

МОСКОВСКИЙ МЕХАНИЧЕСКИЙ ИНСТИТ

---

КАНД. ТЕХН. НАУК ДОЦ.  
Е. П. ОСМОЛОВСКАЯ

**О С Н О В Ы**  
**ПРИКЛАДНОЙ ОПТИКИ**

**МОСКОВСКИЙ МЕХАНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ**

---

535  
0.74

КАНД. ТЕХН. НАУК ДОЦ.  
Е. П. ОСМОЛОВСКАЯ

**О С Н О В Ы  
ПРИКЛАДНОЙ ОПТИКИ**

БИБЛИОТЕКА  
Моск. механ.  
Ин-та

## ОГЛАВЛЕНИЕ

	Стр.
Введение	1
I. Основные законы геометрической оптики	6
1. Закон прямолинейного распространения световых лучей	6
2. Закон независимого распространения световых лучей	8
3. Закон преломления	9
4. Закон отражения	12
5. Полное внутреннее отражение	13
6. Распространение светового луча в среде с непрерывно изменяющимся показателем преломления	15
7. Изображение предметов в плоском зеркале	16
8. Изменение направления отраженного луча при повороте зеркала	17
9. Пара плоских зеркал	18
10. Сферические преломляющие поверхности	19
11. Понятие о нулевых или параксиальных лучах. Нульинвариант	22
12. Система центрированных преломляющих сферических поверхностей	24

13. Фокусы и фокусные расстояния сферической поверхности. Сферическое зеркало . . . . . 26

**I. Теория идеальной оптической системы** . . . . . 29

1. Линейное или поперечное увеличение . . . . . 30

2. Главные точки, главные плоскости . . . . . 31

3. Угловое увеличение. Связь углового увеличения с линейным. Узловые точки . . . . . 34

4. Продольное увеличение оптической системы . . . . . 36

**II. Реальные оптические системы** . . . . . 38

1. Полный инвариант оптической системы. Переход к реальным оптическим системам . . . . . 38

2. Расчет хода луча через оптическую систему . . . . . 38

3. Расчет хода луча в оптических системах, заданных преломляющими поверхностями . . . . . 42

4. Схема для расчета параксиального луча . . . . . 43

5. Сходимость лучей. Оптическая сила системы. Диоптрия . . . . . 47

6. Линзы конечной толщины . . . . . 48

7. Примеры простых линз конечной толщины . . . . . 50

8. Бесконечно тонкие линзы . . . . . 54

9. Плоскопараллельная пластинка . . . . . 57

10. Ограничение пучков в оптических системах . . . . . 59

11. Апертурная диафрагма, входной и выходной зрачки . . . . . 61

12. Диафрагма поля зрения . . . . .	63
13. Глубина резко изображаемого пространства . . . . .	68
14. Телецентрический ход главных лучей . . . . .	74

#### IV. Глаз и зрение . . . . . 76

1. Оптическая схема глаза . . . . .	76
2. Аккомодация глаза . . . . .	81
3. Адаптация . . . . .	85
4. Глазомерная оценка яркости и цвета . . . . .	87
5. Разрешающая способность глаза . . . . .	91
6. Наблюдение двумя глазами . . . . .	92
7. Цнерция аппарата зрения . . . . .	94

#### V. Недостатки изображений в оптических системах. Аберрации третьего порядка . . . . . 95

1. Сферические аберрации . . . . .	95
2. Плоскость наилучшей установки в системе, обладающей сферическими аберрациями . . . . .	100
3. Пять аберраций оптической системы . . . . .	100
4. Условие синусов или условие апланатизма . . . . .	109
5. Апланатические точки сферической преломляющей поверхности . . . . .	112
6. Дисперсия света. Хроматическая аберрация . . . . .	114

#### VI. Дифракционное изображение точки . . . . . 124

1. Расчет освещенности изображения точки . . . . .	124
2. Разрешающая сила оптической системы . . . . .	128

<u>VII.</u> Интерференция света . . . . .	131
1. Явление интерференции . . . . .	131
2. Интерференция равной толщины . . . . .	133
3. Измерение длины концевых мер методом интерференции . . . . .	135
4. Исследование геометрии поверхностей . . . . .	141
<u>VIII.</u> Увеличивающие системы . . . . .	144
<u>IX.</u> Расчет световой энергии . . . . .	153
1. Потери световой энергии вследствие поглощения его в приборах . . . . .	153
2. Потери световой энергии вследствие диффузного рассеяния в средах . . . . .	155
3. Потери света при преломлении вследствие отражения . . . . .	155
4. Расчет потери яркости в оптических приборах . . . . .	158
5. Расчет потерь световой энергии для $K$ преломляющих поверхностей . . . . .	159
<u>X.</u> Габаритный расчет оптических систем . . . . .	161

## ВВЕДЕНИЕ

С момента своего возникновения и начальных форм развития оптика, в силу своего практического значения, опередила почти все родственные ей области физики. Оптические приборы и инструменты имеют самое широкое применение при научных исследованиях и в повседневной практике.

В России оптика начала развиваться и заняла свое место как научная дисциплина с середины XVII в. С момента своего проникновения в русское естествознание оптика быстро привлекла внимание русских ученых и опередила другие области физики.

Еще до учреждения в России Петербургской Академии Наук, Петр I организовал в Москве оптическую мастерскую.

В Академии Наук, учрежденной Петром I в 1725 г., была организована кафедра оптики и оптическая мастерская, которая вскоре сделалась одной из лучших оптических мастерских в Европе.

В 1736 г. к руководству этой мастерской был привлечен „токарь“ Петра I - А. К. Нартов. За период его руководства освоение производства оптических инструментов и приборов академическими мастерскими достигло наиболее высокого развития.

Русских ученых также занимали теоретические вопросы о природе света и его свойствах. Эти вопросы были блестяще развиты выдающимся математиком и физиком, профессором Петербургской Академии Наук Леонардом Эйлером, который дал ряд доказательств справедливости волновой теории света.

Волновая природа света была доказана Эйлером в его труде „Об огне, его природе и свойствах“ (1738). Теория этого вопроса была фундаментально разработана Эйлером.

Великий русский ученый Михаил Васильевич Ломоносов (1711-1765) посвятил весьма значительные труды исследованиям природы света и оптических явлений, а также разработке ряда оптических приборов и инструментов. Первыми оптическими приборами, сконструированными Ломоносовым, были „зажигательные инструменты“ (линзовые и зеркальные), которые использовались Михаилом Васильевичем в его химической лаборатории для плавления металлов.

Ломоносов также тщательно изучил микроскоп, в конструкцию которого он внес ряд усовершенствований и изменений (1743). Им было положено начало целой отрасли прикладной оптики-рефрактометрическому анализу, им был создан рефрактометр для жидких тел (1752-1756).

В 1758 г. Ломоносов закончил работы по осуществлению „ночегляда“ (зрительной трубы) для наблюдения удаленных предметов при сумеречном освещении. В последующие годы им были разработаны и изготовлены телескопы, батоскопы и другие оптические приборы.



Особое внимание Ломоносов уделял вопросам технологии изготовления оптического стекла, изысканию рецептов и способам его варки.

Точнейшие оптические приборы начали изготавливаться академическими мастерскими под руководством знаменитого русского оптики и механика-самоучки Ивана Петровича Кулибина.

Дальнейшее развитие русской науки (XIX в.) выдвинуло таких ученых, как Василий Владимирович Петров, впервые разработавший теорию люминесценции (холодного свечения тел), Александр Григорьевич Столетов, положивший основы теории фотозффекта, и Петр Николаевич Лебедев, опытным путем подтвердивший предположение о наличии светового давления. Исследования Петрова, Столетова и Лебедева создали русской оптике мировую славу и подняли ее на небывалую высоту.

Несмотря, однако, на выдающиеся успехи русских ученых в области оптики, производство оптических приборов и инструментов в России XIX века не удовлетворяло потребностей промышленности и народного хозяйства. В России изготовлением оптических приборов и инструментов занималось лишь небольшое количество мастерских, производящих теодолиты, нивелиры, бинокли, лупы, очковые стекла. Все сложные оптические приборы, а также оптическое стекло импортировались из-за границы.

Отечественная оптико-механическая промышленность получила надлежащее развитие лишь после Великой Октябрьской социалистической революции.

В 1919 г. по распоряжению Правительства в г. Ленинграде был организован Государственный оптический институт, где сосредоточились, в основном, все научные силы в области

русской оптики как теоретической, так и прикладной.

Основателями Государственного оптического института ЗОИ явились академики Д. С. Рождественский, И. В. Гребенщиков, В. П. Линник и позднее - С. И. Вавилов.

Работа института развивалась в научном и техническом направлении.

Под руководством Д. С. Рождественского институт разрешил и освоил труднейшую проблему производства сырого оптического стекла, что привело к значительному сокращению импорта этого стекла, а в 1930 г. - к окончательному прекращению импорта.

Под руководством академика И. В. Гребенщикова разрешена, практически и обоснована теоретически проблема просветления оптики.

Экспериментальные мастерские ЗОИ выпустили большое количество сложнейших конструкций оптических приборов - вплоть до ультрафиолетового и электронного микроскопов.

В Государственном оптическом институте впервые организовано под руководством акад. А. И. Тудоровского и Г. В. Слюсарева расчетное бюро, производящее расчеты сложнейших оптических приборов.

Методика расчета оптических систем и ее теоретические основы разработаны советскими учеными с такой полнотой, что значительно опередили научные достижения иностранных ученых в этой области.

Государственным оптическим институтом осуществляется широкая научная помощь в организации советской опто-техники и развитии советской оптической промышленности.

В настоящее время советская оптическая промышленность является самой передовой промышленностью в мире. Советские оптические заводы освоили не только варку, но и обработку оптического стекла и выпускают оптические приборы любой сложности, имея вполне разработанные методы проверки и настировки этих приборов.

За выдающиеся работы в области оптики многие советские ученые удостоены Сталинской премии.

Среди различных методов исследований оптические методы получили самое широкое распространение, что определяет место оптической дисциплины как одно из самых первых среди других физических дисциплин.

---

# I. ОСНОВНЫЕ ЗАКОНЫ ГЕОМЕТРИЧЕСКОЙ ОПТИКИ

Согласно опытным данным имеются четыре основных закона геометрической оптики:

- 1) Закон прямолинейного распространения света.
- 2) Закон независимого распространения световых лучей.
- 3) Закон преломления.
- 4) Закон отражения.

На основании этих законов строятся все выводы геометрической оптики и теории оптических систем.

## 1. Закон прямолинейного распространения световых лучей

Согласно физической теории природы света, распространение лучистой энергии представляет собой колебательный процесс с электромагнитного характера. При этом колебания происходят в направлении, перпендикулярном направлению распространения света, т.е. являются поперечными колебаниями.

Скорость распространения света в вакууме является величиной постоянной, равной  $3 \cdot 10^{10}$  см/сек, обозначается буквой  $C$  и не зависит

от рода лучей. Скорость света в какой-либо среде зависит от свойств этой среды, а также от рода луча. Род луча определяется длиной волны светового колебания. От длины волны  $\lambda$  зависит видимость света и его цвет. Свет виден человеческим глазом при длинах волн от 0,400 мк до 0,780 мк.

Закон прямолинейного распространения света состоит в следующем: в однородной изотропной среде свет распространяется прямолинейно.

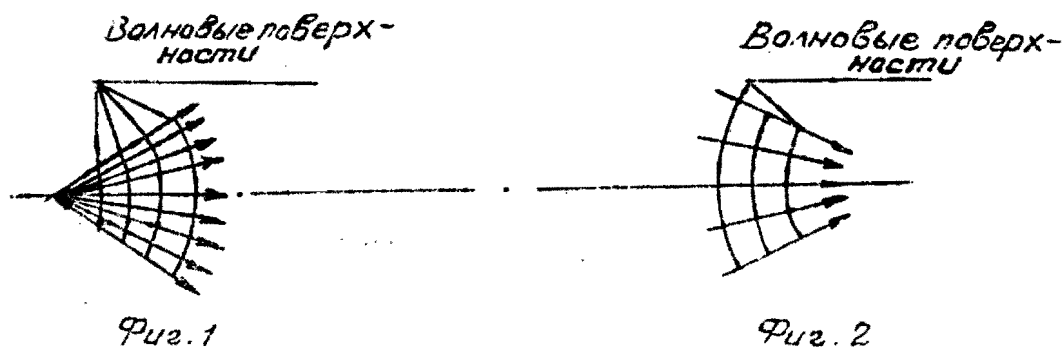
Направление, вдоль которого распространяется свет, называется световым лучом.

Совокупность световых лучей образует световой пучок.

Световой пучок лучей, пересекающихся в одной точке, называется гомоцентрическим пучком.

Гомоцентрический пучок может быть расходящимся и сходящимся.

На фиг. 1 представлен расходящийся пучок лучей, на фиг. 2 — сходящийся.



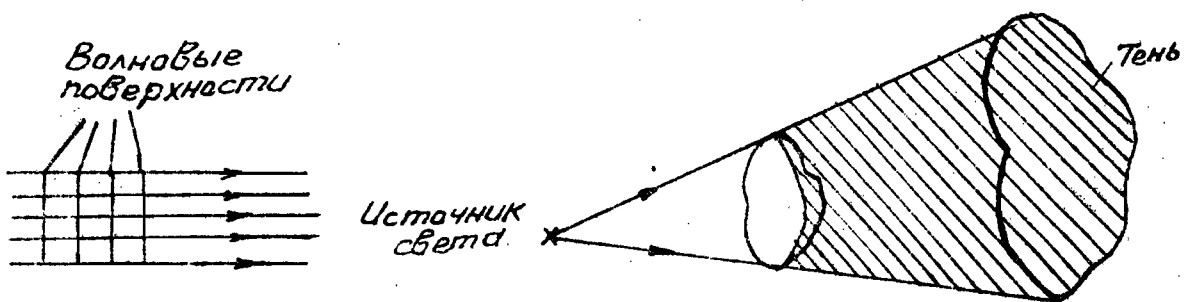
Точка пересечения лучей  $S$  называется центром гомоцентрического пучка. Если центр гомоцентрического пучка лучей находится в бесконечности, то лучи пойдут параллельным пучком.

Согласно волновой теории света гомоцентрические

пучки лучей распространяются в виде сферических волн, образуя сферические волновые поверхности, которые будут перпендикулярны световым лучам, как показано на фиг. 1 и 2.

Параллельные пучки лучей образуют плоские волновые поверхности (фиг. 3).

Явления тени и полутени служат доказательством закона прямолинейного распространения света, как показано на фиг. 4.



Фиг. 3

Фиг. 4

Однако опыт показал, что закон прямолинейного распространения света не применим к случаям, когда на пути лучей света помещается преграда в виде края непрозрачного экрана или когда свет проходит через узкие отверстия.

В этих случаях наблюдается сложное явление дифракции, подробно изучаемое в физической оптике.

## 2. Закон независимого распространения световых лучей

Закон независимого распространения световых лучей утверждает, что световые лучи распространяются в различных направлениях, не влияя друг на друга так, как если бы других лучей не существовало,

В частности, если в какой-нибудь точке пространства сходятся две системы лучей, то действия их складываются.

Однако в действительности не всегда наблюдается сложение действия двух пучков лучей и усиление освещенности в точке их встречи. В некоторых случаях, вместо ожидаемого усиления наблюдается ослабление освещенности при совместном действии двух пучков лучей. Такие явления называются *интерференцией света* и объясняются волновой природой света.

### 3. Закон преломления

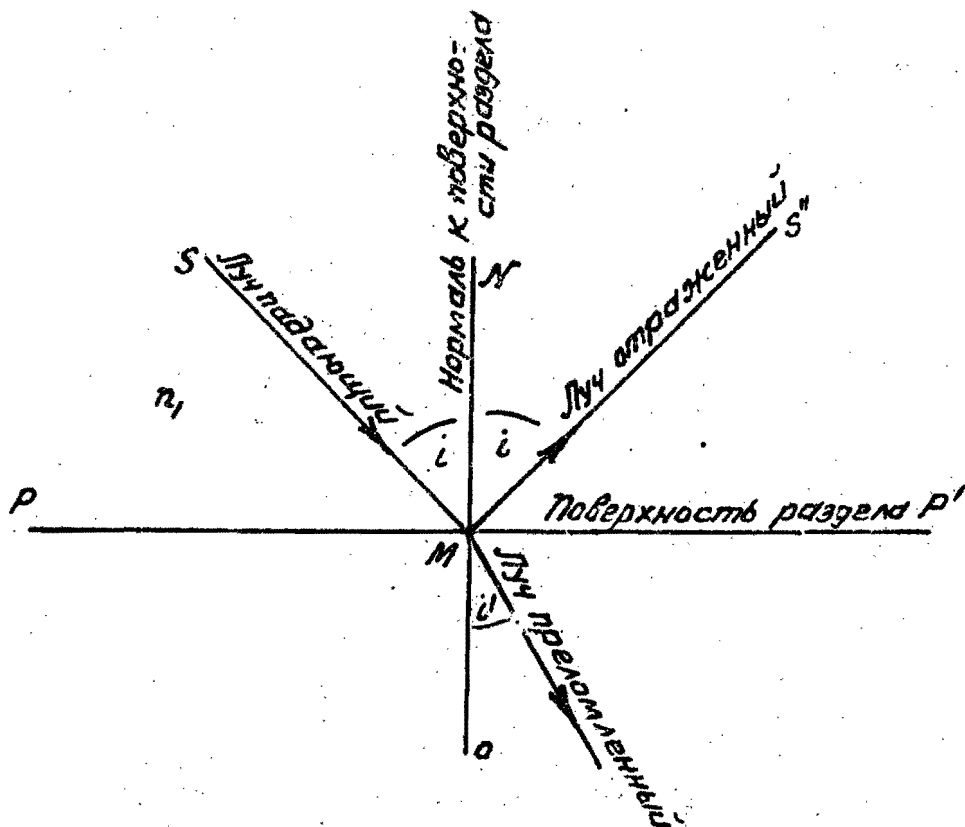
Если световой луч переходит из одной прозрачной изотропной среды в другую, иной плотности, то на границе раздела сред световой луч будет претерпевать частичное отражение, частичное поглощение и частичное преломление во второй среде, т. е. отклонение от первоначального пути.

Преломление светового луча будет происходить согласно закону преломления:

В однородных средах, не имеющих двойного лучепреломления, луч падающий, нормаль к поверхности раздела в точке падения и луч преломленный — находятся в одной плоскости. При этом отношение синуса угла падения к синусу угла преломления не зависит от величины этих углов, а зависит только от свойств соприкасающихся сред и представляет величину, постоянную для данных двух сред и для лучей данной длины волны.

Это постоянное для данной

пары сред отношение равно отношению скоростей распространения лучистой энергии в первой и во второй средах и называется относительным показателем преломления одной среды относительно другой.



Фиг. 5

На фиг. 5  $PP'$  — поверхность, разделяющая две разные по плотности среды; падающий луч  $SM$  образует с нормалью  $OM$  к поверхности раздела в точке падения угол падения  $i$ . Угол  $i'$  между нормалью и преломленным лучом называется углом преломления.

Если  $v$  и  $v'$  — скорости распространения света в первой и второй средах, то закон преломления может быть выражен в следующей форме:

$$\frac{\sin i}{\sin i'} = \frac{v}{v'} = \frac{n'}{n} = n_{12} \quad (1)$$



где  $n_2$  — относительный показатель преломления второй среды относительно первой.

Соотношение (1) может иметь вид:

$$n \sin i = n' \sin i'. \quad (1a)$$

Если первая среда — вакуум или воздух, то отношение (1) будет называться абсолютным показателем преломления второй среды и обозначается буквой „ $n$ “.

Абсолютные показатели прозрачных сред всегда больше единицы:

Абсолютный показатель преломления

	$n$
воздуха . . . . .	1,00029
воды . . . . .	1,33
стекла крон . . . . .	1,50
стекла флинт . . . . .	1,66

Показатель преломления вакуума для любого рода луча постоянен и равен единице. При переходе луча через несколько преломляющих однородных сред, очевидно, для каждой пары сред будет справедливо соотношение:

$$n_k \sin i_k = n_{k+1} \sin i_{k+1}, \quad (1b)$$

где  $k$  — порядковый номер среды.

Следовательно, произведение из показателя преломления среды на синус угла между нормалью и лучом при каждом преломлении есть величина постоянная.

Произведение  $n \sin i$  называется оптическим инвариантом. Величина его меняется при переходе из одной среды в другую, вследствие чего он является частичным, а не полным.

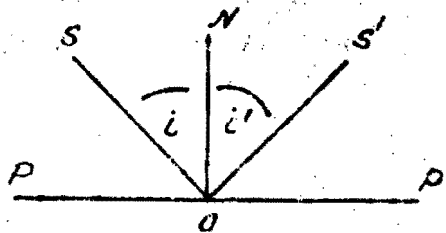
Следствием закона преломления является начало обратимости хода лучей в оптической системе, согласно которому направления падающего и преломленного лучей могут быть изменены на прямо-противоположные; при этом соответствующие углы не изменяют своей величины.

#### 4. Закон отражения

Отражение светового луча на границе двух соприкасающихся сред может быть диффузным или зеркальным, в зависимости от качества полировки поверхности раздела.

Для зеркального отражения имеется следующий закон:

Луч падающий, нормаль к отражающей поверхности в точке падения и луч отраженный находятся в одной плоскости. При этом угол отражения равен углу падения по абсолютной величине, но противоположен ему по знаку.



Фиг. 6

На фиг. 6  $PP'$  - отражающая поверхность. Падающий луч  $SO$  образует угол падения с нормалью  $i$ . Угол  $i'$ , образованный отраженным лучом  $OS'$  с нормалью, является углом отражения. Согласно закону отражения:

$$i = -i'. \quad (2)$$

Закон отражения может быть получен из закона преломления, если положить:

$$n' = -n.$$

## 5. Полное внутреннее отражение

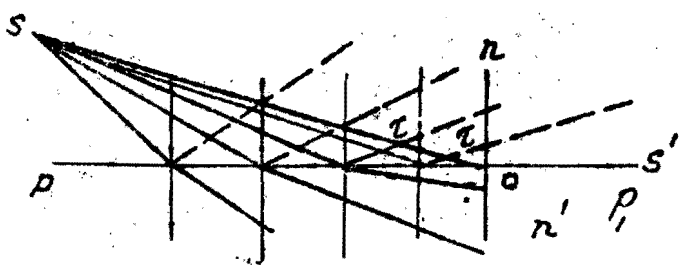
Из закона преломления следует, что при переходе светового луча из среды оптически менее плотной в среду оптически более плотную, т.е. с большим показателем преломления, луч отклоняется при преломлении в сторону перпендикуляра, восстановленного в точке падения луча, т.е. угол преломления меньше угла падения.

При переходе светового луча из среды оптически более плотной в среду оптически менее плотную угол преломления будет больше угла падения. В этом случае при некотором значении угла падения, угол преломления примет значение  $90^\circ$  и преломленный луч будет скользить вдоль поверхности раздела. При этом  $i' = 90^\circ$  и формула (1) примет вид:

$$\sin i = \frac{n'}{n}. \quad (3)$$

При дальнейшем увеличении угла  $i$  формула (1) теряет смысл. При этом преломления не происходит, а луч полностью отражается в первую среду. Это явление называется полным внутренним отражением.

Угол падения  $i$ , при котором угол преломления  $i'$  равен  $90^\circ$  и преломленный луч скользит вдоль поверхности раздела, называется



Фиг. 7

предельным углом полного внутреннего отражения.

На фиг. 7 изображен пучок лучей, идущих из точки S в среде с показателем преломления „n“ и преломляющихся через плоскость PP', в среду с

показателем  $n'$ , причем  $n > n'$ . При преломлении каждый луч разделяется на две части — преломленную и отраженную, изображенную пунктирными линиями. Угол падения  $\bar{i}$  равен предельному углу полного внутреннего отражения. Преломленный луч  $OS'$  скользит вдоль плоскости  $PP_1$ . Все лучи с углами падения большими угла  $\bar{i}$  испытывают полное внутреннее отражение.

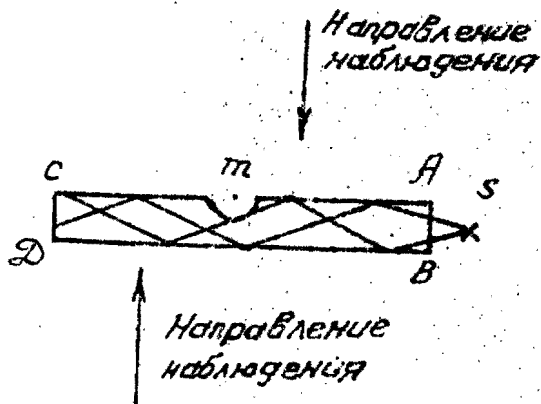
Если вторая среда — воздух, то  $n'$  будет равен 1 и формула (3) примет вид:

$$\sin \bar{i} = \frac{1}{n}. \quad (3a)$$

По формуле (3a) можно вычислить предельные углы полного внутреннего отражения для различных сред, например:

для:	предельный угол:
воды	$= 49^\circ$
стекла крон	$= 42^\circ$
стекла флинт	$= 37^\circ$

Явление полного внутреннего отражения находит применение в сложных оптических системах с призмами или системами призм, используемыми вместо плоских зеркал, а также при освещении делений угломерных сеток и тонких штрихов на стеклянных пластинках, помещаемых в фокальных плоскостях объективов отсчетных зрительных труб.



Фиг. 8

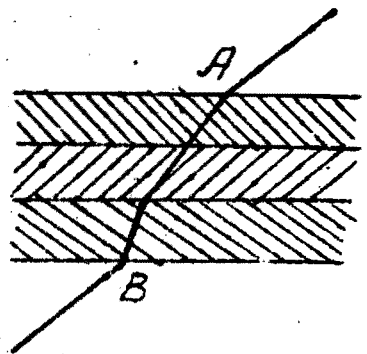
На фиг. 8 представлена такая пластинка со штрихом  $t$ , нанесенным алмазом. Почти все лучи, идущие от источника света  $S$  через грань пластинки  $AB$ , падают на грани  $AC$  и  $BD$  под

углами больше предельных углов полного внутреннего отражения, вследствие чего лучи испытывают многократные отражения внутри пластинки, не выходя в воздух. Лучи, попавшие на грани штриха, выйдут в воздух. Такая пластинка будет казаться темной для наблюдателя, смотрящего на нее сверху в направлении, перпендикулярном грани АС; штрих „т“ будет казаться яркой самосветящейся линией. Если штрих „т“ нужно наблюдать также и в ночное время, то штрих заполняют черной краской. Тогда днем на светлом фоне черта кажется черной; ночью, при наблюдении снизу, черта кажется светлой вследствие того, что падающие на нее лучи рассеиваются непрозрачной массой краски по всем направлениям.

## 6. Распространение светового луча в среде с непрерывно изменяющимся показателем преломления

В прозрачной для световых лучей неоднородной и неизотропной среде лучи света распространяются не прямолинейно, а по кривым линиям, так называемым траекториям лучей. На фиг. 9 АВ-траектория луча в неоднородной среде.

Явления криволинейного распространения световых лучей наблюдаются в атмосфере, где показатель преломления воздуха есть функция давления и температуры в прозрачных растворах с неравномерным распределением концентрации растворенного вещества, в неоднородных стеклах и т.п.

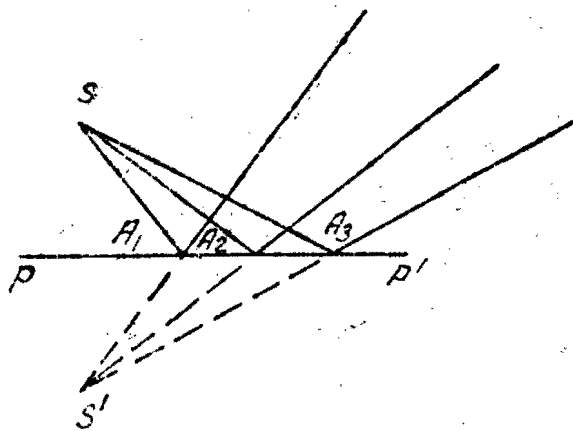


Фиг. 9

## 7. Изображение предметов в плоском зеркале

Простейшей и наиболее совершенной оптической системой является плоское зеркало, так как оно дает вполне совершенное изображение.

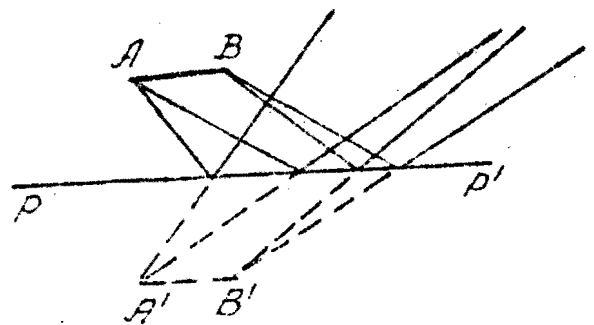
Для построения изображения в оптической системе необходимо определить ход, по крайней мере, двух лучей, идущих от каждой точки предмета. Если на фиг. 10  $PP'$  - поверхность плоского зеркала -



Фиг. 10

ла,  $S$  - точечный источник света, являющийся центром гомоцентрического расходящегося пучка лучей, то по закону отражения каждый световой луч  $SA_1$ ,  $SA_2$ ,  $SA_3$  отразится от поверхности зеркала  $PP'$  под углом отражения, равным

углу падения. Отраженный пучок лучей пересекается в мнимой точке  $S'$ , лежащей на мнимом продолжении отраженных лучей. Точка  $S'$  является мнимым изображением точки  $S$ . Из фиг. 10 следует, что изображение точки  $S$  находится за зеркалом, на расстоянии от него, равном расстоянию точки  $S$  до зеркала.

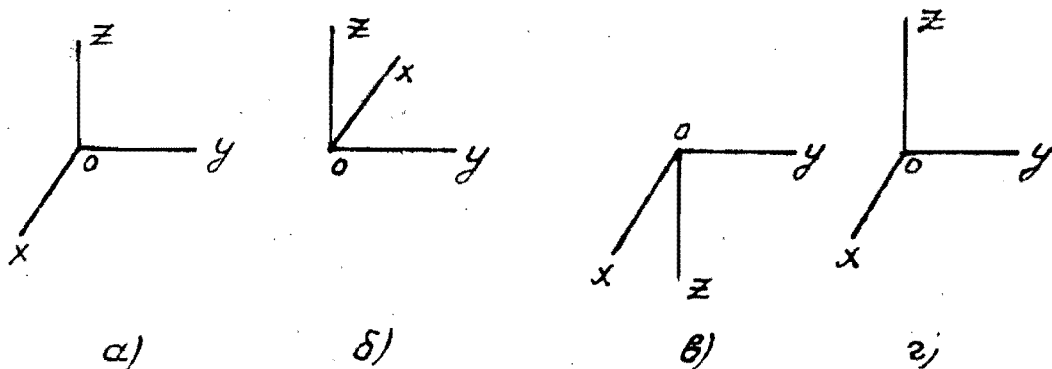


Фиг. 11

Если в плоском зеркале изображается прямая  $AB$ , то, как следует из фиг. 11, изображение прямой будет мнимым, прямым и будет находиться за зеркалом на расстоянии от него, равном расстоянию прямой  $AB$  до зеркала.

Изображение пространственного предмета будет, кроме того, перевернутым справа налево. Такое изображение называется **зеркальным**.

Если предмет представить в виде системы координат (фиг. 12а), то зеркальное изображение этой системы будет иметь вид системы координат с измененными знаками по оси  $Ox$  (фиг. 12б). Такое изображение называется также **перевернутым**.



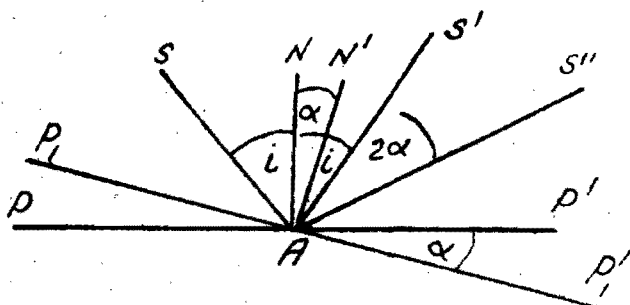
Фиг. 12

Если в изображении меняется знак на обратный по оси  $Oz$  (фиг. 12в), то изображение будет **обратным**.

Если изображение подобно предмету, то оно будет **конгруэнтным**. (фиг. 12г).

### 8. Изменение направления отраженного луча при повороте зеркала

Если на плоское зеркало  $PP'$  падает световой луч (фиг. 13), то при повороте этого зеркала на некоторый угол  $\alpha$  луч  $AS'$ , отраженный от зеркала в его первоначальном положении, со-



ставит угол  $2\alpha$  с лучом  $AS''$ , отраженным повернутым зеркалом  $PP'$ . Это свойство плоского зеркала следует из закона отражения и получается из фиг. 13 путем подсчета углов.

Угол между лучом  $AS'$  и  $AS''$  получается из равенства:

$$\angle SAS'' = 2(\angle SAN' - \angle SAN),$$

где:

$$\angle SAN' = i + \alpha,$$

$$\angle SAN = i;$$

следовательно,

$$\angle S'AS'' = 2\alpha.$$

Таким образом, если плоское зеркало вращается с некоторой угловой скоростью вокруг оси, находящейся в плоскости зеркала, то луч, отражаемый зеркалом, вращается вокруг той же оси с угловой скоростью — вдвое большей. Это свойство плоского зеркала используется в оптических приборах для повышения точности отсчетов.

### 9. Пара плоских зеркал

При отражении светового луча от пары плоских зеркал, образующих между собой угол  $\beta$ , луч, отраженный этой парой, образует с лучом падающим угол  $2\beta$ , если луч падающий, луч, отраженный первым зеркалом, и луч, отраженный вторым зеркалом, лежат в одной плоскости. Доказательство этого свойства пары плоских зеркал следует из подсчета указанного угла, который на фиг. 14 обозначен  $\angle S'AB$ .

