Das Problem der Entwicklung unseres Planetensystems

Eine kritische Studie

von

Dr. Friedrich Nölke

Zweite, völlig umgearbeitete Auflage

Mit einem Geleitwort von

Dr. H. Jung
o. Professor der Mathematik an der Universität Kiel

Mit 16 Textfiguren

Berlin
Verlag von Julius Springer
1919

ISBN-13: 978-3-642-90204-8 e-ISBN-13: 978-3-642-92061-5
DOI: 10.1007/978-3-642-92061-5

Softcover reprint of the hardcover 2nd edition 1919

Geleitwort.

Eine Frage, die schon viele, Berufene und Unberufene, beschäftigt hat und gewiß noch viele beschäftigen wird, ist die Frage nach der Entstehung der Welt, insbesondere unseres Planetensystems. Eine große Anzahl von Hypothesen und Theorien sind aufgestellt darüber, wie unser Planetensystem sich aus einem Urzustande entwickelt hat. Es besitzt mancherlei besondere Eigenschaften, die, soweit wir urteilen können, zu seinem Bestehen an sich nicht notwendig sind. Der Wunsch, sie zu erklären und als notwendig aus gegebenen Anfangsbedingungen entstanden nachzuweisen, ist ohne Zweifel ein besonderer Anreiz zur Aufstellung von Entwicklungshypothesen. Gleichzeitig liefern sie ein Kriterium für die Richtigkeit oder leichter noch für die Unrichtigkeit einer solchen Hypothese. Es ist gewiß ein sehr verdienstliches Werk, wenn der Verfasser dieses Buches alle bisher bekannt gewordenen Hypothesen über die Entwicklung unseres Planetensystems, soweit sie wissenschaftlich ernst zu nehmen sind, zusammenstellt und kritisch daraufhin untersucht, ob sie wirklich erklären können, was sie erklären sollen. Der Verfasser untersucht besonders, ob aus den angenommenen Anfangszuständen nicht nur qualitativ, sondern auch quantitativ die Eigenschaften unseres Planetensystems haben hervorgehen können. Es zeigt sich dabei häufig, daß eine Erklärung qualitativ sehr schön ausreicht, aber quantitativ ganz versagt.

Die Arbeit ist als kritische Studie bezeichnet. Sie verdient diese Bezeichnung nicht nur deshalb, weil sie die bisher aufgestellten Hypothesen über die Entwicklung des Sonnensystems gründlich diskutiert, sondern vor allen Dingen auch deshalb, weil sie, darüber hinausgehend, von allgemeinen Gesichtspunkten aus alle denkbaren Erklärungen aufsucht und kritisch betrachtet. Dieses systematische Verfahren führt zu recht bemerkenswerten Ergebnissen. Es zeigt sich, daß von den bei den einzelnen Problemen möglichen Erklärungen in den meisten Fällen alle außer einer oder wenigen ausscheiden, so daß sich am Schlusse der kritischen Erwägungen die wahrscheinlich richtige Erklärung fast eindeutig ergibt. Ganz besondere Beachtung verdienen ferner die Betrachtungen über den Strahlungsdruck als kosmischen Entwicklungsfaktor (§§ 113—130), die Ausführungen über die Entwicklung der Monde, die als Lösung eines bisher ungelösten Problems erscheinen (§§ 136—146), und die Erklärung des Ursprungs der Kometen, die eine einfache Erklärung der Entstehung der irdischen Eiszeiten einschließt (§§ 155—165). Darin besteht die positive Leistung des Buches. Aber hiervon abgesehen hat auch schon die übersichtliche Zusammenstellung der bisher unternommenen Erklärungsversuche einen großen Wert für alle, die sich mit der vorliegenden Frage beschäftigen wollen.

Kiel, Januar 1919.

Jung.

Vorwort.

Man hat wenig Vertrauen mehr zu kosmogonischen Versuchen. Weil man eingesehen hat, daß Kant und Laplace nicht auf dem richtigen Wege waren, daß alle Berichtigungen und Verbesserungen ihrer Hypothesen Stückwerk sind, weil sich zeigt, daß auch die neuesten, von Berufsastronomen (Moulton, See u. a.) aufgestellten kosmogonischen Hypothesen mit offenbaren Mängeln behaftet sind, ist man skeptisch geworden. Hier und dort begegnet man der Ansicht, daß die Lösung des Problems kosmischer Entwicklung die Kräfte der Wissenschaft übersteige und aufgegeben werden müsse. Manche Astronomen wollen nur das als wissenschaftliches Problem gelten lassen, was der empirischen Forschung offen steht. Weil der Mensch noch nicht Zeuge einer Weltentwicklung gewesen sei, betrachten sie die kosmogonischen Versuche als wissenschaftlich wertlose Phantasieprodukte. Mit ihrer ablehnenden Stellung dürften sie aber nur wenig Anerkennung finden. Denn erstens ist das Interesse an kosmogonischen Fragen so groß, daß sie durch Ignorieren nicht in Vergessenheit gebracht werden können, und zweitens liegt die Gefahr vor, daß, wenn die Berufenen schweigen, die Unberufenen um so lauter ihre Stimme ertönen lassen und auch Gehör finden werden. Und ist denn das Verdammungsurteil jener Astronomen wirklich berechtigt? Läßt die wissenschaftliche Astronomie stets nur das passieren, dem die empirische Forschung den Stempel aufgeprägt hat? In der Astrophysik spielen die verschiedenen Sonnentheorien eine wichtige Rolle. Wenn der skeptische Standpunkt der richtige wäre, hätte man noch mehr Grund, diese Theorien zurückzuweisen als kosmogonische Hypothesen. Es ist ausgeschlossen, daß der Mensch jemals imstande sein wird, die wirklichen physikalischen Verhältnisse auf der Sonne zu erforschen; demgegenüber besteht jedoch die Hoffnung, daß die astronomische Beobachtung für die Erklärung der Entwicklung der Weltkörper immer mehr Material liefern wird. Was wäre auch die menschliche Wissenschaft, wenn man ihr verbieten wollte, Hypothesen aufzustellen? Eine bloße Anhäufung von Beobachtungsmaterial, ohne inneren Zusammenhang. Erst die Hypothesen bringen Übersicht in das Chaos der Beobachtungen.

Verurteilen und Ignorieren scheint uns daher bei kosmogonischen Fragen nicht der richtige Standpunkt zu sein. Die vielen fehlgeschlagenen Versuche stellen die Lösung des Problems noch nicht gänzlich in Frage. Wenn dies der Fall wäre, würden so ausgezeichnete theoretische Astronomen und Physiker, wie H. Poincaré, G. H. Darwin und R. Emden, um kosmogonische Dinge sich gewiß nicht so ernstlich bemüht haben. Sollte es nicht möglich sein, dem Problem von *einer ganz anderen Seite* beizukommen? Bis jetzt verfuhr man bei der Aufstellung kosmogonischer Hypothesen stets so, daß man einen gewissen Anfangszustand und gewisse kosmische Entwicklungsfaktoren von vornherein postulierte und dann versuchte, die gegenwärtigen Verhältnisse des Sonnensystems aus den Postulaten *deduktiv* herzuleiten. Es läßt sich nicht bestreiten, daß dieses dogmatische, deduktive Verfahren den Forderungen der modernen Naturwissenschaft nicht entspricht. Die Naturwissenschaft leitet ihre Resultate nicht deduktiv, sondern *induktiv* her. Sie geht von den Beobachtungen aus, baut auf ihnen ihre Schlüsse auf und gelangt auf diese Weise zu ihren allgemeinen Resultaten. Unser Buch stellt einen Versuch dar, auf die angegebene Weise auch bei kosmogonischen Fragen zu sicheren Ergebnissen zu kommen. Wir beschränken uns dabei auf die Frage der *Entwicklung unseres Sonnensystems.* Die Frage nach der *Entwicklung von Weltsystemen und des Weltganzen* liegt außerhalb des Rahmens unserer Untersuchung. Es ist aussichtslos, daß diese allgemeinere Frage mit Erfolg in Angriff genommen werden könnte, bevor die erste Frage ihre Beantwortung gefunden hat. Da die beobachtende Astronomie bis jetzt erst einen sehr dürftigen Einblick in den Bau und den Mechanismus des Weltganzen hat liefern können, so will es uns übrigens scheinen, daß das allgemeinere Problem noch lange der Lösung harren wird. Wenn wir uns auf die Entwicklung unseres Sonnensystems beschränken, so üben wir also eine Vorsicht, die, falls wir unsere Untersuchung als wissenschaftliche bezeichnen wollen, von uns gefordert werden kann.

Wir werden, ausgehend von den gegenwärtigen Verhältnissen des Sonnensystems, die verschiedenen Entwicklungsmöglichkeiten derselben nach allgemeinen Prinzipien zusammenstellen und dann zu entscheiden suchen, ob sie einen ausreichenden Erklärungsgrund geben oder nicht. Scheiden aus diesen oder jenen Gründen einige Erklärungsmöglichkeiten aus, so ist allerdings noch nichts Positives geleistet, aber doch schon etwas gewonnen; denn man weiß wenigstens, auf welchem Wege die Erklärung *nicht* zu suchen ist. Bleiben dann endlich nur noch wenige oder gar nur eine Erklärungsmöglichkeit übrig, so ist man der Lösung des Problems nahe. Denn eine Erklärung, die allen kritischen Angriffen standhält, muß die richtige sein.

Einer der Hauptfehler, der bis jetzt bei der Aufstellung kosmogonischer Hypothesen gemacht worden ist, besteht darin, daß man zwar Ursachen anzugeben wußte, welche Änderungen der Art, wie man sie im Sinne hatte, hervorzurufen vermochten, daß man sich aber völlig darüber täuschte, ob sie auch imstande waren, den *erforderlichen Betrag* der Änderungen zu bewirken. Bei unserer kritischen Analyse der verschiedenen Entwicklungsmöglichkeiten werden wir daher das Hauptgewicht darauf legen, Integrale zu gewinnen, welche die Änderungen nicht nur *qualitativ*, sondern, wenigstens näherungsweise, auch *quantitativ* bestimmen. Ferner werden wir zeigen, daß man bei der Kritik der alten Hypothesen gelegentlich zu weit gegangen ist. Weil sich herausstellte, daß die Planeten gemäß der Laplaceschen Hypothese nicht entstanden sein konnten, glaubte man, sie ohne weiteres verwerfen zu müssen, und dachte gar nicht an die Möglichkeit, daß das, was bei den Planeten falsch ist, bei den Monden doch richtig sein kann.

Davon, schon an dieser Stelle das Resultat unserer Untersuchung anzugeben, müssen wir absehen, da es sich nicht mit wenigen Sätzen ausdrücken läßt; es möge genügen zu bemerken, daß nach unserer Überzeugung eine völlig befriedigende Lösung des Problems erreichbar sei.

Das Werk von H. Poincaré: „Leçons sur les hypothèses cosmogoniques“, Paris 1911, kann nicht als Vorläufer unseres Versuchs betrachtet werden. Zwar streut Poincaré seinen Untersuchungen auch kritische Bemerkungen ein; in der Hauptsache beschränkt er sich aber darauf, unter Anerkennung der bei den einzelnen Hypothesen zugrundeliegenden Annahmen, den Entwicklungsgang mathematisch zu formulieren und zu präzisieren. Sein Werk ist weniger ein kritisches, die Materie sichtendes, als ein sie durchdringendes, beleuchtendes. Es versteht sich aber von selbst, daß wir aus dem Buche für unsere Zwecke oft Nutzen ziehen konnten. Sehr wertvolle Hilfe bei der Erörterung mehrerer kosmogonischer Fragen gewährte R. Emdens Buch über „Gaskugeln“, Leipzig 1907, dem hinsichtlich der Reichhaltigkeit seines Inhalts in der wissenschaftlichen kosmogonischen Literatur kein anderes an die Seite gestellt werden kann, außerdem, besonders für das Problem der Gezeitenreibung, G. H. Darwins grundlegende Abhandlungen und sein Buch „Ebbe und Flut“, Leipzig, 2. Aufl. 1911. Die Ergebnisse der modernen astronomischen Forschung sind meistens der „Populären Astronomie“ von Newcomb-Engelmann, Leipzig, 5. Aufl. 1914, entnommen worden.

Bei der Vielseitigkeit des Gegenstandes waren wir, um die Übersichtlichkeit der Darstellung nicht zu gefährden, vielfach gezwungen, Erläuterungen, Zusätze und kritische Bemerkungen in Textnoten zu verweisen. Durch zahlreiche Hinweise im Texte auf frühere oder spätere Darlegungen ist dem Leser die Möglichkeit gegeben, sich an jeder Stelle über Voraussetzungen und Konsequenzen der erörterten Fragen schnell Klarheit zu verschaffen, den inneren Zusammenhang der einzelnen Probleme zu erkennen und das Hauptproblem selbst in seiner Geschlossenheit und Einheitlichkeit zu erfassen.

Es erübrigt noch, einige Worte über das Verhältnis der 2. zur 1. Auflage zu sagen. Die 1. Auflage enthielt zwar eine Kritik der bekanntesten Hypothesen über die Entwicklung des Sonnensystems, in der die Hauptmängel dieser Hypothesen aufgedeckt wurden, verfiel aber bei der Aufstellung der neuen Hypothese in denselben Fehler, der allen früheren zum Vorwurfe gemacht werden muß: Eine Annahme über den Urzustand des Systems wurde an die Spitze gestellt und dann versucht, aus ihm deduktiv den gegenwärtigen Zustand des Systems herzuleiten. Mit diesem Verfahren ist bei der Neubearbeitung gänzlich gebrochen worden. Nunmehr soll eine kritische, systematische Analyse der verschiedenen Erklärungsmöglichkeiten dazu führen, die richtige herauszufinden, d. h. diejenige, welche, weil sich gegen sie von keiner Seite Einwendungen erheben lassen, als die wahrscheinlichste bezeichnet werden kann. Die ganz andere Behandlungsweise des Themas in der 2. Auflage bringt es mit sich, daß aus der ersten nur wenige Seiten herübergenommen werden konnten. Mehrere umfangreiche Betrachtungen, wie die über die Temperatur des Weltraums und den Ätherwiderstand, die wegen ihres problematischen Charakters auf Widerspruch stoßen konnten, wurden entbehrlich. Einige Ausführungen, z. B. die Berechnung der isothermen Gaskugel, sind auch durch ausführlichere und genauere Behandlung in den „Gaskugeln" überflüssig geworden. So kommt es, daß, was auch eine oberflächliche Vergleichung der beiden Auflagen bereits erkennen läßt, die zweite ein völlig neues Buch geworden ist.

Durch den Weltkrieg ist die Fertigstellung des Druckes erheblich verzögert worden. Der Satz war bereits im Sommer 1914 beendet; auf Wunsch des Verfassers sollte aber der Druck erst nach Friedensschluß erfolgen. Diese Verzögerung brachte den Vorteil mit sich, daß der Text noch durch mehrere nicht unwesentliche Einschaltungen vervollständigt werden konnte. Eine besonders wertvolle Bereicherung erfuhr unsere Darstellung durch die Berücksichtigung der während des Krieges veröffentlichten Untersuchungen von A. S. Eddington über den inneren Aufbau der Sterne.

Bremen, im August 1919.

Fr. Nölke.

Inhaltsübersicht.

Einleitung.

Seite

I. Kapitel: Allgemeiner Plan der Untersuchung 1

1. Das Problem. — 2. Unsere Aufgabe. — 3. Die Gesetzmäßigkeiten und Eigentümlichkeiten des Sonnensystems. — 4. Induktive Methode. — 5. Geschlossenes und offenes System. — 6. Erzwungene und spontane Entwicklung.

2. Kapitel: Das widerstehende Mittel 8

7. Arten des Mittels. — 8. Die Störungsgleichungen. — 9. Zwei allgemeine Sätze. — 10. Das Widerstandsgesetz.

1. Abschnitt: Das Mittel gehört zum Sonnensystem; seine Teilchen haben keine bevorzugte Bewegungsrichtung . . . 12

a) Relativ ruhende Teilchen 12

11. Die Störungsgleichungen. — 12. Integration der Störungsgleichungen. — 13. Die Entwicklungszeit der Planeten.

b) Frei bewegliche Teilchen 20

14. Größe des Widerstandes. — 15. Integrale der Störungsgleichungen.

2. Abschnitt: Das Mittel gehört zum Sonnensystem; die Teilchen haben eine bevorzugte Bewegungsrichtung 23

a) Relativ ruhende Teilchen 23

16. Die Störungsgleichungen. — 17. Integration der Störungsgleichungen.

b) Frei bewegliche Teilchen 25

18. Besondere Voraussetzungen. — 19. Die Störungsgleichungen. — 20. Maximal- und Minimaländerung von e. — 21. Integration der Störungsgleichungen. — 22. Allgemeiner Fall. — 23. Störungen der Neigung.

3. Abschnitt: Die Sonne durchschreitet das Mittel 36

a) Relativ ruhende Teilchen 36

24. Die Störungsgleichungen. — 25. Kurzfristige Störungen der Bahnelemente. — 26. Mittlerer Wert der Störungen. — 27. Langfristige Störungen der Bahnelemente. — 28. Die Entwicklungszeit. — 29. Neue Integrale. — 30. Besondere Fälle. — 31. Monde im widerstehenden Mittel.

b) Frei bewegliche Teilchen 46

32. Störungen im sekundären Mittel. — 33. Besonderer Fall.

Analytischer Teil.

Seite
34. Vorbemerkung 49

A. Geschlossenes System.

I. Erzwungene Entwicklung 50
35. Arten der wirkenden Kräfte.

1. Kapitel: Die Entwicklung der Sonne und der Planeten 51
1. Abschnitt: Die Neigungen der Planetenbahnen 51
1. Gravitationswirkungen 51
a) Reine Gravitationsstörungen 51
36. Das Laplacesche Theorem.
b) Gezeitenreibung 52
37. Allgemeines. — 38. Anwendung auf das Planetensystem. — 39. Konsequenzen der Gezeitenhypothese.
2. Widerstehendes Mittel 57
40. Innere Konstitution des Mittels.
a) Frei bewegliche Teilchen 58
41. Betrag der Neigungsänderungen. Masse des Mittels. — 42. Maximale Erstreckung der Planeten. — 43. Über die Möglichkeit des Einfangens interplanetarischer Teilchen. — 44. Der Entwicklungsgang interplanetarischer Mittel.
b) Relativ ruhende Teilchen 73
45. Lage der Hauptebene des Mittels. — 46. Betrag der Neigungsänderungen. — 47. Der Entwicklungsgang des Mittels.
2. Abschnitt: Die Exzentrizitäten der Planetenbahnen . . . 77
1. Gravitationswirkungen 77
a) Reine Gravitationsstörungen 77
48. Das Laplacesche Theorem.
b) Gezeitenreibung 77
49. Art und Betrag der Exzentrizitätsänderungen.
c) Veränderlichkeit der Sonnenmasse 78
50. Die Störungsgleichungen. — 51. Die Exzentrizitätsänderungen.
2. Widerstehendes Mittel 80
52. Innere Konstitution des Mittels.
3. Abschnitt: Die Rotation der Planeten 84
1. Gravitationswirkungen (Gezeitenreibung) 84
53. Hypothese von Arrhenius und Poincaré. — 54. Strattons planetary inversion. — 55. Die ursprüngliche Dichte der Planeten. — 56. Das Verhältnis der Gezeitenwirkungen bei den einzelnen Planeten. — 57. Die Stellung der Rotationsachsen. — 58. Die Entwicklungszeit. — 59. Einfluß der Gezeitenreibung auf feste Planetenmassen.
2. Widerstehendes Mittel 98
60. Innere Konstitution des Mittels. — 61. Allgemeines Ergebnis.

2. Kapitel: Die Entwicklung der Monde 105
62. Reguläre und irreguläre Monde.

Seite
1. Abschnitt: Die Neigungen der Mondbahnen 106
1. Gravitationswirkungen 106
63. Reine Gravitationsstörungen. — 64. Gezeitenreibung.
2. Widerstehendes Mittel 110
65. Innere Konstitution des Mittels.

2. Abschnitt: Die Exzentrizitäten der Mondbahnen 114
1. Gravitationswirkungen 114
66. Reine Gravitationsstörungen und Gezeitenreibung.
2. Widerstehendes Mittel 115
67. Innere Konstitution des Mittels.

3. Abschnitt: Rechtläufigkeit der Monde 117
1. Gravitationswirkungen 117
68. Gezeitenreibung.
2. Widerstehendes Mittel 118
69. Innere Konstitution des Mittels. — 70. Allgemeines Ergebnis.

3. Kapitel: Die Entwicklung der Kometen 119
71. Ursprungsmöglichkeiten der Kometen. — 72. Diskussion der verschiedenen Ursprungsmöglichkeiten.

4. Kapitel: Das Zodiakallicht 127
73. Verschiedene Entwicklungsmöglichkeiten.

II. Spontane Entwicklung 128
74. Hypothesen über den Urzustand des Sonnensystems.

1. Kapitel: Die Entwicklung der Sonne und der Planeten 129
a) Die Urmaterie des Systems bildet eine einheitliche Masse 129
1. Abschnitt: Die Hypothese von Laplace 130
75. Grundlagen der Hypothese. — 76. Neigung der Planetenbahnen gegen den Sonnenäquator. — 77. Die Massen und die Flächenmomente der Planeten. — 78. Die 4 kleinen Planeten und die Planetoiden.
2. Abschnitt: Die Hypothese von Birkeland 146
79. Grundlagen der Hypothese. — 80. Kritik der Hypothese.
b) Die Teilchen der Urmaterie sind frei beweglich . . . 148
1. Abschnitt: Die Hypothese von Faye. 148
81. Bewegung in einem homogenen Ellipsoid. — 82. Neigungen und Exzentrizitäten der Planetenbahnen. — 83. Neue Einwände.
2. Abschnitt: Die Hypothese von Kant und Ligondès . . . 152
84. Vorbemerkungen. — 85. Grundlagen der Hypothese. — 86. Poincarés Betrachtungsweise. — 87. Die Verteilung der Flächenmomente in der chaotischen Urmaterie. — 88. Die Zusammenballung der Planeten. Allgemeine Kritik der Meteoritenhypothese.

2. Kapitel: Die Entwicklung der Monde 178
89. Notwendigkeit einer besonderen Erklärung der Entwicklung der Monde.

Seite

1. Abschnitt: Die Hypothese von Laplace 179
90. Kritik der Hypothese.

2. Abschnitt: Die Hypothese von Kant und See 185
91. Kants Erklärung. — 92. Sees Erklärung.

3. Kapitel: Die Entwicklung der Kometen und des Zodiakallichtes . . 189
93. Unwahrscheinlichkeit spontaner Entwicklung.

B. Offenes System.

94. Vorbemerkung 191

1. Kapitel: Sonne und Stern 193

1. Abschnitt: Die Hypothese von Chamberlin-Moulton . . . 193
95. Grundlage der Erklärung. — 96. Das Flächenmoment des Systems. — 97. Die Neigungen und Exzentrizitäten der Planetenbahnen. — 98. Die Rotation der Planeten. — 99. Die Monde.

2. Abschnitt: Die Hypothese von Arrhenius 200
100. Grundlagen der Hypothese. — 101. Kritik der Hypothese.

3. Abschnitt: Die Hypothese von Hörbiger-Fauth (Glazialkosmogonie) 205
102. Vorbemerkung. — 103. Übersicht über die Glazialkosmogonie. — 104. Kritik der Hypothese.

2. Kapitel: Sonne und Nebel 214
105. Unwahrscheinlichkeit der Annahme.

3. Kapitel: Sonnennebel und Stern 214
106. Unwahrscheinlichkeit der Annahme.

4. Kapitel: Sonnennebel und Nebel 214
107. Anwendbarkeit der Hypothese.

Die Hypothese von Belot 215
108. Übersicht über die Hypothese. — 109. Kritik der Hypothese.

Rückblick 220
110. Tabellarische Übersicht über die Ergebnisse des analytischen Teils. — 111. Allgemeine Schlüsse.

Synthetischer Teil.

112. Vorbemerkung 225

1. Kapitel: Die physische Konstitution der kosmischen Nebel 227
113. Abhängigkeit der Radialgeschwindigkeiten der Sterne vom Spektraltypus. — 114. Hypothese von Kapteyn und Campbell. — 115. Hypothese von Halm und Seeliger. — 116. Hypothese ungleicher Entwicklungszeiten. — 117. Vergleichende Gegenüberstellung der Hypothesen. Die Gravitation in der Nebelmaterie. — 118. Bewegungsvorgänge im Innern der Nebelmaterie. — 119. Die Spiralnebel.

2. Kapitel: Die Entwicklung der Sonne und der Planeten 248
120. Zwei Entwicklungsmöglichkeiten.

Seite

1. Abschnitt: Geschlossenes System 249

121. Die Bahnneigungen der Planeten. — 122. Die Revolutionsrichtung der Planeten. — 123. Die Revolutionsmomente der Planeten und das Rotationsmoment der Sonne. — 124. Die Exzentrizitäten der Planetenbahnen. — 125. Die Entfernungen der Planeten. — 126. Die Massen der Planeten. Meteoriten- oder Nebularhypothese? — 127. Die Rotation der Planeten und die Schiefe der Achsen. — 128. Die Dimensionen und die Entwicklungszeit des Urnebels. — 129. Der Kontraktionsvorgang. — 130. Zusammenfassung.

2. Abschnitt: Offenes System 282

131. Der Urnebel. — 132. Die Neigungen der Planetenbahnen und die Rotation der Planeten und der Sonne.

3. Kapitel: Die Entwicklung der Monde 286

I. Die regulären Monde 286

133. Vorbemerkung.

1. Abschnitt: Die physikalischen Verhältnisse der Planeten zur Zeit der Entwicklung der Monde 287

134. Inneres Dichtegesetz der Planetenmassen. — 135. Temperatur und Dichte der Planetenatmosphären.

2. Abschnitt: Die Entwicklung der regulären Monde 294

136. Anfangsstadium der Mondentwicklung. — 137. Rotationsverzögerung der höchsten Atmosphärenschichten. — 138. Ungleichförmige Rotation der gesamten Planetenatmosphäre. — 139. Gestalt der Planetenatmosphären. — 140. Anzahl und Entfernung der Monde. — 141. Größe der Monde. — 142. Rotation der Monde, Albedo, Dichte, Kommensurabilität der Umlaufszeiten. — 143. Entwicklung der Planetenatmosphären. — 144. Äquatoreale Beschleunigung der Planeten. — 145. Die Satelliten ein notwendiges Produkt kosmischer Entwicklung? — 146. Vergleichende Gegenüberstellung der Laplaceschen und der neuen Erklärung.

3. Abschnitt: Besondere Fälle 320

147. Die Saturnsmonde Hyperion und Themis. — 148. Der Saturnsmond Japetus. — 149. Der Marsmond Phobos. — 150. Der Erdmond. — 151. Der Neptunsmond. — 152. Die Ringe Saturns.

II. Die irregulären Monde 333

153. Anzahl derselben und Entfernung vom Planeten. — 154. Ursprung der irregulären Monde.

4. Kapitel: Die Entwicklung der Kometen 337

155. Grundlage der Erklärung.

1. Abschnitt: Mittel mit frei beweglichen Teilchen 338

156. Individuelle Geschwindigkeiten der Teilchen kosmischer Nebel.

2. Abschnitt: Mittel mit relativ ruhenden Teilchen 339

157. Gesetzmäßigkeiten der ursprünglichen Kometenbahnen. — 158. Entstehung eines der Sonne folgenden Schweifes und einer sie

Seite

einschließenden Hülle verdichteter Nebelmaterie. — 159. Störungen der Kometenbahnen in der Schweifmaterie. — 160. Störungen der Kometenbahnen in der Nebelhülle. — 161. Störungen der Kometenbahnen in der feinen Nebelmaterie. — 162. Aus Schweifmassen entstehende Kometen. — 163. Lang- und kurzperiodische Kometen. — 164. Spektrum und Masse der Kometen. — 165. Die irdischen Eiszeiten.

5. Kapitel: Das Zodiakallicht 358

166. Ursprung der Zodiakallichtmaterie.

Rückblick 364

167. Übersicht über die Ergebnisse des synthetischen Teils.

Schluß 375

168. Grenzen wissenschaftlicher Erkenntnis. — 169. Die Zukunft des Sonnensystems.

Einleitung.

1. Kapitel. Allgemeiner Plan der Untersuchung.

1. Das Problem. Die Frage nach der Entwicklung der Welt ist so alt wie das Menschengeschlecht. Zu allen Zeiten und bei allen Völkern bildet sie eine der Hauptfragen der Religionen. Auch heute hat sie an Interesse kaum eingebüßt. Sie fesselt die Gemüter wie vor Tausenden von Jahren und wird nicht minder in der Zukunft die Geister bewegen und ergreifen.

Was einst Gegenstand phantasievoller Spekulationen war, ist jetzt aber Objekt der Wissenschaft geworden. Die Frage nach der Entwicklung der Welt gilt uns nicht mehr allein als religiöses und philosophisches, sondern auch als naturwissenschaftliches Problem. In dieser Form hat sie einen von dem ursprünglichen verschiedenen Charakter angenommen; sie ist exakter Forschung zugänglich geworden.

Daß die Frage als wissenschaftliches Problem eine andere Gestalt gewann, wurde durch die Gedankenrichtung der neueren Zeit begünstigt. Denn erst die moderne Wissenschaft kennt das Entwicklungsproblem. Solange der Mensch noch nicht über den Standpunkt der naiven Naturbetrachtung hinausgewachsen war, konnte er sich noch keine wissenschaftlichen Aufgaben stellen, die außer der realen Gegenwart auch Vergangenheit und Zukunft umspannten. Zwar taucht der Entwicklungsgedanke als wissenschaftlicher Grundsatz schon im Altertum auf; aber auch dort, wo er, wie bei Anaximander und Heraklit, bereits in klarerer Fassung die Ideenwelt beherrscht, dient er in erster Linie als philosophisches Prinzip, weniger als Richtschnur für die Erforschung der Natur. Erst im 18. und 19. christlichen Jahrhundert gewinnt er mehr und mehr an Bedeutung und stellt besonders die Naturwissenschaften bald auf eine ganz neue Grundlage.

Da die Entwicklung Gegenwart, Vergangenheit und Zukunft umfaßt, während der empirischen Forschung immer nur die Gegenwart zur Verfügung steht, so nimmt die Wissenschaft mit der Einführung des Entwicklungsprinzips einen hypothetischen Charakter an. Es versteht sich daher von selbst, daß äußerste Vorsicht angewandt werden muß, um bei der konstruktiven Verbindung der Tatsachen Kombinationen zu vermeiden, die der Natur Zwang antun würden. Vor allen Dingen muß die *Erforschung der Tatsachen* selbst in hohem Grade vollendet sein, damit das Fundament vorhanden ist, auf dem man sicher bauen kann.

Ob das Problem der Entwicklung von Weltsystemen und im besonderen unseres Sonnensystems bereits als wissenschaftliches gelten könne, ist von einigen Astronomen bestritten worden. Soweit Weltsysteme höherer Ordnung und das Weltganze in Frage kommen, ist dieser Standpunkt ohne Zweifel berechtigt. Denn die Erforschung der Tatsachen, die soeben als unerläßliche Bedingung einer als wissenschaftlich zu bezeichnenden konstruktiven Verknüpfung der Beobachtungsergebnisse hingestellt wurde, ist noch so unvollkommen, der Einblick in den Bau und den inneren Mechanismus des Sternenhimmels noch so dürftig, daß wir vor lauter Rätseln stehen und uns daher billig aller Spekulationen über dieselben enthalten sollten. Anders liegt die Sache jedoch bei unserem Sonnensystem. Wenn von unwesentlichen Einzelheiten abgesehen wird, ist uns der Bau desselben genau bekannt. Seine Entwicklung hat der Mensch allerdings nicht beobachten können; aber dies ist kein hinreichender Grund dafür, von vornherein alle Hypothesen über seine Entwicklung als unwissenschaftlich zurückzuweisen. Denn wenn die von selbst sich verstehende Voraussetzung zugrunde gelegt wird, daß die Entwicklung das Werk *physikalischer Kräfte* gewesen sei, so liefert die Physik sogleich eine wissenschaftliche Handhabe, um aus dem vorliegenden bekannten Endzustande auf die früheren Zustände zu schließen. Ferner kann nicht bestritten werden, daß Beobachtungsmaterial tatsächlich vorhanden ist und sich in immer reicherer Fülle darbietet; denn Fernrohr und Teleskop führen uns, wenn auch kein System in seinen einzelnen Entwicklungsstadien, so doch viele unserem Sonnensystem vergleichbare Systeme in verschiedenen Entwicklungsstadien vor Augen und machen dadurch Kombinationen sehr wohl möglich. Wer verlangt, daß der Mensch, um den Entwicklungsgang unseres Sonnensystems mit Aussicht auf Erfolg rekonstruieren zu können, erst Zeuge einer Weltentwicklung werden müsse, geht in seinen Forderungen zu weit. Wenn sie zu Recht bestünden, würde, da das Lebensalter des Menschengeschlechts zu kurz wäre, das Problem niemals in Angriff genommen werden können. Außerdem ist zu bedenken, daß die Wissenschaft, wenn sie mit übertriebener Vorsicht allem, was sich nicht unmittelbar der sinnlichen Wahrnehmung darbietet, ein „ignoramus, ignorabimus" entgegenhielte, in Gefahr geraten würde, die großen Gesichtspunkte einzubüßen, die doch allein geeignet sind, das Interesse an ihr dauernd wachzuhalten.

Wir werden unsere Untersuchung auf den *Entwicklungsgang unseres Sonnensystems* beschränken und, eingedenk der Goetheschen Forderung: „Das Was bedenke, mehr bedenke Wie!“ einen neuen Versuch machen, die uralte Frage ihrer Lösung näher zu führen.

2. **Unsere Aufgabe.** Die unbefangene Naturbetrachtung zeigt, daß der Heraklitische Grundsatz: „Alles fließt“ eine fundamentale Wahrheit enthält. Daß jeder Naturvorgang einen Ausschnitt aus einer Entwicklungsreihe bildet, jeder Naturgegenstand etwas Gewordenes darstellt, sind fast von selbst sich darbietende Beobachtungstatsachen. Die unserer Untersuchung zugrunde liegende Annahme, daß das Sonnensystem das *Produkt einer Entwicklung* sei, bedarf daher keiner weiteren Rechtfertigung. Es steht fest, daß der gegenwärtige Zustand aus einem von ihm verschiedenen, früheren Zustande hervorgegangen ist, und daß er auch in Zukunft wieder einem neuen Zustande weichen wird. Unsere Aufgabe zerfällt hiernach eigentlich in zwei Teile; wir können nach der *vergangenen* und nach der *zukünftigen* Entwicklung des Sonnensystems fragen. Naturgemäß wird uns vor allen Dingen die erste Frage beschäftigen. Die Frage nach der Zukunft des Sonnensystems läßt sich verhältnismäßig leicht, mit Hilfe physikalischer Prinzipien, beantworten, wenn man es, wie es bei der Untersuchung der Vergangenheit des Systems stets geschieht, für sich allein betrachtet. Taucht sie jedoch im Rahmen der weit allgemeineren Frage der ganzen Weltentwicklung auf, so dürfte ihre Beantwortung auf unüberwindliche Schwierigkeiten stoßen und die Kräfte der Naturwissenschaft für alle Zeiten übersteigen.

Man würde sich die Erklärung sehr leicht machen, wenn man annehmen wollte, daß die ganze Vielgestaltigkeit und Gesetzmäßigkeit unseres Planetensystems schon von Anfang an bestanden habe. Eine solche Erklärung würde nicht weiter führen als die andere, daß Gott die Welt so wie sie ist, geschaffen habe. Erst wenn es gelingt, den komplizierten Endzustand als notwendiges Entwicklungsprodukt eines verhältnismäßig einfachen Anfangszustandes herzuleiten, wenn gezeigt werden kann, daß der End- aus dem Anfangszustand hervorgeht wie die vielgestaltige Pflanze aus dem einfachen Samenkorn, darf die Erklärung als befriedigend bezeichnet werden.

3. **Die Gesetzmäßigkeiten und Eigentümlichkeiten des Sonnensystems.** Wir stellen die Hauptpunkte, die einer Erklärung bedürfen, kurz zusammen:

a) Die Planeten.

1. Sie beschreiben fast kreisförmige Bahnen.
2. Die Bahnen liegen sehr nahe in einer und derselben Ebene.
3. Die Revolutionsrichtung stimmt bei allen Planeten überein.
4. Ihre Rotation erfolgt in demselben Sinne wie die Revolution;

die beiden äußersten Planeten rotieren aber wahrscheinlich in entgegengesetzter Richtung.

5. Die Rotationsachsen bilden mit den Bahnen der Planeten verschiedene Winkel.
6. Die Planetoidenbahnen besitzen zum Teil größere Neigungen und Exzentrizitäten.

b) Die Sonne.

1. Sie vereinigt in sich die Hauptmasse des ganzen Systems; auf die Planeten und Monde entfällt nur ungefähr $^1/_{700}$ der Gesamtmasse.
2. Sie dreht sich in der Bewegungsrichtung der Planeten um ihre Achse.
3. Ihre Äquatorebene weicht von den Planetenbahnen um 5^0 bis 7^0 ab.
4. Ihr Rotationsmoment ist nur ein kleiner Bruchteil des Revolutionsmomentes der großen Planeten (vgl. § 38).

c) Die Monde.

1. Die Mehrzahl der Monde bewegt sich in kreisförmigen Bahnen in der Äquatorebene des Planeten in derselben Richtung, wie der Planet rotiert.
2. Die beiden äußersten Monde Jupiters und der äußerste Mond Saturns bewegen sich in umgekehrter Richtung.
3. Die Bahnen dieser und einiger anderer Monde (des Erdmondes, der Monde VI und VII Jupiters und der Saturnsmonde Themis und Japetus) liegen nicht in der Äquatorebene des Planeten.
4. Die Monde bewegen sich langsamer als der Planet rotiert; eine Ausnahme bilden die inneren Teile der Saturnsringe und der innerste Marsmond.
5. Das Revolutionsmoment der Monde ist, ausgenommen beim Erdmonde, kleiner als das Rotationsmoment des Planeten (vgl. § 64).

d) Die Kometen.

1. Ihre Bahnen sind elliptisch oder fast parabolisch.
2. Die Bahnneigungen haben alle möglichen Werte.
3. Die Existenz der Kometen ist wahrscheinlich eine begrenzte.

4. Induktive Methode. Wir werden bei unseren Erörterungen einen anderen Weg einschlagen, als es bis jetzt immer geschehen ist. Alle früheren Autoren haben die *deduktive* Methode befolgt. Sie postulierten einen ganz bestimmte Eigenschaften aufweisenden Anfangszustand der Materie unseres Sonnensystems und leiteten aus ihm die bestehenden Verhältnisse des Sonnensystems her. Daß der geschilderte Entwicklungsgang zu dem vorliegenden Endzustande führte, sollte dann nachträglich ein indirekter Beweis für die Richtigkeit der Grundannahme sein. Wir wählen gewissermaßen den umgekehrten Weg. Wir wollen nicht, mit einem postulierten Anfangszustande beginnend, von diesem zu den gegenwärtigen Verhältnissen heruntersteigen, sondern, von den bestehenden Verhältnissen ausgehend, durch eine gründliche Erörterung der verschiedenen Möglichkeiten ihrer Entstehung den Weg ausfindig machen, den die Natur bei ihrer Entwicklung eingeschlagen hat. Dadurch erreichen wir den Vorteil, daß die Erklärung nicht, wie es sonst der Fall wäre, anfangs in der Luft schwebt und erst nachher den festen Boden sucht, sondern sich von vornherein auf sicherem Fundamente aufbaut.

In einem Punkte ist das *induktive* Verfahren dem deduktiven gegenüber im Nachteil. Der Schluß von der Ursache auf die Wirkung ist stets eindeutig; aber das Umgekehrte ist nicht der Fall; dieselbe Wirkung kann durch verschiedene Ursachen hervorgerufen werden. Auch die Eigentümlichkeiten des Planetensystems können das Endprodukt des Zusammenwirkens verschiedener physikalischer Kräfte sein. Es versteht sich von selbst, daß es zum Zwecke der Rekonstruktion des Weges, den eine der menschlichen Erfahrung durch direkte Beobachtung nicht zugängliche Entwicklung wahrscheinlich genommen hat, von größtem Werte ist, wenn bei der Zusammenstellung der verschiedenen möglichen Erklärungen *Vollständigkeit* erzielt werden kann. Nun läßt sich zwar niemals mit völliger Bestimmtheit sagen, daß alle Erklärungsmöglichkeiten ins Auge gefaßt sind. In unserem Falle liegt die Sache aber glücklicherweise so, daß ihre Anzahl, da es sich im großen und ganzen um einfache mechanische Vorgänge handelt, ziemlich beschränkt ist. Außerdem sind wir imstande, von *allgemeinen Gesichtspunkten* aus, die eine Gewähr dafür bieten, daß nichts Wesentliches versäumt ist, sie in ein System zu bringen und übersichtlich zu gruppieren[1]).

Unsere induktive Darstellungsmethode bringt es mit sich, daß die ganze Untersuchung in einen *analytischen* und einen *synthetischen* Teil zerfällt. Der analytische Teil zergliedert die verschiedenen Erklärungsmöglichkeiten, bereitet dadurch auf die richtige Erklärung vor und leitet zu ihr über; der synthetische Teil gibt eine auf die kritischen Untersuchungen des analytischen Teiles sich gründende, zusammenhängende Darstellung der Entwicklung unseres Sonnensystems und rechtfertigt sie besonders vom physikalischen Standpunkte aus.

---

[1]). Die induktive Aufsuchung empirischer Näherungsformeln für die Rotationsgeschwindigkeiten der Planeten und die Abstände ihrer Monde, wie sie von H. Nies (Astr. Nachr., Bd. 195, Nr. 4657) und E. Belot (Astr. Nachr., Bd. 195, Nr. 4672) geübt wird, hat mit unserem induktiven Verfahren nichts gemeinsam. Wir versprechen uns von ihr übrigens keinen großen Nutzen.

5. Geschlossenes und offenes System. Bei der im analytischen Teile vorzunehmenden Erörterung der Entstehungsursachen der aufgezählten Gesetzmäßigkeiten und charakteristischen Eigenschaften des Sonnensystems sind zunächst zwei Möglichkeiten ins Auge zu fassen, die es erlauben, eine erste Klassifizierung der Erklärungen vorzunehmen. Entweder waren bei der Ausbildung dieser Gesetzmäßigkeiten und Eigentümlichkeiten nur die *inneren* Kräfte des Systems wirksam, oder es kamen zu den inneren Kräften *äußere* hinzu. Im ersten Falle war das System ein selbständiges, in sich abgeschlossenes, im zweiten Falle ein unselbständiges, fremden Einflüssen unterworfenes, offenes System. Die erste Möglichkeit ist offenbar die einfachere und am nächsten liegende; sie wird daher bei den meisten bislang aufgestellten Hypothesen über die Entwicklung des Planetensystems als Grundlage benutzt. Es gibt jedoch auch einige Hypothesen, z. B. die von Moulton-Chamberlin, Arrhenius, Belot, die von der zweiten Möglichkeit ausgehen. Wir werden alle Erklärungen nach diesem allgemeinsten Prinzip in zwei Hauptgruppen einteilen.

6. Erzwungene und spontane Entwicklung. Eine weitere Klassifizierung ergibt sich, wenn man nicht mehr die Gesetzmäßigkeiten selbst, sondern ihre *Träger*, Sonne, Planeten, Monde und Kometen, als Gegenstand eines Einteilungsprinzips wählt. Entweder waren die genannten Glieder des Systems bereits von Anfang an als *selbständige* Massen, wenn auch vielleicht erst in embryonalem Zustande, vorhanden, oder sie bildeten (sämtlich oder teilweise) ursprünglich eine *einzige* Masse, deren Entwicklungsgang zu einer Differenzierung führte, bei welcher die gegenwärtigen Gesetzmäßigkeiten dann als fertig ausgebildete Akzidenzien der entstehenden Teilmassen in die Erscheinung traten. War im ersten Falle die Vielgestaltigkeit des Systems von Anfang an, wenn auch vielleicht nur keimartig, vorhanden, so versteht es sich von selbst, daß die *Gesetzmäßigkeiten* desselben erst allmählich ihre Ausbildung erlangten; denn wenn auch diese bereits von Anfang an bestanden hätten, so würde man, da nichts mehr zu erklären übrig bliebe, von vornherein aller Erklärungsversuche überhoben sein. War im zweiten Falle die Vielgestaltigkeit die Folge einer Differenzierung ursprünglich einheitlicher Massen, so liegt der Schwerpunkt der Erklärung in den spezifischen Voraussetzungen über die bei dieser Differenzierung *wirksamen Faktoren* und die ihr vorausgehenden Vorgänge, die es mit sich brachten, daß die Teilmassen nach ihrer Geburt die gegenwärtigen Gesetzmäßigkeiten zeigen konnten. Die Erklärungen lassen sich hiernach in zwei Gruppen einteilen. Entweder postulieren sie, daß die Teilmassen des Systems von Anfang an bestanden haben, die Gesetzmäßigkeiten aber erst allmählich, unter der Einwirkung geeigneter Kräfte, zur Ausbildung gelangten (*erzwungene*, unfreiwillige Entwicklung); oder sie setzen voraus, daß die Teilmassen das Produkt eines Differenzierungsvorganges und die Gesetzmäßigkeiten eine Begleiterscheinung desselben seien (*spontane*, freiwillige Entwicklung). Die Erklärungen der ersten Art beziehen sich im wesentlichen auf die *Entwicklung*, die der zweiten Art auf den *Ursprung* der Glieder des Sonnensystems. Natürlich kommen beide Erklärungen auch kombiniert vor.

Wenn das Für und Wider sich ungefähr gleichmäßig auf beide Möglichkeiten verteilte, so würde den Annahmen und Mutmaßungen ein weiter Spielraum bleiben, und es würde aussichtslos sein, den Entwicklungsgang, den das Sonnensystem wirklich durchlaufen hat, mit einiger Wahrscheinlichkeit zu rekonstruieren. Die Untersuchung wird jedoch zeigen, daß in allen wesentlichen Punkten eine Entscheidung zugunsten einer der beiden Möglichkeiten getroffen werden kann. Die kritische Analyse führt sogar noch weiter. Sie erlaubt, bei Berücksichtigung aller Nebenumstände und Konsequenzen, eine Auswahl unter den Erklärungen, die jede der Möglichkeiten im einzelnen wieder zuläßt, zu treffen. Wie ein Schiff durch ein unbekanntes, gefährliches Gewässer geleitet wird, indem man rechts und links lotet, um den Untiefen zu entgehen und das richtige Fahrwasser zu finden, so weist auch die kritische Untersuchung die Klippen nach, an denen die einzelnen Erklärungen scheitern, und deckt den schmalen Weg auf, der allein noch offen und gangbar ist. Wenn sich herausstellt, daß die eine Erklärung nicht erklärt, was sie erklären soll, die andere mit physikalischen Gesetzen im Widerspruche steht, die dritte zu Folgerungen führt, die zurückzuweisen sind, usw., so reduziert sich die Anzahl der noch zur Verfügung stehenden Erklärungen meistens auf eine einzige, die, weil die ganze Untersuchung gleichsam auf sie hindrängt und hinzielt, dann als die richtige zu akzeptieren ist.

Im analytischen Teile werden wir die beiden Möglichkeiten der erzwungenen und spontanen Entwicklung getrennt behandeln. Da bei der Annahme spontaner Entwicklung der Schwerpunkt der Erklärungen in den besonderen Voraussetzungen über die Beschaffenheit des Anfangszustandes liegt, diese Voraussetzungen sich aber in mannigfacher Weise variieren lassen, so scheint es, daß unsere Untersuchungen, im Widerspruche zu unserer früheren Angabe, auf Vollständigkeit keinen Anspruch machen können, sondern einen fragmentarischen Charakter behalten müssen. Es wird sich aber zeigen, daß ebenso wie bei den Erklärungen der ersten Art, die den Gang der Entwicklung auf Grund physikalischer Prinzipien konstruieren, den individuellen Mutmaßungen ihrer Urheber wenig Spielraum bleibt, auch die Erklärungen der letzten Art, die einen viel persönlicheren Charakter haben, in ein System gebracht und von allgemeinen Gesichtspunkten aus diskutiert werden können. — Eine Reihe von Erklärungen der ersten Art geht von der Annahme eines *widerstehenden Mittels* aus. Um die Diskussion übersichtlich zu gestalten, empfiehlt es sich daher, in einem vorbereitenden Kapitel die mathematische Theorie des widerstehenden Mittels zu entwickeln.

2. Kapitel. Das widerstehende Mittel.

7. Arten des Mittels. Bei der Beurteilung der Wirkungen des widerstehenden Mittels sind, je nach der Art der Beziehung, in der es zum Sonnensystem steht, und nach der Art seiner inneren Konstitution, verschiedene Fälle zu unterscheiden. Die Beziehung, in der das Mittel zum Sonnensystem steht, kann zweifacher Art sein. Entweder gehört es zum Sonnensystem, oder es besitzt gesonderte Existenz und wird von der Sonne nur durchschritten. Die innere Konstitution des Mittels kann ebenfalls in zweifacher Weise verschieden sein. Entweder befinden sich die Teilchen des Mittels in relativer Ruhe, oder sie sind frei beweglich. Im letzten Falle hat man wieder zu unterscheiden, ob die Bewegung regellos oder ob eine bestimmte Bewegungsrichtung bevorzugt ist. Diese Unterscheidung braucht jedoch nur gemacht zu werden, wenn das Mittel zum Sonnensystem gehört. Wird das Mittel von der Sonne durchschritten, so würde eine bevorzugte Bewegungsrichtung der Teilchen nur die relative Bewegungsrichtung von Sonne und Mittel modifizieren. Die acht möglichen Fälle reduzieren sich also auf folgende sechs:

1. Das Mittel gehört zum Sonnensystem.
   a) Die Teilchen des Mittels haben keine bevorzugte Bewegungsrichtung.
      α) Sie befinden sich in relativer Ruhe;
      β) sie sind frei beweglich.
   b) Die Teilchen haben eine bevorzugte Bewegungsrichtung.
      α) Sie befinden sich in relativer Ruhe;
      β) sie sind frei beweglich.
2. Das Mittel wird von der Sonne durchschritten.
   α) Die Teilchen befinden sich in relativer Ruhe;
   β) sie sind frei beweglich.

Im folgenden sollen in allen sechs Fällen die Bewegungsstörungen eines im Mittel sich bewegenden, zum Sonnensystem gehörenden, der Kürze wegen als Planet bezeichneten Körpers bestimmt werden.

8. Die Störungsgleichungen. Wird der Nullpunkt der Koordinaten in den Mittelpunkt der Sonne verlegt, bezeichnet ferner M die Summe der Sonnen- und der Planetenmasse, k die Gravitationskonstante,

a die halbe große Achse, b die halbe kleine Achse, p den Parameter, q die Periheldistanz, q' die Apheldistanz, e die Exzentrizität der Planetenbahn, i den Winkel zwischen der Bahn und der xy-Ebene, Ω die Länge des aufsteigenden Knotens, r den Radiusvektor des Planeten, v den in der Richtung der Planetenbewegung gemessenen Winkel, den der nach dem Perihel gezogene Radiusvektor (die Apsidenlinie) mit r einschließt, u den in derselben Richtung gemessenen Winkel, den Knotenlinie und Radiusvektor r miteinander bilden, und ω den Winkel zwischen der Knoten- und der Apsidenlinie, bedeutet endlich R die in die Richtung des Radiusvektors fallende, von der Sonne fort gerichtete, S die senkrecht auf dem Radiusvektor stehende, mit der Bewegungsrichtung des Planeten übereinstimmende, und O die senkrecht auf der Bahnebene stehende, für $i < 90^0$ in die Richtung der positiven z-Achse zeigende Komponente der störenden Kraft W, so lauten die Störungsgleichungen für elliptische Bahnen[1])

$$\left.\begin{aligned}
\frac{di}{dt} &= \frac{r\cos u}{a}\,O, \\
\frac{d\Omega}{dt} &= \frac{r\sin u}{a\sin i}\,O, \\
\frac{da}{dt} &= \frac{2\,a^2}{a}\left(e\sin v\,R + \frac{p}{r}\,S\right), \\
\frac{de}{dt} &= \frac{p\sin v}{a}\,R + \frac{p}{a\,e}\left(\frac{p}{r} - \frac{r}{a}\right)S, \\
\frac{d\omega}{dt} &= -\frac{p\cos v}{a\,e}\,R + \frac{(p+r)\sin v}{a\,e}\,S - \frac{r\sin u\cot g\, i}{a}\,O; \\
a &= \sqrt{k\,M\,p}.
\end{aligned}\right\} \quad 1)$$

Mit Hilfe der Beziehungen $p = a\,(1-e^2)$, $q = a\,(1-e)$, $q' = a\,(1+e)$, $b = a\,\sqrt{1-e^2}$ leitet man aus diesen Gleichungen leicht noch folgende ab:

$$\left.\begin{aligned}
\frac{dp}{dt} &= \frac{2\,r\,p}{a}\,S, \text{ oder } \frac{da}{dt} = r\,S, \\
\frac{dq}{dt} &= -\frac{q^2\sin v}{a}\,R + \frac{p\,(r^2-q^2)}{a\,r\,e}\,S, \\
\frac{dq'}{dt} &= \frac{q'^2\sin v}{a}\,R + \frac{p\,(q'^2-r^2)}{a\,r\,e}\,S, \\
\frac{db}{dt} &= \frac{a\,b\,e\sin v}{a}\,R + \frac{a\,b}{a}\left(\frac{p}{r} + \frac{r}{a}\right)S.
\end{aligned}\right\} \quad 2)$$

---

[1]) Vgl. z. B. Valentiners Handwörterbuch der Astronomie, Artikel Mechanik des Himmels, oder Klinkerfues, Theoretische Astronomie.

9. Zwei allgemeine Sätze. Die Einwirkung, die der Planet im Innern des Mittels erfährt, wird im wesentlichen durch zwei allgemeine Sätze bestimmt:

a) Sonne, Planeten und Mittel kann man als ein zusammengehöriges, *geschlossenes System* betrachten. In einem geschlossenen System werden die gegenseitigen Störungen nur durch die im Innern desselben wirkenden Kräfte hervorgerufen. In diesem Falle ist der Flächensatz und der Satz der Erhaltung der Bewegung des Schwerpunktes gültig. Der Flächensatz lautet: *Die über sämtliche Planeten und sämtliche Teilchen des Mittels erstreckten Summen der auf die drei Koordinatenebenen projizierten Flächenmomente,* $\Sigma m a_{xy}$, $\Sigma m a_{yz}$, $\Sigma m a_{zx}$, *sind konstant.*

b) Die Massen sämtlicher Planeten sind, verglichen mit der Sonnenmasse, sehr gering. Die Bewegung der Planeten und der Teilchen des Mittels wird daher in erster Linie durch die Anziehung der Sonne bestimmt. Die von den Planeten auf die Teilchen des Mittels ausgeübten Störungen sind im allgemeinen so klein, daß sie vernachlässigt werden können; bei den Teilchen jedoch, die widerstehend auf den Planeten wirken, werden die Störungen beträchtlich. Da der störende Einfluß des Planeten sich aber nur über die kleine Sphäre seiner nächsten Umgebung (vgl. § 43) erstreckt, so ist die Zeit, während welcher ein Teilchen in derselben verweilt, d. h. die Zeit, die zwischen dem Augenblicke des Eintritts in die Sphäre und dem des Zusammenstoßes mit dem Planeten verstreicht, kurz. Für diesen kurzen Zeitraum kann die Bahn des Planeten als eine gerade Linie und der störende Einfluß der Sonnenanziehung vernachlässigt, Planet und der ihn umgebende Teil des Mittels also als ein *abgeschlossenes System* betrachtet werden. In diesem Falle gilt demnach auch für das Teilsystem „Planet—Mittel" der Flächensatz und der Satz der Erhaltung der Bewegung des Schwerpunktes. Der letzte Satz lautet: Vereinigt sich mit dem Planeten m die Masse Δm, so erleidet die Bewegung des Schwerpunktes beider nach der Vereinigung keine Änderung. Hieraus folgt, daß die Änderung der Bewegungsrichtung und der Geschwindigkeit, die in der Zeit vor dem Zusammenstoß der Planet bei der widerstehenden Materie und diese bei dem Planeten infolge ihrer gegenseitigen Anziehung hervorrufen, auf die Bewegungsrichtung und Geschwindigkeit der vereinigten Massen keinen Einfluß hat. *Die wirklich eintretenden Änderungen sind dieselben, die entstehen würden, wenn der Planet und die mit ihm zusammenstoßenden Teilchen nicht anziehend aufeinander wirkten.* Bedeuten c_x und c_μ die ohne Rücksicht auf ihre gegenseitigen Anziehungswirkungen bestimmten Geschwindigkeiten des Planeten und der mit ihm sich vereinigenden Materie im Augenblicke des Zusammenstoßes. ferner φ den Winkel zwischen ihren Bewegungsrichtungen, so kann man also bei der Integration der Gleichungen (1) und (2) die Anziehungswirkungen von Planet und Mittel unbeachtet lassen und

$$V^2 = c_x^2 + c_\mu^2 - 2\, c_x\, c_\mu \cos\varphi$$

setzen.

10. Das Widerstandsgesetz. Bei der Bestimmung der Größe der widerstehenden Kraft sind zwei Möglichkeiten gesondert zu betrachten. Entweder kommen sämtliche Teilchen des Mittels, die widerstehend auf den Planeten wirken, da sie seiner Gravitation unterliegen, mit ihm zur Vereinigung, vergrößern also seine Masse, oder sie weichen ihm zur Seite aus. Es ist ohne weiteres klar, daß im allgemeinen der erste Fall zutreffen wird. Der zweite Fall kann nur dann eintreten, wenn die Gravitationswirkungen des Planeten infolge seiner geringen Masse verschwindend klein sind, oder wenn er eine solche Ausdehnung besitzt, daß er bei einer weiteren Volumvergrößerung nicht mehr imstande wäre, die Massen seiner Oberflächenschicht den störenden Anziehungswirkungen der Sonne zu entziehen. Wir betrachten beide Möglichkeiten getrennt.

a) Die widerstehende Masse vereinigt sich mit dem Planeten. Ist V die Geschwindigkeit des Planeten im Innern des Mittels, δ die Dichte des Mittels, so fällt in jeder Sekunde auf die senkrecht zur Bewegungsrichtung stehende Fläche F die Masse $F\,\delta\,V$ [sec]. Da diese Masse bei der Vereinigung mit dem Planeten die Geschwindigkeit desselben annimmt, so erfährt sie die Beschleunigung V [sec^{-1}]. Die widerstehende Kraft ist also gleich $F\,\delta\,V^2$, d. h. sie ist dem *Quadrat* der Geschwindigkeit proportional. Bedeutet ϱ den Radius des Planeten, m seine Masse, so ist hiernach die auf ihn wirkende verzögernde Kraft des Widerstandes

$$W = \frac{\varrho^2 \pi\, \delta\, V^2}{m}. \tag{3}$$

b) Die widerstehende Masse vereinigt sich nicht mit dem Planeten. Ist die Planetenmasse, wie z. B. bei den Meteorkörpern, so klein, daß die widerstehende Materie von vornherein zum Ausweichen gezwungen wird, so ist nach experimentellen Untersuchungen der Widerstand nur bei kleineren Geschwindigkeiten dem Quadrat, bei größeren Geschwindigkeiten aber einer höheren Potenz derselben proportional. Die Zunahme ist eine Folge der Änderungen, die der bewegte Körper im Mittel hervorruft, da dieses sich bei hohen Geschwindigkeiten vor ihm zu einer Verdichtungswelle zusammenschiebt[1]. Die Abweichungen von dem gewöhnlichen Widerstandsgesetze sind um so größer, je dichter das Mittel ist; denn die Leichtigkeit des seitlichen Ausweichens hängt in erster Linie von dem Widerstande ab,

[1]) Vgl. Winkelmanns Handbuch d. Physik, Bd. Mechanik.

den das Mittel der Bewegung seiner eigenen Teile entgegenstellt. Da die Dichte des interplanetarischen Mittels außerordentlich gering anzusetzen ist[1]), so können daher bei der Bewegung der Planeten die Abweichungen vernachlässigt werden.

Erreicht der Planet die Grenze seines Volumens, so ist von einem seitlichen Ausweichen des Mittels keine Rede mehr. Der Planet verliert soviel an Masse, wie er aufnimmt. Aufnahme und Verlust erfolgen an verschiedenen Stellen seiner Oberfläche. Der Widerstand bleibt also dem Quadrat der Geschwindigkeit proportional.

Da nach dem Gesagten das Widerstandsgesetz dasselbe ist, einerlei, ob die widerstehende Materie sich mit dem Planeten vereinigt oder nicht, so genügt es, wenn sich die mathematische Behandlung auf den ersten Fall beschränkt. Die sich dabei ergebenden Beziehungen gelten auch für den zweiten Fall, wenn man die (veränderliche) Masse des Planeten aus ihnen eliminiert. Die zwischen den Bahnelementen und der Masse des Planeten bestehenden Beziehungen haben im zweiten Falle keine physikalische, sondern nur formale Bedeutung; sie können als das Ergebnis einer Transformation der Variabeln betrachtet werden.

Erster Abschnitt.

Das Mittel gehört zum Sonnensystem; seine Teilchen haben keine bevorzugte Bewegungsrichtung.

Die beiden Möglichkeiten, daß die Teilchen sich in relativer Ruhe befinden oder freie Bahnen beschreiben, sind getrennt zu behandeln.

a) Relativ ruhende Teilchen.

11. Die Störungsgleichungen. Der Widerstand wirkt in der Richtung der Bahntangente. Bezeichnet χ den Winkel zwischen dem positiven R und der in die Bewegungsrichtung des Planeten zeigenden Tangente, so ist

$$R = -W\cos\chi,\ S = -W\sin\chi,\ O = 0,$$

ferner

$$\sin\chi = \frac{r\,dv}{ds},\quad \cos\chi = \frac{dr}{ds}.$$

Schreibt man

$$\frac{\varrho^2\pi\delta}{m} = A$$

[1]) Ein Mittel, dessen Gesamtmasse der Sonnenmasse gleich wäre, würde bei gleichmäßiger Erstreckung bis zur Neptunsbahn nur die Dichte $5 \,.\, 10^{-12}$ [g cm^{-3}] besitzen.

und bedenkt, daß

$$\frac{dv}{dt} = \frac{a}{r^2}, \quad \frac{dr}{dt} = \frac{a\, e \sin v}{p} \tag{4}$$

und $V = c_x$ ist, so wird

$$R = -\frac{A\, c_x\, a\, e \sin v}{p}, \quad S = -\frac{A\, c_x\, a}{r}.$$

Durch Einsetzen dieser Werte gehen die Gleichungen (1) und (2) über in

$$\left.\begin{aligned}
&\frac{di}{dt} = 0, \quad \frac{d\Omega}{dt} = 0,\\
&\frac{1}{A}\frac{da}{dt} = -\frac{2\, a^2 c_x^3\, p}{a^2},\\
&\frac{1}{A}\frac{de}{dt} = -2\, c_x (e + \cos v),\\
&\frac{1}{A}\frac{d\omega}{dt} = -\frac{2\, c_x \sin v}{e},\\
&\frac{1}{A}\frac{dq}{dt} = -\frac{2\, c_x\, q}{1+e}(1 - \cos v),\\
&\frac{1}{A}\frac{dq'}{dt} = -\frac{2\, c_x\, q'}{1-e}(1 + \cos v),\\
&\frac{1}{A}\frac{dp}{dt} = -2\, p\, c_x.
\end{aligned}\right\} \tag{5}$$

12. Integration der Störungsgleichungen. Aus den beiden ersten Gleichungen folgt, daß Neigung und Lage der Knotenlinie unverändert bleiben. Die letzte Gleichung läßt eine allgemeine Integration zu. Da $c_x = \frac{ds}{dt}$ ist und $\varrho^2 \pi \delta \,.\, ds$ die beim Durcheilen der Wegstrecke ds aufgefangene Materie, also den Massenzuwachs von m bezeichnet, so erhält man

$$\frac{dp}{p} = -2\frac{dm}{m}. \tag{6}$$

Die Integration ergibt

$$\frac{p}{p_0} = \left(\frac{m_0}{m}\right)^2, \tag{7}$$

d. h. *der Parameter der Bahn ist dem Quadrate der Masse des Planeten umgekehrt proportional.*

Wenn die Dichte δ des Mittels so groß wäre, daß die Bahnelemente schon während eines Umlaufs beträchtlichen Änderungen unterlägen, so würde kein Planet seine Existenz bewahren können, sondern sich in kurzer Zeit mit dem Zentralkörper vereinigen. Wir setzen δ deshalb so klein voraus, daß während eines Umlaufs die Bahnelemente als konstant betrachtet werden können, und integrieren die Gleichungen (5) zunächst für einen Umlauf. Dabei machen wir die weitere naheliegende Voraussetzung, daß sich δ als Funktion von r ausdrücken läßt. Dann zeigt der Ausdruck für $\frac{d\omega}{dt}$, daß $d\omega$ in symmetrisch liegenden Punkten der Bahn gleich große positive und negative Werte annimmt; die Apsidenlinie schwankt also während eines Umlaufs zwischen engen Grenzen hin und her.

Ist δ eine rationale algebraische Funktion von r, so führt die Integration der übrigen Gleichungen nur auf elliptische Integrale. Wir wollen die Integrale in den drei Fällen, wo δ konstant und der ersten oder zweiten Potenz des Radiusvektors umgekehrt proportional ist, herleiten.

a) Es sei zunächst δ konstant. Schreibt man

$$r = a(1 + e\sin\psi),$$

so drückt sich der Ellipsenbogen mit Hilfe von ψ in bekannter Weise durch das elliptische Normalintegral 2. Gattung aus

$$ds = c_x\, dt = a\sqrt{1 - e^2\sin^2\psi}\, d\psi .$$

Ferner ist

$$e + \cos v = -\frac{a(1-e^2)\sin\psi}{r}.$$

Schreibt man

$$K = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{d\psi}{\sqrt{1-e^2\sin^2\psi}}, \quad E = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sqrt{1-e^2\sin^2\psi}\, d\psi,$$

so erhält man, wenn man die während eines Umlaufs erfolgenden Änderungen der Bahnelemente durch ein vorgesetztes Δ bezeichnet,

$$\Delta e = 2Aa(1-e^2)\int_0^{2\pi} \frac{\sin\psi\,(1 - e\sin\psi)}{\sqrt{1-e^2\sin^2\psi}}\, d\psi = \frac{8Aa(1-e^2)}{e}(E-K)$$

$$\Delta p = -2Aap\int_0^{2\pi}\sqrt{1-e^2\sin^2\psi}\, d\psi = -8AapE.$$

Nun ist nach (6)

$$\frac{\Delta p}{p} = -2\frac{\Delta m}{m}, \tag{8}$$

folglich hat man $\Delta m = 4AamE$ und

$$\Delta e = -\frac{2(1-e^2)}{e}\left(\frac{K}{E}-1\right)\frac{\Delta m}{m}. \tag{9}$$

Da sich K und E in Reihen entwickeln lassen, die nach Potenzen von e fortschreiten, so kann man in der letzten Gleichung die Variabeln trennen und sie nochmals integrieren. Es ist

$$\left.\begin{aligned}\frac{2}{\pi}K &= 1+\frac{1}{4}e^2+\frac{9}{64}e^4+\frac{25}{256}e^6+\frac{1225}{16384}e^8+\ldots\\ \frac{2}{\pi}E &= 1-\frac{1}{4}e^2-\frac{3}{64}e^4-\frac{5}{256}e^6-\frac{175}{16384}e^8-\ldots\end{aligned}\right\} \tag{10}$$

Durch Einsetzen dieser Werte erhält man

$$\frac{\Delta e}{e} = -\frac{\Delta m}{m}\left(1-\frac{3}{8}e^2-\frac{3}{16}e^4-\frac{111}{1024}e^6-\ldots\right).$$

Schreibt man

$$f(e) = 1+\frac{3}{16}e^2+\frac{51}{512}e^4+\frac{547}{8192}e^6+\ldots,$$

so heißt das Integral

$$\frac{e\,f(e)}{e_0 f(e_0)} = \frac{m_0}{m}.$$

Da durch p und e die übrigen Elemente a, q, q' bestimmt sind, so enthalten die beiden Gleichungen

$$\frac{p}{p_0} = \left(\frac{m_0}{m}\right)^2, \quad \frac{e\,f(e)}{e_0 f(e_0)} = \frac{m_0}{m} \tag{11}$$

die allgemeine Lösung des Problems.

Es sei z. B. $e_0 = 0{,}5$, $e = 0{,}1$. Dann ist $f(e_0) = 1{,}054$, $f(e) = 1{,}002$, folglich $m_0 = 5{,}26\,m$ und $p_0 = 27{,}67\,p$. Aus den Beziehungen $p = a(1-e^2) = q(1+e) = q'(1-e)$ ergibt sich nun $a_0 = 36{,}53\,a$, $q_0 = 20{,}29\,q$, $q_0' = 49{,}81\,q'$. Soll sich die Exzentrizität $^1/_2$ auf ihren 5. Teil reduzieren, so muß hiernach die Masse des Planeten auf etwas mehr als den 5-fachen Wert anwachsen; gleichzeitig verkürzt sich die große Bahnachse auf den 37., der Parameter auf den 28., die Periheldistanz auf den 20. und die Apheldistanz auf den 50. Teil des ursprünglichen Wertes.

β) Wir nehmen jetzt an, die **Dichte des Mittels sei dem Radiusvektor umgekehrt proportional**, und schreiben

$$\delta = \frac{r_1}{r}\delta_1.$$

Dann folgt aus der letzten der Gleichungen (5), wenn wieder der Hilfswinkel ψ eingeführt,

$$A_1 = \frac{\varrho^2\pi r_1\delta_1}{m}$$

gesetzt und über den ganzen Umlauf integriert wird

$$\frac{\Delta p}{p} = -2 A_1 \int_0^{2\pi} \frac{1 - e \sin \psi}{\sqrt{1 - e^2 \sin^2 \psi}} d\psi = -8 A_1 K.$$

In Verbindung mit (8) liefert diese Gleichung

$$\Delta m = 4 A_1 K m.$$

Ferner ist

$$\Delta e = 2 A_1 (1 - e^2) \int_0^{2\pi} \frac{1 - e \sin \psi}{1 + e \sin \psi} \frac{\sin \psi \, d\psi}{\sqrt{1 - e^2 \sin^2 \psi}}$$

$$= -\frac{16 A_1}{e} [E - (1 - e^2) K]$$

oder

$$\Delta e = -\frac{4}{e} \left(\frac{E}{K} - 1 + e^2 \right) \frac{\Delta m}{m}.$$

Setzt man für E und K ihre Werte, so folgt

$$\frac{\Delta e}{e} = -2 \frac{\Delta m}{m} \left(1 - \frac{1}{8} e^2 - \frac{1}{16} e^4 - \frac{41}{1024} e^6 - \ldots \right).$$

Schreibt man

$$f_1(e) = 1 + \frac{1}{16} e^2 + \frac{11}{512} e^4 + \frac{89}{8192} e^6 + \ldots,$$

so erhält man durch erneute Integration

$$\frac{e f_1(e)}{e_0 f_1(e_0)} = \left(\frac{m_0}{m} \right)^2.$$

Diese Gleichung und Gleichung (7) enthalten wieder die vollständige Lösung des Problems.

Es sei auch in diesem Falle $e_0 = 0{,}5$, $e = 0{,}1$. Dann ist $f_1(e_0) = 1{,}0171$, $f_1(e) = 1{,}0006$ und $m_0 = 2{,}25\, m$. Ferner wird $a_0 = 6{,}71\, a$, $p_0 = 5{,}08\, p$, $q_0 = 3{,}71\, q$ und $q_0' = 9{,}15 q'$.

γ) Ist die Dichte des Mittels dem Quadrat des Radiusvektors umgekehrt proportional,

$$\delta = \frac{r_2^2}{r^2} \delta_2,$$

so folgt aus der letzten der Gleichungen (5), wenn

$$A_2 = \frac{\varrho^2 \pi r_2^2 \delta_2}{a m}$$

gesetzt wird, ähnlich wie früher

$$\frac{\Delta p}{p} = -2 A_2 \int_0^{2\pi} \frac{1 - e \sin \psi}{1 + e \sin \psi} \frac{d\psi}{\sqrt{1 - e^2 \sin^2 \psi}} = -8 A_2 \left(\frac{2}{1 - e^2} E - K \right).$$

Vergleicht man dies Integral mit der Gleichung (8), so ergibt sich

$$\Delta m = 4 A_2 m \left(\frac{2}{1 - e^2} E - K \right).$$

Ferner wird

$$\Delta e = 2 A_2 (1 - e^2) \int_0^{2\pi} \frac{1 - e \sin \psi}{(1 + e \sin \psi)^2} \frac{\sin \psi \, d\psi}{\sqrt{1 - e^2 \sin^2 \psi}}$$

$$= - \frac{8 A_2}{3 e} \left[\frac{1 + 7 e^2}{1 - e^2} E - (1 + 3 e^2) K \right],$$

oder

$$\Delta e = - \frac{2}{3 e} \frac{(1 + 7 e^2) E - (1 + 3 e^2)(1 - e^2) K}{2 E - (1 - e^2) K} \frac{\Delta m}{m}.$$

Durch Einsetzen der Werte von E und K erhält man hieraus

$$\frac{\Delta e}{e} = -3 \frac{\Delta m}{m} \left(1 - \frac{1}{8} e^2 + \frac{1}{48} e^4 - \frac{19}{3072} e^6 \ldots \right).$$

Schreibt man

$$f_2(e) = 1 + \frac{1}{16} e^2 + \frac{1}{1536} e^4 + \frac{11}{24576} e^6 + \ldots,$$

so lautet das Integral der letzten Gleichung

$$\frac{e f_2(e)}{e_0 f_2(e_0)} = \left(\frac{m_0}{m} \right)^3.$$

Ist wieder $e_0 = 0{,}5$, $e = 0{,}1$, so wird $f_2(e_0) = 1{,}0156$, $f_2(e) = 1{,}0006$, also $m_0 = 1{,}72\, m$ und $p_0 = 2{,}95\, p$. Dann ist ferner $a_0 = 3{,}89\, a$, $q_0 = 2{,}16\, q$, $q_0' = 5{,}31\, q'$. —

Die im Vorhergehenden hergeleiteten Integrale sind durch eine doppelte Integration gewonnen worden. Die erste Integration erstreckte sich über einen Umlauf des Planeten; dabei lag die Annahme zugrunde, daß der Radius ϱ des Planeten während des Umlaufs keine Änderung erleide. Diese Annahme ist, im Hinblick auf die geringe Massenzunahme während eines Umlaufs und die Kürze der Umlaufszeit, berechtigt. Die zweite, über eine große Zahl von Umläufen erstreckte Integration ist aber, da der von dem Planetenradius abhängende Ausdruck durch Δm ersetzt werden konnte, für beliebige ϱ gültig. Wegen ihrer Allgemeinheit verdienen die gefundenen Integrale daher besondere Beachtung.

In den drei behandelten Fällen ist die Exzentrizität in erster Näherung der 1., 2. oder 3. Potenz der Planetenmasse umgekehrt proportional. Die Exzentrizitätsverkleinerung erfolgt um so schneller, je größer der Widerstand in der Nähe des Perihels ist, und am schnellsten, wenn er nur im Perihel wirkt. Da beim Stoß zweier Körper die Bewegungsgröße unverändert bleibt, so besteht in diesem Falle die Gleichung

$$m V = m_0 V_0.$$

Nun ist die Geschwindigkeit im Perihel proportional mit

$$\sqrt{\frac{2}{q}-\frac{1}{a}}=\sqrt{\frac{1+e}{q}}.$$

Man erhält also

$$\frac{1+e}{1+e_0}=\left(\frac{m_0}{m}\right)^2.$$

Um die Exzentrizität 1 auf 0 zu reduzieren, würde sich hiernach die Masse m_0 nur um 0,414 m_0 zu vergrößern brauchen.

13. Die Entwicklungszeit des Planeten. Ist ϱ als Funktion der Bahnelemente gegeben, so läßt sich auch die Entwicklungszeit des Planeten bestimmen. Da a, q, q' durch p und e ausgedrückt werden können, so soll ϱ als Funktion von p und e betrachtet werden.

Im Falle konstanter Dichte ist

$$\Delta m = 4\,a\,E\,\varrho^2\pi\,\delta.$$

Drückt man Δm durch Δe aus und schreibt

$$m = m_0\sqrt{\frac{p_0}{p}},$$

so folgt

$$\frac{8\,\varrho^2\pi\,\delta}{m_0\sqrt{p_0}}a^{3/2}=-\frac{e\,\Delta e}{(1-e^2)^{3/2}(K-E)}.$$

Die Umlaufszeit τ des Planeten ist gleich

$$\frac{2\pi}{\sqrt{k\,M}}a^{3/2}.$$

Setzt man

$$\varrho=\varrho_0\sqrt{\frac{F(p,e)}{F(p_0,e_0)}},\quad \lambda=\frac{4\,\varrho_0^2\delta}{m_0F(p_0,e_0)}\sqrt{\frac{k\,M}{p_0}},$$

so erhält man also

$$\lambda\tau=-\frac{e\,\Delta e}{(1-e^2)^{3/2}(K-E)\,F(p,e)}.$$

Da p sich mit Hilfe der Gleichungen (11) durch e, p_0 und e_0 ausdrücken läßt, so erfordert die Integration dieser Gleichung nur eine Quadratur.

Nach (9) werden die Exzentrizitätsänderungen allein durch den Massenzuwachs des Planeten bestimmt. Daher erleidet ein anderer Planet m', dessen ursprüngliche Bahnexzentrizität dieselbe ist, bei gleichem proportionalen Massenzuwachs dieselben Exzentrizitätsänderungen. Sind außerdem die Anfangswerte des Parameters für m und m' gleich, so haben die zwischen denselben Grenzen genommenen Integralwerte für beide Planeten denselben Wert. Dann ist also, wenn $\Sigma\tau = T$, $\Sigma\tau' = T'$ gesetzt wird,

$$\frac{T'}{T} = \frac{\lambda}{\lambda'} = \frac{m_0'}{m_0}\left(\frac{\varrho_0}{\varrho_0'}\right)^2 = \frac{m'}{m}\left(\frac{\varrho}{\varrho'}\right)^2.$$

Diese Gleichung bestimmt das Verhältnis der Zeiten, in der die Planeten m und m' übereinstimmende Änderungen ihrer Bahnelememte erleiden.

In dem immer noch sehr allgemeinen Falle, wo sich der von p abhängende Teil der Funktion $F(p, e)$, abgesehen von einem Faktor p^ν, als Funktion von $p:p_0$ darstellen, $F(p, e)$ sich also in der Form $p^\nu F_1(e, e_0)$ schreiben läßt und $\varrho:\varrho_0$ eine Funktion von e und e_0 allein (oder auch von m und m_0 allein) wird, erhält man in derselben Weise für die Zeiten, in denen zwei in ähnlichen Bahnen laufende Planeten m und m' dieselben Exzentrizitätsänderungen erleiden,

$$\frac{T'}{T} = \frac{\lambda}{\lambda'} = \frac{m_0'}{m_0}\left(\frac{\varrho_0}{\varrho_0'}\right)^2\sqrt{\frac{p_0'}{p_0}} = \frac{m'}{m}\left(\frac{\varrho}{\varrho'}\right)^2\sqrt{\frac{p'}{p}}.$$

Wir wählen noch den besonderen Fall $e = e_0 = 0$, schreiben also $p = a$ und

$$\left(\frac{\varrho}{\varrho_0}\right)^2 = \left(\frac{p}{p_0}\right)^\nu = \left(\frac{m_0}{m}\right)^{2\nu}.$$

Dann wird

$$\frac{\Delta m}{m} = \frac{2\pi p^{3/2}\varrho^2\pi\delta}{m_0\sqrt{p_0}} = \frac{\varrho_0{}^2\pi\delta}{m_0}\sqrt{\frac{kM}{p_0}}\left(\frac{m_0}{m}\right)^{2\nu}\tau.$$

Die Integration ergibt

$$T = \frac{m_0}{2\nu\varrho_0^2\pi\delta}\sqrt{\frac{p_0}{kM}}\left[\left(\frac{m}{m_0}\right)^{2\nu} - 1\right]$$

oder

$$T = \frac{m}{2\nu\varrho^2\pi\delta}\sqrt{\frac{p}{kM}}\left[1 - \left(\frac{m_0}{m}\right)^{2\nu}\right].$$

Ähnliche Gleichungen lassen sich in den beiden anderen betrachteten Fällen $\delta r = \text{const.}$ und $\delta r^2 = \text{const.}$ herleiten. Im ersten Falle erhält man für zwei Planeten mit paralleler Entwicklung

$$\frac{T'}{T} = \frac{m'}{m}\left(\frac{\varrho}{\varrho'}\right)^2\left(\frac{p'}{p}\right)^{3/2},$$

und für kreisförmige Bahnen

$$T = \frac{p}{r_1}\,\frac{m}{2(\nu-1)\varrho^2\pi\delta_1}\sqrt{\frac{p}{kM}}\left[1 - \left(\frac{m_0}{m}\right)^{2(\nu-1)}\right],$$

im zweiten Falle

$$\frac{T'}{T} = \frac{m'}{m}\left(\frac{\varrho}{\varrho'}\right)^2\left(\frac{p'}{p}\right)^{5/2}$$

und

$$T = \left(\frac{p}{r_2}\right)^2 \frac{m}{2(\nu - 2)\,\varrho^2 \pi \delta_2} \sqrt{\frac{p}{k M}} \left[1 - \left(\frac{m_0}{m}\right)^{2(\nu-2)}\right].$$

In allen für $T' : T$ und T hergeleiteten Formeln können die Größen $m, p, \varrho, m', p', \varrho'$ gegen die entsprechenden mit dem Index 0 versehenen vertauscht werden, wenn in den Ausdrücken für T gleichzeitig das Vorzeichen geändert wird. Bleibt die Dichte der Planetenmasse konstant, so hat ν den Wert $-\,^1/_3$.

b) Frei bewegliche Teilchen.

14. Größe des Widerstandes. Der durch die einzelnen Teilchen hervorgerufene Widerstand wirkt in den verschiedensten Richtungen und ist auch seiner Größe nach verschieden. Der die Bewegung des Planeten endgültig bestimmende Widerstand W setzt sich aus diesen Teilwiderständen nach dem Parallelogramm der Kräfte zusammen. Ist, wie es hier vorausgesetzt wird, die Bewegung der Teilchen völlig regellos, so wirkt er in der Richtung der Bahntangente. Seine Größe soll nunmehr bestimmt werden.

Wir machen zunächst die vereinfachende Voraussetzung, daß sämtliche in einem bestimmten Augenblicke auf den Planeten stürzenden Teilchen dieselbe Bahngeschwindigkeit c_μ besitzen. Die am Orte des Planeten in einer bestimmten Richtung sich bewegende Masse des Mittels habe, für sich allein betrachtet, die Dichte $\Delta\delta$; ihre Bewegungsrichtung bilde mit der des Planeten den Winkel φ. Dann ist, wenn

$$B = \frac{\varrho^2 \pi}{m}, \quad V^2 = c_x^2 + c_\mu^2 - 2\, c_x c_\mu \cos\varphi$$

gesetzt wird, ihr Widerstand (vgl. § 10 a)

$$\Delta W = B\, V^2 \Delta\delta.$$

Da für den Gesamtwiderstand W nur die in der Richtung der Bahntangente liegende Komponente der Teilwiderstände, die den Wert

$$\frac{c_x - c_\mu \cos\varphi}{V} \Delta W$$

hat, in Frage kommt, so ist also

$$W = B\, \Sigma\, (c_x - c_\mu \cos\varphi)\, V\, \Delta\delta.$$

Sind die Bewegungsrichtungen der Teilchen in dem Mittel gleichmäßig verteilt, so besteht, falls O die Oberfläche des Planeten, ΔO das Oberflächenelement bedeutet, die Gleichung

$$\frac{\Delta\delta}{\delta} = \frac{\Delta O}{O}.$$

Bezeichnet man den Winkel, den die durch c_x und c_μ gelegte Ebene mit der Bahnebene des Planeten bildet, mit j, so ist

$$\varDelta O = \varrho^2 \sin\varphi \, \varDelta\varphi \, \varDelta j,$$

ferner ist $O = 4\,\varrho^2\pi$. Man erhält also

$$\varDelta\delta = \frac{\delta}{4\pi} \sin\varphi \, \varDelta\varphi \, \varDelta j\,.$$

Setzt man diesen Wert in W ein und summiert von $j = 0$ bis $j = 2\pi$, so folgt

$$W = \frac{1}{2} B\,\delta \Sigma\, V\,(c_x - c_\mu \cos\varphi) \sin\varphi \, \varDelta\varphi\,.$$

Das Integral J der hinter dem Summenzeichen stehenden Größe ist eine algebraische Funktion von $\cos\varphi$. Schreibt man

$$\frac{c_\mu}{c_x} = \tau, \quad \frac{2\tau}{1+\tau^2} = \sigma, \quad \sqrt{1-\sigma\cos\varphi} = h,$$

so findet man

$$J = -\frac{c_x^2}{3\sigma}\sqrt{1+\tau^2}\left[(1-\tau^2)\,h^3 + \frac{3}{5}(1+\tau^2)\,h^5\right].$$

Beachtet man, daß h stets positiv ist, so ergibt sich mit Hilfe dieses Wertes, wenn man in W die Summation von $\varphi = 0$ bis $\varphi = \pi$ ausführt und $B\,\delta = A$ schreibt, für $\tau < 1$

$$W = \frac{1}{3} A \left(3 + 2\,\tau^2 - \frac{1}{5}\,\tau^4\right) c_x^2,$$

und für $\tau > 1$

$$W = \frac{4}{3} A \left(\tau + \frac{1}{5\,\tau}\right) c_x^2.$$

Die im vorliegenden Falle gültigen Differentialgleichungen gehen also aus den für relativ ruhende Teilchen hergeleiteten Gleichungen (5) dadurch hervor, daß man die rechten Seiten mit

$$\frac{1}{3}\left(3 + 2\,\tau^2 - \frac{1}{5}\,\tau^4\right) \text{ oder } \frac{4}{3}\left(\tau + \frac{1}{5\,\tau}\right)$$

multipliziert.

Auch für die in der Zeit dt auf den Planeten stürzende Masse ergibt sich ein einfacher Wert. In der Richtung V fällt auf den Planeten in der Zeit dt die Masse $\varrho^2\pi\, V\,\varDelta\delta\, dt$; folglich ist

$$\frac{dm}{dt} = B\,m\,\Sigma\, V\,\varDelta\delta\,.$$

Setzt man wieder für $\varDelta\delta$ seinen Wert und führt die Summation aus, so findet man für $\tau < 1$

$$\frac{dm}{dt} = A\,m\,c_x\left(1 + \frac{\tau^2}{3}\right),$$

und für $\tau > 1$
$$\frac{dm}{dt} = A\, m\, c_x \left(\tau + \frac{1}{3\tau}\right).$$

Hat die Geschwindigkeit c_μ der Teilchen des Mittels am Orte des Planeten nicht für alle denselben Wert, so ist für τ ein mittlerer Wert zu setzen.

15. Integrale der Störungsgleichungen. Die Änderungen der Elemente ergeben sich aus den Störungsgleichungen in einfacher Weise, wenn man anstatt der im vorigen Paragraphen hergeleiteten genauen Werte von W und $\frac{dm}{dt}$ Näherungswerte benutzt.

Bezeichnet i den Winkel zwischen der Richtung von V und der Planetenbahn, ψ den Winkel zwischen ihrer Projektion auf die Bahn und der Bewegungsrichtung des Planeten, so ist
$$\cos\varphi = \cos i \,\cos\psi,$$
ferner
$$\Delta O = \varrho^2 \cos i\, \Delta i\, \Delta\psi,$$
also
$$\Delta\delta = \frac{\delta}{4\pi} \cos i\, \Delta i\, \Delta\psi\,.$$

Setzt man diesen Wert in W und $\frac{dm}{dt}$ ein, entwickelt V in eine nach Potenzen von $\sigma\cos\varphi$ fortschreitende Reihe und summiert von $\psi = 0$ bis 2π und von $i = -\frac{\pi}{2}$ bis $+\frac{\pi}{2}$, so erhält man
$$W = A\, c_x^2 \sqrt{1+\tau^2}\left[1 - \frac{1}{24}\sigma^2 - \frac{1}{128}\sigma^4 \ldots + \frac{\tau}{2}\left(\frac{\sigma}{3} + \frac{\sigma^3}{40} + \ldots\right)\right],$$
$$\frac{dm}{dt} = A\, m\, c_x \sqrt{1+\tau^2}\left(1 - \frac{1}{24}\sigma^2 - \frac{1}{128}\sigma^4 - \ldots\right).$$

σ übersteigt nicht den Wert 1, $\sigma\tau$ nicht den Wert 2. Ist z. B. die Geschwindigkeit der Teilchen des Mittels im Durchschnitt die parabolische, so hat man bei kreisförmiger Planetenbahn $\tau = \sqrt{2}$, $\sigma = {}^2/_3 \sqrt{2}$, $\sigma\tau = {}^4/_3$. In W und $\frac{dm}{dt}$ können daher in erster Näherung die Klammergrößen gleich 1 gesetzt werden. Die restierenden Ausdrücke lassen dann erkennen, daß in einem Mittel mit frei und in beliebigen Richtungen sich bewegenden Teilchen die Störungen des Planeten so erfolgen, als wenn er sich in einem Mittel mit relativ ruhenden Teilchen bewegte, dessen Dichte $\delta\sqrt{1+\tau^2}$ wäre. *Sämtliche früher hergeleiteten Integrale sind demnach auch im vorliegenden Falle gültig*; die für die Entwicklungszeit T gefundenen Ausdrücke würden jedoch durch $\sqrt{1+\tau^2}$ zu dividieren sein.

Zweiter Abschnitt.

Das Mittel gehört zum Sonnensystem. Die Teilchen haben eine bevorzugte Bewegungsrichtung.

Auch in diesem Falle sind die beiden Möglichkeiten, daß die Teilchen relativ zueinander ruhen und in freien Bahnen laufen, getrennt zu behandeln.

a) Relativ ruhende Teilchen.

16. Die Störungsgleichungen. Befinden sich die Teilchen des Mittels in relativer Ruhe, so bildet es eine einheitliche rotierende Masse. Bedeutet i die Neigung der Planetenbahn gegen die Äquatorebene des Mittels, ψ den Winkel, unter dem die Teilchen des Mittels die Planetenbahn treffen, so ist

$$\cos\psi = \frac{\cos i}{\sqrt{1-\sin^2 i \sin^2 u}}, \quad \sin\psi = \frac{\sin i \cos u}{\sqrt{1-\sin^2 i \sin^2 u}},$$

$$O = -A\, V c_\mu \sin\psi,$$

$$R = -A\, V \frac{dr}{dt},$$

$$S = -A\, V\left(\frac{a}{r} - c_\mu \cos\psi\right),$$

$$V^2 = c_x^2 + c_\mu^2 - 2 c_x c_\mu \cos\varphi,$$

$$\cos\varphi = \frac{a}{r c_x}\cos\psi.$$

Bezeichnet ω die Winkelgeschwindigkeit des Mittels, so wird

$$c_\mu = r\omega\sqrt{1-\sin^2 i \sin^2 u}.$$

Demnach lauten die Störungsgleichungen

$$\frac{1}{A\, V}\frac{di}{dt} = -\frac{r^2\omega}{a}\sin i \cos^2 u,$$

$$\frac{1}{A\, V}\frac{d\Omega}{dt} = -\frac{r^2\omega}{a}\sin u \cos u,$$

$$\frac{1}{A\, V}\frac{da}{dt} = \frac{2a^2}{kM}(a\omega\cos i - c_x^2),$$

$$\frac{1}{A\, V}\frac{de}{dt} = \frac{p r\omega\cos i}{a e}\left(\frac{p}{r} - \frac{r}{a}\right) + \frac{2p}{re}\left(\frac{r}{a} - 1\right)$$

$$\frac{1}{A\, V}\frac{dp}{dt} = 2p\left(\frac{r^2\omega\cos i}{a} - 1\right).$$

17. Integration der Störungsgleichungen. Die Integration der Gleichungen führt, wenn δ eine rationale algebraische Funktion von r ist, auf hyperelliptische Integrale. Kann man c_μ seiner Kleinheit wegen vernachlässigen, so werden die Integrale elliptisch. Da die Auswertung der Integrale nur möglich ist, wenn ω bekannt ist, so beschränken wir uns auf einige allgemeine Angaben.

Aus den Gleichungen erkennt man leicht, daß i, a, e, p beständig abnehmen. Wir wollen die Bahn als kreisförmig voraussetzen und die Abnahme von r und i bestimmen.

Für $i = 0$ ergibt sich die Abnahme des Bahnradius aus der Gleichung

$$\frac{1}{A\,V}\frac{dr}{dt} = -2\,r\left(1 - \frac{r^2\,\omega}{a}\right).$$

Da für kreisförmige Bahnen $a = r\,c_x$ ist, so folgt, wenn man $c_\mu = \lambda\,c_x$ setzt und bedenkt, daß $A\;V\,m\,dt$ die während des Zeitteilchens dt von dem Planeten aufgefangene Masse dm bedeutet,

$$dr = -2\,r\,(1-\lambda)\,A\;V\,dt = -2\,r\,(1-\lambda)\,\frac{dm}{m}.$$

Ist λ als Funktion von r gegeben, so führt diese Gleichung nur auf Quadraturen. Ändert sich z. B. die Rotationsgeschwindigkeit des Mittels im Laufe der Zeit nicht, so ist ω konstant, und, wenn man $r_1^3\,\omega^2 = k\,M$ setzt,

$$\lambda = \left(\frac{r}{r_1}\right)^{3/2}.$$

Man erhält dann

$$\frac{r}{r_0} = \left(\frac{m_0}{m}\right)^2\left(\frac{1-\lambda}{1-\lambda_0}\right)^{2/3}.$$

Für konstantes λ ergibt sich

$$\frac{r}{r_0} = \left(\frac{m_0}{m}\right)^{2(1-\lambda)}$$

Diese Integrale sind näherungsweise auch dann gültig, wenn die Bahnneigungen klein sind. In diesem Falle kann V während eines Umlaufs als konstant betrachtet und die Gleichung für $\frac{di}{dt}$ leicht über einen ganzen Umlauf integriert werden. Da der mittlere Wert von $\cos^2 u$ gleich $^1/_2$ ist, so erhält man

$$\Delta i = \frac{A\;V}{2\,a}\,r\,\tau\,c_\mu \sin i\,.$$

$A\;V\,\tau\,m$ ist die während der Zeit τ von dem Planeten aufgefangene Materie Δm; es folgt also

$$\frac{\Delta i}{\sin i} = -\frac{\lambda}{2}\frac{\Delta m}{m}.$$

Setzt man in dieser Gleichung für $\frac{\Delta m}{m}$ seinen Wert

$$-\frac{\Delta r}{2r(1-\lambda)},$$

so erhält man

$$\frac{\Delta i}{\sin i} = \frac{\lambda \Delta r}{4r(1-\lambda)}.$$

Hieraus folgt für konstantes ω

$$\operatorname{tg}\frac{i}{2} = \sqrt[6]{\frac{1-\lambda_0}{1-\lambda}}\operatorname{tg}\frac{i_0}{2},$$

und für konstantes λ

$$\operatorname{tg}\frac{i}{2} = \left(\frac{r}{r_0}\right)^{\frac{\lambda}{4(1-\lambda)}}\operatorname{tg}\frac{i_0}{2} = \left(\frac{m_0}{m}\right)^{\frac{\lambda}{2}}\operatorname{tg}\frac{i_0}{2}.$$

Je kleiner λ ist, um so mehr nähern sich die Integralwerte den für ein ruhendes Mittel geltenden. Ist $\lambda = 1$, also $c_\mu = c_x$, so beschreiben die Teilchen des Mittels freie Kreisbahnen. Dieser Fall wird in den nächsten Paragraphen ausführlich betrachtet werden.

b) Frei bewegliche Teilchen.

18. Besondere Voraussetzungen. Legt man durch den Anziehungsmittelpunkt verschiedene Ebenen und projiziert das Flächenmoment sämtlicher Teilchen des Mittels auf diese Ebenen, so ist für eine bestimmte Ebene die Summe der Projektionen ein Maximum (*Hauptebene des Mittels*). Der allgemeinste Fall, wo das Mittel, als Ganzes betrachtet, eine unregelmäßige Gestalt besitzt, kann unberücksichtigt bleiben, da er nur bei speziellen Annahmen über diese Struktur der mathematischen Behandlung zugänglich ist. Wir setzen daher voraus, daß das Mittel als Ganzes symmetrisch gebaut sei. Dann ist die Maximalebene der Flächenmomente Symmetrieebene des Mittels (Kants „Plan der Beziehung").

Dehnt sich das Mittel zu beiden Seiten der Hauptebene beträchtlich aus und beschreiben seine Teilchen beliebige elliptische Bahnen, so ergeben sich für die Störungskomponenten sehr komplizierte Ausdrücke (vgl. § 22). Wir beschränken uns daher zunächst auf den Fall, wo die Teilchen des Mittels in nur wenig gegeneinander geneigten Kreisbahnen laufen, das Mittel als Ganzes also die Form eines flachen Rotationsellipsoides hat. Außerdem setzen wir voraus, daß die Bahnebene des Planeten mit der Hauptebene des Mittels zusammenfällt.

19. Die Störungsgleichungen. Stimmt die Revolutionsrichtung des Planeten mit der Revolutionsrichtung der Teilchen des Mittels überein, so ist

$$R = -A\,V\,c_x \sin\varphi, \quad S = A\,V\,(c_\mu - c_x \cos\varphi),$$

$$\sin\varphi = \frac{dr}{ds} = \frac{1}{c_x}\frac{dr}{dt} = \frac{a\,e\sin v}{p\,c_x},$$

$$\cos\varphi = \frac{r\,dv}{ds} = \frac{r}{c_x}\frac{dv}{dt} = \frac{a}{r\,c_x},$$

$$V^2 = c_x^2 + c_\mu^2 - 2\frac{a}{r}c_\mu.$$

Substituiert man diese Werte in den Gleichungen (1) und (2), so folgt

$$\frac{1}{VA}\frac{de}{dt} = \frac{p\,c_\mu}{a\,e}\left(\frac{p}{r} - \frac{r}{a}\right) + 2\frac{p}{re}\left(\frac{r}{a} - 1\right),$$

$$\frac{1}{VA}\frac{dp}{dt} = \frac{2\,p\,r\,c_\mu}{a} - 2\,p,$$

$$\frac{1}{VA}\frac{da}{dt} = \frac{2\,a^2}{k\,M}\left(\frac{a}{r}c_\mu - c_x^2\right),$$

$$\frac{1}{VA}\frac{dq}{dt} = \frac{p\,c_\mu}{a\,r\,e}(r^2 - q^2) - \frac{2q}{re}(r - q),$$

$$\frac{1}{VA}\frac{dq'}{dt} = \frac{p\,c_\mu}{a\,r\,e}(q'^2 - r^2) - \frac{2\,q'}{r\,e}(q' - r).$$

Schreibt man

$$c_\mu = \sqrt{\frac{k\,M}{r}} = \frac{a}{\sqrt{p\,r}},$$

so überzeugt man sich leicht, daß $\frac{de}{dt}$ und $\frac{dq'}{dt}$ in jedem Punkte der Bahn negativ sind, daß $\frac{dq}{dt}$ stets positiv und $\frac{dp}{dt}$ für $r > p$ positiv ist. Exzentrizität und Apheldistanz nehmen daher beständig ab, die Periheldistanz nimmt beständig zu.

Die Integration der obigen Gleichungen führt, wenn δ eine rationale algebraische Funktion ist, auf hyperelliptische Integrale, deren Auswertung schwierig ist. Einige vereinfachende Voraussetzungen erlauben jedoch, verhältnismäßig genaue Näherungswerte anzugeben.

20. Maximal- und Minimaländerung von e. Die in der Zeit dt mit dem Planeten zur Vereinigung kommende Masse dm hat den Wert $VAmdt$. Die Gleichung für $\frac{de}{dt}$ geht also, wenn man für c_μ seinen Wert setzt, über in

$$-e\,de = \left[\left(\frac{r}{a} - \frac{p}{r}\right)\sqrt{\frac{p}{r}} + 2\left(1 - \frac{r}{a}\right)\frac{p}{r}\right]\frac{dm}{m}.$$

Die Klammergröße K hat ein Maximum zwischen $r = q$ und $r = p$; für große e liegt es bei $r = {}^9/_{16}\,p$, für kleine e nähert es sich dem Werte $r = q$. Sie hat ein Minimum zwischen $r = q'$ und

$$r = p\left(\sqrt[3]{\frac{4}{1-e^2}} - \frac{1}{4}\right)^2;$$

für große e liegt es bei dem zuletzt angegebenen Werte, für kleine e bei $r = q'$; für $e = {}^2/_3\sqrt{2}$ liegt es bei $r = a$. Auch für mittlere Exzentrizitäten sind die Werte von K für $r = q$ und $r = q'$ so wenig von ihrem Maximal- und Minimalwerte verschieden, daß sie unbedenklich dafür gelten können. Für $e = {}^1/_2$ ist z. B. $K_q = 0{,}275$, $K_{max} = 0{,}277$ ($r = 1{,}074\,q$); ferner ist $K_{q'} = 0{,}207$, $K_{min} = 0{,}203$ ($r = 0{,}889\,q'$). Für $e = {}^2/_3\sqrt{2}$ ist $K_q = 1{,}035$, $K_{max} = 1{,}046$ ($r = 1{,}12\,q$); $K_{q'} = 0{,}344$, $K_{min} = 0{,}297$ ($r = a$).

Integriert man die obige Gleichung für $r = q$ und $r = q'$, so erhält man also die durch einen bestimmten Massenzuwachs bewirkten Maximal- und Minimalwerte der Exzentrizitätsänderungen. Für $r = p, b, a$ ergeben sich mittlere Werte. Für $r = q$ erhält man

$$de = -2\sqrt{1+e}\,(\sqrt{1+e} - 1)\frac{dm}{m}; \qquad \frac{m}{m_0} = \frac{e_0}{e}\,\frac{1+\sqrt{1+e}}{1+\sqrt{1+e_0}},$$

für $r = p$

$$de = -e\frac{dm}{m}; \quad \frac{m}{m_0} = \frac{e_0}{e},$$

für $r = b$

$$de = -\frac{2}{e}\sqrt{1-e^2}\,(1 - \sqrt{1-e^2})\frac{dm}{m}; \qquad \frac{m}{m_0} = \frac{e_0}{e}\sqrt{\frac{1+\sqrt{1-e^2}}{1+\sqrt{1-e_0^2}}},$$

für $r = a$

$$de = -e\sqrt{1-e^2}\,\frac{dm}{m}; \quad \frac{m}{m_0} = \frac{e_0}{e}\,\frac{1+\sqrt{1-e^2}}{1+\sqrt{1-e_0^2}},$$

für $r = q'$

$$de = -2\sqrt{1-e}\,(1 - \sqrt{1-e})\frac{dm}{m}; \qquad \frac{m}{m_0} = \frac{e_0}{e}\,\frac{1+\sqrt{1-e}}{1+\sqrt{1-e_0}}.$$

Für $e_0 = 0{,}9$ und $e = 0{,}1$ findet man z. B. in den fünf angegebenen Fällen der Reihe nach $m:m_0 = 7{,}8$; 9; $10{,}6$; $12{,}5$; $13{,}3$. Das Maximum beträgt nicht mehr als das $1{,}72$ fache des Minimums. Für $e_0 = 0{,}5$ und $e = 0{,}1$ hat dieses Verhältnis nur noch den Wert $1{,}24$. Die Abhängigkeit der Exzentrizitätsänderungen von dem Massenzuwachs des

Planeten ist hiernach durch die angegebenen Integrale befriedigend genau dargestellt. Der wahre Wert von $m:m_0$ liegt dem für $r = q$ geltenden Werte um so näher, je mehr die Dichte des Mittels nach der Sonne hin zunimmt.

21. Integration der Störungsgleichungen. Andere einfache Voraussetzungen erlauben, nicht nur die Abhängigkeit von e und m, sondern auch die von e und den übrigen Bahnelementen näherungsweise zu bestimmen. Es ist

$$V^2 = k\,M\left(\frac{3}{r} - \frac{1}{a} - \frac{2}{r}\sqrt{\frac{p}{r}}\right).$$

Für $r = p$ hat V seinen größten, für $r = q'$ seinen kleinsten Wert. Mit Hilfe eines Näherungswertes von V,

$$V' = e\sqrt{\frac{k\,M}{r}},$$

lassen sich die Störungsgleichungen in geschlossener Form integrieren. Um den Grad der Genauigkeit der bei dieser Substitution sich ergebenden Integrale zu bestimmen, bilde man den Quotienten $V:V'$. Dann findet man leicht, daß er gleich 1 wird für $r = p$ und für

$$\sqrt{\frac{r}{p}} = -\frac{1}{2} + \sqrt{\frac{1}{4} + \frac{2}{1-e^2}},$$

und daß er für $r = a\sqrt[3]{1-e^2}$ sein Maximum erreicht, welches den Wert

$$\frac{1}{e}\sqrt{3\left(1 - \sqrt[3]{1-e^2}\right)}$$

besitzt. Die folgende Tabelle enthält die Zahlenwerte von $V:V'$ für $r = q,\ p,\ a,\ a(1+e^2)$, q' und seinen Maximalwert

e	$r=q$	$r=p$	Max.	$r=a$	$r=a(1+e^2)$	$r=q'$
0,0	0,50	1	1	1	1	0,50
0,1	0,49	1	1	1	1	0,51
0,5	0,45	1	1,05	1,03	0,90	0,58
0,6	0,44	1	1,07	1,05	0,86	0,61
0,7	0,43	1	1,11	1,08	0,83	0,64
0,8	0,43	1	1,16	1,12	0,81	0,69
0,9	0,42	1	1,25	1,18	0,82	0,76
1,0	0,41	1	1,73	1,41	1,00	1,00

Die Tabelle zeigt, daß für kleinere Werte von e (bis $e = 0{,}5$) in der Umgebung des Punktes $r = a$ V etwas größer als V' und in der Nähe der Punkte $r = q$ und $r = q'$ ungefähr gleich $^1/_2\,V'$ ist. Für Exzentrizitäten, die der 1 sehr nahe liegen, übersteigt im Gegensatze hierzu der Wert von V den von V' innerhalb des größten Teiles der Bahnstrecke und bleibt nur in der Nähe des Punktes $r = q$ hinter ihm zurück. Mittlere Exzentrizitäten (von $e = 0{,}5$ bis über 0,9 hinaus) nehmen eine mittlere Stellung ein. Die Abweichungen im positiven und negativen Sinne erreichen ungefähr denselben Betrag. Nun sind $de:dt$ und $dq':dt$ in jedem Punkte der Bahn negativ, und $dq:dt$ ist stets positiv. Es folgt also, daß durch die angegebene Substitution die Änderung von e, q und q' für kleine Exzentrizitäten zu groß, für sehr große zu klein ausfällt, für mittlere Exzentrizitäten aber dem richtigen Werte mehr oder weniger nahe kommt. Da der wirkliche Fehler in jedem Falle zwischen den extremen Fehlern liegt, so läßt die Tabelle den weiteren Schluß zu, daß für kleine Exzentrizitäten die wirklichen Änderungen von e, q und q' hinter den berechneten um ungefähr den dritten bis vierten Teil ihres Wertes zurückbleiben, für sehr große Exzentrizitäten sie um ebensoviel übersteigen können, für mittlere e aber sich nur um geringe Bruchteile von ihnen unterscheiden werden. Die Substitution $V = V'$ führt hiernach im allgemeinen zu sehr befriedigenden Näherungswerten.

Um die für $V = V'$ sich ergebenden elliptischen Integrale auf eine möglichst einfache Form zu bringen, setzen wir

$$1 + e = \varepsilon, \quad 1 - e = \varepsilon',$$

$$\frac{r}{a} = x = +\sqrt{\varepsilon\,\varepsilon'}\,\frac{1 + \lambda z}{1 - \lambda z},$$

$$\lambda = \frac{\sqrt{\varepsilon} - \sqrt{\varepsilon'}}{\sqrt{\varepsilon} + \sqrt{\varepsilon'}} = \frac{1 - \sqrt{1 - e^2}}{e}.$$

Dann ist

$$e = \frac{2\lambda}{1 + \lambda^2}, \quad \frac{2}{\sqrt{\varepsilon} + \sqrt{\varepsilon'}} = \sqrt{1 + \lambda^2}, \quad \sqrt{\varepsilon\,\varepsilon'} = \frac{1 - \lambda^2}{1 + \lambda^2}, \quad \frac{de}{\sqrt{1 - e^2}} = \frac{2\,d\lambda}{1 + \lambda^2}.$$

Ferner erhält man, wenn man über die ganze Umlaufszeit τ des Planeten integriert und $(\varepsilon - x)(x - \varepsilon') = R$ schreibt,

$$\int_\tau \frac{dx}{\sqrt{x R}} = \frac{2}{\sqrt{\varepsilon} + \sqrt{\varepsilon'}} \int_\tau \frac{d\psi}{\sqrt{1 - \lambda^2 \sin^2\psi}} = 4\sqrt{1 + \lambda^2}\,K;$$

$$\int_\tau \frac{x\,dx}{\sqrt{x R}} = \frac{2\sqrt{\varepsilon\,\varepsilon'}}{\sqrt{\varepsilon} + \sqrt{\varepsilon'}} \int_\tau \frac{1 + \lambda \sin\psi}{1 - \lambda \sin\psi} \cdot \frac{d\psi}{\sqrt{1 - \lambda^2 \sin^2\psi}}$$

$$= \frac{4}{\sqrt{1 + \lambda^2}}\left[2E - (1 - \lambda^2) K\right];$$

$$\int_\tau \frac{x^2\,dx}{\sqrt{x R}} = \frac{2\,\varepsilon\,\varepsilon'}{\sqrt{\varepsilon} + \sqrt{\varepsilon'}} \int_\tau \left(\frac{1 + \lambda \sin\psi}{1 - \lambda \sin\psi}\right)^2 \frac{d\psi}{\sqrt{1 - \lambda^2 \sin^2\psi}}$$

$$= \frac{4}{3(1 + \lambda^2)^{3/2}}\left[8(1 + \lambda^2) E - (5 + 3\lambda^2)(1 - \lambda^2) K\right];$$

$$\int\limits_{\tau}\frac{dx}{x\sqrt{xR}}=\frac{2}{\sqrt{\varepsilon\varepsilon'}(\sqrt{\varepsilon}+\sqrt{\varepsilon'})}\int\limits_{\tau}\frac{1-\lambda\sin\psi}{1+\lambda\sin\psi}\frac{d\psi}{\sqrt{1-\lambda^2\sin^2\psi}}$$

$$=4\frac{(1+\lambda^2)^{3/2}}{(1-\lambda^2)^2}[2E-(1-\lambda^2)K];$$

$$\int\limits_{\tau}\frac{dx}{x^2\sqrt{xR}}=\frac{2}{\varepsilon\varepsilon'(\sqrt{\varepsilon}+\sqrt{\varepsilon'})}\int\limits_{\tau}\left(\frac{1-\lambda\sin\psi}{1+\lambda\sin\psi}\right)^2\frac{d\psi}{\sqrt{1-\lambda^2\sin^2\psi}}$$

$$=\frac{4}{3}\frac{(1+\lambda^2)^{5/2}}{(1-\lambda^2)^4}[8(1+\lambda^2)E-(5+3\lambda^2)(1-\lambda^2)K].$$

$$\int\limits_{\tau}\frac{x\,dx}{\sqrt{R}}=2\pi,\quad \int\limits_{\tau}\frac{dx}{\sqrt{R}}=2\pi,\quad \int\limits_{\tau}\frac{dx}{x\sqrt{R}}=\frac{2\pi}{\sqrt{1-e^2}},$$

$$\int\limits_{\tau}\frac{dx}{x^2\sqrt{R}}=\frac{2\pi}{(1-e^2)^{3/2}},\quad \int\limits_{\tau}\frac{dx}{x^3\sqrt{R}}=\frac{\pi(2+e^2)}{(1-e^2)^{5/2}}.$$

Endlich ist

$$dt=\sqrt{\frac{a^3}{kM}}\frac{x\,dx}{\sqrt{R}},\quad \text{also}\quad \tau=2\pi\sqrt{\frac{a^3}{kM}}.$$

a) **Es sei zuerst wieder δ konstant.** Dann ist

$$dm=\varrho^2\pi\delta V\,dt=Aaem\frac{x\,dx}{\sqrt{xR}},$$

also

$$\frac{\varDelta m}{m}\frac{1}{Aa}=\frac{8\lambda}{(1+\lambda^2)^{3/2}}[2E-(1-\lambda^2)K].$$

Die Gleichung für de lautet

$$\frac{de}{\sqrt{1-e^2}}\frac{1}{Aa}=\frac{(1-e^2)\,dx}{x\sqrt{R}}-\frac{x\,dx}{\sqrt{R}}+2\sqrt{1-e^2}\frac{(x-1)\,dx}{\sqrt{xR}}.$$

Hieraus erhält man mit Hilfe der obigen Werte

$$\varDelta\lambda\frac{1}{Aa}=-2\pi\lambda^2+\frac{8(1-\lambda^2)}{\sqrt{1+\lambda^2}}(E-K).$$

Die Gleichung für dp geht über in

$$\frac{dp}{p}\frac{1}{2Aae}=\frac{x\,dx}{\sqrt{1-e^2}\sqrt{R}}-\frac{x\,dx}{\sqrt{xR}}.$$

Für die während eines Umlaufs erfolgende Änderung $\varDelta p$ ergibt sich hieraus

$$\frac{\varDelta p}{p}\frac{1}{Aa}=\frac{8\lambda\pi}{1-\lambda^2}-\frac{16\lambda}{(1+\lambda^2)^{3/2}}[2E-(1-\lambda^2)K].$$

Setzt man für K und E ihre Reihenentwicklungen (vgl. § 12), so folgt aus der für $\Delta\lambda$ angegebenen Gleichung

$$A a = -\frac{\sqrt{1+\lambda^2}}{4\pi\lambda^2}\left(1+\frac{1}{16}\lambda^2+\frac{35}{256}\lambda^4+\ldots\right)\Delta\lambda,$$

und mit Hilfe dieses Wertes gehen die für Δm und Δp hergeleiteten Ausdrücke über in

$$\frac{\Delta m}{m} = -\frac{1}{1+\lambda^2}\left(1+\frac{5}{16}\lambda^2+\frac{43}{256}\lambda^4+\ldots\right)\frac{\Delta\lambda}{\lambda},$$
$$\frac{\Delta p}{p} = -\frac{9}{2}\frac{\lambda}{1-\lambda^4}\left(1+\frac{1}{3}\lambda^2+\frac{151}{1152}\lambda^4+\ldots\right)\Delta\lambda.$$

Entwickelt man die rechten Seiten dieser Gleichungen in eine nach Potenzen von λ fortschreitende Reihe und berücksichtigt nur das erste Glied dieser Entwicklungen, so lauten die Integrale

$$\frac{m}{m_0} = \frac{\lambda_0}{\lambda}, \quad \log\frac{p}{p_0} = \frac{9}{4}(\lambda_0^2-\lambda^2).$$

Läßt man den vor den Klammern stehenden Faktoren jedoch die angegebene Form und bricht die Reihenentwicklungen in den Klammern bei dem 2. Gliede ab, so erhält man

$$\log\frac{m}{m_0} = \log\frac{\lambda_0}{\lambda}+\frac{11}{32}\log\frac{1+\lambda^2}{1+\lambda_0^2}, \quad \log\frac{p}{p_0} = \frac{3}{2}\log\frac{1-\lambda^2}{1-\lambda_0^2}-\frac{3}{4}\log\frac{1+\lambda^2}{1+\lambda_0^2}.$$

Es sei z. B. $e_0=0{,}9$, $e=0{,}1$; dann ist $\lambda_0=0{,}627$, $\lambda=0{,}050$. Bei dem angegebenen Werte von λ_0 liefern die letzten Integrale noch hinreichend genaue Näherungswerte. Man erhält $m=11{,}2\,m_0$, $p=2{,}71\,p_0$, und hieraus folgt $q=4{,}69\,q_0$, $q'=0{,}30\,q_0'$. Sogar die einfachen ersten Integralgleichungen ergeben von den berechneten nur wenig abweichende Werte, nämlich $m=12{,}54\,m_0$, $p=2{,}42\,p_0$.

β) Es sei zweitens

$$\delta = \frac{r_1}{r}\delta_1.$$

Dann ist

$$dm = \varrho^2\pi\delta_1 r_1 V\frac{dt}{r} = A_1 e m\frac{dx}{\sqrt{x R}},$$

also

$$\frac{\Delta m}{m}\frac{1}{A_1} = \frac{8\lambda}{\sqrt{1+\lambda^2}}K.$$

Die Gleichungen für de und dp lauten

$$\frac{de}{\sqrt{1-e^2}}\frac{1}{A_1} = \frac{(1-e^2)\,dx}{x^2\sqrt{R}}-\frac{dx}{\sqrt{R}}+2\sqrt{1-e^2}\frac{(x-1)\,dx}{x\sqrt{x R}},$$

$$\frac{dp}{p}\frac{1}{2A_1 e} = \frac{1}{\sqrt{1-e^2}}\frac{dx}{\sqrt{R}} - \frac{dx}{\sqrt{x}\,R}.$$

Integriert man wieder über einen ganzen Umlauf, so folgt

$$\Delta\lambda\frac{1}{A_1} = 2\pi\lambda^2\frac{1+\lambda^2}{1-\lambda^2} + \frac{8\sqrt{1+\lambda^2}}{1-\lambda^2}[(1-\lambda^2)K - (1+\lambda^2)E],$$

$$\frac{\Delta p}{p}\frac{1}{A_1} = \frac{8\pi\lambda}{1-\lambda^2} - \frac{16\lambda}{\sqrt{1+\lambda^2}}K.$$

Aus der ersten dieser Gleichungen ergibt sich

$$A_1 = -\frac{1-\lambda^2}{4\pi\lambda^2\sqrt{1+\lambda^2}}\left(1+\frac{7}{16}\lambda^2+\frac{39}{256}\lambda^4+\ldots\right)\Delta\lambda,$$

und mit Hilfe dieses Wertes erhält man

$$\frac{\Delta m}{m} = -\frac{1}{1+\lambda^2}\left(1-\frac{5}{16}\lambda^2-\frac{73}{256}\lambda^4-\ldots\right)\frac{\Delta\lambda}{\lambda},$$

$$\frac{\Delta p}{p} = -\frac{5}{2}\frac{\lambda}{1+\lambda^2}\left(1+\frac{17}{40}\lambda^2+\frac{37}{160}\lambda^4+\ldots\right)\Delta\lambda.$$

Die Integrale lauten in erster Näherung

$$\frac{m}{m_0} = \frac{\lambda_0}{\lambda}, \qquad \log\frac{p}{p_0} = \frac{5}{4}(\lambda_0^2-\lambda^2),$$

oder genauer

$$\log\frac{m}{m_0} = \log\frac{\lambda_0}{\lambda} + \frac{21}{32}\log\frac{1+\lambda^2}{1+\lambda_0^2}, \quad \log\frac{p}{p_0} = \frac{23}{32}\log\frac{1+\lambda_0^2}{1+\lambda^2} + \frac{17}{32}(\lambda_0^2-\lambda^2).$$

Setzt man wieder $e_0 = 0{,}9$, $e = 0{,}1$, so folgt $m = 10{,}1\,m_0$, $p = 1{,}56\,p_0$. Dann ist $q = 2{,}70 q_0$, $q' = 0{,}17 q_0'$. Die ersten Näherungswerte ergeben $m = 12{,}54 m_0$, $p = 1{,}64 p_0$.

γ) Endlich sei drittens

$$\delta = \left(\frac{r_2}{r}\right)^2\delta_2.$$

Dann ist

$$dm = \varrho^2\pi\delta_2 r_2^2 V\frac{dt}{r^2} = \frac{A_2 e m}{a}\frac{dx}{x\sqrt{x}\,R},$$

also

$$\frac{\Delta m}{m}\frac{a}{A_2} = \frac{8\lambda\sqrt{1+\lambda^2}}{(1-\lambda^2)^2}[2E-(1-\lambda^2)K].$$

Die Gleichungen für de und dp lauten

$$\frac{de}{\sqrt{1-e^2}}\frac{a}{A_2} = \frac{(1-e^2)\,dx}{x^3\sqrt{R}} - \frac{dx}{x\sqrt{R}} + 2\sqrt{1-e^2}\frac{(x-1)\,dx}{x^2\sqrt{x}\,R},$$

$$\frac{dp}{p}\frac{a}{2A_2 e} = \frac{1}{\sqrt{1-e^2}}\frac{dx}{x\sqrt{R}} - \frac{dx}{x\sqrt{x}\,R}.$$

Die Integrale heißen

$$\varDelta\lambda \frac{a}{A_2} = \frac{6\pi\lambda^2(1+\lambda^2)^2}{(1-\lambda^2)^3}$$

$$+ \frac{8}{3}\frac{(1+\lambda^2)^{3/2}}{(1-\lambda^2)^3}[(1+7\lambda^2)(1-\lambda^2)K - (1+14\lambda^2+\lambda^4)E],$$

$$\frac{\varDelta p}{p}\frac{a}{A_2} = \frac{8\pi\lambda(1+\lambda^2)}{(1-\lambda^2)^2} - \frac{16\lambda\sqrt{1+\lambda^2}}{(1-\lambda^2)^2}[2E-(1-\lambda^2)K].$$

Aus der ersten dieser Gleichungen folgt

$$\frac{A_2}{a} = -\frac{(1-\lambda^2)^3}{4\pi\lambda^2(1+\lambda^2)^{3/2}}\left(1-\frac{3}{16}\lambda^2-\frac{29}{256}\lambda^4-\ldots\right)\varDelta\lambda.$$

Dann erhält man

$$\frac{\varDelta m}{m} = -\frac{1-\lambda^2}{1+\lambda^2}\left(1+\frac{1}{16}\lambda^2-\frac{37}{256}\lambda^4+\ldots\right)\frac{\varDelta\lambda}{\lambda},$$

$$\frac{\varDelta p}{p} = -\frac{1}{2}\lambda\frac{1-\lambda^2}{1+\lambda^2}\left(1-\frac{3}{4}\lambda^2+\frac{29}{128}\lambda^4+\ldots\right)\varDelta\lambda.$$

Die Integrale lauten in erster Näherung

$$\frac{m}{m_0} = \frac{\lambda_0}{\lambda}, \quad \log\frac{p}{p_0} = \frac{1}{4}(\lambda_0^2-\lambda^2),$$

in zweiter Näherung

$$\log\frac{m}{m_0} = \log\frac{\lambda_0}{\lambda} + \frac{15}{16}\log\frac{1+\lambda^2}{1+\lambda_0^2} - \frac{1}{32}(\lambda_0^2-\lambda^2),$$

$$\log\frac{p}{p_0} = \frac{7}{8}\log\frac{1+\lambda_0^2}{1+\lambda^2} - \frac{5}{8}(\lambda_0^2-\lambda^2) + \frac{3}{32}(\lambda_0^4-\lambda^4).$$

Für $e_0 = 0{,}9$, $e = 0{,}1$ wird in diesem Falle $m = 9{,}1\, m_0$, $p = 1{,}06\, p_0$. Dann ist $q = 1{,}83 q_0$, $q' = 0{,}12 q_0'$. Die ersten Näherungsausdrücke liefern die Werte $m = 12{,}54 m_0$, $p = 1{,}10 p_0$.

Die Integrale erlauben, auch a, q und q' durch λ auszudrücken. Ist ϱ als Funktion der Bahnelemente gegeben, so läßt sich also, ähnlich wie es im § 13 gezeigt wurde, auch die Entwicklungszeit des Planeten als Funktion von e oder m bestimmen.

22. Allgemeiner Fall. Wird die Voraussetzung, daß die Teilchen des Mittels Kreisbahnen beschreiben, aufgegeben, die andere, daß die Bahnen nur wenig gegeneinander geneigt sind, jedoch beibehalten, so ist, wenn χ den Winkel zwischen dem Radiusvektor und c_μ, χ' den Winkel zwischen dem Radiusvektor und c_x bezeichnet,

$$R = \frac{A}{\pi}\sum_0^\pi V\left(c_\mu \cos\chi - \frac{dr}{dt}\right)\varDelta\chi,$$

$$S = \frac{A}{\pi} \sum_0^{\pi} V\left(c_\mu \sin\chi - \frac{a}{r}\right) \Delta\chi,$$

$$V^2 = c_x^2 + c_\mu^2 - 2 c_x c_\mu \cos(\chi - \chi').$$

Betrachtet man c_μ am Orte des Planeten als konstant, führt, wie im § 14, die Größen τ und σ ein und entwickelt V in eine nach Potenzen von $\sigma \cos(\chi - \chi')$ fortschreitende Reihe, so läßt sich die Summation ausführen. Wir sehen jedoch von der Herleitung der Ausdrücke ab, da sie sehr kompliziert und unübersichtlich sind, und beschränken uns auf die Fälle $\chi' = 90^0$ und $\chi' = 0$; die allgemeine Art der Störungen läßt sich aus diesen besonderen Fällen leicht beurteilen.

Ist $\chi' = 90^0$, bewegt sich also der Planet senkrecht zum Radiusvektor, was zur Zeit des Perihel- und Apheldurchgangs zutrifft, so hat man

$$\frac{dr}{dt} = 0, \quad \frac{a}{r} = c_x,$$

und man erhält $R = 0$,

$$S = -A c_x^2 \sqrt{1 + \tau^2} \left[1 + \frac{\sigma}{4}\left(\tau - \frac{\sigma}{4}\right) + \frac{3\sigma^3}{128}\left(\tau - \frac{5\sigma}{8}\right) + \ldots \right.$$
$$\left. - \frac{\sigma}{\pi}\left(1 + \frac{\sigma^2}{12} + \frac{7\sigma^4}{240}\ldots\right) - \frac{2\tau}{\pi}\left(1 - \frac{\sigma^2}{12} - \frac{\sigma^4}{48}\ldots\right)\right].$$

Für $c_x = 0$ ergibt sich

$$S = \frac{2 A c_\mu^2}{\pi}.$$

Wird z. B. für c_μ die parabolische Geschwindigkeit gesetzt, so zeigt sich also, daß das Mittel auf einen langsam sich bewegenden Planeten kräftiger beschleunigend wirkt als ein Mittel, dessen Teilchen in Kreisbahnen laufen. Für einen in einer Kreisbahn sich bewegenden Planeten ergibt sich aber bereits ein negatives S, während für ein Mittel, dessen Teilchen Kreisbahnen beschreiben, in diesem Falle $S = 0$ ist.

Ist $\chi' = 0$, bewegt sich also der Planet in der Richtung des Radiusvektors, so hat man $a = 0$, $\frac{dr}{dt} = c_x$, und man erhält

$$R = -A c_x^2 \sqrt{1 + \tau^2} \left[1 + \frac{\sigma}{4}\left(\tau - \frac{\sigma}{4}\right) + \frac{3\sigma^3}{128}\left(\tau - \frac{5\sigma}{8}\right)\ldots\right],$$

ferner für $\tau < 1$

$$S = A c_x c_\mu \frac{2(3 + \tau^2)}{3\pi},$$

und für $\tau > 1$

$$S = A c_x^2 \frac{2(3\tau^2 + 1)}{3\pi}.$$

Die angegebenen Werte von R und S haben dasselbe Vorzeichen, sind aber in einem Mittel mit parabolisch bewegten Teilchen größer als in einem Mittel mit kreisförmig bewegten Teilchen.

Im allgemeinen läßt sich hiernach sagen, daß *die Störungen in einem Mittel mit parabolisch laufenden Teilchen von derselben Art, ihrem Betrage nach aber größer als in einem Mittel mit kreisförmig laufenden Teilchen sind.*

In dem allgemeinsten Falle, wo die Bahnen der Teilchen elliptisch und gegeneinander geneigt sind, hat man, wenn die Dichte des Mittels eine Funktion des Radiusvektors ist, für die Störungskomponenten die Ausdrücke

$$O = \frac{A}{2\pi} \sum V c_\mu \sin i \cos i \,\Delta i\, \Delta \chi\,,$$

$$R = \frac{A}{2\pi} \sum V \left(c_\mu \cos i \cos \chi - \frac{dr}{dt}\right) \cos i \,\Delta i\, \Delta\chi\,,$$

$$S = \frac{A}{2\pi} \sum V \left(c_\mu \cos i \sin \chi - \frac{a}{r}\right) \cos i \,\Delta i\, \Delta\chi\,,$$

$$V^2 = c_x^2 + c_\mu^2 - 2 c_x c_\mu \cos i \cos (\chi - \chi').$$

Die Summation ist von $\chi = 0$ bis $\chi = \pi$ und, falls die Planetenbahn in der Hauptebene des Mittels liegt, von $i = -\frac{\pi}{2}$ bis $i = +\frac{\pi}{2}$ zu erstrecken. Im letzten Falle ist $O = 0$; Näherungswerte von R und S lassen sich wieder durch Reihenentwicklung gewinnen.

Ist $\chi' = 90^0$, so wird auch $R = 0$. Setzt man

$$\cos \varphi = \cos i \cos (\chi - \chi'),$$

so ergibt sich dann für S, da $\cos i \,\Delta i\, \Delta\chi$ als Oberflächenelement gleich $\sin \varphi \,\Delta\varphi\, \Delta j$ ist, wenn man von $j = 0$ bis $j = 2\pi$ und von $\varphi = 0$ bis $\varphi = \frac{\pi}{2}$ summiert,

$$S = -\frac{A c_x^2}{15\tau} \left[(4 - \tau^2)(1 + \tau^2)^{3/2} \mp (1 - \tau)^4 (4 + \tau)\right].$$

Das Zeichen — gilt für $\tau < 1$, das Zeichen + für $\tau > 1$. Für $c_x = 0$ erhält man

$$S = \frac{1}{2} A c_\mu^2\,.$$

Setzt man für c_μ die parabolische Geschwindigkeit, so wird im letzten Falle S ebenso groß wie bei einem Mittel mit kreisförmig laufenden Teilchen.

Ein Mittel, dessen Teilchen sich in gegeneinander geneigten, parabolischen Bahnen bewegen, wirkt hiernach auf einen Planeten weniger *beschleunigend und kräftiger verzögernd als ein ebenes Mittel mit kreisförmig laufenden Teilchen.*

23. Störungen der Neigung. Die Planetenbahn soll der Einfachheit halber als kreisförmig vorausgesetzt werden. Ist sie gegen die Hauptebene des Mittels geneigt, so ist die Widerstandskomponente O negativ, wenn $\cos u$ positiv, positiv, wenn $\cos u$ negativ ist. Die erste der Störungsgleichungen (1) des § 8 zeigt dann, daß i sich verkleinert. Bei entgegengesetzter Bewegungsrichtung ($i > 90^0$) stellt der Planet seine Bahn senkrechter und nimmt bei $i = 90^0$ gleichsinnige Bewegungsrichtung an. *Das Mittel bestrebt sich also, die Bewegungsrichtung des Planeten der eigenen anzupassen und seine Bahn der Hauptebene zu nähern.* Beschreiben die Teilchen des Mittels wenig gegeneinander geneigte Kreisbahnen, so gilt, falls seine Dichte eine Funktion des Radiusvektors ist, für die Neigungsänderungen die im § 17 hergeleitete Gleichung, wenn man dort $\lambda = 1$ setzt, d. h. es ist

$$\operatorname{tg}\frac{i}{2} = \sqrt{\frac{m_0}{m}}\operatorname{tg}\frac{i_0}{2}.$$

Besitzt das Mittel zu beiden Seiten der Hauptebene eine größere Ausdehnung, so ist $\lambda < 1$ zu setzen.

Dritter Abschnitt.

Die Sonne durchschreitet das Mittel.

Im Falle freier Beweglichkeit der Teilchen des Mittels liegen zwei Möglichkeiten vor. Entweder befinden sich die Teilchen infolge ihrer gegenseitigen Anziehung in heftiger, durcheinanderschwirrender Bewegung, oder ihre relativen Bewegungen sind, verglichen mit der Bewegung der Sonne im Mittel, so klein, daß sie vernachlässigt werden können. Die erste Möglichkeit würde nur dann eine numerische Bestimmung der Störungen zulassen, wenn die Geschwindigkeit der Teilchen bekannt wäre. Da sich hierüber nur willkürliche Vermutungen aufstellen lassen, außerdem die Wahrscheinlichkeit dafür, daß die relativen Bewegungen im Innern des Mittels einen größeren Betrag erreichen, sehr gering ist (vgl. hierüber § 156), so beschränken wir unsere Untersuchung auf die zweite Annahme.

a) Relativ ruhende Teilchen.

24. Die Störungsgleichungen. Die Teilchen des Mittels beschreiben sämtlich Hyperbeln, bei denen die Asymptote des absteigenden Astes der Fortschreitungsrichtung der Sonne im Mittel parallel läuft. Sind die Teilchen des Mittels nicht frei beweglich, bilden sie kompakte Massen, so müssen sie also im Rücken der Sonne miteinander kollidieren und sich hier zu einem Schweife verdichteter Materie zusammenschieben. Wir nehmen vorläufig an, daß die Planetenbahn diesen Schweif verdichteter Materie nicht schneidet, untersuchen also nur die Störungen, welche die Bahn in dem Mittel selbst erleidet. Später (vgl. § 159) wird auch von den Störungen im Innern der Schweifmaterie die Rede sein.

Im Augenblicke des Zusammenstoßes mit dem Planeten bilde die Bewegungsrichtung der Sonne im Mittel mit der Bewegungsrichtung des Planeten den Winkel φ, mit der Planetenbahn den Winkel j, ihre Projektion auf die Planetenbahn mit der Bewegungsrichtung des Planeten den Winkel ψ, und mit dem nach dem Perihel gezogenen Radiusvektor den Winkel χ; ψ und χ sollen im Sinne der Bewegungsrichtung des Planeten gemessen werden. Dann ist

$$\cos\varphi = \cos j \cos\psi,$$

$$\cos\psi = \frac{a}{p\, c_x}\left[e \sin\chi + \sin(v+\chi)\right],$$

$$V^2 = c_x^2 + c_\mu^2 - 2\, c_x\, c_\mu \cos\varphi.$$

Für die Widerstandskomponenten R, S, O erhält man

$$R = -A\,V\left[\frac{dr}{dt} + c_\mu \cos j \cos(v+\chi)\right],$$

$$S = -A\,V\left[\frac{a}{r} - c_\mu \cos j \sin(v+\chi)\right],$$

$$O = -A\,V\,c_\mu \sin j.$$

Substituiert man diese Werte in den Störungsgleichungen (1) und berücksichtigt die Gleichung

$$\frac{dr}{dt} = \frac{e\,a \sin v}{p},$$

so folgt

$$\frac{1}{A\,V}\,\frac{di}{dt} = -\frac{r\,c_\mu \sin j \cos u}{a},$$

$$\frac{1}{A\,V}\,\frac{d\Omega}{dt} = -\frac{r\,c_\mu \sin j \sin u}{a \sin i},$$

$$\frac{1}{A\,V}\,\frac{da}{dt} = -2\,a^2\left(\frac{2}{r} - \frac{1}{a}\right) + \frac{2\,a^2 c_\mu \cos j}{a}\left[e\sin\chi + \sin(v+\chi)\right],$$

$$\frac{1}{A\,V}\,\frac{de}{dt} = -2\,(e+\cos v) + \frac{p\,c_\mu \cos j}{a\,e}\left[e\sin\chi + \left(1 - \frac{r}{a}\right)\sin(v+\chi)\right],$$

$$\frac{1}{A\,V}\,\frac{d\omega}{dt} = -\frac{2\sin v}{e} + \frac{c_\mu \cos j}{a\,e}\left[p\cos\chi + r\sin v \sin(v+\chi)\right]$$
$$+ \frac{r\,c_\mu \sin j \sin u \operatorname{cotg} i}{a},$$

$$\frac{1}{A\,V}\frac{da}{dt} = -a + r\,c_\mu \cos j \sin(v + \chi).$$

A ist abhängig von der Dichte δ des Mittels. Wird es als gleichförmig vorausgesetzt, und hat δ in großer Entfernung von der Sonne den Wert δ_0, so findet man, wenn der Winkel, den der Radiusvektor des Planeten mit der Fortschreitungsrichtung der Sonne im Mittel bildet, mit ε und die relative Geschwindigkeit von Sonne und Mittel mit c_0 bezeichnet wird,

$$\frac{\delta}{\delta_0} = \frac{1}{2}\left(1 + \frac{1}{\sqrt{1-Q^2}}\right), \quad \frac{1}{Q} = 1 + \frac{r\,c_0^2}{k\,M}\cos^2\frac{\varepsilon}{2}.$$

Schließt man die unmittelbare Umgebung der Sonne und die in der Rückwärtsverlängerung ihrer Bewegungsrichtung im Mittel liegenden Gebiete aus, so kann hiernach, bei etwas größeren Werten von c_0, $\delta = \delta_0$ gesetzt werden.

25. Kurzfristige Störungen der Bahnelemente. Die obigen Gleichungen zeigen, daß, je nach der Lage der Bahnebene des Planeten zur Fortschreitungsrichtung der Sonne im Mittel, die Bahnelemente sehr verschiedenartigen Störungen ausgesetzt sind. i, a, e, a können zu- und abnehmen, die Knoten- und Apsidenlinie sich vorwärts und rückwärts drehen. *Eine anfangs bei den Bahnelementen verschiedener Planeten eventuell bestehende Gesetzmäßigkeit wird also allmählich zerstört.*

Die innerhalb eines längeren Zeitraums eintretenden Änderungen von a, e, ω, a können, da j von i abhängt, nur gefunden werden, wenn man die Änderungen von i berücksichtigt. Da dies nur bei speziellen Annahmen über die Lage der Bahnebene im Raume möglich wäre, so beschränken wir uns auf die Bestimmung der während eines Umlaufs stattfindenden Änderungen und machen dabei wieder, wie früher, die Voraussetzung, daß über einen Umlauf mit konstanten Elementen integriert werden kann. Zur Vereinfachung der Rechnung nehmen wir außerdem an, daß die Geschwindigkeit c_0, mit der die Sonne im Mittel fortschreitet, so groß sei, daß die Bewegungsrichtung der Teilchen des Mittels als parallel betrachtet und

$$V = c_\mu - c_x \cos\varphi$$

gesetzt werden kann. In diesem Falle ist, da die Anziehungswirkung des Planeten auf die Teilchen nicht berücksichtigt zu werden braucht (vgl. § 9), χ der Winkel, den die Projektion der Fortschreitungsrichtung der Sonne im Mittel auf die Bahnebene mit dem positiven Teile der Apsidenlinie bildet. Wird die Fortschreitungsrichtung der Sonne im Mittel als positive x-Achse bezeichnet, so fällt also für $\chi = 0$ und π ihre Projektion auf die Bahnebene mit der Apsidenlinie zusammen;

für $\chi = \frac{\pi}{2}$ und $\frac{3\pi}{2}$ steht sie senkrecht auf derselben. Die durch die Werte

$$\chi = 0,\ \pi,\ \frac{\pi}{2},\ \frac{3\pi}{2}$$

bestimmten Lagen der Bahnebene bezeichnen wir der Reihe nach als 1., 2., 3., 4. Hauptlage. In der Gleichung für $\frac{d\omega}{dt}$ berücksichtigen wir nur die Ausdrücke, die eine Drehung der Apsidenlinie innerhalb der Bahnebene bewirken.

a) 1. u. 2. Hauptlage.

Die Gleichung für $\frac{da}{dt}$ läßt sich auch in folgender Form schreiben:

$$\frac{1}{AV}\frac{da}{dt} = -\frac{2a^2}{kM} c_x (c_x - c_\mu \cos\varphi).$$

Setzt man für V den angegebenen Näherungswert, so folgt

$$\frac{1}{A}\frac{da}{dt} = -\frac{2a^2}{kM} c_x [c_x c_\mu (1 + \cos^2\varphi) - \cos\varphi\, (c_x^2 + c_\mu^2)].$$

Für $\chi = 0$ oder π erhält man hieraus, wenn man über einen ganzen Umlauf integriert,

$$\varDelta a = -\frac{2a^2 A}{kM}\int\limits_\tau c_\mu \left(c_x^2 + \frac{a^2}{p^2}\cos^2 j \sin^2 v\right) dt.$$

In ähnlicher Weise ergibt sich

$$\varDelta e = -A\int\limits_\tau c_\mu (e + \cos v)\left(2 + \frac{r}{p}\cos^2 j \sin^2 v\right) dt,$$

$$\varDelta\omega = \pm\frac{A\cos j}{ae}\int\limits_\tau \left[2\frac{a^2}{p}\sin^2 v + c_\mu^2 (p + r\sin^2 v)\right] dt,$$

$$\varDelta \alpha = -\alpha A\int\limits_\tau c_\mu \left(1 + \frac{r}{p}\cos^2 j \sin^2 v\right) dt.$$

Diese Gleichungen zeigen, daß a, e und α beständig abnehmen, und daß sich die Apsidenlinie in der 1. Hauptlage vorwärts, in der 2. rückwärts dreht. Da der Integrand der letzten Gleichung für $p = 0$ einen endlichen Wert besitzt, so kann α (oder p) nur dann 0 werden, wenn gleichzeitig $a = 0$ wird.

b) 3. u. 4. Hauptlage.

Schreibt man $e + \cos v = \sigma$, so erhält man für $\chi = \frac{\pi}{2}$ und $\frac{3\pi}{2}$

$$\Delta a = -\frac{2a^2 A}{kM}\int\limits_\tau c_\mu\left(c_x^2 + \frac{a^2\sigma^2}{p^2}\cos^2 j\right)dt \pm \frac{2a^2 a A\cos j}{kMp}\int\limits_\tau (c_x^2 + c_\mu^2)\sigma\, dt,$$

$$\Delta e = -A\int\limits_\tau c_\mu\left[2 + \cos^2 j\left(2 - \frac{r}{p}\sin^2 v\right)\right]\sigma\, dt$$

$$\pm A\cos j\int\limits_\tau\left[\frac{2a\sigma^2}{p} + \frac{p c_\mu^2}{a}\left(2 - \frac{r}{p}\sin^2 v\right)\right]dt,$$

$$\Delta\omega = 0,$$

$$\Delta\alpha = -aA\int\limits_\tau c_\mu\left(1 + \frac{r\sigma}{p}\cos^2 j\cos v\right)dt \pm A\cos j\int\limits_\tau c_\mu^2 r\cos v\, dt.$$

Diese Gleichungen zeigen, daß a abnimmt, die Apsidenlinie um ihre ursprüngliche Lage hin und her schwankt, und α ab- oder zunimmt. Für $\alpha^2 = kMp = 0$ reduziert sich die letzte Gleichung, da

$$\frac{\sigma}{p} = \frac{1}{e}\left(\frac{1}{r} - \frac{1}{a}\right)$$

einen endlichen Wert behält, auf

$$\Delta\alpha = \pm A\cos j\int\limits_\tau c_\mu^2 r\cos v\, dt.$$

Hieraus folgt, daß in der 3. Hauptlage $p = 0$ werden kann, ohne daß gleichzeitig $a = 0$ wird; d. h. in dieser Lage kann e sich vergrößern. Wird der Wert $e = 1$ erreicht, so geht die 3. Hauptlage in die 4. über und e verkleinert sich wieder.

26. Mittlerer Wert der Störungen. Die hergeleiteten Gleichungen lassen erkennen, daß die Änderungen der Elemente in den 4 Hauptlagen sehr verschiedenartig sind. Weil die Apsidenlinien der Planetenbahnen in bezug auf die Fortschreitungsrichtung der Sonne im Nebel sehr verschieden orientiert sein können, so hat es Interesse, für die Änderungen der Elemente einen mittleren Wert festzustellen[1]). Einen solchen mittleren Wert findet man, wenn man von den Änderungen in den 4 Hauptlagen das arithmetische Mittel nimmt. Schreibt man

$$\nu = 2 + \cos^2 j,$$

[1]) Auch bei einer und derselben Planetenbahn ist die Aufstellung eines Mittelwertes gerechtfertigt, da sich infolge der Drehung der Apsidenlinie die Lage der Bahn zur Fortschreitungsrichtung der Sonne beständig ändert. Ähnliches gilt von den Mondbahnen (vgl. § 31 β).

so erhält man folgende einfachen Gleichungen

$$\Delta a = -a^2 \nu A \int_\tau c_\mu \left(\frac{2}{r} - \frac{1}{a}\right) dt\,,$$

$$\Delta e = -\nu A \int_\tau c_\mu (e + \cos v)\, dt\,,$$

$$\Delta a = -\frac{a \nu A}{2} \int_\tau c_\mu\, dt\,.$$

Für den mittleren Wert des Massenzuwachses Δm erhält man auf dieselbe Weise

$$\Delta m = m A \int_\tau c_\mu\, dt\,.$$

Schreibt man $u = v + \omega$, so ist, wenn ω_0 den Winkel zwischen der Knotenlinie und der Projektion der Fortschreitungsrichtung im Mittel auf die Planetenbahn bedeutet, in den 4 Hauptlagen $\omega = \omega_0 + \chi$. Steht die Ebene, gegen welche die Neigung der Planetenbahn bestimmt wird, senkrecht auf der Fortschreitungsrichtung, so ist $\omega_0 = 90°$; liegt sie in der Fortschreitungsrichtung und steht sie gleichzeitig senkrecht auf der Planetenbahn, so ist $\omega_0 = 0$. Als mittlerer Wert der Neigungsänderungen ergibt sich dann nach einigen leichten Umformungen

$$\Delta i = -\frac{A}{4} \sin 2 j \sin \omega_0 \int_\tau c_\mu\, dt\,.$$

Aus diesen Gleichungen folgt

$$2\frac{\Delta a}{a} = \frac{\Delta p}{p} = -\nu \frac{\Delta m}{m}\,,$$

und

$$\Delta i = -\frac{1}{4} \sin 2 j \sin \omega_0 \frac{\Delta m}{m}\,.$$

Während längerer Zeiträume ändern sich j und ω_0. Setzt man für ν und für $\sin 2 j \sin \omega_0$ mittlere Werte n und n', so sind jedoch durch die Relationen

$$\frac{p}{p_0} = \left(\frac{m_0}{m}\right)^n,\quad 2 < n < 3\,,$$

$$i - i_0 = \frac{n'}{4} \log \frac{m}{m_0}\,,\quad -1 < n' < 1$$

die Integrale der angegebenen Gleichungen mit genügender Genauigkeit bestimmt.

Ist die Bahn kreisförmig, so sind die 4 Hauptlagen nicht voneinander unterschieden. Je kleiner e ist, um so mehr nähern sich also die für p und i hergeleiteten mittleren Werte den wirklichen Integralwerten.

27. Langfristige Änderungen der Bahnelemente. Schreibt man

$$h = \frac{k\,M}{c_0^2},$$

so ist h die halbe Achse sämtlicher von den Teilchen des Mittels beschriebenen Hyperbeln. Diese Hyperbeln schneiden die negative x-Achse in einem Punkte, dessen Abstand r_0 von der Sonne gleich dem halben Parameter der Hyperbelbahn, und unter einem Winkel η, für den

$$\operatorname{tg}\eta = \sqrt{\frac{2\,h}{r_0}}$$

ist. Unsere sämtlichen die Störungen der Planetenbahn betreffenden Untersuchungen beruhen auf der Annahme, daß die Bewegung der Teilchen des Mittels der x-Achse näherungsweise parallel erfolge, daß also η ein kleiner Winkel und demnach auf jeden Fall $2\,h < r$ sei. In diesem Falle kann aber

$$c_\mu = c_0\sqrt{1 + \frac{2\,h}{r}}$$

gleich $c_0\left(1 + \frac{h}{r}\right)$ gesetzt werden. Dann reduzieren sich die in den §§ 25 und 26 für $\varDelta a$, $\varDelta e$, $\varDelta \alpha$, $\varDelta m$, $\varDelta i$ angegebenen Integrale auf Kreisfunktionen. Wir wollen den mittleren Wert der Störungen von e bestimmen. Es ist

$$\int_\tau c_\mu\,dt = 2\,\pi\,a\sqrt{\frac{a}{h}}\left(1 + \frac{h}{a}\right).$$

Da $\frac{h}{r}$ kleiner als 1 ist, so kann $\frac{h}{a}$ gegen 1 vernachlässigt werden. Dann erhält man

$$\frac{\varDelta p}{p} = -\,2\,\pi\,a\sqrt{\frac{a}{h}}\,\nu\,A\,.$$

Ferner ist

$$e\,\varDelta\,e = -\,2\,\pi\sqrt{h\,p}\,(1 - \sqrt{1 - e^2})\,\nu\,A\,.$$

Aus diesen Gleichungen folgt

$$\frac{e\,\varDelta\,e}{(1 - e^2)^{3/2}\,(1 - \sqrt{1 - e^2})} = h\,\frac{\varDelta p}{p^2},$$

und hieraus durch Integration, wenn man

$$y = \frac{1}{\sqrt{1-e^2}}$$

setzt,

$$y_0 - y + \log\frac{y_0 - 1}{y - 1} = \frac{h}{p}\left(1 - \frac{p}{p_0}\right).$$

Diese Gleichung gibt die Abhängigkeit, in der e von p steht, in wenig übersichtlicher Form. Man erhält aus ihr jedoch eine einfache Beziehung zwischen e und p, wenn man $e = e_0(1 - \lambda)$ setzt. Schreibt man

$$E = \frac{1}{e_0^2}(1 - e_0^2)^{3/2}\left(1 - \sqrt{1 - e_0^2}\right),$$

so wird in erster Näherung

$$\lambda = E\frac{h}{p}\left(1 - \frac{p}{p_0}\right).$$

Da E zwischen den Grenzen 0 und $^1/_2$ liegt, so ist hiernach

$$\lambda < \frac{h}{2p}$$

und

$$e > e_0\left(1 - \frac{h}{2p}\right).$$

Solange die Bedingung $2h < r$ erfüllt ist[1]), kann sich also die ursprüngliche Exzentrizität noch nicht um den 4. Teil ihres Wertes verkleinern.

