Ю. Г. ЗАРЕНИН

КОНТРОЛЬНЫЕ ИСПЫТАНИЯ НА НАДЕЖНОСТЬ

НАДЕЖНОСТЬ

КАЧЕСТВО

Ю. Г. ЗАРЕНИН

КОНТРОЛЬНЫЕ ИСПЫТАНИЯ НА НАДЕЖНОСТЬ

ИЗДАТЕЛЬСТВО КОМИТЕТА СТАНДАРТОВ,
МЕР И ИЗМЕРИТЕЛЬНЫХ ПРИБОРОВ
ПРИ СОВЕТЕ МИНИСТРОВ СССР

Москва — 1970

УДК 658.562

Книга посвящена актуальным вопросам планирования, проведения и обработки результатов контрольных испытаний на надежность серийно выпускаемых изделий, главным образом изделий приборостроения, радиоэлектронной и электронной промышленности.

Наряду с анализом показателей надежности ремонтируемых и неремонтируемых изделий рассматриваются основные методы контрольных испытаний (одноступенчатый, многоступенчатый, метод последовательного анализа), определяются вероятности браковки и приемки партий, приводятся методы планирования испытаний, подкрепляемые примерами.

Для специалистов, работающих в области контроля качества, на которых рассчитана книга, будут полезны материалы справочного характера (таблицы значений функций Лапласа, таблицы для планирования испытаний и т. д.), приведенные в приложении.

ПРЕДИСЛОВИЕ

Интерес к вопросам надежности изделий широкого промышленного назначения возник давно, однако в последнее время он приобрел некоторое новое направление — практическое.

За истекшие два—три года введен в действие ряд государственных стандартов, требующих включать в обязательном порядке показатели надежности во всю техническую документацию на изделия приборостроения, радиоэлектроники и ряда других отраслей — стандарты, технические задания, технические условия и паспорта. Иначе изделия не могут быть приняты к серийному производству.

Особую роль в этих условиях приобретают вопросы экспериментальной оценки надежности, поскольку окончательное заключение об уровне надежности изделий, о выполнении или невыполнении технических требований в части надежности может быть сделано только на основе эксперимента. При этом чрезвычайно важно обеспечить сопоставимость результатов статистических оценок надежности, получаемых на различных предприятиях. Этого можно добиться только путем введения единых методов планирования, организации и обработки результатов испытаний на надежность. С этой целью в настоящее время по плану Комитета стандартов, мер и измерительных приборов при Совете Министров СССР разрабатывается ряд нормативно-технических материалов (методик, руководящих технических материалов, государственных стандартов), посвященных вопросам испытаний на надежность.

Это, по-видимому, и обусловило большой интерес со стороны специалистов предприятий, занимающихся разработкой и серийным выпуском промышленных изделий, а также потребителей этих изделий ко всем аспектам проблемы надежности, в том числе и к вопросам ее экспериментальной оценки. Возникла, в частности, практическая потребность в освоении теоретических основ, методов планирования и организации и методов обработки результатов испытаний.

Руководящие технические материалы (РТМ) и государственные стандарты (ГОСТы), излагающие материал, как правило, очень лаконично, сжато, не могут удовлетворить эту потребность. И хотя многочисленные книги по надежности не обходят вопросов испытаний, систематического их изложения в литературе пока нет. Настоящая книга представляет собой попытку восполнить этот пробел в части контрольных испытаний на надежность*.

Книга преследует две основные цели: донести до читателя необходимые теоретические обоснования тех методов планирования и обработки результатов испытаний, которые положены в основу РТМ и ГОСТов, и снабдить его всеми необходимыми вспомогательными материалами (формулами, таблицами, графиками) для решения практических задач, возникающих при испытании изделий на надежность.

Математической основой теории испытаний на надежность являются математическая статистика и теория решений. Однако ввиду прикладного характера настоящей книги не использованы специальная терминология, символика этих дисциплин. Материал (за исключением, пожалуй, только раздела, посвященного последовательным испытаниям) изложен таким образом, что от читателя не требуется никаких специальных знаний из основ теории вероятностей. Если читатель пожелает более глубоко и детально ознакомиться с теорией надежности и современных методов испытаний, ему придется обратиться к специальной литературе, список которой приведен в конце книги.

Автор данной книги является членом коллектива, участвовавшего в разработке ГОСТ 13216—67 и разрабатывающего в настоящее время ряд нормативно-технических материалов на методы испытаний на надежность. Дискуссии, проводившиеся в этом коллективе, во многом способствовали выработке у автора определенной системы взглядов на вопросы надежности, нашедшей отражение в этой книге. Пользуясь случаем, автор выражает благодарность всем участникам дискуссий.

