r = f + n \cdot \Delta = r \cdot \cos \psi - f$ , где  $n$  - относительный показатель преломления вещества линзы. Отсюда уравнение поверхности линзы

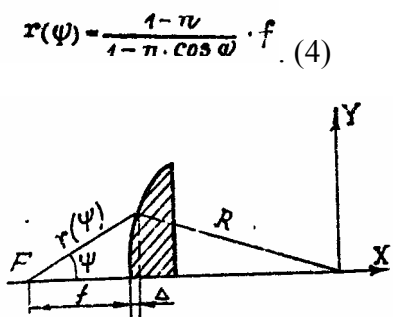


Рис. 7. К расчету профиля линзы

Если апертура линзы мала ( $\psi \ll 1$ ), уравнение (4) описывает сферическую

поверхность. Действительно, введя декартовы координаты с началом, отстоящим на расстоянии  $R$  от центра линзы, запишем

$$X = R + f - r \cdot \cos \psi, \quad Y = r \sin \psi,$$

откуда

$$r = \sqrt{(R + f - X)^2 + Y^2},$$

и из (4) получим

$$\sqrt{(R + f - X)^2 + Y^2} - n(R + f - X) = (1 - n)f. \quad (5)$$

Для  $\psi \ll 1$  справедливы неравенства  $R - X, Y \ll f$ . Поэтому из (5) следует приближенное уравнение поверхности линзы

$$\frac{Y^2}{2f} = (n - 1)(R - X) \quad (6)$$

которое совпадает с уравнением окружности радиуса  $R = (n - 1)f$ .

Расчет линз СВЧ диапазона полностью аналогичен приведенному выше. Но поскольку размер линз должен быть больше длины волны, то сплошные линзы типа оптических в СВЧ диапазоне применяются редко из-за их громоздкости и большого веса. Кроме того, в СВЧ диапазоне легко осуществить линзы, у которых показатель преломления меньше единицы. Линзы с показателем преломления  $n > 1$  называются замедляющими, а в случае  $n < 1$  - ускоряющими.

Широкое применение находят металлодиэлектрические (замедляющие) линзы и линзы из параллельных металлических пластин (ускоряющие). Последние часто используются для коррекции волнового фронта в рупорах, что позволяет сделать последние значительно короче при сохранении их направленности излучения.

Действие ускоряющих линз из параллельных пластин основано на том, что фазовая скорость волны, распространяющейся между проводящими пластинами, параллельными вектору  $\vec{E}$  равна, как и в прямоугольном волноводе

$$v_{\varphi} = \frac{c}{\sqrt{1 - (\lambda/2a)^2}}$$

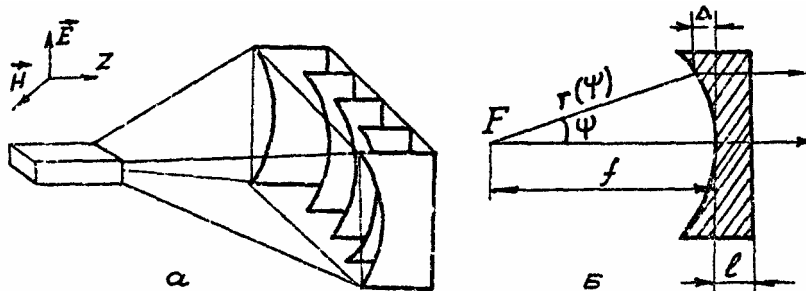


Рис. 8. Линза из параллельных пластин: а - схема линзы; б - профиль пластин линзы.

www.phys.nsu.ru  
 где  $a$  - расстояние между пластинами. Коэффициент преломления среды из параллельных пластин соответственно равен

$$n = \frac{c}{v_{\text{ф}}} = \sqrt{1 - (\lambda/2a)^2} \quad (7)$$

На рис. 8 приведена схема линзы из параллельных пластин для пирамидального рупора и геометрия пластины. В плоскости  $\mathbf{H}$  (плоскость  $\mathbf{HZ}$ ) размер пластин  $b$  изменяется, уменьшаясь к центру. В плоскости  $\mathbf{E}$  профиль линзы определяется уравнением (4), в котором  $n$  определен по формуле (7).

Во избежание возбуждения высших мод волны в линзе, расстояние  $a$  между пластинами обычно выбирают меньше  $\lambda$ . Однако с уменьшением  $a$  растет коэффициент отражения от линзы. Поэтому коэффициент преломления обычно выбирают равным 0,5, что соответствует расстоянию между пластинами  $a \approx 0,58\lambda$ .

Металлодиэлектрические замедляющие линзы представляют собой конструкцию из диэлектрика, заполненного с некоторой периодичностью металлическими частицами, размер которых вдоль вектора  $\vec{E}$  много меньше  $\lambda$ .

Под действием электрического поля волны такие частицы поляризуются, и их наведенный дипольный момент пропорционален  $\vec{E}$ . В результате диэлектрическая проницаемость такой среды (усредненная по всему объему) равна /5/, /14/:

$$\epsilon = 1 + \alpha N, \quad (8)$$

где  $\alpha$  - поляризуемость частиц, зависящая от ее формы,  $N$  - концентрация частиц. Величина  $\alpha$  частиц различной формы при их характерном размере вектора  $\vec{E}$  равном  $0,2\lambda$  может быть рассчитана по формулам /14/, представленным ниже.

форма частиц	формула
шар радиуса $a$	$\alpha = a^3$
тонкий диск радиуса $a$	$\alpha = 4a^3/3\pi$
эллипсоид вращения с большой осью $a \parallel \vec{E}$ и малой осью $b$	$\alpha = ab^2$

Конструктивно диэлектрику (например, пенопласт), в котором закреплены частицы, придается форма линзы необходимой геометрии.

www.phys.nsu.ru

## Приложение 6.6

### МЕТОДЫ ГЕНЕРАЦИИ СВЧ КОЛЕБАНИЙ

В работе 1 изучается принцип действия отражательного клистрона. Это, естественно, не единственный вакуумный прибор, предназначенный для генерации СВЧ колебаний. Существуют еще пролетные многорезонаторные клистроны, магнетроны, платинотроны и др. Во всех этих приборах осуществляется взаимодействие электронного потока с электрическим полем СВЧ резонаторов. Поэтому такие приборы получили название приборов с сосредоточенным взаимодействием. Отбор энергии у электронов происходит в результате взаимодействия модулированного по плотности электронного пучка с электрическим полем резонатора. Если сгусток электронов проходит резонатор в тормозящей фазе СВЧ поля, электроны отдают энергию полю, т.е. принцип генерации здесь тот же, что и в отражательном клистроне (см. работу 1).

Однако описанный принцип возбуждения СВЧ колебаний с помощью резонаторов не единственный и не лишен недостатков. Главными из них являются узкая полоса частот генерации ( $\Delta\omega \sim \omega_0/Q$ , где  $Q$  - добротность резонатора) и невозможность электрической перестройки частоты генерации в широком диапазоне. Этим недостаткам лишены СВЧ генераторы с так называемым распределенным взаимодействием электронного потока с полем бегущих электромагнитных волн (объемных и поверхностных).

Рассмотрим качественно взаимодействие прямолинейного электронного потока с полем бегущей электромагнитной волны. Необходимым условием для эффективного взаимодействия такого пучка электронов с электромагнитным полем является существование продольной составляющей электрического поля, т.е. вектор  $\vec{E}$  волны должен иметь составляющую вдоль вектора скорости электронов  $\vec{v}_0$ . Кроме того, необходимо, чтобы электроны длительное время находились в поле волны в точках с тормозящей фазой поля. В противном случае средний энергетический эффект взаимодействия электронов с волной будет равен нулю. Следовательно, эффективное взаимодействие возможно только с волнами, у которых фазовая скорость  $v_{\text{ф}}$  близка к скорости электронов. Этими двумя необходимыми свойствами обладают поверхностные волны в периодических структурах, так называемых замедляющих системах. В качестве замедляющих систем чаще всего используются спирали и их модификации, различные гребенки и встречно-штыревые системы (рис. 1).

Поверхностные электромагнитные волны в замедляющих системах, показанных на рис. 1, распространяются с малым затуханием вдоль оси  $z$  со скоростью  $v_{\text{ф}} \ll c$ . Вдоль оси  $y$  амплитуда медленной поверхностной волны экспоненциально убывает. Строгая постановка задачи о распространении электромагнитной волны вдоль замедляющей системы основана на решении уравнений Максвелла с периодическими граничными условиями на поверхности замедляющей системы. Из решения следует, что вдоль замедляющей системы электромагнитное поле представляет собой суперпозицию бесконечного числа поверхностных волн с одинаковой частотой – пространственных гармоник, волновые числа которых  $k_z$  могут принимать только дискретные значения.

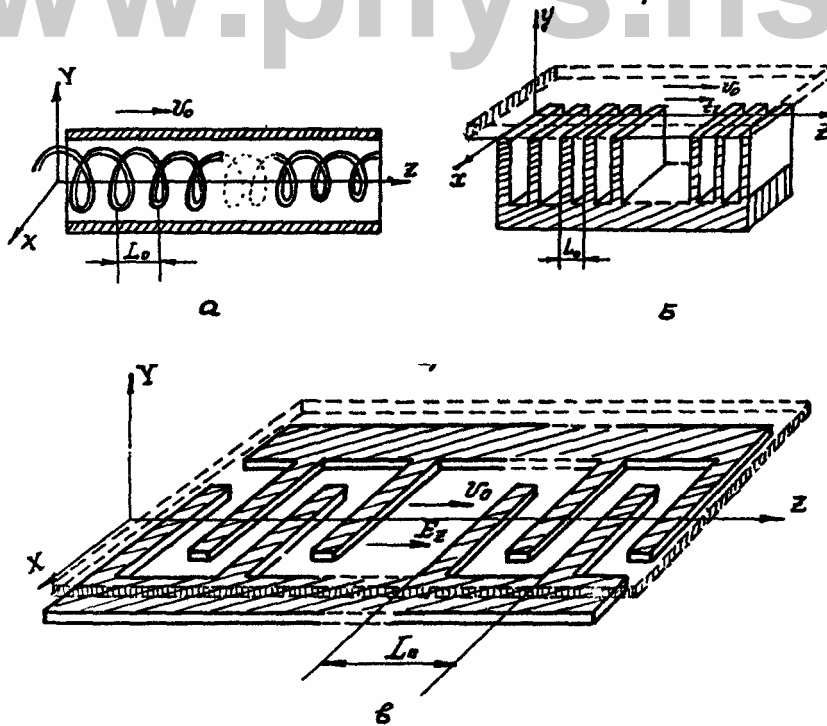


Рис. 1. Примеры замедляющих систем: а - спиральная замедляющая система; б - гребенка; в - встречно-штыревая замедляющая система.

Действительно, продольное электрическое поле  $E_z$  в периодических структурах, показанных на рис. 1, может быть представлено в виде

$$E_z(x, Y, z, t) = f(x, Y, z) \exp [i(\omega t - \kappa_0 z)], \quad (1)$$

где  $f(x, Y, z)$  - периодическая функция  $z$  с периодом  $L_0$ ,  $\kappa_0$  - волновое число, зависящее от геометрии замедляющей системы.

Если  $f(x, Y, z)$  разложить в ряд Фурье

$$f(x, Y, z) = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} g_n(x, Y) \exp(-i 2\pi n z / L_0), \quad (2)$$

где

$$g_n(x, Y) = \frac{1}{L_0} \int_0^{L_0} f(x, Y, z) \exp(i 2\pi n z / L_0) dz \quad (3)$$

и подставить (2) в (1), получим

$$E_z(x, Y, z, t) = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} g_n(x, Y) \exp i(\omega t - \kappa_n z), \quad (4)$$

где

$$\kappa_n = \kappa_0 + 2\pi n / L_0, \quad n = 0, \pm 1, \pm 2, \pm 3, \dots \quad (5)$$

Из (4) видно, что в бесконечной сумме бегущих волн вида  $\exp i(\omega t - \kappa_n z)$  волновые числа отличаются на величину, кратную  $2\pi/L_0$ , а их фазовые скорости соответственно равны

$$(v_{\phi})_n = \frac{\omega}{\kappa_n} = \frac{\omega}{\kappa_0 + 2\pi n/L_0} = \frac{\omega L_0}{\kappa_0 L_0 + 2\pi n}. \quad (6)$$

Волна, соответствующая  $n=0$ , называется основной волной с постоянной распространения  $\kappa_0$ . Волны с  $n = \pm 1, \pm 2, \dots$  и т.д. называются пространственными гармониками (модами). Так как сдвиг фазы на основной волне, приходящийся на период замедляющей системы,  $-\pi < \kappa_0 L_0 < \pi$  гармоники ( $n = -1, -2, \dots$ ) характеризуются фазовой скоростью  $(v_{\phi})_n < 0$ . Групповая скорость всех гармоник  $v_{gp} = \frac{d\omega}{d\kappa_n}$  равна групповой скорости основной волны  $v_{gp0} = \frac{d\omega}{d\kappa_0}$ , так как из (5) следует, что

$$d\kappa_n = d\left(\kappa_0 + \frac{2\pi n}{L_0}\right) = d\kappa_0.$$

Для большинства периодических систем при  $0 < L_0 \kappa_0 < \pi$   $v_{gp} = \frac{d\omega}{d\kappa_n} > 0$ . Следовательно, для отрицательных обратных пространственных гармоник фазовая и групповая скорости направлены в противоположные стороны (аномальная отрицательная дисперсия в оптике) (Это обстоятельство будет чрезвычайно важно при обсуждении различий ЛБВ и ЛОВ).

Фазовые скорости пространственных гармоник в замедляющих системах в зависимости от их геометрии могут быть на два порядка меньше скорости света при  $L_0 \ll \lambda_0 (v_{\phi})_0 < c$ . Поэтому добиться примерного равенства фазовой скорости волны и дрейфовой скорости электронов (синхронизма) не представляет труда даже при достаточно малой энергии электронов и низком ускоряющем напряжении ( $10^2 \leq u \leq 10^4$  В).

Так как взаимодействие электронов происходит с поверхностной электромагнитной волной, электронные пучки должны быть прижаты к поверхности замедляющих систем. Это достигается конструированием специальных электронных пушек и фокусировкой электронов в продольном постоянном магнитном поле с помощью магнитов или соленоидов. Так в случае спиральной замедляющей системы геометрия электронного пучка представляет собой полую трубку внутри или вне спирали, а в случае гребенок и штырей - электронный пучок формируется в виде тонкой ленты.

Рассмотрим сначала качественную картину взаимодействия электронного потока с электромагнитной волной. Пусть для простоты продольное электрическое поле (поле одной из пространственных гармоник) имеет вид  $E_z = E_1 \sin(\omega t - \frac{\omega}{(v_{\phi})_n} z)$  и в начальный момент времени  $t = 0$  будет иметь постоянную амплитуду вдоль оси  $z$ , так как это показано на рис. 2 а. Плотность электронов  $n_0$  в потоке при  $t = 0$  также не зависит от координаты. Если скорость электронов  $v_0 = (v_{\phi})_n$ , то поток неподвижен относительно волны, но под действием сил со стороны электрического поля самой волны (на рис. 2 а силы показаны стрелками) сначала возникает модуляция потока по скорости, а затем и по плотности (рис. 2 б). При этом в плоскости  $B$  соберутся электроны с участков  $AB$  и  $BC$ , в плоскости  $D$  - электроны с участков  $CD$  и  $DE$  и т.д.