Ist die Bahn kreisförmig und steht die Koordinatenebene, gegen welche die Neigung gemessen wird, senkrecht auf der Fortschreitungsrichtung, so lassen sich die während eines längeren Zeitraums eintretenden Neigungsänderungen durch ein einfaches Integral bestimmen. In diesem Falle ist nämlich $j = 90^\circ - i$, $\omega_0 = 90^\circ$, und die für Δi hergeleitete Gleichung geht über in

$$\Delta i = -\frac{1}{4}\sin 2i\,\frac{\Delta m}{m}.$$

Das Integral lautet

$$\frac{\operatorname{tg} i}{\operatorname{tg} i_0} = \sqrt{\frac{m_0}{m}}.$$

Diese Gleichung läßt erkennen, daß *eine Kreisbahn sich senkrecht zur Fortschreitungsrichtung im Mittel einzustellen sucht.*

---

1) Für $c_0 = 20$ km/sec würde diese Bedingung z. B. für alle Bahnen erfüllt sein, deren Periheldistanz größer als der Radius der gegenwärtigen Jupitersbahn wäre.

28. Die Entwicklungszeit. Ist die Bahn kreisförmig, so läßt sich mit Hilfe der Gleichung

$$\frac{p}{p_0} = \left(\frac{m_0}{m}\right)^n,$$

vorausgesetzt, daß der Radius ϱ des Planeten als Funktion der Zeit oder des Bahnradius gegeben ist, in ähnlicher Weise wie früher die Zeit bestimmen, in welcher eine bestimmte Verkürzung des Bahnradius erfolgt. Drückt man den in c_μ enthaltenen Wert r durch m aus, und schreibt

$$\frac{m}{m_0} = \zeta, \quad \left(\frac{\varrho}{\varrho_0}\right)^2 = f(\zeta) \quad \text{oder} \quad \left(\frac{\varrho}{\varrho_0}\right)^2 = f_1(T),$$

so lassen sich in der Gleichung

$$\Delta\, m = A\, m \int\limits_\tau c_\mu\, dt = \varrho^2 \pi \delta\, c_\mu \tau$$

die Variabeln trennen. Für konstantes ϱ und $n = 2$ erhält man z. B., wenn

$$\lambda^2 = \frac{r_0\, c_0^2}{2\, k\, M}$$

gesetzt wird,

$$T = \frac{m_0 \lambda}{\varrho^2 \pi \delta\, c_0} \int\limits_1^\zeta \frac{\Delta \zeta}{\sqrt{\zeta^2 + \lambda^2}} = \frac{m_0 \lambda}{\varrho^2 \pi \delta\, c_0} \log \frac{\zeta + \sqrt{\zeta^2 + \lambda^2}}{1 + \sqrt{1 + \lambda^2}}.$$

29. Neue Integrale. Um die Störungsgleichungen integrieren zu können, haben wir für V den Näherungswert $c_\mu - c_x \cos\varphi$ gewählt. Dieser Wert ist etwas zu klein. Der Wert

$$V = \sqrt{c_\mu^2 + c_x^2} - \frac{c_\mu c_x}{\sqrt{c_\mu^2 + c_x^2}} \cos\varphi$$

wäre etwas zu groß. Mit Hilfe desselben lassen sich die Störungsgleichungen ebenfalls, in ähnlicher Weise wie in den §§ 25 ff., integrieren. Schreibt man

$$c^2 = c_\mu^2 + c_x^2, \quad \nu' = 2 + \left(\frac{c_\mu}{c}\right)^2 \cos^2 j,$$

so sind die aus den 4 Hauptlagen resultierenden Mittelwerte der während eines Umlaufs erfolgenden Änderungen der Bahnelemente folgende

$$\Delta i = -\frac{A}{4} \sin 2\, j \sin \omega_0 \int\limits_\tau \frac{c_\mu^2}{c}\, dt,$$

$$\Delta a = -a^2 A \int\limits_\tau c\, \nu' \left(\frac{2}{r} - \frac{1}{a}\right) dt,$$

$$\Delta e = -A \int_\tau c\,v' (e + \cos v)\, dt,$$

$$\Delta a = -\frac{a A}{2} \int_\tau c\,v'\, dt,$$

$$\Delta m = m A \int_\tau c\, dt.$$

Da, falls die Teilchen des Mittels der Gravitation unterliegen, die Bedingung $c_x < c_\mu$ stets erfüllt ist, so geben beide Näherungswerte von V die Änderungen der Bahnelemente mit genügender Genauigkeit. Nur wenn das Mittel der Anziehung nicht folgte, würde $c_x > c_\mu$ sein können. Diese Voraussetzung würde beim Äther zutreffen. Wenn er als widerstehendes Mittel überhaupt in Frage käme, so würde $c_\mu = c_0$ zu setzen und für kleine c_0 die Integration der Gleichungen mit dem Näherungswerte $V = c_x - c_0 \cos\varphi$ auszuführen sein.

30. Besondere Fälle. α) Ist $j = 90^0$, so gelten die Gleichungen des § 11, wenn man dort $V^2 = c_\mu{}^2 + c_x{}^2$ setzt. Da die Komponente O die Neigung ändert, so geben sie die Störungen jedoch, außer für $e = 0$, in welchem Falle i nach jedem Umlaufe wieder den ursprünglichen Wert annimmt, nur für eine beschränkte Zeit.

β) Ist $c_0 = 0$, d. h. bewegen sich die Teilchen des Mittels in der Richtung des Radiusvektors, so sind die hergeleiteten Störungsgleichungen nicht mehr gültig. In diesem Falle ist

$$O = 0, \quad R = -A\,V\left(\frac{dr}{dt} + c_\mu\right), \quad S = -A\,V\frac{a}{r},$$

$$V^2 = c_x^2 + c_\mu^2 + 2\frac{dr}{dt}c_\mu.$$

Die für $\frac{da}{dt}$ und $\frac{de}{dt}$ geltenden Störungsgleichungen unterscheiden sich von den Gleichungen (5) des § 11, wenn man dort c_x durch V ersetzt, nur durch die Zusatzglieder

$$-\frac{2a^2 e \sin v\, c_\mu}{a} V \quad \text{und} \quad -\frac{p \sin v\, c_\mu}{a} V,$$

welche bewirken, daß a und e schneller abnehmen, als im § 12 bestimmt wurde. Die Gleichung für $\frac{dp}{dt}$ und folglich auch die Gleichung

$$\frac{p}{p_0} = \left(\frac{m_0}{m}\right)^2$$

bleibt bestehen.

Bei der Integration der Gleichungen darf die Dichte δ des Mittels nicht mehr als konstant betrachtet werden. Da sich die der Sonne zustürzenden Massen des Mittels auf immer kleineren Kugelschalen zusammendrängen, infolge der stetig wachsenden Geschwindigkeit aber in der Richtung des Radius wieder etwas auseinanderziehen, so hat man, wenn die Geschwindigkeit in erster Näherung als parabolisch vorausgesetzt und die ursprüngliche Dichte des Mittels in der Entfernung r' von der Sonne mit δ' bezeichnet wird,

$$\delta = \left(\frac{r'}{r}\right)^{3/2} \delta'.$$

Mit diesem Werte von δ kann man über kleinere Zeitintervalle integrieren. Bei der Integration über größere Zeiträume ist zu beachten, daß δ' mit der Zeit wächst.

31. Monde im widerstehenden Mittel. α) Durchschreitet die Sonne das Mittel, so werden auch die Störungen der Mondbahnen durch die Gleichungen des § 25 bestimmt. Da die Größen c_0 und j jedoch von der Geschwindigkeit des Planeten in seiner Bahn und seiner Bewegungsrichtung abhängig sind, so kann nicht über mehrere Umläufe des Mondes mit denselben Werten von c_0 und j integriert werden. Man würde aber zu Näherungswerten gelangen, wenn man für c_0 und j mittlere Werte nähme.

β) Ruht das Mittel oder rotiert es als einheitliche Masse, so können die Gleichungen ebenfalls angewandt werden. In diesem Falle ist, wenn die Planetenbahn als kreisförmig betrachtet wird, nur j veränderlich. Da j zwischen denselben positiven und negativen Werten hin und her schwankt, so bleibt, falls auch die Mondbahn als kreisförmig vorausgesetzt wird, ihre Neigung unverändert.

γ) Beschreiben die Teilchen des Mittels freie Kreisbahnen, so kann, wenn die Planetenbahn kreisförmig ist und von der Anziehung des Planeten abgesehen werden darf, angenommen werden, die Monde bewegten sich in einem ruhenden Mittel (vgl. § 12 α).

b) Frei bewegliche Teilchen.

32. Störungen im sekundären Mittel. Sind die Teilchen des Mittels frei beweglich, so tritt in der negativen x-Achse keine Kollision ein; der Planet erleidet daher auch von den Teilchen, welche die negative x-Achse durchschritten haben, einen Widerstand. Wir wollen ihre Gesamtheit als das sekundäre Mittel bezeichnen, während die Gesamtheit der Teilchen, die noch nicht durch die negative x-Achse hindurchgegangen sind, primäres Mittel genannt werden soll.

Da die Asymptote des absteigenden Hyperbelastes der x-Achse parallel läuft, so hat sie von ihr die Entfernung $b = h\sqrt{e^2 - 1}$ (vgl. § 27). Nur bei den Teilchen, deren Bahnexzentrizität kleiner als $\sqrt{2}$, deren Abstand von der positiven x-Achse ursprünglich also kleiner als h ist, neigt sich der aufsteigende Hyperbelast nach der Seite der positiven x. Innerhalb des Zylinders, dessen Achse die positive x-Achse und dessen Grundkreisradius h ist, eilt der Sonne in der Zeit dt die Masse $h^2 \pi c_0 \delta_0 dt$ entgegen. Diese Masse verteilt sich nach dem Gesagten auf eine Halbkugelschicht, deren Pol der Apex der Sonnenbewegung ist, und deren Dicke ebenfalls in der Zeiteinheit durchlaufen wird. Hat diese Kugelschale den Radius R, so ist die Geschwindigkeit C der Teilchen in ihr

$$C = \sqrt{\frac{2kM}{R} + c_0^2} = c_0 \sqrt{\frac{2h}{R} + 1}.$$

Die mittlere Dichte D der Kugelschale hat also den Wert

$$D = \frac{h^2 \pi c_0 \delta_0}{2R^2 \pi C} = \left(\frac{h}{R}\right)^2 \frac{c_0}{C} \frac{\delta_0}{2}.$$

Hiernach ist die Dichte des sekundären Mittels schon für $R = 2h$[1]) nur noch $^1/_{11}\, \delta_0$; in etwas größerer Entfernung von der Sonne werden die durch das sekundäre Mittel bewirkten Störungen also unmerklich.

Auf der Seite der negativen x ist die Dichte des sekundären Mittels allerdings größer; den größten Wert hat sie in der Nähe der negativen x-Achse. Mit größer werdender Bahnexzentrizität der Teilchen neigt sich aber der aufsteigende Hyperbelast immer weniger gegen die negative x-Achse; die für das primäre Mittel hergeleiteten Störungsausdrücke haben daher auf der Seite der negativen x auch für das sekundäre Mittel näherungsweise Gültigkeit.

Da bei zwei benachbarten Teilchen des primären und des sekundären Mittels der Revolutionssinn entgegengesetzt ist, so schließt sich ihre kombinierte Stoßrichtung enger an die negative x-Achse an als jede einzeln. Das sekundäre Mittel bewirkt also, daß unsere frühere vereinfachende Voraussetzung, daß die Bewegungsrichtung der Teilchen der x-Achse parallel sei, genauer erfüllt ist, als wenn nur das primäre Mittel auf den Planeten einwirkte. Hiernach kann man die früher hergeleiteten Gleichungen auch auf das kombinierte Mittel anwenden, wenn man seine Dichte größer als δ_0, aber kleiner als $2\,\delta_0$ annimmt.

---

[1]) Für $c_0 = 20$ km/sec wäre h ungefähr gleich zwei Erdweiten, $R = 2h$ also noch nicht so groß wie der Radius der Jupitersbahn.

33. Besonderer Fall. Die Betrachtungen des vorhergehenden Paragraphen sind nur anwendbar, wenn c_0 größere Werte hat. Ist $c_0 = 0$, d. h. bewegen sich die Teilchen des Mittels in beiden Richtungen längs des Radiusvektors, so wird

$$R = -\frac{A}{2}\sum\left(\frac{dr}{dt} \pm c_\mu\right)V, \quad S = -\frac{A}{2}\frac{a}{r}\sum V,$$

$$V^2 = c_x^2 + c_\mu^2 \pm 2\frac{dr}{dt}c_\mu .$$

Schreibt man $c_\mu = \tau\, c_x$ und entwickelt V in eine Potenzreihe, so erhält man in erster Näherung

$$R = -A\frac{dr}{dt}c_x\sqrt{1+\tau^2}\left(1+\frac{\tau^2}{1+\tau^2}\right),$$

$$S = -A\frac{a}{r}c_x\sqrt{1+\tau^2}.$$

Bei kleinen Werten von τ erfolgen die Störungen hiernach so, als wenn sich der Planet in einem ruhenden Mittel mit der Dichte $\delta\sqrt{1+\tau^2}$ bewegte. Bei größeren Werten von τ wächst jedoch die Komponente R in schnellerem Verhältnisse.

Die Gleichung

$$\frac{p}{p_0} = \left(\frac{m_0}{m}\right)^2$$

bleibt, ebenso wie in dem analogen früheren Falle (§ 30 β), auch in diesem Falle gültig.

Analytischer Teil.

34. Vorbemerkung. Daß der frühere Zustand des Sonnensystems ein anderer als der gegenwärtige war, ist eine Folgerung, die ohne weiteres aus der Grundannahme, daß das System das Produkt einer Entwicklung sei, fließt. Unsere Aufgabe besteht darin, ausfindig zu machen, welche Eigenschaften den früheren Zustand charakterisierten, damit der gegenwärtige aus ihm hervorgehen konnte.

Wie in der Einleitung hervorgehoben wurde, sind bei der Untersuchung der Entstehung der Gesetzmäßigkeiten (vgl. §§ 3—6) zwei Möglichkeiten zu beachten. Entweder verdanken sie ihre Ausbildung nur den *inneren* Kräften des Systems, oder es waren auch *äußere* Kräfte dabei wirksam. Diese beiden Möglichkeiten geben uns das allgemeinste Einteilungsprinzip (*geschlossenes* und *offenes* System) an die Hand. In zweiter Linie ist zu berücksichtigen, ob die Gesetzmäßigkeiten den Gliedern des Systems bereits bei ihrer Entstehung anhafteten (*spontane* Entwicklung), oder ob sie erst allmählich zur Ausbildung gelangten (*erzwungene* Entwicklung).

Bevor wir in die kritische Untersuchung eintreten, ist noch eine wichtige Bemerkung am Platze. Wenn festgestellt werden soll, ob die bestehenden Gesetzmäßigkeiten durch äußere Einflüsse *erzwungen* werden konnten oder nicht, so liegt das Hauptgewicht der Untersuchung in der Diskussion der Entwicklungs-, nicht der Ursprungsmöglichkeiten der einzelnen Glieder des Systems. Die Frage nach dem Ursprung der Glieder, wie auch die nach dem Zusammenhange eines eventuell vorauszusetzenden widerstehenden Mittels mit dem System ist vorläufig nur von nebensächlicher Bedeutung. Um geeignete Erklärungen zulassende Voraussetzungen wirklich annehmbar erscheinen zu lassen, wäre erst nachträglich noch ein Modus ausfindig zu machen. Bei der Diskussion der zweiten Möglichkeit, der *spontanen* Entwicklung, kann natürlich nicht in dieser Weise verfahren werden. Denn wenn die Glieder des Systems nicht älter sind als die bei ihnen zu beobachtende Gesetzmäßigkeit, so kommt es vor allen Dingen auf die ihre Geburt begleitenden Umstände, ihre Entstehungsursachen, an. Bei der Erörterung der erzwungenen Entwicklung werden wir daher Planeten, Monde usw. als bereits vorhandene Glieder des Systems betrachten, bei der Diskussion der spontanen Entwicklung aber in erster Linie auf die ihre Entstehungsursachen betreffenden Hypothesen einzugehen haben.

Wir beginnen mit der Diskussion der Entwicklungsmöglichkeiten eines *geschlossenen Systems* und erörtern dabei zuerst wieder die unfreiwillige oder erzwungene Entwicklung.

A. Geschlossenes System.

I. Erzwungene Entwicklung.

35. Arten der wirkenden Kräfte. Sind die innerhalb des Sonnensystems bestehenden Gesetzmäßigkeiten das Produkt einer *erzwungenen* Entwicklung, so müssen Kräfte vorausgesetzt werden, durch welche die Entwicklung der einzelnen Glieder des Sonnensystems in ganz bestimmte Richtungen gedrängt wurde. Diese Kräfte können zweifacher Art sein. Entweder haben sie in den Anziehungszentren oder außerhalb derselben ihren Sitz. Im ersten Falle sind es in der Richtung des Radiusvektors wirkende *anziehende* (oder abstoßende), im zweiten Falle in der Richtung der (relativen) Bewegung wirkende *widerstehende* Kräfte. Diese beiden Möglichkeiten geben uns bei der Diskussion der erzwungenen Entwicklung ein neues Einteilungsprinzip an die Hand.

Bei der Erörterung der Gravitationswirkungen sind wieder zwei Fälle zu unterscheiden. Da die Stoffe, aus denen sich die Himmelskörper zusammensetzen, eine größere oder geringere Viskosität besitzen, so muß bei der Untersuchung der Gravitationswirkungen auf die *Gezeitenreibung* Rücksicht genommen werden. Die Theorie der Gezeitenreibung ist von G. H. Darwin ausführlich entwickelt worden[1]; H. Poincaré gibt in seinem Buche: Leçons sur les hypothèses cosmogoniques (Paris, Hermann 1911) eine kurze Übersicht über dieselbe. Die gegenwärtigen Zustandsänderungen im Sonnensystem sind zwar nicht derart, daß man bei ihrer theoretischen Herleitung gezwungen wäre, der Gezeitenreibung eine auch nur nebensächliche Rolle zuzuschreiben. Da aber die früheren Verhältnisse ihr günstiger gewesen sein können, und bei der Ausbildung der Rotationsbewegung der Monde ihre Einwirkung auch offen zutage liegt, so müssen wir sie

[1]) Mehrere Abhandlungen in den Phil. Trans. of the Royal Soc., 1879—1881. Siehe auch Darwin, Ebbe und Flut; Leipzig, 2. Aufl. 1911.

als Entwicklungsfaktor mit in den Kreis unserer Untersuchung ziehen. Bei der Betrachtung der durch die anziehenden Kräfte bewirkten säkularen Störungen werden wir daher reine Gravitationswirkungen und Wirkungen der Gezeitenreibung unterscheiden.

Die durch ein widerstehendes Mittel bewirkten Störungen sind von der inneren Konstitution des Mittels abhängig. Die theoretische Untersuchung aller wesentlichen Fälle ist im vorhergehenden Kapitel enthalten; wir können uns daher auf die dort hergeleiteten Resultate beziehen.

Wir erörtern zuerst die Entwicklung der Sonne und der Planeten, die, weil wir sie vielfach miteinander in Beziehung zu setzen haben, gemeinsam behandelt werden müssen. Die beiden folgenden Kapitel werden sich mit der Entwicklung der Monde und der Kometen beschäftigen.

1. Kapitel. Die Entwicklung der Sonne und der Planeten.

Erster Abschnitt.

Die Neigungen der Planetenbahnen.

1. Gravitationswirkungen.

a) Reine Gravitationsstörungen.

36. Das Laplacesche Theorem. Wenn die gegenwärtige übereinstimmende Lage der Bahnebenen das Ergebnis einer erzwungenen Entwicklung ist, so müssen Ursachen vorhanden gewesen sein, welche die ursprünglichen größeren Neigungen verringerten. Die astronomischen Störungsgleichungen zeigen, daß Neigungsänderungen nur durch eine Orthogonalkomponente O hervorgerufen werden können. Wenn keine anderen als anziehende Kräfte wirksam sind, so gehen in O nur die störenden Wirkungen der Planeten ein. Da nach dem Laplaceschen Theorem

$$\Sigma\, m \sqrt{k\, M\, a}\, \mathrm{tg}^2\, i = \mathrm{const.}$$

die Neigungen, wenigstens bei den 8 größeren Planeten, nur zwischen engen Grenzen hin und her schwanken, und Neigungsverringerungen bei einem derselben außerdem nur dann eintreten können, wenn sich gleichzeitig bei anderen Planeten die Neigungen vergrößern, so lassen sich die *gegenwärtigen geringen Neigungen nicht auf die gegenseitigen Störungen der Planeten zurückführen.*

b) Gezeitenreibung.

37. Allgemeines. Machen sich bei zwei der gegenseitigen Anziehung unterliegenden Weltkörpern m_1 und m_2 die Gezeitenfluten nicht nur, wie es z. B. bei den ozeanischen Fluten der Erde der Fall ist, in einer oberflächlichen Schicht, sondern durch die ganze Masse hindurch bemerkbar (Darwins Voraussetzung der bodily tides), so liegen sie, wenn die Massenverschiebungen ohne innere Reibung erfolgen, in der Richtung der die Mittelpunkte der Körper verbindenden Geraden[1]). Ist innere Reibung vorhanden, so erleiden jedoch die Fluten eine Phasenverzögerung. Die Rückwirkung, welche der die Fluten erzeugende Körper m_2 durch die Anziehung der vorauseilenden oder zurückbleibenden Flutwelle des Körpers m_1 erfährt, besteht im ersten Falle in einer Vergrößerung, im zweiten in einer Verkleinerung ihres mittleren Abstandes, gemäß der Gleichung (Poincaré, a. a. O. Nr. 116)

$$\frac{d\xi}{dt} = h(\omega - \Omega).$$

Hier bedeutet ξ die Wurzel aus der halben großen Bahnachse der Ellipse, die der eine Körper um den anderen als Zentrum beschreibt,

---

[1]) Die obige Folgerung und alle auf ihr beruhenden, die Wirkungen der Gezeitenreibung darstellenden Gleichungen sind nur unter der Voraussetzung richtig, daß die sog. statische Theorie der Gezeiten Anwendung finden könne. Dies ist der Fall, wenn das Fortschreiten der Gezeitenwellen so langsam erfolgt, daß die Trägheit der Massen nicht berücksichtigt zu werden braucht, die Periode der Gezeiten also lang gegenüber der Periode der Eigenschwingung des der Gezeitenwirkung unterliegenden Weltkörpers ist (vgl. Poincaré, a. a. O. Nr. 105). Besteht der Weltkörper aus einer inkompressibeln Flüssigkeit, so ist die Periode der Eigenschwingung etwas größer, besteht er aus einer kompressibeln Flüssigkeit, so ist sie etwas kleiner als die Zeit, die ein Satellit brauchen würde, um unmittelbar an seiner Oberfläche eine Kreisbahn zu beschreiben (vgl. Emden, Gaskugeln; XVIII. Kap., §§ 42—43). Also nur in dem Falle, wo der Weltkörper so schnell rotieren würde, daß an seinem Äquator die Zentrifugalkraft ungefähr gleich der Schwerkraft wäre, würde die statische Theorie der Gezeiten auf ihn keine Anwendung finden können. Bei den Planeten und der Sonne trifft dies nicht zu, und zwar weder jetzt noch in früheren Stadien ihrer Entwicklung.

Die Darwinschen Gleichungen der Gezeitenreibung gelten ferner nur für homogene Massen. Wenn wir sie auch auf gasförmige, also nicht homogene Körper beziehen, so können die Ergebnisse nicht mehr genau, sondern nur noch ihrer Größenordnung nach als richtig gelten, aber dadurch wird das Gewicht unserer Folgerungen nicht vermindert. Im Gegenteil! Wenn sich zeigen wird, daß die Gezeitenreibung nicht imstande ist, bei homogenen Massen die Ausbildung irgendwelcher Gesetzmäßigkeiten zu erzielen, so ist dies bei inhomogenen Massen noch weniger der Fall, da sich bei diesen die Hauptmasse um das Zentrum gruppiert, also einen Raum mit verhältnismäßig kleinem Radius ausfüllt, die Gezeitenwirkung aber einer hohen Potenz des Radius proportional ist (vgl. § 39).

ω die Rotationswinkelgeschwindigkeit von m_1, Ω die mittlere Revolutionswinkelgeschwindigkeit von m_2, h eine positive Konstante. Die Gleichung gibt nur Näherungswerte; sie gilt für kleine Exzentrizitäten und kleine Neigungen der Bahn gegen die Äquatorebene von m_1 unter der Voraussetzung, daß der Phasenverzögerungswinkel ε ebenfalls klein ist.

Das Flächenmoment f der Revolutionsbewegung der beiden Körper um ihren gemeinsamen Schwerpunkt,

$$f = \frac{m_1 m_2}{m_1 + m_2} \sqrt{k(m_1 + m_2)\, a\, (1 - e^2)},$$

ist bei kleinen Werten von e der Größe ξ proportional; es besteht also auch die Gleichung

$$\frac{df}{dt} = h'(\omega - \Omega).$$

Der Flächensatz sagt, daß bei allen nur durch innere Kräfte bewirkten Änderungen eines Systems die auf die drei Koordinatenebenen bezogenen Flächenmomente ungeändert bleiben. Jede Änderung von f muß hiernach durch eine im entgegengesetzten Sinne stattfindende Änderung der Rotationsmomente von m_1 und m_2 kompensiert werden; d. h. die Gezeitenreibung bewirkt einen Austausch zwischen den Flächenmomenten der Revolutions- und Rotationsbewegung des Systems. Diese Umwandlung hat auch Änderungen der Bahnneigungen zur Folge.

38. Anwendung auf das Planetensystem. Da die Masse der Planeten gegen die Sonnenmasse vernachlässigt werden kann, so ist ihr Revolutionsmoment f bei kreisförmig angenommener Bahn

$$f = m\sqrt{kMr} = mr^2\,\Omega.$$

Das Rotationsmoment F der (als homogen vorausgesetzten[1]) Sonne hat den Wert

$$F = \frac{2}{5} M \varrho^2 \omega.$$

Das Rotationsmoment der Planeten kann wegen seiner Kleinheit unberücksichtigt bleiben. Bildet man den Quotienten $f:F$ und setzt für m, r, Ω die den einzelnen Planeten zukommenden Zahlenwerte, so erhält man für Merkur 0,001, für Venus 0,02, für die Erde 0,025, für Mars 0,0035, für Jupiter 17, für Saturn 7, für Uranus 1,6 und für Neptun 2. Das Revolutionsmoment der 4 großen Planeten ist also, zum Teil sogar beträchtlich, größer als das Rotationsmoment der Sonne.

[1]) Da die Sonne in Wirklichkeit nicht homogen ist, so sind die wahren Werte von $f:F$ noch größer als die oben berechneten Werte.

Da für $\omega > \Omega$ die Gezeitenreibung eine Vergrößerung des Revolutionsmomentes auf Kosten der Rotationsmomente bewirkt, so scheint hiernach die Möglichkeit vorzuliegen, daß der gegenwärtige Zustand durch die Gezeitenreibung herbeigeführt worden sei. Wir wollen untersuchen, ob diese Annahme zulässig ist.

Die Koordinatenebenen lassen sich stets so wählen, daß in zweien die Flächenmomente den Wert 0 annehmen; die dritte Ebene ist dann die Maximalebene des Flächenmomentes. Sie behält bei allen Änderungen des Systems ihre Lage unveränderlich bei. Da die Planetenbahnen gegenwärtig einander sehr nahe liegen, so ist die Maximalebene des Sonnensystems nur wenig gegen die Planetenbahnen geneigt (Neigung gegen die Ekliptik ungefähr 2°, aufsteigender Knoten in 286° L). Die Äquatorebene der Sonne weist zwar etwas größere Neigungen (5—7°) gegen die Planetenbahnen auf; da ihr Rotationsmoment jedoch nur klein ist, so wird die Lage der Maximalebene durch sie kaum berührt. Wenn in früheren Zeiten der Hauptteil des Flächenmomentes des Systems in der Sonne lokalisiert war, so mußte ihre Äquatorebene mit der Maximalebene fast zusammenfallen; ihre gegenwärtige Neigung würde dann aus der Gezeitenreibung zu erklären sein. In der Tat bewirkt die Gezeitenreibung eine Neigung der Sonnenachse gegen die Maximalebene des Flächenmoments. Bedeutet j die Neigung der Äquatorebene der Sonne, i die Neigung einer Planetenbahn gegen die Maximalebene, so liefert nämlich die Theorie der Gezeitenreibung die Gleichung (Poincaré, a. a. O. Nr. 117)

$$\frac{dj}{dt} = \frac{h}{2\omega}(i + j)(\omega - 2\,\Omega).$$

Nach dieser Gleichung vergrößert sich j, wenn die Rotationsdauer der Sonne kürzer ist als die halbe Umlaufszeit des Planeten[1]). Es ist nun sehr bemerkenswert, daß der Änderung von j eine im entgegengesetzten Sinne verlaufende Änderung von i parallel geht. Gemäß der Gleichung (a. a. O.)

$$\frac{di}{dt} = -\frac{h\omega}{2\xi}(i + j)$$

verkleinert sich die Neigung der Planetenbahnen gegen die Maximalebene; die Bahnen werden einander genähert. Berechtigt uns diese Tatsache, die gegenwärtige übereinstimmende Lage der Planetenbahnen als Wirkung der Gezeitenreibung zu erklären?

Solange die Sonne den Hauptteil des Flächenmoments des Systems bewahrt, ist j sehr klein und kann gegen i vernachlässigt werden. Da

---

[1]) Darwin leitet auf die angegebene Weise die beträchtliche Neigung der Bahn des Erdmondes gegen die Ebene des Erdäquators her. Phil. Trans. of the Roy. Soc., Bd. 171; 1880. Vgl. auch § 150.

die Gezeitenreibung den vorausgesetzten Anfangszustand nur dann in den gegenwärtigen Endzustand überführt, wenn die Bedingung $\omega > \Omega$ besteht, so vernachlässigen wir Ω gegen ω und erhalten dann durch Kombination der beiden Gleichungen für $\frac{di}{dt}$ und $\frac{d\xi}{dt}$

$$\frac{di}{i} = -\frac{1}{2}\frac{d\xi}{\xi}.$$

Hieraus folgt

$$\frac{i}{i_0} = \sqrt{\frac{\xi_0}{\xi}} = \sqrt[4]{\frac{r_0}{r}}.$$

Die aus dieser Gleichung sich ergebenden Neigungsänderungen sind um so größer, je kleiner die ursprüngliche Entfernung r_0 der Planeten von der Sonne angenommen wird. Man gelangt zu den günstigsten Werten, wenn man voraussetzt, daß die Sonne am Anfange der Entwicklung sich nicht weiter erstreckte als jetzt, und daß die Planeten sich anfangs in ihrer unmittelbaren Nachbarschaft bewegten, r_0 also gleich dem Sonnenradius sei[1]). Dann erhält man für $i_0 : i$ bei Merkur den Wert 3,0, bei der Erde 3,8, bei Jupiter 5,7, bei Neptun 8,8. Wenn man, wie es eigentlich geschehen müßte, den Ursprungsort der Planeten an die Rochesche Grenze[2]) verlegte ($r_0 = 2{,}44$ Sonnenradien, gleiche Dichte bei Sonne und Planeten vorausgesetzt), so würden sich sämtliche Zahlenwerte noch im Verhältnis 5 : 4 verkleinern. Multipliziert man die Neigungen, welche die Planetenbahnen gegen die Maximalebene besitzen und die durchschnittlich kleiner als 2°, zum Teil sogar kleiner als 1° sind, mit den berechneten, natürlich als Maximalwerte aufzufassenden Zahlen, so sind die sich ergebenden Werte noch sehr klein. Es müßte also, auch bei den der Gezeitenhypothese günstigsten Annahmen, *die Gesetzmäßigkeit der kleinen Neigungen*, deren Ausbildung durch die Hypothese doch erst glaubhaft gemacht werden sollte, *bereits als von Anfang an bestehend vorausgesetzt werden.*

39. Konsequenzen der Gezeitenhypothese. Im vorhergehenden Paragraphen haben wir gezeigt, daß die Gezeitenreibung für sich allein

---

1) Daß diese Annahme in Wirklichkeit nicht statthaft sei, wird sich im nächsten Paragraphen zeigen.

2) Als Rochesche Grenze bezeichnet man diejenige Entfernung eines Satelliten vom Anziehungsmittelpunkte, in welcher seine innere Gravitation gerade noch imstande ist, der auflösenden Kraft des Zentralkörpers zu widerstehen und die Satellitenmasse innerlich zusammenzuhalten. Bezeichnet man den Radius der Zentralmasse mit ϱ, ihre Dichte mit δ, so erhält man aus der im § 42 für ω^2 angegebenen Gleichung mit Hilfe der Beziehung $kM = r^3\omega^2$ die neue Gleichung

$$\frac{r}{\varrho} = \sqrt[3]{\frac{2}{3 \cdot 0{,}046}} = 2{,}44.$$

nicht genügt, die übereinstimmende Lage der Planetenbahnen zu erklären. Wir machen jetzt noch auf einige Punkte aufmerksam, aus denen hervorgeht, daß es überhaupt unzulässig sei, auch nur verhältnismäßig geringe Wirkungen der Gezeitenreibung auf die Planeten anzunehmen.

a) Gezeitenfluten werden nicht nur von den Planeten auf der Sonne, sondern auch von der Sonne auf den Planeten erzeugt. Bezeichnet man mit ϱ_s den Sonnenradius, mit ϱ_p den Planetenradius, so ist der Faktor h für die Fluten der ersten und der zweiten Art proportional mit

$$\frac{m^2 \varrho_s^7}{r^6 M^3} \quad \text{und} \quad \frac{M^2 \varrho_p^7}{r^6 m^3},$$

(vgl. Poincaré, a. a. O. Nr. 127).

Vernachlässigt man Ω, so folgt also aus der Gleichung

$$\frac{d\omega}{dt} = -h(\omega - \Omega),$$

daß das Verhältnis der logarithmischen Dekremente der Winkelgeschwindigkeiten bei den Planeten und der Sonne den Wert

$$\left(\frac{M}{m}\right)^5 \left(\frac{\varrho_p}{\varrho_s}\right)^7$$

besitzt. Bei gleicher mittlerer Dichte von Sonne und Planeten geht dieser Wert über in $\left(\frac{M}{m}\right)^{8/3}$. Die Einwirkung der Gezeitenreibung auf die Rotationsgeschwindigkeit ist hiernach bei den Planeten ganz unverhältnismäßig (z. B. bei Jupiter 10^8mal, bei der Erde 5.10^{14}mal) größer als bei der Sonne. Wenn die Planeten imstande waren, durch die von ihnen erzeugten Fluten der Sonne den Hauptteil ihres Rotationsmomentes zu entziehen, so wäre daher zu erwarten, daß die viel kräftigeren von der Sonne erzeugten Fluten die Planeten dem von der Gezeitenreibung erstrebten Endzustande, Übereinstimmung der Rotations- und der Umlaufszeit, sehr nahe gebracht hätten. *Die meisten Planeten besitzen aber eine ziemlich schnelle Rotationsbewegung*[1]) *und beweisen dadurch, daß die Gezeitenreibung für sie bei weitem nicht die Bedeutung gehabt hat, welche die Gezeitenhypothese erfordert.* Auch Poincaré macht auf diese Folgerung aufmerksam (a. a. O. Nr. 102).

b) Bei jedem Planeten werden die Änderungen von ξ, i, j usw. nur durch die von ihm selbst erzeugten Fluten hervorgerufen; die durch die andern Planeten entstehenden Sonnenfluten haben für

[1]) Nur bei Merkur, und vielleicht bei der Venus, stimmt die Rotations- mit der Umlaufszeit überein. Bei diesen Planeten könnte die Gezeitenreibung daher vielleicht eine Wirkung geäußert haben (vgl. § 59). Über Mars siehe § 149.

ihn nur periodische Änderungen zur Folge. Nun ist die Größe h dem Quadrate der Planetenmasse proportional; die Änderungen von ξ erfolgen also um so schneller, je größer die Planetenmasse ist. Entfernen sich die Planeten ungleich schnell von der Sonne, so liegt jedoch die Möglichkeit vor, daß sie einander sehr nahe kommen. Die dann einsetzenden gegenseitigen *Störungen* würden die durch die Gezeitenreibung vielleicht bewirkten Neigungsverringerungen gar nicht in die Erscheinung treten lassen.

c) Wenn die Planetenbahnen ursprünglich sehr verschiedene Neigungen aufweisen, so ist es unwahrscheinlich, daß ihre Exzentrizitäten anfangs sämtlich den Wert 0 haben. Nun tritt, wenn $11\,\omega > 18\,\Omega$ ist, durch den Einfluß der Gezeitenreibung eine *Vergrößerung von e* ein (vgl. § 49). Man dürfte also erwarten, daß die Bahnen gegenwärtig deutlich exzentrisch seien, was bekanntlich nicht der Fall ist.

d) Der Faktor h hat bei allen Planeten einen so geringen Wert, daß für die angenommene Entwicklung unvorstellbare Zeiträume zur Verfügung stehen müßten (vgl. Darwin, Ebbe u. Flut; 2. Aufl., S. 280).

2. Widerstehendes Mittel.

40. Innere Konstitution des Mittels. Aus den im 2. Kapitel der Einleitung enthaltenen Untersuchungen über das widerstehende Mittel geht ohne weiteres hervor, daß von den drei möglichen Annahmen über die innere Konstitution des Mittels für den gegenwärtigen Zweck nur die zweite in Frage kommt. Im ersten Falle, wo das Mittel ruht oder seine Teilchen beliebige Bewegungsrichtung haben, bleibt die Neigung ungeändert. Im letzten Falle, wo die Sonne das Mittel durchschreitet, würde, da es die Bahnneigungen der verschiedenen Planeten, je nach ihrer Masse, Dichte, Geschwindigkeit und Bewegungsrichtung, in sehr verschiedener Weise beeinflußt, sogar eine ursprünglich vorhandene übereinstimmende Lage der Bahnen durch die Einwirkung des Mittels allmählich zerstört werden. Im zweiten Falle, wo die Teilchen des Mittels eine bevorzugte Bewegungsrichtung besitzen, nähern sich die Planetenbahnen der Symmetrieebene des Mittels. Diese Annahme scheint daher auf den ersten Blick sehr brauchbar zu sein, um so mehr, als sie sogar für die *übereinstimmende Revolutionsrichtung* der Planeten eine Erklärung liefert, da ein ursprünglich rückläufiger Planet seine Bahn der Senkrechten auf der Symmetrieebene des Mittels nähern und sich bei $i = 90^0$ in einen rechtläufigen verwandeln würde. Sie ist von Kant, Moulton, See u. a. als kosmogonische Hypothese benutzt worden. Man vergleiche auch die Darstellung von Poincaré, a. a. O. Nr. 74—83 (siehe § 86).

Die innere Konstitution eines Mittels, dessen Teilchen eine bevorzugte Bewegungsrichtung besitzen, kann wieder zweifacher Art sein. Entweder haben die Teilchen freie Beweglichkeit, oder sie sind den Gesetzen der Gasexpansion unterworfen und bilden eine einheitliche Masse. Beide Möglichkeiten sind getrennt zu behandeln.

a) Frei bewegliche Teilchen.

41. Betrag der Neigungsänderungen. Masse des Mittels. Beschreiben die Teilchen des Mittels wenig gegeneinander geneigte Kreisbahnen, so ergeben sich, falls seine Dichte eine Funktion des Radiusvektors ist, nach § 23 die Neigungsänderungen aus der Gleichung

$$\operatorname{tg}\frac{i}{2} = \sqrt{\frac{m_0}{m}}\operatorname{tg}\frac{i_0}{2}.$$

Besitzt das Mittel zu beiden Seiten der Hauptebene eine größere Ausdehnung, so ist der Wurzelexponent von $m_0 : m$ größer als 2, die Neigungsänderung bei gleichem Massenzuwachs des Planeten also weniger beträchtlich. Ist die Dichte des Mittels in der Hauptebene größer als außerhalb derselben, so darf in der für Kreisbahnen gültigen Gleichung (vgl. § 17).

$$di = -\sin i \cos^2 u \frac{dm}{m}$$

nicht mehr mit dem mittleren Werte von $\cos^2 u$ über den ganzen Umlauf integriert werden. Da in diesem Falle die größten Änderungen von i in der Nähe der Knotenstellen eintreten, so ist für $\cos^2 u$ ein größerer mittlerer Wert als $^1/_2$ zu setzen. Im Grenzfalle, wo sich das Mittel in einer Scheibe ausbreitet, würde $\cos^2 u = 1$ sein; dann lautet das Integral

$$\operatorname{tg}\frac{i}{2} = \frac{m_0}{m}\operatorname{tg}\frac{i_0}{2}.$$

Da in der letzten Gleichung der Exponent von $m_0 : m$ den größten Wert hat, so ergeben sich aus ihr die Maximaländerungen der Neigung, welche eintreten, wenn die Masse m_0 des Planeten zu dem Werte m anwächst. Für $i_0 = 30^0$ und $i = 10^0$ erhält man z. B. $m = 3{,}1\, m_0$, für $i_0 = 10^0$ und $i = 2^0$ $m = 5\, m_0$. Die Zahlen lassen erkennen, daß die Planeten, wenn ihre Bahnen ursprünglich auch nur um ein geringes größere Neigungen als gegenwärtig hatten, *fast ihre ganze Masse aus dem Mittel sammeln mußten.*

Wenn angenommen werden dürfte, daß die Planeten imstande waren, die gesamte Masse des Mittels zu absorbieren, so würde aus unserem letzten Schlusse folgen, daß die Masse des Mittels ursprünglich der gegenwärtigen Masse sämtlicher Planeten ungefähr gleich gewesen sei. Da in dem interplanetarischen Raume ein widerstehendes Mittel nicht mehr anzutreffen ist[1]), so liegt diese Annahme sehr nahe, und sie wird auch von allen Autoren, die ihre Erklärung der Entwicklung unseres Planetensystems auf der in Frage stehenden Hypothese basieren, gemacht. Aber wenn sie auch so einfach und einleuchtend zu sein scheint, daß noch niemand Anstoß an ihr genommen und eine wissenschaftliche Rechtfertigung für nötig erachtet hat, so kann trotzdem gezeigt werden, daß sie unzulässig ist.

42. Maximale Erstreckung der Planeten. Von Roche ist bestimmt worden, welche Gestalt und Größe ein kleiner, der Sonne immer dieselbe Seite zukehrender, homogener Planet besitzt, wenn seine innere Gravitation gerade noch imstande sein soll, der ihn zu zerreißen trachtenden Sonnenanziehung zu widerstehen und die Planetenmasse innerlich zusammenzuhalten. Bezeichnet man seine Rotations- (und Umlaufs-)Winkelgeschwindigkeit mit ω, seine Dichte mit δ, die Gravitationskonstante mit k, so muß die Bedingung

$$\frac{\omega^2}{2\pi\delta k} \leqq 0{,}046$$

erfüllt sein (vgl. Poincaré, a. a. O. Nr. 45 ff.). Im Grenzfalle betragen die beiden kleinen Achsen des die planetarische Gleichgewichtsfigur bildenden Ellipsoids 0,496 und 0,469 der großen Achse. Bezeichnet man diese mit 2ϱ, die Masse des Planeten mit m, so ist also

$$m = 0{,}496 \cdot 0{,}469 \cdot \frac{4\pi}{3}\varrho^3\delta = \frac{2 \cdot 0{,}496 \cdot 0{,}469}{3 \cdot 0{,}046\,k}\omega^2\varrho^3 .$$

Ist, wie früher, M die Masse der Sonne, r der Bahnradius des Planeten, so hat man

$$k\,M = r^3\omega^2.$$

Es folgt also

$$\frac{\varrho}{r} = \sqrt[3]{\frac{3 \cdot 0{,}046}{2 \cdot 0{,}496 \cdot 0{,}469}\,\frac{m}{M}} = \sqrt[3]{\frac{3}{10}\,\frac{m}{M}}.$$

Ist der Planet nicht homogen, sondern im Innern verdichtet, so gibt Poincaré unter der Voraussetzung, daß die Anziehung der Sonne vernachlässigt werden könne, als Näherungswert seiner maximalen Erstreckung (a. a. O. Nr. 49)

$$\varrho^3 = \frac{km}{\omega^2}.$$

Hieraus folgt

$$\frac{\varrho}{r} = \sqrt[3]{\frac{m}{M}}.$$

[1]) Über das Zodiakallicht siehe die §§ 73, 93, 166.

In dem durch diese Gleichung bestimmten Abstande ϱ würde in derselben Zeit, in der der Planet um die Sonne läuft, ein Mond um den Planeten eine kreisförmige Bahn beschreiben. Da bei einem Planeten, der seine maximale Erstreckung besitzt, die Anziehung der Sonne nicht vernachlässigt werden darf, so ist dieser Wert von ϱ auf jeden Fall zu groß.

Einen dritten, dem Rocheschen sehr nahe liegenden Maximalwert der Erstreckung der Planeten findet man auf folgende Weise. Das „Problem der 3 Körper" hat eine partikuläre Lösung, nach der die 3 Körper, in bestimmten Abständen voneinander auf einer Geraden liegend, um den gemeinsamen Schwerpunkt konzentrische Kreise beschreiben und ihre relative Lage unverändert beibehalten. Ist die Masse des 3. Körpers unendlich klein, so verlangt die partikuläre Lösung, daß er in die Doppelpunkte der durch das Jacobische Integral bestimmten Hillschen Nullflächen der Geschwindigkeit (vgl. § 43) zu verlegen ist (Librationspunkte). Bei kleiner Masse des Planeten erhält man für die Entfernung ϱ der beiden ihm benachbarten Doppelpunkte näherungsweise

$$\frac{\varrho}{r} = \sqrt[3]{\frac{1}{3}\frac{m}{M}}.$$

Da die Lage des 3. Körpers keine stabile ist, so würde ein Planet mit einem größeren Radius als ϱ seine äußeren Schichten durch die Anziehung der Sonne verlieren; ϱ ist hiernach der Maximalwert des Planetenradius. Er ist etwas größer als der Rochesche Wert.

Wir stellen die aus der letzten Gleichung für die einzelnen Planeten sich ergebenden Werte von $\varrho : r$ und die entsprechenden auf den gegenwärtigen Planetenradius ϱ_0 bezogenen Werte von $\varrho : \varrho_0$ in einer Tabelle zusammen. Zur Vergleichung fügen wir die aus der Gleichung

$$\frac{\bar{\varrho}}{r} = \sqrt[5]{\frac{1}{2}\left(\frac{m}{M}\right)^2}$$

sich ergebenden Werte des Radius der sog. Anziehungssphäre[1]) des Planeten hinzu.

Diese Werte sind sehr klein und, da die Massen der Planeten erst allmählich zu ihrem gegenwärtigen Werte anwuchsen, während des größten Teiles ihrer Entwicklungszeit noch beträchtlich kleiner. Bewegten sie sich in elliptischer Bahn, so kam außerdem als Grenzwert des Radius nur der Wert

$$q\sqrt[3]{\frac{1}{3}\frac{m}{M}},$$

wo q die Periheldistanz bedeutet, in Frage[2]).

---

[1]) Vgl. Valentiner, Handwörterbuch der Astronomie; Artikel Mechanik des Himmels.

[2]) Lagrange hat gezeigt, daß 3 in gerader Linie liegende Körper auch

	Merkur	Venus	Erde	Mars	Jupiter	Saturn	Uranus	Neptun
$\frac{\rho}{r}$	0,0038	0,0094	0,010	0,0048	0,068	0,046	0,024	0,026
$\frac{\rho}{\rho_0}$	92	162	232	322	740	1130	2760	4200
$\frac{\bar{\rho}}{r}$	0,0017	0,0050	0,0054	0,0022	0,054	0,033	0,016	0,017

43. Über die Möglichkeit des Einfangens interplanetarischer Teilchen. Wird zunächst die Anziehungswirkung des Planeten vernachlässigt, so versteht es sich von selbst, daß er nur solche Teilchen aufzufangen vermag, die seine Bahn schneiden. Da er, wenn große Neigungs- und Exzentrizitätsänderungen eintreten sollen, den größten Teil seiner Masse aus dem Mittel aufnehmen muß (vgl. § 41), so gehen die Hauptänderungen der Bahnelemente während der Zeit vor sich, wo die Planetenmasse noch im Anfange ihres Wachstums steht. Eine kleine Masse kann aber nur verhältnismäßig wenig Materie auffangen. Ist die Masse des Planeten bereits zu größeren Werten angewachsen, so bewegt er sich schon in einer Kreisbahn und vermag also nur noch die Teilchen des Mittels aufzufangen, die seiner Kreisbahn nahe kommen. Bewegen sich die Teilchen des Mittels in elliptischen Bahnen, so ist die Anzahl der Teilchen, die mit dem Planeten noch ferner kollidieren können, verglichen mit der Gesamtanzahl der Teilchen, wieder sehr klein. Dasselbe ist der Fall, wenn sich die Teilchen in Kreisbahnen bewegen. Der Planet kann nur die Teilchen auffangen, die der seinigen unmittelbar benachbarte Kreisbahnen beschreiben; er schneidet aus dem Mittel einen Ring von der Dicke 2 ϱ heraus. Es zeigt sich also, daß *die Planeten auch während ihrer ganzen späteren Entwicklungszeit dem Mittel nur einen kleinen Bruchteil seiner Masse entziehen können.*

Da die Größe der von den Planeten ausgeübten Anziehung gegenüber derjenigen der Sonne sehr gering ist, so kann gefolgert werden, daß bei Berücksichtigung ihrer Anziehung das Ergebnis im wesentlichen dasselbe bleibt. Um unseren Schlüssen eine sichere Grundlage zu geben und dadurch der in neuerer Zeit so sehr beliebten, fast populär gewordenen *Hypothese des Einfangens interplanetarischer Massen* eine kritische Würdigung zuteil werden lassen zu können, wollen wir uns jedoch mit dieser allgemeinen Angabe nicht begnügen, sondern auf Grund der Resultate, die Hill, Darwin und Poincaré bei ihren Untersuchungen über das Jacobische Integral des Drei-Körper-

ähnliche Ellipsen beschreiben können. Ihre gegenseitige Entfernung ist dann diejenige, mit der sie an der betreffenden Stelle konzentrische Kreise beschreiben würden.

problems gewonnen haben, die Möglichkeiten des Einfangens im einzelnen erörtern[1]) und die Menge der einzufangenden Teilchen näherungsweise bestimmen.

α) Untersuchungen von Hill, Darwin und Poincaré.

Bedeutet μ die Masse des in kreisförmiger Bahn mit dem Radius 1 und der Winkelgeschwindigkeit 1 sich bewegenden Planeten, $1-\mu$ die Masse der Sonne[2]), und besitzt das als masselos gedachte Teilchen von beiden die Entfernung r_2 und r_1, so lautet das auf rotierende Achsen mit dem Schwerpunkt als Mittelpunkt bezogene Jacobische Integral

$$V^2 = \left(\frac{dx}{dt}\right)^2 + \left(\frac{dy}{dt}\right)^2 + \left(\frac{dz}{dt}\right)^2 = x^2 + y^2 + \frac{2(1-\mu)}{r_1} + \frac{2\mu}{r_2} - C.$$

Da V^2 nicht negativ werden kann, so muß die rechte Seite dieser Gleichung einen positiven Wert haben. Wird sie gleich 0 gesetzt, so erhält man die nach Hill genannten Nullflächen der Geschwindigkeit. Von großer Bedeutung für die Klassifikation dieser Flächen sind die Stellen, wo sie Doppelpunkte besitzen. Man erkennt ohne weiteres, daß sie sämtlich in der $x\,y$-Ebene liegen. Bezeichnet man die Gleichung der in dieser Ebene liegenden Schar der Schnittkurven mit $F = 0$, so müssen Doppelpunkte die Bedingungen

$$\frac{\partial F}{\partial x} = 0, \quad \frac{\partial F}{\partial y} = 0$$

erfüllen. Da die 2. Gleichung den Faktor y enthält, so kann $y = 0$ gesetzt werden. Dann lautet die 1. Gleichung

$$x - (1-\mu)\frac{x - x_1}{r_1^3} - \mu\frac{x - x_2}{r_2^3} = 0.$$

Der Koordinatenanfangspunkt hat, als Schwerpunkt des Systems, von der Masse $1-\mu$ die Entfernung μ und von der Masse μ die Entfernung $1-\mu$; folglich ist $x_1 = -\mu$, $x_2 = 1-\mu$. Für den jenseits μ auf der x-Achse liegenden Doppelpunkt ist dann $x = 1-\mu+r_2$, $r_1 = 1 + r_2$; für den zwischen μ und $1-\mu$ liegenden Doppelpunkt ist $x = 1-\mu-r_2$, $r_1 = 1-r_2$, und für den jenseits $1-\mu$ liegenden Doppelpunkt ist $x = -\mu-r_1$, $r_1 = r_2 - 1$. Schafft man aus der obigen Gleichung die Wurzeln fort, so erhält man mit Hilfe der angegebenen Werte im 1. Falle die Gleichung

$$r_2^5 + (3-\mu)r_2^4 + (3-2\mu)r_2^3 - \mu r_2^2 - 2\mu r_2 - \mu = 0.$$

[1]) Unsere Darstellung lehnt sich, soweit sie sich auf das Jacobische Integral und die Hillschen Oberflächen bezieht, an die von Moulton in seinen „Celestial Mechanics" (New York, 1902) gegebene an.

[2]) Die Gravitationskonstante k ist der Einfachheit halber in μ und $1-\mu$ als Faktor aufgenommen.

Die reelle positive Wurzel dieser Gleichung ist, wenn man

$$\nu = \sqrt[3]{\frac{\mu}{3}}$$

setzt,

$$r_2 = \nu + \frac{1}{3}\nu^2 - \frac{1}{9}\nu^3 \ldots$$

Im 2. Falle erhält man

$$r_2^5 - (3-\mu) r_2^4 + (3 - 2\mu) r_2^3 - \mu r_2^2 + 2\mu r_2 - \mu = 0\,.$$

Die reelle positive Wurzel dieser Gleichung lautet

$$r_2 = \nu - \frac{1}{3}\nu^2 - \frac{1}{9}\nu^3 \ldots$$

Setzt man im 3. Falle $r_1 = 1 - \varrho$, so folgt

$$\varrho^5 - (7+\mu)\varrho^4 + (19 + 6\mu)\varrho^3 - (24 + 13\mu)\varrho^2 + (12 + 14\mu)\varrho - 7\mu = 0.$$

Aus dieser Gleichung erhält man

$$\varrho = \frac{7}{12}\mu + \frac{23.49}{12^4}\mu^3 + \ldots$$

Für die nicht auf der x-Achse liegenden Doppelpunkte ist y nicht gleich 0. Dann geht $\frac{\partial F}{\partial y} = 0$ über in

$$1 - \frac{1-\mu}{r_1^3} - \frac{\mu}{r_2^3} = 0\,.$$

Multipliziert man diese Gleichung mit $x - x_2$ und $x - x_1$ und subtrahiert sie einzeln von der Gleichung $\frac{1}{2}\frac{\partial F}{\partial x} = 0$, so folgt

$$x_2 - (1-\mu)\frac{x_2 - x_1}{r_1^3} = 0; \qquad x_1 - \mu\frac{x_1 - x_2}{r_2^3} = 0\,.$$

Setzt man für x_1 und x_2 ihre Werte $-\mu$ und $1-\mu$, so erhält man

$$1 - \frac{1}{r_1^3} = 0; \quad -1 + \frac{1}{r_2^3} = 0\,.$$

Demnach ist $r_1 = 1$, $r_2 = 1$; d. h. die Punkte liegen mit den Massen μ und $1-\mu$ in den Ecken eines gleichseitigen Dreiecks.

Die auf der x-Achse liegenden Doppelpunkte mögen der Reihe nach mit 1, 2, 3 bezeichnet werden, die beiden seitlichen mit 4. Die Größe $x^2 + y^2$ läßt sich leicht durch r_1 und r_2 ausdrücken; man findet

$$x^2 + y^2 = (1-\mu) r_1^2 + \mu r_2^2 - \mu(1-\mu)\,.$$

Durch Einsetzen dieses Wertes geht die Gleichung $F = 0$ über in

$$(1-\mu)\left(r_1^2 + \frac{2}{r_1}\right) + \mu\left(r_2^2 + \frac{2}{r_2}\right) = C + \mu(1-\mu) = C'.$$

Substituiert man in dieser Gleichung die für die Doppelpunkte angegebenen Werte von r_1 und r_2, so folgt

$$C'_1 = 3 + 9\nu^2 - 11\nu^3 \ldots,$$
$$C'_2 = 3 + 9\nu^2 - 7\nu^3 \ldots,$$
$$C'_3 = 3 + 2\mu - \frac{49}{48}\mu^2 \ldots,$$
$$C'_4 = 3.$$

Von diesen Werten ist C'_2 der größte. Die entsprechenden Werte von C ergeben sich aus der Gleichung

$$C' = C + \mu(1 - \mu).$$

Nunmehr ist es leicht, eine Einteilung der Hillschen Flächen vorzunehmen und auf Grund derselben die Bewegung des masselosen Körpers zu bestimmen.

1. Fall: $C' > C_2'$. Die Fläche besteht aus drei Teilen. Zwei ellipsoidartige Teile umschließen die Massen μ und $1 - \mu$, und der dritte Teil hängt wie ein Vorhang von einem asymptotischen Zylinder herab, dessen Grundkreisradius $\sqrt{C}$ ist (siehe in den Figuren 1, 2 und 3 die Kurven 1 und 2[1])). Die Bewegung ist reell innerhalb der geschlossenen Flächen und außerhalb der vorhangartigen Fläche. Ein Übergang von einem in eines der anderen Gebiete kann nicht stattfinden. Von Teilchen, deren Konstante C' größer als C_2' ist, vermag der Planet daher nur solche aufzufangen, *die sich schon immer innerhalb der ihn einschließenden Nullflächen befunden, ihn also nach Art von Monden umkreist haben.*

2. Fall: $C_2' > C' > C_1'$. Die Nullfläche besteht aus 2 Teilen. Die beiden, μ und $1 - \mu$ umschließenden Teile haben sich zu einer einzigen, birnen- oder sanduhrförmigen Fläche vereinigt; die vorhangartige Fläche ist noch von ihr getrennt (in den Figuren Kurve 3). Die Bewegung ist reell im Innern der birnenförmigen und außerhalb der vorhangartigen Fläche. Teilchen, die sich jenseits dieser Fläche befinden, bleiben von dem Planeten und der Sonne stets getrennt. Im Innern der Birnenfigur kann jedoch zwischen den Teilchen, die um die Sonne und um den Planeten laufen, ein Austausch stattfinden. Über die Möglichkeit des Auffangens der Teilchen bemerkt Darwin[2]): „Es ist möglich, daß ein Körper dieser Art im Laufe der Zeit jede Stelle des Raumes, auf den seine Bewegung beschränkt ist, einnehmen wird. Früher oder später muß er dicht bei der Sonne oder bei Ju-

[1]) In den Figuren ist das Massenverhältnis 1 : 3 ($\mu = 1/4$, $1 - \mu = 3/4$) zugrunde gelegt.

[2]) Periodic Orbits. Acta mathem., vol. 21, 1897, S. 170—171.

piter (d. i. die von Darwin benutzte Bezeichnung des Planeten) vorbeigehen, und da diese Körper in einem wirklichen Planetensystem endliche Dimensionen haben, so muß der Wanderer endlich mit einem von ihnen zusammenstoßen und absorbiert werden. Wir gewinnen auf diese Weise eine Vorstellung des Vorganges, durch den umherschweifende Körper nach und nach von der Sonne und den Planeten aufgefangen werden. Es könnte angenommen werden, daß alle möglichen, irgendeinem Werte von C entsprechenden Bahnen eine ähnliche Reihe von Änderungen durchlaufen, und daß die in ihnen sich bewegenden Körper auf diese Weise endlich absorbiert werden. Lord Kelvin ist der Meinung, daß dies der Fall sei, und daß alle Bahnen wesentlich instabil seien. Dies mag zutreffen, wenn genügende Zeit zur Verfügung steht; aber später werden wir sehen, daß, selbst wenn die sanduhrförmige Figur einen offenen Hals hat, stabile Bahnen vorhanden sind, wenig-

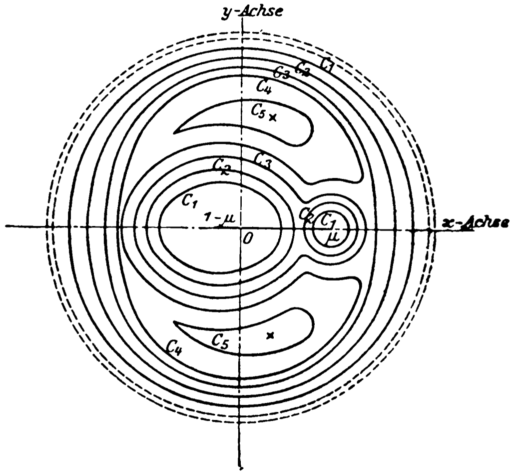

Fig. 1.

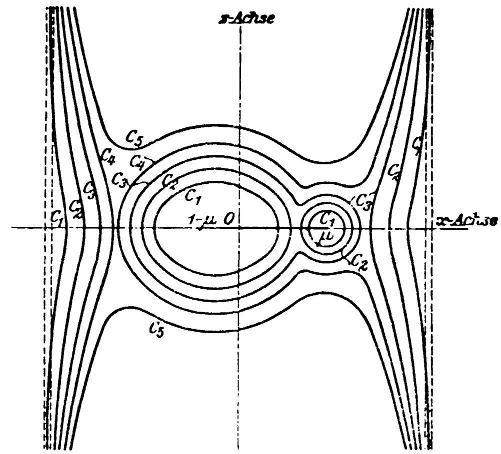

Fig. 2.

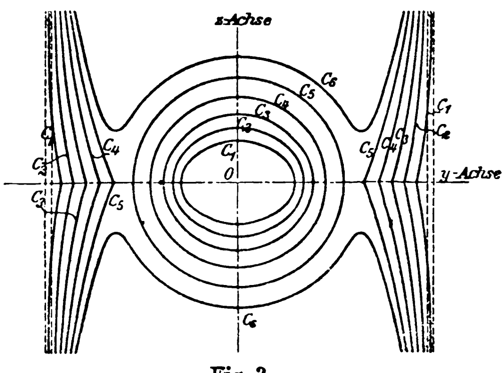

Fig. 3.

stens soweit unser Näherungsverfahren reicht. Die einzige in dieser Untersuchung zugelassene Näherungsannahme ist die Vernachlässigung der durch den Körper bei Jupiter bewirkten Störungen. Für einen sehr kleinen Körper muß demgemäß das Instabilwerden ein sehr langsamer Vorgang sein, und ich glaube bestimmt, daß die ganze Geschichte eines Planetensystems innerhalb des Zeitraums liegt, der nötig wäre, um die Instabilität hervorzubringen[1]). Ich werde mich daher von nun an so ausdrücken, als ob die Stabilität stabiler Bahnen absolut wäre, während sie es wahrscheinlich nur näherungsweise ist."

Nach Darwin sind also bei weitem nicht alle Teilchen, deren Konstante C' der obigen Bedingung genügt, in Gefahr, von der Sonne oder dem Planeten aufgefangen zu werden. Aber wenn dies auch der Fall wäre, *so würde einem interplanetarischen Mittel doch nur ein verschwindend kleiner Bruchteil seiner Masse verloren gehen.* Die Grenzwerte von C' unterscheiden sich nämlich nur um $4\,\nu^3$, und dieser Wert beträgt selbst bei dem größten Planeten, wenn ihm bereits die gegenwärtige Masse, die er der Voraussetzung gemäß im Mittel erst allmählich erworben haben soll, beigelegt wird, nur ungefähr $^1/_{800}$, während die Werte, die C' für die einzelnen Teilchen des Mittels besitzt, beliebig groß und klein sein können.

Wenn sich die eingefangenen Teilchen auf Sonne und Planet ungefähr in dem Verhältnis der Volumina der beide Massen einschließenden Teile der Birnenfigur verteilen, so kommen sie übrigens fast sämtlich mit der Sonne zur Vereinigung; auf den Planeten entfällt nur ungefähr $^1/_3\,\mu$ der Anzahl.

3. Fall: $C_1' > C' > C_3'$. Die Fläche besteht aus einem Teile; der birnen- und vorhangartige Teil haben sich auf einer Seite miteinander vereinigt. Die Schnittfigur mit der $x\,y$-Ebene hat die Gestalt eines Pferdehufs (siehe in den Figuren Kurve 4). Die Bewegung ist außerhalb der Fläche reell. Es können nunmehr auch äußere Teilchen in das der Sonne und dem Planeten benachbarte Gebiet eindringen. Die Wahrscheinlichkeit, von der Sonne oder dem Planeten zurückgehalten zu werden, ist aber bereits geringer geworden als im 2. Falle, da sie eine größere Bewegungsfreiheit besitzen als die Teilchen im 2. Falle. *Die Anzahl der in Frage kommenden Teilchen ist wieder verhältnismäßig gering*; denn die Grenzwerte des Intervalls der Konstante C' unterscheiden sich, selbst wenn man wieder die gegenwärtige Jupitersmasse zugrunde legt, nur um ungefähr $9\,\nu^2 = {}^1/_{25}$.

4. Fall: $C_3' > C' > C_4'$. Der vorhangartige Teil hat sich auch auf der andern Seite mit dem inneren Teile der Fläche vereinigt. In der $x\,y$-Ebene liegen zwei kommaförmige Schnittfiguren (in den Figuren

---

[1]) Vgl. § 88β, b und c.

Kurve 5). Auch in diesem Falle gilt, was bei 3. bemerkt wurde. Da die Grenzwerte des Intervalls sich nur um 2μ unterscheiden, so ist *die Anzahl der in Frage kommenden Teilchen jedoch noch geringer.*

5. Fall: $3 > C'$. Für $C' = 3$ verschwindet die Nullfläche von der $x\,y$-Ebene; für $C' < 3$ besteht sie aus 2 getrennten Teilen, welche die z-Achse beutelartig umschließen (in den Figuren Kurve 6). Die Teilchen haben in der $x\,y$-Ebene völlige Bewegungsfreiheit; in geneigten Bahnen ist die Bewegungsfreiheit um so größer, je kleiner C' ist. Die Wahrscheinlichkeit, von dem Planeten angezogen und eingefangen zu werden, die schon in den Fällen 3. und 4. sehr klein war, nimmt schnell noch weiter ab und geht bald in die bloße Möglichkeit über, mit dem Planeten zufällig zusammenzustoßen. Eine Vereinigung mit der Sonne könnte nur dann stattfinden, wenn die Bahn des Teilchens von dem Planeten solche Störungen erlitte, daß seine Periheldistanz kleiner als der Sonnenradius würde.

Durch Zurückführung des Jacobischen Integrals auf feste Achsen ergibt sich die als Tisserands Kriterium bekannte Gleichung

$$\frac{1}{a} + 2\sqrt{a\,(1 - e^2)}\cos i = C\,.$$

Diese Gleichung läßt erkennen, daß kleine Werte von C im allgemeinen solchen Bahnen eigen sind, die sich durch große Exzentrizitäten, große Neigungen und weite Erstreckung auszeichnen. Dies sind die Eigenschaften der Kometenbahnen. Hiernach ist die Wahrscheinlichkeit, daß Teilchen, deren Konstante C einen kleinen Wert hat, von den Planeten oder der Sonne aufgefangen werden, zu vergleichen mit der Wahrscheinlichkeit, die dafür besteht, daß *Kometen von den Planeten oder der Sonne aufgefangen werden.* Sie ist bekanntlich außerordentlich gering. Die relative Geschwindigkeit, mit der ein Komet in die Anziehungssphäre irgendeines Planeten eindringt, ist so groß, daß er, falls nicht ein direkter Zusammenstoß stattfindet, ihm stets wieder enteilt[1]). Die Störungen sind in diesem Falle allerdings so beträchtlich, daß der Komet in eine ganz neue Bahn gedrängt wird[2]); ein Einfangen des Kometen durch den Planeten findet aber nicht statt. Da die Kometenbahnen gegen die Planetenbahnen mehr oder weniger geneigt, die Störungen also durchschnittlich sehr klein sind, so gehört eine Verkleinerung der Periheldistanz, die beträchtlich genug wäre, um den

---

[1]) Der Komet 309 (1886) bewegte sich durch das System der Jupitersmonde hindurch. Trotzdem sein Abstand vom Planetenmittelpunkte dabei beträchtlich kleiner war als der oben berechnete Grenzwert des Planetenradius ρ, bewahrte er seine Selbständigkeit.

[2]) Auf diese Weise erklärt sich wahrscheinlich die Entstehung der sog. Kometenfamilien der Planeten.

Kometen in die Sonne stürzen zu lassen, ebenfalls zu den größten Seltenheiten.

β) Berechnung der Anziehungswirkung der Planeten. Es soll festgestellt werden, in welchem Verhältnis die auf die Planeten stürzende Gesamtmasse der Teilchen bei Berücksichtigung der Anziehung der Planeten größer ist als bei Vernachlässigung derselben.

Die Masse eines Planeten sei m, die eines mit der Geschwindigkeit c sich ihm nähernden Teilchens μ. Befindet sich das Teilchen innerhalb der Anziehungssphäre des Planeten, so kann die Anziehung der Sonne vernachlässigt, die Bewegung des Teilchens also nach dem Zwei-Körper-Problem bestimmt werden. Verlegt man den Nullpunkt des Koordinatensystems in den Schwerpunkt des Planeten, so beschreibt das Teilchen μ eine hyberbolische Bahn, deren Halbachse a den Wert $k\,(m+\mu):c^2$ hat. Soll das Teilchen auf den Planeten stürzen, so muß sein Abstand q vom Nullpunkt zur Zeit der Planetennähe kleiner als der Planetenradius ϱ sein. Bezeichnet b die halbe Nebenachse der Hyperbel, e ihre Exzentrizität, so ist $q = a\,e - a$. Die Bedingung lautet also

$$\sqrt{a^2+b^2} \leqq a + \varrho,$$

woraus folgt

$$b^2 \leqq \varrho^2\left(1+\frac{2\,a}{\varrho}\right).$$

Nach Sätzen der analytischen Geometrie ist b das vom Nullpunkte auf die Asymptote gefällte Lot. $b^2\pi$ ist also der Grundkreis eines in der Asymptotenrichtung sich erstreckenden Zylinders, der alle Teilchen einschließt, die parallel der Asymptote mit der Geschwindigkeit c in die Anziehungssphäre des Planeten eindringen und mit ihm zur Vereinigung kommen. Wenn der Planet keine Anziehung ausübte, so würde die Gesamtheit der aus einer bestimmten Richtung sich nähernden und mit dem Planeten sich vereinigenden Teilchen in einem Zylinder eingeschlossen sein, dessen Grundfläche der Querschnitt $\varrho^2\pi$ des Planeten wäre. Bezeichnet man die Gesamtheit der auf den Planeten stürzenden Teilchen in beiden Fällen mit t und t_0, so hat man also gemäß der hergeleiteten Bedingung, wenn man $\lambda = 2\,a:\varrho$ setzt,

$$t \leqq t_0\,(1+\lambda).$$

Als mittlere Geschwindigkeit, mit der die Teilchen in das Anziehungsgebiet des Planeten eindringen, kann die parabolische gelten. Diese beträgt das $\sqrt{2}$-fache der Bahngeschwindigkeit des Planeten; c^2 hat also den Wert $2\,k\,M:r$. Vernachlässigt man die Masse μ der Teilchen, so ist demnach

$$\lambda = \frac{m\,r}{M\,\varrho}.$$

Legt man der numerischen Rechnung die gegenwärtige Planetenmasse zugrunde, so erhält man für die 8 Planeten der Reihe nach

$$\lambda = 0{,}004;\ 0{,}043;\ 0{,}070;\ 0{,}022;\ 10;\ 7;\ 5;\ 8.$$

Bei Berücksichtigung der Anziehungswirkung der Planeten ist hiernach die Vermehrung der mit ihnen zur Vereinigung kommenden Masse bei den kleinen Planeten ganz unbedeutend, und bei den großen beträgt sie nur ungefähr so viel, wie ihnen ohne anziehende Kraft zufließen würde, falls bei gleicher Masse ihr Radius $2^1/_2$ bis $3^1/_2$ mal so groß wäre. In früheren Entwicklungsstadien war der Unterschied natürlich noch beträchtlich kleiner; denn λ ist dem Quadrate des Planetenradius proportional. Bei gleichmäßiger Erfüllung des Gesamtgebietes des Systems mit Materie, wie es die Meteoritenhypothese für den Anfang der Entwicklung annimmt, ist die relative Geschwindigkeit der Teilchen zwar etwas kleiner als die vorausgesetzte parabolische Geschwindigkeit c (vgl. § 88β a, Tabellen); doch würde bei Benutzung dieser kleineren Geschwindigkeitswerte selbst dann, wenn den Planeten bereits ihre gegenwärtige Masse beigelegt wird, der Wert von λ bei Merkur und Mars noch unter 1 bleiben, bei Venus und Erde ungefähr gleich 2 sein und nur bei Jupiter den immer noch kleinen Wert 50 erreichen.

Einen Maßstab für die Größe der Anziehungswirkung der Planeten liefert auch die Ablenkung aus der ursprünglichen Richtung, die ein in ihre Nähe kommendes Teilchen erfährt (vgl. Emden, Gaskugeln; XIV. Kap., § 8). Als Ablenkung definieren wir den Winkel φ zwischen den beiden Asymptoten der hyperbolischen Bahn des Teilchens. Für große Exzentrizitäten ist $\sin \varphi = 2 : e$, oder, wenn φ in Graden ausgedrückt wird,

$$e = \frac{2 \cdot 180}{\pi \varphi}.$$

Bezeichnet ϱ' die kleinste Entfernung des Teilchens vom Planeten, so ist $\varrho' = a(e-1)$; folglich hat man

$$\frac{\varrho'}{\varrho} = \frac{\lambda}{2}\left(\frac{360}{\pi \varphi} - 1\right).$$

Mit Hilfe der für λ berechneten Werte findet man aus dieser Gleichung, daß z. B. eine Ablenkung von 10^0 entsteht, wenn das Teilchen sich den 4 großen Planeten bis auf 26 bis 52 Planetenradien nähert. Bei den kleinen Planeten ist jedoch, selbst wenn das Teilchen die Planetenoberfläche streift, die Ablenkung kleiner als 10^0. Bei der Erde beträgt sie $3{,}9^0$, bei Merkur, Venus und Mars $0{,}23^0$, $2{,}4^0$, $1{,}2^0$. —

Das Gesamtergebnis[1]) unserer Überlegungen können wir in folgenden Sätzen zusammenfassen: *Die Masse sämtlicher Planeten ist, verglichen mit der Sonnenmasse, so gering, daß sie nur einen winzigen Bruchteil der zwischen ihren Bahnen eventuell umherschweifenden interplanetarischen Teilchen einzufangen vermögen. Es kommen fast nur solche Teilchen mit ihnen zur Vereinigung, mit denen sie zufällig kollidieren. Die Anzahl dieser Teilchen ist nur wenig größer, als sie sein würde, wenn die Planeten keine anziehende Wirkung auf sie ausübten*[2]).

Darwin, der, als erste Autorität auf diesem Gebiete, auch in erster Linie ein Urteil zu fällen berechtigt ist, bestätigt das angegebene Resultat, wenn er schreibt: „Die Vorstellung des Einfangens ist eine gewagte Hypothese und kaum zu empfehlen.“ (Ebbe und Flut, 2. Aufl., XXI. Kap., S. 408).

44. Der Entwicklungsgang interplanetarischer Mittel. Die Resultate des vorhergehenden Paragraphen lauten, auf interplanetarische Mittel angewandt, folgendermaßen:

Bewegen sich die Teilchen des Mittels in exzentrischen Bahnen, so wirken die Planeten auf sie in ähnlicher Art ein wie jetzt auf die Kometen; d. h. sämtliche Teilchen, deren Bahn keine große Annäherung an die Planetenbahnen zuläßt, erleiden nur geringfügige Störungen. Bei den Teilchen, die sich einer Planetenbahn beträchtlich nähern können, ist dies zwar nicht mehr der Fall; aber deswegen ist noch nicht zu befürchten, daß sie ihre Selbständigkeit einbüßen und mit dem Planeten zur Vereinigung kommen müßten, sondern sie setzen im allgemeinen ihren Weg in stark gestörter Bahn fort. Die Anziehung des Planeten vermag eine nennenswerte Konzentration und Vermehrung der auf ihn stürzenden Teilchen nicht zu bewirken.

[1]) Zu demselben Ergebnis gelangt S. Brodetzky in einer von Darwin veranlaßten kritischen Untersuchung: The problem of the resisting medium, Astr. Nachr. Bd. 184, Nr. 4408 (vgl. § 92).

[2]) Aus dem oben Gesagten folgt auch, daß die Behauptung Sees, die Planetoiden seien ursprünglich durch das ganze Planetensystem zerstreut gewesen und von dem massigen Jupiter ins Innere seiner Bahn „geworfen“ worden (Astr. Nachr. Nr. 4367, Bd. 182), nicht richtig sein kann. Wenn Sees Vermutung zuträfe, müßte bei den Planetoiden die auf die Jupitersmasse bezogene Konstante C' kleiner als die auf dieselbe Masse bezogene Konstante C_2' sein. Diese hat den Wert 3,04. Mit Hilfe des Tisserandschen Kriteriums stellt man jedoch leicht fest, daß bei allen Planetoidenbahnen, die der Jupitersbahn nicht sehr dicht benachbart sind, die Konstante C' größer als 3,04 ist. Sie sind also unter Fall 1 zu subsumieren und bewegen sich, vor Störungen der behaupteten Art völlig gesichert, im Innern der die Sonne einschließenden ellipsoidförmigen Nullfläche der Geschwindigkeit. Wenn Planetoiden sich ursprünglich jenseits der Jupitersbahn befunden haben, so könnten sie nur durch den Einfluß eines widerstehenden Mittels in ihre gegenwärtige Entfernung von der Sonne gebracht worden sein; die Anziehung Jupiters aber würde dabei eine ganz untergeordnete Bedeutung gehabt haben.

Bewegen sich die Teilchen des Mittels in kreisförmigen Bahnen, so können die durch die Planeten hervorgerufenen Störungen auch in größerer Entfernung bedeutend sein, und es ist möglich, daß sie durch ihre Anziehung die Lücke, die sie im Mittel hervorbringen, aus der Umgebung mit neuen, in mehr oder weniger exzentrischen Bahnen laufenden Teilchen teilweise wieder bevölkern. Aber auch hieraus darf nicht geschlossen werden, daß die Planeten imstande wären, die Existenz des ganzen Mittels in Frage zu stellen. In größerer Entfernung vom Planeten erleiden nur die Teilchen größere Störungen, deren Umlaufszeiten zu der Umlaufszeit des Planeten in einem kleinen ganzzahligen Verhältnisse stehen. Wenn die Störungen jedoch die Kommensurabilitäten zum Verschwinden gebracht haben, werden sie periodisch, und den Teilchen bleibt die Selbständigkeit erhalten. Nicht einmal bei allen Teilchen, die mit dem Planeten in derselben Bahn laufen, ist die Selbständigkeit bedroht. Das Problem der 3 Körper besitzt eine partikuläre Lösung, nach welcher Sonne, Planet und Teilchen ein gleichseitiges Dreieck bilden können[1]); und zwar ist die Bewegung stabil, wenn die Bedingung $m < 0{,}0381\ M$ besteht. Da diese Bedingung bei allen Planeten erfüllt ist, so würde also keiner derselben die Teilchen, die sich in der Umgebung der Spitze des auf der Grundlinie Sonne—Planet stehenden gleichseitigen Dreiecks befinden, mit sich vereinigen können.

Wie das Mittel auch beschaffen sein mag, es besteht nur für sehr wenige Teilchen, da die Konstante C' sehr einschränkenden Bedingungen genügen muß, die Gefahr, von einem Planeten eingefangen zu werden. Alle übrigen Teilchen können ihre Selbständigkeit nur dann verlieren, wenn sie zufällig mit einem Planeten oder mit der Sonne kollidieren. Es ist natürlich nicht zu bestreiten, daß dies geschieht, und der Vorgang des Auffangens mag früher, wo Planeten und Sonne eine größere Erstreckung hatten als heute, sogar verhältnismäßig häufig gewesen sein. Trotzdem ist *die Wahrscheinlichkeit dafür, daß die Teilchen eines interplanetarischen Mittels sämtlich oder auch nur größtenteils absorbiert werden, nicht größer als die Wahrscheinlichkeit, daß die Planeten und die Sonne sämtliche Kometen, die Planeten Jupiter und Mars die Planetoiden und die einzelnen Planeten sich gegenseitig auffangen*[2]).

---

[1]) Bekanntlich kommt dieser Fall in unserem Sonnensystem wirklich vor. Die Planetoiden Achilles, Patroklus, Hektor und Nestor haben fast dieselbe Umlaufszeit wie Jupiter und sind ungefähr 60° von ihm entfernt.

[2]) An dieser Stelle könnte auch darauf hingewiesen werden, daß die Erde nicht nur weit davon entfernt ist, sämtliche Sternschnuppenkörperchen, die zwischen der Venus- und Marsbahn die Ekliptik schneiden, auf sich herunterzuziehen, sondern ihnen gelegentlich sogar dann noch ihre Selbständigkeit wahrt,

Nachdem wir zu diesem Ergebnisse gelangt sind, drängt sich gebieterisch die Frage auf: „Welchen weiteren Entwicklungsgang hat das widerstehende Mittel, da es von den Planeten und der Sonne nur zum kleinsten Teile aufgefangen werden konnte, in dem interplanetarischen Raume jetzt aber nicht mehr anzutreffen ist, genommen?" Wenn gezeigt werden kann, daß es unmöglich ist, auf diese Frage eine befriedigende Antwort zu geben, so ist damit der Hypothese, daß die Planeten ihre geringen Bahnneigungen einem rotierenden Mittel mit frei beweglichen Teilchen verdanken, der Boden entzogen.

Wenn die inneren Kräfte des Systems nicht ausreichen, die Teilchen des Mittels mit den Planeten oder der Sonne zur Vereinigung zu bringen, so bleibt nur übrig, äußere Kräfte zu postulieren, die eine Absorption des Mittels bewirken konnten. Will man sich von vagen Vermutungen über die Art solcher äußeren Kräfte fernhalten, so dürfte nur eine Möglichkeit in Frage kommen, nämlich die, daß das Sonnensystem ein anderes, fremdes Mittel durchschritten habe, durch dessen Einwirkung die Teilchen des primären Mittels eine Bahnverkürzung erfuhren (vgl. §§ 25—27), bis sie endlich auf die Planeten oder auf die Sonne stürzten. Man erkennt leicht, daß die Anzahl der mit dem Planeten sich vereinigenden Teilchen nicht groß sein kann. Wie bereits früher bemerkt wurde, erleidet ein Teilchen, das in die Nähe eines Planeten gelangt, im allgemeinen nur bedeutende Störungen, bewahrt aber seine Selbständigkeit. Auch die Teilchen, deren Konstante C' sich dem Werte 3 nähert (vgl. § 43), die also am meisten in Gefahr sind, von dem Planeten aufgefangen zu werden, bleiben größtenteils vor diesem Schicksal bewahrt, weil innerhalb der Zeit, die bis zum Aufgefangenwerden verfließen muß, die Konstante C' durch den Einfluß des sekundären Mittels eine beträchtliche Änderung erfährt, so daß sich das Teilchen dem Einflusse des Planeten mehr und mehr wieder entzieht. Wenn es hiernach ausgeschlossen ist, daß ein sekundäres Mittel die Absorption des primären durch die Planeten bewirken könnte, so bleibt nur übrig, daß es dasselbe mit der Sonne zur Vereinigung brächte.

Zu der Zeit, wo sich das Teilchen μ des Mittels mit der Sonne vereinigt, habe diese den Radius ϱ. Die Vereinigung tritt ein, wenn die Periheldistanz des Teilchens gleich ϱ wird. Ist p der Parameter, e die Exzentrizität seiner Bahn, so ist sein Flächenmoment

$$f = a\mu = \mu\sqrt{kMp} = \mu\sqrt{kM\varrho(1+e)}\,.$$

wenn sie bereits die Erdatmosphäre streifen, indem sie dieselben zurückschnellen läßt. Dafür, daß nicht einmal dicht benachbarte, in kreisförmigen Bahnen laufende Massen sich bestreben, zu größeren Massen zusammenzufließen, liefern die wahrscheinlich größtenteils noch außerhalb der Rocheschen Grenze liegenden Ringe Saturns den Tatsachenbeweis.

Sein Verhältnis zum gegenwärtigen Rotationsmoment f_0 der Sonne hat also den Wert

$$\frac{f}{f_0} = \frac{5}{2}\frac{\mu}{M}\frac{\sqrt{k M \varrho (1+e)}}{\varrho_0^2 \omega_0}.$$

Es ist am kleinsten für $e = 0$ und $\varrho = \varrho_0$. Dann erhält man

$$\frac{f}{f_0} = 540 \frac{\mu}{M}.$$

Hiernach würden bei den ungünstigsten Annahmen schon 2 Jupitersmassen genügen, um der Sonne ihr ganzes gegenwärtiges Rotationsmoment aufzuzwingen. Reichte sie zur Zeit, als das Mittel sich mit ihr vereinigte, vielleicht noch bis zur halben Entfernung der Merkursbahn, so würde sie ihr gegenwärtiges Rotationsmoment bereits einer Saturnsmasse verdanken. Da nun, nach dem früheren, das Mittel nur einen kleinen Teil seiner Masse an die in ihm zur Entwicklung gekommenen Planeten abgegeben und mithin den die Gesamtmasse der Planeten beträchtlich übersteigenden Hauptteil seiner Masse bewahrt hat, so folgt, daß auch nach der zweiten Annahme, daß äußere Kräfte die Vereinigung des Mittels mit der Sonne bewirkten, diese *ein bedeutend größeres Rotationsmoment haben müßte, als sie wirklich besitzt*, und daß diese Annahme daher ebenfalls aufgegeben werden muß.

Es bietet sich allerdings noch ein letzter Ausweg dar, um das geringe Rotationsmoment der Sonne mit der Annahme, daß das Mittel von der Sonne absorbiert worden sei, in Einklang zu bringen, die Hypothese nämlich, daß die Sonne ursprünglich in der entgegengesetzten Richtung, und zwar sehr schnell, rotiert habe, und daß ihr bedeutendes negatives Rotationsmoment erst aufgehoben werden mußte, bevor das gegenwärtige positive sich ausbilden konnte. Aber diese Erklärung erweist sich doch allzu deutlich als bloße Verlegenheitshypothese. Da sie nicht erlaubt, zwischen der Sonnenmasse und dem sie umgebenden Mittel, das der Planetenfamilie doch erst als Geburtsstätte dient, innere Verwandtschaft und genetischen Zusammenhang zu erkennen, so kann sie keinen Anspruch auf Glaubwürdigkeit machen[1]).

b) Relativ ruhende Teilchen.

45. Lage der Hauptebene des Mittels. Als Mittel, dessen Teilchen eine bevorzugte Bewegungsrichtung besitzen, aber relativ zueinander ruhen, kann nur die Sonnenatmosphäre in Frage kommen.

[1]) Am ehesten würde sie noch bei der Chamberlin-Moultonschen Erklärung zulässig sein; vgl. jedoch § 96.

Der Annahme erwächst von vornherein die Schwierigkeit, daß die Hauptebene des Mittels nicht, wie es der Fall sein müßte, mit der Äquatorebene der Sonne zusammenfällt. Die Planetenbahnen liegen sämtlich einer Ebene sehr nahe, die von der Äquatorebene der Sonne ungefähr 6^0 abweicht. Laplace, dessen Hypothese ebenfalls die Übereinstimmung der Lage der Planetenbahnen mit dem Sonnenäquator verlangen würde, erklärt die Abweichung durch die Annahme, daß die Rotationsachse der Sonne erst in späterer Zeit durch seitliche Zusammenstöße mit Kometen aus ihrer ursprünglichen Richtung abgelenkt worden sei[1]). Da aber die Masse der Kometen so gering ist, daß man bis jetzt noch nicht die geringsten störenden Wirkungen derselben auf Planeten oder Monde, in deren Nähe sie gelangten, nachweisen konnte, und da außerdem erwartet werden müßte, daß Massen, die imstande sind, die Rotationsbewegung der ungeheuren Sonne beträchtlich zu modifizieren, vor ihrer Vereinigung mit der Sonne bei den viel kleineren Planetenmassen bedeutende Störungen der Neigungen hervorgerufen, also die übereinstimmende Lage ihrer Bahnen zerstört hätten, was nicht der Fall war, so ist die Laplacesche Annahme wenig wahrscheinlich (vgl. § 76). Es würde also, wohl oder übel, nichts anderes übrig bleiben, als anzunehmen, daß während der ganzen Entwicklungsdauer der Planeten die Atmosphäre der Sonne eine etwas andere Rotationsrichtung gehabt habe als die Hauptmasse der Sonne.

46. Betrag der Neigungsänderungen. Zunächst ist leicht zu zeigen, daß, wenn das rotierende Mittel einen nennenswerten Einfluß auf die Bahnneigungen ausüben soll, seine Geschwindigkeit nicht beträchtlich kleiner als die des Planeten sein darf. Der Einfachheit halber beschränken wir uns auf kreisförmige Bahnen.

Es sei $c_\mu = \lambda\, c_x$. Ändert sich die Rotationsgeschwindigkeit des Mittels nicht, so gilt die Gleichung (vgl. § 17)

$$\operatorname{tg}\frac{i}{2} = \sqrt[6]{\frac{1-\lambda_0}{1-\lambda}}\operatorname{tg}\frac{i_0}{2}\,.$$

Sie zeigt, daß, wenn nicht λ_0 zufällig sehr nahe gleich 1 ist, nur eine geringfügige Verkleinerung der Neigung eintritt. Soll die Neigung merklich kleinere Werte annehmen, so folgt hieraus, daß gleichzeitig mit der Verkürzung des Radius der Planetenbahn auch eine Beschleunigung der Rotationsbewegung des Mittels, also eine Zusammenziehung desselben eintreten muß. Um einen Maßstab für die in diesem Falle eintretenden Änderungen von i zu gewinnen, machen wir die Voraussetzung, daß Planet und Mittel ihre Umlaufsgeschwindigkeit in demselben Verhältnisse vergrößern, daß λ also während der ganzen

[1]) Exposition du systeme du monde, tome II, p. 438.

Entwicklungszeit des Planeten konstant sei. Dann gilt die Gleichung (vgl. § 17)

$$\operatorname{tg} \frac{i}{2} = \left(\frac{r}{r_0}\right)^{\frac{\lambda}{4(1-\lambda)}} \operatorname{tg} \frac{i_0}{2}.$$

Das Mittel kann sich nur bis zu dem Punkte erstrecken, wo ein Planet mit der Winkelgeschwindigkeit ω des Mittels eine freie Kreisbahn beschreiben würde. Nennen wir den Radius dieser Kreisbahn R, so ist

$$R^3 \omega^2 = k\,M.$$

Mit Hilfe der beiden Gleichungen $c_\mu = r\,\omega$ und $r\,c_x^2 = k\,M$ erhält man hieraus

$$\frac{r}{R} = \left(\frac{c_\mu}{c_x}\right)^{2/3} = \lambda^{2/3}.$$

Es sei z. B. $i_0 = 10^0$, $i = 2^0$. Dann erhält man für $\lambda = 1/3$

$$r_0 = 390\,000\,r; \quad r = 0{,}48\,R.$$

Für $\lambda = 1/2$ wird

$$r_0 = 625\,r; \quad r = 0{,}63\,R.$$

Im ersten Falle, wo sich der Planet, falls das Mittel seine größte Erstreckung besitzt, ungefähr in der Mitte zwischen Zentrum und Oberfläche desselben bewegt, hätte hiernach Neptun schon in 20-facher Siriusweite, Merkur in etwas geringerer Entfernung als α Centauri in das Mittel eintreten müssen, damit sich die Bahnneigungen von 10^0 auf 2^0 verringerten. Daß die Sonnenatmosphäre als gleichförmig rotierendes Mittel diese ungeheure Erstreckung gehabt habe, ist natürlich ausgeschlossen. Im zweiten Falle, wo sich der Planet ungefähr in der Entfernung $2/3\,R$ vom Zentrum bewegt, sind die ursprünglichen Bahndimensionen zwar bedeutend geringer; wählt man aber für i_0 den immer noch mäßigen Wert 30^0, und für i den Wert $1^1/_3{}^0$, der den tatsächlichen Verhältnissen besser entspricht[1]), so ergeben sich auch noch für $\lambda = 1/2$ ungefähr dieselben Werte.

47. Der Entwicklungsgang des Mittels. Wenn die Planeten eine nennenswerte Änderung ihrer Bahnneigungen erfahren sollen, so müssen sie sich hiernach, falls das Mittel seine größte Erstreckung besitzt, in dem äußeren Drittel desselben bewegen. Erstreckt es sich nicht bis zu dem Punkte, wo an seinem Äquator Gleichgewicht zwischen der Schwere und der Zentrifugalkraft herrscht, so befinden sich die Planeten seiner Oberfläche noch näher. Wenn sich die Planeten stets in den

---

[1]) Sämtliche Planetenbahnen, außer der Venus- und der Merkursbahn, weichen von der Jupitersbahn weniger als $1^1/_3{}^0$ ab. Die Neigungen der Venus- und der Merkursbahn betragen $2{,}3^0$ und $6{,}3^0$.

äußersten und demnach feinsten Teilen des Mittels bewegen müssen und hier fast ihre ganze Masse und ihr ganzes Flächenmoment aufnehmen, so folgt jedoch ohne weiteres, daß dem Mittel selbst der Hauptteil seiner Masse und seines Rotationsmomentes erhalten bleibt. *Nach der Vereinigung mit der Sonne müßte diese also ein Rotationsmoment erhalten, das das Moment sämtlicher Planeten beträchtlich übertrifft*[1]). Wie bereits bemerkt, beträgt es jedoch nur den 27. Teil des Flächenmomentes der Planeten.

Es soll noch auf einige andere Schwierigkeiten hingewiesen werden, die der Annahme eines rotierenden Mittels mit relativ ruhenden Teilchen im Wege stehen[2]). Wie erklärt es sich, daß während der ganzen Entwicklungszeit des Planeten dieser sich gerade an der Stelle bewegt, die seiner Entwicklung günstig ist? Warum zieht sich das Mittel gerade so schnell zusammen, wie der Planet seine Entfernung von der Sonne verkürzt? Und angenommen auch, die Umstände seien zufällig für einen Planeten günstig, wie können sie es dann auch noch für andere Planeten sein, die gleichzeitig mit ihm ihre Entwicklung durchmachen? Endlich bliebe noch die Frage zu beantworten: Wie haben neben den großen die kleinen Planeten und die Planetoiden trotz der sehr verschiedenen Einwirkungen, die sie infolge ihrer außerordentlichen Massenunterschiede im Mittel erfahren mußten, ihre Selbständigkeit bewahren können? Sanken sie vielleicht deswegen nicht in die Sonne, weil sie sich ursprünglich weit jenseits der Neptunsbahn bewegten? Oder drangen sie später als die großen Planeten in das Mittel ein? Wo aber ist dann ihre Geburtsstätte zu suchen?

Da die Annahme, daß die Planeten im Innern der Sonnenatmosphäre ihre Entwicklung durchlaufen haben, mit der Laplaceschen Annahme, daß sie sich von der Sonnenatmosphäre losgelöst haben, große Ähnlichkeit besitzt, so ist auch das, was später bei der Erörterung der Laplaceschen Hypothese gesagt wird, für die Beurteilung der diskutierten Hypothese nützlich (vgl. §§ 75—78).

Unsere Überlegungen lassen erkennen, daß auch die Annahme eines rotierenden Mittels mit relativ ruhenden Teilchen in ihren Konsequenzen mit den tatsächlichen Verhältnissen unseres Sonnensystems nicht vereinbar ist. Dann aber lautet das Endergebnis der Untersuchung: *Da die geringen Bahnneigungen der Planeten weder als Gravitations-*

---

[1]) Auch in dem Falle, wo das Mittel sich über die kritische Niveaufläche erhebt (also ungleichförmig rotiert), und die Planeten sich in dem jenseits dieser Fläche liegenden Gebiete bewegen (vgl. § 138 ff.), behält der obige Schluß seine Gültigkeit.

[2]) Bei einem Mittel, das sich über die kritische Niveaufläche erhebt, würden, falls sich die Planeten sämtlich jenseits dieser Fläche befänden, die obigen Schwierigkeiten nicht bestehen.

wirkungen betrachtet, noch auf die Einwirkung eines widerstehenden Mittels zurückgeführt werden können, so bleibt nur die Möglichkeit übrig, daß sie von Anfang an bestanden haben, also spontan entstanden sind.

Zweiter Abschnitt.

Die Exzentrizitäten der Planetenbahnen.

1. Gravitationswirkungen.

a) Reine Gravitationsstörungen.

48. Das Laplacesche Theorem. Ebensowenig wie die geringen gegenseitigen Neigungen der Planetenbahnen sind auch die geringen Exzentrizitäten durch die gegenseitigen anziehenden Wirkungen der Planeten zu erklären; denn nach dem Laplaceschen Theorem

$$\sum m \sqrt{k\,M\,a}\,e^2 = \text{const.}$$

unterliegen, wenigstens bei den 8 großen Planeten, auch die Exzentrizitäten *nur geringen säkularen Schwankungen.*

b) Gezeitenreibung.

49. Art und Betrag der Exzentrizitätsänderungen. Wenn die Planeten ihre gegenwärtigen Verhältnisse der Gezeitenreibung verdankten, so müßte, weil sie der Träger des bei weitem größten Teiles des Flächenmoments des Systems sind, angenommen werden, daß sie durch Vergrößerung ihrer Bahndimensionen der Sonne den größten Teil ihres Rotationsmomentes entzogen hätten, und das System nunmehr seinem Endzustande ziemlich nahe sei. Wir haben schon früher gezeigt (vgl. § 39), daß diese Voraussetzung nicht zutreffe. Wenn die Gezeitenreibung bei den Planeten nur geringe Wirkungen geäußert hat, so müssen aber auch die durch sie hervorgerufenen Exzentrizitätsänderungen *klein* sein. Übrigens würde die Gezeitenreibung bei den Planetenbahnen nicht eine Verkleinerung, sondern eine *Vergrößerung der Exzentrizitäten* herbeiführen.

Die Exzentrizitätsänderungen ergeben sich aus der Gleichung (vgl. Poincaré, a. a. O. Nr. 116)

$$\frac{de}{dt} = \frac{h\,e}{2\,\xi}(11\,\omega - 18\,\Omega)\,.$$

Die Gleichung zeigt, daß, wenn nicht zufällig ω in dem engen Intervall $\Omega < \omega < {}^{18}/_{11}\,\Omega$ liegt, die Exzentrizität sich *vergrößert*. Wenn die letzte Bedingung auch gelegentlich bei einem Planeten erfüllt sein sollte, so ist es doch ausgeschlossen, daß sie bei allen Planeten und zu allen

Zeiten bestanden habe. Wir erhalten daher Näherungswerte, wenn wir ω so groß wählen, daß $^{18}/_{11}\,\Omega$ gegen ω vernachlässigt werden kann. Durch Kombination der obigen Gleichung mit der Gleichung

$$\frac{d\xi}{dt} = h\,(\omega - \Omega)$$

ergibt sich dann

$$\frac{de}{e} = \frac{11}{2}\,\frac{d\xi}{\xi},$$

woraus

$$\frac{e}{e_0} = \left(\frac{\xi}{\xi_0}\right)^{11/2} = \left(\frac{a}{a_0}\right)^{11/4}$$

folgt. Wenn die Gezeitenreibung imstande gewesen wäre, die Bahndimensionen der Planeten merklich zu vergrößern, so würden sich aus der letzten Gleichung sehr beträchtliche Exzentrizitätsvergrößerungen ergeben[1]).

c) Veränderlichkeit der Sonnenmasse.

50. Die Störungsgleichungen. Einige Annahmen über das widerstehende Mittel führen zu der Folgerung, daß die Hauptmasse desselben sich mit der Sonne vereinigt habe. In diesem Falle mußte die Anziehung der Sonne eine bedeutende Vergrößerung erfahren. Es bleibt demnach zu untersuchen, welchen Einfluß eine Vergrößerung der Anziehung des Zentralkörpers auf die Bahnelemente des Planeten ausübt[2]).

Variiert man in der Gleichung

$$\left(\frac{ds}{dt}\right)^2 = c_x^2 = k\,M\left(\frac{2}{r} - \frac{1}{a}\right)$$

M und a, so folgt

$$\delta a = -a^2\left(\frac{2}{r} - \frac{1}{a}\right)\frac{\delta M}{M}. \qquad 1)$$

In der Gleichung $\alpha^2 = k\,M\,p$ ist α eine absolute Konstante; durch Variation von p und M erhält man also

$$M\,\delta p + p\,\delta M = 0. \qquad 2)$$

Da $p = a\,(1 - e^2)$ ist, so ergibt sich ferner

$$\delta p = (1 - e^2)\,\delta a - 2\,a\,e\,\delta e.$$

Drückt man in dieser Gleichung δa und δp gemäß (1) und (2) durch δM aus, so folgt

---

1) Über die große Exzentrizität der Merkursbahn siehe § 78 und § 124.

2) Vgl. des Verfassers Aufsatz: Über die Exzentrizität der Sternbahnen in Doppel- und mehrfachen Systemen. Astr. Nachr. Nr. 4539, Bd. 190.

$$\delta e = \frac{p}{e}\left(\frac{1}{a} - \frac{1}{r}\right)\frac{\delta M}{M}$$

oder

$$\delta e = -(e + \cos v)\frac{\delta M}{M}. \tag{3}$$

Variiert man endlich in der Gleichung der Bahn

$$1 + e\cos(\varphi - \omega) = \frac{p}{r}$$

die Elemente e, ω und p, so erhält man, wenn man nachträglich $\varphi - \omega = v$ setzt,

$$\delta\omega = -\frac{\sin v}{e}\frac{\delta M}{M}. \tag{4}$$

Aus den Gleichungen (1) und (2) folgt, daß, wenn die Masse zunimmt, a und p beständig abnehmen. Gleichung (3) zeigt, daß e für $r < a$ abnimmt, für $r > a$ zunimmt. Endlich ergibt sich aus Gleichung (4), daß sich die Apsidenlinie vorwärts oder rückwärts dreht, je nachdem der Planet die absteigende oder die aufsteigende Bahnhälfte durchläuft.

51. Die Exzentrizitätsänderungen. Wenn die Massenzunahme der Zeit proportional und so gering ist, daß über einen ganzen Umlauf mit konstanten Elementen integriert werden kann, so folgt aus (3), daß *die während eines Umlaufs eintretenden Exzentrizitätsänderungen sich gegenseitig aufheben, e also ungeändert bleibt.* Sind diese Bedingungen jedoch nicht erfüllt, so kann e beträchtliche Änderungen erleiden. Um die Größe derselben beurteilen zu können, wählen wir einen besonderen Fall, der die Gleichung (3) unmittelbar integrabel macht. Die Gravitationszunahme erfolge in der Weise, daß der Planet sich immer in entsprechend liegenden, durch eine beliebige Gleichung zwischen v und e bestimmten Punkten der augenblicklich beschriebenen Bahnellipsen befindet. Dann führt Gleichung (3) auf bloße Quadraturen. Es sei z. B. r beständig gleich den halben kleinen Achsen der Ellipsen, oder

$$\cos v = \frac{1}{e}\left(\sqrt{1 - e^2} - 1\right).$$

Dann erhält man aus (3)

$$\frac{1 - \sqrt{1 - e^2}}{1 - \sqrt{1 - e_0^2}} = \frac{M_0}{M}.$$

Hieraus folgt für $e_0 = 1$ näherungsweise

$$e = \sqrt{\frac{2M_0}{M}}$$

Ferner sei $\cos v = $ const. Dann ergibt sich

$$\frac{e + \cos v}{e_0 + \cos v} = \frac{M_0}{M}.$$

Ist $\cos v$ negativ, so nähert sich e mit wachsendem M dem Werte $-\cos v$. Im Falle $v = {}^3/_2\pi$ ist e der Masse umgekehrt proportional. Für positives $\cos v$ endlich wird e bereits gleich 0 für

$$M = M_0\left(1 + \frac{e_0}{\cos v}\right).$$

Diese Beispiele zeigen, daß sich die Exzentrizität auf einen kleinen Wert reduzieren kann, wenn die Gravitation *während der Zeit der ersten Annäherung des Planeten an die Sonne* um einen größeren Betrag zunimmt. Ist das letztere der Fall, so kann der erreichte Exzentrizitätswert in späterer Zeit nur noch unbeträchtliche Änderungen erfahren, einmal deswegen, weil, infolge der eingetretenen Gravitationsververmehrung, die nach dem Durchgange durch das Perihel mit $r = a$ beginnende Zeit der Exzentrizitätsvergrößerung viel kürzer ist als die ihr voraufgehende Zeit der Exzentrizitätsverkleinerung, und ferner deswegen, weil bei den folgenden Umläufen Exzentrizitätsverkleinerung und -vergrößerung sich ungefähr ausgleichen.

Die voraufgehenden Überlegungen würden dann auf die Planeten Anwendung finden können, wenn sich die Hauptmasse des widerstehenden Mittels anfangs jenseits der Planetenbahn befand, da es in diesem Falle, gleichmäßige, hohlkugelförmige Verteilung vorausgesetzt, keine anziehende Wirkung auf die Planeten ausüben würde. Es wäre jedoch nicht ausgeschlossen, daß sich auch noch aus anderen Gründen die Anwendbarkeit unserer Resultate auf die Entwicklung der Planeten rechtfertigen ließe (vgl. §§ 114 ff.).

2. Widerstehendes Mittel.

52. Innere Konstitution des Mittels. Aus den Untersuchungen des 2. Kapitels der Einleitung geht hervor, daß der Widerstand des Mittels im allgemeinen die Exzentrizität verkleinert. Hieraus darf jedoch nicht geschlossen werden, daß alle Annahmen über die Natur des Mittels für die Erklärung der Exzentrizitätsverkleinerung in gleicher Weise statthaft wären. Es bleibt vielmehr zu untersuchen, ob Nebenumstände, die nicht übersehen werden dürfen, der einen oder der andern Annahme den Boden entziehen.

Zunächst scheidet die Annahme, daß die Teilchen eine bevorzugte Bewegungsrichtung haben, aus. Sind die Teilchen frei beweglich, so verhalten sich in diesem Falle die Exzentrizitäten in erster Näherung umgekehrt wie die aus dem Mittel aufgenommenen Massen der Planeten (vgl. §§ 20 f.). Sollen größere Exzentrizitätsänderungen eintreten, so muß dem Mittel also eine beträchtliche Masse beigelegt werden. In den §§ 43 und 44 wurde jedoch gezeigt, daß diese Forderung mit den bestehenden Verhältnissen des Sonnensystems nicht in Einklang zu bringen ist. Dasselbe gilt, wenn die Teilchen relativ ruhen und als Ganzes eine kräftige Rotationsbewegung ausführen (vgl. §§ 46—47). Nur wenn das Rotationsmoment des Mittels sehr klein ist, sind die Schlüsse der zitierten Paragraphen nicht anwendbar. In diesem Falle kann das Mittel aber als ruhend betrachtet werden.

Es bleiben hiernach nur noch die beiden Annahmen zu erörtern, daß die Teilchen des Mittels keine bevorzugte Bewegungsrichtung besitzen, und daß das Mittel von der Sonne durchschritten wird.

a) Die Teilchen des Mittels haben keine bevorzugte Bewegungsrichtung. Es gelten, einerlei ob die Teilchen ruhen oder frei beweglich sind (vgl. § 15), die Gleichungen der §§ 11 und 12. Die Abnahme von e erfolgt um so schneller, je schneller die Dichte des Mittels nach der Sonne hin zunimmt. Ist die Dichte konstant oder der 1. oder 2. Potenz des Radiusvektors umgekehrt proportional, so verhalten sich die Exzentrizitäten in erster Näherung umgekehrt wie die 1., 2. oder 3. Potenz der Massen des Planeten (vgl. § 12). Da diese aber der Wurzel aus den Parametern proportional sind, so bestehen bei den drei Annahmen über die Dichte des Mittels die Beziehungen

$$\frac{p}{p_0} = \left(\frac{e}{e_0}\right)^2; \quad \frac{p}{p_0} = \frac{e}{e_0}; \quad \frac{p}{p_0} = \left(\frac{e}{e_0}\right)^{2/3}.$$

Die Werte von e bei den großen Planeten sind folgende: Bei Merkur 0,2056, bei Venus 0,0068, bei der Erde 0,0167, bei Mars 0,0933, bei Jupiter 0,0482, bei Saturn 0,056, bei Uranus 0,047, bei Neptun 0,0085. Bei der Anwendung der obigen Formeln ist zu beachten, daß die Exzentrizitäten ihre gegenwärtigen Werte nicht bereits im Mittel erworben zu haben brauchen. e erleidet säkulare Störungen; die bei Venus und Neptun vorliegenden kleinen Werte sind daher nur temporär. Als Durchschnittswert der Exzentrizitäten kann nach dem Laplaceschen Theorem der mittlere Wert der Bahnexzentrizitäten der beiden größten Planeten, d. i. der Wert $^1/_{20}$, gelten. Um auf keinen Fall einen zu kleinen Wert der Rechnung zugrunde zu legen, wollen wir $^1/_{10}$ als Durchschnittswert betrachten. Für $e = {}^1/_{10}\, e_0$ folgt aus den obigen Gleichungen

$$p = \frac{1}{100}\, p_0; \quad p = \frac{1}{10}\, p_0; \quad p = \frac{1}{4{,}7}\, p_0.$$

Diese Werte zeigen, daß, wenn e sich merklich verkleinern soll, zu gleicher Zeit eine beträchtliche Verkleinerung der Bahndimensionen eintritt. Nun sind aber die Zeiten, in denen zwei Planeten von verschiedener Masse, unter sonst gleichen Bedingungen, ihre Exzentrizitäten verkleinern, sehr verschieden; sie verhalten sich wie die 3. Wurzeln aus den Massen der Planeten (vgl. § 13). Hiernach würden die Zeiten, in denen z. B. Jupiter und die Erde ihre, ursprünglich als gleich vorausgesetzten, Bahnen in demselben Maße zu verkleinern und abzurunden imstande wären, sich wie 7 : 1 verhalten. Bei Jupiter und einem der kleineren Planetoiden würde das Verhältnis sogar 10 000 : 1 sein können. Damit diese großen Unterschiede sich verringern, darf nicht angenommen werden, daß die kleineren Planeten vielleicht infolge ihrer schneller erfolgenden Kontraktion und dadurch bewirkten größeren Dichte dem Widerstande weniger ausgesetzt seien, als vorausgesetzt wurde. Da sich die Massen der Planeten wie die 1., 2. oder 3. Wurzeln aus den Exzentrizitäten verhalten, so erhält man z. B. für $e = {}^1/_{10}\, e_0$

$$m = 10\, m_0; \quad m = 3{,}2\, m_0; \quad m = 2{,}2\, m_0.$$

Diese Gleichungen sagen, daß jedenfalls der Hauptteil der Planetenmasse aus dem Mittel stammt. Auch wenn man die ursprüngliche Dichte der größeren Planeten so gering annehmen wollte, daß die Verkleinerung ihrer Bahnen mit derjenigen der kleineren Planeten anfangs gleichen Schritt hielte, so würde also, da die aus dem Mittel aufgenommene Materie allmählich das Übergewicht über die ursprüngliche Masse erlangt, die anfängliche Differenz in den Dichten mehr und mehr verschwinden und einer gewissen Gleichartigkeit Platz machen. Der größere Planet würde sich sogar, infolge seiner größeren inneren Gravitation, bestreben, seine Dichte mehr zu steigern, als der kleinere Planet, so daß das Verhältnis noch ungünstiger würde. Wie erklärt es sich nun, daß die kleinen Planeten, trotzdem sie weit schneller zur Sonne sanken als die großen, ihre Selbständigkeit bewahren konnten? Um diese Frage zu beantworten, dürfte wohl nur die, nicht gerade sehr glaubwürdige, Annahme übrig bleiben, daß sich die kleinen Planeten ursprünglich weit außerhalb der großen bewegten, in Räumen, wo sie einen sehr geringen Widerstand erfuhren, und daß sie erst im letzten Teile ihrer Entwicklung ihre Bahnen ins Innere der großen Planetenbahnen verlegten.

Wenn die zur Diskussion stehende Annahme über das widerstehende Mittel nach dem Gesagten auch nicht gerade als unzulässig zu bezeichnen ist, so kann sie, wegen der erforderlichen unwahrscheinlichen Hilfshypothesen, doch auch keinen großen Anspruch auf Glaubwürdigkeit machen. Durch eine andere Überlegung wird, sowohl bei der Annahme frei beweglicher wie relativ ruhender Teilchen, ihr problematischer Charakter noch verstärkt. Im Hinblick darauf, daß die Planetenmassen von Anfang an, nach den Ergebnissen des vorhergehenden Abschnittes, alle in derselben Ebene und in derselben Richtung sich bewegen müssen, während im Falle freier Beweglichkeit der Teilchen des Mittels, bei diesen alle möglichen Bewegungsrichtungen vorauszusetzen sind, fällt es schwer, Planeten und Mittel sich als ein zusammengehöriges System[1]) zu denken. Im Falle relativ ruhender Teilchen, wo das Mittel nur als Atmosphäre der Sonne gedacht werden kann, bleibt die Frage offen, wo die Geburtsstätte der Planeten zu suchen sei. Daß sie in der Sonnenatmosphäre durch Kondensationsvorgänge erst entstanden seien, ist ausgeschlossen, da sie sich dann in senkrechtem Falle dem Anziehungszentrum hätten nähern und ihre Selbständigkeit einbüßen müssen. Sie könnten also nur von außen[2]), vielleicht als Meteorkörper, eingedrungen sein. Da Meteore aber aus allen Himmelsrichtungen kommen und die anfänglichen großen Neigungsdifferenzen ihrer Bahnen im Innern der Atmosphäre keine oder nur geringe Änderungen erfahren, so widerspricht die tatsächlich vorhandene Gleichartigkeit der Bahnlagen dieser Hypothese.

β) Die Sonne durchschreitet das Mittel. Nach § 25 sind die Exzentrizitätsänderungen, je nach der Lage der Bahn zur Fortschreitungsrichtung der Sonne, sehr verschieden. Unter Umständen kann e sich sogar vergrößern (Hauptlage 3). Für den mittleren Wert der Änderung von e gilt die Ungleichung (vgl. § 27)

$$e > e_0\left(1 - \frac{l}{2p}\right); \quad l = \frac{kM}{c_0^2}.$$

Sie ist unter der Voraussetzung hergeleitet, daß der Radiusvektor r der Bedingung $r > 2l$ genüge. In diesem Falle ist auch $p > 2l$; die Exzentrizität verkleinert sich also noch nicht um den 4. Teil ihres ursprünglichen Wertes. Wählt man für c_0 nicht sehr kleine Werte, so ist die Bedingung $r > 2l$ für den bei weitem größten Teil der Entwicklungszeit aller Planeten erfüllt. Setzt man z. B. für c_0 die translatorische Geschwindigkeit der Sonne, 20 km/sec, so erhält man $r > 4{,}5$ Erdweiten. Sämtliche Planeten hätten also in der Zeit, wo sie ihre Bahndimensionen von beliebig großen Werten bis zu den Dimensionen der Jupitersbahn verkleinerten, ihre Exzentrizität kaum ändern können.

---

[1]) See macht diese merkwürdige Annahme. Die Planeten haben übereinstimmende Bahnlage und dieselbe Revolutionsrichtung, weil sie aus den äußeren Teilen eines Spiralnebels oder eines anderen Nebels von gekrümmter Form hervorgegangen sind (Astr. Nachr. Nr. 4367, Bd. 182); die Teilchen des widerstehenden Mittels bewegen sich aber, wie noch jetzt die Kometen, in allen möglichen Bahnen (Astr. Nachr. Nr. 4341, Bd. 181).

[2]) Die Annahmen der Laplaceschen Hypothese können hier nicht zur Erklärung herangezogen werden, da die kleinen Bahnexzentrizitäten gemäß diesen Annahmen nicht das Produkt einer erzwungenen Entwicklung, sondern spontan entstanden sind (vgl. § 75).

Wenn nicht j zufällig gleich 0 ist, so ändert sich gleichzeitig mit der Exzentrizität auch die Neigung. Die mittleren Änderungen von i werden durch die Gleichung (vgl. § 26)

$$i - i_0 = \frac{n'}{4} \log \frac{m}{m_0}, \quad -1 < n' < 1$$

bestimmt. Hiernach könnten, wenn z. B. $m = 2\,m_0$ gesetzt wird, bereits Neigungsänderungen bis zu 10^0 eintreten. Da der Widerstand, je nach ihrer Masse, Dichte und den Bahnverhältnissen, auf die Planeten in sehr verschiedener Weise wirkt, so würde also sogar eine ursprünglich vorhandene Gleichartigkeit der Bahnlagen allmählich zerstört werden. Außerdem würde es in ähnlicher Weise wie bei der Annahme a Schwierigkeiten machen, zu erklären, wie, falls auch die großen Planeten durch das Mittel merklich beeinflußt wurden, die kleinen neben ihnen ihre Selbständigkeit bewahren konnten. Die Annahme verbietet sich daher von selbst.

In dem besonderen Falle, wo $c_0 = 0$ ist, die Teilchen des Mittels sich also längs des Radiusvektors bewegen, gelten die Gleichungen der §§ 30 β und 33. Auch in diesem Falle müssen, wenn eine bedeutende Verkleinerung der Exzentrizität eintreten soll, die Planeten den Hauptteil ihrer Masse aus dem Mittel aufnehmen; dann sind dieselben Schlüsse wie bei a gültig.

Es dürfte nicht überflüssig sein, am Schlusse eine zu weitgehende Folgerung, die aus den kritischen Untersuchungen dieses Paragraphen gezogen werden könnte, zurückzuweisen. Wir haben nur wahrscheinlich gemacht, daß ein Mittel, in dem die großen Planeten merkliche Exzentrizitätsverkleinerungen erfahren konnten, nicht vorhanden war, haben aber nicht gezeigt, daß überhaupt niemals ein widerstehendes Mittel bei den Gliedern des Sonnensystems Wirkungen geäußert habe. Es ist sehr wohl möglich, daß ein schwaches Mittel auf Planetoiden, Monde und Kometen eingewirkt hat. Man vergleiche §§ 149, 152, 154, außerdem 155 ff.

Dritter Abschnitt.

Die Rotation der Planeten.

1. Gravitationswirkungen.

53. Hypothese von Arrhenius und Poincaré. Von Arrhenius[1]) und Poincaré[1]) ist zur Erklärung der Rotation die Gezeitenreibung

[1]) Sv. Arrhenius, Das Werden der Welten, 9.—13. Tausend, S. 200—201; H. Poincaré, a. a. O. Nr. 42.

herangezogen worden. Sie behaupten, daß die ursprünglich beliebige Rotationsrichtung der Planeten, abgesehen von den beiden äußersten, durch die Gezeitenwirkung der Sonnenanziehung in die rechtsinnige verwandelt worden sei.

Daß der Anziehung der Sonne bei der Ausbildung der Rotation der Planeten eine Bedeutung zukomme, läßt sich kaum bezweifeln. Es dürfte unbestreitbar sein, daß die mit der Revolutionszeit übereinstimmende Rotationszeit Merkurs auf die Flutwirkung der Sonne zurückzuführen ist. Daraus folgt jedoch nicht ohne weiteres, daß die rechtsinnige Rotation der anderen Planeten derselben Ursache zuzuschreiben sei. Es ist zwar von vornherein klar, daß man mit Hilfe geeigneter Annahmen über die Größe des Planetenradius, die Viskosität der Planetenmasse und die Geschwindigkeit ihrer Kontraktion zu dem Ergebnis gelangen kann, daß sich die Rotationsbewegung in der gewünschten Weise ändert; da man aber nicht nur bei einem, sondern bei einer ganzen Reihe von Planeten die Rotation erklären will, so ist es, falls die Hypothese Glaubwürdigkeit besitzen soll, erforderlich, daß die bei den einzelnen Planeten zu machenden Annahmen miteinander in genügender Weise harmonieren. In den §§ 55—57 werden wir untersuchen, ob dies zutrifft oder nicht, und ob die erforderlichen Annahmen über Größe des Radius, Viskosität und Kontraktionszeit des Planeten auch Anspruch darauf erheben dürfen, der Hypothese eine gute wissenschaftliche Grundlage zu geben. Vorher aber haben wir noch zu einer Hypothese von Stratton Stellung zu nehmen, welche in anderer Weise als die von Arrhenius und Poincaré die Umkehrung der Rotationsrichtung als Wirkung der Gezeitenreibung zu erklären unternimmt.

54. Strattons planetary inversion[1]**.** Während Arrhenius und Poincaré voraussetzen, daß die retrograde Rotation durch Flutreibung verlangsamt werde und bei der Winkelgeschwindigkeit $\omega = 0$ in die direkte übergehe, macht Stratton eine andere Annahme. Da die Flutreibung nicht nur die Rotationsgeschwindigkeit beeinflußt, sondern auch die Schiefe der Achse verändert, so setzt Stratton voraus, daß die Umwandlung der retrograden Rotation in die direkte nicht für $\omega = 0$, sondern durch Verlegung der Achse in die Bahnebene, durch „Überkippen" des Planeten (planetary inversion), erfolge. Wir wollen feststellen, ob diese Annahme zulässig sei.

Die Gleichgewichtslage, welcher die Planetenachse unter dem Einflusse der Gezeitenkräfte der *Sonne* zustrebt, ist um so weniger gegen die Bahnebene geneigt, je kleiner die Viskosität der Planeten-

[1]) F. J. M. Stratton, On planetary inversion. Monthly Notices of the Roy. Soc.. Bd. 66, Heft 6, 1906.

masse ist[1]). Nur wenn die Viskosität so groß ist, daß neben der halbjährlichen Flut die halbtägigen und die täglichen Fluten keine Bedeutung besitzen, sucht die Gezeitenwelle die Rotationsachse der Senkrechten auf der Bahn zu nähern. Bei Merkur und Venus ist die Richtung der Achse nicht bekannt. Die Erdachse war nach Darwin vor der Abtrennung des Erdmondes (vgl. § 150) 11° gegen die Senkrechte auf der Erdbahn geneigt. Bei Mars beträgt der Neigungswinkel 25°; die beiden kleinen Marsmonde haben nach Stratton (a. a. O. IV, § 2) die Richtung der Marsachse nur wenig ändern können. Damit nach dem Überkippen die Achsen der Erde und des Mars ihre der Senkrechten angenäherte Stellung erlangen konnten, hat man also für diese Planeten eine sehr große Viskosität vorauszusetzen (Stratton, a. a. O. II, § 1). Große Viskosität ist nur bei großer Dichte möglich. Die Aufrichtung der Erd- und der Marsachse kann daher erst erfolgt sein, als Erde und Mars ungefähr bereits ihre gegenwärtige Dichte besaßen. Nun geht der Verschiebung der Achse eine Verringerung der Rotationsgeschwindigkeit (vgl. § 39a), also auch eine Verringerung des Rotationsmomentes des Planeten, parallel. Um ein Maß zu gewinnen, in welchem Verhältnis der Betrag der Achsenverschiebung und der gleichzeitig eintretenden Rotationsverzögerung zueinander stehen, wollen wir den Fall betrachten, wo die Viskosität nicht den von Stratton vorausgesetzten übermäßig hohen, sondern einen geringeren Wert besitzt, der es erlaubt, für den sinus der Phasenverzögerungswinkel den Bogen zu setzen. In diesem Falle werden die Gleichungen der Gezeitenreibung sehr übersichtlich und ergeben einfache Integrale, aus denen man auch für den Fall außerordentlich hoher Viskosität Schlüsse ziehen kann, da das gegenseitige Verhältnis der gleichzeitig eintretenden Änderungen der Achsenlage und der Rotationsgeschwindigkeiten bei verschiedenen Viskositätswerten nicht sehr verschieden ist. Aus den allgemeinen, von Darwin (a. a. O) für die Änderung der Rotationsgeschwindigkeit ω und der Achsenschiefe j hergeleiteten Gleichungen findet man, wenn man

$$\frac{d\omega}{dt} = -h\sigma, \quad \frac{dj}{dt} = \frac{h\tau}{\omega} \sin j$$

schreibt, daß σ und τ für $j = 0^\circ$, 45°, 60°, 90°, 120°, 135°, 180° folgende Werte besitzen

j	0°	45°	60°	90°	120°	135°	180°
σ	$\omega - \Omega$	$\frac{3}{4}\omega - \frac{\sqrt{2}}{2}\Omega$	$\frac{5}{8}\omega - \frac{1}{2}\Omega$	$\frac{1}{2}\omega$	$\frac{5}{8}\omega + \frac{1}{2}\Omega$	$\frac{3}{4}\omega + \frac{\sqrt{2}}{2}\Omega$	$\omega + \Omega$
τ	$\frac{1}{2}\omega - \Omega$	$\frac{\sqrt{2}}{4}\omega - \Omega$	$\frac{1}{4}\omega - \Omega$	$-\Omega$	$-\frac{1}{4}\omega - \Omega$	$-\frac{\sqrt{2}}{4}\omega - \Omega$	$-\frac{1}{2}\omega - \Omega$

[1]) G. H. Darwin, On the secular changes in the elements of the orbit of a

Dividiert man beide Gleichungen durcheinander, setzt $\tau:\sigma = \nu$ und integriert, so erhält man

$$\operatorname{tg}\frac{i}{2} = \left(\frac{\omega_0}{\omega}\right)^\nu \operatorname{tg}\frac{i_0}{2}.$$

Ω kann als klein gegen ω vernachlässigt werden; dann nimmt ν für die angegebenen Neigungen die Werte

$$\frac{1}{2} \quad \frac{\sqrt{2}}{3} \quad \frac{2}{5} \quad 0 \quad -\frac{2}{5} \quad -\frac{\sqrt{2}}{3} \quad -\frac{1}{2}$$

an. Um zu erkennen, wie groß die gemäß der Integralgleichung erfolgenden Neigungsänderungen im günstigsten Falle gewesen sein können, bestimmen wir die gegenwärtigen Rotationsmomente der Planeten und vergleichen sie mit dem Maximalwerte, den die Momente überhaupt besitzen konnten. Für die Maclaurinsche Grenzfigur (homogenes Rotationsellipsoid mit dem Achsenverhältnis $b:a = 0{,}583$) gilt, wenn k die Gravitationskonstante bezeichnet, $\omega^2 = 2\pi k\delta\cdot 0{,}1871$. Bestimmt man die Halbachsen a und b, die die einzelnen Planeten bei ihrer gegenwärtigen Dichte in der Gestalt der Maclaurinschen Grenzfigur besitzen würden, so ist

$$Q = \frac{2}{5} m a^2 \omega$$

der Maximalwert des Moments, das ihnen als Rotationsellipsoid eigen sein konnte. Sind a_0 und ω_0 die gegenwärtigen Werte ihres Äquatorealradius und ihrer Rotationsgeschwindigkeit, so ist

$$Q_0 = \frac{2}{5} m a_0^2 \omega_0$$

ihr gegenwärtiges Rotationsmoment. Für das Verhältnis $Q:Q_0$ findet man bei dem Erde-Mond-System (vgl. § 150) 2,6, bei Mars 11, bei Jupiter 2,5, bei Saturn 1,9. Für die Jacobische Grenzfigur (dreiachsiges Ellipsoid mit den Achsenverhältnissen $b:a = 0{,}432$, $c:a = 0{,}345$; $\omega^2 = 2\pi k\delta\cdot 0{,}1420$), bei der die Stabilität der dreiachsigen Ellipsoide aufhört und die Birnenform sich abzweigt, würde das maximale Moment Q' etwas größer sein; unter der Voraussetzung gleicher Dichte findet man $Q':Q = 1{,}282$. Fast alle Planeten enthalten also noch jetzt einen sehr bedeutenden Bruchteil, die Hälfte bis zu einem Drittel, desjenigen Rotationsmoments, das sie günstigsten Falls überhaupt besitzen konnten. Da sich bei einem und demselben Planeten die Winkelgeschwindigkeiten wie die Momente verhalten, so ergeben sich die maximalen Änderungen der Achsenschiefe, wenn man in die Integralgleichung für $\omega:\omega_0$ die für

Satellite, revolving about a tidally distorted planet. Phil. Trans. of the Roy. soc. Part. II. Bd. 171, 1880.

$Q:Q_0$ oder $Q':Q_0$ angegebenen Zahlenwerte einsetzt. Wählt man den Mittelwert $\omega:\omega_0 = 2{,}5$, so findet man für die Änderung der Achsenschiefe $j - j_0$

j_0	0	45°	60°	90°	120°	135°	180°
$j - j_0$	0	20°	18°	0	− 18°	− 20°	0

Die möglichen Änderungen der Schiefe der Achsen sind hiernach von Stratton zwar *qualitativ* richtig gedeutet, erreichen aber *quantitativ*, auch bei den der Hypothese günstigsten Annahmen, bei weitem nicht den erforderlichen Betrag. — Es ist nicht möglich, den vorhergehenden Schlüssen dadurch ihre Kraft zu nehmen, daß man die Achsenverschiebung in die Zeit verlegt, wo die Planetenmasse sich noch weiter erstreckte als jetzt. Mit der größeren Erstreckung nimmt das maximale Rotationsmoment zwar zu, aber nur unbedeutend[1]). Nun kann, weil andernfalls die Viskosität nicht den erforderlichen hohen Betrag besitzen würde, die Dichte der Planetenmasse nicht beträchtlich kleiner als die gegenwärtige angenommen werden. Schon $^1/_{10}$ der jetzigen Dichte dürfte ein Grenzwert sein, bei dem die Voraussetzung sehr großer Viskosität zweifelhaft zu werden beginnt. Selbst bei dieser Dichte würde jedoch der Maximalwert des Moments noch nicht das $1\frac{1}{2}$-fache des oben angegebenen betragen. Aus dem Gesagten folgt, daß die direkte Rotation der Erde auf keinen Fall und die des Mars wahrscheinlich ebenfalls nicht durch planetary inversion erklärt werden kann.

Daß Jupiter, dessen Achse fast senkrecht auf der Bahn steht, und Saturn, dessen Achse 25° gegen die Senkrechte geneigt ist, ihre gegenwärtigen Verhältnisse der Gezeitenwirkung der *Sonne* verdanken, ist nach Stratton, wegen der in diesem Falle für die noch sehr lockere Planetenmasse vorauszusetzenden großen Viskosität, nicht gut möglich (a. a. O. IV, § 3b). Bei diesen Planeten sollen die größeren *Monde* die Verschiebung der Achse in ihre gegenwärtige Lage bewirkt haben. Stratton leitet Gleichungen her, denen zufolge ein Mond durch den Einfluß, den er auf die Gezeitenwellen der anderen Monde ausübt, sich bestrebt, die Planetenachse entgegen dem von der Sonne ausgehenden Bestreben, sie in der Bahnebene festzuhalten, der Senkrechten auf der Bahn zu nähern. Gegen diese Erklärung läßt sich folgendes einwenden:

1. Jeder kräftigen Wirkung des Mondes auf den Planeten entspricht eine kräftige Gegenwirkung des Planeten auf den Mond. Die Haupt-

[1]) Es ist der Größe $a^2\omega$ oder, da ω der Wurzel aus der Dichte proportional ist, der Größe $a^2\sqrt{\delta}$, d. h. der Wurzel aus a direkt oder der 6. Wurzel aus δ umgekehrt proportional.

wirkung der Gezeitenreibung ist ein gegenseitiger Austausch der Flächenmomente. Nun ist bei allen Monden (abgesehen vom Erdmonde) das Revolutionsmoment im Verhältnis zum Rotationsmomente des Planeten sehr klein (vgl. § 64). Es hat also kein Planet (außer der Erde) durch die Gezeitenreibung eine merkliche Einbuße seines Momentes erlitten. Dann folgt aber umgekehrt, daß kein Mond (außer dem Erdmonde) die Richtung der Planetenachse merklich geändert haben kann.

2. Jeder Änderung der Neigung der Planetenachse entspricht eine Änderung der Neigung der Mondbahn; beim Erdmonde nahm nach Darwin die Neigung der Bahn von ungefähr 0° bis zu dem gegenwärtigen großen Betrage zu. Wenn die Planetenachsen durch die Monde eine Verschiebung erlitten hätten, so könnten die Mondbahnen also nicht mehr in der Äquatorebene des Planeten liegen; dies ist jedoch der Fall (bei den regulären Monden; vgl. § 62).

Stratton macht gegen seine eigene Erklärung, auf deren äußerst problematischen Charakter er übrigens selbst mehrfach mit Nachdruck hinweist, den Einwand, daß, solange ein Mond eine kräftige Gezeitenwirkung ausübe, sein Bahnradius schnell zunehme, während sich die Planetenachse gleichzeitig nur sehr wenig verschiebe, daß aber in größerer Entfernung vom Planeten seine Rückwirkung auf diesen bald unmerklich werde (a. a. O. IV, § 3b). Er sucht diesen Einwand dadurch zu entkräften, daß nach einer Rechnung Darwins eine den Planeten in *Ring*form umschließende Masse, ohne selbst von dem Planeten eine Vergrößerung ihrer Dimension zu erfahren, die Neigung der Planetenachse zu ändern imstande sei, und zwar bedeutend kräftiger als einzelne Monde; wenn angenommen werden dürfe, daß die Monde aus Ringen hervorgegangen seien, so werde also der erhobene Einwand hinfällig werden. Hierauf ist zu erwidern, 1. daß die Umbildung eines Ringes in eine einzige Mondmasse mechanisch unmöglich ist (vgl. § 90 *a* b), und 2. daß, selbst wenn dies möglich wäre, der entstehende Mond, da die Ringebene durch die Gezeitenreibung eine Verschiebung erleiden würde, nicht in der Äquatorebene seines Planeten umlaufen könnte.

Stratton selbst macht darauf aufmerksam, daß man aus der Länge der Zeit, die zur Verfügung stehen müsse, damit die Gezeitenreibung die ihr zugeschriebene Wirkung auszuüben vermöge, ein gegen seine Hypothese sprechendes Argument herleiten könne, da es nicht gewiß sei, daß die benutzten Gleichungen für die ganze Zeitdauer ihre Gültigkeit bewahren. Eine andere Schwierigkeit erwächst der Hypothese aus der Tatsache, daß, infolge der verschiedenen Entfernungen der Planeten von der Sonne, die in derselben Zeitspanne bei ihnen sich geltend machende Gezeitenwirkung sehr verschieden ist, bei Neptun z. B., unter sonst gleichen Umständen, ungefähr eine Billion mal so gering als bei Merkur (a. a. O., IV, § 3 (a), Tabelle). Um nicht für die Gegenwart bei den einzelnen Planeten sehr voneinander abweichende Endzustände erschließen zu müssen, würde man daher gezwungen sein, für sie sehr verschiedene Anfangszustände zu postulieren.

Aus allem Gesagten folgt, daß die Hypothese der planetary inversion zurückzuweisen ist. Bemerkenswert ist, daß auch Darwin Strattons Hypothese ablehnt. Er sagt (Ebbe und Flut, 2. Aufl., S. 301): „Überdies ist es unmöglich, die beträchtlichen Neigungen der anderen Planeten gegen ihre Bahnen aus dieser Ursache (d. h. durch Gezeitenreibung) zu erklären.“ Dann bleibt nur die Annahme von Arrhenius und Poincaré übrig, nach der die direkte Rotation dann einsetzt, wenn die retrograde gänzlich vernichtet ist.

55. Die ursprüngliche Dichte der Planeten. Die Gezeitenreibung sucht den Planeten so einzustellen, daß er der Sonne immer dieselbe Seite zukehrt; sie wirkt also jeder durch die Kontraktion erfolgenden Beschleunigung der Rotation, einerlei in welcher Richtung diese stattfindet, entgegen[1]). Nimmt man an, daß von dem Augenblicke an, wo Revolutions- und Rotationsgeschwindigkeit des Planeten dieselbe geworden sind, die Flutreibung keine nennenswerte Wirkung mehr auszuüben vermag, so ergibt sich also für den Radius ϱ des Planeten zu der angegebenen Zeit, wenn ϱ_0 den gegenwärtigen Radius, ω_0 die gegenwärtige Rotationswinkelgeschwindigkeit und ω die Umlaufswinkelgeschwindigkeit des Planeten bedeutet, vorausgesetzt, daß die ganze Planetenmasse sich gleichmäßig kontrahiert, ein Minimalwert aus der Gleichung des Flächensatzes

$$\omega \varrho^2 = \omega_0 \varrho_0^2 .$$

Man findet für die Erde $\varrho = 19\,\varrho_0$, für Mars $\varrho = 26\,\varrho_0$, für Jupiter $\varrho = 103\,\varrho_0$, für Saturn $\varrho = 158\,\varrho_0$. Da die Voraussetzung gleichmäßiger Kontraktion in Wirklichkeit nicht erfüllt ist, sondern die Wahrscheinlichkeit besteht, daß während des Gaszustandes des Planeten das Verhältnis der Mittelpunktsdichte zur mittleren Dichte größer war als gegenwärtig, so sind diese Werte sämtlich zu klein.

Da die gegenwärtige Dichte Merkurs das Vierfache der Jupitersdichte und das Siebenfache der Saturnsdichte beträgt, so würde sich Merkur mit der Dichte, die Jupiter für $\varrho = 103\,\varrho_0$ besitzt, $103\sqrt[3]{4} = 164$ Merkursradien, mit der Dichte, die Saturn für $\varrho = 158\,\varrho_0$ besitzt, $158\sqrt[3]{7} = 302$ Merkursradien erstrecken. Nach der Tabelle des § 42 beträgt die maximale Erstreckung Merkurs jedoch nur 92 Merkursradien. Wenn Merkur anfangs das Maximum seiner Erstreckung be-

---

[1]) Abgesehen von dem Falle, wo die rechtsinnige Rotationsgeschwindigkeit geringer ist als die Umlaufsgeschwindigkeit des Planeten.

saß, so würde also, bei gleicher mittlerer Dichte, der Jupitersradius nur 58 ϱ_0, der Saturnsradius nur 48 ϱ_0 gewesen sein. Falls Jupiter und Saturn bei dieser Erstreckung der Sonne bereits immer dieselbe Seite zukehrten, so würden sie dann, auch wenn die Sonnenfluten bei ihnen später gar keine retardierende Wirkung ausgeübt hätten, nur den 6. bzw. den 21. Teil ihrer gegenwärtigen Rotationsgeschwindigkeit erlangt haben. Es muß also entweder angenommen werden, daß sie, falls ihre anfängliche Dichte gleich der Minimaldichte Merkurs war, bereits eine kräftige rechtsinnige Rotationsbewegung besaßen, oder daß ihre anfängliche Dichte bedeutend geringer war als die kleinste Dichte, die Merkur jemals besitzen konnte. Bei der ersten Annahme würde die Gezeitenhypothese gerade auf das Verzicht leisten, was zu erklären sie sich als Aufgabe stellt; es bleibt also nur die zweite Möglichkeit bestehen.

Auch wenn man nicht Merkur, sondern Venus oder die Erde zur Vergleichung heranziehen wollte, würden die Folgerungen im wesentlichen dieselben bleiben. Nach der Tabelle (§ 42) ist z. B. der Maximalwert des Venusradius 162 ϱ_0; bei gleicher mittlerer Dichte würde sich Jupiter 102 ϱ_0, Saturn 85 ϱ_0 weit erstrecken. Wenn Jupiter seine gegenwärtige Rotationsgeschwindigkeit erlangen sollte, so hätte er also gar keine Einwirkung durch die Sonnenfluten erfahren dürfen, und Saturn hätte im günstigsten Falle nur den 3,5. Teil seiner gegenwärtigen Rotationsgeschwindigkeit erlangen können.

Aus allem Gesagten folgt dann mit Notwendigkeit, daß, wenn die rechtsinnige Rotationsbewegung eine Wirkung der Gezeitenreibung sein soll, *die Planeten Jupiter und Saturn eine bedeutend kleinere Anfangsdichte besitzen mußten als Merkur, Venus und Erde.* — Zu demselben Resultate gelangt man auf folgende Weise:

56. Das Verhältnis der Gezeitenwirkungen bei den einzelnen Planeten. Aus dem im § 39 für den Proportionalitätsfaktor h der Gezeitengleichungen angegebenen Ausdrucke folgt, daß bei gleicher Dichte der Planeten und gleicher Viskosität das logarithmische Dekrement von $\omega - \Omega$ der Größe

$$r^6 \, m^{2/3}$$

umgekehrt proportional ist. Bezieht man diese Größe auf die Erdbahn und die Erdmasse als Einheit, so berechnet sich für Merkur der Wert $4{,}6 \cdot 10^{-4}$, für Venus $1{,}2 \cdot 10^{-1}$, für Mars 2,8, für Jupiter $9{,}1 \cdot 10^{5}$, für Saturn $1{,}5 \cdot 10^{7}$, für Uranus $3{,}0 \cdot 10^{8}$, für Neptun $4{,}9 \cdot 10^{9}$ (vgl. Stratton, a. a. O. IV, § 3a). Die Wirkung der Gezeitenreibung ist also bei den großen äußeren Planeten unverhältnismäßig geringer als bei den kleineren inneren Planeten. Nun läßt sich zwar nicht bestreiten, daß sich bei Berücksichtigung der längeren Entwicklungszeit der massigeren Planeten das Mißverhältnis etwas verkleinert; trotzdem führt erst unter der Voraussetzung, daß z. B. Jupiter und

Saturn ursprünglich nur ungefähr den 100. bzw. 500. Teil der Dichte der Erde besaßen, die Gezeitenreibung bei diesen Planeten zu vergleichbaren Wirkungen; in diesem Falle sind, da bei ungleichen Dichten das logarithmische Dekrement von $\omega - \Omega$ der Größe

$$\frac{\varrho^7}{r^6 m^3} \sim \frac{1}{r^6 m^{2/3} \delta^{7/8}}$$

proportional ist, die in gleichen Zeiten erfolgenden Wirkungen der Flutreibung bei der Erde immer noch ungefähr 20 bzw. 8 mal so groß als bei Jupiter und Saturn.

Für Uranus und Neptun ist der Wert von $r^6 m^{2/3}$ ungefähr das 20- bzw. das 320-fache des für Saturn berechneten Wertes. Die Unterschiede der Gezeitenwirkungen sind bei diesen drei Planeten also verhältnismäßig bedeutend geringer als bei Saturn, Jupiter und Erde. Wenn Uranus und Neptun anfangs nur eine 4- bis 12-fach geringere Dichte als Saturn gehabt hätten, so würde die Gezeitenreibung bei ihnen bereits ähnliche Wirkungen wie bei Saturn hervorgebracht haben. Da sie ihre umgekehrte Rotationsrichtung jedoch bewahrten, so erlaubt die Gezeitenhypothese nicht, diese, mit ihren Grundvoraussetzungen durchaus harmonierende, Annahme zu machen, was im Hinblick darauf, daß sie zwischen den anfänglichen Dichten der inneren Planeten und denen Jupiters und Saturns beträchtlich größere Unterschiede postulieren muß, verwunderlich erscheint. Die Hypothese kann daher dem Vorwurfe, daß sie bei den Anfangsbedingungen sehr willkürliche Festsetzungen zu machen gezwungen sei, nicht entgehen.

57. Die Stellung der Rotationsachsen. Gemäß der schon früher benutzten Gleichung

$$\frac{d\omega}{dt} = -h(\omega - \Omega)$$

ist das Bestreben der Gezeitenreibung, welcher Art die ursprüngliche Rotationsbewegung auch sein mag, stets darauf gerichtet, die Perioden der Rotation und der Umlaufsbewegung des Planeten miteinander in Übereinstimmung zu bringen. P sei die (invariable) Maximalebene des aus Umlaufs- und Rotationsbewegung des Planeten kombinierten Flächenmomentes. Bedeutet dann i die Neigung der Bahnebene, j die Neigung der Äquatorebene des Planeten gegen P, so bestehen für kleine Werte von i und j die Gleichungen (Poincaré, a. a. O. Nr. 118)

$$\frac{di}{dt} = -\frac{h\omega}{2\xi}(i + j),$$

$$\frac{dj}{dt} = \frac{h}{2\omega}(i + j)(\omega - 2\Omega).$$

Bei allen Planeten fällt P mit der Bahnebene fast zusammen; man kann also $i = 0$ setzen. Dann ist

$$\frac{dj}{dt} = \frac{hj}{2}\left(1 - \frac{2\,\Omega}{\omega}\right).$$

Für $\omega < 2\,\Omega$ ist $\frac{dj}{dt}$ negativ, d. h. die Schiefe der Achse verringert sich.

Die Bedingung $\omega < 2\,\Omega$ ist bei allen Planeten, deren Rotation *anfangs retrograd* war, eine Zeitlang erfüllt. Bei diesen Planeten muß ω durch den Wert 0 hindurchgehen. Nun ist für $\omega = 0$ jede Spur der alten Rotationsbewegung vernichtet; die Achse der durch die Gezeitenreibung bewirkten neuen Rotationsbewegung steht aber, aus Symmetriegründen, senkrecht auf der Bahn. Die bei positiv werdendem ω vorhandene anfängliche Schiefe der Achse ist hiernach jedenfalls sehr gering; sie verkleinert sich noch weiter, bis $\omega = 2\,\Omega$ geworden ist. Hieraus folgt, daß alle Planeten, vielleicht abgesehen von denen, die schon von Anfang an rechtsinnig rotierten, deren Entwicklungsgang also der Gezeitenhypothese entbehren kann, wenigstens *in der ersten Zeit ihrer rechtsinnig gewordenen Rotation senkrecht auf der Bahn stehende Achsen haben mußten.* Gegenwärtig ist dies jedoch nur bei Jupiter der Fall. Darf hieraus geschlossen werden, daß die Gezeitenhypothese auf alle Planeten, außer auf Jupiter, keine Anwendung finden könne, oder ist es möglich, daß noch nachträglich eine beträchtliche Neigung der Achsen eintrat?

In dem Intervall $0 < \omega < 2\,\Omega$ ist die Abnahme von j um so kleiner, in dem Intervall $2\,\Omega < \omega < \infty$ die Zunahme von j um so größer, je größer ω ist. Wird angenommen, daß für $\omega > \Omega$ die Zusammenziehung des Planeten dem Flächensatze gemäß erfolge, vernachlässigt man also die durch die Gezeitenreibung bewirkte Rotationsverzögerung, so wird ω zu groß gewählt. Die Differentialgleichung ergibt dann nach dem Gesagten für $\omega < 2\,\Omega$ eine zu geringe Abnahme und für $\omega > 2\,\Omega$ eine zu große Zunahme von j; sie liefert für die Schiefe der Achse also einen Maximalwert. Der Wert von ω in einem Punkte des Intervalls $\Omega < \omega < 2\,\Omega$ sei ω_0, der des Planetenradius ϱ_0. Gilt der Flächensatz, so ist $\omega\,\varrho^2 = \omega_0\,\varrho_0^2$. Die Verkürzung des Planetenradius erfolge gemäß der Gleichung (vgl. Poincaré, a. a. O. Nr. 128)

$$dt = -A\,\varrho^{-\lambda}\,d\varrho\,.$$

Da die Größe h der 7. Potenz von ϱ proportional ist (vgl. § 39), so geht die Differentialgleichung über in

$$\frac{dj}{j} = -B\left[1 - \frac{2\,\Omega}{\omega_0}\left(\frac{\varrho}{\varrho_0}\right)^2\right]\left(\frac{\varrho}{\varrho_0}\right)^{7-\lambda} d\,\frac{\varrho}{\varrho_0}.$$

B bedeutet eine positive Konstante. Das Integral lautet

$$\frac{1}{B}\log\frac{j}{j_0}=\frac{1}{8-\lambda}\left[1-\left(\frac{\varrho}{\varrho_0}\right)^{8-\lambda}\right]-\frac{2\,\Omega}{\omega_0\,(10-\lambda)}\left[1-\left(\frac{\varrho}{\varrho_0}\right)^{10-\lambda}\right].$$

Der Maximalwert des Integrals ergibt sich, wenn man $\varrho = 0$ setzt. Man erhält

$$\frac{1}{B}\log\frac{j}{j_0}=\frac{1}{8-\lambda}-\frac{2\,\Omega}{\omega_0\,(10-\lambda)}.$$

Besteht die Bedingung

$$\frac{\omega_0}{\Omega}<\frac{2\,(8-\lambda)}{10-\lambda},$$

so ist hiernach $j < j_0$, d. h. *die Schiefe der Achse, die der Planet am Ende seiner Entwicklung, wo er seine Kontraktionsfähigkeit einbüßt, besitzt, ist kleiner als die, welche er bei der anfänglichen Rotationsgeschwindigkeit* ω_0 *besaß.*

Es bleiben noch die für λ zulässigen Werte zu diskutieren. Nimmt man an, daß sich der Planet gleichmäßig kontrahiere, daß er also stets eine Kugel derselben Polytropenklasse (vgl. Emden, Gaskugeln, 5. Kap., § 6) bleibe, so nimmt die potentielle Energie der Kugel, bei einer Verkleinerung des Radius um die Größe $d\varrho$ um

$$\text{const.}\,\frac{d\varrho}{\varrho^2}$$

ab. Ausgehend von verschiedenen Voraussetzungen über die Größe der Wärmestrahlung, erhält man für λ verschiedene Werte[1]). Soll die ausgestrahlte Wärmemenge der Zeit proportional sein, so folgt

$$dt=\text{const.}\,\frac{d\varrho}{\varrho^2},$$

also $\lambda = 2$. Wird die ausgestrahlte Wärmemenge durch das Strahlungsgesetz bestimmt, so ergibt sich, da die Wärmestrahlung nach dem Stefanschen Gesetze der 4. Potenz der absoluten Temperatur direkt, die Mittelpunktstemperatur dem Radius umgekehrt proportional ist[2]) und die ausgestrahlte Wärmemenge endlich mit der Größe der Oberfläche zunimmt, daß diese dem Quadrat des Radius umgekehrt proportional ist; in diesem Falle ist also

$$\frac{dt}{\varrho^2}=\text{const.}\,\frac{d\varrho}{\varrho^2},$$

---

[1]) Vgl. A. Ritter, Annalen der Physik und Chemie, 1879, Bd. VI.