---

* Определительным испытаниям на надежность автор предполагает посвятить отдельную книгу.

I. НАДЕЖНОСТЬ И ЕЕ КОЛИЧЕСТВЕННОЕ ВЫРАЖЕНИЕ

1. Надежность

Надежность есть свойство изделия сохранять работоспособность в течение заданного времени в определенных условиях эксплуатации.

Работоспособность определяется значениями всех тех параметров, которые характеризуют качество данного изделия. Изделие работоспособно, если все эти параметры находятся в пределах нормы. Потеря работоспособности, т. е. выход за пределы допусков хотя бы одного параметра, означает отказ.

Понятия «работоспособность» и «отказ» специфичны — для каждого конкретного изделия они определяются по-разному. Но если они сформулированы достаточно четко, то целый ряд вопросов расчета, экспериментальной оценки, повышения надежности решается для различных изделий совершенно единообразно. Это позволяет, в частности, построить единую методику планирования, проведения и оценки результатов испытаний на надежность, пригодную для изделий самого различного назначения.

Следует подчеркнуть важность и широту толкования слов «в определенных условиях эксплуатации». Под условиями эксплуатации здесь нужно понимать не только параметры окружающей среды (температура, влажность, запыленность, давление, химический состав и агрессивность), не только механические и физические воздействия (вибрация, тряска, облучение), но и устанавливаемый инструкцией режим эксплуатации — длительность непрерывной работы, периодичность профилактики, замены элементов и блоков, планово-предупредительные ремонты. Показатели надежности изделия, указываемые в технической документации, тесно связаны с этими условиями эксплуатации и гарантируются только в том случае, если эти условия соблюдаются.

Нужно сказать, что показатели надежности существенно отличаются от других показателей качества.

С одной стороны, если все показатели качества какого-либо изделия могут рассматриваться совершенно изолированно друг от друга, то показатель надежности тесно связан со всеми другими показателями (например, момент возникновения отказа, играющего важнейшую роль в определении надежности, устанавливается путем анализа значений всех показателей качества изделия).

С другой стороны, тот или иной показатель характеризует качество изделия только в том случае, если известно, что в процессе эксплуатации изделия он устойчив и длительно сохраняется неизменным.

Согласно ГОСТ 13377—67 «Надежность в технике. Термины» понятие надежности изделия включает в себя безотказность, ремонтопригодность, сохраняемость и долговечность его частей. В настоящее время испытания на надежность проводятся, главным образом, с целью определения и контроля только безотказности работы изделия. Это отражено, в частности, в ГОСТ 13216—67. В связи с этим надежность понимается ниже в узком смысле, т. е. сведена к безотказности.

2. Показатели надежности

При понимании надежности в узком смысле она теснейшим образом оказывается связанной с временем безотказной работы изделия, временем его работы от момента включения до момента возникновения отказа.

Момент возникновения отказа изделия заранее предсказать нельзя. Время, которое изделие проработает безотказно от момента включения до возникновения отказа, т. е. время возникновения отказа, является случайной величиной. Условимся обозначать ее T.

Как и всякая случайная величина, время T может описываться плотностью распределения вероятностей $f(t)$. Вероятность того, что в течение некоторого фиксированного отрезка времени τ произойдет отказ изделия, равна

$$q(\tau) = \int_0^{\tau} f(t)\, dt\ . \qquad (1)$$

Важнейшим показателем надежности изделия является вероятность того, что изделие проработает заданное время τ безотказно. Она равна

$$p(\tau) = 1 - q(\tau)\ . \qquad (2)$$

Этот показатель часто называют функцией надежности или даже просто надежностью изделия.

Вероятность $p(\tau)$, с одной стороны, определяет степень уверенности в том, что данное изделие будет выполнять свои функции в течение заданного времени τ, с другой — позволяет рассчитать для того же времени надежность любой сложной системы, в состав которой входит данное изделие.

Значение $p(\tau)$, однако, за любой фиксированный отрезок времени τ не является достаточно полной характеристикой надежности. Ведь образцы одного и того же изделия (тем более серийно выпускаемого изделия широкого промышленного назначения) могут входить в состав самых различных устройств и систем, расчетное время работы которых может принимать самые различные значения. Так, датчик температуры может использоваться в системе управления каким-либо производственным процессом, где требуемое время работы исчисляется годами. Тот же датчик может быть установлен и