Таким образом, в плоскостях  $B, D$  образуются сгустки электронов, а в плоскостях  $A, E$  - разряжения. Пусть теперь скорость электронов несколько превышает  $(v_{\phi})_n$ .

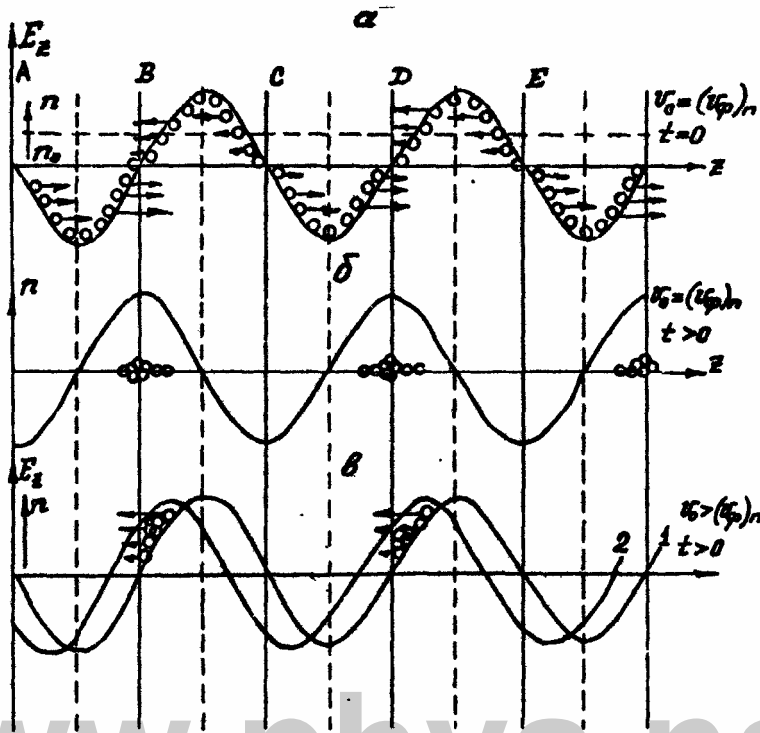


Рис. 2. Распределение электрического поля в плотности электронов вдоль замедляющей системы: а - при полной синхронизме  $v_0 = (v_{\phi})_n$  в начальные моменты времени  $t=0$ ; б - группировка электронов в сгустки при полном синхронизме (распределение плотности электронов в потоке); в - распределение поля (1) и плотности при  $v_0 > (v_{\phi})_n$ .

Тогда сгустки электронов будут перемещаться относительно волны слева направо и, попадая в тормозящую фазу электрического поля, начнут отдавать свою кинетическую энергию волне, т.е. волна начнет возрастать по амплитуде вдоль  $z$  и будет реализован режим усиления. Таким образом, сгусток, движущийся несколько быстрее, чем волна, группируется так, что он преимущественно отдает свою энергию полю волны.

Слишком большое превышение скорости электронного пучка над  $(v_{\phi})_n$  приводят к расфокусировке сгустков и исчезновению рассматриваемого эффекта. Расчеты показывают, что допустимое превышение  $\Delta v_0 = v_0 - (v_{\phi})_n$  может быть не более

$$0 < \Delta v_0 < v_0 \left( \frac{\omega_p}{\omega} \right)^2, \quad (7)$$

где

$\omega_p = \left( \frac{4\pi n_0 e^2}{m_e} \right)^{1/2}$  - собственная плазменная частота электронного пучка;  $e, m_e$  - заряд и масса электрона соответственно,  $n_0$  - концентрация электронов в невозмущенном пучке. Так как

$$\omega_p \ll \omega, \text{ то и } \Delta v \ll v_0$$

Строгое решение задачи о взаимодействии электронных пучков с бегущими



поверхностными волнами в замедляющих системах основано на совместном решении системы уравнений Максвелла, уравнения движения электрона и уравнения непрерывности. Простейшая линейная теория взаимодействия электронов с электромагнитной волной в замедляющей системе покоится на предположении, что переменные составляющие скорости электронов  $v_z$ , плотности  $n_z$ , тока  $J_z$  и поля  $E_z$  значительно меньше соответствующих постоянных составляющих  $v_0, n_0, J_0, E_0$  в невозмущенном пучке, ( $E_0$  - поле, соответствующее ускоряющему напряжению  $U_0$ ) и взаимодействие происходит только с одной из пространственных гармоник поля. В результате исключения амплитуд всех переменных составляющих получается условие совместности рассматриваемой системы уравнений в виде соотношения

$$F(\omega, k'_n) = 0. \quad (8)$$

Соотношение (8) представляет собой уравнение третьей степени относительно  $k'_n$  и носит название дисперсионного уравнения. Если (8) имеет комплексный корень

$$\text{Im } k'_n < 0, \quad (9)$$

то амплитуда электромагнитной волны нарастает вдоль оси  $z$  что соответствует усилению волны.

Приборы, в которых реализуется взаимодействие электронных потоков с бегущими электромагнитными волнами, получили название приборов с распределенным взаимодействием. Типичными усилителями, работа которых основана на этом принципе, являются лампы бегущей волны (ЛБВ), а генераторами - лампы обратной волны (ЛОВ). В ЛБВ осуществляется взаимодействие пучка с положительными (прямыми) пространственными гармониками поля, почти не обладающими дисперсией, у которых фазовая и групповая скорости направлены в сторону движения электронного пучка. Преимущество ЛБВ перед клистроном состоит в том, что эти лампы могут усиливать электромагнитные колебания в широкой диапозоне частот ( $\Delta\omega/\omega \approx 2$ ). В ЛОВ происходит взаимодействие с отрицательной (обратной) пространственной гармоникой поля. Обратные пространственные гармоники обладают аномальной дисперсией, т.е.  $v_{\phi} = f(\omega)$  и с ростом частоты их фазовая скорость увеличивается. В силу того что фазовая и групповая скорости этих гармоник направлены в противоположные стороны, автоматически выполняется необходимое условие для возбуждения автоколебаний - существование положительной обратной связи между входом и выходом и лампы обратной волны чаще всего используются в качестве генераторов. Из-за наличия дисперсии перестройка частоты в ЛОВ - генераторах происходит простым изменением ускоряющего напряжения.

Схематически устройство ЛБВ представлено на рис. 3. Принципиальная схема устройства ЛОВ аналогична ЛБВ с той разницей, что отсутствует входное устройство, а выходное находится у "пушечного" конца.

Современные ЛБВ и ЛОВ широко используются в диапазоне дециметровых, сантиметровых, миллиметровых и субмиллиметровых длин волн и генерируют излучение мощностью от милливатт до сотен киловатт.

Эффективное взаимодействие электронных потоков с поперечными быстрыми электромагнитными волнами ( $v_{\phi} \approx c$ ) также может быть осуществлено при условии, что электронные пучки имеют периодическую в пространстве траекторию. На практике

чаще всего используют винтовые электронные пучки, которые создаются впрыскиванием электронов в пространство взаимодействия под углом к постоянному магнитному полю, и трахоидальные пучки, которые формируются в скрещенных постоянных электрических и магнитных полях. В таких системах ток вдоль поля  $\vec{E}$  представляет периодическую функцию координаты. Следовательно, ток можно представить набором пространственных гармоник с разными фазовыми скоростями и добиться синхронизма одной из пространственных гармоник тока с бегущей незамедленной электромагнитной волной.

В последнее время достигнуты большие успехи в создании усилителей электромагнитных колебаний СВЧ диапазона с использованием распределенного взаимодействия электронных потоков с поверхностными акустическими волнами в твердом теле (твердотельные ЛБВ).

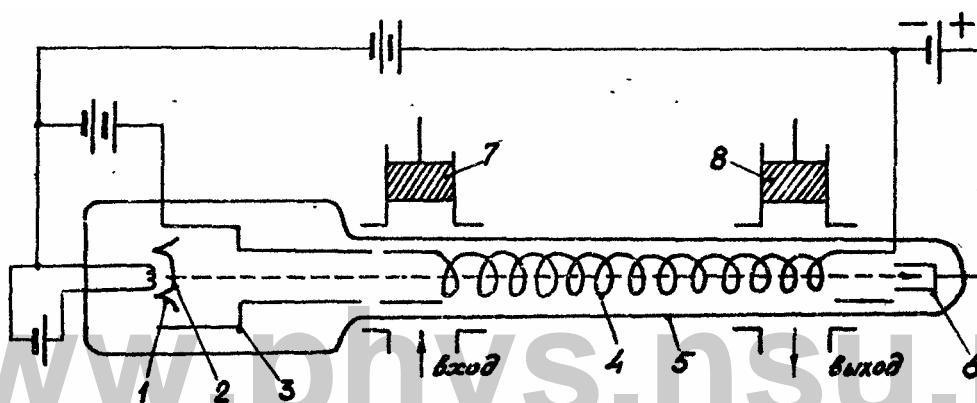


Рис. 3. Схематическое устройство ЛБВ: 1 - электрод; 2 - катод; 3 - анод; 4 - проводящая спираль; 5 - металлический экран; 6 - коллектор; 7-8 - поршни.

В таких приборах электромагнитные колебания сначала преобразуются в поверхностные звуковые колебания в пьезоэлектриках. Из-за пьезоэффекта распространяющаяся поверхностная звуковая волна сопровождается возникновением продольного электрического поля. Так как фазовая скорость звука в твердом теле мала, то нетрудно добиться синхронизма звуковой волны с электронным пучком, двигающимся вблизи поверхности. Взаимодействие электронов с пьезополем в этом случае ничем не отличается от взаимодействия с поверхностной медленной волной замедляющих систем в ЛБВ. Усиленное электрическое поле приводит к усилению звука, который на выходном конце снова преобразовывается в электрические колебания или в электромагнитную волну.

Твердотельные генераторы СВЧ колебаний. Диоды Ганна.

Несмотря на большие успехи, достигнутые вакуумной электроникой в области создания СВЧ генераторов и усилителей, в настоящее время все заметнее возрастает роль полупроводниковых приборов, выполняющих те же функции. Недостатком вакуумных СВЧ генераторов являются большие габариты и масса, большое энергопотребление. Так, например, в ЛОВ для фокусировки пучков необходимо использовать тяжелые и громоздкие постоянные магниты и соленоиды. Для создания нужной скорости дрейфа электронов необходимы высоковольтные источники постоянного напряжения, которые обладают большими размерами и весом. Кроме того, значительная часть энергии тратится на подогрев термоэмиссионных катодов и создание фокусирующих магнитных полей в соленоидах.

Полупроводниковые генераторы лишены всех этих недостатков, они миниатюрны, обладают малым весом, не требуют мощных источников питания и легко сопрягаются с канализирующими системами в СВЧ диапазоне. Однако генерируемая ими мощность гораздо меньше, чем мощность вакуумных приборов. Наибольшее распространение в настоящее время получили лавинно-пролетные диоды и диоды Ганна. Принцип их работы заключается в использовании неустойчивостей полупроводниковой плазмы (электронов и дырок) в сильных электрических полях. Мы ограничимся кратким описанием работы диодов Ганна в качестве генераторов СВЧ колебаний.

Для того чтобы понять, как работает генератор Ганна, необходимо ознакомиться с элементарными сведениями о зонной структуре полупроводников и механизме переноса тока в твердом теле.

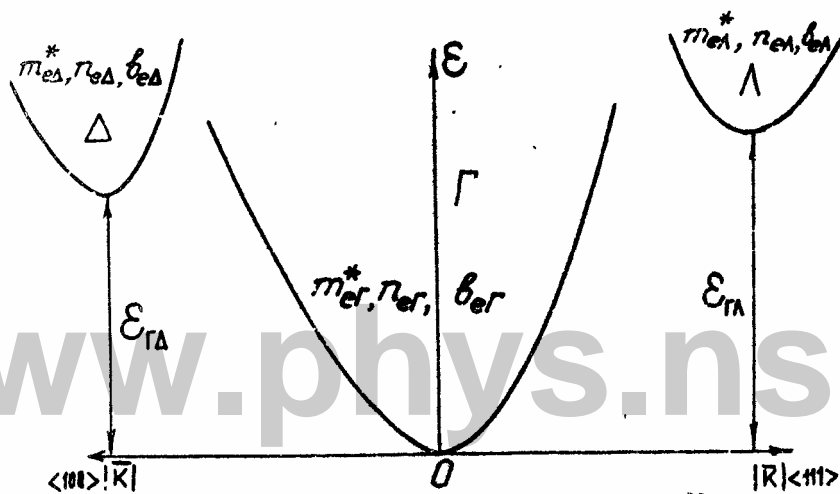


Рис. 4. Зона проводимости арсенида галлия

Известно, что электроны в полупроводнике обладают совершенно другой, по сравнению с электронами в вакууме, так называемой эффективной массой  $m_e^*$ . Эффективная масса электрона в твердом кристаллическом теле характеризует его движение в кристаллической решетке и характер взаимодействия с ней. По абсолютному значению  $m_e^*$  может быть на несколько порядков меньше или больше массы свободного электрона. Для определения эффективной массы  $m_e^*$  требуется знание закона дисперсии электронов, т.е. зависимость их энергии  $\epsilon$  от квазиимпульса  $\hbar\nu$ . Подробное обоснование с квантомеханической точки зрения существования эффективной массы, закона дисперсии и определенной зонной структуры можно найти в дальнейших курсах по теории твердого тела и теории полупроводников.

Зависимость энергии электрона  $\epsilon$  от его волнового вектора в зоне проводимости арсенида галлия ( $GaAs$ ) при комнатной температуре приведена на рис. 4 (зонная структура).

Из рис. 4 видно, что зона проводимости состоит из трех долин  $\Gamma, \Lambda, \Delta$ . Абсолютный минимум  $\Gamma$ - долины лежит при  $\vec{k} = 0$  в направлении кристаллографических осей  $\langle 111 \rangle$  и  $\langle 100 \rangle$ . Боковые минимумы  $\Lambda$  и  $\Delta$ - долин лежат соответственно на осях  $\langle 111 \rangle$  и  $\langle 100 \rangle$  и энергетические зазоры между основными и боковыми минимумами соответственно равны  $\epsilon_{\Gamma\Lambda} = 0,5$  эВ и  $\epsilon_{\Gamma\Delta} = 0,36$  эВ. В каждой

www.phys.nsu.ru  
 долине электроны обладают своей эффективной массой  $m_{\Gamma}^*$ ,  $m_{\Delta}^*$ ,  $m_{\Sigma}^*$  и соответственно подвижностями  $\nu_{\Gamma}$ ,  $\nu_{\Delta}$ ,  $\nu_{\Sigma}$ .

Рассмотрим теперь, что происходит с электронами в зоне проводимости, если в полупроводнике с такой зонной структурой создать внешнее достаточно сильное электрическое поле. При достаточно малой концентрации электронов ( $n \approx 10^{15} \text{ см}^{-3}$ ) в зоне проводимости в равновесном состоянии все электроны сосредоточены на дне  $\Gamma$ -долины. При приложении электрического поля средняя энергия электронов увеличивается и значительная часть электронов поднимается вверх по шкале энергий внутри  $\Gamma$ -долины. Наконец, при еще больших полях энергия электронов может превысить зазор  $\epsilon_{\Gamma\Delta}$  и в этом случае начнет заполняться  $\Delta$ -долина. Вольт-амперная характеристика (ВАХ) такого процесса показана на рис. 5.