[2]) Vgl. R. Emden, Gaskugeln, 5. Kap., § 6.

oder $\lambda = 0$. Der Wert von λ dürfte hiernach zwischen den Grenzen 0 und 2 liegen[1]). Die gesamte für $\omega > 2\,\Omega$ eintretende Vergrößerung der Schiefe der Achse würde nach dem Obigen nicht imstande sein, die Verringerung der Schiefe, welche die Achse im Falle $\lambda = 2$ in dem kleinen Intervall $1{,}5\,\Omega < \omega < 2\,\Omega$, und für $\lambda = 0$ in dem noch kleineren Intervall $1{,}6\,\Omega < \omega < 2\,\Omega$ erleidet, wieder aufzuheben. Da nun nach dem Früheren die Schiefe der Achse für kleine ω sehr gering ist, so folgt also, daß *es unmöglich ist, die bestehenden Neigungen der Planetenachsen auf die Wirkungen der Gezeitenreibung zurückzuführen.*

Zu demselben Ergebnisse gelangt auch G. H. Darwin. Er schreibt (Ebbe und Flut, 2. Aufl., XVII. Kap., S. 301): „Überdies ist es unmöglich, die beträchtlichen Neigungen der andern Planeten gegen ihre Bahnen aus dieser Ursache (d. h. durch Gezeitenreibung) zu erklären. Es muß daher zugestanden werden, daß irgendeine unbekannte Ursache vorhanden war, welche die Planeten um schief auf ihren Bahnen stehende Achsen in Rotation versetzte." Wir haben uns jedoch nicht einfach auf seine Angaben berufen dürfen, da seine Ausführungen auf den gegenwärtigen Verhältnissen der Planeten basieren[2]) und daher nicht ohne weiteres auf die erst am Anfange ihrer Entwicklung stehenden, sehr weit ausgedehnten, gasförmigen Planetenmassen Anwendung finden können.

Ebenso wie die durch die Sonne können auch die durch die Monde auf den Planeten hervorgerufenen Gezeiten eine merkliche Neigungsänderung der Planetenachsen nicht zur Folge haben (vgl. § 54 und § 64). Eine Ausnahme bildet das System „Erde — Mond" (vgl. § 150).

58. Die Entwicklungszeit. Indem Darwin die für die Gezeitenwirkung günstigsten Annahmen macht, berechnet er (Phil. Trans., Bd. 171; 1880), daß 46 Millionen Jahre erforderlich wären, damit der retardierende Einfluß des Mondes die Erdrotation um 8 Stunden,

[1]) Aus dem Gesagten folgt, daß der von Poincaré willkürlich angenommene Wert (a. a. O. Nr. 128) $\lambda = 8$ viel zu groß ist. Es ist auffällig, daß Poincaré sich mit ganz allgemein gehaltenen Angaben begnügt und nicht daran denkt, durch numerische Nachprüfung festzustellen, ob die zulässigen Anfangsbedingungen den angenommenen Entwicklungsgang auch wirklich zur Folge haben können oder nicht.

Die oben für λ hergeleiteten Werte entsprechen den von Ritter angegebenen (a. a. O.). Auf Grund einer unrichtigen Annahme über das Strahlungsgesetz, welcher gemäß die ausgestrahlte Wärmemenge nicht der 4., sondern der 3. Potenz der Temperatur proportional gesetzt wird, findet er allerdings in dem zweiten der oben angegebenen Fälle nicht $\lambda = 0$, sondern $\lambda = 1$.

[2]) Allerdings setzt Darwin dabei voraus, daß nicht nur oberflächliche Meere, sondern die ganze Planetenmasse der Gezeitenreibung unterliegt (bodily tides).

d. h. um den 3. Teil ihres gegenwärtigen Wertes, verlängerte. Der Verzögerungswinkel ε, der für die Gezeitenwirkung den größten Betrag liefert, ist nach Darwin 35°. Aus der für die halbtägige Hauptflut geltenden Gleichung

$$\operatorname{tg} \varepsilon = \frac{19 \nu (\omega - \Omega)}{g \varrho \delta}$$

(vgl. Poincaré, a. a. O. Nr. 126), wo g die Beschleunigung durch die Schwere an der Oberfläche des Planeten, δ seine Dichte bedeutet, ergibt sich dann als gegenwärtig günstigster Wert für den Viskositätskoeffizienten ν der Erde

$$\nu = 10^{16} \left[\frac{g}{\text{cm sec}} \right].$$

Da die Viskosität der Gase von der Ordnung 10^{-4} ist (für Luft $\nu = 0{,}00018$, für Wasserstoff $\nu = 0{,}000\,09$), so würde die Gezeitenwirkung bei einer gasförmigen Erde 10^{20} mal kleiner sein.

Die Anziehung der Sonne erzeugt auf der Erde eine Flut, die gegenwärtig den 3. Teil der Höhe der Mondflut beträgt. Zu der gleichen durch die Sonnenfluten erzeugten Verzögerung der Erdrotation um 8 Stunden wäre also, wieder unter den günstigsten Umständen, mindestens die 9-fache Zeit erforderlich, d. s. 400 Millionen Jahre. Bei einer gasförmigen Erde würde, selbst wenn sie sich homogen bis zu der größten geschlossenen Hillschen Oberfläche (vgl. § 42, Tabelle) erstreckte, die Gezeitenwirkung $10^{20} : 232^7 = 3000$ mal geringer sein als im angegebenen Falle. Eine gleich große Verlängerung der Rotationsdauer würde also erst in 3000 . 400 Millionen = 1,2 Billionen Jahren stattfinden können. Bei den übrigen Planeten würde, falls auch sie sich bis zu der maximalen geschlossenen Hillschen Oberfläche, deren Radius ϱ sei, erstreckten, die Entwicklungszeit proportional dem Bruche $m : \varrho$ größer sein, also z. B. bei Jupiter das 9-fache, bei Saturn das Doppelte des berechneten Wertes betragen.

Bei der letzten Rechnung ist angenommen, daß die Dichte des Planeten homogen sei. Da die Gezeitenreibung der 7. Potenz des Radius proportional ist, bei den äußersten Schichten also am kräftigsten wirkt, diese aber bei gasförmigem Planeten die geringste Dichte aufweisen, so sind die berechneten Zahlenwerte noch beträchtlich zu klein. Eine der Gezeitenreibung sehr günstige Annahme über die Dichte des Planeten wäre diejenige des adiabatischen Gleichgewichts[1]. Bei

[1] In Wirklichkeit dürfte die Dichte nach dem Innern der Kugel hin schneller wachsen, als dem adiabatischen Gleichgewichte entspricht, da nicht eine einzige Gasart, sondern verschiedene von verschiedener Schwere vorliegen, und die schwereren sich um den Mittelpunkt konzentrieren werden (vgl. § 134).

adiabatischem Gleichgewicht ist $^7/_9$ der Gesamtmasse, falls sie aus zweiatomigen Gasen besteht, in der Kugel mit dem Radius $^1/_2\, \varrho$ eingeschlossen; für $0{,}6\, \varrho$ und $0{,}7\, \varrho$ sind die entsprechenden Massenbruchteile ungefähr $^9/_{10}$ und $^{29}/_{30}$[1]). Im letzten Falle wenigstens wird der Einfluß der in der äußeren Kugelschale von der Dicke $0{,}3\, \varrho$ und der Masse $^1/_{30}$ vorhandenen Gezeitenreibung auf die Gesamtmasse nur noch schwach sein; auf die innere Kugel mit dem Radius $0{,}7\, \varrho$ wirken aber, selbst wenn sie homogen wäre, die Gezeiten nur noch $0{,}7^7 = 0{,}1$ mal so stark als oben berechnet wurde. Um sich den wirklichen Entwicklungszeiten zu nähern, hätte man daher die obigen Werte mindestens mit 10 zu multiplizieren.

Die ganze vorhergehende Rechnung beruht auf der Annahme, daß die Planeten ihre maximale Erstreckung besaßen. Ist diese Annahme nicht erfüllt, so vergrößern sich die Entwicklungszeiten noch beträchtlich. Erstreckten sie sich z. B. bis zur halben Entfernung der maximalen geschlossenen Hillschen Oberfläche, so würden die berechneten Werte mit $2^7 = 128$ zu multiplizieren sein[2]).

Während dieser ungeheuren Zeiten durfte, wenigstens solange die Planeten noch rückwärts rotierten, keine merkliche Kontraktion derselben eintreten, da andernfalls die durch die Zusammenziehung bewirkte Rotationsbeschleunigung die durch die Gezeitenreibung bewirkte Rotationsverzögerung wieder aufgehoben und dadurch die Umwandlung der retrograden Rotation in eine rechtsinnige verhindert hätte. *Daß in Hunderten, vielleicht Tausenden von Billionen Jahren die Kontraktion der Planeten keine merklichen Fortschritte gemacht habe, ist jedoch eine Annahme, die der Hypothese den Charakter innerer Glaubwürdigkeit raubt.* Es sind nämlich ernste Gründe vorhanden, aus denen hervorgeht, daß für die Entwicklung des Sonnensystems nicht beliebig lange Zeitperioden angesetzt werden dürfen (vgl. § 77 *a* c).

Auch Stratton spricht, im Hinblick auf die durch die Gezeitenhypothese geforderten außerordentlichen Entwicklungszeiten, Bedenken gegen die Anwendbarkeit der Hypothese aus (a. a. O. IV, § 3a).

59. Der Einfluß der Gezeitenreibung auf feste Planetenmassen. Wenn die Gezeitenreibung bemerkbare Wirkungen auf die Planeten geäußert hat, so kann dies nur bei großer Viskosität der Planeten-

---

1) Vgl. R. Emden, Gaskugeln, 5. Kap. § 9, Tab. 6.

2) Hatten die Planeten ursprünglich ungefähr gleiche Dichten (vgl. §§ 55 f.), und war diese z. B. gleich dem Werte, den die Merkursmasse im Falle ihrer maximalen Erstreckung ($\rho = 92\, \rho_0$) besaß, so dehnte sich Jupiter nur bis $58\, \rho_0$, Saturn bis $48\, \rho_0$ aus (§ 55); der Jupitersradius betrug also nur den 12,8., der Saturnsradius den 23,5. Teil seines maximalen Wertes (Tabelle § 42). Da sich die Entwicklungszeiten mit der 7. Potenz dieser Zahlen multiplizieren, so würde eine Verlangsamung der Rotation um den 3. Teil ihres Betrages demnach erst in rund 100 Trillionen Jahren erfolgen.

massen, d. h. also während der Zeit, wo diese bereits fest geworden waren, geschehen sein. Die Aufhebung der Rotationsbewegung Merkurs ist hiernach ein ziemlich junges Produkt der Sonnenanziehung. Die Sonne wirkt auf Merkur ungefähr 100 mal so kräftig wie der Mond auf die Erde. Bei einer Viskosität von der Ordnung 10^{16} könnte also in verhältnismäßig kurzer Zeit die Rotation Merkurs merklich verzögert worden sein. — Die Viskosität der Erdmasse ist größer als 10^{16}. Aus der Höhe der ozeanischen Fluten der Erde kann geschlossen werden, daß der Erdkörper selbst nur schwache Gezeiten besitzt. Da die Höhe dieser Gezeiten durch die Viskosität des Erdkörpers im Verhältnis $1 : \cos \varepsilon$ verringert wird, so muß die Viskosität so groß sein, daß $\cos \varepsilon$ der Null nahekommt; dann folgt aber, daß ν größer als 10^{16} ist. Hiernach muß die Erde früher, als sie noch weniger viskos war, eine größere Einwirkung durch die Flutreibung erlitten haben als jetzt (vgl. § 150). — Ebenso wie bei der Erde liegt bei Mars die Möglichkeit vor, daß die Flutreibung seine Rotation beeinflußt hat (vgl. § 149). — Bei den weit entfernten großen Planeten ist die die Gezeiten hervorrufende störende Kraft bereits sehr klein (vgl. die tabellarische Übersicht bei Poincaré, a. a. O., Nr. 127); vielleicht ist die Viskosität dieser noch jugendlichen Massen auch so gering, daß sich die Gezeitenreibung auf ein Minimum reduziert.

2. Widerstehendes Mittel.

60. Innere Konstitution des Mittels. Erklärung von Kant und Moulton. In den drei Fällen, wo das Mittel als einheitliche Masse ruht oder langsam rotiert, wo seine Teilchen frei beweglich sind und alle möglichen Bahnen beschreiben, und wo es von der Sonne durchschritten wird, ist es schwierig, einzusehen, wie das Mittel die Rotation des Planeten mehr in dem einen als in dem anderen Sinne beeinflussen könnte. Es scheint auch niemals der Versuch gemacht worden zu sein, unter Zugrundelegung einer dieser drei Voraussetzungen die Rotation der Planeten herzuleiten. See[1]), der die Annahme macht, daß die Teilchen des Mittels alle möglichen Bahnen beschreiben, behauptet allerdings, daß die Teilchen in das Anziehungsgebiet des Planeten eher recht- als rückläufig eindringen, gibt aber für diese Behauptung keine Begründung. Nur in den Fällen, wo das Mittel als einheitliche Masse schnell rotiert, und wo seine Teilchen bei freier Beweglichkeit eine bevorzugte Bewegungsrichtung besitzen, könnte die Rotation des Planeten vielleicht mehr in dem einen als in dem andern Sinne beeinflußt werden. Diese beiden Annahmen scheiden aber nach dem, was in den §§ 44 und 47 gesagt wurde, als Erklärungs-

[1]) Astr. Nachr. Nr. 4343, Bd. 181.

grundlagen von vornherein aus. Hiernach erübrigt es sich eigentlich, genauer auf sie einzugehen. Weil auf ihnen beruhende Erklärungsversuche jedoch tatsächlich, von Kant, Faye, Ligondès, Moulton u. a., gemacht worden sind, so möge dies trotzdem geschehen, um festzustellen, ob sie, auch bei Umgehung unserer früheren die Zulässigkeit der Grundannahmen zurückweisenden Betrachtungen, zu dem gewünschten Ziele führen.

a) Erklärung von Kant[1]). Kant setzt bei den Planeten und bei den Teilchen des Mittels kreisförmige Bahnen voraus und folgert, daß, weil die der Sonne näheren Teilchen unter dem Einflusse der Anziehungskraft des sich bildenden Planeten schon von weitem gezwungen werden, die Richtung ihres Geleises zu verlassen und sich in einem großen Bogen über den Planeten zu erheben, dieser in eine rechtläufige Drehung versetzt werde.

Es ist zwar richtig, daß Teilchen, die in kleineren Kreisbahnen laufen als der Planet, sobald sie sich, infolge ihrer größeren Geschwindigkeit, dem Planeten nähern, durch seine Anziehung über die Planetenbahn hinausgeschleudert werden können, so daß sie, wenn sie sich mit dem Planeten vereinigen, ihn rechtläufig zu drehen suchen. Aber andere Teilchen, die in noch etwas kleineren Kreisbahnen laufen und sich mit dem Planeten vereinigen, werden nicht auf die der Sonne abgewandte Nachtseite, sondern auf die der Sonne zugewandte Tagseite des Planeten fallen und daher zu einer Rotationsbewegung im entgegengesetzten Sinne beitragen. Etwas Ähnliches läßt sich von den Teilchen des Mittels sagen, die in etwas größeren Kreisbahnen als der Planet laufen und von diesem eingeholt werden. Über die Art der Rotationsbewegung, die aus den einander widerstreitenden Drehungsanstößen resultiert, gehen die Meinungen auseinander. Faye[2]) und Poincaré[2]) behaupten, daß die Rotation retrograd werden müsse. Demgegenüber steht jedoch Darwin[3]) auf der Seite Kants; er bemerkt, daß sehr wohl auch eine rechtsinnige Rotation entstehen könne[4]). Kann man zugunsten der einen oder der andern Ansicht eine Entscheidung treffen?

---

[1]) Naturgeschichte des Himmels; 2. Teil, 4. Hauptstück.

[2]) H. Faye, Sur l'origine du monde, Paris 1907; chap. XIV. Poincaré, a. a. O. Nr. 42.

[3]) G. H. Darwin, Ebbe und Flut, 2. Aufl., S. 393.

[4]) Zehnder weist darauf hin, daß das äußere von zwei in der planetarischen Scheibe (vgl. § 85) umlaufenden Teilchen, weil auf dieses nicht nur die für das innere Teilchen in Frage kommende Masse, sondern auch die zwischen den Bahnen der Teilchen liegende Scheibenmasse eine anziehende Wirkung äußere, eine größere Geschwindigkeit in seiner Bahn habe, als wenn es unter derselben Gravitationswirkung wie das innere Teilchen stünde. Diese Angabe ist zwar richtig; sie kann aber in keiner Weise zur Erklärung der rechtsinnigen Rotationsbewegung der Planeten herangezogen werden. Denn bei der außerordentlich geringen Masse

Die meisten Räsonnements, auf Grund deren über den Sinn der Rotation ein Urteil gefällt wird, lassen einen wichtigen Punkt gänzlich außer acht. Die Rotation des Planeten kann nur dann durch Zusammenstöße mit den Teilchen des Mittels merklich beeinflußt werden, wenn die Gesamtmasse der den Stoß ausübenden Teilchen mit der Masse des Planeten vergleichbar ist, d. h., da diese Teilchen sich mit dem Planeten vereinigen, wenn der Planet einen großen Teil seiner Masse aus dem Mittel aufnimmt. Ist dies der Fall, so darf man aber nicht nur einseitig von einer durch die Anziehung des Planeten bewirkten Ablenkung der Teilchen aus ihrer Bahn sprechen, sondern muß umgekehrt auch den Einfluß beachten, den die Anziehung der Teilchen auf den Planeten ausübt. Wenn die Anziehung des Planeten bei den sich ihm nähernden Teilchen eine Vergrößerung oder Verkleinerung ihres Flächenmoments bewirkt, so muß dem Flächensatze gemäß eine entsprechende Verkleinerung oder Vergrößerung des Momentes des Planeten eintreten. Es darf daher nicht, als verstehe sich dies von selbst, von vornherein angenommen worden, daß der Planet während der ganzen Zeit, wo er einen großen Teil seiner Masse aus dem Mittel aufnimmt, seine Bahndimensionen unverändert beibehält.

Zu welchen Verhältnissen die Wechselwirkung zwischen dem Planeten und den Teilchen schließlich führt, wird schwerlich allgemein zu bestimmen sein. Die Störungen sind, je nach den Bahnverhältnissen von Planet und Teilchen und ihrem Orte in der Bahn, so verschieden, daß eine summarische Behandlung kaum am Platze ist. Folgende Überlegungen sind jedoch vielleicht geeignet, für die Beurteilung Material zu liefern (vgl. auch § 142).

Hat das Mittel die Form einer flachen, homogenen Scheibe von der Dichte δ, und beschreiben die Teilchen Kreisbahnen mit der Geschwindigkeit V, so ist das Flächenmoment F des zwischen R_0 R_1 und liegenden Teiles der Scheibe

$$F = \int_{R_0}^{R_1} 2\, R^2 \pi\, \delta\, V\, dR\,.$$

Ist die Masse des Planeten und des Mittels klein im Verhältnis zur Sonnenmasse M, so hat man

$$V = \sqrt{\frac{k\,M}{R}}\,.$$

---

der Scheibenmaterie würden die angegebenen Differenzen nur Bruchteile des Millimeters betragen und schon bei ganz geringen Abweichungen der Bahnen von der Kreisform, mit denen immer gerechnet werden muß, neben den durch sie bewirkten Änderungen der (viele Kilometer betragenden) Bahngeschwindigkeiten völlig verschwinden.

Man erhält dann, da $\pi\,\delta\,(R_1^2 - R_0^2)$ die Masse μ des Scheibenringes bezeichnet,

$$F = \frac{4}{5}\mu\, V_0 \sqrt{R_0}\, \frac{R_1^{5/2} - R_0^{5/2}}{R_1^2 - R_0^2}.$$

Der Planet bewege sich ursprünglich in einer Kreisbahn mit dem Radius r_0; seine anfängliche Masse sei m_0, sein Rotationsmoment f_0. Es soll angenommen werden, daß auch am Ende der Entwicklung die Bahn noch kreisförmig sei; ihr Radius sei r, die Masse des Planeten $m = m_0 + \mu$, das Rotationsmoment f. Das Flächenmoment der kreisförmigen Umlaufsbewegung zweier Massen M und m um ihren gemeinsamen Schwerpunkt hat den Wert

$$\frac{m\,M}{m + M}\, r^2 \omega\,.$$

Ist m klein gegen M, so wird es gleich $m\,r^2\,\omega$, wo

$$r\,\omega = v = \sqrt{\frac{k\,M}{r}}$$

ist.

Nach dem Flächensatze besteht dann die Gleichung

$$f + (m_0 + \mu)\, r\, v = f_0 + m_0\, r_0\, v_0 + F.$$

Es sei z. B. $m_0 = 0$. In diesem Falle stammt die ganze Masse des Planeten aus dem Mittel. Dann lautet die letzte Gleichung

$$f = F - \mu\, r\, v.$$

Ist die rechte Seite dieser Gleichung positiv, so dreht sich der Planet rechtsinnig, ist sie negativ, in umgekehrter Richtung. Wählt man für r den Wert $1/2\,(R_0 + R_1)$, liegt die Planetenbahn also in der Mitte des Scheibenringes, so wird f positiv. Dies ist aber schon nicht mehr der Fall, wenn sie mit dem Schwerpunktskreise des Scheibenringes zusammenfällt, dessen Radius den Wert

$$\frac{2}{3}\,\frac{R_0^2 + R_0 R_1 + R_1^2}{R_0 + R_1}$$

hat, oder wenn sie mit dem Kreise identisch ist, der den Scheibenring in zwei massengleiche Teile teilt, und dessen Radius gleich

$$\sqrt{\frac{R_0^2 + R_1^2}{2}}$$

ist. In beiden Fällen wird der Wert von f negativ.

Ist das Mittel nicht scheiben-, sondern ringförmig, bewegen sich seine Teilchen den Keplerschen Gesetzen gemäß, und kann seine Masse μ wieder gegen M vernachlässigt werden, so hat, falls der Querschnitt ein Kreis mit dem Radius P ist und der Mittelpunkt dieses Kreises vom Anziehungszentrum die Entfernung R hat, bei homogener Dichte sein Flächenmoment F den Wert (siehe Fig. 4)

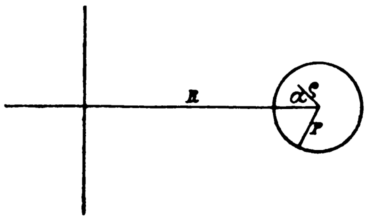

Fig. 4.

$$F = \int_0^P \int_0^{2\pi} 2\pi \delta \sqrt{kM} (R - \varrho \cos a)^{3/2} \varrho \, d\varrho \, da.$$

Entwickelt man die Klammergröße in eine Reihe, schreibt

$$V = \sqrt{\frac{kM}{R}}$$

und beachtet, daß

$$\mu = 2\pi^2 P^2 R \delta$$

ist, so erhält man in erster Näherung

$$F = \mu R V \left(1 + \frac{3}{32} \frac{P^2}{R^2}\right).$$

Es soll wieder vorausgesetzt werden, daß die ganze Masse des Planeten aus dem Mittel stammt und daß die Bahn kreisförmig ist. Setzt man $r = R$, so ergibt sich aus der Gleichung

$$f = F - \mu r v$$

für f ein positiver Wert,

$$f = \frac{3}{32} \frac{\mu V P^2}{R}.$$

Ist die Kreisbahn des Planeten der Schwerpunktskreis des Ringes, so wird, da der Radius dieses Kreises gleich $R + \frac{1}{4} \frac{P^2}{R}$ ist,

$$f = -\frac{1}{32} \frac{\mu V P^2}{R}.$$

Ist die Planetenbahn endlich der Grundkreis des auf der Bahnebene senkrecht stehenden Zylinders, der den Ring in zwei massengleiche Teile teilt, so erhält man, da der Radius dieses Kreises den Wert $R + \frac{1}{3} \frac{P^2}{R}$ besitzt,

$$f = -\frac{7}{96} \frac{\mu V P^2}{R}.$$

Wenn angenommen werden darf, daß die bei der Vereinigung der Teilchen des Mittels durch ihre gegenseitigen Störungen hervorgerufenen Vergrößerungen und Verkleinerungen der Bahndimensionen sich gegenseitig ausgleichen (vgl. § 9b), daß der Schwerpunkt der vereinigten Massen also denselben Abstand vom Zentrum hat wie die Schwerpunktslinie des Mittels[1]), so folgt aus dem Gesagten, daß, sowohl wenn das Mittel scheiben- als auch wenn es ringförmig ist, die Rotation des Planeten retrograd wird.

β) Erklärung von Moulton[2]). Moulton läßt die anziehende Wirkung des Planeten unbeachtet. Er setzt bei den Planeten kreisförmige, bei den Teilchen des Mittels elliptische Bahnen voraus. Für die Ausbildung der Rotationsbewegung kommen nach ihm nur die Teilchen in Frage, die sich in der Nähe des Perihels oder Aphels ihrer Bahn befinden, da sich die Stoßwirkung der anderen Teilchen ausgleicht. Er nimmt nun an, daß von den genannten Teilchen auf die Tagseite des Planeten nur solche stürzen, die sich in der Nähe des Aphels, und auf die Nachtseite nur solche, die sich in der Nähe des Perihels ihrer Bahn befinden. Wenn diese Annahme zuträfe, so würde allerdings die rechtsinnige Rotationsrichtung erklärt sein. Aber warum stürzen auf die Tagseite des Planeten nur Teilchen, die sich im Aphel, und auf die Nachtseite nur solche, die sich im Perihel ihrer Bahn befinden? Bei den Teilchen des Mittels kommen doch, der Moultonschen Grundvoraussetzung gemäß, alle Bahndimensionen und alle Exzentrizitäten vor. Es fallen daher auf die Tagseite des Planeten auch Teilchen, die sich in ihrem Perihel, und auf die Nachtseite solche, die sich in ihrem Aphel befinden; ihre Wirkungen heben sich also auf (vgl. § 98).

[1]) Die Bemerkung Darwins (a. a. O. S. 393): „Wenn ein materieller Ring sich durch seine eigene Anziehungskraft verdichtet, so kann es nur um den Schwerpunkt des ganzen Ringes geschehen. Daher kann die einen annähernd gleichförmigen Ring bildende Materie, falls sie sich überhaupt zusammenzieht, nur auf den Mutterplaneten fallen und von diesem wieder absorbiert werden“ enthält einen Irrtum. Der erste Satz ist zwar richtig, nicht aber die aus ihm gezogene Folgerung. Wenn ein nicht ganz gleichförmiger Ring in Teile zerfällt, deren Massen ungleich sind, so werden die Teilmassen infolge der gegenseitigen Bewegungsstörungen aus der Kreisbahn, die die Ringmasse ursprünglich beschrieb, herausgezogen. Sie bewegen sich nunmehr in verschiedenen Bahnen, und die Möglichkeit der Annäherung und damit der Kollision und Verschmelzung hängt vielmehr von der Art dieser Bahnen, als von ihrer gegenseitigen Anziehung ab. Nur wenn der Ring für sich allein bestünde, würde sich seine Masse in seinem Schwerpunkte vereinigen müssen. Wenn er aber nur Teilmasse eines Systems ist, so darf man, falls eine Zusammenballung erfolgt, diese nicht, wie es von Darwin geschieht, allein der zwischen den Ringmassen bestehenden Anziehung zuschreiben, sondern muß auch auf die für die Annäherung viel wichtigere Anziehung der Zentralmasse Rücksicht nehmen.

[2]) On the Evolution of the Solar System. Astroph. Journal XXII, 3, 1905.

γ) Faye und Ligondès machen bei der Erklärung der Rotationsbewegung besondere Annahmen über das im Innern der Urmaterie die Geschwindigkeit der einzelnen Teilchen regelnde Anziehungsgesetz. Hierüber siehe § 83.

61. Allgemeines Ergebnis. Die Aufgabe der vorhergehenden Untersuchungen war, festzustellen, ob die Gesetzmäßigkeiten des Planetensystems das Produkt einer erzwungenen Entwicklung sein können. Als die Entwicklung bestimmende Faktoren kommen reine Gravitationsstörungen (vgl. §§ 36, 48), die Gezeitenreibung (vgl. §§ 37—39, 49, 53—59) und das widerstehende Mittel (vgl. §§ 40—47, 52, 60) in Frage. Das Gesamtergebnis der Untersuchungen lautet:

1. *Reine Gravitationsstörungen sind an der Ausbildung der Gesetzmäßigkeiten des Systems nicht beteiligt.* Es ist jedoch möglich, daß die kleinen Bahnexzentrizitäten durch eine Vergrößerung der Anziehungswirkung des Zentralkörpers entstanden sind (vgl. § 50).

2. *Die Gezeitenreibung hat weder auf die Dimensionen, die Neigungen und Exzentrizitäten der Planetenbahnen, noch auf die Rotationsbewegung der meisten Planeten einen merklichen Einfluß ausgeübt; nur Merkur, und vielleicht auch Venus, Erde und Mars, haben möglicherweise eine Rotationsverzögerung erlitten.* Auch Darwin macht darauf aufmerksam (Ebbe u. Flut, XXI. Kap., S. 390—391), daß die Gezeitenreibung bei den Planeten ohne Bedeutung gewesen sei. Da er seine Angabe jedoch nicht rechnerisch begründet und, wie die Hypothesen von Stratton, Arrhenius und Poincaré beweisen, seine Autorität für sich allein nicht genügte, die Einsicht zu verbreiten, daß alle Versuche, die Gezeitenreibung zur Erklärung gewisser Gesetzmäßigkeiten des Planetensystems heranzuziehen, von vornherein als aussichtslos zu betrachten seien, so war, falls endgültig Klarheit über die Frage geschaffen werden sollte, eine genaue Nachprüfung erforderlich.

3. *Bei gewissen Annahmen über die innere Konstitution des widerstehenden Mittels ist es zwar möglich, die geringen Neigungen und Exzentrizitäten der Planetenbahnen durch die Einwirkung des Mittels auf die Planeten zu erklären. Man gerät jedoch in unlösbare Widersprüche mit bestehenden Tatsachen und den Prinzipien der analytischen Mechanik, wenn man die der Erörterung neu sich aufdrängende und unabweisbare Frage, welchen Entwicklungsgang das Mittel selbst genommen hat, zu beantworten sucht.* Außerdem bleibt die Entstehung der Rotationsbewegung ein ungelöstes Problem.

2. Kapitel. Die Entwicklung der Monde.

62. Reguläre und irreguläre Monde. Die meisten Monde haben folgende drei Eigenschaften:

1. Ihre Bahnen sind gegen die Äquatorebene des Planeten nur wenig geneigt.
2. Die Bahnen sind fast kreisförmig.
3. Die Bewegungsrichtung des Mondes stimmt mit der Rotationsrichtung des Planeten überein.

Diese Monde bezeichnen wir als *regulär*. Einige Monde aber haben stark elliptische Bahnen, beträchtliche Neigungen gegen die Äquatorebene des Planeten und bewegen sich teilweise auch umgekehrt, wie der Planet rotiert. Zu ihnen gehören der Erdmond, die Jupitersmonde VI, VII, VIII und IX (die beiden letzten sind rückläufig), die Saturnsmonde Themis, Japetus und Phöbe (dieser rückläufig) und vielleicht der Neptunsmond.

Es wird sich später zeigen (vgl. §§ 147—151), daß die Abweichungen von den normalen Verhältnissen, die der Erdmond, die Saturnsmonde Hyperion, Themis, Japetus und der Neptunsmond aufweisen, als Störungswirkungen erklärt werden können. Diese Monde scheiden daher aus der Gruppe der *irregulären* Monde aus. Auch die Uranusmonde dürfen, obgleich die Rotationsbewegung des Planeten noch nicht direkt beobachtet und die Lage seiner Rotationsachse daher noch nicht genau bestimmt werden konnte, unbedenklich zu den regulären gezählt werden. Dafür sprechen folgende Gründe. Die Bahnen der Uranusmonde liegen fast in derselben Ebene. Wenn diese Ebene nicht gleichzeitig die Äquatorebene des Planeten wäre, so würden die Bahnen, auch wenn sie vielleicht anfangs übereinstimmende Lage gehabt hatten, infolge der verschieden schnellen, durch die Anziehung des ellipsoidförmigen Planeten bewirkten Drehung ihrer in der Äquatorebene liegenden Knotenlinie gegenseitige Verschiebungen erlitten haben. Messungen der Abplattung des Planeten bestätigen ferner, daß seine Rotationsachse senkrecht auf den Mondbahnen steht. Die letzten noch möglichen Zweifel endlich sind durch die kürzlich erfolgte Feststellung der Rotationsrichtung des Planeten beseitigt worden. Lowell und Slipher haben aus spektroskopischen Beobachtungen schließen können[1]), daß die Rotationsrichtung mit der Revolutionsrichtung der Monde übereinstimmt. Die Rotationszeit ergab sich dabei zu $10^3/_4$ Stunden.

Es bleiben daher nur 5 Monde, die als irregulär zu bezeichnen

[1]) Lowell Observ. Bull. 53.

wären: Die Jupitersmonde VI, VII, VIII und IX und der Saturnsmond Phöbe.

Da bei den irregulären Monden eine Gesetzmäßigkeit irgendwelcher Art, die vielleicht als das Ergebnis einer erzwungenen Entwicklung aufzufassen wäre, nicht anzutreffen ist, so beschränken wir uns an dieser Stelle auf die Untersuchung der Entwicklung der regulären Monde.

Erster Abschnitt.

Die Neigungen der Mondbahnen.

1. Gravitationswirkungen.

63. Reine Gravitationsstörungen. Die gegenseitige Anziehung der Monde, die Anziehung durch den (ellipsoidförmigen) Planeten und die Anziehung der Sonne und der übrigen Planeten rufen nur *periodische* Änderungen der Neigung der Mondbahnen hervor. Sind die Störungseinflüsse, die der Planet infolge seiner Abweichung von der Kugelgestalt auf den Mond ausübt, kräftig genug, so kann sich die durch die Anziehung der Sonne und der übrigen Planeten erstrebte Drehung der in der Planetenbahn liegenden Knotenlinie bei solchen Bahnen, die nur geringe Neigung gegen die Äquatorebene des Planeten aufweisen, nicht bemerkbar machen. Sie bleiben der Äquatorebene benachbart und behalten diese Lage auch bei der Präzessionsbewegung der Planetenachse bei (Laplace, Mécanique céleste).

64. Gezeitenreibung. Bei allen Monden, deren Bahnen gegen die Äquatorebene ihres Planeten wenig geneigt sind[1], ist das Revolutionsmoment f nur ein kleiner Bruchteil des Rotationsmomentes F des von dem Monde umkreisten Planeten (vgl. § 38). Das Verhältnis $f : F$ besitzt die größten Werte bei den Jupitersmonden III und IV (0,0028 und 0,0018) und bei dem Saturnsmonde Titan (0,0057). Die Maximalebene des Flächenmomentes fällt daher bei allen Planeten fast genau mit ihrer Äquatorebene zusammen. Dasselbe würde auch dann noch der Fall sein, wenn die Monde sich in ihrer maximalen Entfernung, d. h. an der Grenze des Anziehungsgebietes des Planeten, in einer Kreisbahn um den Planeten bewegten. Da die Revolutionsmomente sich wie die Wurzeln aus den Bahnradien verhalten, so würde nämlich, wenn sich die Jupitersmonde III und IV (Bahnradien = 14,8 und 26 Planetenradien) an den Grenzen des Anziehungsbereiches

[1] Von den Monden, deren Bahnen größere Neigungen gegen die Äquatorebene ihres Planeten aufweisen, die aber doch wahrscheinlich zu den regulären gehören (Erdmond, Saturnsmonde Themis und Japetus, Neptunsmond), wird besonders die Rede sein (§§ 147 ff).

des Planeten (740 Jupitersradien nach Tabelle § 42) bewegten, das Verhältnis $f : F$ nur das 7- resp. 5-fache der angegebenen Werte sein; bei Titan (Bahnradius 20, maximale Entfernung 1130 Saturnsradien) würde sich der 7,4-fache Wert ergeben. Selbst bei maximaler Erstreckung der Bahnen entfällt daher auf die Monde nur ein kleiner Bruchteil des gesamten im System Planet—Monde enthaltenen Flächenmoments.

Die Neigungsänderungen der Mondbahnen gegen die Maximalebene, für die nach dem Gesagten die Äquatorebene des Planeten gesetzt werden kann, erfolgt gemäß der Gleichung (Poincaré, a. a. O. Nr. 116)

$$\frac{di}{dt} = -\frac{h\omega i}{2\xi}.$$

Bei rechtläufigen Monden verkleinert sich also i, einerlei ob die Rotationszeit $2\pi : \omega$ des Planeten größer oder kleiner als die Umlaufszeit $2\pi : \Omega$ des Mondes ist. Wir betrachten beide Möglichkeiten besonders.

1. Fall: $\omega > \Omega$.

Ist $\omega > \Omega$, so vergrößert die Gezeitenreibung gemäß der Gleichung

$$\frac{d\xi}{dt} = h(\omega - \Omega)$$

den Abstand des Mondes vom Planeten. In diesem Falle war also die ursprüngliche Entfernung der Monde vom Planeten kleiner als jetzt. Schreibt man $\Omega = \lambda\omega$ und dividiert die beiden angegebenen Gleichungen durch einander, so folgt

$$\frac{d\xi}{di} = -\frac{2\xi}{i}(1-\lambda).$$

λ ist das Verhältnis der Rotationszeit des Planeten zu der Umlaufszeit des Mondes. Sein gegenwärtiger Wert ist für alle Monde, abgesehen von den beiden Marsmonden, dem innersten Jupiters- und dem innersten Saturnsmonde, kleiner als $^1/_2$. Die im letzten Teile der Entwicklungszeit eintretenden Neigungsänderungen werden daher bei den meisten Monden durch Grenzwerte bestimmt, die sich aus der letzten Gleichung für $\lambda = 0$ und $\lambda = {}^1/_2$, d. h. aus den Gleichungen

$$\frac{i}{i_0} = \sqrt[4]{\frac{r_0}{r}} \text{ und } \frac{i}{i_0} = \sqrt{\frac{r_0}{r}}$$

ergeben. Der Anfangswert von λ kann zwar der 1 nahe liegen, darf im allgemeinen aber auch als verhältnismäßig klein vorausgesetzt werden. Denn beginnen die Monde eines Planeten ihre Entwicklung gleichzeitig oder nicht gleichzeitig, so hat ω_0, ist ihre ursprüngliche Entfernung vom Planeten dieselbe oder nicht dieselbe, so hat Ω_0 für sie denselben Wert oder verschiedene Werte; daher kann $1 : \lambda_0$ alle Werte zwischen 1 und ∞ besitzen[1]) und braucht durchschnittlich nicht kleiner als 2 angenommen zu werden. Die angegebenen Integralgleichungen sind also im allgemeinen auch für den ersten Teil der Entwicklungszeit gültig. Nun übersteigt, da r_0 nicht kleiner als der Planetenradius angenommen werden darf, bei keinem Monde $r : r_0$ den Wert 26 (den größten Bahnradius hat der Jupitersmond IV mit 26 Jupitersradien; dann folgt der Saturnsmond Hyperion mit 25,5 Saturnsradien); aus den obigen Gleichungen erhält man für diesen Wert

$$i = \frac{4}{9} i_0 \text{ bzw. } i = \frac{1}{5} i_0 .$$

Wenn man für r_0 statt des Planetenradius den besseren Rocheschen Grenzwert setzte, so würden sich die Werte

$$i = \frac{5}{9} i_0 \text{ bzw. } i = \frac{1}{3} i_0$$

ergeben. Bei der größten möglichen Neigungsänderung würde hiernach der Endwert i noch nicht der 3. Teil der ursprünglichen Neigung i_0 sein, d. h. es müßten, da die gegenwärtigen Neigungen bei den meisten Mondbahnen sehr klein sind, zum Teil nur einige Bogenminuten betragen, *bereits die anfänglichen Neigungen sehr klein gewesen sein.*

Auch wenn sich λ der 1 nähert, sind die entstehenden Neigungsänderungen den berechneten vergleichbar; denn die Gleichung für $\frac{di}{dt}$ wird für $\lambda = 1$ nicht singulär. Aus der Gleichung für $\frac{d\xi}{dt}$ folgt zwar, daß für $\lambda = 1$ die Bahndimensionen sich nicht ändern[2]); da die Kontraktion des Planeten aber fortschreitet, ω also wächst, so kann die Bedingung $\lambda = 1$ nicht beliebig lange, sondern nur vorübergehend bestehen.

Es zeigt sich also, daß im Falle $\omega > \Omega$ die Gezeitenhypothese nicht zu einer allgemeinen Erklärung der ge-

---

[1]) Legt man die Laplacesche Hypothese der Entstehung der Monde zugrunde, so ist allerdings für jeden Mond $\lambda_0 = 1$. Da aber aus der Laplaceschen Annahme folgt, daß die Mondbahnen in der Äquatorebene des Planeten liegen, eine aus einem äußeren Zwange entspringende Annäherung an die Äquatorebene also nicht stattzufinden braucht, so kann dieser Fall bei der obigen Betrachtung unberücksichtigt bleiben.

[2]) In Wirklichkeit tritt doch eine geringfügige Änderung ein; denn die rechte Seite der Gleichung wird nicht streng gleich Null, sondern reduziert sich auf Glieder höherer Ordnung, die aus unseren nur als Näherungswerte zu betrachtenden Ausdrücken weggelassen sind (vgl. § 37).

ringen Neigung der Mondbahnen gegen die Äquatorebene des Planeten führt.

Im Falle $\omega > \Omega$ bewirkt die Gezeitenreibung ferner eine Vergrößerung der Bahnexzentrizität (vgl. § 67). Da es unwahrscheinlich ist, daß Mondbahnen, die anfänglich sehr verschiedene gegenseitige Neigungen aufweisen, mit der Gesetzmäßigkeit der Kreisform von vornherein ausgestattet gewesen wären, so würde man also erwarten dürfen, daß die Mondbahnen gegenwärtig stark exzentrisch seien, was nicht der Fall ist.

2. Fall: $\omega < \Omega$.

In diesem Falle bewirkt die Gezeitenreibung eine Annäherung der Monde an den Planeten. Da, abgesehen vom innersten Marsmonde, λ gegenwärtig für alle Monde kleiner als 1 ist, so kann die Bedingung $\lambda > 1$ nur während eines gewissen Zeitraums am Anfange der Entwicklung bestanden haben. Damit $\omega < \Omega$ werde, ist eine weite Erstreckung des Planeten vorauszusetzen. Nun kann, in ähnlicher Weise, wie es im Falle $\omega > \Omega$ geschah, geschlossen werden, daß λ nur ausnahmsweise und nur für beschränkte Zeit dem Werte 1 nahe gelegen habe. Im allgemeinen ist wegen der Mannigfaltigkeit der möglichen Anfangsbedingungen λ beträchtlich größer als 1 anzunehmen. Bezeichnet man mit r die Entfernung vom Planeten, für welche $\Omega = \omega$ ist, so hat man nach dem 3. Keplerschen Gesetze $\Omega = 2\,\omega$ in der Entfernung $r' = 0{,}63\, r$. Nur für die Monde, deren Bahnradius zwischen $0{,}63\, r$ und r läge, würde hiernach $\lambda < 2$ sein; für alle übrigen wäre $\lambda > 2$. Nun ist bei allen Planeten, die von mehreren Monden umkreist werden, das Verhältnis der gegenwärtigen Bahnradien des innersten und des äußersten Mondes beträchtlich kleiner als 0,63. Auch wenn man die nicht sehr wahrscheinliche Annahme machen wollte, daß die Monde am Anfange ihrer Entwicklung in einer bestimmten Entfernung vom Planeten einander relativ viel näher gewesen seien als jetzt, so hätte sich doch, da die Geschwindigkeit des Sinkens zum Planeten von den sehr verschiedenen Massen der Monde abhängt, die Zone, auf die sie sich anfangs zusammendrängten, bald verbreitern müssen. λ kann also durchschnittlich größer als 2 angenommen werden. Für $\lambda = 2$ erhält man

$$\frac{i}{i_0} = \sqrt[4]{\frac{r}{r_0}}.$$

Die größten möglichen Änderungen würden sich ergeben, wenn man für r_0 den Radius der größten geschlossenen Hillschen Oberfläche setzte (Tabelle §42). Dann läge für die beiden Marsmonde der Wert $i : i_0$ zwischen den Grenzen 0,30 und 0,38, für die Jupitersmonde zwischen 0,24 und

0,44, für die Saturnsmonde zwischen 0,23 und 0,48 und für die Uranusmonde zwischen 0,22 und 0,30. Da die Bahnneigungen der meisten regulären Monde kleiner als 1° sind, zum Teil sogar nur wenige Minuten betragen, so zeigt sich also auch in diesem Falle, daß die Gezeitenreibung für ihre Entstehung im allgemeinen nicht verantwortlich gemacht werden kann.

2. Widerstehendes Mittel.

65. Innere Konstitution des Mittels. Neigungsänderungen werden durch die Orthogonalkomponente O der widerstehenden Kraft hervorgerufen. Ein ruhendes Mittel ändert die Neigung nicht. Auch ein vom Planeten durchschrittenes Mittel (d. h. also ein interplanetarisches Mittel irgendwelcher Art) kommt nicht in Frage (vgl. § 99), weil es sogar eine ursprünglich bestehende Gleichmäßigkeit der Neigungen allmählich zerstören würde (vgl. § 25). Nur ein rotierendes Mittel würde die verlangte Wirkung ausüben, wenn die Ebene seines maximalen Flächenmoments zugleich die Äquatorebene des Planeten wäre. Die beiden Möglichkeiten, daß das Mittel als einheitliche Masse rotiert oder seinen Teilchen freie Beweglichkeit gönnt, sind wieder getrennt zu behandeln.

a) Frei bewegliche Teilchen.

Daß es unstatthaft sei, die geringen gegenseitigen Neigungen der Planetenbahnen aus der Annahme eines rotierenden Mittels mit frei beweglichen Teilchen herzuleiten, wurde im wesentlichen daraus geschlossen (vgl. § 44), daß dem Mittel, auch nachdem die Planeten fast ihre ganze Masse aus ihm gesammelt hatten, der Hauptteil der Masse erhalten bleiben mußte, diese aber, durch irgendwelche Umstände mit der Sonne, als dem einzigen Zielpunkt ihrer ferneren Entwicklung, zur Vereinigung gebracht, ihr ein weit größeres Rotationsmoment hätte verleihen müssen, als sie wirklich besitzt. Bei den Monden kann der Schluß nicht in derselben Weise ausgeführt werden. Da das Revolutionsmoment der regulären Monde, verglichen mit dem Rotationsmoment ihres Planeten, sehr klein ist (vgl. § 64), so ist es nämlich nicht erforderlich, dem Mittel ein Moment beizulegen, das das Rotationsmoment des Planeten an Größe überträfe oder ihm auch nur nahekäme. Eine Entscheidung über die Zulässigkeit der Annahme ist nur dann zu treffen, wenn die Entwicklungsmöglichkeiten eines Mittels der angenommenen Art selbst wieder zur Diskussion gestellt werden.

Im ganzen liegen drei Möglichkeiten vor. Entweder war der Planet schon von Anfang an mit dem Mittel begabt, oder es entstand durch Abschleuderung aus der Planetenatmosphäre, oder es wurde, durch Auffangen von Teilchen eines vom Planeten durchschrittenen Mittels, von diesem erst erworben. Vor der Erörterung dieser Möglichkeiten empfiehlt es sich, kurz auf die Aufgabe hinzuweisen, die eine wissenschaftliche Hypothese zu erfüllen hat. Hypothesen haben nur dann Wert, wenn es mit ihrer Hilfe gelingt, das zu Erklärende auf etwas bereits Bekanntes zurückzuführen oder es einem allgemeineren Gesichtspunkte unterzuordnen. Eine Hypothese, die in ihren Voraussetzungen das postuliert, zu dessen Erklärung sie dienen soll, bringt uns in unserer Einsicht nicht weiter und hat daher keinen wissenschaftlichen Wert.

a) Der Planet war von Anfang an mit dem Mittel begabt. Diese Hypothese bedeutet einen Verzicht auf jede Erklärung. Denn es würde einfacher sein, ganz dasselbe sogleich von den Monden vorauszusetzen. Wenn von dem Mittel angenommen werden muß, daß die Äquatorialebene des Planeten die Maximalebene seines Flächenmoments war, so ist die andere Annahme, daß die Monde von Anfang an den Planeten so wie sie es jetzt tun, umkreist hätten, der ersten gegenüber nicht besser und nicht schlechter gestellt.

b) Das Mittel entstand durch Abschleuderung aus der Planetenatmosphäre. Auch in diesem Falle wäre es einfacher, dasselbe sogleich von den Mondmassen vorauszusetzen. Dann würde es sich erübrigen, für die geringen gegenseitigen Neigungen ihrer Bahnen noch nach einer Erklärung zu suchen (vgl. §§ 136 ff.).

c) Das Mittel wurde vom Planeten aufgefangen. Wenn die großen Jupiters- und Saturnsmonde in dem die Planeten umgebenden Mittel größere Änderungen ihrer Bahnneigungen erfahren sollen, so müssen sie nach dem früheren (vgl. §§ 20 u. 21) den größten Teil ihrer Masse aus dem Mittel aufnehmen. Wenn das Mittel hiernach eine beträchtliche Masse aufweisen muß, so folgt aber, daß die Masse des interplanetarischen Mittels, da nur verhältnismäßig wenige Teilchen desselben von dem Planeten aufgefangen werden können (vgl. § 43), ebenfalls beträchtlich sein muß. In einem interplanetarischen Mittel bewegen sich die Teilchen entweder nach allen möglichen Richtungen, oder sie haben eine bevorzugte Bewegungsrichtung. Es wurde schon früher darauf hingewiesen (vgl. § 60), daß es unmöglich sei, die Entstehung eines die Planeten rechtläufig umkreisenden Wirbels aus der Annahme, daß die Teilchen des Mittels beliebige Bewegungsrichtung besitzen, herzuleiten. Ein Mittel der ersten Art kann daher nicht in Frage kommen (vgl. auch § 92, Hypothese von See). Ferner wurde früher gezeigt (vgl. § 44), daß die Annahme eines Mittels der letzten Art, wenn ihm, wie es hier erforderlich ist, eine beträchtliche Masse beigelegt werden muß, zu widerspruchsvollen Folgerungen führt und daher ebenfalls aufgegeben werden muß.

Die Entstehung eines den Planeten umschließenden Nebelrings würde übrigens, selbst wenn bei den vom Planeten eingefangenen Teilchen eine Tendenz zu seiner Ausbildung vorliegen sollte, auch deshalb unmöglich sein, weil seine Teilchen durch das interplanetarische Mittel ununterbrochene Störungen erfahren würden. Da die Menge der von dem Planeten aufgefangenen Teilchen zu der Menge der in seiner Nähe vorbeistreichenden Teilchen in einem sehr kleinen Verhältnisse steht (vgl. § 43), so würde es niemals zur Ausbildung eines Nebelringes kommen.

β) Relativ ruhende Teilchen.

Wenn das Mittel als einheitliche Masse rotiert, so kann als solches nur die Planetenatmosphäre in Frage kommen. Um den Betrag der Neigungsänderungen beurteilen zu können, beschränken wir uns, ebenso wie im § 46, auf kreisförmige Bahnen.

Ändert sich die Rotationsgeschwindigkeit des Mittels nicht, so gilt, falls $c_\mu = \lambda\, c_x$ gesetzt wird, die Gleichung

$$\operatorname{tg} \frac{i}{2} = \sqrt[6]{\frac{1-\lambda_0}{1-\lambda}} \operatorname{tg} \frac{i_0}{2}.$$

Sie zeigt, daß nur dann merkliche Änderungen von i eintreten können, wenn λ_0 sehr nahe gleich 1 ist. Diese Bedingung ist nur dann erfüllt, wenn die Atmosphäre ihre maximale Ausdehnung besitzt, sich also bis zu dem Punkte erstreckt, wo über dem Äquator Schwere und Zentrifugalkraft sich das Gleichgewicht halten, und wenn sich gleichzeitig der Mond über dem Äquator in der äußersten Grenzschicht der Atmosphäre bewegt. Da die Bahn aber gegen die Äquatorebene geneigt und außerdem mehr oder weniger exzentrisch ist, so verringert der auf den Mond wirkende Widerstand seinen Abstand von der Planetenoberfläche; λ wird schnell kleiner, und die bewirkten Neigungsänderungen sind daher ganz unbedeutend.

Die Neigungsänderungen können größere Beträge erreichen, wenn gleichzeitig mit der Verkürzung des Radius der Mondbahn eine Beschleunigung der Rotationsbewegung des Mittels, also eine Zusammenziehung des Planeten, eintritt. Um einen Maßstab für die Änderungen von i zu gewinnen, machen wir wieder, wie früher (vgl. § 46), die Voraussetzung, daß Mond und Mittel ihre Geschwindigkeiten in demselben Verhältnisse vergrößern, λ also während der ganzen Entwicklungszeit des Mondes konstant sei. Da die linearen Geschwindigkeiten des Mondes sich umgekehrt wie die Wurzeln aus den Bahnradien, die linearen Rotationsgeschwindigkeiten der Planetenmasse aber, dem Flächensatze gemäß, umgekehrt wie die Entfernungen von der Rotationsachse verhalten, so muß sich, wenn die Bedingung $\lambda = \text{const.}$ erfüllt sein soll, der Radius der Mondbahn verhältnismäßig schneller verkürzen als der Planetenradius. Diese letzte Bedingung muß übrigens auch bei veränderlichem λ bestehen; denn wenn sie nicht erfüllt wäre, so würde sich die Planetenatmosphäre allmählich ins Innere der Mondbahn zurückziehen, der Mond also der Einwirkung des Mittels entzogen werden.

Für konstantes λ besteht die Gleichung (vgl. § 17)

$$\operatorname{tg}\frac{i}{2} = \left(\frac{r}{r_0}\right)^{\frac{\lambda}{4(1-\lambda)}} \operatorname{tg}\frac{i_0}{2}.$$

Ersetzt man die Tangente durch den Bogen, so folgt

$$\frac{i}{i_0} = \left(\frac{r}{r_0}\right)^{\frac{\lambda}{4(1-\lambda)}}.$$

Die größten Neigungsänderungen erhält man, wenn angenommen wird, die Planetenatmosphäre habe anfangs ihre maximale Erstreckung und der Mond seine maximale Entfernung vom Planeten gehabt. Dann ist r_0 der Radius der größten geschlossenen Hillschen Oberfläche (Tabelle § 42). Für $\lambda = {}^1/_3$ oder ${}^1/_2$ ergibt sich

$$\frac{i}{i_0} = \sqrt[8]{\frac{r}{r_0}}, \quad \text{oder} \quad \frac{i}{i_0} = \sqrt[4]{\frac{r}{r_0}}.$$

Die aus der letzten Gleichung resultierenden Änderungen von i wurden schon im § 64 bestimmt. Sie sind bei fast allen Monden sehr klein. Sogar der Wert $\lambda = {}^2/_3$ würde noch bei den meisten Jupiters- und Saturnsmonden zu verhältnismäßig geringen Änderungen von i führen. Damit λ die angenommenen Werte erreicht, darf die Entfernung des Mondes vom Planeten nicht unter eine bestimmte Grenze heruntersinken. Man findet, falls mit R die durch die gerade vorliegende Rotationsgeschwindigkeit festgelegte maximale Erstreckung der Planetenatmosphäre bezeichnet wird, ähnlich wie früher (vgl. § 46), als Grenzwert

$$r = \lambda^{2/3} R.$$

Für $\lambda = {}^1/_3$; ${}^1/_2$; ${}^2/_3$ ist $r : R = 0{,}48;\ 0{,}63;\ 0{,}76$. Damit i die oben erwähnten Änderungen erfährt, müßte sich also, falls die Planetenatmosphäre während der ganzen Entwicklungszeit ihre maximale Erstreckung beibehielt, der Mond im ersten Falle stets in ihrer äußeren Hälfte, im zweiten in ihrem äußeren Drittel, im dritten sogar in ihrem äußeren Viertel bewegen!

Größere Änderungen von i würden erst dann möglich sein, wenn der Mond, immer vorausgesetzt, daß die Planetenatmosphäre stets ihre maximale Erstreckung beibehält, sich während seiner ganzen Entwicklungszeit in ihren äußersten Grenzschichten aufhielte. Da die verschiedenen Monde wegen ihrer verschiedenen Massen eine verschiedene Einwirkung im Mittel erfahren, so ist jedoch diese Annahme, wenn sie für einen Mond vielleicht auch zutreffen sollte, für die andern gewiß nicht erfüllt[1]. — Auch die Annahme relativ ruhender Teilchen ist daher nicht geeignet, die geringen Neigungen der Mondbahnen gegen die Äquatorebene zu erklären.

Übrigens würde auch an dieser Stelle zu bemerken sein, daß, wenn doch einmal die Voraussetzung, daß die Planetenatmosphären stets ungefähr ihre maximale Erstreckung gehabt haben, gemacht werden müsse, es einfacher sei, anzunehmen, daß die Monde sich aus Massen zusammengeballt hätten, die in diesem Falle über dem Äquator zur Abschleuderung kommen mußten; denn dann würde man nach einer Erklärung ihrer geringen Neigungen nicht mehr zu suchen brauchen (vgl. §§ 136ff.).

Zweiter Abschnitt.

Die Exzentrizitäten der Mondbahnen.

1. Gravitationswirkungen.

66. Reine Gravitationsstörungen und Gezeitenreibung. Ebenso wie bei den Neigungen, ruft auch bei den Exzentrizitäten die gegenseitige Anziehung der Monde, die Anziehung des Planeten, der Sonne und der übrigen Planeten nur *periodische* Änderungen hervor. —

Ist $\omega > \Omega$, d. h. vergrößert die Gezeitenreibung den Abstand des Mondes vom Planeten, so nimmt e im allgemeinen zu (vgl. § 49). Dieser Fall kann also, da nur die Möglichkeit einer Exzentrizitäts**verkleinerung** für unsere Untersuchung eine Bedeutung hat, ausgeschaltet werden. — Wenn die Bedingung

$$\Omega < \omega < {}^{18}/_{11}\, \Omega$$

erfüllt ist, verkleinert sich zwar e; wegen der Eingeschränktheit der Grenzbedingungen kommt ihr aber keine prinzipielle Bedeutung zu, und sie braucht daher nicht berücksichtigt zu werden.

Ist $\omega < \Omega$, d. h. bewirkt die Gezeitenreibung eine Annäherung des Mondes an den Planeten, so verkleinert sich e. In diesem Falle

[1] Die Annahme, daß mehrere Monde gleichzeitig in einem Mittel laufen, dessen Teilchen ungefähr freie Kreisbahnen beschreiben, würde zutreffen, wenn die Planetenatmosphäre die kritische Niveaufläche überstiege und die Monde sich jenseits dieser Fläche befänden. In diesem Falle würde die Atmosphäre jedoch nicht gleichförmig rotieren. Siehe hierüber die §§ 137ff.

kann im allgemeinen ω gegen Ω vernachlässigt werden (vgl. § 64, 2. Fall). Durch Kombination der beiden Gleichungen

$$\frac{de}{dt} = \frac{h\,e}{2\,\xi}(11\,\omega - 18\,\Omega)\,; \quad \frac{d\xi}{dt} = h\,(\omega - \Omega)$$

erhält man daher für $\omega = 0$

$$\frac{e}{e_0} = \left(\frac{\xi}{\xi_0}\right)^9 = \left(\frac{r}{r_0}\right)^{\frac{9}{2}}.$$

Falls die Gezeitenreibung eine merkliche Verkürzung der Bahndimensionen zu bewirken vermag, so ergibt sich aus der letzten Gleichung eine beträchtliche Verkleinerung von e. Im Falle $\omega < \Omega$ würde hiernach die Gezeitenhypothese imstande sein, für die Verkleinerung ursprünglich großer Exzentrizitäten eine genügende Erklärung zu geben.

2. Widerstehendes Mittel.

67. Innere Konstitution des Mittels. Während bei der Erörterung der Neigungsänderungen ein von der Sonne durchschrittenes und ein interplanetarisches Mittel von vornherein auszuschalten waren, ist dies bei der Diskussion der Exzentrizitätsänderungen nicht mehr gestattet. Im allgemeinen verkleinert sich e in einem widerstehenden Mittel, welches seine innere Konstitution auch sein mag. Die früheren Betrachtungen (vgl. §§ 12, 20, 26) haben jedoch gezeigt, daß, wenn e nennenswerte Änderungen erleiden soll, ein größerer Bruchteil der Mondmasse aus dem Mittel aufgenommen werden muß. Unsere Untersuchung hat nunmehr festzustellen, ob die Annahme eines Mittels, das die erforderliche Masse besitzt, zulässig ist, und ob die möglichen Exzentrizitätsverkleinerungen genügende Beträge erreichen.

Ein Mittel, das mit dem Planeten nicht fortschreitet, d. h. also ein von der Sonne durchschrittenes Mittel oder ein interplanetarisches Mittel irgendwelcher Art, falls seine Teilchen nicht freie Kreisbahnen beschreiben, kann in bezug auf den Planeten als ein durchschrittenes Mittel betrachtet werden. In einem solchen Mittel gelangt die Mondbahn während eines Umlaufes des Planeten nacheinander in die 4 Hauptlagen (vgl. § 25). Falls die Planetenbahn kreisförmig ist, gelten also die Integrale der §§ 26 und 27. Die Änderungen von e sind dann durch die Ungleichung

$$\frac{e}{e_0} > 1 - \frac{l}{2\,p}; \quad l = \frac{k\,m}{c_0^2}$$

bestimmt. c_0 bezeichnet die relative Geschwindigkeit, die der Planet und die Teilchen des Mittels in größerer Entfernung voneinander besitzen;

sie ist im allgemeinen größer als die Bahngeschwindigkeit des Planeten. Nach der obigen Ungleichung können nur die Monde eine größere Exzentrizitätsänderung erfahren, bei denen die Geschwindigkeit in der planetennahen Bahnhälfte den Wert c_0 übertrifft. Nur bei den beiden innersten Jupiters- und den drei innersten Saturnsmonden ist die Bahngeschwindigkeit der Monde etwas größer als die des Planeten; bei allen andern Monden ist sie, zum Teil beträchtlich, kleiner. Es hätten also nur wenige Mondbahnen eine verhältnismäßig kleine Exzentrizitätsabnahme erfahren können. — In einem durchschrittenen Mittel treten auch Neigungsänderungen ein (vgl. § 27). Es ist aber fraglich, ob der Planet bei größerer Entfernung der Monde und geringerer eigener Abplattung in den früheren Stadien seiner Entwicklung imstande war, der durch das Mittel erstrebten Neigungsänderung zum Trotze die Monde in seiner Äquatorebene zu erhalten.

Wenn die Teilchen des interplanetarischen Mittels freie Kreisbahnen beschreiben, so würde, falls von den störenden Anziehungswirkungen des Planeten auf die Teilchen abgesehen werden könnte, bei kreisförmiger Planetenbahn angenommen werden dürfen, daß die Monde in einem ruhenden Mittel laufen. Wenn die Monde größere Änderungen der Bahnexzentrizität erleiden sollen, so müssen sie den Hauptteil ihrer Masse aus dem Mittel aufnehmen. Da bei dem Auffangen von Teilchen, durch das kleine in einem Mittel sich bewegende Körper ihre Masse vergrößern, ihre Anziehung kaum eine Rolle spielt (vgl. § 43), da sie nur wenig mehr Teilchen mit sich zur Vereinigung bringen können, als zufällig auf ihrem Wege liegen, so würde also dem interplanetarischen Mittel eine sehr beträchtliche Masse beigelegt werden müssen, wenn größere Exzentrizitätsänderungen eintreten sollen. Dieser Annahme widerspricht aber die Kleinheit des Rotationsmomentes der Sonne (vgl. § 44).

Ein Mittel, das mit dem Planeten verbunden wäre, könnte die Planetenatmosphäre oder ein in der Äquatorebene liegender Wirbelring sein (vgl. § 92, Hypothese von See). In beiden Fällen verkleinert sich die Exzentrizität (vgl. §§ 17 und 20). Doch gelten die Folgerungen und Bedenken des § 65.

Nach dem Gesagten sind die Annahmen über das widerstehende Mittel, die nicht aus anderen Gründen überhaupt zurückzuweisen sind, nur imstande, für kleine Exzentrizitätsänderungen der Mondbahnen eine Erklärung zu geben. Da Exzentrizitätsänderungen als Gravitationswirkung ebenfalls nur dann eine Erklärung finden, wenn eine wenig wahrscheinliche Annahme zugrunde gelegt wird (vgl. § 66), so kann geschlossen werden, *daß die kleinen Exzentrizitäten der Mondbahnen das Produkt spontaner Entwicklung sind.* Dieser Schluß ist zwar nicht ganz so zwingend, wie bei den kleinen Bahnneigungen.

Wenn man sich aber nicht zu ihm bekennen wollte, so würde man zwei wenig miteinander harmonierende Annahmen, die sehr geringer anfänglicher Neigungen und mehr oder weniger beträchtlicher Exzentrizitäten, also strenge Gesetzmäßigkeit auf der einen und Gesetzlosigkeit auf der andern Seite, zu kombinieren haben.

Dritter Abschnitt.

Rechtläufigkeit der Monde.

1. Gravitationswirkungen.

68. Gezeitenreibung. Für die rückläufigen Monde folgt aus der Gleichung

$$\frac{d\xi}{dt} = -h(\omega + \Omega),$$

daß ξ sich verkleinert, der Mond also dem Planeten sich nähert. Es könnte daher die Vermutung auftauchen, daß von den ursprünglich regellos durcheinandergemischten recht- und rückläufigen Monden nur die rechtläufigen sich erhalten konnten, während die rückläufigen vom Planeten absorbiert wurden.

Es sei zunächst für die mit den rückläufigen gemischten rechtläufigen Monde $\omega > \Omega$. In diesem Falle ist die anfängliche Entfernung der rechtläufigen Monde geringer als jetzt. Wenn ein rückläufiger Mond durch Verkleinerung der Dimensionen seiner Bahn diese der Bahn eines regulären Mondes nähert, so nehmen die gegenseitigen Störungen, die sich, infolge der kleinen Umlaufszeiten, in kurzen Zwischenräumen wiederholen, zu. Es ändert sich daher, einerlei ob die Bahnebenen wenig oder beträchtlich gegeneinander geneigt sind, sowohl die Neigung als die Exzentrizität der Bahn des rechtläufigen Mondes. Nach dem früheren (vgl. § 64) können Störungen der Neigung später nicht wieder aufgehoben werden; die Bahnexzentrizitäten erfahren sogar eine Vergrößerung (vgl. § 66). Da Neigungen und Exzentrizitäten der Mondbahnen gegenwärtig klein sind, so ist also die Annahme $\omega > \Omega$ zurückzuweisen.

Im Falle $\omega < \Omega$ nähern sich auch die rechtläufigen Monde dem Planeten. Im allgemeinen kann für $\omega < \Omega$ nach dem früheren (vgl. § 64, 2. Fall) ω gegen Ω vernachlässigt werden. Trifft dies zu, so erfolgt jedoch, bei sonst gleichen Umständen, die Annäherung der rückläufigen Monde nur unwesentlich schneller als die der rechtläufigen; schon durch kleine Massenunterschiede könnten die geringen Unterschiede aufgehoben werden. Die Wahrscheinlichkeit der Erhaltung der rechtläufigen Monde würde also nicht größer als die der rückläufigen sein.

2. Widerstehendes Mittel.

69. Innere Konstitution des Mittels. In einem von der Sonne durchschrittenen Mittel erleiden rückläufige Monde keinen größeren Widerstand als rechtläufige.

In einem ruhenden und einem interplanetarischen Mittel mit frei in derselben oder in beliebigen Richtungen laufenden Teilchen (vgl. § 99) erfahren rückläufige Monde einen etwas größeren Widerstand als rechtläufige[1]). Dies kann aber nicht als genügender Grund dafür gelten, daß die rückläufigen Monde sämtlich ihre Selbständigkeit verloren. Denn da schon kleine Massenunterschiede die Differenzen wieder ausgleichen würden, so müßte man, um die Erklärung aufrecht erhalten zu können, die wenig wahrscheinliche Annahme machen, daß die rückläufigen Monde sämtlich eine beträchtlich kleinere Masse gehabt hätten als der kleinste rechtläufige Mond.

In einem rotierenden Mittel (vgl. § 92) erfahren die rückläufigen Monde allerdings einen bedeutend größeren Widerstand als rechtläufige. In diesem Falle tritt aber, zugleich mit der Verkleinerung des Bahnradius, eine schnelle Änderung von i ein, d. h. die Bahn stellt sich steiler und entzieht sich dadurch, wenigstens bei einem Mittel mit frei beweglichen, dicht um die Symmetrieebene sich gruppierenden Teilchen, der Einwirkung desselben mehr und mehr, oder sie richtet sich soweit auf, bis sie für $i = 90^0$ rechtläufig wird (vgl. § 23). Im ersten Falle müßte erwartet werden, daß sich die rückläufigen Monde in steileren Bahnstellungen erhalten hätten, im zweiten Falle aber, daß sie, rechtläufig geworden, ebenfalls noch große Neigungen gegen die Symmetrieebene des Mittels (d. i. gegen den Planetenäquator) aufweisen würden, da nach dem früheren (vgl. § 65) die für $i = 90^0$ einsetzende Verkleinerung der Neigung nicht zu den gegenwärtigen Neigungen als Endwerten führen konnte (vgl. § 92).

70. Allgemeines Ergebnis. Das Ergebnis unserer Untersuchungen über die Möglichkeit einer erzwungenen Entwicklung der Mondsysteme entspricht dem früheren, die Planeten betreffenden Ergebnis (vgl. § 61). Wenn wir uns nur auf die beiden Hauptfaktoren dieser Entwicklung, die Gezeitenreibung (vgl. §§ 64, 66, 68) und das widerstehende Mittel (vgl. §§ 65, 67, 69) beziehen und von den unwesentlichen reinen Gravitationsstörungen (vgl. §§ 63, 66) absehen, so lautet es:

1. *Umlaufsrichtung, Bahnneigungen und Bahnexzentrizitäten finden bei der Mehrzahl der Monde durch die Gezeitenreibung keine Erklärung.* Auch Darwin weist darauf hin (Ebbe u. Flut, XXI. Kap., S. 391),

[1]) Vgl. P. Lowell, Astr. Nachr. Nr. 4351, Bd. 182.

daß, abgesehen vom Erdmonde, die Gezeitenreibung bei allen Monden ohne Bedeutung gewesen sei.[1]) Vom Erdmonde wird später die Rede sein (vgl. § 150), ebenso von dem etwanigen Einflusse der Gezeitenreibung auf den inneren Marsmond (vgl. § 149) und auf den Neptunsmond (vgl. § 151).

Gar keine Rücksicht haben wir bei unseren Untersuchungen auf die Zeit genommen, die erforderlich wäre, damit die Gezeitenreibung die in Frage stehenden Wirkungen hervorrufen könnte. Diese Zeit ist, auch bei den günstigsten Annahmen, so beträchtlich, daß sie allein schon die Unzulässigkeit der Anwendung der Gezeitenhypothese auf die Entwicklung der Monde zur Genüge dartun würde (vgl. §§ 88 β c, 150, 54).

2. *Die innere Konstitution des widerstehenden Mittels läßt sich zwar so bestimmen, daß es den regulären Mondbahnen die bestehenden Gesetzmäßigkeiten aufzuzwingen vermag. Aber trotzdem erweist sich die Hypothese als unzulänglich. Denn ihre Konsequenzen sind so unwahrscheinlich und widerspruchsvoll, daß sie zu den vorhandenen Schwierigkeiten nur noch neue hinzufügt.*

3. Kapitel. Die Entwicklung der Kometen.

71. Ursprungsmöglichkeiten der Kometen. Ein Urteil über den Wert oder Unwert der zahlreichen Hypothesen über den Ursprung der Kometen läßt sich nur dann gewinnen, wenn man sie von einer sicheren Warte aus, auf Grund zuverlässiger Beobachtungsergebnisse, prüfen kann. Als Anhaltspunkte können folgende Tatsachen dienen:

1. Es sind mehrere Kometen bekannt, die, obgleich für sie eine kurze Periode berechnet wurde, bei ihrem Wiedererscheinen nicht aufgefunden werden konnten, die sich also aufgelöst haben müssen. Von anderen Kometen weiß man, daß sie sich in zwei oder mehrere Teile geteilt haben. Endlich entwickeln fast alle Kometen in der Nähe der Sonne einen Schweif und büßen dadurch bei jedem Umlauf einen Teil ihrer Materie ein. Hieraus darf geschlossen werden, daß die Kometen nicht dauernde Weltkörper sind, sondern nur beschränkte Zeit existieren.

2. Die Bahnen der Kometen zeigen nicht wie die Planetenbahnen eine große Einheitlichkeit und Gesetzlichkeit, sondern sind im Raume

[1]) Es darf jedoch angenommen werden, daß die Übereinstimmung zwischen der Umlaufs- und der Rotationszeit, die, ähnlich wie beim Erdmonde, wahrscheinlich bei den meisten Monden Jupiters und Saturns vorliegt, sich durch Gezeitenreibung erklärt (vgl. § 142).

beliebig orientiert; recht- und rückläufige Kometen sind in ungefähr gleicher Anzahl vorhanden.

3. Die Bahnen der meisten Kometen sind fast parabolisch.

Die erste Tatsache liefert ein gutes Einteilungsprinzip der Hypothesen über den Ursprung der Kometen. Sie läßt darauf schließen, daß die Kometen verhältnismäßig junge Glieder des Sonnensystems sind. Wenn sich hieran nicht zweifeln läßt, so liegen zunächst zwei Möglichkeiten vor. Entweder bilden sich die Kometen aus schon vorhandenen Massen des Sonnensystems, oder sie wandern ihm aus dem Weltraume zu. Die dritte Möglichkeit, die nach einer Bemerkung in Newcomb-Engelmanns Populärer Astronomie (5. Aufl. S. 451) heutzutage als die wahrscheinlichste gelten darf, „daß die Kometen ihren Ursprung in Ansammlungen von Materie nehmen, welche die Sonne in großer Entfernung auf ihrer Wanderung durch den Weltraum begleiten", ist, wenn die betonte Unbeständigkeit der Kometen als Tatsache betrachtet werden darf, auszuschalten, und zwar aus folgenden Gründen. Ansammlungen von Materie, welche die Sonne begleiten, müssen schon von Anfang an mit ihr verbunden gewesen sein; denn wenn sie erst später in die Sphäre der Sonne eingedrungen wären, so würden die aus ihnen entspringenden Kometen nicht in elliptischen, sondern in hyperbolischen Bahnen laufen. Massen, die schon von Anfang an mit der Sonne durch den Weltraum wanderten, unterlagen aber auch von Anfang an bereits der Anziehung der Sonne. Wenn man diese Annahme nicht machen wollte, so würde man zwei Arten von Materie zu unterscheiden haben, eine, die der Gravitation unterworfen, und eine andere, die ihr nicht unterworfen wäre, sich aber lokal und im Laufe der Zeit in die erste verwandeln könnte. Will man diese ohne Zweifel sehr gewagte Annahme vermeiden, so folgt mit Notwendigkeit, daß Ansammlungen von Materie, welche die Sonne begleiten, und, gleichsam als Vorratskammern (Kometenhäuser, homes of comets) dienend, von Zeit zu Zeit Kometen entlassen, nicht vorhanden sind, oder daß sie, falls sie einmal vorhanden waren, sich längst in einzelne Kometen aufgelöst haben. In diesem Falle würde man aber gezwungen sein, wie Kant es tut (vgl. § 93), die Kometen für ebenso alt zu erklären wie das Sonnensystem, was mit ihrem ephemeren Charakter nicht in Einklang zu bringen ist.

Es bleiben daher tatsächlich nur die beiden von uns angegebenen Möglichkeiten übrig, daß die Kometen entweder aus den Massen des Sonnensystems stammen, oder ihm aus dem Weltraume zuwandern (oder zugewandert sind). Im ersten Falle müssen sie aus der Sonne, den Planeten oder andern Körpern des Systems hervorgehen. Im zweiten Falle ist es von Wichtigkeit, ob das Eindringen der Kometen in das System erst jetzt geschieht, ob der beobachtete Lauf also der erste ist, der sie in die Nähe der Sonne führt, oder ob sie bereits früher eingefangen sind und schon mehrere Umläufe gemacht haben. Beide Fälle lassen, nach den Ursachen, welche die Angliederung bewirken können, wieder eine neue Einteilung zu. Entweder ist das Einfangen der Kometen eine Gravitationswirkung, oder es ist auf den Einfluß eines widerstehenden Mittels zurückzuführen. Auf Grund der Tatsache, daß die Kometen verhältnismäßig junge Körper sind, erhalten wir also folgende Übersicht über die Erklärungsmöglichkeiten:

1. Die Kometen stammen aus den Massen des Sonnensystems, und zwar
   a) aus der Sonne oder den Planeten (Eruptionshypothese),
   b) aus den Sternschnuppenkörperchen (Hypothese vom Schulhof).
2. Sie stammen aus dem Weltraume.
   a) Der beobachtete Lauf der Kometen ist ihr erster Umlauf um die Sonne. Ihr Einfangen geht
      α) auf Gravitationswirkungen (Hypothese von Schiaparelli),
      β) auf den Einfluß eines widerstehenden Mittels zurück.
   b) Das Einfangen der Kometen ist bereits früher erfolgt und entweder wieder
      α) auf Gravitationswirkungen (Hypothese von W. H. Pickering), oder
      β) auf den Einfluß eines Mittels zurückzuführen.

72. Diskussion der verschiedenen Ursprungsmöglichkeiten. 1a) Daß die Kometen Eruptionsmassen der Sonne seien, ist deswegen unmöglich, weil jede Eruptionsmasse, auch wenn sie durch eine Rotationsbewegung des sie emporschleudernden Weltkörpers eine seitliche Ablenkung erfährt, auf ihn zurückstürzen muß. Da nur wenige Kometenbahnen einer Planetenbahn nahe kommen, so können auch die störenden Einwirkungen der Planeten nicht so groß sein, daß die Eruptionsmassen durch sie am Zurücksinken auf die Sonne gehindert worden wären. — Der zuletzt angegebene Grund läßt auch nicht zu, die Kometen als Eruptionsprodukte der Planeten zu betrachten. In beiden Fällen bleibt außerdem die näherungsweise parabolische Form der meisten Kometenbahnen unerklärt.

1b) Die Hypothese von Schulhof, daß die Kometen sich nicht nur in Sternschnuppenschwärme auflösen, sondern aus ihnen auch neu entstehen, läßt sich nur schwer mit den Gesetzen der Mechanik in Einklang bringen. Aus diesen resultiert wohl eine Zerstreuung der Massen einer kometarischen Wolke längs der Bahn, aber keine erneute Anhäufung derselben an irgendeiner Stelle, die zu der Erscheinung eines Kometen Anlaß geben könnte[1]). Außerdem bleibt die Frage offen, auf welche Weise die flüchtigen Kometengase neu ins Dasein treten.

Auch wenn die Schulhofsche Hypothese richtig wäre, müßte sie sich den Vorwurf gefallen lassen, daß ihr Wert nur ein relativer sei, da sie das zu Erklärende nur eine Stufe zurückschiebe. Woher kommen die Sternschnuppenschwärme, aus denen sich die Kometen bilden sollen? Ihre Entstehung bedarf nicht weniger der Erklärung als die der Kometen. Es liegt kaum eine andere Möglichkeit vor, als sie so alt zu erklären wie die Planeten. Diese Annahme erweckt aber berechtigte Zweifel. Denn erstens würden die Sternschnuppen und Kometen zu der Zeit, wo die Sonnen- und die Planetenmassen wegen ihrer geringen Dichte noch eine große Erstreckung besaßen, für ihre sehr gestreckt elliptische Bewegung, die sie zur Zeit des Periheldurchgangs oft in die unmittelbare Nähe der gegenwärtigen Sonnenoberfläche führt, keinen Raum vorgefunden haben[2]), und zweitens dürfte es schwierig sein, ihre regellos sich bewegenden Massen mit den übrigen, sämtlich in derselben Richtung laufenden Massen des Sonnensystems in einen inneren, den gleichartigen Ursprung aller Körper des Systems wahrscheinlich machenden Zusammenhang zu bringen.

2 a α) Massen, die der Sonne aus dem Weltraume zueilen, müssen eine Parabel oder eine Hyperbel beschreiben. Die Bahn wird eine Parabel, wenn sie in großer Entfernung von der Sonne relativ zu ihr ruhen, wenn sie also in derselben Richtung und mit derselben Geschwindigkeit wie die Sonne im Weltraum fortschreiten. Wenn diese Bedingung nicht erfüllt ist, wird die Bahn eine Hyperbel. Die Gesamtheit der Planeten wirkt entweder verzögernd oder beschleunigend auf die Kometen ein. Auch wenn der äußerst unwahrscheinliche Fall vorliegen sollte, daß die translatorische Bewegung der Kometen im Weltraume genau dieselbe wie die des Sonnensystems sei, so wäre also zu erwarten, daß schwach hyperbolische Bahnen durchschnittlich ebenso häufig vorkämen wie schwach elliptische. Nun sind jedoch schwach hyperbolische Bahnen äußerst

[1]) Jetzt findet man meistens die Anschauung vertreten, daß der Grad der Zerstreuung der Sternschnuppenschwärme einen Maßstab für das Alter der kometarischen Wolke gebe, aus der sie hervorgegangen sind; vgl. Newcomb-Engelmann, Popul. Astron., 5. Aufl., S. 507.

[2]) Kant, dem die Unbeständigkeit der Kometen noch nicht bekannt war, nimmt an, daß sie aus den äußersten Teilen der chaotischen Masse, die nach ihm den Urzustand des Sonnensystems bildete, entstanden seien (Naturgesch. d. Himmels, 2. Teil, 3. Hauptstück). Diese Erklärung ist nicht haltbar, weil die Kometen nicht die erforderliche Lebensdauer haben; außerdem spricht der erste der obigen Gründe gegen sie (vgl. § 93).

selten. Außerdem geht aus neueren Untersuchungen von Strömgren[1]), Bohlin und Fayet hervor, daß, wenn die planetarischen Störungen in Anrechnung gebracht werden, sämtliche Kometenbahnen elliptisch sind. Da Gravitationsstörungen für sich allein parabolische und hyperbolische Bahnen in ausschließlich elliptische nicht überzuführen vermögen, so kann die Annahme Schiaparellis hiernach nicht als genügende Erklärung gelten.

2aβ) Wenn mit parabolischer oder hyperbolischer Geschwindigkeit dem Sonnensystem sich nähernde Kometen durch den Einfluß eines Mittels stets in elliptische Bahnen gedrängt werden sollen, so muß, da sie aus allen Himmelsgegenden kommen, das Mittel ein solches sein, das nicht nur in Teilstrecken und bei besonderen Lagen der Bahn, sondern stets und überall eine Verkleinerung der Exzentrizität bewirkt. Es scheidet daher sogleich ein von der Sonne durchschrittenes Mittel aus[2]), da dieses bei den Kometen, die aus der Gegend des Apex der Sonnenbewegung herbeieilen, während der Zeit ihrer Annäherung die Exzentrizität vergrößert (siehe die Gleichung für $\frac{de}{dt}$ in § 24 und § 161). Von Mitteln, die mit der Sonne fortschreiten, kommen wieder solche, deren Teilchen übereinstimmende Revolutionsrichtung haben, nicht in Frage, da in Mitteln dieser Art hyperbolische Bahnen, die im Sinne der Bewegungsrichtung des Mittels durchlaufen werden, ebenfalls, solange der Komet bei der Annäherung an die Sonne eine gewisse Grenze nicht überschreitet, eine Vergrößerung der Exzentrizität erfahren. Aus der im § 19 für $\frac{de}{dt}$ hergeleiteten Gleichung, die auch für hyperbolische Bahnen gilt, wenn man a durch $-a$ ersetzt, ergibt sich z. B., daß diese Grenze in einem Mittel mit kreisförmigen Bahnen der Teilchen sich dem Werte $r = 4p$ um so mehr nähert, je größer e ist.

Es bleibt nur noch ein mit der Sonne fortschreitendes Mittel übrig, dessen Teilchen beliebige Bewegungsrich-

---

[1]) E. Strömgren, Über den Ursprung der Kometen. Publ. fra Kobenhavns Observ., Nr. 19; 1914.

In dieser Abhandlung wird für mehrere Kometen mit hyperbolischen Bahnexzentrizitäten der Nachweis geführt, daß ihre Bahnen ursprünglich elliptisch waren. Außerdem enthält der Aufsatz eine Reihe allgemeiner Bemerkungen über den Ursprung der Kometen, die mit unseren Ausführungen große Ähnlichkeit besitzen. Strömgren weist auch auf die Möglichkeit hin, daß die Kometen, obgleich sie jetzt Mitglieder unseres Systems sind, doch in früherer Zeit einma erworben sein können. Nicht genügende Berücksichtigung findet bei ihm die Unbeständigkeit der Kometen, die bei Beurteilung ihrer Herkunft auf keinen Fall übersehen werden darf.

[2]) Auch der Weltäther, falls er als widerstehendes Mittel in Frage käme.

tung besitzen. Ein Mittel dieser Art hat sich aber bis jetzt der astronomischen Beobachtung nicht verraten. Höchstens könnten die Sternschnuppenschwärme, die in allen möglichen Richtungen ihre Bahnen beschreiben, oder die Zodiakallichtmaterie in Frage kommen. Es ist jedoch sehr unwahrscheinlich, daß die Sternschnuppenkörperchen in ihrer Gesamtheit als ein widerstehendes Mittel betrachtet werden könnten. Denn erstens ist die relative Entfernung der Körperchen sehr beträchtlich, und zweitens besteht ihre Wirkung darin, daß sie die Kometenmasse, einerlei ob diese gasförmig ist oder der Hauptsache nach selbst aus Sternschnuppenkörperchen besteht, von allen Seiten durchdringen, auseinanderreißen und zerstreuen. Ähnliches läßt sich von der Materie des Zodiakallichtes sagen. Aber auch in dem Falle, wo Sternschnuppenschwärme und Zodiakallichtmaterie als widerstehende Mittel[1]) betrachtet werden könnten, muß die Annahme, daß die Angliederung der Kometen auf sie zurückzuführen sei, zurückgewiesen werden. Denn bei der Verschiedenartigkeit der kometarischen Größen-, Dichte- und Bahnverhältnisse ist es ausgeschlossen, daß die ursprünglich hyperbolischen Bahnen sämtlich in elliptische übergehen. Ferner ist zu erwägen, daß, da ein mit der Sonne fortschreitendes Mittel ohne Unterbrechung seine Wirkungen äußert, die Exzentrizität der Kometenbahnen beständig weiter abnehmen müßte, und fast parabolische Bahnen daher nur eine Ausnahme, nicht die Regel bilden dürften. Endlich müßte es auch möglich sein, beim Verfolgen des Laufes der Kometen die Einwirkung des Mittels auf sie nachzuweisen. Bis jetzt hat aber noch kein Komet einwandfrei erkennen lassen, daß seine Bewegung einem Widerstande begegnet. Nur beim Enckeschen Kometen haben einige Astronomen vermutet, daß die Beschleunigung seiner mittleren Bewegung durch ein widerstehendes Mittel veranlaßt werde. Die merkwürdigen Ungleichheiten der Größe dieser Beschleunigung haben aber berechtigte Zweifel an der Richtigkeit dieser Erklärung wachgerufen und zu der Annahme geführt, daß weniger der Widerstand, als die Anziehung von Meteorschwärmen, denen der Komet auf seinem Wege begegnet, die Ursache seiner Bewegungsanomalien bildet.

2bα) Bei der Annahme 2$\alpha\alpha$ ließ sich die Vermutung, daß die Kometen durch die störenden Anziehungswirkungen der Planeten festgehalten worden seien, deswegen zurückweisen, weil sich in diesem Falle elliptische und hyperbolische Bahnen in ungefähr gleicher Anzahl vorfinden müßten. Wenn die Kometen bereits früher erworben wurden, so besitzt dieser Einwand nicht mehr ganz dieselbe Beweis-

[1]) Über Sternschnuppenschwärme und Zodiakallichtmaterie als widerstehende Mittel siehe § 149 und § 166.

kraft; denn in der seit der Gefangennahme verflossenen Zeit könnten alle hyperbolischen Kometen in den Weltraum schon zurückgewandert und nur die elliptischen übriggeblieben sein. Doch würde diese Rechtfertigung die neue Annahme erforderlich machen, daß die Sonne auf ihrer Bahn durch den Weltraum nur früher einmal von Kometenmassen begleitet worden sei; denn wenn das Einfangen von Kometen ununterbrochen erfolgte, so müßte neben den zahlreichen elliptischen Bahnen gelegentlich auch eine hyperbolische auftreten.

Bei einer Reihe von Kometen läßt sich zeigen, daß ihre Erwerbung einem der bekannten Planeten zugeschrieben werden kann; besonders bei den kurzperiodischen Kometen haben sich ganze Familien ergeben, die sich bestimmten Planeten zuweisen lassen. Für die große Mehrzahl der Kometen kann jedoch der Nachweis des Zusammenhanges mit einem Planeten nicht erbracht werden. Nun hat W. H. Pickering[1]) versucht, für diese Kometen dasselbe zu erreichen, indem er die Bahnen von drei noch unbekannten, jenseits der Neptunsbahn befindlichen Planeten bestimmt, denen ihre Erwerbung zur Last gelegt werden könnte. Für die Bahnelemente und Massen dieser drei hypothetischen Planeten findet er folgende Werte:

	P	Q	R
Mittlere Entfernung	123	875	6 250
Umlaufszeit	1400	26 000	500 000
Neigung	37°	86°	26°
Exzentrizität	0,35	0,54	0,20
Masse (Sonnenmasse = 1)	—	0,06	0,03
Masse (Erdmasse = 1)	—	20 000	10 000

Die großen Massen, Bahnexzentrizitäten und Neigungen dieser drei Planeten, die sie mit den bekannten Planeten in den schroffsten Gegensatz bringen würden, erwecken von vornherein begründete Zweifel an der Richtigkeit der Pickeringschen Annahmen. Außerdem hat Strömgren darauf hingewiesen[2]), daß die Werte der Apheldistanzen der Kometen, auf denen sich Pickerings Untersuchung in erster Linie aufbaut, wegen der bei der Bestimmung der Kometenbahnen unvermeidlichen Fehler und wegen der Ungenauigkeit der von Pickering benutzten Bahnelemente, bei deren Berechnung die planetarischen Störungen vielfach nicht genügende Beachtung gefunden haben, sich auf keinen Fall als Grundlagen irgendwelcher Schätzungen der Entfernung und der Größe noch unbekannter Planeten eignen.

[1]) W. H. Pickering, A Statistical Investigation of Cometary Orbits. Annals of the Astron. Observ. of Harvard College, vol. LXI, part III, 1911.

[2]) Hyperbolische Kometenbahnen. Astr. Nachr. Bd. 192, Nr. 4598.

Die Voraussetzungen der Pickeringschen Hypothese erscheinen hiernach als so unsicher, daß man ihr kein großes Vertrauen entgegenbringen kann (vgl. Newc. E., a. a. O. S. 443).

2b β) Da nach dem, was bei 2a β bemerkt wurde, keine Wahrscheinlichkeit dafür besteht, daß ein mit der Sonne fortschreitendes Mittel, wie z. B. die Sternschnuppenschwärme oder die Zodiakallichtmaterie, die Angliederung der Kometen bewirkt habe oder bewirke, so kommt nur noch ein von der Sonne durchschrittenes Mittel in Frage. Die für ein Mittel dieser Art im § 24 hergeleiteten Störungsgleichungen und ihre Integrale, die auch für hyperbolische Bahnen gültig sind, wenn man a durch $-a$ ersetzt, lassen erkennen, daß eine Angliederung von Kometen an die Sonne erfolgen kann. Da ferner die Möglichkeit vorliegt, daß die Sonne bei ihrer Bewegung durch den Weltraum in feine, ausgedehnte, zufällig auf ihrem Wege liegende kosmische Nebelmassen, die wie ein widerstehendes Mittel wirken, eintritt, so können die Voraussetzungen der Hypothese als nicht unwahrscheinlich gelten. Wir werden sie im synthetischen Teile ausführlich diskutieren (vgl. § 155ff.).

An dieser Stelle, wo darüber zu entscheiden ist, ob eine erzwungene Entwicklung stattgefunden hat oder nicht, kann es sich nur noch darum handeln, zu erklären, auf welche Weise die einzige deutlich erkennbare Gesetzmäßigkeit, die der Parabel sehr ähnliche Form der Kometenbahnen, hat entstehen können. Da Masse und Dichte der einzelnen Kometen ohne Zweifel sehr verschieden ist, die Wirkung des Widerstandes auf sie also sehr ungleich war, so müßte man erwarten, daß die Exzentrizitäten der entstehenden elliptischen Bahnen alle möglichen Werte angenommen hätten. Die Gleichartigkeit der Exzentrizitäten läßt sich jedoch auf folgende Weise erklären[1]: Die Kometen mit kleinen Exzentrizitäten waren bei ihrer häufigen Wiederkehr zur Sonne den zerstörenden Wirkungen der von der Sonne ausgehenden Kräfte mehr ausgesetzt als die Kometen mit großen Exzentrizitäten und entsprechend langer Periode; bei ihnen trat ein schneller Verfall und endlich die völlige Auflösung ein. Daß schon eine große Anzahl von Kometen mit kleineren Bahnexzentrizitäten der Auflösung verfallen sind, beweisen die Sternschnuppenschwärme, die in großer Anzahl um die Sonne kreisen müssen, da schon die Erde allein auf ihrer jährlichen Bahn mehrere derselben durcheilt, während von den fast 400 berechneten Kometenbahnen nur wenige die Erdbahn durchschneiden. Daß die Sternschnuppenschwärme aus kurzperiodischen Kometen entstanden sind, geht daraus hervor, daß das Phänomen eines Sternschnuppenfalls sich jährlich wiederholt; denn

[1]) Auf diese Erklärung wurde bereits von Crommelin hingewiesen.

dies ist nur unter der Voraussetzung denkbar, daß die Masse des Kometen sich längs einer verhältnismäßig kurzen Bahn zerstreut hat. Wenn die Erklärung zutrifft, so *liegen also die meisten Kometenbahnen nur deswegen der Parabel ziemlich nahe, weil die Kometen mit ungefähr parabolischen Bahnen infolge ihrer seltenen Wiederkehr zur Sonne den zerstörenden Wirkungen der Sonnenkräfte oder anderen ihren Verfall beschleunigenden Einflüssen (vgl. § 166) weniger ausgesetzt waren als die kurzperiodischen Kometen, die sich bald in Sternschnuppenschwärme auflösten.*

4. Kapitel. Das Zodiakallicht.

73. Verschiedene Entwicklungsmöglichkeiten. Wenn die Natur des Zodiakallichtes auch noch viel Rätselhaftes bietet, so scheint doch festzustehen, daß seine stoffliche Grundlage der Hauptsache nach kleine Staubteilchen sind, die in der Form eines vielleicht über die Erdbahn hinausreichenden Ringes oder abgeplatteten Rotationsellipsoids die Sonne umgeben. Wir wollen die Ursprungsmöglichkeiten dieses Ringes diskutieren.

In vielen kosmogonischen Darstellungen findet man die Vermutung ausgesprochen, daß die Zodiakallichtmaterie der letzte Rest des kosmischen Nebels sein könne, aus dem sich das Sonnensystem entwickelt habe. Wenn sie richtig wäre, so würde die Entwicklung derselben im wesentlichen mit der Entwicklung der Planeten übereinstimmen müssen. Da die Planetenbahnen sehr nahe in einer Ebene liegen, so wäre also zu erwarten, daß auch die Materie des Zodiakallichtes sich in einer Ebene, scheibenartig, ausbreite. Dies ist jedoch nicht der Fall. Zwar liegt die Symmetrieebene des Ringes der Ekliptik nahe; seine Breitenausdehnung verlangt aber, bei einer großen Anzahl von Teilchen ziemlich beträchtliche Bahnneigungen gegen die Ekliptik vorauszusetzen. Diese Neigungen als Störungswirkungen, die den Planeten zur Last gelegt werden könnten, aufzufassen, dürfte schwierig sein. Um die Breitenausdehnung des Ringes zu erklären, müßte man daher annehmen, daß sich im Urnebel noch in weiter Entfernung seitlich von den Massen der kleinen inneren Planeten feine Nebelmaterie ausbreitete, die sich nicht zu größeren Massen zusammenballen konnte, sondern in fein verteiltem Zustande selbständig blieb. Wenn diese Annahme zuträfe, dürfte die Zodiakallichtmaterie jedoch nicht bis in die unmittelbare Nähe der Sonne reichen; denn andernfalls hätte die Sonne schon im Urnebel ihre gegenwärtigen Dimensionen haben müssen. Dieser Folgerung könnte man allerdings durch die neue Annahme entgehen, daß ein widerstehendes Mittel eine Annäherung der Teilchen an die Sonne bewirkt habe (vgl. § 155).

Wenn das Zodiakallicht nicht aus dem Urnebel hervorgegangen ist, so liegen noch zwei andere Möglichkeiten vor. Entweder ist es ein späteres Entwicklungsprodukt der Körper des Sonnensystems oder seine Materie ist, ursprünglich dem Sonnensystem fremd, in demselben festgehalten worden. Als Körper, die im Sonnensystem zu der Entstehung des Zodiakallichtringes beigetragen haben könnten, kommen nur die Sonne und die Kometen in Frage. Da nach den früheren Untersuchungen die Kometen jedoch als dem Sonnensystem ursprünglich fremde Körper zu betrachten sind, so können sie bei der Erörterung der ersten Möglichkeit ausgeschlossen werden. Dafür, daß die Materie des Zodiakallichtes mit der Sonne in einem inneren Zusammenhange steht, ist nun tatsächlich ein Anhaltspunkt vorhanden. Nach Wolf und anderen Astronomen fällt nämlich die Symmetrieebene des Zodiakallichtes nicht mit der Ekliptik, sondern mit dem Sonnenäquator zusammen. Wenn sich die Richtigkeit dieser Beobachtungen bestätigen sollte, so würde der Schluß nahe liegen, daß die Zodiakallichtmaterie, gemäß den Voraussetzungen der Laplaceschen Hypothese, von der Sonnenatmosphäre abgeschleudert worden sei. Dieser Annahme stellen sich aber sogleich zwei Schwierigkeiten entgegen. Zunächst müßte wieder erwartet werden, daß die abgeschleuderte Materie nicht die Form eines breiten Rotationsellipsoids, sondern einer sehr flachen Scheibe annehme, und zweitens wird die Richtigkeit der Hypothese dadurch sogar gänzlich in Frage gestellt, daß die Planeten Merkur und Venus, vielleicht auch die Erde, über deren Bahnen sich das Zodiakallicht hinaus erstreckt, in der Sonnenatmosphäre sich bewegt haben müßten, was äußerst unwahrscheinlich ist, da in diesem Falle ihre Existenz gefährdet gewesen wäre.

Es bleibt dann noch die Annahme übrig, daß die Materie des Zodiakallichtes mit den andern Gliedern des Sonnensystems in keiner engeren Verwandtschaft stehe, sondern sich ihnen, wie die Kometen, als fremdes Glied eingereiht habe. Die merkwürdige Beziehung, in der die Symmetrieebene des Ringes zur Äquatorebene der Sonne steht, scheint aber doch darauf hinzudeuten, daß die Angliederung des Ringes in diesem Falle nicht ein bloßes Spiel des Zufalls war, sondern daß noch andere Umstände wirksam gewesen sind, die eine Anpassung an die Gesetzmäßigkeit des Systems hervorzurufen vermochten (vgl. § 166).

II. Spontane Entwicklung.

74. Hypothesen über den Urzustand des Sonnensystems. Während bei der Annahme erzwungener Entwicklung die Glieder des Systems als bereits vorhanden betrachtet werden und die Untersuchung sich darauf beschränkt, festzustellen, ob die Ausbildung der bei ihnen anzutreffenden Gesetzmäßigkeiten als Wirkung irgendwelcher Kräfte aufgefaßt werden kann, bezieht sich die Annahme spontaner Entwicklung in erster Linie auf den Ursprung der Körper; sie verlegt die Entstehung jener Gesetzmäßigkeiten in den Augenblick der Geburt der Körper oder in die der Geburt voraufgehende Zeit, wo sie als selbständige Massen noch nicht existierten. Wenn Vollständigkeit erzielt werden soll, so ist hiernach bei der Annahme erzwungener Entwicklung den Hypothesen über die Art der wirkenden Kräfte noch eine Hypothese über die Art des Ursprungs der Glieder des Systems hinzuzufügen. Wir haben im Vorhergehenden Hypothesen der letzten Art nicht in den Kreis der Untersuchung hereingezogen und konnten dies tun, weil wir bei der Diskussion der spontanen Entwicklungsmöglichkeiten gerade auf diese Hypothesen einzugehen haben. Umgekehrt können wir nunmehr auch alle Annahmen, soweit sie die Ausbildung der Gesetzmäßigkeiten noch in die Zeit nach der Geburt der Körper verlegen, unbeachtet lassen.

Wenn Sonne, Planeten und Monde als selbständige Massen noch nicht vorhanden waren, so mußten sie, da unserer Voraussetzung gemäß das Sonnensystem als geschlossenes System betrachtet werden soll, eine einzige Masse bilden. Die verschiedenen Möglichkeiten der inneren Konstitution dieser Masse geben uns sogleich ein Einteilungsprinzip an die Hand. Entweder beschrieben die Teilchen der Masse, unter dem Einflusse der zwischen ihnen wirkenden Kräfte, freie Bahnen, oder sie führten keine selbständigen Bewegungen aus, sondern bildeten einen den Gesetzen der Gasspannung unterliegenden einheitlichen Körper. Die wichtigste, die erste Annahme zugrunde legende Hypothese ist die *Kantische*; auf der zweiten beruht die *Laplacesche Hypothese.* Die übrigen Hypothesen sind im wesentlichen nur Abänderungsversuche dieser beiden. Wir beginnen unsere Erörterungen mit der letzten Annahme.

1. Kapitel. Die Entwicklung der Sonne und der Planeten.

a) Die Urmaterie des Systems bildet eine einheitliche Masse.

Die Weite der Erstreckung der Urmaterie läßt wieder zwei Annahmen zu. Entweder dehnte sie sich bis zu dem gegenwärtigen Orte der Planeten aus (Hypothese von Laplace), oder die Masse war kleiner und die Planetenmaterie wurde bis zu ihrem gegenwärtigen Orte emporgeschleudert (Hypothese von Birkeland).

Erster Abschnitt.

Die Hypothese von Laplace.

75. Grundlagen der Hypothese. Laplace nimmt bekanntlich an, daß sich die Materie unseres Sonnensystems als rotierender Gasball bis über die Bahn des äußersten Planeten hinaus erstreckt habe, daß bei seiner Zusammenziehung die Zentrifugalkraft am Äquator zuzeiten größer geworden sei als die Schwerkraft, und daß sich aus den Massen, die in diesem Falle zur Abtrennung gelangen mußten, die Planeten zusammengeballt hätten.

Dies ist der Grundgedanke der Laplaceschen Hypothese; bei der Kritik werden wir uns vorwiegend auf ihn beschränken. Die physikalischen Einzelheiten des Vorganges der Abtrennung und Zusammenballung der Planetenmassen werden wir nur kurz behandeln. Zwar sind es gerade diese Einzelheiten, die von Laplace angenommene Ringbildung, das Zerfallen der Ringe usw., die bei wissenschaftlichen Beurteilungen der Laplaceschen Hypothese meistens als Angriffspunkte gewählt werden[1]); man trifft aber den eigentlichen Kern der Laplaceschen Erklärung gar nicht, wenn man die Kritik auf diese Punkte beschränkt. Denn wenn sich auch nicht bestreiten läßt, daß jene Einwände zu Recht bestehen (vgl. § 90), so bleibt doch immer noch die Möglichkeit, daß sich die Abtrennung und Zusammenballung der Planetenmassen in anderer Weise, als Laplace beschreibt (vgl. §§ 136—146), vollzogen haben. Es sind nur argumenta ad hominem, nicht ad rem; diese müßten zeigen, daß der oben ausgesprochene Grundgedanke der Hypothese unrichtig sei.

76. Neigung der Planetenbahnen gegen den Sonnenäquator. In der folgenden Tabelle sind die Winkel zusammengestellt, welche die Bahnen der großen Planeten mit der Jupitersbahn und mit dem Sonnenäquator einschließen:

	Neigung der Planetenbahnen gegen	
	die Jupitersbahn	den Sonnenäquator
Merkur	6,3°	3,3°
Venus	2,3°	3,6°
Erde	1,3°	7,0°
Mars	1,3°	5,4°
Jupiter	0,0°	5,8°
Saturn	1,2°	5,2°
Uranus	1,0°	6,2°
Neptun	1,3°	6,1°

[1]) Man sehe z. B. die Kritik von Schwarzschild in Newcomb-Engelmanns Popul. Astron., 5. Aufl., 1914, S. 717.

Die Tabelle läßt erkennen, daß die Planetenbahnen sich viel näher um die Jupitersbahn herumgruppieren als um die Äquatorebene der Sonne, während doch nach der Laplaceschen Hypothese das letzte zu erwarten wäre. Die Hypothese schließt zwar nicht mit Notwendigkeit ein, daß alle Planetenbahnen genau in der Äquatorebene der Sonne liegen müssen; es können kleine Abweichungen vorkommen. Aber selbst wenn man Abweichungen bis zum Betrage von 6° bis 7° zugeben wollte, so müßten die Planeten innerhalb einer Zone, die sich 6° bis 7° zu beiden Seiten des Sonnenäquators erstreckt, liegen; ihre Bahnen könnten also Winkel bis zu 14° miteinander einschließen. Das Entscheidende ist jedoch, daß die Bahnen aller Planeten[1]) sehr nahe miteinander zusammenfallen, und daß alle dieselbe und nach derselben Seite hin gerichtete Abweichung vom Sonnenäquator besitzen (siehe Fig. 5). Diese Tatsache war Laplace nicht unbekannt. Er erklärt die Abweichung des Sonnenäquators von den Planetenbahnen durch die Annahme, daß die Sonne durch aufstürzende Kometenmassen eine Verschiebung der Rotationsachse erlitten habe[2]). Diese Annahme ist aber gänzlich unzulässig; denn die Masse der Kometen ist bekanntlich so gering, daß man noch bei keinem störende Einwirkungen auch nur auf die viel kleineren Planetoiden oder Monde, in deren Nähe sie gelangten, nachweisen konnte. Auch die neue Annahme, daß ein anderer Weltkörper, vielleicht ein Stern, mit der Sonne zusammengestoßen sei, ist zurückzuweisen: denn wenn dies der Fall gewesen wäre, so müßten die durch ihn bei den Planeten und Monden bewirkten Bewegungsstörungen noch jetzt erkennbar sein.

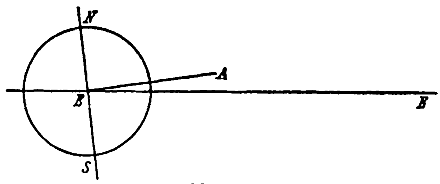

Fig. 5.
EE = Ebene der Planetenbahnen.
EA = Ebene des Sonnenäquators.
NS = Sonnenachse.

77. Die Massen und die Flächenmomente der Planeten.

α) Die Darstellung von Laplace und Poincaré.

a) Ungleichmäßige Dichte des Gasballs (Kern und Atmosphäre). Es läßt sich leicht zeigen, daß die Laplacesche Erklärung für den primären Gasball die Annahme einer kräftigen zentralen Verdichtung notwendig macht (vgl. Poincaré, a. a. O. Nr. 18). Bezeichnet man mit M die Masse des Sonnensystems, mit

[1]) Die großen Neigungen einiger Planetoidenbahnen, die bis zu 30° und mehr ansteigen, würden, da sie kaum als Störungswirkungen erklärt werden können, der Hypothese neue Schwierigkeiten bieten.

[2]) Expos. du syst. du monde; tome II, livre V, p. 438.

r_n den Radius der Neptunsbahn, mit v_n die lineare Geschwindigkeit Neptuns in seiner Bahn, so ist das Rotationsmoment F eines bis zur Neptunsbahn sich erstreckenden homogenen Rotationsellipsoides

$$F = \frac{2}{5} M r_n v_n$$

Bedeutet ρ den gegenwärtigen Sonnenradius, c die lineare Geschwindigkeit eines Punktes am Sonnenäquator, so ist, da das vereinigte Revolutionsmoment aller Planeten das 27-fache des Rotationsmomentes der Sonne beträgt (vgl. § 38), das Gesamtflächenmoment f des Sonnensystems

$$f = 28 \frac{2}{5} M \varrho c .$$

Nun ist $r_n = 6300\,\varrho$, $v_n = 5{,}4$ km/sec, $c = 2$ km/sec; folglich erhält man

$$\frac{f}{F} = \frac{1}{600} .$$

Dieser kleine Bruch läßt erkennen, wie weit der Laplacesche Gasball von der Homogenität entfernt war. Ist hiermit das Vorhandensein einer kräftigen zentralen Verdichtung des Gasballs als notwendig erkannt, so folgt ohne weiteres, daß es erlaubt ist, wenigstens von der Zeit an, wo die Abschleuderung der Planetenmassen begann, in dem Gasball einen kleinen dichten Kern und eine den Kern einschließende, sehr ausgedehnte dünne Atmosphäre anzunehmen. Wird vorausgesetzt, daß Masse und Moment der Atmosphäre gegenüber der Masse und dem Moment der eigentlichen Sonnenmasse vernachlässigt werden konnte, ferner, daß das innere Dichtegesetz der letzteren dem gegenwärtigen entsprach, daß ihre Kontraktion also gleichmäßig erfolgte, so läßt sich der Radius des Kernes leicht bestimmen. Zur Zeit der Erstreckung der Sonnenatmosphäre bis zur Neptunsbahn mußte das gesamte gegenwärtige Flächenmoment des Systems noch in dem Rotationsmoment der Sonne enthalten sein. Bedeutet T die Umlaufszeit Neptuns, t die gegenwärtige Rotationsdauer der Sonne, so ergibt sich also der Radius ϱ' der Sonnenkernmasse gemäß dem Flächensatze aus der Gleichung

$$\varrho' = \varrho \sqrt{\frac{28\,T}{t}} .$$

Man erhält $\varrho' = 258\,\varrho$ oder ungefähr 1,2 Erdweiten. Für die Zeit der Erstreckung der Sonnenatmosphäre bis zur Jupitersbahn würde man, da man das Umlaufsmoment Jupiters dem Rotationsmomente der Sonne hinzuzurechnen hat, in ähnlicher Weise aus der Gleichung

$\varrho' = \varrho\sqrt{18\,T:t}$ $\varrho' = 55\,\varrho$ oder ungefähr $^1/_4$ Erdweite erhalten, und für die Zeit der Erstreckung bis zur Erd- und Merkursbahn aus der Gleichung $\varrho' = \varrho\sqrt{T:t}$ ebenso $\varrho' = 3{,}8\,\varrho$ und $\varrho' = 1{,}86\,\varrho$. Wenn man berücksichtigt, daß das frühere Dichtegesetz der Sonnenkernmasse dem gegenwärtigen vielleicht nicht genau entsprach, daß es dem der Homogenität weniger nahe lag als jetzt, so erfahren die angegebenen Werte zwar eine Vergrößerung; doch ist diese verhältnismäßig gering. Denn unter der Voraussetzung, daß z. B. das adiabatische Dichtegesetz für sie Gültigkeit gehabt hätte, würden sich, da das Trägheitsmoment einer adiabatischen Kugel, wie sich aus den von Emden berechneten Tabellenwerten (Gaskugeln, Kap. V, § 9) durch approximative Integration ergibt, für $\varkappa = {}^5/_3$ (einatomige Gase) $0{,}23\,m\,\varrho^2$, für $\varkappa = {}^7/_5$ (zweiatomige Gase) $0{,}13\,m\,\varrho^2$ statt des für homogene Kugeln gültigen Wertes $0{,}4\,m\,\varrho^2$ beträgt, die angegebenen Werte nur mit 1,32 oder 1,73 multiplizieren. Umgekehrt würden sich, wenn das Moment der Atmosphäre gegenüber dem Moment der Sonnenkernmasse nicht vernachlässigt werden dürfte, für den Radius der letzteren kleinere als die angegebenen Werte berechnen. Da die Werte $258\,\varrho$; $55\,\varrho$; $3{,}8\,\varrho$; $1{,}86\,\varrho$ nur den 25., 20., 55., 44. Teil der Bahnradien der Planeten Neptun, Jupiter, Erde und Merkur ausmachen, so erkennt man, wie klein in dem Laplaceschen Gasball der dichte Kern und wie ausgedehnt die ihn einhüllende dünne Atmosphäre vorauszusetzen ist.

Nach dem Gesagten ist es für die Beurteilung der Laplaceschen Hypothese sehr wichtig, zu beachten, daß sich die Planeten nach Laplace von der *Atmosphäre* der Sonne losgelöst haben, nicht von der eigentlichen Sonnenmasse. Wollte man sich die Sonnenmasse selbst bis zur Planetenbahn ausgedehnt denken, so würde ihr Rotationsmoment bei weitem nicht ausreichen, um am Äquator Massen zur Abschleuderung zu bringen. In einer kritischen Besprechung der Laplaceschen Hypothese macht jedoch See diese Annahme (Astr. Nachr., Bd. 180, Nr. 4308)[1]. Er gelangt, was vorauszusehen ist, zu sehr großen Differenzen zwischen der Rotationsgeschwindigkeit der Sonne und der Umlaufsgeschwindigkeit der Planeten, beweist damit aber natürlich nichts gegen die Laplacesche Hypothese. Dasselbe gilt von seinen die Monde betreffenden Rechnungen. Auch diese haben sich

[1]) Ebenso G. Holzmüller in seinen „Elementaren kosmischen Betrachtungen über das Sonnensystem", Leipzig, 1906. Auch die übrigen von Holzmüller gegen die Laplacesche Hypothese vorgebrachten Argumente, die auf wärmetheoretische Überlegungen zurückgehen, sind gegenstandslos, da sie auf der unrichtigen Annahme beruhen, daß die Zunahme der Rotationsgeschwindigkeit der sich zusammenziehenden Sonne von der Geschwindigkeit ihrer Wärmeausstrahlung abhänge, während sie in Wirklichkeit dem rein mechanischen Gesetze des Flächensatzes folgt.

nach Laplace nicht von der eigentlichen Planetenmasse, als sie sich homogen bis zur Mondbahn erstreckte, sondern von der Planetenatmosphäre abgetrennt.

Ebenfalls folgt aus unseren Angaben, daß es unzulässig ist, anzunehmen, die Sonnenmasse habe mehrfach die Gleichgewichtsfiguren rotierender Flüssigkeiten (Maclaurinsche Ellipsoide, dreiachsige Jacobische Ellipsoide, Poincarésche Birnenfiguren) durchlaufen und im Augenblicke des Instabilwerdens der Birnenfigur jedesmal einen Planeten abgespalten. Das kleine Rotationsmoment des Systems reicht bei weitem nicht aus, um eine Entwicklung dieser Art möglich zu machen. Die Dichte der vereinigten Sonnen- und Planetenmasse würde sich auf das 500000-fache des gegenwärtigen Betrages, oder der Sonnenradius auf den 80. Teil verkürzen müssen, wenn auch nur das Maclaurinsche Grenzellipsoid zur Ausbildung kommen sollte. Außerdem würden die durch Zerfallen der Birnenfigur entstehenden Massen vergleichbare Größen besitzen[1]), während die Planeten nur sehr kleine Bruchteile der Sonnenmasse betragen.

b) Masse und Flächenmoment der äquatorialen atmosphärischen Schichten. Soll eine Abschleuderung von Massen eintreten, so muß sich die Atmosphäre bis zur kritischen Niveaufläche erstrecken. Bezeichnet r den Äquatorialradius der kritischen Niveaufläche, so lautet die Gleichung eines Meridianschnittes derselben (vgl. Poincaré, a. a. O. Nr. 14)

$$\frac{r}{\sqrt{x^2+y^2}} + \frac{1}{2}\frac{x^2}{r^2} = \frac{3}{2}.$$

Die Kurve schneidet die x-Achse unter einem Winkel von 60^0. Die Ellipse, welche dieselben Achsen (r und $^2/_3\, r$) wie die kritische Niveaufläche besitzt, hat die Gleichung

$$x^2 + \frac{9y^2}{4} = r^2.$$

Das ihr entsprechende Rotationsellipsoid ist der Niveaufläche ziemlich dicht benachbart; bei der Bestimmung von Volumteilen kann daher, was sich der Vereinfachung der Rechnung wegen empfiehlt, die Niveaufläche durch das Ellipsoid näherungsweise ersetzt werden. Da das Ellipsoid größer ist als die Niveaufläche, so ergeben sich für die über dem Äquator lagernden atmosphärischen Massen und ihre Rotationsmomente etwas zu große, für die Laplacesche Hypothese also etwas zu günstige Werte.

---

[1]) Äußerstes Massenverhältnis ungefähr 1:3; vgl. des Verfassers Aufsatz: „Über die Entwicklung der Doppelsternsysteme". Abh. Nat. Ver. Brem., Bd. XX, Heft 2.

Ein Kreiszylinder, dessen Achse mit der kleinen Achse des Ellipsoids zusammenfällt, und dessen Grundkreisradius x ist, schneidet von dem Ellipsoid einen ringförmigen Teil ab, dessen Masse m, bei homogener Dichte ε der Atmosphäre, den Wert

$$m = 2\int_x^r 2\pi x y \varepsilon\, dx = \frac{8\pi\varepsilon}{9}(r^2 - x^2)^{3/2}$$

hat. Bedeutet m_0 die Gesamtmasse der Atmosphäre, so ist, da das Volumen des Kernes vernachlässigt werden kann,

$$m_0 = \frac{8\pi\varepsilon}{9} r^3,$$

also

$$\frac{m}{m_0} = \left(1 - \frac{x^2}{r^2}\right)^{3/2}.$$

Ferner ist das auf die kleine Achse bezogene Trägheitsmoment t des Ringteiles

$$t = 2\int_x^r 2\pi x^3 y \varepsilon\, dx = \frac{16\pi\varepsilon}{45}(r^2 - x^2)^{3/2}\left(r^2 + \frac{3}{2}x^2\right),$$

oder

$$t = \frac{2}{5} m \left(r^2 + \frac{3}{2}x^2\right).$$

Bezeichnet t_0 das Trägheitsmoment der ganzen Atmosphäre, so wird

$$t_0 = \frac{2}{5} m_0 r^2,$$

folglich ist auch

$$\frac{t}{t_0} = \frac{m}{m_0}\left(1 + \frac{3}{2}\frac{x^2}{r^2}\right).$$

Die folgende Tabelle enthält die für verschiedene Werte von $x:r$ sich ergebenden Werte von $m:m_0$ und $t:t_0$.

$x : r$	$m : m_0$	$t : t_0$
0,9	0,083	0,183
0,84	0,160	0,329
0,8	0,216	0,423
0,7	0,364	0,632

Die den vorhergehenden Rechnungen zugrunde liegende Annahme, daß die Atmosphäre homogene Dichte habe, trifft in Wirklichkeit niemals zu. Im allgemeinen kann man annehmen, daß sich in hochtemperierten Atmosphären, falls sie einer kräftigen Wärmeausstrahlung unterliegen, wenigstens in den äußeren Schichten das adiabatische Gleichgewicht einstellt (vgl. Emden, Gaskugeln, Kap. XII, § 1 u. § 6). Hiernach sind sämtliche für m und t berechneten Werte Maximalwerte.

Poincaré macht die Annahme (Leçons, Nr. 22), daß nicht nur die über dem Äquator befindlichen höchsten atmosphärischen Massen, deren Geschwindigkeit gleich derjenigen in freien Kreisbahnen ist, zur Abtrennung gelangen, sondern auch die in höheren Breiten jenseits der größten geschlossenen Niveaufläche lagernden Massen, weil diese längs den Niveauflächen der Äquatorebene zustreben. Diese Annahme ist aber unzulässig (vgl. § 90 α), ebenso die andere Annahme, daß eine Vermehrung der abgeschleuderten Massen dadurch eintrete, daß über dem Äquator infolge der Entlastung von den oberen Schichten die Massen der tieferen sich in senkrechter Richtung ausdehnen und in die Gebiete der bereits selbständig gewordenen Massen eindringen. Denn in beiden Fällen würden die sich verschiebenden atmosphärischen Massen mit geringerer Winkelgeschwindigkeit rotieren, als der Bewegung in freien Kreisbahnen entspräche, und da eine Beschleunigung dieser Bewegung wegen der sehr geringen inneren Reibung der Gase erst in langen Zeiträumen erfolgen könnte, anstatt die frei gewordenen Massen zu vermehren, die Bewegung derselben hindern, ihre Bahnradien verkleinern und ihre Selbständigkeit vernichten (vgl. §§ 137ff). Für die Abtrennung im Sinne der Laplaceschen Hypothese kommt demnach nicht die ganze äußere Atmosphärenschicht von der Dicke $r-x$, sondern nur ihr äquatoreales Ringgebiet, dessen Abstand von der Rotationsachse x ist, d. h. also die von uns oben berechnete Masse m in Frage.

Aus den Trägheitsmomenten t ergeben sich die Flächenmomente durch Multiplikation mit der Rotationswinkelgeschwindigkeit ω.

c) Die Massen und Flächenmomente der Planeten. Eine der Laplaceschen Hypothese sehr weit entgegenkommende Annahme würde die sein, daß die Abschleuderung von Massen, die später zur Bildung eines neuen Planeten führt, unmittelbar, nachdem der vorhergehende Planet die letzten in seiner Bahn frei laufenden Teilchen gesammelt hat, beginne und sich fortsetze, bis die Atmosphäre der zentralen Gasmasse sich ins Innere der gegenwärtigen Bahn des neuen Planeten zurückgezogen hat. Dann baut jeder Planet sich aus Teilchen auf, deren Bahnradius zwischen r und $^1/_2\, r$ liegt[1]). Die Flächenmomente der Teilchen an den Grenzen

[1]) Der nächste Planet ist durchschnittlich halb so weit von der Sonne entfernt als der vorhergehende.

dieses Gebietes verhalten sich nach dem 3. Keplerschen Gesetze wie $\sqrt{2}:1$. Wenn die Zusammenziehung des Gasballs überall gleichmäßig erfolgt, so gilt der Flächensatz, der im Falle ungleichmäßiger Zusammenziehung nur auf die Masse als Ganzes angewandt werden dürfte, für jedes einzelne Teilchen; ein gegenseitiger Austausch der Momente zwischen den Teilchen findet dann nicht statt. Bei gleichförmiger Rotation verhalten sich die Flächenmomente der Teilchen im Innern der Gasmasse wie die Quadrate ihrer Abstände von der Rotationsachse. Die Abstände zweier Teilchen, deren Momente sich wie $\sqrt{2}:1$ verhalten sollen, verhalten sich also wie $\sqrt[4]{2}:1$. Während der Zeit, wo sich der Äquatorealradius der Gasmasse von r auf $\frac{1}{2}r$ verkleinert, kommen demnach nur diejenigen Teilchen zur Abtrennung, die bei der anfänglichen Erstreckung der Gasmasse weiter als $r:\sqrt[4]{2} = 0{,}84\,r$ von der Rotationsachse entfernt waren. Nach dem Obigen (vgl. die numerischen Werte bei b) beträgt aber für $x = 0{,}84\,r$ das Rotationsmoment des zur Abtrennung gelangenden atmosphärischen Ringes noch nicht $\frac{1}{3}$ des Momentes der ganzen Atmosphäre, falls homogene Dichte vorausgesetzt wird. Es müßte also, auch wenn man das Moment der Kernmasse ganz vernachlässigt, das Moment der übrigbleibenden atmosphärischen Massen mindestens doppelt so groß als das Moment der neugebildeten Planetenmasse sein. In Wirklichkeit muß das Verhältnis beträchtlich größer sein, da die Atmosphäre nicht homogen sein kann, sondern nach dem Mittelpunkte hin an Dichte zunimmt. Nun ist aber das Moment der Jupitersmasse nicht ein kleiner Teil, sondern 17 mal so groß als das Moment der Sonne (vgl. § 38) und der zur Zeit der Bildung Jupiters mit ihr noch vereinigten Massen der kleinen Planeten[1]). *Diese Tat-*

[1]) Durch Multiplikation der Flächenmomente mit der halben Winkelgeschwindigkeit ergibt sich die kinetische Energie der Umlaufsbewegung der Planeten und der Rotationsbewegung der Sonne. Zur Zeit der Abtrennung der Planeten sind die Winkelgeschwindigkeiten der Sonnenrotation und der Planetenbewegung gleich; die Verhältnisse der Flächenmomente bezeichnen also gleichzeitig die Verhältnisse der kinetischen Energien der Umlaufsbewegung der Planeten und der zur Zeit ihrer Abtrennung vorhandenen Rotationsenergie der Sonne. Bezieht man sich anstatt auf die Flächenmomente auf die kinetischen Energien, so fällt der oben angegebene Widerspruch noch krasser in die Augen. Denn wie ist es denkbar, daß die der Rotationsenergie der Zentralmasse entstammende Bewegungsenergie eines aus den äußersten und feinsten Atmosphärenschichten entstandenen Planeten 17mal so groß sein konnte als die Rotationsenergie der gesamten übrig bleibenden Atmosphäre und des gewaltigen von der Atmosphäre umschlossenen Sonnenkörpers! — Bei der Zusammenziehung nimmt die Rotationsenergie umgekehrt proportional mit dem Quadrate des Radius zu. Der durch Strahlung entstehende Energieverlust hat auf die Rotationsenergie keinen Einfluß.

sache, daß das Revolutionsmoment des einen Planeten Jupiter 17 mal so groß ist als das Rotationsmoment der gesamten, nach seiner Abtrennung übrig bleibenden Zentralmasse, läßt sich auf keine Weise mit den Grundvoraussetzungen der Laplaceschen Hypothese in Einklang bringen und genügt für sich allein, sie bei der Erörterung der Entwicklungsmöglichkeiten des Planetensystems auszuschließen.

Es könnte allerdings noch ein Versuch gemacht werden, die Hypothese dadurch zu retten, daß man die obige Annahme einer während der Zeitdauer der Abschleuderung der Jupitersmasse bestehenden, ungefähr gleichförmigen Zusammenziehung der Gasmasse fallen ließe und durch die Annahme einer ungleichförmigen Kontraktion ersetzte. Man könnte voraussetzen, daß die inneren Massen des Gasballs, der Kern und die unteren Atmosphärenschichten, die zu der Zeit, wo die Abschleuderung der Jupitersmasse begann, den größten Teil des Rotationsmomentes des Systems enthielten, sich schneller zusammenzogen als die äußeren Schichten und infolge davon mit größerer Winkelgeschwindigkeit rotierten als diese, daß sie dann den größten Teil ihres Momentes nach und nach an die höheren Atmosphärenschichten verloren, und daß diese endlich, durch Abschleuderung selbständig werdend, dem neuentstehenden Planeten Jupiter das Moment zuführten.

Die Übertragung des Moments von den inneren auf die äußeren Massen konnte in zweifacher Weise vor sich gehen. Entweder wurde sie dadurch bewerkstelligt, daß die inneren, schneller rotierenden Massen durch Konvektionsströme in die Gebiete der äußeren Massen verpflanzt wurden, oder dadurch, daß die innere Reibung den Unterschied der Rotationsgeschwindigkeiten der inneren und der äußeren Massen allmählich zum Verschwinden brachte. Im ersten Falle, wo die inneren Massen durch Konvektionsströme fortgeführt werden, gelangen sie schon nach kurzer Erhebung in Gebiete, deren Rotationsgeschwindigkeit mit ihrer eigenen Rotationsgeschwindigkeit, die sich gemäß dem Flächensatze umgekehrt proportional mit dem Quadrat ihrer Entfernung von der Rotationsachse verringert, übereinstimmt. Steigen sie noch weiter auf, so rotieren sie langsamer als die umgebenden Massen. Anstatt das Moment dieser Massen zu vergrößern, bewirken sie also umgekehrt eine Verkleinerung desselben. Wenn die oberen Atmosphärenschichten durch Konvektionsströme eine Vergrößerung ihres Momentes erfahren sollten, so hätte man also anzunehmen, daß die Ströme erstens sehr kurz waren und zweitens nicht nur in der eigentlichen Sonnenmasse selbst, sondern auch an beliebigen Stellen der Atmosphäre zum Ausbruch kamen, da andernfalls, wegen der Kürze der Ströme, die Übertragung des Moments auf die innersten Massen beschränkt bliebe. Beide Annahmen sind sehr unwahrscheinlich. Die Möglichkeit der Übertragung des Moments durch Konvektionsströme muß daher ausgeschaltet werden[1]). Es bleibt dann nur die Möglichkeit, daß die *innere Reibung* der Gasmassen diese Aufgabe erfüllte.

Nun berechnet Poincaré (a. a. O. Nr. 25) die Zeit, die erforderlich wäre, damit sich in einer bis zur Neptunsbahn reichenden Sonnenatmosphäre von der Viskosität der atmosphärischen Luft eine Geschwindigkeitsdifferenz um die Hälfte verringere, zu 10^{22} Jahren. Für eine bis zur Jupitersbahn reichende Atmosphäre verkürzt sich diese Zeit auf den $(30 : 5{,}2)^2 = 33$. Teil. Die für die Übertragung des Moments wirklich erforderliche Zeit ist vielleicht noch etwas geringer, weil die bei den inneren und äußeren Teilen der Gasmasse vorliegenden Geschwindigkeitsdifferenzen[2]) so groß sein können, daß sie sich nicht immer um die Hälfte zu verringern brauchen; die Größenordnung der Zeitdauer wird dadurch aber jedenfalls nicht beeinflußt. Es sind hunderte von Trillionen Jahren nötig, um den größten Teil des Rotationsmomentes des Gasballs durch Reibung auf die zur Abtrennung gelangenden und aus den höheren Breiten und den tieferen Schichten stets sich erneuernden äußersten Atmosphärenschichten zu übertragen.

Wenn für die Entwicklung Jupiters allein mehrere Hunderte von Trillionen Jahren erforderlich waren, so mußte die Entwicklungszeit des ganzen Systems noch ein größeres Vielfaches dieses Wertes betragen. Nun nähert sich, wie sich in Anlehnung an die Formeln der kinetischen Gastheorie berechnen läßt, jeder Stern des Milchstraßensystems durchschnittlich alle 10^{14} Jahre einem andern bis auf Jupitersweite[3]). Bei einer Erstreckung bis zur Jupitersbahn würde die Sonne hier-

[1]) Anstatt daß die inneren Massen die Rotation der äußeren beschleunigen, besteht sogar, wenigstens in den oberen Atmosphärenschichten, noch eine Wahrscheinlichkeit dafür, daß die äußeren Massen beschleunigend auf die inneren wirken, und zwar deswegen, weil infolge der starken Wärmeausstrahlung an den Grenzen der Atmosphäre die hier befindlichen Massen abwärts sinken und dabei dem Flächensatze gemäß ihre Rotation beschleunigen.

[2]) Die Geschwindigkeitsdifferenzen hängen von der Schnelligkeit ab, mit der sich die inneren Massen, die den Hauptteil des Rotationsmomentes enthalten, zusammenziehen. Geschieht dies schnell, so sind die Unterschiede zwischen den Winkelgeschwindigkeiten des Kernes und der äußeren Atmosphärenschichten groß; dies ist der für die Übertragung des Rotationsmomentes von den inneren auf die äußeren Massen günstigste Fall. Erfolgt die Zusammenziehung ungefähr gleichmäßig, so sind immer nur geringe Geschwindigkeitsdifferenzen vorhanden, und die für die Übertragung des Rotationsmomentes erforderliche Zeit vergrößert sich entsprechend.

[3]) K. Schwarzschild, Über das System der Fixsterne, Leipzig 1909, S. 18. Vgl. auch § 101.

nach schon in Zeitintervallen von 10^{14} Jahren in die Gefahr kommen, mit einem Sterne zu kollidieren. Während der Zeit der Entwicklung Jupiters hätte sie also allein schon mehr als 1 Million Zusammenstöße erfahren müssen. Wenn mehrfache Kollisionen oder auch nur beträchtliche Annäherungen fremder Sterne stattgefunden hätten, so würde aber Jupiter und ebensowenig irgend ein anderer Planet eine ungestörte Entwicklung durchlaufen haben, und es hätte keine einzige der Gesetzmäßigkeiten der Planetenbahnen zur Ausbildung kommen können.

Die Annahme sehr langer Entwicklungszeiten der Planeten ist auch deshalb zurückzuweisen, weil sie wegen des durch Wärmeausstrahlung ununterbrochen hervorgerufenen Energieverlustes die neue Annahme eines fast unerschöpflichen Energievorrates im Innern der Sonnenmasse erfordern würde. Selbst wenn man der gesamten Sonnenmasse die außerordentliche Atomenergie des Radiums zuschriebe, würde man, unter der Voraussetzung, daß der Betrag der Wärmeausstrahlung in früheren Entwicklungsperioden nicht verschwindend klein gegenüber dem gegenwärtigen gewesen sei, zu Entwicklungszeiten gelangen, die nicht mehr als einige Milliarden Jahre umfassen. (Vgl. Darwin, Ebbe u. Flut, XVII. Kap., Nachtrag, ferner Emden, Gaskugeln, XIV. Kap., § 5 und XVIII. Kap., §§ 19 bis 22.) —

Ein Austausch der Flächenmomente findet auch durch Gezeitenreibung statt. Daß die Planeten ihre großen Momente durch Gezeitenreibung erlangt hätten, ist aber gänzlich ausgeschlossen (vgl. § 39, außerdem Poincaré, a. a. O. Nr. 102).

d) Die Zusammenballung der Planeten. Zugunsten der Laplaceschen Hypothese ist soeben die Annahme gemacht worden, daß ein Planet andere planetarische Massen, deren Bahnen der seinigen benachbart sind, nach und nach sämtlich mit sich zur Vereinigung bringen könnte. Daß diese Annahme in Wirklichkeit falsch ist, haben wir bereits früher ausführlich dargelegt (vgl. § 43, außerdem § 88 β d und § 90 α b). Dasselbe gilt von der ebenfalls der Laplaceschen Hypothese zuliebe gemachten, noch weiter gehenden Annahme, daß ein Planet sogar imstande sei, alle Massen zu sammeln, die in dem Raume zwischen r und $^1/_2\,r$ freie Umläufe ausführen. Wie haltlos diese so verbreitete und kritiklos ausgesprochene Annahme ist, erkennt man sogleich, wenn man sie z. B. auf den Ring der Planetoiden übertragen und behaupten wollte, daß Jupiter und Mars imstande seien, sämtliche Planetoiden aufzufangen, oder daß ihre gegenseitige Anziehung einen einzigen Körper aus ihnen zu formen vermöchte.

β) Die Darstellung von Jeans.

Ebensowenig, wie die erwähnten Schwierigkeiten eine Anwendung der Laplaceschen Erklärung auf die Entstehung des Planetensystems zulassen, ist dies bei einer anderen, der Laplaceschen zu Hilfe kommenden Erklärung der Fall, auf die Jeans bei seinen Untersuchungen[1]) über die Gleichgewichtsfiguren komprimierbarer Gase, die den Untersuchungen Poincarés und Darwins über die Gleichgewichtsfiguren rotierender Flüssigkeiten an die Seite gestellt werden können, geführt worden ist. Jeans zeigt, daß, im Gegensatze zu rotierenden Flüssigkeiten, bei rotierenden Gasen die Entstehung neuer Gleichgewichtsformen nicht an ein bestimmtes Verhältnis der Rotationsgeschwindigkeit und der Dichte gebunden ist. Die Konzentration der Massen um zwei getrennte Zentren kann schon bei sehr kleiner Rotationsgeschwindigkeit erfolgen, wobei das Expansionsbestreben der zwischen den Kernen liegenden Gasmassen der sie zu vereinigen trachtenden Gravitationskraft das Gleichgewicht hält. Obgleich Jeans, wegen der Schwierigkeit der Untersuchung, nicht zu quantitativen, sondern nur zu qualitativen Ergebnissen gelangt ist (vgl. a. a. O., § 50), so erkennt man doch leicht, daß, so wertvoll diese Ergebnisse auch sind, keine Möglichkeit besteht, sie bei der Erklärung der Entstehung der Planeten zu verwenden (über die Anwendung der Jeansschen Erklärung auf die Entstehung der Monde siehe § 90).

1. Die der Teilung voraufgehende Einschnürung der Schichten gleicher Dichte ist nach Darwin bei den inneren Schichten ausgeprägter als bei den äußeren; die Schichten fangen daher auch von innen nach außen fortschreitend an durchzureißen (Ebbe u. Flut, 2. Aufl., S. 381). Wenn die Trennung in der Umgebung des Zentrums, nicht an der Peripherie der Gasmasse erfolgt, so ist jedoch ohne weiteres ersichtlich, daß die Teilmassen in keinem sehr großen Mißverhältnisse zueinander stehen werden, was bei den Planeten, deren größter noch nicht den 1000. Teil der Sonnenmasse beträgt, der Fall ist, und daß dasselbe für die Umlaufsmomente dieser Teilmassen gilt.

2. Wenn nicht die schnelle Rotation der Gasmasse, sondern in erster Linie die Spannkraft der Gase die Ursache der Entstehung sekundärer Planetenkerne ist, so besitzen diese zur Zeit ihrer Entstehung nicht die Geschwindigkeit, die sie besitzen müßten, um freie Kreisbahnen um den Schwerpunkt des Systems zu beschreiben. Der Planetenkern schwimmt gleichsam auf dem Sonnenkerne; die Wiedervereinigung der Kerne wird durch die Spannkraft der zwischen ihnen

[1]) J. H. Jeans, The Stability of a Spherical Nebula. Philos. Tra s. of the Roy. Soc., vol. 199, A.

lagernden Gase verhindert. Ob die wirkliche Abtrennung eintritt oder nicht, hängt nach Jeans (a. a. O. § 42) von dem Betrag der Winkelgeschwindigkeit ab. Über den Vorgang und die Zeit der endgültigen Abtrennung spricht er sich nicht aus; es versteht sich jedoch von selbst, daß die Massen miteinander verbunden bleiben müssen, solange die Umlaufsgeschwindigkeit des Planetenkernes noch geringer ist, als das 3. Keplersche Gesetz für einen Umlauf in freier Kreisbahn erfordert. Zur Zeit der Entstehung des Planetenkernes sei die Rotationswinkelgeschwindigkeit ω_0, die Entfernung des Kernes vom Mittelpunkte der Sonne sei r_0. Dann ist das Flächenmoment der Umlaufsbewegung des Systems proportional $\omega_0 r_0^2$. Bei der Zusammenziehung des Sonnenkernes und gleichzeitiger Annäherung des Planetenkernes an den Schwerpunkt bleibt es dem Flächensatze gemäß ungeändert; d. h. es ist $\omega r^2 = \omega_0 r_0^2$. Soll der Planetenkern eine freie Kreisbahn beschreiben, so verlangt das 3. Keplersche Gesetz, daß ω der Gleichung $\omega^2 r^3 = k M$ genügt. Ist die anfängliche Winkelgeschwindigkeit ω_0 das λ-fache derjenigen, die der Planet in der Entfernung r_0 in freier Kreisbahn besitzen müßte, so hat man also auch $\omega_0^2 r_0^3 = k M \lambda^2$. Durch Kombination der angegebenen Gleichungen ergibt sich

$$r = \lambda^2 r_0.$$

Sollen mehrere nacheinander entstehende Planeten sich in ihrer Entwicklung nicht stören, so darf bei keinem Planeten r_0 größer als der Bahnradius r' des nach außen benachbarten Planeten sein; es besteht also die Bedingung

$$\lambda > \sqrt{\frac{r}{r'}}.$$

Nun ist das Verhältnis der Bahnradien zweier aufeinanderfolgender Planeten stets größer als 0,5, bei Erde und Venus sogar größer als 0,7; λ liegt demnach zwischen den Grenzen 0,7 und 1. Ist λ nur wenig kleiner als 1, so besitzen aber die Planetenkerne zur Zeit ihrer Entstehung fast schon die Geschwindigkeit, die ihnen in freier Kreisbahn zukommen würde, woraus folgt, daß es, falls sie durch Abtrennung entstanden wären, weniger die Spannkraft als die Rotationsbewegung der Gasmasse war, was die Trennung bewirkte.

Nach dem Gesagten scheint die Möglichkeit vorzuliegen, die Jeanssche Erklärung auf die Entstehung der Doppelsterne anzuwenden, deren Komponenten vergleichbare Massen und Momente besitzen, und bei denen die Annahme, daß in der von der beginnenden Kernteilung bis zur völligen Abtrennung verfließenden Zeit eine beträchtliche Annäherung der Komponenten erfolgte, wegen ihrer Zweizahl auf keine Schwierigkeiten stößt. Auf diese Möglichkeit ist auch von Jeans selbst (Astrophys. Journ., vol. XXII, 1905) und von Darwin (a. a. O. S. 378ff.) hingewiesen worden.

78. **Die 4 kleinen Planeten und die Planetoiden.** Aus den Erörterungen des vorhergehenden Paragraphen ergibt sich, daß alle Planeten, deren Flächenmomente größer als das Rotationsmoment der Sonne sind, nicht aus der Sonmenatmosphäre durch Abschleuderung entstanden sein können. Dies trifft für die 4 großen, aber nicht für die 4 kleinen Planeten und die Planetoiden zu[1]. Es bleibt daher zu untersuchen, ob vielleicht auf diese die Laplacesche Erklärung angewandt werden könne (vgl. § 145). Folgende Gründe sprechen dagegen:

1. Massen, die von der Sonne abgeschleudert worden sind, müssen in Bahnen laufen, die nur geringe Neigungen gegen den Sonnenäquator aufweisen. Die Bahnen des Mars, der Erde und der Venus schmiegen sich aber der Jupitersbahn enger an als dem Sonnenäquator (vgl. die Tabelle § 76).

2. Die großen Neigungen und Exzentrizitäten einiger Planetoidenbahnen lassen sich nicht wohl als säkulare Störungswirkungen auffassen[2], sondern weisen auf besondere Bedingungen hin, denen diese Körper bei ihrer Entstehung unterlagen.

3. Es wird sich später zeigen (vgl. § 142), daß aus der Atmosphäre rotierender Weltkörper entstehende Satelliten wahrscheinlich eine umgekehrte Rotationsbewegung annehmen oder eine solche, deren Periode mit der Periode der Revolutionsbewegung übereinstimmt. Mars und Erde haben aber eine schnelle direkte Rotation.

4. Die Exzentrizität der Merkursbahn ist so beträchtlich ($e = 0{,}2$, Minimalwert nach Stockwell 0,121), daß die Erklärung ihrer Entstehung gemäß der Laplaceschen Hypothese auf große Schwierigkeiten stößt. Man könnte zwar den Versuch machen, dadurch zum Ziele zu gelangen, daß man für Merkur eine durch Ge-

---

[1]) Wenn es erlaubt wäre, zu der Zeit der Entstehung der Planeten Neptun, Uranus und Saturn die Flächenmomente der später als jeder von ihnen entstehenden Planeten, in erster Linie das Moment Jupiters, dem Rotationsmomente der Zentralmasse hinzuzurechnen, so würden ihre Flächenmomente zwar nur Bruchteile des Momentes der Zentralmasse betragen (bei Neptun und Uranus ungefähr 0,1, bei Saturn 0,4). Da aber nach den Auseinandersetzungen des vorhergehenden Paragraphen die Jupitersmasse nicht Teil der Zentralmasse gewesen sein kann, so darf auch ihr Moment zur Zeit der Entstehung der drei jenseits der Jupitersbahn befindlichen Planeten nicht als Teil des Moments der Zentralmasse betrachtet werden. Es können daher auch Neptun, Uranus und Saturn nicht gemäß der Laplaceschen Hypothese entstanden sein.

[2]) Vgl. Newcomb-Eng., Pop. Astr.; 5. Aufl., S. 409.

zeitenreibung hervorgerufene Vergrößerung der ursprünglichen Bahnexzentrizität annähme; es läßt sich aber zeigen, daß der Betrag dieser Änderungen quantitativ bei weitem nicht ausreicht, um den vorliegenden Wert zu erklären. Es sei

$$h = \varepsilon \frac{m^2 \varrho^7}{M^3 r^6},$$

wo M die Masse, ϱ den Radius der Sonne, m die Masse Merkurs, r den Radius seiner Bahn und ε einen Proportionalitätsfaktor bedeutet. Dann ist (Poincaré, a. a. O. Nr. 118)

$$\frac{de}{dt} = \frac{h\,e}{2\sqrt{r}}(11\,\omega -$$

Bezeichnet man die entsprechenden Größen im System „Erde-Mond" mit denselben gestrichelten Buchstaben, so folgt

$$\frac{d \log e}{d \log e'} = \frac{h}{h'}\sqrt{\frac{r'}{r}}\,\frac{11\,\omega - 18\,\Omega}{11\,\omega' - 18\,\Omega'}.$$

Setzt man $\varrho = r$, so hat die rechte Seite dieser Gleichung den Wert 0,003. Auch wenn sich die Sonnenmasse homogen bis zur Merkursbahn ausdehnte, würde die Rückwirkung der Sonnengezeiten auf Merkur hiernach beträchtlich geringer sein als bei gleicher Viskosität die Rückwirkung der Erdfluten auf den Erdmond in seiner gegenwärtigen Entfernung. Der Einfluß der Gezeiten der Erde auf die Mondbahn ist von G. H. Darwin bestimmt worden[1]). Er gelangt, auch bei Zugrundelegung sehr günstiger Annahmen, zu sehr langen Entwicklungszeiten (vgl. § 58). Nun darf, wenn eine Exzentrizitätsvergrößerung eintreten, d. h. die Bedingung $11\,\omega - 18\,\Omega > 0$ erfüllt sein soll, für die Sonne keine wesentlich größere Erstreckung als die gegenwärtige angenommen werden. Die Gezeitenwirkung ist aber der 6. Potenz des Radius des den Gezeiten unterliegenden Körpers proportional. Wenn schon die Wirkung der Erdfluten auf den Mond gering ist, so wird also die Wirkung der Sonnenfluten auf Merkur verschwindend klein. —

Unsere Kritik führt zu dem Ergebnis, daß die in dem Planetensystem vorliegenden Verhältnisse eine Erklärung auf Grund der Laplaceschen Hypothese nicht zulassen. Dies würde nur dann der Fall sein, wenn 1. die Ebene der Planetenbahnen mit der Äquatorebene der Sonne sehr nahe zusammenfiele, und wenn 2. das Revolutionsmoment der Planeten nur einen Bruchteil des Rotationsmomentes der Sonne betrüge, d. h. wenn entweder die großen Planeten viel kleiner wären,

[1]) Phil. Trans. of the Roy. Soc., Part. II, 1879 und 1880.

als sie es sind, oder wenn die Sonne sich wenigstens 30mal so schnell um ihre Achse drehte, als es geschieht. Die Laplacesche Erklärung stößt noch auf eine Reihe anderer Schwierigkeiten, die später, bei der Darstellung der Entwicklung der Monde, erörtert werden (vgl. § 90). Besonders führt, wie bereits bemerkt (vgl. § 77 α d), die Annahme, daß die einzelnen Teilmassen, in welche die abgeschleuderten Ringe zerfallen, sich zu einem einzigen Planeten vereinigen, zu den größten mechanischen Schwierigkeiten und wird auch von Poincaré nicht in befriedigender Weise begründet. —

Poincaré ist der Meinung, daß trotz der Einwendungen, die gegen die Laplacesche Hypothese erhoben worden sind, und trotz der Entdeckungen, welche die Astronomen neuerdings gemacht haben, und die Laplace sehr in Erstaunen gesetzt haben würden, sie immer noch dominiere, und daß sie es sei, die am besten von den Tatsachen Rechenschaft gebe (a. a. O. préf. page VI, XXIV; Nr. 53—56). Diese günstige Beurteilung der Laplaceschen Hypothese ist vielleicht berechtigt, soweit es sich um die Entstehung der *regulären Monde* handelt (vgl. § 136ff.); wir glauben aber gezeigt zu haben, daß sie nicht statthaft sei, soweit die *Planeten* in Frage kommen. Poincaré geht über die Schwierigkeiten, welche die Anwendung der Hypothese auf die Entstehung der Planeten unmöglich machen, hinweg. Er gesteht zwar ein, daß sehr lange Zeitperioden erforderlich waren, damit die Ringe sich abtrennen und aus ihnen die Planeten sich zusammenballen konnten (a. a. O. Nr. 25—28, 54), und macht auch darauf aufmerksam, daß die Annahme extrem langer Entwicklungszeiten nicht unbedenklich sei (a. a. O. préf. page VII—VIII); aber es ist nicht einmal in erster Linie die Länge der erforderlichen Entwicklungszeit, die der Laplaceschen Hypothese das Fundament untergräbt, sondern der innere Widerspruch, den die Annahme in sich schließt, daß die bei der Entstehung Jupiters zur Abtrennung kommende Ringmasse, die doch den *äußersten atmosphärischen Schichten* entstammt, ein Moment besitzt, das 17 mal so groß ist als das Moment der ganzen übrigen Atmosphäre und der Sonnenmasse zusammengenommen. Die obersten Atmosphärenschichten können immer nur einen *Bruchteil* des Gesamtmomentes des Systems enthalten. Soll ein größeres Moment auf sie übergehen, so müßte eine Kontraktion und infolge davon eine Rotationsbeschleunigung der Sonnenkernmasse stattfinden, bei welcher durch Vermittlung der *Reibung* das Moment der inneren Massen allmählich auf die höchsten Atmosphärenschichten übertragen würde. Wenn es auch denkbar ist, daß die Übertragung eines kleinen Momentes von den inneren auf die äußeren Massen sich vollzog, so ist es doch gänzlich ausgeschlossen, daß sich schließlich das bei dem Planeten Jupiter vorliegende unverhältnismäßige Übergewicht des Moments über das der inneren Massen einstellen konnte. Die Annahme, daß dies doch der Fall gewesen sein könne, würde, weil die Wahrscheinlichkeit dafür außerordentlich gering ist, keinen Anspruch mehr darauf erheben können, als Grundlage einer befriedigenden Erklärung angesehen zu werden. — Eine andere Schwierigkeit, die der Laplaceschen Erklärung entgegensteht, und auf die Poincaré ebenfalls keine Rücksicht nimmt, liegt darin, daß die Planetenbahnen nicht mit der Äquatorebene der Sonne zusammenfallen, sondern sämtlich ungefähr dieselbe und nach derselben Seite gerichtete Abweichung von ihr aufweisen.

Zweiter Abschnitt.

Die Hypothese von Birkeland.

79. Grundlagen der Hypothese. Birkeland schreibt[1]): „Geführt durch experimentelle Analogien, bin ich dazu geführt worden, anzunehmen, daß in den in Entwicklung befindlichen Sonnensystemen Kräfte elektromagnetischen Ursprungs, von derselben Größenordnung wie die Gravitation, wirksam sind, und daß diese Kräfte die in fast kreisförmigen, wenig gegeneinander geneigten Bahnen um die Sonne laufenden Planeten, die die Planeten umgebenden Monde und die Spiral- und Ringnebel hervorgebracht haben.