Если  $i, i'$  — углы падения и отражения светового луча для первого зеркала  $PP_1$ , а  $i_1, i_1'$  — углы падения и отражения для второго зеркала  $PP_2$ , то:

$$\angle S'AB = 2i + 2i_1;$$



но из  $\Delta PBC$  следует:

$$90^\circ - i + 90^\circ - i_1 + \beta = 180^\circ,$$

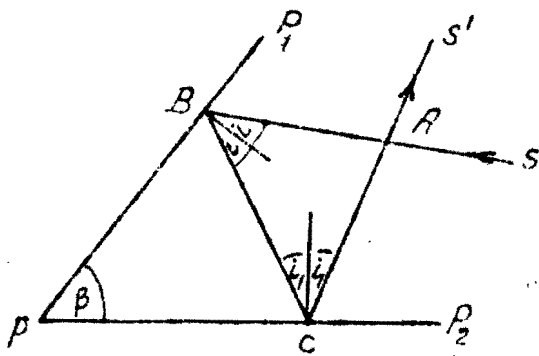
откуда

$$i + i_1 = \beta$$

и, следовательно:

$$\angle S'AB = 2\beta.$$

На этом свойстве пары плоских зеркал построена оптическая система под названием „крыша“: Крыша система из пары плоских зеркал, расположенных под углом  $90^\circ$ . Отраженный крышей



Фиг. 14

луч составляет с падающим лучом угол  $180^\circ$ , т.е.

поворачивает его в обратном направлении. Очевидно, что при вращении пары зеркал вокруг оси, совпадающей с ребром этой пары, направление отраженного луча не меняется.

Изображение в паре зеркал подобно предмету, так как оно дважды перевернуто и, таким образом, его левые и правые стороны расположены так же, как и у предмета, т.е. изображение будет конгруэнтным.

„Крыша“ служит для получения конгруэнтного изображения, ее положение в системе определяется положением ее ребра при условии возможности получения изображения.

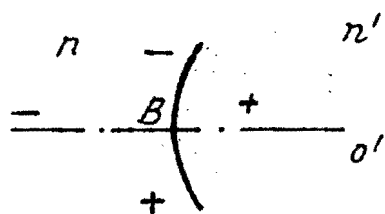
## 10. Сферические преломляющие поверхности

На основании формул (1) и (2) можно решить задачу о вычислении хода луча через сферическую преломляющую поверхность, разделяющую две прозрачных однородных

изотропных среды с различными показателями преломления.

Для решения поставленной задачи следует ввести правило знаков и общие определения.

1. Прямая  $OO'$ , проходящая через центр сферической поверхности и являющаяся осью симметрии этой поверхности (фиг. 15), называется ее **оптической осью**.



Фиг. 15

2. Точка пересечения  $B$  сферической поверхности с оптической осью называется **вершиной сферической поверхности**.

3. Плоскость, проходящая через оптическую ось (плоскость чертежа), называется **меридианальной плоскостью**.

4. За направление распространения света принимается направление слева направо.

5. Показатель преломления среды, находящейся слева от сферической поверхности, обозначается буквой  $n$ , справа — буквой  $n'$ .

6. Началом отсчета отрезков является вершина  $B$  сферической поверхности.

7. Все отрезки, отсчитываемые от вершины  $B$  по направлению распространения света (от вершины направо), будут положительными. Все отрезки, отсчитываемые от вершины  $B$  в противоположном направлении, будут отрицательными.

Все отрезки, отсчитываемые от вершины  $B$  вертикально вверх, будут положительными. Все отрезки, отсчитываемые от вершины  $B$  в обратном направлении, будут отрицательными.

8. Началом отсчета наклонных отрезков являются точки, находящиеся на сферической поверхности (точки преломления).

9. Началом отсчета углов является оптическая ось. Угол будет положителен, если этот угол образован вращением прямой в направлении часовой стрелки от оптической оси. При обратном направлении вращения угол будет отрицателен.

Началом отсчета любого другого угла будет прямая, проходящая через центр и пересекающая сферическую поверхность.

При решении задачи о прохождении луча через сферическую преломляющую поверхность должно быть задано следующее:

- 1)  $n$  и  $n'$ ,
- 2)  $r$ -радиус сферической поверхности,
- 3)  $S$ -отрезок, отсекаемый вдоль оптической оси падающим лучом (фиг. 16),
- 4)  $u$ -угол, образуемый падающим лучом с оптической осью.

Определяются  $S$  и  $u$ -координаты преломленного луча.

Для решения следует построить преломленный луч согласно закону преломления.

Для этого через точку преломления  $B$ , луча с преломляющей поверхностью проводится перпендикуляр  $B, C$  к поверхности и строится преломленный луч  $B, A'$ . При этом угол падения  $i$  (фиг. 16) будет больше угла преломления, если  $n' > n$ .

Из  $\Delta AB, C$  следует:

$$\frac{\sin(-u)}{\sin(180+i)} = \frac{r}{r-S}$$

отсюда

$$\sin i = \frac{z-s}{z} \sin u. \quad (4)$$

По закону преломления следует:

$$\frac{\sin i'}{\sin i} = \frac{n}{n'};$$

отсюда:

$$\sin i' = \frac{n}{n'} \sin i. \quad (5)$$

Далее из  $\triangle B, CA'$  следует:

$$\angle B, CA' = u' - i'$$

и с другой стороны:

$$\angle B, CA = u - i;$$

отсюда

$$u' - i' = u - i$$

или

$$u' = i' + u - i \quad (6)$$

и, наконец, из  $\triangle B, CA'$  следует:

$$\frac{\sin (-i')}{\sin u'} = \frac{s' - z}{z}, \quad (7)$$

откуда

$$s' = z - \frac{z \sin i'}{\sin u'}. \quad (7a)$$

Приведенными формулами (4), (5), (6), (7) определяется положение преломленного сферической поверхностью луча.

## 11. Понятие о нулевых или параксимальных лучах. Нульинвариант

Формула (7a) показывает, что отрезок  $s'$  является функцией угла  $u'$ . Следовательно, если из точки  $A$  (фиг. 17) на преломляющую сферическую поверхность падает гомоцентрический пучок лучей, то после преломления этот пучок лучей перестает быть гомоцентрическим: точки

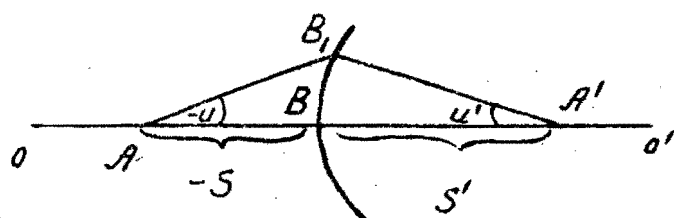


Рис. 17

пересечения преломленных лучей будут находиться на разных расстояниях от вершины сферической поверхности.

Огибающая преломленных лучей представляет собой поверхность второго порядка и называется *каустической поверхностью*.

О возможности изображения точки  $A$ , при прохождении через сферическую преломляющую поверхность гомоцентрического пучка, гомоцентрическом пучке лучей можно говорить только в случае малых углов  $u$  и  $u'$ .

Лучи, образующие малые углы  $u$  и  $u'$  с оптической осью, называются *нулевыми* или *параксиальными* лучами. Область нулевых или параксиальных лучей называется *параксиальной областью*.

В параксиальной области формулы (4), (5), (6) и (7) могут быть преобразованы.

Из формул (4) и (7) можно написать:

$$\frac{\sin i}{\sin i'} = \frac{r-s}{r-s'} \cdot \frac{\sin u}{\sin u'}$$

Для параксиальной области можно положить в первом приближении:

$$AB_1 = AB = s; \quad B_1A' = BA' = s'$$

Из  $\triangle AB_1A'$  по теореме синусов следует:

$$\frac{\sin(-u)}{\sin u'} = \frac{s'}{-s}$$

Отсюда, используя выражение (7б) и формулу (5), можно написать:

$$\frac{n}{n'} = \frac{r-s}{r-s'} \cdot \frac{s'}{s}$$

Это выражение можно преобразовать следующим образом:

$$n' \left( \frac{1}{s'} - \frac{1}{z} \right) = n \left( \frac{1}{s} - \frac{1}{z} \right) \quad (8)$$

Выражение (8) носит название нульинварианта.

Нульинвариант для двух сопряженных точек оси поверхности есть величина постоянная, не зависящая от величины углов  $u$  и  $u'$ . Нульинвариант показывает, что в параксиальной области гомоцентрический пучок лучей после преломления преобразуется в гомоцентрический пучок.

С изменением положения изображаемой точки на оси нульинвариант будет изменять свою величину. Величина его также изменяется при переходе от одной поверхности к другой, поэтому нульинвариант является не полным, а частичным инвариантом.

## 12. Система центрированных преломляющих сферических поверхностей

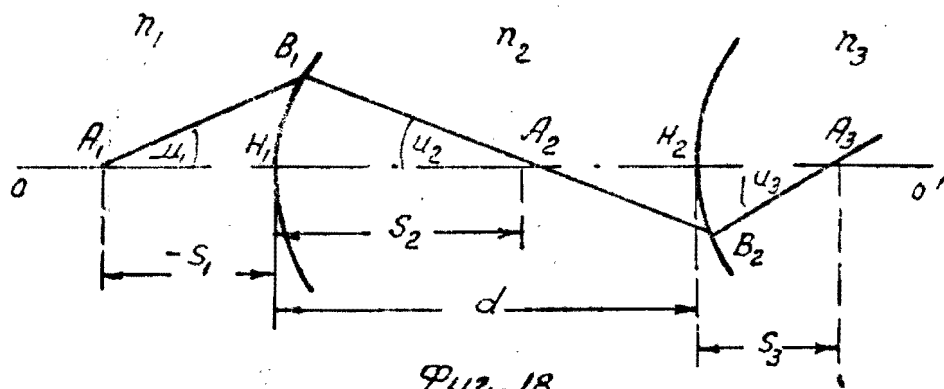
Оптические системы практически состоят из ряда сферических преломляющих поверхностей, оптические оси которых совпадают. Такие системы называются центрированными, а поверхности называются коаксиальными между собой.

Тригонометрический расчет хода луча через систему центрированных преломляющих поверхностей производится путем последовательного применения формул (4), (5), (6) и (7) или формулы (8) в параксиальной области для каждой преломляющей поверхности.

Для простоты рассмотрим две сферические преломляющие поверхности (фиг. 18).

Пусть преломляющие поверхности заданы

своими радиусами кривизны  $r_1$ ,  $r_2$  и расстоянием между вершинами  $d$ . Пусть показатели преломления сред, через которые проходит световой луч, будут равны  $n_1$ ,  $n_2$  и  $n_3$ . Координаты падающего луча пусть будут равны  $-s_1$  и  $-u_1$ . Требуется найти отрезок  $S_3 = H_2A_3$  и угол  $u_3 = \angle H_2A_3B_2$ .



Обозначая углы падения и преломления для первой преломляющей поверхности через  $i_1$  и  $i_1'$ , можно написать по формулам (4), (5), (6) и (7):

$$\frac{\sin i_1}{\sin u_1} = \frac{r_1 - s_1}{r_1};$$

$$\sin i_1' = \sin i_1 \frac{n_1}{n_2};$$

$$u_2 = u_1 - i_1 + i_1';$$

$$\frac{\sin i_1'}{\sin u_2} = \frac{r_1 - s_2}{r_1}.$$

Обозначая углы падения и преломления для второй преломляющей поверхности соответственно через  $i_2$  и  $i_2'$  можно написать согласно тем же формулам:

$$\frac{\sin i_2}{\sin u_2} = \frac{r_2 - (d - s_2)}{r_2};$$

$$\sin i_2' = \sin i_2 \frac{n_2}{n_3};$$

$$u_3 = u_2 - i_2 + i_2';$$

$$\frac{\sin i_2'}{\sin u_3} = \frac{r_2 - s_3}{r_2}.$$

Здесь  $i_1, i_1', u_1, u_2, s_1, s_2, r_1, r_2$  и  $r_1$  заменены соответственно через  $i_1, i_2', u_2, u_3, d - s_2, s_3, r_2, r_3$ , и  $r_2$ .

Для параксиальной области нульинвариант может быть представлен следующим образом.

Для первой преломляющей поверхности:

$$n_1 \left( \frac{1}{s_1} - \frac{1}{r_1} \right) = n_2 \left( \frac{1}{s_2} - \frac{1}{r_1} \right).$$

Для второй преломляющей поверхности:

$$n_2 \left( \frac{1}{d - s_2} - \frac{1}{r_2} \right) = n_3 \left( \frac{1}{s_3} - \frac{1}{r_2} \right).$$

Очевидно, приведенные формулы можно распространить на любое количество центрированных сферических преломляющих поверхностей.

### 13. Фокусы и фокусные расстояния сферической поверхности. Сферическое зеркало

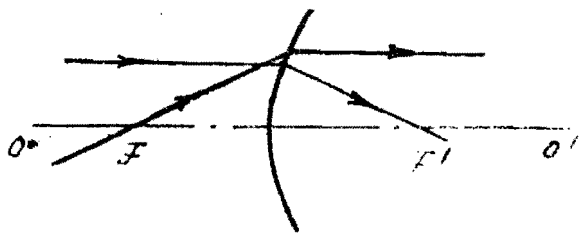
Оптическая система, состоящая из сферических преломляющих поверхностей, характеризуется двумя главными фокусами — первым и вторым (передним и задним).

Первым главным фокусом называется точка на оптической оси системы, изображением которой является бесконечно удаленная точка на оси системы. Отсюда следует, что каждый луч, проходящий через первый главный фокус, после преломления пойдет параллельно оптической



оси. На фиг. 19 первым главным фокусом сферической преломляющей поверхности является точка  $F$ .

Вторым главным фокусом называется такая точка на оптической оси системы, которая является изображением бесконечно удаленной точки. Отсюда



Фиг. 19

следует, что лучи, падающие в оптическую систему параллельно оптической оси, после преломления пройдут через второй главный фокус.

Так как главные фокусы являются центрами гомоцентрических пучков и при прохождении этих пучков через оптическую систему их гомоцентричность не должна нарушаться, то следовательно, имеет смысл говорить о главных фокусах лишь в параксиальной области.

Расстояния от главных фокусов до вершины сферической преломляющей поверхности называются соответственно первым и вторым главными фокусными расстояниями и обозначаются буквами  $f$  и  $f'$ . Главные фокусные расстояния могут быть найдены из нульинварианта следующим образом.

Согласно определению  $S'$  будет равно второму главному фокусному расстоянию  $f'$  при  $S = \infty$ , т. е.:

$$n' \left( \frac{1}{f'} - \frac{1}{r} \right) = n \left( \frac{1}{-\infty} - \frac{1}{r} \right)$$

или

$$f' = \frac{n'r}{n'-n} \quad (9)$$

Аналогично  $S$  будет равно первому главному фокусному расстоянию  $f$  при  $S' = \infty$ , или:

$$n = \left( \frac{1}{f} - \frac{1}{r} \right) = n' \left( \frac{1}{\infty} - \frac{1}{r} \right),$$

откуда

$$f = \frac{n \tau}{n - n'} \quad (10)$$

Из формул (9) и (10) следует:

$$\frac{f}{f'} = \frac{n}{n'} \quad (11)$$

Из выражения (9) легко получить соотношение

$$\frac{n'}{f'} = \frac{n' - n}{\tau}, \quad (12)$$

называемое *оптической силой сферической поверхности*.

Оптическая сила обозначается буквой  $\mathcal{Y}'$ ;

$$\mathcal{Y}' = \frac{n'}{f'} \quad (12a)$$

и выражается в диоптриях, если фокусное расстояние выражается в метрах.

**Пример.** Найти  $f$  и  $f'$  для отражающего сферического зеркала с радиусом кривизны  $\tau$ .

**Решение.** При отражении можно положить  $n = -1$ .  
Отсюда из формул (9) и (10) получаем:

$$f' = f = \frac{\tau}{2}.$$

Для отражающей сферической поверхности главные фокусы (первый и второй) совпадают между собой и находятся на расстоянии  $\frac{\tau}{2}$  от вершины поверхности.

---

## ТЕОРИЯ ИДЕАЛЬНОЙ ОПТИЧЕСКОЙ СИСТЕМЫ

В оптических системах, состоящих из сферических преломляющих поверхностей, лишь небольшая часть пространства вблизи оптической оси (параксимальная область) изображается гомоцентрическими пучками.

Задачей прикладной оптики является расширение области, дающей удовлетворительное изображение точки.

Теория идеальной оптической системы основана на предположении, что существует физическая возможность иметь такую оптическую систему, которая дает изображения точек неограниченно большой области пространства посредством гомоцентрических, сколь угодно широких, пучков. Основными положениями теории идеальной оптической системы являются следующие:

1) каждая точка пространства предметов должна изображаться только одной точкой пространства изображения, такие две точки называются сопряженными;

2) каждая прямая пространства предметов должна изображаться только одной прямой пространства изображения, такие две прямые называются сопряженными;

3) если какая-либо точка пространства предметов лежит на прямой, то сопряженная ей точка в пространстве изображений должна

лежат на прямой, сопряженной с первой прямой (это положение является следствием двух первых).

Из этих определений следует:

1) точке предмета в меридиальной плоскости в пространстве предметов соответствует только одна точка изображения в меридиональной плоскости в пространстве изображений;

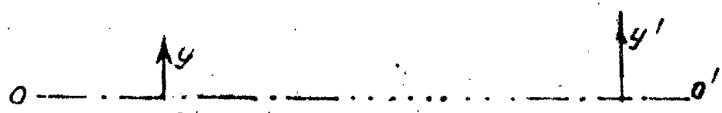
2) плоскости, перпендикулярной к оптической оси в пространстве предметов, соответствует плоскость, перпендикулярная к оптической оси в пространстве изображений;

3) двугранные углы, образуемые двумя меридиональными плоскостями в пространстве предметов, соответствуют равным им двугранным углам между меридиональными плоскостями в пространстве изображений.

## 1. Линейное или поперечное увеличение

Линейным или поперечным увеличением называется отношение величины изображения в сечении, перпендикулярном оптической оси, к величине

предмета также в сечении, перпендикулярном той же оси.



Фиг. 20

Если на фиг. 20  $y$ -величина предмета в указанном сечении, а  $y'$ -величина его изображения, то

$$\beta = \frac{y'}{y} \quad (13)$$

будет линейным увеличением системы в двух соответствующих сопряженных плоскостях, перпендикулярных оптической оси.

Линейное увеличение  $\beta$  есть величина постоянная

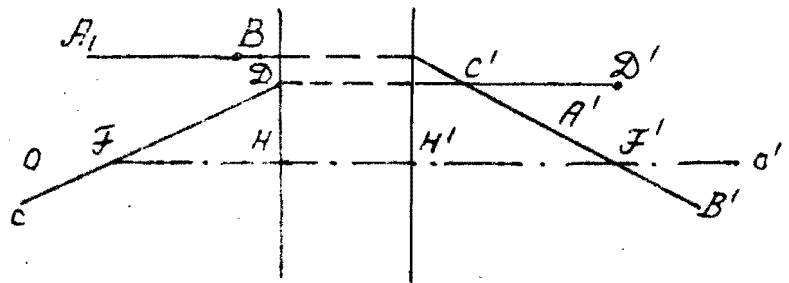
для выбранной пары сопряженных плоскостей.

Линейное увеличение меняется при переходе от одной пары сопряженных плоскостей к другой.

## 2. Главные точки, главные плоскости

Пусть на фиг. 21 изображена меридиональная плоскость идеальной оптической системы. Пусть из пространства предметов в систему падает луч  $AB$ , параллельный оптической оси.

В пространстве изображений ему будет сопряжен только один луч  $A'B'$ .



Фиг. 21

Точка  $F'$  является точкой пересечения сопряженного луча  $A'B'$  с оптической осью и называется вторым главным фокусом оптической системы. Далее, пусть  $CD$  — луч в пространстве предметов, которому в пространстве изображений сопряжен луч  $C'D'$ , параллельный оптической оси.

Точка  $F$  — точка пересечения луча с осью в пространстве предметов, называется первым главным фокусом оптической системы.

Продолжим лучи  $AB$  и  $A'B'$  до пересечения и проведем через точку пересечения плоскость, перпендикулярную оптической оси. Такая плоскость называется второй главной плоскостью оптической системы.

Продолжим лучи  $AB$  и  $A'B'$  до пересечения и проведем через точку пересечения плоскость, перпендикулярную оптической оси. Такая плоскость называется второй главной плоскостью оптической системы.

Продолжая лучи  $SQ$  и  $S'Q'$  до встречи между собой и проводя через точку пересечения плоскость, перпендикулярную оптической оси, получим первую главную плоскость оптической системы.

Точка пересечения  $H'$  второй главной плоскости с оптической осью называется второй главной точкой оптической системы. Точка пересечения  $H$  первой главной плоскости с оптической осью называется первой главной точкой оптической системы.

Главные фокусы и главные точки называются кардинальными точками оптической системы.

Главные плоскости и главные точки являются сопряженными плоскостями и точками.

Линейное увеличение в главных плоскостях равно единице.

Плоскости, проходящие через главные фокусы перпендикулярно оптической оси, называются фокальными плоскостями.

Расстояния от главных точек до главных фокусов называются соответственно первым и вторым главными фокусными расстояниями оптической системы.

Началом координат в идеальной оптической системе считаются первая и вторая главные точки.

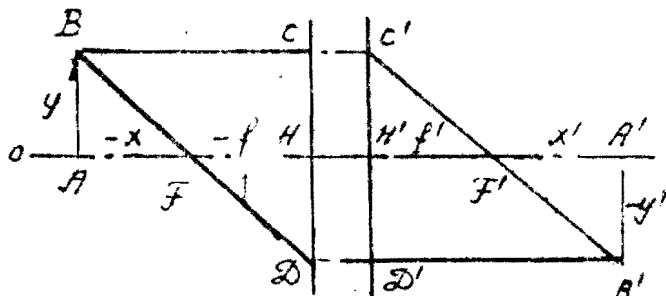
Правило знаков для оптических систем сохраняется согласно указанному в п. 10.

Если оптическая система задана главными

плоскостями и главными фокусами, то нетрудно получить изображение предмета путем геометрического построения хода луча. Из построения изображения может быть получена формула для сопряженных точек на оси относительно фокусов системы.

На фиг. 22

$y$ -предмет,  $x$ -расстояние от первого главного фокуса до точки предмета на оси,  $y'$ -изображение,  $x'$ -расстояние от второго главного фокуса до точки изображения на оси.



Фиг. 22

Из  $\triangle ABF$  и  $\triangle FHD$ , а также из  $\triangle C'H'F'$  и  $\triangle F'A'B'$  следует (учитывая правило знаков):

$$\frac{y'}{y} = -\frac{f}{x}; \quad \frac{y'}{y} = -\frac{x'}{f'} \quad (14)$$

По формулам (14) может быть вычислено линейное или поперечное увеличение  $\beta$ .

Из формулы (14) следует:

$$xx' = ff'. \quad (15)$$

Формула (15) позволяет найти отрезок  $x'$ , если известны фокусные расстояния и отрезок  $x$ .

Из фиг. 22 и формулы (15) нетрудно получить соотношение между отрезками от главных точек до сопряженных точек на оптической оси.

Действительно, если положить, что:

$$-S = -x - f; \quad S' = x' + f',$$

то

$$x = S - f; \quad x' = S' - f';$$

тогда, перемножая, получим:

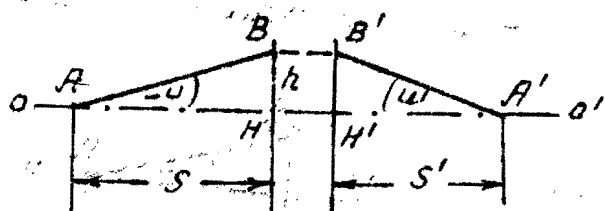
$$xx' = ss' - sf' - s'f - s'f,$$

откуда:

$$\frac{f}{s} + \frac{f}{s'} = 1 \quad (16)$$

### 3. Угловое увеличение. Связь углового увеличения с линейным. Узловые точки.

Угловым увеличением называется отношение тангенса угла  $\omega'$ , образованного лучом с осью в пространстве изображений, к тангенсу угла  $\omega$ , образованного сопряженным лучом с осью в пространстве предметов.



Фиг. 23

Согласно фиг. 23 угловым увеличением  $\gamma$  будет отношение:

$$\gamma = \frac{\operatorname{tg} \omega'}{\operatorname{tg} \omega}$$

Это выражение можно преобразовать:

$$\operatorname{tg} \omega' = \frac{h}{s'}, \quad \operatorname{tg} \omega = \frac{h}{s},$$

откуда:

$$\gamma = \frac{s}{s'};$$

но так как  $s = x + f$ , а  $s' = x' + f'$ ,

$$\gamma = \frac{x + f}{x' + f'},$$

то используя формулу (15), получаем:

$$\gamma = \frac{ff'}{x'}, \quad \gamma = \frac{ff' + f}{x' + f'}$$



или

$$y = \frac{f(f' + x')}{x'(f' + x')}$$

Пользуясь подстановкой  $x' = \frac{ff'}{x}$ , находим:

$$y = \frac{(x + f)x}{(x + f)f'}$$

откуда получаем формулы для углового увеличения:

$$y = \frac{f}{x'} \quad \text{и} \quad y = \frac{x}{f'} \quad (17)$$

Из формул (17) получим:

$$y = \frac{ff'}{x'f'}$$

и, заменяя  $\frac{f'}{x'} = -\frac{1}{\beta}$ ,

$$y\beta = -\frac{f}{f'} \quad (18)$$

Формула (18) на основании (11) может быть представлена в виде:

$$y\beta = \frac{n}{n'} \quad (19)$$

Угловое увеличение есть величина постоянная для каждой пары сопряженных плоскостей.

Угловое увеличение меняет свою величину при переходе от одной пары сопряженных плоскостей к другой.

Формулы (17) позволяют определить те сопряженные точки оптической системы, для которых угловое увеличение  $y$  равно единице.

Такие точки называются узловыми точками оптической системы.

Из (17) следует:

$$\frac{f}{x'} = 1 \quad \text{и} \quad \frac{x}{f'} = 1.$$

Отсюда:

$$x' = f \quad \text{и} \quad x = f'. \quad (20)$$

Для системы в воздухе  $f = -f'$ , т.е.  $x' = -f'$ ;  
 ~~$x = f$~~

Узловые точки совпадают с главными точками.

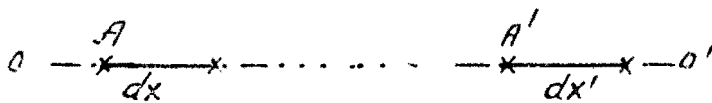
Плоскости, перпендикулярные оптической оси проходящие через узловые точки, называются узловыми плоскостями.

Сопряженные лучи, проходящие через узловые точки, параллельны друг другу.

Узловые точки следует причислить также к кардинальным точкам оптической системы.

#### 4. Продольное увеличение оптической системы

Продольным увеличением оптической системы называется отношение бесконечно малого отрезка вдоль оптической оси вблизи некоторой точки в пространстве изображений к бесконечно малому отрезку вдоль оптической оси вблизи сопряженной точки в пространстве предметов. Согласно



Фиг. 24

фиг. 24 продольным увеличением  $\alpha$  называется

отношение:

$$\alpha = \frac{dx'}{dx}.$$

Дифференцируя формулу (15), найдем:

$$x dx' + x' dx = 0,$$

откуда:

$$\frac{dx'}{dx} = -\frac{x'}{x}$$

$$\alpha = -\frac{x'}{x}.$$

Пользуясь выражениями (14 и 13), получаем:

$$\alpha = -\beta^2 \frac{f'}{f} \quad (21)$$

и, наконец, из (18) получаем:

$$\alpha \gamma = \beta. \quad (22)$$

Продольное увеличение есть величина постоянная для каждой пары сопряженных плоскостей.

Продольное увеличение меняет свою величину при переходе от одной пары сопряженных плоскостей к другой.

---

### III. РЕАЛЬНЫЕ ОПТИЧЕСКИЕ СИСТЕМЫ

#### 1. Полный инвариант оптической системы. Переход к реальным оптическим системам

Из формулы (18 и 13) можно получить выражение для полного инварианта оптической системы:

$$y'f'tg\alpha' = -yf'tg\alpha \quad (23)$$

или

$$y'n'tg\alpha' = yntg\alpha. \quad (23a)$$

Полный инвариант сохраняет свой вид и численное значение при прохождении луча через любое количество преломляющих поверхностей оптической системы.

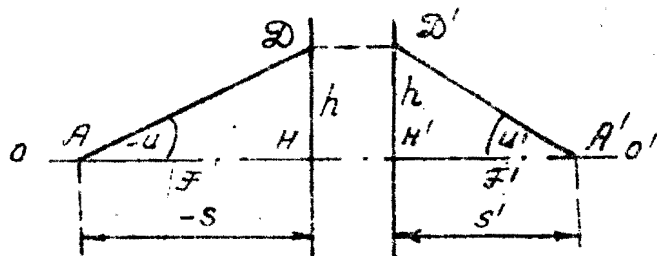
Инварианты оптической системы позволяют производить переход от идеальной оптической системы к реальным оптическим системам в параксиальной области.

#### 2. Расчет хода луча через оптическую систему

Расчет хода луча через оптическую систему позволяет определить положение изображения при заданном положении предмета. В зависимости от выбранных исходных данных, путем расчета хода луча определяют

главные фокусы системы, положение главных и узловых точек, а также aberrации реальных оптических систем.

Для расчета хода луча через одну систему должны быть заданы: фокусные расстояния системы  $f$  и  $f'$ , отрезок  $S$  и угол  $u$  (фиг. 25).



Фиг. 25

В результате расчета определяется  $S'$  и  $u'$ -координаты выходящего луча. Расчет ведется по следующим формулам:

Пусть  $DH = h$ ,  
тогда:

$$h = S \operatorname{tg} u. \quad (24)$$

Далее все члены формулы (16) умножаются на  $h$ , откуда получается соотношение:

$$\frac{h}{S'} = -\frac{f}{f'} \cdot \frac{h}{S} + \frac{h}{f'}.$$

Из фиг. 25

$$\frac{h}{S'} = \operatorname{tg} u',$$

откуда следует:

$$\operatorname{tg} u' = -\frac{f}{f'} \operatorname{tg} u + \frac{h}{f'}, \quad (25)$$

что позволяет вычислить угол  $u'$ .

И наконец вычисляется  $S'$ , как

$$S' = \frac{h}{\operatorname{tg} u'}. \quad (26)$$

Расчет хода луча через несколько центрированных оптических систем производится путем последовательного просчета луча через каждую систему по тем же формулам. При

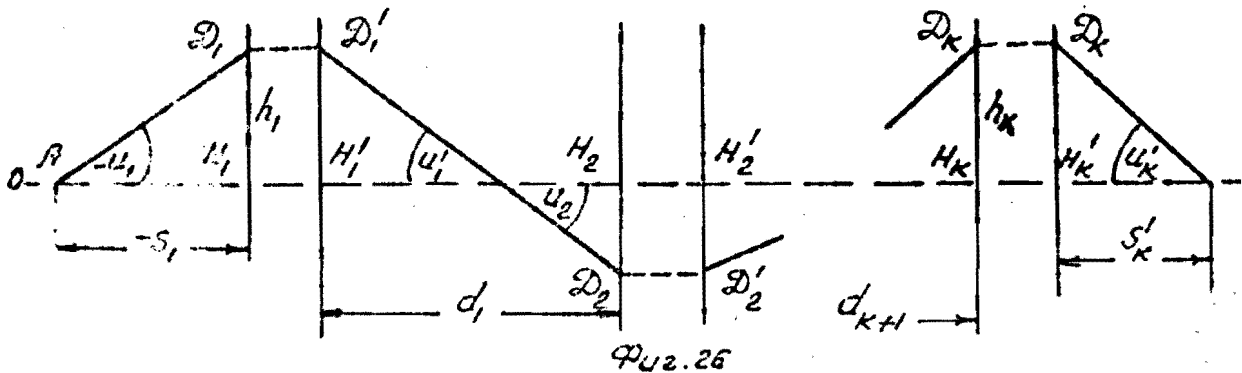
этом должны быть заданы расстояния между второй главной точкой каждой предыдущей системы и первой главной точкой каждой последующей системы. Таким образом, исходными данными будут:

$$f_1', f_2', f_k', f_N'; d_1, d_2, \dots, d_{k-1}, \dots, d_{N-1}, S_1, u_1;$$

Формулы для просчета хода луча через  $N$  систем принимают следующий вид (фиг. 26):

$$h_1 = S_1 \operatorname{tg} u_1;$$

$$\operatorname{tg} u_1' = -\frac{f_1}{f_1'} \operatorname{tg} u_1 + \frac{h_1}{f_1'};$$



причем

$$h_1 = D_1 H_1; \quad u_1' = u_2.$$

Выражение для тангенса угла  $u'$  применяется последовательно для каждой системы, в результате чего для  $u_{k+1}$  получается следующее выражение:

$$\operatorname{tg} u_k' = \operatorname{tg} u_{k+1} = -\frac{f_k}{f_k'} \operatorname{tg} u_k + \frac{h_k}{f_k'}; \quad (27)$$

$$h_k = h_{k-1} - d_{k-1} \operatorname{tg} u_{k-1} \quad (28)$$

При расчете хода луча через несколько центрированных оптических систем нет необходимости определять промежуточные значения отрезков  $S_k$ .

Последний отрезок  $S_N'$  определяется из формулы

$$S_N' = \frac{h_N}{\operatorname{tg} u_N'} \quad (29)$$

Для определения главных фокусов и фокусных расстояний сложной оптической системы, состоящей из нескольких центрированных оптических систем, следует произвести расчет хода луча, идущего параллельно оптической оси в одном из пространств.