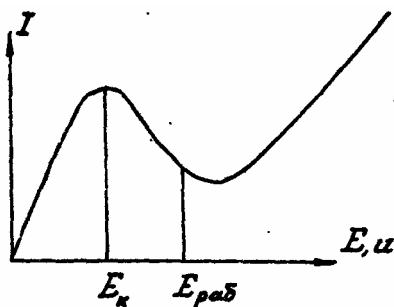


Рис. 5. Вольт-амперная характеристика диода Ганна

Чтобы объяснить такой вид вольт-амперной характеристики, достаточно учесть, что при переходе в  $\Delta$ -долину, эффективная масса электрона резко возрастает, а подвижность не менее резко падает. В слабом электрическом поле ток определяется электронами, находящимися только в  $\Gamma$ -долине;

$$J = e \nu_{\Gamma} n_{\Gamma} E,$$

а в сильном электрическом поле электронами как в  $\Gamma$  так и в  $\Delta$ -долинах

$$J = e (\nu_{\Gamma} n_{\Gamma} + \nu_{\Delta} n_{\Delta}) E.$$

Так как полная концентрация электронов сохраняется  $n_0 = n_{\Delta} + n_{\Gamma}$ , то при резком уменьшении подвижности электронов переход в  $\Delta$ -долину приведет к уменьшению тока с ростом электрического поля  $E$ . Вольт-амперная характеристика приобретает "N-образный" вид, и возникает участок с отрицательной дифференциальной

проводимостью  $\sigma_d = \frac{dJ}{dE}$ .

Среды, в которых существует  $\sigma_d < 0$  с многозначностью по току, оказываются неустойчивыми по отношению к однородному распределению электрического поля. Термодинамически более выгодным оказывается распределение поля с одним или несколькими скачками, т.е. в такой среде возникают области сильного и слабого поля (электрические домены). Наличие  $\sigma_d < 0$  и N-образной ВАХ является необходимым, но не достаточным условием образования доменов. Для того чтобы домены возникли в реальных образцах арсенида галлия, необходимо выполнить еще два условия: первое – образец должен находиться в режиме генератора напряжения по отношению к внешней цепи питания (т.е.  $R_{\text{обр}} \gg R_{\text{вн.цепи}}$ ) и второе – толщина  $d$  образца в направлении тока должна быть меньше поперечных размеров. Последние два условия являются достаточными для возбуждения электрических доменов в тонких образцах арсенида галлия или другого подходящего полупроводника. Возникновение доменов поля из-за междоменного перераспределения электронов в электрическом поле носит название

www.phys.nsu.ru

www.phys.nsu.ru

эффекта Ганна, по имени его первооткрывателя, американского физика.

Неоднородное распределение электрического поля ведет к неоднородному распределению зарядов в полупроводнике и расслоению электронной плазмы в образце. Существует много вариаций перераспределения объемного заряда в конкретных полупроводниковых образцах, которые зависят от геометрии, равновесной плотности электронов, температуры решетки и т.д.

Рассмотрим простейшее распределение поля и объемного заряда в классических опытах Ганна, так называемый дипольный домен Ганна. Допустим, что в начальный момент времени к образцу приложено напряжение, которое создает поле  $E_0$ , при котором  $\sigma_d$  может оказаться отрицательной. Поле у контактов будем полагать таким же, как и в объеме. Пусть из-за тепловой флуктуации в какой-то точке образца группа электронов сместилась в сторону катода и создала отрицательный объемный заряд. В области, откуда ушли электроны остался некомпенсированный объемный заряд положительно ионизованных доноров. Поле в области рассматриваемой флуктуации возрастет. При наличии  $\sigma_d < 0$  такая флуктуация будет нарастать, так как средняя дрейфовая скорость электронов в области высокого поля уменьшается. В результате произойдет накопление электронов перед областью высокого поля (со стороны катода) и уменьшение за ней (со стороны анода). Образовавшийся локальный домен поля представляет собой дипольную структуру - область со стороны катода обогащена электронами, а область со стороны анода - обеднена. На рис. 6 показано распределение объемного заряда  $n - n_0$  и напряженности поля  $E$  по координате для двух случаев: а) большая равновесная концентрация приводит к образованию симметричного домена; б) малая равновесная концентрация электронов приводит к образованию домена в форме прямоугольного треугольника /15/.

www.phys.nsu.ru

Расчеты и эксперимент показывают, что пороговое поле  $E_{пор}$  при котором возникает  $\sigma_d < 0$  равно 3 кВ/см. Амплитуда поля в домене может достигать значений более чем на 2 порядка превышающих первоначальное поле в образце  $E_0 > E_{кр}$ , так как полное напряжение на образце сохраняется, то при возникновении домена поле вне домена  $E_x$  должно уменьшаться, т.е.  $E_x < E_0$ . Формирование дипольного домена не приводит к возникновению стационарного состояния. Дипольный домен дрейфует от катода к аноду со скоростью  $v_d = \mu E_x$ . Через время  $t_0 = d/\mu E_x$ , где  $d$  - толщина образца в направлении тока, домен дойдет до анода, пространственный заряд рассосется, домен перестанет существовать и в образце восстановится однородное распределение электрического поля  $E_0$ . (Здесь имеется в виду, что домен образовался вблизи катода. Это всегда реально и наблюдается из-за технологических особенностей приготовления контактов.) Следующая флуктуация приводит снова к образованию домена, его движению и уничтожению на аноде и т.д. Таким образом, ток через полупроводниковый образец приобретает форму пиков, как это показано на рис. 7. Эти пики строго периодичны, если место образования домена одно и то же.

В случае если образец длинный и неоднородный, происходит образование доменов в разных местах и ток через образец носит характер интенсивных квазишумовых колебаний.

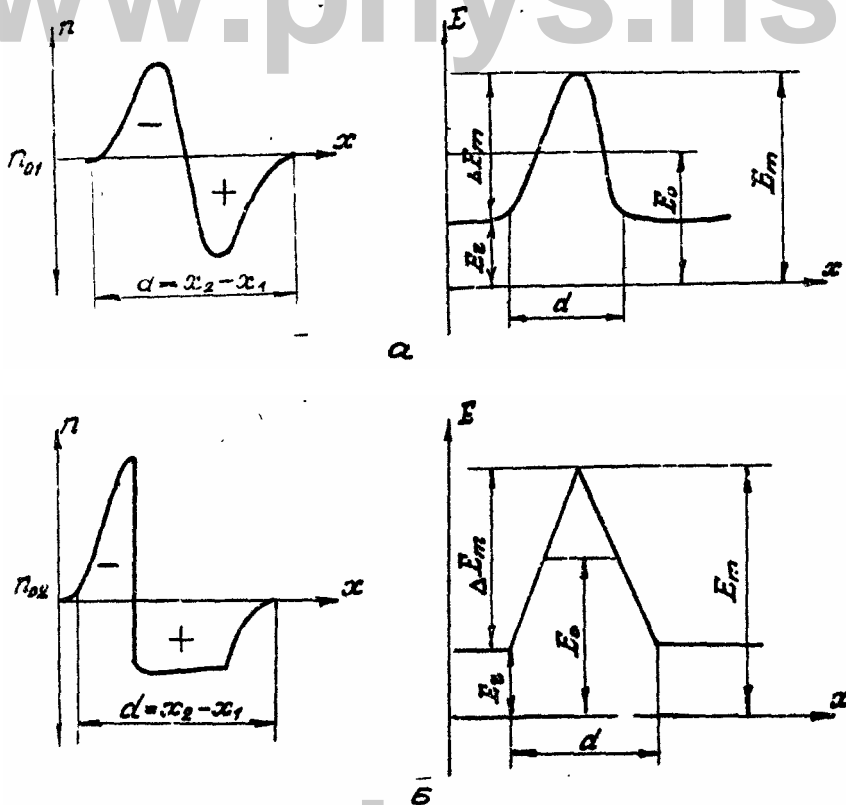


Рис. 6. Распределение концентрации  $n$  и электрического поля  $E$  в дипольных доменах Ганна: а - симметричный домен при высокой равновесной концентрации электронов  $n_{01}$ ; б - несимметричный домен при достаточно низкой равновесной концентрации электронов  $n_{02}$ ;  $E_0$  - поле до образования домена;  $E_m$  - полное поле в домене;  $E_z$  - поле вне домена;  $d$  - ширина домена.

Если такой образец (диод Ганна) поместить в резонатор с собственной частотой порядка  $1/T_0$ , то колебания тока с частотой  $f = \frac{1}{T_0}$  в диоде будут возбуждать в резонаторе интенсивные электромагнитные колебания на той же частоте. Возникшее СВЧ поле в резонаторе будет, в свою очередь, оказывать стабилизирующее воздействие на периодический процесс возбуждения и гашения домена.

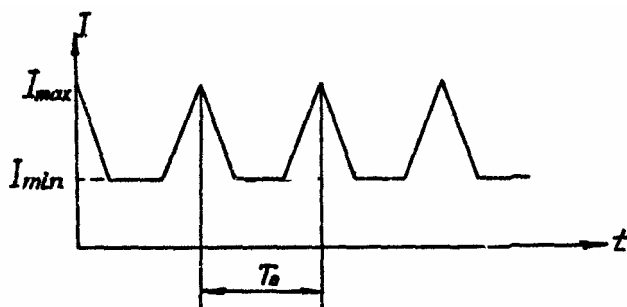


Рис. 7. Форма тока в диода Ганна при прохождении доменов через образец

Система, состоящая из резонатора с помещенным в нем диодом Ганна, называется генератором Ганна.

Генераторы Ганна в настоящее время широко используются в измерительной

www.phys.nsu.ru

аппаратуре в диапазоне частот от 1 до 250 ГГц с выходной мощностью от сотен микроватт до нескольких ватт. Дальнейшее повышение частот в диодах Ганна ограничивается принципиальными физическими трудностями.

В заключение отметим, что спектр токовых неустойчивостей в СВЧ диапазоне полупроводниковой плазмы достаточно широк и в целях создания генераторов СВЧ колебаний могут быть использованы лавинно-пролетная неустойчивость, туннельный эффект, неустойчивость поверхностных ленгмюровских волн и т.д.

Методы генерации СВЧ колебаний, рассмотренные в данном приложении, подробно освещены в работах /15 - 20/.

www.phys.nsu.ru

www.phys.nsu.ru

## Лабораторная работа 6.1

### ОСНОВНЫЕ ЭЛЕМЕНТЫ И УСТРОЙСТВА, ИСПОЛЬЗУЕМЫЕ В ТЕХНИКЕ СВЧ

К СВЧ диапазону электромагнитного излучения обычно относят область частот от  $10^9$  Гц до  $3 \cdot 10^{11}$  Гц, соответствующую длинам волн от 30 см до 1 мм.

Большая по сравнению с видимым светом длина волны СВЧ излучения делает простыми и наглядными эксперименты, относящиеся к изучению законов физической оптики, и облегчает студентам постановку и проведение самостоятельных экспериментов. Для успешной работы в практикуме необходимы хорошее понимание принципа действия основных элементов и узлов СВЧ техники и практическое освоение приемов работы с ними, умение получать и регистрировать излучение с заданными параметрами (длиной волны, частотой, поляризацией, интенсивностью, формой фронта и т.п.) и измерять эти параметры.

#### Цель работы.

Знакомство с такими элементами и устройствами СВЧ техники, используемыми в практикуме, как:

- генератор и приемники СВЧ диапазона;
- волноводы, согласующие и регулирующие элементы;
- измерители частоты и длины волны.

Принцип действия и назначение этих элементов и устройств подробно описаны в приложениях 4, 5, 6.

#### Задание 1. Изучение работы клистронного генератора

1.1. Соберите схему, изображенную на рис. 1. Исходное состояние приборов: ручки аттенюаторов 6, 7 в крайнем левом положении (минимум затухания); чувствительность осциллографа 10<sup>-5</sup> (5 - 20) мВ/дел.; измерительная линия 17 нагружена на согласованную нагрузку.

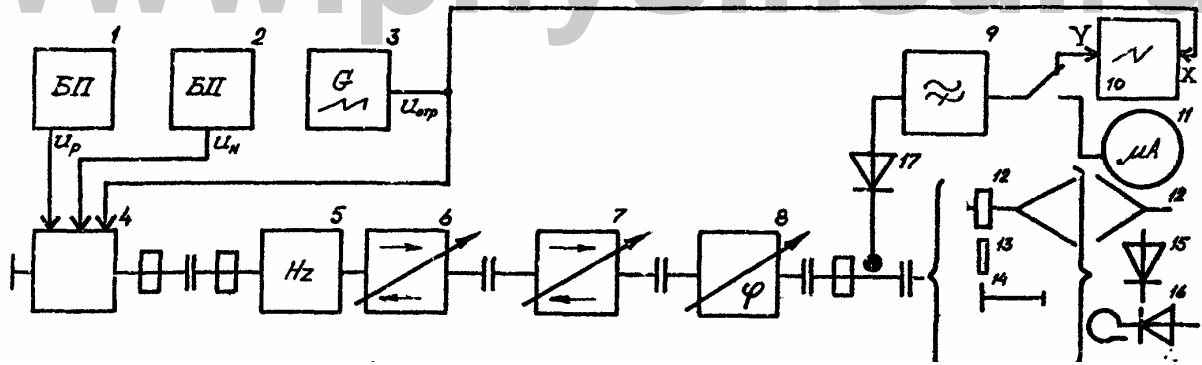
1.2. Включите источники накала 2 и напряжения отражателя 3. **ВНИМАНИЕ!** Блок питания резонатора 1 включите только после минутного прогрева накала.

1.5. После прогрева клистрона 4 и включения 1 регулировкой зонда 17 добейтесь устойчивой картины зон генерации клистрона на экране осциллографа (5-6 зон). Зарисуйте осциллограмму.

1.4. В режиме ручной регулировки 3 определите напряжения  $U_{отр}$ , соответствующие максимумам мощности зон генерации. Для наибольшей по мощности зоны генерации снимите зависимость мощности (в относительных единицах) и частоты от напряжения отражателя

$$P = P(U_{отр}) \text{ и } f = f(U_{отр})$$





Клистронный генератор с волноводом, аттенюаторами, измерительной линией и излучателем: 1 - блок питания резонатора ( $U_p \leq 300$  В); 2 - блок питания накала ( $U_n = 6,3$  В); 3 - генератор пилообразного напряжения-блок питания отражателя ( $U_{отр} \leq 200$  В); 4 - секция клистронного генератора; 5 - частотомер со встроенным аттенюатором -6; 7 - аттенюатор типа Д5-1, Д5-5, Д5-10; 8 - фазовращатель; 9 - фильтр высокой частоты, снабженный переключателем детектора в положения "микроамперметр" или "осциллограф"; 10 - осциллограф; 11 - микроамперметр; 12 - рупор; 13 - заглушка; 14 - согласованная нагрузка; 15 - детектор; 16 - рамка с током; 17 - измерительная линия.