Die äußersten, kürzlich entdeckten Monde Jupiters und Saturns mit retrograder Bewegung widersprechen dieser Annahme nicht. Sie lassen im Gegenteil vermuten, daß, wenn jenseits Neptuns neue Planeten entdeckt werden, diese ebenfalls eine retrograde Bewegung um die Sonne ausführen.

Mit Bestimmtheit kann ich behaupten, daß die Sonnen in Beziehung auf den Weltraum eine außerordentliche negative elektrische Spannung besitzen, die für die verschiedenen Sterne verschieden ist und für unsere Sonne und ihr ähnliche Sterne ungefähr 600 Millionen Volt beträgt.

Mit Hilfe experimenteller Analogien habe ich zu zeigen versucht, wie sich um den Stern ein magnetisches Feld bilden kann, dessen Achse in die Rotationsachse des Sternes fällt, und wie, vorwiegend in der äquatorialen magnetischen Ebene, von dem zentralen Körper herrührende elektrische Entladungen entstehen können, die mit einer beständigen Abschleuderung materieller Teilchen verbunden sind, welche fortfahren, in derselben Ebene ihre Bahnen zu beschreiben.

Die Rechnung führt zu dem Resultat, daß die Teilchen, deren Masse im Verhältnis zu ihrer elektrischen Ladung klein ist, größere

[1]) Sur l'origine des planètes et de leur satellites. Comptes rendus, tome 155, Nr. 19, 1912.

Bahndimensionen erlangen als die Teilchen, die im Verhältnis zu ihrer Ladung eine große Masse besitzen. Wenn man außerdem alle Bedingungen als gleich voraussetzt, so nähern sich, im Falle die Sonne entgegengesetzt magnetisiert ist als die Erde, die in retrograden Revolutionen befindlichen negativen Teilchen Grenzkreisen mit einem größeren Radius als die positiven Teilchen, welche sich in direkten Revolutionen ihren Grenzkreisen nähern.

Damit unsere Annahmen realisiert werden können, muß nachgewiesen werden, daß die von einer Metallkathode fortgeschleuderten metallischen Teilchen eine positive Ladung mit sich führen. Zahlreiche Experimente haben mir mit vollkommener Evidenz zu schließen erlaubt, daß dies wirklich der Fall sei."

80. Kritik der Hypothese. Es ist leicht zu zeigen, daß die Birkelandsche Hypothese, auch wenn man ihre physikalischen Grundlagen gelten läßt, nicht zu einer Erklärung der Entstehung der Planeten führt, weil sich gegen sie ungefähr dieselben Einwendungen erheben lassen wie gegen die Laplacesche Hypothese.

a) Da die kräftigsten Entladungen in der Äquatorebene der Sonne erfolgen, so müßten alle Planetenbahnen in dieser Ebene liegen oder sich wenigstens mit geringen Neigungen symmetrisch um sie gruppieren. Nun sind die Planetenbahnen gegeneinander allerdings nur wenig geneigt, weichen aber vom Sonnenäquator sämtlich nach einer Seite hin beträchtlich ab (vgl. § 76).

b) Die Sonne vermag auf die von ihr fortgeschleuderten Massen nur einen geringen Teil ihres Rotationsmomentes zu übertragen. Das Revolutionsmoment des Planeten Jupiter allein ist jedoch schon mehr als 17mal so groß als das Rotationsmoment der Sonne. Seine Masse kann also nicht von der Sonne fortgeschleudert sein. — Da sich die Abschleuderung als Stoßwirkung betrachten läßt, so können auf sie auch die Stoßgesetze übertragen werden. Diese beruhen auf dem Grundsatze der Mechanik: „Wirkung und Gegenwirkung sind einander gleich." Eine ruhende elastische Masse m werde von einer größeren, mit der Geschwindigkeit V fortschreitenden elastischen Masse M gestoßen. Dann ist nach dem Stoße die Geschwindigkeit der gestoßenen Masse gleich

$$\frac{2\,M\,V}{M+m},$$

die der stoßenden gleich

$$\frac{(M-m)\,V}{M+m}.$$

Multipliziert man die Geschwindigkeiten mit den Massen, so erhält man ihre Bewegungsmomente. Diese verhalten sich also wie 2 m zu

$M - m$, oder, wenn m gegen M vernachlässigt werden kann, wie $2m$ zu M, d. h. *das auf den kleineren, gestoßenen Körper m übergehende Moment ist nur ein Bruchteil des Momentes des größeren, stoßenden Körpers M, und um so kleiner, je kleiner m ist.* Hieraus folgt, daß die Sonne den durch Abschleuderung aus ihr hervorgehenden Planeten nur einen kleinen Bruchteil ihres Momentes übertragen kann (vgl. § 77 α c).

Diese beiden Argumente sind nicht mehr anwendbar, wenn die Birkelandsche Erklärung auf die Entstehung der Monde angewandt wird. Doch lassen sich noch andere Gründe gegen ihre Richtigkeit anführen (vgl. § 90 α).

α) Daß die abgeschleuderten Massen sich in Kreisen bewegen, ist nur ein Grenzfall. Im allgemeinen sind die Bahnen mehr oder weniger elliptisch. Man müßte also erwarten, daß die Satellitenbahnen merklich elliptisch seien, was nicht der Fall ist.

β) Die gegenseitige Anziehung zwischen den in benachbarten Bahnen laufenden Teilchen ist so unbedeutend, daß es niemals zu einer Zusammenballung derselben kommen dürfte (vgl. § 88 β). Die Annäherung der Teilchen wird durch ihre gleichartige elektrische Ladung noch erschwert.

γ) Birkeland spricht sich nicht darüber aus, welchen weiteren Entwicklungsgang die in elliptischen Bahnen sich bewegenden Teilchen durchlaufen, die sich nicht zu Planeten und Monden kondensieren (vgl. §§ 43, 44, 88).

δ) Die Rotationsbewegung der Planeten findet keine Erklärung.

b) Die Teilchen der Urmaterie sind frei beweglich.

Auch in diesem Falle liegen zwei Möglichkeiten vor. Entweder haben die Teilchen eine bevorzugte Bewegungsrichtung[1]) (Hypothese von Faye), oder sie bewegen sich in allen möglichen Richtungen (Hypothese von Kant und Ligondès).

Erster Abschnitt.

Die Hypothese von Faye.

81. Bewegung in einem homogenen Ellipsoid. Faye[2]) setzt voraus, daß die Urmaterie homogen und der Form nach ellipsoidisch

[1]) Die Voraussetzung einer inhomogenen Masse soll hier nicht weiter diskutiert werden. Bei gewissen Annahmen über Dichteverteilung und Bewegungsrichtung der Teilchen erweist sie sich als geeignet, einer Hypothese über die Entwicklung des Sonnensystems als Grundlage zu dienen (vgl. §§ 121 ff.).

[2]) H. Faye, Sur l'origine du monde. Paris, Gauthier-Villars, 1907, Kap. XIII.

war. In einem homogenen Ellipsoid bestehen, wenn seine Achsen mit den Koordinatenachsen zusammenfallen, für die Bewegung eines Punktes die Gleichungen (vgl. Poincaré, a. a. O. Nr. 71)

$$\frac{d^2x}{dt^2} + \alpha^2 x = 0,$$

$$\frac{d^2y}{dt^2} + \beta^2 y = 0,$$

$$\frac{d^2z}{dt^2} + \gamma^2 z = 0.$$

α^2, β^2, γ^2 sind drei von den Achsen und der Dichte des Ellipsoids abhängende Konstanten. Die allgemeinen Integrale lauten

$$x = A \sin \alpha t + B \cos \alpha t,$$
$$y = A_1 \sin \beta t + B_1 \cos \beta t,$$
$$z = A_2 \sin \gamma t + B_2 \cos \gamma t.$$

Hiernach durchlaufen alle Teilchen ihre Bahnen in derselben Zeit; die Bewegung verläuft, auf die drei Achsen projiziert, in jeder Achse als einfache Schwingungsbewegung.

In einem Rotationsellipsoid, dessen Achse mit der z-Achse zusammenfällt, ist $\alpha = \beta$; die Projektion jeder Bahn auf die Äquatorebene ist dann eine Ellipse, deren Mittelpunkt mit dem Mittelpunkte der Gasmasse zusammenfällt. Die x- und y-Achse sollen so gewählt werden, daß sich für $t = 0$ ein bestimmtes Teilchen im Endpunkte der großen Bahnachse befindet. Dann ist

$$x = a \cos \alpha t, \quad y = b \sin \alpha t.$$

Für die Geschwindigkeiten, die das Teilchen im Endpunkte der großen und der kleinen Achse besitzt, findet man leicht die Werte αb und αa. Das Flächenmoment ist dann gleich $\alpha a b$. Sind sämtliche Projektionen Kreise, so ist die Summe aller auf die Äquatorebene projizierten Flächenmomente gleich dem Rotationsmoment derselben Masse, falls sie mit gleicher Winkelgeschwindigkeit um die z-Achse eine gleichförmige Rotationsbewegung ausführt. Früher (vgl. § 77 α a) haben wir gezeigt, daß das Gesamtflächenmoment des Sonnensystems nur ungefähr den 600. Teil desjenigen eines homogenen bis zur Neptunsbahn reichenden und mit der Winkelgeschwindigkeit dieses Planeten rotierenden Rotationsellipsoids beträgt. Hieraus geht hervor, daß in der von Faye angenommenen Gasmasse die Projektionen der Bahnen auf die Äquatorebene größtenteils sehr langgestreckte Ellipsen sein müssen, und daß unter ihnen nur sehr wenige Kreise vorkommen können. Das durchschnittliche Verhältnis der großen und der kleinen Bahnachse der

Ellipsen läßt sich leicht bestimmen. Das Flächenmoment eines in einer Kreisbahn mit dem Radius a laufenden Teilchens ist nach dem obigen αa^2. Wenn das wirklich vorhandene Moment $\alpha a b$ den 600. Teil desselben betragen soll, so ist also durchschnittlich

$$\frac{b}{a} = \frac{1}{600}.$$

Setzt man für a die Neptunsweite, so folgt hieraus, daß die kleine Achse sämtlicher durch Projektion der Bahnen entstandenen Ellipsen durchschnittlich kleiner als $^1/_8$ Merkursweite oder nicht größer als 10 Sonnenradien ist.

82. Neigungen und Exzentrizitäten der Planetenbahnen. Die langgestreckte Form der durch Projektion der Bahnen auf die Äquatorebene entstehenden Ellipsen läßt zwei Erklärungen zu. Entweder sind auch die wirklichen Bahnen der Teilchen sehr in die Länge gestreckt, fast geradlinig, oder die Bahnebenen stehen ungefähr senkrecht auf der Äquatorebene, fallen also mit den Meridianebenen fast zusammen.

Faye setzt voraus, daß von den in elliptischen Bahnen[1]) laufenden Teilchen eine Anzahl auch Kreisbahnen beschreiben, daß diese Kreisbahnen sich erhalten können, weil wegen der großen gegenseitigen Entfernungen der Teilchen Zusammenstöße in dem Gebiete der Kreisbahnen sich nur selten ereignen, daß aber in der Nähe des Anziehungszentrums, wohin die zahlreichen in stark elliptischen Bahnen laufenden Teilchen gelangen, die Zusammenstöße häufiger seien, so daß hier allmählich eine größere Zentralmasse zur Ausbildung komme. In einem homogenen Ellipsoid bewegen sich die in Kreisbahnen laufenden Massen mit derselben Winkelgeschwindigkeit, rotieren also wie feste Ringe. Dies ist nach Faye der Grund dafür, daß die Ringmaterie sich um einzelne kräftige Anziehungszentren sammeln kann, und daß die entstehenden Teilmassen, die sich später allmählich zu einem Planeten zusammenschließen, in demselben Sinne rotieren wie sie umlaufen.

Weil die Teilchen des Ellipsoids nach Faye wegen ihrer großen Entfernungen fast ungestörte Bahnen beschreiben, so sind keine Ursachen vorhanden, die bewirken könnten, daß die Entstehung von Kreisbahnen auf eine bestimmte Ebene beschränkt bliebe (siehe dagegen die Kantische Erklärung, § 85). Ergibt sich die große Bahn-

[1]) Die Bahnen der Teilchen sind genau genommen keine Ellipsen, sondern Raumkurven, die Ähnlichkeit mit den ebenen sog. Lissajousschen Kurven haben. Für jeden Punkt dieser Kurven kann man jedoch eine oskulierende Bahnellipse bestimmen. Diese von Punkt zu Punkt stetig sich ändernden oskulierenden Ellipsen sind oben summarisch als Bahnellipse bezeichnet.

exzentrizität der in der Äquatorebene liegenden Bahnprojektionen daraus, daß die Mehrzahl der Bahnen fast senkrecht auf dieser Ebene steht, so besteht also eine größere Wahrscheinlichkeit dafür, daß sich die Teilchen der meridionalen Bahnen zu Planeten vereinigen, als die wenigen in der Äquatorebene kreisenden Teilchen. Dann würden aber Planeten entstehen, deren *Bahnneigungen die verschiedensten Werte* besäßen (vgl. Poincaré, a. a. O. Nr. 66). Erklärt sich die große Exzentrizität der Bahnprojektionen dadurch, daß die wirklichen Bahnen fast geradlinig sind, so würde die in diesem Falle erforderliche Annahme, daß nur in der Äquatorebene Kreisbahnen, in allen gegen sie geneigten Ebenen aber fast geradlinige Bahnen anzutreffen seien, ein ganz willkürliches Postulat bedeuten.

Für die Fayesche Erklärung der Entstehung der Planeten aus den Ringen sind die beiden Annahmen, daß sich die Ringteilchen in Kreisen und mit gleicher Winkelgeschwindigkeit bewegen, wesentlich. Die Annahme gleicher Winkelgeschwindigkeit ist nur dann erfüllt, wenn die Gesamtheit der Teilchen die Gestalt eines Ellipsoids und das Ellipsoid außerdem homogene Dichte besitzt. Da das Ellipsoid unter den unendlich vielen möglichen geschlossenen Flächen nur eine besondere Art bedeutet, da ferner die Homogenität nur den Grenzfall der Inhomogenität und endlich auch der Kreis nur den Grenzfall einer Ellipse darstellt, so ist die Wahrscheinlichkeit dafür, daß alle drei Bedingungen erfüllt sind, gleich 0. Die einander benachbarten Teilchen werden daher nicht genaue Kreise mit völlig gleicher Winkelgeschwindigkeit, sondern höchstens mehr oder weniger kreisähnliche Ellipsen mit mehr oder weniger übereinstimmender Geschwindigkeit beschreiben[1]). Wenn trotz dieser Ungleichheiten eine Zusammenballung der Massen stattfindet, so liegt jedoch auch die Möglichkeit vor, daß benachbarte, in *exzentrischen* Bahnen laufende Teilchen, die nach dem Früheren viel zahlreicher sind als die Kreisbahnen beschreibenden Teilchen, sich zusammenballen. Dann aber würden Planeten mit *stark exzentrischen Bahnen* entstehen, d. h. die wirklich vorliegenden kleinen Bahnexzentrizitäten würden unerklärt bleiben.

83. Neue Einwände. Es steht keineswegs fest, daß in Kreisbahnen mit genau gleicher Winkelgeschwindigkeit laufende Teilchen sich zusammenballen müssen. Relativ zueinander nicht bewegliche Massen würden sich nur dann notwendig zu einer Masse vereinigen, wenn sie sich geradlinig bewegen. Sind die Bahnen Kreise, so be-

---

[1]) Daß die Annahme gleicher Winkelgeschwindigkeit der Ringteilchen nicht genau erfüllt zu sein braucht, räumt Faye übrigens auch selbst ein. Das im Innern der homogenen Kugel anfangs geltende Anziehungsgesetz $A\,r$ nimmt nach ihm später die Form $a\,r + \frac{b}{r^2}$ an.

wirkt die gegenseitige Anziehung, daß weder die Bahn des größeren, noch die des kleineren Teilchens Kreise bleiben. Ändert sich die Form der Bahnen, so ändern sich aber auch die Geschwindigkeiten. Die Bedingung gleicher Geschwindigkeiten, welche die Möglichkeit des Zusammenfließens erklären sollte, ist also nicht mehr erfüllt. Um die umgekehrte Rotationsrichtung der beiden äußersten Planeten zu erklären, nimmt Faye sogar ausdrücklich eine, aus den Keplerschen Gesetzen resultierende, verschiedene Winkelgeschwindigkeit der Teilchen des Ringes an. Auch Fayes Voraussetzungen zwingen also, die Möglichkeit des Zusammenballens von Massen zu postulieren, die sich mit verschiedenen Geschwindigkeiten bewegen. Eine ausführliche Diskussion dieser Behauptung enthält der § 88.

Faye hat seine Hypothese nur aufgestellt, um die Rotationsrichtung der Planeten erklären zu können. Um dieser Aufgabe nachzukommen, sieht er sich nach dem Gesagten gezwungen, die Erklärung der geringen Bahnneigungen und Exzentrizitäten preiszugeben. Der Gewinn erscheint sehr zweifelhaft und ist dies um so mehr, als auch der Fayeschen Erklärung der Rotationsbewegung noch gewichtige Bedenken entgegenstehen. Selbst wenn die Möglichkeit einer Zusammenballung von Ringteilmassen, entgegen den Ergebnissen unserer kritischen Untersuchungen (vgl. §§ 43 u. 88β) eingeräumt wird, so hängt nach dem Früheren (vgl. § 60α) die Rotationsrichtung einer Ringteilmasse von ihrer relativen Lage im Ringe ab. Befindet sie sich in der Nähe des inneren Randes des Ringes, so wird die Rotation direkt, bewegt sie sich in der Nähe des äußeren Randes, so wird die Rotation umgekehrt. Aus dem im § 60 Gesagten folgt ferner, daß, wenn auch die einzelnen Teilmassen eines Ringes direkt rotieren, der durch ihre Vereinigung entstehende Planet noch keineswegs dieselbe Eigenschaft zu haben braucht.

Ist es endlich nicht wahrscheinlich, daß im Anziehungszentrum infolge Zusammenstoßes der zahlreichen hier sich begegnenden Teilchen *sehr schnell* eine Zentralmasse entsteht, welche die Hauptmasse des Systems in sich sammelt und die Fayesche Voraussetzung über die Entstehung innerer und äußerer Ringe ohne weiteres hinfällig macht?

Zweiter Abschnitt.

Die Hypothese von Kant und Ligondès[1]).

Die Teilchen bewegen sich in allen möglichen Richtungen; es besteht aber ein kleines Übergewicht nach einer bestimmten Richtung.

---

[1]) R. du Ligondès, Formation mécanique du système du monde. Paris, Gauthier-Villars, 1897.

84. Vorbemerkungen. a) See[1]) macht eine ähnliche Voraussetzung wie Kant und Ligondès. Er nimmt an, daß die Sonne von einem widerstehenden Mittel umgeben war, dessen Teilchen, wie noch jetzt die Kometen, in allen möglichen Bahnen liefen (Res. § 107; Astr. N. 4341, VII). Seine übrigen Annahmen harmonieren nicht überall miteinander. Gelegentlich betrachtet er die Planeten als Weltkörper, die von der Sonne eingefangen wurden (Astr. N. 4341, I) und also auch beliebig orientierte Bahnen beschreiben konnten, während er an anderen Stellen annimmt, daß die Massen des Sonnensystems aus einem Spiralnebel hervorgegangen seien (Astr. N. 4308, 4367), mit welcher Annahme sich die andere, daß die Teilchen des Mittels alle möglichen recht- und rückläufigen Bahnen beschrieben, nicht gut vereinigen läßt[2]). Auf jeden Fall machten nach ihm jedoch die schon von Anfang an als fertige oder halbfertige Weltkörper bestehenden Planeten eine erzwungene Entwicklung durch. Seine Hypothese kommt daher bei der Betrachtung der spontanen Entwicklungsmöglichkeiten nicht in Frage. Als bestimmender Entwicklungsfaktor spielt in ihr das widerstehende Mittel die Hauptrolle; unsere früheren Untersuchungen über die Möglichkeiten der erzwungenen Entwicklung liefern für ihre Beurteilung den richtigen Maßstab (vgl. §§ 40ff.).

Einige Ähnlichkeit mit der Hypothese von Kant besitzt auch die Meteoritenhypothese von Lockyer[3]). Da Lockyer seine Hypothese jedoch in erster Linie auf die Entwicklung der Sterne anwendet und keine Andeutungen darüber macht, wie die in unserem Sonnensystem vorliegenden Gesetzmäßigkeiten zur Ausbildung gekommen sein können, unsere Untersuchungen sich aber gerade auf die Entwicklung unseres Sonnensystems beziehen, so erübrigt es sich, auf sie einzugehen. Auf die Schwierigkeiten, die der Annahme entgegenstehen, daß die Sonne und die Planeten aus diskreten Massen hervorgegangen seien (vgl. § 88 β), möge jedoch kurz hingewiesen werden.

Eine der Kantischen ebenfalls in allen Hauptpunkten ähnliche Hypothese stammt von Zehnder[4]). Sie unterscheidet sich von der Kantischen nur dadurch, daß Zehnder den anfänglichen chaotischen Zustand des Systems nicht als gegeben betrachtet, sondern erst aus dem Zusammenstoß zweier Sonnen entstehen läßt (vgl. § 100), und

---

[1]) T. J. J. See, Researches on the evolution of stellar systems. Nichols Press, Lynn, Mass., 1910. Außerdem Astr. Nachr. Nr. 4308, 4334, 4341—42, 4343, 4351, 4367; Bd. 180—182.

[2]) Man sehe den Aufsatz des Verfassers: Über Sees kosmogonische Untersuchungen. Astr. Nachr. Bd. 183, Nr. 4374.

[3]) Proc. Roy. Soc., 1887 und 1904; The meteoric Hypothesis, London 1890.

[4]) L. Zehnder, Die Mechanik des Weltalls; Freiburg 1897, und Der ewige Kreislauf des Weltalls; Braunschweig 1914.

außerdem in der Herleitung der Rotationsbewegung der Planeten (vgl. § 60 α). Es erübrigt sich daher, näher auf sie einzugehen.

b) Kant glaubt, daß am Uranfange der Entwicklung bei den Teilchen der Urmaterie einen Augenblick Ruhe geherrscht haben könne. Diese Annahme enthält eine mechanische Unmöglichkeit, da das Flächenmoment eines geschlossenen Systems keine Änderung erleiden kann. Kritiker der Kantischen Hypothese haben auf diesen Umstand oft hingewiesen. Wenn man ihn aber zum Anlaß nimmt, die Hypothese von vornherein zu verurteilen, so begeht man ein Unrecht gegen Kant. Denn für die eigentliche Kantische Erklärung bedeutet jener Irrtum gar nichts. Man braucht in Kants Darstellung nur ein paar Zeilen zu streichen, und alles übrige behält seinen Wert und seine Bedeutung. Verfährt man sonst so rigoros, daß man über ein wissenschaftliches Werk wegen einer in ihm enthaltenen den Hauptinhalt gar nicht berührenden Angabe zur Tagesordnung übergeht? Dies ist aber in Bezug auf die Kantische Hypothese gelegentlich geschehen[1]). Auch Poincaré muß der Vorwurf gemacht werden, daß er gegen Kant ungerecht geworden ist. Wir halten es für unsere Pflicht, mit Nachdruck darauf hinzuweisen, daß die Hypothese von Ligondès nichts anderes ist als die Kantische, und daß einige nebensächliche Irrtümer Kants, die ihn, neben dem bereits erwähnten, zu seinem geringschätzigen Urteile über die Kantische Hypothese verleitet haben mögen, sich daraus erklären, daß Kant, weil die astronomische Forschung seiner Zeit ihm noch nicht die erforderlichen Anhaltspunkte gewährte, nur vermuten konnte, wo wir jetzt sichere Beobachtungsergebnisse vor uns haben.

85. Grundlagen der Hypothese. Während die Fayesche Annahme gleichartiger Bewegungsrichtung verlangt, bei der überwiegenden Mehrzahl der Teilchen eine gestreckt elliptische oder fast senkrecht aufsteigende Bahn vorauszusetzen, können bei der Kantischen Annahme die Teilchen in allen möglichen, beliebig orientierten elliptischen Bahnen laufen. Während sich die Teilchen bei Faye ferner fast im leeren Raume bewegen, spielen bei Kant und Ligondès die Zusammenstöße eine große Rolle.

Nach Kant verlieren die in entgegengesetzter Richtung laufenden Teilchen beim Zusammenstoße den größten Teil ihrer Bewegungsenergie; sie sinken zum Anziehungszentrum und schaffen hier allmählich einen großen Körper, die spätere Sonne. Sind fast alle rückläufigen Teilchen durch den Zusammenstoß mit rechtläufigen aus dem Wege geräumt, so bleibt, dem geringen Gesamtmoment des

[1]) Man sehe z. B. Faye, a. a. O. p. 134 u. 149; Ligondès a. a. O. Introduction, p. 3; Newcomb-E., Popul. Astron., 5. Aufl., S. 714.

Systems entsprechend, nur ein kleiner Teil rechtläufiger übrig. Diese Teilchen stören sich auch noch gegenseitig; die Störungen bestehen darin, daß sie ihre Bahnen einander anzupassen suchen. Sie setzen ihre Bewegung beim Zusammentreffen nach dem Parallelogramm der Kräfte zusammen und verlegen dadurch ihre Bahn immer mehr in die Maximalebene des ihnen noch gebliebenen Flächenmoments. Diese Ebene nennt Kant den „Plan der Beziehung". Gleichzeitig mit den Neigungsverringerungen gegen den Plan der Beziehung treten auch Exzentrizitätsverkleinerungen ein. Wenn alle Teilchen ihre Bahnen in den Plan der Beziehung verlegt haben, sind ihre gegenseitigen Störungen auf ein Minimum reduziert. Aus der scheibenartig ausgebreiteten, in Kreisbahnen laufenden Masse ballen sich dann die Planeten zusammen.

Ligondès erklärt die fortschreitende Abplattung der Gesamtmasse und die scheibenförmige Ansammlung der Materien in der Hauptebene des Systems auf andere Weise als Kant. Er leitet diese Umbildung aus der Gravitationsänderung her, die dadurch entsteht, daß infolge der Zusammenstöße der in allen Richtungen laufenden Teilchen im Zentrum allmählich eine große anziehende Masse zur Entwicklung kommt. Die Gravitationsänderung bewirkt nach ihm, daß sich die Bahnen in die Länge ziehen und sich dadurch der Hauptebene des Systems mehr anschmiegen. Außerdem sind die in stark geneigten Bahnen laufenden Teilchen zahlreicheren gegenseitigen Störungen ausgesetzt und kommen infolge davon mit der zentralen Masse zur Vereinigung, während die in der Hauptebene, in wenig gestörten, fast kreisförmigen Bahnen laufenden Massen erhalten bleiben. Hierzu ist zu bemerken, daß der Einfluß einer Gravitationsänderung auf die Bahnform der Teilchen von Ligondès bedeutend überschätzt wird. Zunächst steht überhaupt gar nicht fest, daß sich die Bahnen in die Länge ziehen müssen. Ligondès (a. a. O. chap. III, § 1) und Poincaré (a. a. O. Nr. 71) zeigen zwar, daß sich die Bahn eines im Innern eines homogenen Ellipsoids sich bewegenden Teilchens abflacht, wenn sich das Ellipsoid abplattet. Hiermit ist aber noch nicht bewiesen, daß dasselbe geschieht, wenn sich im Zentrum eine Massenansammlung bildet, da in diesem Falle die Bedingung der Homogenität nicht erfüllt bleibt. Wir haben früher gezeigt, daß die Bahnexzentrizität sich nicht ändert, wenn die Masse des Zentralkörpers in langsamem Wachsen begriffen ist (vgl. § 51). Poincaré beweist ferner, daß eine, einem beliebigen Anziehungsgesetz unterliegende, eine Kreisbahn beschreibende Masse die Kreisbahn beibehält, wenn das Anziehungsgesetz langsame Änderungen erleidet (vgl. a. a. O. Nr. 64). Wenn bei der von Ligondès angenommenen Umbildung der Massen des Systems Exzentrizitätsänderungen überhaupt eintreten, so werden diese also aus den angegebenen Gründen äußerst klein sein. Aber angenommen auch, sie würden so beträchtlich sein, wie Ligondès voraussetzt, so würde er immer noch nicht die Entstehung einer scheibenförmigen Ansammlung in der Hauptebene des Systems erklären können. Denn der Ligondèsschen Folgerung liegt die weitere Annahme zugrunde, daß die ihre Bahnexzentrizität vergrößernden Teilchen keine Zusammenstöße erfahren. In Wirklichkeit erfolgen aber zahlreiche Zusammenstöße. Da zwei aufeinanderstoßende und sich vereinigende Teilchen ihre spätere Bewegung nach dem Parallelogramm der Kräfte zusammensetzen, so wird ihre Neigung eine mittlere und ihre Exzentrizität kleiner oder größer. Hiernach kann von einer Abplattung der Gesamtmasse keine Rede sein, *solange noch rückwärtslaufende Teilchen vorhanden sind.*

86. Poincarés Betrachtungsweise. Poincaré hat die Hypothese von einem anderen Gesichtspunkte aus dargestellt als Kant und Ligondès (a. a. O. Nr. 74—83). Indem er auf die aus durcheinanderschwirrenden Teilchen bestehende Urmaterie die Betrachtungsweise der kinetischen Gastheorie anwendet[1]), gelangt er zu dem Schlusse, daß die größeren Massen gemäß dem Maxwellschen Gesetze der Geschwindigkeitsverteilung eine Bewegung anzunehmen streben, die einer gleichförmigen Rotation um eine Achse vergleichbar ist, und daß sie gleichzeitig ihre Bahnen der Maximalebene des Flächenmoments zu nähern suchen. An diesem Resultate läßt sich natürlich nicht zweifeln; es fragt sich nur, bis zu welchem Grade die Verkleinerung der Exzentrizitäten und der Neigungen getrieben wird, ob die qualitativ bestimmten Änderungen auch quantitativ zu dem erwarteten Resultate führen.

Weil die rechtläufigen Teilchen nur ein geringes Übergewicht über die rückwärts laufenden haben, so kann die Materie in erster Näherung als ein widerstehendes Mittel mit frei beweglichen, in beliebigen Richtungen laufenden Teilchen betrachtet werden. In einem solchen Mittel sind die Exzentrizitätsänderungen beträchtlich; Neigungsänderungen finden nicht statt. Nach dem Früheren (vgl. § 15) sind für die Bewegung in einem Mittel der angegebenen Art die im Falle eines Mittels mit ruhenden Teilchen abgeleiteten Integrale gültig. Bei homogener Dichte erfolgen die Exzentrizitätsänderungen gemäß der Gleichung

$$\frac{e}{e_0} = \frac{m_0}{m}.$$

[1]) Die Bedingungen, unter denen die Gesetze der kinetischen Gastheorie auf eine die Dimensionen des Sonnensystems erfüllende Meteorstaubwolke anwendbar sind, hat Emden bestimmt (Gaskugeln, Kap. XIV, § 11). Vgl. § 88 β.

Die Neigungsänderungen sind um so größer, je kleiner $m_0 : m$, je größer also $e_0 : e$ ist. Um einen möglichst großen Wert für $e_0 : e$ zu gewinnen, setzen wir für e_0 den größten zulässigen Wert 1, und für e den zu kleinen Wert $^1/_{100}$ (der mittlere Exzentrizitätswert der Bahnen der großen Planeten ist nur $^1/_{20}$; vgl. § 52). Soll sich e von 1 auf $^1/_{100}$ verkleinern, so muß der Planet der obigen Gleichung gemäß seine Masse im Mittel verhundertfachen. Da das Gesamtmoment des Systems $^1/_{600}$ desjenigen beträgt (vgl. § 77 α a), das es als homogene Masse bei gleichförmiger Rotation besitzen würde, falls es sich bis zur Neptunsbahn erstreckt und mit der Winkelgeschwindigkeit Neptuns rotiert, so kann angenommen werden, daß sich $^1/_{600}$ der Masse rechtläufig in Kreisbahnen bewegt, während das Moment des übrigen Teiles 0 ist. Der für Neigungsänderungen in Frage kommende Massenzuwachs beträgt also nur den 600. Teil des Gesamtmassenzuwachses von m_0. Setzt man $m' = m_0 + {}^1/_{600}\, m$, so erfolgen die Neigungsänderungen näherungsweise gemäß der Gleichung (vgl. § 23)

$$\operatorname{tg}\frac{i}{2} = \sqrt{\frac{m_0}{m'}}\operatorname{tg}\frac{i_0}{2}.$$

Hieraus folgt

$$\operatorname{tg}\frac{i}{2} = \left(1 - \frac{1}{1200}\,\frac{m}{m_0}\right)\operatorname{tg}\frac{i_0}{2};$$

für $m = 100\, m_0$ ist also

$$\operatorname{tg}\frac{i}{2} = \frac{11}{12}\operatorname{tg}\frac{i_0}{2}.$$

Selbst wenn sich die Exzentrizitäten bis auf den weit unter dem Durchschnitt liegenden Wert $^1/_{100}$ verkleinerten, würden sich hiernach die Neigungen nur wenig verringern. Die qualitativ von Poincaré bestimmten Neigungsänderungen erreichen also quantitativ nicht die erforderlichen Beträge. Dieses Resultat schließt das andere, daß rückläufige Bahnen nicht rechtläufig werden können, ohne weiteres ein.

Der von Poincaré dargestellte Entwicklungsgang zählt eigentlich zu den Möglichkeiten der erzwungenen Entwicklung; denn in seiner Darstellung führen die Planeten bereits von Anfang an eine gesonderte Existenz als die in der Urmaterie enthaltenen massigeren Teilchen, die durch die übrigen Störungen erfahren. Bei Kant und Ligondès sind die Planeten erst ein späteres Entwicklungsprodukt. Sie entstehen nach Ligondès erst, wenn das System eine stark abgeplattete Form angenommen hat, nach Kant dann, wenn die gegenseitigen Bewegungsstörungen der Teilchen sich so lange fortgesetzt haben, bis nur noch der Überschuß der rechtläufigen Bewegungen übrig geblieben ist.

87. Die Verteilung der Flächenmomente in der chaotischen Urmaterie. Wenn am Anfange der Entwicklung die Verteilung der Massen, der Geschwindigkeiten und der Flächenmomente kein bestimmtes Gesetz befolgt, wenn der Anfangszustand also durch völlige Regellosigkeit charakterisiert ist, so fordert die mathematische Wahrscheinlichkeit, daß auch später, in einem beliebigen Zeitpunkte der Entwicklung, die Geschwindigkeiten und Flächenmomente gleicher Massen durchschnittlich gleiche Werte besitzen. Es ist nicht ausgeschlossen, daß gewisse Teilchen einmal einen sehr großen Wert ihrer Geschwindigkeiten oder Momente erlangen, aber dies kann niemals auf Kosten der bei der Gesamtheit der übrigen Teilchen vorliegenden Durchschnittswerte der Geschwindigkeiten und Momente geschehen; es kann also auch keine Lokalisierung des Hauptteiles des Flächenmomentes des Systems in wenigen Teilchen, auf Kosten aller übrigen, eintreten[1]). Dies wird aber von der Kantischen Hypothese gefordert: In den schließlich noch übrigbleibenden rechtläufigen, später zu den Planeten sich umbildenden Teilchen, deren Masse nur einen kleinen Bruchteil der Gesamtmasse des Systems ausmacht, ist der Hauptteil des Flächenmoments des ganzen Systems lokalisiert. Die Entwicklung der Urmaterie kann also nicht den von Kant und Ligondès beschriebenen Weg genommen haben.

Um die Kantische Hypothese vor den angegebenen Konsequenzen zu retten, könnte man die Annahme machen, daß die Verteilung der recht- und rückläufigen Teilchen im Innern der Urmaterie nicht überall gleichmäßig gewesen sei, daß die äußeren Gebiete die rechtläufigen in überwiegender Mehrzahl, die inneren die recht- und rückläufigen in ungefähr gleicher Verteilung enthalten hätten. Diese Annahme würde jedoch noch die andere nach sich ziehen, daß die äußeren Massen sich von Anfang an in kreisähnlichen Bahnen bewegten, da sie andernfalls mit den inneren kollidiert und mit ihnen ihre Flächenmomente ausgetauscht hätten. Eine Hypothese, die sich

---

[1]) Wenn anfänglich durchschnittlich gleiche Verteilung der Flächenmomente besteht, so war in der gegenwärtigen Planetenmasse, da sie nur den 700. Teil der Gesamtmasse ausmacht, auch nur ungefähr der 700. Teil des Gesamtmomentes enthalten. Wenn alle Teilchen gleichmäßig von den Störungen betroffen werden, so kann die Ausschaltung dieses kleinen Bruchteils der Masse den Entwicklungsgang der übrigen Masse nicht wesentlich beeinträchtigen. Der Hauptteil des Moments bleibt also auch bei dem Hauptteile der Masse, der spätern Sonne, während dem Bruchteile der Planetenmasse auch nur ein Bruchteil des Gesamtmoments zukommt.

genötigt sieht, derartige gesuchte, spezielle Hilfshypothesen heranzuziehen, dürfte aber kaum noch auf Beifall rechnen können[1]).

88. **Die Zusammenballung der Planeten. Allgemeine Kritik der Meteoritenhypothese.** *a*) Die Erklärung von Ligondès. Nach Ligondès bewegen sich die Teilchen der in der Hauptebene des Systems kreisenden Ringe nicht, wie Kant es voraussetzt, sämtlich nach derselben, sondern in *entgegengesetzter Richtung*. Mit Hilfe dieser Voraussetzung glaubt Ligondès besser als Kant erklären zu können, daß die gesamte Masse eines Ringes zu einer *einzigen* Planetenmasse zusammenzufließen vermag (a. a. O. chap. III, § 4). Wir haben schon früher darauf hingewiesen (vgl. § 85), daß die von Ligondès angenommene Anpassung der Bahnen an die Hauptebene des Systems nicht erfolgen kann, solange noch rückläufige Teilchen vorhanden sind. Entweder muß Ligondès also darauf verzichten, die kleinen Bahnneigungen der Planeten zu erklären, oder er muß die Annahme der entgegengesetzten Bewegungsrichtung der Teilchen in den planetarischen Ringen fallen lassen. Für seine Hypothese ist es ohne Zweifel günstiger, wenn die letzte Annahme aufgegeben wird, und zwar aus folgenden Gründen:

a) Wenn in der Hauptebene die Massen in verschiedenen Richtungen laufen, so wäre es sehr leicht möglich, daß, weil das Übergewicht sämtlicher rechtläufigen Teilchen des Systems über die andern nur ein sehr geringes ist, bei einer etwas ungleichmäßigen Verteilung der recht- und rückläufigen Teilchen im Innern der chaotischen Urmasse (vgl. § 87) Ringe zur Ausbildung kämen, bei denen nicht die rechtläufigen, sondern die rückläufigen Teilchen ein geringes Übergewicht besäßen. Dann aber würden *rückläufige Planeten* entstehen.

b) Bei der Erklärung der Rotationsbewegung der Planeten widerruft Ligondès selbst seine frühere Voraussetzung; er bemerkt, daß

---

[1]) Die äußeren Gebiete mit den vorwiegend rechtläufigen Teilchen würden, trotzdem sie nur $^1/_{700}$ der Gesamtmasse enthielten, den bei weitem größten Teil des von der Urmaterie erfüllten Gesamtgebietes eingenommen haben, während der die Hauptmasse einschließende Teil sich höchstens bis zur Jupitersbahn erstrecken durfte. Daß dieser zentrale Teil sogar nur bis zur Merkursbahn reichen konnte, braucht nicht unbedingt gefolgert zu werden; denn es wäre denkbar, daß die Planetoiden und die kleinen inneren Planeten durch die Materie des zentralen Teils, in den ihre Bahnen hineinragten, einen Widerstand erfuhren, wodurch sich ihre Bahndimensionen verkleinerten (Bedenken gegen die letzte Annahme siehe jedoch § 47).

Man vergleiche mit dieser Annahme die mit ihr manche Berührungspunkte aufweisende, später (vgl. §§ 121 ff.) ausführlich zur Besprechung kommende Hypothese, daß der Urnebel des Systems ein schwach S-förmig gekrümmter Spiralnebel war, und beachte, daß, was jetzt gezwungen und unwahrscheinlich erscheint, später auf die einfachste Weise aus der Grundannahme fließt.

sich die Planeten der Hauptsache nach aus Massen bilden, die nach *einer und derselben* Richtung laufen (a. a. O. chap. VIII, § 1). Diese Annahme ist erforderlich, da er die Entstehung der direkten und der retrograden Rotation in ähnlicher Weise erklärt wie Faye (vgl. § 83).

c) Die Angabe von Ligondès, daß, wenn die Ringmassen in entgegengesetzter Richtung laufen, ihre Vereinigung zu einer einzigen Masse sich in einfacher Weise erkläre, ist unrichtig. Die beiden Massen m_1 und m_2 mögen in entgegengesetzter Richtung in derselben Bahn laufen. Stoßen sie zusammen, so beschreiben die vereinigten Massen keine Kreisbahn, sondern eine Ellipse, deren Apheldistanz gleich dem ursprünglichen Bahnradius ist. *Eine Vereinigung mit den übrigen Massen des Ringes kann also nicht eintreten.* Die Bahn würde kreisförmig bleiben, wenn eine größere Masse m_1 nacheinander mit zahlreichen kleineren Massen zusammenstieße; aber auch in diesem Falle würde eine Vereinigung mit den noch übrigbleibenden Ringteilchen nicht möglich sein, da die neue Kreisbahn einen *kleineren Radius* besäße als die ursprüngliche. Die kleineren Massen seien zusammen gleich m_2, der ursprüngliche Bahnradius von m_1 und m_2 sei r, ihre lineare Geschwindigkeit c. Dann ist das ursprüngliche Flächenmoment von m_1 gleich $m_1 r c$, das von m_2 gleich $-m_2 r c$. Der neue Bahnradius sei r', die neue Geschwindigkeit c'; dann ist das Moment der vereinigten Massen gleich $(m_1 + m_2)\, r' c'$. Da die Momente nach dem Flächensatze dieselben bleiben, so hat man

$$(m_1 + m_2)\, r' c' = (m_1 - m_2)\, r c.$$

Bei gleicher Winkelgeschwindigkeit aller rotierenden Massen, d. h. also im Innern eines homogenen Ellipsoids, ist $c' : c = r' : r$. Wenn die Keplerschen Gesetze gelten, so ist $c' : c = \sqrt{r} : \sqrt{r'}$. Im ersten Falle würde folgen

$$\frac{r'}{r} = \sqrt{\frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2}},$$

im zweiten Falle

$$\frac{r'}{r} = \left(\frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2}\right)^2.$$

Da die zu den Planeten sich vereinigenden recht- und rückläufigen Massen ungefähr gleich sind, so zeigen diese Ausdrücke, daß *der Bahnradius des Planeten beträchtlich kleiner ist als der Radius des Ringes, aus dem er entsteht.* Dann ist der Planet aber nicht imstande, die gesamte Ringmasse mit sich zu vereinigen. Verkürzt sich sein Bahnradius, so dringt der Planet außerdem in die der Zentralmasse näher befindlichen Ringe ein und erschwert oder verhindert es, daß aus diesen Ringen später, wie Ligondès es beschreibt (a. a. O. chap. III, § 4), ebenfalls Planeten hervorgehen.

Aus dem Gesagten folgt, daß die Annahme von Ligondès, die Planeten seien aus Ringen entstanden, deren Teilchen in beiden Richtungen umliefen, nicht aufrecht erhalten werden kann. Bei der Annahme gleicher Umlaufsrichtung, zu der, wie bereits bemerkt, Ligondès später selbst bei der Erklärung der Rotationsbewegung gedrängt wird, kommt man aber auf die Kantische Annahme zurück. Kants Darstellung erweist sich hiernach als der Ligondèsschen überlegen. Übrigens ist, wenn die Ringe sich nur noch aus rechtläufigen Teilchen zusammensetzen, auch die Ligondèssche Erklärung der *Rotationsbewegung* nicht mehr anwendbar. Denn wenn alle rückwärts laufenden Teilchen durch Zusammenstoß mit rechtläufigen unschädlich gemacht worden sind, so ist zur Zeit des Beginns der Planetenentwicklung die *Zentralmasse* des Systems schon fast fertig zur Ausbildung gelangt. Die Annahme, daß sich die Entwicklungszeit der Planeten in zwei verschiedene Perioden, in eine direkte und eine retrograde einteile (a. a. O. chap. VII), muß dann aber ebenfalls zugunsten der Kantischen, nach welcher sich die Teilchen der Ringe gemäß den Keplerschen Gesetzen bewegen, aufgegeben werden. Daß die Ligondès-Fayesche Erklärung der Rotationsbewegung auch für sich allein betrachtet keineswegs einwandfrei ist, haben wir bereits früher gezeigt (vgl. § 83).

Endlich muß wieder darauf hingewiesen werden, daß die die allgemeine Grundlage der Hypothese bildende, die Zusammenballung diskreter Massen betreffende Annahme unzulässig ist. Bei gleichmäßiger Verteilung der gesamten Materie unseres Systems bis zur Neptunsbahn würden sich in jedem Kubikkilometer nur 5,6 kg Masse befinden, Zusammenstöße zweier Teilchen also, einerlei ob ihre gegenseitige Anziehungswirkung dabei berücksichtigt wird oder nicht. sich nur äußerst selten ereignen können. Und nicht einmal ein unmittelbarer Zusammenstoß hat in jedem Falle die Vereinigung der aufeinandertreffenden Massen zur Folge. Zwei in entgegengesetzter Richtung laufende Massen würden, da sie mit einer Geschwindigkeit von vielen Kilometern zusammenstoßen, wenn nicht die eine bereits eine ganz überwiegende Masse erlangt hat, anstatt sich zu vereinigen, in zahlreiche kleinere Teile zersplittern und sich nach allen Richtungen zerstreuen. Teilchen, die in derselben Richtung laufen, haben zwar nur geringe relative Geschwindigkeiten; aber dafür ereignen sich die Zusammenstöße seltener. Ferner werden solche Teilchen, die nicht unmittelbar zusammenstoßen, sondern einander nur nahe kommen, keineswegs durch ihre gegenseitige Anziehung zur Vereinigung gebracht, sondern erleiden nur kleinere oder größere Bahnstörungen (vgl. § 43). Hiernach würde die Zusammenballung der Planetenmassen eine Zeit erfordern, welche die für Weltsysteme zur Verfügung stehende Entwicklungszeit weit überstiege[1]). Außerdem würde es ganz unmöglich sein, zu erklären, daß alle oder auch nur der größere Teil der ursprünglich selbständigen Teilchen allmählich ihre Selbstständigkeit eingebüßt hätten und nach und nach von den Planeten aufgezehrt worden wären. Denn ebensowenig, wie jetzt z. B. die Planetoiden in Gefahr sind, von den benachbarten Planeten Jupiter und Mars eingefangen zu werden, ebensowenig konnten die von den Planeten in etwas größerer Entfernung sich bewegenden Teilchen von diesen absorbiert werden. Zwischen den Planetenbahnen müßten also noch jetzt fast sämtliche Teilchen in nur wenig gestörten Bahnen umlaufen (vgl. § 44, ferner die allgemeine Kritik der Meteoritenhypothese im folgenden Abschnitt β).

β) Die Erklärung von Kant[2]). Obgleich über die Möglichkeit des Einfangens interplanetarischer Teilchen durch die Planeten bereits in den §§ 43 und 44 alles Wesentliche gesagt ist, und die erlangten Resultate sich ohne weiteres auf die Kantische Annahme der Zusammenballung der Planetenmassen aus der Scheibenmaterie anwenden lassen, wollen wir uns an dieser Stelle doch nicht mit einem bloßen Hinweis auf die früheren Erörterungen begnügen. Es ist unverkennbar, daß sich in Beziehung auf die kosmogonischen Hypothesen von Kant und Laplace neuerdings in der astronomischen Literatur ein Umschwung der Meinungen vollzieht. Während im ganzen vorigen Jahrhundert die Laplacesche (fälschlich als Kant-Laplacesche bezeichnete) Hypothese in den astronomischen Lehrbüchern fast unbestritten die Herrschaft führte, wendet man sich in neuerer Zeit mehr und mehr der Kantischen, meistens als *Meteoritenhypothese* bezeichneten, Hypothese zu. Zwar hält Poincaré die Laplacesche Hypothese für die wahrscheinlichste (a. a. O. préface, p. XXIV; vgl. auch § 78). Ihm gegenüber bekennen sich aber Schwarzschild (‚Über das System der Fixsterne'; 2. Vortrag, S. 13), Emden (‚Gaskugeln', XIV. Kap., § 3) u. a. ausdrücklich zu der Meteoritenhypothese; auch die kosmogonischen Hypothesen von Faye, Ligondès, See, Chamberlin-Moulton u. a. beruhen auf ähnlichen Voraussetzungen. Es sind sogar schon kritische Untersuchungen über die historische Entwicklung der Meteoritenhypothese angestellt worden[3]). Auch die Untersuchungen von

[1]) Daß die z. B. für unser System anzusetzende Entwicklungszeit nicht beliebig lang gedacht werden darf, sondern einer Beschränkung unterliegt, folgt aus dem gegenwärtigen Zustande des Systems (vgl. §§ 77 αc, 88 βc).

[2]) Über Kants Erklärung der Rotationsbewegung der Planeten vgl. § 60 a.

[3]) Siegmund Günther, Die Entstehung der Lehre von der meteoritischen Bildung des Erdkörpers. Sitzungsberichte der math.-phys. Klasse der Kgl. Bayr. Akademie der Wissenschaften, Bd. XXXVIII, 1908, Heft 1.

Lockyer (Proc. Roy. Soc. 1887), Lord Kelvin (Baltimore Lectures, 1901 und 1904), G. H. Darwin (Phil. Trans. of the Roy. Soc. 1889) und Emden (Gaskugeln, XIV. Kap.) über die Konstitution kosmischer Staubmassen haben dazu beigetragen, daß dieser Hypothese gegenwärtig erhöhte Aufmerksamkeit geschenkt wird. Um ihr als kosmogonischer Hypothese Anerkennung zu verschaffen, hat man darauf hingewiesen (Gaskugeln, XIV. Kap., §§ 3, 7), daß die Annahme kosmischer Staubmassen gewiß nicht weniger fest begründet sei als die der Nebularhypothese zugrunde liegende Annahme kosmischer Gasmassen: Durch die Tatsache, daß Meteore in die Erdatmosphäre eindringen, werde das Vorhandensein kosmischer Staubmassen bewiesen; es sei sogar denkbar, daß die als echte Nebel bezeichneten kosmischen Materien Ansammlungen von Meteoren seien, die, in heftiger, durcheinanderschwirrender Bewegung begriffen, bei ihren Zusammenstößen genügend Wärme entwickeln könnten, um einen Teil ihrer Materie zu verdampfen und als leuchtendes Gas uns erkennbar zu machen. Der großen Bedeutung, welche man der Meteoritenhypothese hiernach beilegt, wollen wir dadurch gerecht werden, daß wir eine allgemeine Kritik derselben folgen lassen.

Allgemeine Kritik der Meteoritenhypothese.

a) Wirkung der Zusammenstöße. Die inneren Verhältnisse einer bis über die Bahn des äußersten Planeten hinaus sich erstreckenden meteorischen Staubwolke, deren Masse gleich der Masse des Sonnensystems ist, sind von Darwin und Emden behandelt worden. Emden überträgt die Vorstellungen der kinetischen Theorie der Gase auf die Staubmasse und berechnet unter verschiedenen Voraussetzungen über die Dichteverteilung in ihrem Innern die mittlere Geschwindigkeit V der einzelnen Teilchen, ihre mittlere freie Weglänge L und die mittlere Zeit T, die zwischen zwei Zusammenstößen verfließt. Unter der Voraussetzung, daß der Durchmesser der Teilchen 1 cm und ihre Masse $3^1/_8$ g beträgt, ergeben sich für eine bis zur $1^1/_2$-fachen Entfernung Neptuns sich erstreckende Staubkugel bei konstanter Dichte folgende Werte[1]) (a. a. O., XIV. Kap., § 11):

R (Erdbahnradien)	0	8	16	26,8	35,8	44,6	b
V (km)	5,4	5,3	5,0	4,3	3,2	0	$a^{1/2}\, b^{-1/2}$
L (10^6 km) . . .	4,5	4,5	4,5	4,5	4,5	4,5	$a^{-1}\, b^3\, c$
T (Tage)	10,4	10,6	11,2	13,1	17,5	∞	$a^{-3/2}\, b^{7/2}\, c$

[1]) Die Buchstabenausdrücke am Schlusse der Tabelle bedeuten Faktoren, mit denen man die voranstehenden Zahlen zu multiplizieren hat, wenn die Masse

Für eine andere Staubmasse, deren innerer Bau dem einer aus einem einatomigen Gase ($\varkappa = {}^5/_3$) bestehenden adiabatischen Gaskugel entspricht, gelten folgende Werte:

R (Erdbahnradien)	0	12,2	24,4	36,5	44,6	b
V (km)	5,6	5,1	3,9	2,2	0	$a^{1/2}\, b^{-1/2}$
L (10^6 km)	0,75	0,96	2,1	11,7	∞	$a^{-1}\, b^3\, c$
T (Tage)	1,7	2,3	6,8	65,7	∞	$a^{-3/2}\, b^{7/2}\, c$

Die mittleren Geschwindigkeiten betragen nach den Tabellen, auch noch in beträchtlicher Entfernung vom Mittelpunkte, viele Kilometer, und die mittleren relativen Geschwindigkeiten sind noch größer. Denkt man an die Wirkung, die nur mit einigen 100 m Geschwindigkeit auftreffende Geschosse ausüben, und berücksichtigt, daß die Meteore meistens ein sehr lockeres Gefüge haben (Museumsschaustücke zerfallen nach einigen Jahren vielfach von selbst), so darf man schließen, daß mit vielen Kilometern Geschwindigkeit zusammenstoßende Meteorsteine im allgemeinen in kleine und kleinste Teile zersplittern, daß ein Zusammentreffen also keine Vereinigung der Massen, sondern umgekehrt eine immer weiter fortschreitende Zertrümmerung zur Folge hat[1]). Emden glaubt dieser Folgerung durch die Annahme entgehen zu können (a. a. O. § 7), daß die Massen durch ein Ankrystallisieren von Gasen sich wieder vergrößern. Aber da beim Zusammenstoß immer nur ein kleiner Bruchteil der Steinchen verdampft, so ist die Gesamtmasse der verfügbaren Gase so gering, daß sie keine merkliche Massenvergrößerung bewirken kann.

Wenn sich die Teilchen der Meteoritenwolke nach allen möglichen Richtungen bewegen, so haben die Zusammenstöße außer der gegenseitigen Zertrümmerung der Massen die weitere Wirkung, daß die Trümmermassen den Gesetzen des unvollkommen elastischen Stoßes gemäß ebenfalls in allen möglichen Richtungen den Raum durcheilen. Die inneren Verhältnisse der Meteoritenwolke erleiden hiernach keine wesentliche Änderung. Dann aber ist es ausgeschlossen, daß die von

der Kugel auf das a-fache, ihr Radius auf das b-fache und der Radius eines Teilchens auf das c-fache steigt.

[1]) Erst wenn eine der Massen imstande wäre, durch ihre Anziehung die andere festzuhalten, würde eine Massenvergrößerung eintreten können. Um eine mit nur 2,5 km Geschwindigkeit zurückprallende Masse zur Rückkehr zu zwingen, würde ein Planet aber schon die Größe des Erdmondes besitzen müssen. Ein 100 km im Durchmesser messender Planet würde einen mit 100 m Geschwindigkeit von ihm sich entfernenden Stein nicht festzuhalten vermögen, und ein Teilchen, das von einem Gesteinsblock von 1 km Durchmesser aufstiege, dürfte noch nicht 1 m Geschwindigkeit besitzen wenn es nicht in den Weltraum zurücktauchen sollte.

Kant, Ligondès u. a. beschriebene Anpassung der Bahnen an eine Symmetrieebene, die Hauptebene des Flächenmoments, und die Abrundung der Bahnen zu Kreisen erfolgt.

b) Die Erstreckung der Meteoritenwolke. Es möge in den folgenden Erörterungen das Argument a unberücksichtigt bleiben und angenommen werden, daß zwei zusammentreffende Steine sich vereinigen.

Da bei der Vereinigung der recht- und rückläufigen Massen ein Ausgleich ihrer positiven und negativen Momente erfolgt, so ist das Moment des entstehenden Planeten ein verhältnismäßig kleiner Wert, der der Null um so näher kommt, je weniger sich die Momente der recht- und rückläufigen Teilchen unterscheiden. Bei Gleichheit derselben würde aus der Vereinigung der Teilchen überhaupt kein Planet entstehen; sie würden geradlinig nach dem Zentrum sinken und hier die Masse der sich bildenden Sonne vermehren. Einen Maßstab für die Größe der Schrumpfung, die die Bahn eines aus recht- und rückläufigen Teilchen sich zusammenballenden Planeten erleidet, erhält man auf folgende Weise.

Wir betrachten die Meteoritenwolke als ein auf den Planeten wirkendes widerstehendes Mittel, dessen Massen, sobald sie seine Oberfläche berühren, sich mit ihm vereinigen. Die ursprüngliche Masse des Planeten sei m_0, sein Bahnradius r_0, seine Winkelgeschwindigkeit ω_0. Durch Aufnahme von Materie aus dem Mittel sei seine Masse auf den Wert m angewachsen; sein neuer Bahnradius sei r, seine neue Winkelgeschwindigkeit ω. Da bei gleicher Anzahl der recht- und rückläufigen Teilchen[1]) die neu aufgenommene Masse das Moment 0 besitzt, so ist nach dem Flächensatze

$$m r^2 \omega = m_0 r_0^2 \omega_0.$$

Die mittlere Geschwindigkeit V, mit der sich der Planet und die Teilchen der Meteoritenwolke bewegen, hängt von der Dichteverteilung im Innern der Wolke ab. In einer homogenen Wolke vollenden alle Teilchen ihre Umläufe in derselben Zeit. Für kreisförmige Bahnen ist also $\omega = \omega_0$, und man erhält daher aus der letzten Gleichung in diesem Falle

$$\frac{r}{r_0} = \sqrt{\frac{m_0}{m}}.$$

Nimmt die Dichte der Wolke nach dem Mittelpunkte hin zu, so wächst auch die Geschwindigkeit V mit der Annäherung an denselben. Der extremste Fall ist derjenige, wo die Hauptmasse der Wolke in der

---

[1]) In Wirklichkeit besteht ein Übergewicht der recht- über die rückläufigen Teilchen; doch ist dies Übergewicht äußerst gering; vgl. §§ 77 α a, 81, 86, 88 β f.

Nähe des Zentrums angehäuft ist und ihr gegenüber die in den interplanetarischen Räumen befindliche Masse vernachlässigt werden kann. Dann gelten für die Bewegung der planetarischen und der interplanetarischen Massen die Keplerschen Gesetze, und mit Hilfe des 3. Gesetzes $r^3 \omega^2 = r_0^3 \omega_0^2$ erhält man aus der obigen Gleichung

$$\frac{r}{r_0} = \left(\frac{m_0}{m}\right)^2.$$

Im Falle homogener Dichte der Meteoritenwolke verhalten sich also die Bahnradien eines Planeten umgekehrt wie die Wurzeln aus seinen Massen, im Falle maximaler Dichte im Anziehungsmittelpunkte umgekehrt wie die Quadrate der Massen. Damit z. B. die Erde von der Größe des Erdmondes bis zu ihrer gegenwärtigen Größe (Massenverhältnis 1:80) anwachsen konnte, mußte sie im ersten Falle 9mal, im zweiten 6400mal so weit vom Anziehungsmittelpunkte entfernt gewesen sein als jetzt. Besaß die Erde anfangs die Masse eines kleinen Planetoiden von 13 km Durchmesser (Massenverhältnis $1:10^9$), so betrug ihre ursprüngliche Entfernung vom Anziehungsmittelpunkte im ersten Falle 32000, im zweiten 10^{18} Erdweiten. *Es genügt demnach nicht anzunehmen, daß sich die Urstaubwolke nur bis zur gegenwärtigen Bahn des äußersten Planeten erstreckte; sie mußte sich viel weiter ausdehnen*, und man darf die ursprüngliche Masse der Planeten gar nicht als winzig klein voraussetzen, sondern muß ihr schon beträchtliche Werte beilegen, wenn man nicht zu Dimensionen der Urstaubwolke gelangen will, die Siriusweiten und Milchstraßendurchmessern entsprechen.

c) Die Entwicklungszeit der Planeten. Bei sich vergrößernder Masse der Steine nimmt die Zahl der Zusammenstöße umgekehrt proportional ihrem Radius ab; die Massen selbst wachsen mit der 3. Potenz, ihre Oberflächen mit dem Quadrate des Radius. Hiernach erfahren die durch Zusammenstoß sich vergrößernden Massen eine der Zeit proportionale Vergrößerung ihres Radius. Wenn eine Kugel von c cm Durchmesser ihre Masse verdoppelt, so wächst der Durchmesser um $c/_4$ cm. Bezeichnet T die zwischen zwei Zusammenstößen durchschnittlich verfließende Zeit, so ergibt sich also für die Erde, deren Durchmesser $13 \cdot 10^8$ cm beträgt, die Entwicklungszeit $13 \cdot 10^8 \cdot 4\,T:c$ Tage. In den beiden durch die Tabellen zur Darstellung kommenden Fällen ist T in der Nähe des Mittelpunktes der Staubkugel ungefähr $10c$ und $2c$ Tage. Die Entwicklungszeit der Erde würde hiernach 140 oder 28 Millionen Jahre betragen. Für Jupiter erhält man bei Berücksichtigung seiner geringeren Dichte den 7-fachen Wert, rund 1000 oder 200 Millionen Jahre, für Neptun 500 und 300 Millionen Jahre.

Man könnte gegen unsere Rechnung einen Einwand erheben. Die der kinetischen Theorie der Gase zugrunde liegenden Annahmen lassen sich nur dann auf Staubkugeln anwenden, wenn gewisse Kriterien erfüllt sind, die sich auf das Verhältnis der Gesamtmasse zu der des einzelnen Steines und auf das Verhältnis des Durchmessers der Kugel zu dem mittleren Abstande der Steine beziehen. Diese Kriterien sind nicht mehr erfüllt, wenn bei der angenommenen Erstreckung der Staubkugel ($1^1/_2$ Neptunsweiten) die einzelnen Steine mehr als 3000 kg Masse besitzen (Emden, a. a. O. XIV. Kap., § 11). Hiernach würde die statistische Behandlungsweise nur für die früheste Entwicklungszeit der Planeten gestattet sein. Trotzdem behalten unsere Überlegungen ihre Gültigkeit, weil die immer mehr hervortretende Schwierigkeit, für die Geschwindigkeiten, freien Weglängen und freien Wegzeiten der sich vergrößernden meteoritischen Teilmassen Mittelwerte anzugeben, bei der Länge der Entwicklungszeit der Planeten fast ohne Einfluß bleibt. Eine andere einfache Voraussetzung führt überdies zu einer einwandfreien Bestätigung unserer Rechenresultate. Wir betrachten die Staubkugel als widerstehendes Mittel, in dem die Planeten sich bewegen. Die mittlere Dichte einer bis zur $1^1/_2$-fachen Neptunsweite sich erstreckenden homogenen Staubkugel, deren Masse der Sonnenmasse entspricht, ist $1{,}7 \cdot 10^{-12}$ g/ccm. Stürzt eine Masse von dieser Dichte mit einer mittleren Geschwindigkeit von 5,4 km/sec auf die Erde, so nimmt der Radius der Erde, wenn ihre mittlere Dichte gleich 5,5 gesetzt wird, jährlich um 5 cm zu. Hieraus ergibt sich eine Gesamtentwicklungszeit der Erde von 130 Millionen Jahren, also ein dem früheren fast genau entsprechender Wert.

Die berechneten Zeiten erscheinen nicht übermäßig lang; doch ist wohl zu beachten, daß sie nicht die wirklichen Entwicklungszeiten der Planeten bedeuten. Diese sind viel größer, und zwar erstens, weil sich die Urstaubwolke gemäß unseren früheren Erörterungen (vgl. Argument b) viel weiter als bis zur $1^1/_2$-fachen Neptunsweite erstrecken mußte, ihre Dichte also geringer war als der der Rechnung zugrunde gelegte Wert, zweitens, weil die Planeten sich ursprünglich in größeren Entfernungen vom Anziehungsmittelpunkte befanden und sich hier mit geringeren Geschwindigkeiten bewegten, und endlich drittens, weil die Dichte der Wolke nicht während der ganzen Entwicklungszeit der Planeten dieselbe blieb, sondern sich verringerte, da der größte Teil derselben sich allmählich zur Sonne zusammenballte. Die Dichte der Wolke ist der 3. Potenz ihres Radius und die mittlere Geschwindigkeit V ihrer Teilchen der Wurzel aus dem Radius umgekehrt proportional; die Entwicklungszeiten nehmen daher mit der Potenz $3^1/_2$ des Radius der Wolke zu. Schon bei verhältnismäßig geringen Erstreckungen derselben, die erst ein ziemlich unbedeutendes Anwachsen der Planetenmassen ermöglichen würden (vgl. Argument b), gelangt man dann zu *Entwicklungszeiten von Billionen und Trillionen Jahren*[1]). Dabei ist die Verringerung der Dichte der Wolke, die durch ihr allmähliches Zusammensinken zur Sonne bewirkt wird, noch gar nicht in Rechnung gebracht. Entwicklungszeiten von der angegebenen Länge kommen jedoch für unser System nicht in Frage. Denn wenn es auf Grund neuerer Untersuchungen über den Radiumgehalt der irdischen Gesteine auch erlaubt sein sollte, für die Entwicklungszeit der Erde statt einiger Millionen Jahre, zu denen man früher durch wärmetheoretische Betrachtungen gelangt war, Milliarden Jahre anzunehmen, so ist es doch ausgeschlossen, daß die Sonne jetzt noch leuchten würde, wenn sie schon Billionen und Trillionen Jahre Licht und Wärme ausgestrahlt hätte (vgl. Argument k).

Während wir soeben rein theoretisch die Entwicklungszeiten der Planeten bestimmten, sind wir auch imstande, aus empirischen Daten Schlüsse auf die Länge der Zeitperioden zu ziehen, die erforderlich wären, um gemäß den Voraussetzungen der Meteoritenhypothese die Planeten zu ihrer gegenwärtigen Größe anwachsen zu lassen. Da die Absorption sämtlicher in den interplanetarischen Räumen umherirrenden Meteorite durch die Sonne und die Planeten in endlicher Zeit nicht erreicht werden kann, so muß sie auch jetzt noch stattfinden. In der Tat stürzen auf die Erde Meteorsteinchen in großer Zahl, die Sternschnuppenkörperchen. Da es täglich mehr als 10000000 sind, so ergibt sich eine Anzahl von 30 bis 40 in einem Würfel, dessen Kante 1000 km mißt, und wenn die Masse eines Steinchens zu $^1/_3$ bis 30 mg angenommen wird, eine mittlere Raumdichte von 10^{-11} bis 10^{-9} g/ckm (vgl. § 166). Bei dieser Dichte erfährt der Erdradius durch die auf die Erde stürzenden Sternschnuppen in 10^{10} Jahren eine Verlängerung von $^1/_{400}$ bis $^1/_4$ cm, und in einer Billion Jahren nimmt er günstigstenfalls erst um einige Zentimeter zu. Dieser verschwindend geringe Längenzuwachs gibt einen Anhaltspunkt für die Zeitperioden, die für die Entwicklung der Planeten anzunehmen wären.

d) Einfangen interplanetarischer Teilchen durch die Planeten. Während das Argument a die Möglichkeit der Zusammenballung winziger Teilchen einer Meteoritenwolke überhaupt bestreitet, und die Argumente b und c beweisen, daß selbst wenn man diese Möglichkeit zulassen, eine Erstreckung der Urstaubwolke bis in Siriusweiten einräumen und Entwicklungszeiten von Trillionen Jahren gelten

[1]) Bei der obigen Rechnung ist nicht berücksichtigt worden, daß die Menge der auf die Planeten stürzenden Meteoriten durch die Anziehung der Planeten eine Vermehrung erfährt. Bei der geringen Masse der Planeten ist diese Vermehrung aber so gering (vgl. § 43 β), daß die Rechenergebnisse sich nur unwesentlich ändern.

lassen wollte, die ursprünglichen Massen der Planeten schon als sehr beträchtlich vorausgesetzt werden müßten, wollen wir nunmehr zeigen, daß auch mächtige Planeten nicht imstande sind, ihre Masse durch Aufnahme neuer, in ihre Nähe kommender Meteoriten merklich zu vergrößern. Wir haben schon häufig auf diesen Punkt aufmerksam gemacht (vgl. § 43). Um nichts zu versäumen, was bei der Beurteilung der Meteoritenhypothese von ausschlaggebender Bedeutung ist, wollen wir aber die Möglichkeit des Einfangens interplanetarischer Teilchen in Kürze noch einmal, und zwar von einem etwas anderen Gesichtspunkte aus als früher, behandeln.

Die Massen der Planeten sind im Verhältnisse zur Sonnenmasse so klein (sie betragen zusammen nur ungefähr $^1/_{700}$ derselben), daß die Art ihrer Bewegung sehr genau durch die allein die Sonnenanziehung berücksichtigenden Keplerschen Gesetze bestimmt wird. Die von den Planeten aufeinander ausgeübte Anziehung ruft nur kleine Änderungen hervor, die den Ort des Planeten in seiner Bahn und diese Bahn selbst betreffen. Der Planet eilt seinem rechnungsmäßigen Orte in der Bahn entweder etwas voraus oder bleibt hinter ihm zurück; seine Bahn wird etwas mehr oder weniger exzentrisch; die Bahnneigung wird etwas größer oder kleiner. Diese als „Störungen" bezeichneten Änderungen sind ihrem Betrage nach klein und größtenteils periodisch, heben sich also im Laufe längerer Zeiträume wieder auf. Die Reihenentwicklungen der Störungsgleichungen zeigen, daß die großen Achsen der Bahnen das bei weitem beständigste der Bahnelemente sind. Hieraus folgt, daß der innere Bau des Planetensystems im großen und ganzen derselbe und allen seinen Massen also ihre Selbständigkeit gewahrt bleibt. Das letzte würde auch dann noch der Fall sein, wenn sich im Laufe sehr langer Zeitperioden die Störungen ausnahmsweise einmal zu großen Beträgen summieren und infolge davon beträchtliche Annäherungen zweier planetarischer Massen stattfinden sollten[1]). *Durch die Annäherung wird die Selbständigkeit der Massen im allgemeinen nicht bedroht.* Hierauf muß mit Nachdruck

[1]) Die Stabilität des Planetensystems ist nur für einige Millionen Jahre gewährleistet, weil die Störungsausdrücke sich nur in sog. halbkonvergente Reihen entwickeln lassen. Aber angenommen auch, die gegenwärtige Stabilität ginge verloren, so ist damit nur gesagt, daß die jetzt wenig geneigten und fast kreisförmigen Bahnen in stark geneigte und stark elliptische Bahnen übergehen. Damit ist jedoch noch keineswegs die Notwendigkeit des gegenseitigen Auffangens gegeben. Zwar kann nicht geleugnet werden, daß bei großer Exzentrizität der Bahnen die Kollisionsgefahr in den Bereich der Möglichkeit gerückt wird. Aus den Untersuchungen über das Drei-Körper-Problem folgt aber, daß sich ein Zusammenstoß trotzdem immer nur als seltener Ausnahmefall ereignen wird. Im allgemeinen resultieren aus großen gegenseitigen Annäherungen nur größere Störungen der Bahnen.

hingewiesen werden, deswegen, weil in vielen populären Darstellungen bei der Beschreibung der Vorgänge, die mit der Annäherung planetarischer Massen verbunden sind, eine ganz falsche Annahme gemacht wird. Meistens wird ohne weiteres postuliert, die notwendige Folge der Annäherung sei das Hereinziehen der kleineren Masse in die Anziehungssphäre der größeren. Diese Annahme ist von Grund aus falsch. Eine Annäherung führt keineswegs, falls nicht zufällig ein Zusammenstoß erfolgt, zu einem Einfangen der kleineren Masse, sondern nur zu beträchtlichen Bahnstörungen derselben. Ebenso wie ein der Sonne aus dem Weltraume mit bestimmter Geschwindigkeit sich nähernder Körper von ihr in eine hyperbolische Bahn gezwungen wird und nach dem Durchgange durchs Perihel sich von ihr wieder in ungemessene Weiten entfernt, ebenso bewegt sich ein einem Planeten zueilender Körper in bezug auf ihn gleichsam in hyperbolischer Bahn. Nach den Untersuchungen von Darwin ist es zwar möglich, daß der Körper mehrere Umläufe um den Planeten ausführt. Dieser Fall ist aber ein Ausnahmefall. Im allgemeinen entflieht der Körper dem Planeten ebenso schnell wieder, wie er ihm zugeeilt ist[1]); seine neue Bahn wird allerdings der ursprünglichen sehr unähnlich sein. Ein Planet ist nicht einmal imstande, fast in derselben Bahn laufende Massen mit sich zur Vereinigung zu bringen. Welchem Astronomen würde es wohl einfallen zu behaupten, daß Planetoiden, deren Bahnen mit der Jupitersbahn ziemlich genau übereinstimmen, in Gefahr wären, auf Jupiter zu stürzen? Sie werden, ohne daß im allgemeinen Kollisionsgefahr vorliegt, von Jupiter zwar große Störungen erleiden, können aber in gewissen Fällen sogar beständig dieselbe mittlere Entfernung von Jupiter wahren (Planetoiden Hektor, Achilles, Patroklus, Nestor).

Nach dem Gesagten ist es möglich, daß die Planeten bei den in den Zwischenräumen zwischen ihren Bahnen sich bewegenden kleinen Teilchen mehr oder weniger beträchtliche Bewegungsstörungen hervorrufen; *sie sind aber nicht imstande, einen größeren Bruchteil derselben mit sich zur Vereinigung zu bringen*[2]). Wenn die Annahmen der Me-

---

[1]) Der Komet 309 (1886) bewegte sich durch das System der Jupitersmonde hindurch, ohne daß von einem Eingefangenwerden durch Jupiter dabei die Rede war.

[2]) Darwin ist der Meinung, daß die (an Zahl geringen) Teilchen, bei denen die Konstante des Jacobischen Integrals eine Vereinigung mit den Planeten zuläßt (vgl. § 43a, 2. Fall), im Laufe der Zeit wirklich einmal ihre Selbständigkeit einbüßen. Der bei weitem größte Teil derselben würde dann jedoch, infolge der Störungen in gänzlich neue Bahnen geworfen, nicht mit den Planeten, sondern mit der Sonne zur Vereinigung kommen.

Aus dem oben Gesagten folgt, daß auch die Lowellsche Erklärung des Planetenursprungs (P. Lowell, The origin of the planets; Mem. Am. Acad. of teoritenhypothese zuträfen, so müßte man also erwarten, daß die Sonne nicht von einzelnen, weit voneinander getrennten, sondern *von zahlreichen, dicht benachbarten Planeten* umkreist würde.

e) Masse der Planeten. Unter der Voraussetzung, daß die Bahndimensionen keine Änderung erleiden, vergrößert sich der Radius eines Planeten proportional der Zeit (vgl. Argument c). Bei verschiedenen Planeten hängt die Schnelligkeit des Wachstums jedoch von ihrer Entfernung von der Sonne ab; denn sie ist der mittleren Geschwindigkeit V der Meteorteilchen und der Dichte der Wolke am Orte des Planeten proportional. War die Meteoritenkugel homogen oder verringerte sich ihre Dichte mit dem Abstande von der Sonne, so mußten die Planeten um so schneller an Größe zunehmen, je näher sie sich der Sonne befanden. In Wirklichkeit haben jedoch die großen Planeten die größeren, die kleinen die kleineren Abstände von der Sonne. In derselben Zeit, in der die Erde ihre ganze Masse sammelte, konnte z. B. Jupiter noch nicht einmal seine äußersten Schichten von $^1/_{10}$ Jupitersradiusdicke aufbauen. Wenn man nicht annehmen will, daß die einzelnen Planeten zu den verschiedensten Zeiten ihre Entwicklung begannen (eine Annahme, die ganz ungerechtfertigt ist, da die Keimmassen der Planeten nicht als verschiedenaltrig betrachtet werden können), so müßte man also bei ihnen von vornherein die größten Massenunterschiede voraussetzen, bedeutend größere, als sie jetzt zwischen den Planeten bestehen; denn je länger die Entwicklung dauert, um so mehr kommt, auch bei anfänglich verschiedenen Massen, das Gesetz, nach dem die Planetenmassen mit der Entfernung von der Sonne abnehmen, zum Ausdruck.

f) Revolutionsrichtung und Revolutionsmoment der Planeten. Wenn sich in der Urstaubwolke die Teilchen gleichmäßig nach allen Richtungen bewegen, so ist ihr Gesamtumlaufsmoment, bezogen auf eine beliebige, durch den Schwerpunkt gelegte Ebene, gleich Null. Hat das Moment einen von Null verschiedenen Wert, so bewegen sich mehr Teilchen nach der einen als nach der anderen Richtung. Das Moment unseres Systems ist nicht gleich Null, aber sehr klein; es beträgt nur den 600. Teil des Rotationsmoments, das ein bis zur Neptunsbahn reichendes gleichmäßig dichtes, mit der Winkelgeschwindigkeit Neptuns rotierendes Rotationsellipsoid gleicher Masse besitzen

Arts and Sciences, 14), der gemäß zunächst Jupiter seine Masse aus zerstreuten planetarischen Teilchen sammelte, dann an einer Stelle, die einer genäherten Kommensurabilität seiner mittleren Bewegung entsprach, infolge sich summierender Störungen von seiten Jupiters die Masse Saturns und wieder in größerer Entfernung in ähnlicher Weise die des Uranus und des Neptun und endlich im Innern der Jupitersbahn die der kleinen Planeten sich zusammenfand, mit den Gesetzen der Mechanik nicht in Einklang zu bringen ist.

würde (vgl. § 77*a* a). Hiernach konnten die im positiven Sinne sich bewegenden Teilchen der Urstaubwolke nur ein geringes Übergewicht über die im Gegensinne umlaufenden Teilchen besitzen. Dann aber folgt, daß *die Entstehung rechtläufiger Planeten nur um ein geringes wahrscheinlicher war als die rückläufigen.* Daß ursprünglich rückläufige Planeten durch Änderung ihrer Bahnneigungen nachträglich in rechtläufige übergehen, ist zwar möglich, wenn die Staubmassen, die mit ihnen zusammenstoßen, größtenteils rechtläufig sind (vgl. die Untersuchungen über die Neigungsänderungen in einem rotierenden Mittel, § 23); bei dem geringen Übergewichte aber, das die rechtläufigen Massen in unserem System über die rückläufigen besaßen, konnten bei den Planetenbahnen nur ganz geringe Neigungsänderungen eintreten (vgl. § 86).

Die übereinstimmende Umlaufsrichtung der Planeten zwingt daher zu der Hypothese, daß schon in der Urstaubwolke die Bewegung der Teilchen gleichgerichtet war. Wegen des geringen Gesamtmoments des Systems müßte dann aber angenommen werden, daß sich die Teilchen in sehr lang gestreckten Bahnen bewegten, deren kleine Achse durchschnittlich nicht mehr als des 10-fache des gegenwärtigen Sonnendurchmessers betrug (vgl. § 81). Wenn auf die kleinen jetzt in den Planeten vereinigten Massen keine Rücksicht genommen wird, so würden die kleinen Bahnachsen aller übrigen zur Sonne sich zusammenballenden Teilchen, da das Rotationsmoment der Sonne nur den 28. Teil des Gesamtmomentes des Systems ausmacht (vgl. § 38), gar nur $^1/_3$ des gegenwärtigen Sonnendurchmessers betragen, d. h. diese Teilchen hätten fast geradlinig zum Schwerpunkt stürzen (vgl. § 82) und hier in kürzester Zeit sich zur Sonnenmasse zusammenschließen müssen, den Planetenmassen also gar keine Gelegenheit mehr bieten können, ihre Massen zu vergrößern und die Neigungen und Exzentrizitäten ihrer Bahnen zu verkleinern. Ganz unerklärt bleibt auch, auf welche Weise die kleinen Planetenmassen imstande waren, den bei weitem größten Teil des Gesamtmomentes in sich zu vereinigen, während die 700mal so große Sonne nur den 27. Teil des Momentes der Planeten zu erwerben vermochte (vgl. § 87).

g) Rotationsbewegung der Planeten. Auf jeden Punkt der Planetenoberfläche können Meteorite fallen. Es liegt daher kein Anstoß zu der Ausbildung einer bestimmten Rotationsbewegung vor. Warum besitzen trotzdem die meisten Planeten eine rechtsinnige Rotationsbewegung? (Vgl. §§ 60, 91, 92, 98.)

h) Präzessionsbewegung der Planetenachsen. Ein starrer, keinen Kräften unterworfener Körper, dessen Hauptträgheitsmomente P, Q und R sind, und der um seine drei Hauptträgheitsachsen mit den Winkelgeschwindigkeiten p, q und r rotiert, beschreibt um eine im

Raume unveränderliche Achse eine komplizierte Kreiselbewegung, die sich durch elliptische Integrale bestimmen läßt[1]). Ist der Körper ein Rotationskörper, also $P = Q$, so geht diese Bewegung in eine um die Symmetrieachse des Körpers mit der konstanten Winkelgeschwindigkeit $r = r_0$ erfolgende einfache Rotationsbewegung über, die mit einer Präzessionsbewegung um die im Raume unveränderliche Achse verbunden ist. Bezeichnet man diese Achse als ζ-Achse, die Symmetrieachse des Körpers als z-Achse und den Winkel zwischen beiden mit ϑ, so ist ϑ konstant und zwar

$$\cos\vartheta = \frac{R\,r}{\sqrt{P^2(p^2+q^2)+R^2r^2}}; \quad p^2+q^2 = p_0^2+q_0^2 .$$

Ferner ergibt sich die Winkelgeschwindigkeit λ der Präzessionsbewegung um die ζ-Achse aus der Gleichung

$$\lambda = r\,\frac{R-P}{P} .$$

Da für ein Rotationsellipsoid mit den Halbachsen a und b bei homogener Dichte

$$P = \frac{1}{5}\,m\,(a^2+b^2), \quad R = \frac{2}{5}\,m\,a^2$$

ist, so erhält man, wenn man die Abplattung mit ε bezeichnet, also $b = a\,(1-\varepsilon)$ setzt, in erster Näherung $\lambda = \varepsilon\,r$.

Erfährt ein Rotationskörper, der um seine Symmetrieachse rotiert, einen seitlichen Stoß, so nimmt die Achse die beschriebene Präzessionsbewegung an. So lange ein aus Meteoriten sich aufbauender Planet noch klein und seiner Größe nach mit den auf ihn niederstürzenden Meteoritenmassen vergleichbar ist, erleidet er zahlreiche kräftige Stöße in den verschiedensten Richtungen, und als Wirkung derselben muß nach dem Gesagten eine deutliche Präzessionsbewegung der Achse entstehen. Einmal vorhanden, bleibt diese Präzessionsbewegung auch später erhalten, wenn die Planetenmasse zu beträchtlicher Größe angewachsen ist und von neuen Zusammenstößen mit Meteorkörpern eine merkliche Einwirkung auf die Achse nicht mehr zu erwarten wäre. *Die Symmetrieachse sämtlicher Planeten müßte hiernach mit der Winkelgeschwindigkeit $\lambda = \varepsilon\,r$ eine Präzessionsbewegung um eine im Raume unveränderliche Achse beschreiben.* Dies ist jedoch bei keinem Planeten der Fall[2]). Abgesehen von der sehr langsamen, durch die Anziehung

---

[1]) Vgl. Winkelmann, Handbuch der Physik, 2. Aufl., 1. Bd., S. 349f, 421ff.

[2]) Da die Abplattungen ε der Erde, Jupiters und Saturns die Werte $^1/_{300}$, $^1/_{14}$ und $^1/_{10}$ haben und ihre Rotationszeiten $2\pi : r$ gleich 24, $9^3/_4$ und $10^1/_4$ Stunden

der Sonne hervorgerufenen Präzessionsbewegung um eine zur Bahnebene senkrechte Achse, die bei der Erde bekanntlich das Vorrücken der Äquinoktialpunkte veranlaßt, haben alle Planetenachsen eine im Raume unveränderliche Richtung.

Die Achse eines flüssigen oder gasförmigen Rotationskörpers nimmt durch Zusammenstoß mit einem fremden Körper keine stetig fortschreitende Präzessionsbewegung an, sondern erfährt nur eine Richtungsänderung. Wenn man den vorangehenden Schlüssen dadurch aus dem Wege gehen wollte, daß man die Erdmasse nicht als fest voraussetzte, sondern ihr, im Hinblick auf ihre Entstehung aus einzelnen Meteoritenkörperchen, ein lockeres Gefüge zuschriebe, das eine gegenseitige Verschiebung der Teilmassen zuließe, so wäre jedoch darauf hinzuweisen, daß, wie die Beschaffenheit der irdischen Sedimentgesteine beweist, auch ursprünglich konglomeratartig lockere Massen durch Druck sich verfestigen. Da der Planet nicht nur mit einzelnen Meteoriten, sondern auch mit größeren Massen, die ebenso wie der Planet durch Aufnahme zahlreicher kleinerer Massen bereits zu planetarischen Dimensionen angewachsen sind, zusammenstößt, so erfolgen kräftige Anstöße zu einer Präzessionsbewegung übrigens nicht nur im Anfange, sondern während der ganzen Entwicklungszeit des Planeten[1]).

i) Meteoreinschlüsse in irdischen Sedimentgesteinen. In den dem Menschen bis jetzt zugänglich gewordenen Gesteinsschichten der Erde haben Meteoreinschlüsse nicht nachgewiesen werden können. Während einer Zeit, die, wie man aus den in uranhaltigen Gesteinen vorkommenden Heliummengen geschlossen hat, wahrscheinlich Hunderte von Millionen Jahren umfaßt und jedenfalls einen bedeutenden Bruchteil der gesamten Entwicklungszeit der Erde aus-

---

sind, so würde die Periode der angegebenen Präzessionsbewegung bei der Erde 300, bei Jupiter 5,7 und bei Saturn 4,3 Tage betragen. Da die Planeten bei ihrer außerordentlichen Größe nicht den Charakter vollkommener Starrheit besitzen können, sondern einen größeren oder geringeren Grad elastischer Nachgiebigkeit zeigen müssen, so würde die wirklich vorliegende Periode etwas größer sein. Die Erde besitzt tatsächlich eine freie Präzessionsbewegung (Chandlersche Periode von 427 Tagen), die zu den bekannten Polhöhenschwankungen führt. Sie ist aber so schwach ($\vartheta = 0'',2$, d. h. die Erdpole ändern ihre Lage innerhalb eines Kreises von ungefähr 6 m Radius), daß ihr Vorhandensein der Meteoritenhypothese nicht als Stütze dienen kann. Da sie sich außerdem als sehr unregelmäßig erweist, so könnte sie auch eine erzwungene Bewegung sein, d. h. durch verschiedene, mit der Zeit veränderliche Ursachen, vielleicht klimatischer Art, hervorgerufen werden.

[1]) Kant führt die Schiefe der Achsen auf das Untersinken mächtiger Gesteinsschollen zurück. Wenn diese Erklärung zuträfe, so müßten die Achsen jedoch, da eine Massenverlagerung dieselbe Wirkung ausübt wie ein Stoß ebenfalls eine deutliche Präzessionsbewegung zeigen.

macht, hat also die Erdmasse durch Meteorite keine merkliche Vergrößerung erfahren[1]).

k) Innere Wärme der Planeten. Nach der Meteoritenhypothese entsteht der Planet durch Wachstum von innen nach außen. Beim Zusammenstoß mit den Meteorteilchen wird an der Planetenoberfläche Wärme erzeugt. Nur wenn ein ununterbrochener Regen von Meteoren niederging, dürfte man erwarten, daß ein Teil der Wärme sich ins Innere des Planeten fortpflanzte und hier, vor Ausstrahlung einigermaßen geschützt, erhalten blieb. Nun fällt bei gleichmäßiger Dichte der Meteoritenkugel und einer Erstreckung derselben bis zur $1^1/_2$-fachen Neptunsweite auf jedes Quadratzentimeter Oberfläche des Planeten in 10 bis 14 Tagen durchschnittlich einmal ein Steinchen von $m = 3$ g mit einer sekundlichen Geschwindigkeit von $v = 5$ km. Angenommen, die ganze kinetische Energie des Stoßes würde, anstatt zum Teil Zertrümmerungsarbeit zu leisten, in Wärme verwandelt, so ergäbe sich, wenn A das mechanische Äquivalent der Wärme bedeutet, eine Wärmeerzeugung von $^1/_2\, m v^2 : A = 10000$ Grammkalorien[2]), d. h. für jede Minute noch nicht ganz eine Kalorie. Dies ist weniger als die Hälfte der Wärmemenge, die einem Quadratzentimeter der Erdoberfläche senkrecht durch die Sonne gegenwärtig zugestrahlt wird. Die

---

[1]) Graf von Pfeil erklärt (in seinem wunderlichen Buche: Kometische Strömungen auf der Erdoberfläche; Berlin, 1881) das Nichtvorhandensein von Meteoren in den Gesteinsschichten durch die Annahme, daß sie an der Luft oder im Wasser verwittert, zersetzt und aufgelöst worden seien. Diese Erklärung kann man für die Mehrzahl der Meteore gelten lassen. Wenn aber, wie die Versteinerungen beweisen, zahlreiche tierische und pflanzliche Reste sich erhalten konnten, so müßte doch auch eine große Anzahl der viel widerstandsfähigeren Meteorite, die wie die versteinerten Tiere und Pflanzen aus irgendwelchen Ursachen zerstörenden Kräften nicht oder nur wenig ausgesetzt waren, noch auffindbar sein. Wollte man, um der angegebenen Schwierigkeit aus dem Wege zu gehen, die Vereinigung zahlreicher Meteore mit der Erde in die Zeit vor der Entstehung der Gesteinsschichten zurückverlegen, so würde dieser Annahme nicht nur die außerordentlich lange, nunmehr um die ganze für die Entstehung der Gesteinsschichten erforderliche Zeitdauer sich noch vergrößernde Entwicklungszeit der Erde im Wege stehen, sondern auch die Tatsache, daß, bei der geringen Wahrscheinlichkeit des Aufgefangenwerdens interplanetarischer Körper, eine scharfe Grenze zwischen zwei Zeiträumen, in denen die Möglichkeit des Herunterstürzens zahlreicher Meteorite auf die Erde vorlag und nicht mehr vorlag, nicht gezogen werden kann.

[2]) Hat der Planet bereits eine etwas größere Masse erlangt, so übersteigt die durch den Fall der Meteore erzeugte Wärme etwas den oben berechneten Wert, weil sich die relative Geschwindigkeit, mit der Planet und Meteor zusammenstoßen, durch die Anziehung der Planetenmasse vergrößert. Die Anziehung der Planetenmasse vergrößert auch die Menge der niederstürzenden Meteore (vgl. § 43β) und trägt durch diesen Umstand ebenfalls zur Erhöhung der erzeugten Wärmemenge bei. Doch ist der Zuwachs so gering, daß unsere obigen Schlüsse ihre Gültigkeit behalten.

wirklich erzeugte Wärmemenge ist noch bedeutend geringer, weil die Meteoritenwolke sich viel weiter als in den Tabellen angenommen wurde, erstrecken mußte und die auf den Planeten fallende Meteoritenmenge ihrer Dichte proportional ist. Wie die Auswertung des Integrals $\int \delta\, d\, r$ erkennen läßt (vgl. § 129), ist die Staubmasse bei einer Erstreckung bis zur Neptunsbahn wenigstens in ihren äußeren Schichten, bei größerer Erstreckung auch in den dem Mittelpunkte benachbarten Gebieten für Strahlung vollkommen durchlässig. Die durch den Fall der Meteoriten auf die Planeten erzeugte Wärme wird daher sogleich wieder in den Weltraum ausgestrahlt. Woher stammt dann aber der große Wärmeinhalt der Erde[1]) und der Sonne, der noch jetzt einen bedeutenden Bruchteil seines Maximalwertes[2]) beträgt, d. i. desjenigen Wertes, den er erlangt haben würde, wenn die gesamte kinetische Energie des Stoßes in Wärme verwandelt und gar keine Wärme ausgestrahlt worden wäre? Müßte nicht der jetzt noch vorhandene Wärmeinhalt der Erde und der Sonne ein verschwindend kleiner Bruchteil des angegebenen Maximalwertes sein? Da die Meteore Körper sind, bei denen die möglichen chemischen Umwandlungen größtenteils bereits ihren Abschluß gefunden haben, so kann die Neuerzeugung von Wärme auch chemischen Kräften nicht zur Last gelegt werden. Es bleibt nicht einmal der problematische Ausweg, die Erd- und Sonnenwärme auf radioaktive Vorgänge zurückzuführen, da radioaktive Stoffe in Meteoren bis jetzt nicht aufgefunden worden sind.

l) Mineralische Zusammensetzung der Erdmasse. Wenn die Erde sich aus Meteoriten aufgebaut hätte, so müßte die mineralische Zusammensetzung der Erdmasse überall ungefähr dieselbe sein. Die der Erdoberfläche benachbarten Schichten sind durch äußere Einflüsse, die letzten Endes sämtlich auf die Einwirkung der Sonne zurückgeführt werden können (Zerstörung und Neubildung von Gesteinen durch fließendes und brandendes Wasser, durch Frost, Hitze und Wind, durch die chemischen Wirkungen des Wassers, durch Pflanzen und Tiere usw.), vielfachen Änderungen unterworfen gewesen; ihre Bestandteile müßten aber noch dieselben wie die der inneren Schichten sein. Nach den geophysikalischen Forschungen besteht die Erde jedoch aus einem sehr dichten Metallkern und einem sie einschließenden viel

[1]) Auch bei den Planeten Jupiter und Saturn deuten mehrere Anzeichen darauf hin, daß ihr Inneres der Sitz einer lebhaften, durch hohe Wärme bedingten Tätigkeit ist.

[2]) Das Maximum findet man aus der Voraussetzung, daß die gesamte erzeugte Wärmemenge gleich derjenigen sei, die durch Umwandlung der potentiellen Energie entstehen würde, wenn die Planeten und die Sonne sich aus einem Anfangszustande unendlich weiter Erstreckung bis zu ihren gegenwärtigen Dimensionen zusammenzögen (vgl. § 129).

weniger dichten Gesteinsmantel. Da im Innern eines aus festen Teilmassen sich aufbauenden Planeten eine größere Massenumlagerung und eine Scheidung derselben nach ihrem spezifischen Gewichte nicht glaubhaft gemacht werden kann, so steht die Meteoritenhypothese mit den Ergebnissen der Geophysik im Widerspruch.

m) Dichte der Planetenmassen. Das spezifische Gewicht der Meteormassen liegt zwischen den Werten 2 und 7; die mittlere Dichte der großen äußeren Planeten beträgt dagegen nur 0,7 bis 1,4 g/cm^3. Um diese bedeutenden Unterschiede zu erklären, könnte man entweder annehmen, daß die beim Zusammenstoß der Meteore mit dem Planeten erzeugte Wärme eine kräftige Ausdehnung der Planetenmasse bewirkte, oder daß eine hohe Atmosphäre die Durchmesser der Planeten größer erscheinen lasse als sie sind. Die erste Annahme ist zurückzuweisen, weil die beim Zusammenstoße erzeugte Wärme nur zum kleinsten Teile der Planetenmasse erhalten bleibt (vgl. Argument k). Die zweite Annahme ist zwar nicht als unwahrscheinlich zu bezeichnen; doch vermag ihr die Meteoritenhypothese schwerlich eine Stütze zu bieten. Denn erstens ist nicht einzusehen, wie zusammenstoßende feste Eisen- und Gesteinsmassen imstande sein sollen, eine dichte Atmosphäre zu erzeugen, und zweitens kann die Atmosphäre eine größere Höhe nur dann erreichen, wenn eine beträchtliche Oberflächentemperatur[1]) der eigentlichen Planetenmasse, die auf Grund der Meteoritenhypothese vorauszusetzen nach dem soeben Gesagten nicht gestattet ist, ihr die erforderliche Expansionskraft verleiht.

n) Ursprung der Gase der Erdatmosphäre und des Wassers der Ozeane. Manche Meteorite enthalten Spuren von Gasen, in erster Linie Wasserstoff. Sauerstoff und Stickstoff sind bis jetzt nur in ihren chemischen Verbindungen aufgefunden worden. Woher stammen dann aber die Gase der irdischen Atmosphäre? Und woher kommt das Wasser der Ozeane? Eismeteorite sind bis jetzt nicht gefunden worden. Daß auch größere Eismeteore auf ihrem

[1]) Bei adiabatischem Gleichgewichtszustande würde die Temperatur der Erdatmosphäre auf je 100 m um 1° C, die einer irdischen Wasserstoffatmosphäre um 0,07° C abnehmen. Für Jupiter und Saturn multiplizieren sich diese Temperaturwerte mit 2,5 und 1,1, da die Schwere an der Oberfläche Jupiters das 2,5-fache, an der Oberfläche Saturns das 1,1-fache derjenigen an der Erdoberfläche beträgt. Um eine größere Übereinstimmung zwischen den Dichten der Planeten und der Meteore zu erzielen, hätte man anzunehmen, daß der Radius der Kernmasse Jupiters ungefähr $^3/_4$, derjenige Saturns $^3/_5$ des beobachteten Wertes betrage, die Höhe der Jupitersatmosphäre also ungefähr $^1/_4$, die der Saturnsatmosphäre $^2/_5$ des Radius ausmache. Aber wenn die Atmosphärenhöhen auch nur dem 20. Teile des Planetenradius gleichkämen, würde die Oberflächentemperatur Saturns selbst bei Voraussetzung einer Wasserstoffatmosphäre bereits 2000° C, die Jupiters 6000° C betragen müssen.

Wege durch die Luft stets geschmolzen wären und sich gänzlich in Dampf verwandelt hätten, darf nicht angenommen werden. Hat man doch bei Steinmeteoriten, obgleich sie außen eine Schmelzrinde zeigten und noch so heiß waren, daß man sie nicht berühren konnte, im Innern mehrfach sehr niedrige Temperaturen festgestellt! Wenn aber größere Eismeteore nicht vorhanden sind, so besteht auch für das Vorhandensein staubförmigen Eises im Weltraume nur geringe Wahrscheinlichkeit, und der Ursprung des Wassers der Ozeane bleibt daher rätselhaft.

o) Gasnatur zahlreicher Sterne. Bei den Algolsternen läßt sich aus den Beobachtungsdaten die mittlere Dichte berechnen. Man hat durchschnittlich sehr kleine Werte gefunden, bis zu $^1/_{100}$ der Sonnendichte. Diese Sterne müssen also reine Gaskugeln sein (vgl. Newc.-E., Pop. Astr., 4. Aufl., S. 526). Wenn es gestattet ist, aus ähnlichen Spektren auf ähnliche physikalische Beschaffenheit zu schließen, so müssen demnach eine sehr große Anzahl von Sternen Gaskugeln sein. Wie aber will man es glaubhaft machen, daß in unvorstellbar langen Zeiträumen allmählich aus festen Teilchen zusammenwachsende Weltkörper den Charakter von Gaskugeln annehmen könnten? —

Von den angegebenen Argumenten, die zum Teil theoretischen, zum Teil empirischen Charakters sind, haben einige ein solches Gewicht, daß sie allein schon ausreichen würden, die Unhaltbarkeit der Meteoritenhypothese darzutun. In ihrer Gesamtheit aber bilden sie ein Beweismaterial, das zu widerlegen gänzlich aussichtslos erscheint.

2. Kapitel. Die Entwicklung der Monde.

89. Notwendigkeit einer besonderen Erklärung der Entwicklung der Monde. Die unbestreitbaren äußerlichen Ähnlichkeiten, die zwischen den Mondsystemen und dem Planetensystem bestehen, hat die meisten Urheber kosmogonischer Hypothesen veranlaßt, ohne weiteres für beide eine gleichartige Entstehungsweise anzunehmen. Manche geben sich nicht einmal die Mühe, die Möglichkeit einer gleichartigen Entstehungsweise darzutun. Bei genauerer Untersuchung zeigen sich aber eine Reihe innerer Verschiedenheiten, die darauf hindeuten, daß bei der Entwicklung der Monde andere Bedingungen vorgelegen haben und andere Kräfte wirksam gewesen sind als bei der Entwicklung der Planeten.

Es sind, wie bei der Entwicklung der Planeten, wieder zwei Möglichkeiten vorhanden. Entweder war die Masse, welche die Monde gebar, den Gesetzen der Gasspannung unterworfen und besaß eine einheitliche Rotationsbewegung (Hypothese von Laplace), oder ihre Teilchen waren frei beweglich (Hypothese von Kant und See).

Erster Abschnitt.

Die Hypothese von Laplace.

90. Kritik der Hypothese.

α) Die Erklärung von Laplace und Poincaré.

Gegen die Laplacesche Erklärung der Entstehung der (regulären) Monde lassen sich die früher (vgl. §§ 76ff.) bei der Erklärung der Entstehung der Planeten erhobenen Einwände nicht wiederholen. Die Bahnen der Monde liegen, wie es nach der Hypothese zu erwarten ist, in der Äquatorebene ihres Planeten; ihre Revolutionsrichtung stimmt mit der Rotationsrichtung des Planeten überein, und das Flächenmoment ihrer Bewegung beträgt nur einen Bruchteil des Rotationsmomentes des Planeten (vgl. § 64). Der Erdmond bildet zwar von der letzten Bedingung eine Ausnahme, da sein Flächenmoment 4 mal so groß als das Rotationsmoment der Erde ist. Man könnte ihn deshalb zu den irregulären Monden rechnen. Wenn aber die Darwinsche Annahme, daß er seine gegenwärtige Entfernung von der Erde durch Gezeitenreibung erlangt habe, zutrifft (vgl. § 150), so würde auch seine Entwicklung mit der Laplaceschen Hypothese in Einklang zu bringen sein.

Es lassen sich jedoch noch andere Einwände gegen die Laplacesche Erklärung erheben[1]), die wir früher nur kurz andeuteten (vgl. § 77*a* d), weil die von der Äquatorebene der Sonne abweichende Lage der Planetenbahnen und das Mißverhältnis, daß zwischen den Flächenmomenten der großen Planeten und dem Rotationsmomente der Sonne besteht, für sich allein schon genügte, um die Nichtanwendbarkeit der Laplaceschen Erklärung auf die Entstehung der Planeten darzutun. Bei der Erklärung der Entstehung der Monde haben wir nunmehr das Versäumte nachzuholen.

a) Die Abschleuderung isolierter Ringe. Der Laplaceschen Erklärung liegt die Annahme zugrunde, daß an der Grenze der Atmosphäre die Abtrennung atmosphärischer Massen in *Ringform*, und zwar nicht ununterbrochen, sondern nur zu gewissen Zeiten erfolgte. Diese Annahme ist bei Laplace ein Postulat. Sie bedeutet eine sehr schwache Stelle der Erklärung und liefert die Grundlage zu einem schon oft gegen sie erhobenen Einwand. Es ist offenbar höchst unwahrscheinlich, daß die Atmosphäre, die während der Zeit der Abtrennung ihre maximale Höhe besaß, sich unmittelbar darauf so weit zurückzog, daß für längere Zeit eine neue Abtrennung nicht erfolgen konnte. Die Abgabe einer winzigen Mondmasse konnte,

[1]) Vgl. Newcomb-Engelmann, Pop. Astr., 5. Aufl., S. 717—718.

wie Schwarzschild sagt (‚Über das System der Fixsterne', II. Vortrag, S. 12), für die Entwicklung des ganzen übrigen Restes nicht so wichtig sein, daß nunmehr diese große Masse sich gänzlich beruhigte, um erst viele Millionen Jahre später, nach Kontraktion auf einen beträchtlich kleineren Radius, wieder ein Körnchen abzuspalten. Welche Ursachen bewirkten es, daß die Kontraktionsgeschwindigkeit und Rotationsbeschleunigung der Planetenkernmasse mit der durch ganz andere Umstände bestimmten Höhe der Atmosphäre (Oberflächentemperatur des Kernes, stoffliche Beschaffenheit der atmosphärischen Gase) in einem solchen Konnex stand, daß die freie Oberfläche der Atmosphäre um die kritische Niveaufläche gleichsam hin und her schwankte, bald sie erreichte, bald hinter ihr zurückblieb, und daß sich dieses wechselvolle Spiel bei allen Planeten, die reguläre Monde haben, in gleicher Weise wiederholte, bei Jupiter und Saturn sogar fünf- bis achtmal? Viel wahrscheinlicher ist es, daß sich die Atmosphäre, wenn sie einmal die größte geschlossene Niveaufläche erreicht hat, anstatt sich unmittelbar nach der Abtrennung eines Ringes wieder hinter sie zurückzuziehen, längere Zeit über sie erhebt. Dann aber scheint mit Notwendigkeit zu folgen, daß *die abgeschleuderten Massen nicht die Form isolierter Ringe, sondern einer Scheibe annehmen.*

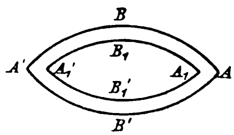

Fig. 6.

Der angegebene Einwand gegen die Laplacesche Erklärung ist ihrem Verfechter Poincaré nicht entgangen. Er versucht, ihm auf folgende Weise zu begegnen (a. a. O. Nr. 22): „Setzen wir voraus, daß unser Nebel die Linsenform $A\,B\,A'\,B'$ (Fig. 6) erreicht habe, sodann, daß er sich zusammenziehe und die neue Linsenform $A_1\,B_1\,A_1'\,B_1'$ annehme; dann entsteht ein äquatorialer Ring. Gleichzeitig bewegt sich ein Teil des überschüssigen atmosphärischen Fluidums von den Polen herunter nach dem Äquator und läßt auf diese Weise plötzlich eine neue Schicht $A_1\,B_1\,A_1'\,B_1'$ frei, die sich schnell abkühlt. Dem Augenblick der Abschleuderung eines Ringes folgt daher unmittelbar eine Periode oberflächlicher Abkühlung, während der sich kein Ring bilden kann. Diese Periode dauert so lange, bis die Abkühlung die zentralen Teile erreicht hat und derselbe Vorgang sich wiederholen kann." Bei dieser Erklärung beachtet Poincaré nicht, daß

1. die Atmosphäre, wenn sie durch Abfließen der oberen Schichten entlastet wird, sich von selbst wieder ausdehnt;

2. daß die von der Schicht $A_1\,B_1\,A_1'\,B_1'$ ausgestrahlte Wärmemenge schnell aus den unteren Schichten ersetzt wird[1]);

[1]) Wenn die Ausstrahlung so kräftig wäre, daß der Ersatz aus den tieferen Schichten Schwierigkeiten machte (was, sobald die Temperaturverteilung die adiabatische geworden ist, jedoch nicht mehr der Fall sein würde), so würden

3. daß die Erstreckung der Atmosphäre bis zur kritischen Niveaufläche oder ihr Zurückbleiben hinter derselben viel mehr von den Verhältnissen (der Umdrehungsgeschwindigkeit, der Oberflächentemperatur) der zentralen Planetenkernmasse als von den verhältnismäßig unbedeutenden, in den äußersten Schichten lokalisierten Zustandsänderungen abhängt.

Außerdem verdient bemerkt zu werden, daß die Annahme plötzlicher Entblößung und damit verbundener schneller Abkühlung und Zusammenziehung der frei werdenden Atmosphärenschicht der eigenen Angabe Poincarés, daß die Abtrennung der Ringe infolge der geringen Reibung der Gase außerordentliche Zeiten in Anspruch nehme (a. a. O. Nr. 25), widerspricht (vgl. § 138).

b) Die Zusammenballung der Mondmassen. Nach Laplace und Poincaré zerfällt der Ring in mehrere Stücke, die sich nach und nach miteinander vereinigen.

Poincaré schreibt der gegenseitigen Anziehung der Teilmassen des Ringes keine Bedeutung zu. Die Vereinigung entsteht nach ihm dadurch, daß die in etwas kleineren Bahnen laufenden Massen die anderen einholen und bei der Berührung mit ihnen verschmelzen (a. a. O. Nr. 42). Wenn diese Annahme richtig wäre, so muß es äußerst verwunderlich erscheinen, daß bei jedem Ringe sämtliche Teilstücke zu einer einzigen Mondmasse zusammenfließen. Daß alle Ringe genau kreisförmig gewesen seien, ist natürlich ausgeschlossen. Poincaré selbst legt, um ein gegenseitiges Einholen der Massen erklärlich zu machen, den Ringen etwas exzentrische Gestalt bei. Aber schon ein ganz geringer Unterschied der Bahnradien würde bei dem kleinen Durchmesser, den man den Teilmassen beizulegen gezwungen ist (vgl. Absatz c), bewirken, daß sie aneinander vorbeieilen und daher selbständig bleiben. Und wer sagt uns außerdem, daß zwei sich nur lose berührende und keine oder nur geringe Anziehung aufeinander ausübende Massen entgegen dem in der Anziehung des Planeten liegenden kräftigen Bestreben, sie in den ihnen angemessenen Bahnen festzuhalten, imstande wären, miteinander zu verschmelzen?

Meistens wird angenommen, daß die gegenseitige Anziehung die Teilmassen zueinandertreibe. Diese Annahme ist aber nicht besser als die obige. Aus den Untersuchungen über das Drei-Körper-Problem folgt, daß ein gegenseitiges Auffangen von Massen, die in ungefähr denselben Bahnen laufen, nur in den seltensten Fällen eintreten kann.

---

auch schon die Atmosphärenschichten, von denen angenommen wurde, daß sie die äußerste geschlossene Niveaufläche überschritten und zum Äquator eilten, infolge ihrer Wärmeausstrahlung sich kontrahiert haben und unter die Niveaufläche heruntergesunken sein.

Kirkwood bemerkt (Proc. Am. Philos. Soc., vol. XXII, p. 109): „Die Analysis scheint anzuzeigen, daß die Planeten und Kometen nicht aus Ringen entstanden sind, sondern Ringe aus Planeten und Kometen."

Wenn in der Äquatorebene des Planeten eine scheibenförmige Ansammlung von Mondkörperchen entstand, so würden sich die Schwierigkeiten noch häufen. Im Innern der Scheibe sich bewegende größere Mondkörper würden ihre Masse durch Aufnahme von Scheibenmaterie zwar vermehren können; die mit ihnen zur Vereinigung kommende Masse würde aber immer nur einen sehr kleinen Bruchteil der gesamten Scheibenmaterie betragen. Eine ausführliche Begründung dieser Angaben enthält der § 88β; alles dort Gesagte findet auch hier Anwendung.

H. Martus beschäftigt sich in seinem Buche: ‚Entstehungsweise der Monde der Planeten' (Dresden und Leipzig, Verlag von C. A. Koch, 1910) ausführlich mit dem vorliegenden Problem, aber nur auf empirische Weise. Aus der Eiform der meisten Mondkrater glaubt er mit Sicherheit schließen zu können, daß diese eigenartigen Gebilde durch den Aufsturz meteorischer Massen entstanden seien, die die Erde als Ring in der Entfernung des Mondes umgaben, und hieraus zieht er den weiteren Schluß, daß sich die ganze Mondmasse durch Agglomeration meteorischer Massen gebildet habe. Daß auf den Mond meteorische Massen stürzen konnten, ist natürlich nicht zu bestreiten. Die Annahme aber, daß die ganze Mondmasse durch Vereinigung von Massen entstanden sei, die in der Form eines Ringes die Erde umgaben, würde, nach dem oben Gesagten, mit Notwendigkeit zu dem Schlusse führen, daß, weil nur ein verschwindend kleiner Bruchteil der Massen Gelegenheit fand, miteinander zu verschmelzen, jener Ring in seiner Hauptmasse, wenn auch über einen größeren Raum verstreut, noch jetzt erhalten sein müßte, was nicht der Fall ist.

c) Die ursprüngliche Dichte der Mondmassen. **Da** Laplace und Poincaré bei dem Planeten und seiner Atmosphäre eine gleichförmige Rotationsbewegung voraussetzen, so läßt sich leicht berechnen, wie groß der Radius ϱ des Planeten zur Zeit der Abtrennung der einzelnen Monde war. Der gegenwärtige Radius des Planeten sei ϱ_0, seine Rotationszeit t_0, die Umlaufszeit des Mondes t. Wenn der Einfachheit halber angenommen wird, daß das Gesetz der Dichteverteilung in der Planetenmasse sich bei der Kontraktion nicht geändert habe (vgl. § 134), so besteht nach dem Flächensatze die Gleichung

$$\varrho_0^2 t = \varrho^2 t_0,$$

oder

$$\varrho = \varrho_0 \sqrt{\frac{t}{t_0}}.$$

Ist r der Radius der Mondbahn, und berechnet man den Wert von $r:\varrho$ für die einzelnen (regulären) Planetenmonde, so erhält man für den 2. Marsmond 6, für die 5 regulären Jupitersmonde 2,3; 2,8; 3,2; 3,6; 3,8; für die 8 regulären Saturnsmonde 2,1; 2,2; 2,3; 2,5; 2,7; 3,3; 3,5; 3,5; für die 4 Uranusmonde, wenn die von Lowell und Slipher bestimmte Rotationszeit von $10^3/_4$ Stunden der Rechnung zugrunde gelegt wird, 3,0; 3,3; 3,6; 3,9. Da, bei gleicher Dichte von Planet und Mond, die Rochesche Grenze durch den Wert $r:\varrho = 2{,}44$ bestimmt ist, so zeigt sich, daß zur Zeit ihrer Entstehung der Jupitersmond V und die 3 inneren Saturnsmonde innerhalb und alle übrigen Monde nur wenig außerhalb der Rocheschen Grenze umliefen. Hieraus folgt aber, daß die Massen der Monde während der Zeit ihrer Zusammenballung nur wenig geringere, bei dem Jupitersmond V und den inneren Saturnsmonden sogar eine größere Dichte, nicht als die *atmosphärischen Schichten*, aus denen sie hervorgingen, sondern als die *Planetenkernmasse* besitzen mußten. Daß die zur Abtrennung gelangenden atmosphärischen Massen sich bereits kurze Zeit nach der Abschleuderung zusammenballen konnten, ist hiernach völlig ausgeschlossen. Erst wenn sich die Dichte der Ringteilmassen fast bis auf den Wert der *gegenwärtigen Monddichten* vergrößert hatte, lag die Möglichkeit vor, daß sie bei eintretender Berührung miteinander verschmolzen. Wenn aber nicht gleich anfangs, bei geringer Dichte und entsprechend großer Ausdehnung der Teilmassen, eine Vereinigung derselben eintreten konnte, so sank später die Wahrscheinlichkeit einer Kollision und damit die Möglichkeit einer Zusammenballung der Teilmassen auf ein Minimum herab.

d) Oberflächentemperatur der Planeten. Bedeutet c_p die spezifische Wärme der atmosphärischen Gase bei konstantem Druck, ϑ' die Temperatur im Abstande ϱ' vom Mittelpunkte, γ' die Beschleunigung durch die Schwere an dieser Stelle und A das mechanische Äquivalent der Wärme, so liefert, falls für die Atmosphäre adiabatisches Gleichgewicht vorausgesetzt wird, die mechanische Wärmetheorie die Gleichung

$$A\, c_p\, d\,\vartheta' = -\gamma'\, d\,\varrho'.$$

Bezeichnet γ die Beschleunigung durch die Schwere an der Oberfläche des Planeten und ϱ seinen Radius, so ist $\gamma'\,\varrho'^2 = \gamma\,\varrho^2$. Durch Integration der letzten Gleichung erhält man, wenn der Wert von ϱ' an der Grenze der Atmosphäre gleich r ist,

$$A\, c_p\, \vartheta' = \gamma\,\varrho^2\left(\frac{1}{\varrho'} - \frac{1}{r}\right).$$

Aus der ebenfalls in der mechanischen Wärmetheorie hergeleiteten

Gleichung $A(c_p - c_v) = H$, wo H die in der Boyle-Mariotteschen Formel auftretende sog. Gaskonstante bezeichnet, folgt

$$A c_p = \frac{\varkappa}{\varkappa - 1} H.$$

Bedeutet ϑ die Temperatur am Grunde der Atmosphäre, d. i. die Oberflächentemperatur des Planeten, so ergibt sich also

$$\vartheta = \frac{\varkappa - 1}{\varkappa} \frac{\gamma \varrho}{H} \left(1 - \frac{\varrho}{r}\right)$$

(Emden, a. a. O., Kap. XVII, § 2 und 4). Aus dieser Formel berechnet sich[1]), falls die Atmosphäre aus zweiatomigem Wasserstoff bestand ($\varkappa = 1{,}4$; $H = 4{,}15 \cdot 10^7\ \mathrm{cm^2\,sec^{-2}}$), die Oberflächentemperatur Jupiters zur Zeit der Abtrennung des Mondes V zu 40 000° C, die Saturns zur Zeit der Erstreckung der Atmosphäre bis zur Cassinischen Trennung der Ringe zu 12 000° C. Da die höchsten bei Fixsternen gemessenen Oberflächentemperaturen 15000° selten übersteigen, so erscheint der erste der angegebenen Werte sehr hoch. Er verkleinert sich auf $^7/_{10}$ seines Betrages, wenn die Atmosphäre aus dissoziiertem Wasserstoff ($\varkappa = {}^5/_3$, $H = 8{,}3 \cdot 10^7\ \mathrm{cm^2\,sec^{-2}}$) bestand. Er verringert sich auch dann, wenn man die Annahme adiabatischen Gleichgewichts fallen läßt, und, wenigstens für die unteren Atmosphärenschichten, durch die Annahme polytropen Gleichgewichts mit hoher Polytropenzahl (Emden, a. a. O., Kap. XVII, § 10; Kap. XVIII, § 17) oder durch die Annahme isothermen Gleichgewichts ersetzt. Die Temperaturen erhöhen sich aber beträchtlich, wenn die atmosphärischen Gase ein größeres Atomgewicht besaßen als Wasserstoff (vgl. § 135).

e) **Der innere Marsmond und die Saturnsringe.** Die Laplacesche Erklärung verlangt, daß die Planeten ihre Rotation in gleicher oder kürzerer Zeit ausführen als die Monde ihren Umlauf. Der innere Marsmond und die inneren Teile der Saturnsringe bewegen sich aber schneller als der Planet rotiert.

Die aufgeführten Einwände sind so schwerwiegender Art, daß die Anwendbarkeit der Laplace'schen Hypothese nicht nur auf die Entwicklung der Planeten, sondern nunmehr auch auf die der Monde in Frage gestellt erscheint. Andererseits kann aber nicht geleugnet werden, daß die bei den (regulären) Monden anzutreffenden Gesetzmäßigkeiten sich auf sehr einfache, einleuchtende Weise aus ihr ergeben. Es hat fast den Anschein, als ob sie im wesentlichen das Richtige treffe, in den Einzelheiten aber den wirk-

---

[1]) Bei der Rechnung hat man zu beachten, daß die Atmosphäre im Verhältnis 2 : 3 abgeplattet ist. Für r ist der Wert des Polarradius zu wählen. Auf den Strahlungsdruck wird keine Rücksicht genommen (vgl. § 135).

lichen Verlauf der Vorgänge nicht richtig wiedergebe. Sollte es nicht möglich sein, die Hypothese in ein neues Gewand zu kleiden, das sie vor allen Einwänden schützte? Unsere späteren Ausführungen werden zeigen, ob dies der Fall sei (vgl. §§ 136ff).

β) Die Erklärung von Jeans.

Wir haben früher (vgl. § 77 β) darauf hingewiesen, daß die Untersuchungen von Jeans über die Stabilität rotierender Gasmassen auf die Entwicklung der Planeten keine Anwendung finden können, weil die im Planetensystem vorliegenden quantitativen Verhältnisse der Massen und Momente dies nicht zulassen. Ähnliches läßt sich von den Mondsystemen sagen.

1. Da nach Darwin (Ebbe und Flut, 2. Aufl., S. 381) die Einschnürung der Schichten gleicher Dichte in der Nähe des Zentrums der Gasmasse beginnt und das Zerreißen von innen nach außen fortschreitet, so ist zu erwarten, daß die entstehenden Massen in keinem großen Mißverhältnisse stehen. Die Mondmassen betragen aber nur sehr kleine Bruchteile der Planetenmassen.

2. Die Größe λ, welche einen Maßstab für die Verkürzung des Mondbahnradius liefert, die in der von der beginnenden Kernteilung bis zur völligen Abtrennung des Mondes verfließenden Zeit erfolgt (vgl. § 77 β, 2), liegt bei den meisten Monden der Zahl 1 noch näher als bei den Planeten. Bei einigen Saturnsmonden hat sie z. B. den Wert 0,9. Hieraus folgt, daß, wenn sich die Monde von den Planetenmassen abgetrennt haben, als wirkende Ursache die von Laplace angenommene Rotationsinstabilität viel wahrscheinlicher ist als die von Jeans vermutete Gravitationsinstabilität.

Zweiter Abschnitt.

Die Hypothese von Kant und See.

91. Kants Erklärung. Kant nimmt an, daß eine Planetenmasse die in etwas kleineren Bahnen schneller als der Planet laufenden Teilchen durch ihre Anziehung über sich hinaushebe und dadurch einen Wirbel rechtläufiger Teilchen um sich herum erzeuge, aus dem in ähnlicher Weise die Monde hervorgehen wie die Planeten aus den im Plane der Beziehung laufenden Teilchen (Naturgesch. d. H., 2. Teil, 4. Hauptst.).

Die Störungswirkungen, die ein Planet auf ein sich ihm näherndes Teilchen ausübt, sind so komplizierter Art[1]), daß es nicht erlaubt ist,

[1]) Darwin schreibt (Ebbe und Flut, 2. Aufl., S. 404): „Wenn man einen Planeten treffen will, darf man niemals auf ihn hinzielen und muß in speziellen Fällen sogar das Ziel gerade von ihm hinweg nehmen.“

von der Notwendigkeit der Entstehung eines rechtläufigen Wirbels zu sprechen. Es steht fest, daß der Planet nicht nur Teilchen anzieht, die ihn rechtläufig, sondern auch solche, die ihn rückläufig umkreisen. Welche von beiden das größere Flächenmoment ergeben, hängt von Nebenumständen, z. B. von der Dichteverteilung der Materie zu beiden Seiten der Planetenbahn, von ihrer relativen Bewegungsrichtung in Beziehung auf den Planeten usw., ab (vgl. § 60 α). Es wäre also noch auszumachen, welche Bedingungen erfüllt sein müssen, damit ein rechtläufiger Wirbel entsteht. Daß die Teilchen dem Planeten nicht wieder enteilen (vgl. § 88 β), könnte vielleicht durch ihre gegenseitigen störenden Einwirkungen oder durch den Einfluß der weit zahlreicheren übrigen in die Nähe des Planeten gelangenden, von ihm nicht festgehaltenen Teilchen des Plans der Beziehung, die auf die ersten wie ein widerstehendes Mittel wirken, erklärt werden. Aber angenommen auch, daß die Umstände der Ausbildung eines rechtläufigen Wirbels günstig sind, wie erklärt es sich dann, daß die Symmetrieebene des Wirbels gegen den Plan der Beziehung mehr oder weniger geneigt ist[1]), daß sie mit der Äquatorebene des Planeten zusammenfällt, und daß sie sich in dieser Lage trotz der beständigen störenden Einwirkungen, die der Wirbel von den in der Nähe des Planeten vorbeistreichenden Teilchen des Plans der Beziehung erfährt, erhalten kann (vgl. §§ 65, 67, 69)?

Gegen die Erklärung der Zusammenballung der Mondmassen aus der Wirbelmaterie lassen sich endlich dieselben Gründe geltend machen, wie gegen die Erklärung der Zusammenballung der Planetenmassen aus den im Plane der Beziehung laufenden Teilchen (vgl. § 88 β).

Faye und Ligondès erklären die Revolutionsrichtung der Monde ebenso wie die Rotationsrichtung der Planeten aus den entweder von außen nach innen oder von innen nach außen abnehmenden Geschwindigkeiten der in der Hauptebene liegenden Ringmassen (vgl. § 83 und 85); sie nehmen also auf die bei der Annäherung der Massen durch ihre gegenseitige Anziehung hervorgerufenen Bewegungsstörungen keine Rücksicht. Kant beachtet diese Störungen und erweist sich dadurch auch an dieser Stelle wieder gründlicher als die ihren Meister mit Voreingenommenheit beurteilenden Schüler.

---

[1]) Kant scheint der Meinung zu sein, daß die Neigung der Mondbahnen gegen die Planetenbahn ein späteres Entwicklungsprodukt sei. Wenigstens erklärt er die Schiefe der Achsen als die Wirkung untersinkender Schollen, in welche die starre Rinde des Planeten zerbrach (a. a. O. 2. Teil, 4. Hptst.). Es dürfte kaum nötig sein, darauf hinzuweisen, daß diese Erklärung mechanisch nicht haltbar ist (vgl. § 88 β h).

92. Sees Erklärung[1]). Nach See bewegen sich die Teilchen des interplanetarischen Mittels, in das die Planeten von außen her eindringen, in allen möglichen Richtungen. Er behauptet, daß die von den Planeten festgehaltenen Teilchen ihn als rechtläufiger Wirbel umkreisen (Astr. Nachr., Nr. 4343, § VIII), begründet diese für seine Hypothese äußerst wichtige Behauptung jedoch nicht (vgl. §§ 65, 67, 69). Auch dafür, daß die Symmetrieebene des Wirbels mit der Äquatorebene des Planeten zusammenfällt, gibt er ebensowenig wie Kant einen Grund an.

Gegen die Seesche Erklärung lassen sich hiernach dieselben Einwendungen machen wie gegen die Kantische; sie enthält aber noch eine Reihe neuer Schwierigkeiten.

Nach See bilden sich die Monde nicht, wie Kant es will, aus der Materie des Wirbels, sondern sie dringen, ebenso wie die Teilchen des Mittels, in die Anziehungssphäre des Planeten ein und werden von ihm festgehalten[2]). Die Bahnen der neu eingefangenen Monde können alle möglichen Lagen zur Planetenbahn haben, müssen also erst im Innern des Nebelwirbels ihre gegenwärtige übereinstimmende Lage annehmen. Neigungsänderungen werden durch die Orthogonalkomponente des Widerstandes bewirkt. Nach der Gleichung

$$\frac{di}{dt} = \frac{r \cos u}{a} O$$

besteht die Wirkung der Komponente O darin, daß sie die Bahnen der rechtläufigen Monde der Symmetrieebene des Wirbels nähert, die Bahnen der rückläufigen Monde aber in steilere Stellung zu derselben bringt. Liegt die Bahn eines rückläufigen Mondes im Innern des Wirbels, so hebt ihn die Komponente O also aus dem Wirbel heraus und entzieht ihn dadurch zum größten Teil dem widerstehenden Einflusse desselben. Wir dürften daher erwarten, daß nicht, wie See angibt, die rückläufigen Monde infolge des größeren Widerstandes der Wirbelmaterie sich schnell dem Planeten nähern und aufgelöst werden, sondern daß sie in steiler gestellter Bahn ihre Existenz bewahren. See gibt auch die Abplattung des Planeten als Ursache von Neigungsänderungen der Mondbahnen an (Astr. Nachr. Nr. 4367, S. 381). Diese Erklärung ist aber nicht richtig. Denn bekanntlich wird die

[1]) Vgl. des Verfassers Aufsatz: ‚Über Sees kosmogonische Untersuchungen'. Astr. Nachr. Bd. 183, Nr. 4374.

[2]) Da See hiernach für die Monde eine erzwungene Entwicklung annimmt, so gehört die Erörterung seiner Erklärung eigentlich nicht an diese Stelle. Durch die früheren Ausführungen (vgl. §§ 63—69) ist sie im Grunde schon widerlegt. Wegen ihrer Ähnlichkeit mit der Kantischen Erklärung empfiehlt es sich aber, im Anschlusse an diese, die wichtigsten gegen sie geltend zu machenden Gründe noch einmal kurz zusammenzustellen.

mittlere Neigung der Bahn eines Satelliten gegen die Äquatorebene des Zentralkörpers durch die Abplattung desselben nicht beeinflußt. Außer einer periodischen Änderung der Neigung, der großen Achse und der Exzentrizität bewirkt die Abplattung nur ein Vorrücken der Apsidenlinie und eine Rückwärtsdrehung der Knotenlinie.

Auch wenn man alle unbewiesenen Annahmen Sees, daß ein rechtläufiger Nebelwirbel entstehe, daß die Symmetrieebene desselben die Äquatorebene sei, und daß die Monde in dieser Ebene rechtläufig ihre Bahnen beschreiben, gelten läßt, kann man zeigen, daß seine Hypothese für die Entstehung der Monde noch immer keine Erklärung gibt. In einem Mittel, dessen Teilchen freie Kreisbahnen beschreiben, werden die Störungen von p und q durch die Gleichungen

$$\frac{1}{VA}\frac{dp}{dt} = \frac{2prc_\mu}{a} - 2p,$$

$$\frac{1}{VA}\frac{dq}{dt} = \frac{pc_\mu}{are}(r^2 - q^2) - \frac{2q}{re}(r - q)$$

bestimmt (vgl. § 19). Da

$$c_\mu = \frac{a}{\sqrt{pr}}$$

ist, so überzeugt man sich leicht, daß $\frac{dq}{dt}$ in jedem Punkte der Bahn, $\frac{dp}{dt}$ für $r > p$ positiv ist; q nimmt also beständig zu; dasselbe gilt, abgesehen von einer kurzen Bahnstrecke, auch von p. Hieraus folgt, daß die ursprüngliche Planetennähe des Mondes beträchtlich kleiner als die gegenwärtige war. Im Falle die Dichte des Mittels konstant oder der 1. oder 2. Potenz des Radiusvektors umgekehrt proportional ist, und die Bahnexzentrizität von 0,9 bis 0,1 abnehmen soll, ergibt sich z. B. aus den früher hergeleiteten Integralgleichungen (vgl. § 21), daß die Planetennähe des Mondes auf das 4,69-fache, 2,70-fache oder 1,83-fache des Anfangswertes steigt. Daß die ursprüngliche Planetennähe nur den 5., 3. oder 2. Teil der gegenwärtigen betrug, ist aber bei dem kleinen Bahnradius, den viele Monde besitzen, ausgeschlossen, da sie andernfalls gleich nach der Gefangennahme mit ihrem Planeten hätten kollidieren müssen.

Würde man, nach Lowells Vorgang (Astr. Nachr. Nr. 4351), die Angliederung der Monde an die Planeten nicht auf den widerstehenden Einfluß des Nebelwirbels der Planeten, sondern auf den Widerstand zurückführen, den die um die Sonne kreisenden Nebelteilchen auf die Monde ausübten, so würde die übereinstimmende Lage der Mondbahnen ebenfalls keine Erklärung finden. Daß auf rückläufige Monde ein etwas größerer Widerstand wirkt als auf rechtläufige, würde aber auch nicht als ausreichender Grund für die Nichterhaltung der rückläufigen gelten können, da der Unterschied durch etwas größere Massen der rückläufigen Monde bereits wieder ausgeglichen würde.

Noch ein Grund spricht gegen die Richtigkeit der Seeschen Ausführungen. Die Masse vieler Monde ist bedeutend größer als die Masse irgendeines Planetoiden. Es wäre aber gewiß höchst merkwürdig, daß die Planeten gerade die größten Planetoiden eingefangen hätten und daß der Sonne kein einziger mit vergleichbarer Masse erhalten geblieben wäre.

Endlich bleibt, ebenso wie bei Kant, auch die Frage, wie sich die Nebelwirbel weiterentwickelt haben, unbeantwortet. Sie hätten sich, nachdem sich die Bahnen ihrer Teilchen zu Kreisen abgerundet hatten, infolge mangelnder Bewegungsstörungen erhalten müssen. Daß die Wirbel von den Monden, wie See will, allmählich aufgezehrt seien, ist ausgeschlossen, da diese bei ihren geringen Massen und großen Entfernungen einen viel zu kleinen Wirkungskreis besitzen (vgl. § 43 und 88 β).

Auf Anregung von Darwin ist die „capture theorie" Sees von Brodetsky zum Gegenstande einer kritischen Untersuchung[1]) gewählt worden. Er zeigt, daß auch unter den für die Seesche Hypothese günstigsten Annahmen (im Sinne der Bewegungsrichtung des Planeten rotierendes Mittel) das wirkliche Ergebnis den Folgerungen Sees direkt widerspricht, und urteilt am Schlusse, daß die Seesche Hypothese sich auf so unsicheren mathematischen Argumenten aufbaue, daß die Möglichkeit des der Wirkung eines widerstehenden Mittels zugeschriebenen Einfangens als sehr ungewiß bezeichnet werden müsse.

3. Kapitel. Die Entwicklung der Kometen und des Zodiakallichts.

93. Unwahrscheinlichkeit spontaner Entwicklung. Wenn die Kometen eine spontane Entwicklung durchlaufen haben, wenn sie also nicht durch Kräfte irgendwelcher Art dem Sonnensystem angegliedert worden sind und auch nicht den übrigen Gliedern des Systems entstammen, so bleibt nur übrig, daß sie ebenso alt wie die Sonne und die Planeten und wie diese aus der *Urmaterie des Systems* hervorgegangen sind. Die Hypothese spontaner Entwicklung ist von Kant

---

[1]) The problem of the resisting medium. Astr. Nachr. Bd. 184, Nr. 4408.

aufgestellt, und später von anderen, z. B. von Ligondès (Formation mécanique etc., chap. IX), Faye (Sur l'origine du syst. d. m., chap. XIII), See (Researches, vol. II, § 319) und Emden (Gaskugeln, Kap. XIV, § 3) ebenfalls ausgesprochen worden[1]).

Gegen die Richtigkeit der Annahme spricht die mehrfach beobachtete geringe Beständigkeit der Kometen. Man könnte jedoch versuchen, dieser Schwierigkeit durch die Schulhofsche Hypothese zu entgehen, daß sich die Kometen nicht nur in Sternschnuppenschwärme auflösen, sondern auch neu aus ihnen bilden (vgl. § 72).

Wenn die Kometen der Urmaterie entstammen, so würde man, da ihre Bahnen beliebig im Raume orientiert sind, anzunehmen haben, daß die Teilchen der Urmaterie ebenfalls beliebige Bewegungsrichtung besaßen. Diese Annahme liegt den Hypothesen von Kant und Ligondès wirklich zugrunde[2]). Wir haben früher gezeigt (vgl. §§ 85—88), daß es unmöglich sei, mit ihrer Hilfe die Gesetzmäßigkeiten unseres Sonnensystems herzuleiten. Damit ist auch der Annahme spontaner Entwicklung der Kometen der Boden entzogen.

Auch wenn man die frühere Kritik unbeachtet lassen wollte, würde sich die Unhaltbarkeit der vorliegenden Erklärung leicht dartun lassen. Wenn die Kometen aus den äußersten Teilen der Urmaterie entstanden wären, so hätten sie, trotzdem sie, wie ihre kleinen Periheldistanzen beweisen, in die unmittelbare Nähe des Schwerpunkts des Systems geführt wurden, bei ihrer Bewegung durch die übrigen Teilchen keinen Widerstand erfahren dürfen. Wie unwahrscheinlich diese Annahme ist, geht daraus hervor, daß bei den Planetenmassen eine kräftige Widerstandswirkung die wesentliche Voraussetzung der Hypothese bildet, da andernfalls ihre, wie die Kometenbahnen, ursprünglich sehr exzentrischen und stark geneigten Bahnen nicht ihre gegenwärtigen kleinen Exzentrizitäten und Neigungen hätten erlangen können. Wenn die Kometen keinen Widerstand erfahren sollten, so hätten sie schon während der Zeit, die bis zu ihrem ersten Periheldurchgange verfloß, auf ihrem ganzen Wege einen leeren Raum vorfinden müssen. Die Entwicklung des ganzen Planetensystems und der Sonne hätte sich also in kürzerer Zeit vollziehen

---

[1]) Auch nach Belot sind die Kometen ebenso alt wie die übrigen Glieder des Sonnensystems (Essai de cosm. tourb., chap. XI). Trotzdem kann die von ihm beschriebene Entwicklung der Kometen, weil sie, wie die ganze cosmogonie tourbillonnaire, auf dualistischer Grundlage ruht, nicht als eine spontane bezeichnet werden. Sie besitzt eine gewisse äußerliche Ähnlichkeit mit der von uns gegebenen Erklärung (vgl. §§ 155ff.).

[2]) See macht die merkwürdige Annahme, daß die großen Planetenmassen bereits im Urzustande die gegenwärtige übereinstimmende Revolutionsrichtung besaßen, die Teilchen des die Zwischenräume zwischen ihren Bahnen ausfüllenden widerstehenden Mittels sich aber in allen möglichen Richtungen bewegten.

müssen, als die Kometen brauchten, um von ihrem Ursprungsorte bis zur Sonne zu fallen. Diese Zeit würde, auch wenn die Urmaterie sich vielleicht über 10 000 Erdweiten erstreckte, nur 60 000 Jahre betragen haben. Wie war es möglich, daß während dieser verhältnismäßig kurzen Zeit alle Teilchen der Urmaterie von der Sonne und den Planeten absorbiert werden konnten[1]? (Über die Wahrscheinlichkeit des Auffangens interplanetarischer Teilchen durch die Planeten vgl. § 43 u. § 88 β).

Ligondès sucht diesen Folgerungen dadurch aus dem Wege zu gehen (a. a. O. chap. IX), daß er annimmt, die Kometenbahnen seien anfangs ungefähr kreisförmig gewesen und hätten sich erst im Laufe der Entwicklung der Urmaterie in die Länge gestreckt. Wir haben schon früher bemerkt (vgl. § 85), daß der von ihm angegebene Grund nicht ausreicht, die fast parabolische Bahn der meisten Kometen zu erklären. Denn erstens läßt sich zeigen, daß eine Vergrößerung der anziehenden Zentralmasse, falls die Bewegung den Keplerschen Gesetzen gemäß erfolgt, nur zu periodischen Schwankungen der Exzentrizität führt, und zweitens daß, wenn doch Exzentrizitätsänderungen eintreten sollten, weil ein Teil der Kometenbahn im Innern der als mehr oder weniger homogen vorausgesetzten Urmasse zurückgelegt wird, diese Änderungen so unbedeutend sind, daß das postulierte Ergebnis auf keinen Fall resultiert. Ist doch z. B. die Anziehung, die ein scheibenartig dünnes homogenes Rotationsellipsoid auf einen Punkt des Äquators ausübt, nur $^3/_4\,\pi$ mal so groß als bei einer gleich weit sich erstreckenden Kugel!

Wenn die Kometen und die Planeten einen gemeinsamen Ursprung haben, so würde es am nächsten liegen zu folgern, daß entweder die Planetenbahnen dieselben Eigenschaften aufweisen müßten wie die Kometenbahnen, oder daß die Kometenbahnen ähnlichen Änderungen hätten unterliegen müssen wie die Planetenbahnen. —

Bei der Erörterung der Entstehungsmöglichkeiten des Zodiakallichtes ergab sich früher (vgl. § 73), daß seine stoffliche Grundlage, wenn sie nicht der Urmaterie entstammt, vielleicht mit den Kometen gleichen Ursprungs ist.

B. Offenes System.

94. Vorbemerkung. Die Annahme, daß unser Sonnensystem als offenes System von fremden Kräften Einwirkungen empfangen habe,

[1]) Bei der Belotschen Erklärung würde dieser Einwand hinfällig sein, da nach ihm der Radius des röhrenförmigen Sonnenwirbels kleiner als die Merkursweite war und das Durchschreiten der kosmischen Wolke nur ungefähr 20 Jahre in Anspruch nahm (a. a. O. § 26). Vgl. § 108.

läßt die Folgerung zu, daß es Teil eines anderen, größeren Systems, dessen innere Kräfte für jeden seiner Teile äußere Kräfte bedeuten, gewesen sei. Da die Möglichkeiten der inneren Gestaltung dieses größeren Systems unbegrenzt sind, so versteht es sich von selbst, daß unsere kritische Untersuchung ihnen allen nicht gerecht werden kann. Der Mannigfaltigkeit gegenüber, mit der die Natur ihre Produkte auszustatten pflegt, würde die sichtende Kritik eine Danaidenarbeit übernehmen, wenn sie Vollständigkeit erstreben wollte. Aber jedermann weiß auch, daß unsere Einsicht in den Gang der Entwicklung um so unvollkommener wird, je zahlreicher die Bedingungen sind, welche die Entwicklung bestimmen. Daß ein geworfener Stein unter dem Einflusse der Schwerkraft eine Parabel beschreibt, können wir noch einsehen. Wie sich aber eine Pflanze, unter den ebenfalls natürlichen, ihrer Anzahl nach jedoch unübersehbaren Bedingungen der Boden- und Witterungsverhältnisse, gerade so entfaltet, wie es geschieht, können wir nicht mehr einsehen, sondern nur noch beobachten. Hieraus folgt, daß wir uns, wenn wir nicht wünschen, daß bloß empirische an die Stelle streng kausaler Betrachtungsweise trete, bei der Diskussion der Entwicklungsmöglichkeiten, die ein offenes System bietet, auf die einfachsten Fälle beschränken können. Der einfachste Fall ist offenbar der, wo das größere System außer unserem Sonnensystem nur noch einen Teil umfaßt. Der verschiedene Entwicklungszustand, in dem sich die Materie der beiden Teile befindet, führt dann im ganzen zu 4 Kombinationen. Anfangs- und Endzustand der Entwicklung sind Nebel[1]) und Stern. Bezeichnen wir der Unterscheidung wegen bei unserem Sonnensystem diese Zustände als Sonnennebel und Sonne, so sind die 4 Kombinationen folgende: 1. Sonne und Stern, 2. Sonne und Nebel, 3. Sonnennebel und Stern, 4. Sonnennebel und Nebel. Bei der Diskussion dieser Möglichkeiten ist in erster Linie der fundamentale Satz zu beachten, daß unser Sonnensystem, da es jetzt nicht mehr Glied eines Systems ist, von dem es bedeutendere Einwirkungen empfängt[2]), dem größeren System nur eine gewisse Zeit angehört haben kann.

Wir beschränken uns in den folgenden Kapiteln, wie die Einteilung bereits erkennen läßt, auf die Entwicklungsmöglichkeiten des Planetensystems. Die auf der Voraussetzung eines offenen Systems beruhenden Entwicklungsmöglichkeiten der Monde (Seesche Hypothese

---

[1]) Hier ist der Begriff „Nebel“ im weiteren Sinne zu verstehen. Er umfaßt die eigentlichen Nebel (Gasnebel) und die kosmischen Staubwolken (vgl. § 112).

[2]) Die Einwirkungen, die unser Sonnensystem von den umgebenden Sternen, mit denen es möglicherweise ein größeres System bildet, erfährt, sind so gering, daß es gegenwärtig als geschlossenes System bezeichnet werden kann.

des Einfangens der Monde) und der Kometen (Laplacesche Hypothese über die Kometen als unserm System fremde Weltkörper) sind von uns schon früher diskutiert.

1. Kapitel. Sonne und Stern.

Es sind drei Möglichkeiten zu unterscheiden: Entweder kamen Sonne und Stern einander nur nahe (Hypothese von Chamberlin-Moulton), oder sie stießen seitlich zusammen (Hypothese von Arrhenius, Zehnder u. a.), oder der kleinere Körper drang in den größeren ein (Hypothese von Hörbiger-Fauth).

Erster Abschnitt.

Die Hypothese von Chamberlin-Moulton.

95. Grundlage der Erklärung. Chamberlin und Moulton nehmen an, daß unsere Sonne ursprünglich als einfacher Stern existierte, daß aber eine fremde Sonne sehr nahe an ihr vorbeiging und elementare Störungen hervorrief, die dann zur Ausbildung des Planetensystems führten. Moulton sagt[1]): „Als der fremde Weltkörper S' an unserer Sonne S vorbeiging, erregte er auf der ihm zugekehrten Seite derselben eine hohe Flut und eine fast gleiche auf der entgegengesetzten Seite. Das Innere der Sonne war damals der Sitz ähnlicher Kräfte, wie sie jetzt bei der Entstehung der Protuberanzen wirksam sind. Die durch S' hervorgerufenen ungeheuren Flutwellen verstärkten die Eruptionskräfte der Sonne in der Richtung nach und von S', und beträchtliche Mengen Materie wurden mit großen Geschwindigkeiten nach beiden Richtungen fortgeschleudert. Wenn nicht S' auch in der Folgezeit störende Wirkungen auf die fortgeschleuderten Massen ausgeübt hätte, so würden sie nach der Sonne zurückgekehrt sein; aber S' zog sie aus ihrer geradlinigen Bahn heraus und zwang sie, Ellipsen um die Sonne zu beschreiben. Die Materie wurde ursprünglich in mehr oder weniger unregelmäßiger Weise mit gelegentlichen großen Kernmassen fortgeschleudert, welche sich durch Aufnahme der zerstreuten Materie vergrößerten. Ihre anfängliche Bewegungsrichtung hing von der Bewegungsrichtung von S' und von der ursprünglichen Richtung und Größe der Rotation der Sonne ab. Es ist sehr unwahrscheinlich, daß die Ebene des ursprünglichen Sonnenäquators mit der Bahnebene von S' übereinstimmte. Folglich fanden die ursprünglichen Ausbrüche nicht genau in der Bahnebene von S' statt. Wenn man die Ausbrüche

[1]) On the evolution of the Solar system. Astrophys. Journn. XXII, 3, 1905.

nach und von S' und die vor und nach dem Durchgange durchs Perihel ins Auge faßt, so zeigt eine leichte Überlegung, daß die Materie sich fast symmetrisch auf beide Seiten der Bahnebene von S' verteilte. Hieraus folgt, daß sich alle Planeten in derselben Richtung bewegen, und daß ihre Bahnebenen ungefähr zusammenfallen. Aus der symmetrischen Verteilung der fortgeschleuderten Materie ergibt sich, daß, je mehr ein Planet durch Aufnahme der zerstreuten Materie wächst, um so mehr seine Bahnebene mit derjenigen von S' zusammenfallen muß. Demnach dürfen wir nur kleine Abweichungen bei den Bahnebenen der großen Planeten erwarten, größere Unterschiede aber bei den kleineren Planeten, z. B. Merkur, und bei den Planetoiden. Die Kerne bewegten sich in wahrscheinlich sehr exzentrischen Bahnen um die Sonne. Sie kreuzten die in allen möglichen Lagen vorhandenen Bahnen der zerstreuten Teilchen, brachten diese mit sich zur Vereinigung und veränderten dadurch ihre Exzentrizitäten."

96. Das Flächenmoment des Systems. Wenn die von der Sonne fortgeschleuderten Massen durch die Anziehung von S' am Zurücksinken auf die Sonne gehindert wurden, so mußte die diesen Massen zuteil werdende Vergrößerung des Flächenmoments durch einen gleich großen Verlust in dem System SS' ausgeglichen werden. M und M' seien die Massen von S und S', q ihre Periheldistanz und Ω die Winkelgeschwindigkeit, mit der sich beim Durchgange durchs Perihel S' um S bewegt. Dann ist das Flächenmoment F der Umlaufsbewegung von S und S' um ihren gemeinsamen Schwerpunkt

$$F = \frac{M M'}{M + M'} q^2 \Omega.$$

Bezeichnet v_0 die lineare Geschwindigkeit, mit der sich S' in größerer Entfernung von S in seiner auf S bezogenen Bahn bewegt, so ist die lineare Geschwindigkeit $q\Omega$, die S' beim Durchgange durchs Perihel besitzt, gleich

$$\sqrt{\frac{2k(M + M')}{q} + v_0^2}.$$

Schreibt man

$$v^2 = \frac{2k(M + M')}{q},$$

so ist also

$$F = \frac{M M'}{M + M'} q \sqrt{v^2 + v_0^2}.$$

Soll sich S' von der Sonne wieder unendlich weit entfernen, so darf die Verringerung des Flächenmomentes in dem System SS' nicht die Umwandlung der Bahn von S' in eine Ellipse zur Folge haben. Das parabolische Flächenmoment F' in dem System SS' hat den Wert

$$F' = \frac{M M'}{M + M'} q v .$$

Bedeutet f das gegenwärtige Rotationsmoment der Sonne, so ist das Gesamtflächenmoment der Planeten $27 f$ (vgl. § 38). Es besteht also die Bedingung[1])

$$F - 27 f > F'.$$

Ist v_0 klein gegen v, so läßt sich die Wurzel $\sqrt{v^2 + v_0^2}$ in eine Potenzreihe entwickeln, und man erhält, wenn man

$$f = \frac{2}{5} M \varrho^2 \omega = \frac{2}{5} M \varrho c$$

(ϱ = Sonnenradius, c = lineare Geschwindigkeit eines Punktes am Sonnenäquator = 2 km/sec) setzt,

$$\frac{v_0^2}{v c} > \frac{108}{5} \frac{M + M'}{M'} \frac{\varrho}{q} .$$

Nach **Moulton** war, damit die Störungen den erforderlichen Betrag erreichten, die Periheldistanz q kleiner als die **Rochesche** Grenzentfernung (a. a. O. § 3), also $q < 2{,}44\, \varrho$. Dann ergibt sich aus der letzten Ungleichung, wenn man für S und S' gleiche Massen annimmt, $v = 555$ km/sec und

$$v_0 > 140 \text{ km/sec}.$$

Relative Sterngeschwindigkeiten, die diesem Betrage nahekommen, sind äußerst selten. War die Geschwindigkeit v_0 kleiner als 140 km, so mußten S und S' nach Abgabe des Flächenmoments der Planeten in ein Doppelsternsystem verwandelt werden. Die Dimensionen desselben lassen sich leicht berechnen. a sei die halbe große Achse der Ellipse, die S' um S beschreibt; dann ist die Geschwindigkeit, mit der S' durch das Perihel dieser Bahn geht, gleich

$$\sqrt{k (M + M')\left(\frac{2}{q} - \frac{1}{a}\right)} = v \sqrt{1 - \frac{q}{2 a}} .$$

Wird diese Größe mit

$$\frac{M M' q}{M + M'}$$

[1]) Die Rotationsmomente der beiden Sonnen brauchen bei der Aufstellung der Bedingung nicht berücksichtigt zu werden, da der Bruchteil, den sie zu den Flächenmomenten der Planeten beigesteuert haben könnten, ohne Zweifel sehr gering ist.

multipliziert, so erhält man das Flächenmoment F'' ihrer elliptischen Bewegung. Aus der Gleichung

$$F - 27\,f = F''$$

folgt dann, wenn man $q = a\,(1 - e)$ setzt und die Wurzeln wieder in Reihen entwickelt,

$$e = 1 + 2\left(\frac{v_0}{v}\right)^2 - \frac{216}{5}\,\frac{M + M'}{M'}\,\frac{\varrho}{q}\,\frac{c}{v}.$$

Für $v_0 = 100$ km/sec erhält man z. B. $e = 0{,}94$. Die Apheldistanz ist dann $32\,q = 80\,\varrho$; die Bahn des Sternpaares SS' würde also noch nicht die Dimensionen der Merkursbahn erreichen.