При этом в системе условно принимается расстояние между каждой парой главных плоскостей составляющих систем равным нулю.

При определении второго главного фокуса, очевидно, луч должен идти параллельно оптической оси в пространстве предметов. При этом исходными данными являются:

$$f_1, f_1', f_2, f_2' \dots f_k, f_k' \dots f_N, f_N'; d_1, d_2 \dots d_{N-1}, S_1 = -\infty; u_1 = 0.$$

Из формулы (24) видно, что  $h_1$  будет величиной произвольной и может быть выбрано по усмотрению.

Расчетные формулы принимают следующий вид:

$$\operatorname{tg} u_1' = \operatorname{tg} u_2 = \frac{h_1}{f_1};$$

выражения для  $\operatorname{tg} u_k' = \operatorname{tg} u_{k+1}$ ;  $h_k$  и  $S_N'$  не изменяют своего вида.

Второе главное фокусное расстояние всей сложной системы выразится формулой:

$$f' = \frac{h_1}{\operatorname{tg} u_N'} \quad (30)$$

Отрезок  $S_N'$  определяет положение второго главного фокуса сложной системы относительно второй главной точки последней составляющей системы.

$f'$  определяет положение второго главного фокуса относительно второй главной точки всей системы.

Разность  $v = f' - S_N'$  определяет положение второй главной точки последней системы

относительно второй главной точки всей системы.

При определении первого главного фокуса сложной оптической системы следует повернуть систему таким образом, чтобы пространство предметов и пространство изображений поменялись местами, и произвести расчет хода луча аналогично предыдущему, причем в результате будет получено  $f$  с обратным знаком.

### 3. Расчет хода луча в оптических системах, заданных преломляющими поверхностями

Если составляющие оптической системы заданы в виде реальных систем, состоящих из преломляющих сред, разделенных сферическими поверхностями, то расчет хода луча через систему ведется по формулам (4), (5), (6), (7).

Расчет хода луча через оптическую систему в параксиальной области производится по формулам (24), (29), преобразованным соответственно исходным данным, как указывается ниже.

Составляющие системы задаются радиусами кривизны:

$r_1, r_2, \dots, r_k, \dots, r_N$ ; расстояниями между вершинами сфер:

$d_1, d_2, \dots, d_{k-1}, \dots, d_{N-1}$ ; и показателями преломления сред:

$$n_1, n'_1 = n_2 \dots n'_k = n_{k+1} \dots n'_N.$$

Каждую сферическую преломляющую поверхность можно рассматривать как составляющую оптической системы, главные плоскости которой совмещены между собой и будут



проходить через вершину сферической поверхности (рис. 27).

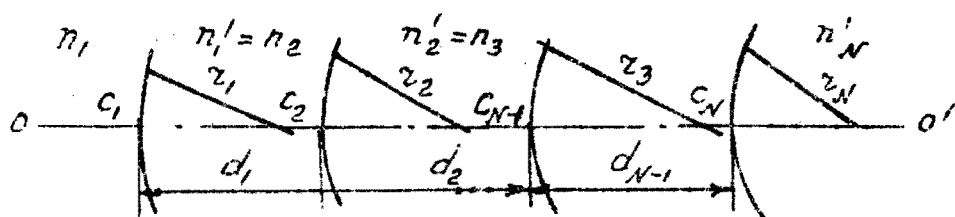


Рис. 27

Путем замены в уравнении (27) фокусных расстояний их выражениями через  $n$  и  $r$  из (9) и (10) получается для  $\text{tg } \alpha'_k$  соотношение:

$$\text{tg } \alpha'_k = \text{tg } \alpha_{k+1} = \frac{n_k}{n'_k} \text{tg } \alpha_k + \frac{n_k (n'_k - n_k)}{n'_k r_k}. \quad (31)$$

Формулы (28) и (29) останутся без изменений.

В реальных оптических системах необходимо знать положение главных точек относительно первой и последней преломляющей поверхности.

Положение второй главной точки относительно последней преломляющей поверхности определяется отрезком  $\delta'$ :

$$\delta' = f' - S'_N. \quad (32)$$

Положение первой главной точки относительно первой преломляющей поверхности определяется отрезком  $\delta$ :

$$\delta = f - S''_N, \quad (33)$$

где  $f$  и  $S''_N$  определяются путем расчета в обратном ходе лучей.

#### 4. Схема для расчета парааксиального луча

Основоположником расчетного дела в оптике является академик Я.И. Мудоровский. В вычис-

тельных бюро СССР принято вычислять ход параксиального луча на арифометре по приведенным выше формулам. Для этого в формулах (27), (28) и (29) вводятся следующие обозначения:

$$u_k = \text{tg } \psi_k; \quad u'_k = \text{tg } \psi'_k; \quad (34)$$

$$\gamma_k = n_k u_k; \quad \gamma'_k = n'_k u'_k; \quad (35)$$

$$\gamma'_k = \gamma_k = \frac{h_k}{z_k} (n'_k - n_k); \quad (36)$$

$$h_{k+1} = h_k - d_k \frac{\gamma'_k}{n'_k}. \quad (37)$$

Следовательно, если имеется  $p$  преломляющих поверхностей, то по формуле (29) для последнего отрезка  $S'_p$  получаем:

$$S'_p = \frac{h_p}{\text{tg } \psi'_p},$$

что можно выразить как:

$$S'_p = \frac{h_p n'_p}{\gamma'_p}. \quad (38)$$

Следует помнить, что  $\gamma'_k = \gamma_{k+1}$  и  $n'_k = n_{k+1}$  и  $f'_p = \frac{h_1}{\gamma'_p}$ .

Далее обозначается:

$$N_k = \frac{(n'_k - n_k) h_k}{z_k} \quad \text{и} \quad N'_k = \frac{\gamma'_k d_k}{n'_k}.$$

Тогда вместо формул (36) и (37) можно написать:

$$\gamma'_k - \gamma_k = N_k; \quad h_{k+1} = h - N'_k.$$

При расчетах фокусных расстояний следует положить:

$$u_1 = 0; \quad \gamma_1 = 0 \quad \text{и} \quad h_1 = z_1;$$

тогда:

$$N_1 = n'_1 - n_1; \quad \gamma'_1 = n'_1 - n_1.$$

Схема просчета параксиального луча по дифференциальным формулам имеет следующий вид:

	I поверх- ность	II поверх- ность	K-я поверхность
$z$			
$s$			
$z-s$			
$l_g(z-s)$ гон. $l_g z$ $l_g du$			
$l_g di$			
$l_g n'$ гон. $l_g n'$			
$l_g di'$			
$di'$			
$-di'$			
$di' - di$ $+ du$			
$du'$			
$l_g z$ $l_g i'$			
гон. $l_g du'$			
$l_g(z-s')$			
$q = z - s'$			
$z$			
$s' = z - q'$			
$-d$			
$s_{N+1}$			

Схема расчета на арифмометре имеет следующий вид:

Дано:  $z_1, z_2, \dots, z_p; d_1, d_2, \dots, d_{p-1}; n_1=1, n_2=n_1', \dots, n_{p+1}=n_p'$

I	II	III
1	$h_2$	$h_3$
2	(x) $n_2' - n_2$	(x) $n_3' - n_3$
3	(x) $1 : z_2$	(x) $1 : z_3$
4	$N_2$	$N_3$
5	(+) $\delta_2 (= \delta_1')$	(+) $\delta_3 (= \delta_2')$
6	$\delta_3 (= \delta_2')$	$\delta_4 (= \delta_3')$
7	(x) $d_2 : n_2'$	(x) u m. g.
8	$- N_2'$	
9	(+) $h_1 (= z_1)$	
10	$h_2$	$S_p' = \frac{h_p}{\delta_{p+1}}$ $f' = \frac{h_1 (= z_1)}{\delta_{p+1}}$

## 5. Сходимость лучей. Оптическая сила системы. Диоптрия

Отношения  $\frac{n'}{s'}$  и  $\frac{n}{s}$  называются с х о д и м о с т я м и п у ч к о в относительно главных точек. Сходимости обозначаются следующим образом:

$$\Sigma' = \frac{n'}{s'} \quad \text{и} \quad \Sigma = \frac{n}{s} \quad (40)$$

Из уравнения (16) и выражения (11) можно написать следующее:

$$\frac{n'}{s'} - \frac{n}{s} = \frac{n'}{f'}$$

откуда, принимая во внимание (12а), получаем:

$$\Sigma' - \Sigma = \Psi. \quad (41)$$

Таким образом, разность сходимостей расстояний сопряженных точек относительно главных точек равна оптической силе системы. Оптическая сила системы является мерой ее оптического действия и выражается в диоптриях, если  $s'$ ,  $s$  и  $f'$  выражаются в метрах.

Сходимости также можно выразить в диоптриях. Диоптрийные обозначения и соответствующие формулы, связывающие сходимости, находят применение, главным образом, в очковой оптике.

Оптическая сила линзы (системы) в воздухе обозначается буквой  $\Psi'$ :

$$\Psi' = \frac{1}{f'} \quad (42)$$

и

$$\Psi = -\frac{1}{f}. \quad (43)$$

Применяя формулы сходимости пучков, необхо-

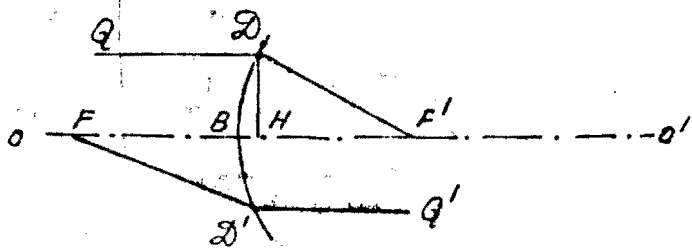
можно указывать - относительно каких точек системы отсчитываются приведенные отрезки.

## 6. Линзы конечной толщины

Линзой называется часть оптически прозрачной среды, ограниченной двумя сферическими поверхностями. Простую линзу с двумя сферическими поверхностями можно рассматривать как сложную систему, состоящую из двух сферических поверхностей.

Система, состоящая из одной сферической поверхности, разделяющей две преломляющие прозрачные среды, может рассматриваться как система, главные плоскости которой совмещены между собой в вершине преломляющей поверхности.

Действительно, пусть на фиг. 28 дана система, состоящая из одной преломляющей



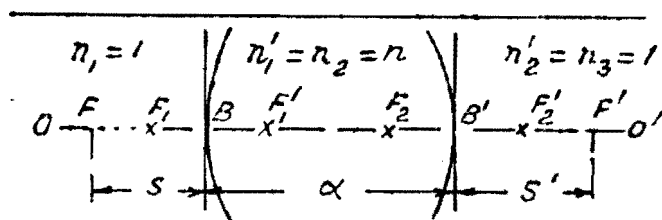
Фиг. 28

сферической поверхности радиуса  $r$ , разделяющей две среды с показателями преломления  $n$  и  $n'$ . Пусть луч  $QD$  падает на сферическую поверхность параллельно оптической оси. После преломления в точке  $D$  сопряженный с ним луч примет направление  $DF'$ . Точка  $F'$ , очевидно, будет являться вторым главным фокусом поверхности.

Луч  $D'Q'$ , параллельный оптической оси и падающий на преломляющую поверхность справа налево, после преломления в точке  $D$  пройдет через первый фокус  $F$ . Оба луча  $DF$  и  $QD$  пересекают сферу в одной точке  $D$ , из чего вытекает, что обе главные плоскости совпадают с плоскостью  $DN$ .

В паракиальной области плоскоств ДН бесконечно близка к вершине В сферической поверхности, т. е. в пределе можно считать, что главные плоскости совпадают с плоскостью, касательной к сфере в точке В, и что обе главные точки совпадают с вершиной В. В паракиальной области отрезки  $BF'$  и  $BF$  будут являться фокусными расстояниями, как указывалось ранее.

Комбинация из двух преломляющих сферических поверхностей является линзой, фокусное расстояние и положение главных точек которой может быть вычислено при помощи формул (27-33).



Фиг. 29

Если линза находится в воздухе (фиг. 29), то исходными данными для расчета будут следующие:  $r_1$  и  $r_2$  — радиусы кривизны первой и второй

сферической преломляющей поверхности,  $\alpha$  — толщина линзы по оси,  $n$  — показатель преломления материала линзы. Применяя вышеуказанные формулы, следует положить:

$$n_1 = 1, n'_1 = n_2 = n \quad \text{и} \quad n'_2 = n_3 = 1, u_1 = 0, h_1 = r_1;$$

поэтому формула (31) для  $\text{tg } u'_1$  примет вид:

$$\text{tg } u'_1 = \frac{n-1}{n}$$

и далее:

$$h_2 = r_2 - d \frac{n-1}{n};$$

$$\text{tg } u'_2 = \frac{(n-1)[nr_2 - nr_1 + d(n-1)]}{nr_2}.$$

Отсюда фокусные расстояния  $f'$  и  $f$  линзы будут

равны согласно формуле (30):

$$f' = \frac{n z_1 z_2}{(n-1)[n z_2 - n z_1 + d(n-1)]} = -f. \quad (44)$$

По формуле (29) последний отрезок  $S'$  будет равен:

$$S' = \frac{z_2 [n z_1 - d(n-1)]}{(n-1)[n z_2 - n z_1 + d(n-1)]}. \quad (45)$$

Отрезок  $S$  определится аналогично (подсчет в обратном ходе):

$$S = \frac{z_1 [n z_2 - d(n-1)]}{(n-1)[n z_1 - n z_2 + d(n-1)]}. \quad (46)$$

Положение вершины  $B'$  относительно второй главной точки определится отрезком  $\delta'$  из формулы (32):

$$\delta' = \frac{d z_2}{n z_2 - n z_1 + d(n-1)}. \quad (47)$$

Положение вершины  $B$  относительно первой главной точки определится отрезком  $\delta$  для обратного хода луча:

$$\delta = \frac{d z_1}{n z_1 - n z_2 + d(n-1)}. \quad (48)$$

## 7. Примеры простых линз конечной толщины

Двойковыпуклая линза ограничена двумя сферическими поверхностями с радиусами  $r_1 > 0$  и  $r_2 < 0$  (фиг. 30). Второе главное фокусное расстояние линзы, согласно формуле (44), будет положительно, если знаменатель

$$(n-1)[n r_2 - n r_1 + d(n-1)] < 0$$

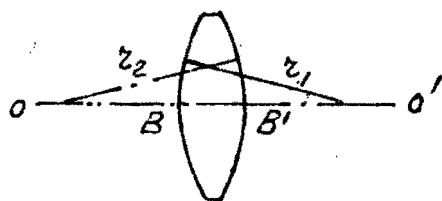


$$n z_2 - n z_1 + d(n-1) < 0,$$

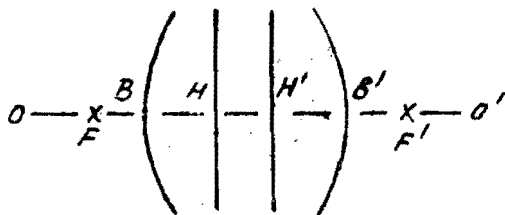
откуда для величины  $d$  получается соотношение:

$$d < \frac{n(z_1 - z_2)}{n-1}.$$

При соблюдении этого неравенства, т.е. если толщина линзы  $d$  мала, двояковыпуклая линза будет положительной. Величина  $d'$  (47) будет также положительна, т.е. вторая главная плоскость будет проходить внутри линзы. Из формулы (48) очевидно, что  $d' < 0$ , откуда расположение кардинальных точек двояковыпуклой положительной линзы будет следующим:  $F; H; H'; F'$  (фиг. 31).



Фиг. 30



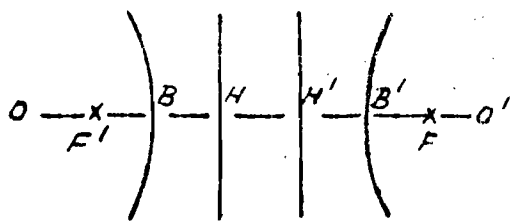
Фиг. 31

Если при неизменных радиусах кривизны поверхностей увеличивать толщину линзы  $d$ , то при  $d = \frac{n(z_1 - z_2)}{n-1}$ , главные фокусы линзы отодвинутся в бесконечность, а фокусные расстояния будут бесконечно велики. Такая система будет телескопической системой.

При дальнейшем увеличении толщины линзы второе главное фокусное расстояние делается отрицательным, а линза будет рассеивающей или отрицательной системой.

Двояковогнутая линза имеет  $z_1 < 0; z_2 > 0$ . Второе фокусное расстояние  $f'$  при всех значениях толщин  $d$

есть величина отрицательная. Линза принадлежит к группе отрицательных или рассеивающих линз. По формулам (47) и (48) в данном случае  $d' > 0$  и  $d'' > 0$ , откуда расположение кардинальных точек двояковыпуклой линзы будет:  $F'; H; H'; F$  (физ. 32).



Физ. 32

Плосковыпуклая линза имеет первую преломляющую поверхность - выпуклую, вторую - плоскую. При этом, например, можно положить  $\tau_1 > 0$ ,  $\tau_2 = \infty$ .

Формула (44) для второго фокусного расстояния  $f'$  дает значение:

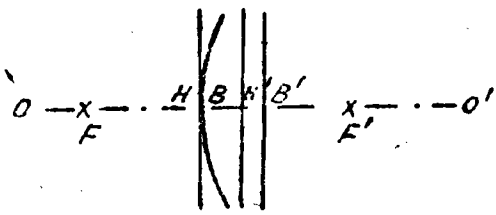
$$f' = \frac{\tau_1}{n-1}.$$

Из формул (47) и (48) находим:

$$d' = \frac{d}{n}; \quad d'' = 0.$$

Следовательно, второе фокусное расстояние всегда положительно и не зависит от толщины линзы; одна из главных плоскостей совпадает с вершиной линзы, вторая расположена внутри линзы. Порядок кардинальных точек:  $F; H; H'; F'$  (физ. 33).

Плосково-внутряя линза имеет одну преломляющую поверхность - плоскую, другую - вогнутую; например, можно положить:



Физ. 33

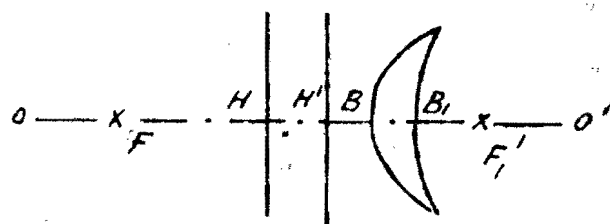
$$\tau_1 = \infty, \quad \tau_2 > 0.$$

Подобно предыдущему следует:

$$f' = -\frac{\tau_2}{n-1}, \quad d = \frac{d}{n}, \quad d' = 0.$$

Линза — всегда отрицательная, рассеивающая; ее второе фокусное расстояние не зависит от ее толщины. Порядок кардинальных точек:  $F'$ ;  $H$ ;  $H'$ ;  $F$ .

Положительный мениск или вогнутовыпуклая линза имеет обе преломляющие поверхности одинакового знака, но радиус выпуклой поверхности по абсолютной величине менее радиуса вогнутой поверхности; например, можно положить:  $z_1 > 0$ ,  $z_2 > 0$ ,  $z_1 < z_2$ . Положительный мениск толще по оси, чем по краям. Фокусное расстояние  $f' > 0$ : линза — положительная собирательная;  $d < 0$ , т. е. первая главная точка всегда лежит впереди выпуклой поверхности;  $d' < 0$ , т. е. вторая главная точка лежит всегда со стороны выпуклости вогнутой поверхности. Порядок кардинальных точек:  $F$ ;  $H'$ ;  $H$ ;  $F'$  (фиг. 34).

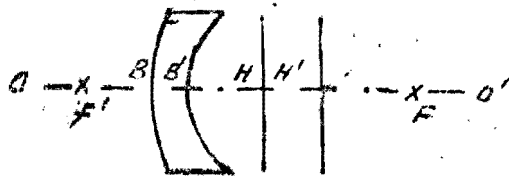


Фиг. 34

Выпукловогнутая линза или отрицательный мениск имеет обе преломляющие поверхности одинакового знака, но радиус выпуклой поверхности больше радиуса вогнутой поверхности, толщина линзы увеличивается от центра к краям. Если  $z_1 > z_2 > 0$ ,

то при  $d < \frac{n(z_1 - z_2)}{n-1}$ , второе фокусное расстояние будет отрицательным, т. е.:  $f' < 0$  и линза будет рассеивающей или отрицательной. При  $d = \frac{n(z_1 - z_2)}{n-1}$  линза оказывается телескопической. При  $d > \frac{n(z_1 - z_2)}{n-1}$  линза становится собирательной или положительной.

Отрицательная выпукловогнутая линза представлена на фиг. 35.



Фиг. 35

## 8. Бесконечно тонкие линзы

Бесконечно тонкими линзами называются такие линзы, для которых толщина  $d$  мала в сравнении с радиусами  $r_1$  и  $r_2$  в формулах (44) и (48) можно пренебречь членами, содержащими толщину  $d$ ; в сравнении с главными членами. Формула (44) для бесконечно тонких линз принимает вид:

$$f' = \frac{r_1 r_2}{(n-1)(r_2 - r_1)}. \quad (49)$$

Соответственно формулы (47) и (48) принимают вид:

$$d' = d'' = 0.$$

Оптическая сила бесконечно тонкой линзы выразится формулой:

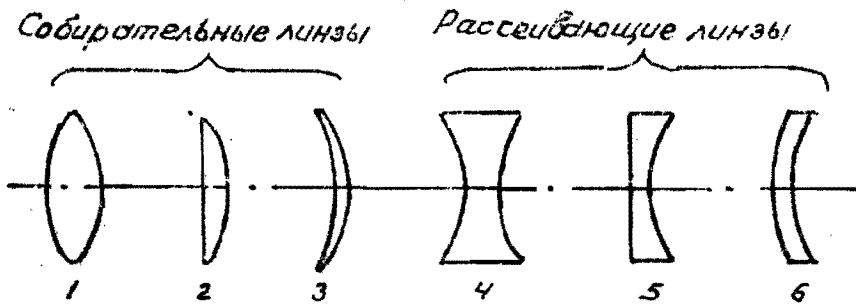
$$\varphi' = (n-1) \left( \frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2} \right). \quad (50)$$

Главные точки тонких линз можно считать совпадающими друг с другом и с серединой линзы. Бесконечно тонкая линза является собирающей, когда  $\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2} > 0$ .

На фиг. 36 показаны собирающие и рассеивающие бесконечно тонкие линзы.

Собирающие линзы толще в середине, чем по краям. Рассеивающие линзы толще по краям, чем в середине.

Если система состоит из двух бесконечно тонких линз, то фокусное расстояние эквивалентной системы определяется по формулам (26) - (29).



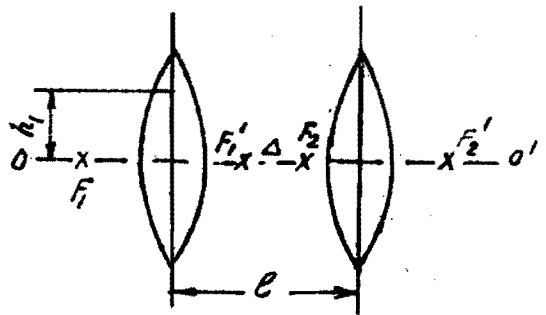
Фиг. 36. 1. Двояковыпуклая линза. 2. Плосковыпуклая линза. 3. Вогнутовыпуклая линза. 4. Двояковогнутая линза. 5. Плосковогнутая линза. 6. Выпукловогнутая линза.

Исходными данными для расчета будут  $f_1; f_1'; f_2; f_2'$  - фокусные расстояния линзы 1-й и 2-й;  $e$  - расстояние между серединами линз,  $u_1 = 0$  и  $h_1$  - произвольно выбранная высота входа луча (фиг. 37).

По формулам (26) и (27):

$$\operatorname{tg} u_1' = \frac{h_1}{f_1'};$$

$$h_2 = h_1 - e \frac{h_1}{f_1'};$$



Фиг. 37

$$\operatorname{tg} u_2' = -\frac{f_2}{f_2'} \cdot \frac{h_1}{f_1'} + \frac{h_1 \left(1 - \frac{e}{f_1'}\right)}{f_2'}.$$

Если обе линзы находятся в воздухе, то  $\frac{f_1}{f_1'} = -1$ ;

$$\frac{f_2}{f_2'} = -1;$$

$$\operatorname{tg} u_2' = \frac{h_1}{f_1' f_2'} [f_2' + f_1' - e].$$

По формуле (29):

$$f' = \frac{f_1' f_2'}{f_1' + f_2' - e} \quad (51)$$

Отрезок  $\ell$  можно представить в виде суммы:

$$\ell = f_1' + \Delta + f_2', \quad (52)$$

где:  $\Delta$  — расстояние между вторым главным фокусом первой линзы и первым главным фокусом второй линзы, так называемый **оптический интервал**. Отсюда получается выражение для фокусного расстояния эквивалентной системы:

$$f' = -\frac{f_1' f_2'}{\Delta}. \quad (53)$$

Из формулы (5) следует, что оптическая сила  $\varphi' = \frac{1}{f'}$  эквивалентной системы из двух тонких линз выразится формулой:

$$\varphi' = \varphi_1' + \varphi_2' - \ell \varphi_1' \varphi_2', \quad (54)$$

где:  $\varphi_1' = \frac{1}{f_1'}$  — оптическая сила первой линзы,

$\varphi_2' = \frac{1}{f_2'}$  — оптическая сила второй линзы.

Когда линзы находятся в соприкосновении, т. е.  $\ell = 0$ , то формула (54) принимает вид:

$$\varphi' = \varphi_1' + \varphi_2' \quad (55)$$

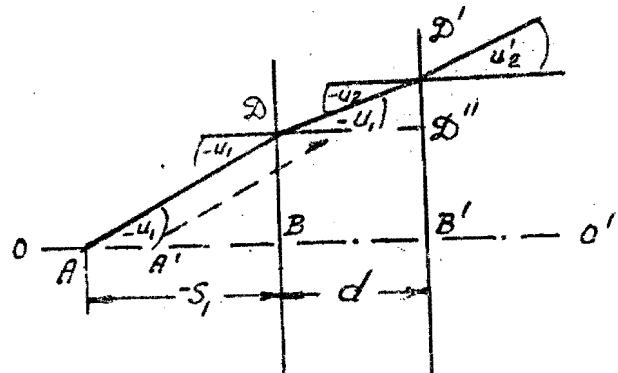
Оптическая сила системы из двух тонких линз, находящихся в соприкосновении, равна сумме оптических сил обеих линз.

В зависимости от расстояния  $\ell$  между линзами оптическая сила  $\varphi'$  по формуле (54) может сделаться равной нулю, а затем отрицательной. Таким образом, комбинация из двух положительных тонких линз может быть системой собирающей, телескопической и рассеивающей.

## 9. Плоскопараллельная пластинка

Плоскопараллельные пластинки находят и оптических приборах различное применение, например, в качестве защитных стекол, сеток нитей, светофильтров, прижатных стекол, отражательных зеркал, оптических микрометров и проч. Плоскопараллельные пластинки в оптической системе располагаются своими плоскими гранями, как правило, перпендикулярно к оптической оси системы. Пластинки могут быть помещены в пучках сходящихся и расходящихся или параллельных лучей. При этом влияние пластинки на искажения изображения различно.

Плоскопараллельную пластинку можно рассматривать как систему из двух преломляющих сферических поверхностей, для которых  $r_1 = r_2 = \infty$ . Если пластинка находится в воздухе, то  $n_1 = 1$ ;  $n'_1 = n$  и  $n'_2 = 1$ .



Фиг. 38

Примем толщину пластинки —  $d$ . Если луч, падающий на пластинку, имеет координаты  $-S_1$  и  $U_1$  (фиг. 38), то положение преломленного луча можно подсчитать следующим образом: из треуголь-

ника  $ADB$  определяется  $h_1 = DB = S_1 \operatorname{tg} U_1$ ; далее из закона преломления следует  $\frac{\sin U_1'}{\sin U_1} = \frac{1}{n}$ , а так-

же

$$\frac{\sin(U_2 = U_1')}{\sin U_2'} = \frac{1}{n},$$

$$U_2' = U_1.$$

Величина  $h_2 = D'B'$  будет равна:

$$h_2 = h_1 - d \operatorname{tg} \psi'_1.$$

или

$$h_2 = S_1 \operatorname{tg} \psi_1 - d \operatorname{tg} \psi'_1.$$

Из треугольника  $A'D'B'$  определяется  $S_2' = A'B'$ :

$$S_2' = (S_1 \operatorname{tg} \psi_1 - d \operatorname{tg} \psi'_1) \operatorname{ctg} \psi_1,$$

откуда:

$$S_2' = S_1 - d \operatorname{tg} \psi'_1 \operatorname{ctg} \psi_1. \quad (56)$$

Расстояние между  $A$  и  $A'$  выразится следующим образом:

$$AA' = \Delta S' = -S_1 + d + S_2',$$

откуда:

$$\overline{\Delta S'} = d (1 - \operatorname{tg} \psi'_1 \operatorname{ctg} \psi_1) \quad (57)$$

По закону преломления в формуле (57) член  $d \operatorname{tg} \psi'_1 \operatorname{ctg} \psi_1$  не может быть постоянной величиной, следовательно, отрезок  $\overline{\Delta S'}$  с изменением угла  $\psi_1$  меняется и гомотетричность пучка, преломленного пластинкой, нарушается.

Формулы (56) и (57) можно представить следующим образом:

$$S_2' = S_1 - d \frac{\cos \psi_1}{n \cos \psi'_1}; \quad (58)$$

$$\overline{\Delta S'} = d \left( 1 - \frac{\cos \psi_1}{n \cos \psi'_1} \right) \quad (59)$$

Для определения отрезка  $S_2'$  и  $\Delta S'$  в параксиальной области следует положить  $\psi_1 = \psi'_1 = 0$ , откуда:

$$S_2' = S_1 - \frac{d}{n}; \quad (60)$$

$$\Delta S' = d \left( 1 - \frac{1}{n} \right). \quad (61)$$

Таким образом, при прохождении через



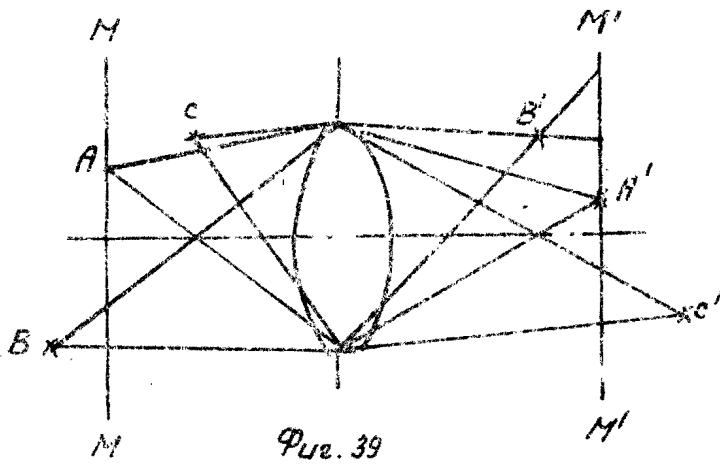
плоскопараллельную пластинку луч выходит из нее параллельно своему первоначальному направлению; при этом плоскопараллельная пластинка смещает точки изображения по отношению к точке объекта в направлении хода света. В параксиальной области плоскопараллельная пластинка дает точечное изображение, если падающий пучок лучей является гомоцентрическим.

## 10. Ограничение пучков в оптических системах

Реальные оптические системы дают удовлетворительное изображение только при известном ограничении ширины действующих пучков лучей. Но даже и для идеальных систем, которые могли бы давать идеальное изображение плоского предмета при любом угле раскрытия пучков, ограничение ширины последних имеет существенное значение.

Каждая оптическая система предназначена для получения изображения на плоскости, объекты же в большинстве случаев трехмерны. Идеальная система тоже не могла бы дать изображения трехмерного объекта на плоскости. Действительно, отдельные точки трехмерного объекта находятся на разных расстояниях от оптической системы и им соответствуют сопряженные плоскости. Точка  $A$  (фиг. 39) дает резкое изображение  $A'$  в плоскости  $M'M'$ , сопряженной с плоскостью  $MM$ . Но точки  $B$  и  $C$  дают резкие изображения в точках  $B'$  и  $C'$ , а плоскости  $m'm'$  проектируются световыми кружками — кружками рассеяния, размер которых зависит от ограничения ширины пучков.

Если бы система не была ничем ограничена,



Фиг. 39

то пучки от точек  $B$  и  $C$  освещали бы плоскость  $M'M'$  равномерно, т. е. не получилась бы никакого изображения предмета.

В оптической системе изображается не сам предмет, а та плоская картинка, которая является проекцией предмета на некоторую плоскость  $MM$  (плоскость установки), сопряженную относительно системы с плоскостью изображения  $M'M'$ .

В качестве ограничителей световых пучков в оптических приборах и инструментах служат диафрагмы — материальные преграды с круглыми отверстиями, или же оправы линз, составляющих оптическую систему. От величины и положения диафрагм зависит отчетливость изображения, правильность рисунка и освещенность в плоскости изображения, т. е. светосила инструмента.

Центры отверстий диафрагм в оптических системах обычно расположены на оптической оси системы, плоскости диафрагм — перпендикулярны оптической оси.

Если оптическая система применяется совместно с глазом, то необходимо принимать во внимание положение и размеры зрачка глаза, так как зрачок глаза играет

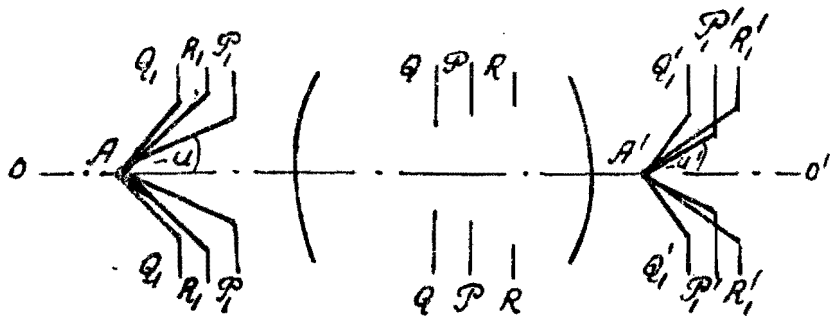
роль одной из диафрагм сложной системы: прибор плюс глаз.