## Задание 2. Изучение работы измерительной линии

Если измерительная линия 17 (см. рисунок) нагружена на согласованную нагрузку 14, то в волноводном тракте распространяется бегущая волна. Распределение энергии вдоль линии (по оси  $Z$ ) в случае бегущей волны однородно, поэтому показания детектора измерительной линии 17 не должны зависеть от перемещения зонда вдоль нее. Из-за неидеальности сочленения различных отрезков (секций) волноводного тракта и неидеальности характеристик согласованной нагрузки в местах сочленения возникает частичное отражение волн. Суперпозиция падающей и отраженных волн приводит к образованию стоячих волн. В стоячей волне распределение энергии поля вдоль волновода неоднородно и имеет максимумы (пучности) и минимумы (узлы), чередующиеся с пространственным периодом  $\lambda/4$  (где  $\lambda$  - длина волны в волноводе). Чисто стоячая волна образуется лишь при равенстве амплитуд падающей и отраженной волн и постоянстве их фазовых соотношений. В противном случае образуется частично стоячая волна. Характер стоячей волны описывается коэффициентом стоячей волны КСВ или обратной величиной - коэффициентом бегущей волны КБВ /4/.

$$КСВ = \left| \frac{E_{max}}{E_{min}} \right|^2, \quad (1)$$

где  $E_{max}$ ,  $E_{min}$  - амплитуда напряженности поля в пучности и узле соответственно.

Заметим, что в измерительной технике для оценки стоячей волны часто используют не энергетические, а амплитудные соотношения. В этом случае в формуле (1) в правой части стоит отношение амплитуд, а не их квадратов. Определенные таким образом коэффициенты называют коэффициентами стоячей (бегущей) волны по напряжению и обозначают соответственно КСВН (КБВН). Для характеристики отражения часто используют также и другие величины: коэффициент отражения  $R$  /4/ .

$$R = \left| \frac{E_{отр}}{E_{пад}} \right|^2 \quad (2)$$

и коэффициент отражения по амплитуде  $\rho$

$$\rho = \left| \frac{E_{отр}}{E_{пад}} \right|, \quad (3)$$

где  $E_{пад}$  и  $E_{отр}$  - амплитуды падающей и отраженной волны соответственно. К сожалению, не всегда оговаривают, какой именно коэффициент отражения имеется в виду, отчего может возникнуть терминологическая путаница. Величина КСВН и  $\rho$  связаны соотношением

$$КСВН = \frac{1 + \rho}{1 - \rho} \quad \text{и} \quad \rho = \frac{КСВН - 1}{КСВН + 1}. \quad (4)$$

Используя формулу (4), определите  $\rho$  и  $R$  по измеренному значению КСВН.

## 2.1. Измерение КСВ в волноводном тракте

Измерьте КСВ для следующих видов нагрузки линии:

- согласованная нагрузка 14;
- металлическая заглушка 13;
- диэлектрическая пластина;
- открытая линия;
- аттенюатор 7 с металлической пластиной (при различной степени затухания, установленной аттенюатором).

**Указание.** При проведении измерений обратите внимание на смещение узлов (пучностей) относительно точки отражения. Результаты используйте для определения величины сдвига фазы волны при отражении.

## 2.2. Градуировка детектора

В качестве детектора в измерительной линии используются СВЧ диоды, вольт-амперная характеристика которых подобна вольт-амперной характеристике диодов, используемых нами в качестве приемников поля в свободном пространстве. Обычно весьма важно знать, какой величине пропорциональны показания детектора: напряженности поля или его интенсивности (квадрату напряженности). Измерительная линия позволяет произвести градуировку детектора, т.е. установить характер зависимости его показаний от величины напряженности электрического поля волны.

Для градуировки используется тот факт, что напряженность электрического поля в стоячей волне при КСВ = 1 описывается /4/ известной формулой

$$E(Z) = 2 E_0 \sin \frac{2\pi}{\lambda} Z, \quad (5)$$

где  $E_0$  - амплитуда напряженности поля падающей волны;  $\lambda$  - длина волны в волноводе;  $Z$  - координата, отсчитываемая вдоль направления распространения волны в волноводе.

Снимите зависимость показаний тока детектора  $J_d$  от координаты  $Z$ . Проверьте квадратичность характеристики детектора.

#### Указания.

1. За нулевой отсчет  $Z$  ( $Z=0$ ) следует принять координату узла стоячей волны. Измерения провести для значений  $Z$ , изменяющихся в интервале  $\Delta Z \geq \lambda$ , сняв показания, по крайней мере, в 15 точках.

2. Вольт-амперная характеристика детекторных СВЧ диодов близка к квадратичной: ток  $J_d$ , диода, помещенного в электрическое поле  $E$  волны, определяется формулой

$$J_d = kE^2. \quad (6)$$

Для выяснения соответствия ожидаемой (формула (6)) и измеренной характеристик диода постройте график зависимости  $\sqrt{J_d}$  от параметра  $\xi = E(Z)$ ;  $\xi$  определяется соотношением (5), а величина  $J_d$  может быть выражена в произвольных единицах.

### 2.3. Изучение свойств ферритового вентиля

1. С помощью измерительной линии 17 измерьте КСВ, обусловленный включением в волноводный тракт ферритового вентиля в проходном и непроходном направлениях. Вентиль подключите к выходу 17.

2. Оцените уровень пропускания вентиля в непроходном направлении. Для этого выходной конец вентиля, подсоединенного к линии в проходном направлении, заглушите металлической пластиной и сравните полученное значение КСВ с его величиной, измеренной без пластины.

#### Отчет по работе должен содержать:

- осциллограмму зон генерации;
- графики зависимости мощности и частоты от напряжения отражателя для выбранной зоны генерации;
- измеренные значения КСВ для рекомендованных в 2.1 нагрузок;
- графики зависимости  $J_d(Z)$  и  $J_d(\xi)$ .

#### Контрольные вопросы

1. Определите возможный диапазон перестройки частоты клистронного генератора.

2. Каким образом можно осуществить амплитудную или частотную модуляции СВЧ колебаний, генерируемых клистроном?

3. Как должны быть расположены излучающие и неизлучающие щели на волноводе?

4. Будет ли изменяться длина волны в волноводе при изменении размера узкой стенки волновода?

[www.phys.nsu.ru](http://www.phys.nsu.ru)

5. Предложите способ измерения диэлектрической проницаемости диэлектрика с помощью измерительной линии.

[www.phys.nsu.ru](http://www.phys.nsu.ru)

[www.phys.nsu.ru](http://www.phys.nsu.ru)

## Лабораторная работа 6.2

### ИЗУЧЕНИЕ МЕТОДОВ ИЗМЕРЕНИЯ ХАРАКТЕРИСТИК СВЧ ВОЛН В СВОБОДНОМ ПРОСТРАНСТВЕ

Основными характеристиками электромагнитной волны является форма ее фронта, спектр, интенсивность и состояние поляризации. В СВЧ технике очень легко осуществить источник линейно поляризованной монохроматической волны. Если в волноводе возбуждена мода  $H_{10}/1/$ , вектор электрического поля направлен перпендикулярно широкой стенке и на открытом торце волновода (или присоединенного к нему рупора) излучается линейно поляризованная монохроматическая волна. Несколько сложнее в лабораторных условиях обеспечить в СВЧ диапазоне плоский фронт волны. Для этого применимы те же способы, что и в оптике (рис. 1).

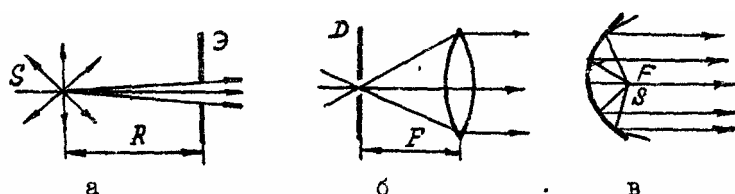


Рис. 1. Методы формирования плоской волны: *a* - ограничение участка фронта волны на большом расстоянии от точечного источника; *б* - малая диафрагма, размещенная в фокусе линзы; *в* - точечный источник в фокусе параболического зеркала.

Применение метода *a* в условиях учебной лаборатории ограничено малой мощностью источников СВЧ излучения в соответствии с требованиями техники безопасности. Применение метода *в* затруднено в лабораторных условиях из-за того, что диаметр зеркала должен быть много больше длины волны излучателя. Наилучшие результаты при получении плоской волны в условиях лаборатории дает применение рупора и различного типа СВЧ линз.

В СВЧ технике важным элементом источников и приемников излучения является антенна (передающая и приемная соответственно). Именно её качество определяют такие параметры излучения, как состояние поляризации, форма волнового фронта, интенсивность поля в заданной точке и т.п. Без умения обеспечить и контролировать эти параметры невозможно грамотно проводить эксперименты по физической оптике.

#### Цель работы

Изучение методов получения свободной электромагнитной волны СВЧ диапазона и измерения её основных параметров (длина волны, форма фронта, состояние поляризации, интенсивность).

#### Задания

**1. Измерьте длину волны, интенсивность и состояние поляризации СВЧ волны в свободном пространстве**

**Указания.** 1. Установите проводящий экран перпендикулярно оси симметрии волнового поля излучателя (оси  $Z$ ) так, чтобы она пересекала экран вблизи его центра. Измеряя с помощью индикатора поле образовавшихся при этом стоячих волн, получите характеристики поля излучения СВЧ волны в свободном пространстве.

2. Учтите при измерениях диаграмму направленности полуволнового вибратора /3/.

3. Исследуйте картину стоячих волн как в центре отражающей плоскости (на оси  $Z$ ), так и вблизи ее краев.

4. Проверьте экспериментально, как зависит точность измерения длины волны от угла между осью  $Z$  и перпендикуляром к экрану.

5. Проверьте распределение поля вдоль оси  $Z$  без экрана и оцените, как влияет неоднородность этого распределения на точность измерения.

## **2. Исследуйте диаграммы направленности рупора и симметричного вибратора (дио́да)**

**Указания.** 1. Диаграмму направленности вибратора измерьте, вращая его в плоскости, определенной вектором напряженности поля  $E$  волны и осью  $Z$  так, чтобы при этом середина вибратора находилась на оси  $Z$ .

2. Диаграмму направленности излучающего рупора в плоскостях  $E$  и  $H$  /3/ можно снять, перемещая приемник в соответствующей плоскости. При каждом измерении приемник следует располагать так, чтобы он показывал максимальный сигнал. В качестве приемника рекомендуется использовать как индикатор поля, так и приемный рупор с детектором. Результаты, полученные с помощью обоих приемников, сравните и объясните разницу. При снятии диаграммы направленности рупора в плоскости  $E$  проще повернуть излучающий рупор с помощью волноводной скрутки таким образом, чтобы вектор  $E$  находился в горизонтальной плоскости.

3. Диаграмму направленности вибратора (дио́да) и рупора постройте в полярных координатах. Определите по ней полуширину лепестка излучения.

## **3. Исследуйте зависимость длины волны в пространстве между проводящими плоскостями от расстояния между ними**

**Указания.** 1. В начале качественно исследуйте, как влияют на длину волны пластины, параллельные векторам  $E$  или  $H$ . Метод определения длины волны в пространстве между пластинами предложите самостоятельно.

2. Снимите зависимость  $\lambda(d)$ , где  $d$  - расстояние между пластинами, и сравните с теоретической формулой

$$\lambda(d) = \lambda / \sqrt{1 - (\lambda/2d)^2}$$

3. Определите экспериментально критическое значение  $d_{кр}$ .

4. Качественно исследуйте влияние дифракции на поле волны вблизи краев экранов и отверстий.

www.phys.nsu.ru

**Отчет по работе должен содержать:**

- график интенсивности поля в стоячей волне и измеренную длину волны в свободной пространстве;
- диаграммы направленности вибратора и рупора с расчетными значениями полуширины диаграмм;
- график зависимости  $\lambda(d)$ .

www.phys.nsu.ru

www.phys.nsu.ru

### Лабораторная работа 6.3

## ИЗУЧЕНИЕ ЗАКОНОВ ОТРАЖЕНИЯ И ПРЕЛОМЛЕНИЯ ЭЛЕКТРОМАГНИТНОЙ ВОЛНЫ НА ГРАНИЦЕ ДВУХ ДИЭЛЕКТРИКОВ

При прохождении электромагнитной волны через границу двух диэлектрических сред с разными показателями преломления происходит деление падающей волны на отраженную и преломленную. Такое поведение волны объясняется тем, что переменное электромагнитное поле падающей волны возбуждает вынужденные колебания заряженных частиц (в основном электронов) среды, которые становятся источниками излучения вторичных электромагнитных когерентных волн той же частоты. В результате интерференции падающей и вторичных волн образуется отраженная и преломленная волна, интенсивность которой зависит от угла падения, показателей преломления сред и состояния поляризации падающей волны. Плоскостью поляризации будем считать плоскость, в которой лежит вектор  $\vec{E}$ .

### Цель работы

Изучение законов отражения и преломления плоской монохроматической волны СВЧ диапазона на границе диэлектриков (воздух - оргстекло). Изучение изменения состояния поляризации волны в зависимости от угла падения и взаимного расположения плоскости поляризации и плоскости падения.

Рассмотрим задачу о прохождении плоской монохроматической волны через границу двух полупространств (рис. 1), занятых однородными изотропными диэлектриками с диэлектрической проницаемостью  $\epsilon_1$  и  $\epsilon_2$ . На частотах СВЧ диапазона ( $f \sim 10^{10}$  Гц) любые вещества имеют  $\mu = 1$ . Будем полагать также, что диэлектрики абсолютно прозрачны для рассматриваемой волны

$$E = E_0 \exp[i(\omega t - \vec{k} \vec{r})],$$

где  $E_0$ ,  $\omega$  - амплитуда и частота волны,  $\vec{K}$  - волновой вектор,  $\vec{r}$  - радиус-вектор.

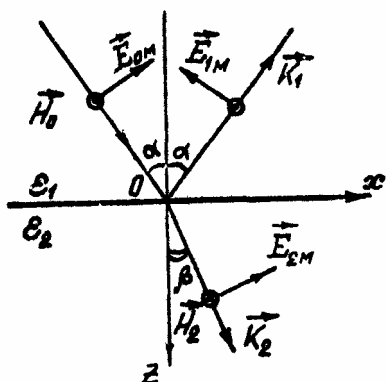


Рис. 1. Электромагнитная волна на границе двух диэлектриков

Решение уравнений Максвелла для рассматриваемого случая, приведенное в работах [4, 9, 10], дает полную информацию об отраженной и преломленной волне:



1. Частота волны не изменяется при ее отражении и преломлении  $\omega = \omega_1 = \omega_2$ .
2. Волновые векторы отраженной  $\vec{k}_1$  и преломленной  $\vec{k}_2$  волн лежат в плоскости падения (плоскость  $XZ$  на рис. 1).
3. Угол падения  $\alpha$  равен углу отражения  $\alpha_1$  - закон отражения.
4. Отношение синусов углов падения  $\alpha$  и преломления  $\beta$  равно отношению показателей преломления граничащих сред:

$$\frac{\sin \alpha}{\sin \beta} = \frac{n_2}{n_1} \quad \text{- закон преломления, где } n_1 = \sqrt{\epsilon_1}, \quad n_2 = \sqrt{\epsilon_2}.$$

5. Отношение амплитуд отраженной  $E_1$  и преломленной  $E_2$ , волн к амплитуде падающей  $E_0$  зависит от коэффициентов преломления  $n_1$  и  $n_2$ , угла падения  $\alpha$ , состояния поляризации падающей волны и описывается формулами Френеля:

$$\rho_M = \frac{E_{1M}}{E_{0M}} = \frac{\operatorname{tg}(\alpha - \beta)}{\operatorname{tg}(\alpha + \beta)}, \quad (1)$$

$$\tau_M = \frac{E_{2M}}{E_{0M}} = \frac{2 \sin \beta \cdot \cos \alpha}{\sin(\alpha + \beta) \cdot \cos(\alpha - \beta)}, \quad (2)$$

$$\rho_E = \frac{E_{1E}}{E_{0E}} = \frac{\sin(\alpha - \beta)}{\sin(\alpha + \beta)}, \quad (3)$$

$$\tau_E = \frac{E_{2E}}{E_{0E}} = \frac{2 \sin \beta \cdot \cos \alpha}{\sin(\alpha + \beta)}, \quad (4)$$

где  $\rho_M$  и  $\tau_M$  - амплитудные коэффициенты отражения и преломления соответственно для волны, поляризованной в плоскости падения (ТМ - волна, плоскость  $XZ$  на рис. 1),  $\rho_E$  и  $\tau_E$  - аналогичные коэффициенты для волны, поляризованной в плоскости, перпендикулярной плоскости падения (ТЕ - волна, плоскость  $XY$  на рис. 1).