Wählt man die Periheldistanz q größer, so genügen kleinere relative Geschwindigkeiten, damit, nach Abgabe des Flächenmomentes der Planeten, S' der Sonne wieder entfliehen kann. Für $q = 30\,\varrho$ erhält man z. B. die Bedingung $v_0 > 21{,}5$ km/sec. Wäre $v_0 = 20$ km/sec und $q = 30\,\varrho$, so würde ein Doppelsternsystem entstehen, dessen Bahnexzentrizität 0,995 25 betragen und dessen große Achse ungefähr gleich der doppelten Neptunsweite sein würde.

Aus dem Gesagten geht hervor, daß der vorausgesetzte nahe Vorübergang an der Sonne, der nach Chamberlin-Moulton die elementaren die Ausstoßung der Planetenmassen bewirkenden Umwälzungen hervorrief, nur stattgefunden haben kann, wenn für die Geschwindigkeit, mit der sich S' der Sonne näherte, ein ausnahmsweise großer Wert angenommen wird.

97. Die Neigungen und Exzentrizitäten der Planetenbahnen. Nach Moulton wurden die großen Neigungen und Exzentrizitäten, welche die Bahnen der ausgestoßenen Planetenkerne besaßen, in dem widerstehenden Mittel, dessen Teilchen ebenfalls von der Sonne emporgeschleudert wurden und sich zu beiden Seiten der Bahnebene von S' anordneten, verkleinert. Die Teilchen des Mittels bewegten sich, wie die Planetenkerne, rechtläufig in elliptischen Bahnen. In diesem Falle werden die Exzentrizitäts- und Neigungsänderungen in erster Näherung durch die Gleichungen

$$\frac{e}{e_0} = \frac{m_0}{m}; \quad \operatorname{tg}\frac{i}{2} = \sqrt{\frac{m_0}{m}}\operatorname{tg}\frac{i_0}{2}$$

bestimmt (vgl. §§ 20, 23). Wenn die Anfangswerte e_0 und i_0 groß waren, so mußten die Planeten hiernach den größten Teil ihrer Masse aus dem Mittel aufnehmen. Die von ihnen absorbierte Materie konnte jedoch nur einen kleinen Bruchteil der Gesamtmasse des Mittels betragen, da sie wegen ihrer Kleinheit nur einen engen Störungsbereich haben. Die Wahrscheinlichkeit, von einem Planeten aufgefangen zu werden, war bei den Teilchen des Mittels nicht größer, als sie es jetzt bei den Kometen und Planetoiden ist (vgl. §§ 43 und 88 β). Die Hauptmasse des Mittels hätte sich also erhalten müssen. Es ist aber im interplanetarischen Raume nicht aufzufinden (vgl. § 44).

98. Die Rotation der Planeten. Moulton sagt (a. a. O. § 7): „Der Kern N bewege sich in dem Kreise zwischen a und b und sein Mittelpunkt entlang dem Kreise c (Fig. 7). Die Bahnen der kleinen Massen m, die den Weg von N kreuzen, teilen sich in drei Klassen: 1. solche, deren Perihel im Innern von b und deren Aphel zwischen b und c liegt, 2. solche, deren Perihel im Innern von c und deren Aphel außerhalb c liegt, 3. solche, deren Perihel zwischen c und a und deren Aphel außerhalb a liegt. Sie sind durch die Ellipsen e_1, e_2, e_3 dargestellt. Im 1. Falle hat N im Augenblicke des Zusammentreffens mit m eine größere Geschwindigkeit als dieses. Die Figur zeigt, daß der Zusammenstoß zu einer rechtsinnigen Rotation führen muß. Im 2. Falle bewegen sich N und m mit ungefähr gleichen Geschwindigkeiten. Die Wirkung eines einzelnen Stoßes ist daher klein, und die vereinigte Wirkung vieler, welche zu verschiedenen Rotationsrichtungen den Anstoß geben, kann nicht bedeutend sein. Im 3. Falle überholt m den Kern N jenseits seines Mittelpunktes und trägt zu einer rechtsinnigen Rotation bei.“

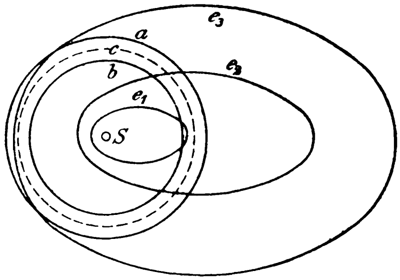

Fig. 7.

Diese Erklärung ist wenig glücklich. Sieht man davon ab, daß die von Moulton vernachlässigten Bewegungsstörungen, die durch die Anziehung des Planeten bei den ihm sich nähernden Massen m hervorgerufen werden, zu ganz anderen als den beschriebenen Wirkungen führen können, so folgt allerdings, daß die Teilchen, deren Aphel zwischen c und b liegt, dem Kerne eine rechtsinnige Rotation zu geben sich bestreben; aber es sind nicht weniger vorhanden, deren Aphel zwischen c und a liegt, und die Wirkung dieser Teilchen ist der der ersten gerade entgegengesetzt. Ganz ähnliches gilt im 3. Falle von den Teilchen, deren Perihel zwischen c und b liegt. Auch diese heben die Wirkung der Teilchen, deren Perihel zwischen c und a liegt, wieder auf. Nimmt man alles zusammen, so ist zu schließen, daß die Wirkungen sämtlicher Teilchen sich ungefähr ausgleichen, und daß der Planet daher gar keine Rotationsbewegung annimmt.

Moulton konstruiert einen Unterschied zwischen der Wirkung der Teilchen, die den Planetenkern auf der der Sonne zugewandten und derjenigen, die ihn auf der ihr abgewandten Seite treffen. Die ersten sollen sich durchschnittlich langsamer, die letzten schneller als der Planet bewegen. Bei dem verhältnismäßig kleinen Durchmesser, den alle Planeten haben und, auch in gasförmigem Zustande, jemals haben konnten (vgl. die Maximalwerte Tabelle § 42), ist es aber gänzlich ausgeschlossen, daß die den Planeten auf der Nachtseite treffenden Teilchen eine merklich größere mittlere Geschwindigkeit besitzen als die auf seine Tagseite fallenden. Eine Differenz könnte nur dann vorhanden sein, wenn die Erstreckung des Planeten so groß wäre, daß er in Gebiete hineinragte, in denen die Teilchen des Mittels merklich verschiedene mittlere Geschwindigkeiten besitzen. Übrigens besteht noch eine geringe Wahrscheinlichkeit dafür, daß der Planet durch die ihn treffenden Teilchen in eine umgekehrte Rotation versetzt wird. Denn die etwas weiter entfernten Teilchen haben nach dem 3. Keplerschen Gesetze durchschnittlich eine geringere lineare Geschwindigkeit als die der Sonne näheren Teilchen[1]).

99. Die Monde. Moulton schreibt (a. a. O. § 8): „Als die planetarischen Kerne die Sonne verließen, waren sie von vielen kleineren Kernen umgeben. Waren die Geschwindigkeiten dieser sekundären Kerne nicht zu groß oder zu klein, so bewegten sie sich um die primären. Man kann sie in 3 Klassen einteilen. Die 1. Klasse besteht aus solchen, deren Bahnen bedeutend gegen die Bahn ihres primären Kernes geneigt waren, die 2. aus solchen, die sich ungefähr in der Bahnebene des primären Kernes bewegten, und zwar rechtläufig, die 3. aus solchen, die sich ungefähr in der Bahnebene des primären Kernes rückläufig bewegten. Im 1. und 3. Falle wirkte die zerstreute Materie auf die sekundären Kerne wie ein widerstehendes Mittel; infolge davon stürzten sie im allgemeinen auf die primären Kerne. Im 2. Falle wurden die Dimensionen der Bahnen der sekundären Kerne durch die Zusammenstöße mit der zerstreuten Materie vergrößert; deswegen haben einige dieser Körper ihre Sonderexistenz behalten.“

Moulton erklärt hiernach die Erhaltung der rechtläufigen Monde auf ähnliche Weise wie die Entstehung der rechtsinnigen Rotationsbewegung. Retrograde und in stark geneigten Bahnen laufende Monde sollen durch den Widerstand des Mittels dem Planeten genähert werden und ihre Existenz verlieren; die rechtläufigen aber sollen erhalten bleiben, weil sie durch Teilchen, die sich außerhalb der Planetenbahn schneller und innerhalb derselben langsamer als der Planet bewegen, eine Beschleunigung ihrer Bewegung erfahren. Lowell hat gezeigt[2]), daß die

---

[1]) Man vergleiche die vorsichtigen Äußerungen Darwins über die Moultonsche Erklärung in „Ebbe und Flut“, 2. Aufl., Kap. XXI, S. 403—405.

[2]) Planets and their satellite systems. Astr. Nachr. Nr. 4351, Bd. 182.

letzte Annahme für alle rechtläufigen Monde des Jupiter, Saturn, Uranus und Neptun, mit Ausnahme des Saturnsmondes Japetus, nicht zutrifft, nicht einmal dann, wenn man voraussetzt, daß sich die Teilchen außerhalb der Planetenbahn mit parabolischer Geschwindigkeit bewegen. Er teilt die Teilchen in drei Gruppen ein, 1. in solche, die ganz innerhalb der Planetenbahn, 2. in solche, die ganz außerhalb der Planetenbahn ihre Umläufe vollenden, und 3. in solche, welche die Planetenbahn kreuzen. Er diskutiert ausführlich die Wirkungen des Zusammenstoßes mit Teilchen der 1. und 2. Art und findet, daß sie auf alle Monde wie ein widerstehendes Mittel wirken. Von den Teilchen der 3. Art bemerkt er nur kurz, daß ihr Zusammenstoß mit den Monden dieselbe Wirkung hat. Nun sind die Teilchen der 1. und 2. Art gegenüber denen der 3. Art weit in der Minderzahl vorhanden, und es wäre daher wünschenswert gewesen, wenn Lowell auf die Wirkung der Teilchen der letzten Art etwas genauer eingegangen wäre. Um sie zu bestimmen, können wir jedoch eine unserer früheren Betrachtungen mit Nutzen verwenden. Das Ergebnis des § 22 lautete: „Ein Mittel, dessen Teilchen sich in gegeneinander geneigten parabolischen Bahnen bewegen, wirkt auf einen Planeten weniger beschleunigend und kräftiger verzögernd als ein ebenes Mittel mit kreisförmig laufenden Teilchen"[1]). Hieraus folgt, daß sämtliche Monde durch die Teilchen einen retardierenden Einfluß erfahren, daß die Moultonsche Erklärung also nicht richtig sein kann. Dies hat auch Darwin erkannt. Er bemerkt, daß „die Erklärung der Satelliten der am wenigsten befriedigende Teil der ganzen Theorie" sei (Ebbe und Flut, XXI. Kap., S. 408).

Gegen die Moultonsche Erklärung lassen sich noch einige andere Einwendungen machen. Wenn nur die Monde der 2. Art Aussicht haben, erhalten zu bleiben, so müßten sich sämtliche Monde sehr nahe in der Bahnebene ihres Planeten bewegen. Dies ist aber nur bei den Jupitersmonden der Fall; die Bahnen der übrigen Monde bilden mit den Planetenbahnen beträchtliche Winkel. Ganz unerklärt bleibt außerdem die Tatsache, daß die Äquatorebenen der Planeten genau dieselbe Lage im Raume haben, wie die Mondbahnen.

---

[1]) Dies Ergebnis bestätigt unsere obige, bei der Erklärung der Rotationsbewegung gemachte Angabe, daß die Teilchen, die den Planeten auf der Nachtseite treffen, eine etwas geringere mittlere Geschwindigkeit besitzen als die auf seine Tagseite fallenden. Dasselbe Resultat ergibt sich, wenn das Mittel mit dem äußersten Planeten abschließt; auch in diesem Falle ist die mittlere Geschwindigkeit der Teilchen um so größer, je näher sie sich der Sonne befinden.

Zweiter Abschnitt.

Die Hypothese von Arrhenius.

100. Grundlagen der Hypothese. Arrhenius beabsichtigt mit seiner Hypothese eine Erklärung des allgemeinen Weltgeschehens zu geben[1]). Nach dem, was wir in der Einleitung über unsere Aufgabe gesagt haben, würde eine Diskussion der Hypothese also die Grenzen unserer Untersuchung überschreiten. Da aber die allgemeine Weltentwicklung auch die Entwicklung unseres Sonnensystems als besonderen Fall umfaßt, so müssen wir, obgleich Arrhenius diese spezielle Frage nur sehr oberflächlich berührt, auf seine Erklärung kurz eingehen.

Nach Arrhenius leitet der *Zusammenstoß zweier Sterne* eine neue Weltentwicklung ein[2]). Die Tatsächlichkeit der Zusammenstöße wird

---

[1]) Das Werden der Welten. Leipzig. Akademische Verlagsgesellschaft, 1913.

[2]) Dieselbe Annahme machen M. Wilh. Meyer (Weltschöpfung, Kosmos-Verlag, Stuttgart) und W. Peterson-Kinberg (Wie entstanden Weltall und Menschheit? Stuttgart, 1906). Die weitere Entwicklung der beim Zusammenstoße fortgeschleuderten Massen beschreiben beide ähnlich wie Kant. Die ziemlich ins Einzelne gehenden Ausführungen von Peterson-Kinberg enthalten zahlreiche Verstöße gegen die Prinzipien der analytischen Mechanik. —

Nach Zehnder (a. a. O., vgl. § 84) ist unser Sonnensystem aus einem Doppelsternsystem hervorgegangen. Die beiden Sterne des Systems vergrößerten ihre Massen durch Aufnahme von Meteoriten, erfuhren von diesen auch einen Bewegungswiderstand, verkleinerten aus beiden Gründen ihren Abstand und kamen schließlich miteinander zur Vereinigung. Die glühenden Sonnengase wurden beim Verschmelzen der Sonnen nach allen Richtungen fortgeschleudert, paßten ihre Bahnen jedoch allmählich der ursprünglichen Bahnebene des Doppelsternsystems an. Es entstand also im Zentrum eine einzige Sonne, die von zahlreichen, in ihrer Gesamtheit eine Scheibe bildenden Meteoritenkörpern umkreist wurde. Den weiteren Entwicklungsgang der Scheibenmaterie stellt auch Zehnder ähnlich wie Kant dar; wir brauchen daher auf seine Hypothese an dieser Stelle nicht weiter einzugehen. Nur der Umstand verdient noch Erwähnung, daß, wenn unsere Sonne wirklich aus einem zusammenschrumpfenden Doppelsternsystem entstanden wäre, ihr Rotationsflächenmoment, in das der größte Teil des Umlaufsmomentes des Sternpaares überging, und infolge davon auch ihre Rotationsgeschwindigkeit sehr groß hätte werden müssen, was nicht zutrifft, da es im Gegenteil überraschend klein ist. Zwei Sterne, jeder halb so groß und ebenso dicht wie die Sonne, würden, wenn bei kreisförmiger Bahn ihre Oberflächen sich gerade berühren, ein Umlaufsmoment besitzen, das 170mal so groß als das Rotationsmoment der Sonne und 6mal so groß als das die Umlaufsmomente der Planeten einschließende Gesamtflächenmoment des gegenwärtigen Systems wäre (zu berechnen mit Hilfe der in den §§ 37 u. 38 für f und F angegebenen Ausdrücke).

Mit der obigen Annahme besitzt auch diejenige Buffons (Histoire naturelle) Ähnlichkeit, nach der infolge des Einsturzes eines Kometen in die Sonne Teile von der Sonnenmasse abgesprengt wurden, aus denen sich dann die Planeten entwickelten. Da die Massen der Kometen, was zu Buffons Zeiten noch un-durch das Aufleuchten der Novae bewiesen. Der Stoß ist im allgemeinen kein zentraler; daher entsteht eine schnelle Rotation des neuen Sternes. An den verwundeten Stellen treten die im Innern der Sterne einem ungeheuren Druck unterliegenden, nun aber plötzlich von dem Druck befreiten Massen mit ungeheurer Gewalt als zwei mächtige Ströme in den Weltraum hinaus. Diese beiden Ströme werden, infolge der Rotationsbewegung der vereinigten Massen, den Anblick von Spiralen bieten (Fig. 8). Da die Ausdehnung der fortgeschleuderten Massen eine schnelle Abkühlung bewirkt, so sind die Spiralarme verhältnismäßig kalt, während das Zentrum sehr heiß ist. Das weiße Licht des zentralen Körpers wird daher durch die Gasmassen der Spiralarme, je nach der Lage derselben zum Beobachter, mehr oder weniger absorbiert. Die Lage der ausgestoßenen Massen zum Beobachter erleidet durch die Rotation des Sternes regelmäßige Änderungen; infolge davon ändert sich auch das Spektrum der Nova periodisch. Die außerordentlich schnelle Rotation der Zentralmasse ruft ferner eine kräftige Zentrifugalkraft hervor, durch welche sie in eine Art abgeplatteter, Spiralform zeigender Scheibe verwandelt wird. Dies ist der Ursprung der Spiralnebel. — Die Spiralnebel werden von festen Teilchen getroffen, die den Raum durchschwirren. Jedes derselben wird ein Anziehungszentrum, das sich auf Kosten der Nebelgase vergrößert; so entstehen im Innern des Nebels Meteore. Die Nebel können aber auch kleine Sonnen einfangen. Die Sonnen ziehen die schon gebildeten Meteore zu sich heran und vergrößern dadurch ihre Masse. Auf diese Weise verwandeln sich die Nebel in Sternhaufen. Auch die Milchstraße könnte diesen Ursprung haben. Jede Sonne des Sternhaufens macht dann die gewöhnliche Sternentwicklung durch.

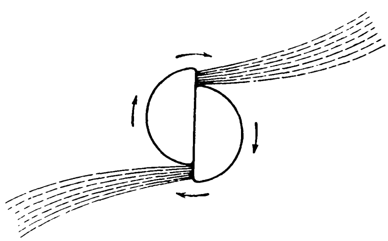
Fig. 8.

Die angegebene Erklärung überträgt Arrhenius auf die Entwicklung unseres Sonnensystems. Es ist aus einem Spiralnebel entstanden. Auf diese Weise ergeben sich die übereinstimmende Umlaufsbewegung der Planeten und die geringen gegenseitigen Bahnneigungen. Die Rotation der Planeten ist auf Gezeitenreibung zurückzuführen.

101. Kritik der Hypothese. a) Arrhenius macht die Möglichkeit des Zusammenstoßes zweier erloschener Sterne zu einer die ganze

bekannt war, gegenüber den Planetenmassen verschwindend klein sind, so ist es jedoch ausgeschlossen, daß sie beim Einsturze in die Sonne die von Buffon vorausgesetzten Wirkungen ausüben könnten.

Weltentwicklung bestimmenden, typischen Erscheinung. Er berechnet, daß jeder Stern des Milchstraßensystems durchschnittlich alle 10^{17} Jahre einen Zusammenstoß erleide. Da ungefähr jedes Jahr ein neuer Stern erscheint und die Anzahl der Sterne der Milchstraße auf 1000 Millionen geschätzt wird, so müßte in diesem Falle die Anzahl der dunklen Sterne $\sqrt{10^{17} : 10^9} = 10^4$ mal so groß als die Anzahl der leuchtenden Sterne sein[1]). Poincaré weist darauf hin (a. a. O. Nr. 187), daß, wenn sich in dem von der Sonne bis zu der Entfernung von α Centauri reichenden Kugelraum 10 000 dunkle Sterne von der Größenordnung der Sonne befänden, diese höchst wahrscheinlich bei den Planeten merkliche Bewegungsstörungen hervorrufen würden, die Annahme von Arrhenius, daß die Novae durch den Zusammenstoß zweier Sterne entstünden, also sehr problematisch sei.

Die Annahme einer die Anzahl der leuchtenden Sterne übertreffenden Anzahl dunkler Sterne verbietet sich noch aus anderen Gründen: [2])

1. Wir betrachten das Milchstraßensystem näherungsweise als einen homogenen kugelförmigen Sternhaufen. Bedeutet M die Gesamtmasse, R den Radius des Systems, so erlangt ein von den Grenzen desselben in geradliniger Bahn nach dem Zentrum fallender Körper hier die Geschwindigkeit

$$V = a R = \sqrt{\frac{k M}{R}}$$

(vgl. § 81). Setzt man $M = 10^9$ Sonnenmassen, $R = 3000$ bis 5000 Lichtjahre, was den gegenwärtigen Anschauungen über die Erstreckung der Milchstraße ungefähr entspricht (Newcomb-Eng., Pop. Astron., 5. Aufl. S. 703), so folgt $V = 54$ bis 67 km/sec. Von dieser Größenordnung sind tatsächlich die Geschwindigkeiten, welche die Sterne in der Umgebung der ungefähr im Zentrum des Systems befindlichen Sonne besitzen[3]). Wenn nun die Anzahl der dunklen Sterne 10 000 mal so

[1]) Arrhenius glaubt mit der Annahme auskommen zu können, daß die Anzahl der dunklen Sterne 100 mal so groß als die der leuchtenden Sterne sei (a. a. O. S. 153). In diesem Falle würde jeder von den 10^{11} Sternen der Milchstraße in 10^{15} Jahren einen Zusammenstoß erleiden. Es dürfte also durchschnittlich nur alle 10 000 Jahre ein neuer Stern erscheinen.

[2]) Man vergleiche auch Seeligers Gründe in Newcomb-E., Pop. Astr., 5. Aufl. S. 649 f.

[3]) Ein etwas größerer Wert würde sich aus der Annahme ergeben, daß die Geschwindigkeiten der Sterne des Systems durch das Maxwellsche Gesetz der Geschwindigkeitsverteilung bestimmt seien. In diesem Falle wäre die mittlere Geschwindigkeit der Sterne im Zentrum des Systems gleich $\sqrt{\frac{3 k W}{2 R}}$ (Emden, Gaskugeln, XIV. Kap., § 11, I. Fall). Es ist jedoch wahrscheinlich nicht statthaft, das Maxwellsche Gesetz auf das Milchstraßensystem anzuwenden (vgl. § 115).

groß wäre als die der leuchtenden, so würde sich $V = 5400$ bis 6700 km/sec ergeben. Geschwindigkeiten von dieser Größenordnung sind aber noch niemals beobachtet worden. Die größten bis jetzt bekannten Geschwindigkeiten betragen nur einige 100 km/sec. — Durch den vorhergehenden ähnliche Überlegungen gelangt auch Poincaré zu dem Schlusse, daß *die leuchtenden Sterne ungefähr die Gesamtheit aller Sterne darstellen* (a. a. O. Nr. 195).

2. Wenn die Anzahl der dunklen Sterne die der leuchtenden um ein Vielfaches überträfe, so müßte das Spektrum der meisten Sterne dem Spektrum erlöschender Sterne näher stehen als dem Spektrum junger Sterne. Dies trifft jedoch nicht zu. Das Milchstraßensystem zeigt keineswegs einen greisenhaften, sondern einen noch *jugendlichen Charakter*.

b) Zwei zusammenstoßende Sterne könnten sich nur dann durch die Gewalt des Stoßes in einen Nebel verwandeln, wenn der Stoß ein zentraler ist[1]). Die Wahrscheinlichkeit dafür ist gleich Null. Zwei schief aufeinander treffende Sterne verschmelzen aber im allgemeinen nicht zu einem einzigen Körper, wie Arrhenius postuliert, sondern trennen sich wieder voneinander, nachdem sie sich kräftige Wunden geschlagen haben. Denn ihre relative Geschwindigkeit beträgt Hunderte von Kilometern; die Stoßwelle pflanzt sich jedoch nur mit einigen Kilometern Geschwindigkeit fort. Die Körper haben sich also bereits wieder getrennt, wenn die Erschütterungswelle erst einen kleinen Teil der von dem Stoße nicht in Mitleidenschaft gezogenen Masse durchlaufen hat. Dann aber entstehen *zwei* leuchtende Sterne, zwei Novae, nicht eine, wie Arrhenius annimmt.

---

[1]) Dieser Nebel würde aber, worauf merkwürdigerweise Arrhenius selbst hinweist (a. a. O., VI. Kap.), anderer Art sein als die feinen, sehr weit sich erstreckenden, unregelmäßig gestalteten kosmischen Nebel. Bezeichnet man die potentielle Energie, die verloren geht, wenn eine unendlich große homogene Kugel sich bis zum Radius r zusammenzieht, mit p, so ist die entsprechende, bei einer Kugel mit anderen Dichteverhältnissen verloren gehende potentielle Energie gleich εp, wo ε einen von dem Dichtegesetze abhängenden Zahlenfaktor bedeutet (bei adiabatischen Kugeln ist z. B. $\varepsilon = {}^{10}/_7$, 2, ${}^5/_2$ für $\varkappa = {}^5/_3$, ${}^7/_5$, ${}^4/_3$). Wenn zwei Sonnen vom Radius r mit parabolischer Geschwindigkeit zuasmmenstoßen und zu einer Sonne vom Radius R verschmelzen, so besteht also unter der Voraussetzung, daß die drei Sonnen gleichartige innere Dichte- und Temperaturverhältnisse aufweisen und beim Zusammenstoße keine Energie verloren geht, die Gleichung $2\varepsilon p = \varepsilon P$, aus der, da $p = \frac{3}{5}\frac{k m^2}{r}$ ist, $R = 2r$ folgt. Hiernach ist der Radius der entstehenden Sonne nur doppelt so groß als der Radius der ursprünglichen Sonnen. Besitzt der durch den Zusammenstoß zweier Sonnen entstehende Nebel eine weitere Erstreckung, so muß seine Hauptmasse also in der Nähe des Zentrums vereinigt sein; d. h. er ist kein Nebel im eigentlichen Sinne, sondern ein Nebelstern.

Wenn einer der beiden Sterne bei dem Zusammenstoß einen größeren Teil seiner Masse verliert und diese in dem Anziehungsbereiche des anderen Sternes zurückbleibt, so ist es möglich, daß die Sterne sich nicht wieder beliebig weit voneinander entfernen können, sondern als *Doppelstern* verbunden bleiben. Beim Durchgange durch das Periastron ereignet sich jedoch stets von neuem ein Zusammenstoß, bis sich endlich die kleinere Masse gänzlich aufgelöst hat[1]) (vgl. § 96).

Trennen sich die Sterne nach dem Zusammenstoße wieder, so kann mit Arrhenius angenommen werden, daß größere Mengen der ausgeschleuderten Massen selbständig bleiben (vgl. § 95). Wenn die zusammenstoßenden Sonnen jedoch beieinander bleiben, was bei größeren Massenunterschieden beider vielleicht denkbar wäre, so müssen fast alle fortgeschleuderten Massen wieder auf den neu entstehenden Zentralkörper zurückfallen; denn da sie von einem Punkte seiner Oberfläche ihren Ausgang nehmen, so liegt das Perihel ihrer elliptischen Bahnen im Innern des Zentralkörpers. Nur die wenigen Massen, die bereits während der Zeit ihres ersten Umlaufs durch Zusammenstöße mit anderen ihnen begegnenden Massen merkliche Bewegungsstörungen erfahren, werden ihre Selbständigkeit teilweise bewahren können.

c) Da sich die ausgestoßenen Massen nicht in der Richtung der Spiralarme bewegen, sondern die verschiedensten elliptischen Bahnen beschreiben, so kann die spiralige Anordnung dieser Massen, vorausgesetzt, daß sie überhaupt zur Ausbildung kommt, nur kurze Zeit bestehen bleiben. Ferner ist zu beachten, daß die Geschwindigkeiten der Massen von planetarischer Größenordnung sind. Der entstehende Nebel müßte also *schnelle innere Bewegungsvorgänge und Formänderungen* zeigen. In Spiralnebeln hat man aber bis jetzt noch keine Änderungen wahrnehmen können.

Mit wie geringem Rechte man sich bei der Annahme, daß der Zusammenstoß zweier Weltkörper die Existenz eines neuen Nebels einleite, auf das Aufleuchten der Novae beruft, geht auch daraus hervor, daß die Novae, wie ihre spektroskopische Untersuchung beweist, wenn sie auch vorübergehend ein dem Nebelspektrum ähnliches Spektrum zeigen, stets in einen Stern vom Typus der Wolf-Rayet-Sterne übergehen. Die Novae entstehen nach der Zöllnerschen Hypothese dadurch, daß ein dunkler, im Innern aber noch heißer Weltkörper

[1]) Nach der Hypothese von Bickerton entsteht beim Zusammenstoß zweier Sterne aus den von ihnen fortgeschleuderten Massen ein 3. Körper, der Spiralnebelform annehmen soll. Dieser „dritte Körper“ wird jedoch im allgemeinen nicht selbständig werden, sondern mit einem der beiden Körper in einem System vereinigt bleiben, also zu der Entstehung von Doppel- oder mehrfachen Systemen Anlaß geben.

die erstarrte Kruste zersprengt und die Oberfläche ganz oder teilweise mit feurigen Massen überschwemmt, nach der neueren, die meisten Anhänger zählenden Seeligerschen Hypothese dadurch, daß der betr. Weltkörper in eine Wolke kosmischen Staubes eindringt und durch die herabfallenden Körperchen zum Leuchten gebracht wird.

d) Wendet man die Erklärung von Arrhenius auf die Entwicklung unseres Sonnensystems an, so lassen sich folgende Einwände erheben:

1. Die Sonne müßte, wenn der Stoß nicht ein fast genau zentraler war, eine sehr schnelle Rotationsbewegung besitzen, was nicht der Fall ist.
2. Die geringen Exzentrizitäten der Planetenbahnen müßten, wie es von Chamberlin-Moulton geschieht, auf den Widerstand zurückgeführt werden, den die größeren ausgeschleuderten Massen durch die ebenfalls ausgeschleuderten feineren Massen erlitten. Gegen diese Erklärung lassen sich die früheren Bedenken erheben (vgl. § 97).
3. Wegen des Entwicklungsganges des Mittels ist § 44 zu beachten.
4. Daß die Entstehung der Rotationsbewegung der Planeten durch Gezeitenreibung erklärt werden könnte, ist nach dem Früheren ausgeschlossen (vgl. §§ 53 ff.).
5. Auf die Entstehung der Monde geht Arrhenius nicht ein.

Dritter Abschnitt.

Die Hypothese von Hörbiger-Fauth.

(Die Glazialkosmogonie).

102. Vorbemerkung. Die Glazialkosmogonie[1]) beruht im wesentlichen auf drei Annahmen. Aus mehreren Umständen glauben die Verfasser schließen zu dürfen, daß aus dem Weltraume eine Bereicherung des Wassergehaltes der Erde stattfinde[2]). Sie legen daher dem Eis als kosmischem Entwicklungsfaktor eine große Bedeutung bei. In viel größerer Menge als auf die Erde stürzt nach ihnen Eis in die Sonne und erzeugt hier die gewaltigen Wasserstofferuptionen. Eis ist es auch, woraus in erster Linie die großen äußeren Planeten bestehen, deren Dichte ungefähr mit der Dichte des Wassers übereinstimmt. Ferner legen sie dem Weltäther eine widerstehende Wirkung bei. Der Widerstand verkleinert die Bahnradien der Planeten und läßt sie schließlich in die

[1]) Hörbigers Glazialkosmogonie, dargestellt von Ph. Fauth, Kayser, Kaiserslautern, 1913.

[2]) Die Annahme, daß Kometen und Meteore teilweise aus Eis bestehen und die Erde durch Zusammenstoß mit ihnen eine Vermehrung ihres Wasservorrates erfahre, ist auch vom Grafen v. Pfeil gemacht worden (Kometische Strömungen, § 12).

Sonne stürzen. Beim Eindringen in die Sonne umgibt sich ein aus Eis bestehender Planet, ähnlich wie der Leidenfrostsche Tropfen, mit einer Dampfhülle, die ihn im Innern der Sonne von den umgebenden heißen Sonnenmassen trennt und vor Zerstörung schützt. Allmählich erwärmt er sich aber und verwandelt sich in Dampf, der einer ungeheuren Spannung unterliegt. Wird durch irgendeinen Zufall das Gleichgewicht gestört, so tritt eine gewaltige Explosion ein, und große Teile der Sonnenmasse werden in den Weltraum hinausgeschleudert. Der geschilderte Vorgang ist nach Hörbiger-Fauth typisch für die Entstehung neuer Weltsysteme. Auch unser Sonnensystem hat einen ähnlichen Ursprung genommen. Um seine Entwicklung verständlich zu machen, fügen H.-F. den beiden genannten Annahmen noch die dritte hinzu, daß die Anziehungskraft der Sonne in einer gewissen Entfernung jenseits der Bahn des äußersten Planeten erlösche.

Bei der Begründung ihrer Annahmen wenden H.-F. ein eigenartiges neues Prinzip an. Sie berufen sich bei Dingen, denen die empirische astronomische Forschung nicht beikommen kann, auf intuitives Schauen, divinatorische Eingebungen. Die Glazialkosmogonie ist also eine Art prophetischer Weissagung.

Ihr Bau ist außerordentlich reich gegliedert. H.-F. begnügen sich nicht damit, den physikalischen Entwicklungsgang des Systems zu beschreiben, sie gehen auch auf meteorologische und geologische Probleme ein und finden ihre Annahmen überall bestätigt. Sie verpflichten daher auch jeden Kritiker der Hypothese, nicht nur stückweise zu kritisieren, sondern auf das Ganze zu sehen. Bevor wir uns einer kritischen Beurteilung der Hypothese zuwenden, müssen wir zu dieser Forderung Stellung nehmen.

Die meteorologischen und geologischen Probleme sind rein empirischer Art. Wenn die Glazialkosmogonie schon exakt, mit Hilfe physikalischer und astronomischer Prinzipien, begründet wäre, so würden sie also eine wertvolle nachträgliche Bestätigung derselben liefern können. Solange Physik und Astronomie ihr noch nicht den Berechtigungsschein ausgestellt haben, ist es aber nicht gestattet, darin, daß derartige Phänomene auf Grund der Annahmen der Glazialkosmogonie erklärt werden können, einen Beweis für die Richtigkeit der Hypothese zu erblicken. Denn empirische Tatsachen lassen mehr als eine Erklärung zu. Es ist daher, entgegen der Ansicht von H.-F., nicht nur zulässig, sondern sogar erforderlich, die empirischen Probleme zunächst auszuschalten. Wenn sich die Glazialkosmogonie vor dem Forum der Physik und der Astronomie rechtfertigen kann, verdient sie Vertrauen. Andernfalls steht sie auf tönernen Füßen und teilt mit der Simrothschen Pendulationstheorie, die ebenfalls durch eine Fülle empirischen Materials von ihrem Urheber als bewiesen betrachtet wurde, aber mit den Prinzipien der Mechanik nicht zu vereinigen war, dasselbe Schicksal.

103. Übersicht über die Glazialkosmogonie. In eine im Sternbilde der Taube befindliche Riesensonne ist ein aus Metallen und Erden bestehender, mit Wasser durchtränkter Planet eingedrungen. Das Wasser hat sich allmählich in hochgespannten Dampf verwandelt und verursacht eine gewaltige Explosion, bei welcher planetarische Massen und glühende Teile der Riesensonne in einer trichterförmigen Wolke ausgestoßen werden. Die leichteren Massen schweben voran, die schwereren folgen nach. Aus den von großem Drucke befreiten glühenden Metallgemischen, die große Mengen Sauerstoff absorbiert haben, wird der Sauerstoff wieder frei. Dieser vereinigt sich mit dem überall im Weltraum anzutreffenden, die Trichterwolke umlagernden Wasserstoff zu heißem Wasserdampf und taucht die Glutwolke in eine Dunsthülle. Durch Abkühlung gefriert das Wasser, und die Dunsthülle verwandelt sich in eine Eisstaubwolke. Die glühender Massen beginnen, wenn sie sich von der Muttersonne weit genug entfernt haben, nach ihrem Schwerpunkte zu gravitieren. Sie beschreiben beliebig gegeneinander geneigte, aber sämtlich in der Apex-Antiapex-Linie sich schneidende Bahnen. Die besonders beim Durchschneiden dieser Linie auftretenden Bewegungsstörungen der Massen bewirken, daß der bei weitem größte Teil zum Anziehungszentrum sinkt, und daß die Bahnen der selbständig bleibenden Massen sich mehr und mehr einander anschmiegen, bis schließlich nur eine bestimmte Umlaufsrichtung bestehen bleibt und eine mehr und mehr sich abflachende Glutlinse zur Ausbildung kommt. Aus den nach dem Zentrum sinkenden Massen entsteht die Sonne, aus den Massen der Glutlinse die kleinen inneren Planeten.

Die Glutlinse übt in axialer Richtung eine saugende Wirkung auf den Weltenwasserstoff aus. Dem Auswärtsströmen des immer neu sich bildenden Wasserdampfes entspricht ein aus den Polgegenden der Glutlinse stammendes Zuströmen neuer Wasserstoffmengen, die nun ihrerseits der Linsenebene entlang strömen. Dadurch tritt auch bei der Eisstaubhülle allmählich eine linsenartige Verflachung ein. Beständiger Nachschub, Druck und Rotation erweitern den Linsenrand mehr und mehr. Endlich gelangen die Eisstaubmassen in Entfernungen von der Sonne, wo ihre Gravitation nicht mehr wirkt. Durch den Ätherwiderstand kommen die Massen relativ zur Sonne hier zur Ruhe; sie schreiten aber mit der Sonne im Weltraume fort. Der Eisstaubring deckt sich optisch mit der Milchstraße und ruft den Nebelschimmer derselben hervor. Die zwischen diesem galaktischen Eisringe und den inneren heißen (heliotischen) Massen befindlichen Wasserdampfmengen rotieren langsam mit den schweren Zentralmassen. Um versprengten heliotischen Staub herum finden Ballungen des Wasserdampfes statt; so entstehen, der Hauptsache nach aus Wasser (Eis), die großen äußeren Planeten. Jenseits des äußersten Planeten bewegen sich noch eine große Anzahl ebenfalls aus Eis bestehender Planetoiden, die keine Gelegenheit zur Zusammenballung gefunden haben. Aus dieser Zone stammen die Kometen. Aus den äußersten Gebieten des Eisringes gelangen die Sternschnuppenkörper zu uns. Sie passen ihre Bahnlage allmählich der der Planeten an und schießen endlich in die Äquatorzone der Sonne ein, wo sie die Sonnenflecken und die Protuberanzen hervorrufen; einige von ihnen stürzen auch auf die Erde, wo sie in den niederen Breiten zu den ergiebigen tropischen Regen, in den mittleren Breiten zu Hagelwettern Anlaß geben. Die Monde sind ursprünglich kleine Planeten, die aber, kräftiger vom Ätherwiderstande beeinflußt und daher schneller ihre Bahndimensionen verkürzend als die großen Planeten, von diesen beim Kreuzen ihrer Bahnen aufgefangen werden. Die Bahnen der Planeten und der Monde suchen sich senkrecht zur Fortschreitungsrichtung der Sonne im Äther einzustellen. Ihre gegenseitige Anziehung bewirkt dabei, daß die Bahnen sich nicht ungleich schnell aufrichten, sondern einander benachbart bleiben.

104. Kritik der Hypothese[1]. Mehrere Annahmen der Glazialkosmogonie, z. B. daß die Anziehung der Sonne in der Entfernung einiger Neptunsweiten erlösche, daß sich mit der siderischen Milchstraße ein unser Planetensystem einhüllender Eisstaubring optisch decke, u. a., sind so eigenartig und widersprechen den in der Wissenschaft allgemein verbreiteten Anschauungen so sehr, daß der Astronom über die Hypothese zur Tagesordnung übergehen wird. Aber mit einer Ablehnung sind diese Annahmen nicht widerlegt, und da es der empirischen Forschung wohl nicht leicht wird, ihre Unrichtigkeit zu erweisen, so bleibt es jedem unbenommen, die wissenschaftlichen Zweifel mit einem *non liquet* zurückzuweisen und der Glazialkosmogonie ihre Annahmen vorderhand zuzugestehen. Erst wenn es gelingt, die Glazialkosmogonie ad absurdum zu führen, sobald man sich auf den Boden ihrer eigenen Annahmen stellt, dürfte sie auch in den Augen dessen, der zu ihren Gunsten die wissenschaftlichen Bedenken ignoriert, als widerlegt gelten.

Anders verhält es sich jedoch mit einer großen Anzahl von Behauptungen, die sich durch astronomische und physikalische Beobachtungen oder durch analytisch-mechanische Untersuchungen nachprüfen lassen. In dieser Beziehung sind die gegen die Glazialkosmogonie zu erhebenden Einwendungen sehr zahlreich. Fast jeder Satz der voraufgehenden kurzen Darstellung der Hypothese ist angreifbar; eine Reihe

[1] Vgl. des Verfassers Aufsatz: Die Glazialkosmogonie von Hörbiger-Fauth; Petermanns Mitteilungen, 1914, Heft 12.

von Behauptungen widerspricht direkt völlig sicheren, feststehenden physikalischen und astronomischen Tatsachen. Nicht imstande, ihren Ausführungen eine auf mathematischen Prinzipien beruhende Begründung zu geben[1]), stützen sich Hörbiger-Fauth auf eine große Anzahl von Zeichnungen, die wohl zweckdienlich ersonnen sind, auf Richtigkeit aber, wie eine exakte Nachprüfung ergibt, meistens keinen Anspruch machen können. Die Glazialkosmogonie stellt hiernach bereits den Übergang zu den zahlreichen Hypothesen dar, die, aufgestellt von Schwarmgeistern, denen wohl dichterische Phantasie, aber nicht das erforderliche wissenschaftliche Rüstzeug eigen war, nicht wissenschaftlich ernst genommen zu werden verdienen. Man könnte daher billig zweifeln, ob eine Besprechung der Glazialkosmogonie mit dem wissenschaftlichen Charakter unserer Studie vereinbar sei. Mit Rücksicht darauf, daß auch andere Erklärungsversuche von Verstößen gegen mathematisch-astronomische Prinzipien nicht frei sind, und in Anlehnung an Poincaré, der die phantastische, an unbewiesenen, unbeweisbaren Behauptungen überreiche Hypothese von Belot (vgl. §§ 108—109) ernst nimmt und sie in seinen Leçons einer Besprechung würdigt, glaubten wir jedoch, die Glazialkosmogonie nicht übergehen zu sollen. Alle falschen Behauptungen zu widerlegen und richtig zu stellen, würde allerdings eine Arbeit sein, die wir nicht übernehmen möchten. Wir beschränken uns im folgenden auf einige wesentliche Punkte.

a) Soll durch die im Innern der Sonne explodierende Planetenmasse nicht ein gänzliches Auseinanderbersten der Sonne, sondern nur eine seitliche Eruption hervorgerufen werden, so darf der Durchmesser des Planeten nur einen kleinen Bruchteil des Sonnendurchmessers betragen. Betrachtet man z. B. $^1/_3$ als Maximalwert des Verhältnisses, so würde, bei gleicher Dichte von Sonne und Planet, die

[1]) Die Darstellung der Hypothese läßt an vielen Stellen die Bekanntschaft mit den astronomischen Gesetzen vermissen, die die Bewegung der zu einem System verbundenen Weltkörper regeln. Diesen Mangel tragen H.-F. sonderbarerweise ostentativ als einen Vorzug zur Schau, der sie zu Schlüssen und Urteilen befähige, zu denen ein in die Fesseln der mathematischen Analysis geschlagenes Denken niemals gelangen könne. Eine Ehrenrettung Laplacens, Darwins und anderer bedeutender Mathematiker, die ob der närrischen Ergebnisse ihrer Untersuchungen wie Schulbuben zurechtgewiesen werden, erscheint zwar überflüssig. Da die naive Dreistigkeit aber, mit der H.-F. ihre eigenen Phantasien anpreisen, manchen unbefangenen und mit den Ergebnissen der astronomischen Störungstheorie nicht genügend vertrauten Leser in seinem Urteil verwirren könnte, so halten wir es doch für angezeigt, ihre mangelnde astronomische Sachkenntnis und anmaßende Selbstherrlichkeit als solche gebührend zu kennzeichnen. Eine Probe derselben liefert auch die der zitierten Kritik der Hypothese angeschlossene Entgegnung H.-F.s, die mit einer neuen Kritik zu beantworten verlorene Mühe wäre.

Planetenmasse kleiner als der 30. Teil der Sonnenmasse sein. In diesem Falle erfolgt jedoch der Einsturz des Planeten in die Sonne in anderer Weise, als die Glazialkosmogonie annimmt. Nach Untersuchungen von Darwin verfällt eine Planetenmasse, die kleiner ist als $^1/_{30}$ der Sonnenmasse, bei gleicher Dichte von Planet und Sonne der Auflösung, bevor sie die Sonnenoberfläche streift, weil ihre innere Gravitation kleiner wird als die Anziehung der Sonne. Sie verwandelt sich in einen die Sonne einschließenden, aus diskreten Teilmassen bestehenden Ring. Auch wenn man annehmen wollte, daß diese Teilmassen noch ein Volumen von mehreren Kubikkilometern besäßen und, die Sonnenoberfläche streifend, unversehrt in den Glutmassen untertauchten, so würde man doch nicht zu den von der Glazialkosmogonie geforderten Wirkungen gelangen; denn es ist gänzlich ausgeschlossen, daß die durch sie hervorgerufene Explosion Massen von der Größe unserer Sonne emporzuschleudern vermöchte. Ist die Planetenmasse größer als $^1/_{30}$ der Sonnenmasse, so erfolgt zwar keine Auflösung; aber es tritt doch nur eine oberflächliche Verschmelzung ein, die zu der Ausbildung eines sanduhrförmigen Rotationskörpers führt. Von dem Eindringen einer größeren explosiven Bombe in eine Sonne kann also keine Rede sein.

Ebensowenig wie ein in spiraliger Bahn langsam der Riesensonne zustrebender Planet würde auch ein aus den Tiefen des Weltraums kommender Körper, vielleicht ein erloschener Stern, der die dem Planeten zugeschriebenen Eigenschaften besäße und sich der Sonne in geradliniger Bahn näherte, als Ganzes in ihrer Glut untertauchen können. Sobald der Körper die Rochesche Grenze erreicht hat, verliert seine Masse den inneren Zusammenhalt und zersplittert schon beim Durcheilen der Sonnenatmosphäre. In eine Sonne, die selbst bis zur Rocheschen Grenze oder über dieselbe hinaus reichte, würde der Körper zwar als Ganzes eindringen, wegen der geringen Dichte der Sonnenmasse aber (mittlere Dichte derselben kleiner als $1:2{,}44^3 = 1:14{,}5$ der Dichte des Körpers) sehr tief in sie eintauchen[1]) und daher keine seitliche Explosion hervorrufen können.

b) Den Entwicklungsgang der Planeten und der Sonne stellen Hörbiger-Fauth in ähnlicher Weise wie Kant dar. Die Planeten ballen sich aus einzelnen größeren und kleineren Massen zusammen, die frei um die Sonne laufen. Die Bahnen dieser Massen sind ursprüng-

[1]) Bei adiabatischem Gleichgewichte der Sonnenmasse ist für einatomige Gase die mittlere Dichte ungefähr $^1/_6$, für zweiatomige Gase ungefähr $^1/_{24}$ der Mittelpunktsdichte (vgl. Emden, Gaskugeln; V. Kap., § 9, Tabelle 4 u. 6). Im ersten Falle würde also ein Körper, dessen Dichte größer als das 14,5-fache der mittleren Sonnendichte ist, bis zum Mittelpunkte im zweiten Falle fast bis zum Mittelpunkte der Sonne untersinken.

lich in den verschiedensten Winkeln gegeneinander geneigt, schmiegen sich aber allmählich einander an und runden sich zu Kreisen ab. Wir begegnen also auch hier den Grundvoraussetzungen der Meteoritenhypothese, deren Unhaltbarkeit unsere frühere Kritik (vgl. § 88 β) dargetan hat.

c) Es möge angenommen werden, daß die Planeten nach ihrer Zusammenballung wirklich nur wenig gegeneinander geneigte Bahnen beschrieben. Dann läßt sich zeigen, daß, wenn die übrigen Voraussetzungen der Glazialkosmogonie zuträfen, die übereinstimmende Bahnlage sich nicht erhalten konnte.

Die Richtung nach dem Sonnenapex ist um ungefähr 60° gegen die Ekliptik geneigt. Der Ätherwiderstand wirkt daher, vorausgesetzt, daß der Äther überhaupt einen Widerstand auszuüben vermag, was nach der in der Wissenschaft allgemein geltenden Auffassung bekanntlich nicht der Fall ist, nicht nur in der Planetenbahn, sondern liefert auch eine auf ihr senkrechte Komponente. Diese Komponente verschiebt die Bahn aus ihrer ursprünglichen Lage. Der Betrag der Verschiebung ist, je nach der Masse, Dichte und den Bahndimensionen der Planeten, verschieden (vgl. § 25). Aus einer anfangs vielleicht vorhandenen übereinstimmenden Lage hätten die Planetenbahnen also mehr und mehr zu größeren Neigungen übergehen müssen, was nicht der Fall ist.

Hörbiger-Fauth erklären die noch jetzt vorhandene Übereinstimmung der Bahnlage dadurch, daß Jupiter durch seinen dominierenden Einfluß einer Verschiebung der übrigen Planetenbahnen aus seiner eigenen Bahnlage widerstrebe, die Planeten also gleichsam zurückhalte, der seitlichen Widerstandskomponente des Äthers schneller nachzugeben als er selbst. Die Richtigkeit dieser Behauptung läßt sich jedoch aus den astronomischen Störungsgleichungen nicht herleiten. Jupiter zwingt keinen Planeten, seiner Bahnebene benachbart zu bleiben, sondern bewirkt, je nach den Umständen, Vergrößerungen oder Verkleinerungen der Bahnneigungen gegen einen invariabele mittlere Ebene. Wenn der Ätherwiderstand eine beständige Tendenz zu Neigungsänderungen in einem bestimmten Sinne äußert, so bleibt diese Tendenz durch die Anziehung Jupiters also gänzlich unberührt.

Auch die Annahme, daß die aus dem nichtumlaufenden Eisringe stammenden, im allgemeinen gegen die Ekliptik stark geneigte Bahnen beschreibenden Sternschnuppenmassen allmählich in die Ekliptik heruntergezogen würden, um endlich in die Äquatorzone der Sonne und gelegentlich in die niederen und mittleren Breiten der Erde einzuschießen, ist nicht haltbar, da sich die postulierte Anpassung der Bahnlagen aus den astronomischen Störungsgleichungen ebenfalls nicht herleiten läßt.

d) Nach Hörbiger-Fauth sind die Monde eingefangene Planeten. Ihre Darlegungen beruhen auf der Annahme, daß die Annäherung zweier planetarischer Körper zu einem Einfangen der kleineren Masse führen müsse. Wir haben früher (vgl. § 88 β) ausführlich gezeigt, daß diese An nahme falsch ist. Nähert sich ein kleiner Körper einem Planeten, so wird er von diesem nur in dem Falle aufgefangen, wo er mit ihm unmittelbar zusammenstößt. In allen anderen Fällen entzieht er sich wieder dem Anziehungsbereiche des Planeten, nachdem seine Bahn bedeutende Störungen erlitten hat. Nur wenn ein widerstehendes Mittel vorausgesetzt wird, in welchem der sich nähernde Körper seine auf den Planeten bezogenen Bahndimensionen verkürzte, würde er immer bei dem Planeten bleiben können. Aber auch im Hinblick auf diese Möglichkeit macht Darwin, der das Drei-Körper-Problem am eingehendsten untersucht hat, die vorsichtige Bemerkung: „Die Vorstellung des Einfangens ist eine gewagte Hypothese und kaum zu empfehlen" (Ebbe und Flut, 2. Aufl., S. 408). Wenn hiernach die Möglichkeit des Eingefangenwerdens auch nicht gänzlich zu bestreiten ist, so folgt doch mit Notwendigkeit, daß Planeten, die infolge des Ätherwiderstandes ihre Bahnen schneller verkleinern als ein größerer Planet, beim Kreuzen der Bahn desselben in den allermeisten Fällen ihre Selbständigkeit bewahren. Die Bahnen können zwar große Störungen erleiden; aber infolge des sich weiter bemerkbar machenden Ätherwiderstandes setzen sie die Verkürzung ihrer Bahndimensionen fort und sind nach einiger Zeit den Störungswirkungen des Planeten fast ganz entzogen. Wenn die Marsmonde und der Erdmond eingefangene Planeten wären, so müßten also innerhalb der Mars- und der Erdbahn sehr zahlreiche, mit den Monden vergleichbare kleine Planeten anzutreffen sein, die dem Schicksale des Eingefangenwerdens entgingen. Dies ist aber nicht der Fall.

Aus dem Gesagten folgt auch, daß es falsch ist, wenn H.-F. Mars als einen Schild bezeichnen, der von der Erde die Planetoiden abhielte. Von 100 000 Planetoiden, deren Bahn sich ins Innere der Marsbahn zurückzöge, würde Mars wahrscheinlich noch nicht einen auffangen und als Mond festhalten können (vgl. § 43).

e) Aus den von Darwin[1]) berechneten speziellen Fällen des Drei-Körper-Problems ergibt sich, daß die Bahnen des 3. Körpers nach den Anfangsbedingungen sehr ungleichartig sind. Da nun bei der Annäherung verschiedener Körper an einen Planeten gänzlich unbestimmbare und niemals gleiche Verhältnisse vorliegen, so wäre zu erwarten, daß, falls ein Einfangen einträte, die entstehenden Mondbahnen gar keiner Gesetzmäßigkeit unterlägen (vgl. § 92). Die Monde könnten recht- und

[1]) Periodic Orbits. Acta mathematica, vol. 21, 1897.

rückläufig und ihre Bahnen beliebig gegeneinander geneigt sein. Dies ist jedoch keineswegs der Fall. Sie bewegen sich, mit nur wenigen Ausnahmen, fast genau in der Äquatorebene ihres Planeten in kreisförmigen Bahnen in derselben Richtung, wie der Planet rotiert. Diese Gesetzmäßigkeiten finden nicht nur keine Erklärung, sondern der Ätherwiderstand würde sogar, ebenso wie bei den Planeten, ein Bestreben äußern, eine anfangs vielleicht vorhandene Gleichartigkeit der Mondbahnlagen allmählich zu zerstören.

f) Daß der Ätherwiderstand sich bestrebt, kreisförmige Bahnen senkrecht zur Bewegungsrichtung im Äther einzustellen, ist richtig (vgl. § 27). Daß die Lage der Bahn des Neptunsmondes die Tatsächlichkeit der erfolgten Einstellung beweise, ist aber nicht richtig. Die Abplattung des Planeten bewirkt eine beständige Verschiebung der Bahnebene (vgl. § 151). Wenn die Mondbahn gegenwärtig senkrecht auf der Richtung nach dem Apex steht, so wird sie also in fernerer Zukunft diese Eigenschaft nicht mehr zeigen. —

Auch der meteorologische und der geologische Teil des Buches bietet der Kritik eine ganze Reihe von Angriffspunkten dar. Da die glazialkosmogonische Erklärung der Vorgänge auf den von uns erörterten, vom mechanischen Standpunkte aus nicht zu rechtfertigenden Annahmen beruhen, so erübrigt es sich jedoch, auf sie näher einzugehen.

Wenn auch gar nicht weiter berücksichtigt wird, daß die Grundhypothesen der Glazialkosmogonie, aus schöpferischer Phantasie geboren, den in der Wissenschaft allgemein verbreiteten Anschauungen meistens nicht entsprechen, so sind doch die Verstöße gegen die Prinzipien der analytischen Mechanik und der theoretischen Astronomie, welche die aus den Grundhypothesen gezogenen Schlußfolgerungen enthalten, so zahlreich[1]) und für die Kosmogonie von so wesentlicher Bedeutung, daß sie als wissenschaftlicher Erklärungsversuch nicht betrachtet werden kann.

---

[1]) An mehreren Stellen wird die Bewegung eines der Anziehung der Sonne unterliegenden Körpers unrichtig dargestellt. Von einer in axialer Richtung erfolgenden saugenden Wirkung der Glutlinse auf den Weltenwasserstoff und einem die Anziehung ihrer Massen überwindenden, längs der Linsenebene erfolgenden Auswärtsströmen der erzeugten Wasserdampfmengen kann keine Rede sein. Die säkularen Änderungen der Exzentrizitäten und die Vorwärtsdrehung der Apsidenlinien der Planetenbahnen, die bekanntlich aus den gegenseitigen störenden Anziehungswirkungen der Planeten resultieren, werden fälschlich dem Ätherwiderstande zugeschrieben (der Ätherwiderstand würde die Apsidenlinien, je nach der Lage der Planetenbahnen, vorwärts und rückwärts drehen können; vgl. § 25). Die Saturnsringe werden als eine mit dem Planeten fest verbundene, starre Eisscheibe betrachtet!

2. Kapitel. Sonne und Nebel.

105. Unwahrscheinlichkeit der Annahme. Die Sonne kann den Nebel durchdringen oder in seiner Nähe vorbeischreiten. Durchdringt sie den Nebel, so bekommen die ihr eventuell angegliederten Nebelmassen sehr verschiedene Bahnlagen (vgl. § 161); auch ihre Bahnexzentrizitäten bleiben sehr groß (vgl. § 27). Diese Annahme eignet sich daher nicht als Grundlage einer Hypothese über die Entwicklung des Sonnensystems. Nicht viel günstiger stellt sich die zweite Annahme dar, daß die Sonne an dem Nebel vorbeischreite. Zwar würde man durch die besondere Voraussetzung, daß der Nebel sich sehr flach ausbreite und die Sonne sich in der Ebene des Nebels bewege, erklären können, daß die Planeten dieselbe Revolutionsrichtung und geringe Bahnneigungen besitzen. Man würde aber nicht imstande sein, für die Umwandlung der hyperbolischen Exzentrizitäten in elliptische eine Ursache anzugeben. Die ebenfalls von der Sonne angezogene feine Nebelmaterie könnte als widerstehendes Mittel deshalb nicht in Frage kommen, weil seine Teilchen ebenfalls in hyperbolischen, die Planetenbahnen nicht kreuzenden Bahnen um die Sonne laufen würden.

Wenn hiernach die Annahme, daß die Sonne einen Nebel durchschritten habe, für die Darstellung der Entwicklung des Planetensystems auch nicht in Frage kommen kann, so ist es doch nicht ausgeschlossen, daß die Angliederung der einer deutlichen Gesetzmäßigkeit nicht unterliegenden *Kometen* auf die angegebene Weise ihre Erklärung findet (vgl. §§ 155 ff.).

3. Kapitel. Sonnennebel und Stern.

106. Unwahrscheinlichkeit der Annahme. Es ist nicht ersichtlich, wie ein am Sonnennebel vorüberwandernder oder ihn durchdringender Stern ihn so beeinflussen kann, daß die Gesetzmäßigkeit des Systems zur Ausbildung gelange. Wenn der Nebel unregelmäßige Gestalt besitzt, so kann auch die Anziehung des fremden Sternes keine Regelmäßigkeit hineinbringen. Ist er regelmäßig, vielleicht von der Form der planetarischen Nebel, so gelangt man zu ähnlichen Folgerungen, wie sie sich bei der Kritik der Chamberlin-Moultonschen Hypothese ergaben.

4. Kapitel. Sonnennebel und Nebel.

107. Anwendbarkeit der Hypothese. Es sind zwei Möglichkeiten zu unterscheiden; entweder durchdringen die Nebel einander, oder sie bleiben voneinander getrennt. Im ersten Falle kann wieder der Sonnennebel den fremden Nebel, oder der fremde Nebel den Sonnennebel durchdringen. Durchdringt der fremde Nebel den Sonnennebel, so entspricht der Vorgang dem, wo ein Stern den Sonnennebel durchquert (vgl. § 106). Einerlei ob der Sonnennebel regelmäßig oder unregelmäßig ist, es entstehen bei den Planeten sehr verschiedene Neigungen, Exzentrizitäten und Revolutionsrichtungen. Der Fall, wo der Sonnennebel den fremden Nebel durchdringt, kann mit dem, wo die Sonne einen fremden Nebel durcheilt, verglichen werden (vgl. § 105). Die Planetenbahnen nehmen auch hier die verschiedensten Neigungen und Exzentrizitäten an. Es bleibt daher nur die Möglichkeit, daß die beiden Nebel voneinander getrennt bleiben. Diese Möglichkeit wird im synthetischen Teile diskutiert werden (vgl. §§ 131—132).

Das Gesagte gilt, wenn vorausgesetzt wird, daß nur Zentralkräfte und widerstehende Kräfte ins Spiel kommen, und alle Bewegungsvorgänge frei beweglicher Massen durch diese Kräfte bestimmt werden. Eine eigenartige, von Belot[1]) aufgestellte Hypothese, die auf der Annahme beruht, daß der Sonnennebel einen fremden Nebel durchschritten habe, postuliert Bewegungsvorgänge noch anderer Art. Sie setzt *Wirbelbewegungen* voraus, die nicht als Gravitationswirkung aufzufassen sind, sondern für sich selbst bestehen. Da unsere obigen Schlüsse diese Voraussetzung nicht mit umfassen, so müssen wir der Belotschen Hypothese eine besondere Besprechung zuteil werden lassen.

Die Hypothese von Belot.

108. Übersicht über die Hypothese. Neben den Wirbeln bilden nach Belot die Zusammenstöße einen Hauptfaktor bei der Entstehung der Weltsysteme. Das wirkliche Vorkommen der Zusammenstöße wird nach ihm durch das Aufleuchten der Novae (vgl. § 100 f.), das Vorkommen der Wirbel durch die Existenz der Spiralnebel bezeugt.

Das Sonnensystem ist nach Belot durch den Zusammenstoß eines röhrenartigen Wirbels (tube-tourbillon) mit einer kosmischen Wolke entstanden. Lord Kelvin und J. J. Thomson haben gezeigt, daß ein Wirbel sich wie ein elastischer Körper verhält; er kann durch einen Stoß in Schwingungen versetzt werden. Wenn der Röhrenwirbel die kosmische Wolke *A A* trifft (Fig. 9), so beginnt er der Länge nach zu schwingen. Diese longitudinale Welle wird am Ende der Röhre reflektiert, und dadurch entsteht eine stationäre Welle, der Art, daß längs der Röhre Bäuche und Knoten miteinander abwechseln. Jeder Schwingungsbauch übt seinerseits einen Stoß auf die kosmische Wolke *A A* aus. Aus dem ursprünglichen Wirbel entsteht die Sonne; die

[1]) E. Belot, Essai de Cosmogonie tourbillonnaire. Paris 1911. Gauthier-Villars.

Bäuche geben Anlaß zu der Entstehung der Planeten. Die Teilchen des Wirbels können diesen in größeren Mengen nur an den Bäuchen, wo der Radius sich erweitert, verlassen; sie beschreiben dann schneckenförmig gewundene Bahnen auf einer sich erweiternden Fläche, die Wirbelfläche (nappe tourbillonnaire) genannt wird.

ZZ' ist die Bewegungsrichtung des Wirbels in der Wolke; die xy-Ebene ist gegen die z-Achse geneigt und der Ekliptik parallel; die Rotationsebene des Wirbels wird ebenfalls der Ekliptik parallel angenommen. Belot leitet die Bedingungen her, die erfüllt sein müssen, damit die von jedem Schwingungsbauche fortgeschleuderten Teilchen gleichzeitig in der Ebene der Ekliptik anlangen. Aus ihnen bilden sich dann die Planeten auf folgende Weise. Wird angenommen, daß die kosmische Wolke AA selbst eine senkrecht auf der Ebene der Figur stehende, von hinten nach vorn gerichtete Bewegung besitze, und daß der Wirbel in der in der Figur angedeuteten Richtung rotiere, so liegt das Maximum der relativen Geschwindigkeiten in der Ebene ZOX auf der Seite OX; denn in diesem Gebiete ist die Bewegung in den Wirbelflächen der der Wolke gerade entgegengesetzt. Hier ist also auch das Bestreben der Massen, sich zusammenzuballen, am kräftigsten ausgebildet. Es entstehen planetarische Wirbel. Die Wirbelflächen schneiden die OX-Linie unter bestimmten Winkeln. Diese Winkel stimmen mit denen überein, welche die Rotationsachsen der Planeten mit der Ekliptik bilden. Die Lage der Uranusachse erklärt sich dadurch, daß die schnelle Fortschleuderung $Z_{13}X_{13}$ in der Wolke einen Ringwirbel, ähnlich einem Rauchringe, entstehen ließ. Die Monde gehen aus den planetarischen Wirbeln in derselben Weise hervor wie die Planeten aus dem ursprünglichen Wirbel.

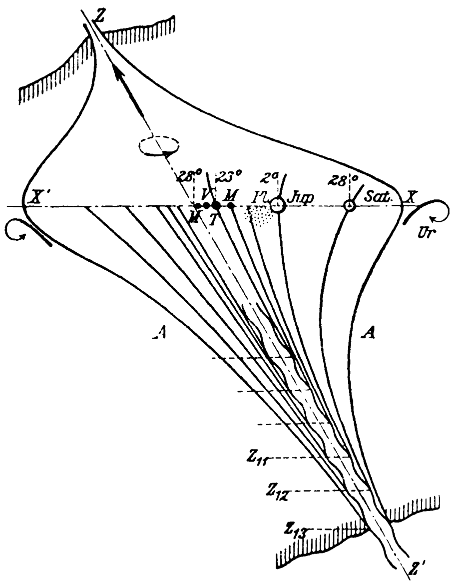

Fig. 9.

109. Kritik der Hypothese. Die vorangehende Übersicht über die Hypothese läßt ihren überaus problematischen Charakter bereits so deutlich hervortreten, daß es unnötig sein dürfte, ausführlich auf sie einzugehen. Poincaré, der nach Möglichkeit allen kosmogonischen

Hypothesen gerecht zu werden sucht, spricht sich mit großer Zurückhaltung über sie aus. Er macht Belot den Vorwurf (a. a. O. Nr. 204), daß er nicht genügend begründete Annahmen benutze, auf die er niemals verfallen wäre, wenn er nicht das Ergebnis, zu dem sie führen sollen, vorher gekannt hätte, und urteilt am Schlusse (a. a. O. Nr. 211), daß seine Gedanken in der gegenwärtigen Form wohl kaum akzeptiert werden könnten. Eine aufmerksame Lektüre des Belotschen Buches zeigt, daß Poincarés Urteil noch zu günstig ausgefallen ist. Trotzdem die Darstellung mit mathematischen Formeln reich verbrämt ist, trägt sie überall den Charakter der Unwissenschaftlichkeit. Belot reiht Schlüsse aneinander, von denen der eine grundloser und kühner ist als der andere, stellt Behauptungen auf, die aller Mechanik spotten[1]), und hat schließlich einen Bau aufgeführt, dessen Fundamente in der Luft schweben und dessen Balken ihren Halt im blauen Äther suchen. Wer auf alle unbewiesenen Behauptungen aufmerksam machen, alle falschen Voraussetzungen und Schlüsse korrigieren wollte, würde ein dickeres Buch schreiben müssen als das Belotsche[2]). Wir begnügen uns damit, die mechanischen Grundlagen der Hypothese zu prüfen.

Die schönen Untersuchungen von Helmholtz u. a. über Wirbelbewegungen beziehen sich auf Flüssigkeiten, deren Teilchen nicht der Reibung unterworfen sind. Der Wirbelbewegung unterliegen gewisse Teilchen im Innern der Flüssigkeit; die Rechenresultate gelten daher auch nur unter der Bedingung, daß die Wirbel im Medium der Flüssigkeit eingebettet sind. Der von der umgebenden Flüssigkeit ausgeübte Druck verhindert in diesem Falle, daß die Zentrifugalkraft die Wirbelteilchen auseinandertreibt. Überall dort, wo die Flüssigkeit Grenzen hat, an der Oberfläche oder in Diskontinuitätsflächen, hört die Wirbelbewegung auf. Wie verhält es sich nun mit den Wirbeln des Weltraums, die nach Belot durch die Spiralnebel repräsentiert werden? Wo ist das Medium, das durch seinen Gegendruck dem nach außen wirkenden Drucke des Wirbels standhält? Sind die Nebel nicht vom Vakuum umgeben? Wenn in unmittelbarer Nachbarschaft der Spiralnebel ein ihnen gleichartiges Medium vorhanden wäre, so würden sie, wie ein Wasserwirbel in dem ihn einschließenden Wasser, als solche gar nicht erkennbar sein[3]). Die Bewegung der Spiralnebelmassen kann hiernach

[1]) Man sehe z. B. die Auseinandersetzungen über den Kondensationsmechanismus des Nebels, 7. Kapitel, § 37 u. ff.

[2]) Leider ziehen mit mathematischen Flittern aufgeputzte kosmogonische Hypothesen wie die von Belot eine große Gefahr für die wissenschaftliche Würdigung kosmogonischer Probleme nach sich. Sie haben den bedauernswerten Erfolg, bei allen sachlichen, gründlichen Geistern die kosmogonischen Fragen in Verruf zu bringen.

[3]) Man könnte vielleicht versucht sein, dieser Folgerung durch die eigenartige Annahme zu entgehen, daß die den Nebel umgebende, durch ihren Gegen-

nicht als Wirbelbewegung im Helmholtzschen Sinne, sondern nur als Gravitationswirkung aufgefaßt werden. Ist es nach den Gesetzen der Mechanik unmöglich, daß im leeren Weltraume Wirbel als solche bestehen können, so fällt aber die ganze Grundlage der Belotschen Hypothese in sich zusammen. Auch die Folgerungen in bezug auf die stationären Schwingungen, die beim Auftreffen des Wirbels auf eine kosmische Wolke entstehen sollen, werden dann natürlich gegenstandslos; ähnlich wie ein weiches Projektil vor einem härteren Körper würde auch eine zusammenhängende bewegte Nebelmasse vor und in einer kosmischen Wolke platt gedrückt werden.

Die Belotsche Hypothese kann hiernach bereits als widerlegt gelten. Wenn wir sie in den folgenden Abschnitten doch noch weiter diskutieren, so tun wir es um zu zeigen, daß nicht nur das Fundament, sondern auch das mechanische Gerüst der Hypothese des inneren Haltes entbehrt.

a) Die Geschwindigkeit, mit welcher der Sonnenwirbel im Weltraum fortschritt, schätzt Belot (a. a. O. § 26) auf Grund der Beobachtungen, die man bei dem die Nova Persei umlagernden Nebel gemacht hat, auf 75 000 km/sec (Elektronengeschwindigkeit in Kathodenstrahlen); diese Geschwindigkeit wurde im Innern der von dem Wirbel getroffenen kosmischen Wolke auf die gegenwärtige Geschwindigkeit der Sonne von 20 km/sec reduziert. Da die Endgeschwindigkeit von der Ausdehnung der Wolke und ihrer Dichte abhängt, Ausdehnung und Dichte bei verschiedenen Wolken aber sehr verschieden sind, so müßten also, wenn alle Sterne durch Zusammenstoß eines mit Kathodenstrahlengeschwindigkeit sich fortbewegenden Wirbels mit einer kosmischen Wolke entstanden wären, *die Endgeschwindigkeiten große Unterschiede aufweisen.* Sie könnten sehr klein sein, aber auch Tausende von Kilometern betragen. In Wirklichkeit herrscht aber bei den Sterngeschwindigkeiten eine auffällige Übereinstimmung. Sie betragen durchschnittlich 20 bis 50 km/sec und übersteigen nur selten den Wert 100 km/sec.

b) Die Annahme, daß ein eine kosmische Wolke treffender Wirbel durch den Zusammenstoß in stehende Schwingungen versetzt werde, würde nur dann zutreffen, wenn die Wolke *scharf begrenzt* wäre und im Innern *homogene Dichte* hätte. Beide Bedingungen sind in Wirk-

---

druck den Wirbeldruck kompensierende Materie tatsächlich vorhanden sei, uns aber, weil nicht leuchtend, verborgen bleibe. Nun können zwar, worauf Emden aufmerksam macht, durch Strömungsvorgänge im Innern der Nebelmaterie wirklich Helligkeitsunterschiede hervorgerufen werden; dann aber müssen Stellen kleinerer Geschwindigkeit hell und Stellen größerer Geschwindigkeit dunkel hervortreten (Gaskugeln, Kap. XIV, § 17 und Kap. XV, § 9). Wenn die Spiralnebel Wirbel in reibungsloser Flüssigkeit wären, so müßten sie hiernach dunkel auf hellem Grunde anstatt hell auf dunklem Grunde erscheinen.

lichkeit niemals erfüllt. Die Dichte kosmischer Wolken wird im allgemeinen von außen nach innen anwachsen. Der Wirbel erfährt daher keinen plötzlichen Stoß, sondern einen langsam sich steigernden Widerstand. Dann aber ist die Bedingung für die Entstehung einer stationären Schwingung nicht erfüllt.

c) Der Schwingungsbauch Z_n bleibt in der Wolke nicht an derselben Stelle liegen, sondern geht, bei der fortschreitenden Bewegung des Wirbels, stetig in die Lagen Z_{n-1}, Z_{n-2} usw. über. Die von den einzelnen Bäuchen fortgeschleuderten Teilchen bewegen sich daher nicht auf räumlich voneinander getrennten Wirbelflächen, sondern *erfüllen den ganzen die Wirbelröhre umgebenden Raum.*

d) Damit alle Wirbelflächen gleichzeitig in der Ekliptik anlangen und infolge davon die entstehenden Planeten geringe gegenseitige Bahnneigungen aufweisen, müssen die Geschwindigkeiten, mit der die Massen die einzelnen Schwingungsbäuche verlassen, sämtlich verschieden sein und in einem ganz bestimmten geometrischen Verhältnisse zueinander stehen. Belot bestimmt dies Verhältnis (a. a. O. § 26), ohne jedoch dafür, daß es wirklich bestehe, einen Grund anzugeben.

Da die Entfernung der Wirbelbäuche von der Ekliptik auf der Seite OX kleiner ist als auf der Seite OX', so müssen ferner nicht nur die von verschiedenen, sondern auch von denselben Bäuchen ausgehenden Teilchen verschiedene, durch ihre x- und y-Koordinaten aber doch genau bestimmte Geschwindigkeiten besitzen, wenn sie gleichzeitig in der Ekliptik anlangen sollen. Wodurch die Verschiedenheit und Gesetzmäßigkeit bewirkt wird, ist nicht ersichtlich.

e) Die Geschwindigkeit, mit der sich die Teilchen von der Röhrenachse entfernen, wird so bestimmt, daß bei den Bahnradien der Planeten das Bodesche Gesetz zur Ausbildung kommt (a. a. O. § 23). Welche Ursache die postulierte Gesetzmäßigkeit der Expansionsgeschwindigkeiten bewirkt, wird wieder nicht gesagt.

f) Die Umlaufszeit der Teilchen der Wirbelflächen ist nach Belot anfangs der Wurzel aus den Bahnradien umgekehrt proportional (a. a. O. § 11). Später, wenn nach der Entstehung der Sonne die Keplerschen Gesetze zur Wirkung kommen, ist sie der Potenz $^3/_2$ des Radius direkt proportional. Findet ein allmählicher Übergang des ersten Zustandes in den zweiten statt, so erleiden die Bahnradien also beträchtliche Änderungen. Hieraus folgt, daß, wenn sie anfangs das Bodesche Gesetz befolgten, es *später seine Gültigkeit verlieren müsse* (vgl. Poincaré, a. a. O. Nr. 206). Daß die Gültigkeit des Bodeschen Gesetzes, wie Belot annimmt (a. a. O. § 27, Schluß), durch den angegebenen Prozeß deswegen nicht berührt werde, weil ein eventueller Überschuß an Revolutionsenergie in Rotationsenergie der Planeten übergehe, ist völlig ausgeschlossen, erstens, weil gar keine Möglichkeit besteht, diesen Übergang mechanisch glaubhaft zu machen, und zweitens, weil schon ganz geringe Änderungen der Bahnradien außerordentliche Änderungen der Rotationsgeschwindigkeiten der Planeten zur Folge haben würden.

Auch durch den in der kosmischen Wolke auf die Planeten einwirkenden tangentialen Widerstand wird, da er die Bahnradien in ungleicher Weise verkleinert, jede anfangs bei ihnen vielleicht bestehende Gesetzmäßigkeit zunichte gemacht.

g) Nach Belot kommen die Wirbelflächen in der Ekliptik ungefähr zu der Zeit an, wo sich diese in der Mitte der durchschrittenen Wolke befindet (a. a. O. § 26). Während der bis zum Austritt aus der Wolke verfließenden Zeit wirkt auf die Planeten dann auch eine seitliche Widerstandskomponente ein. Diese ruft eine Verschiebung der Planetenbahnen aus ihrer Lage hervor (vgl. § 25), *vergrößert also die Bahnneigungen.* Nach Belot soll die gegenseitige Anziehung der Planetenringe bewirken, daß sie ihre übereinstimmende Lage beibehalten (a. a. O. § 28). Diese Behauptung ist unrichtig. Ein Ring hat keineswegs das Bestreben, die Bahn einer seiner Anziehung unterliegenden Masse in die Ringebene herabzuziehen. Es treten vielmehr, außer einer Rückwärtsdrehung der Knotenlinie, nur periodische Störungen der Neigung ein (vgl. § 104 c).

h) Fast alle gegen die Erklärung der Entstehung der Planeten erhobenen Einwände lassen sich bei den *Monden*, die sich nach Belot aus den planetarischen Wirbeln auf dieselbe Weise bilden wie die Planeten aus dem primären Wirbel, wiederholen.

Rückblick.

110. Tabellarische Übersicht über die Ergebnisse des analytischen Teils. Im folgenden sollen die Resultate unserer kritischen Untersuchungen übersichtlich zusammengestellt werden. Das Zeichen + bedeutet, daß sich die Entwicklung der in Frage stehenden Glieder des Systems oder ihrer Gesetzmäßigkeiten auf den angegebenen Erklärungsgrund zurückführen läßt, das Zeichen —, daß dies nicht, und das Zeichen $\pm$, daß es nur mit Einschränkung möglich ist.

A. Geschlossenes System.

I. Erzwungene Entwicklung.

1. Die Entwicklung der Sonne und der Planeten.

   a) Die geringen Neigungen der Planetenbahnen sind zurückzuführen auf

1. Gravitationswirkungen,
    α) reine Gravitationsstörungen (§ 36): —,
    β) Gezeitenreibung (§§ 37—39): —,
2. widerstehende Mittel mit
    α) frei beweglichen Teilchen (§§ 41—44): —,
    β) relativ ruhenden Teilchen (§§ 45—47): —.

b) Die kleinen Exzentrizitäten der Planetenbahnen sind zurückzuführen auf
1. Gravitationswirkungen,
    α) reine Gravitationsstörungen (§ 48): —,
    β) Gezeitenreibung (§ 49): —,
    γ) Veränderlichkeit der Sonnenmasse (§§ 50—51): +,
2. widerstehende Mittel (§ 52): ±.

c) Die Rotation der Planeten ist zurückzuführen auf
1. Gravitationswirkungen (§§ 53—58): —,
2. widerstehende Mittel (§ 60): —.

2. Die Entwicklung der Monde.

a) Die geringen Neigungen der Mondbahnen gegen die Äquatorebene des Planeten sind zurückzuführen auf
1. Gravitationswirkungen (§§ 63—64): —,
2. widerstehende Mittel (§ 65): —.

b) Die kleinen Exzentrizitäten der Mondbahnen sind zurückzuführen auf
1. Gravitationswirkungen (§ 66): —,
2. widerstehende Mittel (§ 67): ±.

c) Die Rechtläufigkeit der Monde ist zurückzuführen auf
1. Gravitationswirkungen (§ 68): —,
2. widerstehende Mittel (§ 69): —.

3. Die Entwicklung der Kometen (§§ 71—72).

a) Die Kometen gehören von Anfang an zum Sonnensystem und stammen
1. aus der Sonne oder den Planeten (Eruptionshypothese): —,
2. aus den Sternschnuppenkörperchen (Hypothese von Schulhof): —.

b) Die Kometen sind dem System ursprünglich fremde Körper und ihm
1. durch Gravitationswirkungen (Hypothese von Schiaparelli und W. H. Pickering): —,
2. durch ein widerstehendes Mittel angegliedert: Noch nicht genügend diskutierte Hypothese.

4. Das Zodiakallicht (§ 73).

Die Materie des Zodiakallichtes stammt

a) aus dem Urnebel: $\pm$,

b) aus den Massen des Sonnensystems: $\pm$,

c) aus einem durchschrittenen Mittel: $\pm$.

II. Spontane Entwicklung.

1. Die Entwicklung der Sonne und der Planeten.

   a) Die Urmaterie ist eine einheitliche, rotierende Masse. Die Abtrennung der Planeten erfolgt

      1. durch die Zentrifugalkraft (Hypothese von Laplace; §§ 75—78): —,
      2. durch abstoßende elektrische Kräfte (Hypothese von Birkeland; §§ 79—80): —.

   b) Die Teilchen der Urmaterie sind frei beweglich.

      1. Die Teilchen bewegen sich nach allen Richtungen (Hypothese von Kant, Ligondès; §§ 84—88): —.
      2. Die Teilchen haben eine bevorzugte Bewegungsrichtung.

         α) Sie sind in Beziehung auf den Schwerpunkt gleichmäßig verteilt (Hypothese von Faye; §§ 81—83): —.

         β) Sie sind nicht gleichmäßig verteilt; der Urnebel hat bestimmte Form und Struktur: Noch nicht genügend diskutierte Hypothese.

2. Die Entwicklung der Monde.

   a) Die Monde entstehen durch Abschleuderung aus den Planeten (Hypothese von Laplace, Birkeland; § 90): $\pm$.

   b) Die Monde entstehen aus einer die Planeten umgebenden Ringmaterie (Hypothese von Kant, Faye, Ligondès, teilweise auch von See; §§ 91—92): —.

3. Die Entwicklung der Kometen.

   Die Kometen sind Reste der Urmaterie (Hypothese von Kant, Faye, Ligondès u. a.; § 93): —.

4. Das Zodiakallicht.

   Die Materie des Zodiakallichtes ist ein Teil der Urmaterie (§ 73): $\pm$.

B. Offenes System.

1. Sonne und Stern (Hypothese von Chamberlin-Moulton, Arrhenius, Hörbiger-Fauth; §§ 95—104): —.
2. Sonne und Nebel (§ 105): —.
3. Sonnennebel und Stern (§ 106): —.

4. Sonnennebel und Nebel (Hypothese von Belot; §§ 107—109): Noch nicht genügend diskutierte Hypothese.

111. Allgemeine Schlüsse. Die vorangehende Übersicht zeigt, daß die Gesetzmäßigkeiten des Sonnensystems, einerlei ob es als geschlossenes oder als offenes System vorausgesetzt wird, der Hauptsache nach nicht das Produkt einer erzwungenen Entwicklung sein können; sie müssen daher bereits in den Anfangsbedingungen präformiert gewesen, also spontan entstanden sein. Dieses Resultat könnte zuerst enttäuschen. Man muß sich mit Tatsachen abfinden, wo man vielleicht ein physikalisches Wirken und Geschehen zu finden hoffte[1]). Es darf jedoch der große, wenn in erster Linie auch negative Gewinn der Untersuchung nicht unterschätzt werden. Man sieht nun wenigstens klar; man hat festen Boden unter den Füßen und weiß im voraus, was von neuen kosmogonischen Versuchen zu erwarten ist.

Wem es schwer fällt, alte, liebgewordene kosmogonische Vorstellungen aufzugeben, der möge bedenken, daß kein Zweig der Wissenschaft von inneren Umwälzungen frei geblieben ist. Welche Revolution haben um die Mitte des vorigen Jahrhunderts die Darwinschen Hypothesen über die Entwicklung der Lebewesen in den beschreibenden Naturwissenschaften hervorgerufen, und welche Umänderungen haben sie sich seitdem gefallen lassen müssen! Wie oft sind in der Physik scheinbar fest gegründete Theorien umgestoßen und durch andere ersetzt worden! Ebenso haben die neueren astronomischen Forschungsergebnisse mit manchen alten Vorstellungen aufgeräumt. Es hat sich herausgestellt, daß kosmische Gesetzmäßigkeiten in dem Maße, wie man auf Grund teleologischer Vorurteile früher anzunehmen geneigt war, nicht bestehen. Eine Zeitlang schienen die Beobachtungen sogar den Schluß zuzulassen, daß im Weltraume nicht das Gesetz, sondern Gesetzlosigkeit die Herrschaft führe[2]). In neuerer Zeit erkennt man

[1]) Es mag nicht überflüssig sein, besonders zu betonen, daß in diesem Resultat natürlich keineswegs die Notwendigkeit des Verzichts auf jede Erklärung enthalten ist. Die kritische Untersuchung zeigt nur, daß die Gesetzmäßigkeiten des Systems, weil sie größtenteils nicht das Ergebnis einer erzwungenen Entwicklung sein können, bereits bei der Geburt der Teilmassen des Systems, spontan, ins Dasein getreten sein müssen. Wer hierin einen Mangel erblicken wollte, würde von einem einseitigen parteiischen Standpunkte aus den Möglichkeiten erzwungener Entwicklung vor denen spontaner Entwicklung den Vorzug geben. Daß auch die Annahme spontaner Entwicklung unser Erklärungsbedürfnis sehr wohl zu befriedigen vermag, beweist z. B. die große Beliebtheit, deren sich die Laplacesche Hypothese ein ganzes Jahrhundert erfreut hat.

[2]) Die meisten Bestimmungen des Apex der Sonnenbewegung beruhen auf der Annahme, daß die Richtungen der Sternbewegung regellos im Raume verteilt seien.

zwar mehr und mehr, daß diese Annahme zu weit geht, daß die Bewegung der Sterne doch großen, allgemeinen Gesetzen unterliegt[1]; aber demgegenüber steht doch fest, daß in dem unendlich komplizierten Räderwerke des Kosmos das einzelne dem Zufall preisgegeben ist. Wie eine Pflanze als Ganzes einen einheitlichen Organismus darstellt, im einzelnen jedoch, nicht aus innerer Notwendigkeit, sondern durch örtliche Einflüsse bestimmt, Zelle an Zelle, Blatt an Blatt fügt, so ordnen sich auch die Sterne, als Zellen des Weltganzen, seinem Organismus ein, sind aber in ihrer Entstehung und Entwicklung von örtlichen Bedingungen abhängig. Die große Mehrzahl der kosmischen Nebel hat eine mehr oder weniger unregelmäßige Gestalt und allem Anscheine nach ganz individuelle innere Bewegungsvorgänge. Daher werden auch die aus ihnen hervorgehenden Sternsysteme individuelle Züge aufweisen; von allgemeinen, die Entwicklung überall in gleicher Weise bestimmenden Faktoren kann nicht die Rede sein. Wie sich jedes Ding der Natur seinem inneren Charakter gemäß entwickelt, das Samenkorn zum Grashalm oder Baum, das tierische Ei zur Mücke oder zum Elefanten, so entwickeln sich die kosmischen Nebel zu Meteorsteinchen oder vielgestaltigen Sonnensystemen. Auch unser Sonnensystem hat sich, durch zufällig gegebene Bedingungen bestimmt, von innen heraus entfaltet. Betrachten wir es unter diesem Gesichtspunkte, so setzt uns seine innere Ordnung und Gesetzmäßigkeit nicht mehr in Erstaunen als hervorstechende Eigenschaften bei irgendeinem Menschen, die wir als Geschenk der Natur betrachten, ohne nach ihrem Wie und Warum zu fragen.

---

[1] Vgl. K. Schwarzschild, Über das System der Fixsterne. Teubner 1909; 2. u. 3. Vortrag.

Synthetischer Teil.

112. Vorbemerkung. Jedem Versuche, eine Erklärung der Entwicklung unseres Sonnensystems aufzustellen, liegt natürlicherweise die Voraussetzung zugrunde, daß das System in seinem gegenwärtigen Zustande auch wirklich das Endprodukt einer natürlichen Entwicklung sei. Daß diese Voraussetzung zutrifft, kann als feststehend betrachtet werden. Die astronomische Forschung hat gezeigt, daß die Sonne ein Stern unter Sternen ist. Das heiße Innere der Erde deutet darauf hin, daß auch sie einstmals selbstleuchtend gewesen sei; dasselbe gilt dann von den übrigen Planeten. Die Entwicklung der Sonne und der Planeten stimmt also mit der der Sterne überein. Welchen Gang die Entwicklung eines Sternes nimmt, hat uns das Spektroskop gelehrt. Es dürfte kaum ein Zweifel darüber bestehen, daß der früheste Zustand durch die Spektralklasse I charakterisiert wird, daß die Entwicklung dann die Klassen II und III durchläuft[1]), und daß der Stern endlich erlischt. Im Gegensatze hierzu steht jedoch nicht mit Sicherheit fest, was der *antestellare* Zustand der Sternmaterie sei. Am verbreitetsten ist die Annahme, daß die echten *kosmischen Nebel* oder *kosmische Staubwolken* die Vorstufe der Sternentwicklung bedeuten (*Nebularhypothese im weiteren Sinne*). Die Nebularhypothese[2]) läßt hiernach über die physische Konstitution der Urmaterie zwei Annahmen zu. Entweder befindet sich die Urmaterie in gasförmigem Zustande (*Nebularhypothese in engerem Sinne*), oder sie besteht aus diskreten festen Körperchen (*Meteoritenhypothese*). Daß im Weltraum

---

[1]) Vgl. Newcomb.-Eng., Pop. Astr. 5. Aufl., S. 732ff.

[2]) Wenn wir bei der obigen Begriffsbestimmung auch die kosmischen Staubwolken zu den Nebeln (im weiteren Sinne) rechnen, so folgen wir damit einem in neuerer Zeit mehr und mehr sich festsetzenden Brauche, nach welchem man z. B. die Spiralnebel, trotzdem man sie als Anhäufung von Sternen betrachtet (Hypothese von Fath, vgl. § 119), doch als Nebel bezeichnet. Nach einigen Forschern sind sogar die echten Nebel als Ansammlungen von Meteoren zu betrachten, die, in heftiger Bewegung durcheinander schwirrend, bei den notwendig erfolgenden Zusammenstößen einen Teil ihrer Materie zum Verdampfen und zum Leuchten bringen (vergl. Emden, Gaskugeln, XIV. Kap., §§ 3, 7).

ausgedehnte Gasmassen vorhanden sind, steht fest. Die als echte kosmische Nebel bezeichneten Gebilde erweisen sich durch ihr helles Linienspektrum als Gasmassen. Daß Ansammlungen diskreter fester Körper (kosmische Staubwolken) im Weltraum anzutreffen sind, hat zwar durch direkte Beobachtungen noch nicht nachgewiesen werden können, ist aber sehr wahrscheinlich. Auf ihr Vorhandensein kann man daraus schließen, daß am Sternenhimmel inmitten großer Sternfülle oft sehr sternarme Stellen anzutreffen sind, die durch Annahme eines nichtleuchtenden, absorbierenden Mediums am einfachsten ihre Erklärung finden, und daraus, daß aus dem Weltraume feste Massen, die Meteore, in unser Sonnensystem eindringen. Auf der Annahme, daß eine Gasmasse die Urform unseres Sonnensystems gewesen sei, beruht die Hypothese von Laplace, auf der Annahme einer Meteorwolke die Hypothese von Kant, Faye, Ligondès, Lockyer u. a. Der Nebularhypothese steht die *Stellarhypothese* gegenüber. Dieser Hypothese gemäß ist unser System das Entwicklungsprodukt einer katastrophenartigen Umwälzung, die zwei *Sterne*, d. h. also bereits fertig ausgebildete Weltkörper, einander sich nähernd oder zusammenstoßend, erleiden[1]) (Hypothese von Chamberlin-Moulton, Arrhenius, Hörbiger-Fauth). Das Ergebnis unserer früheren Untersuchungen resümierend und das unserer späteren Untersuchungen antizipierend, können wir sagen, daß sich die Annahme, eine Meteorwolke sei der antestellare Zustand unseres Sonnensystems gewesen, oder der Einwirkung zweier Sterne aufeinander verdanke es seine Entstehung, physikalisch nicht glaubhaft machen läßt. Dann bleibt also nur die Möglichkeit, daß ein *echter kosmischer Nebel* die Urform desselben war.

Gegen die Annahme, daß ein echter Nebel sich in Sterne verwandeln könne, sind Bedenken erhoben worden. Da nach dem Gesagten die Erklärung der Entwicklung unseres Sonnensystems überhaupt in Frage gestellt sein würde, wenn die Nebularhypothese (im engeren Sinne) nicht sicher gegründet wäre, so wollen wir zu ihrer Rechtfertigung noch einige Worte sagen. Man hat gegen sie eingewendet, daß der Übergang von dem Spektrum eines Nebels zu dem eines Sternes noch nicht gefunden worden sei[2]). Dieser Einwand scheint uns nicht berechtigt zu sein. Denn es sind tatsächlich Übergangsformen zwischen

---

[1]) Für manche Anhänger eines Kreislaufes des kosmischen Geschehens bilden Nebular- und Stellarhypothese keinen logischen Gegensatz, sondern umfaßt die Stellarhypothese auch die Nebularhypothese, da das Nebelstadium nach ihnen nur als Zwischenstufe zwischen dem zerstörten und einem neuen stellaren Zustande zu betrachten ist (vgl. § 169).

[2]) Schwarzschild in Newcomb-Engelmanns Populärer Astronomie, 5. Aufl. S. 714. Gegen die Annahme, daß eine Meteorwolke sich in Sterne umbilden könne, lassen sich übrigens weit ernstere Bedenken erheben (vgl. § 88 β).

Nebeln und Sternen vorhanden. Die *Nebelsterne* zeigen inmitten einer weiten Nebelhülle eine zentrale Verdichtung. Ihr Spektrum ist ein doppeltes. Der Kern liefert ein Absorptions-, die Gashülle ein helles Linienspektrum. Stern- und Nebelspektrum sind also gleichzeitig vorhanden.

Die Annahme, daß *ein kosmischer Nebel als Urform unseres Sonnensystems zu betrachten sei*, bedarf hiernach keiner weiteren Rechtfertigung. Bevor wir die Aufgabe, den Entwicklungsgang des Systems zu rekonstruieren, in Angriff nehmen, erweist es sich jedoch als notwendig, einen Einblick in die physische Konstitution der Nebel zu gewinnen.

1. Kapitel. Die physische Konstitution der kosmischen Nebel.

113. Abhängigkeit der Radialgeschwindigkeiten der Sterne vom Spektraltypus. Die in den letzten Jahren ausgeführten Bestimmungen der individuellen Geschwindigkeiten der Sterne haben ein äußerst überraschendes Resultat ergeben. Es hat sich gezeigt, daß *die (radialen) Geschwindigkeiten der Sterne Funktionen ihres Spektraltypus sind.* Zuerst fand Kapteyn[1]), daß die mittlere Geschwindigkeit von 64 Sternen der Klassen B bis B_9 6,5 km, die von 6 Sternen der Klasse M 19,3 km betrage. Campbell[2]) und Boss[2]) dehnten ihre Untersuchung auf eine bedeutend größere Anzahl von Sternen, herunter bis zur 5. Größe, aus und fanden Kapteyns Resultat bestätigt. Die von Campbell für die einzelnen Spektralklassen bestimmten mittleren (radialen) Geschwindigkeiten ergeben sich aus der folgenden Tabelle

$B - B_5$	6,2 km
$B_8 - B_9$	6,7 „
A	10,5 „
F	14,4 „
G	15,9 „
K	16,8 „
M	17,1 „

Da sich die Untersuchungen von Campbell und Boss auf Tausende von Sternen erstrecken, so kann ihr Resultat nicht als der Ausdruck einer zufälligen, nur gewissen Sternen anhaftenden Eigentümlichkeit gelten, sondern ist als eine die Spektraltypen wirklich charakterisierende Gesetzmäßigkeit zu betrachten. Nun dürfte es kaum zu bezweifeln sein, daß der natürliche Entwicklungsgang eines Sternes durch die

[1]) Astrophysical Journal 1910, Aprilheft.

[2]) Lick Observatory Bulletin, vol. VI, Nr. 196.

einzelnen Spektraltypen in der oben angegebenen Reihenfolge hindurchführt. Daß die Geschwindigkeit mit der Spektralklasse wächst, würde dann den weiteren Schluß zur Folge haben, daß *die Sterne im Laufe ihrer Entwicklung ihre Geschwindigkeit vergrößern.*

114. Hypothese von Kapteyn und Campbell. Campbell legt der Tatsache, daß die Geschwindigkeiten der Sterne Funktionen ihres Spektraltypus sind, in kosmogonischer Hinsicht eine große Bedeutung bei; er ist der Meinung, daß sie für unsere Einsicht in den Bau und die Entwicklung der Fixsternwelt einstmals sehr wertvoll sein werde. Er versucht auch, für die eigenartige Erscheinung eine physikalische Erklärung zu geben. Er sagt a. a. O.:

„Daß die Sterngeschwindigkeiten Funktionen des Spektraltypus sind, ist eines der am meisten überraschenden Resultate der neueren Untersuchungen über die Bewegungen der Sterne; denn natürlicherweise betrachten wir alle Materie als gleich alt und gleich lange der Gravitation unterworfen. Warum ist die einen Nebel oder einen Stern der Klasse B zusammensetzende Materie nicht ebenso lange und ebenso wirksam beeinflußt worden wie die Materie eines Sternes der Klasse M? Nach Keelers Beobachtungen bewegen sich zwar die planetarischen Nebel wenigstens ebenso schnell wie ein wohl entwickelter Stern; aber der große Orionnebel befindet sich in Beziehung auf das Sternsystem in Ruhe, und dieselbe Bedingung wird bei den übrigen ausgedehnten Nebeln vorliegen. Die feststehende Tatsache, daß die Sterngeschwindigkeiten mit zunehmendem Alter der Sterne größer werden, führt zu der Frage: Ist die Sternmaterie im antestellaren Zustande dem Newtonschen Gravitationsgesetze unterworfen? Ist diese Materie so fein verteilt, daß die durch den Strahlungsdruck bewirkte Abstoßung die Anziehungswirkung mehr oder weniger aufhebt? Wird die Gravitation erst wirksam, wenn die Vereinigung der Materie größere Fortschritte gemacht hat? Sind die großen beobachteten Geschwindigkeiten der planetarischen Nebel in einigen oder allen Fällen auf die Gravitationsstörungen zurückzuführen, welche die Umwandlung gewöhnlicher Sterne in planetarische Nebel begleiten, auf solche Störungen der Geschwindigkeit und des physikalischen Zustandes, wie sie durch große Annäherung zweier massiver Körper entstehen können?“

Campbell spricht die Vermutung aus, daß die Geschwindigkeitsvergrößerung der Sterne mit zunehmendem Alter vielleicht darauf zurückzuführen sei, daß *die Gravitation auf die äußerst fein verteilte Nebelmaterie nur geringen Einfluß ausübe und ihrer erst allmählich bei zunehmender Kontraktion Herr werde.* Dieselbe Hypothese ist auch von Kapteyn ausgesprochen worden (a. a. O.). Vom physikalischen Standpunkte aus erscheint sie auf den ersten Blick sehr gewagt. Trotzdem läßt sie sich rechtfertigen. Campbell gibt den der Gravitation entgegenwirkenden *Strahlungsdruck* als mögliche Ursache einer Gravitationsvergrößerung bei der Nebel- und Sternmaterie an.

115. Hypothese von Halm und Seeliger. Halm u. a. haben die Betrachtungsweise der *kinetischen Gastheorie* auf das Sternsystem angewandt und als Erklärung dafür, daß die jüngeren, durchschnittlich helleren und daher auch als massiger vorausgesetzten Sterne sich langsamer bewegen als die Sterne der späteren Spektraltypen, das *Maxwellsche Gesetz gleicher Energieverteilung* herangezogen. Poincaré hat jedoch gezeigt, daß diese Erklärung nicht statthaft sei (a. a. O. chap. XII, Nr. 194—200)[1]); seine Gründe sind folgende:

1. Wenn das Milchstraßensystem schon so lange bestünde, daß das Maxwellsche Gesetz der Geschwindigkeitsverteilung auf seine Massen Anwendung finden könnte, so müßten sich die in irgendeinem Gebiete des Himmels befindlichen Sterne in völlig gleichmäßiger Weise nach allen Richtungen bewegen. Dies ist jedoch nicht der Fall. Die von Kapteyn und anderen Astronomen nachgewiesenen Sternströme zeigen, daß gewisse Bewegungsrichtungen bevorzugt sind (Nr. 199).

2. Wenn die Bewegung der Sterne anfangs auch der Milchstraßenebene parallel erfolgte, das Sternsystem also eine abgeplattete Form besaß, so mußten sich doch die Störungen bestreben, die Bewegungen nach allen Richtungen zu verteilen. Nachdem der Gleichgewichtszustand eingetreten war, mußte der Sternhaufen also kugelförmig sein. Das Milchstraßensystem ist aber von der Kugelform noch weit entfernt (Nr. 198). Die erfolgte Geschwindigkeitsausgleichung würde auch jede innere Struktur des Systems verwischt haben. Die Milchstraße ist aber keineswegs strukturlos.

3. Wenn gemäß dem Maxwellschen Gesetze bereits eine Ausgleichung der Geschwindigkeiten erfolgt wäre, so müßten die kleinsten Sterne die größten Geschwindigkeiten besitzen. Da die Meteore als sehr kleine Sterne betrachtet werden können, so müßten ihre Geschwindigkeiten also außerordentlich groß sein. Nun ist ihre Geschwindigkeit zwar hyperbolisch; aber sie übersteigt stets nur wenig die parabolische Geschwindigkeit. Es muß daher geschlossen werden, daß die Meteore noch nicht Zeit gefunden haben, die ihnen von der Theorie zugewiesenen großen Geschwindigkeiten anzunehmen. Dann aber gilt dasselbe von den Sternen (Nr. 199).

Den drei angegebenen Gründen läßt sich noch ein vierter hinzufügen. Wenn die Heliumsterne (Klasse B) ihre kleinen Geschwindigkeiten durch den störenden Einfluß der übrigen Sterne erlangt hätten,

[1]) Auch Emden macht darauf aufmerksam, daß bei dem System der Milchstraße die statistische Behandlungsweise nicht zulässig sei (Gaskugeln, Kap. XIV, § 16).

so müßten sie völlig gleichmäßig zwischen den übrigen Sternen verteilt sein. Dies trifft jedoch nicht zu. Sie fehlen gänzlich in der näheren Umgebung der Sonne und kommen unter den sehr weit entfernten Sternen ebenfalls selten vor[1]). Meistens treten sie gruppenweise auf, z. B. im Oriongebiete. Dies deutet nach Campbell (siehe a. a. O.) darauf hin, daß sie sich in der Nähe der Gebiete, wo sie sich jetzt befinden, gebildet haben. Wenn sie ihrem Ursprungsorte noch nahe sind, so kann jedoch der Einfluß der übrigen Sterne auf sie erst verschwindend klein sein; denn wenn das Maxwellsche Verteilungsgesetz auf die Sterne Anwendung finden soll, so müssen sie ihre „mittlere Weglänge" bereits mehrfach durchlaufen haben. Wenn man den Radius der Sphäre, bis zu welcher die Annäherung erfolgen müßte, auch so groß wie den Radius der Neptunsbahn annähme, so würde nach Poincaré die mittlere Weglänge noch 16 000 mal so groß als der Durchmesser der Milchstraße sein. Hiernach hätten die Heliumsterne, um ihre kleinen Geschwindigkeiten zu erlangen, bereits Wege, die Hunderttausende von Milchstraßendurchmessern[2]) betragen, zurücklegen müssen; dann aber würden sie offenbar nicht mehr gruppenweise zusammenstehen können.

Seeliger bringt die Tatsache, daß die Leuchtkraft der Sterne sehr merklich mit zunehmender Eigenbewegung abnimmt, „trotz aller Schwankungen im einzelnen und natürlich mit gewissen Einschränkungen" mit der Vermutung in Zusammenhang, daß die helleren Sterne im großen Durchschnitt auch die größeren sind und wohl auch größere Massen besitzen[3]). Dafür, daß die Sterne mit größeren Massen kleinere Geschwindigkeiten haben als Sterne mit kleineren Massen, gibt er jedoch eine andere Erklärung als Halm. Er zeigt[4]), daß, wenn

---

[1]) Nach E. C. Pickering (Annals H. C. O. 56, Nr. II, 37, 1905) gehört von den helleren Sternen einer von vieren zur Klasse B, von den Sternen 6. Größe aber nur noch einer von 20, und es gibt nur sehr wenige, die schwächer als 7. oder 8. Größe sind.

[2]) Zum Durchlaufen eines Weges von der Größe des Milchstraßendurchmessers (nach Seeliger 10 000 Lichtjahre) sind, bei einer translatorischen Geschwindigkeit von 30 km/sec, ungefähr 100 Millionen Jahre erforderlich. Soll die gegenseitige Annäherung der Sterne bis zur Berührung erfolgen, so erhält man für die mittlere Wegzeit den Wert 10^{20} Jahre. Die durch die gegenseitige Anziehung der Sterne verursachte Bahnkrümmung reduziert diesen Wert, wenn man die Masse der Sterne gleich der Sonnenmasse annimmt, nach Arrhenius auf 10^{17} Jahre (vgl. § 101). Damit das Maxwellsche Gesetz der Geschwindigkeitsverteilung bei den Sternen zur Ausbildung käme, müßten also Trillionen von Jahren zur Verfügung stehen (siehe Emden, a. a. O. Kap. XIV, § 16).

[3]) Über die Verteilung der Sterne von verschiedenen Spektraltypen. Astr. Nachr. Bd. 194, Nr. 4640.

[4]) Über die Abhängigkeit der Geschwindigkeit der Sterne von ihrer Masse. Astr. Nachr. Bd. 194, Nr. 4648.

man annimmt, die Weltkörper seien durch Zusammenballen von lauter gleichen kleinen Teilchen entstanden und die Geschwindigkeiten dieser Teilchen seien durch ein ganz beliebiges Geschwindigkeitsgesetz geregelt, sowohl der mittlere Wert der Quadrate der Geschwindigkeiten der Weltkörper als auch die mittleren Geschwindigkeiten selbst mit wachsender Masse der Körper fortwährend abnehmen. Gegen die Richtigkeit dieser Schlußfolgerung läßt sich natürlich nichts einwenden; aber es fragt sich, ob die ihr zugrunde liegende Annahme für die Sterne zutrifft. Bedenkt man, daß die meisten kosmischen Nebel eine in bestimmten Richtungen erfolgende Bewegungstendenz ihrer Massen erraten lassen und daß auch noch die Sterne selbst in den Sternströmen bestimmte Richtungen bevorzugen, so erscheint die Annahme Seeligers, daß sich die Sterne aus Teilchen zusammenballen, deren Geschwindigkeiten durch ein ganz beliebiges Gesetz geregelt seien, sehr wenig wahrscheinlich.

116. Hypothese ungleicher Entwicklungszeiten. Betrachtet man das Fixsternsystem als ein homogenes Ellipsoid, so hat man, da die Projektion der Bewegung eines Sternes auf alle drei Koordinatenachsen eine einfache Schwingungsbewegung ist, für die x-Achse die Gleichung

$$\frac{d^2 x}{dt^2} + a^2 x = 0 .$$

Hieraus folgt für die in der x-Achse liegende Geschwindigkeitskomponente v_x

$$v_x^2 = a^2 (x_0^2 - x^2) .$$

Für $x = 0$ erhält man $v_x = a\, x_0$. Entsprechende Gleichungen bestehen für die anderen Achsen. Hiernach ist in der Nähe des Mittelpunktes des Systems die Geschwindigkeit eines Sternes um so kleiner, je kleiner seine Bahndimensionen sind. Da nach dem Früheren (vgl. § 115) das System noch nicht so weit fortgeschritten ist, daß die statistische Behandlungsweise erlaubt wäre, so darf vorausgesetzt werden, daß in der Nähe des Zentrums des Systems entstandene Sterne sich noch dort befinden und die ihnen angemessenen Geschwindigkeiten beibehalten haben. In die Nähe des Mittelpunktes gelangende Sterne können große und kleine Geschwindigkeiten besitzen. Sie bewegen sich schnell, wenn sie aus den peripherischen Teilen des Systems stammen, langsam, wenn sie sich nicht weit vom Mittelpunkte entfernen können[1]).

---

[1]) Die obigen Angaben sind zutreffend, wenn über die Gestalt der Sternbahnen keine besonderen Annahmen gemacht werden. Da in die Nähe der Sonne, d. i. in die Nähe des Zentrums des Milchstraßensystems, aus den peripherischen Gebieten desselben nur solche Sterne gelangen können, die sich ungefähr in der Richtung der Durchmesser des Systems bewegen, so ent-

Diese Tatsachen lassen sich zur Erklärung der Abhängigkeit der Radialgeschwindigkeiten der Sterne von ihrem Spektraltypus heranziehen, und zwar auf folgende Weise. Die Sonne befindet sich in der Nähe des Zentrums des Milchstraßensystems; wir müssen also von der Erde aus schnell und langsam sich bewegende Sterne beobachten. Wenn nun angenommen wird, daß die Sterne des Systems aus einem riesigen Nebel hervorgegangen seien, dessen *peripherische Teile zuerst, die mehr zentral gelegenen aber um so später, je näher sie sich dem Zentrum befanden, von der Kondensation ergriffen wurden*, so würde folgen, daß die gegenwärtig in der Nähe des Zentrums des Systems und damit in der Nähe der Sonne befindlichen, weiter fortgeschrittenen Sterne große Geschwindigkeiten besitzen, weil sie aus den weit entfernten randlichen Teilen des Systems stammen, während die noch am Anfange der Entwicklung stehenden Sterne kleine Geschwindigkeiten haben, weil sie nicht weit von dem Orte, wo sie sich jetzt befinden, entstanden sind und wegen ihrer Nähe zum Zentrum große Geschwindigkeiten überhaupt nicht annehmen können. Die Tatsache, daß die Heliumsterne in sehr weiter Entfernung von der Sonne äußerst selten anzutreffen sind, also nur im zentralen Teile des Milchstraßensystems vorkommen, und die andere Tatsache, daß die Mehrzahl der Sterne der Milchstraße nach Fath[1]) das Spektrum des schon weiter fortgeschrittenen Sonnentypus zeigen, scheint für die Richtigkeit der Erklärung zu sprechen. Sie empfiehlt sich auch dadurch, daß sie es verständlich macht, wenn bei gewissen Sternen Geschwindigkeiten vorkommen, die größer oder kleiner als die ihrem Typus zukommenden Durchschnittsgeschwindigkeiten sind. Z. B. würden Sterne, die aus randlichen, in ihrer Entwicklung aber aus irgendwelchen Ursachen zurückgebliebenen Massen entstanden sind, also zu einem früheren Spektraltypus gehören, falls sie in die Nähe des Zentrums gelangen, größere Geschwindigkeiten

---

sprechen sie einer Hypothese Turners, nach welcher die bei vielen Sternen nachgewiesene, in zwei verschiedenen Richtungen stattfindende Triftbewegung dadurch zu erklären ist, daß die Sterne des Milchstraßensystems langgestreckte Bahnen um das Anziehungszentrum beschreiben (vgl. Newcomb-Eng., Pop. Astr., 5. Aufl. S. 566). Schwarzschild erklärt die doppelte Triftbewegung durch die Annahme, daß sich die Sterne der Milchstraße in ungefähr kreisförmigen Bahnen um das Zentrum bewegen, aber in entgegengesetzter Richtung. Uns scheint die Turnersche Hypothese die wahrscheinlichere zu sein, weil eine kreisförmige Bewegung bei den zu derselben Trift gehörenden Sternen fast genau übereinstimmende Geschwindigkeiten erfordern würde. Außerdem verdient beachtet zu werden, daß die Schwarzschildsche Annahme jeder auf der Nebularhypothese aufgebauten Kosmogonie des Milchstraßensystems, da sie die Voraussetzung einander durchdringender Nebelmassen erforderlich macht, sehr große Schwierigkeiten bereiten würde (vgl. jedoch Anmerkung S. 233).

[1]) The integrated spectrum of the Milky Way. Astroph. Journ. XXXVI, 5, 1912.

aufweisen müssen; andrerseits müßten Sterne, die sich bereits in den zentralen Teilen bildeten, als die Hauptmasse dieser Gebiete noch Nebelform besaß, kleine Geschwindigkeiten haben.

117. Vergleichende Gegenüberstellung der Hypothesen. Die Gravitation in der Nebelmaterie. Für die Erklärung der Tatsache, daß die Sterngeschwindigkeiten mit dem Alter der Sterne zunehmen, können die Hypothesen von Halm und Seeliger aus zwingenden Gründen (vgl. § 115) nicht in Frage kommen. Die Hypothese von Kapteyn und Campbell und die ungleicher Entwicklungszeiten scheinen beide anwendbar zu sein. Eine genauere Überlegung zeigt aber, daß die letzte als selbständige Hypothese nicht bestehen kann, sondern die Kapteyn-Campbellsche Hypothese einer Gravitationsvergrößerung als ihre Ergänzung fordert. Wenn schon im Milchstraßennebel die Gravitation in ihrem gegenwärtigen Betrage vorhanden gewesen wäre, so hätten nämlich auch seine, später in Sterne sich umbildenden, Teilmassen bereits dieselben Bahnen durcheilen müssen wie jetzt die Sterne. Dies ist aber nicht denkbar. Denn da die Sterne die verschiedensten Bewegungsrichtungen besitzen und vielfach fast geradlinig zum Zentrum stürzen, so würden die Nebelmassen bei ihrer außerordentlichen Erstreckung aufeinander wie widerstehende Mittel gewirkt und die Bildung einer ungeheuren Massenansammlung im Zentrum veranlaßt haben. Wenn man dieser Folgerung nicht durch die eigenartige Annahme entgehen will, daß die Materien des Milchstraßensystems *ungleichältrig* seien, d. h. daß die Sterne des Systems nicht durch Zerfallen eines einzigen riesigen Nebels entstanden, sondern aus einzelnen kleinen, *sukzessive* in die Erscheinung tretenden Nebeln hervorgegangen seien[1]),

[1]) Diese Annahme, die außerdem noch den Vorzug haben würde, den Versuch einer Kosmogonie der Milchstraße auch auf Grund der Schwarzschildschen Hypothese (vgl. Anmerkung S. 231) nicht als aussichtslos erscheinen zu lassen, ist übrigens keineswegs als gänzlich undiskutabel zu bezeichnen. Sie scheint allerdings dem physikalischen Prinzip der Konstanz der Masse zu widersprechen. Da aber die neuere Physik, indem sie die träge Masse des Atoms auf die Atomenergie zurückführte (siehe Planck in den Berichten der Berl. Akad. 29, 1907), imstande gewesen ist, das Gesetz der Erhaltung der Masse dem Gesetze der Erhaltung der Energie unterzuordnen, und da es ferner dem Menschen wohl immer verborgen bleiben wird, welche Kräfte im Weltraume beim Werden des Weltenstoffes wirksam sind, so wäre es immerhin möglich, daß die Materie, aus denen die einzelnen Sterne der Milchstraße hervorgingen, nicht von vornherein fertig vorlag, sondern, wenigstens als chemischer, der Gravitation unterliegender Stoff, erst nach und nach in die Erscheinung trat. Auf diese Weise würde sich die Tatsache, daß im Milchstraßensystem gegenwärtig alle Stufen der Entwicklung vertreten sind, daß erlöschende Sterne neben feinen, erst am Anfange der Entwicklung stehenden Nebelmassen vorkommen sehr einfach erklären.

so bleibt nichts anderes übrig als anzunehmen, daß *die Urnebelmassen der Gravitation nicht wie gegenwärtig unterworfen waren.* Für die letzte Annahme, daß die Materie im antestellaren Zustande der Gravitation nicht oder nur in geringem Grade unterliege, kann in zweifacher Weise eine Erklärung gesucht werden. Entweder setzt man mit Kapteyn und Campbell voraus, daß die Gravitation durch *entgegenwirkende Kräfte* (Strahlungsdruck, elektrische Kräfte) teilweise aufgehoben werde, oder daß sie in der Urmaterie *im eigentlichen Sinne schwächer* sei als bei den ausgebildeten Weltkörpern. Im letzten Falle würde anzunehmen sein, daß in der allgemeinen Seeligerschen Form des Gravitationsgesetzes

$$k \frac{m_1 m_2}{r^2} e^{-\lambda r}$$

der Faktor λ von der *Dichte* der Massen m_1 und m_2 abhänge[1]). Wenn es bis jetzt auch noch nicht möglich gewesen ist, diese Hypothese experimentell nachzuprüfen, so mag doch bemerkt werden, daß namhafte Vertreter der Wissenschaft sie bereits ausgesprochen haben. Der Astronom C. André weist z. B., wenn auch in etwas anderem Zusammenhange, darauf hin[2]), daß die Sternmaterie in ihrem Anfangszustande von dem, was wir Materie nennen, wahrscheinlich sehr verschieden sei und die sie beherrschenden Kräfte nicht nach den uns bekannten physikalischen Gesetzen gemessen werden dürfen. Er sagt: „Kann das Medium in diesem Zustande außerordentlicher Feinheit als Materie betrachtet werden? Hat es die Eigenschaften, die wir mit diesem Worte verbinden? Das ist nicht wahrscheinlich. Wird es nicht vielmehr aus jenen unteilbaren Elementen gebildet sein, deren Notwendigkeit für die Fortpflanzung des Lichtes von Planck nachgewiesen worden ist, und die anstatt aus Materie aus Energie bestehen? Wie verwandelt sich dies Medium in Materie? Wir wissen es nicht. Seine Entwicklung wird uns erst verständlich von dem Augenblicke an, wo sich eine schon beträchtliche Kondensation gebildet hat und wir eine Masse vor uns haben, deren Teilchen uns bekannten physikalischen Gesetzen und im besonderen der allgemeinen Gravitation gehorchen.“ Auch

[1]) v. Seeliger sagt: „Das Newtonsche Gesetz ist eine rein empirische Formel, deren Genauigkeit als eine absolute anzunehmen, eine neue und durch nichts gestützte Hypothese wäre. Man wird deshalb, glaube ich, nicht zweifelhaft sein können, daß man richtig handelt, wenn man die absolute Genauigkeit des Newtonschen Gesetzes nicht anerkennt, vielmehr annimmt, dasselbe habe solche Ergänzungsglieder zu erhalten, daß die erörterten Schwierigkeiten von selbst fortfallen, andrerseits aber selbstverständlich den in unserem Planetensystem beobachteten Tatsachen entsprochen wird.“ (Über das Newtonsche Gravitationsgesetz. Sitzungsberichte der math. phys. Klasse der Kgl. Bayr. Akad. d. W. 1896, Heft 3).

[2]) Sur la formation des soleils. Comptes rendus 1911, Bd. 153, Nr. 18.

der Verfasser hat den Versuch gemacht, die Hypothese durch eine Reihe von Gründen zu stützen[1]).

Wahrscheinlicher jedoch als die Annahme, daß die die Urmaterie beherrschenden Kräfte den uns bekannten physikalischen Gesetzen nicht unterworfen seien, ist die Kapteyn-Campbellsche Annahme, daß die Gravitation in der Urmaterie durch entgegenwirkende Kräfte geschwächt werde und erst bei sternartig dichten Weltkörpern, wenigstens soweit es sich um ihre gegenseitige Einwirkung handelt, ihren vollen Betrag erreiche. Diese Hypothese einer mit der Entwicklung der Weltkörper fortschreitenden Gravitationsvergrößerung dürfte, falls sie ihre Erklärung dadurch findet, daß die Gravitation durch den Strahlungsdruck verringert wird, nur auf solche Nebel anwendbar sein, die aus wirklichen Gasen bestehen. Bei einer Meteorstaubwolke würde sie nur dann zulässig sein, wenn die Durchmesser der Staubteilchen zwischen ziemlich engen Grenzen eingeschlossen wären (zwischen $0{,}7 \cdot 10^{-4}$ und $15 \cdot 10^{-4}$ mm), was unwahrscheinlich ist. Daß der Lichtdruck auf Gase wirke, hat Lebedew nachgewiesen (Annalen der Physik und Chemie. Bd. 32, 1910). Da die Dimensionen der Gasmolekeln unter der Grenze liegen, bei welcher der Strahlungsdruck wirksam wird, so hat man sich vorzustellen, daß sich die Molekeln zu Molekelgruppen zusammenschließen, die groß genug sind, um dem Strahlungsdruck die erforderliche Fläche zu bieten. Gemäß dem Maxwellschen Gesetze der Geschwindigkeitsverteilung würden dann die größeren Molekelkomplexe auf die kleineren, mit denen sie zusammenstoßen, die erlangten Geschwindigkeiten übertragen, so daß sich der Strahlungsdruck durch die ganze Gasmasse zu einer einheitlichen Wirkung summiert.

Der Strahlungsdruck, den sternartig dichte Weltkörper auszuüben vermögen oder von andern strahlenden Körpern erleiden, ist verhältnismäßig klein; z. B. beträgt der Lichtdruck der Sonne auf einem Quadratmeter der Erdoberfläche senkrecht zur Strahlungsrichtung noch nicht $^1/_2$ mg. Bei Massen im Nebelzustande liegen aber ganz andere Verhältnisse vor. Bei Sternen geht die wirksam werdende Strahlung nur von der Oberfläche aus und wirkt nur auf die Oberfläche anderer Sterne. Bei Nebeln kommt jedoch wegen ihrer geringen Dichte und Absorptionskraft die Strahlung auch bei den inneren Massen, und zwar sowohl des strahlenden als des bestrahlten Körpers, zur Geltung. Anziehende und Strahlungsdruck ausübende Masse werden identisch, ebenso die angezogene und den Strahlungsdruck erleidende Masse. Beide Wirkungsarten, Anziehung und Abstoßung, können

[1]) Über die Entwicklung der kosmischen Nebel. Astron. Nachr. Bd. 188, Nr. 4509.

dann sehr wohl miteinander vergleichbar sein. Auch elektrische Kräfte spielen in den Nebeln vielleicht eine bedeutende Rolle. Es ist bereits mehrfach die Vermutung ausgesprochen worden, daß das Leuchten der Nebel auf elektrische Vorgänge zurückzuführen sei, da bei der wahrscheinlich sehr geringen Temperatur der meisten Nebel an ein durch hohen Wärmeinhalt veranlaßtes Leuchten nicht gedacht werden könne. Birkeland glaubt schließen zu können, daß in den in Entwicklung befindlichen Sonnensystemen die elektromagnetischen Kräfte von derselben Größenordnung seien wie die Gravitation (vgl. § 79). Daß Strahlungsdruck oder abstoßende elektrische Kräfte bedeutende Beträge erreichen, ja die Anziehung sogar um ein Vielfaches übertreffen können, zeigen die bei den Kometenschweifen und den Strahlen der Sonnenkorona beobachteten Erscheinungen.

Eine ganz überraschende Bestätigung der Hypothese liefern neuere Untersuchungen von A. S. Eddington[1]), in denen er unter Beachtung des Energiestromes, der aus dem Innern der Sterne als Strahlung den freien Raum zu gewinnen sucht, den Gleichgewichtszustand gasförmiger Sterne bestimmt. In Anlehnung an die Untersuchungen von Schwarzschild über die Bedingungen des Strahlungsgleichgewichts berechnet er die Temperatur, die die einzelnen Schichten haben müssen, damit bei Berücksichtigung ihrer Absorptionswirkung und Eigenstrahlung der Energiestrom stationär bleibt. Er findet, daß, wenn der Strahlungsdruck nicht beachtet wird, die Strahlung beim Durchgange durch eine Schicht von nur 0,001 cm Dicke, deren Dichte der Dichte der atmosphärischen Luft bei Atmosphärendruck entspräche, schon fast völlig absorbiert werden müßte. Da dies bei gasförmigen Materien völlig ausgeschlossen ist, so führt seine Untersuchung mit Notwendigkeit zu dem Ergebnis, daß *der Strahlungsdruck*, dessen Vernachlässigung die unmöglich hohen Absorptionswerte nach sich zog, *der Gravitation entgegenwirkt und die Expansion der Gase kräftig unterstützt.* Wenn aber schon in sternartig dichten Weltkörpern der Strahlungsdruck die Gravitation zum Teil aufhebt, so ist zweifellos die Annahme gestattet, daß er auch in den leicht durchstrahlbaren kosmischen Nebeln die Gravitation merklich schwächt.

Sind wir nach allem Gesagten berechtigt, uns bei der physikalischen Interpretation der kosmischen Entwicklung der *Hypothese der Gravitationsvergrößerung* zu bedienen, so genießen wir den Vorteil, noch eine Reihe anderer Fragen durch sie beleuchten zu können.

a) Ein sehr weit ausgedehnter kosmischer Nebel würde, wenn er schon der Gravitation unterläge, da seine eigene innere Gravitation

[1]) On the Radiative Equilibrium of the Stars. Monthly Notices of the Roy. Astr. Soc., vol. 77, S. 16 und S. 596.
The Interior of a Star. Scientia, vol. XXIII, Jan. 1918.

der Anziehung der gesamten Fixsternwelt nicht gewachsen wäre, keinen Bestand haben. Seine Massen würden, anstatt sich zu dichteren Massen zusammenzuballen, sich immer weiter zerstreuen.

b) Die meisten Nebel haben eine größere Erstreckung als unser Sonnensystem oder als die Doppelsternsysteme. Wenn in den Nebeln die Gravitation erst allmählich zu wirken anfängt, so wird eine Verringerung ihrer Dimensionen die notwendige Folge sein[1]).

c) Während in unserem Sonnensystem, den Doppel- und mehrfachen Sternsystemen die relativen Geschwindigkeiten der Massen des Systems beträchtlich sind, hat man bis jetzt noch bei keinem Nebel relative Ortsveränderungen seiner Teilmassen wahrnehmen können. Wenn durch wachsende Gravitation eine gegenseitige Annäherung der Teilmassen des Nebels eintritt, so ist die Vergrößerung der relativen Geschwindigkeiten eine einfache Folge des Flächensatzes.

d) Die eigenartige Verteilung der Nebelmaterie in den Spiralnebeln läßt eine einfache Erklärung zu, wenn angenommen werden darf, daß in der Nebelmaterie das Newton'sche Anziehungsgesetz keine Gültigkeit habe (vgl. § 119). —

Wenn wir die Hypothese der Gravitationsvergrößerung akzeptieren, so ist zu berücksichtigen, daß wir sie zwar als notwendiges, wissenschaftlich aber noch nicht ausreichend begründetes Postulat betrachten. Der problematische Charakter der Hypothese ist jedoch ihrer Brauchbarkeit nicht hinderlich. Da die *Tatsachen* feststehen, die Hypothese ihnen also eventuell nur eine *falsche Deutung* gibt, so ist es jedenfalls erlaubt, ebenso wie es z. B. bei den analytischen Untersuchungen der in ihren Anschauungen über das Wesen der Elektrizität vielfach schwankenden Elektrizitätslehre geschieht, sich ihrer bei der rechnungsmäßigen Darstellung der Vorgänge wenigstens als sprachlichen Ausdrucksmittels zu bedienen. Wenn sie falsch sein sollte, so würden die bloß auf die Wirkungen sich beziehenden analytischen Untersuchungen ihre Gültigkeit behalten und nur die die Ursachen umschreibenden sprachlichen Ausdrücke zu ändern sein.

118. Bewegungsvorgänge im Innern der Nebelmaterie. Unter der großen Anzahl der kosmischen Nebel nehmen die wenigen planetari-

---

[1]) Die Verkleinerung der Dimensionen der Nebel und die damit zusammenhängende Vergrößerung der Geschwindigkeiten der Teilmassen auf den Einfluß eines widerstehenden Mittels zurückzuführen, wie See es tut, ist nicht gut angängig, da als Mittel doch nur die zwischen den größeren Nebelmassen fein verteilte Nebelmaterie in Frage kommen könnte, diese aber bei allen Nebeln, die durch ihre äußere Form eine ausgesprochene einseitige Bewegungstendenz ihrer Massen verraten (fast alle Nebel haben spiralige Struktur), in ihrer Bewegungsrichtung den Hauptmassen folgt, eine wesentliche Verkürzung der Bahndimensionen also nicht bewirken kann (rotierendes Mittel, vgl. §§ 18 ff.).

schen eine Ausnahmestellung ein. Ihre regelmäßige Gestalt läßt darauf schließen, daß ihre Materie keine freie Beweglichkeit besitzt, sondern höchstens einer Rotationsbewegung unterliegt. Nach den Untersuchungen Keelers sind die individuellen Geschwindigkeiten der planetarischen Nebel, im Gegensatze zu den bei den großen unregelmäßigen Nebeln gemessenen Werten, von derselben Ordnung wie diejenigen wohlentwickelter Sterne. Campbell weist daher auf die Möglichkeit hin, daß sie nicht wie die anderen kosmischen Nebel am Anfange, sondern gewissermaßen am Ende der Sternentwicklung stehen. Er vermutet, daß sie aus bereits voll entwickelten Sternen, die durch irgendwelche Ursachen elementare Umwälzungen erfahren hätten, hervorgegangen seien (vgl. d. Zitat § 114).

Die Photographien der großen, unregelmäßigen, nicht im hydrodynamischen Gleichgewichte stehenden Nebelmassen lassen fast überall eine bestimmte Bewegungstendenz ihrer Materie erraten. Geschwindigkeit und Bewegungsrichtung an jeder Stelle sind nach mechanischen Prinzipien, bei gegebenen Anfangsbedingungen, durch die in der Nebelmasse zur Wirkung kommenden Kräfte bestimmt. Die Kräfte sind entweder anziehende und abstoßende (Gravitation, Strahlungsdruck) oder widerstehende (Widerstand des Mittels). Weder die einen noch die anderen sind imstande, eine gesetzmäßige Verteilung und Bewegung der Materie zu bewirken. Wenn bei der Nebelmaterie trotzdem gewisse übereinstimmende Bewegungstendenzen vorliegen, so müssen sie also bereits in den Anfangsbedingungen präformiert gewesen sein. Wenn man aber gezwungen ist, die Ursache der charakteristischen Struktur und der gemeinsamen Bewegungstendenz der Nebelmaterie nicht in ihr selbst, sondern in den Umständen zu suchen, die zur Ausbildung der Nebel geführt haben, wenn man also die Entwicklungsgeschichte der Nebel noch weiter rückwärts verfolgen muß, so dürfte kaum etwas anderes übrigbleiben, als *Strömungsvorgänge* im Weltraume anzunehmen, durch welche die materiellen Teilchen mitgeführt und an bestimmten Stellen gleichsam zusammengeschwemmt und angehäuft werden. Bei der Betrachtung der Photographien einer ganzen Reihe von Nebeln, die eine auffallende Ähnlichkeit mit Strömungs- und Wellenformen verraten (Orionnebel, Nebel im Schwan N. G. C. 6992 und N. G. C. 6960, Spiralnebel H. I 55 Pegasi) drängt sich diese Annahme dem Beschauer fast gewaltsam auf[1]). Gemeinsame strömende Bewegungen der Materie

[1]) Vogel, Eberhard u. a. (vgl. § 157) haben beobachtet, daß im Orionnebel die Geschwindigkeit der Massen nach Größe und Richtung vielfach variiert, so daß der Eindruck erweckt wird, als wenn die Nebelteilchen, von lokalen Strömungen erfaßt, sich gegenseitig schieben, drängen und hemmen. Diese Bewegungen lassen sich nicht befriedigend als Wirkung der gegenseitigen Anziehung der Massen betrachten. Wollte man dies tun so würde man die Beantwortung

würden aber am besten ihre Erklärung finden, wenn sie in einem strömenden Medium eingebettet wäre. Als solches käme vielleicht der Weltäther in Frage. Das Mitführen der Materie durch den Äther könnte dann so gedeutet werden, daß die Urbestandteile derselben, die Elektronen, als singuläre Stellen des Äthers seiner Bewegung folgen. Strömende Bewegungen im Äther aber könnten wieder ihre Erklärung finden, wenn es erlaubt wäre, die schönen hydrodynamischen Untersuchungen von Helmholtz über Wirbelfäden auf den Äther anzuwenden. Daß diese Annahme äußerst problematisch sei, braucht nicht besonders hervorgehoben zu werden.

Es wäre natürlich denkbar, daß auch in den Nebeln selbst die Bewegung der Materie nicht nur durch anziehende, abstoßende und von der übrigen Nebelmaterie herrührende widerstehende Kräfte, sondern auch durch das umgebende Medium bestimmt würde. Wir lassen diese letzte Möglichkeit jedoch, um unsere Darstellung nicht durch unnötige zweifelhafte Annahmen zu gefährden, gänzlich unbeachtet. Wir werden uns damit begnügen, überall dort, wo die Verschiedenartigkeit von Strömungsvorgängen als Erklärung herangezogen werden könnte, eine Verschiedenheit der Anfangszustände zu postulieren; über die Möglichkeiten, welche die besonderen Zustände zur Ausbildung bringen konnten, sollen keine weiteren Voraussetzungen gemacht werden (vgl. § 168).

119. Die Spiralnebel. *a)* Die Natur der Spiralnebel. Die überwiegende Mehrzahl der beobachteten kosmischen Nebel sind Spiralnebel. Ihr spektroskopischer Charakter ist am eingehendsten von Fath[1]) untersucht worden. Das Ergebnis seiner Beobachtungen faßt Fath in folgenden Sätzen zusammen: „Keiner der untersuchten Spiralnebel besitzt ein wirklich kontinuierliches Spektrum. Die Spektra variieren zwischen solchen, die vorwiegend helle Linien gleich denen der Gasnebel zeigen, und solchen, die nur Absorptionslinien des Sonnen-

---

der Frage nur eine Stufe zurückschieben. Denn da man bei der Bestimmung der Bahnkurven die Anfangsbedingungen so wählen müßte, daß die gegenwärtigen Bewegungen daraus hervorgehen, so würde die neue Frage nach der besonderen Art der wirkenden Ursachen zu beantworten sein. Die andere Annahme, daß die Bewegung der Nebelmassen im großen und ganzen durch Strömungsvorgänge bestimmt sei, macht es jedoch ohne weiteres verständlich, daß sich die strömenden Massen, unterstützt durch die allmählich in ihnen erwachende Gravitation, um Stellen größerer Dichte herum anhäufen, gleichsam um sie zusammenfließen. Da die Materie in den Nebeln sich vielleicht noch in embryonalem Zustande, in einem Zustande des Werdens und Umbildens befindet, worauf ihr Leuchten, das wahrscheinlich elektrischer Art ist, hindeutet, so ist es auch möglich, daß bei der Zusammenballung elektrische Kräfte eine Rolle spielen.

[1]) The Spectra of some Spiral Nebulae and Globular Star Clusters. First Paper Lick Observ. Bull. 5, Nr. 149. Second Paper Astroph. Journ. 33, 58—63.

typus besitzen.“ Fath bemüht sich auch, aus den Beobachtungsresultaten die physikalischen Verhältnisse der Spiralnebel zu erschließen. Er sagt:

„Wenn man versucht, diese Resultate zu deuten, muß daran erinnert werden, daß die Spektra allein von den inneren Teilen der Nebel stammen. Außerdem wird durch die sehr kleine Dispersion des Spektrographen unzweifelhaft vieles von fundamentaler Bedeutung verhüllt. Ob die Spiralarme dasselbe Spektrum ergeben wie der zentrale Teil, ist eine Frage, die mit den gegenwärtigen Hilfsmitteln schwer zu beantworten ist.

„Die allein bekannten Quellen kontinuierlicher Spektra sind leuchtende feste Körper, Flüssigkeiten, sehr dichte Gase und möglicherweise Gasmassen von großer Dicke. Um helle Linien oder Bänder hervorzurufen, sind bei hohen Temperaturen leuchtende Gase oder Dämpfe, elektrische Entladungen, chemische Änderungen oder fluoreszierende Substanzen erforderlich. Absorptionslinien oder -bänder entstehen durch ein zwischen einer Quelle kontinuierlicher Strahlung und dem Beobachter liegendes absorbierendes Medium.

„Der hauptsächlichste Teil der Spektra der Spiralnebel ist ein kontinuierlicher Untergrund. Dieser ist durch Absorptionslinien unterbrochen, und in einigen Fällen sind helle Linien oder Bänder überlagert. Die die hellen oder dunklen Linien erzeugende Materie muß zwischen den Quellen der kontinuierlichen Strahlung und dem Beobachter liegen. Hieraus schließen wir, daß diese Quellen von einer gasigen Hülle umgeben sind, deren physikalische Beschaffenheit in den einzelnen Nebeln verschieden ist und den verschiedenen erhaltenen Spektren entspricht. Die einzigen uns bekannten Himmelskörper dieser Art sind die Sterne.

„Die Annahme, daß der zentrale Teil eines Nebels nach Art des Andromedanebels ein einzelner Stern sei, muß zurückgewiesen werden. Nehmen wir aber einen aus Sternen des Sonnentypus bestehenden Sternhaufen an, so haben wir eine genügende Erklärung des Spektrums des Andromedanebels. — Die „Sternhaufenhypothese“ steht und fällt mit den für die Parallaxe der Spiralnebel sich ergebenden Werten. Die Annahme, daß die Sterne viele Male kleiner seien als die Sonne, ist nicht wahrscheinlich. Hat die Parallaxe des Andromedanebels wirklich den von Bohlin gefundenen Wert (0,17″), so ist die Sternhaufenhypothese für diesen Nebel daher nicht sehr befriedigend.“

Der von Fath aus der spektralen Beschaffenheit der Spiralnebel gezogene Schluß, daß sie als *Sternhaufen* aufzufassen seien, ist, obgleich Fath selbst ihn nur mit Vorbehalt ausspricht, von den meisten Astronomen akzeptiert worden. Der Schluß gründet sich allein auf die Tatsache, daß die Spektra einen kontinuierlichen Hintergrund und häufig dunkle Linien zeigen. Da aber, worauf Fath selbst aufmerksam macht, nicht nur sternartig dichte Strahlungsquellen, sondern auch Gase, die in dicker Schicht leuchten, ein kontinuierliches Spektrum hervorrufen können, so wird bei der Postulierung der Sternhaufenhypothese willkürlich eine von zwei Möglichkeiten ausgewählt, ohne daß ein Grund vorhanden wäre, die andere auszuschließen. Auch Emden weist mit Nachdruck darauf hin (Gaskugeln, XV. Kap., § 1), daß die Behauptung, durch ein kontinuierliches Spektrum kennzeichne sich ein Nebel als Sternhaufen, nicht einwandfrei sei. Er sagt: „Wir wissen ..., daß Wasserstoff schon bei einem Druck von 360 mm Hg ein glänzendes kontinuierliches Spektrum liefert. Liegen im Visionsradius große Wasserstoffmassen, so kann das Spektrum schon bei viel geringerem Druck kontinuierlich werden, da das Licht einer Linie nach den Seiten wohl sehr rasch, aber nicht unstetig auf Null herabsinkt. Ein echter Nebelfleck kann also auch ein kontinuierliches Spektrum liefern, falls in seinen zentralen Partien nicht zu geringe Dichtigkeiten herrschen."

Daß in dicker Schicht leuchtende Gase ein kontinuierliches Spektrum erzeugen können, wird durch direkte Beobachtungen, die bei Kometen gemacht sind, bestätigt. In den meisten Fällen ist ein bei Kometen vorliegendes kontinuierliches Spektrum, da es die Fraunhoferschen Linien des Sonnenspektrums aufweist, auf reflektiertes Sonnenlicht zurückzuführen. Gelegentlich haben aber Kometen auch ein kontinuierliches Spektrum gezeigt, das in ihrem Eigenlichte seine Ursache gehabt haben muß. Es ist nämlich beobachtet worden, daß eine plötzliche Helligkeitszunahme der Kometen von einem plötzlichen Stärkerwerden des kontinuierlichen Spektrums begleitet war (Newcomb-Engelmann, Popul. Astr., 5. Aufl., S. 459). Daß das kontinuierliche Spektrum durch Glühen der in den Kometenmassen wahrscheinlich enthaltenen festen Sternschnuppenkörperchen entstünde, ist ausgeschlossen. Weder würde die Sonnenwärme ausreichen, um die Körperchen in Glut zu versetzen, noch dürfte ein widerstehendes Mittel angenommen werden, das dieselbe Wirkung hätte, da es in diesem Falle ziemlich beträchtliche Dichte besitzen müßte, die bewirken würde, daß auch die Bahnelemente des Kometen eine merkliche Änderung erführen. Es bleibt also nur übrig, daß die in den Kometen enthaltenen Gase unter Umständen ein kontinuierliches Spektrum erzeugen können. Ist dies bei den feinen Kometengasen möglich, so hindert nichts, dasselbe für die Gase kosmischer Nebel vorauszusetzen. Der letzte Schluß ist um so mehr berechtigt, als auch die Spektra der sog. echten Nebel, in deren gasige Beschaffenheit niemand Zweifel setzt, meistens einen *kontinuierlichen Hintergrund* haben[1]).

[1]) Vgl. W. Trabert, Lehrbuch der kosmischen Physik, Teubners Verlag, 1911, S. 480, oder Newcomb-Eng., a. a. O. S. 670 ff.

Was ferner die dunklen Linien in den Nebelspektren betrifft, so steht noch gar nicht mit Sicherheit fest, daß sie Absorptionslinien sind. Dunkle Stellen im Spektrum, die bei kleiner Dispersion als Linien erscheinen, würden bei kräftigerer Dispersion vielleicht Bänder sein. Bandenspektra sind aber nicht notwendig Absorptions-, sondern können auch Emissionsspektra sein. Elektrisch leuchtende Gase geben bei niedriger Temperatur und geringem Druck ausgeprägte Bandenspektra. Da geringer Druck und niedrige Temperatur auch in den Nebeln vorliegen, und da Vorgänge elektrischer Art in den Nebeln wahrscheinlich ebenfalls eine Rolle spielen (sie können z. B. durch die von den Sternen ausgehende Kathodenstrahlung verursacht werden), so ist es sehr wohl möglich, daß die dunklen Linien der Spiralnebelspektren nicht als Absorptionslinien, sondern als bloße Lücken in Emissionsbandenspektren zu betrachten sind.

Endlich ist zu berücksichtigen, daß sogar das reine Gasspektrum Absorptionslinien aufweisen kann. Eine genügend dichte Natriumflamme liefert nur an ihren Rändern die helle *D*-Linie; die mittleren Teile der Flamme bewirken Linienumkehr. Werden im elektrischen Bogenlichte Metalle verflüchtigt und stellt man den Spalt des Spektroskops quer zum Flammenbogen ein, so lassen die kräftigsten Metalllinien in ihren mittleren Teilen ebenfalls Linienumkehr erkennen, und nur ihre Enden erscheinen hell[1]).

Nach allem Gesagten ist der Schluß, daß das Absorptionspektrum der meisten Spiralnebel ihren Sternhaufencharakter beweise, wissenschaftlich nicht zu rechtfertigen. Der Schluß von der Wirkung auf eine bestimmte Ursache ist niemals zwingend, da verschiedene Ursachen dieselbe Wirkung hervorbringen können[2]). Übrigens ist es beachtenswert, daß das Absorptionsspektrum der Sterne keinen Astronomen hindert, die ganze Masse des Sternes oder doch seine äußeren lichtemittierenden Schichten als gasförmig zu betrachten. Wenn hiernach das Absorptionsspektrum letzten Endes dem Gascharakter nicht widerstrebt, warum glaubt man dann bei den Spiralnebeln ihre Gasnatur nicht direkt, sondern erst auf dem Umwege über einen ihnen angedichteten Sterncharakter erschließen zu dürfen?

Noch von einer ganz anderen Seite erwächst der Sternhaufen-

---

[1]) N. Lockyer, Researches in Spectrum Analysis in connection with the Spectrum of the Sun. Phil. Trans. of the Roy. Soc., Bd. 163, 1873; Bd. 164, 1874.

[2]) Wer, noch ohne Kenntnis der Wärme- und Lichtwirkungen des elektrischen Stromes, bei Betrachtung einer elektrischen Lampe schließen wollte, „die einzige mir bekannte Lichtquelle ist die Verbrennung, folglich ist das Leuchten des Metalldrahtes in der Birne die Begleiterscheinung eines Verbrennungsvorgangs", würde nicht mehr zu tadeln sein als einer, der auf Grund des Spektrums der Spiralnebel ihren Sternhaufencharakter für erwiesen hält.

hypothese ein ihre Glaubwürdigkeit stark erschütternder Einwand. Die meisten Spiralnebel lassen eine radspeichenartige Anordnung ihrer Materie erkennen. Wenn ein Nebel dieser Art ein entfernter Sternhaufen wäre, so würde seine Form eine zufällige, vorübergehende sein; denn nach den Gesetzen der allgemeinen Anziehung kann sich eine solche Form nicht erhalten. Wenn sie sich bei einem Sternhaufen wirklich einmal ausgebildet hätte, so müßte sie sich also allmählich wieder zerstören. Unter der großen Anzahl der Nebel dürfte demnach nur ganz vereinzelt eine solche schneckenartig gewundene Anordnung anzutreffen sein, da sie nur durch die sonderbarsten und außergewöhnlichsten Umstände zufällig veranlaßt werden kann. Nun haben aber in Wirklichkeit die meisten der aufgefundenen Nebel die genannte Spiralform, und hieraus ergibt sich mit Notwendigkeit, daß sie keine Sternhaufen sein können. Dieser Schluß findet durch Beobachtungstatsachen eine unmittelbare Bestätigung. Wenn die Spiralnebel als Sternhaufen zu betrachten wären, so müßte sich doch bei den Sternhaufen, die sich der Beobachtung unzweifelhaft als solche ausweisen, d. h. solche, die *auflösbar* sind, die den Nebeln charakteristische äußere Form ebenfalls vorfinden. Kein Sternhaufen läßt aber auch nur eine Spur einer (schneckenartig) spiraligen Anordnung der Sterne erkennen; die Sterndichte erscheint vielmehr, wie es die Gesetze der Mechanik verlangen, als eine Funktion der Entfernung vom Gravitationszentrum[1]). Auch wenn man, im Hinblick auf die Eastonsche Hypothese, daß das Milchstraßensystem spiralige Struktur besitze, diesem Einwande dadurch aus dem Wege zu gehen suchte, daß man annähme, die Spiralnebel seien nicht als Sternkomplexe von der Ausdehnung der bekannten kugelförmigen Sternhaufen, sondern von der Größenordnung der Milchstraße aufzufassen, würde man nicht zu dem gewünschten Ziele kommen. Zunächst wäre zu bemerken, daß der Schluß von der spiraligen Struktur der Milchstraße auf die anderer Sternsysteme von vergleichbarer Größenordnung ein eigenartiger Zirkelschluß sein würde. Denn die Eastonsche Hypothese gründet sich auf der Sternhaufenhypothese der Spiralnebel; man kann daher nicht umgekehrt aus ihr wieder die Berechtigung herleiten, Spiralnebel als der Milchstraße ähnliche Sternsysteme zu betrachten. Ferner spricht die räumliche Anordnung der Nebel, ihre Gruppierung um die Pole der Milchstraße, dafür, daß sie nicht fremde Milchstraßensysteme sind, sondern mit unserem Sternsystem in Beziehung stehen, als Teile zu ihm gehören (vgl. Seeligers Ausführungen in Newcomb.-E., P. A., 5. A., S. 704). Und selbst wenn ihre Ausdehnung mit der Milchstraße vergleichbar wäre, würde der Schluß,

[1]) Vgl. Elis Strömgren u. Bj. Drachmann, Über die Verteilung der Sterne in kugelförmigen Sternhaufen, mit besonderer Rücksicht auf Messier 5. Publ. fra Kobenhavns Observ., N. 16, 1914.

daß eine Anordnung der Sterne in Schneckenwindungen nur als Ausnahme, nicht als Regel anzutreffen sein dürfte, seine Gültigkeit behalten. Das Alter der Gesteinsmassen der Erde wird nach ihren radioaktiven Einschlüssen auf ungefähr 1000 Millionen Jahre geschätzt. Die Entwicklungszeit unseres Sonnensystems zählt also jedenfalls nach vielen Milliarden Jahren. Ein Stern, auf den alle übrigen Sterne der Milchstraße anziehend wirken, würde den Milchstraßendurchmesser schon in ungefähr 100 Millionen Jahren durchlaufen. In einem Sternhaufen von der Ausdehnung der Milchstraße, dessen Sterne von der Größenordnung der Sonne sind und ihrem Spektraltypus angehören, würden also selbst die äußersten Sterne schon viele Male ihre Umläufe um den Gravitationsmittelpunkt vollendet haben. Die bei den einzelnen Sternen vorliegenden Verschiedenheiten der Bewegungsrichtungen und Geschwindigkeiten würden dann aber jede unsymmetrische, spiralige Massenverteilung im Innern längst zerstört haben[1]). Nur eine in kreisähnlichen Bahnen um das Gravitationszentrum erfolgende Rotationsbewegung der Massen des Systems, wie sie vielleicht im Andromedanebel vorliegt, würde Bestand haben können.

Im Gegensatze hierzu läßt sich die Spiralform der Nebel mit der Annahme gasartiger Beschaffenheit sehr gut in Einklang bringen. Sie muß zur Ausbildung kommen, wenn das auf den Schwerpunkt bezogene Flächenmoment eines anfangs ungefähr streifenförmigen Nebels nicht zufällig den Wert 0 besitzt. Ein Spiralnebel ist in diesem Falle um so jünger, je mehr er sich in die Länge streckt (H. V 2 Virginis, H. I 55 Pegasi, siehe Fig. 10). Je länger der Nebel bereits besteht, um so weiter sind die dem Schwerpunkte benachbarten Massen den weiter entfernten bei ihrer Umlaufsbewegung vorausgeeilt, um so zahlreicher sind seine Windungen geworden (M 51 Canum Venat., M 101 Urs. maj., siehe Fig. 11). — Es ist nicht nötig vorauszusetzen, daß die Richtung der Spiralwindungen die Bahnen der Nebelmassen bezeichnen. Wenn dies doch der Fall wäre, so könnte zwischen den Massen nicht das Newtonsche Gravitationsgesetz bestehen. V. d. Pahlen hat nachgewiesen[2]), daß die Form mehrerer Spiralnebel sich der logarithmischen Spirale ziemlich gut anschließt. Ein in logarithmischer Spirale dem Schwerpunkte sich nähernder Körper wird von diesem umgekehrt proportional der 3. Potenz des Radiusvektors angezogen. Es wäre denkbar, daß Lichtdruck und elektrische Kräfte das Gravitationsgesetz in der angegebenen Weise modifizierten.