Из всех лучей, которые выходят из точки объекта, имеют значение для образования изображения данной точки только те лучи, которые без задержек проходят сквозь систему, достигая плоскости изображения.

## 11. Апертурная диафрагма, входной и выходной зрачки

Диафрагма, ограничивающая поперечные размеры световых пучков, проходящих через систему, называется апертурной или действующей диафрагмой. Для нахождения ее необходимо построить в пространстве предметов изображения всех диафрагм системы, включая оправы линз. Изображение диафрагмы, видимое из точки пересечения предмета с оптической осью под наименьшим углом, будет определять собою действующую или апертурную диафрагму. Лучи, идущие вне этого наименьшего угла, не могут достигнуть изображения, так как на пути будут задерживаться непрозрачной диафрагмой, изображение которой в пространстве предметов видимо из центра предмета под наименьшим углом. На фиг. 40  $PP'$ -действующая

диафрагма, так как ее изображение  $P_1P_1'$  видно из центра предмета  $A$  под наименьшим углом  $u$ .



Фиг. 40

Изображение действующей диафрагмы в простран-

стве предметов называется *входным лучком*.

Действующую диафрагму можно найти путем построения изображения всех диафрагм в пространстве изображений. Изображение диафрагмы, видится под наименьшим углом из центра изображения, называется *выходным лучком* и определяет собой действующую, или апертурную диафрагму.

Входной и выходной лучки сопряжены друг с другом относительно всей системы. На фиг. 40  $P_1' P_1'$  - выходной лучок.

Угол  $P_1 A P_1$ , равный  $2u$ , опирающийся на диаметр входного лучка с вершиной в центре объекта, называется *апертурным углом в пространстве предметов*. Угол  $P_1' A' P_1'$ , равный  $2u'$ , опирающийся на диаметр выходного лучка с вершиной в центре изображения  $A'$ , называется *апертурным углом в пространстве изображений*.

Для идеальных систем апертурные углы  $u$  и  $u'$  связаны соотношением:

$$\operatorname{tg} u' = \frac{x}{f'} \operatorname{tg} u. \quad (52)$$

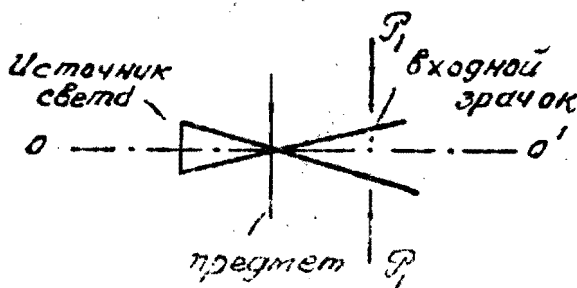
Лучи, проходящие через центры входного и выходного лучков, называется *главными лучами*. Главным лучом в пространстве предметов будут сопряжены главные лучи в пространстве изображений.

Материальная диафрагма, служащая в качестве действующей; или апертурной, может находиться как внутри оптической системы, так и вне ее. В качестве действующей диафрагмы может служить оправа объектива

ва, которая будет являться одновременно и входным зрачком.

Если оптическая система служит для наблюдения совместно с глазом, то при определении действующей диафрагмы следует учитывать зрачок глаза. Если зрачок глаза меньше выходного зрачка оптической системы, то не весь пучок лучей, выходящих из оптической системы, пройдет через входной зрачок глаза. В этом случае действующей диафрагмой и выходным зрачком оптической системы плюс глаз будет служить входной зрачок глаза.

Если объект наблюдения не является самосветящимся телом, а освещается некоторым источником света, то при определении действующей диафрагмы следует учитывать размеры и положение источника света. При малых размерах источника света может случиться, что через систему будет проходить меньший пучок света, чем это допускается действующей диафрагмой. В этом случае действующей диафрагмой и входным зрачком будет служить поверхность источника света, как это показано на фиг. 41.



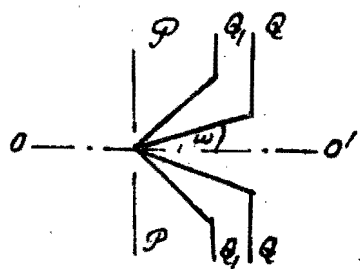
Фиг. 41

## 12. Диафрагма поля зрения

Диафрагма поля зрения служит для ограничения изобразяемого оптической системой пространства. Диафрагма поля определяется

наименьшим углом поля зрения согласно следующему: если построить изображения всех диафрагм системы в пространстве предметов и и соединить центр входного зрачка с краями всех изображений диафрагм, то наименьший угол  $\omega$  определит изображение диафрагмы поля зрения. На фиг. 42

$PP$ -входной зрачок,  $QQ$ -изображение диафрагмы поля зрения, так как угол  $\omega$  является наименьшим углом, получаемым при соединении центра входного зрачка с краями изображений всех диафрагм.



Фиг. 42

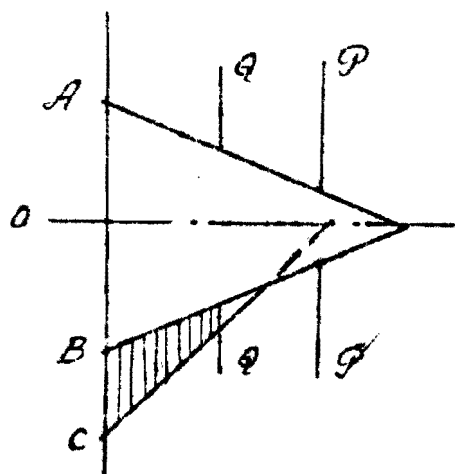
Изображение диафрагмы поля зрения  $QQ$  в пространстве предметов называется входным окном или входным люком оптической системы. Изображение диафрагмы поля зрения в пространстве изображений называется выходным окном или выходным люком оптической системы.

В сложных системах с большим числом диафрагм и оправ может оказаться два входных люка.

Угол  $2\omega$ , под которым из центра входного зрачка виден диаметр входного окна, называется углом поля зрения в пространстве предметов; угол  $2\omega'$ , под которым из центра входного зрачка виден диаметр выходного окна, называется углом поля зрения в пространстве изображений. Угол поля зрения в пространстве предметов имеет вершину в центре входного зрачка и опирается на диаметр входного окна; угол поля зрения

в пространстве изображений имеет вершину в центре выходного зрачка и опирается на диаметр выходного окна.

При весьма малом диаметре входного зрачка входное окно (фиг. 43) ограничивает ту часть пространства (объекта АВ), для которой через данную оптическую систему может быть получено изображение при определенном положении системы. Главный луч, идущий из точки С пространства предметов, проходящий вне окна QQ, встретит непрозрачную часть диафрагмы поля зрения и не будет участвовать в создании изображения этой точки.

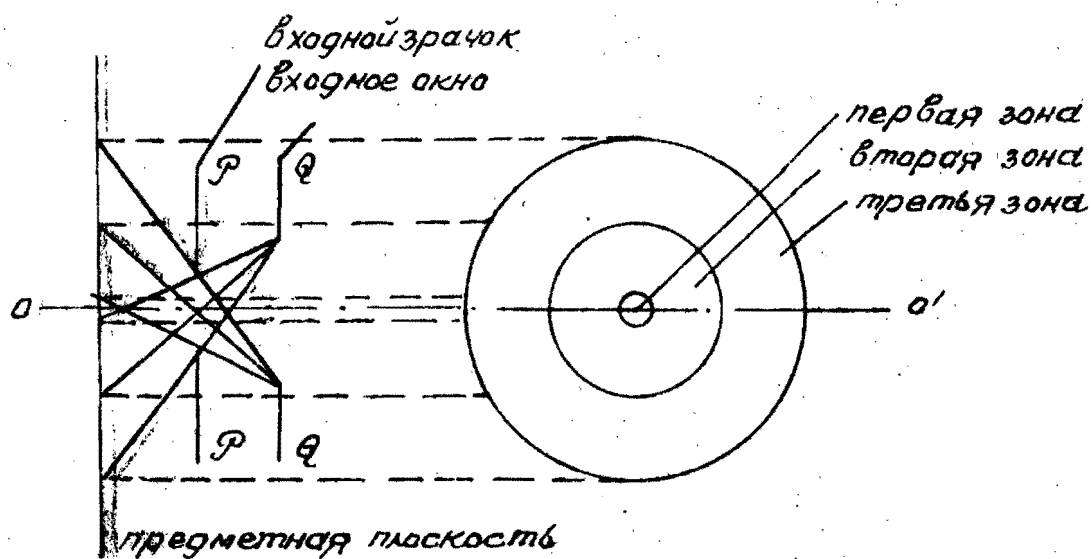


Фиг. 43

Если диаметр входного зрачка имеет конечные (т.е. не очень малые) размеры, то ограничение поля зрения происходит значительно сложнее. В этом случае диафрагма поля зрения и окна неполностью определяют угол поля зрения. Существуют точки объекта, для которых главные лучи не могут пройти через систему, тем не менее изображения этих точек могут быть получены лучами пучка, проникающими через внеосевые точки входного зрачка. При этом изображения точек, различно удаленных от оси системы, будут иметь различные освещенности: чем дальше удалена изображаемая точка от оси системы, тем менее освещено ее изображение. Явление постепенного затенения пучков лучей носит название **виньетирования**.

В соответствии с количественными значе-

ниями затенения изображаемое поле зрения разделяется на три зоны. Первая зона — средняя часть поля зрения, изображаемая полными пучками без затенения. Вторая — зона начала затенения; крайние точки этой зоны изображаются пучками, уменьшенными до половины. Третья зона — затененная; точки этой зоны изображаются пучками все меньших и меньших сечений; крайние точки этой зоны вообще не могут быть изображены, так как изображающие их пучки уменьшаются до нуля. На фиг. 44 представлены все три зоны.



Фиг. 44

Виньетирование не будет иметь места в двух случаях:

1) когда диаметр входного зрачка обращается в точку и сквозь систему могут проходить только главные точки, в этом случае изображение будет чрезвычайно слабым;

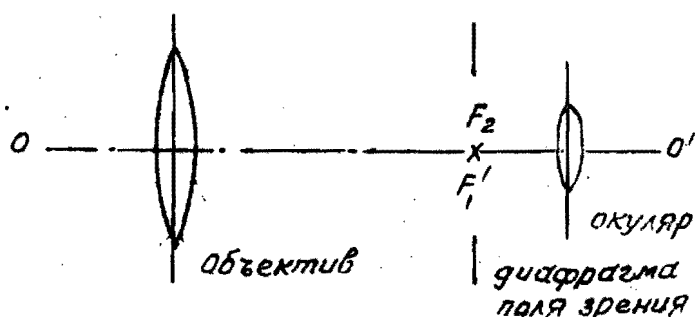
2) при диаметре входного зрачка конечного размера виньетирование будет отсутствовать, если входное окно совпадает с плоскостью объекта; в этом случае все точки поля зрения изображаются полными незатененными пуч-



ками лучей. Входное окно резко ограничивает поле зрения.

В качестве примера рассмотрим зрительную трубу.

Зрительная труба состоит из объектива и окуляра с диафрагмой в первом главном фокусе окуляра. Объектив и окуляр устанавливаются один относительно другого таким образом, что второй главный фокус объектива совпадает с первым главным фокусом окуляра (фиг. 45).



Фиг. 45

В зрительной трубе изображаются весьма удаленные предметы, т. е. можно считать, что в трубу попадают параллельные пучки лучей. Поэтому оправа объектива будет определять сечение попадающего в систему пучка лучей, т. е. будет служить входным зрачком системы и одновременно действующей диафрагмой. Изображение этой оправы, даваемое окуляром в пространстве изображений, будет выходным зрачком системы.

Материальная диафрагма, находящаяся в фокальной плоскости окуляра, будет диафрагмой поля зрения. Ее изображение, даваемое объективом на бесконечности, будет входным люком, ее изображение, даваемое окуляром, будет выходным люком трубы.

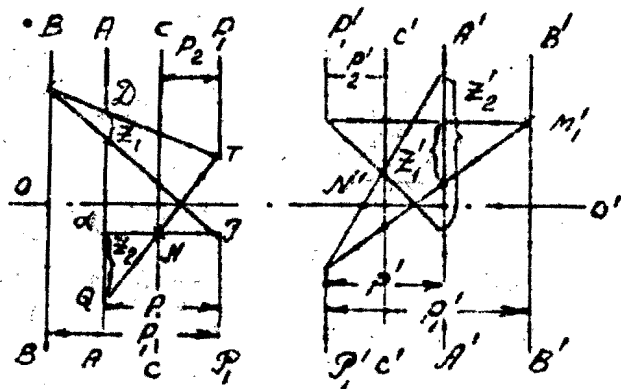
Входное окно совпадает с объективом, поэтому ограничение поля зрения будет резким без виньетирования.

### 13. Глубина резко изображаемого пространства

Назовем плоскость, сопряженную плоскости установки или плоскости наведения, картинной плоскостью. Изображения точек предмета, лежащих вне плоскости наведения, дают в картинной плоскости кружки рассеяния. При определенных условиях эти кружки рассеяния могут быть приняты за точки. Размеры кружков рассеяния зависят от диаметра входного луча и от того, насколько удалены точки предмета от плоскости наведения. Установив для размеров кружков некоторые нормы, при которых изображение считается резким, мы можем найти предельные удаления точек пространства от плоскости наведения.

На фиг. 46  $AA'$  и  $A'A'$  — две сопряженные плоскости: плоскость

наведения и картинная плоскость;  $P_1P_1'$  — входной лучок системы;  $P_2P_2'$  — выходной лучок системы. Плоскости  $VV'$  и  $CC'$  не лежат в плоскости наведения, но изображения их точек рассматриваются в картинной плоскости;



Фиг. 46

$2\alpha$  — диаметр входного луча;  $2\alpha'$  — диаметр выходного луча.

Отрезки  $p_1$ ,  $p$  и  $p_2$  — расстояния от плоскостей  $VV'$ ,  $AA'$  и  $CC'$  до плоскости входного луча; отрезки  $p_1'$ ,  $p'$  и  $p_2'$  — расстояния от сопряженных плоскостей  $V'V'$ ,  $A'A'$  и  $C'C'$  до плоскости выходного луча.  $M$  и  $N$  — точки

на плоскостях  $ВВ$  и  $СС$ , перспективные изображения которых рассматриваются на картинной плоскости;  $Z_1$  и  $Z_2$  - диаметры кружков рассеяния в плоскости наведения, даваемых световыми пучками, проходящими через систему из точек  $M$  и  $N$ . Точки  $M'$  и  $N'$  - сопряженные точки на плоскостях  $В'В'$  и  $С'С'$ ;  $Z'_1$  и  $Z'_2$  - диаметры соответственных кружков рассеяния в картинной плоскости.

Очевидно,

$$Z'_1 = \beta Z_1 \quad \text{и} \quad Z'_2 = \beta Z_2, \quad (63)$$

где  $\beta$  - поперечное увеличение в плоскостях  $АА$  и  $А'А'$ . Из подобных треугольников  $MDE$  и  $MTJ$ , а также  $N'QO$  и  $N'TU$  можно написать:

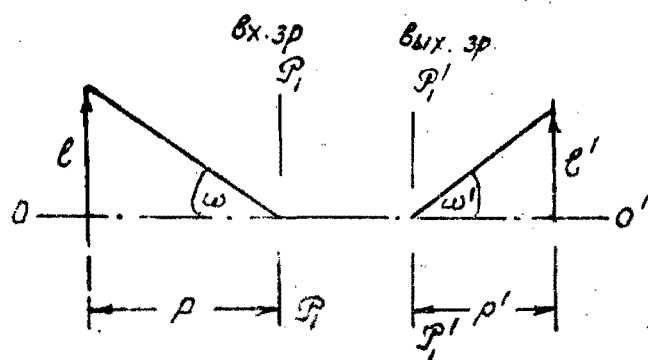
$$\frac{Z_1}{2\alpha} = \frac{P_1 - P}{P_1} \quad \text{и} \quad \frac{Z_2}{2\alpha} = \frac{P - P_2}{P_2}, \quad (64)$$

откуда

$$Z_1 = 2\alpha \frac{P_1 - P}{P_1} \quad \text{и} \quad Z_2 = 2\alpha \frac{P - P_2}{P_2}. \quad (65)$$

Диаметры кружков рассеяния в сопряженных плоскостях будут равны:

$$Z'_1 = 2\beta\alpha \frac{P_1 - P}{P_1} \quad \text{и} \quad Z'_2 = 2\beta\alpha \frac{P - P_2}{P_2}. \quad (66)$$



Фиг. 47

Эти формулы можно еще несколько преобразовать. Пусть  $e$  - размеры предмета в плоскости наведения (фиг. 47),  $e'$  - размеры изображения,  $\omega$  и  $\omega'$  - углы, под которыми

видны предмет и изображение из центров входного и выходного зрачков.

Тогда:

$$\operatorname{tg} \omega = \frac{e}{p}, \quad \operatorname{tg} \omega' = \frac{e'}{p'}$$

или

$$e = p \operatorname{tg} \omega; \quad e' = p' \operatorname{tg} \omega'. \quad (67)$$

Разделив оба равенства друг на друга, получим:

$$\frac{e'}{e} = \frac{p'}{p} \cdot \frac{\operatorname{tg} \omega'}{\operatorname{tg} \omega},$$

но

$$\frac{e'}{e} = \beta,$$

а  $\frac{\operatorname{tg} \omega'}{\operatorname{tg} \omega} = \gamma_p$  - угловое увеличение в эрочках. Отсюда:

$$\beta = \frac{p'}{p} \gamma_p. \quad (68)$$

Подставляя  $\beta$  в выражения (66), получаем:

$$z_1' = 2\alpha \frac{p_1 - p}{p_1} \cdot \frac{p'}{p} \gamma_p \quad \text{и} \quad z_2' = 2\alpha \frac{p - p_2}{p_2} \cdot \frac{p'}{p} \gamma_p. \quad (69)$$

Из этих формул следует, что диаметры кружков рассеяния зависят прямо пропорционально от диаметра входного эрочка и от координат  $p$ ,  $p'$ ,  $p_1$  и  $p_2$ . Вопрос о допустимых размерах диаметров кружков  $z_1'$  и  $z_2'$  решается различно в зависимости от назначения прибора.

В качестве примера рассмотрим фотографический объектив.

Фотоснимок, получаемый при помощи фотообъектива, должен производить впечатление естественной перспективы. Это условие называется условием ортоскопии. Условие ортоскопии, очевидно, выполняется в том случае, если фотоснимок рассматривается глазом под тем же углом, под каким виден предмет из входного эрочка объектива.

Согласно фиг. 48:  $\angle ACB = \angle A'C'B'$

или

$$\operatorname{tg} \omega = \frac{e}{\rho} = \frac{e'}{\rho'}$$

Если  $\rho' = \mathcal{D}$ , то  $e' = \mathcal{D} \operatorname{tg} \omega$ , но так как  $\beta = \frac{e'}{e} = \frac{\rho'}{\rho}$ ,  
то

$$\beta = \frac{\mathcal{D}}{\rho} \quad (70)$$

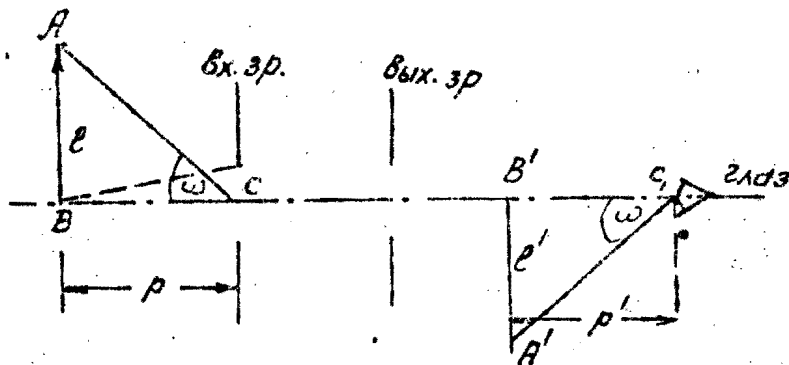


Рис. 43

Положая, что  $\mathcal{D}$ -расстояние наилучшего видения для глаза, а  $\varepsilon$ -угловая величина изображения кружка рассеяния, можем написать:

$$z_1' = z_2' = \mathcal{D}\varepsilon = \beta z_1 = \beta z_2,$$

откуда:

$$z_1 = z_2 = \frac{\mathcal{D}\varepsilon}{\beta}$$

Принимая во внимание (70):

$$z_1 = z_2 = \rho\varepsilon. \quad (71)$$

Подставляя (71) в выражения (65), получим:

$$\rho\varepsilon = 2\alpha \frac{\rho_1 - \rho}{\rho_1}; \quad \rho\varepsilon = 2\alpha \frac{\rho - \rho_2}{\rho_2}$$

Из этих выражений найдем:

$$\rho_1 = \frac{2\alpha\rho}{2\alpha - \rho\varepsilon} \quad \text{и} \quad \rho_2 = \frac{2\alpha\rho}{2\alpha + \rho\varepsilon} \quad (72)$$

Разности  $\Delta_1 = \rho_1 - \rho$  и  $\Delta_2 = \rho - \rho_2$  называются соответственно задней и передней глубинами фокусобиъектива:

$$\Delta_1 = \rho_1 - \rho = \frac{\rho^2\varepsilon}{2\alpha - \rho\varepsilon} \quad \text{и} \quad \Delta_2 = \frac{\rho^2\varepsilon}{2\alpha + \rho\varepsilon} \quad (73)$$

Зная  $\alpha$  и  $\varepsilon$ , можно определить переднюю

и заднюю глубину объектива для данной плоскости наведения, определяемой отрезком  $p$ .

Из условий (73) можно найти начало бесконечности, т.е. такую плоскость наведения, определяемую отрезком  $p_0$ , для которой задняя глубина  $\Delta_1 = \infty$ .

Из (73)  $\Delta_1 = \infty$  при  $2a = p_0 \varepsilon$ , откуда  $p_0 = \frac{2a}{\varepsilon}$ . Переднюю глубину (или передний план) можно найти из (72):

$$p_2 = \frac{2ap_0}{2a + 2a} = \frac{p_0}{2}. \quad (74)$$

Следовательно, для начала бесконечности расстояние передней глубины равно половине расстояния от плоскости наведения до входного зрачка.

Полная глубина резко изображаемого пространства будет равна:

$$\Delta = \Delta_1 + \Delta_2 = \frac{4ap^2}{4a^2 - p^2\varepsilon^2}.$$

Из фиг. 48 для идеальной системы  $\frac{a}{p} = \operatorname{tg} u$ , т.е.  $a = p \operatorname{tg} u$

$$\Delta = \frac{4p\varepsilon \operatorname{tg} u}{4 \operatorname{tg}^2 u - \varepsilon^2}. \quad (75)$$

Следовательно, глубина резко изображаемого пространства для фотообъектива тем больше, чем меньше апертурный угол или чем меньше диаметр входного зрачка. Отсюда, при диафрагмировании глубина резко изображаемого пространства увеличивается.

Пользуясь формулой  $p_0 = \frac{2a}{\varepsilon}$  и принимая  $\varepsilon = 1' \cong 0,0003$ , можно получить таблицу значений  $p_0$ :

Таблица 1

$2\alpha$ в мм	2	5	10	20
$R_0$ в метрах	6,67	17,19	34,38	68,76

По формулам (72) и (73) можно составить таблицу для  $\Delta$  и  $R_2$  при данных  $R$  и  $2\alpha$ .

Пологая  $2\alpha = 20$  мм, получим (табл. 2):

Таблица 2

$R$ метров	$\Delta$ метров	$R_2$ метров
1	0,029	0,986
5	0,729	4,66
10	2,97	8,73
15	6,86	11,3
20	12,7	15,5
30	32,2	20,9

Таким образом видим, что глубина резко изображаемого пространства не зависит от фокусного расстояния объектива.

В качестве второго примера рассмотрим телескопическую систему.

В телескопической системе для получения резкости изображения необходимо, чтобы диаметры кружков рассеяния  $Z'_1$  и  $Z'_2$ , наблюдаемых из центра выходного зрачка, не превосходили некоторого значения  $\epsilon$ .

Из формул (69) можно написать:

$$\frac{Z'_1}{r'} = \epsilon = \frac{2\alpha(r_1 - r)}{r_1 r} \gamma_r; \quad \frac{Z'_2}{r'} = \epsilon = \frac{2\alpha(r - r_2)}{r_2 r} \gamma_r.$$

Пологая  $r_1 = \infty$ , можем найти  $R_0$ :

$$\epsilon = \frac{2\alpha}{R_0} \gamma_r$$

$$\rho_0 = \frac{2a}{\varepsilon} \gamma_p \quad (76)$$

Для  $\rho_2$  находим:

$$\rho_2 = \frac{a}{\varepsilon} \gamma_p = \frac{1}{2} \rho_0.$$

Однако, в силу аккомодации глаза, глубина резко изображаемого пространства будет несколько больше.

#### 14. Телецентрический ход главных лучей

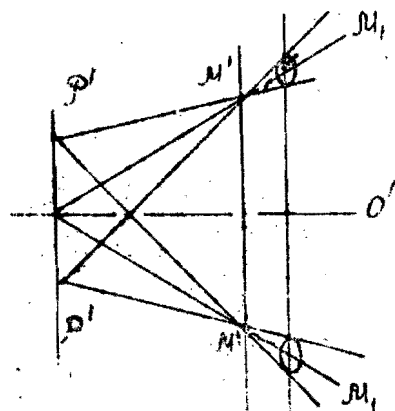
Телецентрическим называется такой ход главных лучей, при котором они идут параллельно оптической оси. Если главные лучи идут параллельно оптической оси в пространстве предметов, то ход лучей будет телецентрическим со стороны предметов. Если же главные лучи идут параллельно оптической оси в пространстве изображений, то ход лучей будет телецентрическим в пространстве изображений.

Телецентрический ход лучей может быть осуществлен в первом случае, если входной зрачок находится в бесконечности, а выходной совпадает со второй фокальной плоскостью; во втором случае - входной зрачок должен совпасть с первой фокальной плоскостью, а выходной - находиться в бесконечности. Применение телецентрического хода лучей позволяет исключить влияние ошибки параллакса при измерении объектов.

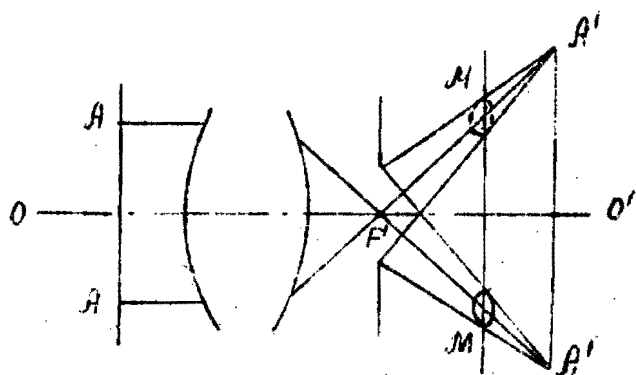
Действительно, пусть на фиг. 49  $p/p'$  - выходной зрачок,  $M'M'$  - плоскость изображения измеряемого объекта,  $M, M_1$  - шкала, не совпадающая с плоскостью изображения. Очевидно, при измерении вследствие ошибки параллакса, будет



измерено расстояние не между точками  $M'M'$ , а между точками  $M, M_1$  - центрами кружков рассеяния, соответствующими точками  $M'$  и  $M'$  в плоскости шкалы. Ошибка, возникающая при таком измерении, исключается при телецентрическом ходе лучей со стороны предметов.



Фиг. 49



Фиг. 50

Действительно, пусть на фиг. 50  $AA$  - предмет,  $A'A'$  - его изображение, даваемое главными лучами,  $MM$  - шкала, не совпадающая с плоскостью  $A'A'$ . При перемещении предмета вдоль оси положение главных лучей в пространстве изображений не меняется, поэтому можно рассматривать плоскости  $A'A'$  и  $MM$  как две плоскости, соответствующие двум положениям предмета  $AA$  в пространстве предметов. Очевидно, принимая за истинное положение плоскость  $MM$  и рассматривая на ней центры кружков рассеяния, даваемые точками  $A'A'$  получим точки  $MM$  при наличии параллакса.

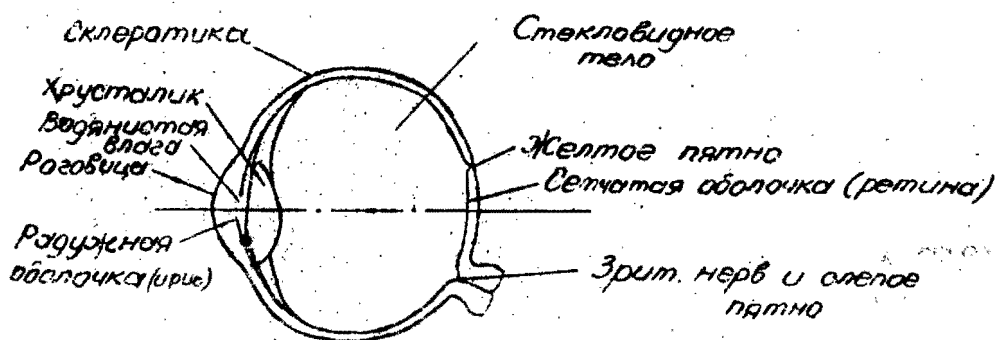
Телецентрический ход лучей в пространстве изображений выгодно применять в системах с дальномерными устройствами.

## IV. ГЛАЗ И ЗРЕНИЕ

### 1. Оптическая схема глаза

Большая группа оптических приборов служит пособием глазу. Поэтому при конструировании и расчете этих приборов необходимо знать устройство и свойства глаза.

Оптическая система глаза исполняет такую же роль, как объектив в фотоаппарате. Глаз имеет, приблизительно, форму сферы диаметром около 25 мм.



Фиг. 51

На фиг. 51 схематически изображено горизонтальное сечение правого глаза.

Глазное яблоко окружено твердой оболочкой, которая только в передней, наиболее выпуклой, части прозрачна. Эта прозрачная часть называется роговой оболочкой, а белая, непрозрачная часть — белок называется

склеротикой. Непосредственно за роговой оболочкой расположена передняя камера глаза, наполненная водянистой влагой, заднюю стенку передней камеры образует радужная или ирисовая оболочка с круглым отверстием в середине, называемым зрачком глаза. Отверстие зрачка глаза может изменяться при помощи особых мускулов, благодаря чему регулируется количество света, попадающее в глаз. Это отверстие служит действующей диафрагмой в системе глаза. Радужная оболочка переходит в сосудистую, несущую кровеносные сосуды, питающие глаз. Позади радужной оболочки находится хрусталик, имеющий вид двояковыпуклой линзы, заключенный в тончайшую капсулу. Хрусталик имеет различную кривизну передней и задней поверхности и слоистое строение. Капсула хрусталика присоединена к сосудистой оболочке при помощи мышцы. Эта мышца называется аккомодирующей и позволяет изменять кривизну хрусталика. За линзой хрусталика лежит внутренняя полость глаза, заполненная стекловидным телом. Сосудистая оболочка в задней стенке глаза переходит в сетчатую оболочку или ретину. Сетчатая оболочка играет роль экрана, воспринимающего световое раздражение.

Сетчатка имеет очень сложное строение и состоит из нескольких слоев. Один из слоев является светочувствительным и состоит из палочкообразных и колбочкообразных элементов. Эти элементы расположены в шестиугольных клетках и обладают свойством выделять особое вещество, называемое глазным пурпуром, которое обесцвечивается под действием света, вследствие чего есть основание полагать, что эти элементы играют основную роль в процессе

приспособления чувствительности глаза к условиям освещения.

За сетчаткой находится пигментный слой, служащий для предохранения глаза от слишком сильных световых раздражений. Зерна пигмента могут проникать в слои сетчатки, поглощая значительную часть света, и таким образом защищают палочки и колбочки от воздействия света. Число палочек и колбочек весьма велико: палочек около 130 миллионов, колбочек — около 7 миллионов. Распределение палочек и колбочек на сетчатке неравномерно. В центральной части сетчатки преобладают колбочки, в периферической — палочки.

Часть сетчатки, лежащая вблизи визирной линии глаза (не совпадающей с его осью симметрии), называется **ж е л т ы м п я т н о м**. Желтое пятно диаметром около 1,25 мм является самой чувствительной частью глазного дна. В центральной ямке желтого пятна сосредоточено наибольшее количество колбочек. К каждому элементу (колбочке или палочке) в желтом пятне присоединяется окончание зрительного нерва и, таким образом, каждый элемент желтого пятна может воспринять отдельное зрительное впечатление.

В периферических частях сетчатки целые группы палочек и колбочек обуславливаются одним волокном зрительного нерва.

Линия, проходящая через заднюю узловую точку и центральную ямку желтого пятна, называется **о с ь ю г л а з а** или **в и з и р н о й л и н и е й**. Место сетчатки, где входит зрительный нерв, совсем не имеет светопримемных элементов и носит название **с л е п о г о п я т н а**. Диаметр слепого

пятна равен 2,5 мм.

Оптические характеристики для среднего глаза в состоянии покоя, т.е. при наименьшем напряжении аккомодирующей мышцы и в состоянии напряжения, т.е. при наибольшем напряжении аккомодирующей мышцы, приведены в табл. 3.