Формулы Френеля дают возможность установить соотношения между фазами падающей, отраженной и преломленной волн. Из уравнений (2) и (4) следует, что при любой поляризации падающей волны и при любых углах падения  $\alpha$  и преломления  $\beta$  фазы падающей и преломленной волны совпадают. Для компонент отраженной волны  $E_{1M}$  и  $E_{2M}$  эти соотношения гораздо сложнее. Как показывает анализ формул (1) и (3), в зависимости от угла падения  $\alpha$  и значения показателей преломления граничащих сред будут иметь место различные соотношения, вторые сведены в таблицу.

	$\alpha + \beta < \pi/2$	$\alpha + \beta > \pi/2$
$\alpha > \beta$ , т.е. $n_2 > n_1$	$E_{1E}$ и $E_{0E}$ од противоположны по фазе $E_{1M}$ и $E_{0M}$ противоположны по фазе	$E_{1E}$ и $E_{0E}$ противоположны по фазе $E_{1M}$ и $E_{0M}$ совпадают по фазе
$\alpha < \beta$ , т.е. $n_2 < n_1$	$E_{1E}$ и $E_{0E}$ совпадают по фазе $E_{1M}$ и $E_{0M}$ совпадают по фазе	$E_{1E}$ и $E_{0E}$ совпадают по фазе $E_{1M}$ и $E_{0M}$ противоположны по фазе

Следует обратить внимание на то, что для ТМ - волны при  $(\alpha + \beta) = \pi/2$  происходит скачкообразное изменение фазы на  $180^\circ$ . Кроме того, при  $(\alpha + \beta) \rightarrow \pi/2, \operatorname{tg}(\alpha + \beta) \rightarrow \infty$  и, как следует из уравнения (1), коэффициент отражения  $\rho_M$

→ ∞, т.е. при некотором угле падения  $\alpha_{БР}$  от границы не отразится компонента  $E_M$ . Этот угол называется углом Брюстера и определяется из уравнения

$$\operatorname{tg} \alpha_{БР} = n_2/n_1. \quad (5)$$

На рис. 2 изображены графики зависимости энергетических коэффициентов отражения ( $R_E = \rho_E^2$ ,  $R_M = \rho_M^2$ ) и преломления ( $T_E = \tau_E^2$ ,  $T_M = \tau_M^2$ ) волн различной поляризации от угла падения  $\alpha$  для границы воздух - стекло  $n_1 = 1,52$ ,  $n_2 = 1$  ( $\alpha_{БР} = 56^\circ 40'$ ).

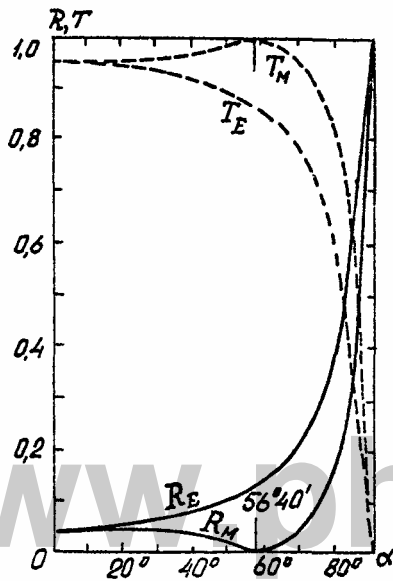


Рис. 2. Коэффициенты отражения и прохождения волны в зависимости от угла падения

Зная амплитуды каждой из компонент  $E_E$  и  $E_M$  в отраженной и проходящей волне, можно определить степень поляризации волн:

$$\Delta = \frac{J_E - J_M}{J_E + J_M} \cdot 100\%$$

где  $J_E$  и  $J_M$  - интенсивности, соответствующие компонентам  $E_E$  и  $E_M$ . Степень поляризации зависит от угла падения волны и стремится к 100 % при отражении под углом Брюстера, причем отраженная волна поляризована в плоскости, перпендикулярной плоскости падения. Это обстоятельство используется в технике; однако для получения высокой степени поляризации волны приходится отражать ее под углом Брюстера несколько раз.

В случае нормального падения ( $\alpha = \beta = 0$ ) из формул (1) - (4), раскрывая неопределенность, получил:

$$\rho_E = \rho_M = \frac{n_2 - n_1}{n_2 + n_1},$$

$$\tau_E = \tau_M = \frac{2n_1}{n_2 + n_1}.$$

Для границы стекло - воздух имеем  $\rho_E = \rho_M = 4\%$ . В сложных оптических системах отражение от многих поверхностей может заметно ослабить интенсивность прошедшей волны. Чтобы этого не происходило, разработан метод, позволяющий значительно уменьшить отражение (просветление оптики). Суть метода состоит в том, что на стекло наносят тонкий поверхностный слой, показатель преломления и толщину которого подбирают так, чтобы лучи, отраженные от верхней и нижней поверхностей слоя, благодаря интерференции, взаимно погасались (см. также Приложение 3).

Приведенное решение задачи не вполне справедливо для плоскопараллельной пластины конечной толщины вследствие наличия многократного отражений от граней. Это обстоятельство учтено, например, в работе /8/ (задача об интерферометре Фабри-Перо).

### Описание установки

Изучение явления прохождения электромагнитной волны СВЧ диапазона через границу двух диэлектриков проводится на установке, схема которой доказана на рис. 3.

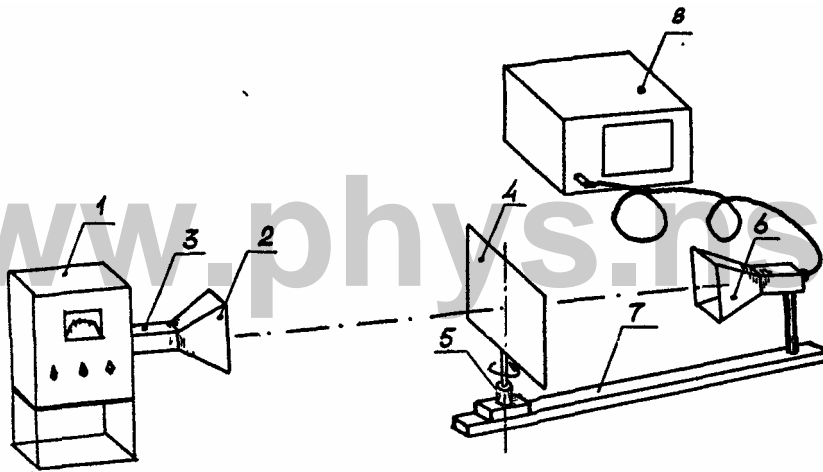


Рис. 3. Схема установки для экспериментального изучения законов отражения и преломления электромагнитной волны: 1 - генератор СВЧ излучения, в качестве которого может быть использован или генератор на клистроне, или СВЧ генератор; 2 - излучающий рупор; 3 - согласующий элемент (аттенуатор, ферритовый вентиль); 4 - диэлектрическая пластина, установленная на поворотном устройстве 5; 6 - приемник, смонтированный на рейке 7, способной вращаться относительно оси поворотного устройства 5; 8 - регистрирующий прибор (осциллограф С1-83 или микроамперметр типа М95).

Кроме указанных на рисунке основных элементов установки, для изменения плоскости поляризации падающей волны на угол  $\pi/2$  используется волноводная скрутка. Назначение и принцип действия элементов СВЧ тракта описаны в лабораторных работах № 1, 2 и в Приложениях 4-6.

### Указания

При выполнении данной работы следует иметь в виду, что интенсивность волны, отраженной от пластины, мала ( $\sim 4\%$ ). Поэтому предварительно необходимо настроить приемник 6 на максимальную чувствительность (см. Приложение 5, лабораторная работа № 8, рекомендации).

Кроме того, поскольку площадь исследуемых пластин конечна, необходимо определить сечение "луча" по диаграмме направленности излучения рупора (см. лабораторную работу № 2). При этом следует обратить внимание на возможность появления в центральном лепестке дополнительных максимумов. В случае их появления необходимо выявить источники возмущения (работающая поблизости установка, отражение от приборов и стен лаборатории, недостаточно хорошее согласование в волноводном тракте) и устранить их установкой в соответствующих местах поглотителей, отражателей или вводом согласующих элементов в волноводный тракт.

Для количественного определения коэффициентов отражения  $R$  и преломления  $T$  необходимо знать закон изменения интенсивности излучения в зависимости от расстояния от источника  $J(r)$  и потери энергии в пластине, которые можно определить следующим образом. Если в диэлектрике происходит поглощение энергии, то изменение интенсивности волны при этом подчиняется закону

$$J = J_0 \exp(-\gamma l),$$

где  $\gamma$  - коэффициент поглощения,  $l$  - длина пути луча в диэлектрике. Если поляризованная в плоскости падения волна интенсивности  $J_0$  падает на пластину под углом Брюстера (отражение отсутствует), то, измерив интенсивность прошедшей волны и рассчитав расстояние, проходимое волной в пластине, можно определить коэффициент поглощения среды.

И последнее замечание: при измерении интенсивности волны, проходящей через пластину, следует учитывать поправку, обусловленную смещением, изображенным на рис. 4.

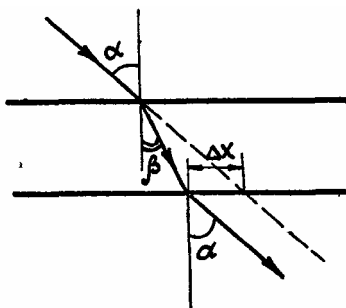


Рис. 4. Смещение луча при прохождении через плоскопараллельную пластину

### Задания

1. Установите поворотное устройство с пластиной из оргстекла на расстояние от излучающего рупора такое, чтобы при углах падения  $70-80^\circ$  пластина перекрывала основной поток излучения.

При постоянной интенсивности падающей волны  $J_0 = \text{const}$  снимите зависимость от угла падения  $\alpha$ , интенсивности отраженной  $J_1$  и прошедшей  $J_0$  волны при поляризации падающей волны: а) в плоскости падения  $E_M$ ; б) в плоскости, перпендикулярной плоскости падения  $E_E$ .

2. По формулам Френеля рассчитайте  $R_E(\alpha), T_E(\alpha), R_M(\alpha), T_M(\alpha)$ . Постройте соответствующие графики. Определив из графиков угол Брюстера, найдите по формуле

www.phys.nsu.ru

(5) показатель преломления оргстекла. Поясните явление, приводящее к существованию угла Брюстера.

3. При нормальном падении луча на пластину изучите зависимость интенсивности отраженной и проходящей волн от частоты излучения. Постройте соответствующие графики и объясните их.

www.phys.nsu.ru

www.phys.nsu.ru

## Лабораторная работа 6.4

### ПОЛЯРИЗАЦИЯ ЭЛЕКТРОМАГНИТНОЙ ВОЛНЫ. ПОЛНОЕ ВНУТРЕННЕЕ ОТРАЖЕНИЕ

#### Цель работы.

1. Изучение свойств линейной решетки из проводников как поляризатора электромагнитной волны.

2. Преобразование плоскополяризованной электромагнитной волны в эллиптически поляризованную при полном внутреннем отражении.

1. Для получения поляризованной электромагнитной волны, а также для анализа состояния поляризации необходим: поляроид - устройство, которое пропускает электромагнитную волну только одной поляризации. В оптическом диапазоне в качестве поляроидов используют кристаллы и пленки. Последние сейчас применяются наиболее широко и изготавливаются в виде полимерных пленок (например, поливиниловый спирт с йодом). Молекулы в этих пленках представляют собой длинные цепочки, выстроенные параллельно друг другу в результате специальной обработки (механическое натяжение). Такие пленки обладают особым свойством: они практически полностью пропускают свет, в котором вектор  $\vec{E}$  перпендикулярен оси молекул, и поглощают 99 % интенсивности света, поляризованного вдоль оси молекул. В СВЧ диапазоне в качестве поляроида можно использовать решетку из линейных проводников.

Пусть плоская электромагнитная волна с длиной волны  $\lambda$  падает по нормали на плоскую решетку из линейных проводников с периодом  $h \ll \lambda$  (рис. 1). В случае, когда направление электрического поля в волне совпадает с направлением проводников, электромагнитная волна возбуждает в них ток, направленные вдоль проводников. При  $h \ll \lambda$  такая решетка в первом приближении не отличается от проводящей плоскости и волна отражается от нее практически полностью. В этом случае интенсивность прошедшей волны есть (см. Приложение 1)

$$J_1 \approx J_0 \frac{2h}{\lambda} \ln \frac{h}{a} \ll J_0, \quad a \ll h \ll \lambda \quad (1)$$

где  $J_0$  - интенсивность падающей волны,  $a$  - поперечный размер проводника. Из этого выражения видно, что с уменьшением  $h$  интенсивность прошедшей волны быстро уменьшается.

В случае, когда направление электрического поля перпендикулярно направлению проводников, электрическое поле не может вызвать тока вдоль проводников, а приводит только к поперечной поляризации проводников. Однако при  $a \ll h \ll \lambda$  токи поляризации достаточно малы и волна проходит сквозь решетку практически без ослабления.

Таким образом, при падении на решетку волны с произвольной поляризацией как отраженная, так и прошедшая волны будут линейно поляризованными. Направление электрического поля в первой из них параллельно проводникам, а в последней - перпендикулярно.