---

[1]) Hiernach ist die Eastonsche Hypothese über die Struktur der Milchstraße, wenn man in der vorausgesetzten Anordnung der Sterne nicht nur eine zufällige, vorübergehende Erscheinung sehen will (vergl. Emden, a. a. O. Kap. XIV, § 16), als sehr problematisch zu bezeichnen.

[2]) ‚Über die Gestalten einiger Spiralnebel'. Astr. Nachr. Bd. 188.

Emden hat versucht (Gaskugeln Kap. XIV, § 17 und Kap. XV, § 9), durch eine andere eigenartige Hypothese die spiralige Gestalt der Nebel zu erklären. Er macht darauf aufmerksam, daß durch Strömungsvorgänge im Innern der Nebelmaterie Helligkeitsdifferenzen veranlaßt werden können, daß bei gleichem Abstande vom Massenschwerpunkte Stellen kleinerer Geschwindigkeit hell hervortreten müssen, während Stellen größerer Geschwindigkeit dunkel erscheinen. Wenn sich an diesen Angaben, da sie Folgerungen aus einem Integrale der hydrodynamischen Gleichungen sind, auch nicht zweifeln läßt, so ist es doch nicht möglich, mit ihrer Hilfe eine befriedigende Erklärung der Form der Spiralnebel zu gewinnen. Wenn die Spiralnebel nur ausnahmsweise anzutreffen wären, so würde gegen die Emdensche Erklärung nichts einzuwenden sein. Da aber die meisten Nebel Spiralnebel sind, so würde man vor der neuen Aufgabe stehen, zu erklären, warum die Geschwindigkeitsverteilung bei den Nebelmassen in fast allen Fällen der Art sei, daß dem Auge die Form einer Spirale vorgetäuscht werde. Da bei den Geschwindigkeiten wieder eine ganz bestimmte Gesetzmäßigkeit vorauszusetzen wäre, so verliert man offenbar nichts, wenn man statt dieser die Gesetzmäßigkeit bei den *Massen* des Nebels sucht. Die letzte Annahme besitzt der ersten gegenüber noch den Vorzug, daß sich für eine spiralige Anordnung der *Massen* Ursachen angeben lassen, für die Ausbildung einer alle Spiralnebel beherrschenden Gesetzmäßigkeit der *inneren Geschwindigkeiten* aber nicht.

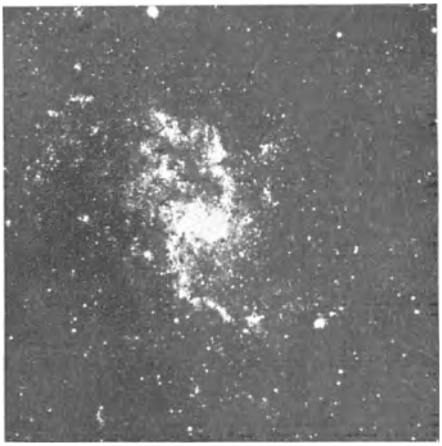

Fig. 10. H. I 55 Pegasi.

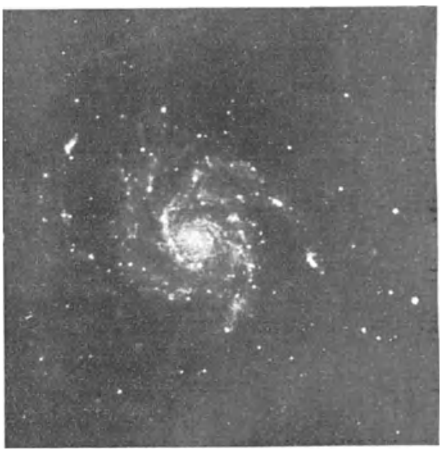

Fig. 11. M 101 Urs. maj.

Nach allem Gesagten kann man die beiden möglichen Annahmen über die Natur der Spiralnebel auf folgende Weise kurz charakterisieren und danach ihre Wahrscheinlichkeit beurteilen:

1. *Die Spiralnebel sind Sternhaufen.* Die spektrale Beschaffenheit der meisten bis jetzt untersuchten Spiralnebel (d. s. ungefähr 10 von vielen Zehntausenden) läßt diese Annahme zu. Richtig ist sie vielleicht in dem Falle, wo die Nebelmaterie in konzentrischen Ringen, wie beim Andromedanebel, angeordnet ist. Bei den Spiralnebeln, die schneckenartige Windungen aufweisen, ist sie jedoch mit den Gesetzen der Mechanik nicht vereinbar. Außerdem widerspricht ihr die Tatsache, daß kein wirklicher, auflösbarer Sternhaufen eine schneckenartig spiralige Struktur besitzt.
2. *Die Spiralnebel sind von gasartiger Beschaffenheit.* Diese Annahme ist mit den Gesetzen der Mechanik verträglich. Sie entspricht ferner dem spektroskopischen Charakter einiger der untersuchten Spiralnebel (N. G. C. 650/1 und 1068, siehe Fath a. a. O. oder Newcomb-Eng., Pop. Astr., 5. Aufl., S. 672), die ein Gasspektrum zeigen, läßt sich aber auch in den Fällen rechtfertigen, wo das Spektrum ein sog. Absorptionsspektrum ist.

β) Entstehung der Spiralnebel. Von Arrhenius, Bickerton und Chamberlin-Moulton ist die Hypothese verfochten worden, daß die Spiralnebel durch Zusammenstoß oder große Annäherung zweier Sterne entstanden seien. Diese Hypothese ist sehr unwahrscheinlich. Wenn sie richtig wäre, müßten die meisten Spiralnebel dort, wo die Sterne am dichtesten stehen, in der Milchstraße und in den Sternhaufen, am häufigsten sein; hier sind sie aber am wenigsten zu finden. Die mittlere Weglänge der Sterne des Milchstraßensystems ist ferner so groß, daß sich durchschnittlich noch nicht in Zwischenräumen von 10^8 Jahren ein Zusammenstoß ereignet. Wenn die Erklärung richtig wäre, so dürften die Spiralnebel also nur sehr selten anzutreffen sein; in Wirklichkeit zählen sie nach vielen Zehntausenden. Ferner würden durch Zusammenstoß entstandene Nebel verhältnismäßig klein sein und in ihren zentralen Teilen schnelle Massenbewegungen erkennen lassen. Die Spiralnebel sind aber sehr ausgedehnt und haben bis jetzt keine merkliche Bewegung ihrer Massen verraten (vgl. See, Researches, vol. II, § 55; außerdem § 101 c). Endlich steht es keineswegs fest, daß bei der Annäherung und beim Zusammenstoß zweier Sterne ausströmende Massen in der Form von Spiralarmen die Sterne umlagern. Dies ist im Gegenteil höchst unwahrscheinlich. Denn wenn regelmäßige Spiralformen entstehen sollen, so würde eine sehr merkwürdige Konstanz der Ausströmungsgeschwindigkeiten und Ausströmungsrichtungen der Massen anzunehmen sein, und auch diese Annahme würde nicht einmal genügen, da die Störungen, welche die sich trennenden Sterne auf die ausgestoßenen Massen ausüben, jede Regelmäßigkeit der Anordnung, wenn sie anfangs wirklich bestanden hätte, wieder vernichten müßten. Der letzten Schwierigkeit dadurch aus dem Wege zu gehen, daß man mit Arrhenius annähme, die zusammenstoßenden Sterne verschmölzen zu einer einzigen Masse, ist, falls nicht große Differenzen zwischen den Massenwerten bestehen, nicht möglich (vgl. § 101 b). Wenn die Annahme von Arrhenius ausnahmsweise doch einmal zutreffen sollte, so würde sie jedoch ebensowenig gestatten, den Schwierigkeiten zu entrinnen, da die von einem Zentralkörper ausgeworfenen Massen, den Gleichungen des Zwei-Körper-Problems gemäß, auf ihn zurücksinken müssen.

Nach dem Gesagten ist die Wahrscheinlichkeit, daß die Spiralnebel ihren Ursprung der Begegnung oder dem Zusammenstoß zweier Weltkörper verdanken[1]), daß sie also zentrifugale Gebilde sind, sehr gering. Dann bleibt nur übrig, daß sie als zentripetale Massenansammlungen zu betrachten sind, deren Ursprung in die dem Menschen verschlossene, geheimnisvolle Werkstätte der Natur hinabführt[2]).

---

[1]) See führt die Entstehung der Spiralnebel auf die Begegnung zweier streifenförmiger kosmischer Wolken zurück (Researches on the Evol. of the Stellar Syst., vol. II, Kap. XIX). Poincaré macht auf die Unwahrscheinlichkeit dieser Annahme aufmerksam (a. a. O. Nr. 201). Außerdem ist zu beachten, daß schon die Annahme der Existenz einzelner streifenförmiger Wolken für die Erklärung der Entstehung der Spiralnebel genügen würde, vorausgesetzt, daß die Bewegungsrichtung der Teilchen der Wolke nicht genau in derselben Richtung erfolgt (vgl. § 123). Auf die phantastische Erklärung von Belot, nach welcher die Spiralnebel durch Eindringen von Wirbeln in kosmische Wolken entstehen (Essai de cosm. tourb., chap. XII), wollen wir nur kurz hinweisen (vgl. § 108f.).

[2]) Graf von Pfeil erklärt die Entstehung der Spiralnebel durch die Annahme, daß in weit ausgedehnte kosmische Nebelmassen Meteorströme eindringen und, durch den Widerstand der Nebelmaterie gezwungen, sich in spiralförmiger Bahn dem Schwerpunkte des Nebels nähern (Kometische Strömungen, § 36). Diese Annahme, die auf den ersten Blick etwas für sich hat, besonders deswegen, weil sie für das kontinuierliche Spektrum der Spiralnebel eine einfache Erklärung geben würde, ist aus folgendem Grunde nicht haltbar. Wenn der Widerstand, den Meteore beim Eindringen in einen Nebel erleiden, so groß ist, daß sie ins Leuchten geraten, so würde, bei der Kleinheit ihrer Masse, ihre Geschwindigkeit schon in sehr kurzer Zeit vernichtet werden und ihr Leuchten aufhören. Eine der Geschwindigkeitsverkleinerung entgegenwirkende, durch die Anziehung der Nebelmassen bewirkte Bewegungsbeschleunigung darf nicht angenommen werden, da, wenn sie vorhanden wäre, auch die Nebelmaterie selbst ihr folgen und mit den eingebetteten Meteoriten gleichen Schritt halten würde.

2. Kapitel. Die Entwicklung der Sonne und der Planeten.

120. Zwei Entwicklungsmöglichkeiten. Auf Grund der Resultate des kritischen Teils sind wir imstande, den Entwicklungsgang, den das Sonnensystem durchlaufen haben *kann*, zu rekonstruieren. Wir sind gezwungen, diese vorsichtige Ausdrucksweise zu wählen, weil die Kritik den Gang der Entwicklung nicht überall eindeutig zu bestimmen vermochte. Dies gilt in erster Linie von der Entwicklung des Planetensystems. Es bleiben *zwei Möglichkeiten* übrig. Sowohl die Voraussetzung, daß sich das System als *geschlossenes*, als auch, daß es sich als *offenes* System entwickelt habe, läßt eine Zurückführung der gegenwärtigen Verhältnisse auf besondere Verhältnisse eines antestellaren Nebelzustandes zu. Welche von den beiden Möglichkeiten in Wirklichkeit vorgelegen habe, dürfte sich schwerlich feststellen lassen. Man kann sich, je nach Neigung, für die eine oder die andere entscheiden. In jedem Falle läßt sich der wahrscheinliche Entwicklungsgang auch in seinen Einzelheiten mit ziemlicher Genauigkeit bestimmen.

Unter der Voraussetzung, daß das Sonnensystem ein *geschlossenes* System war, daß seine Entwicklung also nur durch innere, nicht auch durch äußere Kräfte bestimmt wurde, ergab sich, daß keine der Gesetzmäßigkeiten des Planetensystems, vielleicht mit Ausnahme der kleinen Bahnexzentrizitäten, das Produkt einer erzwungenen Entwicklung sein könne. Es verdient besonders bemerkt zu werden, daß hiernach die Annahme, daß ein widerstehendes Mittel auf die Entwicklung der Planeten einen bestimmenden Einfluß ausgeübt habe, für die folgenden Betrachtungen von vornherein ausscheidet[1]). Von den Möglichkeiten spontaner Entwicklung scheidet ferner diejenige aus, welche auf der Annahme beruht, daß die Urmaterie eine einheitliche, den Gesetzen der Gasexpansion unterliegende Masse bildete (Hypothese von Laplace), und die andere, daß die Teilchen der Urmaterie in beliebigen Richtungen frei beweglich waren (Hypothese von Kant und Ligondès). Es bleibt nur noch die eine Möglichkeit, daß *die Teilchen, bei freier oder halbfreier Beweglichkeit, eine bevorzugte Bewegungsrichtung besaßen.* Diese

---

[1]) Die obige Bemerkung bezieht sich auf Mittel, deren Teilchen eine bevorzugte Bewegungsrichtung besitzen, und auf durchschrittene Mittel irgendwelcher Art (vgl. §§ 40—47, 52, 60). Daß ein Mittel mit ruhenden oder in beliebigen Richtungen laufenden Teilchen die Exzentrizitäten der Planetenbahnen verkleinert habe, ist nicht völlig ausgeschlossen, aus mehreren Gründen aber ebenfalls als sehr wenig wahrscheinlich zu bezeichnen (vgl. §§ 52, 124).

Möglichkeit erfährt dadurch, daß die gleichlautenden Voraussetzungen der Fayeschen Hypothese nicht zu dem gewünschten Ziele führen, noch eine weitere Einschränkung.

Von den Entwicklungsmöglichkeiten eines *offenen* Systems scheiden ebenfalls die meisten aus. Noch nicht genügend diskutiert ist der Fall, daß *der Sonnennebel der Einwirkung eines fremden Nebels unterlag.*

Wir werden beide, aus der Voraussetzung eines geschlossenen oder offenen Systems sich ergebenden Entwicklungsmöglichkeiten getrennt behandeln.

Erster Abschnitt.

Geschlossenes System.

121. Die Bahnneigungen der Planeten. Wenn die kleinen Bahnneigungen spontan entstanden sein sollen, so müssen sich bereits die Nebelmassen[1]), aus denen die Planeten hervorgegangen sind, in wenig gegeneinander geneigten Bahnen bewegt haben. Die Tatsache, daß die Planetenbahnen jetzt weit voneinander entfernt sind, läßt den Schluß zu, daß sie auch im Nebel einander nicht unmittelbar benachbart waren. Die Forderung, daß die Bahnebenen fast zusammenfielen, führt dann dazu, dem Nebel, wenigstens soweit sich seine Massen zu den Planeten umbildeten, *eine flache, ziemlich genau einer Ebene sich anschmiegende Form beizulegen*[2]). Diese Ebene würde dann als gemeinsame Bahnebene der Massen zu gelten haben.

Die Annahme, daß sich der Nebel längs einer Ebene ausgedehnt habe, kann keine Bedenken erwecken. Aus der Form vieler beobachteter Spiralnebel kann geschlossen werden, daß sie sich längs einer bestimmten Ebene bedeutend weiter erstrecken als senkrecht zu derselben. Auch die linsen- und spindelförmigen Nebel sind wahrscheinlich solche, bei denen die Bewegung der Teilmassen in einer bestimmten, dem irdischen Beobachter ihre Kante zuwendenden Ebene erfolgt (vgl. auch § 125). Die etwas größere Neigung der Merkursbahn, die sich nicht ihrem ganzen Betrage nach als Störungswirkung auffassen läßt, erklärt sich leicht durch die Annahme, daß die Bewegungsrichtung

---

[1]) In diesem und den folgenden Paragraphen ist die Bezeichnung „Nebel" im weiteren Sinne zu verstehen (vgl. § 112). Es bleibt vorläufig unausgemacht, ob die Nebelmassen als Gase oder als Meteorwolken zu betrachten sind. Die Entscheidung darüber, welche von diesen beiden Annahmen festzuhalten ist, enthält § 126.

[2]) Falls noch ein oder mehrere transneptunische Planeten entdeckt werden sollten (vgl. H. E. Lau, La planète transneptunienne, Bull. de la Soc. Astr. de France; 28, 276), deren Bahnen größere Neigungen gegen die Ekliptik besäßen, so hätte man dem Urnebel in seinen äußeren Teilen auch eine ausgeprägte seitliche Krümmung beizulegen.

der Merkursmasse im Nebel von der Bewegungsrichtung der übrigen Planetenmassen etwas seitlich abwich. Ebenso, wie das Wasser eines Flusses als Ganzes eine bestimmte Richtung verfolgt, im einzelnen aber mancherlei örtliche Abweichungen, größere oder kleinere Geschwindigkeiten, Wirbel usw., aufweist, kann auch der Nebel durch örtliche Eigentümlichkeiten zur Ausbildung etwas abweichender Verhältnisse Veranlassung geben (vgl. § 168).

Dieselbe Erklärung trifft vielleicht für die Planetoiden mit großen Bahnneigungen zu (vgl. auch § 125 und § 126).

Falls, was unter bereits früher begründeten, einleuchtenden Voraussetzungen tatsächlich zutrifft, die Annahme erlaubt ist, daß die Planetenmassen im Nebelzustande einander relativ näher waren als jetzt (vgl. § 125), so wird das soeben nur final begründete, im Hinblick auf die bei zahlreichen Spiralnebeln vorliegenden Verhältnisse allerdings völlig gerechtfertigte Postulat gleicher ursprünglicher Bahnlage seines Charakters der Absichtlichkeit fast ganz entkleidet.

122. Die Revolutionsrichtung der Planeten. Alle Planeten haben eine untereinander und mit der Rotationsrichtung der Sonne übereinstimmende Revolutionsrichtung. Diese Gesetzmäßigkeit kann nur dann das Produkt einer spontanen Entwicklung sein, wenn *die Nebelmassen eine bevorzugte Bewegungsrichtung gehabt haben.*

Auch diese Folgerung findet durch Beobachtungsresultate eine Stütze. Die charakteristische Gestalt vieler Nebel, besonders der Spiralnebel, läßt sich nur durch die Annahme erklären, daß ihre Massen einer bestimmten Bewegungsrichtung folgen.

123. Die Revolutionsmomente der Planeten und das Rotationsmoment der Sonne. Die von Kapteyn und Campbell festgestellte Tatsache, daß die Sterne mit zunehmendem Alter ihre Geschwindigkeit vergrößern, ist nach den Ausführungen des § 115 weder durch die Halmsche Annahme gleicher Energieverteilung im Sternsystem, noch durch die Seeligersche Annahme gleicher Geschwindigkeitsverteilung bei den zu den Sternen sich zusammenballenden Teilchen zu erklären; die dritte Annahme ungleicher Entwicklungszeiten ist allerdings brauchbar, aber nur, wenn gleichzeitig die Kapteyn-Campbellsche Hypothese der *Gravitationsvergrößerung* herangezogen wird. Wir sind mit Campbell der Meinung, daß, wenn es feststeht, daß diese Hypothese als wissenschaftliches Postulat anerkannt werden muß, sie für unsere Einsicht in die Entwicklung der Sternenwelt eine große Bedeutung erlangen könne, und werden in den folgenden Paragraphen zeigen, daß sie, soweit unser Sonnensystem in Frage kommt, tatsächlich für manche Eigentümlichkeiten desselben eine Erklärung zu geben vermag, auf die man verzichten müßte, wenn die Hypothese nicht zur

Verfügung stünde. Damit deutlich hervortrete, wo sie bessere Erklärungsmöglichkeiten bietet, werden wir zuerst auf Grund der Annahme, daß sich die Bewegung der Nebelmassen allein nach den Gesetzen ihrer gegenseitigen Anziehung regele, die Entwicklung rekonstruieren und dann erst untersuchen, welche Änderungen eintreten, wenn angenommen wird, daß die Gravitation im Nebel im Wachsen begriffen sei.

a) Im Nebel ist die Gravitation konstant. Der Flächensatz verlangt für alle drei Koordinatenebenen eines geschlossenen Systems Unveränderlichkeit der Summe der Flächenmomente. Der Anfangspunkt der Koordinaten sei der Schwerpunkt des Systems.

Die Gezeitenreibung ist imstande, einen Austausch zwischen den Flächenmomenten zu bewirken. Da ihr im Planetensystem aber eine wesentliche Bedeutung nicht zukommt (vgl. § 39), so hat die Sonne durch sie keine Einbuße an ihrem Rotationsmoment erlitten. Ferner ist das Flächenmoment der Planeten durch ein widerstehendes Mittel, da ein Mittel auf die Planeten nicht merklich eingewirkt hat, weder verkleinert noch vergrößert worden (vgl. § 6.). Hieraus folgt, daß *das Rotationsmoment der Sonne und die Flächenmomente der Planeten ihren Massen bereits im Nebelzustande eigen gewesen sind.*

Die Größe der Momente ist abhängig von der Entfernung der Massen vom Schwerpunkte und ihrer Winkelgeschwindigkeit. Massen mit großen Momenten müssen große Entfernungen oder große Winkelgeschwindigkeiten oder auch beide Eigenschaften kombiniert besitzen. Wenn man die große Verschiedenheit der Momente der in den Planeten und der Sonne vereinigten Massen nicht auf große Unterschiede ihrer ursprünglichen Entfernungen vom Anziehungsmittelpunkte zurückführen will, so muß man sie hiernach durch beträchtliche Unterschiede ihrer ursprünglichen Geschwindigkeiten und Bewegungsrichtungen, d. h. also durch Annahme turbulenter Bewegungsvorgänge in der Nebelmaterie, erklären; zur Begründung dieser Annahme würde man auf den Orionnebel verweisen können, dessen Massen an gewissen Stellen chaotisch durcheinander zu wirbeln scheinen (vgl. § 118). Doch ist es wahrscheinlich, daß in Nebeln, die sich der charakteristischen Spiralform nähern, mehr geordnete Verhältnisse herrschen und benachbarte Massen ungefähr gleiche Geschwindigkeiten und Bewegungsrichtungen, d. h. also ungefähr gleiche Momente besitzen. Wenn sich die Momente auf die Massen unseres Systems ungleichmäßig verteilen, so ist demnach zu vermuten, daß die Ungleichheiten in erster Linie auf *die Unterschiede der anfänglichen Entfernungen* zurückzuführen sind. Haben die Entfernungen sehr verschiedene Werte, so hindert natürlich auch nichts, gleichzeitig größere Unterschiede in den Winkelgeschwindigkeiten anzunehmen.

Bei den Massen des Sonnensystems sind die Momente sehr verschieden verteilt. Die Flächenmomente der 4 äußeren Planeten sind sämtlich, zum Teil sogar beträchtlich, größer als das Rotationsmoment der Sonne (vgl. § 38). Hieraus folgt, daß die Planetenmassen weiter vom Schwerpunkt entfernt gewesen sein müssen, als die zur Sonne sich umbildenden Massen. Man hätte sich also vorzustellen, daß *die Sonne aus den zentralen Teilen des Nebels entstand.*

Wir haben für die Teilchen des Nebels, da die Annahme unfreier Bewegung nicht zum Ziele führt (vgl. §§ 75—80), freie oder halbfreie Beweglichkeit vorausgesetzt. Unter dieser Voraussetzung ist, falls die Dichte des Nebels nicht mit dem Abstande vom Schwerpunkte zunimmt, bei kreisförmiger Bahn der Teilchen ihre Winkelgeschwindigkeit um so größer, je näher sie sich dem Schwerpunkte befinden. Die Winkelgeschwindigkeit der Teilchen, aus denen die Sonne entstand, war also, falls sie in Kreisbahnen liefen, größer als die Winkelgeschwindigkeit der Planetenmassen. Da der übereinstimmenden Revolutionsrichtung der Planeten wegen anzunehmen ist (vgl. § 122), daß sich die Teilchen des Nebels sämtlich in demselben Sinne bewegten, so besaßen ihre Momente dasselbe Vorzeichen. Bei der Vereinigung der Teilchen zur Sonnenmasse mußten sich die Momente also addieren und bei der Sonne eine Rotationsgeschwindigkeit erzeugen, die hinter der Revolutionsgeschwindigkeit der Planeten jedenfalls nicht zurückblieb. Nun ist jedoch die Rotationsgeschwindigkeit der Sonne so klein, daß sie sich bei Voraussetzung gleicher Winkelgeschwindigkeit z. B. mit dem Planeten Jupiter nur ungefähr 13 mal so weit erstrecken würde als gegenwärtig. Da diese geringe Erstreckung für den Nebelzustand eine viel zu große Dichte ergeben würde, so folgt mit Notwendigkeit, daß die Teilchen, aus denen sich die Sonne zusammenballte, eine viel geringere Winkelgeschwindigkeit besaßen, als einer Kreisbewegung zukommt. Dann aber bleibt nichts anderes übrig als anzunehmen, daß *sie in fast geradliniger Bahn dem gemeinsamen Schwerpunkte zustrebten.* Die weiter entfernten Planetenmassen würden dann ihr größeres Flächenmoment dem Umstande verdanken, daß *ihre Bewegungsrichtung mehr oder weniger gegen den Radiusvektor geneigt war.* Die Postulierung eines Unterschiedes zwischen den Bewegungsrichtungen der randlichen und der zentralen Teile des Nebels würde ohne Zweifel große Bedenken erwecken, wenn es nicht möglich wäre, ihre Berechtigung noch auf andere Weise wahrscheinlich zu machen. Glücklicherweise kommt die Beobachtung dem Postulat zu Hilfe. Eine ganze Reihe von Spiralnebeln hat die Form eines langgestreckten S (z. B. H. I 55 Pegasi, siehe Fig. 10). Wenn angenommen wird, daß die Bewegung der Massen in der Richtung der Spirale erfolgt, so eilen die zentralen Teile fast geradlinig zum Schwerpunkte, während sich die Bewegungsrichtung der entfernteren Teile mehr oder weniger gegen den Radiusvektor neigt. Der große Unterschied zwischen den Flächenmomenten der Planeten und dem Rotationsmoment der Sonne würde sich also erklären, wenn man die Annahme macht, daß sich *das Sonnensystem aus einem Spiralnebel entwickelt habe, der die Form eines langgestreckten S oder einer Hälfte desselben besaß.*

In bezug auf die Spiralnebel ist mehrfach darauf hingewiesen worden, daß die Bewegung der Nebelmassen keineswegs in der Richtung der Spirale selbst zu erfolgen brauche. Wenn der Urnebel unseres Sonnensystems die angegebene Spiralform besaß, so ist es jedoch unbedingt erforderlich, diese Annahme wenigstens für die zentralen Teile des Nebels zu machen. Denn nur wenn die zentralen Massen in fast senkrechtem Falle zum Schwerpunkte stürzten, erklärt sich das im Verhältnis zu den Flächenmomenten der Planeten so geringe Rotationsmoment der Sonne.

β) Im Nebel ist die Gravitation nicht konstant. Wenn die Gravitation nicht wirkt, so sind für das System die allgemeinen Integrale der Bewegungsgleichungen, der Satz von der Erhaltung der Bewegung des Schwerpunkts, das Energieintegral und der Flächensatz nicht gültig. In diesem Falle muß die Bewegung durch andere Kräfte geregelt werden, die sich unserer Kenntnis entziehen. Vielleicht kann sie als Strömungserscheinung gedeutet werden (vgl. § 118). Wenn die Gravitation im Nebel nicht gänzlich fehlt, sondern nur neben anderen unbekannten Kräften, die beim „Werden der Materie" ihre Wirkungen äußern, nicht zur Geltung kommen kann, so ist das Resultat dasselbe. Die Konzentration der Massen braucht nicht um den Schwerpunkt herum stattzufinden, sondern kann in ähnlicher Weise zustande kommen wie durch Zusammenschwemmung entstehende Anhäufungen von Zweigen und Halmen an Flußufern.

Nach dem Gesagten ist es, wenn die Gravitation nicht oder nur schwach wirkt, nicht mehr unbedingt erforderlich, dem Urnebel die Form eines langgestreckten S beizulegen und vorauszusetzen, daß im zentralen Teile die Bewegung ungefähr geradlinig erfolge. Damit sich das geringe Rotationsmoment der Sonne erklärt, würde dann aber angenommen werden müssen, daß *ein bloßes Zusammenschieben der Materie längs der Kurve, die sie bildet, stattfinde.*

Um den Entwicklungsgang rechnerisch verfolgen zu können und uns von gewagten Hypothesen fern zu halten, werden wir im folgenden keine anderen wirkenden Kräfte als die Anziehung (Gravitation) und die Abstoßung (Strahlungsdruck) annehmen, also uns nur der Hypothese der Gravitationsvergrößerung bedienen. Um die Vorstellungen zu fixieren, werden wir ferner den Urnebel als Spiralnebel voraussetzen, weil diese Annahme auf Grund der Beobachtungsergebnisse die wahrscheinlichste ist. Die Annahme eines bogenförmigen Nebels ist, da ein

Bogen als Hälfte eines S betrachtet werden kann, in dieser Voraussetzung als besonderer Fall enthalten.

124. Die Exzentrizitäten der Planetenbahnen. α) Im Nebel ist die Gravitation konstant. Nach dem Früheren sind die geringen Exzentrizitäten die einzige Gesetzmäßigkeit der Planetenbahnen, die vielleicht als Produkt einer erzwungenen Entwicklung aufgefaßt werden könnte (vgl. § 52). Es wäre möglich, daß auf die Planeten ein widerstehendes Mittel eingewirkt hätte. Doch scheidet ein rotierendes Mittel und ein von der Sonne durchschrittenes Mittel von vornherein aus (a. a. O.). Diskutiert zu werden braucht nur die Annahme, daß die Teilchen des Mittels frei beweglich sind und in beliebigen Bahnen laufen (Hypothese von See; vgl. § 84).

Ein die Zwischenräume zwischen den Planeten ausfüllendes Mittel muß, da es als Teil des Systems zu gelten hat, mit den übrigen Massen desselben in einem inneren, organischen Zusammenhange stehen. Da die Planetenmassen sich von Anfang an in derselben Ebene und in derselben Richtung bewegen (vgl. §§ 121—122), so kann also die Annahme, daß sich die Teilchen des Mittels in allen möglichen Richtungen bewegen, auf Glaubwürdigkeit keinen Anspruch machen. Wollte man bei den Teilchen des Mittels einen mit dem allgemeinen Bewegungssinn der Massen übereinstimmenden Revolutionssinn voraussetzen, so würde gemäß den Ergebnissen des § 81 anzunehmen sein, daß sie sich in fast geradliniger Bahn längs des Radiusvektors bewegen. In diesem Falle würden aber die Teilchen schon zur Zeit ihres ersten Periheldurchganges in der Nähe des Schwerpunktes des Systems mit der sich hier bildenden gewaltigen Sonnenmasse kollidieren und von ihr absorbiert werden. Die Einwirkung des Mittels auf die Planeten würde daher nur von kurzer Dauer sein und keine merklichen Exzentrizitätsänderungen veranlassen können.

Hieraus kann mit großer Wahrscheinlichkeit geschlossen werden, daß auch *die geringen Exzentrizitäten nicht das Produkt einer erzwungenen Entwicklung sind.* Dann aber muß vorausgesetzt werden, daß *die Planetenmassen sich schon im Nebelzustande in kreisähnlichen Bahnen um den Schwerpunkt bewegt haben.* Dies ist wieder nur möglich, wenn die Bewegung senkrecht zum Radiusvektor erfolgte, und wenn Winkelgeschwindigkeit und Entfernung der Bedingung $r^3 \omega^2 = k M$ genügte. Daß diese drei Bedingungen gleichzeitig bei allen Planeten erfüllt waren, ist äußerst unwahrscheinlich.

β) Im Nebel ist die Gravitation nicht konstant. Gravitationsänderungen des Zentralkörpers haben Exzentrizitätsänderungen zur Folge. Wenn die Planeten aus den äußeren Teilen eines Spiralnebels hervorgegangen sind, so besteht, da ihre Bewegungsrichtung und Geschwindigkeit im Nebel von örtlichen Bedingungen abhingen, die

Wahrscheinlichkeit, daß ihre ursprünglichen Bahnexzentrizitäten sehr verschieden und verhältnismäßig groß waren. Um einen Maßstab für den Betrag der erforderlichen Exzentrizitätsänderungen zu gewinnen, darf man jedoch nicht die gegenwärtigen Exzentrizitätswerte als Endwerte zugrunde legen; denn die von den Planeten aufeinander ausgeübten Störungen lassen säkulare Änderungen von e zu. Nach dem Früheren (vgl. § 52) kann $^1/_{20}$ als mittlerer Wert der Exzentrizitäten aller Planetenbahnen gelten. Wenn e anfangs große Werte, vielleicht zwischen $^1/_2$ und 1 besaß, so müssen also Verkleinerungen der Anfangswerte auf ihren 10. bis 20. Teil eingetreten sein.

Die bei einer Gravitationsvergrößerung der Sonne eintretenden Exzentrizitätsänderungen werden durch die Gleichung

$$\delta e = -(e + \cos v)\frac{\delta M}{M}$$

bestimmt (vgl. § 50). Solange sich der Planet in der das Aphel einschließenden Bahnhälfte bewegt, vergrößert sich e; es verkleinert sich, wenn der Planet die das Perihel einschließende Bahnhälfte durchläuft. Wenn die Gravitation im Nebel anfängt, die übrigen die Bewegung der Massen beeinflussenden Kräfte zu überragen, können sich die Planetenmassen sowohl in der sonnenfernen wie in der sonnennahen Bahnhälfte befinden. Durchlaufen sie die sonnennahe Bahnhälfte, so erfolgt sogleich eine Exzentrizitätsverkleinerung. Befinden sie sich in der sonnenfernen Bahnhälfte, so erfahren sie zunächst eine Exzentrizitätsvergrößerung; nach einiger Zeit treten aber auch sie in die sonnennahe Bahnhälfte ein[1]) und verkleinern ihre Exzentrizität. Das Maß der Exzentrizitätsverkleinerung ist, je nach dem Orte des Planeten in seiner Bahn, verschieden. Befindet er sich z. B. immer in dem Punkte $r = a\sqrt{1-e^2}$ der oskulierenden Bahnellipsen, so besteht die Gleichung

$$\frac{1-\sqrt{1-e^2}}{1-\sqrt{1-e_0^2}} = \frac{M_0}{M},$$

oder näherungsweise

$$\frac{e}{e_0} = \sqrt{\frac{M_0}{M}};$$

befindet er sich beständig im Punkte $r = p$, so ist

$$\frac{e}{e_0} = \frac{M_0}{M},$$

[1]) Wenn die Planeten während der Zeit ihrer ersten Annäherung an die Sonne niemals in die sonnennahe Bahnhälfte ($r < a$) einträten, so würden sie, da e dem Werte 1 immer näher käme, in die Sonne stürzen. Die vorhandenen Planeten beweisen also durch ihre Existenz, daß die Bedingung $r < a$ für sie wirklich eintrat.

und bleibt er stets im Perihel der augenblicklich durchlaufenen Bahnen, so ist

$$\frac{1+e}{1+e_0} = \frac{M_0}{M}.$$

Damit $e : e_0$ gleich $^1/_{10}$ bis $^1/_{20}$ wird, müßte hiernach im 1. Falle die Gravitation auf das 100- bis 400-fache, im 2. Falle auf das 10- bis 20-fache und im 3. Falle auf das $1^1/_2$- bis $1^3/_4$-fache steigen. Da der Planet bei seiner Annäherung an das Perihel die drei angegebenen Lagen nacheinander durchläuft, so folgt, daß eine ein Vielfaches des Anfangswertes betragende Gravitationsvergrößerung die Exzentrizitäten auf die erforderlichen kleinen Werte zu reduzieren vermag. Die Verkleinerung der Exzentrizität setzt sich auch noch nach dem Durchgange durchs Perihel fort, bis $r = a$ wird. Die bis zum Periheldurchgang verfließende Zeit der Exzentrizitätsverkleinerung wird, gemäß der Gleichung

$$\delta\omega = -\frac{\sin v}{e}\frac{\delta M}{M},$$

durch eine Vorwärtsdrehung der Apsidenlinie verlängert, die auf den Periheldurchgang folgende Zeit der Exzentrizitätsverkleinerung durch eine Rückwärtsdrehung derselben verkürzt.

Die Parameter p der Bahnellipsen verkleinern sich gemäß der Gleichung

$$p\,M = p_0\,M_0.$$

Die Umlaufszeiten τ sind der Größe

$$a^{3/2}\,M^{-1/2}$$

proportional. In ähnlichen Bahnellipsen ist daher τ dem Quadrate der Masse umgekehrt proportional. Verkleinert sich die Exzentrizität, so nimmt τ in noch schnellerem Verhältnisse ab. Die während eines Umlaufs eintretenden Exzentrizitätsänderungen werden daher schnell kleiner. Sind sie so klein geworden, daß über einen ganzen Umlauf mit konstanten Elementen integriert werden kann, so gleichen sich die Verkleinerungen und Vergrößerungen von e genau aus. Sollen sich die Anfangsexzentrizitäten auf merklich geringere Werte reduzieren, so muß dies also *während der bis zum ersten Periheldurchgange verfließenden Zeit* geschehen. Der Anblick fast aller Spiralnebel läßt erkennen, daß die Massen der Windungen dem Zentrum zustreben, ihr Perihel also noch nicht erreicht haben und, bis dies geschieht, sogar *mehrere Umläufe um das Zentrum* ausführen können.

Bedeutet v die lineare Geschwindigkeit des Planeten in seiner Bahn, so besteht die Gleichung

$$\frac{v^2}{kM} - \frac{1}{r} = \frac{1}{r} - \frac{1}{a}.$$

Die rechte Seite dieser Gleichung ist positiv, wenn der Planet die sonnennahe, negativ, wenn er die sonnenferne Bahnhälfte durchläuft. Wenn angenommen werden darf, daß, solange im Nebel die Gravitation nicht zur Wirkung kommt, die Strömungsgeschwindigkeit der planetarischen Nebelmassen überall ungefähr dieselbe sei, so hat v für alle Planeten denselben Anfangswert. Bei gleichem v ist die Größe

$$\frac{v^2}{kM} - \frac{1}{r}$$

um so kleiner, je kleiner r ist. Die Gefahr, eine verhältnismäßig längere Strecke in der sonnenfernen Bahnhälfte zu durchlaufen und eine Exzentrizitäts*vergrößerung* zu erfahren, ist also um so größer, je näher sich der Planet der Sonne befindet. Zwar kann er, weil seine Bahndimensionen kleiner sind, auch schneller in die sonnennahe Bahnhälfte übergehen. Aber da sich auch wieder die bis zum ersten Periheldurchgang verfließende Zeit, innerhalb deren die Exzentrizitätsverkleinerung erfolgt, verkürzt, so scheint ein sonnennaher Planet doch weniger Aussicht zu haben, seine Bahn der Kreisform zu nähern als ein fernerer Planet. Dies ist vielleicht der Grund dafür, daß die Exzentrizität der Merkursbahn ziemlich groß geblieben ist. —

Im Hinblick darauf, daß die *visuellen Doppelsterne* mit unserm Sonnensystem „vergleichbare" Systeme sind, erscheint es auf den ersten Blick auffällig, daß sie durchschnittlich sehr große Exzentrizitäten besitzen. Sie unterscheiden sich dadurch von unserem Sonnensystem, daß das Verhältnis der Massen bei ihnen einen größeren Wert hat. Wenn die kleinen Exzentrizitäten unseres Systems nicht als Zufallsprodukt gelten sollen, so müssen sie also mit der Kleinheit der Planetenmassen zusammenhängen. Die Annahme, daß der abnehmende Strahlungsdruck die Ursache der wachsenden Gravitation sei, würde dafür eine Erklärung bieten:

Der Strahlungsdruck wird unwirksam (vgl. § 117), wenn einer der beiden zu einem System verbundenen Körper sich so sehr verdichtet, daß der Strahlungsdruck keine Tiefen-, sondern nur noch eine Oberflächenwirkung besitzt, gravitierende und strahlende oder bestrahlte Masse also nicht mehr identisch sind. Nun ist es einleuchtend, daß kleine Massen ihre Entwicklung schneller durchlaufen als große. Wenn die verhältnismäßig kleinen Planeten unseres Systems sich während der bis zu ihrem ersten Periheldurchgange verfließenden Zeit so weit kontrahierten, daß sie für die Sonnenstrahlung nicht mehr völlig durchlässig waren, so vermochte die dem Strahlungsdruck gegenüber mehr und mehr an Wirksamkeit gewinnende Gravitation ihren Abstand von der Sonne und ihre Bahnexzentrizitäten merklich zu verkleinern. Bei großen Massen erfolgt die Kontraktion aber langsamer. Wenn zwei Sonnen mit vergleichbarer Masse zu einem System gehören, so ist also die Wahrscheinlichkeit dafür, daß sich eine von ihnen in der bis zu ihrem ersten Durchgange durchs Periastron verfließenden Zeit der Wirkung des Strahlungsdruckes zum Teil entzieht, kleiner als bei den Planeten. Die Bahndimensionen verringern sich nur wenig, und die Exzentrizität bleibt groß. Wenn später, durch allmähliche Ausschaltung des Strahlungsdruckes, auch noch eine beträchtliche Verengerung der Bahn erfolgt, so kann die Exzentrizität sich nur noch wenig verkleinern, da die während eines Umlaufs eintretenden Änderungen sich gegenseitig ungefähr aufheben.

Die Richtigkeit unserer Erklärung wird durch neuere Untersuchungen Eddingtons bestätigt (vgl. § 117). Eddington weist nach, eine wie große Rolle der Strahlungsdruck im Innern gasförmiger Sterne spielt, auch wenn ihre Dichte sich bereits der gegenwärtigen Sonnendichte nähert. Aus den Gesetzen des mechanischen und des Strahlungsgleichgewichts leitet er die Gleichung her

$$2,39 \cdot 10^7 \frac{1}{k_0} M^{1/3} \delta^{2/3} T_1^{-4} (1-\beta) = 1,$$

wo, ausgedrückt in den Einheiten des C. G. S.-Systems, M die Masse des Sternes, δ seine mittlere Dichte, T_1 seine effektive Temperatur, k_0 den mittleren Absorptionskoeffizienten seiner Materie und $1-\beta$ das Verhältnis des Strahlungsdruckes zur Gravitation bezeichnet. Ferner besteht für ideale Gase die Gleichung

$$2,91 \cdot 10^{-69} M^2 \mu^4 \beta^4 = 1 - \beta,$$

wo μ das Molekulargewicht des Gases bedeutet. Aus der letzten Gleichung folgt, daß in Sternen, deren Masse kleiner ist als die Masse unserer Sonne, der Strahlungsdruck die Gravitation nur unwesentlich schwächt, daß aber in Sternen von der Größenordnung unserer Sonne der Strahlungsdruck immer mehr an Bedeutung gewinnt und schließlich die Gravitation fast ganz aufhebt. Hieraus schließt Eddington, daß der Strahlungsdruck zwar nicht, weil er immer etwas kleiner als die Gravitation bleibt, den Stern auseinander sprengen könne, daß aber eine kleine Zusatzkraft, z. B. die Zentrifugalkraft einer auch nur schwachen Rotationsbewegung, das Gleichgewicht instabil machen und den Stern auseinander reißen müsse[1]). Wenn schon im Innern ziemlich

[1]) Da der Strahlungsdruck in demselben Sinne wie die Expansion des Gases

dichter Sterne der Strahlungsdruck die Gravitation fast aufzuheben vermag, so ist es auch gestattet, die Strahlungswirkung, die zwei verschiedene, wegen ihrer geringen Dichte fast ganz durchstrahlbare Sterne aufeinander ausüben, mit ihrer Anziehungswirkung in Vergleichung zu bringen, und eine beträchtliche Verringerung der Gravitation durch den Strahlungsdruck, wie es von uns geschieht, als möglich anzunehmen[1]).

125. Die Entfernungen der Planeten. α) Im Nebel ist die Gravitation konstant. Da vorauszusetzen ist, daß die Planetenmassen im Nebel freie Beweglichkeit gehabt haben, so müssen, wenn die Gravitation im Nebel bereits wie heute wirkte, *die ursprünglichen Bahndimensionen dieselben wie die gegenwärtigen gewesen sein.* Eine Verkleinerung der Bahnen würde nur durch ein widerstehendes Mittel eintreten können. Daß ein Mittel auf die Planeten einen merklichen Einfluß ausgeübt habe, ist aber nach dem Früheren ausgeschlossen (vgl. §§ 41—47; 52; 124 α).

Da Neptun 75 mal so weit von der Sonne entfernt ist als Merkur, so nehmen die Planeten den bei weitem größten Raum des Sonnensystems für sich in Anspruch. Für die Sonne bleibt, auch wenn man ihre Sphäre bis zur Merkursbahn ausdehnt, nur $^1/_{75}$ der Gesamterstreckung übrig. Es müßte also geschlossen werden, daß in $^1/_{75}$ der Erstreckung des Nebels fast die 1000-fache Masse des ganzen übrigen Volumens angehäuft gewesen sei. Dies ist eine Annahme, die wenig Glaubwürdigkeit besitzt.

β) Im Nebel ist die Gravitation nicht konstant. Wenn die Gravitation erst allmählich zur Ausbildung kommt, so treten bedeutende Verkürzungen der ursprünglichen Bahndimensionen ein; denn für die Parameter der Bahnen besteht die Gleichung

$$p\,M = p_0\,M_0.$$

Gleichzeitig mit der Verkleinerung der Bahndimensionen erfolgt eine Vergrößerung der relativen Entfernungen der Pla-

---

wirkt, so vergrößert er die auf der Expansion beruhende, von Jeans untersuchte Gravitationsinstabilität rotierender Gasmassen (vgl. §§ 77 β, 90 β).

[1]) Bei der Materie der völlig durchstrahlbaren Kometenschweife beträgt die Strahlungswirkung ein Vielfaches der Gravitation.

Vielleicht sind auch noch andere uns bis jetzt unbekannt gebliebene Kräfte in demselben Sinne wie der Strahlungsdruck wirksam. P. E. Shaw glaubt festgestellt zu haben (Nature, 96, 1915, S. 143), daß von gleichen Massen die heißere kräftiger anziehe als die kältere, daß die Gravitation also eine Funktion der Temperatur sei. Diese überraschende Angabe bedarf natürlich der Nachprüfung. Wenn sie sich bestätigen sollte, so würde die Kapteyn-Campbellsche Hypothese der Gravitationsvergrößerung eine neue physikalische Stütze gefunden haben. Doch erscheint es fraglich, ob Laboratoriumsversuche das Dunkel, in das die Vorgänge bei der Umbildung der kosmischen Materie gehüllt sind, jemals ganz erhellen werden.

neten. Früher (vgl. § 123) ergab sich, daß die auf den Schwerpunkt des Systems bezogene Winkelgeschwindigkeit der Massen, aus denen die Sonne hervorging, beträchtlich geringer sein mußte als die Winkelgeschwindigkeit der Planetenmassen. Wird angenommen, daß in den äußeren Teilen des Spiralnebels die Bewegungsrichtung der planetarischen Massen kontinuierlich in die Bewegungsrichtung der zentralen Massen überging, so war also die ursprüngliche Winkelgeschwindigkeit der Planetenmassen um so kleiner, je näher sie sich dem Schwerpunkte befanden. Bei gleicher Winkelgeschwindigkeit verhalten sich die Flächenmomente gleicher Massen wie die Quadrate der Abstände von der Rotationsachse. Da ein Austausch zwischen den Flächenmomenten der Planeten und dem eines widerstehenden Mittels oder dem der Sonne (durch den Einfluß der Gezeitenreibung) nicht erfolgt ist (vgl. § 39), so sind die ursprünglichen Flächenmomente der Planeten ihren gegenwärtigen Momenten gleich. Nach dem 3. Keplerschen Gesetze verhalten sich die gegenwärtigen Momente zweier Planeten mit gleicher Masse wie die Wurzeln aus den Bahnradien. Bei gleicher Winkelgeschwindigkeit verhalten sich also die ursprünglichen Entfernungen R der Planeten von der Sonne wie die 4. Wurzeln aus den gegenwärtigen Bahnradien, d. h. es ist

$$\frac{R'}{R} = \sqrt[4]{\frac{r'}{r}}.$$

Bedeutet R den ursprünglichen Abstand der Neptunsmasse vom Schwerpunkte, so ergeben sich für die übrigen Planeten folgende Werte: für Uranus $R' = 0{,}89\,R$, für Saturn $R' = 0{,}75\,R$, für Jupiter $R' = 0{,}65\,R$, für Mars $R' = 0{,}47\,R$, für die Erde $R' = 0{,}43\,R$, für Venus $R' = 0{,}39\,R$, für Merkur $R' = 0{,}34\,R$. Die relativen Entfernungen der Planeten im Nebel waren hiernach beträchtlich kleiner als jetzt; in ihrer Gesamtheit nahmen sie nur $^2/_3$ der Erstreckung des Nebels für sich in Anspruch. Da nach dem Obigen die Bewegungsrichtungen der Nebelmassen einen um so kleineren Winkel mit dem Radiusvektor bildeten, die Winkelgeschwindigkeiten der Planeten also um so kleiner waren, je näher sie sich dem Schwerpunkte befanden, so reduzieren sich die relativen Entfernungen in Wirklichkeit auf noch kleinere Werte. Dem sog. Titius-Bodeschen Gesetze kommt hiernach irgend welche Bedeutung für die Planetenentwicklung nicht zu.

Da der Exzentrizitäten wegen anzunehmen ist, daß schon zur Zeit des ersten Periheldurchgangs der Planeten das gegenwärtige Größenverhältnis (nicht die gegenwärtige Größe) der Bahnradien zur Ausbildung gekommen war, so muß geschlossen werden, daß während der bis zum ersten Periheldurchgange der inneren Planeten verfließenden Zeit die Sonnenmasse sich so weit zusammengezogen hatte, daß die Planeten freien Raum für ihre Bewegung vorfanden. Eine ausführliche Begründung der Zulässigkeit dieser Folgerung enthält der § 129. An dieser Stelle wollen wir uns mit einigen kurzen Angaben begnügen.

Da die Massen im Nebelzustande noch nicht der Expansion unterliegen, so darf angenommen werden, daß die Annäherung der Planetenmassen an das Anziehungszentrum, die eine Wirkung der sich vergrößernden Anziehung der Sonne war, nicht schneller erfolgte, als die Kontraktion der Sonnenmasse, die gleichfalls durch die sich vergrößernde Sonnenanziehung bewirkt wurde. Solange in der Sonnenmasse die Expansion nicht oder nur wenig zur Geltung kam, hielten beide ungefähr gleichen Schritt. Die Expansion der Sonnengase machte sich erst bemerkbar, als, infolge der Verwandlung potentieller Energie in Wärmeenergie, die ursprünglich sehr niedrige Temperatur der Nebelmassen zu größeren Werten anstieg. Wenn sich die Massen im Raum ursprünglich sehr fein verteilten, so war jedoch der bei der Kontraktion auftretende Verlust an potentieller Energie, der bei gleichmäßiger Kontraktion aller beteiligten Massen dem Radius der ganzen sich zusammenziehenden Masse umgekehrt proportional[1]) ist, anfangs sehr klein und folglich auch die Temperaturerhöhung der Masse sehr gering. Erst als sie sich auf einen verhältnismäßig kleinen Raum zusammengezogen hatte, war ihre Temperatur so hoch geworden, daß das Expansionsbestreben der Gase kräftig in die Erscheinung trat und eine mit der Geschwindigkeit des freien Falles erfolgende Kontraktion nicht mehr zuließ. Bis zu welcher Größe die Sonnenmasse zur Zeit des ersten Periheldurchgangs Merkurs zusammengeschrumpft war, läßt sich natürlich nicht genau angeben. Es ist möglich, daß sie die Dimensionen der gegenwärtigen Merkursbahn bereits nicht mehr besaß. War ihr Radius in diesem Zeitpunkte aber doch noch größer als der Radius der Merkursbahn, so müßte angenommen werden, daß sie damals noch nicht ihre ganze gegenwärtige Anziehungskraft erlangt hatte, daß sie auch später noch ihre Gravitation vergrößerte und die Planeten in immer engere Bahnen zwang, bis diese endlich ihre heutige Größe erreichten.

Aus der Tatsache, daß bei der Annahme wachsender Gravitation die Planetenmassen im Nebel einander relativ näher waren als jetzt, ergibt sich für zwei Eigentümlichkeiten des Sonnensystems eine einfache Deutung:

---

[1]) Die potentielle Energie, die verloren geht, wenn eine homogene Kugel von unendlich großer Erstreckung sich bis zu dem Radius r zusammenzieht, hat den Wert $\frac{3}{5}\frac{k M^2}{r}$.

1. Um die geringen gegenseitigen Neigungen der Planetenbahnen zu erklären, mußte früher (vgl. § 121) postuliert werden, daß die Bewegung der Planetenmassen schon im Nebel sehr nahe in einer Ebene erfolgte. Waren sie im Nebel einander benachbart, so ist es jedoch verständlich, daß sie übereinstimmende Bewegungsrichtung besaßen.

2. Mehrere Planetoiden besitzen große Bahnneigungen und Exzentrizitäten[1]). Es ist nicht wohl möglich, diese großen Werte als säkulare Störungswirkungen aufzufassen, die auf die Anziehung der übrigen Planeten zurückzuführen wären (vgl. Newc.-E., Pop. Astr., 5. Aufl., S. 409). Wenn die Planeten im Nebel einander relativ beträchtlich näher waren als gegenwärtig, so können die Störungen durch die Jupitersmasse jedoch so bedeutend gewesen sein, daß die großen Werte der Neigungen und Exzentrizitäten ihre Erklärung finden.

126. Die Massen der Planeten. Meteoriten- oder Nebularhypothese? Eine Gasmasse, welche die Form eines streifenartig gestreckten Spiralnebels besitzt, ist nicht stabil; sie muß, unter dem Einflusse der eigenen inneren Kräfte, in Teile zerfallen. Das Massenverhältnis zwischen den Teilkörpern wird durch die Massenverteilung im Streifen bestimmt. Unterschiede in der Massenverteilung können auf zweifache Weise entstehen: der Streifen kann stellenweise *größere Dichten* und *größere Dicken* aufweisen.

Das Massenverhältnis der Glieder des Sonnensystems hat sehr verschiedene Werte; daher ist auch die Massenverteilung im Nebel als sehr ungleich vorauszusetzen. Da in der Sonne die Hauptmasse des ganzen Systems konzentriert ist, so muß die Hauptmasse des Nebels in dem zentralen Teile angehäuft gewesen sein. Außer dieser Hauptmasse muß der Nebel einige schwache, untereinander aber noch wieder sehr verschiedene Verdichtungen, aus denen sich die Planeten zusammenballten, aufgewiesen haben. Um die Entstehung der Planetoiden zu erklären, kann angenommen werden, daß in dem Teile des Streifens, aus dem sie hervorgingen, die Materie weit und fein (vielleicht flockenartig) zerstreut war.

Ob man annehmen will, daß der in die Planetenmassen zerfallende schwächere Teil des Nebelstreifens sich nur auf einer Seite oder auf beiden Seiten der zur Sonne sich umbildenden Hauptmasse anschloß, ist gleichgültig. Im ersten Falle würde der Nebel die Form eines halben S,

[1]) Die Bahn der von Olbers 1802 entdeckten Pallas besitzt eine Neigung von 35°, die Bahn des von Palisa 1911 entdeckten Planetoiden Albert (719) die Exzentrizität 0,54. Die von Olbers aufgestellte Hypothese, daß die Planetoiden aus einem einzigen, durch Explosion oder Zusammenstoß zerstörten Planeten hervorgegangen seien, besitzt nur geringe Wahrscheinlichkeit (vgl. Newc.-E., Pop. Astr., 5. Aufl., S. 404).

im zweiten Falle die einer völlig ausgebildeten S-förmigen Spirale gehabt haben. Die letzte Annahme könnte vielleicht deswegen vorgezogen werden, weil sie erlaubt, zwischen den Planeten eine Zweiteilung vorzunehmen. Man könnte vermuten, daß die 4 großen, in ihrer Natur untereinander große Übereinstimmung zeigenden Planeten aus dem einen, die 4 kleinen, ebenfalls einander ähnlichen, inneren Planeten und die Planetoiden aus dem anderen Anhängsel entstanden seien. Es würde sich dann auch eine Erklärung dafür bieten, daß die Zone der Planetoiden von der Jupitersbahn nicht deutlich getrennt erscheint; denn die Bahnen der aus den beiden Anhängseln entstehenden Planeten können natürlicherweise ineinandergreifen. Da die Neigungen der Planetoidenbahnen durchschnittlich ungefähr 10° betragen und sogar bis zu 30° und mehr anwachsen, so würde man in diesem Falle den beiden Armen der Spirale eine sehr genau einer Ebene sich anschmiegende Form nicht beizulegen brauchen, sondern die ohne Zweifel wahrscheinlichere Voraussetzung machen können, daß der Urnebel des Sonnensystems außer der Hauptkrümmung noch eine deutlich ausgeprägte seitliche Krümmung aufwies, seine Spirale also keine ebene, sondern eine räumliche Kurve darstellte.

Nach der angegebenen Erklärung haben alle Planeten eine im wesentlichen übereinstimmende Entwicklung durchlaufen. Die bei den Gruppen der äußeren und der inneren Planeten vorhandenen Unterschiede der physikalischen Verhältnisse (besonders der Dichte und des von der Beschaffenheit der Planetenatmosphären abhängenden Spektrums), aus denen man gelegentlich auf Ungleichartigkeiten des Ursprungs und der Entwicklung hat schließen wollen, lassen drei verschiedene Erklärungen zu, die sich jedoch gegenseitig nicht ausschließen, sondern vielleicht gleichzeitig anzuwenden sind: 1. Die stoffliche Zusammensetzung der Massen in den verschiedenen Teilen des Nebels wies Unterschiede auf. 2. Da die Planeten bei ihrer Kontraktion sich nur bis zu einer bestimmten, von der Masse abhängigen Maximaltemperatur erhitzen konnten (vgl. § 129), chemische Reaktionen aber vielfach an bestimmte Temperaturen gebunden sind, so entstanden nicht bei allen Planeten die gleichen chemischen Umwandlungsprodukte. 3. Die kleineren Planeten sind in ihrer Entwicklung schon weiter fortgeschritten als die größeren.

Das Zerfallen des Nebels braucht nicht notwendigerweise als reine Gravitationswirkung betrachtet zu werden. Im Hinblick auf die Vorgänge, die in der Werkstatt der Natur bei der Entstehung der Nebel diesen ihre charakteristische, vielfach an Strömungsvorgänge erinnernde Form verleihen, ferner im Hinblick auf die Kräfte, die, wie die in vielfacher Beziehung so überaus nützliche Hypothese der Gravitationsvergrößerung wahrscheinlich macht, die Gravitation zwischen den

Nebelmassen teilweise oder ganz aufheben können, dürfte es gestattet sein, die Zusammenballung der Nebelmassen wenigstens zum Teil als Wirkung eines bloßen Strömungsvorganges, als eine durch Zusammenschwemmung erfolgende Verkittung der Massen, aufzufassen (vgl. § 118). Wir wollen jedoch, wie bereits bemerkt, von dieser immerhin ziemlich problematischen Erklärung keinen Gebrauch machen, sondern das Zerfallen des Nebels als reine Gravitationswirkung betrachten.

Die Tabelle des § 42 gibt den Durchmesser des Raumes, den die Planeten im äußersten Falle einnehmen durften, wenn ihre eigene Gravitation, entgegen der anziehenden Wirkung der Sonne, imstande sein sollte, ihre Masse zusammenzuhalten. Bei Jupiter beträgt er ungefähr $^1/_7$, bei Saturn $^1/_{11}$, bei Uranus und Neptun $^1/_{20}$ ihrer Entfernung vom Sonnenmittelpunkte. Wenn der Nebelstreifen, aus dem diese Planeten hervorgingen, überall ungefähr gleichen Durchmesser besaß (vgl. § 127), und die Planeten ihren maximalen Raum wirklich einnahmen, so mußten die angegebenen Erstreckungen gleich groß sein. Dies würde zutreffen, wenn zur Zeit der Zusammenballung der Planetenmassen Saturn $11:7 = 1,6$, Uranus und Neptun $20:7 = 2,9$mal so weit vom Sonnenmittelpunkte entfernt waren als Jupiter. Hatte der Streifen nicht überall gleichen Durchmesser, sondern lief er am Ende spitz aus, so waren die relativen Entfernungen der Planetenmassen im Nebel noch geringer (vgl. § 125). Bei der Erklärung der Bahnneigungen haben wir darauf hingewiesen (vgl. § 121), daß die übereinstimmende Bahnlage nicht unbedingt das Postulat einer von Anfang an übereinstimmenden, einer Ebene sich anschmiegenden Bewegungsrichtung s ä m t l i c h e r, sondern, falls die Annahme erlaubt wäre, daß sich die Planetenmassen im Nebelzustande einander relativ verhältnismäßig nahe befanden, nur der b e n a c h b a r t e n Nebelmassen voraussetze. Die Hypothese der Gravitationsvergrößerung führte bereits zu einer Bestätigung dieser Annahme (vgl. § 125). Die Massenverteilung der Planeten gibt nunmehr einen neuen Anhaltspunkt für die Richtigkeit derselben. — Die kleinen Planeten konnten, im Gegensatz zu den großen, auch wenn sie einander ursprünglich relativ beträchtlich näher waren als jetzt, nur verhältnismäßig kleine Räume ausfüllen, nur Bruchstücke des Nebelstreifens sein; denn bei der Erde und der Venus betrug der Durchmesser ihres maximalen Volumens nur $^1/_{50}$, bei Mars $^1/_{100}$, bei Merkur $^1/_{130}$ ihrer Entfernung vom Anziehungsmittelpunkte.

Die außerhalb der Anziehungssphäre der Planeten befindlichen und mit ihnen vielleicht noch in Verbindung stehenden Nebelmassen konnten teilweise in ihr Anziehungsgebiet eindringen und mit den Planetenmassen sich vereinigen; größtenteils mußten sie aber infolge der überwiegenden Anziehung der Sonne ihre Verbindung mit den Planetenmassen lösen und selbständige Bahnen beschreiben. Nach der Ablösung dieser äußeren Massen nahmen die Planeten allmählich kugelähnliche Form an (siehe Fig. 3, Kurve c_2 um μ). Da die Ablösung der äußeren Massen nicht ruckweise, sondern allmählich erfolgte und ihre innere Gravitation im allgemeinen zu schwach war, um sie zusammenzuhalten, so mußten sie sich streifenartig auseinanderziehen und sich schließlich durch das ganze interplanetarische Gebiet zerstreuen. Es ist nicht ausgeschlossen, daß die Materie des Zodiakallichtes den Rest der von den Planeten im Nebelzustande abgelösten Massen bildet. Wenn aber in der Nähe der Planeten die Nebelmaterie nicht ganz gleichmäßig dicht war, sondern örtliche Verdichtungen enthielt, so konnten die selbständig werdenden Massen sich zu neuen kleinen Planetenkörpern umbilden, die dann entweder ihrer Mehrzahl nach als Planetoiden ihre Bahnen um die Sonne beschrieben, oder ausnahmsweise noch nachträglich in die Anziehungssphäre der Planeten hineingerieten und von diesen als (irreguläre) Monde (vgl. § 154) mitgeführt wurden.

Wenn der Vorgang der Zusammenballung der Teilmassen unseres Systems erörtert werden soll, so ist die physikalische Beschaffenheit der Nebelmaterie als bekannt vorauszusetzen. Lassen sich hierüber bestimmte Angaben machen? War die Nebelmaterie gasartig oder setzte sie sich aus diskreten festen Körperchen zusammen? Kann die alte Streitfrage „Meteoritenhypothese oder Nebularhypothese“ (im engeren Sinne) endgültig entschieden werden?

In den vorhergehenden Paragraphen (vgl. §§ 123—125) hat sich bereits deutlich gezeigt, daß nur unter der Voraussetzung, daß im Nebelzustande die Gravitation noch nicht oder nur in geringem Maße wirksam war, für unser System ein einfacher, unser Erklärungsbedürfnis befriedigender Entwicklungsgang rekonstruiert werden kann, während die Annahme, daß die Gravitation bereits von Anfang an mit ihrer gegenwärtigen Größe wirkte, eine eigentliche Entwicklung überhaupt nicht zuläßt, da sie die Eigenschaften des gegenwärtigen Zustandes fast ungeändert schon auf den Anfangszustand zu übertragen zwingt. Nun erscheint die Hypothese der Gravitationsvergrößerung nur dann glaubhaft, wenn die Nebelmaterie als gasartig angenommen wird (vgl. § 117). Die Erörterungen der vorhergehenden Paragraphen führen daher zu einer Ablehnung der Meteoritenhypothese. Zu demselben Ergebnis gelangte unsere frühere allgemeine Kritik der Meteoritenhypothese (vgl. § 88 β). Zwar gingen wir bei dieser Kritik nicht von der Voraussetzung einer streifenförmigen, sondern von der einer kugelförmigen Meteorwolke aus; aber die meisten Auseinandersetzungen sind von dieser Voraussetzung unabhängig. Nur die Argumente b, c, d und e sind in der früheren Fassung nicht anwendbar; denn nach dieser bauen sich die Planeten aus Meteormassen auf, die in der großen Sonnenmeteorkugel nach und nach mit ihnen zusammenstoßen, während, wenn die Planeten durch Zerfallen einer streifenförmigen Meteorwolke entstehen, ihre Masse von Anfang an in einem bestimmten Raume vereinigt ist und später nur noch unbedeutenden Zuwachs erfährt.

Die Voraussetzung, daß Urnebel und Planetenmassen ursprünglich von gasartiger Beschaffenheit waren, bietet der Erklärung keine Schwierigkeiten. Von der Kontraktion gasförmiger Massen wird noch besonders die Rede sein (vgl. § 129).

Falls gasförmige Massen mit meteorartigen Körperchen gemischt sind, werden auch diese, da sie in den Gasen einen Widerstand erfahren, in verhältnismäßig kurzer Zeit dem Anziehungsmittelpunkte sich nähern und zur Vergrößerung der Planetenkernmasse beitragen.

Unsere Folgerung, daß der Urnebel unseres Systems von gasartiger Beschaffenheit war, steht der Annahme, daß er zu der Gruppe der Spiralnebel gehörte, nicht im Wege. Von den wenigen Spiralnebeln, die man bis jetzt spektroskopisch untersuchen konnte, besitzen einige ein helles Linienspektrum, sind also Gasnebel. Früher (vgl. § 119) haben wir wahrscheinlich zu machen gesucht, daß auch die Spiralnebel, deren spektroskopischer Charakter keinen sicheren Schluß auf eine gasige Beschaffenheit[1]) zuläßt, aus Gasen bestehen. Für unseren gegenwärtigen Zweck ist es belanglos, ob jene Argumente beweiskräftig sind oder nicht. Da unter den Spiralnebeln solche von gasiger Beschaffenheit vorhanden sind, so können wir, mit Berufung auf Beobachtungstatsachen, die Annahme, daß die Urform unseres Systems ein gasartiger Spiralnebel war, als wohl begründet betrachten.

127. Die Rotation der Planeten und die Schiefe der Achsen. Die Rotation der meisten Planeten erfolgt in demselben Sinne wie ihre Revolution. Diese Tatsache findet eine einfache Erklärung, wenn angenommen wird, daß die lineare Geschwindigkeit, mit der die Teilchen des Nebels eine senkrecht zur Bewegungsrichtung stehende Ebene durchschritten, in dieser Ebene nicht überall dieselbe, sondern *auf der Vorderseite des Streifens etwas größer als auf der Rückseite war.* Bei dieser Annahme hätte man sich also vorzustellen, daß die etwas schneller sich bewegenden Teilchen den äußeren, größeren Bogen, die langsamer laufenden den inneren, kleineren Bogen der Spiralwindung einnahmen.

Wenn die Nebelmassen eine zur Bahnebene genau symmetrische Gestalt gehabt hätten und die Geschwindigkeiten ebenfalls symmetrisch zur Bahnebene auf die Teilchen verteilt gewesen wären, so müßten alle Planeten und die Sonne um senkrecht auf der Bahn stehende

---

[1]) Absorptionsspektra schließen die Gasnatur der sie erzeugenden Weltkörper keineswegs aus. Für mehrere Algolsterne konnte man die mittlere Dichte zu ungefähr $1/_{100}$ der Sonnendichte bestimmen. Sie müssen also reine Gaskugeln sein; trotzdem ist ihr Spektrum ein Absorptionsspektrum.

Achsen rotieren. Die kosmischen Nebel zeigen jedoch niemals die angenommene Gesetzmäßigkeit. Sie sind durch Unregelmäßigkeit der Form und Dichteverteilung und wahrscheinlich auch der inneren Bewegungsvorgänge charakterisiert. Überträgt man diese Eigenschaften auf den Sonnennebel, so erscheint es unbedenklich, vorauszusetzen, daß die Teilchen mit maximaler Geschwindigkeit nicht immer genau an der äußersten Seite des Streifens, sondern stellenweise auch in seitlicher Abweichung von seiner Bahnebene zu finden waren. In diesem Falle mußte bei den Teilmassen eine Rotationsbewegung entstehen, deren Achse sich gegen die Bahn neigte. Je größer die Abweichungen waren, um so größer wurde die Schiefe der Achse. Die Sonnen- und die Jupitersachse stehen fast senkrecht auf der Bahnebene; von der Hauptmasse des Nebels ist daher vorauszusetzen, daß die Teilchen mit maximaler Geschwindigkeit sich in normaler Weise an der Außenseite des Streifens bewegten. Da die Venus-, Erd-, Mars- und Saturnsachse größere Neigungen zeigen, so müssen jedoch die Nebelmassen, aus denen diese Planeten hervorgingen, irgendwelche Abweichungen in bezug auf Form, Massen- und Geschwindigkeitsverteilung aufgewiesen haben.

Bewegen sich die Teilchen mit maximaler Geschwindigkeit an der Innenseite des Streifens, so wird die Rotationsrichtung der Teilmassen umgekehrt. Von der normalen Rotationsbewegung Jupiters zu der anormalen Neptuns findet ein allmählicher Übergang statt; die Zwischenstufen bilden Saturn, mit schon ziemlich geneigter Achse, und Uranus, dessen Rotationsachse ungefähr in der Bahn liegt. Nimmt man an, daß in dem Teile des Streifens, aus welchem Jupiter, Saturn, Uranus und Neptun entstanden, von der Jupitersmasse anfangend, die Teilchen mit maximaler Geschwindigkeit von der Außenseite des Streifens allmählich auf die Innenseite hinüberwanderten, so würde hiernach für die zunehmende Neigung der Achsen eine einfache Erklärung gefunden sein. Da die Achse Neptuns von der Senkrechten auf der Bahn noch beträchtlich abweicht, so brauchen die Teilchen maximaler Geschwindigkeit auf der Innenseite des Streifens übrigens nur wenig überwogen zu haben. Denkt man sich die Teilchen maximaler Geschwindigkeit miteinander verbunden, so entsteht auf der Grenzfläche des Streifens eine Kurve, die etwas mehr als eine Viertelspiralwindung darstellt. Werden alle Teilchen gleicher Geschwindigkeit miteinander verbunden, so erscheint der Streifen wie ein wenig tordierter Faden. Man gewinnt dann den Eindruck, als ob die Streifenmaterie sich bestrebte, nicht nur längs der Streifenachse zu fließen, sondern sich gleichzeitig um die Achse zu drehen. Wenn bei der Bildung kosmischer Nebel Strömungsbewegungen der Materie angenommen und die Helmholtzschen Untersuchungen über Wirbelfäden herangezogen werden dürften, so würden derartige Strömungserscheinungen nichts Auffälliges bieten (vgl. § 118). Jedenfalls liegt nichts im Wege, bei der Materie des Sonnennebels eine Geschwindigkeitsverteilung der obengenannten Art zu postulieren. Weil die äußeren Bedingungen, unter denen die natürlichen Geschehnisse in die Erscheinung treten, stets in verschwenderischer Mannigfaltigkeit zu Gebote stehen, so liegt eine Verpflichtung, über die Möglichkeit der Ausbildung dieser Anfangsbedingungen neue Rechenschaft zu geben, nicht vor. Schließlich geht jede Erklärung von Naturvorgängen auf ein unerklärbares Tatsächliches zurück (vgl. § 168).

Eine etwas genauere Vorstellung von den Dichteverhältnissen und der Geschwindigkeitsverteilung im Innern des Nebels gewinnt man mit Hilfe des gegenwertigen Wertes der Rotationsgeschwindigkeit der Sonne und der Planeten. Unter der Voraussetzung, daß der Nebelstreifen überall gleiche Durchmesser und bei den Massen der Außen- und der Innenseite überall gleiche Geschwindigkeitsdifferenzen aufwies, mußten die entstehenden Teilmassen, falls der Kontraktionsvorgang bei allen in übereinstimmender Weise verlief, bei gleichem Volumen gleiche Rotationsgeschwindigkeit besitzen. Dies trifft, allerdings nur in sehr grober Annäherung, für die Sonne, Jupiter und Saturn zu. Wenn die Sonne und Saturn den Durchmesser Jupiters hätten, so würden sie nämlich, wie aus dem Flächensatze $r^2 \omega = r_0^2 \omega_0$ leicht geschlossen werden kann, in 6 und in 14 Stunden rotieren, während die Rotationsdauer Jupiters 10 Stunden beträgt. Hieraus könnte geschlossen werden, daß die Streifenteile, aus denen die Sonne, Jupiter und Saturn hervorgingen, ungefähr gleiche Durchmesser besaßen (der Sonnenstreifen einen wenig größeren als der Jupiterstreifen und dieser wieder einen etwas größeren als der Saturnstreifen), und daß die Verschiedenheit der Massen durch die ungleiche Dichte oder die ungleiche Länge der Streifenteile oder durch beide Umstände bewirkt wurde. — Unter der andern Voraussetzung, daß die Durchmesser der Streifenteile, aus denen die Planeten entstanden, nicht gleich waren, sondern ihren linearen Massenverhältnissen (d. h. den 3. Wurzeln aus den Massen) entsprachen, müßten die Planeten bei gleicher Dichte gleiche Rotationsgeschwindigkeit besitzen. Dies trifft sehr genau bei Jupiter, Uranus und der Erde zu. Jupiter und Uranus sind ungefähr gleich dicht; sie rotieren in 10 und 11 Stunden. Wenn man das Flächenmoment des Erdmondes auf die Erdmasse überträgt (vgl. hierüber § 150) und berücksichtigt, daß das Moment des Mondes 4mal, falls man bei der Berechnung des Trägheitsmoments der Erde das Laplacesche Dichtegesetz zugrunde legt, sogar 5mal so groß ist als das der Erde, so folgt, daß die vereinigte Erde-Mond-Masse sich 5 bis 6 mal so schnell drehen würde als jetzt die Erde, bei der Dichte Jupiters also in 10 bis 12 Stunden. Wenn auch die Längserstreckung der Nebelteile, aus denen die genannten Planeten hervorgingen, ihren linearen Massendimensionen entsprach, so würde sich aus der Übereinstimmung der Rotationszeiten auf gleiche Dichte der Nebelmassen schließen lassen. — Bei den Planeten Merkur, Venus, Mars und Neptun ist eine Gesetzmäßigkeit der Rotationszeiten nicht nachweisbar, und zwar entweder, weil die Rotationszeiten noch unbekannt sind (bei Venus und Neptun), oder weil sie durch die Gezeitenwirkung der Sonne eine beträchtliche Änderung erfahren haben (bei Merkur, vielleicht auch bei Mars [vgl. § 149] und Venus). Für Neptun würde sich aus der von Tisserand berechneten Abplattung $^1/_{100}$ eine Rotationszeit von ungefähr 30 Stunden ergeben. Mit der Dichte Jupiters würde er sich hiernach in rund 26 Stunden um seine Achse drehen; dieser Wert ist ungefähr das $2^1/_2$-fache des bei Jupiter, Uranus und Erde gefundenen. Die langsame Rotationsbewegung Neptuns könnte durch die Annahme erklärt werden, daß in den äußersten Gebieten des Nebels etwas abweichende Verhältnisse vorlagen, daß die schneller sich bewegenden Teilchen, die nach dem Früheren hier nicht mehr die Außen-, sondern die Innenseite des Streifens einnahmen, nicht den normalen Geschwindigkeitsüberschuß über die langsamer laufenden Teilchen aufwiesen[1]). Auch bei Mars, Venus und Merkur kann angenommen werden, daß die Bewegung der zu ihnen sich umbildenden Nebelmassen gleichförmiger war als bei den übrigen Planeten. Übrigens erkennt man ohne weiteres, daß, wegen der weiten Erstreckung der Nebelmassen schon ganz geringe Geschwindigkeitsunterschiede genügten, um dem Flächensatze gemäß die zum Teil beträchtlichen gegenwärtigen Rotationsgeschwindigkeiten der Planeten hervorzurufen (vgl. § 132).

Im großen und ganzen ergibt sich aus dem Gesagten folgendes Bild des spiraligen Urnebelstreifens: ungefähr gleiche Dicke, aber sehr verschiedene Dichte (und Länge) der Teile des Streifens, aus denen Sonne, Jupiter und Saturn hervorgingen; mehr oder weniger beträchtliche Einschnürungen, aber größere Übereinstimmung der Dichte bei den Teilen, aus denen die übrigen Planeten entstanden.

128. Die Dimensionen und die Entwicklungszeit des Urnebels. Wenn bereits die Nebelmaterie der Gravitation in ihrem gegenwärtigen Betrage unterlag, so müssen nach dem Früheren (vgl. § 125) die Bahnen der Planeten noch dieselben sein, die ihre Massen im Nebelzustande beschrieben. In diesem Falle würden also die Dimensionen des Nebels nicht größer als die gegenwärtigen des Sonnensystems sein.

Wenn jedoch die Gravitation erst allmählich zur Ausbildung

[1]) Später, bei der Erörterung der Entwicklung der Monde (vgl. § 151), wird sich noch einmal zeigen, daß in den Grenzgebieten des Nebels weniger geordnete Verhältnisse als in den zentralen Teilen vorlagen.

kam, so trat eine Verkürzung der Bahndimensionen ein. Die Erstreckung des Nebels war also größer als die gegenwärtige Erstreckung des Systems.

Es ist von vornherein klar, daß die gegenwärtigen Verhältnisse des Sonnensystems für die Bestimmung der Dimensionen des Urnebels keine sicheren Anhaltspunkte geben. Man ist auf Schätzungen angewiesen, die innerhalb sehr weiter Grenzen schwanken und auf Zuverlässigkeit keinen Anspruch machen können. Aus diesem Grunde beschränken wir uns auf einige Andeutungen.

Eine, wenn auch sehr unsichere, Grundlage für die Schätzung bieten die Exzentrizitätsänderungen. Wenn die Anfangsexzentrizitäten durchschnittlich zu $^1/_2$ bis $^3/_4$ angesetzt wurden, die gegenwärtigen Werte aber durchschnittlich $^1/_{20}$ betragen, so muß während der Zeit, die bis zum ersten Durchgange durchs Perihel verfloß, die Gravitation der Sonne um ein Vielfaches zugenommen haben (vgl. § 124). Die gravitierende Masse des Nebels sei am Anfange der Entwicklung M_0, zur Zeit des ersten Periheldurchganges des Planeten M', und die gegenwärtige Sonnenmasse M. Schreibt man $M' = \lambda' M_0$, $M = \lambda M_0$, so ist $\lambda \geqq \lambda'$. Wenn die erforderlichen Exzentrizitätsänderungen eintreten sollen, so darf λ' schätzungsweise wohl nicht kleiner als 5 angenommen werden. Gemäß der Gleichung (vgl. § 50)

$$p\,M = \text{const.}$$

würde dann der Parameter p_0 der ursprünglichen Neptunsbahn $30\,\lambda$ Erdweiten betragen haben. Die Apheldistanz würde bei der Exzentrizität $^1/_2$ $60\,\lambda$, bei der Exzentrizität $^3/_4$ $120\,\lambda$ Erdweiten gewesen sein. Da angenommen werden darf, daß die Dicken- zur Längenerstreckung des Nebelstreifens in keinem Mißverhältnisse stand, so ergibt sich, daß bei einer Erstreckung bis zu 600 Erdweiten ($e = {}^3/_4$, $\lambda = 5$) die mittlere Dichte des Nebels von der Ordnung 10^{-13}, bei 6000 Erdweiten Erstreckung ($\lambda = 50$) von der Ordnung 10^{-16} und bei 60 000 Erdweiten Erstreckung ($\lambda = 500$) von der Ordnung 10^{-19} g cm^{-3} war.

Die Zeit, die bis zum ersten Durchgange der Planeten durch das Perihel verfloß, läßt sich näherungsweise aus der Gleichung

$$\frac{d^2 r}{dt^2} = -\frac{k\,M_t}{r^2}$$

bestimmen. In dieser Gleichung muß M_t als Funktion der Zeit ausgedrückt werden. Da die Abhängigkeit der Masse von der Zeit aber unbekannt ist, so kann eine Integration nur auf Grund verschiedener Annahmen versucht werden. Die Integration erleichtert sich, wenn M_t durch r ausgedrückt wird, was möglich ist, da auch r eine Funktion der Zeit ist. Wenn bei einem Planeten z. B. M_t dem Radiusvektor umgekehrt proportional wäre[1]), so würde sich

$$\left(\frac{dr}{dt}\right)^2 = k\,r_0\,M_0\left(\frac{1}{r^2}-\frac{1}{r_0^{\,2}}\right)$$

und hieraus

$$t = \frac{r_0^{\,2}}{\sqrt{k\,r_0\,M_0}}\sqrt{1-\left(\frac{r}{r_0}\right)^2}$$

ergeben. Bezeichnet man die Erdweite mit r_e, so wäre also, da

$$\frac{2\pi\,r_e^{\,3/2}}{\sqrt{k\,M}} = 1 \text{ Jahr}$$

ist (vgl. § 13), die bis zum ersten Periheldurchgange verfließende Zeit

$$T = \frac{\sqrt{\lambda}}{2\pi}\left(\frac{r_0}{r_e}\right)^{3/2} \text{ Jahre.}$$

Wenn die Anziehung der Sonne während der Zeit der Annäherung konstant bliebe, so würde man

$$T = \frac{\sqrt{2}}{8}\left(\frac{r_0}{r_e}\right)^{3/2} \text{ Jahre}$$

erhalten. Da das Produkt $M_t\,p_t$ während der ganzen Entwicklungszeit des Planeten konstant bleibt, so kann, wenn die Bahnexzentrizität vernachlässigt wird, $r_0\,M_0 = r\,M$ gesetzt werden. Dann folgt, daß T dem Quadrate von r_0 proportional ist. Für $r_0 = 600\,r_e$ ($e = {}^3/_4$, $\lambda = 5$) erhält man $T = 5000$ Jahre, für $r_0 = 6000\,r_e$ ($\lambda = 50$) also $T = 500\,000$ Jahre, und für $r_0 = 60\,000\,r_e$ ($\lambda = 500$) $T = 50$ Millionen Jahre. Welcher von diesen Werten der Wahrheit am nächsten kommt, läßt sich nicht entscheiden. Aus der ungeheuren Ausdehnung, welche die meisten kosmischen Nebel besitzen, scheint jedoch geschlossen werden zu dürfen, daß die größeren Werte die wahrscheinlicheren sind. Bei dem zuletzt angegebenen Werte $r_0 = 60\,000\,r_e$ würde z. B. der Sonnenurnebel, in eine Entfernung gebracht, die der von Kapteyn für Nebel bestimmten mittleren Parallaxe von 0'',005 entspräche, einen Durchmesser von 5—10 Bogenminuten besitzen. Viele Spiralnebel haben Durchmesser, die diesem Werte nahe kommen.

129. Der Kontraktionsvorgang. Unsere früheren Untersuchungen (vgl. §§ 88 β, 126) haben ergeben, daß die Meteoritenhypothese nicht

---

[1]) In diesem Falle ist die Bahn des Planeten die von v. d. Pahlen diskutierte logarithmische Spirale („Über die Gestalten einiger Spiralnebel". Astr. Nachr., Bd. 188, 249).

geeignet ist, einer Erklärung der Entwicklung des Sonnensystems als Grundlage zu dienen. Wir können uns daher jetzt auf die Betrachtung gasförmiger Massen beschränken.

a) Die Planeten. Wenn eine Planetenmasse m sich aus dem Zustande unendlich weiter Erstreckung bis auf den Radius ϱ zusammenzieht, so ist bei homogener Dichte der Betrag der verloren gehenden potentiellen Energie gleich

$$\frac{3}{5}\frac{k m^2}{\varrho}.$$

Schreibt man $k m = v^2 \varrho$, so ist v die Geschwindigkeit, mit der ein Körperchen in der Entfernung ϱ den Planeten umkreisen würde. Verwandelt sich die gesamte potentielle Energie in Wärme, so besteht also, wenn diese sich gleichmäßig durch die ganze Planetenmasse verteilt, c ihre mittlere spezifische Wärme bedeutet und A die Verhältniszahl des mechanischen Äquivalents der Wärme bezeichnet ($A = 4{,}2 \cdot 10^7$ im C. G. S.-System), die Gleichung

$$A\, m\, c\, \vartheta = \frac{3}{5} m\, v^2.$$

Für die Erde ist $v = 7{,}9$ km/sec, also $\vartheta c = 9000$, und für einen anderen Planeten, wenn m_e und ϱ_e Masse und Radius der Erde bedeuten,

$$\vartheta = \frac{9000}{c}\frac{m}{m_e}\frac{\varrho_e}{\varrho}.$$

Die spezifische Wärme der meisten Metalle beträgt ungefähr $^1/_{10}$, die der Gesteine $^1/_5$ bis $^1/_3$. Mit der Annäherung an den flüssigen Zustand vergrößern sich die Werte der spezifischen Wärme. Wenn gar keine Wärme ausgestrahlt worden wäre, so würde hiernach die Erde niemals heißer als ungefähr 50 000° C gewesen sein können. Bei Mars und Merkur sind die Maximalwerte noch geringer; sie betragen 10000° und 3000° C. Im Innern der Planetenmassen stattfindende exothermische Änderungen vermochten diese Werte auch im günstigsten Falle nicht wesentlich zu ändern[1]). Alle Planetoiden, deren Durchmesser kleiner als $^1/_{100}$ des Erddurchmessers sind, konnten bei der Kontraktion nur einige Grade warm werden. Wenn in ihrem Innern nicht vielleicht mit großer Wärmeentwicklung verbundene chemische Änderungen stattfanden oder die Wärmestrahlung der Sonne nicht

[1]) 1 g Kohlenstoff verbrennt unter Abgabe von 8000 cal zu $3^2/_3$ g Kohlensäure. Da die spez. Wärme der Kohlensäure 0,22 beträgt, so erhöht sich, wenn keine Wärme abgegeben wird, die Temperatur des Verbrennungsprodukts um 10 000° C. 1 g Wasserstoff erzeugt bei der Verbrennung zu 9 g Wasser 34400 cal. Die spez. Wärme des Wasserdampfs ist 0,48; folglich erhöht sich die Temperatur des Verbrennungsprodukts um 8000° C.

große Beträge erreichte, so sind also die kleineren selbständigen Teilkörper unseres Planetensystems niemals im Glutzustande gewesen, sondern wahrscheinlich das Produkt eines kalten Kristallisationsvorganges. Da auch die zahlreichen als Sternschnuppen und Meteore in unsere Atmosphäre eindringenden Körperchen ebenso entstanden sein müssen und bei ihnen sehr unregelmäßige äußere Formen anzutreffen sind, so erscheint es nicht unglaubwürdig, daß auch die kleinen Planetoiden gelegentlich unregelmäßige Gestalt zeigen[1]). Ferner folgt aus dem Gesagten, daß die kleinen Planeten verhältnismäßig schnell aus dem gasförmigen in den festen Zustand übergingen, daß ihre vorgeologische Entwicklungszeit also ziemlich kurz war. Diese schnelle Entwicklung befähigte die kleinen Körper trotz des Widerstandes, den sie vielleicht in einer die Sonne umgebenden fein verteilten Nebelmaterie erlitten, ihre Selbständigkeit zu bewahren.

β) Die Sonne. Wendet man die im vorigen Abschnitte hergeleitete Formel auf die Sonne an, so ergibt sich, wenn man anstatt des Erdradius ϱ_e den Radius R der Neptunsbahn einführt und den früheren Sonnenradius mit r bezeichnet

$$\vartheta c = 4200 \frac{R}{r}.$$

Wenn keine Wärme ausgestrahlt worden wäre, so würde also bei einer Erstreckung der Sonne z. B. bis zur gegenwärtigen Neptunsbahn ihre mittlere Temperatur einige 1000 Grade betragen haben.

Der späteren Betrachtungen wegen ist es von Wichtigkeit, die Faktoren zu bestimmen, von denen die Größe des Sonnenradius und das Zeitmaß seiner Verkürzung abhängt. Soll der Radius einer zusammensinkenden Gaskugel bestimmt werden, so muß ihre Wärmeausstrahlung berücksichtigt werden. Denn gerade der Betrag der ausgestrahlten Wärme ist es, der unter der Voraussetzung, daß in der Masse Wärmegleichgewicht eingetreten sei, die Berechnung ihres Radius gestattet. Die Radien aus gleichen Massen sich aufbauender adiabatischer Kugeln z. B. können beliebige Werte besitzen. Ihre Größe wird allein durch den Betrag der Gesamtenergie der Kugel bestimmt (potentielle + Wärmeenergie, vgl. Emden, Gaskugeln; VIII. Kap.). Diese aber ist nur bekannt, wenn man weiß, wie viel durch Wärmeausstrahlung verloren gegangen ist.

Es ist sehr fraglich, ob im Nebelstadium und während der ganzen ersten Entwicklungszeit der Sonne eine irgendwie nennenswerte Wärmeausstrahlung stattfand. Die bei der Annäherung der Massen an das

[1]) Bei dem Planetoiden Eros hat man aus Unregelmäßigkeiten des Lichtwechsels auf eine eckige Gestalt schließen wollen.

Zentrum verloren gehende potentielle Energie verwandelt sich nämlich nicht sogleich in Wärme, sondern in kinetische Energie der Fallbewegung. Solange der Fall nicht aufgehalten wird, tritt daher auch keine Umwandlung in Wärmeenergie ein. Erst wenn infolge beträchtlicher Annäherung an das Anziehungszentrum eine kräftige Konzentration der Massen eingetreten und durch die gegenseitigen Bewegungswiderstände die gleichgerichtete Fallbewegung in andere, nach allen Richtungen hin erfolgende Bewegungen, deren Energie nunmehr, gemäß den Voraussetzungen der kinetischen Theorie der Gase, als innere Wärmeenergie betrachtet werden kann, umgewandelt worden ist, kann von einer Wärmeausstrahlung die Rede sein. Über die Größe des Radius, bei der sie anfängt wirksam zu werden, lassen sich nur Vermutungen aussprechen. Sehr wichtig ist es aber, die Bedingungen zu bestimmen, von denen der Betrag der Wärmestrahlung abhängt, weil sie einen Schluß auf die Schnelligkeit zulassen, mit der die Kontraktion der Kugel erfolgt.

Die Wärmeausstrahlung eines Körpers ist im allgemeinen abhängig von der Größe der Oberfläche und der Oberflächentemperatur. Ist die Dichte der strahlenden Masse gering, so können aber auch Strahlen aus ihrem Innern in den freien Raum gelangen; in diesem Falle vergrößert sich gleichsam die strahlende Oberfläche, und der Betrag der ausgestrahlten Wärme erhöht sich. Solange aus größeren Tiefen der Sonne Wärmestrahlen ins Freie gelangen konnten, mußte eine schnelle Zusammenziehung derselben erfolgen; begünstigt wurde das Zusammensinken der Kugel noch dadurch, daß die äußeren wärmestrahlenden Schichten eine geringere Dichte als die dem Zentrum näheren Massen und daher einen verhältnismäßig kleinen Wärmeinhalt besaßen. Die schnelle Zusammenziehung dauerte an, bis die äußeren Schichten der Sonne eine Dichte erreicht hatten, die eine Strahlung aus dem Innern nicht mehr zuließ. Aber auch als keine Strahlen mehr aus größeren Tiefen ins Freie gelangten, konnte die Strahlung noch sehr kräftig sein. Bei einer Erstreckung bis zur Neptunsbahn war die Oberfläche der Sonnenkugel 40000000 mal, bei einer Erstreckung bis zur Erdbahn 40000 mal so groß als jetzt. Es konnten also in kurzer Zeit gewaltige Wärmemengen an den Weltraum abgegeben werden und infolge davon der Radius der Sonne sich weiter schnell verkleinern.

Die Beantwortung der Frage, wann die Kontraktionsgeschwindigkeit der Sonne anfing hinter der Fallgeschwindigkeit zurückzubleiben, hat ein gewisses Interesse; denn sie würde uns Aufschluß geben über den maximalen Grad der Schrumpfung der Planetenbahnen, die während der bis zum ersten Periheldurchgange der Planeten verfließenden Zeit erfolgte. Wenn die Planeten schon von Anfang an in ungefähr kreisförmigen Bahnen liefen, so würde eine Verkleinerung der Bahndimensionen nur bei unwahrscheinlich langsamer Zusammenziehung der Sonne sie in die Gefahr bringen, die Sonnenoberfläche zu streifen und beim Eindringen in die Sonnenmasse dann ihre Selbständigkeit zu verlieren. Anders verhält es sich jedoch, wenn die Planetenbahnen, wie wir annehmen, anfangs mehr oder weniger stark exzentrisch waren (vgl. § 124). Bei großer Exzentrizität erfolgte die Schrumpfung der Bahnen ungefähr mit Fallgeschwindigkeit. Solange sich die Dimensionen der Sonne in demselben Verhältnisse verkürzten, bestand keine Kollisionsgefahr. Sie lag jedoch vor, sobald im Mittelpunkte der Sonne ein gewisser Grad der Verdichtung erreicht war, der eine mit Fallgeschwindigkeit erfolgende Annäherung neuer Massen nicht mehr zuließ. Wenn angenommen werden dürfte, daß dieser Zeitpunkt erst eintrat, als die Sonne sich bis ins Innere der gegenwärtigen Merkursbahn zurückgezogen hatte, so würde ihr schon damals ihre ganze gegenwärtige Anziehungskraft zugeschrieben werden können. Im Hinblick auf die außerordentliche Temperatursteigerung der Sonne, die durch Umwandlung der kinetischen Energie der Fallbewegung in Wärmeenergie entstehen mußte und während der verhältnismäßig kurzen Fallzeit durch Ausstrahlung nur wenig vermindert werden konnte[1]), erscheint die Annahme, daß die Planeten schon nach ihrem ersten Periheldurchgange in ihren gegenwärtigen Bahnen liefen, jedoch kaum als zulässig. Wenn die Schrumpfung der Sonne sich bereits verlangsamte, als sie noch nicht bis zur gegenwärtigen Merkursbahn zusammengesunken war, so konnte, falls nicht durch ein widerstehendes Mittel eine weitere Verkürzung der Bahndimensionen der Planeten erfolgte, die Anziehung der Sonne demnach noch nicht ihren gegenwärtigen Betrag erreicht haben. Die Beantwortung der Frage, bis zu welcher Größe sich die Sonne zur Zeit des ersten Periheldurchgangs der Planeten zusammengezogen hatte, ist möglich mit Hilfe dreier Annahmen, die jedoch alle mehr oder weniger problematisch sind. Wenn eine auf diese Annahmen sich gründende Rechnung auf Zuverlässigkeit auch keinen Anspruch machen kann, so möge sie trotzdem hier Platz finden, weil sie einige Anhaltspunkte liefert, die für das Verständnis des Entwicklungsganges der Sonne und der Planeten nicht ganz wertlos sind.

Die drei Annahmen sind: 1. Die Dichte der Sonnenmasse und der Planetenmassen ist homogen oder befolgt das adiabatische Gesetz. 2. Die Durchlässigkeit der Nebelmaterie für Licht- und Wärmestrahlen ist gleich derjenigen der Gase der Erdatmosphäre. 3. Die Schwächung der Gravitation in der Nebelmaterie erfolgt durch den Strahlungsdruck.

Wird die Schwächung der Gravitation in der Nebelmaterie durch den Strah-

---

[1]) Setzt man für r den Radius der Merkursbahn, so berechnet sich die mittlere Temperatur der Sonne bei homogener Dichte nach unserer obigen Formel zu $420000^0 : c$.

lungsdruck verursacht, so hat, solange die Masse der Sonne ihre eigene Strahlung durchläßt und auch die Planetenmassen durchstrahlbar sind, die Anziehung der Sonne und daher auch die Periheldistanz der Planeten noch nicht ihren gegenwärtigen Wert erreicht. Mit zunehmender Absorptionskraft der Sonne und der Planeten nimmt jedoch auch die Gravitation zu. Um den Betrag der Absorption, den ein Strahl im Innern einer Gasmasse erleidet, zu bestimmen, machen wir die durch Versuche gerechtfertigte Annahme[1]), daß sie nur von der Anzahl der Gasmolekeln, die der Strahl trifft, abhängt, daß also z. B. die homogene Erdatmosphäre von 8 km Höhe dieselbe Absorption bewirke wie die wirkliche, beträchtlich höhere, an Dichte aber abnehmende Atmosphäre. In diesem Falle wird, wenn δ die Dichte des Mittels bedeutet, die Absorption durch das Integral

$$\lambda = \int \delta \, d\varrho$$

bestimmt. Für die homogene Erdatmosphäre besitzt, wenn δ dimensionslos gewählt wird, λ den Wert $\lambda_e = 1{,}293 \cdot 10^{-3} \cdot 8\,\mathrm{km} = 10^{-2}\,\mathrm{km}$. Schreibt man $a = \lambda : \lambda_e$, so berechnet sich, da in der Erdatmosphäre die Absorption der Wärmestrahlen ungefähr die Hälfte, die der Lichtstrahlen ungefähr $^1/_5$ der ursprünglichen Intensität beträgt, der Transmissionskoeffizient für Wärmestrahlen aus der Gleichung $T_w = 0{,}5^a$, für Lichtstrahlen aus der Gleichung $T_l = 0{,}8^a$. Die homogen bis zur Neptunsbahn sich erstreckende Sonnenmasse hat die Dichte $5{,}6 \cdot 10^{-12}\,\mathrm{g/cm^3}$; der Radius der Neptunsbahn beträgt $4{,}5 \cdot 10^9$ km. Folglich ist in diesem Falle[2]) für einen aus dem Mittelpunkte der Sonne kommenden Strahl $a = 2{,}5$, $T_w = 0{,}18$, $T_l = 0{,}57$. Eine bis zur Jupitersbahn reichende Sonnenkugel hat den Radius $7{,}8 \cdot 10^8$ km und die Dichte $10^{-9}\,\mathrm{g/cm^3}$. Es würde daher schon eine geringe Verdünnung in den äußeren Schichten der Kugel genügen, um diese in beträchtlicher Dicke noch ebenso durchlässig zu machen wie die Erdatmosphäre. Ein in unmittelbarer Nachbarschaft der Sonnenkugel kreisender Planet muß, falls er sich bis zur Rocheschen Grenze ausdehnt, also seine maximale Erstreckung besitzt, eine wenigstens dreimal so große mittlere Dichte haben wie die Sonne (vgl. § 42). Ist die Dichte der Planeten nicht beträchtlich größer als die dreifache Sonnendichte, so werden sie daher bei der Kleinheit ihrer Masse für die Sonnenstrahlung nicht weniger durchlässig sein wie die Sonne selbst.

Wenn der Strahlungsdruck es ist, der in der Nebelmaterie die Gravitation schwächt, so muß er von dem Zeitpunkte an an Kraft verlieren, wo die Absorption der äußeren Sonnenschichten die Strahlung der inneren Massen zu verringern beginnt und die Absorption der Planetenmassen die Sonnenstrahlung nicht mehr in ihr Inneres eindringen läßt, die Strahlung also an Tiefenwirkung einbüßt und allmählich in eine bloße Oberflächenwirkung übergeht. Nach unserer Rechnung ist die Sonne bei einer Erstreckung bis zur Neptunsbahn noch ziemlich durchlässig. Falls die Dichte der Planeten nicht bedeutend größer als die mittlere Sonnendichte ist, vermag hiernach in einer bis zur Neptunsbahn reichenden Sonne der Strahlungsdruck die Gravitation merklich zu schwächen. Wenn sich die Sonne zur Zeit des ersten Periheldurchgangs Merkurs noch nicht bis ins Innere der gegenwärtigen Merkursbahn zurückgezogen hatte, wenn also vorausgesetzt werden muß, daß sie, da anderenfalls Merkur keinen freien Raum für seine Bewegung vorgefunden haben würde, noch nicht ihre ganze gegenwärtige

---

[1]) Vgl. Winkelmanns Handbuch der Physik, 2. Aufl., Bd. 3, S. 320ff.

[2]) Emden berechnet die Größe der Absorption auch für adiabatische Kugeln (Gaskugeln, XV. Kap., §§ 3—5). Er findet, daß für $\varkappa = {}^5/_3$ (einatomige Gase) die Absorption ungefähr 2,8, für $\varkappa = {}^7/_5$ (zweiatomige Gase) ungefähr 6,5mal so groß ist als im Falle homogener Dichte.

Anziehungskraft erlangt hatte, und wenn es außerdem gestattet ist anzunehmen, daß sich die Fallgeschwindigkeit der Sonnenmassen erst verlangsamte, als ihre mittlere Dichte größer als 10^{-12} g/cm³ geworden war, so folgt aus dem Gesagten, daß der Radius der Sonne zu der angegebenen Zeit wahrscheinlich kleiner als der der heutigen Neptunsbahn, vielleicht kaum größer als der der heutigen Jupitersbahn war. Wenn Merkur sich in der Nähe der Sonnenoberfläche bewegte, so würde, bis seine Bahn ihre jetzigen Dimensionen annahm, im ersten Falle eine nachträgliche Vergrößerung der Sonnenanziehung auf den 100-fachen, im zweiten Falle auf den 15-fachen Betrag stattgefunden haben.

Zum Schlusse wollen wir noch auf eine Möglichkeit hinweisen, die auch ohne die Annahme, daß zur Zeit des ersten Periheldurchgangs Merkurs die Sonne noch nicht ihre ganze gegenwärtige Anziehungskraft erlangt hatte, es erklären würde, daß die inneren Planeten sich jetzt in Räumen bewegen, die zu der angegebenen Zeit vielleicht noch mit Teilen der Sonnenmasse angefüllt waren.

Wenn die Kontraktion der äußeren Schichten der Sonne mit der Bahnverkleinerung der Planeten nicht gleichen Schritt hielt, so konnten die der Sonne benachbarten Planeten in diese Schichten hineingeraten und, durch den Widerstand derselben gezwungen, ihre Bahndimensionen noch weiter kräftig verkleinern. Verschiedene Ursachen bewirkten, daß die Existenz der Planeten durch den Widerstand nicht sonderlich gefährdet war. Zunächst erfolgte, wenn auch nicht mehr mit Fallgeschwindigkeit, die Kontraktion der Sonne immer noch verhältnismäßig schnell, solange die äußeren Schichten der Sonne in beträchtlicher Dicke noch einen größeren Teil ihres Wärmeinhalts durch Strahlung unmittelbar an den Weltraum abgeben konnten; zog sich das widerstehende Mittel, während die Planeten ihre Bahndimensionen verkleinerten, gleichfalls zurück, so waren diese seiner Einwirkung aber nur beschränkte Zeit ausgesetzt. Außerdem trat, als die Hauptmasse der Sonne sich in der Nähe ihres Mittelpunktes anhäufte, eine kräftige Rotationsbeschleunigung derselben ein, der die äußeren, als Atmosphäre zu bezeichnenden dünnen Schichten allmählich folgten, so daß Teile derselben vielleicht sogar Umläufe in freien Kreisbahnen ausführten (vgl. §§ 138 ff., 166). Um die große Exzentrizität der Merkursbahn zu erklären, müßte dann allerdings eine erst später zu rechtfertigende Annahme gemacht werden (vgl. § 146).

130. Zusammenfassung. In den vorhergehenden Paragraphen ist sowohl auf Grund der Annahme, daß im Nebel die Gravitation bereits in ihrem gegenwärtigen Betrage wirkte, als auch der anderen, daß dies nicht der Fall war, der Entwicklungsgang des Sonnensystems rekonstruiert worden. Doch zeigt sich zwischen beiden Annahmen ein wesentlicher Unterschied. Bei der ersten Annahme, daß im Nebel bereits die Gravitation wirkte, sind die Entwicklungsmöglichkeiten äußerst beschränkt. Von allen Gesetzmäßigkeiten und Eigentümlichkeiten des Systems muß in diesem Falle vorausgesetzt werden, daß sie schon im Nebelzustande völlig ausgebildet vorlagen. Dieses Resultat ist auch a priori zu erwarten. Denn wenn es nach dem Früheren ausgeschlossen ist, daß die Planeten Entwicklungsprodukte der Sonne sind, wenn vorausgesetzt werden muß, daß sie bereits im Urnebel als selbständige Massen existierten, und wenn außerdem feststeht, daß sie durch ein widerstehendes Mittel keine merkliche Einwirkung erfahren haben können, so müssen sie, falls sie im Nebel denselben Kräften unterlagen wie heute, von Anfang an mit den gegenwärtigen Gesetzmäßigkeiten und Eigentümlichkeiten, soweit diese nicht als säkulare Störungswirkung aufzufassen sind, begabt gewesen sein. Die erste Annahme überträgt hiernach die ganze gegenwärtige Ordnung des Systems schon auf den Urzustand. Wenn man sie akzeptiert, so verzichtet man also auf jede eigentliche Erklärung der Entwicklung des Systems.

Ganz anders liegen die Verhältnisse, wenn angenommen wird, daß im Nebel die Gravitation erst allmählich zur Geltung kam. In diesem Falle brauchen nur zwei der Gesetzmäßigkeiten, die übereinstimmende Bahnlage und die übereinstimmende Revolutionsrichtung, auch den Massen des Urnebels beigelegt zu werden. Setzt man voraus, daß der Urnebel ein Spiralnebel war, so lassen sich die genannten Eigenschaften zwanglos auf die bei Nebeln dieser Art vorliegenden besonderen Bewegungserscheinungen zurückführen. Die übrigen Gesetzmäßigkeiten des Systems ergeben sich dann bei der fortschreitenden Entwicklung des Systems in übersichtlicher Weise aus einfachen Voraussetzungen.

Hiernach verdient die zweite Annahme vor der ersten unbedingt den Vorzug. Wenn sie akzeptiert wird, so führt sie zu einer wichtigen Folgerung. Da eine Zunahme der Gravitation physikalisch glaubhaft gemacht werden kann, wenn der Gravitation entgegenwirkende Kräfte (Strahlungsdruck, elektrische Abstoßung) postuliert werden, diese Kräfte wegen ihres beschränkten Wirkungsbereiches bei Meteorkörperchen aber nur in geringem Maße zur Wirksamkeit kommen können, so darf geschlossen werden, daß die Urmasse des Sonnensystems nicht eine kosmische Staubwolke, sondern ein echter Nebel war. Auch die andere Annahme, daß eine Gravitationsvergrößerung aus dem Newtonschen Gravitationsgesetze hinzuzufügenden Korrektionsgliedern resultiere (vgl. § 117), würde bei Gasmassen einleuchtender als bei festen Körpern sein.

Zu diesen Gründen kommt als letzter und ausschlaggebender hinzu, daß die Meteoritenhypothese auf unüberwindliche mechanische Schwierigkeiten stößt (vgl. § 88 β, allgemeine Kritik der Meteoritenhypothese, Argument a, d, e, f, g, h) und mit zahlreichen Tatsachen unvereinbar ist (Argument b, c, i, k, l, m, n, o), während die Nebularhypothese (im engeren Sinne) allen Anforderungen in befriedigender Weise gerecht wird. Weil andere Erklärungsmöglichkeiten nicht vorhanden sind, so erhöht sich die Wahrscheinlichkeit dieser letzten Hypothese demnach fast zur Gewißheit; sie erscheint als notwendiges Postulat[1]).

Die Annahme, daß die Massen des Sonnensystems am Anfange der Entwicklung in Spiralwindungen angeordnet gewesen seien, liegt auch den Hypothesen von Chamberlin-Moulton, See und Arrhenius zugrunde. Im einzelnen ist hierüber jedoch folgendes zu bemerken. Für die Chamberlin-Moultonsche Hypothese ist die Annahme eines spiraligen Sonnenurnebels kein notwendiges Erfordernis. Sie hängt mit ihr nur äußerlich zusammen und könnte, ohne daß die Hypothese dadurch einer Stütze beraubt würde, fallen. Da sich die von der Sonne bei der Annäherung einer fremden Sonne ausgeschleuderten Massen, die sich nach der Meinung Moultons in zwei spiraligen Armen anordnen, mit planetarischen Geschwindigkeiten um das Anziehungszentrum bewegen, so würde ferner der Chamberlin-Moultonsche spiralige Sonnenurnebel, falls er wirklich zur Ausbildung gekommen wäre, mit den beobachteten Spiralnebeln nicht verglichen werden können; denn diese haben bis jetzt keine Massenverschiebungen in ihrem Innern erkennen lassen.

Für die Hypothesen von See und Arrhenius ist die Annahme

---

[1]) Wenn es feststeht, daß nur die Nebularhypothese in Verbindung mit der Hypothese der Gravitationsvergrößerung es ermöglicht, für die Entwicklung unseres Planetensystems eine befriedigende Erklärung aufzustellen, so darf diese Tatsache umgekehrt auch als ein Beweis der Zulässigkeit und Richtigkeit der letzten Hypothese betrachtet werden. Wir halten die Hypothese der Gravitationsvergrößerung für eine der fruchtbarsten der ganzen Astronomie und sind mit Campbell der Meinung, daß sie für unsere Einsicht in das Weltgeschehen noch eine ganz außerordentliche Bedeutung gewinnen werde (vgl. § 114). Die Hauptpunkte, zu deren Erklärung sie herangezogen werden kann oder muß, stellen wir noch einmal kurz zusammen:

1. Die relative Ruhe der Nebel im Weltraume (Campbell).
2. Das Anwachsen der Radialgeschwindigkeiten der Sterne mit ihrem Alter (Kapteyn und Campbell).
3. Die Form der (schneckenartig gewundenen) Spiralnebel.
4. Die große Ausdehnung der Nebel im Gegensatze zu der Kleinheit der Dimensionen der aus ihnen hervorgehenden Sternsysteme.
5. Die geringen Geschwindigkeiten der Nebelmaterie in den Nebeln im Gegensatze zu den großen Geschwindigkeiten der Sterne in den verbundenen Systemen (Doppel- und mehrfachen Sternen).
6. Die mit dem Alter fortschreitende Verdichtung der Sternhaufen (Strömgren und Drachmann, Publ. fra Kob. Obs. 1914, Nr. 16).
7. Der auf Grund der Gesetze des Strahlungsgleichgewichts sich ergebende innere Aufbau der Sterne (Eddington).
8. Die Entwicklung unseres Planetensystems.

eines spiraligen Urnebels von größerer Bedeutung. Beide führen in übereinstimmender Weise die geringen Bahnneigungen und die gleichartige Umlaufsbewegung der Planeten auf diese Annahme zurück. See setzt aber merkwürdigerweise nur bei den größeren Nebelmassen, aus denen sich die Planeten entwickeln, gleichsinnige Bewegungsrichtung voraus, während sich die feinen Nebelteilchen nach ihm in allen möglichen Richtungen bewegen. Er bedarf dieser Annahme, um ein widerstehendes Mittel zu gewinnen, in welchem die größeren Massen ihre anfangs mehr oder weniger exzentrischen Bahnen zu Kreisen abrunden. See gibt keine Gründe an, die das Bestehen einer derartigen Verschiedenheit einleuchtend machen könnten. Im Gegensatze hierzu setzt Arrhenius voraus (Werden der Welten, S. 158 ff., 193), daß die aus wirklichen Gasen bestehenden Spiralnebelmassen eine Art Rotationsbewegung, also eine gleichsinnige Bewegungsrichtung besitzen, daß die in die Nebel von außen eindringenden festen Meteormassen aber, die den Keim der späteren Planeten bilden, und deren Leuchten das kontinuierliche Spektrum der Spiralnebel erklärt, sich in allen möglichen Richtungen bewegen. Da die Größe der Meteormassen keinem Gesetze unterliegt, so besteht für sie nicht die Notwendigkeit, ihre Bahnen in Kreise umzuformen, ihre gegenseitigen Bahnneigungen auf kleine Werte zu reduzieren und sämtlich in demselben Sinne ihre Umläufe auszuführen. Die Gesetzmäßigkeiten des Planetensystems bleiben dann aber unerklärt. Da der Urnebel des Sonnensystems nach Arrhenius eine Erstreckung von vielleicht mehreren 1000 Neptunsweiten besaß, so ist ferner keine Ursache erkennbar, die das Zusammenschrumpfen des Systems bis zu den gegenwärtigen Dimensionen bewirken konnte.

Daß dem spiraligen Sonnennebel besondere Eigenschaften beigelegt werden müssen, damit das geringe Rotationsmoment der Sonne seine Erklärung finde, wird von See und Arrhenius übersehen. Der Chamberlin-Moultonschen Hypothese erwächst aus dem Mißverhältnis der Flächenmomente keine Schwierigkeit (man sehe jedoch § 96).

Am Schlusse unserer Darstellung der Entwicklung des Planetensystems wollen wir rückschauend eine Übersicht über die Erklärung geben:

Ein S-förmig gekrümmter Spiralnebel, dessen Massen sich in der Richtung der Spiralarme bewegen, zerfällt in Teile. Der zentrale Teil, dem die bei weitem größte Masse zukommt, und dessen Flächenmoment wegen der fast geradlinig nach dem Anziehungsmittelpunkte gerichteten Bewegung der Nebelmaterie sehr gering ist, verwandelt sich in die langsam rotierende Sonne. Aus den entfernteren Teilen des Nebels, die eine mehr seitliche Bewegung ausführen, entstehen die Planeten. Die Windungen des Nebels haben nur eine ebene seitliche Krümmung; daher sind die gegen-

seitigen Bahnneigungen klein. Bei der Zusammenballung der Massen wächst ihre Gravitation. Infolge davon verkleinern sich während der Zeit, die bis zum ersten Periheldurchgange verfließt, die Bahnexzentrizitäten und es vergrößern sich die relativen Abstände der Planeten. Als Ganzes schrumpft das System beträchtlich zusammen. Die Rotation der Planeten und die Schiefe der Achsen erklären sich aus der längs den Spiralarmen in besonderer Art sich ändernden Geschwindigkeitsverteilung bei den Nebelmassen.

Die Erklärung ist das kritische Ergebnis unserer gesamten vorhergehenden Untersuchungen und könnte daher, wenn es feststeht, daß jede andere Erklärungsmöglichkeit ausscheidet, mit dem Anspruche auftreten, als die richtige betrachtet zu werden. Soweit die 4 großen äußeren Planeten in Frage kommen, ist der Nachweis dafür zweifellos erbracht. Es muß aber darauf hingewiesen werden, daß für die 4 kleinen inneren Planeten die angegebene Lösung vorläufig noch nicht als die einzig mögliche gelten kann. Daß sich diese Planeten gemäß den Annahmen der Meteoritenhypothese aus diskreten, die Sonne umkreisenden Körperchen nicht gebildet haben können, ist allerdings gewiß; doch erscheint es, auch bei Beachtung unserer früher (vgl. § 78) dagegen erhobenen Einwände, als nicht ganz ausgeschlossen, daß sie gemäß den Annahmen der Laplaceschen Hypothese aus der Sonne entstanden seien. Wir werden im folgenden Kapitel zeigen, daß die Annahme, die regulären Monde seien aus den Atmosphären der Planeten hervorgegangen, sich einwandsfrei begründen läßt, wenn die Laplacesche Darstellung des Entwicklungsganges in einigen wesentlichen Punkten geändert wird. Da sich unsere früheren Einwendungen gegen die alte Fassung der Laplaceschen Erklärung richteten, so wäre es also immerhin möglich, daß sie bei der neuen Fassung gegenstandslos würden. Wenn die Schwierigkeiten aus dem Wege geräumt werden könnten und die Entwicklung der inneren Planeten auf Grund der Laplaceschen Hypothese sich erklären ließe, so würde die neue Erklärung zwar nicht mehr wie die vorgetragene, die für alle Planeten übereinstimmende Entwicklung vorsieht, den Charakter der Einheitlichkeit besitzen. Aber dies würde bei vorurteilsloser Betrachtung noch keinen Nachteil derselben bedeuten. Im Gegenteil müßte darauf aufmerksam gemacht werden, daß das Bestreben, für die Entwicklung der Glieder des Sonnensystems möglichst einheitliche Erklärungen zu suchen, das größte Hindernis gewesen ist, die richtige aufzufinden. Die Entwicklung unseres Sonnensystems war tatsächlich nicht ein so einfacher, übersichtlicher, in seinen Einzelheiten übereinstimmender Vorgang, wie die meisten Urheber von Kosmogonien geglaubt haben, und wie es bei einer oberflächlichen Betrachtung der Verhältnisse des Systems erscheint. Bei genauerer Prüfung zeigt sich, daß Monde und

Planeten nicht gleichartig behandelt werden können, daß die Monde wieder in reguläre und irreguläre zerfallen; warum soll es nicht auch reguläre und irreguläre Planeten geben? Könnten die tatsächlich vorliegenden Verschiedenheiten der physikalischen Verhältnisse der inneren und der äußeren Planeten (Masse, Dichte, Spektrum) nicht als Anzeichen ungleichartiger Entwicklung gedeutet werden? Wir werden erst später, nach der neuen Darstellung der Laplaceschen Hypothese, entscheiden können, ob diese Annahme gemacht werden dürfe (vgl. § 145), wollen aber schon jetzt vorweg nehmen, daß das Ergebnis negativ lautet. Die in den vorhergehenden Paragraphen enthaltene Darstellung der Entwicklung des Planetensystems hat daher als die einzig mögliche zu gelten.

Zweiter Abschnitt.

Offenes System.

131. Der Urnebel. Wenn man annimmt, daß sich das Sonnensystem als offenes System entwickelt habe, so sind alle Hypothesen, in denen die Sonnenmasse als ein in der Entwicklung bereits ziemlich weit fortgeschrittener Weltkörper, als *Stern*, vorausgesetzt wird, nach dem Früheren (vgl. §§ 95—105) nicht geeignet, für die Gesetzmäßigkeiten des Systems eine befriedigende Erklärung zu geben. Noch nicht im einzelnen diskutiert ist die Möglichkeit, daß auf den *Urnebel* des Sonnensystems fremde Kräfte einwirken.

Nach den neuesten Forschungen schreitet die Sonne in derselben Richtung wie mehrere benachbarte Sterne durch den Weltraum fort; sie wandert auf der großen Heerstraße der Sterne, die in ihrer Nähe das Milchstraßensystem durchquert[1]). Wenn man aus dieser Tatsache schließen wollte, daß die Sonne mit den genannten Sternen ein durch innere Kräfte verbundenes System bilde, so würde man jedoch zu weit gehen. Es kann keinem Zweifel unterliegen, daß die aus der gegenseitigen Anziehung dieser Sterne resultierende Einwirkung gegenüber derjenigen, die von der Gesamtheit der übrigen, das Milchstraßensystem bildenden Sterne ausgeht, verschwindend klein ist, daß die Sterne daher nicht dauernd einander benachbart bleiben können, sondern wie fremde Wanderer, die zufällig dieselbe Straße ziehen, sich zusammenfinden und wieder trennen. Die Sonne würde hiernach als ein selbständiger Stern zu betrachten sein. Unsere Voraussetzung, daß das Sonnensystem zur Zeit seiner Bildung ein offenes System gewesen sei, verlangt dann aber, daß der von außen einwirkende fremde Körper seinen Einfluß

[1]) Vgl. H. Kobold, Der Bau des Fixsternsystems, 3. Abschnitt, 3. — K. Schwarzschild, Das System der Fixsterne, III. Vortrag.

nur beschränkte Zeit ausgeübt habe, also nur vorübergehend dem Sonnennebel benachbart gewesen sei. Wird er als Stern vorausgesetzt, so liegt nur die eine Möglichkeit vor, daß er sich dem Sonnennebel genähert und wieder von ihm entfernt habe. Nach dem Früheren (vgl. § 106) ist es jedoch ausgeschlossen, daß seine Einwirkung auf den Sonnennebel, einerlei, ob er diesen durchschritt oder nur in seiner Nähe vorbeieilte, die Ausbildung der Gesetzmäßigkeit des Planetensystems bewirken konnte. Es bleibt nur noch die eine Möglichkeit, daß der fremde Körper als *Nebel* Einfluß auf den Sonnennebel ausübte. Wenn eine Annäherung der beiden Nebel und spätere Entfernung erfolgte, so unterscheidet sich diese Annahme nur unwesentlich von der vorhergehenden. Bei zwei Nebeln kann aber auch der Fall eintreten, daß sie ursprünglich ein *einziges System* bilden und sich erst später trennen.

Daß zwei ein einziges System bildende Massen sich trennen, ist nur möglich, wenn die in dem System wirkenden Gravitationskräfte Änderungen erleiden. Die Annahme, daß sich das Sonnensystem als offenes System entwickelt habe, setzt also die Kapteyn-Campbellsche Hypothese voraus, daß die Gravitation im Nebel erst allmählich zur Ausbildung gelange.

Wenn ein großes Nebelsystem gleichmäßig in seiner Entwicklung fortschreitet, so werden die aus den einzelnen Teilen sich bildenden Sterne, falls ihre gegenseitige Gravitation wächst, einander genähert werden; es wird also ein Sternhaufen entstehen. Entwickeln sich aber die einzelnen Teile des Nebels nacheinander, so werden die Sterne durch den Einfluß der Gravitation der übrigen Sterne des Milchstraßensystems auseinandergezogen. Dies ist z. B. wahrscheinlich bei dem Orionnebel der Fall. Von den Astronomen wird fast allgemein angenommen, daß mehrere Sterne des Orionsternbildes, die als Heliumsterne sich noch in einem frühen Entwicklungsstadium befinden, mit dem Nebel in enger Beziehung stehen, d. h. aus Nebelteilen entstanden sind. Während der Nebel selbst im Weltraume in Ruhe verharrt, betragen die individuellen Geschwindigkeiten der Sterne bereits einige Kilometer; sie werden also dem Verbande des Nebels allmählich entzogen werden und selbständig ihre Bahn durch den Weltraum verfolgen. Da unsere Sonne einem engeren Sternsystem nicht anzugehören scheint, so nehmen wir, um unsere Voraussetzung, daß das Planetensystem sich als offenes System entwickelt habe, festhalten zu können, an, daß *sie aus einem Teilnebel eines größeren Nebels entstanden sei, sich aber,* ähnlich wie die Orionsterne, *früher als die übrigen Nebelteile ausgebildet und infolgedessen aus dem Verbande des Nebels allmählich gelöst habe.*

Im Innern der größeren Nebelmasse befand sich der Sonnennebel nicht in Ruhe. Die gegenseitigen, wenn auch geringen, Gravitationswirkungen zwangen ihn, sich fortschreitend zu bewegen. Die einfachste Annahme wäre, daß *der Nebel nur aus zwei Teilen bestand, einem Teile, der die Hauptmasse des Nebels in sich schloß, und dem Sonnennebel.* In diesem Falle mußte der Sonnennebel um den Hauptnebel eine elliptische Bahn beschreiben.

Welche Gestalt besaß nun der Sonnennebel als Teil des größeren Nebelsystems? Wenn er selbst wieder in Teile zerfallen sollte, so liegt es am nächsten, ihm, wie es früher geschah, eine *langgestreckte, streifenartige Gestalt* beizulegen. Man könnte geneigt sein, sich das größere System als einen mehrfach gewundenen Spiralnebel, nach der Art des Spiralnebels in den Jagdhunden, vorzustellen, und den Sonnennebel als ein Stück seiner zahlreichen, kreisbogenförmigen Windungen aufzufassen.

Die Annahme, daß sich das Sonnensystem aus einem bogenförmigen Nebelstreifen als *geschlossenes* System entwickelt habe, stimmt mit der früheren Annahme überein, daß das Sonnensystem aus einem mäßig gekrümmten Spiralnebel hervorgegangen sei. Auf Grund dieser Annahme war es möglich, den Entwicklungsgang des Systems zu rekonstruieren. Alles, was damals gesagt worden ist, läßt sich, mit unwesentlichen Änderungen, auch auf die Annahme, daß sich ein streifenförmiger Sonnennebel als *offenes* System entwickelt habe, übertragen. An zwei Stellen, bei der Erklärung der kleinen Bahnneigungen und der Revolutions- und Rotationsmomente, vermag die letzte Annahme aber mehr zu leisten als die frühere[1]). Diese beiden Punkte sollen daher noch etwas näher erörtert werden.

132. Die Neigungen der Planetenbahnen und die Rotation der Planeten und der Sonne. Wenn der Sonnennebelstreifen, der Anziehung der größeren Nebelmasse Z folgend, eine Bahn um Z beschrieb, so ist die einfachste Voraussetzung über die Art seiner Bewegung die, daß er sich, in ähnlicher Weise wie die jetzt um die Sonne eilenden Sternschnuppenschwärme, in seiner eigenen Richtung weiterschob. In diesem Falle besaß er nur eine ebene, keine räumliche Krümmung. Zerfiel er später in mehrere Teile, so mußten die Bahnebenen sämtlicher Teilmassen sehr nahe zusammenfallen. *Die geringen gegenseitigen Bahnneigungen,* die früher durch ein Postulat ihre Erklärung finden mußten (vgl. § 121), *sind jetzt eine einfache Folge der in ebener Bahn stattfindenden Bewegung des Nebelstreifens um Z.*

---

[1]) Ein anderer Vorzug der obigen Annahme liegt darin, daß sie erlaubt, die Entwicklung des Sonnensystems mit der Entwicklung anderer Sterne in Zusammenhang zu bringen. Es ist denkbar, daß der Sonnennebel als Teil zu einem weit größeren Nebel gehörte, der vielleicht das ganze Milchstraßensystem umfaßte (vgl. § 116).

Wenn sich der Streifen als Ganzes in elliptischer Bahn bewegt, so haben die Teilchen seiner inneren, dem Zentrum Z benachbarten Seite eine kleinere lineare Geschwindigkeit als die Teilchen der äußeren Seite. Zerfällt er in mehrere Teile, so kehren diese dem Zentrum Z stets dieselbe Seite zu; sie rotieren demnach in derselben Richtung, in der sie ihren Umlauf um Z ausführen. Da die auf die Sonne als Mittelpunkt bezogene Revolutionsrichtung der Planeten ihrer gemeinsamen Revolutionsrichtung um Z entspricht, so bildet sich also bei der Sonne und den Planeten eine in demselben Sinne wie ihre Umlaufsbewegung stattfindende Rotationsbewegung aus.

Wenn die Sonne und die Planeten ihre Rotationsbewegung in übereinstimmender Weise dem Überschuß verdanken, um den die lineare Geschwindigkeit der dem Zentrum Z abgewandten Teilchen des Streifens die der inneren Teilchen übertrifft, so versteht es sich von selbst, daß *das Rotationsmoment der Sonne nur mit den Rotationsmomenten der Planeten, nicht aber mit den Flächenmomenten ihrer Umlaufsbewegung in Beziehung gebracht werden darf.*

Die Winkelgeschwindigkeit, mit der sich die Teilchen des Streifens infolge ihrer verschiedenen linearen Geschwindigkeit umeinander bewegen, sei Ω. Schieben sich nach dem Zerfallen des Streifens die Teilstücke in übereinstimmender Weise längs der Streifenachse zusammen und runden sich dabei zu Kugeln ab, so behalten diese, falls ihr Durchmesser $2\,P'$ dem Durchmesser $2\,P$ des Streifenteils, aus dem sie entstanden, proportional bleibt, gleiche Rotationsgeschwindigkeit Ω'. Wenn das Dichtegesetz der inneren Massenverteilung bei allen Massen dasselbe ist, so nimmt bei gleichmäßiger Volumverkleinerung die Rotationsgeschwindigkeit in gleichem Verhältnisse zu. Die Rotationsgeschwindigkeit der Sonne und der Planeten ist hiernach, unter den oben angegebenen Voraussetzungen, von ihrer Masse ganz unabhängig und wird allein durch die Dicke des Streifenteils, aus dem sie hervorgingen, bestimmt. Die gegenwärtigen Werte des Radius und der Rotationsgeschwindigkeit eines Planeten seien ϱ und ω; dann ist nach dem Flächensatze $P'^2\,\Omega' = \varrho^2\,\omega$. Bezeichnet man die auf die Sonne sich beziehenden Werte mit dem Index 1, so erhält man also, da $\Omega' = \Omega'_1$ ist,

$$\left(\frac{P'}{P_1'}\right)^2 = \left(\frac{P}{P_1}\right)^2 = \left(\frac{\varrho}{\varrho_1}\right)^2 \frac{\omega}{\omega_1}.$$

Setzt man in dieser Gleichung die für die einzelnen Planeten und die Sonne geltenden Zahlenwerte ein, so findet man für Venus $P : P_1 = 0{,}046$, für die Erde 0,047, für Mars 0,025, für Jupiter 0,83, für Saturn 0,66 (für Uranus 0,28, für Neptun 0,18). Hieraus geht hervor, daß die Jupiters- und die Saturnsmasse fast die ganze Breite des Streifens wie die Sonnenmasse einnahmen, daß er aber an der Stelle der kleinen

Planeten, falls diese nicht, wie Merkur, durch die spätere Flutwirkung der Sonne eine beträchtliche Verlangsamung ihrer Rotation erlitten, eine merkliche Einschnürung aufwies. Da Sonne, Jupiter und Saturn, bei ungefähr gleicher Dicke und wahrscheinlich nicht unverhältnismäßig verschiedener Länge ihres Streifenanteils, sehr verschiedene Masse besitzen, so folgt gleichzeitig, daß der Streifen mehr in der Dichte als in der Dicke variierte.

3. Kapitel. Die Entwicklung der Monde.

I. Die regulären Monde.

133. Vorbemerkung. Die zwischen dem Planetensystem und den regulären Mondsystemen bestehenden Ähnlichkeiten sind bei fast allen früheren Erklärungsversuchen der Anlaß gewesen, daß die Erklärung des Planetenursprungs ohne weiteres auf die Monde übertragen wurde. Dies trifft zu bei den Hypothesen von Kant, Laplace, Ligondès, See, Belot; eine Ausnahme bietet die Hypothese von Chamberlin-Moulton. Aus den Erörterungen des analytischen Teiles geht jedoch hervor, daß die Analogie nur eine scheinbare, äußerliche ist, und daß eine die Entwicklung der Planeten und der Monde in gleicher Weise umfassende Erklärung unmöglich ist. Auf diese Tatsache muß mit allem Nachdruck hingewiesen werden; denn die äußerlichen Ähnlichkeiten zwischen den Systemen (übereinstimmende Bahnlage, gleiche Revolutionsrichtung, geringe Bahnexzentrizitäten) sind so bestechend, und die inneren wesentlichen Unterschiede (Verhältnis der Flächenmomente der Planeten und der Monde zu den Rotationsmomenten des zentralen Körpers, Neigung der Bahnen gegen die Äquatorebene desselben) zum Teil so verborgen, daß man bei oberflächlicher Betrachtung, gleiche Wirkungen auf gleiche Ursachen zurückführend, immer wieder Gefahr läuft, für sie den gleichen Entwicklungsgang vorauszusetzen.

Im analytischen Teile ergab sich, daß die bei den regulären Monden anzutreffenden Gesetzmäßigkeiten auf keine Weise das Produkt einer erzwungenen Entwicklung sein können, und daß daher alle Erklärungsversuche, außer der Laplaceschen Erklärung, nach welcher sich die Monde von den Planeten abtrennten und bereits bei ihrer Geburt spontan mit jenen Gesetzmäßigkeiten ausgestattet wurden, versagen. Wir haben aber früher gezeigt (vgl. § 90), daß auch die Laplacesche Erklärung, trotzdem man einräumen muß, daß sich die bei den regulären Monden anzutreffenden Gesetzmäßigkeiten auf sehr einfache Weise aus ihr ergeben, so viele Schwierigkeiten und mechanische Unmöglichkeiten in sich schließt, daß sie, wenigstens in der vorliegenden

Form, nicht richtig sein kann. Über den Vorgang der Abtrennung und der Zusammenballung der Monde spricht sich Laplace nicht aus. Poincaré versucht es (a. a. O. Nr. 20 ff.), die Vorgänge analytisch zu behandeln und dadurch der Laplaceschen Erklärung einen wissenschaftlichen Halt zu geben. Aber seine Untersuchungen über die Entstehung, Stabilität und das Zerfallen der Ringe behandeln nur nebensächliche Punkte; die Haupteinwände gegen die Laplacesche Erklärung werden von ihnen gar nicht berührt. Die Erörterung der Entwicklungsmöglichkeiten der Monde führt daher zu einem Dilemma. Um ihm zu entgehen, gibt es nur einen Ausweg. Es ist zu untersuchen, ob die gegen die Laplacesche Erklärung zu erhebenden Einwände vielleicht mehr argumenta ad hominem als ad rem sind, ob sie die Erklärung in ihrem eigentlichen Kerne vielleicht gar nicht treffen, sondern sich nur auf nebensächliche Punkte beziehen, ob vielleicht nur die Laplacesche Fassung der Erklärung zurückzuweisen, ihre Grundvoraussetzung aber beizubehalten ist. Hierüber Klarheit zu verschaffen, wird die Hauptaufgabe der folgenden Paragraphen sein.

Erster Abschnitt.

Die physikalischen Verhältnisse der Planeten zur Zeit der Entwicklung der Monde.

134. Inneres Dichtegesetz der Planetenmassen. Es versteht sich von selbst, daß die Planetenmassen ebensowenig, wie sie es jetzt sind, in ihren früheren Entwicklungsstadien gleichmäßig dicht waren. Bei homogener Dichte würden die Planeten, da die Rotationsgeschwindigkeit nach dem Flächensatze dem Quadrate des Radius umgekehrt proportional ist, zur Zeit ihrer Erstreckung bis zu den Mondbahnen viel zu langsam rotieren, um am Äquator Massen zur Abschleuderung bringen zu können. Für Jupiter und Saturn findet man z. B., wenn man berücksichtigt, daß bei diesen großen und noch jugendlichen Planeten während der ganzen letzten Entwicklungszeit eine merkliche Verringerung des Rotationsmomentes durch Gezeitenreibung nicht stattgefunden haben kann, daß sie zu der Zeit, wo ihr Radius gleich dem Radius der Bahn des innersten Mondes war, ihre Rotation in mehr als 60 bzw. 90 Stunden ausgeführt haben würden, während die betr. Monde schon in 12 bzw. 23 Stunden ihren Umlauf vollenden.

Bestanden die Planeten aus einer einzigen Gasart, so mußte ihr innerer Wärmezustand zwischen dem isothermen, der sich, durch Wärmeleitung, allmählich ausbildet, wenn keine oder nur geringe Wärmeausstrahlung stattfindet, und dem adiabatischen, bei dem, infolge großer Wärmeausstrahlung, durch Konvektionsströme ein kräftiger innerer Wärmeaustausch bewirkt wird, schwanken (vgl. Poincaré, a. a. O. Nr. 26). Beim isothermen Gleichgewichte ist die Dichte δ in etwas größerer Entfernung vom Mittelpunkte näherungsweise dem Quadrat des Radius umgekehrt proportional (vgl. Emden, Gaskugeln, 9. Kap., § 8). Bedeutet J′ das Trägheitsmoment, ϱ_0 den Radius des Planeten, δ_0 die Dichte seiner Grenzschicht, und schreibt man

$$\delta = \left(\frac{\varrho_0}{\varrho}\right)^2 \delta_0,$$

so folgt aus den Gleichungen

$$J' = \frac{8\pi}{3}\int_0^{\varrho_0} \varrho^4 \delta \, d\varrho, \quad m = 4\pi \int_0^{\varrho_0} \varrho^2 \delta \, d\varrho,$$

$$J' = {}^2/_9\, m\, \varrho_0^2 .$$

Bezeichnet man das Trägheitsmoment einer gleich großen homogenen Kugel mit J, so ist also

$$J' = {}^5/_9\, J .$$

Gemäß der Gleichung $J\,\omega = J'\,\omega'$ würde hiernach die Rotationsgeschwindigkeit bei isothermem Gleichgewichte noch nicht doppelt so groß sein als im Falle homogener Dichte.

Nicht viel günstiger liegen die Verhältnisse im Falle adiabatischen Gleichgewichts. Mit Hilfe der von Ritter[1]) und Emden[1]) bestimmten Werte der Dichte adiabatischer Kugeln ergibt sich für ihr Trägheitsmoment J′, falls sie sich aus einem zweiatomigen Gase aufbauen ($\varkappa = {}^7/_5$)[2]), durch approximative Integration

$$J' = {}^1/_3\, J.$$

Bei adiabatischem Gleichgewichte würden hiernach die Planeten 3 mal so schnell rotieren, als wenn sie bei gleichem Radius homogene Dichte hätten. Man überzeugt sich leicht, daß auch diese Rotationsgeschwindigkeiten noch beträchtlich kleiner sind als die Revolutionsgeschwindigkeiten der im Planetenäquator laufenden Monde. Jupiter und Saturn z. B. würden zur Zeit ihrer Erstreckung bis zu den innersten Mondbahnen mehr als 20 bzw. 30 Stunden für ihre Rotation gebraucht haben, während die Umlaufszeiten der Monde nur 12 bzw. 23 Stunden betragen. Die Unterschiede zwischen den Revolutions- und den Ro-

---

[1]) Ann. d. Phys. u. Chemie, Bd. V, 1878; Gaskugeln, 5. Kap., § 9, Tabelle 6.

[2]) Wird angenommen, daß die Planeten aus einem dissoziierten einatomigen Gase bestehen ($\varkappa = {}^5/_3$), so erlangt J', da in diesem Falle die Mittelpunktsdichte nur das 6-fache der mittleren Dichte beträgt (Emden, a. a. O., 5. Kap., § 9, Tab. 4), einen größeren Wert; man findet $J' = 0{,}57$ J. Die Rotationsgeschwindigkeit einer solchen Kugel nähert sich also der einer homogenen Kugel.

tationszeiten werden übrigens um so größer, je weiter die Monde entfernt sind, da die Rotationszeiten dem Quadrat, die Umlaufszeiten aber der Potenz $^3/_2$ des Radiusvektors proportional sind.

Da es nach dem Gesagten weder erlaubt ist, bei den Planeten die isotherme noch die adiabatische Dichteverteilung vorauszusetzen, so folgt, daß sie nicht aus einem einzigen Gase bestanden haben können. Setzten sie sich aus verschiedenen Gasen zusammen, so war es natürlich, daß sich *die schwereren um das Zentrum gruppierten, hier eine dichtere Kernmasse bildeten und von den leichteren als einer Art Atmosphäre umgeben wurden.* Bei dieser Art der Massenverteilung konnte die Rotationsgeschwindigkeit der Planeten so groß werden, daß über dem Äquator Massen zur Abschleuderung gelangten.

Wie werden im folgenden der Einfachheit halber voraussetzen, daß die Masse der Atmosphäre nur einen Bruchteil der Kernmasse betrage und ihr gegenüber zu vernachlässigen sei.

135. Temperatur und Dichte der Planetenatmosphären. Bei der Kritik der Laplaceschen Hypothese zeigte sich (vgl. § 90), daß, falls auf die Planetenatmosphären zur Zeit der Abtrennung der Monde die Gasgesetze Anwendung fänden, für die Oberflächentemperaturen einiger Planeten, einerlei ob adiabatisches oder in den unteren Schichten isothermes Gleichgewicht vorlag, sehr hohe Werte vorauszusetzen wären. Damit sich eine Wasserstoffatmosphäre bei adiabatischem Gleichgewicht bis zur Bahn des Mondes V erstreckte, müßte Jupiter eine Oberflächentemperatur von 40 000° C haben; damit die Saturnatmosphäre bis zur Cassinischen Trennung reichte, müßte die Oberflächentemperatur Saturns 12 000° C betragen. War der Wasserstoff mit schwereren Gasen gemischt, so vergrößern sich die Temperaturen noch beträchtlich.

Da die auf Grund der Strahlungsgesetze zu berechnenden sog. effektiven Temperaturen[1]) der Sterne nach Scheiners Messungen durchschnittlich nur einige 1000° betragen und selbst bei den heißesten Sternen 15 000° kaum übersteigen, da außerdem nicht angenommen werden darf, daß die Planeten fast während der ganzen Zeit, in welcher Monde zur Abtrennung gelangten, ihre maximale Temperatur beibehielten, so scheint die Laplacesche Erklärung durch die Höhe der erforderlichen Oberflächentemperaturen ernstlich gefährdet zu

[1]) 6000° C ist die effektive Sonnentemperatur, d. h. die Temperatur, die die Sonne besitzen müßte, wenn sie ebenso gut strahlen sollte wie ein vollkommen schwarzer Körper. Da das Strahlungsvermögen der Sonne hinter dem des schwarzen Körpers zurückbleiben wird, so ist ihre wirkliche Oberflächentemperatur höher anzusetzen als 6000° C. Über die Größe der Differenz lassen sich keine Schätzungen machen; doch dürfte der Unterschied nur einen Bruchteil des angegebenen Wertes betragen.

sein. Die Schwierigkeit läßt sich jedoch beseitigen. Zunächst und in erster Linie ist zu beachten, daß die berechneten Temperaturen die Oberflächentemperaturen der Planeten**kern**massen bedeuten und als solche beträchtlich höher sein können als die effektiven Temperaturen der Sterne; denn bei der ungeheuren Höhe der Atmosphäre, die den Radius der Planetenkernmasse übertrifft, hat die Temperatur am Grunde der Atmosphäre schon als Temperatur des Planeten**innern** zu gelten, und es darf mit großer Wahrscheinlichkeit angenommen werden, daß ihre effektive Strahlungskraft infolge der Absorptionswirkung der mächtigen Atmosphäre nur noch einen Bruchteil der ursprünglichen beträgt. Außerdem läßt sich an einem Beispiel zeigen, daß die Voraussetzung der uneingeschränkten Gültigkeit der Gasgesetze bei den vorliegenden hohen Temperaturen wahrscheinlich nicht mehr aufrecht erhalten werden kann. Das Beispiel liefert die als Chromosphäre bezeichnete Sonnenatmosphäre. Sie besteht, wie ihr Spektrum ausweist, größtenteils aus Wasserstoff und besitzt eine Höhe H von ungefähr 10 000 km. Wird zunächst angenommen, sie befinde sich in adiabatischem Gleichgewicht, so kann, da ihre Höhe nur $^1/_{70}$ des Sonnenradius beträgt, in der adiabatischen Gleichung

$$A\, c_p\, d\vartheta = -\gamma\, dh$$

γ als konstant betrachtet werden. Bezeichnet K die Konstante des **Boyle-Mariotte**schen Gesetzes, so läßt sich $A\, c_p$ durch $\frac{\varkappa}{\varkappa - 1} K$ ersetzen, und man erhält durch Integration

$$\vartheta_0 - \vartheta = \frac{\varkappa - 1}{\varkappa} \gamma \frac{h}{K}.$$

Für eine Atmosphäre aus zweiatomigem Wasserstoff ($\varkappa = {}^7/_5$, $K = 4{,}15 \,.\, 10^7\ \mathrm{cm^2\,sec^{-2}}$) ergibt sich hieraus, wenn man $h = H = 10\,000$ km setzt, $\vartheta_0 = 190\,000^0$ C. Für einatomigen Wasserstoff erhält man $\vartheta_0 = 130\,000^0$ C. In Wirklichkeit beträgt die effektive Temperatur der Sonne aber nur 6000^0 C; dies ist noch nicht der 30. bzw. 20. Teil der berechneten Werte. Hieraus geht hervor, daß bei der Chromosphäre von adiabatischem Gleichgewichte nicht die Rede sein kann.

Wenn aus dem kontinuierlichen Spektrum der die Chromosphäre umhüllenden Korona geschlossen werden darf, daß in ihr noch feste Teilchen im Glühzustande anzutreffen sind, jenseits der Chromosphäre also noch eine Temperatur von mehr als 1000^0 herrscht, so kann die Temperatur der Chromosphäre in erster Näherung als gleichförmig betrachtet werden. Für eine isotherme Atmosphäre gilt die einfache barometrische Höhenformel. Bezeichnet h_0 die Höhe der sog. homogenen

Atmosphäre, y die Dichte in der Höhe h, y_0 die Dichte am Grunde der Atmosphäre, so ist (vgl. Emden, a. a. O, XVII. Kap., § 3)

$$\log \frac{y}{y_0} = -\frac{h}{h_0}.$$

h_0 ist der Temperatur direkt, der Dichte des Gases und der Beschleunigung durch die Schwere umgekehrt proportional. Für die aus Luft von der Temperatur $\vartheta = 273^0$ bestehende Erdatmosphäre ist $h_0 = 8$ km, für die aus zweiatomigem Wasserstoff von der Temperatur ϑ bestehende Sonnenatmosphäre also, da die Beschleunigung durch die Schwere auf der Sonne das 28-fache derjenigen auf der Erde und die Dichte der Luft das 14,5-fache der des Wasserstoffs beträgt,

$$h_0 = \frac{8 \cdot 14{,}5\, \vartheta}{273 \cdot 28} \text{km} = \frac{\vartheta}{66} \text{km}.$$

Setzt man $h = 10\,000$ km, so folgt $\log \frac{y_0}{y} = 110$, oder $y_0 = y \,.\, 10^{48}$. Für dissoziierten, einatomigen Wasserstoff erhält man $y_0 = y \,.\, 10^{24}$. Da die mittlere Dichte der Sonne das 1,4 fache der Dichte des Wassers beträgt, so ist y_0 gewiß nicht größer als 1. Nach unserer Rechnung würden dann die oberen Schichten der Chromosphäre die Dichte 10^{-48} oder 10^{-24} [1]) besitzen. Es ist aber gänzlich ausgeschlossen, daß ein Gas mit der unvorstellbar geringen Dichte von 10^{-48} oder 10^{-24} selbst in Tausenden von km Dicke sich unseren Sinnen noch bemerkbar machen könnte. Im letzten Falle, bei der Dichte 10^{-24}, würden in 1 cbm nur 50 Atome vorhanden sein, und in $^5/_6$ der Chromosphärenhöhe (Dichte $= 10^{-20}$) jedem Atom noch 2 ccm zur Verfügung stehen.

Da unter der Voraussetzung, daß die Gasgesetze uneingeschränkte Gültigkeit besitzen, sowohl die Anwendung der Formeln des adiabatischen als auch des isothermen Gleichgewichts auf die Chromosphäre zu Resultaten führt, die mit den Beobachtungen unvereinbar sind, und da diese Gleichgewichtszustände alle sonst möglichen begrenzen, so folgt entweder, daß die Gase der Atmosphäre dem Boyle-Mariotteschen Gesetze nicht unterliegen[2]), oder daß noch andere bisher

---

[1]) Dies Resultat entspricht ungefähr dem Werte, den Emden auf Grund der Voraussetzung eines sehr langsamen Temperaturabfalls (Polytrope $n = 3599$) für $R + 0{,}01\, R$, d. h. für eine Atmosphärenhöhe von 7000 km, bestimmt (a. a. O. Tabelle 32).

[2]) Auch Emden macht mehrfach darauf aufmerksam, daß bei den im Innern der Weltkörper vorliegenden Drucken und Temperaturen die auf Grund der Gasgesetze hergeleiteten Gleichungen ihre Bedeutung verlieren. Er betrachtet sie dann nur noch als Symbole (vgl. a. a. O., 6. Kap., § 2 A; 19. Kap., § 10). W. H. Julius legt bei einer Untersuchung über die Brechung des Lichtes in der Sonnenatmosphäre die Voraussetzung, daß die Dichte der Sonnengase nach dem

nicht beachtete Kräfte ins Spiel kommen. Was die erste Möglichkeit angeht, so ist durch Laboratoriumsversuche bereits nachgewiesen, daß die Gase Abweichungen vom Boyleschen Gesetze erkennen lassen, und daß bei mittleren Temperaturen und Drucken die Van der Waalssche Formel bessere Werte liefert. Für sehr hoheDrucke versagt aber auch diese Formel. Während sich nach der Van der Waalsschen Formel die Gase etwas mehr zusammendrücken lassen, als das Mariottesche Gesetz verlangt, zeigen sie bei sehr hohen Drucken das umgekehrte Verhalten. Ihre Dichte nimmt bedeutend langsamer zu, als der Druck wächst. Wie sich die Gase bei sehr hohen Temperaturen verhalten, ist nicht bekannt. Bis jetzt war es nur möglich, bis ungefähr 1500° C die Art ihrer Ausdehnung experimentell zu verfolgen[1]). Bei Wasserstoff und Helium versagen die Messungsmethoden sogar schon bei ungefähr 1000°. Durch die Versuche ist festgestellt worden, daß die Dichte der Gase von 0°—100° C etwas schneller wächst, als das Boylesche Gesetz verlangt, daß sie dann aber das umgekehrte Verhalten zeigen und sich weniger komprimieren lassen als das ideale Gas. Durch die experimentelle Untersuchung wird also unsere, aus der Höhe der Sonnenchromosphäre gezogene Folgerung bestätigt. Das Experiment läßt ferner erkennen, daß die Abweichungen vom Boyleschen Gesetze um so größer werden, je höher die Temperaturen sind. Auch bei den höchsten, der Beobachtung zugänglichen Temperaturen sind die Abweichungen zwar noch verhältnismäßig klein; es ist aber sehr wohl denkbar, daß die Gase bei noch höheren Temperaturen ein ähnliches Verhalten zeigen wie bei sehr hohen Drucken. Für den wissenschaftlichen Charakter der Erklärung würde es jedoch mißlich sein, wenn sie diese Annahme unumgänglich erfordern sollte; denn Mutmaßungen darüber, welche Beträge die Abweichungen vom Boyleschen Gesetze bei sehr hohen Temperaturen erreichen, werden wegen der Schwierigkeiten ihrer experimentellen Bestätigung kaum jemals ihres problematischen Charakters gänzlich entkleidet werden können.

Wahrscheinlicher ist die zweite Annahme, daß auch in der Sonnenatmosphäre das Boylesche Gesetz ohne große Abweichungen gültig sei, daß aber noch andere Kräfte ins Spiel kommen, die die Rechen-

---

Mittelpunkte hin weit langsamer zunehme, als es die Gravitation erfordere, ebenfalls als zulässig zugrunde (Physik. Zeitschr., 15. Jahrg., Nr. 1, 1914). Endlich gelangt auch G. Gouy zu dem Schlusse, daß sich in der Sonnenatmosphäre die Gase zu weit größeren Höhen erheben, als es unter der Wirkung der Gravitation der Fall sein dürfte, und gibt dafür den der Gravitation entgegenwirkenden Strahlungsdruck als mögliche Ursache an (Comptes rendus, Bd. 157, Nr. 23, 1913).