Таблица 3

Оптическая характеристика	В покое	Постоянные	При наибольшем напряжении
<u>Показатели преломления</u>			
Роговая оболочка		1,376	
Водянистая и стекловидная влага		1,336	
Хрусталик		1,386	
<u>Расстояние от вершины роговой оболочки, мм</u>			
Передняя точка роговой оболочки		0	
Задняя точка роговой оболочки		0,5	
Передняя поверхность хрусталика	3,6		3,2
Задняя поверхность хрусталика		7,2	
<u>Радиусы поверхностей, мм</u>			
Передней роговой оболочки		7,7	
Задней		6,8	
Передней поверхности хрусталика	10		5,33
Задней	-6		-5,33

Продолжение табл. 3

Оптическая характеристика	В лакое	Постоян- ные	При наи- большем напряже- нии
<u>Для всей системы глаза, мм</u>			
Оптическая сила в диоптриях	58,64		40,57
Расстояние первой главной точки	1,348		1,772
Расстояние второй главной точки	1,602		2,086
Расстояние первого фокуса	-15,707		-12,397
Расстояние второго фокуса	24,387		21,016
Переднее фокусное расстояние	-17,055		-14,169
Заднее фокусное расстояние	22,735		18,930
Расстояние центральной ямки		24	
Расстояние входного зрачка	3,047		2,668
Расстояние выходного зрачка	3,667		3,212
Увеличение в зрачках	0,909		0,941*

При расчетах пользуются упрощенной схемой приведенного глаза на основании следующих положений:

1. Главные точки глаза считаются совпадающими.
2. Оптическая система заменяется одной

эквивалентной преломляющей поверхностью.

3. Вещество глаза имеет один показатель преломления.

4. Линейная величина изображения на сетчатке равна величине изображения, даваемой в системе приведенного глаза.

Приведенный глаз имеет следующие постоянные, отнесенные к глазу, находящемуся в состоянии покоя;

преломляющая сила в диоптриях	58,48
длина глаза, мм	22,2
радиус кривизны преломляющей поверхности, мм	5,7
показатель преломления среды	1,33
радиус кривизны сетчатки, мм	9,7

## 2. АККОМОДАЦИЯ ГЛАЗА

Как указано, глаз может ясно видеть предметы, лежащие на различных от него расстояниях, что достигается путем аккомодации глаза. Нормальный глаз может наблюдать предметы бесконечно удаленные и весьма близкие. Наблюдение удаленных предметов происходит при меньшем напряжении аккомодирующих мышц, чем наблюдение близлежащих предметов. При аккомодации глаза изменяется величина радиусов кривизны хрусталика, особенно его передней преломляющей поверхности.

Второй главный фокус нормального глаза в спокойном, ненапряженном состоянии находится на сетчатке в центре желтого пятна. В этом состоянии глаз видит наиболее удаленные предметы. Наиболее удаленную точку, которую глаз видит в спокойном состоянии,

называют дальней точкой ясного зрения (видения); точку, которую можно видеть при наибольшей аккомодации глаза, называют ближней точкой ясного видения. Кроме того, для глаза имеется расстояние наилучшего видения, принимаемое равным 250 мм, на которое аккомодуется глаз при работе.

Если обозначить через  $p$  - расстояние до ближней точки глаза и через  $z$  - расстояние до дальней точки, то величина  $\frac{1}{p}$  и  $\frac{1}{z}$  определяет сходимости или рефракции  $P$  и  $R$  глаза, которые могут быть выражены в диоптриях. Разность:

$$A = P - R \quad (78)$$

называется шириной аккомодации и выражается в диоптриях.

Ширина аккомодации изменяется с возрастом человека по абсолютной величине весьма закономерно, как указано в табл. 4.

Таблица 4

Возраст в годах	$P$ , см	$R$ , д	$z$ , см	$R$ , д	$A$ , д
10	-7,1	-14	$\infty$	0	14
15	-8,3	-12	$\infty$	0	12
20	-10,0	-10	$\infty$	0	10
25	-11,8	-8,5	$\infty$	0	8,5
30	-14,3	-7,0	$\infty$	0	7,0
35	-18,2	-5,5	$\infty$	0	5,5
40	-22,2	-4,5	$\infty$	0	4,5
45	-28,6	-3,5	$\infty$	0	3,5
50	-40,0	-2,5	$\infty$	0	2,5
55	-66,6	-1,5	400	0,25	1,75
60	-200	-0,5	200	0,5	1,0
65	+400	+0,25	133	0,75	0,5
70	+100	+1,00	80	1,25	0,25
75	+57	+1,75	57,1	1,75	0,0
80	+40	+2,5	40	2,5	0,0

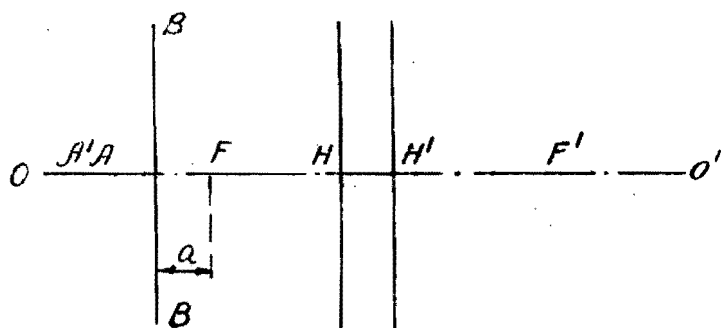


В соответствии с шириной аккомодации, кривизна изображения в оптических приборах допускается равной половине ширины аккомодации глаза наблюдателя среднего возраста, т.е. 2-3 диоптриям.

Нормальным или эметропическим глазом называется глаз, который в спокойном состоянии аккомодирован на бесконечность. При нарушениях аккомодации глаз называется аметропическим.

Умеются два вида нарушения аккомодации: миопия или близорукость, при которой глаз в спокойном состоянии аккомодирован на конечное расстояние, т.е. дальняя точка глаза находится на конечном от глаза расстоянии, и гиперметропия, при которой ближняя точка глаза находится на весьма большом расстоянии от глаза.

Аметропия корректируется при помощи очковых линз. Расчет очковых линз производится следующим образом.



Фиг. 52

Пусть на фиг. 52  $F$  и  $F'$  — главные фокусы глаза,  $A$  — предмет,  $BB$  — линза, находящаяся на расстоянии „ $a$ “ от первого главного фокуса глаза (при этом полагаем, что линза бесконечно тонкая). При помощи линзы мы получаем изображение  $A'$  точки  $A$ . Пусть  $AF = x$ ;  $A'F = x'$ .

Для определения оптической силы линзы  $BB$  воспользуемся формулой 16. Полагая  $f = f'$ ;  $s = x - a$  и  $s' = x' - a$ ,

можем написать:

$$\frac{1}{x' - \alpha} - \frac{1}{x - \alpha} = \frac{1}{f'} = \varphi'$$

При этом желательно выбрать такое расстояние  $\alpha$ , чтобы увеличение  $\beta$  от введения линзы не менялось.

Рассматривая предмет глазом, можно написать получаемое линейное увеличение:

$$\beta_1 = -\frac{f}{x}$$

Увеличение  $\beta_2$  предмета линзой будет равно:

$$\beta_2 = \frac{x' - \alpha}{x - \alpha}$$

Увеличение предмета  $\beta$  при рассмотрении глазом, вооруженным линзой, будет равно:

$$\beta = -\frac{f}{x'} \cdot \frac{x' - \alpha}{x - \alpha}$$

Все это должно быть равно  $\beta_1$ , т.е.  $\alpha$  должно быть равно нулю и формула для очковой линзы принимает вид:

$$\varphi' = \frac{1}{x'} - \frac{1}{\alpha}, \quad (79)$$

где, как указано,

$\varphi'$  — оптическая сила очковой линзы,

$\frac{1}{x'}$  — рефракция глаза относительно переднего фокуса,

$\frac{1}{\alpha}$  — рефракция системы глаз плюс линза.

Например, если рефракция глаза равна  $-4D$ , т.е.  $x' = -250$  мм, а глаз необходимо скорректировать на бесконечность, то  $x = -\infty$  и

$$\varphi' = -\frac{1}{250} = -4D -$$

— оптическая сила очковой линзы.

В очковой оптике удобнее производить расчеты не с общей рефракцией, а с вершинной рефракцией и вершинной оптической силой, т.е. обратной величиной соответствующих отрезков относительно вершин преломляющих поверхностей.

К явлениям близорукости и дальнозоркости иногда присоединяется еще один недостаток — астигматизм. Астигматизм вызывается большей частью неодинаковой кривизной роговицы в двух взаимноперпендикулярных направлениях. Исправление астигматизма достигается цилиндрическими или торическими линзами.

### 3. Адаптация

Отношение воспринимаемой глазом максимальной яркости к минимальной достигает необычайно большой величины порядка миллионов. При восприятии различных освещенностей в зрительном аппарате происходят изменения, позволяющие глазу приспособляться к различным условиям освещенности. Совокупность этих изменений называется адаптацией. Прежде всего при изменениях освещенности изменяется диаметр входного зрачка глаза, как указано в табл. 5.

Таблица 5

Освещенность, люкс	Диаметр входного зрачка, мм.
0	7,55
0,1	6,58
1	5,83
10	4,97
100	3,92
1000	3,09
2500	2,60

Эти изменения должны быть приняты во внимание при расчетах оптических систем, действующих в ночное и дневное время.

Изменение зрачка глаза происходит в неодинаковые промежутки времени: сужение происходит очень быстро, расширение — весьма медленно (до 2 минут).

Второй реакцией на большие освещенности сетчатки является разложение и обесцвечивание зрительного пурпура наружных члеников палочек, после чего палочки выводятся временно из строя и зрение осуществляется лишь посредством колбочек.

Колбочки являются дневным элементом зрительного аппарата, палочки — ночным. При переходе в темноту колбочки не воспринимают малых освещенностей и наступает временная слепота, так как восстановление временного пурпура палочек требует некоторого времени (до 40 сек).

Дневной и ночной зрительные аппараты отличаются следующими особенностями.

1. Пороговая чувствительность к освещенностям и их изменениям у ночного аппарата во много раз больше, чем у дневного. Глаз реагирует на освещенность в  $10^{-9}$  люкс (света на расстоянии 30 км).

2. Спектральная чувствительность ночного и дневного аппарата различна: максимум чувствительности ночного аппарата ближе к синей части спектра — 510 мкм, максимум чувствительности дневного аппарата ближе к красной части спектра — 570 мкм. При расчетах оптических систем берется средняя величина максимума спектральной чувствительности глаза, равная 555 мкм,

т.е. желто-зеленая область спектра.

Дневной зрительный аппарат более чувствителен к различию оттенков цвета, ночной зрительный аппарат не позволяет воспринимать переходные тона.

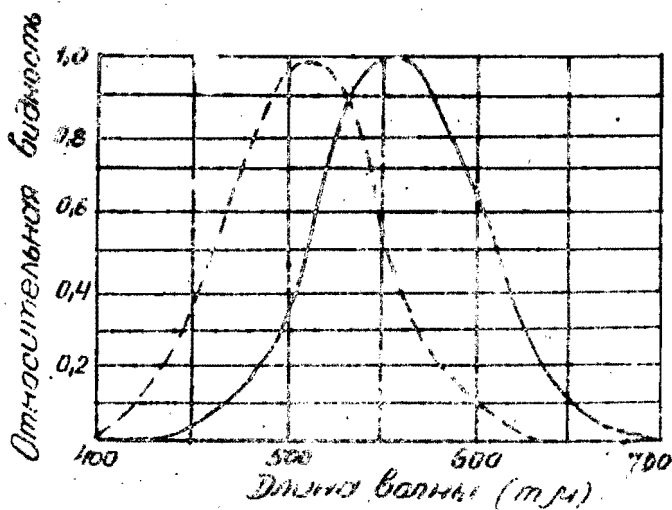
3. Острота зрения и разрешающая способность значительно больше для дневного аппарата.

#### 4. Глазомерная оценка яркости и цвета

Изменение спектральной чувствительности глаза наблюдается только в периферической части сетчатки и не наблюдается в области центральной ямки в пределах  $\pm 5^\circ$ .

Чувствительность глаза к цветам численно выражается в люменах на ватт и называется *в и д н о с т ь ю*. Для лучей  $\lambda = 0,555 \text{ мк}$  видность глаза равна  $617 \text{ лм/Вт}$  или  $6,17 \cdot 10^{-5} \text{ лм.сек/э}$  (максимальная видность). Для других длин волн видность выражается по отношению к максимальной видности, принимаемой за единицу; значения относительной видности для других длин волн приведены на фиг. 53.

Относительная видность дневного (белого) света приблизительно равна 0,14. На фиг. 53 пунктирная кривая показывает видность глаза при сумеречном свете для периферического зрения.



Фиг. 53

Следует отметить, что до 4% мужчин имеют цветовую слепоту, которая выражается в неспособности различать ряд цветов или оттенков (красный от синего и т.п.). Цветовая слепота является препятствием для работы с сигнализацией, колориметрией, живописью и т.п.

Чувствительность глаза по отношению к яркости характеризуется тремя величинами: абсолютным, разностным и верхним порогом чувствительности.

Абсолютным порогом чувствительности глаза называется наименьшая яркость, способная вызывать световое ощущение.

Абсолютный порог чувствительности зависит от ряда причин. Наибольшее влияние оказывает адаптация. Для глаза, адаптированного к яркому дневному свету, абсолютный порог приблизительно равен 30 мсб /для белой светящейся поверхности, видимой под углом 10°. Для глаза, адаптированного к темноте, характеристика абсолютного порога чувствительности приведена в табл. 6, показывающей, что абсолютный порог зависит от величины светящейся поверхности и продолжительности раздражения.

Разностным порогом чувствительности глаза называется наименьшая разность между двумя сравниваемыми яркостями, лежащая на пределе ее различимости. Разностный порог называется также порогом контрастной чувствительности и порогом различной чувствительности.

Площадь светящейся поверхности, см <sup>2</sup>	Расстояние от глаза, см	Угол зрения	Пороговая яркость мсб	Продолжительность раздражения, сек	Пороговая яркость для площ. 9 см <sup>2</sup> на расстоянии 35 см, мсб
0,00735	300	1,2	2,29	0,002	0,115
0,00785	35	9,8	0,076	0,011	0,0142
0,04	35	19,6	0,0090	0,034	0,0039
0,25	35	50	0,00211	0,160	0,00226
1,00	35	1°30'	0,00077	0,500	0,00113
4,00	35	3°16'	0,000325	1,000	0,00083
9,00	35	4°54'	0,000143	2,000	0,000245
36,0	35	9°44'	0,000082	4,000	0,000201
144,0	35	18°56'	0,000056		0,000143

Данные первых четырех столбцов табл. 6 приведены для продолжительности светового раздражения, равного бесконечности.

Разностный порог выражается в долях или процентах абсолютного значения яркости. Разностный порог может достигать до 1% и до 0,5% для лучей различных длин волн. Разностный порог определяет погрешность световых измерений в той части, которая зависит от глаза. Разностный порог зависит от условий яркости светового поля и длины волны света.

Верхним порогом чувствительности глаза называется наибольшая, переносимая без вреда для глаза, яркость. Величина этого порога зависит от степени адаптации глаза. В табл. 7 приведены значения слепящей яркости для различно адаптированного глаза.

Таблица 7

Яркость адаптирующего поля, мсб	Слепящая яркость, мсб	Отношение слепящей яркости к адаптирующей
0,0000032	13,0	4 070 000
0,0032	59,2	185 000
0,032	260	8 100
3,2	1100	3,50
320	4600	14,5
3200	340	3,1
16600	16600	1,0

В последней строке указана безусловная слепящая яркость при всякой адаптации. Дальнейшее усиление яркости, помимо болезненного ощущения, может вызвать разрушение светочувствительных элементов.

Оценка яркости глазом является субъективной и, по существу, качественной, а не количественной. Условия наблюдения играют существенную роль.



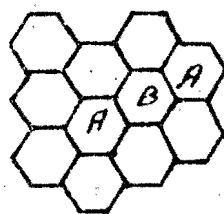
## 5. Разрешающая способность глаза

Для того чтобы глаз мог различить две точки отдельно одну от другой, необходимо, чтобы расстояние между этими точками было не меньше некоторой определенной величины, различной для разных глаз и условий наблюдения.

Минимальное расстояние между двумя точками, различаемыми раздельно, называется разрешаемым расстоянием глаза. Разрешающая способность глаза тем больше, чем меньше разрешаемое расстояние.

Разрешаемое расстояние для глаза может быть определено в угловой мере следующим образом.

Если изображения точек попадают на два светоприемных элемента сетчатки (А и А фиг. 54), разделенных третьим В, то глаз будет видеть эти точки раздельно. Диаметры светоприемных элементов колбочек и палочек колеблются от 2 до 6 мк.



Фиг. 54

Принимая в среднем диаметр светоприемного элемента равным 4 мк, а заднее фокусное расстояние глаза равным 22,5 мм, получим для разрешаемого расстояния  $\psi$ :

$$\psi'' = \frac{206265,004}{22,5} = 36''$$

Эта величина находится в соответствии с опытом. Однако разрешающая способность глаза при рассматривании несамоосветящихся объектов зависит от освещенности и от

контраста различаемых точек и фона. При различении двух черных точек на белом фоне, при различных освещенностях, получаются разрешаемые расстояния, приведенные в табл. 8

Таблица 8

Освещен., люкс	Разрешаемое расстояние, мм
0,01	7,15
0,1	3,76
1,0	1,21
10,0	0,74
50,0	0,52
100,0	0,51
200,0	0,50

Освещенность в 50 люксов является нормальной для работы с мелкими предметами.

Разрешающая способность понижается при наблюдении предметов боковым зрением.

Боковое зрение обладает значительно меньшей чувствительностью, чем зрение при пользовании центральной частью желтого пятна.

## 6. Наблюдение двумя глазами

При наблюдении окружающих предметов двумя глазами можно весьма правильно оценивать расстояния между предметами и видеть предметы стереоскопически, т.е. в глубину.

При оценке расстояний одним глазом производится сопоставление между предметами и оценка будет весьма приближенной. Расстояние оценивается одним глазом на основании:

1) ощущения изменения аккомодации глаза при наблюдении различно удаленных предметов;  
 2) сравнения освещенностей наблюдаемых предметов; оценки угловой величины наблюдаемых предметов и различаемых подробностей.

Зрение двумя глазами дает правильное пространственное стереоскопическое представление на основании следующего:

1) при фиксации обоих глаз на каком-либо объекте оба глаза аккомодируются на одно и то же расстояние, давая правое и левое изображения предмета;

2) конвергенция или сведение осей глаз в визируемой точке, сопровождается одновременной и соответствующей расстоянию до точки аккомодацией. При параллельных осях аккомодация равна нулю.

При наблюдении в биноклярную трубу глаз будет работать без утомления, если оси трубы параллельны и изображение находится в бесконечности.

Стереоскопический или пластический эффект глаза выражается через синус угла конвергенции:

$$\Pi = \sin \alpha = \frac{b}{d}, \quad (80)$$

где  $b$  - расстояние между двумя зрачками глаза,  
 $d$  - расстояние до предмета (рис. 55).

Расстояние  $b$  колеблется у человека от 58 до 65 мм, угол  $\alpha$  может принимать значения от  $30''$  до  $36^\circ$ , что соответствует расстоянию  $d$  от 450 м до 10 см. Расстояния свыше 450 м воспринимаются как бесконечно удаленные.

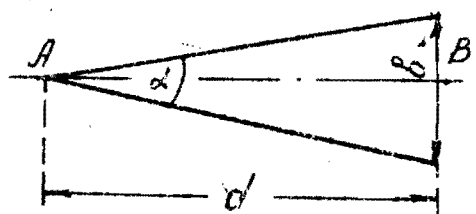


Рис. 55

## 7. Инерция аппарата зрения

Инерция аппарата зрения зависит от механизма восприятия светового раздражения центральной нервной системой. Это восприятие будет тем медленнее, чем меньше освещенность наблюдаемого предмета. Измеряя инерцию аппарата зрения количеством циклов затуханий источника света в секунду, получаем при малых освещенностях от 16 до 55 циклов в секунду.

Инерция аппарата зрения позволяет воспринимать ряд отдельных положений предмета - как его непрерывное движение, что используется практически, например, в кино.

---

## V. НЕДОСТАТКИ ИЗОБРАЖЕНИЙ В ОПТИЧЕСКИХ СИСТЕМАХ. АБЕРРАЦИИ ТРЕТЬЕГО ПОРЯДКА

Реальные оптические системы вне параксиальной области дают изображение точек предмета не точками, а пятнами рассеивания. Причинами этого являются:

- 1) нарушение гомоцентричности световых пучков лучей, а также явление дисперсии света при преломлении;
- 2) явление дифракции;
- 3) явление интерференции.

Рассмотрим изображение точки при наличии каждой из перечисленных причин в отдельности.

Первая причина вызывает искажения изображения, называемые *а б е р р а ц и я м и* *о п т и ч е с к и х* *с и с т е м*. Аберрации оптических систем разделяются на сферические и хроматические.

### 1. Сферические аберрации

При прохождении через систему монохроматических лучей все искажения изображения будут обуславливаться сферическими аберрациями\*.)

---

\* При этом предполагается, что явления дифракции и интерференции отсутствуют.

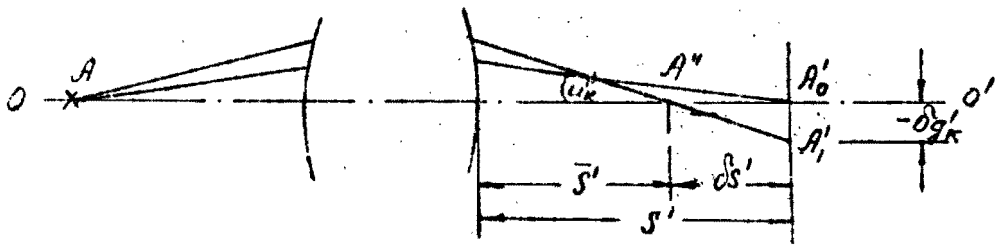
Численная величина сферических aberrаций определяется разностью координат действительного и идеального изображения точки.

На фиг. 56  $A'_0$  — изображение точки  $A$  на оси системы в параксиальной области,  $A''$  — действительное изображение точки косым лучом,  $A'_1$  — изображение точки  $A$ , даваемое косым лучом в плоскости идеального изображения.

Разность

$$\delta s' = \bar{s}' - s' \quad (81)$$

называется продольной сферической aberrацией.



Фиг. 56

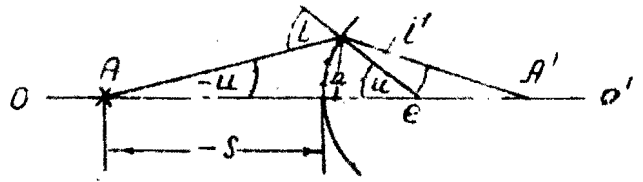
Отрезок  $\delta g'_k$ , равный расстоянию точки пересечения косого луча с плоскостью идеального изображения до оптической оси, называется поперечной сферической aberrацией. Поперечная сферическая aberrация зависит от угла-наклона луча  $u'_k$  и продольной сферической aberrации следующим образом:

$$\delta g'_k = \delta s' \cdot \operatorname{tg} u'_k \quad (82)$$

Продольная сферическая aberrация легко рассчитывается для точек на оси по тригонометрическим формулам (4), (5), (6), (7), (7a) и (27), (28), (29), если даны все элементы системы, положение предмета и падающего луча. При этом положения предмета и падающего луча

могут быть заданы различно.

Если они заданы отрезком  $S$  и углом  $u$  (фиг. 57), то в этом случае



Фиг. 57

при расчете определяется также высота  $h$  входа луча  $h$  согласно формулам:

$$\left. \begin{aligned} \sin(u-d) &= \frac{r-s}{s} \sin u; \\ d &= u - (u-d) \\ h &= r \sin d. \end{aligned} \right\} (83)$$

Если положение предмета и падающего луча заданы отрезком  $S$  и высотой  $h$ , то вычисляется угол  $u$  согласно следующему:

$$\left. \begin{aligned} \sin d &= \frac{h}{r}; \\ \operatorname{tg} u &= \frac{h}{s - 2r \sin^2 \frac{d}{2}} \end{aligned} \right\} (84)$$

При заданных угле  $u$  и отрезке  $h$  вычисляется расстояние  $S$  до объекта по формулам:

$$\left. \begin{aligned} \sin d &= \frac{h}{r} \\ r-s &= \frac{r \sin(u-d)}{\sin u} \\ s &= r - (r-s) \end{aligned} \right\} (85)$$

При расчете объективов зрительных труб, фотографических объективов и окуляров обычно принимается  $S_1 = \infty$ ;  $u_1 = 0$ , т.е. предполагается, что луч падает на первую поверхность системы параллельно оптической оси. В этом случае задается высота  $h$ , точки преломления луча на первой поверхности. Тригонометрические формулы берутся для действительного

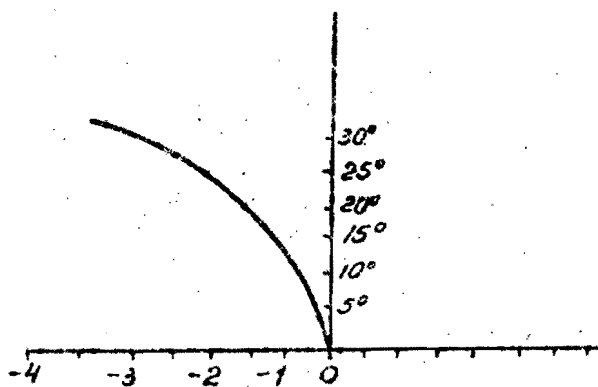
фокусного расстояния или приведенного (равного единице) с соответствующим приведенным радиусом. В результате вычисления получают отрезки  $S'$  или  $\delta S'$  для различных  $U$  или различных  $h$ . На основе расчета строится график продольной сферической aberrации, причем по координатным осям откладываются aberrации, вычисленные для  $K$  поверхностей:

$\delta S'_K$  и  $h$  или  $\delta S'_K$  и  $U$ , или  $\bar{S}'_K$  и  $h$ , или  $\bar{S}'_K$  и  $U$ .

Например, для простой линзы с радиусами кривизны  $r_1 = -280$  мм и  $r_2 = -140$  мм, толщиной  $d = 4$  мм и показателем преломления  $n = 1,505$ , для точки на оси с координатой  $S_1 = -70$  мм получаются следующие значения сферической aberrации:

$U$	$\bar{S}'$	$\delta S'$
$0^\circ$	-84,589	0,000
5	-84,669	-0,080
10	-84,935	-0,346
15	-85,325	-0,736
20	-86,019	-1,430
30	-87,935	-3,396

На фиг. 58 представлен график полученной сферической aberrации. Все отрезки  $\delta S'$  отрицательны; следовательно, все точки  $\bar{S}'$  лежат слева от точек  $S'$ .



Фиг. 58

Система считается не докоррегированной, если продольная сферическая aberrация отрицательна и перекоррегированной, если продольная сферическая



абберация положительна.

В качестве примера перекорректированной системы рассмотрим плоскопараллельную пластинку.

Согласно формулам (59) и (61) луч после преломления пересекает оптическую ось на расстоянии

$$\overline{\Delta S'} = d \left( 1 - \frac{\cos u_1}{n \cos u_1'} \right)$$

от точки  $A$  (фиг. 59) и на расстоянии

$$\Delta S' = d \left( 1 - \frac{1}{n} \right)$$

от точки  $A$  в паракиальной области.

Следовательно, продольная сферическая абберация плоскопараллельной пластинки  $\delta S'$  будет равна:

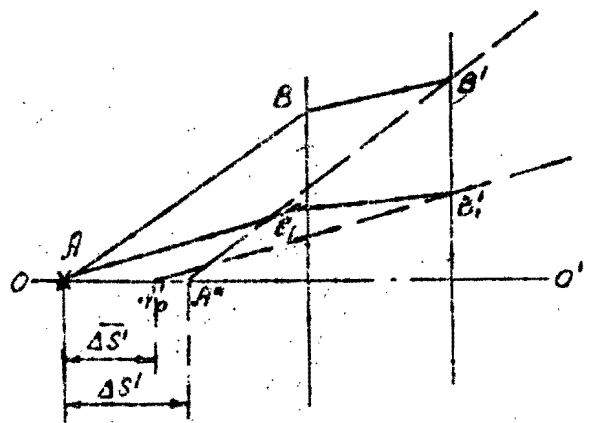
$$\delta S' = \overline{\Delta S'} - \Delta S' = \frac{d}{n} \left( 1 - \frac{\cos u_1}{\cos u_1'} \right).$$

При вычислении продольной сферической абберации пользуются приближенной формулой, разлагая выражение в скобках в ряд:

$$\delta S' = \frac{d}{2n} \left( 1 - \frac{1}{n^2} \right) 3 \sin^2 u_1; \quad (86)$$

так как  $\delta S' > 0$ , то плоскопараллельная пластинка является системой перекорректированной.

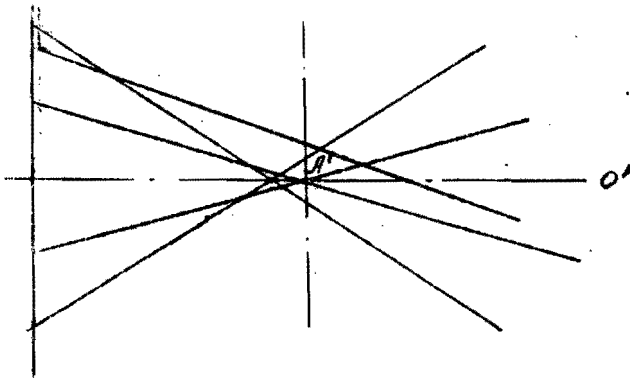
Для пучка параллельных лучей плоскопараллельная пластинка может рассматриваться как безабберационная система.



Фиг. 59

## 2. Плоскость наилучшей установки в системе, обладающей сферическими aberrациями

Как указывалось, вследствие сферических aberrаций в оптических системах нарушается гомоцентричность проходящих через систему пучков лучей.



Фиг. 60

На фиг. 60 представлен прошедший через систему пучок лучей, причем точка  $A'$  является идеальным изображением точки.

Пересекая пучок лучей плоскостями, перпендикулярными

оптической оси, можно найти наименьшее сечение пучка, которое будет соответствовать наименьшему кружку рассеяния изображения точки на оси.

В том случае, если бы в системе не было явлений дифракции и интерференции, можно было бы принять плоскость наименьшего кружка рассеяния за плоскость наилучшей установки. Однако в действительности плоскостью наилучшей установки является плоскость, соответствующая плоскости правильного распределения освещенности, как это было доказано академиком А. И. Тудоровским.

## 3. Пять aberrаций оптической системы

Группа сферических aberrаций объединяет следующие виды aberrаций: 1) сферическую,

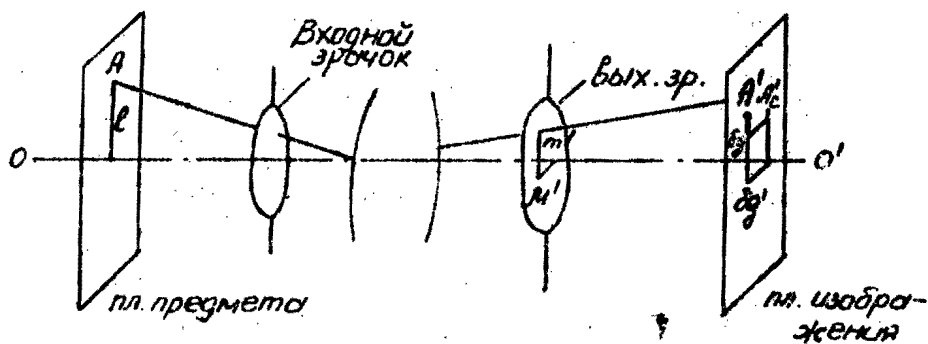
2) кóму, 3) кривизну поля, 4) астигматизм, 5) дисторсию.

Поперечные сферические aberrации  $\delta g'$  и  $\delta g''$  (фиг. 61) связаны между собой некоторыми каноническими уравнениями третьего порядка, полученными при условии отсутствия aberrаций в зрачках системы:

$$\left. \begin{aligned} \delta g' &= A, m'(m'^2 + M'^2) + B, \ell (3m'^2 + M'^2) + C, \ell^2 m' + \xi \ell^3, \\ \delta g'' &= A, M'(m'^2 + M'^2) + 2B, \ell m' M' + D, \ell^2 M'. \end{aligned} \right\} (87)$$

Коэффициенты  $A, B, C, D$  и  $E$ , не зависят от координат точек проходящего через систему луча и определяются лишь постоянными системы: показателями преломления линз, их радиусами кривизны, толщинами и расстояниями друг от друга.

Координаты  $\ell, m'$  и  $M'$  определяют собой действительный ход луча: координата  $\ell$  есть расстояние точки  $A$  предмета от оси (фиг. 61),  $m', M'$  — координаты луча в плоскости выходного зрачка, связанные с координатами луча в плоскости входного зрачка соотношением:  $m' = \beta_p m, M' = \beta_p M$ .



Фиг. 61

На фиг. 61.  $A$  — точка предмета;  $A'_0$  — идеальное изображение точки в меридиональной плоскости;  $A'$  — действительное изображение точки;

$\delta g'$  и  $\delta g'_1$  — поперечные сферические aberrации.

Виды сферических aberrаций определяются коэффициентами уравнений для  $\delta g'$  и  $\delta g'_1$ : сферическая aberrация — коэффициентом  $A_1$ , кома — коэффициентом  $B_1$ , кривизна поля и дистигматизм — коэффициентами  $C_1$  и  $D_1$ , дисторсия — коэффициентом  $E_1$ .

Уравнения (87) являются уравнениями третьего порядка, вследствие чего и aberrации называются aberrациями третьего порядка. Обычно оптическая система обладает всей совокупностью aberrаций третьего порядка и более высоких порядков.

Для исследования изображения точки в условиях aberrаций 2.2. Слюсарев применяет искусственный прием последовательного исследования изображения точки при наличии каждой из aberrаций в отдельности. При этом предполагается, что распределение световой энергии в выходном зрачке системы будет равномерным и без-aberrационным.