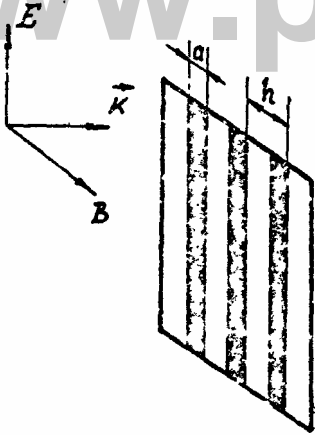


Рис. 1. Решетка из линейных проводников

2. Рассмотрим, как изменяется поляризация электромагнитной волны при полном внутреннем отражении на границе двух сред (см. Приложение 2). Нетрудно видеть, что при отражении плоскополяризованной волны, электрическое поле которой лежит в плоскости падения (ТМ - волна /4/) или перпендикулярно плоскости падения (ТЕ - волна), характер поляризации волны не изменяется, волна остается плоскополяризованной, а электрическое поле лежит в той же плоскости, что и поле падавшей волны. В общем случае волну можно представить в виде суммы ТМ - и ТЕ - волн. Поскольку при "обычном" отражении сдвиг фазы обоих типов волн равен  $\pi$ , отраженная волна остается плоскополяризованной. Однако при полном внутреннем отражении ТМ - и ТЕ - волны приобретают дополнительные сдвиги фаз, величины которых зависят от угла падения и типа волны. Это приводит к тому, что при отражении между ТЕ - и ТМ - волнами возникает сдвиг фаз, и следовательно, плоскополяризованная волна после полного внутреннего отражения становится, вообще говоря, эллиптически поляризованной. В частном случае, когда амплитуды ТЕ - и ТМ - волн равны и относительный сдвиг фаз равен  $\pi/2$ , волна после полного внутреннего отражения приобретает круговую поляризацию.

При измерении интенсивности волн СВЧ диодом его показания пропорциональны квадрату составляющей электрического поля, направленной вдоль оси диода. Поэтому, если вращать диод так, чтобы его ось оставалась в плоскости, перпендикулярной направлению распространения волны, выходной сигнал будет пропорционален квадрату составляющей электрического поля в данном направлении. Состояние поляризации можно характеризовать параметром  $P$  - отношением квадратов минимального и максимального значений напряженности поля, т.е.  $P = E_{min}^2 / E_{max}^2$ .  $P = 0$  для плоскополяризованной волны,  $P = 1$  для волны с круговой поляризацией,  $0 < P < 1$  для эллиптически поляризованной волны. Параметр  $P$  равен отношению квадратов малой и большой осей эллипса поляризации (см. Приложение 2).

При полном внутреннем отражении плоскополяризованной волны максимальное значение  $P$  в отраженной волне (при заданном угле падения  $\varphi$  и показателе преломления  $n$ ) достигается, если плоскость поляризации волны направлена под углом  $45^\circ$  к плоскости падения. В этом случае (см. Приложение 2, рис. 2)

$$P = \frac{\cos^2 \varphi (n^2 \sin^2 \varphi - 1)}{n^2 \sin^4 \varphi} \quad (2)$$

Если  $\varphi = \pi/4$ , то выражение (2) можно упростить:

$$P = 1 - \frac{2}{n^2}. \quad (3)$$

Для большинства диэлектриков  $n < 2$ , следовательно,  $P < 1/2$ ; чтобы увеличить  $P$ , можно применить два последовательных полных внутренних отражения (см. рис. 4).

Если при каждом отражении  $\varphi = \pi/4$ , то

$$P = n^2(n^2 - 2). \quad (4)$$

### Задание 1.

Линейная решетка как поляризатор и анализатор состояния поляризации электромагнитной волны. Для выполнения задания соберите схему, изображенную на рис. 2.

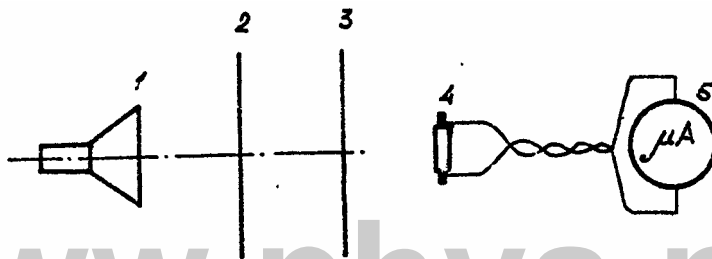


Рис. 2. Схема для изучения состояния поляризации электромагнитной волны: 1 - источник СВЧ излучения; 2 - поляризатор; 3 - анализатор; 4 - СВЧ диод; 5 - микроамперметр.

1. Уберите поляризатор и анализатор. Снимите зависимость выходного сигнала от угла поворота СВЧ диода. Выясните, как согласуются полученные результаты с предположением, что СВЧ диод является квадратичным детектором. Проведите измерения для различных интенсивностей падающей волны. Убедитесь, что рупор излучает плоскополяризованную волну.

2. Установите поляризатор и анализатор перпендикулярно плоскости поляризации волны, при этом электромагнитная волна должна проходить, сквозь них без ослабления. Снимите зависимость выходного сигнала от угла поворота анализатора. При каждом измерении настраивайте угол поворота СВЧ диода на максимум выходного сигнала. Произведите измерения с решетками, имеющим различный шаг.

3. Измерьте зависимость коэффициента отражения поляризатора от ее шага  $h$  и сравните с выражением (1).

**Контрольный вопрос.** Можно ли при помощи описанной системы анализатор - диод отличить эллиптически поляризованную волну от неполяризованной и плоскополяризованной волны?

### Задание 2.

Поляризация электромагнитной волны при полном внутреннем отражении. Для выполнения задания соберите схему по рис. 3.



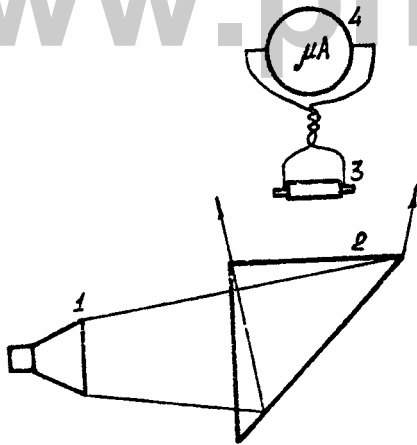


Рис. 3. Схема для изучения состояния поляризации электромагнитной волны при полном внутреннем отражении: 1 - источник СВЧ излучения; 2 -призма; 3 - СВЧ диод; 4 -микроамперметр.

1. Установите призму таким образом, чтобы полное внутреннее отражение происходило при угле падения равном  $45^\circ$ . Определите отношение квадратов полуосей эллипса поляризации для волны, выходящей из призмы, в зависимости от угла  $\alpha$  между электрическим полем в падающей волне и плоскостью падения. Постройте график зависимости  $P$  от  $\alpha$ . При  $\alpha = 45^\circ$  постройте эллипс поляризации.

2. Рассчитайте показатель преломления призмы при помощи выражения (3).

#### Контрольные вопросы

1. Как влияет многократное отражение от входной и выходной грани призмы на результаты измерения?

2. Объясните наклон построенного Вами эллипса поляризации.

#### Задание 3.

Преобразование плоскополяризованной волны в волну с круговой поляризацией. Для выполнения этого задания соберите схему, изображенную на рис. 4.

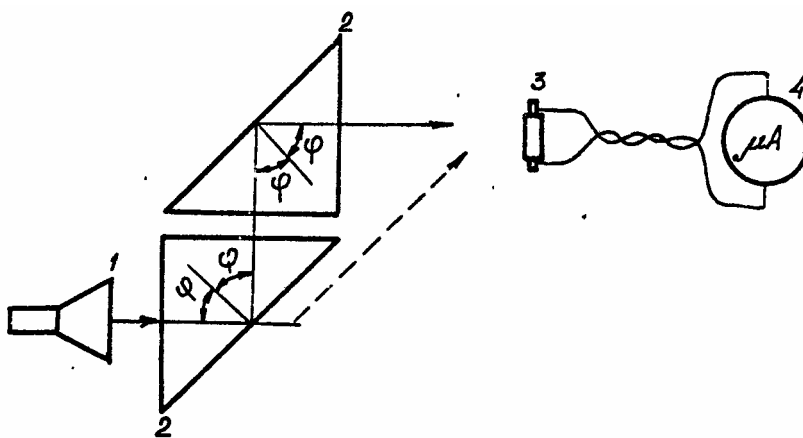


Рис. 4. Схема для изучения состояния поляризации электромагнитной волны, дважды испытавшей полное внутреннее отражение: 1 - источник СВЧ излучения; 2 -

призмы; 3 - СВЧ диод; 4 - микроамперметр.

1. Расположите призмы таким образом, чтобы снести к минимуму эффекты многократного отражения от граней призмы и влияние на результат измерений туннелированной волны, выходящей за грань призмы, от которой происходит полное внутреннее отражение. Эта волна распространяется вдоль грани, как показано на рис. 4 пунктиром.

2. Определите отношение квадратов полуосей эллипса поляризации при двукратном полном внутреннем отражении под углом  $45^\circ$ . Считая показатель преломления известным из задания 2, сравните полученное значение с рассчитанным при помощи выражения (4).

3. Расположите призмы таким образом, чтобы на выходе была волна с круговой поляризацией. С учетом преломления на входной грани призмы рассчитаете угол, под которым происходит полное внутреннее отражение. Полученный результат сравните с теоретическим предсказанием (см. Приложение 2).

**Контрольный вопрос.** Как получить правополяризованную и левополяризованную волны?

## Лабораторная работа 6.5

### ТУННЕЛЬНЫЙ ЭФФЕКТ ПРИ ПОЛНОМ ВНУТРЕННЕМ ОТРАЖЕНИИ

Для пояснения сути работы рассмотрим простейшие оценки амплитуды электромагнитной волны, выходящей за границу раздела двух диэлектрических сред с показателям преломления  $n_1, n_2$  ( $n_1/n_2 \equiv n > 1$ ), при полном внутреннем отражении. Более подробные расчеты приведены в Приложении 3.

Пусть плоская монохроматическая волна из источника 1 падает на границу раздела 2 двух сред под углом  $\varphi$  к нормали (рис.1).

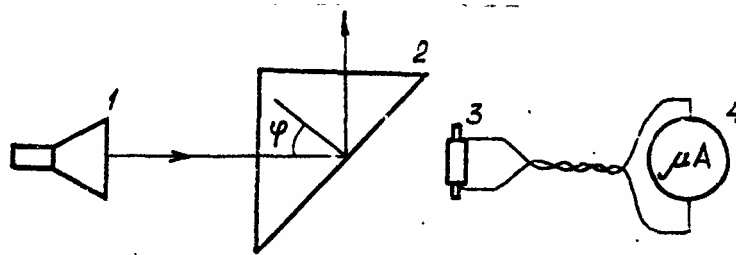


Рис. 1. Схема эксперимента по изучению поля волны, выходящей за границу диэлектрика при полном внутреннем отражении: 1 - источник СВЧ излучения; 2 - призма; 3 - СВЧ - диод; 4 - микроамперметр.

Граничные условия на поверхности раздела удовлетворятся, если составляющие волнового вектора  $\vec{k}$ , параллельные границе раздела, равны друг другу во всех трех волнах - падающей, отраженной и преломленной. С другой стороны, модуль волнового вектора в преломленной волне  $|\vec{k}|$ ; выражается через модуль волнового вектора в падающей волне  $|\vec{k}_0|$  и показатель преломления  $n$

$$k_2 = k_0/n, \quad (1)$$

откуда следует, что нормальная составляющая волнового вектора в преломленной волне

$$k_{21}^2 = k_2^2 - k_{211}^2 = \frac{k_0^2}{n^2} - k_{011}^2 = k_0^2 \left( \frac{1}{n^2} - \sin^2 \varphi \right). \quad (2)$$

При  $\sin^2 \varphi > 1/n^2$  нормальная составляющая волновом вектора в преломленной волне становится чисто мнимой. Это означает, что напряженность поля в преломленной

волне убывает при удалении от границы раздела, как  $\exp(-k_{21}z)$ . Если  $n_1 = n, n_2 = 1$  то (2) можно переписать в виде

$$k_{21} = \pm i \frac{2\pi}{\lambda} \sqrt{n^2 \sin^2 \varphi - 1}, \quad (3)$$

где  $\lambda = 2\pi n / k_0$  - длина волны в вакууме. Амплитуда электромагнитного поля убывает вдоль оси Z, перпендикулярной границе раздела, как

$$E(z) \sim E_0 \exp\left(-\frac{2\pi z}{\lambda} \sqrt{n^2 \sin^2 \varphi - 1}\right). \quad (4)$$

Расстояние, на котором электрическое поле убывает в  $e$  раз, равно

$$\delta = \frac{\lambda}{2\pi \sqrt{n^2 \sin^2 \varphi - 1}}. \quad (5)$$

Теперь рассмотрим несколько более сложную задачу. Поместим на расстоянии  $d$  от границы раздела призму с тем же самым показателем преломления  $n$  (рис. 2).

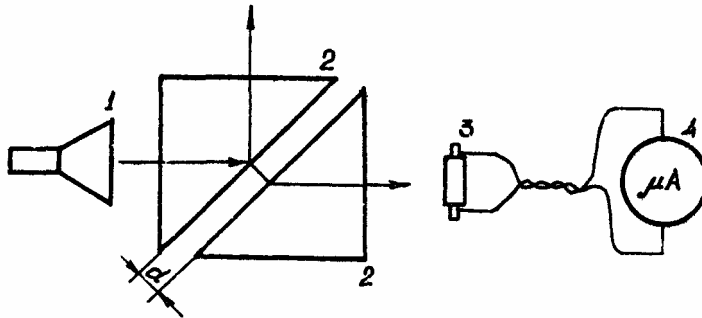


Рис. 2. Схема эксперимента по изучению туннельного эффекта: 1 - источник СВЧ излучения; 2 - призмы; 3 - СВЧ диод; 4 - микроамперметр.

В этом случае затухающая волна (4), выходящая из первой призмы, поступает во вторую призму и эффект полного внутреннего отражения "исчезает". В первом приближении можно считать, что коэффициент прохождения  $T$  электромагнитной волны, равный отношению интенсивности прошедшей волны к интенсивности падающей, определяется выражением, которое следует из (4,5):

$$T \approx E^2(z=d)/E_0^2 = \exp(-2d/\delta). \quad (6)$$

Точный расчет, проведенный в Приложении 3, дает следующие результаты:

$$T_E = \left[ ch^2\left(\frac{d}{\delta}\right) + \frac{(n^2+1-2n^2 \sin^2 \varphi)^2}{4n^2 \cos^2 \varphi (n^2 \sin^2 \varphi - 1)} sh^2\left(\frac{d}{\delta}\right) \right]^{-1}, \quad (7)$$

$$T_M = \left[ ch^2\left(\frac{d}{\delta}\right) + \frac{[n^2+1-(n^4+1) \sin^2 \varphi]^2}{4n^2 \cos^2 \varphi (n^2 \sin^2 \varphi - 1)} sh^2\left(\frac{d}{\delta}\right) \right]^{-1}. \quad (8)$$

Здесь  $T_M$ ,  $T_E$ , - коэффициенты прохождения волны, поляризованной в плоскости падения и перпендикулярно ей соответственно. При  $\varphi = \pi/4$ ,  $n = 1,5$  из (7) и (8) получим

$$T_E = \frac{1}{ch^2\left(\frac{d}{\delta}\right) + \frac{16}{9} sh^2\left(\frac{d}{\delta}\right)}, \quad (9)$$

$$T_M = \frac{1}{ch^2\left(\frac{d}{\delta}\right) + \frac{49}{576} sh^2\left(\frac{d}{\delta}\right)}. \quad (10)$$

### **Задание 1**

Экспериментальная проверка выхода поля электромагнитной волны за границу диэлектрика при полном внутреннем отражении. Для выполнения работы соберите схему по рис. 1.

1. Произведите измерения зависимости интенсивности волны выходящей за границу диэлектрика, от расстояния до границы призмы при  $\varphi = 45^\circ$ .
2. Измерьте интенсивность волны вдоль границы призмы при фиксированном расстоянии СВЧ диода от грани призмы.