[1]) G. K. Burgeß und H. Le Chatelier, Die Messung hoher Temperaturen. Jul. Springer, Berlin 1913.

resultate wesentlich beeinflussen. Neuere Untersuchungen Eddingtons (vgl. § 117) zeigen, daß im Innern gasförmiger Sterne der Strahlungsdruck die Expansion der Gase kräftig unterstützt. Dann ist die Annahme berechtigt, daß er auch in der Sonnenatmosphäre der Gravitation entgegenwirkt und dadurch ihre abnorme Höhe verursacht.

Man erkennt übrigens leicht, daß man über die physikalischen Verhältnisse der Chromosphäre gar keine unbeweisbaren Annahmen zu machen braucht, um, allein auf Grund der Beobachtungstatsache, daß die Chromosphäre bei 6000° Oberflächentemperatur eine Höhe von 10000 km erreicht, sehr wichtige, die Planetenatmosphären betreffende Schlüsse ziehen zu können. Man ist imstande zu bestimmen, wie weit sich die Atmosphären der Planeten erstreckt haben würden, wenn sie sich nach demselben Dichtegesetz[1]) aufgebaut und wenn in ihnen die gleichen Temperaturverhältnisse[2]) geherrscht hätten wie in der Chromosphäre. Die Beschleunigung durch die Schwere an der Oberfläche des Planeten sei γ, in der Chromosphäre γ'. Die Temperatur der Planetenatmosphäre in der Höhe h sei dieselbe wie die Temperatur der Sonnenatmosphäre in der Höhe h'. Da, einerlei welches Gesetz der Druckzunahme vorliegt, bei gleicher Temperatur durch gleiche Druckvermehrung gleiche Dichtezunahme entsteht, so gilt die Gleichung

$$\gamma\left(\frac{\varrho}{\varrho+h}\right)^2 dh = \gamma' dh',$$

woraus, wenn man $\gamma = \alpha\gamma'$ setzt, durch Integration folgt

$$-\frac{\alpha\varrho^2}{\varrho+h} = h' + \text{const}.$$

1) Hiermit ist nicht vorausgesetzt, daß die Dichtewerte in entsprechenden Punkten einander gleich seien, sondern nur, daß sie in einem konstanten Verhältnisse zueinander stehen.

2) Die von Eddington hergeleiteten Gleichungen des Strahlungsgleichgewichts ergeben, daß für Massen, die kleiner sind als die Sonnenmasse, die effektive Temperatur der Potenz $^7/_{12}$ der Masse proportional ist, für Jupiter also günstigstenfalls nur 500° betragen hat. Man könnte daher bezweifeln, daß es erlaubt sei, anzunehmen, in den Planetenatmosphären hätten jemals ähnliche Temperaturverhältnisse geherrscht wie in der gegenwärtigen Sonnenatmosphäre. Allein es ist zu beachten, daß die Temperatur am Grunde der Jupitersatmosphäre wesentlich höher als 500° gewesen sein kann, da sie, bei der gewaltigen, den Radius der Planetenkernmasse übertreffenden Höhe der Atmosphäre, schon als Temperatur des Planeteninnern zu betrachten ist, während die effektive Temperatur die Temperatur der äußersten strahlenden (atmosphärischen) Schichten des Planeten bezeichnet. Die Ungleichartigkeit der Materien, aus denen sich die Planeten aufbauen, und aus denen eine Scheidung in Planetenkernmasse und Atmosphäre resultiert, schafft Verhältnisse, die eine Anwendung der Eddingtonschen Zahlenergebnisse auf sie nicht ohne weiteres gestatten.

Bezeichnet man die Gesamthöhen der Atmosphären mit H und H', so erhält man hieraus

$$\frac{a \varrho H}{\varrho + H} = H'$$

oder

$$\frac{H}{\varrho} = \frac{H'}{a\varrho - H'}.$$

Diese Gleichung zeigt, daß die Höhe der Planetenatmosphäre unendlich wird, wenn

$$a \leqq \frac{H'}{\varrho}$$

Nun ist für Jupiter zur Zeit der Abtrennung des Mondes V

$$a = \frac{\gamma}{\gamma'} = \frac{1}{14},$$

ferner ist

$$\frac{H'}{\varrho} = \frac{10000}{79000} = \frac{1}{8},$$

d. h. a ist kleiner als $H' : \varrho$. Wenn die Atmosphäre Jupiters dieselben Temperatur- und Dichteverhältnisse aufwiese wie die Sonnenatmosphäre, so würde ihre Höhe demnach unendlich sein. Bei den anderen Planeten würden bereits geringere Temperaturen die Atmosphären bis zu beliebigen Höhen ausdehnen. Hieraus ergibt sich das wichtige Resultat, daß *Temperaturverhältnisse ähnlicher Art, wie sie in der Sonnenchromosphäre vorliegen, bei sämtlichen Planeten genügen, ihre Atmosphären bis zu den Mondbahnen auszudehnen.* Dabei könnten schwerere Gase den Planetenatmosphären prozentual noch mehr beigemischt sein als der Chromosphäre

Zweiter Abschnitt.

Die Entwicklung der regulären Monde.

136. Anfangsstadium der Mondentwicklung. Da nach dem Früheren (vgl. § 90β) die von Jeans vermutete Gravitationsinstabilität bei der Entstehung der Monde keine Rolle gespielt haben kann, so brauchen wir auf die Möglichkeit der Ausbildung birnenförmiger Gleichgewichtsfiguren keine Rücksicht zu nehmen, sondern können mit Laplace und Poincaré die gasförmige Planetenmasse zur Zeit der Entstehung der Monde als Rotationskörper betrachten.

Die Annahme, daß die Atmosphäre der Planeten gelegentlich ihre maximale Ausdehnung erreicht habe und dann wieder aus unbekannten Ursachen hinter ihr zurückgeblieben sei, lassen wir, im

Hinblick auf die gegen sie zu erhebenden Einwände (vgl. § 90), fallen. Wir setzen voraus, daß, wenn sich die Atmosphäre zu einer Zeit bis zur kritischen Niveaufläche[1]) erhob, sie *während sehr langer Zeitperioden*, bei der immer weiter fortschreitenden Zusammenziehung und Rotationsbeschleunigung der Planetenkernmasse, *diese Grenze überschritt*. Wie diese Voraussetzung es möglich macht, zu erklären, daß in der Äquatorebene einzelne, durch weite Zwischenräume voneinander getrennte Monde selbständig werden konnten, werden die folgenden Überlegungen zeigen.

Wenn zu einer bestimmten Zeit die Planetenatmosphäre die kritische Niveaufläche erreichte, so kamen in der Äquatorebene Massen zur Abtrennung. Die abgetrennten Massen bildeten einen mehr oder weniger regelmäßigen Ring. Die in der Ringmaterie enthaltenen kondensierbaren Gase wurden infolge von Wärmeausstrahlung bald in feste, den Meteoren ähnliche Körper übergeführt. Es entstanden kleine Mondkörperchen. Von den meisten Anhängern der Laplaceschen Erklärung, auch von Poincaré (vgl. a. a. O., Nr. 42), wird angenommen, daß die aus einem Ringe stammenden Teilmassen sich später zu einer einzigen Masse vereinigten. Wegen der geringen gegenseitigen Gravitationswirkungen ist aber ein gegenseitiges Auffangen der Massen, falls sie nicht zufällig miteinander kollidieren, fast ausgeschlossen. Die einmal selbständig gewordenen Mondkörperchen werden daher jedes auch eine selbständige Entwicklung durchlaufen (vgl. § 90). — Die in den abgeschleuderten Massen enthaltenen, nicht kondensierbaren Gase sind nicht imstande, sich, wie die kondensierbaren, zu isolierten Massen zusammenzuschließen. In der Entfernung 2,44 ϱ vom Planetenzentrum, der Rocheschen Grenze, vermag ein kleiner Körper, wenn er die Dichte des Planetenkernes besitzt, durch die eigene innere Gravitation nicht mehr zusammenzuhalten. Ist er weniger dicht, so rückt die Grenze proportional der 3. Wurzel aus der Dichte weiter hinaus. Da die von den obersten Atmosphärenschichten sich abtrennenden Gasmassen sehr geringe Dichte haben, so liegen sie innerhalb der Rocheschen Grenze und können sich daher nicht zusammenballen. Sie müssen auseinanderfließen und einen den Äquator umschließenden Ring bilden. Dieser Ring besitzt keine gleichförmige Rotation, sondern seine Massen bewegen sich einzeln gemäß den Keplerschen Gesetzen. Als Ganzes würde der Ring, da die erforderlichen Bedingungen erfüllt sind (vgl. Poincaré, a. a. O., Nr. 39), Stabilität besitzen.

---

[1]) Als kritische Niveaufläche bezeichnen wir die einer gleichförmigen Rotation angemessene, größte geschlossene Niveaufläche, d. i. also diejenige, deren Teilchen in der Äquatorebene freie Kreisbahnen beschreiben. Die Gleichung dieser Niveaufläche siehe § 77 α b.

Da auch die kondensierbaren Gase bei der Abtrennung keine größere Dichte haben als die nicht kondensierbaren, so scheint es, als ob der letzte Schluß auf sie übertragen werden müßte. Dies würde auch zutreffen, wenn die Zusammenballung der kondensierbaren Gase als Wirkung ihrer inneren Gravitation aufgefaßt werden sollte. Diese Voraussetzung braucht jedoch nicht gemacht zu werden. Die Bildung der Mondkörperchen aus den kondensierbaren Gasen hat man sich ebenso vorzustellen wie die Bildung von Regentropfen oder Hagelkörnern in einer Wolke. Die Wolken liegen innerhalb der Rocheschen Grenze; die gegenseitige Gravitation der Nebeltröpfchen kann daher nicht zur Bildung von Tropfen führen. Die Tropfen entstehen durch Zusammenfließen einander zufällig nahekommender Tröpfchen; sie vergrößern sich in gleicher Weise nicht dadurch, daß sie kraft ihrer Gravitation benachbarte Tröpfchen zu sich heranzögen, sondern dadurch, daß sie die Tröpfchen, die sich ihnen zufällig in den Weg stellen, auffangen.

137. Rotationsverzögerung der höchsten Atmosphärenschichten. Nachdem sich über dem Äquator Massen losgetrennt haben, fließen längs den Niveauflächen von den Polen her neue Massen herbei. Diese nach dem Äquator strömenden Massen besitzen aber, weil sie aus höheren Breiten stammen, nach ihrer Ortsveränderung nicht mehr die lineare Geschwindigkeit, die sie haben müßten, um mit derselben Winkelgeschwindigkeit zu rotieren wie der Planet. Wenn sie zum Äquator gelangen, wird daher ihre Schwere durch die Zentrifugalkraft nicht gänzlich aufgehoben; sie üben einen Druck auf die tieferen Atmosphärenschichten aus und kommen nicht zur Abschleuderung. Die innere Reibung der Gase bestrebt sich allerdings, die Unterschiede zwischen den Rotationswinkelgeschwindigkeiten auszugleichen. Da die Viskosität der Gase jedoch so gering ist (Viskositätskoeffizient von der Ordnung 10^{-4}), daß nach Helmholtz' Untersuchungen in der als gleichmäßig dicht vorausgesetzten, 8 km hohen Erdatmosphäre durch innere Reibung bestehende Geschwindigkeitsdifferenzen erst in 40 000 Jahren auf den halben Wert reduziert werden könnten, und bei Atmosphären von anderer Höhe die erforderliche Zeit dem Quadrate der Höhe proportional ist (vgl. Poincaré, a. a. O., Nr. 25), so folgt, daß die aus höheren Breiten stammenden Massen über dem Äquator noch lange Zeit ihre Rotation ausführen können, bis ihre Rotationsgeschwindigkeit durch die tieferen, unter ihnen hinwegeilenden Schichten so sehr gesteigert wird, daß auch sie zur Abtrennung kommen.

Die bereits selbständig gewordenen Massen bewegen sich an der Stelle, wo sie als höchste Atmosphärenschichten zur Abtrennung gelangten. An dieselbe Stelle eilen aber auch die aus den seitlichen Gebieten herbeiströmenden Massen. Das Ergebnis wird sein, daß erstens der aus den nicht kondensierbaren Gasen entstandene Ring sich mit den neu ankommenden Gasen mischt und dadurch wieder Teil der Atmosphäre wird, und zweitens, daß die aus der Mischung hervorgehenden höchsten Atmosphärenschichten, weil sie weniger schnell rotieren als die zur Abtrennung gelangten, für die in ihnen sich bewegenden, selbständig bleibenden Mondkörperchen *ein widerstehendes Mittel* bilden. Wenn die Abschleuderung nicht plötzlich, katastrophenartig und in größeren Massen, sondern, was wahrscheinlicher ist, allmählich und in kleineren Massen erfolgt, so fließen zum Ersatz nur geringe Massen, und zwar aus den unmittelbar benachbarten Gebieten, zum Äquator. In diesem Falle laufen die Mondkörperchen nur wenig schneller als das Mittel. Aber wenn der Unterschied auch noch so gering ist, er wird sich bemerkbar machen und bewirken, daß die ursprünglich in derselben Kreisbahn laufenden Körperchen ihre Bahnradien in verschiedenem Verhältnisse verkürzen. Die kleineren Massen werden sich schneller, die größeren langsamer dem Zentrum nähern. Die ersten geraten dann bald in Atmosphärenschichten, die sich beträchtlich langsamer bewegen als sie selbst; der Widerstand vergrößert sich mehr und mehr, und die Folge ist, daß diese Körperchen auf den Planeten stürzen. Von den anfangs vielleicht in großer Menge vorhandenen Mondkörperchen werden daher nur wenige, und zwar die größten, übrig bleiben.

138. Ungleichförmige Rotation der gesamten Planetenatmosphäre. Aus dem Gesagten scheint zu folgen, daß sich die Monde nur in den äußersten Schichten der Atmosphäre selbständig erhalten könnten und daher einander verhältnismäßig nahe sein müßten. Bis jetzt ist aber von uns nicht berücksichtigt worden, daß die Atmosphäre, wenn sie infolge der Rotationsbeschleunigung des Planeten die kritische Niveaufläche einmal erreicht hat, im allgemeinen bei derselben nicht Halt machen, sondern noch weiterhin das Bestreben zeigen wird, über sie hinaus zu wachsen.

Die Rotationsgeschwindigkeit des Planeten ist nach dem Flächensatze dem Quadrate seines Radius umgekehrt proportional. Es genügt also schon eine kleine Kontraktion, um seine Rotation merklich zu beschleunigen. Wenn sich die Temperaturverhältnisse der Planetenoberfläche dabei nicht wesentlich ändern, so wird die Atmosphäre also ihre Erstreckung ungefähr beibehalten. Da bei schnellerer Rotation jedoch die kritische Niveaufläche dem Planeten näher rückt, so kommen die oberen Atmosphärenschichten in größerer Dicke außerhalb derselben zu liegen. Welchen Bewegungszustand wird die Atmosphäre dann annehmen?

Solange die Atmosphäre die kritische Niveaufläche nicht überschreitet, ist ihre Rotation eine *gleichförmige*. Erreicht sie dieselbe, so beschreiben die höchsten Teile der Atmosphäre über dem Äquator bereits freie Kreisbahnen, aber noch in derselben Zeit, in der der Planet rotiert. Wird die Rotationsgeschwindigkeit noch größer, so bleibt die gleichförmige Rotation nicht mehr erhalten. Die kritische Niveaufläche rückt ins Innere der Atmosphäre. Die von dieser Fläche eingeschlossenen atmosphärischen Massen werden fortfahren, ungefähr gleichmäßig zu rotieren; bei den außerhalb der Fläche liegenden Schichten ist dies jedoch nicht mehr möglich. Die in der Äquatorebene laufenden Massen bestreben sich, freie Kreisbahnen zu beschreiben, die nach dem 3. Keplerschen Gesetze um so schneller durchlaufen werden, je näher sie sich der kritischen Niveaufläche befinden. Die neben ihnen lagernden Massen rotieren mit geringerer Winkelgeschwindigkeit und belasten die äquatorialen Massen von der Seite her. Die äußersten atmosphärischen Schichten werden von Gasen gebildet, die verhältnismäßig langsam rotieren, weil sie aus höheren Breiten herbeigeflossen sind und, infolge der geringen inneren Reibung der Gase, sehr lange Zeit brauchen, um ihre Rotationsgeschwindigkeit zu vergrößern.

Die jenseits der kritischen Niveaufläche liegende, nicht ganz bis zur Grenze der Atmosphäre reichende äquatoriale Zone, in welcher die Teilchen ungefähr freie Kreisbahnen beschreiben, soll als *Zone A* bezeichnet werden. *Sie ist das für die Entwicklung der Monde günstigste Gebiet.* Denn hier erfahren die Monde nur geringen Widerstand und sind, ohne ihren Abstand vom Planeten beträchtlich verkürzen zu müssen, imstande, ihre Masse bedeutend zu vergrößern.

Als Ganzes bietet nach dem Gesagten die Atmosphäre folgendes Bild. Die äußersten Schichten rotieren verhältnismäßig langsam und lasten infolge davon auf den tieferen Schichten. Die Rotationsgeschwindigkeit wird um so größer, je weiter man sich dem Planeten nähert. Innerhalb einer größeren oder kleineren, die kritische Niveaufläche umgebenden äquatorialen Zone beschreiben die Teilchen fast freie Kreisbahnen; in dieser Zone ist der Druck konstant. Die zwischen der Planetenoberfläche und der kritischen Niveaufläche lagernden Massen rotieren ungefähr gleichförmig[1]).

---

[1]) Daß in einer weit ausgedehnten rotierenden Gasmasse die Rotation nicht gleichförmig bleibe, sondern ein zentraler Wirbel zur Ausbildung komme, der von langsamer bewegten Teilen umgeben sei, ist bereits von Darwin als Vermutung ausgesprochen worden (Ebbe u. Flut, 2. Aufl., S. 392). Einige Beispiele ungleichförmig rotierender Atmosphären bringt Poincaré (a. a. O. Nr. 26 bis 28); vgl. auch Emden, Gaskugeln, XVIII. Kap. B.

Auf die die Rotation zusammendrückbarer Flüssigkeiten behandelnden Untersuchungen von Jeans (vgl. § 77 β) brauchen wir an dieser Stelle nicht einzugehen, da sie auf der Voraussetzung beruhen, daß die ganze rotierende Masse der Gasexpansion unterliege, und die aus ihnen sich ergebende eigenartige Spal-

Den außerhalb der kritischen Niveaufläche liegenden Teil der Atmosphäre werden wir im folgenden als *erweiterte* Atmosphäre bezeichnen.

139. Gestalt der Planetenatmosphären. Aus unserer Darstellung ergibt sich die Unrichtigkeit der gewöhnlichen Folgerung, daß die gesamte, die kritische Niveaufläche übersteigende Atmosphärenschicht zur Abtrennung kommen und selbständig werden müsse. Ein ungestörtes Abfließen längs den Niveauflächen findet nur kurze Zeit statt. Es setzt voraus, daß der Raum über dem Äquator, nach welchem das Abfließen erfolgt, von Materie frei ist und daß die der Äquatorebene sich nähernden Massen stets die ihrem augenblicklichen Orte entsprechende Rotationsgeschwindigkeit besitzen. Beides trifft jedoch nicht zu, das letzte nicht, weil wegen der geringen inneren Reibung der Gase die nach dem Äquator sich schiebenden Massen einer außerordentlich langen Zeit bedürfen, um ihre Rotationsgeschwindigkeit derjenigen anzupassen, die den unter ihnen hinweggleitenden Massen zukommt, und das erste nicht, weil angenommen werden müßte, daß sie, sobald sie über dem Äquator die für die Lostrennung erforderliche Geschwindigkeit erlangt hätten, plötzlich sämtlich ihre Gasexpansion einbüßten und sich in feste, ihre Bewegung gegenseitig nicht mehr störende Körper verwandelten, eine Annahme, die sich offenbar von selbst verbietet; denn wenn die nach dem Äquator sich schiebenden Massen in der ganzen vorhergehenden Zeit ihren Gascharakter bewahrten, so liegt kein Grund vor, warum sie, am Äquator angelangt, ihn plötzlich aufgeben sollten. Je mehr Massen sich hier aber bereits angesammelt haben, um so kräftiger werden neu ankommende zurückgehalten und in seitliche Lagen gedrängt. Da sie in diesen seitlichen Lagen keine freien Bahnen beschreiben können, so bewahren sie ihren Zusammenhang mit den tieferen Atmosphärenschichten. Es tritt keine Trennung ein.

Wir wollen die Vorgänge in der Atmosphäre noch etwas näher betrachten. Ein Gleichgewichtszustand kann sich bei den atmosphärischen Massen nicht herausbilden, solange sich der Radius des Planeten verkürzt und die Temperatur seiner Oberfläche sich ändert. Gleichgewicht kann wahrscheinlich nicht einmal in dem Falle bestehen, wo Planetenradius und Oberflächentemperatur als konstant betrachtet werden dürfen. Im allgemeinen werden die atmosphärischen Massen, falls sie die kritische Niveaufläche übersteigen, in einer sehr kompli-

tungserscheinung in der Hauptmasse selbst vor sich geht, während in unserem Falle die anziehende Hauptmasse die hinsichtlich ihrer physikalischen Rotationseigenschaften gar nicht in Betracht kommende Planetenkernmasse ist, der gegenüber die Masse der von uns allein betrachteten Planetenatmosphäre wegen ihrer Kleinheit vernachlässigt werden kann.

zierten, vielleicht nicht einmal als stationär zu bezeichnenden Zirkulation begriffen sein. Es ist jedoch von Interesse, daß sich besondere Fälle, bei denen sich die atmosphärischen Massen in einfacher Rotationsbewegung befinden, konstruieren lassen, die den in Wirklichkeit vorliegenden sehr ähnlich sind und sie daher gut zu veranschaulichen vermögen.

Die Entfernung eines Punktes der Atmosphäre von der Rotationsachse werde mit ϱ, die von der Äquatorebene mit z, die vom Planetenmittelpunkt mit r bezeichnet. Bedeutet p den Druck, s die Dichte, ω die Winkelgeschwindigkeit und V das Potential der wirkenden Kräfte, so gehen die hydrodynamischen Gleichungen für eine einfache Rotationsbewegung um die z-Achse über in

$$-\frac{\partial V}{\partial \varrho}+\frac{1}{s}\frac{\partial p}{\partial \varrho}=\omega^2\varrho,$$

$$-\frac{\partial V}{\partial z}+\frac{1}{s}\frac{\partial p}{\partial z}=0$$

(vgl. W. Wien, Lehrbuch der Hydrodynamik, Hirzel, Leipzig 1900, S. 63). Ist s eine Funktion von p, so erhält man, wenn man die Gleichungen mit $d\varrho$ und dz multipliziert und

$$P=\int\frac{dp}{s}$$

setzt,

$$P-V=\int\omega^2\varrho\,d\varrho.$$

Da die rechte Seite dieser Gleichung, ebenso wie die linke, ein vollständiges Integral sein muß, so folgt, daß ω eine Funktion von ϱ allein ist (vgl. Poincaré, a. a. O. Nr. 27). Bei den die kritische Niveaufläche übersteigenden Planetenatmosphären kann dieser Fall nicht vorliegen, da, wenn ω nur von ϱ abhinge, die seitlich von der Zone A befindlichen atmosphärischen Massen keinen Zusammenhang mehr besitzen, sondern selbständige Bahnen um den Planetenmittelpunkt beschreiben würden. Betrachtet man jedoch die Temperatur ϑ an einer Stelle der Atmosphäre als Funktion von ϱ und z und eliminiert s aus den obigen Gleichungen mit Hilfe der Gasgleichung

$$p=Hs\vartheta,$$

so ergibt sich ein ω, das außer von ϱ auch von z abhängt und den in den Planetenatmosphären wirklich vorliegenden Verhältnissen angepaßt werden kann.

Da

$$V=\frac{kM}{r}$$

ist, so erhält man aus der zweiten der obigen Gleichungen durch partielle Integration nach z

$$\log p = -i + f(\varrho); \quad i = \frac{kM}{H}\int \frac{z\,dz}{r^3 \vartheta},$$

wo $f(\varrho)$ eine noch zu bestimmende Funktion von ϱ bedeutet. Differenziert man die letzte Gleichung nach ϱ, bezeichnet die Ableitung von $f(\varrho)$ mit $f'(\varrho)$ und setzt den für $\frac{1}{s}\frac{\partial p}{\partial \varrho}$ sich ergebenden Wert in die erste der obigen Gleichungen, so folgt

$$\omega^2 = \frac{kM}{r^3} - \frac{H\vartheta}{\varrho}\frac{\partial i}{\partial \varrho} + \frac{H\vartheta}{\varrho} f'(\varrho).$$

Die für $\log p$ und ω^2 gefundenen Werte wollen wir zunächst den in und seitlich von der Zone A vorliegenden Verhältnissen anpassen. Sollen die Teilchen in der Zone A freie Kreisbahnen beschreiben, so muß ω^2 für $z = 0$ den Wert $\frac{kM}{\varrho^3}$ annehmen. Dies ist der Fall, wenn man für $f(\varrho)$ den Wert wählt, den das Integral i für $z = 0$ besitzt. Bezeichnet man nunmehr das Integral

$$\frac{kM}{H}\int_0^z \frac{z\,dz}{r^3 \vartheta}$$

mit J_2 und schreibt

$$J_1 = -H\frac{\partial J_2}{\partial \varrho},$$

so erhält man

$$\omega^2 = \frac{kM}{r^3} + \frac{\vartheta J_1}{\varrho}, \quad \log\frac{p}{p_0} = -J_2.$$

Hier bedeutet p_0 den in der Zone A herrschenden konstanten Druck.

Die Zone A erstrecke sich zwischen den Kreisen mit den Radien ϱ_0 und ϱ_1. Innerhalb des Kreises ϱ_0 habe in der Äquatorebene die Winkelgeschwindigkeit ω_a den konstanten Wert ω_0, außerhalb von ϱ_1 nehme sie umgekehrt mit dem Quadrate des Radius[1]) ab. Wenn die Winkelgeschwindigkeiten an den Grenzen der Zone A keine Unstetigkeit erfahren sollen, so muß innerhalb von ϱ_0

$$\omega_a^2 = \omega_0^2 = \frac{kM}{\varrho_0^3}$$

---

[1]) Dieses Rotationsgesetz ist für die äußersten, in der Nähe der Äquatorebene befindlichen atmosphärischen Schichten das wahrscheinlichste (vgl. Poincaré, a. a. O. Nr. 26—28). Wenn es besteht, so besitzen gleiche Massen gleiche Rotationsmomente. Beim Sinken der Massen nach dem Planeten (infolge der atmosphärischen Zirkulation) braucht dann außerhalb der Zone A kein Austausch der Momente stattzufinden.

und außerhalb von ϱ_1

$$\dot{\omega}_a^2 = \frac{k M \varrho_1}{\varrho^4}$$

sein. Bezeichnet ϑ_0 den Wert von ϑ für $z = 0$, so hat man also im ersten Falle zu setzen

$$\omega^2 = \frac{k M}{r^3} + \frac{\vartheta J_1}{\varrho} + \frac{\vartheta}{\vartheta_0}\left(\omega_0^2 - \frac{k M}{\varrho^3}\right),$$

$$\log \frac{p}{p_0} = -J_2 + \frac{1}{H}\int\limits_{\rho_0}^{\rho}\left(\omega_0^2 - \frac{k M}{\varrho^3}\right)\frac{\varrho\, d\varrho}{\vartheta_0},$$

im zweiten Falle

$$\omega^2 = \frac{k M}{r^3} + \frac{\vartheta J_1}{\varrho} + \frac{\vartheta}{\vartheta_0}\frac{k M}{\varrho^3}\left(\frac{\varrho_1}{\varrho} - 1\right),$$

$$\log \frac{p}{p_0} = -J_2 + \frac{k M}{H}\int\limits_{\rho_1}^{\rho}\left(\frac{\varrho_1}{\varrho} - 1\right)\frac{d\varrho}{\varrho^2 \vartheta_0}.$$

Bei diesen Festsetzungen sind die Drucke und Winkelgeschwindigkeiten für $\varrho = \varrho_0$ und ϱ_1 nicht nur in der Äquatorebene, sondern auch zu beiden Seiten derselben stetig. Kommen bei ω und p die angegebenen Gesetzmäßigkeiten auf irgendeine Weise einmal zur Ausbildung, so bestimmen sie also einen Gleichgewichtszustand der rotierenden Planetenatmosphäre.

Da für $\vartheta = 0$ auch $p = 0$ wird, so ist $\vartheta = 0$ die Gleichung der freien Oberfläche der Atmosphäre. Es ist bemerkenswert, daß sich die Rotationsgeschwindigkeit der Teilchen der freien Oberfläche allgemein bestimmen läßt. Schreibt man die Gleichung $\vartheta = 0$ in der Form $z = \varphi(\varrho)$, so erhält man nämlich, wenn man den unbestimmt werdenden Ausdruck $\vartheta J_1 = J_1 : {}^1/\vartheta$ im Zähler und Nenner nach z differenziert, $\vartheta = 0$ setzt und den Wert, den die partiellen Ableitungen von ϑ nach ϱ und z für $\vartheta = 0$ annehmen, mit ϑ_ϱ' und ϑ_z' bezeichnet,

$$\omega_f^2 = \frac{k M}{r_f^3}\left(1 - \frac{z_f \vartheta_\varrho'}{\varrho_f \vartheta_z'}\right).$$

Um zu erkennen, ob die Rotationsgeschwindigkeiten zu den Seiten der Äquatorebene zu- oder abnehmen, bilden wir noch die Ableitung von ω^2 nach z. Es ergibt sich allgemein

$$\frac{\partial \omega^2}{\partial z} = \frac{\omega^2}{\vartheta}\frac{\partial \vartheta}{\partial z} + \frac{k M z}{r^3 \vartheta}\left[\frac{1}{\varrho}\frac{\partial \vartheta}{\partial \varrho} - \frac{1}{z}\frac{\partial \vartheta}{\partial z}\right].$$

Setzt man in den für p angegebenen Gleichungen $p = \text{const.}$, so erhält man die Flächen gleichen Drucks. Sie sind, den drei Gleichungen entsprechend, verschiedener Art, hängen jedoch in den Zylinderflächen $\varrho = \varrho_0$ und $\varrho = \varrho_1$ miteinander zusammen. Bildet man von den Flächengleichungen die vollständigen Ableitungen, so haben diese in den genannten Zylinderflächen denselben Wert $d\,J_2 = 0$, da die Differentiale der neben J_2 in den Flächengleichungen auftretenden Größen in den Zylinderflächen verschwinden. Hieraus folgt, daß die zusammengehörenden, d. h. demselben $p = \text{const.}$ entsprechenden Flächen in ihren Schnittkreisen dieselben Tangentialebenen besitzen, daß sie also nicht mit einer Knickung, sondern unmerklich ineinander übergehen.

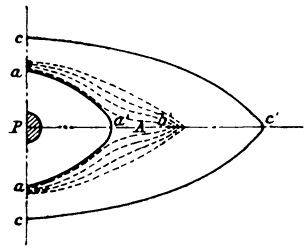

Fig. 12.

Figur 12 soll die Art der Druckverteilung in der Planetenatmosphäre veranschaulichen. $a a' a$ bedeutet die kritische Niveaufläche, $c c' c$ die freie Oberfläche der Atmosphäre. Die Zone A reicht von a' bis b'; es ist also $P a' = \varrho_0$, $P b' = \varrho_1$. In dem außerhalb $a a' a$ liegenden Gebiete erfolgt zuerst eine langsame Druckabnahme. Erst jenseits der Zone A und der ihr seitlich benachbarten Gebiete nimmt der Druck wieder schneller ab.

Wir wollen unsere Rechnungsergebnisse auf ein Beispiel anwenden[1]). Für eine nicht rotierende Atmosphäre besteht bei adiabatischem Gleichgewichte die Gleichung (vgl. § 90 a d)

$$\vartheta = L\left(\frac{1}{r} - \frac{1}{R}\right),$$

wo ϑ die im Abstande r vom Planetenmittelpunkte herrschende Temperatur, R den Radius der freien Oberfläche der Atmosphäre und L eine Konstante bedeutet. Wird die adiabatische Atmosphäre in Rotation versetzt, so bleibt ihre Höhe in der Rotationsachse, falls die

[1]) Bei der Rechnung nehmen wir auf den Strahlungsdruck keine Rücksicht, was den Folgerungen Eddingtons hinsichtlich der Rolle, die ihm im Innern der an Masse hinter der Sonnenmasse zurückbleibenden Weltkörper zukommt, entsprechen würde (vgl. § 124). Es ist jedoch nicht ausgeschlossen, daß die seinen Rechnungen zu Grunde liegende Voraussetzung völliger Dissoziation der chemischen Elemente für die Planetenmassen, da den Temperaturen ihres Innern eine gewisse obere Grenze gesetzt ist (vgl. § 129 a), nicht zutrifft, so daß der Strahlungsdruck doch nicht zu vernachlässigen wäre und vielleicht in den Planetenatmosphären die Expansion der Gase unterstützte. Bei Berücksichtigung des Strahlungsdruckes würden sich aber die Ergebnisse der obigen Rechnungen nicht wesentlich ändern.

linearen Rotationsgeschwindigkeiten in der Umgebung der Achse nach Null konvergieren, unverändert. In der Richtung der Äquatorebene wird sie sich aber weiter ausdehnen. Wir wollen die Annahme machen, daß die freie Atmosphärenoberfläche ein Rotationsellipsoid mit den Halbachsen a und b sei. Schreiben wir dann

$$\vartheta = \frac{L}{r}\left(1 - \sqrt{\frac{\varrho^2}{a^2} + \frac{z^2}{b^2}}\right),$$

so ist die Temperaturabnahme in jeder gegen die Rotationsachse geneigten Richtung geringer als die adiabatische; in der Atmosphäre besteht also stabiles Temperaturgleichgewicht.

Mit dem für ϑ angegebenen Werte erhält man

$$J_2 = \frac{kM}{HL(1+N^2)}\left(\log\frac{\vartheta_0}{\vartheta} + N \arcsin\frac{Nb}{r} - N \arcsin\sqrt{1-\frac{b^2}{a^2}}\right),$$

$$N = \frac{\varrho}{b}\sqrt{1-\frac{b^2}{a^2}}.$$

Schreibt man

$$\frac{HL}{kM}\log\frac{p_0}{p} = P, \quad \frac{HL}{kM}J_2 = J_2',$$

$$\vartheta_0{}^0 = L\left(\frac{1}{\varrho_0} - \frac{1}{a}\right), \quad \vartheta_0{}^1 = L\left(\frac{1}{\varrho_1} - \frac{1}{a}\right), \quad \varepsilon^2 = 1 - \frac{b^2}{a^2},$$

so lauten die den Druck bestimmenden Gleichungen in dem Gebiete $0 < \varrho < \varrho_0$

$$P = J_2' - \log\frac{\vartheta_0}{\vartheta_0{}^0} + \left(\frac{a}{\varrho_0}\right)^3\left[\log\frac{a-\varrho}{a-\varrho_0} - \frac{\varrho_0}{a}\left(1+\frac{\varrho_0}{2a}\right) + \frac{\varrho}{a}\left(1+\frac{\varrho}{2a}\right)\right],$$

in dem Gebiete $\varrho_0 < \varrho < \varrho_1$

$$P = J_2',$$

in dem Gebiete $\varrho_1 < \varrho < a$

$$P = J_2' - \left(1 - \frac{\varrho_1}{a}\right)\log\frac{\vartheta_0}{\vartheta_0{}^1} + \frac{\varrho_1}{\varrho} - 1.$$

Für J_1 ergibt sich

$$\frac{J_1}{kM} = \frac{1}{1+N^2}\left(\frac{1}{\varrho^2\vartheta_0} + \frac{\varepsilon^2\varrho}{\vartheta b^2 r}\right) - \frac{\varrho}{\vartheta r^3}$$

$$+ \frac{\varepsilon}{Lb(1+N^2)^2}\left[2N\log\frac{\vartheta_0}{\vartheta} - (1-N^2)\left(\arcsin\frac{Nb}{r} - \arcsin\varepsilon\right)\right].$$

Durch diesen Wert ist ω^2 bestimmt. Für die Rotationsgeschwindigkeit in der freien Oberfläche erhält man

$$\omega_f^2 = \frac{kM}{r_f^3}\left(1 - \frac{b^2}{a^2}\right).$$

Da gemäß dem für die Äquatorebene angenommenen Rotationsgesetze für die äußersten Teilchen derselben

$$\omega_f^2 = \frac{k\,M}{a^4}\,\varrho_1$$

ist, so folgt

$$\frac{\varrho_1}{a} = 1 - \frac{b^2}{a^2}.$$

Der Wert von ϱ_1 ist also durch das Achsenverhältnis des Ellipsoids bestimmt; der Wert von ϱ_0 kann beliebig angenommen werden.

Die partielle Ableitung von ω^2 nach z geht über in

$$\frac{\partial\,\omega^2}{z\,\partial z} = \frac{L^2}{\vartheta\, r\, b^2\,(L - \vartheta\, r)}\left(\frac{k\,M}{r^3}\,\varepsilon^2 - \omega^2\right) - \frac{\omega^2}{r^2}.$$

Wendet man diese Gleichung auf die Äquatorebene an, setzt also $r = \varrho$ und für ω^2 die in der Äquatorebene gültigen Werte, so wird die Ableitung für alle in der Zone A und jenseits derselben liegenden Punkte negativ, für kleine ϱ aber, außer im Falle $a = b$, positiv. Die Rotationsgeschwindigkeit nimmt daher im allgemeinen zu beiden Seiten der Äquatorebene ab; nur in der Nähe der Rotationsachse nimmt sie zu. In der Rotationsachse selbst wird ω^2 unendlich groß. Da $\omega^2\,\varrho$ jedoch schon einen endlichen Wert besitzt, so konvergieren die linearen Geschwindigkeiten $\omega\,\varrho$ mit der Annäherung an die Achse gegen Null. Wenn $\varrho_0 < b$ gewählt wird, so ist in der Umgebung der Rotationsachse die Rotationsgeschwindigkeit in der freien Oberfläche kleiner als die in dem entsprechenden Punkte der Äquatorebene vorliegende Geschwindigkeit.

Setzt man $P = \text{const.} = c$, so erhält man die Gleichungen der Flächen gleichen Druckes. Die Meridiankurven dieser Flächen schneiden die ϱ- und die z-Achse rechtwinklig; nur die Kurve $c = 0$ bildet mit der ϱ-Achse im Punkte $\varrho = \varrho_0$ einen Winkel von 60^0 und verläuft dann bis zum Punkte $\varrho = \varrho_1$ in der Achse (Zone A). Nennt man den Wert von ϑ in der z-Achse ϑ_z, so besteht für die Schnittpunkte der Kurven mit der z-Achse die Gleichung

$$c = \log\frac{\vartheta_0^{\,0}}{\vartheta_z} + \left(\frac{a}{\varrho_0}\right)^3\left[\log\frac{a}{a - \varrho_0} - \frac{\varrho_0}{a}\left(1 + \frac{\varrho_0}{2\,a}\right)\right].$$

Für die Schnittpunkte mit der ϱ-Achse hat man

$$c = \left(1 - \frac{\varrho_1}{a}\right)\log\frac{\vartheta_0^{\,1}}{\vartheta_0} + \frac{\varrho_1}{\varrho} - 1\,.$$

Multipliziert man die für ω^2 angegebenen Werte mit ϱ^4 und setzt

$$\frac{\omega^2\,\varrho^4}{k\,M\,a} = \text{const.} = c',$$

so erhält man die Gleichungen der Flächen gleicher Rotationsmomente. Beiderseits der Ordinaten $\varrho = \varrho_0$ und $\varrho = \varrho_1$ nehmen die Winkelgeschwindigkeiten und folglich auch die Rotationsmomente die gleichen Werte an. Da die vollständigen Differentiale der für $\omega^2 \varrho^4$ geltenden Werte aber nicht mehr miteinander übereinstimmen, so erleiden die Flächen gleicher Rotationsmomente für $\varrho = \varrho_0$ und $\varrho = \varrho_1$ eine Knickung. Die Meridiankurven dieser Flächen schneiden die ϱ-Achse ebenfalls rechtwinklig; nur die Kurve $c' = \varrho_1 : a$ verläuft in der ϱ-Achse (von $\varrho = \varrho_1$ bis $\varrho = a$). Die Kurven endigen in der freien Oberfläche und haben, wie man leicht erkennt, mit ihr gleiche Tangente.

Wir wollen die Form der Kurven gleichen Druckes für das Achsenverhältnis $a : b = 2$ bestimmen. Zunächst berechnen wir, indem wir $a = 1$ setzen, die Werte von J_2' in den Punkten $\varrho = 0{,}25$; $0{,}5$; $0{,}75$, $z = 0{,}1$; $0{,}2$; $0{,}3$; $0{,}4$; sie sind aus folgender Tabelle zu entnehmen:

z	$\varrho = 0{,}25$	$\varrho = 0{,}5$	$\varrho = 0{,}75$
0,1	0,104	0,042	0,037
0,2	0,392	0,175	0,176
0,3	0,848	0,456	0,659
0,4	1,618	1,235	

Sämtliche Kurven beginnen im Mittelpunkte des Ellipsoids und endigen im Punkte $r = \varrho = a$. Sie sind in der Figur 13 dargestellt; die Kurven 1, 2, 3, 4, 5 entsprechen den Werten $J_2 = 0$; $0{,}04$; $0{,}17$; $0{,}45$; $1{,}24$. Die mittleren Stücke dieser Kurven, von $\varrho = \varrho_0$ bis $\varrho = \varrho_1$, sind Teile der Kurven gleichen Drucks. Beachtet man, daß für $a : b = 2$ $\varrho_1 = 0{,}75$ ist, so findet man aus der früher angegebenen Gleichung, daß in den Punkten, wo die Kurven $P = c$ die ϱ-Achse schneiden, c folgende Werte besitzt:

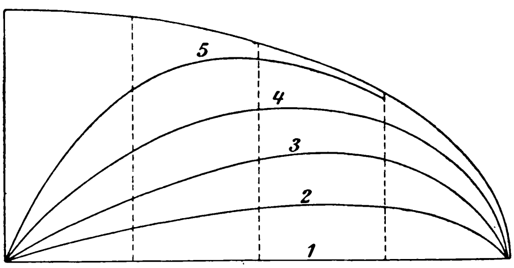

Fig. 13.

ϱ	0,75	0,80	0,85	0,90	0,95	1
c	0	0,009	0,042	0,108	0,251	∞

Für die Schnittpunkte der Kurven $P = c$ mit der z-Achse erhält man im Falle $\varrho_0 = 0{,}5$ und $\varrho_0 = 0{,}25$

	z	0,1	0,152	0,2	0,271	0,3	0,4	0,5
$\varrho_0 = 0{,}5$	c	$-1{,}533$		$-0{,}553$	0	0,258	1,239	∞
$\varrho_0 = 0{,}25$	c	$-0{,}569$	0	0,412		1,223	2,203	∞

Aus den Tabellenwerten ergibt sich für $\varrho_0 = 0{,}5$ und $\varrho_0 = 0{,}25$ für die Kurven gleichen Druckes die in den Figuren 14 und 15 gezeichnete Gestalt[1]). Die Kurven 1, 2, ..., 7 entsprechen in Figur 14 den Werten $c = -1{,}5;\ -0{,}5;\ 0;\ 0{,}04;\ 0{,}17;\ 0{,}45;\ 1{,}24$, in Figur 15 den Werten $c = -0{,}6;\ 0;\ 0{,}04;\ 0{,}17;\ 0{,}45;\ 1{,}24;\ 2{,}20$.

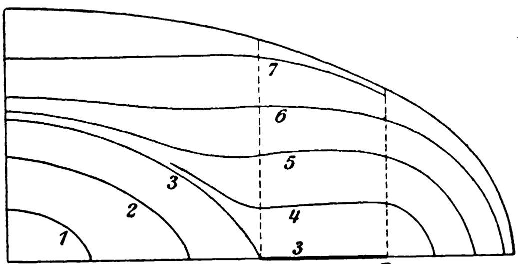

Fig. 14.

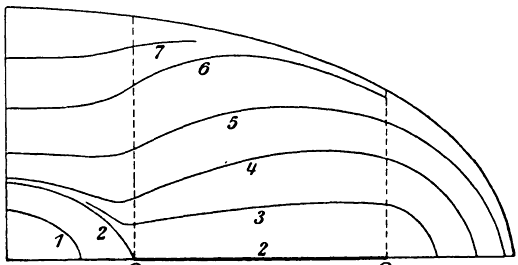

Fig. 15.

Alle Kurven haben in der z-Achse ihre kleinste Entfernung vom Nullpunkte. Da ϑ mit wachsendem r abnimmt, so sinkt also längs den Kurven die Temperatur. Gemäß dem Gesetze $p = H s \vartheta$ nimmt dann die Dichte s längs den Kurven umgekehrt proportional der Temperatur ϑ zu. Die Zone A besitzt also ihre größte Dichte im Punkte $\varrho = \varrho_1$[2]).

Es sollen noch die Kurven gleicher Rotationsmomente bestimmt werden, und zwar für den Fall $\varrho_0 = 0{,}25$. In der ϱ-Achse hat c' in

---

[1]) Die Figuren lassen erkennen, daß die Kurven in der Nähe von $\varrho = \varrho_0$ ein Minimum besitzen, das um so tiefer ist, je kleiner der Wert von ϱ_0 gewählt wird. Setzt man eine kräftigere Abplattung des Ellipsoids voraus, so sind auch bei kleinem ϱ_0 die Minima weniger tief. Es kann als wahrscheinlich gelten, daß sich das Ellipsoid um so mehr abplattet, je kleiner ϱ_0 ist, und daß daher auch bei kleinem ϱ_0 die Kurven gleichen Druckes zu beiden Seiten der Zone A, wie in Figur 14, der ϱ-Achse ungefähr parallel laufen.

[2]) Es steht natürlich keineswegs fest, daß in den Planetenatmosphären das angenommene Temperaturgesetz zur Ausbildung gekommen sei. Falls ein ihm ähnliches aber wirklich einmal längere Zeit bestanden haben sollte, so scheint sich nach dem oben Gesagten eine Erklärung dafür darzubieten, daß von den 5 inneren Jupiters- und den 6 inneren Saturnsmonden die weiter vom Planeten entfernten Monde eine größere Masse erwerben konnten als die ihm näheren.

dem Gebiete $\varrho_0 < \varrho < \varrho_1$ dieselben Werte wie ϱ, in dem Gebiete $\varrho_1 < \varrho < 1$ ist $c' = \varrho_1 = 0{,}75$, in dem Gebiete $0 < \varrho < \varrho_0$ ist

$$c' = \varrho \left(\frac{\varrho}{\varrho_0}\right)^3 .$$

In der freien Oberfläche hat c' für $\varrho = 0{,}25;\ 0{,}5;\ 0{,}75;\ 0{,}9;\ 1$ die Werte

ϱ	0,25	0,50	0,75	0,90	1
c'	0,018	0,162	0,431	0,574	0,750

Die Kurven sind in der Figur 16 dargestellt; die Linien 1, 2, ..., 7 entsprechen den Werten $c' = 0{,}02;\ 0{,}16;\ 0{,}34;\ 0{,}50;\ 0{,}65;\ 0{,}74;\ 0{,}75$. Bei Anwendung der von Emden (Gaskugeln, Kap. XVIII, § 28) angegebenen Stabilitätskriterien ergibt sich, daß die Rotationsbewegung *stabil* ist.

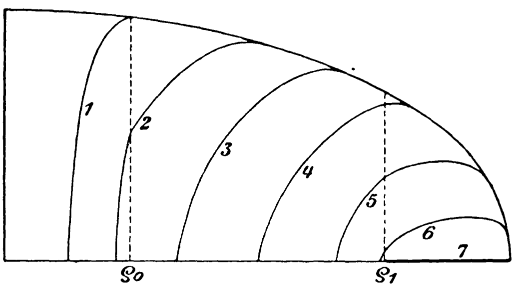

Fig. 16.

Man kann beliebig viele, ein stabiles Temperaturgleichgewicht bestimmende Werte $\vartheta = \psi(\varrho, z)$ angeben, für die sich die Integrale J_1 und J_2 durch bekannte Funktionen darstellen lassen. Es sind daher auch unendlich viele Möglichkeiten vorhanden, unter denen in einer die kritische Niveaufläche übersteigenden Planetenatmosphäre eine Zone A, innerhalb deren die Teilchen freie Kreisbahnen beschreiben, bestehen kann. Übrigens braucht man nicht einmal anzunehmen, daß ein und dasselbe Temperaturgesetz die ganze Atmosphäre beherrsche. Es ist sehr wohl möglich, daß nicht nur die Temperatur, sondern die ganze Temperaturfunktion sich stetig mit den Koordinaten ändert. Denn ebenso wie sich stabil ruhende Atmosphären in beliebiger Zahl aufbauen lassen, ohne daß dabei für den Temperaturabfall ein mathematisch formulierbares Gesetz zugrunde zu legen wäre, kann man auch stabil rotierende Atmosphären zusammensetzen, in denen Temperaturabfall und Rotationsgeschwindigkeit den örtlichen Bedingungen angepaßt sind.

Bei den vorhergehenden analytischen Untersuchungen ist angenommen worden, daß die atmosphärischen Massen ohne Reibung übereinander hingleiten. Da die innere Reibung der Gase sehr gering ist, so trifft diese Annahme näherungsweise zu. Bei der Länge der in Frage kommenden Entwicklungszeit ist es aber nicht gestattet, die

Reibung gänzlich zu vernachlässigen. Es ist auch nicht schwer, ihren Einfluß im allgemeinen zu bestimmen. Sie bestrebt sich, die bei der Rotation vorliegenden verschiedenen Winkelgeschwindigkeiten einander anzupassen, die ungleichförmige Rotation in eine gleichförmige umzuwandeln. Der dadurch veranlaßte Gewinn oder Verlust an kinetischer Energie ruft wieder Ortsveränderungen der beteiligten Massen hervor, d. h. es entsteht eine langsame Zirkulationsbewegung im Innern der Atmosphäre. Der Charakter dieser Zirkulationsbewegung kann aber durch Konvektionsströme, die infolge der Wärmeausstrahlung sowohl des Planetenkörpers als auch der atmosphärischen Massen einsetzen müssen, gänzlich geändert werden.

140. Anzahl und Entfernung der Monde. Die jenseits der kritischen Niveaufläche liegende Atmosphärenschicht kann, wenn der Planet seine Rotation beschleunigt, ohne seine Oberflächentemperatur merklich zu ändern, beliebige Dicke erreichen. Je größer ihre Dicke ist, um so weiter erstreckt sich die Zone A, innerhalb deren die in der Äquatorebene befindlichen Massen fast freie Kreisbahnen beschreiben, um so mehr Monde können also auch, in verschiedenen Entfernungen vom Planeten, ihre Selbständigkeit bewahren. Je schneller ein Planet rotiert, um so näher liegt die kritische Niveaufläche der Planetenoberfläche, um so größer ist also auch die Wahrscheinlichkeit, daß seine Atmosphäre diese Grenze überschreitet, um so beträchtlicher die Breite der für die Entwicklung der Monde in Frage kommenden Zone A. Hiernach wird es verständlich, daß die schnell rotierenden Planeten Jupiter und Saturn mehr Monde haben, als die langsamer rotierenden Uranus, Mars und Neptun.

Daß Merkur und Venus keine Monde besitzen, darf nicht darauf zurückgeführt werden, daß sie bei ihrer geringen Rotationsgeschwindigkeit nicht imstande gewesen wären, ihre Atmosphäre bis zur kritischen Niveaufläche zu erheben. Nach dem Früheren (vgl. § 59) ist es wahrscheinlich, daß die gegenwärtige langsame Rotation Merkurs (und der Venus?) erst ein ziemlich junges Produkt der Gezeitenreibung ist. Aber warum haben diese Planeten, wenn sie früher schneller rotierten als jetzt, keine Monde erzeugen können? Die Ursache dafür dürfte in den großen Störungswirkungen zu suchen sein, welche die nahe Sonne auf die in der erweiterten Atmosphäre entstehenden Mondkörperchen ausübte. Die durch die Sonnenanziehung bewirkte Drehung der Knotenlinie brachte die Bahnen dieser Körperchen immer wieder in mehr oder weniger gegen die Äquatorebene geneigte Bahnen. Dadurch vergrößerte sich der ihre Bewegung in der Atmosphäre hindernde Widerstand ganz bedeutend, und keines fand Zeit, seine Masse bis zu dem Betrage anwachsen zu lassen, daß ihm die Selbständigkeit bewahrt blieb. Bei der Erde war diese Ursache nicht nur wegen ihrer größeren Entfernung von der Sonne, sondern auch deswegen wenige wirksam, weil der Erdmond, falls die Darwinsche Hypothese seines Entwicklungsganges richtig ist (vgl. § 150), seine Masse in der un mittelbaren Nähe der Erde sammelte, wo er von den störenden Ein wirkungen der Sonne nicht erreicht wurde.

Wenn die Monde ihren Entwicklungsgang in der erweiterten Planetenatmosphäre zu durchlaufen haben, so unterliegen ihre Entfernungen vom Planeten einer Beschränkung. Sie sind an die *Nähe* desselben gebunden. Die wirklichen Entfernungen der regulären Monde von den Planeten bestätigen diese Folgerung; sie sind sämtlich den Planeten verhältnismäßig nahe. Bezeichnet man den gegenwärtigen Planetenradius mit ϱ, so ist der äußerste reguläre Mond Jupiters nicht mehr als $26\,\varrho$, der Saturns, wenn von dem vielleicht irregulären Monde Japetus abgesehen wird, $24{,}5\,\varrho$, der des Uranus $21{,}5\,\varrho$, der Neptuns $14{,}7\,\varrho$ und der des Mars $6{,}7\,\varrho$ vom Planeten entfernt, während die Entfernungen der irregulären Monde viel beträchtlicher sind (Jupitersmond VIII $350\,\varrho$, Saturnsmond Phöbe $214\,\varrho$, Jupitersmonde VI und VII $160\,\varrho$ und $167\,\varrho$).

141. Größe der Monde. Die Temperatur ϑ' im Innern der Planetenatmosphäre läßt sich, falls die Gasgesetze auf sie Anwendung finden, bei adiabatischem Gleichgewichtszustande aus der Formel (vgl. § 90αd)

$$\vartheta' = \frac{\varkappa - 1}{\varkappa}\,\frac{\gamma\,\varrho^2}{H}\left[\frac{1}{\varrho'} - \frac{1}{r}\right]$$

berechnen. Für die Entfernung ϱ' vom Planetenmittelpunkte, in der sich die Monde gegenwärtig bewegen, ergeben sich aus dieser Formel unter der Voraussetzung einer Wasserstoffatmosphäre in den meisten Fällen ziemlich geringe Werte, einige hundert bis tausend Grad. In Wirklichkeit werden die Temperaturen noch beträchtlich geringer sein, erstens weil der Gleichgewichtszustand der Atmosphäre in den unteren Schichten sich mehr und mehr dem isothermen nähern wird (Emden, Gaskugeln, XII. Kap., § 1), und zweitens, weil die Spannkraft hochtemperierter Gase, wie aus der Höhe der Sonnenatmosphäre geschlossen werden kann, wahrscheinlich größer ist, als sich aus den Gasgesetzen ergibt (vgl. § 135). Den mit dem atmosphärischen Wasserstoff gemischten kondensierbaren Gasen ist hiernach Gelegenheit geboten, sich im Innern der Atmosphäre zu verflüssigen und zu verfestigen.

In der Atmosphäre kommen die Mondkörperchen mit immer neuen atmosphärischen Massen in Berührung; es schlagen sich daher immer neue kondensierbare Dämpfe auf ihnen nieder und vergrößern ihre Masse ununterbrochen. Es kann nicht eingewendet werden, daß sie, weil sie den umgebenden Massen der Atmosphäre alle kondensierbaren Stoffe nach einiger Zeit entzogen haben würden, ihr Wachstum allmählich einstellen müßten. Denn Ungleichheiten der chemischen Zusammensetzung können in benachbarten Atmosphärenschichten ebensowenig bestehen wie Lücken oder auch nur Ungleichheiten der Dichteverteilung. Was von den Monden absorbiert wird, muß ersetzt werden; aus höheren Breiten strömen neue Massen herbei und bringen neue Kondensationsprodukte.

Haben die Monde eine gewisse Größe erreicht, so wird die Geschwindigkeit des Massenzuwachses durch die in ihnen mehr und mehr sich verstärkende Gravitation noch vergrößert. Sie können dann auch zufällig ihnen nahe kommende andere kleine Mondkörperchen mit sich zur Vereinigung bringen.

Nach dem Früheren (vgl. § 88 β und § 43) besteht zwar nur eine geringe Wahrscheinlichkeit dafür, daß kleine, in freien Bahnen laufende Massen von größeren, in deren Nähe sie gelangen, aufgefangen werden. Geht, wie es für die Zone A zutrifft, die Annäherung in einem rotierenden Mittel vor sich, dessen Teilchen am Orte der größeren Masse dieselbe Winkelgeschwindigkeit besitzen wie diese, so vergrößert sich jedoch die Wahrscheinlichkeit, daß ein Auffangen erfolgt. Denn da ein rotierendes Mittel die Bahnen in ihm sich bewegender Körper der eigenen Bewegungsrichtung anzupassen sucht (vgl. §§ 22, 23), so äußert es eine Tendenz, die durch die Anziehung des größeren Körpers bei den kleineren bewirkten Bewegungsstörungen wieder aufzuheben. Ist die Dichte des Mittels ziemlich beträchtlich, wie es in der Zone A der Fall sein kann, so werden also kleinere Massen, die infolge des auf sie einwirkenden größeren Widerstandes[1]) ihre Bahnen ins Innere der Bahn einer größeren Masse verlegen wollen, dieser gleichsam wie in einem Laufgraben, aus welchem ein seitliches Entweichen mit Hindernissen verknüpft ist, zugetrieben, so daß sich für sie die Wahrscheinlichkeit, aufgefangen zu werden, erhöht, und zwar um so mehr, je größer die Dichte des Mittels ist.

Nach dem Gesagten ist die Größe der Monde abhängig von der Zeit, während der sie in der Atmosphäre verweilen. Es können daher auch kleine Planeten (z. B. die Erde, vgl. § 150) große Monde erzeugen, wenn ihre erweiterte Atmosphäre die genügende Dicke besitzt, wenn ihr Rotationsmoment also beträchtlich ist.

142. Rotation der Monde, Albedo, Dichte, Kommensurabilität der Umlaufszeiten. Wenn die Monde ihre Massen in erster Linie durch bloßes Ankristallisieren benachbarter kondensierbarer Gase vergrößern, so liegt bei ihnen eine Tendenz zur Ausbildung einer in einem bestimmten Sinne erfolgenden Rotationsbewegung nicht vor.

---

[1]) Der Widerstand ist um so größer, je weiter sich die Bahnen der Körperchen durch Störungseinflüsse von der Kreisform entfernt haben.

Wenn auch kleinere oder größere Mondkörperchen, durch den Widerstand der Atmosphäre gezwungen ihren Bahnradius zu verkürzen, sich dem Monde nähern und auf ihn niederstürzen, so hängt die Art der durch ihren Stoß erzeugten Rotation von ihren Bahnverhältnissen und gegenseitigen Störungswirkungen ab. Es erfolgen Anstöße in direktem und umgekehrtem Sinne. Welche Art der Drehung aus den verschiedenartigen Anstößen hervorgeht, läßt sich nicht bestimmen; gemäß den Erörterungen des § 60 ist die Entstehung der retrograden Rotationsbewegung etwas wahrscheinlicher als die der direkten. Einerlei jedoch, ob die Rotation direkt oder retrograd wird, die von den Planeten ausgehende und wegen der geringen Entfernung der Monde sehr kräftige Flutreibung bewirkt, daß nach einer gewissen Zeit Revolutions- und Rotationszeit der Monde einander entsprechen. Diese Folgerung stimmt mit der Tatsache, daß die Helligkeitskurve der meisten Monde dieselbe Periode besitzt wie ihre Umlaufsbewegung, überein. Die abgeplattete Gestalt einiger Jupiterssatelliten, die manche Astronomen beobachtet haben wollen, ist wahrscheinlich nicht durch eine schnelle Rotationsbewegung, sondern durch starke Helligkeitskontraste auf den Mondscheiben zu erklären[1]).

Dadurch, daß die gleichzeitig ihre Entwicklung durchlaufenden Monde aus denselben atmosphärischen Stoffen ihre Masse aufbauen müssen, erklärt sich ferner die auffällige Tatsache, daß die Albedo der inneren Jupiters- und Saturnsmonde in übereinstimmender Weise einen sehr hohen Wert besitzt. Natürlich braucht sich die Übereinstimmung nur auf einander benachbarte Monde zu beziehen. Weiter entfernte Monde können vom Mittel schon verlassen sein, wenn dem Planeten nähere noch in ihrer Entwicklung begriffen sind. Zu verschiedenen Zeiten aber können die Planetenatmosphären die kondensierbaren Gase in verschiedenen Mengenverhältnissen enthalten.

Durchmesserbestimmungen der Monde sind mit großen Schwierigkeiten verbunden und mehr oder weniger unzuverlässig. Die mit Hilfe der gefundenen Werte berechneten Dichten sind zum Teil sehr gering[2]). Wenn sie zutreffend sein sollten, so könnte vermutet werden, daß die Monde ausgedehnte Atmosphären besitzen, und daß in beträchtlichen Höhen derselben schwebende Wolkendecken, ebenso

---

[1]) Vgl. P. Guthnick, Die veränderlichen Satelliten des Jupiter und Saturn. Astr. Nachr. 198, Nr. 4741.

[2]) Von Ristenpart ist für den Durchmesser des Jupitersmondes III aus der Zeit, während welcher ein von dem Monde verfinsterter Stern unsichtbar blieb, sogar ein noch größerer Wert berechnet worden (7200 km), als Barnard durch direkte Messung gefunden hat (5700 km); vgl. ‚Die Bedeckung des Sternes T M 588 durch den Jupitersmond Ganymed am 13. August 1911‘. Astr. Nachr. Bd. 193, Nr. 4621.

wie es wahrscheinlich bei den Planeten Jupiter und Saturn der Fall ist, den Durchmessern der Monde zu große Werte verleihen. Daß die Jupitersmonde Atmosphären von ziemlicher Dichte besitzen, ist auch aus nicht periodischen, fast bis zu einer Größenklasse anwachsenden Helligkeitsänderungen geschlossen worden, da sich diese am leichtesten durch Annahme atmosphärischer Vorgänge erklären lassen. Es ist jedoch auch möglich, daß die kleinen Dichtewerte reell sind. Denn es wäre denkbar, daß in den oberen Atmosphärenschichten, wo die Monde sich bilden, die Temperatur so niedrig ist, daß Wasserdampf entsteht und sich in großen Mengen auf den Monden niederschlägt. Der Hauptbestandteil der Monde würde dann Wasser oder Eis sein. Die hohen Albedowerte würden in diesem Falle eine einfache Erklärung finden.

Die von den meisten Astronomen geteilte Annahme, daß die Jupiters- und die Saturnsmonde Atmosphären besitzen, und daß ihre Helligkeitsschwankungen durch das größere oder geringere Strahlungsvermögen einer veränderlichen Wolkendecke entstehen, setzt voraus, daß diese Monde nicht, wie der Erdmond, bereits abgestorbene, sondern noch jugendliche, entwicklungsfähige Weltkörper sind. Bei der großen Verschiedenheit der Massen der Monde und ihrer Entfernungen vom Planeten könnte diese Voraussetzung Bedenken erwecken; man sollte eigentlich erwarten, daß sich die Monde in sehr verschiedenen Entwicklungsstadien befänden. Die Voraussetzung verliert aber ihren auffälligen Charakter, wenn man unsere Erklärung vor Augen hat, nach der alle Monde eines Planeten ungefähr *gleich alt* sind, da sie beim Rückzuge der Planetenatmosphäre in ziemlich schneller Folge ihre Selbständigkeit erlangten.

Auf die angegebene Weise erklärt sich endlich auch die bereits von Laplace auf die Wirkung eines widerstehenden Mittels zurückgeführte Kommensurabilität der Umlaufszeiten der Jupitersmonde I, II, III[1]). Nach den Untersuchungen von Laplace erfolgen die gegenseitigen Störungen der Monde so, daß eine Tendenz zur Aufrechterhaltung der gesetzmäßigen Beziehungen vorliegt (vgl. Poincaré, a. a. O. Nr. 13). Da der auf die Monde ausgeübte Widerstand nur schwach ist, so können also, infolge ihres verschieden schnellen Sinkens zum Planeten, die Gesetzmäßigkeiten allmählich zur Ausbildung kommen und, wenn dies geschehen ist, sich auch erhalten.

143. Weitere Entwicklung der Planetenatmosphären. Verringert sich die Oberflächentemperatur des Planeten, so zieht sich die Atmosphäre zurück. Da die Oberflächentemperatur von dem Zustande des Planeten-

---

[1]) Von Struve sind bei den Saturnsmonden ähnliche Gesetzmäßigkeiten nachgewiesen worden.

innern abhängt, dieses aber wahrscheinlich keine schnelle, sprunghafte, sondern eine langsame, stetige Entwicklung durchläuft, so werden Änderungen der Oberflächentemperatur im allgemeinen langsam erfolgen. Ist der in den vorhergehenden Paragraphen geschilderte Zustand der Planetenatmosphäre ein stabiler Gleichgewichtszustand, so wird sich die Atmosphäre in diesem Falle, ohne daß der Gleichgewichtszustand Störungen erleidet, den augenblicklich bestehenden Verhältnissen stets anpassen. In der Nähe der Planetenoberfläche werden die atmosphärischen Massen dann also beständig ungefähr gleichförmig rotieren, außerhalb der kritischen Niveaufläche in einer mehr oder weniger ausgedehnten Zone A freie Kreisbahnen beschreiben und seitlich und jenseits der Zone A in unfreier Bewegung langsamer rotieren, als nach dem 3. Keplerschen Gesetze einer Bewegung in freien Kreisbahnen entspräche. Unter diesen Umständen ist das Schicksal der in der Zone A laufenden Mondkörper, je nach ihrer Masse, ein verschiedenes. Größere Mondmassen werden, wenn sich die Zone b′c′ (siehe Fig. 12) über ihre Bahn hinüberschiebt, sich behaupten können. Da die Dichte der äußersten Atmosphärenschichten gering ist, so werden sie, trotzdem sie nunmehr einen größeren Widerstand erfahren als in der Zone A, ihren Bahnradius nicht beträchtlich verkleinern; die freie Oberfläche der Atmosphäre nähert sich ihrer Bahn mehr und mehr, bis sie endlich gänzlich ins Innere derselben rückt. Anders liegen die Verhältnisse bei den kleinen Mondmassen. Bei diesen ist der Widerstand in der Zone b′c′ so beträchtlich, daß sie nicht wie die größeren ihre Selbständigkeit erkämpfen können. Sie verkürzen ihren Bahnradius ebenso schnell, wie die Atmosphäre an Höhe abnimmt, und gelangen dann entweder mit größeren Mondmassen, deren Bahn sie kreuzen, oder schließlich mit der Planetenkernmasse zur Vereinigung. Die Zone b′c′ schließt die kleinen Mondkörper gleichsam wie ein Netz ein, aus dem es für sie kein Entrinnen gibt, während die großen Monde dieses Netz durchbrechen. Auf die angegebene Weise erklärt es sich, daß die Planeten nur von verhältnismäßig großen Monden umkreist werden, und daß die Zwischenräume zwischen ihren Bahnen, trotzdem ohne Zweifel zahlreiche, in diesen Gebieten einstmals vorhandene kleine Mondkörperchen dem Schicksale des Aufgefangenwerdens durch die größeren Massen entgingen, gegenwärtig von Materie frei sind[1]).

Geschieht die Zusammenziehung der Atmosphäre schnell, so kann eine Änderung ihres Rotationszustandes erfolgen. Finden die äußersten Atmosphärenschichten keine Zeit, einen Teil ihres Rotations-

[1]) Die von mehreren Astronomen beobachtete schwache Veränderlichkeit der Jupiters- und Saturnsmonde glaubt Guthnick (a. a. O.) durch Annahme eines auf die Monde einwirkenden interplanetarischen (nicht interlunaren) Mittels erklären zu können.

momentes auf die tieferen Schichten zu übertragen, so sind sie, dem Planeten näher rückend, bald imstande, freie Kreisbahnen zu beschreiben (vgl. § 77 α c); die Zone A rückt der freien Oberfläche der Atmosphäre immer näher und kann auch ihren Zusammenhang mit den tieferen Atmosphärenschichten verlieren. Unter diesen Umständen werden auch kleine Mondkörperchen, ja sogar atmosphärische Gase, ihre Selbständigkeit bewahren können. Dieser Fall ist vielleicht während des letzten Abschnittes der Entwicklung der Saturnsatmosphäre eingetreten, als die Meteorkörperchen der Saturnsringe sich aus der Planetenatmosphäre loslösten (vgl. § 152).

144. Äquatoriale Beschleunigung der Planeten. Durch die Aufnahme der jenseits der kritischen Niveaufläche befindlichen atmosphärischen Massen und kleinen Mondkörperchen vergrößert sich das Flächenmoment der unteren Atmosphärenschichten um das Flächenmoment der aufgenommenen Massen. Dadurch geraten sie in eine schnellere Rotation als der Planet selbst. Bei dem später erfolgenden Ausgleich der Rotationsgeschwindigkeiten muß sich die schnellere Bewegung der Atmosphäre auch der Oberflächenschicht des Planetenkernes mitteilen. Ob sich die bei Jupiter und Saturn beobachtete äquatoriale Beschleunigung auf diese Weise erklären läßt, erscheint jedoch zweifelhaft, da in der seit der Absorption des Mittels verflossenen Zeit die Beschleunigung längst wieder unmerklich geworden sein dürfte. Bei Saturn besteht allerdings die Möglichkeit, daß der Planetenatmosphäre benachbarte Teilchen der Ringmaterie, die durch Störungen irgendwelcher Art in die Atmosphäre hineingeraten und, durch den Widerstand derselben gezwungen, auf die Oberfläche des Planeten stürzen, die äquatoriale Beschleunigung hervorrufen[1]).

145. Die Satelliten ein notwendiges Produkt kosmischer Entwicklung? Die vorgetragene Erklärung läßt nicht nur die Ursachen erkennen, daß Monde entstehen, ihre Masse vergrößern und ihre Selbstständigkeit bewahren können, sondern sie scheint sogar den Schluß zuzulassen, daß, falls die Atmosphäre die kritische Niveaufläche nur weit genug übersteigt, Monde entstehen *müssen.* Ist die Wärmeausstrahlung kräftig genug, so können sich in der ganzen Atmosphäre durch Kondensation Mondkörperchen bilden. Wenn sie wegen ihrer Kleinheit und zu geringen tangentialen Geschwindigkeit auch zu Tausenden von dem Planeten absorbiert werden, es entstehen immer neue. Die in der Äquatorebene befindlichen nehmen unter den übrigen eine Ausnahmestellung ein. Sie laufen in der Zone *A* in einem

[1]) Es ist nicht ausgeschlossen, daß die äquatoriale Beschleunigung der Sonne in ähnlicher Weise durch Massen entsteht, die, in unmittelbarer Nähe der Sonne um sie kreisend und vielleicht der Zodiakallichtmaterie angehörend, in die Sonnenatmosphäre eindringen (vgl. § 166).

Mittel, dessen Teilchen fast freie Kreisbahnen beschreiben, und erleiden daher in ihrer Bewegung nur geringen Widerstand. Sind sie weit genug vom Planeten entfernt, so brauchen sie also lange Zeit, um bis zur kritischen Niveaufläche zu sinken. Während dieser Zeit haben sie Gelegenheit, ihre Masse beträchtlich zu vergrößern; dadurch vergrößert sich auch die Wahrscheinlichkeit, daß sie im Mittel erhalten bleiben.

Es ist nicht unwahrscheinlich, daß der beschriebene Vorgang der Mondbildung bei der Entstehung der spektroskopischen Doppelsterne ein Analogon findet. Nach der Seeschen Hypothese[1]) gehen die Doppelsterne durch Zerfallen eines die stabilen Gleichgewichtsfiguren rotierender Flüssigkeiten durchlaufenden und bis zur Poincaréschen Birnenfigur sich entwickelnden Weltkörpers hervor. Auch der Verfasser hat auf Grund dieser Annahme die Eigenschaften der entstehenden Doppelsternsysteme (Massenverhältnis der Teilkörper, Bahnexzentrizität) herzuleiten gesucht[2]). Da bei diesen Untersuchungen die Massen als homogen vorausgesetzt sind, während die Weltkörper im Innern gewiß größere Dichten aufweisen als in den oberflächlichen Schichten, so kann man jedoch zweifeln, ob die erlangten Resultate auch nur als Näherungswerte betrachtet werden dürfen. Wahrscheinlicher ist es, daß der kleinere von zwei Doppelsternen, wie es bei den Monden beschrieben wurde, in der Atmosphäre des größeren zur Ausbildung kommt. Ist das Rotationsmoment des Mutterkörpers beträchtlich, so kann ein Satellit zu bedeutender Größe anwachsen und alle übrigen entweder mit sich zur Vereinigung bringen, oder durch Störungen ihrer Bahn bewirken, daß sie sich mit dem Mutterkörper vereinigen. Da sich der Satellit schneller entwickelt als der Hauptkörper, so wird es auch erklärlich, daß zwei Doppelsterne sich oft in verschiedenen Entwicklungsstadien befinden (Newcomb-E., Pop. Astr., 5. Aufl., S. 592). — So lange sich der Satellit in der Atmosphäre des Mutterkörpers bewegt, werden, da eine genaue Übereinstimmung der Umlaufsgeschwindigkeiten des Satelliten und der in seiner Nähe befindlichen atmosphärischen Schichten niemals stattfinden wird, seine Vorder- und Rückseite bei der Aufnahme neuer atmosphärischer Massen sich nicht völlig gleich verhalten; besonders werden die ausgestrahlten Lichtmengen Differenzen zeigen. Bei einer Reihe von Doppelsternen, z. B. denen vom δ Cephei-Typus, hat man aus der Art der Lichtkurve wirklich schließen wollen, daß sich die eine Komponente in der Atmosphäre der anderen bewegt.

---

[1]) ‚Die Entwicklung der Doppelsternsysteme'. Verlag von Schade, Berlin 1892.

[2]) ‚Über die Entwicklung der Doppelsternsysteme'. Abh. Nat. Ver. Bremen 1911, Bd. XX, Heft 2.

Daß auch der bei den Weltkörpern ebenfalls gasige Beschaffenheit und nach dem Innern wachsende Dichte voraussetzenden Jeansschen Hypothese, nach welcher das Zerfallen der Körper weniger der Rotations- als der Gravitationsinstabilität zuzuschreiben ist (vgl. §§ 77 β und 90 β), vielleicht eine Bedeutung zukomme, kann nicht bestritten werden. Da die meisten Doppelsterne jedoch eine schnelle Umlaufsbewegung ausführen, so hat man nach Darwin (Ebbe und Flut, 2. Aufl., S. 380) Grund, „in der Rotation eine mitwirkende Ursache von kaum geringerer Wichtigkeit als die primäre zu erblicken".

Wenn nach unserer Darstellung die Wahrscheinlichkeit besteht, daß alle rotierenden Weltkörper, deren Atmosphäre sich weit genug erstreckt, Satelliten erzeugen, so liegt es nahe, die Frage aufzuwerfen, ob auch unsere Sonne in ihrer Atmosphäre Satelliten ausgebildet habe. Wir haben schon früher (vgl. § 130) auf die Möglichkeit hingewiesen, daß trotz der gegen diese Annahme geltend gemachten Bedenken (vgl. § 78), die 4 kleinen inneren Planeten aus der Sonnenatmosphäre hervorgegangen seien. Nunmehr können wir die Frage zur Entscheidung bringen.

a) Neigung der Planetenbahnen gegen den Sonnenäquator. Die bei allen 4 Planeten nach derselben Seite hin gerichtete Abweichung der Bahnebenen vom Sonnenäquator widerspricht der Annahme. Die Abweichung könnte nur dadurch erklärt werden, daß die Sonnenmasse zur Zeit der Entstehung dieser Planeten keine ganz einheitliche Rotationsbewegnng besaß (vgl. § 151).

b) Exzentrizität der Merkursbahn. Die große Exzentrizität der Merkursbahn, deren Minimalwert nach Stockwell 0,121 beträgt, ist mit der Annahme ebenfalls nicht gut vereinbar. Doch würde sie ihre Erklärung finden, wenn angenommen werden dürfte, daß Merkur sich nicht nur in der Zone A, sondern auch jenseits derselben innerhalb langsam rotierender atmosphärischer Massen bewegte, durch die er in der Umgebung des Aphels einen kräftigen Widerstand erfuhr.

c) Rotationsrichtung der Planeten. Es besteht die größere Wahrscheinlichkeit dafür, daß in der Atmosphäre eines Zentralkörpers entstehende Satelliten, falls sie überhaupt in eine Rotation geraten, deren Periode sich von der ihrer Umlaufsbewegung unterscheidet, eine retrograde Rotationsbewegung annehmen (vgl. § 142). Erde und Mars rotieren aber rechtsinnig mit kurzer Periode.

d) Schiefe der Achsen. Es wäre zu erwarten, daß in der Äquatorebene des Zentralkörpers umlaufende Satelliten, da ihnen von allen Seiten gleichmäßig atmosphärische Massen zuströmen, eine Rotation annehmen, deren Achse senkrecht auf der Bahnebene steht. Die Achsen der Erde und des Mars haben aber eine kräftige Neigung.

e) Präzessionsbewegung der Achsen. Erfolgen bei geneigter Achse in der Atmosphäre Zusammenstöße mit anderen Satellitenkörperchen, so nimmt die Achse des Planeten, falls seine Masse als fest betrachtet werden kann und der Stoß nicht ein zentraler ist, eine kurzperiodische Präzessionsbewegung um eine im Raume unveränderliche Achse[1]) an (vgl. § 88 β h). Die Achsen der Erde und des Mars besitzen aber außer der durch die Anziehung der Sonne (und des Mondes) hervorgerufenen langperiodischen keine Präzessionsbewegung.

Die bei c, d, e erwähnten Schwierigkeiten aus dem Wege zu räumen dürfte aussichtslos sein. In diesem Falle steht fest, daß die Anwendung der Laplaceschen Erklärung auf die Entwicklung der inneren Planeten unzulässig ist. Hiernach scheint es, daß die Sonne, wegen ihrer langsamen Rotationsbewegung, nicht imstande war, Satelliten zu erzeugen. Es sind jedoch Anhaltspunkte dafür vorhanden, daß, wenn auch die uns bekannten Planeten nicht als Sonnensatelliten bezeichnet werden dürfen, doch innerhalb der Merkursbahn zahlreiche, wegen ihrer Kleinheit für uns unsichtbare Satellitenkörperchen umlaufen (vgl. § 166).

146. Vergleichende Gegenüberstellung der Laplaceschen und der neuen Erklärung. Um eine kritische Beurteilung zu erleichtern, wollen wir die Hauptpunkte, in denen unsere Darstellung der Entstehung und Entwicklung der Monde von der Laplaceschen und Poincaréschen Darstellung abweicht, kurz zusammenstellen.

Nach Laplace und Poincaré kommt es, sobald an der Grenze der Atmosphäre über dem Äquator Gleichgewicht zwischen der Schwere und der Zentrifugalkraft herrscht, zur Abtrennung von Ringen. Über den Vorgang der Ringbildung spricht sich Laplace nur kurz aus. Er nimmt an, daß nur die äquatorialen Massen selbständig werden, berücksichtigt also nicht, daß, sobald die Atmosphäre die kritische Niveaufläche überschreitet, nach der Abtrennung der äquatorialen Massen die in höheren Breiten jenseits der kritischen Niveaufläche lagernden Massen sich längs derselben nach dem Äquator verschieben müssen. Poincaré setzt voraus (a. a. O. Nr. 22), daß die ganze jenseits der kritischen Niveaufläche liegende Atmosphärenschicht zur Abtrennung gelange. Dies würde nur dann möglich sein, wenn die nach dem Äquator hindrängenden Massen an jeder Stelle, wohin sie kommen, sogleich die dieser Stelle angemessene Rotationsgeschwindigkeit erlangten, und wenn die sich abtrennenden Massen ihr Volumen sogleich bis zu dem Grade verkleinerten, daß sie den nachströmenden Massen kein Bewegungshindernis böten. Keine dieser Bedingungen

[1]) Die Richtung dieser Achse bleibt natürlich nur bei kräftefreier Bewegung unverändert. Bei jedem neuen Stoße, den der Planet erfährt, nimmt die Achse eine andere Lage an.

ist bei den Planetenatmosphären erfüllt. Weder erlangen die atmosphärischen Massen bei einer Änderung ihrer Breitenlage sogleich die erforderliche Rotationsgeschwindigkeit, noch ist es wahrscheinlich, daß sämtliche zur Abtrennung kommenden Massen ihr Volumen durch Übergang in den festen oder flüssigen Zustand so weit reduzieren, daß sie sich gegenseitig in ihrer Bewegung nicht mehr stören.

Wenn die Annahme von Laplace und Poincaré, daß die an der Grenze der Atmosphäre in freien Kreisbahnen sich bewegenden Massen, weil sie, durch Wärmeausstrahlung schnell ihr Volumen verkleinernd, den später sich abtrennenden Massen den Raum nicht streitig machten, auf die Planetenatmosphäre keine Rückwirkung ausüben könnten, deutlich als Irrtum erkannt ist, so ist auch die Quelle entdeckt, aus der alle Widersprüche fließen, die der allgemeinen Anerkennung der Laplaceschen Erklärung der Entstehung der Monde bisher im Wege standen. Tatsächlich ist es dieser verhängnisvolle Irrtum, in dem letzten Endes alle Einwände gegen die Laplacesche Erklärung wurzeln (vgl. § 90). Denn wenn er bei der Erklärung zugrunde liegt, so läßt sich

1. keine einleuchtende Ursache angeben, die bewirkte, daß die Absonderung der Ringe nicht kontinuierlich, sondern nur zeitweise erfolgte (§ 90 α a);
2. ist es eine mechanische Unmöglichkeit, daß sämtliche Teilmassen eines Ringes sich zu einer einzigen Masse vereinigten (§ 90 α b);
3. zeigt die Rechnung, daß die Vereinigung von Teilmassen auch bei Berührung erst dann eintreten konnte, als sie ungefähr bereits die gegenwärtige Monddichte erlangt hatten (§ 90 α c);
4. kann geschlossen werden, daß die nicht kondensierbaren Gase, die ohne Zweifel einen bedeutenden Bruchteil der Ringmassen bildeten, sich neben den Monden erhalten und selbständige Bahnen beschreiben mußten. Bis jetzt ist aber ein die Mondbahnen einhüllendes Mittel nicht entdeckt worden;
5. ist es schwierig, eine Erklärung dafür zu finden, daß der innere Marsmond und die inneren Teile der Saturnsringe ihre Umläufe schneller ausführen als der Planet seine Rotation (§ 90 α e).

Die den angegebenen Irrtum berichtigende neue Erklärung geht allen diesen Schwierigkeiten aus dem Wege. Ihre Leitsätze sind folgende:

1. Erstreckt sich die Planetenatmosphäre so hoch, daß sie die kritische Niveaufläche erreicht und überschreitet, so geht die gleichförmige Rotation in eine ungleichförmige über. Jenseits der kritischen Niveaufläche kommt dann in der Äquatorebene eine Zone A zur Aus-

bildung, wo sich die atmosphärischen Massen ungefähr in freien Kreisbahnen bewegen (§ 138).

2. Die Bildung der Monde erfolgt nicht an der Grenze der Atmosphäre, sondern im Innern derselben, in der Zone A (§ 138).
3. Es werden nicht nacheinander isolierte Ringe abgeschleudert, sondern mehrere Monde können sich gleichzeitig bilden (§ 140).
4. Die Massen der Monde vergrößern sich durch Ankristallisieren kondensierbarer atmosphärischer Stoffe, mit denen sie stets von neuem in Berührung kommen (§ 141).
5. In der Zone A können große, kleine und kleinste Mondkörper entstehen. Die kleinsten verkürzen, soweit sie nicht von den größeren aufgefangen werden, infolge des größeren Widerstandes, den sie in der Planetenatmosphäre erfahren, ihre Bahndimensionen schneller als jene und vereinigen sich wieder mit der Planetenkernmasse (§§ 137 u. 143).
6. Der größere Widerstand, den kleinere Massen in der Atmosphäre erfahren, erklärt auch, daß der innere Marsmond und die inneren Teile der Saturnsringe schneller umlaufen als der Planet rotiert (§§ 149 u. 152).
7. Da die Atmosphäre auch auf die größeren Mondmassen wie ein schwaches widerstehendes Mittel wirkt, so können die eigenartigen Kommensurabilitäten der Umlaufszeiten der Jupiters- und der Saturnsmonde zur Ausbildung gelangen, die von Laplace der Einwirkung eines widerstehenden Mittels zugeschrieben werden (§§ 142 u. 143).
8. Da die die Monde umgebenden nicht kondensierbaren Gase ihren Zusammenhang mit der Planetenatmosphäre niemals aufgeben, so erscheinen, nachdem sich diese ins Innere der Mondbahnen zurückgezogen hat, die Zwischenräume zwischen den Mondbahnen von Materie frei (§ 143).

Dritter Abschnitt.

Besondere Fälle.

147. Die Saturnsmonde Hyperion und Themis. Die Bahnen dieser beiden Monde besitzen eine große Exzentrizität (0,13 und 0,23), die Bahn der Themis auch eine große Neigung gegen den Saturnsäquator (11°). Die angegebenen Abweichungen von den normalen Verhältnissen zwingen aber noch nicht dazu, die Monde zu den irregulären zu rechnen. Ihre Bahnen liegen nämlich der Bahn des größten Saturnsmondes, des Titan, so nahe, daß sie von ihm bedeutende, periodische und säkulare, Störungen erfahren. Die mittlere Entfernung vom Planeten beträgt bei Titan 20,2, bei Hyperion 24,5, bei Themis 24,2 Saturnsradien. Infolge der großen Exzentrizität der Themisbahn liegt ein Teil derselben sogar innerhalb der Bahn des Titan. Die sehr schwierige Theorie der Saturnstrabanten hat bis jetzt erst zu einer Bestimmung der kurzperiodischen Störungen der Bahnen geführt (Struve); bei der großen Nähe der Bahnen dürfte es aber kaum einem Zweifel unterliegen, daß die durch Titan bewirkten säkularen Störungen bei Hyperion und Themis die große Exzentrizität und bei Themis auch die große Neigung hervorgerufen haben.

148. Der Saturnsmond Japetus. Auch dieser Mond kann, obgleich seine Bahn gegen die Äquatorebene Saturns um 14° geneigt ist, vielleicht noch zu den regulären gezählt werden. Wegen seiner großen Entfernung von den übrigen Saturnsmonden sind die störenden Einflüsse derselben auf ihn allerdings nur klein; aber die große Entfernung von Saturn (59 Saturnsradien) bringt es mit sich, daß die störenden Einwirkungen der Sonne auf ihn bereits einen größeren Betrag erreichen. Diese Störungen bewirken, daß der Pol der Mondbahn um den Pol einer festen Ebene, die durch die Knotenlinie des Planetenäquators und der Planetenbahn hindurchgeht, eine Ellipse beschreibt (Tisserand). Die Neigung der Mondbahn gegen die Äquatorebene ist hiernach veränderlich; sie schwankt in gesetzmäßiger Weise zwischen großen und kleinen Beträgen hin und her. Die Tatsache, daß die Mondbahn dem Planetenäquator zuzeiten nahe kommt, rechtfertigt die obige Annahme, daß Japetus ein regulärer Mond sei[1]). Es ist jedoch auch möglich, daß sich die abweichende Lage der Japetusbahn ebenso erklärt wie die des Neptunsmondes (vgl. § 151).

149. Der Marsmond Phobos. Der innerste Marsmond führt seinen Umlauf in kürzerer Zeit aus als der Planet seine Rotation. Man könnte geneigt sein, die Erklärung dieser auffälligen Tatsache darin zu suchen, daß die kleine Mondmasse bei der Verkürzung ihres Bahnradius unter die kritische Niveaufläche herabsank und, nunmehr in die eigentliche Planetenatmosphäre eindringend, durch den immer kräftiger werdenden Widerstand derselben gezwungen, in immer schnelleren Umläufen sich dem Planeten noch beträchtlich näherte (Erklärung von Roche)[2]). Die kleine Masse der Marsmonde läßt darauf schließen, daß in der Entfernung vom Planeten, wo sie sich bildeten, die Marsatmosphäre

---

[1]) Die Darwinsche Hypothese, daß der Erdmond seine gegenwärtige Entfernung vom Planeten der Gezeitenreibung verdanke (vgl. § 150), läßt sich auf Japetus nicht anwenden, da der in den Gleichungen der Gezeitenreibung auftretende Proportionalitätsfaktor h für Japetus einen bedeutend kleineren Wert besitzt als für den Erdmond.

[2]) **Essai sur la constitution et l'origine du système solaire.**

nur geringe Dichte besaß. Da die Planetenmasse ebenfalls verhältnismäßig klein ist, so wiesen in diesem Falle, selbst bei mäßigen Oberflächentemperaturen, auch die tieferen Schichten der Atmosphäre keine großen Dichten auf. Der adiabatische Gleichgewichtszustand kann z. B. in einer Atmosphäre von bestimmter Höhe bei beliebigen Dichtewerten an ihrem Grunde bestehen. Bei Mars würde sich eine adiabatische Wasserstoffatmosphäre schon über den ersten Marsmond hinaus erstrecken, wenn die Oberflächentemperatur des Planeten nur 600° wäre (vgl. § 90 α d). Wenn der innere Mond seine Bahn unter die kritische Niveaufläche verlegte, so lag also, da nach dem Gesagten die Dichte der Atmosphäre klein genug angenommen werden darf[1]), nicht die Notwendigkeit vor, daß er, nunmehr einem schnell wachsenden Widerstande ausgesetzt, seine Selbständigkeit verlieren mußte, sondern es bestand die Möglichkeit, daß er sie bewahren konnte. Übrigens verdient ein früher nicht beachteter Umstand Berücksichtigung, aus dem sich ergibt, daß der Widerstand, den der Mond in der Planetenatmosphäre erfährt, geringer ist, als aus den Gleichungen des § 12 folgt. Die Atmosphäre braucht nicht als einheitlich rotierende Masse betrachtet zu werden. Der Mond reißt die ihm in den Weg tretenden atmosphärischen Massen mit sich fort und erzeugt auf diese Weise einen ringförmigen Wirbel, der seine Bahn umschließt. Ist die Bahn kreisförmig und liegt sie in der Äquatorebene des Planeten, so erleidet die Wirbelbewegung durch die Rotationsbewegung des Planeten keine Störung. Bei der geringen inneren Reibung der Gase (vgl. § 137) ist die verzögernde Wirkung, die die dem Wirbel benachbarten atmosphärischen Massen auf seine Bewegung ausüben, so klein, daß er, einmal zur Ausbildung gelangt, bestehen bleiben wird, da der schnelle Umlauf des Mondes der Wirbelbewegung immer neuen Antrieb gibt. Im Wirbel ist aber offenbar, selbst bei größerer Dichte seiner Massen, der auf den Mond ausgeübte Widerstand sehr gering, so daß er sich lange Zeit im Innern der Atmosphäre bewegen kann, ohne daß seine Selbständigkeit gefährdet wäre.

Daß der Mond dem Planeten durch ein interplanetarisches Mittel genähert wurde, ist wenig wahrscheinlich. Als solches käme z. B. die Materie des Zodiakallichtes in Frage. Bei der außerordentlich geringen Dichte derselben, die jedenfalls nicht größer als $7 \cdot 10^{-5}$ g/ckm ist (vgl. § 166), würde Phobos, wie sich aus den Gleichungen des § 28 ergibt,

[1]) Aus der Tatsache, daß das Verhältnis der Massen der Monde zu der Planetenmasse bei keinem Planeten so klein ist wie beim Mars (bei der Erde 1:80, bei Neptun 1:1400, bei Saturn 1:4700, bei Jupiter 1:6000, bei Uranus 1:60000, bei Mars 1:1500000), kann gefolgert werden, daß die Dichte der Marsatmosphäre zur Zeit der Entstehung der Monde sehr gering war. Auch jetzt besitzt Mars nur eine dünne Atmosphäre (vgl. Newcomb-E., a. a. O., S. 395).

in mehreren Billionen Jahren[1]) erst eine unbedeutende Bahnverkürzung erfahren. In einem von der Sonne durchschrittenen Mittel, dessen Dichte gleich 10^{-14} g/ccm ist (vgl. § 165), würde eine Bahnverkürzung erst in mehreren Millionen Jahren bemerkbar werden. Bei einer translatorischen Geschwindigkeit der Sonne von 20 km/sec müßte dem Mittel dann ein Durchmesser von mehr als 100 Lichtjahren und bei 10 mal kleinerer Dichte bereits die Dimension des Milchstraßenhalbmessers beigelegt werden.

Es ist auch möglich, daß für Phobos die Erklärung Darwins zutrifft, daß der Planet seine Rotation durch die Gezeitenwirkung der Sonne verlangsamt habe[2]). Bei einer Viskosität der Marsmasse von der Ordnung 10^{16} würden die dafür erforderlichen Zeiten nicht übermäßig lang sein.

150. Der Erdmond[3]). α) Moultons Kritik der Darwinschen Hypothese. Wie bereits bei der Kritik der Laplaceschen Hypothese bemerkt wurde (vgl. § 90 α), beträgt das Revolutionsmoment **des Erdmondes mehr als das 4-fache des Rotationsmomentes der Erde. Hieraus folgt, daß die Laplacesche Erklärung auf den Erdmond ohne weiteres keine Anwendung finden kann. Die Theorie der Gezeitenreibung gibt jedoch ein Mittel an die Hand, die in dem Miß-**

[1]) Aus der Größe und Anzahl der täglich fallenden Sternschnuppen (Dichte 10^{-9} bis 10^{-11} g im km³) würde sich eine noch viel längere Entwicklungszeit ergeben.

[2]) **Darwin, Ebbe und Flut, Teubner, 2. Aufl., S. 288.**

[3]) Von manchen Geologen und Biologen ist die Meinung geäußert worden, daß die Erde anfangs noch einen zweiten Mond gehabt habe, der später auf die Erde niederstürzte und nunmehr das Massiv des Erdteils Afrika, oder den Boden des Stillen Ozeans bilde. Daß bei einem Monde, der sich um die Erde in kreisförmiger oder elliptischer Bahn bewegte, von einem senkrechten Niederstürzen auf die Erde keine Rede sein kann, versteht sich von selbst. Es wäre nur denkbar, daß er, durch ein widerstehendes Mittel oder durch die Anziehung der von ihm selbst auf der Erde erzeugten Gezeitenwelle gezwungen, seinen Bahnradius mehr und mehr verkürzte. In diesem Falle würde ein Mond sich aber, sobald er seine Bahn ins Innere der Rocheschen Grenze verlegte, in kleine Bruchstücke auflösen. In einem widerstehenden Mittel (nicht mehr durch Gezeitenreibung) würden diese Teilmassen gezwungen werden können, ihre Bahndimensionen soweit zu verkürzen, daß sie, endlich in tangentialer Richtung die Erdoberfläche streifend, mit der Erde zur Vereinigung kämen; dann aber würde die oben erwähnte Folgerung, die auf der Annahme beruhte, daß der Mond bei der Vereinigung mit der Erde noch ein zusammenhängender Körper war, hinfällig werden. Auch die mechanisch zulässige Annahme, daß nicht ein zweiter Mond, sondern irgend ein großes Meteor, vielleicht ein Planetoid, senkrecht auf die Erde gestürzt sei, ist zurückzuweisen, weil in diesem Falle die Erdachse durch den seitlichen Stoß zu einer Präzessionsbewegung gezwungen worden wäre (vgl. § 88 β h), die noch jetzt, wegen Fehlens entgegenwirkender Kräfte, vorhanden sein müßte.

verhältnis der Flächenmomente liegende Schwierigkeit aus dem Wege zu räumen. Ist die Umlaufszeit zweier zu einem System vereinigter Körper größer als die Rotationszeit derselben, so bewirkt die Flutreibung eine Vergrößerung ihres gegenseitigen Abstandes und einen Austausch zwischen ihren Rotationsmomenten und dem Umlaufsmoment (vgl. § 37). Befand sich der Mond der Erde einmal so nahe, daß er in derselben Zeit um sie kreiste, wie sie rotierte (Bahnradius = 2,4 Erdradien, Umlaufszeit 4,8 Stunden), so betrug sein Flächenmoment nur den 5. Teil des Rotationsmomentes der Erde. Dieser Bruch ist zwar immer noch verhältnismäßig groß; aber es erscheint, falls der Gezeitenreibung, wie es von Darwin angenommen wird, ein größerer Einfluß auf die Entwicklung des Erde-Mond-Systems zugeschrieben werden darf, die Entstehung des Erdmondes gemäß der Laplaceschen Erklärung hiernach doch als möglich[1]). Darwin hat eine Reihe von Gegnern seiner berühmten Hypothese gefunden; aber keiner hat es vermocht, den eigentlichen Kernpunkt derselben wirksam zu bekämpfen. Am eingehendsten hat sich F. R. Moulton mit ihrer Kritik befaßt[2]). Seine Hauptargumente sind folgende:

1. Wenn angenommen wird, daß unmittelbar nach der Abtrennung des Mondes die Revolution desselben und die Rotation der Erde in ungefähr derselben Zeit erfolgten, so berechnet sich, unter Beobachtung aller Nebenumstände, falls die gegenwärtige Dichte der Erde der Rechnung zugrunde gelegt wird, für die anfängliche Entfernung des Mondes das 2,33-fache des Erdradius (A, Abschn. VI bis XIV); bei geringerer Dichte wird die Entfernung größer. Die Entfernung 2,33 r ist aber so beträchtlich, daß die Annahme einer Teilung unwahrscheinlich wird.
2. Unter der Voraussetzung, daß der mit der Gezeitenreibung verbundene Energieverlust proportional dem Quadrat des Produkts der Geschwindigkeit der Gezeitenwelle und der Größe der flut-

---

[1]) Auf ähnliche Weise das gegenwärtige Mißverhältnis zwischen den Flächenmomenten der großen Planeten und dem Rotationsmoment der Sonne auf die Wirkung der Gezeitenreibung zurückzuführen und dadurch der Laplaceschen Hypothese auch bei der Erklärung der Entstehung der Planeten von neuem Geltung zu verschaffen, ist nicht möglich, da aus verschiedenen Gründen bei der Sonne und den Planeten ein Austausch zwischen den Momenten nur in verschwindendem Maße stattgefunden haben kann (vgl. §§ 39, 77 a c, außerdem Poincaré, Leçons, Nr. 102). Das Rotationsmoment einiger Planeten, z. B. das des Merkur, der Venus (vgl. § 59) und des Mars (vgl. § 149), kann allerdings durch die Flutreibung beträchtlich verkleinert worden sein.

[2]) A) On certain relations among the possible changes in the motions of mutually attracting spheres when disturbed by tidal interactions, and B) Notes on the possibility of fission of a contracting rotating fluid mass; Publication 107 of the Carnegie Institution of Washington.

erzeugenden Kraft sei, daß unmittelbar nach der Abtrennung des Mondes die Umlaufszeit desselben mit der Rotationszeit der Erde übereinstimme, und daß die Bahn des Mondes nicht genau kreisförmig sei, führt die analytische Untersuchung zu dem Resultat, daß die Gezeitenreibung den Mond wieder mit der Erde zur Vereinigung bringen muß (A, Abschn. X).

3. Wenn die bis jetzt durch die Theorie der Mondbewegung nicht erklärte Akzeleration der Mondbewegung von 4″ im Jahrhundert auf eine Verlangsamung der Erdrotation infolge der Flutreibung zurückzuführen ist, so berechnet sich für den unbekannten Viskositätskoeffizienten der Erdmasse ein Wert, der erst in 220 000 Millionen Jahren die Rotationszeit der Erde um 4 Stunden verlängern würde. Mit derartigen Zeitperioden zu rechnen, ist aber unzulässig (A, Abschn. XV).

4. Das gemeinsame Flächenmoment des Erde-Mond-Systems kann, bei der gegenwärtigen Dichte der Erde, nicht zur Ausbildung einer instabilen Rotationsfigur führen. Die vereinigte Erde-Mond-Masse würde noch nicht so stark abgeplattet sein wie Saturn. Erst wenn die Dichte das 40-fache der gegenwärtigen wäre, würde die Rotationsfigur ein dreiachsiges Jacobisches Ellipsoid und erst bei 180-facher Dichte[1]) das Jacobische Ellipsoid instabil werden (B, Abschn. VI).

Aus der Argumentation Moultons geht hervor, daß er bei der Beurteilung der Gezeitenhypothese auf einem anderen Standpunkte steht als Darwin. Darwin bekennt sich zur Laplaceschen Hypothese, während Moulton, auf seine kritische Analyse dieser Hypothese sich stützend, sich gegen sie ablehnend verhält. Moulton macht dem sonst so vorsichtig abwägenden Darwin aus seiner Voreingenommenheit für die Laplacesche Hypothese einen Vorwurf (A, Abschn. I, Introduction). Dieser Vorwurf hat aber nur bedingte Berechtigung, da sich die Laplacesche Hypothese nur in Ansehung der Entstehung der Planeten, aber nicht der Monde, als unhaltbar erweist. So kommt es, daß die meisten gegen die Darwinsche Hypothese gerichteten Argumente Moultons nicht beweiskräftig sind. Weil er die Laplacesche Annahme der Abschleuderung nicht gelten läßt, bleibt für ihn nur die Möglichkeit übrig, daß die Trennung des

[1]) Bei der Berechnung der obigen Zahlen vergrößert Moulton das Moment der Erde-Mond-Masse um den 4. Teil, weil er annimmt, daß dieser Betrag vielleicht durch meteorische oder Reibung anderer Art verloren gegangen sein könne. Rechnet man mit dem wirklich vorliegenden Werte, so findet man, da das Moment mit der 6. Potenz in die Dichte eingeht, für die Maclaurinsche Grenzfigur sogar das 300-fache und für das instabil werdende Jacobische Ellipsoid das 1300-fache der gegenwärtigen Erddichte.

Mondes von der Erde nach Durchlaufen der stabilen Gleichgewichtsfiguren rotierender Flüssigkeiten erfolgt sei. Auf diese Möglichkeit macht auch Poincaré (a. a. O., Nr. 132 ff.) aufmerksam. Moultons 4. Argument zeigt nun unwiderleglich, daß sie nicht in Frage kommen kann. Diesem Argumente gegenüber fallen das 1. und 2. kaum ins Gewicht; sie sind auch wenig überzeugend. Zunächst ist die ursprüngliche Entfernung 2,33 r keineswegs so groß, daß eine Trennung der Mond- von der Erdmasse nicht stattfinden könnte; die Erde-Mond-Masse würde z. B. in der Form des kritischen Jacobischen Ellipsoids (Achsenverhältnis $a : b : c = 1 : 0{,}43 : 0{,}34$), falls dieses zur Ausbildung kommen könnte, was allerdings nach dem 4. Argument nicht der Fall ist, ungefähr die erforderliche Erstreckung annehmen. Die Folgerung ferner, daß der Mond mit der Erde sich wieder vereinigen müsse, trifft deswegen nicht zu, weil die Voraussetzung gleicher Revolutions- und Rotationswinkelgeschwindigkeit wahrscheinlich nicht erfüllt ist, wenigstens dann nicht, wenn die nach Art eines dreiachsigen Ellipsoids in die Länge gezogene Hauptmasse des Systems nach der Abtrennung des Mondes sich wieder abrundet, da in diesem Falle ihr Trägheitsmoment sich verkleinert, ihre Rotation sich also (nach dem Flächensatze) beschleunigt[1]). Auch der dritte Einwand erledigt sich leicht. Wenn die Viskosität der Erdmasse jetzt so groß ist, daß die Verzögerung der Erdrotation durch Gezeitenreibung außerordentlich langsam erfolgt, so kann sie doch früher, worauf auch Poincaré hinweist (a. a. O., Nr. 123), größer gewesen sein. Darwin verlegt daher auch die Hauptwirkung der Gezeitenreibung in die vorgeologische Zeit (Ebbe und Flut, 2. Aufl., S. 296).

β) Ursprung und Entwicklung des Mondes. Wenn es noch andere Möglichkeiten als das Durchlaufen der stabilen Gleichgewichtsformen rotierender Flüssigkeiten gibt, die zu einer Abtrennung der Mondmasse führen können, so wird nach allem Gesagten die Darwinsche Hypothese von den Moultonschen Einwänden gar nicht berührt. Darwin selbst weist auf die Möglichkeit hin (a. a. O., S. 276 f.), daß die Sonnenfluten bei der Abtrennung des Mondes mitgewirkt haben könnten: „Wenn ein Augenblick kam, wo die eigene Oszillationsperiode des flüssigen Erdkörpers gleich der Periode der

[1]) Ein neuer stichhaltiger Grund dafür, daß das Erde-Mond-System nicht durch Zerfallen einer homogenen Rotationsfigur entstanden sein könne, ergibt sich aus dem Massenverhältnis der Erde und des Mondes. Der Verfasser hat gezeigt (‚Über die Entwicklung der Doppelsternsysteme', Abh. Nat. Ver. Brem. 1911, Bd. XX, Heft 2; § 3), daß die beim Zerfallen einer instabil werdenden Rotationsfigur entstehenden Teilmassen in einem Verhältnisse zueinander stehen, das den Wert 1 : 3 nicht übersteigt. Die Mondmasse beträgt aber nur den 80. Teil der Erdmasse.

Sonnenfluten wurde, vergrößerte sich die Höhe der Flut durch Resonanz mehr und mehr, bis sie so beträchtlich wurde, daß der äußerste Teil der Welle sich abtrennte."

Wir wollen diese Annahme, die Darwin nur mit Vorbehalt, ausspricht, durch die Rechnung nachprüfen. Betrachtet man die Erdmasse als homogen, so findet man, daß das Umlaufsmoment des Mondes 4mal so groß ist als das Rotationsmoment der Erde, und daß die Erde daher vor der Abtrennung der Mondmasse, falls seit jener Zeit keine Änderung ihrer Dichte eintrat, 5mal so schnell rotierte als jetzt. Der Tag dauerte dann 4,8 Stunden, die halbtägigen Sonnenfluten folgten einander also in Zeiträumen von 2,4 Stunden. Wie sich nachher zeigen wird, ist diese Zeit etwas länger, als die Oszillationsperiode des Erdkörpers. Der Unterschied ist jedoch in Wirklichkeit geringer, weil die Erde nicht homogen ist. Bestehen, was nach den neueren geophysikalischen Untersuchungen angenommen werden darf, nur die äußeren Erdschichten in einer Dicke von ungefähr $^1/_5$ Erdradius aus Gesteinen (mittleres spez. Gew. 3,2), der Kern aber aus Eisen (spez. Gew. 7,8), so ist das Rotationsmoment der Erde nur 0,85 desjenigen einer homogenen Erde. Das Umlaufsmoment des Mondes ist in diesem Falle 4,86mal so groß als das der Erde. Hiernach würde vor der Abtrennung des Mondes die vereinigte Erde-Mond-Masse 5,86mal so schnell rotiert haben als jetzt, d. h. also in 4,1 Stunden, und die Periode der halbtägigen Sonnenfluten würde ziemlich genau 2 Stunden gewesen sein. Nun beträgt, wenn t die Zeit bedeutet, die ein Satellit brauchen würde, um unmittelbar an der Oberfläche einer Kugel eine Kreisbahn zu beschreiben, die Zeit der freien Schwingung dieser Kugel, falls sie aus einer inkompressibeln Flüssigkeit besteht, $\frac{t}{2}\sqrt{5}$, und falls sie ein Gas in polytropem Gleichgewichte ist, $\frac{t}{2}\sqrt{2}$ (vgl. Emden, Gaskugeln; Kap. XVIII, § 43). Da t für die Erde den Wert 1,41 Stunden besitzt, so ist in beiden Fällen die Periode der freien Schwingung der Erdmasse 1,58 und 1 Stunde. Die Periode der halbtägigen Sonnenfluten ist hiernach in der Tat nur wenig größer als die Oszillationsperiode einer inkompressibeln Erde und würde ihrem Werte sogar noch etwas näher kommen, wenn bei der Rechnung berücksichtigt wird, daß das ursprüngliche Rotationsmoment der Erde, weil es durch die von der Sonne erzeugten Fluten eine Einbuße erlitt (vgl. Moulton, A, Abschnitt XIV), einen größeren Wert besaß, als angenommen wurde. Obgleich die Erklärung hiernach nicht unglaubwürdig erscheint, ist sie aus zwei Gründen doch als recht problematisch zu bezeichnen. Erstens dürfte die Dichte der Erdmasse zur Zeit der Abtrennung des Mondes geringer gewesen sein als jetzt. Da nun die Rotationszeit der Erde nach dem Flächensatze dem Quadrate ihres Radius, die Zeit ihrer freien Schwingung aber nur der Potenz $^3/_2$ proportional ist, so unterscheiden sich die Perioden der Sonnenfluten und der freien Schwingung der Erde um so mehr voneinander, je größer der Erdradius war. Zweitens würde sich der Mond nach der Abtrennung noch innerhalb der Rocheschen Grenze befunden haben. Den letzten Einwand glaubt Darwin zwar dadurch zurückweisen zu können, daß auch in ihrer Bahn unsymmetrisch verteilte Meteorkörperchen das Phänomen der Gezeitenreibung hervorrufen würden (a. a. O. S. 327); aber diese Erklärung würde neuen Schwierigkeiten begegnen, weil bereits geringe Unterschiede in den Bahndimensionen die Meteorkörperchen in scheibenartige Ringe auseinanderziehen würden, und außerdem das unvermeidbare Postulat, daß diskrete, in verschiedenen Bahnen laufende Meteormassen sich zusammenzuballen vermöchten, mechanisch nicht glaubhaft gemacht werden kann (vgl. § 88 β). Darwin legt auf seine Vermutung auch kein großes Gewicht[1]), und wir können sie daher, wenn wir etwas Besseres an ihre Stelle zu setzen vermögen, unbeachtet lassen. Dies ist in der Tat möglich, da sich die Laplacesche Erklärung in der von uns vorgetragenen Fassung auch auf den Erdmond anwenden läßt.

Die vereinigte Masse des Erde-Mond-Systems besaß ein verhältnismäßig großes Rotationsmoment; infolgedessen konnte sich die erweiterte Atmosphäre bis zu großer Höhe erstrecken. Es würde sogar die Annahme erlaubt sein, daß nur ein verhältnismäßig kleiner Kern der planetarischen Gasmasse eine einheitliche Rotationsbewegung besaß, während die ihn umgebende und an Volumen vielleicht bedeutend übertreffende Hülle zu der erweiterten Atmosphäre gehörte. In diesem Falle konnte sich ein verhältnismäßig großer Mond bilden und auch einen verhältnismäßig großen Teil des Momentes der Gesamtmasse in sich aufnehmen Natürlich mußte er, wenn er als kompakte Masse erhalten bleiben sollte, bei der durch den Widerstand der erweiterten Atmosphäre erfolgenden Annäherung an die Planetenkernmasse, stets außerhalb der Rocheschen Grenze bleiben; er mag ihr aber verhältnismäßig nahe gekommen sein[2]). **Nachdem sich die**

---

[1]) **Er sagt (a. a. O., S. 328): „Der Ursprung und die früheste Geschichte des Mondes müssen immer in hohem Grade hypothetisch bleiben, und es erscheint fruchtlos, exakte Theorien über diesen Gegenstand aufzustellen."**

[2]) Da die Dichte des Mondes 0,62 der Erddichte beträgt, so ist seine Rochesche Grenzentfernung $2{,}44 : \sqrt[3]{0{,}62} = 2{,}9$ Erdradien. In dieser Entfernung würde sein Umlaufsmoment der 4,5. Teil des gegenwärtigen und das Rotationsmoment der Erde das 4,78-fache des jetzigen gewesen sein. Mit diesem größeren Moment würde die Erde bei ihren heutigen Größenverhältnissen in 5 Stunden rotiert haben. Da sie zur Zeit der Entwicklung des Mondes nicht langsamer rotieren durfte als der Mond seinen Umlauf vollendete, so konnte ihr Radius in diesem Falle nicht

Erdatmosphäre bei der fortschreitenden Zusammenziehung ins Innere der Mondbahn zurückgezogen hatte, bildeten Erde und Mond ein enges, schnell rotierendes System. Dies dauerte so lange, bis die Viskosität der Erdmasse so groß geworden war, daß die Gezeitenreibung zu merklicher Wirkung gelangte.

Nun setzt die Darwinsche Erklärung ein. Es erfolgte ein Austausch zwischen dem Rotationsmoment der Erde und dem Revolutionsmoment des Mondes. Der größte Teil des Rotationsmomentes der Erde ging auf den Mond über; er entfernte sich immer mehr von der Erde und erreichte schließlich die gegenwärtige Bahn. Gleichzeitig vergrößerte sich die Neigung der Mondbahn gegen den Erdäquator und die Bahnexzentrizität.

Moulton macht darauf aufmerksam (A, Abschn. I), daß, da eine Vergrößerung der Bahnexzentrizität nur bei kleiner, die Vergrößerung der Neigung aber bei großer Viskosität der Erdmasse erfolge, es noch nicht feststehe, ob die bei der Mondentwicklung vorauszusetzenden Exzentrizitäts- und Neigungsänderungen sich auch auf Grund einer und derselben Annahme über die Viskosität der Erdmasse herleiten lassen. Wenn der Gezeitenhypothese hier wirklich Schwierigkeiten erwachsen sollten, so würden sie sich jedoch leicht durch die Annahme beseitigen lassen, daß der Erdmond, durch den störenden Einfluß der Sonnenanziehung aus der Äquatorebene der Erde herausgezogen, in der erweiterten Atmosphäre auch einen seitlichen Widerstand erfuhr und infolge davon Neigungsstörungen erlitt (vgl. § 148).

Der Mond vergrößerte seine Masse in der erweiterten Atmosphäre nicht nur durch Ankristallisieren kondensierbarer Massen, sondern auch durch Aufnahme zahlreicher, in seine Nähe gelangender kleinerer Kondensationsprodukte. Es ist nicht ausgeschlossen, daß die Mondkrater dem Aufsturz solcher kleiner Mondkörperchen ihre Entstehung verdanken. — Die Entstehung der Kettengebirge läßt sich in ähnlicher Weise wie die der irdischen Gebirge erklären. Die bei der Verfestigung der Dämpfe unaufhörlich freiwerdende Kondensationswärme verlieh der Mondmasse eine hohe Temperatur. Bei der später er-

mehr als das $\sqrt{r^1/_3}:5 = 1{,}21$-fache des gegenwärtigen betragen. Bei der angegebenen Erstreckung würde ihre Dichte nur ungefähr halb so groß wie die jetzige gewesen sein. Hatte die Dichte noch nicht ihren heutigen Wert erreicht, so darf angenommen werden, daß es der Wärmezustand der Erde war, der ihr damals das größere Volumen zuwies, daß die Oberflächentemperatur der Erde daher, wie unsere Erklärung es verlangt, noch ziemlich beträchtlich war. Um die Erdatmosphäre bis zu der minimalen Mondbahn auszudehnen, würde, falls Wasserstoff ihr Hauptbestandteil war und adiabatisches Gleichgewicht vorausgesetzt wird, eine Oberflächentemperatur von 2200° erforderlich gewesen sein (vgl. § 90 ad und § 135). Daß der Ursprung des Mondes in die vorgeologische Zeit fällt, versteht sich nach unserer Erklärung von selbst.

folgenden Wärmeausstrahlung trat dann eine Kontraktion ein, die zu Massenverschiebungen in der Oberflächenkruste Anlaß gab. — Wenn, unserer Erklärung gemäß, die Monde durch Ankristallisieren und Aufnahme kleiner fester Massen sich vergrößerten, so stellten sie während ihrer ganzen Entwicklungszeit feste (oder flüssige) Körper dar. Ihre Starrheit war aber ohne Zweifel nicht so groß, daß sie nicht imstande gewesen wären, auf sie einwirkenden gestaltändernden Kräften nachzugeben. In diesem Falle mußte der Erdmond, als er der Erde noch näher war, sich mehr in die Länge strecken als gegenwärtig. Wo feste Massen keinem Drucke unterliegen, besitzen sie auch nicht die Eigenschaft der Plastizität; sie werden daher bei Formänderungen Brüche und Sprünge zeigen. Es könnte vermutet werden, daß die rätselhaften Rillen auf dem Monde, die Ebenen, Krater und Gebirge durchsetzen und daher jünger sind als diese, auf die angedeutete Weise bei der zunehmenden Abrundung des Mondes zur Kugelgestalt entstanden sind.

Sollte die Darwinsche Hypothese, daß der Erdmond seine gegenwärtige Entfernung von der Erde in erster Linie der Gezeitenreibung verdanke, aus irgend einem noch unbekannten Grunde zurückgewiesen werden müssen, so würde auch die Anwendung der Laplaceschen Erklärung auf seine Entstehung nicht statthaft sein; der Erdmond müßte dann den irregulären Monden zugezählt werden[1]).

151. Der Neptunsmond. Die geringe Entfernung vom Planeten (15 Neptunsradien) und die kleine Bahnexzentrizität (0,007) des Mondes lassen darauf schließen, daß er zu den regulären gehört. Im Gegensatze zu allen anderen regulären Monden tritt jedoch bei der Anwendung der Laplaceschen Erklärung auf den Neptunsmond eine Schwierigkeit auf, die nur durch eine besondere Annahme aus dem Wege geräumt werden kann. Die Bahnebene des Mondes erleidet eine langsame Verschiebung im Raume. Wenn diese Verschiebung nach Tisserand als Störungswirkung zu betrachten ist, die durch die Abplattung des

[1]) Das einzige wirklich ernst zu nehmende, der Hypothese entgegenstehende Bedenken läßt sich aus der erforderlichen Entwicklungszeit herleiten, die den von Darwin berechneten Minimalwert von rund 60 Millionen Jahren ohne Zweifel bedeutend übersteigt. Darwin selbst ist allerdings der Meinung, daß, „wenn die Gezeitentheorie schließlich verworfen werden sollte, dies nicht wegen Mangels an dem erforderlichen Zeitraume geschehen würde" (a. a. O., S. 312). Doch würden sich für die Entwicklungszeit auch kleinere Werte ergeben, wenn man dem Erdradius größere Werte beilegte. Darwin legt seiner Rechnung die gegenwärtige Größe des Erdradius zugrunde; zur Zeit der Zusammenballung der Mondmasse war dieser nach dem Früheren wahrscheinlich größer. Die Entwicklungszeit ist, wenn alle $\sin 2\varepsilon = 1$ gesetzt werden, der 3., bei kleinen Phasenverzögerungswinkeln sogar der 7. Potenz des Erdradius umgekehrt proportional (vgl. § 39).

Planeten hervorgerufen wird, so muß die Bahnebene des Mondes gegen die Äquatorebene des Planeten merklich geneigt sein[1]). Wie erklärt sich diese abweichende Lage der Bahn des Neptunsmondes? — Da der in den Gleichungen der Gezeitenreibung auftretende Faktor h, unter der Voraussetzung gleicher Massen der Monde, beim Neptunsmonde mehr als 4mal so groß als beim Erdmonde ist, so könnte man vielleicht der Meinung sein, daß sie auf dieselbe Weise entstanden sei wie bei dem Erdmonde. Diese Erklärung ist aber nicht statthaft. Wenn die Anziehung des ellipsoidförmigen Neptun die angegebene Wirkung haben soll, so muß seine Abplattung nach Tisserand ungefähr $^1/_{100}$ betragen. Aus der Formel, die bei homogenen rotierenden Flüssigkeiten die Abplattung p bestimmt (vgl. Kirchhoff, Analytische Mechanik, 12. Vorl.), erhält man für das Verhältnis der Abplattungen zweier Planeten

$$\frac{p}{p'} = \frac{\delta'}{\delta}\left(\frac{\omega}{\omega'}\right)^2.$$

Setzt man für p', δ', ω' die für die Erde gültigen Werte, ferner $p = {}^1/_{100}$, $\delta = 1{,}1^\bullet$ (auf Wasser bezogen), so folgt $\omega = 0{,}775\,\omega'$. Mit Hilfe dieses Wertes findet man, daß das Flächenmoment des Neptunsmondes, falls seine Masse gleich derjenigen des Erdmondes angenommen wird, $^1/_{11}$ des Rotationsmomentes des Planeten beträgt. Wenn der Abstand des Mondes vom Planeten durch die Gezeitenreibung zunimmt, verringert sich die Neigung i der Mondbahn gegen die Maximalebene des Systems „Planet-Mond", und es vergrößert sich die Neigung j der Äquatorebene des Planeten gegen diese Maximalebene (vgl. § 38 u. § 64). Eine Vergrößerung der Neigung der Mondbahn gegen die Äquatorebene erfolgt also, sobald j schneller zunimmt als i abnimmt, und das ist gemäß der Gleichung

$$\frac{d(i+j)}{dt} = \frac{h}{2}(i+j)\left(1 - \frac{2\,\Omega}{\omega} - \frac{\omega}{\xi}\right)$$

erst dann der Fall, wenn $\omega : \xi < 1$, d. h. wenn das Rotationsmoment des Planeten kleiner als das Umlaufsmoment des Mondes geworden ist. Da das Moment des Neptunsmondes aber noch nicht den 10. Teil des Rotationsmoments des Planeten beträgt, so ist es hiernach ausgeschlossen, daß die Äquatorebene Neptuns durch Gezeitenreibung eine größere Verschiebung erlitten hätte.

Um die Neigung der Mondbahn gegen die Äquatorebene zu erklären, machen wir die Annahme, daß zur Zeit der Entstehung des

---

[1]) See hat aus der Lage von parallelen Streifen auf der Neptunsscheibe auf die Richtung der Rotationsachse geschlossen und ebenfalls gefunden, daß die Mondbahn gegen die Äquatorebene geneigt ist; Astr. Nachr. Nr. 4656, Bd. 194.

Mondes die Planetenkernmasse nicht einheitlich rotierte, daß die inneren Massen des Kernes eine etwas andere Rotationsrichtung hatten als seine äußeren Schichten und die ihn umlagernden Schichten der Atmosphäre. In diesem Falle mußte, nachdem sich die verschiedenen Rotationsbewegungen durch innere Reibung allmählich einander angepaßt hatten, die Mondbahn gegen die resultierende Äquatorebene eine Neigung aufweisen. Beachtet man, daß der Planet Neptun sich aus den äußersten Teilen des Sonnenurnebels bildete, wo die Bewegungsrichtungen und die Geschwindigkeiten der Nebelmassen wenig einheitlich sein mochten, und berücksichtigt man außerdem die geringe innere Reibung der Gase, so erscheint die Annahme, daß die inneren und die äußeren Massen des Planeten während seiner ersten Entwicklungszeit in etwas gegeneinander geneigten Bahnen rotierten, nicht unglaubwürdig.

Die angegebene Erklärung trifft vielleicht auch für den Saturnsmond Japetus zu (vgl. § 148).

152. Die Ringe Saturns. Die vorgetragene Erklärung der Entwicklung der Monde beruht auf der Annahme, daß die Oberflächentemperatur des Planeten während langer Zeitperioden sich nicht wesentlich änderte, bei seiner Kontraktion also die Höhe der Atmosphäre sich nur langsam verringerte. Ist diese Annahme nicht erfüllt, so ändern sich die Erscheinungen. Nimmt die Höhe der Atmosphäre infolge Sinkens der Oberflächentemperatur schneller ab, so sind in den die kritische Niveaufläche übersteigenden Atmosphärenschichten die in der Äquatorebene frei laufenden Massen bald nicht mehr imstande, den Zusammenhang mit der zurückweichenden Atmosphäre aufrecht zu erhalten. Der Polarradius der Atmosphäre verkürzt sich weit schneller als der Äquatorialradius; besonders jenseits der kritischen Niveaufläche flacht sie sich schnell ab. Durch den Widerstreit der Bewegungen werden schließlich alle Massen in die Nähe der Äquatorebene gedrängt und beschreiben dann selbständige, durch einen Widerstand nicht mehr gestörte Bahnen. Wenn von der Seite her keine neuen Massen mehr nach dem Äquator drängen, so haben jedoch die in der Äquatorebene laufenden Mondkörperchen keine Gelegenheit mehr, ihre Masse zu vergrößern. Die Folge ist, daß sie klein bleiben. Da ferner der Widerstand, den sie im Mittel erfahren, stets geringer wird, so können auch die kleineren Körperchen ihre Selbständigkeit bewahren. Anstatt weniger großer entsteht dann eine große Anzahl kleiner, dicht benachbarter Monde. Auf die angegebene Weise erklären wir die Entstehung der Saturnsringe[1]).

[1]) Daß die Körperchen der Saturnsringe klein bleiben mußten, erklärt sich außerdem daraus, daß sie größtenteils innerhalb der Rocheschen Grenze ihren

Die Tatsache, daß die innerhalb der Cassinischen Trennung liegenden Teile der Saturnsringe ihren Umlauf schneller vollenden, als der Planet seine Rotation, läßt sich ähnlich wie beim Marsmonde Phobos (vgl. § 149) durch die Annahme erklären, daß diese Ringmassen in die eigentliche Planetenatmosphäre hineinrückten und von ihr einen Widerstand erfuhren, der ihren Bahnradius verkürzte. Bei der großen Anzahl der Teilmassen war in diesem Falle das Fortbestehen und die beständige Erneuerung des sie einhüllenden atmosphärischen Wirbels in noch höherem Grade gesichert, als beim Marsmonde. Außerdem liegt die beim Marsmonde auszuschließende Möglichkeit vor, daß die Ringmassen in einem von der Sonne durchschrittenen Mittel ihren Bahnradius verkürzten[1]) (vgl. §§ 155ff.). Die feinsten (vielleicht noch gasförmigen) Massen erfuhren den größten Widerstand, verkleinerten also ihren Bahnradius am schnellsten und rückten dadurch auf die innere Seite der Ringe (Schleierring), während die größeren Massen in ihren äußeren Teilen blieben. In diesem Falle nahm die Breite der Ringe zu. Die Dichte des Mittels ist als so gering vorauszusetzen, daß es, außer bei den Saturnsringen (und den Kometen), keine bemerkbaren Wirkungen hinterlassen konnte.

II. Die irregulären Monde.

153. Anzahl derselben und Entfernung vom Planeten. Zu den irregulären Monden rechnen wir die Jupitersmonde VI, VII, VIII und IX und den Saturnsmond Phöbe. Der Erdmond ist nur scheinbar irregulär; wenn die Darwinsche Hypothese, daß er seine Entfernung von der Erde durch den Einfluß der Gezeitenreibung merklich vergrößert habe, zutrifft, so läßt er sich zwanglos den regulären Monden zuordnen. Die Jupitersmonde VIII und IX und der Saturnsmond Phöbe sind als irregulär zu bezeichnen, weil sie den Planeten in rückläufiger Bahn umkreisen. Die Jupitersmonde VI und VII sind zwar rechtläufig; ihre großen Neigungen gegen den Planetenäquator, die sich, da dieser fast mit der Planetenbahn zusammenfällt, nicht auf dieselbe Weise herleiten lassen wie bei dem Saturnsmonde Japetus (vgl. § 148), scheiden sie jedoch aus der Reihe der regulären Monde aus.

Nach Charlier[2]) ist die Hillsche Grenzfläche eines rechtläufigen

---

Umlauf ausführen. Die Rochesche Grenze liegt etwas innerhalb der Grenze des Ringsystems.

[1]) Die von Darwin in bezug auf Mars ausgesprochene Hypothese, daß der Planet seine Rotation verzögert habe (vgl. § 149), würde auf Saturn nicht anwendbar sein. Bei seiner geringen Dichte besitzt Saturn noch eine beträchtliche Kontraktionsmöglichkeit und erfährt aus diesem Grunde wahrscheinlich eine Rotationsbeschleunigung.

[2]) Fys. Säll. Hand. N. F. 19, Nr. 4.

Mondes geschlossen, wenn seine mittlere Entfernung vom Planeten kleiner als die Hälfte der Entfernung des Librationspunktes ist. Bei rückläufigen Monden darf die mittlere Entfernung nur den 4. Teil der Entfernung des Librationspunktes betragen, falls die Hillsche Grenzfläche geschlossen sein soll. Die Jupitersmonde VI und VII (mittlere Entfernung 160 und 165 Planetenradien) bewegen sich in weniger als der halben Entfernung des Librationspunktes (740 Planetenradien; vergl. Tabelle § 42). Die Entfernung des Mondes Phöbe (214 Saturnsradien) ist kleiner als $^1/_4$ der Entfernung des Librationspunktes (1130 Saturnsradien), die Entfernung des Jupitersmondes VIII (350 Jupitersradien) aber größer als $^1/_4$ der Librationsweite. Die Bahnen sämtlicher irregulären Monde liegen weit außerhalb der Bahnen der regulären Monde. Die meisten regulären Monde sind weniger als 26 Planetenradien von ihrem Planeten entfernt; eine Ausnahme machen nur Japetus und der Erdmond mit je 60 Planetenradien Entfernung.

154. Ursprung der irregulären Monde. Zunächst liegen zwei Möglichkeiten vor: Entweder stammen die irregulären Monde, wie die regulären, aus der *Planetenmasse*, oder sie sind dem Planeten *fremde Körper*. Wenn sie aus der Planetenmasse stammen, so müßten sie, falls man sie nicht etwa als Eruptionsprodukte betrachten will, ebenso wie die regulären Monde gemäß der Laplaceschen Hypothese aus der Planetenatmosphäre hervorgegangen sein. Es sind tatsächlich Versuche gemacht worden, die Laplacesche Erklärung auch auf die rückläufigen Monde Jupiters und Saturns anzuwenden. Man hat z. B. angenommen, daß sich die rückläufigen Monde gebildet hätten, als die Planeten noch rückwärts rotierten, was kurz nach ihrer Zusammenballung der Fall gewesen sei (Poincaré, a. a. O. Nr. 56). Wir haben jedoch früher gezeigt (vgl. § 55ff.), daß die Annahme, die Rotation der Planeten sei anfangs retrograd gewesen und dann durch Gezeitenreibung vernichtet und in die gegenwärtige verwandelt worden, auf so große Schwierigkeiten stößt, daß sie als unwahrscheinlich aufgegeben werden muß. Auch die der genannten nahestehende Annahme von Stratton, daß von den anfangs rückwärts rotierenden Planeten die der Sonne näheren durch die Gezeitenwirkung der Sonne „überkippten“ und dann durch die Gezeitenwirkung der rechtläufigen Monde gezwungen wurden, ihre Achse der Senkrechten auf der Bahn zu nähern, die weiter entfernten Planeten (Uranus und Neptun) aber durch die Gezeitenwirkung ihrer rückwärtslaufenden Monde am Überkippen gehindert wurden (Monthly Notices of the Roy. Astr. Soc. 1906, vol. 66, Nr. 6), ist zurückzuweisen, erstens, weil die Planeten nur geringe Spuren einer Gezeitenwirkung zeigen, und zweitens, weil die Monde wegen ihrer geringen Masse die postulierte Wirkung nicht auszuüben vermochten (vgl. § 54).

Die Wahrscheinlichkeit, daß die irregulären Monde aus der Planetenmasse hervorgegangen seien, ist nach dem Gesagten sehr gering. Dann aber dürfte fast mit Sicherheit zu schließen sein, daß sie *dem Planeten fremde* Körper sind. Außer ihrer beträchtlichen Neigung gegen die Äquatorebene des Planeten und ihrer großen Bahnexzentrizität deutet besonders auch der *weite Abstand*, den sie von den regulären Monden wahren, darauf hin, daß sie anderen Umständen ihre Entstehung verdanken als die regulären Monde.

Wenn die irregulären Monde dem Planeten fremde Körper sind, kann man wieder zwei Angliederungsmöglichkeiten unterscheiden. Entweder sind sie von außen in den Anziehungsbereich des Planeten hineingelangt und von ihm zurückgehalten worden, oder sie befanden sich schon von Anfang an in seiner Nähe, gehörten also schon von vornherein zu seiner Sphäre. Die erste Vermutung ist bereits verschiedentlich, und zwar zuerst von W. H. Pickering in bezug auf den von ihm entdeckten rückläufigen Saturnsmond Phöbe, ausgesprochen worden (siehe auch Poincaré, a. a. O. Nr. 56). Er nimmt an, daß Phöbe ein eingefangener Komet sei. Auch von den Jupitersmonden VI, VII, VIII und IX ist vermutet worden, daß sie eingefangene Planetoiden seien. Diese Erklärung würde bei VI, VII und bei Phöbe nur dann mit den Integralen des Dreikörperproblems vereinbar sein, wenn ein widerstehendes Mittel vorausgesetzt wird, das den Mond in die den Planeten einhüllende, maximale geschlossene Hillsche Oberfläche hineindrängte (vgl. Poincaré, a. a. O. Nr. 92), oder wenn angenommen wird, daß das Festhalten des Mondes die Folge einer Gravitationsvergrößerung der Planetenmasse war. Nun dringt ein aus großer Entfernung einem Planeten sich nähernder Körper im allgemeinen mit großer, in bezug auf den Planeten hyperbolischer Geschwindigkeit in das Anziehungsgebiet desselben ein und enteilt ihm daher im allgemeinen wieder, nachdem seine Bahn große Störungen erlitten hat. Daß während der verhältnismäßig kurzen Zeit, die er sich in der Nähe des Planeten befindet, die Widerstandswirkungen oder eine Gravitationszunahme einen merklichen Betrag erreichen könnten, erscheint fast ausgeschlossen. Das Festhalten eines solchen Körpers durch den Planeten könnte daher nur die Folge einer zufälligen Verkettung günstiger Umstände sein (vgl. § 92). Dieser Fall ist vielleicht nur ein- oder zweimal, bei dem VIII. und IX. Jupitersmonde, deren Hillsche Grenzfläche nicht geschlossen ist, eingetreten. Die Hillsche Grenzfläche der übrigen irregulären Monde ist geschlossen und, wenigstens bei den Jupitersmonden VI und VII, bedeutend kleiner als die maximale geschlossene Hillsche Fläche ihres Planeten. Es müßte also, falls auch sie dem Planeten aus großer Entfernung zugeeilt wären, nach ihrem Einfangen noch eine beträchtliche Gravitationsvergrößerung eingetreten sein oder ein widerstehendes Mittel kräftig eingewirkt haben. Die erste Annahme würde nur dann erlaubt sein, wenn das Einfangen der Monde bereits während des Nebelstadiums, wo die Planeten selbst noch in der Bildung begriffen waren, erfolgte. Das bei der zweiten Annahme vorauszusetzende kräftig wirkende Mittel konnte aus früher dargelegten Gründen (vgl. §§ 40—47, 52) kein interplanetarisches sein; denn in diesem Falle hätten sich seine Wirkungen noch auf mehrfache andere Weise geltend machen müssen, was aber nicht nachweisbar ist[1]). Es wäre nur noch denkbar, daß das Mittel die eigentliche oder erweiterte Planetenatmosphäre war (Annahme von Poincaré, a. a. O. Nr. 56). Bei den rückläufigen Monden mußte diese aber als Mittel so kräftig wirken, daß die Monde ihre Selbständigkeit wohl kaum bewahren konnten. Nach allem Gesagten dürfte die Annahme, daß die irregulären Monde aus großen Entfernungen stammende Massen (Kometen, Planetoiden) seien, nur als Ausnahmefall zutreffen.

Es bleibt noch die Möglichkeit, daß *die irregulären Monde von Anfang an, d. h. also bereits im Nebelstadium, den Planeten benachbart waren.* Diese Annahme[2]) bietet der Erklärung keine weiteren Schwierigkeiten. Es ist nicht unwahrscheinlich, daß nach dem Zerfallen des Sonnennebelstreifens neben den zu der Sonne und den Planeten sich umbildenden Hauptmassen noch einige kleinere Massen zurückblieben, die von den in ihrer Nähe befindlichen Planeten angezogen und als Monde festgehalten wurden[3]). Es ist ohne weiteres klar, daß die Bahnen

---

[1]) Daß vielleicht ein schwaches interplanetarisches Mittel vorhanden war, wird hierdurch natürlich nicht bestritten (vgl. §§ 155 ff.); ein schwaches Mittel konnte aber die Bahndimensionen der irregulären Monde nicht bis zu ihrem gegenwärtigen Werte verkleinern (vgl. § 149).

[2]) Die obige Annahme machen Chamberlin-Moulton nicht nur für die irregulären, sondern für alle Monde (vgl. § 99).

[3]) Ungefähr dieselben Gründe, die dafür sprechen, daß die meisten irregulären Monde schon von Anfang an ihrem Planeten benachbart gewesen sind, lassen sich auch dafür geltend machen, daß die Planetoiden Achilles, Patroklus, Hektor und Nestor, die um die Spitze des auf der Basis „Sonne—Jupiter" stehenden gleichseitigen Dreiecks herumpendeln, sich bereits zur Zeit der Umbildung des Urnebels in isolierte Massen in dieser Lage befunden haben. Doch würde auch ein widerstehendes Mittel die Bahndimensionen im Laufe der Zeit so ändern können, daß eine allmähliche Anpassung an den vorliegenden Zustand denkbar wäre; als Mittel kämen vielleicht die äußersten feinsten Schichten der zur Sonne zusammensinkenden Nebelmassen in Frage (vgl. § 129 β). Wenn in der Nebelmaterie die Gravitation durch den Strahlungsdruck geschwächt wird, so ergibt sich noch eine andere Erklärung. Da die Größe der Wirkung des Strahlungsdruckes auf einen planetarischen Körper von der physikalischen Beschaffenheit desselben abhängt, so können zwei vom Strahlungsdruck verschieden beeinflußte Körper dieselbe Bahn mit verschiedenen Geschwindigkeiten durchlaufen, oder wenn sie in verschiedenen Bahnen laufen, die Dimensionen derselben ver-

solcher Monde, je nach der anfänglichen relativen Lage der Planeten-, Mond- und Sonnenmasse, *recht- und rückläufig* werden und *sehr verschiedene Neigungen gegen die Planetenbahn* annehmen konnten. Durch die Anfangsbedingungen war auch die Größe des Flächenmomentes der Monde von vornherein bestimmt. Durch das den Urnebel vielleicht umgebende Mittel, oder auch durch Gravitationszunahme der Planetenmasse, konnten die Bahndimensionen jedoch nachträglich eine Verkleinerung erfahren. Eine Reduzierung der Exzentrizitäten auf dieselben kleinen Werte wie bei den Planetenbahnen war nicht möglich, weil die Monde bei der Annäherung an den Planeten durch die Anziehung der Sonne Störungen erlitten. Die Exzentrizitäten liegen zwischen den Grenzen 0,025 (Jupitersmond VII) und 0,33 (Jupitersmond VIII); sie sind jedoch beträchtlichen säkularen Änderungen unterworfen.

4. Kapitel. Die Entwicklung der Kometen.

155. Grundlage der Erklärung. Auf Grund der Tatsache, daß die Kometen vergängliche Weltkörper sind, haben wir früher ihre verschiedenen Ursprungsmöglichkeiten diskutiert (vgl. §§ 71—72, 93). Dabei ergab sich, daß die meisten Hypothesen zu keiner befriedigenden Erklärung führen, weil sie zum Teil mit den Gesetzen der Mechanik nicht verträglich, zum Teil mit Beobachtungstatsachen nicht in Einklang zu bringen sind. Nur eine einzige Annahme blieb noch übrig, die geeignet erschien, als Grundlage einer Erklärung zu dienen. Sie bestand darin, daß die Sonne ein widerstehendes Mittel durchschritten und in demselben die Kometenmassen eingefangen habe. Wir wollen nun versuchen zu zeigen [1], daß diese Annahme die Beobachtungstatsachen wirklich in befriedigender Weise darzustellen vermag.

Es kann als wahrscheinlich gelten, daß viele der *kosmischen echten Gasnebel* unserer Sonne verhältnismäßig nahe sind. Dies gilt in erster Linie von den feinen Nebelmassen, die erst nach längerer Expositionszeit auf der photographischen Platte ihre Existenz verraten und sich über große Gebiete des Himmels erstrecken. Denn daß ihre Entfernung nicht von derselben Größenordnung wie z. B. die der Sterne der Milchstraße ist, kann erstens daraus geschlossen werden, daß sie

---

schieden schnell verkleinern. Auf diese Weise ergeben sich günstige Gelegenheiten für die Entstehung der eigenartigen Konstellationen, wie sie bei den angeführten Planetoiden vorliegen.

[1]) Vgl. des Verfassers Aufsatz: ‚Eine neue Erklärung des Ursprungs der Kometen'. Astr. Nachr. Ergänzungsheft 17, Mai 1910; oder ‚Neue Erklärung des Ursprungs der Kometen'. Abh. Nat. Ver. Bremen Bd. XX, Heft 1, 1909.

bei ihrer bedeutenden scheinbaren Größe andernfalls unvorstellbare Gebiete im Welltraum ausfüllen müßten, und zweitens da aus, daß sich in Entfernungen, die selbst das intensive Licht der Sterne auszulöschen imstande sind, das schwache Nebellicht nicht mehr verraten könnte. Hiernach wird es erlaubt sein, die Annahme zu machen, daß *unser Sonnensystem bei seiner translatorischen Bewegung in einen Nebel eindrang und ihn durchschritt.* Für die Hypothese käme vielleicht in erster Linie der in der Umgebung des Antiapex der Sonnenbewegung liegende große *Orionnebel* in Frage, von dem sich nach den Ergebnissen der spektroskopischen Beobachtungen die Sonne mit einer Geschwindigkeit von 18 km/sec entfernt.

Aus Gasen bestehende echte kosmische Nebel können, falls ihre Dichte nicht außerordentlich gering ist, wie wir noch sehen werden, als Kontinua gelten. Kosmische Meteorstaubwolken gestatten ihren Teilmassen aber mehr oder minder freie Beweglichkeit. Beide Möglichkeiten sind getrennt zu behandeln. Zwar geben wir der ersten Annahme, daß die Erwerbung der Kometen im Innern eines echten Nebels erfolgt sei, vor der zweiten den Vorzug, und wir werden sie in den §§ 157—164 ausführlich diskutieren. Der Vollständigkeit halber wollen wir aber auch die zweite Annahme, daß die Kometen einer Meteorwolke entstammen, auf ihre Brauchbarkeit hin prüfen; dies soll im nächsten Paragraphen geschehen.

Erster Abschnitt.

Mittel mit frei beweglichen Teilchen.

156. Individuelle Geschwindigkeiten der Teilchen kosmischer Nebel. Wenn die Teilchen des von der Sonne durchschrittenen Mittels frei beweglich sind, und wenn außerdem angenommen wird, daß sie, und neben ihnen anzutreffende örtliche Kondensationen, unter dem Einflusse ihrer gegenseitigen Anziehung verschiedenartige Bahnen beschreiben, so werden sie sich, wenn sie von der in ihre Nähe gelangenden Sonne angezogen werden, um diese in hyperbolischen Bahnen bewegen. Da aber die feine Nebelmaterie auf die Kondensationen wie ein widerstehendes Mittel wirkt, so werden eine Reihe derselben imstande sein, ihre hyperbolischen Exzentrizitäten in elliptische umzuformen und als Kometen der Sonne zu folgen.

Holetschek ist auf Grund eingehender statistischer Untersuchungen über die Elemente der Kometenbahnen zu dem Schlusse gelangt, daß, von den Exzentrizitäten abgesehen, deutlich ausgeprägte Gesetzmäßigkeiten bei den Kometenbahnen nicht anzutreffen seien. Wenn die Kometen eingefangene Nebelkondensationen sind, so läßt diese Tatsache zwei Erklärungen zu:

α) Die Materie der feinen kosmischen Nebel ist ohne Zweifel so zerstreut, daß ihre innere Gravitation nur kleine Geschwindigkeiten zu erzeugen vermag. Trifft dasselbe für die Kondensationen zu, so müßte also, falls die Regellosigkeit der Kometenbahnen sich ohne weiteres aus den Anfangsbedingungen ergeben soll, angenommen werden, daß die Sonne sich in dem durchschrittenen Nebel nur mit geringer relativer Geschwindigkeit fortbewegte, daß *Sonne und Nebel demnach ungefähr dieselbe translatorische Geschwindigkeit besaßen.* Es ist zwar nicht ausgeschlossen, daß sich dieser Fall ereignete, aber er würde doch immer ein merkwürdiges Zusammentreffen bedeuten.

β) Es ist auch denkbar, daß sich im Innern des Nebels eine größere Anzahl von Kondensationen, durch den Widerstand der feinen Nebelmaterie in ihrer Bewegung gehindert, um lokale Anziehungszentren gruppieren und zu selbständigen, vielleicht nur einige Neptunsweiten im Durchmesser messenden Kometensystemen[1]) verdichten. Je größer die mittlere Dichte der Systeme ist, um so größer sind die individuellen Geschwindigkeiten der Teilmassen. Wenn die Sonne ein solches Gebiet durchschritt, so war sie imstande, sich zahlreiche Kometen anzugliedern, deren Bahnen alle möglichen Lagen hatten. —

Wenn die Geschwindigkeit der Sonne im Innern des Nebels so groß ist, daß die individuellen Geschwindigkeiten der Nebelkondensationen hinter ihr zurückbleiben, so werden die Bahnen der angegliederten Kometen nicht mehr beliebig orientiert sein. Dieser Fall nähert sich dem im folgenden Abschnitte betrachteten, wo angenommen wird, daß sich die Nebelteilchen in relativer Ruhe befinden. In Wirklichkeit wird sich keiner von beiden Fällen ereignen; man hat sie nur als Grenzfälle zu betrachten. Beiden gemeinsam ist das in den §§ 163—165 Gesagte. Bei der Beurteilung der im vorliegenden Paragraphen betrachteten Möglichkeit und ihrer Konsequenzen hat man daher auch auf das Spätere Rücksicht zu nehmen.

Zweiter Abschnitt.

Mittel mit relativ ruhenden Teilchen.

157. Gesetzmäßigkeiten der ursprünglichen Kometenbahnen. Die Annahme, daß die Teilchen des Nebels in relativer Ruhe verharren,

[1]) Derartige meteorische Wolken müssen im allgemeinen als solche bestehen bleiben (vgl. § 88 β). Zu einem Sterne würden sie sich nur dann verdichten, wenn in ihrem Innern noch genügend Gasmaterie als widerstehendes Mittel wirkte, um die Meteorkörper dem Anziehungsmittelpunkte immer näher zu bringen. Daß Meteormassen, die keine Gelegenheit fanden, sich zu Sternen zusammenzuschließen, im Raume vorhanden sind, beweisen die Meteore, die gelegentlich mit hyperbolischer Geschwindigkeit in die Erdatmosphäre eindringen.

kommt der Wirklichkeit ohne Zweifel näher als die andere, daß sie mit großen Geschwindigkeiten die verschiedensten Bahnen beschreiben.

Diese Annahme widerspricht nicht der bei einigen Nebeln gemachten Beobachtung, daß ihre Materie von mächtigen lokalen Strömungen beherrscht wird[1]; denn im Innern einer einzelnen Strömung befinden sich die Nebelmaterie und die in ihr eingebetteten Kondensationen in relativer Ruhe. Durcheilt die Sonne mehrere Strömungen, so ändert sich in jeder nur die aus Sonnen- und Strömungsgeschwindigkeit gemäß dem Parallelogrammsatze hervorgehende Fortschreitungsgeschwindigkeit der Sonne im Nebel.

Durchschreitet die Sonne ein Mittel mit relativ ruhenden Teilchen, so erklärt sich nicht, wie im betrachteten Falle, ohne weiteres die Verschiedenartigkeit der Bahnelemente der Kometen. Sie weisen während der Zeit, wo die Kometen sich der Sonne nähern, mehrere Gesetzmäßigkeiten auf. Es ist also unsere Aufgabe, zu zeigen, welche Ursachen diese Gesetzmäßigkeiten in die bestehende Regellosigkeit übergeführt haben.

Mit der Sonne schreite ein Koordinatensystem fort, dessen Nullpunkt mit der Sonne, und dessen positive x-Achse mit der relativen Bewegungsrichtung von Sonne und Nebel zusammenfällt. Die Geschwindigkeit der Sonne im Innern des Nebels sei c_0. Man erkennt nun leicht, daß die Bahnen sämtlicher Teilchen der Nebelmaterie während der Zeit ihrer Annäherung an die Sonne folgende Gesetzmäßigkeiten zeigen:

1. Alle Bahnen sind Hyperbeln mit der Hauptachse
$$2a = \frac{2kM}{c_0^2}.$$
2. Alle Bahnebenen enthalten die x-Achse; die Asymptote des absteigenden Hyperbelastes läuft ihr parallel. Hieraus folgt, daß die Pole[2] aller Bahnen auf einem größten Kreise liegen, dessen Ebene im Anziehungsmittelpunkte senkrecht auf der x-Achse steht.
3. Alle Perihelien liegen auf der Seite der negativen x.
4. Alle Teilchen, deren Perihelien auf derselben Seite einer beliebigen, die x-Achse enthaltenden Ebene liegen, haben dieselbe Revolutions-

[1] H. Bourget, H. Buisson und Ch. Fabry haben (Comptes rendus, 158, p. 1269, 1914) im Innern des Orionnebels außer turbulenten Strömungsvorgängen auch eine große gemeinsame Bewegung festgestellt, die als eine Art Rotationsbewegung um die Achse SO—NW gedeutet werden kann, da auf der einen Seite dieser Linie die Geschwindigkeit der Nebelmassen ihre mittlere Geschwindigkeit um ungefähr 5 km/sec übersteigt, auf der anderen Seite um ebensoviel hinter ihr zurückbleibt.

[2] Pole sind die Endpunkte der auf den Bahnebenen im Anziehungsmittelpunkte errichteten Senkrechten.

richtung; sie können auf der einen Seite als recht-, auf der andern als rückläufig bezeichnet werden.

Den angegebenen Gesetzmäßigkeiten unterliegen auch die Bahnen der Nebelkondensationen, die schon jetzt als Kometen bezeichnet werden sollen. Es soll nun gezeigt werden, daß die Gesetzmäßigkeiten durch die bald nach dem Durchgange durchs Perihel einsetzenden Störungen allmählich zerstört werden müssen.