### 1) Сферическая aberrация.

Изображение точки в плоскости идеального изображения при наличии одной сферической aberrации определяется уравнениями:

$$\delta g' = A_1 m' (m'^2 + M'^2);$$

$$\delta g'_1 = A_1 M' (m'^2 + M'^2).$$

Пологая, что полярные координаты точки  $(m', M')$  будут  $\rho'$  и  $\theta'$ , можем написать:

$$m' = \rho' \cos \theta', \quad M' = \rho' \sin \theta'.$$

Отсюда, после подстановки и исключения  $\theta'$ , получается:

$$\sigma_{\rho}^{12} + \sigma_{\theta}^{12} = A^2 \rho^{16} \quad (87a)$$

Следовательно, при постоянном значении  $\rho'$  кривая, описываемая лучами при их пересечении с плоскостью изображения, является окружностью с радиусом, равным  $A_1 \rho^{13}$ .

Из соотношения  $\frac{\sigma_{\rho}'}{\sigma_{\theta}'} = \operatorname{ctg} \theta$  следует, что каждой точке в выходном зрачке соответствует точка в плоскости изображения, расположенная в той же меридиональной плоскости, что и первая. Радиусы окружностей в плоскости изображения растут пропорционально третьей степени радиусов окружностей в выходном зрачке. Из чисто геометрических соображений можно получить, что при равномерном распределении световой энергии в выходном зрачке, на плоскости изображения это распределение будет неравномерным. Наибольшее количество световой энергии будет сосредоточено в центре пятна рассеяния, являющегося изображением точки.

2) К о м а. Кома, определяемая выражениями:

$$\sigma_{\rho}' = B_1 (3m'^2 + \mu'^2) \rho,$$

$$\sigma_{\theta}' = 2B_1 m' \mu' \rho,$$

пропорциональна первой степени удаления точки предмета от оси. Для изучения комы снова рассмотрим совокупность лучей, определяемых окружностями в плоскости выходного зрачка.

Переходя к полярным координатам (как это делалось в случае сферической aberrации), получаем:

$$\sigma_{\rho}' = B_1 \rho'^2 (2 - \cos 2\theta');$$

$$\sigma_{\theta}' = B_1 2\rho'^2 \sin 2\theta'.$$

Отсюда:

$$\delta y' - 2B, \ell r'^2 = B, \ell r'^2 \cos 2\theta'$$

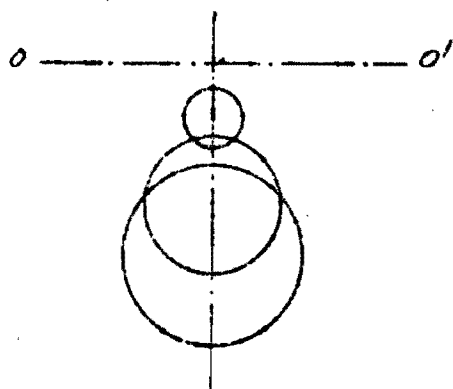
$$\delta y' = B, \ell r'^2 \sin 2\theta'$$

Из этой системы уравнений имеем:

$$(\delta y' - 2B, \ell r'^2)^2 + \delta y'^2 = (B, \ell r'^2)^2. \quad (87\delta)$$

Следовательно, точка  $(\delta y', \delta y'^2)$  описывает окружность, радиус которой  $R = B, \ell r'^2$  пропорционален квадрату радиуса  $r'$  окружности, описываемой в выходном зрачке. Центр окружности в плоскости изображения находится на расстоянии  $2B, \ell r'^2$  от идеального изображения точки, причем этот центр расположен в меридиональной плоскости.

Радиусы окружностей в плоскости изображения растут, как квадраты целых чисел, а расстояния между центрами окружностей — как члены арифметической прогрессии (фиг. 62). При этом, когда луч вычерчивает окружность в выходном зрачке, то в плоскости изображения он описывает окружность убывающей.



Фиг. 62

Огибающей всех окружностей служат пара прямых, расположенных под углом  $30^\circ$  к оси симметрии изображения, что видно из следующего.

Обозначим  $B, \ell r'^2 = \alpha$  и продифференцируем предыдущее выражение по  $\alpha$ :  $-2(\delta y' - 2\alpha) - \alpha = 0$ , откуда

$$\alpha = \frac{2}{3} \delta y'.$$

Подставляя значение  $\alpha$  в выражение (87б),

получим:

$$\frac{1}{3} \delta g'^2 - \delta \varphi'^2 = 0,$$

откуда ожидающие получаются в виде двух прямых:

$$\delta g' - \sqrt{3} \delta \varphi' = 0, \quad \delta g' + \sqrt{3} \delta \varphi' = 0.$$

Распределение световой энергии в кружке рассеяния при коме не симметрично: вся энергия расположена в небольшом углу ( $60^\circ$ ), плотность энергии, или освещенность, быстро убывает в направлении от вершины угла.

3) Астигматизм и кривизна поля.

Астигматизм и кривизна поля определяются выражениями:

$$\delta g' = C, \ell^2 m'$$

$$\delta \varphi' = D, \ell^2 M'.$$

Переходя к полярным координатам, получаем:

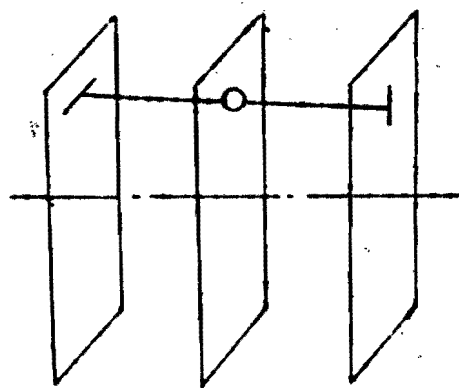
$$\frac{\delta g'^2}{(C, \rho' \ell^2)^2} + \frac{\delta \varphi'^2}{(D, \rho' \ell^2)^2} = 1. \quad (876)$$

Это — уравнение эллипса с полуосями  $a = D, \rho' \ell^2$  и  $b = C, \rho' \ell^2$ . Величины  $a$  и  $b$  растут пропорционально первой степени  $\rho'$  и второй степени  $\ell$ . Распределение световой энергии в эллипсе равномерно, так как  $a$  и  $b$  пропорциональны значению  $\rho'$ .

При изменении плоскости установки меняется форма и величина фигуры рассеяния. На фиг. 63 для трех положений плоскости установки получаем в двух случаях отрезок прямой и в третьем случае — круг. При  $C_1 = 0$  астигматизма нет, все фигуры рассеяния представляют собою круги и существует плоскость, для которой

диаметр круга равен нулю.

При наличии кривизны поля изображение предмета, перпендикулярного оси, является резким, но искривленным и представляет собою параболу вращения.



Фиг. 63

#### 4) Дисторсия изображения.

Искажение изображения, нарушающее его подобие предмету, называется дисторсией.

При наличии дисторсии линейное увеличение  $\beta$  не сохраняет постоянной величины для пары сопряженных плоскостей. При этом нарушается условие ортоскопии.

Если для плоскости наведения и сопряженной ей картинной плоскости обозначить линейное увеличение в параксиальной области через  $\beta_0$ , то очевидно должно быть (Фиг. 64):

$$\lim_{y \rightarrow 0} \left( \frac{y'}{y} \right) = \beta_0 = \text{const.}$$

За меру искажения изображения  $\nu$  вследствие дисторсии принимается отношение приращения  $\Delta\beta = \beta - \beta_0$  к значению поперечного увеличения  $\beta_0$  в параксиальной области:

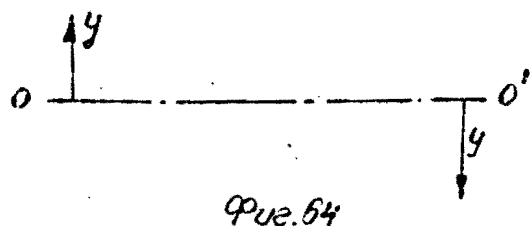
$$\nu = \frac{\Delta\beta}{\beta_0} = \frac{\beta}{\beta_0} - 1. \quad (88)$$

Если изображение образуется при помощи только главных лучей, т.е. если входной и выходной зрачки представляют собой точки, то сферическая абберрация, кома, астигматизм и кривизна поля будут отсутствовать и уравнения



для поперечных aberrаций будут иметь вид:

$$\delta g' = \varepsilon, \ell^2.$$



Фиг. 64

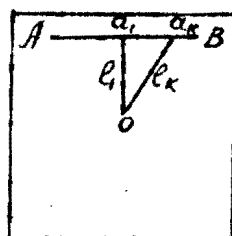
Так как  $\delta g'$  не зависит от координат точки пересечения луча с выходным зрачком  $m'$  и  $M'$ , то все лучи, идущие от определенной точки объекта, при

отсутствии других aberrаций, собираются в одну точку в плоскости идеального изображения, но эта точка не будет совпадать с идеальным изображением точки.

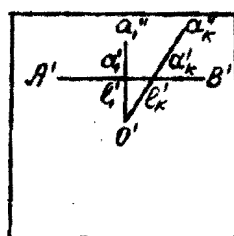
Отступление от идеального положения пропорционально кубу  $\ell$ , так что изображение точки, лежащей близко к оси, очень мало отклонено от своего идеального положения в то время, как изображение удаленной от оси точки значительно отклонено, вследствие чего нарушается подобие между предметом и изображением.

Рассмотрим изображение прямой, лежащей в плоскости предмета и не переходящей через оптическую ось некоторой оптической системы, обладающей дисторсией. Идеальное изображение ее можно представить в виде прямой  $A'B'$  (Фиг. 65).

Если  $\ell_1$  — расстояния точки  $\alpha_1$  прямой от оси в предметной плоскости,  $\ell_1'$  — расстояния сопряженной ей точки  $\alpha_1'$  от той же оси, то действительное изображение точки  $\alpha_1''$  будет находиться на расстоянии  $\ell_1''$  от оси системы. Очевидно:



предметная плоскость



плоскость изображения

Фиг. 65

$$\frac{\ell_1''}{\ell_1} = \beta; \alpha_1'' \alpha_1' = \ell_1'' - \ell_1' = \varepsilon \ell_1^3.$$

Обозначая соответственные расстояния точек от оптической оси системы через  $l_k$ ,  $l'_k$  и  $l''_k$ , получим:

$$\frac{l'_k}{l_k} = \beta; l''_k - l'_k = \varepsilon_1 l_k^3;$$

а переходя к  $l'_k$  и  $l''_k$ , можно написать:

$$l''_k = l'_k \sec \omega,$$

где  $\omega$  - угол между  $a''_k$  и  $a'_k$ .

Отсюда:

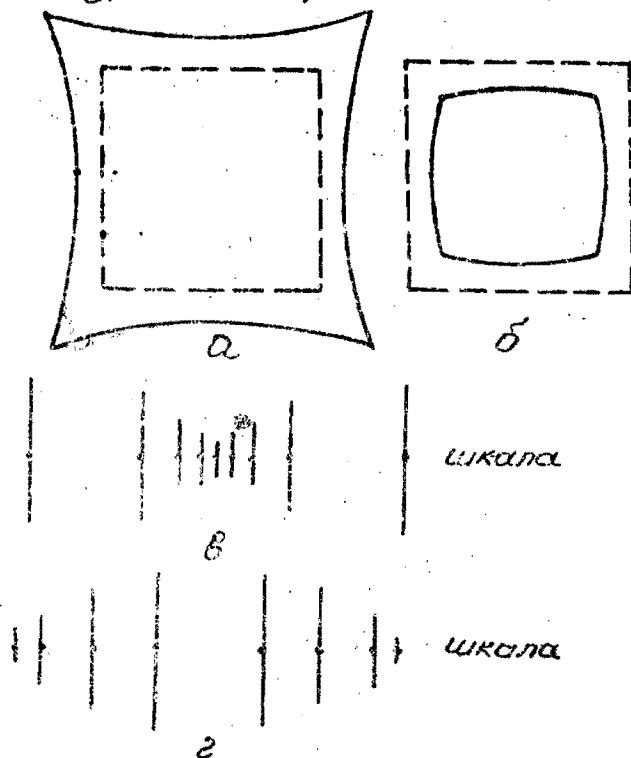
$$\delta g'_k = \varepsilon_1 \frac{l_k'^3 \sec^3 \omega}{\beta^3}.$$

Обозначая  $\frac{\varepsilon_1 l_k'^3}{\beta^3} = a$ , получим уравнение кривой, являющейся изображением прямой при наличии дисторсии:

$$\delta g'_k = a \sec^3 \omega.$$

На фиг. 66 иллюстрируется изображение квадрата при наличии дисторсии; на фиг. 66а

представлена положительная подушкообразная дисторсия, а на фиг. 66б - отрицательная бочкообразная дисторсия.

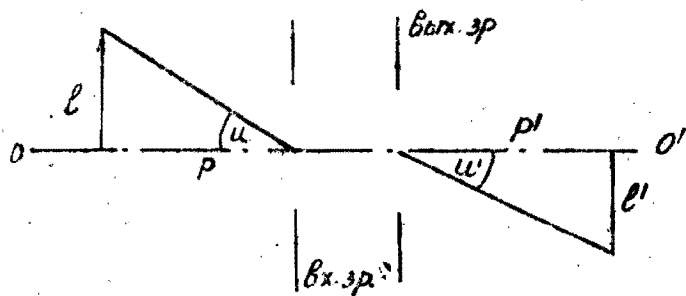


Дисторсия искажает шкалу к краям поля, что вызывает ошибки измерения. Изображение шкалы при наличии дисторсии показано на фиг. 66: 6 - положительная дисторсия, 2 - отрицательная дисторсия.

Очевидно, дисторсия будет равна нулю при выполнении условия ортоскопии, которое будет иметь вид:

$$\beta = \frac{e'}{e} = \frac{p' \operatorname{tg} u'}{p \operatorname{tg} u} = \frac{p' \gamma_p}{p} = \operatorname{const} \quad (89)$$

Последнее следует непосредственно из фиг. 67, согласно которой линейное увеличение должно быть постоянно.



Фиг. 67

#### 4. Условие синусов или условие апланатизма

Закон синусов позволяет определять качество изображения предметов, лежащих весьма близко к оси, без непосредственного расчета хода лучей. Выполнение закона синусов для оптической системы является условием безабберационности изображения. Сопряженные точки, для которых выполняется условие синусов, называются **апланатическими точками**. При этом изображение получается при помощи весьма широких пучков лучей.

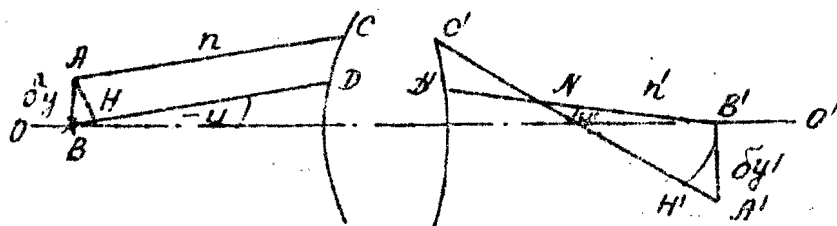
Закон синусов выражается формулой:

$$\beta n' \sin u' = n \sin u \quad (90)$$

Закон синусов можно доказать из расчета освещенности изображения, а также из условия его безабберационности.

Условие безабберационности:  $\beta = \operatorname{const}$ , т.е. бесконечно малый элемент предмета должен преобразоваться в бесконечно малый элемент изображения.

Для вывода условия синусов рассмотрим бесконечно малый элемент предмета  $\delta y$  на фиг. 68.



фиг. 68

Пусть  $\delta y'$  будет изображением этого элемента предмета.

Рассмотрим оптические пути лучей, идущих из точек  $A$  и  $B$  в точки  $A'$  и  $B'$ . По принципу таутохронизма оптические пути лучей, идущих из  $A$  в точку  $A'$ , должны быть одинаковы, как и оптические пути лучей, идущих из точки  $B$  в точку  $B'$ .

Выбирая два параллельных луча, идущих из точек  $A$  и  $B$  можем записать их оптические пути следующим образом:

$$(AA') = ACn + C'Nn' + NA'n' + (CC');$$

$$(BB') = BDn + D'Nn' + NB'n' + (DD').$$

По тому же принципу разность  $(AA') - (BB') = \text{const.}$

Опустим перпендикуляр из точки  $A$  на луч  $BD$  и проведем окружность из точки  $N$  радиусом  $NB'$ . Тогда точку  $N$  можно рассматривать как центр гомоцентрического пучка. Отрезки  $AN$  и  $B'N'$  принадлежат волновым поверхностям этого пучка; следовательно, оптические пути лучей, принадлежащих указанному пучку и его соответствующим волновым поверхностям, будут равны между собой, т.е.

$$ACn + (CC') + C'Nn' + NH'n' = HDn + (DD') + D'Nn' + NB'n',$$

откуда

$$(AA') - (BB') = BHn - H'A'n' = \text{Const.}$$

Но  $BH = \delta y \sin u$  и  $H'A' = \delta y' \sin u'$  (приближенно).

Следовательно:

$$\delta y \cdot n \sin u - \delta y' n' \sin u' = \text{const.}$$

Эта разность должна сохранять постоянную величину для всех значений угла  $u$ , а, следовательно, и для  $u=0$ . Но при  $u=0$

$$\delta y n \sin u - \delta y' n' \sin u' = 0,$$

что дает:

$$n \sin u = \beta n' \sin u'.$$

Если предмет и его изображение расположены вдоль оси, то условие синусов преобразуется в условие косинусов:

$$n \cos u = \beta n' \cos u'.$$

Оба условия сводятся к равенству углов  $u$  и  $u'$ , если  $\beta = \frac{n}{n'}$ , что соответствует тому случаю, когда предмет и его изображение лежат в узловых точках.

Для любого направления отрезка  $\delta y$  можно найти соотношение  $u' = f(u)$ , обеспечивающее апланатизм изображения. Но только в узловых точках можно получить апланатическое изображение бесконечно малого пространственного объекта.

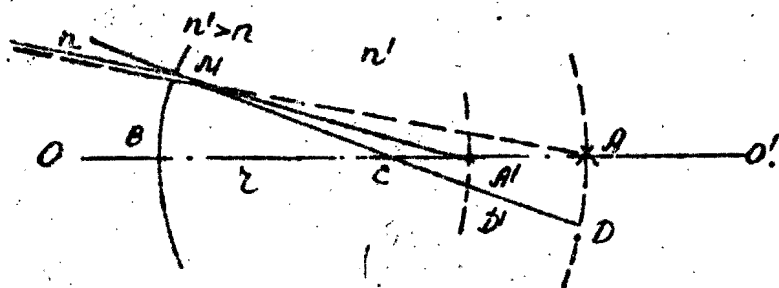
Из условия синусов следует, что при соблюдении его, бесконечно малый элемент предмета изображается безабберационно сколь угодно широкими пучками лучей. Несоблюдение закона синусов указывает на наличие комы и сферической аберрации.

## 5. Апланатические точки сферической преломляющей поверхности

Сферическая преломляющая поверхность имеет пару сопряженных точек, дающих безабберационное изображение одна другой сколь угодно широкими гомоцентрическими пучками. Такие сопряженные точки называются *апланатическими*.

На фиг. 69 представлены апланатические точки  $A$  и  $A'$  сферы радиуса  $\tau$ . Показатели преломления сред, разделенных преломляющей поверхностью:  $n$  и  $n'$ .

Точка  $A'$  лежит на расстоянии  $z = \frac{n}{n'}$ , а точка  $A$  — на расстоянии  $\tau \frac{n'}{n}$  от центра сферы.



Фиг. 69

Доказательство сопряженности точек  $A$  и  $A'$  следует из закона преломления или из расчета хода луча через сферическую преломляющую поверхность согласно формулам (4), (5), (6) и (7). Положение точки  $A'$  можно рассчитать при заданном положении точки  $A$ .

Действительно:

$$s = \tau + \tau \frac{n'}{n};$$

$$\sin i = \frac{\tau + \tau \frac{n'}{n} - \tau}{\tau} \sin u; \quad \sin i = \frac{n'}{n} \sin u;$$

$$\sin i' = \frac{n}{n'} \sin i = \frac{nn'}{n'n} \sin u$$

$$\text{или } i' = u;$$

$$u' = u + i - i' = i;$$

$$s' = r + \frac{r \sin u}{\sin i} = r + \frac{r \sin u}{\frac{n'}{n} \sin u} = r + \frac{n}{n'} r,$$

это соответствует положению точки  $A'$ .

Ввиду произвольности выбранного луча, идущего в пространстве предметом и принадлежащего гомоцентрическому пучку с центром в мнимой точке  $A'$ , любой луч этого пучка пройдет через точку  $A'$ . Описывая окружности из точки  $C$  с радиусами  $r = \frac{r'}{n}$  и  $r \frac{n}{n'}$  получим апланатические поверхности сферы радиуса  $r$ .

Апланатические точки удовлетворяют условию синусов. Для доказательства выберем на сопряженных апланатических поверхностях новую пару сопряженных точек  $D$  и  $D'$ .

Рассматривая элементарные треугольники  $CA'D'$  и  $CAD$ , можем написать:

$$\frac{AD}{A'D'} = \frac{CD}{CD'}$$

или

$$\frac{y}{y'} = \frac{rn' \cdot n'}{rn \cdot n} = \frac{n'^2}{n};$$

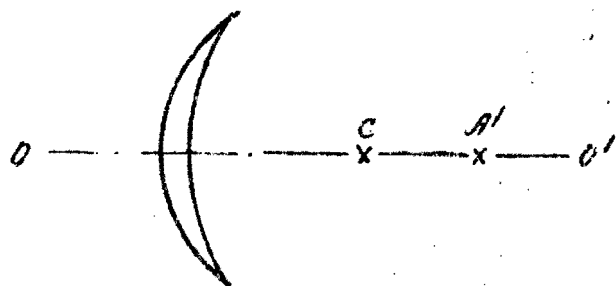
с другой стороны:

$$\frac{\sin i}{\sin i'} = \frac{\sin u'}{\sin u} = \frac{n'}{n},$$

откуда

$$\frac{y}{y'} = \frac{n' \cdot \sin u'}{n \cdot \sin u},$$

что и является условием синусов.



Фиг. 70

Форма плоско-выпуклой линзы представлена на фиг. 70. Вторая сфера имеет центр в точке  $A'$  и, следовательно, не влияет на направление хода луча, идущего в точку  $A'$ . Такие

линзы часто применяются в объективах микроскопов.

## 6. Дисперсия света. Хроматическая aberrация

Как известно, показатель преломления вещества зависит от длины волны проходящего света. Вследствие этого при переходе белого луча из одной среды в другую, одному значению угла падения  $i$  будут соответствовать разные углы преломления  $i'$ .

При преломлении произойдет спектральное разложение белого света на цвета. Путем дифференцирования формулы для закона преломления по переменным  $n'$  и  $i'$  можно найти закон изменения угла  $i'$  в зависимости от показателя преломления  $n'$ :

$$d\left(\frac{\sin i}{\sin i'}\right) = d\left(\frac{n'}{n}\right) \text{ или } d(n \sin i) - d(n' \sin i') = 0,$$

что дает:

$$\sin i' dn' + n' \cos i' di' = 0,$$

отсюда:

$$di' = -\frac{dn'}{n'} \operatorname{tgi}'. \quad (91)$$

Уравнение (91) показывает, что с увеличением



показателя преломления  $n'$  угол  $i'$  уменьшается.

Явление разложения белого света на составные цвета называется дисперсией света

Показатель преломления оптических стекол увеличивается с уменьшением длины волны проходящего света. Это будет нормальной дисперсией. Однако найти закономерную зависимость изменения показателя преломления вещества от изменения длины волны пока не представляется возможным.

Оптическое стекло, применяемое для изготовления оптических деталей, характеризуется показателями преломления для четырех линий спектра: С, D, F, и g!

Длины волн для этих линий указаны в табл. 9.

Основным показателем преломления оптического стекла считается  $n_D$  для желтой линии натрия;  $n_D$  определяется техническими методами с точностью до 4-го десятичного знака. Разности между показателями преломления определяются до двух единиц, 5-го знака, что достаточно для практических целей.

В каталогах оптических стекол обычно указывают следующие оптические характеристики:

1. Показатель преломления  $n_D$ .

2. Среднюю дисперсию:  $n_F - n_C$ .

3. Коэффициент средней дисперсии или относительную дисперсию:

$$V = \frac{n_D - 1}{n_F - n_C}$$

4. Частные дисперсии:  $n_{g1} - n_D$ ,  $n_D - n_C$ ,

$n_F - n_D$ ,  $n_{g1} - n_F$ .

5. Коэффициенты частных дисперсий или относительные дисперсии для данного участка:  $\frac{n_D - n_C}{n_F - n_C}$ ,  $\frac{n_F - n_D}{n_F - n_C}$ ,  $\frac{n_{D'} - n_F}{n_F - n_C}$ .

6. Показатели преломлений для линий: C, F, D, g.

Таблица 9

Цвета	Красный		Желтый		Зеленый	Голубой	Синий		Фиолетовый
	A'	C	D	d			g	g'	
Обозначение линий					e	F	g	g'	h
Длины волн, мк	768,5	656,3	489,3	587,6	546,1	486,1	435,9	434,1	410,4, 7
Химические элементы	Калий	Водород	Натрий	Гелий	Ртуть	Водород	Ртуть	Водород	Ртуть

В современных оптических стеклах показатель преломления лежит в границах  $1,47 \div 1,92$ , а коэффициент средней дисперсии колеблется от 70 до 20.

Всякое стекло поглощает энергию света. Светопоглощение в хорошо подготовленном стекле должно быть не более 1-2% на 1 см толщины стекла, а в особо трудно изготавливаемых стеклах до 4%.

В оптических системах, состоящих из оптических деталей, представляющих собой прозрачные среды, происходит разложение белого света на составные цвета, что дает явление окраски изображения - явление хроматизма. Хроматизм не наблюдается лишь в двух случаях: когда угол падения и угол преломления равны нулю и когда происходит отражение света, т.е. углы падения и преломления (отражения) равны, но противоположны по знаку. В оптических системах хроматизм.

изображения или хроматические aberrации должны быть уничтожены настолько, чтобы не нарушать резкости изображения.

Хроматические aberrации разделяются на группы:

1) основные хроматические aberrации изображений,  
2) хроматические разности различных ошибок изображений. Хроматические aberrации первой группы разделяются на хроматизм положения изображения или хроматизм отрезков на оси, и хроматизм увеличения. Хроматизм положения изображения состоит в том, что изображения точки на оси системы, даваемые лучами различных цветов не совпадают между собой. Хроматизм увеличения возникает при совпадении между собой цветных изображений, но несовпадении главных точек и главных фокусов для различных цветов, вследствие чего поперечные увеличения различны.

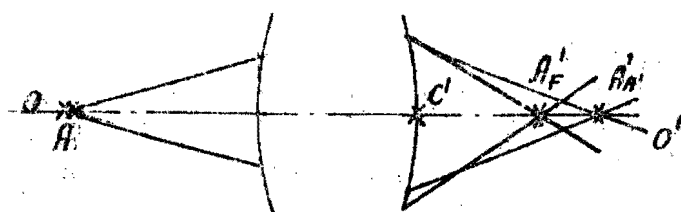
Вторая группа aberrаций — хроматические разности отдельных ошибок изображений — происходит от того, что величины отдельных сферических aberrаций для разных цветов не одинаковы; поэтому рассматривают хроматические разности сферической aberrации, условия синусов и др.

Хроматические разности являются ошибками более высокого порядка малости, поэтому не всегда принимаются во внимание.

Оптическая система будет корригированной от хроматических ошибок, если в ней устранена хроматическая aberrация для пары цветов. Оптическая система будет ахроматизированной или хроматически исправленной, если в ней полностью уничтожены хроматические aberrации.

Хроматизм положения имеет место уже в параксиальной области.

На фиг. 71 показано, что пучок нулевых лучей, выходя из точки объекта  $A$  и пройдя через систему, дает несколько изображений



фиг. 71

точки  $A$ . В точке  $A'_R$  — будет красное изображение точки  $A$ , в точке  $A'_F$  — синее, между точками  $A'_F$  и  $A'_R$  будут остальные изображения

точки  $A$ .

В плоскости, перпендикулярной к оси, в точке  $A'_R$  будет резкое красное изображение точки  $A$ , окруженное синим ореолом, а в точке  $A'_F$  — резкое голубое изображение точки  $A$ , окруженное красным ореолом. Между точками  $A'_F$  и  $A'_R$  будет более или менее бесцветное изображение точки  $A$  в виде кружка рассеяния.

Обозначая  $C'A'_R = S'_{KR}$  и  $C'A'_F = S'_{KF}$ , получим выражение для продольной хроматической aberrации положения изображения:

$$dS'_K = S'_{KF} - S'_{KR}. \quad (93)$$

Продольная хроматическая aberrация вычисляется как разность отрезков для синего и красного цвета.

На фиг. 71  $dS'_K < 0$ , при этом система является недоисправленной. При  $dS'_K > 0$  система будет переисправленной. При  $dS'_K = 0$  система является хроматически исправленной для двух цветов  $R$  и  $F$ .

Хроматическую aberrацию положения можно рассмотреть также в отношении двух других цветов. Обычно рассматриваются цвета  $C$  и  $F$ . Вычисление хроматизма положения

производятся по формулам для расчета нулевых лучей (31), (32), (33) с соответствующими показателями преломления.

В качестве примеров рассмотрим хроматическую aberrацию положения плоскопараллельной пластинки и две бесконечно тонких линзы.

Сдвиг изображения в параксиальной области для плоскопараллельной пластинки вычисляется по формуле:

$$\Delta S' = d \frac{n-1}{n};$$

для красного света

$$\Delta S'_C = d \frac{n_C-1}{n_C},$$

для синего света

$$\Delta S'_F = d \frac{n_F-1}{n_F}.$$

Хроматическая aberrация положения будет равна;

$$dS'_K = \Delta S'_F - \Delta S'_C = d \frac{n_F-1}{n_F} - d \frac{n_C-1}{n_C};$$

$$dS'_K = d \frac{n_F - n_C}{n_F n_C} \quad (94)$$

Условие ахроматизации двух бесконечно тонких линз, находящихся на расстоянии  $l$  друг от друга, может быть получено путем рассмотрения оптической силы такой пары линз.

Из формулы (54) имеем:

$$\varphi' = \varphi'_1 + \varphi'_2 - l \varphi'_1 \varphi'_2.$$

Система будет ахроматизированной, если при переходе от одного цвета к другому оптическая

сила ее останется неизменной, т.е. если  $\frac{d\varphi'}{dn} = 0$ .

Возьмем полный дифференциал от  $\varphi'$ :

$$d\varphi'_1 + d\varphi'_2 - \ell d\varphi'_1 d\varphi'_2 - \ell\varphi'_1 d\varphi'_2 - \ell\varphi'_2 d\varphi'_1 = 0;$$

членом второго порядка малости пренебрегаем, а  $d\varphi'_1$  и  $d\varphi'_2$  можно рассматривать на основании формулы (50) как:

$$d\varphi'_1 = \left( \frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2} \right) dn = \frac{\varphi'_1 dn}{n-1},$$

$$d\varphi'_2 = \left( \frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2} \right) dn = \frac{\varphi'_2 dn}{n-1}.$$

Следовательно, имеем:

$$\frac{\varphi'_1 dn}{n-1} + \frac{\varphi'_2 dn}{n-1} - \ell \left( \varphi'_1 \frac{\varphi'_2 dn}{n-1} + \varphi'_2 \frac{\varphi'_1 dn}{n-1} \right) = 0$$

или

$$\varphi'_1 + \varphi'_2 - 2\ell\varphi'_1\varphi'_2 = 0,$$

откуда:

$$\ell = \frac{\varphi'_1 + \varphi'_2}{2\varphi'_1\varphi'_2}. \quad (95)$$

Условие (95) является условием ахроматизации двух линз, изготовленных из одного и того же стекла.

При  $\ell=0$  оптическая сила пары линз будет равна:

$$\varphi' = \varphi'_1 + \varphi'_2$$

или

$$\frac{\varphi'_1 dn_1}{n_1 - 1} + \frac{\varphi'_2 dn_2}{n_2 - 1} = 0. \quad (96)$$

Если линзы сделаны из разного стекла, то, очевидно, следует положить, что

$$\frac{n_1 - 1}{dn_1} = \frac{n_{1D} - 1}{n_{1F} - n_{1C}} = V_1; \quad \frac{n_2 - 1}{dn_2} = \frac{n_{2D} - 1}{n_{2F} - n_{2C}} = V_2.$$

Отсюда условие ахроматизации примет вид:

$$\frac{y_1}{V_1} + \frac{y_2}{V_2} = 0.$$

Хроматическая aberrация увеличения возникает вследствие изменения величины изображения для различных цветов и выражается разностью поперечных увеличений для двух цветов:

$$d\beta = \beta_F - \beta_C \quad (97)$$

или разностью величин изображений для тех же цветов:

$$dy = dy'_F - dy'_C \quad (98)$$

Хроматическая aberrация увеличения может быть выражена в процентах, если ее представить в виде формулы:

$$\frac{dy}{y'_D} = \frac{dy'_F - dy'_C}{y'_D} \cdot 100 \quad (99)$$

Хроматическая aberrация увеличения появляется в области нулевых лучей.

Обычно в оптических системах чаще встречаются следующие сочетания: 1)  $ds'_K = 0$ ;  $d\beta \neq 0$  (системы с малым полем зрения — объективы зрительных труб геодезических инструментов); 2)  $ds'_K \neq 0$ ;  $d\beta \neq 0$  (фотообъективы).

Если в системе устранена хроматическая aberrация положения для двух цветов, например С и F, то изображение, даваемое промежуточным цветом, обычно не совпадает с изображениями указанных цветов, вследствие чего

В системе наблюдается остаточный хроматизм, дающий вторичный спектр.