### **Контрольные вопросы**

1. Оцените показатель преломления призмы по полученным экспериментальным результатам.
2. Оцените влияние многократных отражений от граней призмы на результаты измерений.

### **Задание 2**

Туннельный эффект. Для выполнения работы соберите схему по рис. 2.

1. Снимите зависимость интенсивности электромагнитной волны, выходящей из второй призмы, от расстояния между призмами для волн, поляризованных в плоскости падения и перпендикулярно плоскости падения.
2. Сравните полученные результаты с теоретическими предсказаниями.

Лабораторная работа 6.6

**ИНТЕРФЕРЕНЦИЯ ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫХ ВОЛН В СВЧ ДИАПАЗОНЕ**

Интерференцией называют сложение двух или нескольких волн, в результате которого энергия суммарной волны в каждой точке пространства не равна, вообще говоря, сумме энергий слагаемых волн.

Целью настоящей работы является изучение интерференции электромагнитных волн в СВЧ диапазоне (длины волн  $\lambda = 3; 1,5; 0,8$  см). Интерференционные схемы, применяемые в данной работе, являются аналогами классических схем для наблюдения интерференции в оптике.

Первая из них - схема Юнга, позволяющая наблюдать интерференцию от одного источника с разделением волны на два пучка в оптике, приведена на рис. 1.

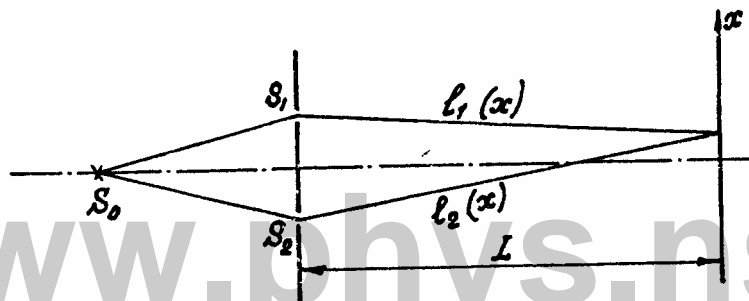


Рис. 1. Классическая схема Юнга для наблюдения интерференции в оптике.

В СВЧ диапазоне ее можно реализовать с помощью простейших элементов волноводной техники, как показано на рис. 2. Для удобства изображения схемы на рисунке допущено искажение:  $\alpha \sim l_1 \sim l_2$ , в действительности  $\alpha \ll l_1 \sim l_2$ .

В обоих случаях происходит деление одного волнового потока на два, что обеспечивает когерентность интерферирующих волн. В схеме (см. рис. 2) это достигается установкой разветвителя 3 на половинную мощность на выходе источника 1 СВЧ излучения с ферритовым вентилям 2. Далее в каждом канале СВЧ схемы стоят калиброванные аттенюаторы 4 и рупорные излучатели 5.

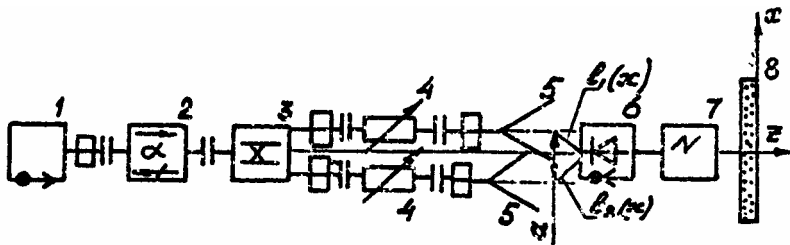


Рис. 2. Аналог схемы Юнга в СВЧ диапазоне: 1 - источник СВЧ излучения; 2 - ферритовый вентиль; 3 - разветвитель; 4 - комбинированный аттенюатор; 5 - рупорный излучатель; 6 - приемный элемент (детектор); 7 - регистрирующий прибор (осциллограф, самописец, микроамперметр); 8 - поглощающий экран (или отражающее зеркало).

Назначение и принцип действия всех элементов СВЧ тракта описаны в первых двух

работах и в Приложениях 4 - 6. Регистрирующей частью схемы состоит из приемного детектора 6, включенного в цепь измерительного прибора 7, которым, в зависимости от характера выполняемых измерений, может служить гальванометр, осциллограф или самописец. Обязательной частью установки являются экран 8 или металлическое зеркало, ориентированное так, чтобы исключить возможность появления стоячей волны в точке наблюдения  $P$ . Кроме того, в работе используются отрезки волноводов разной длины для создания дополнительного сдвига фаз интерферирующих волн и волноводная "скрутка" для изменения плоскости поляризации одной из волн на угол  $\pi/2$ .

Вторая схема показана на рис. 3. Здесь моменты 1,2,4,5 те же, что и в первой, 3 - призмы из оргстекла, разделенные регулируемым воздушным зазором. Регистрирующая часть схемы состоит из тех же элементов 6, 7, 8, что и в первой установке, 9 - подвижное металлическое зеркало. В этой установке разделение волнового потока от одного источника на два осуществляется с помощью двух призм, разделенных воздушным зазором  $\Delta h$ . Если угол падения луча на диагональную грань первой призмы больше угла полного внутреннего отражения, интенсивность волны, прошедшей через зазор и вторую призму, зависит от величины  $\Delta h$  (туннельный эффект, см. Приложение 3).

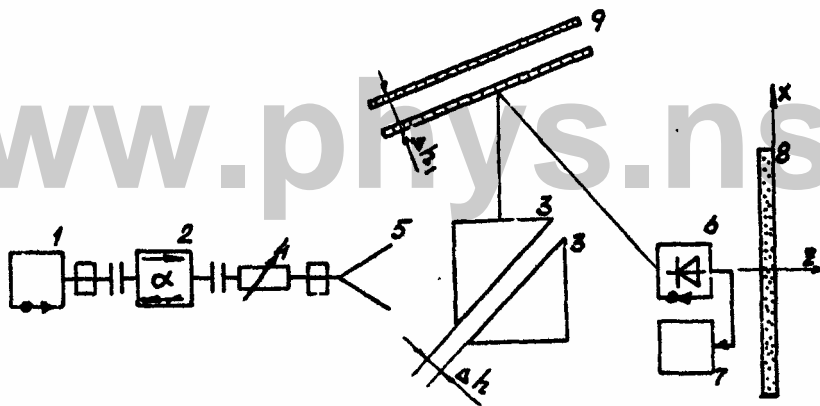


Рис. 3. Схема для наблюдения интерференции с использованием туннельного эффекта: 1 - источник СВЧ излучения; 2 - ферритовый вентиль; 3 - две прямоугольные призмы; 4 - калиброванный аттенюатор; 5 - рупорный излучатель; 6 - приемный элемент (детектор); 7 - регистрирующий прибор; 8 - поглощающий (отражающий) экран; 9 - подвижное металлическое зеркало.

Меняя  $\Delta h$ , можно регулировать интенсивность волновых потоков и получать оптимальные условия для наблюдения интерференции. Разность фаз между двумя интерферирующими волнами регулируется перемещением зеркала 9.

Легко видеть, что обе схемы обеспечивают все необходимые условия для наблюдения интерференции: интерферирующие волны когерентны и монохроматичны, в обеих схемах амплитуды слагаемых волн можно сделать одинаковыми, а поляризация разделенных волн сохраняется. В первой схеме с помощью гибких волноводов и волноводной скрутки поляризацию излучения в одном из каналов можно менять на угол  $\pi/2$ , а во второй схеме неизменность состояния поляризации луча, отраженного от зеркала 9, достигается тем, что плоскости диагональной грани призмы и зеркала ориентированы параллельно вектору электрического поля падающей волны (см. Приложение 2).

Распределение интенсивности интерферирующих потоков вдоль оси  $X$  задается /1/ формулой

$$J(x) = J_1(x) + J_2(x) + 2\sqrt{J_1(x)J_2(x)} \cos \kappa [\varrho_1(x) - \varrho_2(x)], \quad (1)$$

где  $J_1(x), J_2(x)$  - интенсивности потоков 1, 2 в точке  $X$ ,  $\kappa$  - волновое число. При  $l_1, l_2, L \gg \alpha, \lambda$  ( $\alpha$  - расстояние между осями рупоров, см. рис. 2) аргумент косинуса в (1) равен

$$\kappa [\varrho_1(x) - \varrho_2(x)] \approx \frac{\kappa \alpha x}{L} \quad (2)$$

и положение максимумов и минимумов вдоль  $X$  определяется соотношениями

$$(x_m)_{\max} = m\lambda \frac{L}{\alpha}, \quad (x_m)_{\min} = (m + \frac{1}{2}) \lambda \frac{L}{\alpha}, \quad (3)$$

где  $\lambda$  - длина волны,  $m$  - целое число.

Таким образом, вдоль оси  $X$  распределение интенсивности представляет собой чередование ярких и темных "полос". В СВЧ диапазоне трудно на малых расстояниях от источников получить большое количество максимумов и минимумов интенсивности из-за малости угловых размеров диаграмм направленности рупорных излучателей. Интерференция волн в этом случае может наблюдаться только в области перекрытия диаграмм направленности. Кроме того, интенсивность каждой волны существенно неоднородна вдоль  $X$ , и потому интерференционная картина в области перекрытия не будет такой резкой, как в оптике. Чтобы добиться наилучшей видимости интерференционной картины в каждой точке наблюдения из области перекрытия, интенсивность излучения каждого излучателя необходимо подстраивать аттенуаторами. Видимость  $V$  /1/ следует оценивать по формуле

$$V = \frac{J_{\max} - J_{\min}}{J_{\max} + J_{\min}}, \quad (4)$$

где  $J_{\max}$  и  $J_{\min}$  - максимальная и минимальная интенсивности суммарного волнового поля в наблюдаемой интерференционной картине.

## Задания

1. Используя схему, изображенную на рис. 2, измерьте диаграммы направленности каждого рупора в отдельности и определите возможный размер области интерференции. Обратите внимание на возможность появления в центральных лепестках диаграммы небольших дополнительных экстремумов. В случае их появления необходимо, меняя положение экрана 8 и вводя дополнительные согласующие элементы в волноводные тракты излучателей, добиться их максимального подавления.

2. Измерьте распределение интенсивности суммарного электромагнитного поля вдоль направлений  $X$  и  $Z$ . Получите максимально возможную видимость интерференционной картины во всей области.

3. Прделайте те же измерения, вставив в одно из плеч схемы дополнительный отрезок волновода, и по сдвигу интерференционной картины определите фазовую скорость волны в волноводе:



$$\frac{2\pi}{\lambda} \delta x = \frac{\omega}{v_{\text{ф}}} l_0,$$

где  $\delta x$  - сдвиг интерференционной картины,  $l_0$  - длина дополнительного отрезка волновода.

4. В схеме, изображенной на рис. 2, измените, плоскость поляризации одной из волн на  $\pi/2$  с помощью включения в волноводный тракт скрутки и убедитесь в отсутствии взаимном усиления и гашения интерферирующих волн.

5. Используя схему, изображенную на рис. 3, измерьте интенсивность интерферирующих лучей в точке наблюдения  $P$  в зависимости от перемещения зеркала вдоль нормали к его поверхности при разных величинах зазора между призмами  $\Delta h$ . Регулировкой  $\Delta h_1$  получите максимальную видимость интерференционной картины.

8. По изменению интерференционной картины  $J(x)$  при перемещении зеркала найдите длину волны излучения.

7. Определите показатель преломления тонкой пластины из оргстекла, поместив ее в одно из плеч схемы рис. 3 по смещению минимума зависимости  $\mathcal{J}(P) = f(\Delta h_1)$ .

Покажите, что коэффициент преломления оргстекла  $n_{\text{ос}}$  можно вычислить по формуле

$$n_{\text{ос}} \approx 1 + \frac{\Delta}{d},$$

где  $\Delta = 2\Delta h_1 \cos \alpha$ ,  $\Delta h_1$  - смещение минимума интерференционной картины на графике  $\mathcal{J}(P) = f(\Delta h_1)$ ,  $\alpha$  - угол падения одного из лучей на зеркало,  $d$  - толщина пластины.

## Лабораторная работа 6.7

### ДИФРАКЦИЯ ЭЛЕКТРОМАГНИТНОЙ ВОЛНЫ НА КРУГЛОМ ОТВЕРСТИИ И ДИСКЕ

Явление дифракции состоит в отгибании волной препятствия, размера которого больше длины волны. Дифракция, так же как и интерференция, характерна для волны любой физической природы.

Целью настоящей работы является изучение дифракции электромагнитной волны на круглом отверстии и круглом диске в СВЧ диапазоне методами классической оптики. Задача о дифракции в СВЧ диапазоне, строго говоря, ставится несколько иначе, чем в классической оптике. Дело в том, что в классической оптике практически никогда не имеют дела с препятствиями, размеры которых  $R$  сравним с длиной волны  $\lambda$ , а ограничиваются случаем  $\lambda \ll R$ . Поэтому при решении дифракционных задач в оптике ограничиваются приближением Гюйгенса - Френеля, математическим выражением которого является интеграл Кирхгофа [1], [8], [10]. В СВЧ диапазоне чаще всего  $\lambda \sim R \sim R_1$ , где  $R_1$  - расстояние, на котором необходимо вычислить распределение электромагнитного поля, поэтому строгая постановка задачи о дифракции электромагнитной волны в этом диапазоне состоит в следующем. Задается первичное электромагнитное поле, падающее на препятствие, форма, размеры и электрические характеристики которого известны. Первичное поле на препятствии индуцирует электрические токи, возбуждающие в свою очередь в окружающем пространстве вторичное поле, распределение которого и необходимо найти из решения уравнений Максвелла с соответствующими граничными условиями на поверхности препятствия и в любой точке пространства. Сумма падающего и вторичного полей является искомым полем дифрагированной волны. В некоторых простейших случаях и в СВЧ диапазоне качественно картину дифракции можно получить с помощью принципа Гюйгенса - Френеля. Согласно этому принципу для описания распространения волны каждую точку ее фронта нужно заменить точечные источником новой сферической волны, и суперпозиция последних (с учетом интерференции) даст положение нового фронта. Развитием этого принципа является метод зон Френеля [1]. Его применение наглядно иллюстрирует задача о дифракции волны на круглом отверстии в непрозрачном экране или на непрозрачном диске.

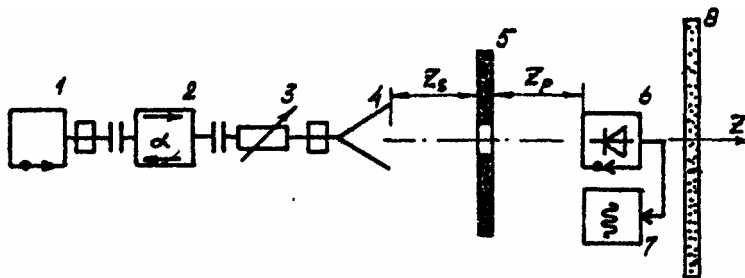


Схема для наблюдения дифракции электромагнитной волны на диске (отверстия в плоском экране): 1 - источник СВЧ излучения; 2 - ферритовый вентиль; 3 - калиброванный аттенюатор; 4 - рупорный излучатель; 5 - экран с отверстием (диск); 6 - детектор; 7 - самописец; 8 - поглощающий экран (или отражающее зеркало).