158. Entstehung eines der Sonne folgenden Schweifes und einer sie einschließenden Hülle verdichteter Nebelmaterie. Solange die Dichte des Nebels über einer gewissen Grenze liegt, welche die der kinetischen Gastheorie eigentümliche statistische Behandlungsweise noch gestattet, kann er als Kontinuum betrachtet werden. Dies ist der Fall (vgl. Emden, Gaskugeln, XIV. Kap., § 2), 1. wenn der Nebel groß ist gegen die Masse eines Teilchens, 2. wenn die Dimensionen des in Betracht kommenden Raumes groß sind gegen die freie Weglänge der Teilchen, und 3. wenn die in Betracht kommenden Zeiten groß sind gegen die zwischen zwei Zusammenstößen liegende Zeit. Gase erfüllen diese Bedingungen noch bei außerordentlich geringer Dichte. Bei 760 mm Druck und 0^0 C ist die freie Weglänge der Gase von der Größenordnung 10^{-5} cm, die freie Wegzeit von der Größenordnung 10^{-10} sec. Freie Weglänge und freie Wegzeit sind der Dichte des Gases, die freie Wegzeit außerdem der Quadratwurzel aus der absoluten Temperatur umgekehrt proportional. Die normale Dichte der Luft beträgt $1{,}3\cdot 10^{-}$ g/cm^3, die des Wasserstoffs $0{,}9\cdot 10^{-4}$ g/cm^3. Bei einer Nebeldichte von der Größenordnung 10^{-20} g/cm^3 ist demnach die freie Weglänge 10^6 bis 10^7 km. Die Dimensionen in unserem Planetensystem, mit denen sie in Vergleichung zu bringen ist, sind von der Größenordnung 10^6 bis 10^9 km (Durchmesser der Sonne $1{,}4\cdot 10^6$ km, Radius der Erdbahn $1{,}5\cdot 10^8$ km, Radius der Neptunsbahn $4{,}5\cdot 10^9$ km). Da die freie Weglänge der Molekeln eines Gases von der Dichte 10^{-20} g/cm^3 mit diesen Werten bereits vergleichbar ist[1], so zeigt sich, daß, falls der Nebel noch als Kontinuum gelten soll, seine Dichte oberhalb des angegebenen Wertes liegen muß. Ein Nebel mit noch kleinerer Dichte

---

[1]) Da die Temperatur der Nebel nicht bekannt ist, so läßt sich die freie Wegzeit ihrer Molekeln nicht angeben. Sie hat für unsere Untersuchungen auch keine Bedeutung (sie könnte sogar ∞ sein, die Molekeln also in relativer Ruhe verharren); denn es kommt nicht auf die Zeit an, in welcher in der von der Sonne unbeeinflußten Nebelmaterie die Zusammenstöße erfolgen, sondern auf die Zeit, in welcher die Molekeln der im Rücken der Sonne aufeinander prallenden Nebelmassen zusammentreffen. Die planetarischen Geschwindigkeiten, mit denen sie einander durchdringen, führen bei der angegebenen Nebeldichte zu freien Wegzeiten von der Größenordnung eines Tages. Die mit ihnen in Vergleichung zu bringenden Zeiten sind von der Größenordnung eines Tages bis zu der eines Jahres.

wäre als Mittel mit frei beweglichen Teilchen zu betrachten (vgl. § 156). Die Nebeldichte darf auch eine gewisse obere Grenze, die ungefähr bei 10^{-14} g/cm^3 liegt, nicht übersteigen. Bei dieser Dichte ist nämlich die durch den Fall der Nebelmaterie auf die Erde erzeugte Wärme bereits mit derjenigen vergleichbar, die die Erde von der Sonne empfängt; das Durchschreiten eines Nebels von noch größerer Dichte würde daher für die Erde die Gefahr eines Weltenbrandes, eines muspilli, mit sich gebracht haben. Im Gegenteil besteht sogar eine Wahrscheinlichkeit dafür, daß die Zeit, in der die Angliederung der Kometen erfolgte, und die, wie aus der geringen Beständigkeit der Kometen geschlossen werden kann, noch nicht sehr weit zurückliegt, eine Temperaturerniedrigung auf der Erde mit sich brachte und mit der diluvialen Eiszeit identisch ist (vgl. § 165).

Wenn die feine Nebelmaterie als einheitliche Masse, als Kontinuum betrachtet werden kann, so müssen ihre Teile im Rücken der Sonne miteinander kollidieren und sich hier zu einem *Schweife verdichteter Nebelmaterie* zusammenschieben. Bei dem Zusammenstoße wird die senkrecht auf dem Radiusvektor stehende Geschwindigkeitskomponente vernichtet; es bleibt nur die in die Richtung der negativen x-Achse fallende Komponente von der Größe c_0 übrig. Die Teilchen setzen also ihren Weg in der Richtung der negativen x-Achse fort. Die Geschwindigkeit c_0 ist für alle Teilchen, die in geringerer Entfernung als $2a$ von der Sonne kollidieren, kleiner als die parabolische; sie stürzen also auf die Sonne zurück. Je näher der Ort des Zusammenstoßes der Entfernung $2a$ liegt, um so weiter vermögen sich die Teilchen, bevor sie zurückfallen, von der Sonne zu entfernen. Da der Schweif jedoch an jeder Stelle Massen enthält, die sich von der Sonne entfernen, und andere, die schon zurückstürzen, so werden die Teilchen die rechnungsmäßige maximale Entfernung von der Sonne in Wirklichkeit nicht erreichen. Vielmehr wird im Innern des Schweifes ein beständiger Kampf der aufsteigenden und herabsinkenden Massen, also eine tumultuarische Bewegung stattfinden, die sich durch die Rechnung nicht verfolgen läßt. In der Nähe der Sonne überwiegt jedoch, da die Teilchen hier nicht weit aufsteigen können, die absteigende Bewegung; ihre Geschwindigkeit kann in erster Näherung als die parabolische bezeichnet werden.

Es braucht nicht angenommen zu werden, daß die nach der Sonne zurücksinkende Schweifmaterie unmittelbar auf die Sonnenoberfläche stürzt und sich mit der Sonnenmasse vereinigt. Dies würde nur dann der Fall sein, wenn der Schweif eine regelmäßige geometrische Form besäße, deren Achse mit der negativen x-Achse zusammenfiele, und wenn der Durchmesser des Schweifes klein wäre. Der Widerstreit der im Schweife auf- und absteigenden Massen bewirkt beträchtliche örtliche Störungen; die Massen suchen einander seitlich auszuweichen; an gewissen Stellen entstehen Erweiterungen, an anderen Einschnürungen. Einige Schweifmassen werden daher Periheldistanzen haben, die größer als der Sonnenradius sind. Diese an der Sonne vorbeieilenden Massen müssen, wenn sie auch vor der Sonne miteinander kollidieren und in gegenseitigem Kampfe ihre Bewegungsenergie allmählich vernichten, wenigstens eine Zeitlang selbständig bleiben und die Sonne als dichte *Nebelhülle* auf allen Seiten umgeben. Sinken sie endlich auf die Sonne, so haben neu ankommende Massen bereits Ersatz gebracht, so daß der Bestand der Nebelhülle gesichert ist.

Noch mehr Aussicht, selbständig zu bleiben, besteht für die Schweifmassen in dem Falle, wo sie nicht von allen Seiten um die Sonne herumstürzen, sondern nach einer bestimmten Seite hin eine kleine Abweichung zeigen. Dieser Fall kann leicht eintreten. Es ist fast ausgeschlossen, daß während der ganzen Zeit des Verweilens der Sonne im Nebel die relative Bewegungsrichtung von Sonne und Nebel unverändert dieselbe bleibt. Im Gegenteil ist es wahrscheinlich, daß sich, infolge einer individuellen Eigenbewegung verschiedener Teile des durchschrittenen Nebels, die relative Bewegungsrichtung allmählich ändert. In diesem Falle nimmt der Schweif eine gekrümmte Form an. Die aus großer Entfernung nach der Sonne stürzenden Schweifmassen erleiden dann durch die ihnen entgegeneilende feine Nebelmaterie einen seitlichen Widerstand. Dieser bewirkt eine Ablenkung der Massen von der geraden Richtung und zwingt sie, sich in langgestreckten Ellipsen zu bewegen. Infolge der gegenseitigen Bewegungsstörungen runden sie ihre Bahnen mehr und mehr ab und bilden dann um die Sonne einen dichten Nebelwirbel.

Sobald die der Sonne entgegeneilenden Kometen in den Nebelschweif oder die Nebelhülle eindringen, erleiden sie Bewegungsstörungen. Es ist nunmehr zu untersuchen, in welcher Weise die angegebenen Gesetzmäßigkeiten durch diese Störungen modifiziert werden.

159. Störungen der Kometenbahnen in der Schweifmaterie. Da die Asymptote des absteigenden Hyperbelastes der x-Achse parallel ist, so findet man für den stumpfen Winkel φ, unter dem die Hyperbel die negative x-Achse schneidet,

$$\operatorname{tg} \varphi = \frac{-2}{\sqrt{e^2 - 1}}.$$

Der Radiusvektor r_0 des Schnittpunktes ist $^1/_2\, p$; ferner ist die radiale Geschwindigkeit des Kometen in diesem Punkte c_0 und die senkrecht auf dem Radiusvektor stehende Geschwindigkeitskomponente gleich

$$\frac{a}{r_0} = 2\sqrt{\frac{kM}{p}}.$$

Da nur solche Kometen, die in geringer Entfernung von der Sonne die negative x-Achse kreuzen, Aussicht haben, der Sonne angegliedert zu werden[1]), so kommt für die nach der Sonne stürzende Schweifmaterie die parabolische Geschwindigkeit in Frage. Sie ist gleich

$$\sqrt{\frac{2\,k\,M}{r_0}} = 2\sqrt{\frac{k\,M}{p}}.$$

Man erhält also

$$R = -A\,V\left(c_0 + 2\sqrt{\frac{k\,M}{p}}\right), \quad S = -2\,A\,V\sqrt{\frac{k\,M}{p}}.$$

Setzt man diese Werte in die Störungsgleichungen des § 24 ein, die auch für hyperbolische Bahnen gelten, wenn man $-a$ für a schreibt, und bedenkt, daß im Schnittpunkte mit der negativen x-Achse

$$\sin v = \sqrt{\frac{e^2-1}{e}}, \quad \cos v = \frac{1}{e}$$

ist, so folgt

$$\frac{1}{A\,V}\frac{da}{dt} = \frac{2\,a^2}{p}(3 + e^2 + 2\sqrt{e^2-1}),$$

$$\frac{1}{A\,V}\frac{de}{dt} = -\frac{2}{e}(1 + e^2 + \sqrt{e^2-1}),$$

$$\frac{1}{A\,V}\frac{d\omega}{dt} = \frac{2}{e^2}(1 - \sqrt{e^2-1}).$$

Hiernach nimmt die Hauptachse $2\,a$ zu; e verringert sich. Es besteht also die Möglichkeit, daß die Hyperbel in eine Ellipse übergeht.

Die Änderung der Lage der Apsidenlinie erfordert eine etwas genauere Betrachtung. Die Apsidenlinie dreht sich vorwärts, wenn $1 < e < \sqrt{2}$, rückwärts, wenn $e > \sqrt{2}$ ist. Der Winkel, den die Apsidenlinie mit der negativen x-Achse bildet, ist um so kleiner, je kleiner e ist; für $e = 1$ fallen Apsidenlinie und x-Achse zusammen. Die Drehung der Apsidenlinie ist für $e < \sqrt{2}$ um so größer, je kleiner e ist. Für Kometen mit kleinen Periheldistanzen besteht daher die Möglichkeit, daß ihre Perihelien die negative x-Achse kreuzen. Dadurch wird die vierte der obigen Gesetzmäßigkeiten zerstört. — Für $e > \sqrt{2}$ dreht sich die Apsidenlinie rückwärts. Da sich für $e > \sqrt{2}$ der aufsteigende Hyperbelast nach der Seite der negativen x neigt, so rückt, falls die

[1]) Ist die Bahn des Kometen nach dem Durchschreiten des Schweifes noch eine Hyperbel, so muß sich der aufsteigende Hyperbelast, wenn die Umwandlung in eine Ellipse möglich sein soll, nach der Seite der positiven x neigen. Dies ist nur dann der Fall, wenn $e < \sqrt{2}$, also $r_0 = \frac{p}{2}$ kleiner als $\frac{a}{2}$ ist.

Hyperbel in eine Ellipse übergeht, das Perihel auf die Seite der positiven x hinüber. Dadurch wird die dritte der angegebenen Gesetzmäßigkeiten zerstört.

Es wurde soeben angenommen, daß der Widerstand auf den Kometen nur in der Bahnebene wirke. Die unregelmäßige, tumultuarische Bewegung der Schweifmaterie ergibt aber auch eine Orthogonalkomponente des Widerstandes; sie bewirkt, daß sich die Bahnebene mehr oder weniger gegen die x-Achse zu neigen beginnt. Dadurch wird die zweite Gesetzmäßigkeit zerstört.

160. Störungen der Kometenbahnen in der Nebelhülle. Die Störungen, welche die Bahnen beim Durchschreiten der Nebelhülle erleiden, lassen sich nicht auf Grund der Gleichungen des § 11 beurteilen, da sich diese auf ein ruhendes Mittel beziehen, das nur eine Tangentialkomponente des Widerstandes liefert. Vielmehr gelten die für ein von der Sonne durchschrittenes Mittel hergeleiteten Gleichungen. Da aber infolge der tumultuarischen Bewegungen Dichte und Bewegungsrichtung des Mittels schnellem Wechsel unterliegt, so ist es unmöglich, die Störungen rechnungsmäßig zu verfolgen. Lokal erfolgen sie entsprechend den Gleichungen des § 161. Die hyperbolischen Bahnen verwandeln sich in elliptische; durch seitliche Widerstandskomponenten wird ihnen eine Neigung gegen die x-Achse aufgezwungen; durch Vor- und Rückwärtsdrehung der Apsidenlinie erleiden die Perihelörter beträchtliche Verschiebungen, so daß sie teilweise auch in die vorderen Quadranten rücken, und endlich kann auch eine völlige Umkehrung der Revolutionsrichtung erfolgen. Da der Widerstand, den die Kometen im Schweife und nach Durchschreiten desselben in der feinen Nebelmaterie erleiden, ohne Zweifel weit hinter dem zurückbleibt, den sie in der Hülle erfahren. und da außerdem die großen Unregelmäßigkeiten des Widerstandes in der Hülle die Zerstörung der ursprünglichen Gesetzmäßigkeiten der Bahnen am einfachsten zu erklären gestatten, so glauben wir die Annahme machen zu dürfen, daß *die Mehrzahl der Kometen beim Durchschreiten der Nebelhülle der Sonne angegliedert worden sind.* Die Wahrscheinlichkeit dieser Annahme wird durch den Umstand erhöht, daß es nur wenige Kometen mit sehr kleinen Periheldistanzen gibt. Die große Dichte der Hülle in der Nähe der Sonne mußte nämlich den Widerstand so sehr vergrößern, daß fast alle diese Gebiete durcheilenden Kometen ihre Selbständigkeit einbüßten. Auch die geringe Anzahl der Kometen mit großen, den Radius der Marsbahn übertreffenden Periheldistanzen scheint unsere Annahme zu bestätigen. Denn sie erklärt sich vielleicht nicht nur durch ungünstigere Sichtbarkeitsverhältnisse, sondern auch dadurch, daß diese Kometen außerhalb der Nebelhülle blieben und daher ihre hyperbolische Bahn beibehielten. — Einige numerische Angaben über die Dichte des durchschrittenen Nebels und die Größe des auf die Kometen wirkenden Widerstandes enthält § 164.

Falls die Nebelhülle als Wirbel erscheint, lassen sich die Störungen leichter übersehen. Wenn für die Teilchen des Wirbels kreisförmige Bahnen vorausgesetzt werden, so erfolgen sie gemäß den Gleichungen des § 19, wenn man dort $-a$ für a setzt.

a und e nehmen ab. Die Apsidenlinie dreht sich vor dem Periheldurchgang vorwärts, nachher rückwärts. Je nach der Lage der Bahnen zum Wirbel werden einige Kometen den größten Widerstand vor, andere nach dem Periheldurchgang erleiden; bei einigen wird sich also die Apsidenlinie vorwärts, bei anderen rückwärts drehen. Dadurch wird die dritte und vierte der Gesetzmäßigkeiten zerstört.

Gemäß der Gleichung

$$\frac{di}{dt} = \frac{r \cos u}{a} O$$

verringert sich die Neigung der Bahn gegen die Symmetrieebene des Wirbels. Mit den Wirbelteilchen gleichlaufende Kometen werden also der Symmetrieebene genähert, entgegengesetzt laufende stellen ihre Bahnen steiler. Die Wahrscheinlichkeit, der Sonne angegliedert zu werden, ist um so größer, je länger sich die Kometen in dem Wirbel aufhalten, je näher also ihre Bahn der Wirbelebene liegt. Seitlich in den Wirbel eindringende Kometen erleiden einen verhältnismäßig geringen Widerstand, so daß ihre Bahnen im allgemeinen hyperbolisch bleiben. Da die Perihelörter dieser Kometen ebenfalls eine seitliche Lage haben (Gesetzmäßigkeit 2), so ist hiernach vielleicht ein Grund dafür gefunden, daß sich vor der Sonne die Perihelien längs eines größten Kreises ordnen, dessen aufsteigender Knoten in ungefähr 180° L liegt und dessen Neigung gegen die Ekliptik ungefähr 30° beträgt[1]). Diese Annahme erhält durch die Tatsache, daß der Apex der Sonnenbewegung ungefähr in 270° L und in $20-60^\circ$ B liegt, eine Stütze. Wenn sie richtig ist, so bezeichnet der angegebene Kreis die Lage des Wirbels. Da die meisten Bestimmungen des Apex ungefähr 60° B ergeben, so stimmt die relative Bewegungsrichtung der Sonne im Nebel mit ihrer Fortschreitungsrichtung im Weltraum wahrscheinlich nicht genau überein. Dies findet jedoch durch die Annahme einer seitlichen Bewegung des durchschrittenen Nebels leicht seine Erklärung.

Die im Innern des Wirbels wirksame Orthogonalkomponente des Widerstandes zerstört die zweite Gesetzmäßigkeit.

161. Störungen der Bahnen in der feinen Nebelmaterie. Wenn, nachdem die Kometen die Hülle und den Schweif durchschritten

[1]) Vgl. die Karte der Perihelörter in den Abh. Nat. Ver. Brem., a. a. O. S. 60 und 61.

haben, ihre Bahnen hyperbolisch geblieben sind, so ist immer noch die Möglichkeit vorhanden, daß sie durch den Widerstand der feinen Nebelmaterie, in die sie eindringen, der Sonne angegliedert werden. Die Störungsgleichungen ergeben sich aus den Gleichungen des § 24, wenn man wieder a durch $-a$ ersetzt. Sie lauten

$$\frac{1}{AV}\frac{di}{dt} = -\frac{r c_\mu \sin j \cos u}{a},$$

$$\frac{1}{AV}\frac{d\Omega}{dt} = -\frac{r c_\mu \sin j \sin u}{a \sin i},$$

$$\frac{1}{AV}\frac{da}{dt} = 2a^2\left(\frac{2}{r}+\frac{1}{a}\right) - \frac{2a^2 c_\mu \cos j}{a}\left[e\sin\chi + \sin(v+\chi)\right],$$

$$\frac{1}{AV}\frac{de}{dt} = -2(e+\cos v) + \frac{p c_\mu \cos j}{ae}\left[e\sin\chi + \left(1+\frac{r}{a}\right)\sin(v+\chi)\right],$$

$$\frac{1}{AV}\frac{d\omega}{dt} = -\frac{2\sin v}{e} + \frac{c_\mu \cos j}{ae}\left[p\cos\chi + r\sin v\sin(v+\chi)\right] + \frac{r c_\mu \sin j \sin u \operatorname{cotg} i}{a},$$

$$\frac{1}{AV}\frac{da}{dt} = -a + r c_\mu \cos j \sin(v+\chi).$$

1. Änderungen von a und i. Bedeutet T die mit S gleichgerichtete tangentiale Komponente der störenden Kraft, so läßt sich die Gleichung für $\frac{da}{dt}$ auch in folgender Weise schreiben

$$\frac{da}{dt} = -\frac{2a^2 c_x}{kM} T.$$

Da die Bewegung der feinen Nebelmaterie der x-Achse ungefähr parallel gerichtet ist und die angegebene Gleichung zeigt, daß nur ein negatives T eine Hyperbel in eine Ellipse zu verwandeln vermag, so können von den Kometen, deren Bahnen nach dem Durcheilen des Schweifes und des Wirbels noch hyperbolisch geblieben sind, nur diejenigen der Sonne angegliedert werden, bei denen sich der aufsteigende Hyperbelast nach der Seite der positiven x neigt. In dem Zeitpunkte, wo die Hyperbel in eine Ellipse übergeht, liegt dann das Perihel, da andernfalls ein positives T die Umwandlung in eine Ellipse verhindern würde, noch auf der Seite der negativen x.

χ ist ursprünglich zwischen den Grenzen $^1/_2\pi$ und π eingeschlossen (Gesetzmäßigkeit 3 und 4). Da aber bei der Vorwärtsdrehung der Apsidenlinie, die im Schweife für $e < \sqrt{2}$ erfolgt und auch im Innern des Wirbels eintreten kann, ein Teil der Perihelien durch die negative

x-Achse hindurchgeht, so kommen für χ auch die Winkel zwischen π und $^3/_2\pi$ in Frage. Die obigen Störungsgleichungen zeigen dann, daß während der Zeit, wo der Komet den aufsteigenden Hyperbelast durchläuft, die Neigung der Bahn gegen die positive x-Achse und die Hauptachse $2a$ zunehmen.

2. Änderungen von ω, e und a. Bezeichnet man die Kometen, deren Perihelien die Bedingung $^1/_2\pi < \chi < \pi$ erfüllen, mit I, die, deren Perihelien der Bedingung $\pi < \chi < {^3/_2}\pi$ genügen, mit II, so ergibt sich leicht, daß bei der Gruppe I die Apsidenlinie sich rückwärts dreht, und daß a und e abnehmen. Es sind jedoch zwei Fälle zu unterscheiden. Es ist

$$e^2 = 1 + \frac{\alpha^2}{k M a}.$$

e wird also gleich 1, entweder wenn $a = \infty$, oder wenn $\alpha = 0$ wird. Im ersten Falle geht die Hyperbel in eine Ellipse über, im zweiten Falle in eine Gerade und dann wieder in eine Hyperbel. Im letzten Falle nimmt e, wenn der Wert 1 erreicht ist, wieder zu. Verwandelt sich dann noch die Hyperbel in eine Ellipse, was möglich ist, so hat sich der Sinn der Revolutionsrichtung umgekehrt. Da sich bald der eine, bald der andere Fall ereignen wird, so haben also auch aus diesem Grunde die Kometen, deren Perihelien auf derselben Seite einer durch die x-Achse hindurchgelegten Ebene lagen, nicht mehr, wie zuerst, übereinstimmende Revolutionsrichtung[1]).

Bei der Gruppe II muß, falls durch Zunahme von a die Hyperbel in eine Ellipse übergeht, e abnehmen. Setzt man in den Störungsgleichungen $\chi = {^3/_2}\pi$, so folgt ferner, daß, sobald der Komet eine gewisse Entfernung von der Sonne erreicht hat, die Apsidenlinie sich vorwärtsdreht und das Flächenmoment α, also auch der Parameter p der Bahn, zunimmt.

Bei den Kometen, die erst nach Durchschreiten des Schweifes und des Wirbels der Sonne angegliedert werden, sind nach dem Gesagten von den vier Gesetzmäßigkeiten die beiden ersten und die vierte zerstört; es besteht nur noch die dritte. Die Perihelien liegen noch auf der Seite der negativen x. Es können zwar Perihelien, durch die in der späteren Zeit erfolgende Drehung der Apsidenlinie, auf die Seite der positiven x hinüberwandern. Da sich aber gleichzeitig mit ω auch die übrigen Bahnelemente ändern, besonders a abnimmt, so müssen alle Kometen der letzten Art, deren Perihelien sich in der angegebenen Weise verschieben, kurzperiodisch werden.

[1]) Die Revolutionsrichtung kann auch, ohne daß $\alpha = 0$ wird, durch Drehung der Knotenlinie in die entgegengesetzte übergehen.

3. Die Störungen von q. Aus der Gleichung

$$\frac{1}{A\,V}\,\frac{dq}{dt} = -\frac{2\,q^2}{p}(1-\cos v) - \frac{q^2 e_\mu}{a\,e}\left[e \sin\chi + \left(1-\frac{p\,r}{q^2}\right)\sin(v+\chi)\right]$$

folgt, daß für $\chi = \pi$ und $\chi = {}^1/_2\,\pi$ $\frac{dq}{dt}$ im aufsteigenden Hyperbelaste negativ ist. Bei der Gruppe I verkleinert sich also die Periheldistanz. Für $\chi = {}^3/_2\,\pi$ vergrößert sich jedoch q, sobald der Komet eine gewisse Entfernung von der Sonne erreicht hat; bei der Gruppe II nimmt also die Periheldistanz zu. Die ursprünglichen Periheldistanzen genügen, da, falls der aufsteigende Hyperbelast sich nach der Seite der positiven x neigt, $e < \sqrt{2}$ ist, der Bedingung

$$q < a(\sqrt{2}-1) = \frac{k\,M}{c_0^2}(\sqrt{2}-1)\,.$$

Für $c_0 = 18$ km/sec ergibt sich $q < 1{,}15$ Erdweiten. Hieraus folgt, daß die Periheldistanzen aller Kometen, deren hyperbolische Bahn erst in der feinen Nebelmaterie in eine Ellipse übergeht, wenn sie den Sinn ihrer Umlaufsbewegung nicht ändern, wenn ihre absteigende Bahnhälfte also dem Apex der Sonnenbewegung zugewandt ist, kleiner als eine Erdweite sein müssen. Kometen mit größeren Periheldistanzen, deren absteigende Bahnhälfte sich nach der Seite des Apex neigt, können, wenn das Perihel im Rücken der Sonne, auf der Seite der negativen x, liegt, nicht erst in der feinen Nebelmaterie, sondern müssen bereits im Schweife oder im Wirbel ihre elliptische Bahn erlangt haben[1]).

162. Aus Schweifmassen entstehende Kometen. Langperiodische Kometen, deren Perihelien auf der Seite der positiven x, in der Umgebung des Apex der Sonnenbewegung, liegen, können nach dem früher Gesagten nicht erst in der feinen Nebelmaterie, sondern müssen bereits beim Durchschreiten des Schweifes oder der Nebelhülle von der Sonne erworben sein. Es liegt jedoch noch eine Möglichkeit vor, daß Kometen der Sonne angegliedert werden, deren Perihelien auf der Seite der positiven x liegen. Die nach der Sonne zurückstürzenden Schweifmassen brauchen nicht sämtlich mit ihr zur Vereinigung zu kommen, sondern können unter Umständen als Kometen erhalten bleiben. Nur unter der Voraussetzung, daß die durchschrittene Nebelmaterie überall gleiche Dichte besitze und die relative Geschwindig-

---

[1]) Die in dem Aufsatze „Neue Erklärung usw.", Abh. Nat. Ver. Brem., S. 66 aus der Größe der Periheldistanzen gezogene Folgerung, daß die Geschwindigkeit der Sonne im Nebel zuzeiten geringer als 10 km/sec gewesen sein müsse, braucht nicht aufrecht erhalten zu werden. Dort ist keine Rücksicht genommen auf die Kometen, die bereits im Schweife oder im Wirbel der Sonne angegliedert werden.

keit von Sonne und Nebel sich nicht ändere, ist die negative x-Achse Symmetrieachse des der Sonne folgenden Nebelschweifs. Nun folgt aus unserer Annahme, daß die Nebelmaterie örtliche Kondensationen enthalte, ohne weiteres, daß die Voraussetzung gleichmäßiger Dichte nicht genau erfüllt ist. Wenn ungleich dichte Massen in der Nähe der negativen x-Achse zusammenstoßen, so wird jedoch die auf dem Radiusvektor senkrecht stehende Bewegungskomponente nicht gänzlich vernichtet, das Flächenmoment a wird nicht 0, und es besteht die Möglichkeit, daß die Massen beim Zurückstürzen nach der Sonne selbständig bleiben.

Wenn die in der Nähe der negativen x-Achse mit dem Kometen zusammenstoßenden Massen keine Gesetzmäßigkeiten der Bewegung und der Dichteverteilung zeigen, so kommt auch in den Bahnelementen des Kometen eine Gesetzmäßigkeit nicht zum Ausdruck. Es läßt sich daher nicht voraussagen, ob die Revolutionsrichtung dieselbe bleibt oder sich umkehrt. Da beide Möglichkeiten vorliegen, so sind recht- und rückläufige Kometen miteinander gemischt. Ihre Bahnen können gegeneinander beliebig geneigt sein; die Perihelien liegen aber naturgemäß *vor* der Sonne.

Durch seitliche Stoßwirkungen können sowohl aus aufsteigenden wie aus absteigenden Schweifmassen Kometen hervorgehen; die letzten werden im allgemeinen kurzperiodisch sein.

Die Erwerbung von Kometen, deren Perihel vor der Sonne liegt, erklärt sich auch leicht aus der Annahme, daß die Sonne *begrenzte Gebiete* von Nebelmaterie durchschritten habe. In diesem Falle waren die Kometenmassen dem Widerstande nur eine *beschränkte Zeit* ausgesetzt und konnten also ihre langgestreckten parabelähnlichen Bahnen bewahren, wenn sie wieder zur Sonne zurückkehrten.

Daß sich die Kometen durch den Widerstand, den sie in einem interstellaren Mittel erfahren würden, mit ihrem Aphel nach dem Rücken der Sonne drehen, wie W. H. Pickering[1]) annimmt, ist ausgeschlossen. Erstens ist in einem durchschrittenen Mittel nicht die Apex-Antiapexlinie die Gleichgewichtslage der Apsidenlinie, sondern die Senkrechte auf dieser Richtung (vgl. § 25), und zweitens würde eine Kometenbahn, die in einem widerstehenden Mittel eine beträchtliche Verschiebung ihrer Lage erführe, nicht parabolisch bleiben, sondern kurz elliptisch werden, da jeder Drehung der Apsidenlinie eine Verkürzung der großen Bahnachse parallel geht.

Eigenartig ist, daß zu den Kometen, deren Perihel vor der Sonne liegt, die meisten großen, glänzenden Erscheinungen gehören. Hierin

---

[1]) The motion of the Solar system relatively to the interstellar absorbing medium. Monthly Notices of R. A. S. vol. 72, Nr. 9.

könnte vielleicht noch ein Anzeichen dafür erblickt werden, daß sie auf andere Weise als die übrigen Kometen entstanden sind.

163. Lang- und kurzperiodische Kometen. Nach unserer Erklärung des Kometenursprungs ist zu erwarten, daß die meisten der im Sonnensystem bleibenden Kometen kurzperiodisch sind; denn alle Kometen, die der Sonne angegliedert werden, während sie sich in den inneren Teilen des Nebels aufhält, müssen, da sie noch lange Zeit dem Widerstande der Nebelmaterie ausgesetzt sind, ihre Bahndimensionen mehr und mehr verkleinern. Die noch jetzt in parabelähnlichen Bahnen laufenden Kometen können daher erst in der letzten Zeit, kurz vor dem Austritt der Sonne aus dem Nebel, von ihr eingefangen sein. Wie lassen sich diese Schlüsse jedoch mit der Tatsache vereinen, daß die meisten beobachteten Kometen nicht kurz-, sondern langperiodisch sind? Der scheinbare Widerspruch findet eine einfache Lösung: *Die kurzperiodischen Kometen sind infolge ihrer häufigen Wiederkehr zur Sonne den zerstörenden Einwirkungen der Sonnenkräfte oder anderen ihren Verfall beschleunigenden Einflüssen* (vgl. § 166) *stärker ausgesetzt als die langperiodischen; sie haben sich größtenteils in Sternschnuppenschwärme aufgelöst, während die langperiodischen erhalten geblieben sind*[1]. Daß wenigstens die zu periodischen Sternschnuppenfällen Veranlassung gebenden Schwärme aus kurzperiodischen Kometen hervorgegangen sind, kann daraus geschlossen werden, daß die Zerstreuung der Sternschnuppenkörperchen längs der ganzen Bahn, die eingetreten sein muß, wenn das Phänomen sich jährlich wiederholen soll, bei den langperiodischen Kometen die, durch keine sonst bei Kometen gemachten Beobachtungen zu rechtfertigende, Annahme einer verhältnismäßig beträchtlichen Masse erforderlich machen würde. Die mit Sicherheit bis jetzt bestimmten Bahnen von Sternschnuppenschwärmen haben auch kleine Umlaufszeiten ergeben. — Mit unserem Schlusse, daß die beobachteten langperiodischen Kometen nur ein kleiner Bruchteil derjenigen seien, die sich bereits in Sternschnuppenschwärme aufgelöst haben, stimmt die Tatsache, daß die Erdbahn nur wenige Kometenbahnen, aber die Bahnen zahlreicher Sternschnuppenschwärme schneidet, gut überein.

Es liegt keine Schwierigkeit darin, sich vorzustellen, daß die zentralen Teile des durchschrittenen Nebels die größte Dichte besitzen, daß sich die Materie in den Randteilen aber lockert und sich hier um vereinzelte Kondensationskerne konzentriert. Dringen zu der Zeit, wo die Sonne die Randgebiete des Nebels durchschreitet, diese Kerne

[1] Die wenigen jetzt vorhandenen kurzperiodischen Kometen haben wahrscheinlich nicht schon in der Nebelmaterie, sondern durch spätere planetarische Störungen ihre gegenwärtige Bahn erlangt. Sind ihre Bahnen doch größtenteils rechtläufig und der Ekliptik benachbart.

in den Nebelschweif oder die Nebelhülle[1]) ein und verwandeln sie dabei ihre hyperbolischen Bahnen in elliptische, so werden die langperiodischen unter ihnen, da sie in größerer Entfernung von der Sonne einen Widerstand nicht mehr erfahren, langperiodisch bleiben. Es liegt jedoch auch die Möglichkeit vor, daß gewisse Kometen, die bereits im Begriffe sind, von langperiodischen in kurzperiodische überzugehen, wieder langperiodisch werden, wenn kurz vor dem Austritt aus der feinen Nebelmaterie eine positive Tangentialkomponente des Widerstandes ihre große Bahnachse vergrößert. Bei Kometen, deren Perihel im Rücken der Sonne liegt, kann dieser Fall eintreten, wenn sie in der letzten Zeit ihres Aufenthalts in der feinen Nebelmaterie die absteigende, bei Kometen, deren Perihel vor der Sonne liegt, wenn sie die aufsteigende Bahnhälfte durchlaufen.

164. Spektrum und Masse der Kometen. Wenn das Kometenspektrum auch gewöhnlich die Banden des Kohlenoxydgases zeigt, während die Spektra der echten kosmischen Nebel meistens die Wasserstoff- und die Heliumlinien hervortreten lassen, so können die Bestandteile der Kometen doch sehr wohl in den Nebeln enthalten sein, im Spektrum uns aber unsichtbar bleiben, weil die niedrige Temperatur der Nebel sie am Leuchten verhindert. Daß im Weltraum nicht leuchtende Nebelmassen wirklich anzutreffen sind, ist sehr wahrscheinlich. Man hat ihr Vorhandensein daraus gefolgert, daß sich an gewissen Stellen des Himmels die Sternendichte auffällig verringert; für diese Tatsache liefert die Seeligersche Annahme einer durch unsichtbare Nebelmassen bewirkten Absorption des Sternenlichtes offenbar die einfachste Erklärung[2]). Derartige sternarme Stellen sind z. B. im Sternbilde des Orion vorhanden. Wir betrachten es als wahrscheinlich, daß die Sonne Teile hier liegender dunkler Nebelmassen durchschritten und dabei die Kometen erworben hat. Die weitere Annahme, daß die Nebelmaterie der Hauptsache nach gerade die schwereren chemischen Elemente, aus denen die Kometenmassen bestehen, enthalte, liegt dann sehr nahe.

Die Unterschiede in den Spektren der einzelnen Kometen lassen sich auf ungleichartige Zusammensetzung der Materie an verschiedenen Stellen des durchschrittenen Nebels zurückführen. Daß im Orionnebel die Elemente nicht gleichmäßig verteilt sind, ist bereits festgestellt. An einigen Stellen des Nebels treten die Helium-, an anderen die Wasserstofflinien deutlicher hervor (Newcomb-E. a. a. O., S. 670 f.)

---

[1]) Der Schweif und die Hülle bleiben bestehen, wenn die Sonne auch bereits nicht mehr von feiner Nebelmaterie umgeben ist; denn sie erfahren von Massen, die beim Durchschreiten der inneren Gebiete des Nebels im Rücken der Sonne kollidierten, noch längere Zeit beständigen Zuwachs.

[2]) Vgl. Newcomb-Engelmann, Pop. Astr., 5. Aufl., S. 657 ff.

Nach der allgemeinen Anschauung bestehen die Kometen in der Hauptsache aus zahlreichen, durch große Zwischenräume voneinander getrennten festen Sternschnuppenkörperchen. Soll der Komet bei seiner Bewegung um die Sonne seine individuelle Existenz bewahren, so muß in jedem Punkte seiner Bahn die gegenseitige Anziehung der Teilkörperchen die Anziehung der Sonne, da diese jedem Körperchen eine besondere Bahn anzuweisen sucht, übertreffen. Ist der Durchmesser 2ϱ des Raumes, innerhalb dessen sich die festen Kometenkörperchen befinden, bekannt, so ergibt sich also eine untere Grenze der Kometenmassen aus den Betrachtungen des § 42. Bezeichnet M die Masse der Sonne, m die Masse des Kometen, q seine Periheldistanz, so ist

$$\frac{\varrho}{q} \leqq \sqrt[3]{\frac{1}{3}\frac{m}{M}}.$$

Hiernach muß die mittlere Dichte des Kometen mindestens dreimal so groß sein als die Dichte der bis zum Perihel der Kometenbahn sich erstreckenden homogenen Sonnenmasse. Ist z. B. $2\varrho = 50$ km[1]), so beträgt die Kometenmasse bei der Periheldistanz 1 mindestens 30 Millionen Tonnen ($= {}^1/_{33}$ Kubikkilometer Wasser): bei anderen Werten der Periheldistanz ist sie der 3. Potenz derselben umgekehrt proportional. Ist sie kleiner als der angegebene Wert, so besitzt der Komet wenigstens während der Zeit der Sonnennähe nicht die Kraft, seine Materie zusammenzuhalten, d. h. er löst sich auf.

Falls unsere Erklärung des Kometenursprungs richtig ist, so ergibt sich noch eine bemerkenswerte, die Größe der Teilkörperchen betreffende Folgerung. Der Widerstand des Mittels, der die Angliederung der Kometen an die Sonne verursacht, wirkt auf die Teilkörperchen sehr verschieden ein; er ist bei gleicher Dichte der Körperchen ihrem Durchmesser umgekehrt proportional. Wenn nicht eine unwahrscheinlich große Dichte des widerstehenden Mittels vorausgesetzt wird, so konnten hiernach nur verhältnismäßig kleine Teilkörperchen von der Sonne festgehalten werden. Kometen, die unter ihren festen Bestandteilen solche von größeren Dimensionen aufwiesen, mußten also entweder der Sonne wieder enteilen, oder vermochten, nachdem sich die größeren Massen, durch den Widerstand des Mittels kaum beeinflußt, aus ihnen losgelöst hatten, nur in Bruchstücken der Sonne zu folgen. Ähnlich kann geschlossen werden, daß sehr kleine feste Massen den Kometen verloren gehen mußten, weil die Kraft der Anziehung, mit der der Komet diese Massen festhielt, kleiner war als der Widerstand des Mittels, der sie von den größeren zu trennen suchte.

[1]) Bei den meisten Kometen ist der Durchmesser des Kernes kleiner als 50 km.

Das Mittel siebte hiernach gleichsam die festen Kometenteilchen durch, ließ die großen schnell enteilen, schied die kleinen aus und hielt im Kometen nur Körperchen von mittlerer Größe zurück. Wenn unsere Erklärung zutrifft, so würde also die Befürchtung, daß bei einem Zusammenstoß der Erde mit einem Kometenkopfe herabstürzende große Kometenbruchstücke gewaltige Verheerungen anrichten könnten, grundlos sein.

Aus den Sternschnuppenbeobachtungen läßt sich ein wichtiger, unsere letzte Folgerung bestätigender Schluß ziehen. Nach allgemeiner Auffassung sind die Sternschnuppenschwärme der Auflösung verfallene Kometen. Das durch den Eintritt der Erde in einen Schwarm hervorgerufene Schauspiel war bis jetzt immer ein rein optisches Phänomen; der Fall von Meteorsteinen fand immer nur sporadisch, nicht in Verbindung mit Sternschnuppenfällen, statt. Aus dieser Tatsache darf erstens auf eine ziemlich gleiche Größe der in den Sternschnuppenschwärmen vereinigten Steinchen, und zweitens auf eine geringe Masse derselben geschlossen werden, da sie andernfalls nicht schon in den höheren Atmosphärenschichten verdampfen könnten. Der erste Schluß bestätigt unsere obige Angabe über die Art der Angliederung der Kometen an die Sonne, der zweite gestattet einen weiteren Schluß auf die Dichte der Nebelmaterie, deren Widerstand die Angliederung bewirkte. Aus der Leuchtkraft der Sternschnuppen des Novemberschwarms hat A. Herschel für ihre mittlere Masse den Wert 0,36 g bestimmt. Bei einem spez. Gewichte von 5 bis 7 entspricht dieser Masse ein Durchmesser von 5 mm. Nun zeigen die Gleichungen des § 161, daß, wenn man die in der Zeit τ eintretende Änderung von a, p und q mit $\triangle a$, $\triangle p$ und $\triangle q$ bezeichnet, die Größenordnung von $\triangle a : a$, $\triangle p : p$, $\triangle q : q$ gleich der des Integrals

$$\int_\tau A\, V dt$$

ist. $\int_\tau V dt$ bezeichnet den in der Zeit τ im Innern der Nebelmaterie zurückgelegten Weg. Bedeutet $2h$ den Durchmesser der Nebelhülle, so ist das im Innern derselben liegende Wegstück bei kleinen Perihel-distanzen ungefähr gleich $2h$ und nur bei den Kometen, die nicht viel mehr als die äußersten Randschichten der Hülle durchqueren, kleiner als h. Erstreckt sich die Hülle bis jenseits der Marsbahn, so ist das in ihrem Innern liegende Wegstück der Kometen im allgemeinen also größer als der doppelte Erdbahnradius. Die aus dem Widerstande der Hülle resultierenden Werte von $\triangle a:a$, $\triangle p:p$, $\triangle q:q$ entsprechen daher der Größenordnung nach dem Werte von $2 A r_e$; soll die Angliederung der Kometen in der Hülle erfolgen, so müssen sie größere Bruchteile der Einheit, schätzungsweise mindestens von der Größenordnung $^1/_5$ sein. Ist ϱ der Radius eines Teilchens, m seine Masse,

δ seine Dichte und δ' die Dichte des Mittels, so erhält man also, wenn man für A seinen Wert (vgl. § 11) $\varrho^2 \pi \delta' : m$ setzt,

$$\frac{3\,\delta'\,2\,r_e}{4\,\delta\,\varrho} \sim \frac{1}{5},$$

und hieraus für $\varrho = 2^1/_2$ mm, $\delta = 5$ g/cm^3,

$$\delta' \sim 10^{-14}\,\mathrm{g/cm^3}.$$

Soll ein Kometenteilchen von 300 bis 400 mg Gewicht im Innern der Nebelhülle seine hyperbolische Bahn in eine elliptische verwandeln, so muß hiernach die Dichte der Hülle ungefähr den Wert 10^{-14} g/cm^3 erreichen. Ist die Dichte der Hülle λ mal so groß, so können Teilchen von λ^3-facher Masse angegliedert werden.

Merkwürdigerweise gelangt man ungefähr zu demselben Werte, wenn man die Kometenmasse als gasförmig und den Kern als Anziehungssphäre des Kometen betrachtet. Nach dem Obigen beträgt die mittlere Dichte δ des Kometen mindestens das 3-fache der Dichte der bis zum Perihel homogen sich erstreckenden Sonnenmasse. Wählt man wieder den doppelten Erdbahnradius als mittlere Weglänge in der Hülle, so wird $\delta = 4{,}5 \cdot 10^{-7}$ g/cm^3, und ist $\varrho = 25$ km, so erhält man

$$\delta' \sim 10^{-14}\,\mathrm{g/cm^3}.$$

Kometen mit kleinen Periheldistanzen, die den dichteren Teil der Nebelhülle durchschreiten mußten, lassen nach dem Gesagten größere Massen und größere Teilkörperchen erwarten. Vielleicht sind Meteorsteine größerer Masse, die beim Zusammenstoß mit der Erde gelegentlich die Erdoberfläche erreichen, Bruchstücke solcher Kometen, die die innersten Teile der Nebelhülle durcheilten und hier vollständig auseinander gerissen wurden. Teilweise entstammen sie aber auch den interstellaren Räumen, da bei einigen hyperbolische Geschwindigkeiten beobachtet worden sind. —

Daß der Widerstand der Nebelmaterie imstande gewesen wäre, die Bahnen größerer Teilmassen unseres Systems, z. B. der Planetoiden und der Monde, in merklicher Weise zu ändern, kann, da in diesem Falle eine unwahrscheinlich große Erstreckung des Nebels vorauszusetzen wäre (vgl. § 149), als ausgeschlossen gelten. Doch ist es möglich, daß die feineren Massen der Saturnsringe gezwungen wurden, ihren Bahnradius kräftig zu verkürzen, so daß sie nunmehr in kürzerer Zeit ihren Umlauf vollenden als der Planet seine Rotation.

165. Die irdischen Eiszeiten. Der Verfasser hat den Versuch gemacht[1]), die Hypothese, daß unser Sonnensystem durch kosmische Nebel-

[1]) ‚Neue Erklärung der Entstehung der irdischen Eiszeiten'. Zeitschrift für Gletscherkunde Bd. IV, Heft 3, oder Abh. Nat. Ver. Brem. Bd. XX, Heft 1.

massen hindurchgegangen sei, als Grundlage einer neuen Erklärung der *irdischen Eiszeiten* zu verwerten. Wenn die Nebelmaterie einen Teil der Licht- und Wärmestrahlung der Sonne absorbiert, so liegt die Möglichkeit vor, daß auf der Erde eine Eiszeit entsteht. Der Verfasser hat gezeigt, daß, wenn die Dichte des Nebels gering genug vorausgesetzt wird, die durch den Fall der Nebelmaterie auf die Sonne erzeugte Wärmemenge vernachlässigt werden kann[1]). In diesem Falle ist allerdings die Absorptionswirkung der zwischen der Erde und der Sonne befindlichen, senkrecht auf die Sonne stürzenden Nebelmassen, falls ihr Absorptionskoeffizient den der atmosphärischen Luft nicht übertrifft, nicht groß genug, um eine bemerkbare Abkühlung auf der Erde hervorzurufen. Aber erstens ist es nicht unwahrscheinlich, daß Nebelmassen, die sich zu den in den Kometen anzutreffenden Stoffen kondensieren, eine kräftigere Absorption ausüben als atmosphärische Luft; schon eine geringe Beimischung von Metalldämpfen ergibt eine beträchtliche Verstärkung der Absorptionswirkung. Zweitens ist es nach dem Früheren (vgl. § 158) wahrscheinlich, daß die nach der Sonne stürzenden Nebelmassen nicht sogleich mit ihr zur Vereinigung kommen, sondern zur Entstehung einer sie umgebenden dichten Nebelhülle Anlaß geben, deren Absorptionswirkung eine sehr kräftige sein kann. Drittens endlich verdichtet sich die Sonnenatmosphäre durch Aufnahme der Nebelgase und verstärkt dadurch ihre Absorptionswirkung. Da man aus dem Helligkeitsunterschied der Mitte und der Ränder der Sonnenscheibe schließen kann, daß ein die Sonnenatmosphäre senkrecht durchsetzender Lichtstrahl die Hälfte seiner Intensität einbüßt, so ergibt die Rechnung, daß, bei gleicher Durchlässigkeit der Sonnen- und der Erdatmosphäre, die über 1 qcm befindliche Masse der Sonnenatmosphäre ungefähr das 10-fache der Masse der Erdatmosphäre beträgt (Emden, Gaskugeln; XVI. Kap., § 17). Nun genügt eine Verringerung der Sonnenstrahlung um wenige Prozent, um auf der Erde eine Eiszeit herbeizuführen. Um die erforderliche Wirkung hervorzubringen, würde also schon der Fall von einigen 100 g/qcm Nebelmaterie auf die Sonne ausreichen.

Interglazialzeiten finden dadurch ihre Erklärung, daß die Sonne in verschiedene, durch Zwischenräume getrennte Teile des Nebels eintrat.

---

[1]) Nach Seeliger wird das Aufleuchten neuer Sterne dadurch verursacht, daß sie in kosmische Staubmassen eindringen. Wird die Dichte dieser Staubmassen groß genug angenommen, so muß allerdings eine beträchtliche Wärmeentwicklung und ein kräftiges Aufflammen eintreten. Ist die Dichte aber gering (nach unserer Rechnung kleiner als 10^{-16} g/cm^3 bei einer relativen Geschwindigkeit von 18 km/sec; a. a. O. § 8 und § 9), so ist auch die durch den Fall auf die Sonne erzeugte Wärme unbedeutend.

H. Bourget, Ch. Fabry und H. Buisson glauben, dem Orionnebel eine Temperatur von maximal 15000° C beilegen zu dürfen[1]). Zu diesem theoretischen Ergebnisse gelangen sie mit Hilfe der Prinzipien der kinetischen Theorie der Gase auf Grund der Beobachtungen von Interferenzringen, die in einer zwischen parallelen, schwach versilberten Glasplatten befindlichen Luftschicht zwischen direkt durchgehenden und mehrfach reflektierten Strahlen entstehen. Da die im Weltraume vorliegenden physikalischen Bedingungen von den im Laboratorium realisierbaren sehr verschieden sein können, so steht es jedoch keineswegs fest, ob die Verfasser den von ihnen beobachteten Tatsachen die richtige Deutung gegeben haben. Jedenfalls entspricht die Annahme einer hohen Temperatur für kosmische Nebel nicht den Anschauungen der meisten Astronomen (vgl. Newcomb-E., Pop. Astr., 5. Aufl., S. 671) und ist auch als unwahrscheinlich zu bezeichnen; denn der durch Strahlung eintretende Verlust an Wärmeenergie würde, da er nicht nur an der Oberfläche des Nebels, sondern wegen der außerordentlichen Feinheit der Nebelmaterie auch im Innern erfolgt, gemäß dem Stefanschen Strahlungsgesetze schon in kurzer Zeit zu einer bedeutenden Temperaturerniedrigung des Nebels führen. Aber angenommen auch, die Folgerungen der genannten Forscher wären richtig; dann würden sie nicht bedeuten, daß sich die Erde im Innern des Nebels in einem 15000° heißen Raum befinde, sondern nur, daß sich die Nebelteilchen mit Geschwindigkeiten, die sich auf Grund der Annahmen der kinetischen Theorie der Gase ergeben, durch den Weltraum bewegen. Die mittlere Geschwindigkeit der Wasserstoffmolekeln bei dieser Temperatur berechnet sich zu 14 km/sec. Diese individuellen Geschwindigkeiten würden die Endgeschwindigkeiten der auf die Erde und die Sonne fallenden Nebelteilchen nur um einen kleinen Bruchteil vergrößern; sie tun den von uns gezogenen Folgerungen also keinen Abbruch.

Da die quartäre Eiszeit noch nicht sehr lange zurückliegt, so muß der durchschrittene Nebel uns noch ziemlich nahe sein. Nach Schätzungen der Geologen beträgt die Dauer der Postglazialzeit 20000 bis 30000 Jahre. Bei Benutzung dieser Zahlen und des für die relative Geschwindigkeit von Sonne und Orionnebel bestimmten Wertes berechnet sich die seit dem Austritt aus dem Nebel durchlaufene Strecke zu 1 bis $1^1/_2$ Lichtjahren, der eine Parallaxe von 3″ bis 2″ entspräche. Der Annahme, daß der Orionnebel als Eiszeitnebel in Frage käme, scheint die Tatsache entgegenzustehen, daß die Parallaxe einiger mit dem Nebel zweifellos zusammenhängender Orionsterne (Newcomb-E., a. a. O. S. 683f.) bedeutend kleiner ist; sie beträgt weniger als 0″,02. Aber da die Dauer der Eiszeit auf Zehntausende bis Hunderttausende

[1]) Comptes rendus 158, p. 1017—1019, 1914.

von Jahren geschätzt wird, so können die Hauptteile des durchschrittenen Nebels beträchtlich kleinere Parallaxen als 3″ oder 2″ besitzen. Immerhin müßte, wenn die Schätzungen der Länge der Postglazialzeit einigermaßen zutreffend sind, angenommen werden, daß die Teile des Nebels, die für unsere Hypothese eigentlich in Frage kämen, uns nicht unbeträchtlich näher liegen als die Orionsterne, daß der Orionnebel also oder wenigstens die mit ihm in Verbindung stehenden und das ganze Sternbild des Orion ausfüllenden leuchtenden und nicht leuchtenden Nebelmassen eine sehr große Ausdehnung im Visionsradius besitzen. Die letzte Annahme wird durch eine Beobachtungstatsache gestützt. Die Radialgeschwindigkeiten der Orionsterne sind sämtlich etwas größer als die Radialgeschwindigkeit des Nebels. Wenn sie aus dem Nebel hervorgegangen sind, so muß dieser also zwischen ihnen und der Sonne liegen. Da die Differenzen der Radialgeschwindigkeiten einige Kilometer betragen und wahrscheinlich schon Millionen von Jahren seit der Geburt der Sterne verflossen sind, so können sie sich, radial und tangential, schon weit von dem Nebel entfernt haben.

5. Kapitel. Das Zodiakallicht.

166. Ursprung der Zodiakallichtmaterie. Nach den kritischen Untersuchungen des analytischen Teils besteht die Möglichkeit, daß die Materie des Zodiakallichtes ein Rest der zwischen den dichteren Massen sich ausbreitenden feinen Urnebelmaterie ist, die, durch widerstehende Einflüsse irgendwelcher Art gezwungen, sich aus dem größten Teile des interplanetarischen Raumes zurückzog und ihre Bahnen in die Nähe der Sonne verlegte. Es ist jedoch auch möglich, daß sie den Massen des Systems nicht innerlich verwandt, sondern ihnen als fremdes Glied eingefügt ist. Wir wollen versuchen, die letzte Annahme zu begründen.

Alle Planeten, außer Merkur und Venus, waren imstande, Monde zur Entwicklung zu bringen. Sollte es der Sonne nicht auch möglich gewesen sein, ihre Atmosphäre bis zur kritischen Niveaufläche zu erheben und in freien Kreisbahnen laufende Kondensationsprodukte zu erzeugen? Berechnet man, unter Zugrundelegung des Boyle-Mariotteschen Gesetzes, die Oberflächentemperatur der Sonne, die erforderlich wäre, um die Atmosphäre bei adiabatischem Gleichgewichtszustande so weit auszudehnen, daß über dem Äquator eine Abschleuderung stattfinden kann, so ergeben sich zwar außerordentlich hohe Werte, selbst bei einer Wasserstoffatmosphäre mehrere Millionen Grad[1]), und auch eine gleich-

[1]) Die Rechnung läßt sich leicht mit Hilfe der im § 90 hergeleiteten für adiabatische Atmosphären gültigen Formel ausführen.

mäßig warme Atmosphäre würde, um in der Nähe der kritischen Niveaufläche noch merkliche Dichten zu ermöglichen, Temperaturen von mehreren hunderttausend Grad erfordern; aber es ist aus verschiedenen Gründen sehr zweifelhaft, ob bei sehr hohen Temperaturen das Boyle-Mariottesche Gesetz noch anwendbar bleibt. Schon die Höhe der Sonnenchromosphäre macht es wahrscheinlich, daß selbst bei der verhältnismäßig niedrigen gegenwärtigen Oberflächentemperatur der Sonne von einigen 1000° die Dichteverhältnisse der Atmosphäre dem genannten Gesetze nicht mehr unterliegen (vgl. § 135). Ferner scheinen die Nebelsterne, die inmitten einer großen Nebelhülle einen kleinen hellen Kern zeigen, die Möglichkeit sehr weit sich erstreckender Sternatmosphären unmittelbar ad oculos zu demonstrieren. Endlich ergibt sich aus neueren Untersuchungen Eddingtons (vgl. § 124), daß in Sternen, deren Masse ungefähr der Sonnenmasse entspricht, der Strahlungsdruck die Gravitation merklich schwächt, und folglich auch die Expansion der atmosphärischen Gase kräftig unterstützt, Es dürfte daher kein Grund vorliegen, die Annahme, daß sich die Sonnenatmosphäre früher bis zur kritischen Niveaufläche erstreckt habe, als unwahrscheinlich zurückzuweisen. Bei der sehr geringen Dichte, welche die obersten Schichten der Sonnenatmosphäre gehabt haben werden, konnten natürlich nur verhältnismäßig kleine Massen selbständig werden[1]). Sie sind es vielleicht, die, der Seeligerschen Hypothese gemäß, die durch die Gravitationswirkungen der anderen Planeten nicht erklärbare Vorwärtsbewegung des Merkurperihels bewirken[2]).

Auf Grund der Seeligerschen Annahme berechnet sich die Gesamtmasse der im Innern der Merkursbahn befindlichen Körperchen, unter gewissen Voraussetzungen über ihre Verteilung im Raume, ungefähr zu dem Doppelten der Merkursmasse. Diese Masse ist als Bruchteil der Sonnenmasse so gering, daß die Annahme, sie seien aus der Sonnenatmosphäre hervorgegangen, glaubhaft erscheint. Wenn die kritische Niveaufläche nicht weit von der oberen Grenze der Sonnenatmosphäre entfernt war, was bei der langsamen Rotationsbewegung der Sonne wahrscheinlich ist, und wenn sich die Sonnenatmosphäre in ihren äußeren Teilen ziemlich schnell zusammenzog, was bei ihrer beträchtlichen Höhe ebenfalls nicht unwahrscheinlich ist, konnten größere Satellitenmassen nicht zur Ausbildung kommen. Auch war die Son-

[1]) Aus welchen Gründen die Annahme, daß auch die vier kleinen sonnennahen Planeten in ähnlicher Weise aus der Sonnenatmosphäre hervorgegangen seien, nicht gemacht werden darf, ist früher erörtert worden (vgl. § 78 und § 145).

[2]) Ob die auf die Relativitätstheorie sich gründende Einsteinsche Erklärung der Vorwärtsbewegung des Merkurperihels zulässig ist, kann wegen des problematischen Charakters, den die Theorie selbst noch besitzt, vorläufig nicht entschieden werden.

nenatmosphäre in diesem Falle nicht imstande, die entstandenen zahlreichen kleinen Massen mit sich zurückzunehmen. Frei gelassen, mußten diese, ähnlich wie die Massen der Saturnsringe, fortfahren, in der Äquatorebene ihre Umläufe zu vollführen. Die angegebene Masse ist aber wiederum auch so groß, daß man gezwungen ist, über den Durchmesser der einzelnen Körperchen eine Annahme zu machen. Freundlich hat darauf hingewiesen[1]), daß man die in Frage kommenden Massen nicht in der Form winziger, staubartiger Sternschnuppenkörperchen voraussetzen dürfe, sondern ihnen einen verhältnismäßig großen Radius beilegen müsse, da andernfalls die Helligkeit des von ihnen zurückgestrahlten Lichtes, das dem mittleren Radius der Körperchen umgekehrt proportional ist, die Leuchtkraft des Zodiakallichtes bedeutend übersteigen würde. Hierin glaubt Freundlich ein Argument gegen die Seeligersche Erklärung zu finden. Seeliger räumt ein, daß tatsächlich ein mittlerer Radius der Massen von ungefähr 50 m anzunehmen sei[2]), weist aber den Freundlichschen Einwand mit der Bemerkung zurück, es sei ein Vorurteil, anzunehmen, daß die einzelnen Körper Dimensionen haben müßten, die nach wenigen Zentimetern oder gar Bruchteilen davon gemessen werden. Wenn unsere Hypothese, daß diese Körper als Sonnensatelliten zu betrachten seien, zutrifft, so kann dem Einwande Freundlichs überhaupt kein Gewicht mehr beigelegt werden; denn offenbar sind Satelliten von 50 und mehr Metern Radius nicht als unwahrscheinlich groß anzusehen.

Wenn Kometen, deren Periheldistanz kleiner als die Merkurs ist, diese Ringmassen durcheilen, so müssen Zusammenstöße zwischen ihnen und den die Kometen zusammensetzenden Sternschnuppenkörperchen erfolgen. Für die Zusammenstöße gelten die Gesetze des unvollkommen elastischen Stoßes. Die kleinen Kometenkörperchen geben einen Teil ihrer Bewegungsenergie an die größeren Ringkörper ab und verwandeln einen Teil in Wärme; sie verlangsamen ihre Bewegung und passen ihre Bewegungsrichtung der Umlaufsrichtung der Ringkörper mehr oder weniger an. Die Folge davon ist, daß sie den Kometen verloren gehen und nunmehr selbständige Bahnen beschreiben. Diese sind im allgemeinen noch langgestreckt-elliptisch und gegen die Äquatorebene der Sonne noch stark geneigt; die Körperchen können sich also wieder verhältnismäßig weit von der Sonne entfernen. Da aber bei ihrer Rückkehr nach der Sonne neue Zusammenstöße mit den Ringkörpern erfolgen können und gelegentlich auch erfolgen, so muß sich

[1]) E. Freundlich, Über die Erklärung der Anomalien im Planetensystem als die Gravitationswirkung interplanetarer Massen. Astr. Nachr., Bd. 201; Nr. 4803.

[2]) H. v. Seeliger, Über die Anomalien in der Bewegung der inneren Planeten. Astr. Nachr., Bd. 201; Nr. 4815.

die große Bahnachse und die Neigung der Bahnen gegen den Sonnenäquator allmählich verringern. Erleiden zahlreiche Kometen dieses Schicksal, so werden die vielen ihnen entzogenen Sternschnuppenkörperchen in ihrer Gesamtheit ein um die Äquatorebene der Sonne als Symmetrieebene sich gruppierendes abgeplattetes Rotationsellipsoid bilden. Sie sind *die materielle Grundlage des Zodiakallichtes.* Da die durch die Zwischenräume der Ringmaterie hindurcheilenden kometarischen Massen von derselben keine Einwirkung erfahren, so sind bei den Kometen Bewegungsstörungen irgendwelcher Art nicht zu erkennen; der Verlust an Materie hat auf die Bahnelemente keinen bemerkbaren Einfluß. Jedoch liegt die Möglichkeit vor, daß ein Komet mit kleiner Umlaufszeit bei seiner häufigen Wiederkehr zur Sonne allmählich so gesiebt wird, daß er gänzlich verschwindet. Dies ist vielleicht der Grund dafür, daß nur wenige Kometen vorhanden sind, deren Periheldistanz kleiner ist als die Merkurs; $^9/_{10}$ aller beobachteten Kometen besitzen eine Periheldistanz, welche diejenige Merkurs übertrifft. In dem vorhergehenden, die Entwicklung der Kometen behandelnden Kapitel wurde darauf aufmerksam gemacht (vgl. § 163), daß ursprünglich die Anzahl der dem Sonnensystem angegliederten kurzperiodischen Kometen wahrscheinlich beträchtlich größer als die der langperiodischen gewesen sei. Jetzt ist eine Ursache erkennbar, die diese kurzperiodischen Kometen in verhältnismäßig kurzer Zeit zum Verschwinden brachte[1]). Auf die angegebene Weise erklärt sich noch eine anderer wichtiger Umstand. Freundlich hat, außer dem bereits angeführten Einwand, gegen die Seeligersche Hypothese geltend gemacht (a. a. O.), daß nach den Rechnungsergebnissen die Bewegung des Merkur- und des Marsperihels und die Knotenbewegung der Venusbahn fast allein auf die im Innern der Merkursbahn verteilte störende Masse zurückzuführen sei, während die gesamte Masse der über die Merkursbahn hinausreichenden Zodiakallichtmaterie dabei kaum eine Rolle spiele, was um so auffälliger sei, als dieser Teil doch einen weit größeren Raum ausfülle als der innere, so daß man bei der Merkursbahn einen plötzlichen, großen und kaum erklärlichen Dichtesprung postulieren müsse. Aus unserer Erklärung ergibt sich dieser Dichtesprung ohne weiteres. Denn da die größeren Ringmassen von den kleinen Kometenmassen beim Zusammenstoß nur geringe Bewegungsstörungen erleiden, so sind es außerhalb der Merkursbahn nur die kleinen Kometenkörper, innerhalb derselben aber außer diesen die massigeren Ringkörper, die die materielle Grundlage des Zodiakallichtes bilden. Für unsere Erklärung spricht ferner der Umstand, daß sich nach den Feststellungen M. Wolfs

[1]) Von den noch vorhandenen kurzperiodischen Kometen besitzt keiner eine Periheldistanz, die kleiner als diejenige Merkurs wäre.

die Symmetrieebene des Zodiakallichtes enger an die Äquatorebene der Sonne als an die Ekliptik anschließt (Newcomb-E., a. a. O. S. 509).

Da die relativen Geschwindigkeiten, mit denen die Kometenkörperchen auf die Ringkörper treffen, sehr groß sind (sie betragen stets mehrere Kilometer und können sogar 100 km übersteigen), und da außerdem das Gefüge dieser Körperchen, wie die auf die Erde gefallenen Meteorsteine, besonders die Steinmeteorite, die vielfach tuffähnliche Beschaffenheit besitzen, gezeigt haben, ein verhältnismäßig lockeres ist, so werden sie durch die Gewalt des Zusammenstoßes in zahlreiche Teile zersplittern, vielleicht gänzlich in Staub zerfallen. Die festeren größtenteils aus Eisen bestehenden Körperchen werden durch die beim Zusammenstoß entstehende Wärme wahrscheinlich flüssig werden und in feinste Tröpfchen zerstäuben. Hieraus erklärt sich die außerordentliche Feinheit der Zodiakallichtmaterie, die es vielleicht bewirkt, daß bei ihrem Eindringen in die Erdatmosphäre ein Aufleuchten, wie bei den Sternschnuppen, im allgemeinen nicht zu beobachten ist.

Eine gewisse Ähnlichkeit mit unserer Erklärung besitzt die von Fessenkoff über den Ursprung des Zodiakallichts aufgestellte Hypothese[1]). Auch nach Fessenkoff hat sich die Zodiakallichtmaterie aus den Teilchen zerfallener Kometen aufgebaut. Die Anpassung der Symmetrieebene des Zodiakallichts an die Ekliptik erklärt er aber auf andere Weise. Er zeigt[2]), daß, wenn man die Wahrscheinlichkeit, durch die Anziehung Jupiters dem Sonnensystem angegliedert zu werden, bei einem Kometen, dessen Bahn senkrecht auf der Ekliptik steht, mit p_0 bezeichnet, die Wahrscheinlichkeit bei einer Bahnneigung von 45^0 $1{,}45\,p_0$, bei 15^0 $3{,}98\,p_0$ und bei 0^0 $62{,}68\,p_0$ ist. Da hiernach die Wahrscheinlichkeit, der Sonne angegliedert zu werden, bei kleinen Neigungen viel größer ist als bei großen, so nimmt Fessenkoff an, daß zahlreiche, durch Jupiter eingefangene Kometen der Auflösung verfallen seien und nunmehr die materielle Grundlage des Zodiakallichtes bilden. Gegen diese Erklärung lassen sich mehrere Einwendungen machen. Erstens müßte, wenn die Angliederung der Kometen an das Sonnensystem durch Jupiter oder die anderen Planeten erfolgt wäre, erwartet werden, daß in der Anzahl der jetzt noch selbständig gebliebenen Kometen das hergeleitete, die Bahnneigungen betreffende Gesetz zum Ausdruck käme, was nicht der Fall ist; denn die Kometen mit kleinen Neigungen dominieren keineswegs, sondern alle Neigungen sind ungefähr gleichmäßig vertreten. Zweitens erklärt sich nicht der durch die Theorie geforderte Dichtesprung in der Nähe der Merkursbahn; aus der Fessenkoffschen Hypothese würde sich ein allmäh-

[1]) B. Fessenkoff, Sur l'origine de la Lumière Zodiacale. Astr. Nachr. 198; Nr. 4752.

[2]) Comptes rendus 158, p. 541—544; 1914.

licher Dichteabfall von innen nach außen ergeben[1]). Drittens spricht gegen die Erklärung, daß die Symmetrieebene des Zodiakallichtes der Äquatorebene der Sonne näher als der Jupitersbahn liegt. Wenn man sich genötigt sehen sollte, der Zodiakallichtmaterie eine größere Dichte[2]) beizulegen, als sich aus der Anzahl und Masse der täglich auf die Erde fallenden Sternschnuppenkörperchen ergibt, so würde der Fessenkoffschen Erklärung endlich noch eine neue Schwierigkeit erwachsen. Da ihr gemäß die Kometenkörperchen im Zodiakallichte ihre ursprüngliche Größe bewahren, so würde sich nämlich, falls die allgemeine Annahme, daß kometarische Körper beim Eindringen in die Atmosphäre als Sternschnuppen sichtbar werden, richtig ist, ein Widerspruch ergeben. Diese Schwierigkeit würde bei unserer Erklärung fortfallen, da nach ihr die meisten Kometenkörperchen in feinste Staubteilchen zersplittern und als solche beim Eindringen in die Atmosphäre keine bemerkbare Lichterscheinung hervorrufen. —

Unsere Erklärung des Ursprungs der Zodiakallichtmaterie ist unabhängig von der Hypothese über den Kometenursprung. Mögen die Kometen gewonnen sein auf welche Weise sie wollen. Falls die Sonne innerhalb der Merkursbahn von einem Ringe kleiner Satellitenkörper umkreist wird, so müssen sich beim Zusammenstoße der Kometenkörperchen mit den Ringkörpern die beschriebenen Vorgänge abspielen. Wenn unserer früheren Hypothese gemäß die Kometen im Innern eines durchschrittenen Nebels gewonnen wurden, so ist es außerdem möglich, daß neben den Kometenkörperchen auch Teilchen der Nebelmaterie, besonders aus der die Sonne einschließenden Nebelhülle (vgl. § 158), gezwungen wurden, ihre Bahnen der Äquatorebene der Sonne mehr oder weniger anzupassen und dadurch zur Entwicklung der Zodiakallichtmaterie beizutragen. In diesem Falle ist es auch möglich, daß, wenigstens bei den kleineren Ringkörpern, durch den Widerstand der Nebelmaterie eine Verkürzung der Bahndimensionen eintrat, so daß sie sich gegenwärtig auch innerhalb der Zone, die ihnen durch die Rotationsgeschwindigkeit der Sonne ursprünglich angewiesen war[3]), befinden können. Vielleicht sind sie es auch, die, allmählich in die Sonnenatmosphäre hineingeratend, die äquatoreale Beschleunigung der Sonnenrotation hervorrufen.

---

[1]) Vgl. Fessenkoffs Bestimmung des Dichtegesetzes, Comptes rendus, 158; p. 1001—1003; 1914.

[2]) Auf Grund von Helligkeitsschätzungen kommt Freundlich (a. a. O.) zu dem Werte $7 \cdot 10^{-9}$ kg im km^3.

[3]) In der Entfernung einer halben Merkursweite ist die Umlaufszeit eines Planeten ungefähr gleich der gegenwärtigen Rotationszeit der Sonne. Die von der Sonne abgeschleuderten Massen mußten sich also ursprünglich in einer Zone, die von der Merkursbahn bis ungefähr zu der Hälfte ihres Radius reichte, bewegen.

Rückblick.

167. Übersicht über die Ergebnisse des synthetischen Teils. Nachdem wir im analytischen Teile aus den zahlreichen zur Verfügung stehenden Erklärungsmöglichkeiten der Gesetzmäßigkeiten und Eigentümlichkeiten unseres Sonnensystems in induktiver Weise der Reihe nach alle diejenigen, die aus irgendeinem Grunde nicht in Frage kommen können, ausgeschaltet haben und dann stets zu einer oder wenigen geführt worden sind, gegen die sich keine Einwendungen machen lassen, nachdem wir dann ferner, im synthetischen Teile, gezeigt haben, daß diese noch übrigbleibenden Erklärungsmöglichkeiten in der Tat ausreichen, den Entwicklungsgang unseres Sonnensystems in befriedigender Weise darzustellen, wollen wir jetzt, am Schlusse der Untersuchung, die Ergebnisse, zu denen sie führt, ohne ausführliche Begründung der Einzelheiten, zusammenstellen.

Die Urmaterie. Über die Art der Verteilung der Materie des Sonnensystems am Anfange seiner Entwicklung lassen sich zwei Hypothesen aufstellen. Entweder dehnte sich die Materie, als kosmischer Nebel oder kosmische Staubwolke, in weiter Zerstreuung über große Räume aus (Nebularhypothese im weiteren Sinne), oder sie war, als Stern, in stark verdichtetem Zustande auf einen kleinen Raum beschränkt (Stellarhypothese, Annahme von Chamberlin-Moulton, Arrhenius, Hörbiger-Fauth). Wenn es auch nicht möglich ist, nachzuweisen, daß die letzte Annahme für die Erklärung der Entwicklung von Sonnensystemen gänzlich auszuschalten sei, so läßt sich doch zeigen, daß sie für die Entstehung der Gesetzmäßigkeiten unseres Sonnensystems keine befriedigende Erklärung zu bieten vermag (§§ 79—80, 95—104). Es bleibt daher nur die Nebularhypothese als allgemeinste Erklärungsgrundlage übrig.

Wird ein aus Gasen bestehender kosmischer Nebel als Urform des Systems vorausgesetzt, so sind wieder zwei Fälle denkbar. Entweder bildeten die Gase eine einheitliche, den Gesetzen der Gasexpansion unterliegende Masse (Hypothese von Laplace), oder die Nebelmaterie befand sich nicht im mechanischen Gleichgewicht, war ungleichmäßig verteilt und infolge davon auch mehr oder weniger frei beweglich. Die erste Annahme, daß die Nebelmaterie der Gasspannung unterlag, muß, trotzdem sie für mehrere Gesetzmäßigkeiten des Systems eine einfache Erklärung bietet, aufgegeben werden, weil eine, auf die im System vorliegenden Verhältnisse sich stützende, numerische Nachprüfung zu Resultaten führt, die mit ihr unvereinbar sind (§§ 75—78). Es bleibt daher nur die zweite Möglichkeit, daß die Massen des Urnebels frei beweglich waren. Wird eine kosmische Staubwolke als Urform angenommen (Hypothese von Kant, Faye, Ligondès), so versteht sich die freie Beweglichkeit der Teilchen von selbst.

Steht fest, daß die Massen des Urnebels oder der Urstaubwolke als frei beweglich vorausgesetzt werden müssen, so ist weiter zu untersuchen, ob die gegenwärtigen Gesetzmäßigkeiten des Systems als das Produkt einer erzwungenen oder einer spontanen Entwicklung aufzufassen sind, d. h. ob Kräfte angegeben werden können, die erst im Laufe der Zeit die Gesetzmäßigkeiten zur Ausbildung gebracht haben, oder ob anzunehmen ist, daß die Gesetzmäßigkeiten bereits von Anfang an, wenn auch vielleicht nur keimartig, bei der Urmasse anzutreffen gewesen sind. Die Kräfte lassen sich einteilen in solche, die in der Richtung des Radiusvektors (anziehende, abstoßende Kräfte), und solche, die in der Richtung der Bewegung wirken (widerstehende Kräfte). Die Annahme widerstehender Kräfte erweist sich, wenn man sie bis in ihre letzten Konsequenzen verfolgt, in jeder Form für die Erklärung der Gesetzmäßigkeiten als ungeeignet (§§ 40—47, 52, 60); nur für die Bahnexzentrizitäten bleibt eine schwache Möglichkeit bestehen, daß sie bei den kleineren Planeten durch ein Mittel nicht ganz unbeeinflußt geblieben seien. Die auf die Annahme eines widerstehenden Mittels sich gründende Hypothese von See führt daher nicht zum Ziele, ebenso alle anderen, die von der Annahme ausgehen, daß die Urmaterie selbst auf ihre Teile wie ein widerstehendes Mittel gewirkt und dadurch die Ordnung des Systems in sich erzeugt habe (Hypothese von Kant, Faye, Ligondès, §§ 81—88). — Als bestimmende Faktoren einer erzwungenen Entwicklung kommen demnach nur die in der Richtung des Radiusvektors wirkenden, d. h. Zentralkräfte, in Frage. Die wichtigste, und gegenwärtig im Planetensystem allein herrschende, Zentralkraft ist die allgemeine Gravitation. Können die Gesetzmäßigkeiten des Systems den Massen durch die auch jetzt noch ihre Bewegung regelnde gegenseitige Anziehung aufgezwungen worden sein? — Die Gravitationswirkungen lassen sich in zwei Gruppen einteilen. Ist es erlaubt, die anziehenden Massen als Punkte zu betrachten, so liegen die durch die Bewegungsgleichungen des n-Körper-Problems definierten gewöhnlichen Gravitationswirkungen vor. Sind die Massen ausgedehnt, so treten außerdem Gezeitendeformationen ein, die, falls die Massen der inneren Reibung unterliegen, zu Bewegungsstörungen Veranlassung geben. Es läßt sich zeigen, daß die letzte Art der Gravitationswirkungen, die Gezeitenreibung, im Planetensystem nur geringe Bedeutung gehabt hat (§§ 37—39, 49, 53—59); es bleiben also nur die gewöhnlichen Anziehungswirkungen übrig.

Die gewöhnlichen Gravitationswirkungen sind der Art, daß sie die Stabilität des Systems wahrscheinlich nicht gefährden, ihm also in seinem gegenwärtigen Zustande unbegrenzte Dauer versprechen.

Dann darf aber gefolgert werden, daß, wenn von unwesentlichen Zustandsänderungen, z. B. von den durch Wärmeverlust eintretenden Kontraktionen der Sonne und der Planeten, abgesehen wird, der Zustand des Systems auch in den vergangenen Zeiten dem gegenwärtigen ungefähr entsprochen habe. In diesem Falle würde jedoch eine eigentliche Entwicklung überhaupt nicht stattgefunden haben und jede Hypothese über die Art derselben gegenstandslos sein[1]). Der letzten Folgerung kann man nur durch die Annahme entgehen, daß die Gravitation zur Zeit der Entwicklung des Systems nicht in ihrem gegenwärtigen Betrage zur Wirksamkeit gelangte, daß sie also entweder im eigentlichen Sinne schwächer war als jetzt oder wenigstens durch andere, entgegenwirkende Kräfte geschwächt wurde. Ob sich die erste Annahme physikalisch rechtfertigen läßt, ist vorläufig eine offene Frage[2]); Versuche, ihre wissenschaftliche Zulässigkeit darzutun, sind bereits gemacht worden. Die wissenschaftliche Berechtigung der zweiten Annahme steht fest: Der Strahlungsdruck ist imstande, die innere Gravitation der feinen Urmaterie zu schwächen (§ 117). Der Annahme, daß zur Zeit der Entwicklung des Systems die Gravitation nicht in ihrem gegenwärtigen Betrage gewirkt habe, stehen hiernach keine wissenschaftlichen Bedenken entgegen. Sie ist nach allem Gesagten die letzte, die für eine Erklärung der Entwicklung des Systems noch zur Verfügung steht. Wenn auch sie versagen sollte, würde nichts anderes übrigbleiben als sich bei dem Gedanken zu resignieren, daß die Gesetzmäßigkeit des Systems nicht das Produkt einer Entwicklung sei, sondern dem zufälligsten aller Zufälle ihre Entstehung verdanke. Wenn sie sich jedoch als geeignet erweist, einer Erklärung als Grundlage zu dienen, so kann sie, da die ganze kritische Untersuchung gleichsam auf sie hindrängt, als die richtige gelten.

---

[1]) Wenn man die Berechtigung der Hypothese, daß der Anfangszustand des Systems von dem gegenwärtigen wesentlich verschieden gewesen sei, allein auf die Tatsache gründen wollte, daß sich die Elemente der Planetenbahnen nur in halbkonvergente Potenzreihen nach der Zeit entwickeln lassen, so würde man ein bloßes Spiel mit völlig problematischen Möglichkeiten treiben. Für eine Erklärung der Entwicklung des Systems kann daher diese Hypothese niemals in Frage kommen.

[2]) Wenn sie richtig wäre, so würde die der Mechanik zugrunde liegende Voraussetzung der Gleichheit schwerer und träger Masse nicht zutreffen. Nun hat sich zwar bei zahlreichen experimentellen Untersuchungen diese Voraussetzung bestätigt; aber trotzdem erscheint es nicht überflüssig, darauf hinzuweisen, daß sie ein Postulat bedeutet, das, da es auf rein empirischer Grundlage ruht, nicht über jedem Zweifel erhaben ist. Außerdem ist zu beachten, daß alle Experimente, die die Gleichheit der schweren und der trägen Masse beweisen, fertige Materie benutzen, während bei kosmischen Entwicklungen die Materie vielleicht selbst noch im Werden begriffen ist. Auch nach der Relativitätstheorie sind träge und schwere Masse nicht ohne weiteres identisch.

Wir haben in den vorhergehenden Kapiteln gezeigt, daß die Hypothese einer Gravitationsvergrößerung tatsächlich zu einer befriedigenden Erklärung der Entwicklung des Planetensystems führt. Da die Hauptfaktoren einer erzwungenen Entwicklung, widerstehendes Mittel und Gezeitenreibung, nach dem Früheren den Gang der Entwicklung nicht bestimmt haben, so ist es verständlich, daß für die meisten Gesetzmäßigkeiten des Systems spontane Entwicklung in Frage kommt; nur die kleinen Bahnexzentrizitäten können auch das Produkt erzwungener Entwicklung sein.

Die Annahme, daß während der Entwicklung der Sterne die Gravitation im Wachsen begriffen sei, wird durch die neuesten Forschungsergebnisse von Kapteyn, Campbell und Boss fast als ein notwendiges Postulat gefordert. Diese Astronomen haben in übereinstimmender Weise festgestellt, daß die individuellen Radialgeschwindigkeiten der Sterne Funktionen ihres Spektraltypus sind, daß sich die am Anfange der Entwicklung stehenden Heliumsterne am langsamsten, die in der Entwicklung am weitesten fortgeschrittenen Sterne am schnellsten bewegen und die großen kosmischen Nebel wahrscheinlich an ihrem Orte in Ruhe verharren. Kapteyn und Campbell erklären diese merkwürdige Tatsache durch die Annahme, daß die Gravitation in den kosmischen Nebeln durch entgegenwirkende Kräfte, vielleicht durch den Strahlungsdruck, fast oder ganz aufgehoben wird, und daß sie bei den Sternen erst allmählich zur Ausbildung kommt (§ 114). Die andere Tatsache, daß die meisten kosmischen Nebel außerordentlich groß und die relativen Bewegungen ihrer Massen sehr langsam, die aus ihnen hervorgehenden Sternsysteme aber verhältnismäßig klein und die in ihnen anzutreffenden Geschwindigkeiten groß sind, deutet ebenfalls darauf hin, daß die beim Zerfallen der Nebel entstehenden und zu Sternen sich verdichtenden Teilmassen infolge einer Gravitationsvergrößerung ihre gegenseitigen Abstände verringern und ihre Bewegung beschleunigen. Daß ferner die kosmischen Materien nicht nur im Anfangsstadium ihrer Entwicklung zu Sternen, sondern auch noch in einem weit fortgeschrittenen Zustande von dem Strahlungsdruck eine beträchtliche Einwirkung erfahren, hat neuerdings Eddington gezeigt. Aus seinen Untersuchungen geht hervor, daß im Innern gasförmiger Sterne der Strahlungsdruck die Expansion der Gase kräftig unterstützt und die Gravitation schwächt (§§ 117, 124).

Wenn die Möglichkeit einer Gravitationsvergrößerung dadurch ihre physikalische Erklärung findet, daß bei der Urmaterie der Strahlungsdruck der Gravitation entgegenwirkt, so dürfen die Teilchen derselben eine gewisse Größe nicht übersteigen. Werden kosmische Staub- und Meteormassen als Urmaterie vorausgesetzt, so ist es jedoch nicht wahrscheinlich, daß die überwiegende Mehrzahl der Teilchen unter der erlaubten Grenze bleibt. Hiernach ist es fraglich, ob eine kosmische Staubwolke an den Anfang der Entwicklung gestellt werden darf. Die Annahme einer Staubwolke (Meteoritenhypothese) ist auch deswegen zurückzuweisen, weil die Zusammenballung kleiner und kleinster diskreter Staubteilchen physikalisch nicht glaubhaft gemacht werden kann und weil sie mit zahlreichen Tatsachen im Widerspruche steht (§§ 43, 88 β, 126). Die Anfangsbedingungen der Entwicklung erfahren also eine weitere Einschränkung: Die Urmaterie ist als echter Nebel vorauszusetzen (Nebularhypothese im engeren Sinne).

Der Urnebel. Soweit die äußeren Verhältnisse des kosmischen Nebels in Frage kommen, liegen zwei Möglichkeiten vor. Entweder war er Teil eines größeren Nebels (offenes System), oder er hatte gesonderte Existenz (geschlossenes System). Eine objektive Entscheidung zugunsten der einen oder der anderen Möglichkeit läßt sich nicht herbeiführen; beide können als Grundlage einer Erklärung dienen. Da der aus den beiden Annahmen sich ergebende Entwicklungsgang des Systems jedoch in den Hauptpunkten übereinstimmt, so hat diese Unsicherheit in der Fixierung der Anfangsbedingungen kein großes theoretisches Interesse. Wir wollen aus diesem Grunde und mit Rücksicht darauf, daß die Unterschiede nur in der Herleitung, nicht in der Art der Propositionen liegen, im folgenden nur die zweite Annahme, als die einfachere, berücksichtigen.

Wenn von den Gesetzmäßigkeiten des Planetensystems, der übereinstimmenden Umlaufsbewegung, der gleichartigen Bahnlage, den geringen Exzentrizitäten und der direkten oder umgekehrten Rotationsrichtung, vielleicht abgesehen von den Exzentrizitäten, keine das Produkt einer erzwungenen Entwicklung sein kann, so muß bereits der Urnebel besondere Eigenschaften aufgewiesen haben, in denen die angegebenen Gesetzmäßigkeiten präformiert waren. Wir haben die erforderlichen Eigenschaften früher (§§ 121—128) induktiv, von der Wirkung auf die Ursache zurückgehend, einzeln hergeleitet. Nunmehr wollen wir den umgekehrten Weg einschlagen und, das gefundene Endresultat an den Anfang setzend, von der Ursache zur Wirkung fortschreitend, den Entwicklungsgang des Systems beschreiben.

Die Grundlage der Erklärung ist folgende: Das Sonnensystem ist aus einem streifenartigen, schwach bogen- oder S-förmig gekrümmten (Spiral-)Nebel hervorgegangen, der längs seiner Achse ungleich dicht und dick war, eine ebene Krümmung hatte und dessen Massen sich in der Streifenrichtung mit etwas verschiedenen linearen Geschwindigkeiten bewegten.

Die Sonne. Die Sonne entsteht aus den dem Schwerpunkte benachbarten, massigen Teilen des Nebels. Damit die aus den entfernteren Nebelmassen entstehenden Planeten übereinstimmende Revolutionsrichtung erlangen, ist vorauszusetzen, daß, falls der Nebel schwach S-förmige Krümmung besitzt, die Hauptmasse ungefähr seine Mitte einnimmt, falls er bogenförmig gekrümmt ist, an einem Ende des Bogens lagert. Der zentrale Teil eines S-förmigen oder ein begrenztes Stück eines bogenförmigen Nebels ist ungefähr geradlinig. Bewegen sich die Nebelmassen in der Streifenrichtung, so sinken also die dem Schwerpunkte benachbarten Massen in fast senkrechtem Falle nach diesem Punkte. Infolge davon ist das Flächenmoment ihrer Bewegung und das resultierende Rotationsmoment der Sonne gering (§ 123).

Die Planeten. Neben der Hauptmasse weist der Nebel noch mehrere kleinere, an Größe aber wieder sehr verschiedene Verdichtungszentren auf; aus ihnen entstehen die Planeten. Wenn der Streifen S- oder bogenförmig gekrümmt ist und die Bewegung der Nebelmassen längs der Streifenachse (bei einem S-förmigen Nebel zu beiden Seiten des Schwerpunktes natürlich in entgegengesetzter Richtung) erfolgt, so bewegen sich alle Planeten, von der Sonne aus betrachtet, in demselben Sinne; sie haben also sämtlich untereinander und mit der Rotationsrichtung der Sonne übereinstimmende Revolutionsrichtung.

In größerer Entfernung vom Schwerpunkte fällt die Bewegungsrichtung der Nebelteilmassen nicht, wie in der Nähe desselben, mit dem Radiusvektor ungefähr zusammen, sondern ist mehr oder weniger gegen ihn geneigt. Infolge davon ist das Revolutionsmoment der Planeten beträchtlich (§ 123).

Wenn der Nebelstreifen nur eine ebene Krümmung hat und die Bewegung seiner Massen in der Richtung des Streifens erfolgt, so schreiten die Planetenmassen sehr nahe in der Ebene des Streifens fort. Ihre Bahnen haben daher nur geringe gegenseitige Neigungen (§ 121). Von den zahlreichen kleinen Planetoidenmassen, die in dem durch die Mars- und Jupitersmasse begrenzten Streifenraum zerstreut sind, erlangen jedoch diejenigen, die sich seitlich von der Bahnebene des Streifens befinden, größere Neigungen.

Während zwischen den Teilchen der Nebelmaterie anziehende Kräfte nur in geringem Grade wirksam sind, beginnt sich gleichzeitig mit der Verdichtung die Gravitation zu regen. Infolge davon tritt eine gegenseitige Annäherung der Massen ein. Die relativen Entfernungen der Planetenmassen und der Sonnenmasse sind jedoch im Nebel bedeutend kleiner als gegenwärtig (§ 125).

Die Exzentrizitäten der Planetenbahnen sind anfangs beträchtlich. Die Gravitationsvergrößerung, die während der bis zum ersten Periheldurchgange der Planeten verfließenden Zeit eintritt, vermag aber die großen Anfangswerte auf die gegenwärtigen kleinen Beträge zu reduzieren (§ 124). Die bei manchen Planetoiden vorliegenden großen Bahnexzentrizitäten lassen sich, ebenso wie die großen Neigungen, soweit sie nicht als säkulare Störungswirkungen betrachtet werden können, auf Störungen von seiten Jupiters zurückzuführen, die sich noch während der Zeit des Nebelstadiums ereignen (§ 125). Die großen Neigungen finden aber auch durch die Annahme ihre Erklärung, daß der spiralige Sonnennebel in der Hälfte, die sich zu den Planetoiden und den kleinen inneren Planeten umbildete, nicht eine ebene Krümmung aufwies, sondern sich mit der Spitze etwas seitwärts bog (§ 126). Über die verhältnismäßig große Exzentrizität und Neigung der Merkursbahn sehe man § 124 und § 121.

Die mit der Revolutionsrichtung übereinstimmende Rotationsrichtung der meisten Planeten ergibt sich aus der Annahme, daß sich die Nebelmaterie am inneren Rande des Streifens etwas langsamer als am äußeren bewegt. Die umgekehrte Rotationsrichtung der beiden äußersten Planeten erklärt sich, wenn weiter angenommen wird, daß sich im letzten Teile des Streifens die Verhältnisse umkehren, daß sich also die Teilchen mit größerer linearer Geschwindigkeit an der inneren, die mit kleinerer an der äußeren Seite des Streifens bewegen. Findet längs des Streifens ein allmählicher Übergang von den Teilmassen, welche die erste Eigenschaft, zu denen, welche die zweite besitzen, statt, so ergibt sich auch sogleich für die Schiefe der Achsen, die von Jupiter bis Neptun eine allmähliche Steigerung erkennen läßt, ein Erklärungsgrund. Verbindet man die Teilchen des Streifens, die gleiche lineare Geschwindigkeit haben, miteinander, so würde er hiernach wie ein schwach tordierter Faden erscheinen[1]). Bei den kleinen inneren Planeten, deren Massen die Dicke des Streifens wahrscheinlich bei weitem nicht füllte, kann die Schiefe der Achsen durch örtliche Störungen in der Lagerung der schneller und weniger schnell bewegten Teilchen erklärt werden (§ 127).

Da ebenso wie bei der Annahme konstant bleibender auch bei der Annahme wachsender Gravitation die Gesetzmäßigkeiten des Planetensystems, abgesehen von den kleinen Bahnexzentrizitäten, als das Produkt spontaner Entwicklung aufzufassen sind, so könnte es bei oberflächlicher Beurteilung scheinen, daß die zweite Annahme vor der ersten nur wenig voraus habe. Allein bei genauerer Betrachtung treten die Unterschiede zwischen ihnen deutlich hervor. Bei beiden Annahmen ist es zwar erforderlich, die gegenwärtige Ordnung des Systems auf Eigentümlichkeiten des Urzustandes zurückzuführen; aber die Art und Weise, wie dieser Urzustand zu denken ist, damit

[1]) Die angegebene Art der Bewegung der Nebelmaterie im Streifen könnte vielleicht als Strömungserscheinung in Anlehnung an die Helmholtzsche Theorie der Wirbelfäden gedeutet werden.

aus ihm durch spontane Entwicklung die gegenwärtige Gesetzmäßigkeit entspringen kann, ist in beiden Fällen sehr verschieden. Die Annahme konstanter Gravitation verlangt, die gegenwärtige Ordnung des Systems, vollständig ausgebildet, auf den Urzustand zu übertragen; nach ihr ist der anfängliche Zustand bereits das Urbild des gegenwärtigen. Bei der Annahme wachsender Gravitation enthält der Urzustand nur die erforderlichen Ansätze, die zu den gegenwärtigen Verhältnissen hinüberleiten. Bei der ersten Annahme ist das System von vornherein vollendet, gleichsam Ergebnis eines Schöpfungsaktes; bei der zweiten geht es aus dem Urnebel hervor wie die Pflanze aus dem sie vorbildlich, aber nicht fertig ausgebildet enthaltenden Samenkorn.

Die Monde. Die Monde teilen wir ein in reguläre und irreguläre. Zu den regulären gehören die Monde, die in der Äquatorebene ihres Planeten, in derselben Richtung, wie der Planet rotiert, ungefähr kreisförmige Bahnen beschreiben, außerdem der Erdmond, die Saturnsmonde Hyperion, Themis und Japetus und der Neptunsmond, bei denen sich die vorhandenen größeren Abweichungen von den angegebenen Gesetzmäßigkeiten als Störungswirkungen erklären lassen. Irregulär sind die beiden rechtläufigen Jupitersmonde VI und VII, die rückläufigen Jupitersmonde VIII und IX und der rückläufige Saturnsmond Phöbe.

Die bei den regulären Monden anzutreffenden Gesetzmäßigkeiten erklären sich am einfachsten, wenn man die Laplacesche Hypothese zugrunde legt[1]). Aus mechanischen Gründen entspringende Bedenken, welche die Anwendbarkeit dieser Hypothese auf die Entstehung der Planeten ausschließen (§§ 76—77), sind bei den Monden nicht vorhanden.

Bei einem seine Rotation durch Kontraktion beschleunigenden Planeten, der einen dichteren Kern und eine hohe Atmosphäre besitzt, kann an der Grenze der Atmosphäre über dem Äquator Gleichgewicht zwischen der Schwere und der Zentrifugalkraft eintreten. In diesem

[1]) Wir akzeptieren nur den Grundgedanken der Laplaceschen Hypothese, daß sich die Monde aus atmosphärischen Massen des seine Rotation beschleunigenden Planeten bilden. Gegen die Laplacesche Annahme der Ringbildung und der Zusammenballung der Ringe zu einer einzigen Masse richten sich bekanntlich eine Reihe von Einwänden, die auch von Poincaré in seiner Darstellung der Laplaceschen Hypothese nicht aus dem Wege geräumt sind (vgl. § 90). Wir glauben jedoch in den §§ 136 ff. gezeigt zu haben, daß diese Einwände deswegen hinfällig werden, weil die Entwicklung eines seine Rotation beschleunigenden Planeten gar nicht zu einer Ringbildung, sondern nur zu einer ungleichförmigen Rotationsbewegung führt. Unsere Darstellung vermeidet daher die Schwierigkeiten der Laplaceschen Darstellung. Außerdem macht sie einige Einzelheiten verständlich, die bis jetzt einer genügenden Erklärung nicht zugänglich gewesen sind (z. B. die Kommensurabilität der Umlaufszeiten der Jupiters- und der Saturnsmonde, die Lage der Bahn des Jupitersmondes V und des Marsmondes Phobos nur wenig außerhalb der Rocheschen Grenze).

Falle bestreben sich die höchsten atmosphärischen Massen, ihren Zusammenhang mit den tieferen Atmosphärenschichten zu lösen und in der Äquatorebene freie Kreisbahnen zu beschreiben. In Wirklichkeit findet die Trennung jedoch nicht statt; denn längs der kritischen Niveaufläche strömen von den Seiten her neue Massen nach, hüllen die bereits selbständig gewordenen ein und bringen sie wieder in Konnex mit der Atmosphäre. Nun besitzen die aus höheren Breiten stammenden Massen, wenn sie über dem Äquator anlangen, da sie aus Gebieten mit geringerer linearer Geschwindigkeit kommen, nicht die Winkelgeschwindigkeit, die sie am Äquator bei gleichförmiger Rotation der ganzen Planetenmasse besitzen müßten; sie können also nicht sogleich wieder, wie die Massen, an deren Stelle sie treten, zur Abtrennung gelangen. Bis auch sie imstande sind, freie Kreisbahnen zu beschreiben, muß von den unter ihnen hinweggleitenden Schichten her durch Reibung erst ein größeres Rotationsmoment auf sie übertragen werden. Nun ist die innere Reibung der Gase so gering, daß selbst innerhalb verhältnismäßig eng begrenzter Atmosphärenschichten zur Ausgleichung von Geschwindigkeitsdifferenzen sehr große Zeiträume erforderlich sind[1]). Da schon eine geringe Kontraktion des Planetenkernes genügt, um seine Rotationsgeschwindigkeit dem Flächensatze gemäß merklich zu beschleunigen, so folgt aus dem Gesagten, daß, falls die Oberflächentemperatur der Kernmasse sich nicht schnell erniedrigt, was unwahrscheinlich ist, die kritische Niveaufläche, innerhalb deren eine gleichförmige Rotationsbewegung möglich ist, sich ins Innere der Atmosphäre zurückzieht, und daß außerhalb dieser Fläche, in der sog. „erweiterten" Atmosphäre, eine ungleichförmige Rotationsbewegung zur Ausbildung kommt, bei der ein Teil der in der Äquatorebene befindlichen Massen ungefähr freie Kreisbahnen beschreibt[2]) (§§ 137—139).

In der erweiterten Atmosphäre sich bildende Kondensationsprodukte können, da der Widerstand der Atmosphäre ihrer Bewegung entgegenwirkt, im allgemeinen ihre Selbständigkeit nicht bewahren. Dies ist nur in der Äquatorebene möglich. Auch hier unterliegen sie zwar einem Widerstande, der eine Verkürzung ihres Bahnradius bewirkt. Da sie aber, solange sie sich außerhalb der kritischen Niveaufläche befinden, bei der Annäherung an den Planeten in Schichten hineingeraten, deren Rotationsgeschwindigkeit der Geschwindigkeit in freien Kreisbahnen ungefähr entspricht, so verkürzen sie ihre Bahndimensionen verhältnismäßig langsam. Da sie außerdem beständig mit neuen kon-

---

[1]) Nach Helmholtz beträgt die Zeit, innerhalb deren sich in einer Atmosphäre von 8 km Dicke Geschwindigkeitsdifferenzen durch Reibung um die Hälfte verringern, ungefähr 43 000 Jahre (vgl. Poincaré, Leçons, Nr. 25).

[2]) Man vergleiche mit unserer Darstellung die den Vorgang der Ringbildung betreffende Darstellung von Laplace und Poincaré (§§ 90 und 146).

densierbaren Massen in Berührung kommen und von ihnen einen Massenzuwachs erfahren, so wird ihr Widerstand gegen Störungen allmählich größer. Wenn sie eine gewisse Größe erreicht haben, können sie ihre Selbständigkeit daher behaupten, während die kleineren Massen nicht erhalten bleiben, sondern entweder mit den größeren oder mit dem Planeten zur Vereinigung kommen (§ 143). Die selbständig bleibenden Massen sind die regulären Monde. Beginnen die äußeren Schichten der Planetenkernmasse sich merklich abzukühlen, so verringert die Atmosphäre ihre Höhe und läßt einen Mond nach dem andern frei. Die Gesetzmäßigkeiten ihrer Bahnen ergeben sich ohne weiteres aus ihrem Entwicklungsgang (§§ 136—145).

Wenn die Darwinsche Hypothese, daß der Erdmond durch Gezeitenreibung seine Entfernung von der Erde bedeutend vergrößert und auf diese Weise sein das Rotationsmoment der Erde weit übertreffendes Flächenmoment erlangt habe, zutrifft, so kann er zu den regulären gerechnet werden. Die verhältnismäßig große Exzentrizität und Neigung der Mondbahn gegen den Erdäquator steht mit der Hypothese nicht in Widerspruch (§ 150).

Die Ausnahmen von den Gesetzmäßigkeiten der regulären Mondbahnen, die sich bei einigen Monden (d. s. die Saturnsmonde Hyperion, Themis, Japetus und der Neptunsmond) vorfinden, rauben ihnen, wie bereits bemerkt wurde, nicht den regulären Charakter. Die Abweichungen lassen sich auf störende Einflüsse der Sonne, benachbarter Monde und eines widerstehenden Mittels zurückführen. Auch dafür, daß der innere Marsmond und die innersten Teile der Saturnsringe ihre Umläufe schneller ausführen als der Planet seine Rotation, können einfache physikalische Ursachen (Gezeitenreibung, widerstehendes Mittel) angegeben werden (§§ 147—149, 151—152).

Die irregulären Monde gehen aus kleinen in der Nähe der großen Planetenmassen befindlichen Kondensationskernen des Sonnennebels hervor, die nicht mit den Planeten zur Vereinigung kommen, von ihnen aber festgehalten werden. Auf diese Weise erklärt sich die große Neigung ihrer Bahnen gegen den Planetenäquator, ihre zum Teil rückläufige Bewegung und ihre große Bahnexzentrizität (§§ 153—154).

Die Jupitersmonde VIII und IX sind vielleicht eingefangene Planetoiden.

Die Kometen. Da die Bahnverhältnisse der Kometen von denen der Planeten sehr verschieden sind, so können die Kometen nicht mit den Planeten gleichen Ursprungs sein, und da die Beobachtungen mehrfach gezeigt haben, daß sie vergängliche Weltkörper sind, so können sie nicht schon ebenso lange wie die Planeten und Monde zu dem Sonnensystem gehören, sondern müssen ihm erst in späterer Zeit angegliedert worden sein (§§ 71, 72, 93).

Es ist möglich, daß die Kometen Kondensationen sind, die von der Sonne beim Durchschreiten auf ihrem Wege liegender kosmischer Nebelmassen angezogen wurden, und deren hyperbolische Bahnen sich durch den Widerstand der Nebelmaterie in elliptische verwandelten.

Als Nebel, bei dessen Durchschreiten die Angliederung der Kometen erfolgte, kommt vielleicht der ziemlich genau im Antiapex der Sonnenbewegung liegende und von der Sonne mit einer Geschwindigkeit von 16 bis 18 km/sec sich entfernende Orionnebel (oder die mit ihm in Verbindung stehenden, das ganze Sternbild des Orion ausfüllenden, feinen Nebelmassen) in Frage.

Nach den Untersuchungen Holetscheks u. a. weisen die Kometenbahnen, abgesehen von den Exzentrizitäten, keine ausgesprochene Gesetzmäßigkeit auf. Für diese Tatsache ergibt sich eine Erklärung, wenn angenommen wird, daß die Teilchen oder die Teilmassen des durchschrittenen Nebels nach allen möglichen Richtungen durcheinander wirbeln und die Sonne den Nebel mit einer Geschwindigkeit durchschreitet, die gegen die individuellen Geschwindigkeiten seiner Teile vernachlässigt werden kann (§ 156). Wahrscheinlicher aber ist die andere Annahme, daß sich die Teilchen des durchschrittenen Nebels in relativer Ruhe befinden. In diesem Falle entsteht im Rücken der Sonne durch Kollision der an ihr vorbeieilenden und durch die Anziehung der Sonne aus ihrer Richtung abgelenkten Nebelteilchen ein Schweif verdichteter Nebelmaterie, die, mit verringerter Geschwindigkeit sich von der Sonne entfernend, teilweise sich ihr wieder zuwendet, aber, da sie sich im allgemeinen nicht in geradlinigen, sondern in mehr oder weniger gekrümmten Bahnen bewegt, nicht unmittelbar auf die Sonne stürzt, sondern sie in der Form einer Hülle umgibt. Die Angliederung der meisten Kometen erfolgt wahrscheinlich in dieser Nebelhülle. Infolge des kräftigen, von Ort zu Ort sich ändernden Widerstandes, den ihre chaotisch durcheinander wirbelnden Massen auf die Kometen ausüben, sind ihre hyperbolischen Bahnen nach dem Durchschreiten der Hülle elliptisch geworden und die ursprünglichen Gesetzmäßigkeiten der Bahnen (§ 157) zerstört. Einen schwächeren Widerstand erfahren die Kometen auch im Nebelschweif und nach Durchschreiten der Hülle und des Schweifes in der an der Sonne vorbeistreichenden feinen Nebelmaterie (§§ 158—164).

Im Innern des Nebels kann infolge der Absorptionswirkung der die Sonne chaotisch umwirbelnden und mit ihrer Atmosphäre sich vermischenden Nebelmassen nur ein Teil ihrer gewöhnlichen Wärmestrahlung die Erde erreichen. Unsere Hypothese des Kometenursprungs liefert hiernach gleichzeitig auch eine Erklärung der Entstehung der irdischen Eiszeiten (§ 165).

Die Sternschnuppen. Die Sternschnuppen sind Zerfallsprodukte der Kometen (§ 163).

Das Zodiakallicht. Die Materie des Zodiakallichtes ist vielleicht die nicht zur Zusammenballung gelangte Restmaterie des Sonnennebels (§ 73); sie kann aber auch Kometenmaterie sein, die den Kometen zur Zeit des Periheldurchgangs infolge von Zusammenstößen mit, wahrscheinlich innerhalb der Merkursbahn befindlichen, zahlreichen Satellitenkörperchen der Sonne entzogen und von diesen gezwungen wurden, ihre Bahnlage der Äquatorebene der Sonne mehr oder weniger anzupassen (§ 166).

Schluß.

168. Grenzen wissenschaftlicher Erkenntnis. Mit der Einsicht, daß die Naturwissenschaft nur eine erklärende Beschreibung, keine Konstruktion der Erscheinungen liefern könne, mußte das Bestreben entspringen, aus ihr die reine Deduktion zu verbannen. Man sucht nicht mehr die Mannigfaltigkeit der Naturerscheinungen aus gewissen ersten Prinzipien herzuleiten, sondern sie rückwärts bis zu ihren ersten Anfängen zu verfolgen. Die Aufgabe der Wissenschaft ist nicht, die Vielheit der wirkenden Ursachen einer postulierten ersten Ursache unterzuordnen, sondern den Entwicklungsgang, den ein Einzelnes unter dem Einflusse einer Vielheit von Ursachen nahm, aufzusuchen, Verschiedenes und scheinbar Fremdes durch ein Band verschiedener Ursachen miteinander in Zusammenhang zu bringen und dadurch in der Vielheit die Einheit herzustellen. Wir haben uns bemüht, nach diesem Vorbilde die Entwicklung unseres Sonnensystems als wissenschaftliches Problem zu behandeln. Aus den besonderen heute bestehenden Verhältnissen schlossen wir auf Besonderheiten des früheren Zustandes und versuchten, die Eigentümlichkeiten und Merkmale aufzufinden, die er haben mußte, damit aus ihm das gegenwärtige System sich naturgemäß entwickeln konnte. Ist es möglich, eine Hypothese aufzustellen, welche dies leistet, so ist alles geschehen, was von ihr gefordert werden kann; denn auf die Frage, warum der vorausgesetzte Urzustand gerade so beschaffen war, wie er es war, läßt sich ebensowenig eine Antwort geben, wie auf die Frage, warum das Gold gelb und nicht vielmehr blau oder schwarz aussehe. Wer hieran Anstoß nehmen sollte, möge bedenken, daß wir auch sonst überall in der Naturwissenschaft uns damit begnügen müssen, einzusehen, wie etwas entstehen kann; zu erkennen, daß ein Ding so und nicht anders sich entwickeln müsse, sind wir nicht imstande. Wer würde es wohl wagen, zu erklären, warum eine am Himmel sich bildende Wolke gerade diejenige Form besitze, die sie besitzt, warum ein Wirbelwind gerade den Weg einschlage, den er einschlägt, warum eine Pflanze gerade an dieser Stelle ein Blatt hervortreibt und nicht an einer andern, warum sie nicht eine Blüte mehr oder weniger ansetzt? Wir wissen, daß in allen diesen Fällen Ursachen vorhanden sind, welche die Erscheinungen gerade so bestimmen, wie sie sich uns zeigen; aber wir sind nicht in der Lage, sie uns einzeln zu vergegenwärtigen. Wir sehen wohl überall die Vielgestaltigkeit der Naturerscheinungen auf natürliche Weise ins Dasein treten, können aber nicht die Ursachen aufzählen, die zur Entstehung dieser Vielgestaltigkeit den Anstoß geben. In ihr offenbart sich die unendliche innere Mannigfaltigkeit und Gestaltungsfähigkeit der Natur, die wir als etwas Gegebenes hinnehmen müssen. Auch bei dem Urnebel unseres Sonnensystems sind Ursachen vorhanden gewesen, die ihm gerade die besonderen Eigenschaften erteilten, welche wir voraussetzen; diese Ursachen uns im einzelnen zu vergegenwärtigen, sind wir jedoch nicht imstande, da uns hierzu alle Anhaltspunkte fehlen.

169. Die Zukunft des Sonnensystems. Die ganze vorhergehende Betrachtung unseres Buches bezieht sich auf die vom Nebelzustande bis auf die Gegenwart durchlaufene Entwicklung des Sonnensystems. Es bleibt uns noch übrig, etwas über seine zukünftige Entwicklung zu sagen.

Es unterliegt keinem Zweifel, daß, wenn nicht durch fremde Einflüsse eine außergewöhnliche Störung in den Verhältnissen des Systems hervorgerufen werden sollte, während unfaßbar langer Zeitperioden innerhalb desselben nur unbedeutende Änderungen eintreten werden. Großen Umwälzungen unterliegt aber das an die Oberfläche der Planeten gebundene organische Leben. Solange die Sonne fortfährt, Licht und Wärme auszusenden, wird es bestehen. Es muß erlöschen, wenn sie sich mit einer Kruste überzieht. Haben wir dies Ziel vor Augen, so nehmen unsere Gedanken unwillkürlich teleologische Färbung an. Das organische Leben auf den Planeten erscheint uns, da wir selbst ein Teil desselben sind, wichtiger als der Planet selbst. Es versteht sich für uns fast von selbst, daß die Organismen nicht ein bloßes Akzidenz der Planeten, sondern daß die Planeten der Organismen wegen da seien. Wir fragen daher nach dem Zweck des Fortbestehens von Weltkörpern, die kein Leben mehr beherbergen, und suchen nach Ursachen, die im Himmelsraum den Anstoß zu neuen Entwicklungsmöglichkeiten abgestorbener Weltkörper geben könnten. Aber wer sagt uns, daß unser anthropomorphistischer Standpunkt der richtige sei? Es darf als wahrscheinlich gelten, daß auch bei den jetzt bestehenden Verhältnissen mehrere Planeten unseres Systems Organismen nicht hervorbringen können. Ebenso werden von den vielen dunklen Weltkörpern, die in anderen Systemen als Planeten um Sonnen kreisen, bei weitem nicht alle Organismen erzeugen. Geben wir den anthropomorphistischen Standpunkt auf, so fällt der Grund fort, belebten und leuchtenden Weltkörpern eine größere Daseinsberechtigung beizulegen als unbelebten und erloschenen, und die Frage nach der Zukunft des Systems scheint dann erledigt zu sein.

Aber in einer anderen Form taucht sie von neuem auf. Die Entwicklung der Weltkörper erfolgt immer nur in einer Richtung: die Nebel gehen in Sterne und diese in dunkle Massen über. Hätte die Welt nicht, da doch schon eine Ewigkeit abgelaufen ist, längst am Ende ihrer Entwicklung angelangt sein müssen? Leuchten aber nicht noch Millionen von Sonnen? Gibt es nicht noch eine Unzahl von Nebeln, die erst am Anfange ihrer Entwicklung zu leuchtenden Sonnen stehen? Wo ist die Geburtsstätte der Nebel? Wodurch wird die Neuschöpfung veranlaßt? Diese Fragen hat der Mensch sich oft vorgelegt und, um die Widersprüche zu lösen, meistens einen Kreislauf kosmischen Geschehens konstruiert. Er hat das Entstehen und Vergehen der Weltkörper in kausalen Zusammenhang gebracht und einen Weltplan im großen entworfen. Vielfach hat man angenommen, daß der Zusammenstoß zweier erloschener Weltkörper zu einer gegenseitigen Zermalmung und explosionsartigen Ausbreitung ihrer Materien führe und dadurch zu der Entstehung eines neuen Nebels Anlaß gebe[1]) (Hypothese von Sv. Arrhenius: Das Werden der Welten).

Man beruft sich dabei auf die Tatsache, daß die Sterne scheinbar regellos durch den Weltraum eilen, wodurch die Möglichkeit von Kollisionen gegeben sei, und auf die andere Tatsache, daß von Zeit zu Zeit neue Sterne aufleuchten, was die Wirklichkeit der Zusammenstöße beweise. Die Möglichkeit von Zusammenstößen kosmischer Massen kann nicht bestritten werden; erleben wir doch täglich und stündlich Zusammenstöße der Erde mit den kleinen Sternschnuppenkörperchen. Daß aber das Aufleuchten neuer Sterne die Tatsächlichkeit der Zusammenstöße erloschener Sterne beweise, ist eine Behauptung, die kaum einen Schein von Berechtigung in sich birgt. Die gesamte Masse zweier Weltkörper würde nur dann zerstäubt und vielleicht in einen Nebel zurückverwandelt werden, wenn sie in zentralem Stoße aufeinandertreffen[2]); die Wahrscheinlichkeit dafür ist aber gleich Null. Bei nicht

[1]) Die Chamberlin-Moultonsche Hypothese, nach der durch den nahen Vorübergang zweier Weltkörper aneinander die Ausbreitung eines Teiles ihrer Materie in der Form eines Spiralnebels bewirkt werde, steht der obigen Anschauung nahe, ebenso die Hypothese von Bickerton, nach der durch streifenden Zusammenstoß zweier Weltkörper ein dritter Körper, der neue Stern, entstehen soll. Vgl. auch die Hypothesen von Hörbiger-Fauth, Zehnder, M. Wilh. Meyer.

[2]) Es läßt sich jedoch zeigen, daß selbst in diesem Falle nicht ein aus fein verteilter Materie bestehender, sondern nur ein Nebel mit sehr kräftiger zentraler Verdichtung, d. h. also ein Nebelstern entstehen würde (vgl. § 101 b).

zentralem Stoße trennen sich die beiden Massen wieder, nachdem sie einander kräftige Wunden geschlagen haben, gehen also nicht in einen aus feinster Materie bestehenden Nebel, sondern in zwei, von Nebelmassen vielleicht eingehüllte, Sterne (Nebelsterne) über. Das Spektrum der neuen Sterne hat auch noch niemals verraten, daß ein neuer Nebel in der Bildung begriffen sei. Es verwandelt sich stets in ein ganz charakteristisches Sternspektrum, das der sog. Wolf-Rayet-Sterne[1]).

Wenn es unmöglich ist, die Entstehung feiner kosmischer Nebelmassen durch Zusammenstoß zweier Körper zu erklären, so fehlt jedoch in dem allgemeinen Plane der Weltentwicklung ein wichtiges Glied. Wenn Anfang und Ende der kosmischen Entwicklung nicht miteinander verknüpft werden können, so ist das Werden der Welten kein Kreisprozeß, und die oben angeführten Widersprüche bleiben bestehen. Lehrt nicht auch der zweite Hauptsatz der mechanischen Wärmetheorie, daß die Zustände der Welt asymptotisch einem Endzustande zustreben, in welchem alle Wärmegegensätze ausgeglichen sind, und der also keine neuen Entwicklungsmöglichkeiten mehr in sich schließt? Arrhenius sucht dieser Folgerung durch die Annahme zu entgehen (a. a. O., VII. Kap.), daß die von den Sternen ausgestrahlte Wärme von den Nebeln aufgefangen und von diesen in nutzbare Energie zurückverwandelt werde, in der Weise, daß die Atome, denen die ihnen übertragene Wärmeenergie eine große Geschwindigkeit verleiht, aus den Nebeln entweichen und nunmehr, mit kinetischer Energie begabt, ihren Weg durch den Weltraum nehmen. Diese Annahme ist zwar originell; aber bestenfalls vermag der beschriebene Vorgang den Wärmetod nur aufzuhalten, nicht ihn zu verhindern[2]). Man könnte auch bezweifeln, daß es erlaubt sei, ein für ein Teilsystem der Welt, die Erde, gültiges physikalisches Gesetz auf das Weltganze zu übertragen. Aber sicherlich ist es eine ungleich größere Anmaßung, wenn man sich be-

[1]) Das Aufleuchten der Novae hat wahrscheinlich ganz andere Ursachen als den Zusammenstoß zweier Sterne; vgl. hierüber §§ 101 und 119.

[2]) Man sehe hierüber die sehr interessanten Ausführungen von Poincaré, a. a. O. Nr. 189—193 und préf. S. XXII—XXIII, ebenso die von Schwarzschild, Abschnitt Kosmogonie in Newcomb-E., Pop. Astr., 5. Aufl. S. 732. Man vergleiche auch die schönen, klaren Darlegungen von A. Kopff in dem Handwörterbuch der Naturwissenschaften, Artikel Kosmogonie. Kopff hebt die Schwierigkeiten, die der Annahme eines ewigen Kreislaufs im Weltgeschehen entgegenstehen, deutlich hervor, räumt aber am Schlusse trotzdem ein, daß sich ihre wissenschaftliche Zulässigkeit nicht bestreiten lasse. Wer die Gründe, mit denen er dieses Zugeständnis zu rechtfertigen sucht, mit den vorher von ihm angeführten Gegengründen vergleicht, dürfte sich jedoch kaum des Eindrucks erwehren können, daß hier in einem Kampfe zwischen Elefanten und Mücken den letzten der Sieg zugeschrieben wird, bloß weil nicht zu umgehende Konsequenzen, denen man gern ausweichen möchte, dies wünschenswert erscheinen lassen.

rechtigt glaubt, nach Analogie irdischer Erscheinungen ein Weltgeschehen in seinen Einzelheiten zu konstruieren.

Gelegentlich hat die Phantasie noch ganz andere Perspektiven der Weltentwicklung eröffnet. Pascal (Pensées, 1. Abt., 4. Art., 1) und M. Wilh. Meyer (Weltschöpfung, S. 91) sprechen die Vermutung aus, daß, ähnlich wie die Atome die Körper unserer Welt aufbauen, die Weltkörper sich vielleicht zu lebensfähigen Gebilden höherer Ordnung zusammensetzen. Einen ähnlichen Gedanken bringt Schwarzschild zum Ausdruck, wenn er sagt (System der Fixsterne, IV): „Wenn ein Mensch willkürlich mit der Hand durch die Luft fährt, so bestimmt er das Geschick von Millionen differenziertester Luftmoleküle, die er vor seiner Hand hertreibt. Es kann sehr wohl sein, daß nicht nur unsere Erde, sondern gleich unser ganzes Sternensystem die Rolle eines Moleküls in einer unendlich viel größeren Welt spielt, in der ein übermächtiges Wesen uns nach Laune umhertreibt, oder daß vielleicht unser ganzes Sternsystem ein goldener Regentropfen ist, der in einer solchen größeren Welt herabregnet und einem täppischen Riesen auf die Hand fällt, der ihn fortwischt und damit nicht nur alle unsere Existenzen, sondern auch alle unsere Gesetze zunichte macht."

Nach allem Gesagten scheint kein Weg vorhanden zu sein, der die Frage des allgemeinen Weltgeschehens einer befriedigenden wissenschaftlichen Lösung entgegenführte. „Nous ne pouvons donc terminer que par un point d'interrogation", bemerkt Poincaré resigniert am Schlusse seiner kritischen kosmogonischen Erwägungen (a. a. O. préf. S. XXV).

Wenn die Physik keine Handhabe mehr bietet, so wäre es denkbar, daß die philosophische Behandlung des Problems Erfolg verspräche[1]). Aber wenn die Philosophie auch noch einen Schritt vorwärts führen sollte, letzten Endes bleibt der Mensch doch vor Rätseln stehen. Dies darf ihn nicht entmutigen. Denn eine Welt, die sich durch die Erkenntnistätigkeit bis auf den letzten Grund ausschöpfen ließe, würde ihm gewiß keine Befriedigung gewähren. Wer sich der Eingeschränktheit alles menschlichen Wissens deutlich bewußt geworden ist, kann mit Stolz auf das Erreichte blicken, wird aber bescheiden vor dem Unergründlichen stehen, eingedenk des Goetheschen Weisheitsspruches:

„Das schönste Glück des denkenden Menschen ist, das Erforschliche erforscht zu haben und das Unerforschliche ruhig zu verehren."

[1]) An der Möglichkeit einer wissenschaftlichen Lösung des Problems verzweifelnd, hat man gelegentlich auch zu der Religion seine Zuflucht genommen; man sehe z. B. Fr. Pfaff, Die Entwicklung der Welt auf atomistischer Grundlage; Erlangen, 1883, S. 120, und Joh. Riem, Unsere Weltinsel, ihr Werden und Vergehen; Godesberg, S. 85.

Namen- und Sachregister.

(Wichtigere Textstellen sind durch schrägen Druck hervorgehoben)

A.

Absorption der Strahlung in kosmischen Nebeln 276
Abtrennung der Planetenmassen (nach Laplace) *130*
— der Mondmassen (nach Laplace) *179*, *286*
Achilles (Planetoid 588) 71, 170, 336
Achsen: Präzessionsbewegung der A. *172*, 318
— Schiefe der Planetenachsen *85*, *92*, 172, *266*, 317
— Schiefe der Sonnenachse *130*, 143, 146, 147, *266*
Adiabatische Kugeln 133, 164, 273, 275, 287
Adiabatisches Gleichgewicht 177, 183, 289, 303, 310, 322, 358
Albedo der Monde 311
Albert (Planetoid 719) 262
Algolsterne 178, 266
Ätherwiderstand 123, 205, 211
André, C. 234
Andromedanebel 240, 244
Anzahl der Monde 309, 333
Äquatoreale Beschleunigung der Planeten und der Sonne 315, 363
Arrhenius, S. *84*, 90, 104, 193, *200*, 222, 226, 230, 246, 247, 279, 364, 377, 378
— Hypothese von A. *200*
Atmosphäre der Planeten 177, *179*, 289
— der Monde 312
— der Sonne *132*, *290*

B.

Bahnelemente: Störungen der B. im widerstehenden Mittel *12—48*, *57*, *80*, *98*, 104, *110*, *115*, *118*, 119, 277
Bahnelemente; Störungen der B. durch Gezeitenreibung *52*, *77*, 104, *107*, *114*, 118, 251
— Störungen der B. durch Gravitationsänderungen *78*, 155, *255*, *257*, 274, 336
Barnard, E. 312
Belot, E. 5, 190, 191, 209, *215*, 223, 247, 286
— Hypothese von B. *215*
Bickerton, A. W. 204, 246, 377
Birkeland, K. 129, *146*, 222, 236
— Hypothese von B. *146*
Bode'sches Gesetz der Planetenentfernungen 219, 260
Bohlin, K. 123, 240
Boß, L. 227, 367
Bourget, H. 340, 357
Boyle-Mariotte'sches Gesetz 184, *290*, 358
Brodetsky, S. 70, 189
Buffon, G. L. L. 200
Buisson, H. 340, 357

C.

Campbell, W. W. *227*, 233, 238, 250, 259, 279, 283, 367
Cassini'sche Trennung der Saturnsringe 184, 289, 333
Chamberlin-Moulton siehe Moulton
Chandler'sche Periode der Polhöhenschwankung 174
Charlier, C. V. L. 333
Chromosphäre der Sonne *290*
Crommelin, A. C. D. 126

D.

Darwin, G. H. 50, 52, 54, 57, *61*, 64, 66, 70, 86, 89, 90, 95, 99, 103, 104, 118,

140, 141, 143, 144, 163, 170, 185, 189, 198, 199, 209, 210, 212, 298, 310, 317, 321, *323*, 333, 373
Darwins Theorie der Gezeitenreibung, angewandt auf den Erdmond *323*
Dichte des widerstehenden Mittels 14, 30, 46, 47
— des Urnebels *268*, 270, 285
— der Sonne *132*, *275*
— der Planeten *90*, 177, 263, *287*, 289
— der Monde *182*, *311*
— der Zodiakallichtmaterie 322, 363
Doppelsternsysteme 142, 195, 237, *257*, 279, 316, 326

E.

Easton, C. 243, 244
Eberhard, G. 238
Eddington, A. S. *236*, *258*, 279, 293, 303, 359, 367
Eigentümlichkeiten und Gesetzmäßigkeiten des Sonnensystems *3*, 368
Einfanghypothese (siehe auch Meteoritenhypothese) *61*, 122, *124*, 140, 161, *168*, *187*, 212, 311, 362
Einstein, A. 359
Eiszeiten der Erde *355*, 374
Elektrische Kräfte in der Urmaterie 146, 234
Emden, R. 52, 69, 94, 97, 133, 136, 140, 156, 162, *163*, 167, 184, 190, 202, 210, 218, 225, 229, 230, 241, 244, 245, 273, 276, 288, 291, 298, 310, 327, 341, 356
Encke'scher Komet 124
Entfernungen der Planeten *259*
— der Monde 309, *333*
Entstehung der Spiralnebel 201, *246*
— der Planeten, Monde, Kometen siehe Entwicklung der Pl., M., K.
Entwicklung, erzwungene und spontane 6, 49, 365
— von Weltsystemen 2, 200, *229*, *377*
— des Milchstraßensystems 202, *229*, 232, 233
— der Doppelsterne 142, 237, 257, 316
— der Urmaterie *158*, *228*
— des Sonnensystems 3, *277*, *364*, *376*
— der Sonne und der Planeten *51—104*, *129—178*, *193*, *200*, *205*, *215*, *248* bis *286*, *368—371*
— der Monde *105—119*, *178—189*, 198, 212, *286—337*, *371*
Entwicklung der Kometen *119*, *189*, *337—358*, *373*
— der Zodiakallichtmaterie *127*, 189, *358—363*, 375
Entwicklungszeit des Urnebels *269*
— der Planeten im widerstehenden Mittel 18, 44, *166*
— der Planeten nach der Laplace'schen Hypothese *139*
— der Planeten nach der Meteoritenhypothese *166*
— der Planeten nach der Gezeitenhypothese 57, 89, *95*
— des Erdmondes 330
— des Marsmondes Phobos 323
Erdmond *323*
— hypothetischer zweiter E. 323
Erdwärme 175, 272
Ergebnisse des analytischen Teils *220*
— des synthetischen Teils *364*
Eros (Planetoid) 273
Exzentrizitäten, Durchschnittswerte der E. 81
— der Doppelsternbahnen *257*
— der Planetenbahnen *77*, 150, 155, 196, 205, *254*
— der Merkursbahn 143, *257*, 277, 317
— der Planetoidenbahnen 143, 262
— der Mondbahnen *114*, 337
— der Kometenbahnen *120*, 190, *351*
Exzentrizitätsänderungen im widerstehenden Mittel (Allgemeines) 15, 26, 30, 39, 42
— der Planetenbahnen im widerstehenden Mittel *80*, 150, 196, 254
— der Planetenbahnen durch Gezeitenreibung *77*
— der Planetenbahnen durch Gravitationsänderungen *78*, 155, *255*, 270
— der Mondbahnen im widerstehenden Mittel *115*
— der Mondbahnen durch Gezeitenreibung 114
— der Kometenbahnen im widerstehenden Mittel 123, 126, *343*
— der Kometenbahnen durch Gravitationsänderungen 191

F.

Fabry, Ch. 340, 357
Fath, E. A. 225, 232, *239*, 246
Fauth, Ph. 193, *205*, 222, 226, 364, 377
— Hypothese von Hörbiger-Fauth *205*

Faye, H. 99, 104, *148*, 154, 160, 161, 162, 186, 190, 222, 226, 249, 365
— Hypothese von Faye *148*
Fessenkoff, B. 362
Flächen-(Rotations-)Moment der Sonne und Flächen-(Revolutions-) Momente der Planeten siehe Sonne und Planeten
Freundlich, E. 360

G.

Geschlossenes und offenes System 6, 50, 191, 249, 282, 368
Geschwindigkeiten der Teilchen kosmischer Nebel 237, 245, 338, 357
Gesetzmäßigkeiten des Sonnensystems *3*, 368
— der ursprünglichen Kometenbahnen 340
Gezeitenreibung, Allgemeines *52*
— Änderungen der Flächenmomente durch G. *53*, 56, 89, *106*, *323*
— Exzentrizitätsänderungen durch G. *77*, 114
— Neigungsänderungen durch G. *54*, *106*, 117
— Rotationsänderungen durch G. 56, *84*, 269
— Einfluß der G. auf die Planeten *53*, *77*, *84*, 251, 260, 365; auf Merkur 98, 143, 269; auf die Erde 98, *323*; auf Mars 98, 323, 333; auf Jupiter und Saturn 56, 88, 90, 91; auf Uranus und Neptun 91; auf die Monde *106*, 114, 117; auf den Erdmond *323*; auf den Saturnsmond Japetus 321; auf den Neptunsmond 331
Glazialkosmogonie *205*
Gouy, G. 292
Gravitation in der Nebelmaterie *228*, *233*, 250, 257, *259*, 265, 270, *278*, 283, 367
— in der Sonnenatmosphäre 291, 359
Gravitationsänderungen *78*, 155
Gravitationsvergrößerung: Einfluß der G. auf die Bahnelemente *78*, *255*, *259*, *274*, 336
— Hypothese der Gravitationsvergrößerung *228*, *233*, 250, *257*, *259*, 265, *278*, 283, 359, *366*
Günther, S. 162
Guthnick, P. 312, 314

H.

Halm, J. *229*, 233, 250
Hektor (Planetoid 624) 71, 170, 336
Heliumsterne (Klasse B) *228*, 232
Helmholtz, H. v. 217, 239, 267, 296, 370, 372
Herschel, A. 354
Hill'sche Oberflächen 60, *62*, 96, 109, 113, 333, 335
Holetschek, J. 338, 374
Holzmüller, G. 133
Hörbiger, H. siehe Fauth
Hyperion (Saturnsmond) *320*

J.

Jacobi'sches Ellipsoid 87, 134, 325
— Integral des Drei-Körper-Problems 60, *61*, 170
Japetus (Saturnsmond) *321*, 332
Jeans, J. H. *141*, 185, 259, 294, 298, 317
Interglazialzeiten 356
Interplanetarisches Mittel siehe Mittel
Intramerkurielle Planeten *359*
Isothermes Gleichgewicht 184, 287, 289, 310, 358
Julius, W. H. 291
Jupitersmonde I—V 312, VI—IX 4, 105, *333*

K.

Kant, J. 57, *99*, 120, 122, 129, 148, 150, *152*, *158*, *162*, 178, *185*, 189, 210, 222, 226, 248, 286, 365
— Hypothese von Kant *99*, *152*, *162*, *185*
Kant-Laplace'sche Theorie 162
Kapteyn, J. C. *227*, 233, 250, 259, 271, 279, 283, 367
Keeler, J. E. 228, 238
Kelvin siehe Lord Kelvin
Kinetische Theorie der Gase, angewandt auf die Milchstraße *229*; auf Meteoritenwolken *156*, *163*; auf kosmische Nebel 274, *341*, 357
Kirkwood, D. 182
Kobold, H. 282
Kometen: lang- und kurzperiodische K. 126, *351*; Masse *353*; Spektrum 241, 352; Ursprungsmöglichkeiten *119*, *189*, 337; Eruptionshypothese 121; Hyp. v. Schulhof 121; Hyp. v. Schiaparelli 122; Hyp. v. W. H. Picke-

ring 125; Hyp. v. Kant 189; Hyp. des Verfassers *337*, *373*
Kometenbahnen: Gesetzmäßigkeiten der K. 4, *340*
— Störungen der K. *343*
Kometenfamilien 67, *125*
Kometenschweife 259
Kommensurabilität der Umlaufszeiten der Jupiters- und der Saturnsmonde 311
Kontraktion der Sonne und der Planeten *261*, 271
Kopff, A. 378
Kosmische Staubmassen (k. Wolken, siehe auch Meteoritenhypothese) *162*, 192, 205, 225, 235, 338, 339, 356, 364, 367
— Nebel siehe Nebel
— Zeit siehe Entwicklungszeit
Kreislauf im Weltall 226, *377*

L.

Lagrange, J. L. 60
Laplace, P. S. 51, 74, 76, 77, 83, 106, 108, 128, 129, *130*, 162, *179*, 193, 209, 222, 226, 248, 268, 281, 286, 289, 294, 313, 318, 323, 324, 330, 334, 364, 371, 372
— Hypothese von Laplace *130*, *179*
— Neue Begründung der Hypothese von Laplace *286—320*
Laplace'sches Theorem 51, 77
Lau, H. E. 249
Lebedew, P. 235
Leuchten der Nebel: Ursache des L. d. N. 236, 245
Lichtdruck siehe Strahlungsdruck
Ligondès, R. 99, 104, 148, *152*, 162, 186, 190, 191, 222, 226, 248, 286, 365
— Hypothese von Ligondès *152*
Lockyer, N. 153, 163, 226, 242
Lord Kelvin 65, 163, 215
Lowell, P. 105, 118, 170, 188, 198

M.

Maclaurin'sche Ellipsoide 87, 134, 325
Mariotte'sches Gesetz 184, *290*, 358
Mars: Gezeitenreibung bei M. 98, 323, 333
Marsmond Phobos 184, *321*
Martus, H. 182
Massen der Planeten 171, *262*; der Monde 307, 322; der Kometen *353*
Maxwell'sches Gesetz der Geschwindigkeitsverteilung 156, 202, *229*, 235
Merkur: Gezeitenreibung bei M. 98, 144, 269
— Monde bei M. 309
Merkurperihel: Bewegung des M. 359
Merkursbahn: Exzentrizität der M. 143, *257*, 277, 317
— Neigung der M. 249
Meteorite 174, 177, 226, 273, 354, 355
Meteoritenhypothese (siehe auch Kantische Hyp.) *163*, 225, 262, 265, 278, 367
Methode, induktive und deduktive M. 4
Meyer, W. 200, 377, 379
Milchstraßensystem 202, *229*, 232, 233, 282
Mineralische Zusammensetzung der Erde 176
Mittel: widerstehendes M., Arten des M. 8; M. mit frei beweglichen Teilchen *20*, *25*, *46*, 338; M. mit relativ ruhenden Teilchen *12*, *23*, *36*, *339*; ruhendes M. *12*, *81*; rotierendes M. *23*, *57*, *98*, 110, 118, 197, 317, 321, 346; durchschrittenes M. *36*, *83*, 115, 118, *337*, 343, 345, 347; Masse des M. 58, 73, 76; Widerstandsgesetz 11
— Störungsgleichungen für die Bewegung im M. *9*, *13*, *23*, *26*, *37*; Exzentrizitätsänderungen im M. *15*, *26*, *30*, *39*, *42*, *80*, 115, 150, 196, 254; Neigungsänderungen im M. 24, 36, 41, 43, *58*, *73*, 84, *110*, *157*; Rotationsänderungen im M. *98*
— Entwicklungsgang des M. *70*, *75*, 110; Entwicklungszeit der Planeten im M. 18, 44, *166*
— Monde im M. 46, *110*, *115*, *118*, *185*, *198*, *297*, 321, 336
— Kometen im M. *123*, *126*, *337*
Monde: Anzahl der M. *309*, *333*; Entfernung 309; Größe 307, *310*, 322; Rotation, Albedo, Dichte, Kommensurabilität der Umlaufszeiten 311; reguläre und irreguläre M. *105*, 265, 282, *286*, 294, 310, 333; Rechtläufigkeit der M. *117*
— Revolutionsmomente *106*
— M. im widerstehenden Mittel 46, *110*, *115*, *118*, *185*, *198*, *297*, 321, 336; Exzentrizitätsänderungen der M.-

Bahnen *114*, 337; Neigungsänderungen der M.-Bahnen *106*
Monde; Entwicklung der M. *105*; Hyp. v. Laplace und Poincaré *179*; Hyp. v. Kant *185*; Hyp. v. See *187*; Hyp. v. Chamberlin-Moulton *198*; Hyp. v. Hörbiger-Fauth 212; Hyp. v. Belot 220; Hyp. v. Jeans 185
— Einfanghypothese der M. *61*, *185*, 198, 212, *334*, 373; neue Begründung der Laplace'schen Hypothese *286* bis *333*, *371*; M. bei Merkur und Venus 309; M. der Erde (Darwins Hypothese der Entwicklung des Erdmondes) *323*, 373; Krater, Gebirge, Rillen auf dem M. 329; M. Phobos (1. Marsmond) 184, *321*; M. I—V Jupiters 312; M. VI—IX Jupiters 4, 105, *333*; M. Hyperion, Themis, Titan (Saturnsmonde) 105, *320*; M. Japetus (Saturnsmond) 105, *321*, 332; M. Phöbe (Saturnsmond) 105, 334; M. des Uranus 105; M. Neptuns 105, *330*
Moulton, F. R. 57, 62, 73, 99, 103, 162, *193*, 205, 214, 222, 226, 246, 279, 286, *323*, 336, 364, 377
— Hypothese von Chamberlin-Moulton *193*
— Moultons Kritik der Darwin'schen Erklärung der Entwicklung des Erdmondes *323*

N.

Nebel: kosmische N. (siehe auch Spiralnebel, planetarische Nebel, Urnebel) 192, 225, *227*, 249, 337, 364
— Bewegungsvorgänge in N. *237*, 253, 263, 267, *338*, 340
— Erstreckung *165*, 237, 269; Stabilität 236
— H. I Pegasi 245; M. 101 Urs. maj. 245
Nebelsterne 203, 227, 359, 377
Nebularhypothese 225, *262*, 265, 278, 364, 368
Neigungen der Planetenbahnen *51*, *130*, *249*, 262, *284*; N. der Planetenbahnen gegen den Sonnenäquator 74, *130*, 143, 146, 317; N. der Merkursbahn 249; N. der Planetoidenbahnen 143, 250, 262, 263; N. der Mondbahnen *106*, 321, 330, *333*; N. der Kometenbahnen 4, *119*, 190, 339, *340*
Neigungsänderungen durch Gezeitenreibung *54*, *106*, 117, 331; N. im widerstehenden Mittel 24, 36, 41, 43, *58*, *73*, 84, *110*, 157
— N. der Planetenbahnen *51*, 150, 156, 196, 211; N. der Mondbahnen *106*, 331; N. der Kometenbahnen *345*
Neptun: Gezeitenreibung bei N. 91, 331; Rotationsrichtung *267*
Neptunsmond 105, *330*
Nestor (Planetoid 659) 71, 170, 336
Neue Sterne 200, 215, 356, 377
Newtons Gravitationsgesetz siehe Gravitation
Nies, H. 5
Nölke, F. 78, 134, 153, 187, 208, 235, 316, 326, 337, 355
Novae siehe neue Sterne

O.

Oberflächentemperaturen der Planeten 177, *183*, *289*, 329
— der Sonne 289, 358
Offenes System 191, 282, 368
Olbers, W. 262
Orionnebel *238*, 251, 283, 338, 340, 356, 374
Orionsterne 283, 357
Oszillationsperiode flüssiger oder gasförmiger Kugeln 52
— des Erdkörpers 327

P.

v. d. Pahlen, E. 245, 271
Palisa, J. 262
Pallas (Planetoid) 262
Pascal, B. 379
Patroklus (Planetoid 617) 71, 170, 336
Pendulationstheorie 206
Peterson-Kinberg, W. 200
Pfaff, F. 379
Pfeil, L. Graf v. 175, 205, 247
Phöbe (Saturnsmond) 105, *334*
Phobos (Marsmond) 184, *321*, 333
Pickering, E. C. 230
Pickering, W. H. 121, *125*, 221, 335, 350
Planck, M. 233, 234
Planetarische Nebel 228, 237
Planeten: intramerkurielle P. *359*; transneptunische P. 125, 249; Dichte

der P. *90*, 177, 263, *287*, 289; Oberflächentemperatur 177, *183*, *289*, 329; maximale Erstreckung *59*; Anziehungswirkung *68*; Zusammenballung *61*, 140, *159*, *265*, *271*; Entwicklungszeit 18, 44, 57, 89, *95*, *139*, *166*, *269*

Planeten; Rotation *56*, *84*, *98*, 148, 150, 172, 197, 205, *266*, 284, 297
— Revolutionsrichtung 57, 148, 156, 158, 171, 194, 250
— Revolutionsmomente *53*, 73, 76, *132*, *136*, 145, 147, 149, 157, *158*, 165, 171, 194, 200, *250*, *284*, 324
— Neigungsänderungen der P.-Bahnen *51*, 150, 156, 196, 211; Exzentrizitätsänderungen der P.-Bahnen *77*, 150, 155, 196, *254*
— Entwicklung der P. *51*; Hyp. v. Laplace und Poincaré *130*; Hyp. v. Jeans *141*; Hyp. v. Faye *148*; Hyp. v. Kant und Ligondès *152*; Hyp. v. See *153*; Hyp. v. Chamberlin-Moulton *193*; Hyp. v. Arrhenius *200*; Hyp. v. Hörbiger-Fauth *205*; Hyp. v. Belot *215*; Hyp. v. Birkeland *146*
— Entwicklung der P. (kritisches Ergebnis) *248*, *369*; Entfernungen *259*; Massen *262*; Rotation *266*, 284, 297, 317; Schiefe der Achsen *266*, 317; Kontraktion 261, *271*; Neigungen der P.-Bahnen 249, 250, 262, *284*, 317; Exzentrizitäten der P.-Bahnen *254*, 317

Planetenatmosphäre 177, *180*, *289*; Dichte und Temperatur 177, *183*, *289*, 303; ungleichförmige Rotation *297*; Zirkulation in der P. 309; Gestalt *299*; Entwicklung *313*; die P. als widerstehendes Mittel 297, 313, 314, 321, 332

Planetensystem: Gesetzmäßigkeiten des P. 3, 368

Planetoiden (siehe auch Planeten) 70, 143, 250, 262, 263, 272, 273, 336, 355, 369, 370
— Achilles, Patroklus, Hektor, Nestor 71, 170, 336; Albert 262; Eros 273; Pallas 262

Poincaré, H. 50, 52, 54, 56, 57, 59, 61, 62, 77, *84* (Erklärung der Rotationsbewegung durch Gezeitenreibung), 90, 92, 95, 98, 99, 104, 107, 131, 134, 136, 139, 140, 141, *145* (Urteil über die Laplace'sche Hypothese), 149, 151, 154, 155, *156* (Darstellung der Hyp. v. Ligondès), 162, *179* (Darstellung der Hyp. v. Laplace), 202, 203, 209, 216, 219, *229* (Nichtanwendbarkeit des Maxwell'schen Gesetzes gleicher Energieverteilung auf das Milchstraßensystem), 247, 287, 288, 294, 295, 296, 298, 300, 313, 316, 318, 324, 326, 334, 336, 371, 372, 378, 379

Poincaré'sche Birnenfigur 316

Polhöhenschwankungen 174

Präzessionsbewegung der Planetenachsen *172*, 318

R.

Radialgeschwindigkeiten der Sterne *227*, 279, 367

Radioaktive Vorgänge in der Sonne und der Erde 140, 168

Rechtläufigkeit der Planeten und der Monde siehe Revolutionsrichtung

Relativitätstheorie 359, 366

Revolutionsmomente der Planeten *53*, 73, 76, *132*, *136*, 145, 147, 149, 157, *158*, 165, 171, 194, 200, *250*, *284*
— der Monde *106*; des Erdmonds *323*

Revolutionsrichtung der Planeten 57, 148, 156, 158, 159, 171, 194, *250*; R. der Monde 105, *117*, *286*, *333*

Riem, J. 379

Ringbildung nach Laplace und Poincaré *180*, *318*

Ringe Saturns 184, 315, *332*

Ristenpart, F. W. 312

Ritter, A. 94, 288

Roche, E. 59, 321

Roche'sche Grenze *55*, 108, 183, 195, 210, 276, 295, 323, 328, 333, 371

Rotation der Planeten *56*, *84*, *98*, 148, 150, 172, 197, 205, *266*, 284, 297, 317; R. der Sonne 250, *266*, 284; der Monde 311; ungleichförmige R. der Planetenatmosphären *297*

Rotationsachsen: Stellung der R. siehe Achsen

Rotationsmoment der Sonne siehe Sonne; R. der Planeten 106, 324

Rotationszeit: Änderung der R. im

widerstehenden Mittel *98*, 197; Änderung der R. durch Gezeitenreibung 56, *84*, 98; Übereinstimmung der R. mit der Umlaufszeit bei Merkur 56, 98; bei den Monden 312

S.

Satelliten der Planeten siehe Monde; S. der Sonne siehe Planeten, außerdem Sonnensatelliten
Saturnsmond Hyperion und Themis 105, *320*; S. Japetus 105, *321*
Saturnsringe 184, 315, *332*, 355
Schiaparelli, G. V. 121, 123, 221
Schiefe der Planetenachsen und der Sonnenachse siehe Achsen
Schulhof 121, 190, 221
Schwarzschild, K. 130, 139, 162, 180, 224, 226, 232, 233, 236, 282, 378, 379
See, Th. J. J. 57, 70, 83, 98, 111, 116, *153*, 162, *185*, 190, 192, 237, 246, 247, 254, 279, 286, 316, 331, 365
— Hypothese von See *153*, *185*
Seeliger, H. v. 202, 205, *229*, 233, 234, 243, 250, 352, 356, 359
Shaw, P. S. 259
Simroth, H. 206
Slipher, V. M. 105
Sonne: Entwicklung der S. *51—104*, *129—178*, *193*, *200*, *205*, *215*, *248* bis *286*, *368*; Kontraktion 261, *271*; Oberflächentemperatur 289, 358; Rotation *250*, 284; Rotationsmoment *53*, 73, 76, *132*, *136*, 145, 147, 149, 157, *158*, 165, 171, 194, 200, *250*, 280, 284, 324, 369
Sonnenatmosphäre 132, *290*
Sonnensatelliten *317*, *358*
Sonnensystem: Entwicklung des S. 2, *277*, *364*
— Gesetzmäßigkeiten des S. 3, 368
Spektraltypus der Sterne (Abhängigkeit von der Radialgeschwindigkeit) *227*
Spektrum der Sterne *227*; der Spiralnebel *239*; der Kometen 241, 352
Spiralnebel 159, 201, 215, 225, 237, *239*, 253, 271, 278, 284, 368; Entstehung der S. 201, *246*; Spektrum der S. *239*
Stabilität der Nebel 236; des Planetensystems 169, 365
Staubwolken siehe kosmische St.
Stellarhypothese 226, 364
Stefan'sches Strahlungsgesetz 94, 357
Sterne: neue St. 201, 215, 356, 377
Sternhaufen: kugelförmige St. 243, 279
Sternhaufenhypothese der Spiralnebel *240*
Sternschnuppen 71, 121, 124, 168, 323, 351, 354, 374
Stockwell, J. N. 143, 317
Störungen der Bahnelemente siehe Bahnelemente
Stoßgesetze 147
Strahlungsdruck 228, 234, *235*, 253, *257*, 275, 278, 293, 303, 336, 359, 366
Strahlungsgleichgewicht 236, 258, 279
Stratton, F. J. M. *85*, 91, 97, 104, 334
Strömgren, E. 123, 125, 243, 279
Strömungsvorgänge in Nebeln *237*, 253, 263, 267, 340
Struve, H. 313, 321
System: geschlossenes und offenes S. 6, 50, 191, 249, 282

T.

Temperatur (siehe auch Wärme) der Sterne 258, 289, 293; der Nebel 357; effektive T. der Sonne 289; der Planeten 293; T. der Sonnenatmosphäre 289; der Planetenatmosphären 177, *183*, *289*
Themis (Saturnsmond) 105, *320*
Thomson, J. J. 215
Tisserand, F. F. 269, 321, 330
Tisserands Kriterium 67, 70
Titius-Bode'sches Gesetz 219, 260
Transneptunische Planeten 125, 249
Turner, H. H. 232

U.

Übersicht über die Ergebnisse des analytischen Teils *220*
— über die Ergebnisse des synthetischen Teils *364*
Umlaufszeiten: Kommensurabilität der U. bei den Jupiters- und Saturnsmonden 311
Uranus: Gezeitenreibung bei U. 91; Rotationsrichtung *105*, *267*
Uranusmonde *105*
Urmaterie (siehe auch Urnebel) 225, *364*

Urnebel des Sonnensystems (siehe auch Nebel, Spiralnebel) 201, 249, *253*, *262*, 271, 278, 282, 368; Dimensionen 165, *269*; Entwicklungszeit 166, *269*; Kontraktionsvorgang 261, *271*

V.

Van der Waals'sche Formel 292
Venus: Entwicklung von Monden bei V. 309
Vogel, H. C. 238

W.

Wärme: innere W. der Planeten 175, *272*; der Sonne *273*
Wärmestrahlung 94; W. der Sonne *273*
Weltsysteme: Entwicklung von W. 2, 200, *229*, *377*
Widerstandsgesetz 11
Widerstehendes Mittel siehe Mittel
Wirbel als kosmischer Entwicklungsfaktor 215
Wolf, M. 128, 361
Wolf-Rayet-Sterne 204, 378

Z.

Zehnder, L. 99, 153, *200*, 377
Zirkulation in den Planetenatmosphären 300, 301, 309
Zodiakallicht *127*, 189, 265, *358*, 375
Zodiakallichtmaterie als widerstehendes Mittel 124, 322, *360*
Zöllner, J. C. F. 204
Zukunft des Sonnensystems *376*
Zusammenballung der Sonne 261, 265, *273*; der Planeten *61*, 140, *159*, 265, *271*; der Monde 181, 186, *310*
Zusammenstoß von Weltkörpern 200, 206, 215, 226, 377