В наиболее совершенных системах уничтожается также и вторичный спектр. Например, в системе микроскопа объективы апохроматы и компенсационные окуляры имеют остаточный хроматизм разных знаков, вследствие чего уничтожается вторичный спектр.

Хроматизм оптической системы можно проанализировать графическим путем.

Продольная хроматическая aberrация положения изображается в виде графика, где по оси  $X$  откладываются  $\delta s'_k$ , а по оси  $Y$  — длины волн  $\lambda$ .

Сферические aberrации для различных цветов также обычно изображаются графически, причем по оси  $X$  откладывается величина продольной сферической aberrации  $\delta s'$ , а по оси  $Y$  — высота входа луча  $h$  (рис. 72).

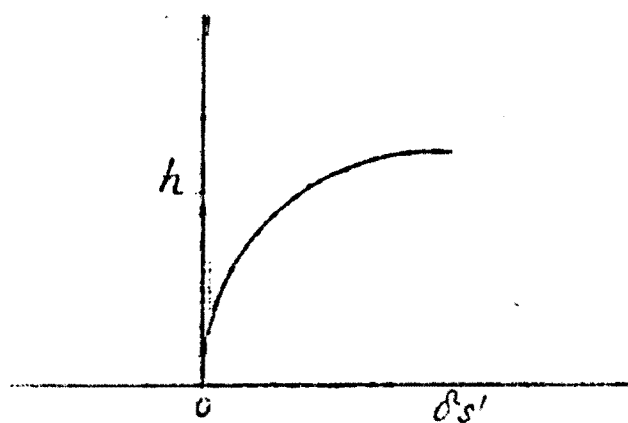


Рис. 72

При исправлении хроматизма системы различают три вида коррекции:

1. Оптическая или визуальная коррекция, применяемая в системах, предназначенных для наблюдения глазом; при этом,

$$\delta s'_k = s'_F - s'_C = 0,$$

а также

$$f'_F - f'_C = 0.$$



2. Фотографическая коррекция, применяемая в системах, предназначенных для фотографирования; при этом:

$$dS'_k = S'_{g'} - S'_D = 0,$$

а также

$$f'_{g'} - f'_D = 0.$$

3. Актиническая коррекция, применяемая в астрофотографических системах; при этом:

$$dS'_k = S'_h - S'_F = 0,$$

и

$$f'_h - f'_F = 0.$$

---

## IV. ДИФРАКЦИОННОЕ ИЗОБРАЖЕНИЕ ТОЧКИ

### 1. Расчет освещенности изображения точки

В оптических системах микроскопов и зрительных труб aberrации почти полностью устранены и основным фактором, определяющим качество изображения точки, является дифракция. Дифракционная теория изображения позволяет произвести расчет распределения световой энергии в плоскости изображения и получить картину последнего. При этом для простоты можно принять, что в оптической системе полностью устранены aberrации и не рассматриваются вопросы интерференции.

Согласно волновой теории света распространение световой энергии можно представить в виде гармонического колебания. Восстание этого колебания в некоторой точке в момент  $t$  может быть выражено функцией через синус или косинус:

$$y = dS \cos 2\pi \left( \frac{t}{T} - \frac{z}{\lambda} \right),$$

где  $dS$  — элементарная площадь, из которой распространяется колебание,

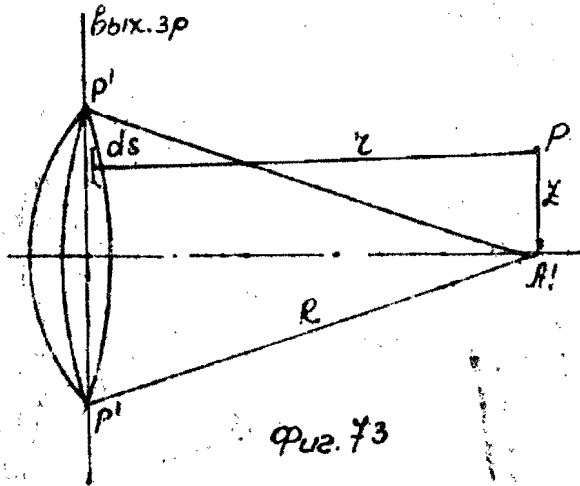
$t$  — момент времени,

$T$  — период колебания,

$z$  — расстояние от площадки  $ds$  до рассматриваемой точки,

$\lambda$  — длина волны распространяющегося света.

На фиг. 73 точка  $P$  находится на расстоянии  $z$  от точки изображения  $A'$  и на расстоянии  $r$  от элемента площадки  $ds$  волновой поверхности в выходном зрачке системы. Согласно волновой теории, на точку  $P$  действует совокупность световых колебаний, идущих из всех точек волновой поверхности  $P'R'$ . Чтобы найти освещенность в точке  $P$  нужно про-



интегрировать выражение для  $U$  по площадке  $P'R'$  и взять квадрат амплитуды результирующих колебаний. Это вычисление дает освещенность  $E_p$  в точке  $P$ , находящейся на расстоянии  $z$  от оптической оси:

интегрировать выражение для  $U$  по площадке  $P'R'$  и взять квадрат амплитуды результирующих колебаний. Это вычисление дает освещенность  $E_p$  в точке  $P$ , находящейся на расстоянии  $z$  от оптической оси:

$$E_p = \frac{4J_1^2(n)}{n^2}, \quad (100)$$

где  $J_1(n)$  — функция Бесселя первого рода первого порядка, а

$$n = \frac{2\pi z \alpha'}{\lambda R}, \quad (100a)$$

$\alpha'$  — радиус выходного зрачка.

Величина  $n$  представляет собой так называемую оптическую единицу; размерность ее равна нулю.

Как известно, функция Бесселя может быть вычислена в зависимости от значений  $n$ .

В таблице 10 приводятся значения  $E_p$  в зависимости от  $n$  в процентах, причем значение  $E_p$ , равное единице, принимается за 100%.

Функция  $E_p$  представляет собой кривую затухающих колебаний (фиг. 74).

Максимумы кривой соответствуют значениям  $n=0; 5,13; 8,42; 11,62; \dots$  Минимумы соответствуют значениям  $n=3,83; 7,02; 10,17$  и т.д.

Эти вычисления позволяют сделать следующие заключения.

1. Изображение точки, даваемое гомоцентрическими пучками лучей, имеет вид кружка

рассеяния с неравномерным распределением световой энергии. Максимум световой энергии сосредоточен в центре кружка. Кружок рассеяния представляет собой ряд концентрических окружностей с резко убывающей освещенностью.

Диаметры окружностей могут быть найдены из формулы:

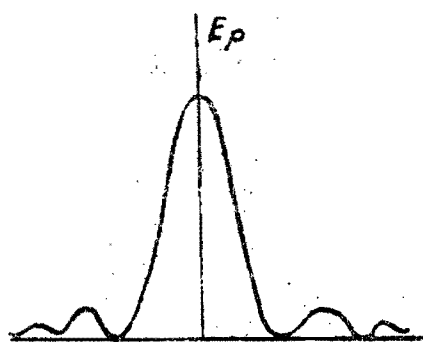
$$\xi = \frac{n\lambda R}{2\pi\alpha'} \quad (101)$$

Пологая в частном случае, что  $R=f'$ , т.е. что точка  $A'$  совпадает с  $F'$ , получим:

$$\xi = \frac{n\lambda f'}{2\pi\alpha'}$$

Таблица 10.

$n$	$E_p$ %
00	100
0,8	85,03
2,0	33,26
2,8	8,56
3,83	0
4,0	0,11
4,8	1,55
5,13	1,75
7,02	0
10,17	0
13,32	0
16,47	0



Фиг. 74

Подставляя значения  $n, \lambda$  и относительного отверстия  $\frac{2\alpha'}{f'}$ , получим радиусы  $r$  кружков рассеяния.

За размер изображения точки принимается размер центрального кружка, для которого  $n = 3,83$ .

Очевидно, диаметры колец тем меньше, чем больше диаметр выходного зрачка.

Таким образом, дифрагмирование увеличивает диаметры дифракционных колец, хотя уменьшает aberrации и увеличивает глубину резко изображаемого пространства. При равенстве относительных отверстий систем имеет место равенство кружков рассеяния.

2. Освещенность быстро убывает от центра к краям кружка рассеяния, проходя через нулевые значения.

Распределение освещенности в кружках рассеяния следующее:

центральное пятно . . . . .	83,78
первое светлое кольцо . . . . .	7,22
второе светлое кольцо . . . . .	2,77
третье светлое кольцо . . . . .	1,44

В белом свете кольца будут окрашены (к краям — в более красные тона).

Например, рассчитаем диаметр кружка рассеяния для:

$$\frac{2\alpha'}{f'} = 1:15; \lambda = 0,555 \text{ мк}; n = 3,83;$$

$$r = \frac{0,555 \cdot 15 \cdot 3,83}{3,14} \cong 0,01 \text{ мм.}$$

Формула для  $\gamma$  позволяет вычислить угловую величину кружка рассеяния, видимую из центра выходного зрачка. Угловая величина кружка рассеяния в секундах будет равна:

$$\psi'' = \frac{2\gamma}{R} \cdot 206265,$$

что дает:

$$\psi'' = \frac{n\lambda 206265}{\pi \alpha'} \quad (102)$$

Таким образом, угловая величина кружка рассеяния зависит от длины волны от диаметра выходного зрачка объектива.

## 2. Разрешающая сила оптической системы

Разрешающая сила оптической системы оценивается разрешаемым расстоянием, т.е. наименьшим расстоянием между двумя точками предмета, видимыми раздельно при помощи оптической системы. Разрешающая сила будет тем больше, чем меньше разрешаемое расстояние.

Согласно теории дифракционного изображения разрешающая сила оптической системы определяется следующим образом.

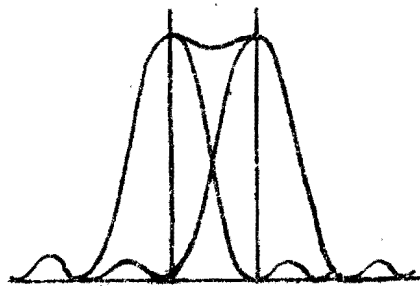
Две точки будут видны раздельно, если центральные кружки их изображений находятся на таком расстоянии друг от друга, что освещенность в центрах кружков отличается от освещенности в промежутке между кружками на 15%. Это достигается в том случае, когда главный максимум одной точки совпадает с первым минимумом другой (фиг. 75), при этом  $n = 3,83$ .

Разрешаемое расстояние выражается

в угловой или в линейной мере.

Разрешаемое расстояние телескопической системы выражается в угловой мере:

$$\psi'' = \frac{n\lambda \cdot 206265}{\pi \alpha'}$$



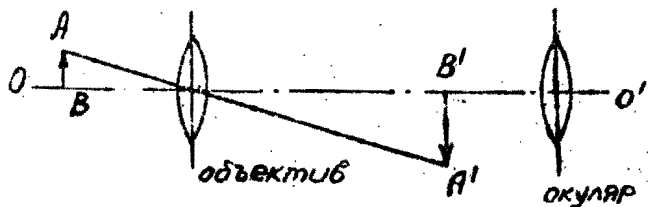
Фиг. 75

при этом  $\alpha'$  - радиус входного зрачка равен радиусу оправы объектива (Фиг. 76).

Численное значение формулы при  $n = 3,83$  и  $\lambda = 0,555$  мк будет:

$$\psi'' = \frac{140''}{D}, \quad (103)$$

где  $D$  - диаметр входного зрачка в миллиметрах.



Фиг. 76

Разрешаемое расстояние микроскопа выражается в линейной мере:

$$\bar{z} = \frac{n\lambda R}{2\pi \alpha'}$$

Приблизительно можно положить:

$$\frac{\alpha'}{R} = \sin u'$$

По условию синусов:

$$\bar{n} \bar{z} \sin u = n' z' \sin u'$$

Сравнивая это выражение с предыдущим, получим:

$$\bar{n} \bar{z} \sin u = \frac{n\lambda n'}{2\pi}$$

Отсюда при  $n = 3,83$

$$\bar{z} = \frac{3,83 \cdot \lambda n'}{6,28 n'}$$

при  $n' = 1$ :

$$\bar{z} = \frac{0,61\lambda}{A} \quad (104)$$

Приблизженно значение для  $\bar{z}$  может быть принято:

$$\bar{z} = \frac{0,5\lambda}{A} \quad (104a)$$

---



## VII. ИНТЕРФЕРЕНЦИЯ СВЕТА

### 1. Явление интерференции

Явление интерференции возникает в случае встречи двух или нескольких световых волн при соблюдении некоторых условий. При этом векторы отдельных волн складываются, давая новую волну. Энергия результирующей волны уже не будет равна сумме энергий складывающихся волн в данной точке и освещенность не будет равна сумме освещенностей, создаваемых отдельными пучками.

Распределение световой энергии при интерференции будет неравномерным: некоторые области будут иметь освещенность, равную нулю, некоторые области будут иметь освещенность, равную удвоенной сумме освещенностей, создаваемых пучками лучей.

Интерферирующие лучи должны удовлетворять условию когерентности, т.е. иметь постоянную разность фаз и одну и ту же длину волны. Очевидно, лучи, исходящие из одной и той же точки источника света, будут когерентными между собой.

Освещенность в точке встречи интерферирующих лучей можно вычислить путем сложения гармонических колебаний и вычисления квадрата амплитуды результирующего колебания.

Если  $Y_1 = a_1 \sin 2\pi \left( \frac{t}{T} - \frac{z_1}{\lambda} \right)$  — уравнение одного колебания, а  $Y_2 = a_2 \sin 2\pi \left( \frac{t}{T} - \frac{z_2}{\lambda} \right)$  — уравнение второго колебания, то их сумма будет равна:

$$Y_1 + Y_2 = A \sin \left( 2\pi \frac{t}{T} - \theta \right),$$

где  $A$  и  $\theta$  получаются из соотношений:

$$A \cos \theta = a_1 \cos 2\pi \frac{z_1}{\lambda} + a_2 \cos 2\pi \frac{z_2}{\lambda};$$

$$A \sin \theta = a_1 \sin 2\pi \frac{z_1}{\lambda} + a_2 \sin 2\pi \frac{z_2}{\lambda}.$$

Амплитуда результирующего колебания будет равна  $A$ . Освещенность в точке  $P$ , где происходит интерференция, будет равна:

$$E_p = A^2 = a_1^2 + a_2^2 + 2a_1 a_2 \cos 2\pi \left( \frac{z_1 - z_2}{\lambda} \right).$$

Освещенность, таким образом, есть функция расстояний от источников света  $z_1$  и  $z_2$ .

Максимум освещенности наступает при  $\cos 2\pi \frac{z_1 - z_2}{\lambda} = 1$ , т.е. при:

$$2\pi \frac{z_1 - z_2}{\lambda} = 0; 2\pi; 4\pi; \dots 2k\pi;$$

при этом:

$$z_1 - z_2 = 2k \frac{\lambda}{2}, \quad (105)$$

т.е. четному числу полуволн.

Минимум освещенности наступает при  $\cos 2\pi \frac{z_1 - z_2}{\lambda} = -1$ ; при этом

$$z_1 - z_2 = (2k - 1) \frac{\lambda}{2}, \quad (106)$$

т.е. нечетному числу полуволн.

При  $a_1 = a_2$  максимум освещенности дает  $E_p = 4a^2$ , а минимум дает  $E_p = 0$ .

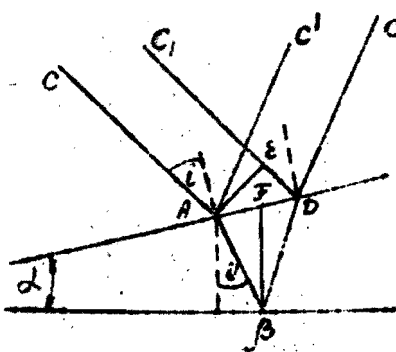
В зависимости от применяемой оптической системы для получения явления интерференции, различают интерференцию равной толщины и интерференцию равного наклона.

Интерференцию равной толщины можно наблюдать в тонких пленках (цвета мыльных пузырей и пленок) и в клине.

## 2. Интерференция равной толщины

При падении света на тонкую пластину из прозрачного материала часть света отражается от верхней поверхности пластины часть преломляется внутрь и отражается от второй поверхности пластины. Таким образом, может осуществиться встреча двух когерентных волн с некоторой разностью хода.

На фиг. 77 часть лучей пойдет по пути  $CABDC'$ , часть лучей пойдет по пути  $C_1DC'_1$ . В точке  $D$ , в зависимости от разности фаз волн  $CABD$  и  $C_1D$ , произойдет интерференционный эффект.



Фиг. 77

Разность фаз интерферирующих волн  $\Delta$  может быть вычислена следующим образом:

$$\Delta = (ABD) - (\epsilon D);$$

Это — геометрическая разность хода интерферирующих лучей, где  $AE$  — перпендикуляр к  $C_1D$ .

При малом угле  $\alpha$  можно положить:

$$AB = BD;$$

$$AB = BF : \cos i';$$

$$BD = AB = BF : \cos i';$$

$$\epsilon D = AD \cdot \sin i = 2AF \cdot \sin i;$$

$$AF = BF \cdot \operatorname{tg} i'.$$

Отсюда

$$\Delta = 2n' \frac{BF}{\cos i'} - 2n BF \operatorname{tg} i' \sin i.$$

По закону преломления:

$$n \sin i = n' \sin i'.$$

Следовательно, если положить  $BF = h$ , то

$$\Delta = 2n'h \left[ \frac{1}{\cos i'} - \frac{\sin i' \sin i}{\cos i'} \right].$$

И, наконец:

$$\Delta = 2n'h \cos i'. \quad (107)$$

При малых углах падения:

$$\Delta = 2n'h. \quad (107a)$$

Условие максимума или минимума освещенности будет соблюдено при

$$2n'h = m \frac{\lambda}{2};$$

При четном  $m$  имеем максимум, при нечетном  $m$  — минимум.

При отражении луча от среды более плотной в менее плотную происходит потеря фазы, равная половине длины волны. Следовательно, в реальном клине минимум освещенности будет возникать при четном  $m$ , а максимум — при нечетном  $m$ .

В воздушном клине  $n' = 1$  и, следовательно:

$$h = \frac{m}{2} \cdot \frac{\lambda}{2},$$

где  $h$  — толщина клина в данной точке.

На поверхности клина будут видны темные и светлые полосы, параллельные ребру клина и соответствующие равной толщине клина. В любой точке толщина клина будет равна:

$$h = k \frac{\lambda}{2}, \quad (108)$$

где  $K$  — число полос, отсчитываемых от ребра клина.

Интерференция имеет широкое применение в измерениях. С помощью интерференции измеряют длины, отклонения от плоскости, показатели преломления, чистоту поверхности, изменения плотности среды и пр.

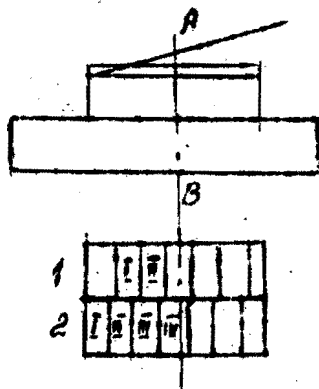
### 3. Измерение длины концевых мер методом интерференции

В области машиностроения интерференция применяется для точного измерения длины, в частности, для измерения длины плоскопараллельных концевых мер и микронеровностей при оценке чистоты поверхности.

Измерения концевых мер длины при помощи интерференции производятся: 1) техническим интерференционным методом; 2) сравнительным интерференционным методом на интерференционном компараторе и 3) абсолютным интерференционным методом.

1. Технический интерференционный метод основан на сравнении длины образцовой и поверяемой меры и определении разницы между их длинами по интерференционным полосам равной толщины, получаемым путем образования клина на поверхностях сравниваемых концевых мер.

При наличии такого клина или, вернее, двух клиньев, на поверхности концевых мер наблюдаются полосы равной толщины (фиг. 78). Очевидно, чем больше толщина клина в некотором сечении  $AB$ , тем больше интерференционных полос будет находиться



Фиг 78

между ребром клина и сечением АВ при одинаковых углах клина.

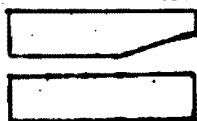
Разность количества полос от ребра до выбранного сечения дает значение разности длин сравниваемых концевых мер. На фиг. 78 количество полос на концевой мере 1 до сечения АВ составляет 2,5; количество полос на концевой мере 2 — составляет 3,75; следовательно, разность между ними будет равна:  $3,75 - 2,5 = 1,25$  полосы.

Если длина волны света, в котором ведутся наблюдения, равна  $\lambda$ , то разность длин мер 1 и 2 составит:

$$\Delta = 1,25 \frac{\lambda}{2}.$$

Технический интерференционный метод осуществляется с помощью весьма простых принадлежностей — плоских стеклянных пластин, одна из которых имеет скос (фиг. 79). Измерения ведутся при дневном освещении или в зеленом свете, что удобнее для глаза. При этом, длина волны дневного (белого) света может быть принята равной  $\lambda = 0,590$  мк.

Верхняя  
пластина со скосом



Нижняя пластина

Фиг. 79

Предельная погрешность метода не превышает  $\pm 0,1$  мк для мер небольшой длины. Наибольшая разность между длинами концевых мер, определяемая техническим интерференционным методом, составляет 1,5 мк.

Для сравнения размеров образцовой и поверяемой концевых мер их притирают к плоской стеклянной пластине, как показано на фиг. 78 и накладывают на их поверхности стеклянную пластину со скосом, образуя клин с ребром, параллельным короткому ребру концевых мер.

Отсчет полос производится по взаимному смещению первой темной полосы на поверхностях концевых мер. При этом урубные черты полос оцениваются на глаз до десятых долей. Для удобства отсчета пластина со скосом имеет два взаимно-перпендикулярных штриха.

Технический интерференционный метод применяется при проверке концевых мер длины 3-го и 4-го разрядов.

2. Сравнительный интерференционный метод, осуществляемый на интерференционном компараторе, в принципе не отличается от технического интерференционного метода, однако позволяет получить большую точность, так как измерения производятся на приборе при более строгом температурном режиме и по исходным мерам 1-го разряда.

Схема интерференционного компаратора представлена на **рис. 80**.

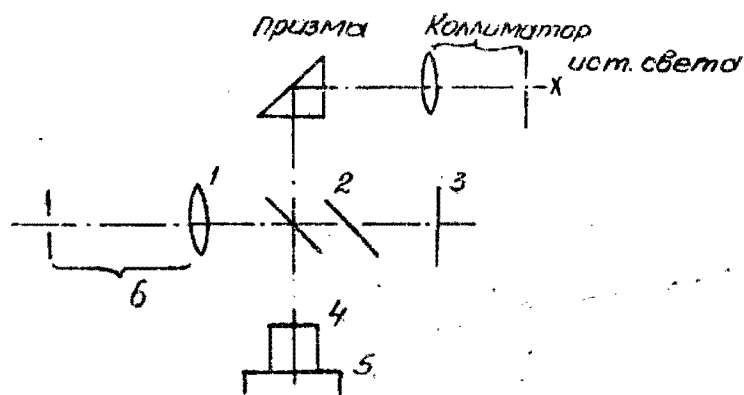


рис. 80

Разделение пучка достигается при помощи стеклянной пластины 1, верхняя сторона которой полупросеребрена. Отраженная часть пучка лучей проходит через

компенсационную пластину 2 и падает на зеркало 3. Часть пучка, прошедшая через пластину 1, падает на поверхности концевых мер 4, притертых к стеклянной пластине 5. В зрительную трубу 6 попадают пучки лучей, отраженных

зеркалом 3 и поверхностями концевых мер 4. В поле зрения, таким образом, наблюдается изображение зеркала 3 и мнимое изображение поверхностей 4. Интерференционная картина возникает в мнимом клине, образованном поверхностью 3 и мнимым изображением поверхностей 4.

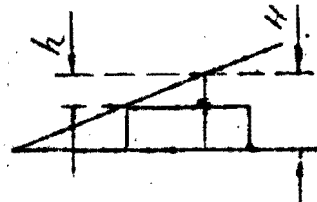
Ребро клина можно произвольно перемещать по поверхности путем перемещения концевых мер в направлении оси прибора.

В белом свете интерференционная картина имеет следующий вид: ребру клина соответствует наиболее темная интерференционная полоса; по обеим сторонам этой полосы расположены две-три симметрично окрашенных полосы.

Измерения ведутся по смещению темной полосы на поверяемой мере относительно образцовой.

3. Абсолютный интерференционный метод осуществляется путем определения всей длины концевой меры в длинах световых волн. Если представить концевую меру помещенной в воздушный клин (фиг. 81), то зная толщину клина  $H$  и толщину второго клина  $h$ , можно вычислить длину меры  $l$  как разность:

$$l = H - h.$$



Фиг. 81

Однако даже при небольших  $l$  подсчет  $H$  и  $h$  по количеству интерференционных полос чрезвычайно затруднен, так как для этого необходимо исчислить несколько тысяч интерференционных полос (до 4000 полос при  $l = 1$  мм).



Практически задача решается методом грубых частей. Для определения разности  $H-h$  отсчитывается только грубая часть смещения полос в малом клине относительно полос в большом клине; отсчет производится в монохроматическом свете для различных длин волн.

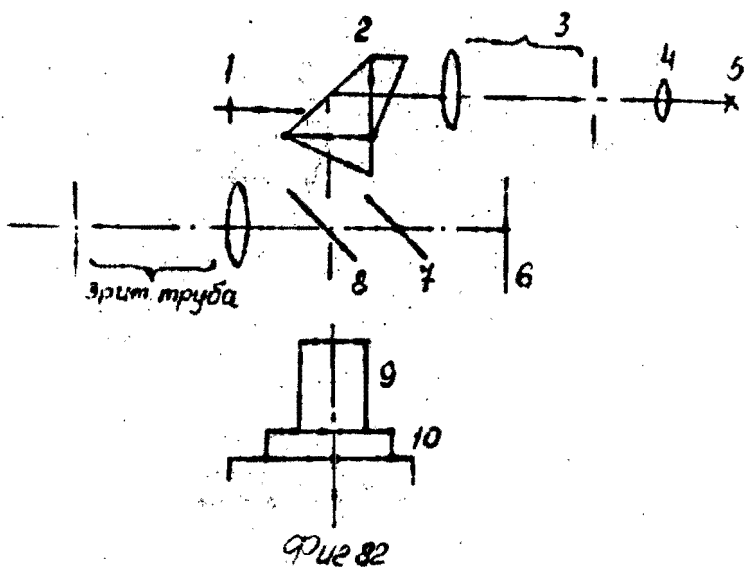
По полученным грубым частям, при известных длинах волн, определяется, по заранее рассчитанным таблицам, длина концевой меры  $\ell$ .

Измерения ведутся на интерференционных компараторах, построенных по схеме, представленной на фиг. 82.

Ответительная часть представляет собой коллиматор 3, на щель которого проектируется конденсатором 4 светящаяся часть источника света 5.

Пучок параллельных лучей далее попадает в сложную призму 2, где происходит дисперсия света и отклонение лучей на  $90^\circ$ .

Винтом 1 изменяется наклон призмы 2 и выделяется монохроматический пучок определенной длины волны, который направляется по вертикальной оси на разделяющую пластину 8. Разделенные пучки далее отражаются одним зеркалом 6, второй — поверхностью меры 9 и поверхностью стеклянной пластины 10. Пластина 7 служит для компенсации хода лучей.



Фиг. 82

Мнимый клин образуется между поверхностью зеркала 6 и мнимым изображением поверхности меры. Кроме этого, между поверхностью зеркала и мнимым изображением поверхности стеклянной пластины образуется второй мнимый клин. В поле зрения наблюдаются полосы равной толщины на поверхности концевой меры.

В качестве источников света служат катодные трубки, наполненные криптоном, гелием и кадмием.

Применяя трубки с криптоном, пользуются четырьмя линиями криптона с длиной волны:

$$\lambda = 0,645; 0,587; 0,564; 0,450 \text{ мк.}$$

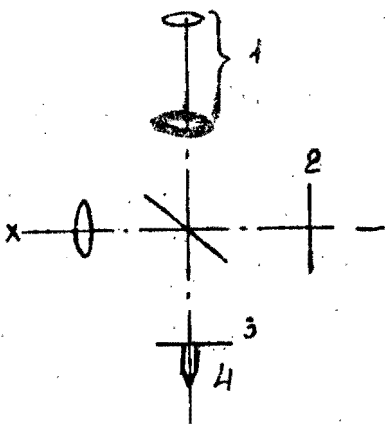
При трубках с гелием пользуются шестью линиями с длиной волны:

$$\lambda = 0,668; 0,588; 0,502; 0,492; 0,471; 0,447 \text{ мк.}$$

Абсолютный интерференционный метод применяется для поверки концевых мер 1-го разряда. При измерении требуется соблюдение строгого температурного режима и введение поправок на барометрическое давление, влажность и температуру.

В настоящее время для поверки концевых мер сравнительным методом применяется интерференционно-контактный прибор инж. Чверского, схема которого представлена на фиг. 83.

Наконечник 4 жестко связан с зеркалом 3, мнимое изображение которого образует мнимый клин с поверхностью зеркала 2. При перемещении зеркала 3 вдоль оси ребро мнимого клина перемещается вдоль зеркала 2. Наблюдая через микроскоп 1 интерференционную картину в белом свете, отсчитывают



Фиг. 83

смещение черной ахроматической интерференционной полосы относительно неподвижной шкалы, расположенной в плоскости диафрагмы поля зрения окуляра микроскопа.

В приборе Уверского измерения ведутся по шкале, цена деления которой определяется в длинах волн в зависимости от ширины интерференционных полос; при этом, меняя

угол клина наклоном зеркала 3 и 2, можно установить желаемую цену деления от 0,02 до 1 мк. Наиболее удобной является цена деления 0,1 мк.

Определение цены деления производится в монохроматическом свете, для чего на пути лучей вводится интерференционный светофильтр.

Расчетная формула:

$$\delta = \frac{m \cdot \lambda}{2k}, \quad (1109)$$

где  $\delta$  — цена одного деления шкалы,

$m$  — количества полос,

$\lambda$  — длина волны света, пропускаемого светофильтром,

$k$  — соответственное количество делений шкалы.

#### 4. Исследование геометрии поверхностей

Исследование плоскостности интерференционным методом производится путем наложения плоской стеклянной пластины на испытуемую плоскость и наблюдения получаемых интерференционных полос равной толщины.

Если полосы прямолинейны, то исследуемая поверхность плоская.

Все искривления полос следует отнести за счет неплоскостности исследуемой поверхности. При этом, если искривление направлено выпуклостью к ребру клина, то имеет место вогнутость поверхности; в обратном случае наблюдается выпуклость исследуемой поверхности.

При исследовании и измерении микронеровностей применяется тот же метод наложения плоского стекла и наблюдения интерференционных полос, следующих своими искривлениями неровностям поверхности. Наблюдая достаточно узкие интерференционные полосы при большом увеличении, получаем картину микропрофиля, соответственную сечению исследуемой поверхности по наблюдаемой интерференционной полосе.

Для измерения микронеровностей и оценки чистоты поверхности служат микроинтерферометры и интерференц-микроскопы акад. В.П. Линника.

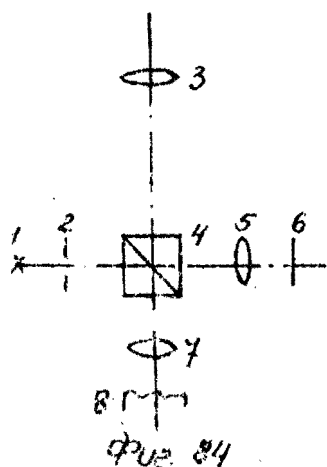


Схема микроинтерферометра приведена на фиг. 84.

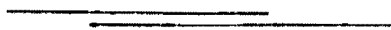
Лучи от источника света 1 проходят через диафрагму 2, разделяются кубиком 4 и через объективы 7 и 5 попадают один на зеркало 6, второй — на исследуемую поверхность 8.

В окуляр 3 наблюдается мнимый клин между поверхностью 8 и мнимым изображением зеркала 6. При увеличении системы микроскопа (объектив 5 — окуляр 3)  $600\times$  и видимой ширине полос 2 мм,

действительная ширина полос  $d$  будет:

$$d = \frac{2000}{600} \approx 3 \text{ мк}.$$

При такой ширине полос возможно измерение неровностей от 0,02 до 2 мк.



## VIII. УВЕЛИЧИВАЮЩИЕ СИСТЕМЫ

Увеличивающие системы, к которым относятся микроскопы, служат для наблюдения деталей небольших размеров, угловая величина которых такова, что они не различимы простым глазом. При хороших условиях освещения и достаточной контрастности, глаз может различать детали, угловая величина которых находится в пределах  $30'' \div 60''$ . Обычно угол удобной различимости принимается равным от  $2'$  до  $4'$  при расстоянии не ближе ближней точки от глаза. Следовательно, предмет нельзя бесконечно приближать к глазу для рассмотрения его деталей.

Для значительного увеличения угловой величины предмета, находящегося на близком расстоянии от глаза, служат лупы (простой микроскоп) и микроскопы (сложный микроскоп).

Лупа состоит из одной (положительной) или двух склеенных линз, ее увеличение может быть до  $40\times$ . Лупа устанавливается между наблюдаемым предметом и глазом на одной оптической оси, причем предмет должен быть расположен вблизи первого главного фокуса лупы. Изображение предмета мнимое и прямое, находящееся в бесконечности — рассматривается глазом наблюдателя в непосредственной близости от лупы (фиг. 85).

Увеличение лупы:

$$N = \frac{\operatorname{tg} \omega'}{\operatorname{tg} \omega},$$

где  $\omega'$  — угловая величина изображения,  
 $\omega$  — угловая величина предмета.