Схема установки для наблюдения дифракции электромагнитной волны на указанных объектах приведена на рисунке. Для оценки интенсивности волны в

плоскости, перпендикулярной оси рупора на расстоянии  $z_p$  от плоскости экрана  $S$ , площадь отверстия нужно разбить на зоны Френеля. В простейшем случае плоской волны они представляют собой кольца, ограниченные окружностями радиуса  $r_m$ :

$$r_m = \sqrt{m\lambda z_p} \quad \text{при } z_p \gg \lambda \quad (1)$$

и площадью 
$$S_m = \pi(r_m^2 - r_{m-1}^2) = \pi\lambda z_p, \quad (2)$$

где  $m$  - числа натурального ряда.

Если падающая волна сферическая, то радиусы зон Френеля вычисляются по известной  $r_m$  формуле

$$r_m = \sqrt{m\lambda \frac{z_p z_s}{z_p + z_s}}, \quad (8)$$

где  $z_p, z_s \gg \lambda$  - расстояния от источника до экрана и от экрана до точки наблюдения соответственно. Подчеркнем, что и радиус  $r_m$  и площадь  $S_m$  зон Френеля зависят как от расположения относительно экрана точки  $S$ , в которой расположен источник света, так и от точки наблюдения  $P$ . Так определенные любые две соседние зоны Френеля возбуждают колебания в точке  $P$  в противофазе и "гасят" друг друга. Поэтому если диаметр отверстия таков, что в нём уместятся только две или четное число зон Френеля, то в точке  $P$  возникает темное пятно, которое получило название пятна Пуассона.

Если закрыть четные (или нечетные) зоны непрозрачными кольцами, то излучение из оставшихся зон придет в точку  $P$  со сдвигом фаз, кратным  $2\pi$ , и интенсивность колебаний в этой точке будет гораздо большей, чем при полностью открытом отверстии. Такой экран, называемый зонной пластинкой, будет работать как оптическая линза и увеличивать интенсивность в точке наблюдения  $P$ . Распределение интенсивности волны вдоль оси  $z$  круглого отверстия радиуса  $a$  описывается  $I$  соотношением

$$I \sim |E(z)|^2 = \left[ 2E_0 \sin \left| \frac{\pi a^2}{2\lambda z} \right| \right]^2 \quad (4)$$

В соответствии с принципом Бабинне замена отверстия в непрозрачном экране на диск того же диаметра приводит к изменению распределения интенсивности в плоскости наблюдения, так что "светлые" и "темные" кольца меняются местами (подробнее см.  $r_m$ ).

### Задания

1. По формулам (1) и (3) рассчитайте радиусы 1-6 зон Френеля, выбрав расстояния  $z_p$  и  $z_s$  так, чтобы радиус четвертой зоны  $r_4$  не превышал 13-14 см. вырежьте в фольге или металлизированном лавсане отверстия с радиусами  $r_1, \dots, r_6$ . Вместо самостоятельного изготовления дисков и отверстий из фольги и лавсана можно воспользоваться готовыми конструкциями из листов дюрала. В этом случае, задавшись радиусом отверстия и номером зоны, вычислите  $z_p$  по формуле (1).

2. Измерьте распределение интенсивности в плоскости, перпендикулярной оси рупора, в точке  $P$  соответственно для отверстий с радиусами  $r_1, \dots, r_5$ . Убедитесь, что в точке  $P$  при отверстии в экране с радиусами  $r_2, r_4$  наблюдается "темное" четное - пятно Пуассона.

3. Закройте вторую зону Френеля кольцом и с помощью самописца снимите ту же характеристику  $\mathcal{J}(x)$ . Убедитесь, что интенсивность в точке  $P$  в этом случае больше, чем при открытых первых трех зонах.

4. Прodelайте те же измерения на дисках, являющихся исполнительными экранами по отношению к отверстиям. Сравните полученные результаты с результатами, полученными на отверстиях. Убедитесь в правильности принципа Бабинe.

5. Измерьте распределение дифрагированной волны вдоль  $z$  - координаты и сравните полученные результаты с расчетами, проведенными по формуле (4).

## Лабораторная работа 6.8

## РАССЕЯНИЕ ЭЛЕКТРОМАГНИТНОЙ ВОЛНЫ НА ДИЭЛЕКТРИЧЕСКОМ ШАРЕ

Теория рассеяния электромагнитной волны на диэлектрическом шаре в общем, виде достаточна, сложна по причинам скорее математического, чем физического характера. Для выявления основных физических аспектов изучаемого явления рассмотрим самую простую в расчетном отношении ситуацию: длина волны излучения  $\lambda$  значительно превосходит радиус  $a$  шара. В этом случае можно пренебречь изменением напряженности поля волны на размере шара и считать, что в любой заданный момент времени он находится в практически однородном поле, которое изменяется во времени. В поле волны шар поляризуется и приобретает переменный дипольный момент, который и генерирует рассеянную волну. Помещая в поле волны несколько таких шаров на достаточно большом расстоянии друг от друга, можно создать поле, излучаемое системой когерентных диполей.

**Цель работы:**

- а) экспериментальное изучение характеристик поля излучения диполя;
- б) экспериментальное изучение диаграммы направленности поля излучения системы когерентных диполей.

Рассмотрим рассеяние плоской монохроматической линейно поляризованной электромагнитной волны на диэлектрическом шаре. Если длина волны  $\lambda$  много больше радиуса  $a$  шара, поляризация его происходит в практически однородном поле. Будем решать задачу в квазистационарном приближении, т.е. будем считать, что характерное время переходных процессов, происходящих при поляризации шара, значительно меньше периода колебаний падающей волны.

Задача о поляризации шара, помещенного в однородное поле  $\vec{E}$ , подробно рассмотрена в учебнике [5], поэтому приведем только ответ: дипольный момент  $\vec{p}$ , приобретаемый шаром в поле  $\vec{E}$ , равен

$$\vec{p} = \vec{E} a^3 \frac{\epsilon_1 - \epsilon_2}{\epsilon_1 + 2\epsilon_2}, \quad (1)$$

где  $a$  - радиус шара,  $\epsilon_1$  - диэлектрическая проницаемость шара,  $\epsilon_2$  - диэлектрическая проницаемость среды, в которой находится шар.

В нашей задаче  $\epsilon_2 = 1$  Напряженность электрического поля в падающей волне имеет вид

$$\vec{E}(x, y, z, t) = \vec{E}_0(x, y, z) \exp(-i\omega t),$$

где  $E_0(x, y, z)$  и  $\omega$  - амплитуда и частота колебаний волны соответственно,  $i$  - мнимая единица,  $t$  - время. Дипольный момент шара в этом поле

$$\vec{P}(t) = \vec{E}_0 a^3 \frac{\epsilon_1 - 1}{\epsilon_2 + 2} \exp(-i\omega t) \quad (1a)$$

осциллирует, являясь источником рассеянной волны. Поле  $\vec{E}_d$  дипольного излучателя в волновой зоне определяется (см., например, /6/) выражением

$$\vec{E}_d = \frac{1}{c^2 R} [(\vec{P} \times \vec{n}) \times \vec{n}] \quad (3)$$

где  $c$  - скорость света,  $\vec{P}$  - дипольный момент шара,  $R$  - расстояние от излучающего диполя до точки наблюдения  $\vec{n} = \vec{r}/r$ .

С учетом (1) запишем

$$|\vec{E}_d| = 4\pi^2 E_0 \frac{\epsilon_1 - 1}{\epsilon_2 + 2} \frac{a^3}{\lambda^2 R} \left[ \left[ \frac{\vec{E}_0}{|E_0|} \times \vec{n} \right] \times \vec{n} \right] \quad (3)$$

Интенсивность рассеянной волны пропорциональна квадрату  $\vec{E}_d$ . Формула (3) описывает амплитуду первой гармоники рассеянного излучения. В дальнейшем мы будем отождествлять рассеянную волну с ее первой гармоникой, так как в данном случае амплитуда первой гораздо больше, чем амплитуда любой другой гармоники.

Перечислим некоторые очевидные следствия проведенного рассмотрения:

1. Выражения для поля рассеянной шаром электромагнитной волны и для поля излучения точечного диполя совпадают. Это дает возможность экспериментально изучать поле точечного диполя.

2. Частота падающего и рассеянного излучения совпадают.

3. Состояние поляризации рассеянной волны определяется состоянием поляризации падающей.

При  $\lambda \gg a$  поле рассеянной волны на расстоянии  $R \sim \lambda$  гораздо меньше, чем поле падающей. Поле в ближней зоне можно оценить выражением

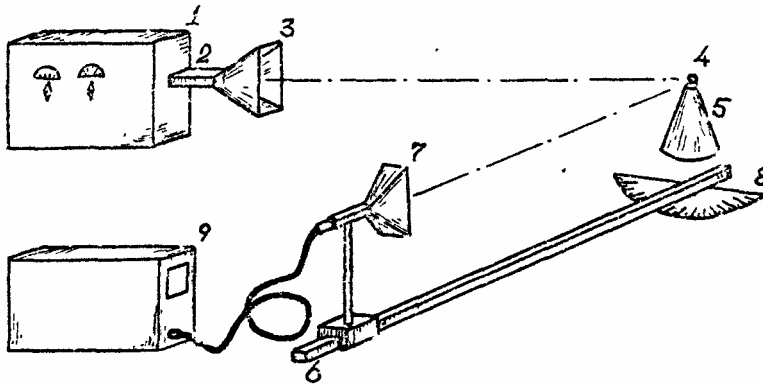
$$|\vec{E}_d^*| = \frac{|\vec{P}(t)|}{R^3} \sim E_0 \left( \frac{a}{\lambda} \right)^3 \quad (4)$$

Величина  $|\vec{E}_d^*|$  практически совпадает (см., например, /6/, /11/) с полем статического диполя, имеющего дипольный момент, равный амплитуде вектора  $\vec{P}(t)$ . Отсюда следует, что если два шара находятся в поле падающей СВЧ волны на расстояние  $R \sim \lambda$ , то создаваемая каждым из них рассеянная волна такая же, как и в отсутствие соседнего шара. В самом деле из формулы (4) следует, что дополнительное поле  $|\vec{E}_d^*|$ , создаваемое соседним шаром, гораздо меньше, чем  $|\vec{E}_0|$ .

Это обстоятельство можно использовать для постановки ряда весьма поучительных экспериментов. В частности, можно изучать интерференционную картину, создаваемую двумя независимым точечными излучателями, диаграмму направленности систем точечных независимых излучателей; можно моделировать картину рассеяния рентгеновского излучения на кристаллической структура и т.д.

www.phys.nsu.ru

Для постановки простейших экспериментов из числа указанных выше следует использовать установку, схематически изображенную на рисунке.



Установка для изучения рассеяния электромагнитной волны на диэлектрическом шаре: 1 - генератор СВЧ излучения; 2 - отрезок волновода, соединяющий генератор 1 с рупором 3; 4 - диэлектрический шарик, помещенный на пенопластовой подставке 5; рейка 6, по которой можно перемещать приемник 7 рассеянного излучения; вертикальная ось вращения рейки 6 проходит через центр шарика 4; угол между направлением распространения падающей волны и направлением на точку наблюдения отсчитывается по шкале 8. Интенсивность рассеянного излучения в относительных единицах регистрируется с помощью прибора 9. В качестве такого прибора может быть использован осциллограф с чувствительностью 0,1 мВ/см или микроамперметр типа М 95.

### Указания

Выполняя данную работу, следует иметь в виду, что интенсивность волны, рассеянной шариком, весьма мала, поэтому перед началом измерений необходимо следующее:

1. Настроить приемник 7 на максимальную чувствительность. Для этого следует ослабить выходным аттенюатором мощность, излучаемую генератором 1, поместить приемник 7 в поле излучения рупора 3 и, изменяя регулировочными винтами размеры резонатора приемника 7, добиться максимального показания регистрирующего прибора 9. При правильной настройке резонатора находящийся в нем СВЧ диод попадает в максимум стоячей волны.

2. Убедиться в том, что приемник 7 регистрирует рассеянную волну именно от шарика, а не излучение генератора 1, многократно отраженное от различных приборов и стен лаборатории, или излучение работающей поблизости установки. Для этого проще всего зарегистрировать показания прибора 9 в таких случаях: а) шарик 4 находится на подставке; б) шарик 4 убран с подставки; в) рупор приемника 7 закрыт металлическим экраном.

Выполняя серии таких измерений при различном относительном расположении элементов установки и сравнивая получаемые результаты в различных ситуациях, можно понять, в каких условиях наилучшим образом регистрируется именно рассеянное шариком излучение.

При выполнении упражнений необходимо следить также за тем, чтобы приемник 7 не регистрировал прямое излучение рупора 3.

www.phys.nsu.ru

Весьма важно учитывать также, что приемник 7 имеет диаграмму направленности, которую надлежит измерить до выполнения основных упражнений. Результаты измерений в случаях а), б), в) и данные о диаграмме направленности приемника дают возможность оценить статистические и систематические погрешности получаемых результатов.

### Задания

1. Используя линейную решетку как анализатор состояния поляризации волны, а) убедитесь в том, что волна, излучаемая рупором 3, линейно поляризована; б) изучите состояние поляризации рассеянной волны.
2. Измерьте зависимость интенсивности рассеянной волны от размеров шарика 4.
3. Измерьте зависимость интенсивности рассеянно шариком 4 волны от расстояния между шариком и приемником.
4. Измерьте зависимость интенсивности рассеянной волны от угла  $\varphi$  между направлением распространения падающей волны и направлением на точку наблюдения в плоскость, перпендикулярной направлению наведенного дипольного момента  $\vec{P}$  шарика 4.
5. Измерьте зависимость интенсивности рассеянной волны от угла  $\theta$  между направлением наведенного дипольного момента  $\vec{P}$  шарика 4 и направлением на точку наблюдения. Это проще всего сделать, заменив вставку 2 на отрезок волновода, при прохождении через который вектор  $\vec{E}$  волны поворачивается вокруг оси волновода на угол  $90^\circ$ .
6. Поместите на подставке 5 два шарика на расстоянии  $1/2\lambda$ , затем  $\lambda$  и  $3/2\lambda$  и измерьте зависимость интенсивности рассеянного излучения от углов  $\varphi$  и  $\theta$ .
7. Разместите на подставке 5 три шарика по указанию преподавателя. Измерьте диаграмму направленности рассеянного излучения.
8. Придумайте самостоятельно вариант расположения шариков, обеспечивающий острую направленность рассеянной волны.
9. Сравните полученные результаты с расчетами.

### Контрольные вопросы

1. Известно, что некоторое устройство излучает линейно поляризованную волну. Как доказать это экспериментально? Укажите несколько способов.
2. Как зависит интенсивность рассеянной волны от размера шарика 4 при  $a \ll \lambda$ ?
3. Оцените, как изменится интенсивность рассеянной волны, если диэлектрический рассеивающий шарик заменить проводящим того же размера.
4. На диэлектрический шар падает эллиптически поляризованная электромагнитная волна. Какова диаграмма направленности излучения рассеянной волны?



www.phys.nsu.ru

5. Необходимо смоделировать с помощью СВЧ техники рассеяние рентгеновского излучения на кристаллической структуре. Сформулируйте основные требования к экспериментальной установке

6. Проанализируйте основные источники погрешностей, лимитирующие точность измерений при выполнении данной работы.

www.phys.nsu.ru

www.phys.nsu.ru