Из фиг. 85 получаем:

$$\operatorname{tg} \omega' = \frac{y'}{-s' + d}; \quad \operatorname{tg} \omega = \frac{y}{-s + d}.$$

Отсюда

$$N = \frac{y'(d-s)}{y(d-s')},$$

а так как

$$\frac{y'}{y} = \frac{s'}{s},$$

то

$$N = \frac{s'(d-s)}{s(d-s')}.$$

Переходя к фокусным расстояниям, можно написать:

$$s = \frac{f s'}{s' - f'},$$

откуда

$$N = \frac{(s' - f')(d-s)}{f(d-s')}.$$

Полагая, что  $d-s = D$  — расстояние наилучшего видения,  $f = -f'$ ,  $s' = \infty$ ,  
получаем при правильном пользовании лупой:

$$N = \frac{D \left(1 - \frac{f'}{s'}\right)}{f' \left(1 - \frac{d}{s'}\right)}$$

или, переходя к пределу  $s' = \infty$ , находим окулярное

увеличение лупы:

$$N_0 = \frac{D}{f'}; \quad (110)$$

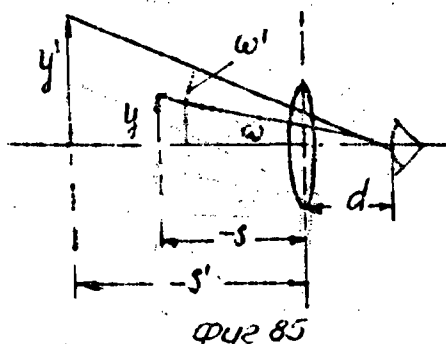
при  $D = 250$  мм

$$N_0 = \frac{250}{f'} = 0,25 \varphi'. \quad (110a)$$

Если глаз accommodирован на расстояние наилучшего видения и придвинут вплотную к лупе, то  $S' = 250$  мм и  $N = N_0 + 1$ .

При рассмотрении лупы как оптического прибора следует определить ее диафрагмы-действующую и полевию. Так как лупа работает совместно с глазом, то рассматриваются два случая: 1) оправка лупы больше зрачка глаза, 2) оправка лупы меньше зрачка глаза. Практическое значение имеет только первый случай.

Предположим, что изображение в лупе получается на конечном расстоянии. С от зрачка глаза и определим диафрагмы лупы (фиг. 86).



Поступая согласно указанному об ограничении световых пучков, найдем изображения всех диафрагм в пространстве предметов и изображений.

В пространстве предметов оправка линзы  $QQ$  изображается самой оправкой  $QQ$ , зрачок глаза  $PP$  изображается в плоскости  $P_1P_1$ . Построение апертурных углов из центра предмета показывает, что апертурной диафрагмой будет служить входной зрачок глаза. Очевидно, оправка линзы будет являться полевой диафрагмой.



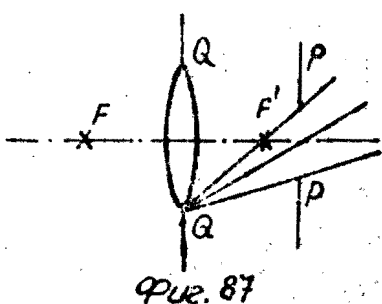
Так как входное окно не совпадает с плоскостью предмета, то будет иметь место виньетирование.

Все рассуждения остаются в силе и в том случае, если предмет помещается

в фокусе линзы, а его изображение — в бесконечности. Апертурный угол в этом случае определится как

$$\operatorname{tg} U = \frac{\rho}{f}, \quad (III)$$

где  $\rho$  — радиус входного зрачка (в этом случае глаз находится в непосредственной близости от линзы).



Фиг. 87

Угол для трех зон виньетирования определяется следующими формулами (Фиг. 87):

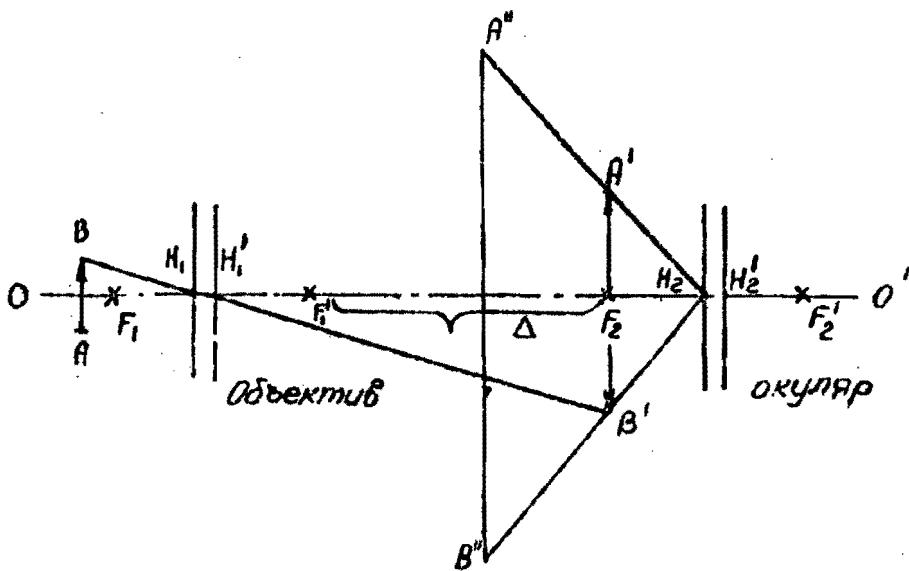
1-я зона	2-я зона	3-я зона
$\operatorname{tg} \omega_1 = \frac{h - \rho}{f' + x'}$	$\operatorname{tg} \omega_2 = \frac{h}{f' + x'}$	$\operatorname{tg} \omega_3 = \frac{h + \rho}{f' + x'}$

Практически расстояние от глаза до линзы должно быть равно около 20 мм.

Сложный микроскоп состоит из двух оптических систем — объектива и окуляра. Обе системы являются сменными, вследствие чего микроскоп может быть настроен на различное увеличение. Это является одним из преимуществ сложного микроскопа перед лупой.

Системы объектива и окуляра положительны, система же микроскопа в целом является

отрицательной. Обе системы являются центрированными; расстояние между вторым главным фокусом объектива и первым главным фокусом окуляра всегда положительно (рис. 88).



Фиг. 88

Предмет  $AB$  помещается между первым главным фокусом объектива и двойным фокусным расстоянием. Его изображение, даваемое объективом, — обратное, действительное и увеличенное ( $A'B'$ ), получается в первом главном фокусе окуляра. Это изображение рассматривается через окуляр, как через лупу.

Окончательное изображение — увеличенное и мнимое — будет находиться в бесконечности.

Фокусное расстояние микроскопа определяется путем просчета луча, проходящего через микроскоп параллельно его оптической оси по формулам (24) — (30).

Согласно этим формулам можно написать:

$$\operatorname{tg} U_2 = \frac{h_2}{f_1'} ;$$

$$h_2 = h_1 - \left( \frac{f_1'}{f_1} + \Delta - f_2 \right) \frac{h_1}{f_1} ,$$

т.е.

$$h_2 = \frac{h_1(f_2 - \Delta)}{f_1'};$$

$$\operatorname{tg} u_3 = -\frac{f_2}{f_2'} \cdot \frac{h_1}{f_1'} + \frac{h_1(f_2 - \Delta)}{f_1' f_2'} = -\frac{h_1 \Delta}{f_1' f_2'};$$

и, наконец:

$$f_{\text{микр}}' = -\frac{f_1' f_2'}{\Delta}. \quad (113)$$

Видимое увеличение микроскопа:

$$N = \beta_{\text{об}} \cdot N_0,$$

где

$$\beta_{\text{об}} = -\frac{\Delta}{f_1'}, \quad N_0 = \frac{D}{f_2'}$$

Следовательно,

$$N = -\frac{\Delta D}{f_1' f_2'} = \frac{D}{f_{\text{микр}}'}. \quad (114)$$

т.е. увеличение микроскопа выражается той же формулой, что и увеличение лупы.

Микроскоп допускает значительно большее увеличение, чем лупа. Разделение его оптической части на две самостоятельные системы дает возможность менять увеличение микроскопа путем смены объективов и окуляров.

Микроскоп может служить в качестве измерительного прибора, если в плоскости действительного изображения предмета установить отсчетное устройство в виде сетки, шкалы микрометра и т.п.

Действующей диафрагмой микроскопа при малых увеличениях служит оправка объектива. У более сложных объективов действующей диафрагмой служит оправка одной из последних

линз объектива, либо особая диафрагма, расположенная позади объектива вблизи его второго фокуса или же в его фокальной плоскости.

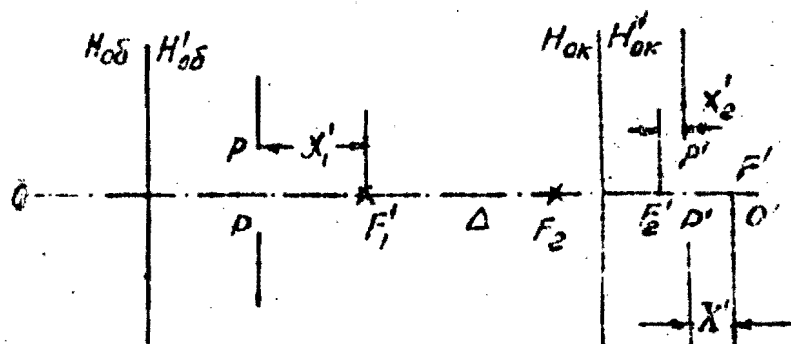
Положение выходного зрачка микроскопа рассчитывается следующим образом:

Пусть действующая диафрагма объектива расположена вблизи второго главного фокуса объектива в плоскости  $PP$  (фиг. 89). Изображение, даваемое окуляром  $P'O'$  будет являться выходным зрачком всего микроскопа. По формуле (15) и из фиг. 89 можно написать:

$$x'_2(x'_1 - \Delta) = f_2 f'_2;$$

$$x'_2 = \frac{f_2 f'_2}{\Delta - x'_1}.$$

Отсюда можно найти  $x'_1$ , если знать расстояние  $x'_F$  второго главного фокуса микроскопа от вто-



фиг 89

рого главного фокуса окуляра. Это расстояние легко получить при расчете второго главного фокусного расстояния микроскопа.

Действительно, последний отрезок  $S'_2$  при этом расчете равен:

$$S'_2 = \frac{h_1(f_2 - \Delta)f'_1 f'_2}{-f'_1 h_1 \Delta} = -\frac{(f_2 - \Delta)f'_2}{\Delta}.$$

Следовательно:

$$x'_F = \frac{f'_2(\Delta + f'_2)}{\Delta} - f'_2 = \frac{f'^2_2}{\Delta},$$

откуда

$$x' = -x'_F + x'_2 = \frac{f_2'^2}{\Delta} + \frac{f_2'^2}{\Delta - x'_1};$$

$$x' = \frac{x'_1 f_2'^2}{\Delta(\Delta - x'_1)}$$

Практически  $x'_1$  очень мал; величина  $x'$ , выражаемая формулой

$$x' = \frac{x'_1 f_2'^2}{\Delta^2}, \quad (115)$$

определяется десятными долями миллиметра, т.е. выходной зрачок почти совпадает со вторым главным фокусом микроскопа.

Диаметр выходного зрачка находят из фиг. 90, принимая во внимание условие синусов:

$$y n \sin u = y' n' \sin u';$$

но

фиг. 90

$$\frac{y'}{y} = -\frac{x'}{f'}$$

$$\text{и} \quad \text{tg } u' = \frac{a'}{x' - X'}$$

Заменяя для малых углов  $\text{tg } u'$  через  $\sin u'$  и полагая  $n' = 1$ , получаем:

$$n \sin u = -\frac{x'}{f'} \sin u' = \frac{a' + X' \sin u'}{f'}$$

Пренебрегая  $X'$  ввиду его малости, получаем:

$$a' = -f' n \sin u;$$

но  $n \sin u = A$  — числовая аппаратура объектива следовательно:

$$a' = f' \cdot A \quad (\text{опуская знак}) \quad (116)$$

Обычно диаметр выходного зрачка микроскопа меньше диаметра входного зрачка глаза.

Диафрагма поля зрения микроскопа помещается в плоскости действительного изображения; значит, входной люк совпадает с предметной плоскостью микроскопа, а выходной люк — с плоскостью изображения. Вследствие этого поле зрения микроскопа резко очерчено и виньетирование не наблюдается.

Разрешающая способность микроскопа зависит от конструкции объектива и при хорошем исправлении aberrаций определяется его числовой апертурой.

Разрешаемое расстояние для микроскопа определяется формулой (104а):

$$\bar{\Delta} = \frac{0,5\lambda}{A}$$

Микроскоп должен обладать достаточным увеличением для того, чтобы расстояние  $\bar{\Delta}$  было видимо глазом. Если угол удобной различимости:  $2' \div 4'$ , то угловая величина изображения:

$$\gamma' = N\bar{\Delta}$$

должна быть не менее  $2'$  и не более  $4'$ , т.е.

$$2' < \frac{\bar{\Delta} \cdot N}{D} \cdot 3036 < 4'$$

или

$$2' < \frac{0,5 \cdot \lambda \cdot N}{D \cdot A} \cdot 3036 < 4'$$

При  $\lambda = 0,550 \text{ мк}$ ,  $D = 250 \text{ мм}$ , получаем пределы полезного увеличения микроскопа:

$$500 A < N < 1000 A \quad (117)$$

## IX. РАСЧЕТ СВЕТОВОЙ ЭНЕРГИИ

При распространении света в оптических системах, состоящих из преломляющих сред, происходит потеря световой энергии. Эта потеря определяется:

- 1) поглощением световой энергии в среде,
- 2) диффузным рассеянием частицами среды,
- 3) потерями световой энергии на границе раздела преломляющих сред, которые состоят из потерь при частичном отражении, а также из потерь при диффузном отражении и преломлении в случае недостаточно совершенной обработки разделяющей поверхности.

Рассмотрим все эти факторы, уменьшающие коэффициент полезного действия оптических приборов.

### 1. Потери световой энергии вследствие поглощения его в приборах.

Каждая прозрачная среда характеризуется коэффициентом прозрачности  $P$  и коэффициентом поглощения  $(1-P)$ .

Коэффициент прозрачности определяется следующим образом. Пусть яркость луча (векторная величина, характеризующая интенсивность света в световой трубке) перед входом его в

некоторую среду равна  $B_0$ . При прохождении в среде некоторого пути  $l$ , яркость примет значение  $B$ , а при дальнейшем прохождении пути  $dl$  яркость пучка примет значение  $B + dB$ . Очевидно, величина  $dB$  явится отрицательной и будет пропорциональна величине  $B$  и пути  $dl$ , т.е.

$$dB = -KBdl \text{ или же } \frac{dB}{B} = -Kdl,$$

где  $K$  — коэффициент пропорциональности.

Интегрирование дает:

$$\int \frac{dB}{B} = -K \int dl; \lg B = -Kl + C,$$

где  $C$  — постоянная интегрирования.

Введя начальные условия  $B = B_0$  при  $l = 0$ , получим:

$$C = \lg B_0,$$

откуда:

$$\lg B - \lg B_0 = -Kl$$

или

$$\lg \frac{B}{B_0} = -Kl.$$

Отсюда

$$\frac{B}{B_0} = e^{-Kl}$$

или

$$B = B_0 e^{-Kl}. \quad (118)$$

Пологая  $e^{-K} = p$ , получим:

$$B = B_0 p^l. \quad (119)$$

Если взять  $B_0 = 1$ ;  $l = 1$ , то

$$p = B,$$

т.е. при начальной единичной яркости в конце пути, равном 1 см, яркость будет равна  $p$ .

Коэффициент прозрачности зависит от свойств среды и от рода лучей. Оптическое



стекло сильно поглощает фиолетовые лучи и не пропускает ультрафиолетовые. Увioletовое стекло несколько пропускает фиолетовые и ультрафиолетовые лучи.

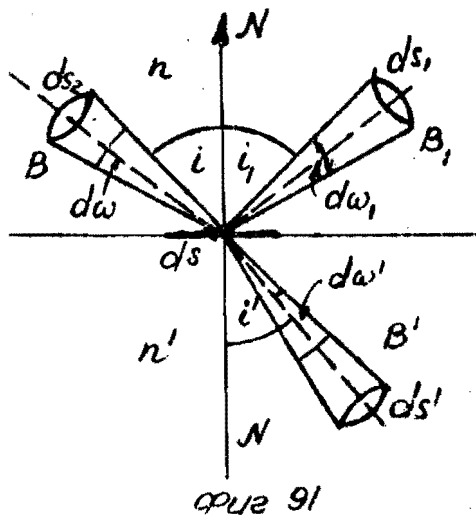
Коэффициент поглощения  $(1-\rho)$  оптических стекол на 1 см пути лежит в пределах 1-2%. Для толстых призм и линз рекомендуется брать наиболее прозрачные стекла ( $\rho$  около 0,99).

## 2. Потери световой энергии вследствие диффузного рассеяния в средах

Диффузное рассеяние в средах, вызываемое наличием помутнений, свилей и пузырьков, обуславливает потери световой энергии, которые математически не могут быть учтены. Для исключения этих потерь следует применять для оптических деталей прозрачное стекло без включений.

## 3. Потери света при преломлении вследствие отражения

Пусть на фиг. 91 падающий пучок лучей имеет основание  $ds_2$  и на него опирается телесный угол  $d\omega$  с вершиной во втором основании  $ds$ , которое лежит на границе, разделяющей две среды с показателями преломления  $n$  и  $n'$ .



Пусть падающий пучок лучей имеет яркость  $B$ , преломленный пучок —  $B'$ , а отраженный —  $B_1$ .

Обозначая мощность светового потока через  $dF$ , можно написать для отраженного пучка на всей

площадке  $ds$ :

$$dF_1 = B_1 \cos i_1 ds d\omega_1,$$

а для преломленного:

$$dF' = B' \cos i' ds d\omega'.$$

Если внутри световых трубок, ограниченных основаниями  $ds_2$  и  $ds$ ;  $ds_1$  и  $ds$ ;  $ds'$  и  $ds$ , не происходит поглощения, то можно написать:

$$dF = dF' + dF_1,$$

или, выражая  $dF$  через  $B$ ,  $ds$ ,  $i$  и  $\omega$ :

$$B \cos i ds d\omega = B_1 \cos i_1 ds d\omega_1 + B' \cos i' ds d\omega';$$

сокращая  $ds$ , получим:

$$B \cos i d\omega = B_1 \cos i_1 d\omega_1 + B' \cos i' d\omega'. \quad (120)$$

По закону отражения:

$$i_1 = i \quad \text{и} \quad d\omega_1 = d\omega.$$

Рассматривая  $d\omega$  как элементарный телесный угол, можно написать:

$$d\omega = \sin i di d\psi, \quad (121)$$

где  $d\psi$  — некоторый угол, полученной при образовании телесного угла  $d\omega$ .

Действительно, из фиг. 92:

$$d\omega = \frac{d\bar{s}}{r^2},$$

но

$$d\bar{s} = AB \cdot AC; \quad AB = EA d\psi = R \sin i d\psi; \quad AC = R di.$$

Отсюда:

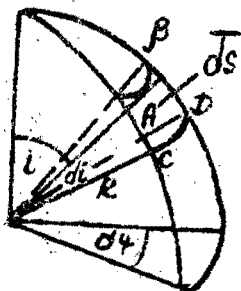
$$d\omega = \frac{R \sin i \cdot R d\psi di}{r^2}.$$

Следовательно:

$$d\omega = \sin i di d\psi.$$

Отсюда можно выразить (120) следующим образом:

$$B \cos i \sin i \, di \, d\psi = B_1 \cos i' \sin i' \, di' \, d\psi + B' \cos i' \sin i' \, di' \, d\psi. \quad (122)$$



Фиг 92

Это выражение упрощается, если, воспользовавшись законом преломления. Взять дифференциал основной формулы (1а) и умножить на основную формулу. Тогда получаем:

$$n^2 \sin i \cos i \, di = n'^2 \sin i' \cos i' \, di';$$

$$\frac{n^2}{n'^2} \sin i \cos i \, di = \sin i' \cos i' \, di'.$$

Подставляя это выражение в (122), получим:

$$B \, d\psi + B_1 \, d\psi + B \left(\frac{n}{n'}\right)^2 \, d\psi$$

или

$$B = B_1 + B' \left(\frac{n}{n'}\right)^2 \quad (123)$$

В физической оптике установлено, что

$$B_1 = \tau B, \quad (124)$$

где  $\tau$  — мера потери яркости пучка на отражение при преломлении. Величина  $\tau$  вычисляется по формуле Френеля; эта формула, при малых значениях углов  $i$  и  $i'$  принимает вид:

$$\tau = \left(\frac{n' - n}{n' + n}\right)^2. \quad (125)$$

Коэффициент  $\tau$  мало изменяется при значениях углов  $i$  и  $i'$  от  $0^\circ$  до  $45^\circ$  и может быть вычислен по формуле (125).

Начиная от угла  $i = 45^\circ$  и более, коэффициент  $\tau$  быстро растет и при  $i = 90^\circ$  достигает максимального значения, равного 1.

Если луч переходит из более плотной среды в менее плотную, т.е. если  $n > n'$ ,

то  $\tau$  достигает максимальной величины при некотором значении угла падения, равном предельному углу преломления или углу полного внутреннего отражения.

При больших значениях угла  $i$  коэффициент отражения остается равным 1.

Подставляя значение  $\tau$  в формулу (123), получаем для яркости после преломления:

$$B = \tau B + B' \left( \frac{n}{n'} \right)^2$$

или

$$B(1-\tau) \left( \frac{n'}{n} \right)^2 = B'. \quad (126)$$

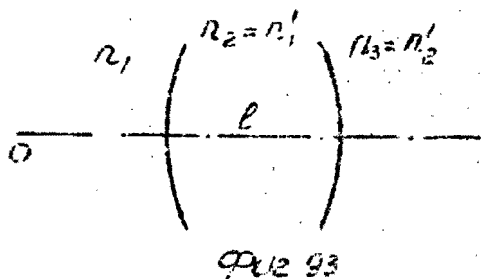
Если показатели преломления соприкасающихся сред мало отличаются друг от друга, то коэффициент  $\tau$  мал.

Линзы обычно склеивают специальным клеем с показателем преломления равным 1,52, благодаря чему достигается минимальная потеря яркости.

Считается, что потеря яркости на отражение, при переходе луча из воздуха в стекло-кран ( $n=1,5$ ) или обратно, составляет 4%, на границе воздух-стекло-флинт ( $n=1,6$ ) - 5%.

#### 4. Расчет потери яркости в оптических приборах

Для примера приведем расчет потерь для двух преломляющих сред (фиг. 93).



Дано:  $n_1$ ;  $n_2 = n_1'$ ;  $n_3 = n_2'$ ;  $l$ ;  $B$ ;  $\tau$ ;  $\rho$ .

Потери отражения при преломлении на первой границе:

$$B_1' = B_2 = B_1 \left( 1 - \tau \right) \left( \frac{n_2}{n_1} \right)^2$$

Потери при поглощении:

$$B_1'' = B_1' \rho^l = B_1 \rho^l (1-\tau) \left(\frac{n_2}{n_1}\right)^2$$

Потери отражения при преломлении на второй границе:

$$B_3 = B_1'' (1-\tau) \left(\frac{n_3}{n_2}\right)^2 = B_1 \rho^l (1-\tau)^2 \left(\frac{n_3}{n_2}\right)^2 \left(\frac{n_2}{n_1}\right)^2,$$

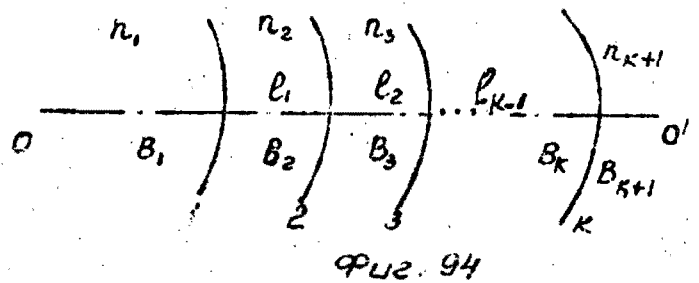
что дает:

$$B_3 = B_1 \rho^l (1-\tau)^2 \left(\frac{n_3}{n_2}\right)^2$$

Значения  $\tau$  для: серебра — 0,94  
 крона — 0,04  
 флинта — 0,05  
 всех стекол — 0,98 — 0,99.

### 5. расчет потерь световой энергии для $K$ преломляющих поверхностей

Пусть задана система, состоящая из  $K$  преломляющих поверхностей (фиг. 94); показатель преломления первой среды равен  $n_1$ , второй  $n_2$  и т. д. до  $n_k$ ; расстояния между вершинами преломляющих поверхностей пусть будут равны:



$l_1, l_2 \dots l_{k-1}$ ; коэффициенты прозрачности сред будут  $\rho_1, \rho_2, \dots, \rho_{k-1}$ ; коэффициенты отражения:  $\tau_1, \tau_2 \dots \tau_k$ .

Обозначим начальную яркость через  $B_1$ , тогда при входе в первую среду эта яркость примет значение  $B_1'$ :

$$B_1' = (1-\tau_1) \left(\frac{n_2}{n_1}\right)^2 B_1.$$

Далее, вследствие поглощения в первой среде, яркость будет уменьшена и мы получим:

$$B_2 = B_1' p_1^{\ell_1} = (1 - z_2) \left( \frac{n_2}{n_1} \right)^2 p_1^{\ell_1} B_1.$$

Аналогично для второй среды получаем:

$$B_2' = (1 - z_2) \left( \frac{n_2}{n_2} \right)^2 B_2 = (1 - z_1) (1 - z_2) p_1^{\ell_1} B_1 \left( \frac{n_2}{n_1} \right)^2 \left( \frac{n_3}{n_2} \right)^2$$

и

$$B_3 = B_2' p_2^{\ell_2} = (1 - z_1) (1 - z_2) p_1^{\ell_1} p_2^{\ell_2} \left( \frac{n_2}{n_1} \right)^2 \left( \frac{n_3}{n_2} \right)^2 B_1.$$

Продолжая таким образом, получаем для  $(k-1)$ -й поверхности

$$B_k = (1 - z_1) (1 - z_2) \dots (1 - z_{k-1}) p_1^{\ell_1} p_2^{\ell_2} \dots p_{k-1}^{\ell_{k-1}} \left( \frac{n_2}{n_1} \right)^2 \dots \left( \frac{n_k}{n_{k-1}} \right)^2 B_1$$

или сокращая:

$$B_k = (1 - z_1) (1 - z_2) \dots (1 - z_{k-1}) p_1^{\ell_1} p_2^{\ell_2} \dots p_{k-1}^{\ell_{k-1}} \left( \frac{n_k}{n_1} \right)^2 B_1.$$

При переходе в  $(k+1)$ -ю среду мы получаем еще одно отражение, т.е.

$$B_{k+1} = (1 - z_1) (1 - z_2) \dots (1 - z_k) p_1^{\ell_1} p_2^{\ell_2} \dots p_{k-1}^{\ell_{k-1}} \left( \frac{n_{k+1}}{n_1} \right)^2 B_1 \dots \quad (126)$$

Если принять для оптического стекла  $p_1 = p_2 \dots p_{k-1} = 0,98$ , для стекла-крон  $z = 0,04$ , для стекла-флинт  $z = 0,05$ , для посеребренного слоя  $z = 0,94$  и положить, что путь луча в стекле равен  $\mathcal{L}$ , то формула (126) может быть упрощена:

$$B_{k+1} = 0,96^{K_{кр}} \cdot 0,95^{K_{фр}} \cdot 0,98^{\mathcal{L}} \cdot 0,06^{K_c} \left( \frac{n_{k+1}}{n_1} \right)^2 B_1, \quad (127)$$

где  $K_{кр}$  — количество отражений крон-воздух,

$K_{фр}$  — — — — — — — — — — флинт-воздух,

$K_c$  — — — — — — — — — — серебро-воздух.

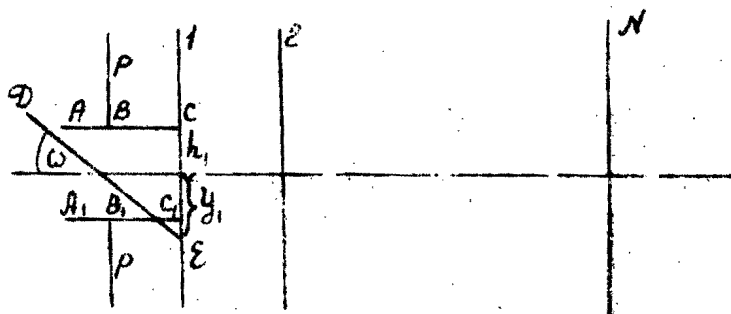
## ХГАБАРИТНЫЙ РАСЧЕТ ОПТИЧЕСКИХ СИСТЕМ

При габаритном расчете определяются все необходимые компоненты оптической системы: световые диаметры линз и зрачков, расстояния между линзами и диафрагмами; при этом заданы: увеличение, апертура, поле зрения, фокусные расстояния и проч. Габаритный расчет производится по общим формулам в каждом отдельном случае, в зависимости от заданных условий.

Основными положениями являются следующие.

Все линзы заменяются эквивалентными бесконечно тонкими линзами.

Если известны фокусные расстояния отдельных компонентов, расстояния между ними, плоскость предмета, плоскость входного зрачка, поле зрения, диаметр входного зрачка, то расчет действующих диаметров линз может быть произведен следующим образом.



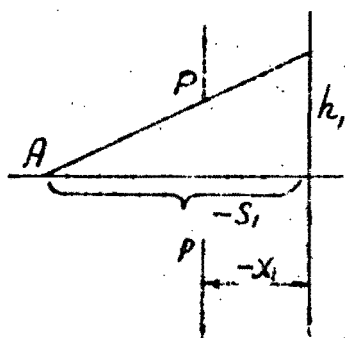
Фиг. 95

Пусть  $1, 2 \dots N$  — данная система линз (фиг. 95),  $pp$  — входной зрачок. Если лучи идут от бесконечно удаленного предмета, то следует просчитать луч  $ABC$  и симметричный ему  $A'B'C'$ , по формулам (27), (28), полагая, что система в воздухе:

$$\operatorname{tg} U_{k+1} = \operatorname{tg} U_k + h_k \mathcal{F}_k;$$

$$h_{k+1} = h_k - d_k \cdot \operatorname{tg} U_{k+1}.$$

Если предмет лежит на конечном расстоянии  $-S_1$  от первой линзы, а радиус входного зрачка равен  $\rho$ , то  $h_1$  будет равно (фиг. 96):



Фиг. 96

$$\frac{h_1}{\rho} = -\frac{S_1}{-S_1 + x_1}$$

или

$$h_1 = -\frac{\rho S_1}{x_1 - S_1} \quad (128)$$

Возьмем полевые лучи, т.е. главные лучи крайних пучков, проходящих через систему. Если задано поле зрения полного освещения  $\omega$ , то очевидно полевой луч  $DE$  дает отрезок  $\mathcal{Y}_1$  на первом компоненте системы и весь световой диаметр первой линзы будет равен:

$$D_1 = 2(h_1 + \mathcal{Y}_1).$$

Таким образом, световые диаметры вычисляются путем расчета хода двух лучей: апертурного (идущего из центра предмета) и полевого (главного, идущего от края предмета).

Величины  $\mathcal{Y}_1, \mathcal{Y}_2 \dots \mathcal{Y}_k$  вычисляются по тем же формулам.

Рассмотрим следующий пример:



- Дано: 1) увеличение  $\gamma = -24\times$ ,  
 2) поле зрения  $2\omega = 1^\circ 30'$ ,  
 3) диаметр выходного зрачка  $d = 2$  мм,  
 4) длина трубы  $\ell = 525$  мм,  
 5) передвижение окуляра при фокусировке по глазу  $\Delta = \pm 5D$ .

Требуется найти:

- 1) окуляр а) свободный диаметр,  
 б)  $f'_{ок}$  и  $\mathcal{U}_{ок}$   
 в) линейное передвижение при установке по глазу, разрешающую силу и видимое поле зрения.
- 2) объектив - а) свободный и полный диаметр,  
 б)  $f'_{об}$  и  $\mathcal{U}_{об}$   
 в)  $\frac{2\alpha}{f'_{об}}$ .

Расчет окуляра:

$$а) \frac{d}{2} = \ell \operatorname{tg} \omega = 525 \cdot 0,013 \approx 6,825 \text{ мм},$$

$$d = 13,75 \text{ мм};$$

$$б) \gamma = \frac{f'_{об}}{f'_{ок}} = 24, \quad f'_{об} + f'_{ок} = 525,$$

$$f'_{об} = 24 f'_{ок}, \quad 25 f'_{ок} = 525, \quad f'_{ок} = 21 \text{ мм},$$

$$\mathcal{U}_{ок} = \frac{1}{0,021} = 50D;$$

$$в) \Delta = \pm \left[ \frac{1}{f'_{ок}} - \frac{1}{f_1} \right] = \pm \left[ \frac{1}{50} - \frac{1}{55} \right] = \pm \left[ \frac{21}{5500} - \frac{19}{5500} \right] = \pm \frac{2}{550} \text{ мм}.$$

Расчет объектива:

$$a) d_{\text{вых. зр.}} \cdot 24 = d_{\text{вх. зр.}} = 48 \text{ мм,}$$

$$d_{\text{полн. вх. зр.}} = 48 + 2 = 50 \text{ мм,}$$

$$б) f'_{\text{об}} = 525 - 21 = 504 \text{ мм,}$$

$$y_{\text{об}} = 2D,$$

$$в) \frac{2\alpha}{f'_{\text{об}}} = \frac{50}{525} = 1:10.$$

Разрешающая сила определяется разрешае-  
мым расстоянием:

$$\psi'' = \frac{140''}{48} = 3''.$$

Видимое поле зрения:

$$2\omega \cdot \gamma = 1^\circ 30' \cdot 24 = 36^\circ.$$

---

Отв. редактор А. Захаров

---

Стекл. ММУ. Заказ 303. Тираж 100. Объем 8 п. л. 18117-532.

М. Пионерская 12