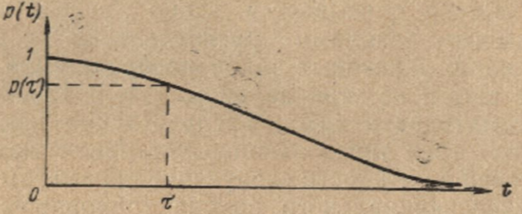

Рис. 1. Закон распределения вероятностей времени безотказной работы изделия

на ракетном двигателе, время жизни которого ограничено минутами и секундами. И в том и в другом случае необходимо учитывать вероятность выполнения датчиком возложенных на него функций. Поэтому для исчерпывающего описания свойств надежности изделия вероятность $p(t)$ должна задаваться как функция времени t в пределах всего срока службы данного изделия. Это позволит определить вероятность безотказной работы изделия за любой отрезок времени τ, интересующий нас в конкретном его применении (рис. 1). На языке теории вероятностей это значит, что для случайной величины T должен быть задан закон распределения вероятностей.

Закон распределения случайной величины T может быть задан по-разному: графиком, таблицей, аналитическим выражением или, наконец, указанием типа закона и величин определяющих его параметров [9—11], например нормальный закон может быть задан графиком известной функции Лапласа, таблицей значений $p(\tau_i)$ для дискретного ряда значений времени τ_i, двумя параметрами — математическим ожиданием $T_{ср}$ и среднеквадратическим отклонением σ_T, или просто двумя значениями вероятностей за любые два фиксированные отрезки времени — $p(\tau_1)$ и $p(\tau_2)$.

С точки зрения простоты и удобства занесения данных о надежности изделий в техническую документацию наиболее целесообразно пользоваться числовыми параметрами (характеристиками) с указанием типа закона распределения. Так как в области надежности практически приходится встречаться только с одно- и двухпараметрическими законами распределения, для их однозначного определения достаточно всего одного или двух параметров, соответственно. Поэтому все устанавливаемые ГОСТ 13216—67 основные показатели надежности представляют собой, по сути дела, параметры закона распределения случайной величины T, выбираемые таким образом, чтобы для любого заданного отрезка времени τ можно было найти вероятность $p(\tau)$.

Распределение T для бо́льшей части реальных изделий достаточно хорошо описывается либо экспоненциальным, либо нормальным законами распределения вероятностей. Для тех изделий, у которых закон распределения T не совпадает ни с одним из этих законов, ГОСТ 13216—67 рекомендует рассматривать закон распределения как неизвестный. Для этих трех типов законов устанавливаются в качестве показателей надежности следующие параметры:

1) Для экспоненциального закона (однопараметрического): интенсивность отказов λ, или среднее время безотказной работы $T_{\text{ср}}$, или вероятность безотказной работы за произвольный фиксированный отрезок времени $p(\tau_1)$.

Любой из этих показателей позволяет рассчитать вероятность безотказной работы изделия за любой отрезок времени τ по формуле:

$$p(\tau) = e^{-\lambda\tau} = e^{-\frac{1}{T_{\text{ср}}}\tau} = e^{-\frac{\tau}{T_{\text{ср}}}\ln[p(\tau_1)]}. \qquad (3)$$

Для упрощения расчетов в приложении 1 приводятся таблицы значений функции e^{-x} для широкого диапазона значений x.

2) Для нормального закона (двухпараметрического): среднее время безотказной работы $T_{\text{ср}}$ и вероятность безотказной работы за произвольный фиксированный отрезок времени τ_1 ($\tau_1 < T_{\text{ср}}$).

Эти два параметра обеспечивают возможность определения $p(\tau)$ при любом τ по формуле

$$p(\tau) = 1 - \frac{1}{\sqrt{2\pi}\cdot\sigma}\int_{-\infty}^{\tau} e^{-\frac{(t-T_{\text{ср}})^2}{2\sigma^2}}\cdot dt \qquad (4)$$

Величина σ определяется с помощью таблицы значений функции Лапласа, приведенной в приложении II, следующим образом: устанавливается значение функции Лапласа

$F(z_1)=1-p(\tau_1)$, по таблице находится z_1, соответствующее $F(z_1)$, затем рассчитывается σ по формуле

$$\sigma = \frac{1}{z}(\tau_1 - T_{ср}).$$

Расчеты $p(\tau)$ по формуле (4) производятся также с помощью таблицы приложения II.

3) Для неизвестного закона: вероятности безотказной работы за два фиксированных отрезка времени τ_1 и τ_2, из которых больший (τ_2) должен быть близок к максимальному возможному времени эксплуатации изделия, а меньший (τ_1) равен половине этого времени, т. е. $p(\tau_1)$ и $p(\tau_2)$. При этом вероятность $p(\tau)$ для любого значения τ не может быть определена точно. Приближенно же для всех $\tau < \tau_2$ ее можно найти с помощью графика $p(t)$, строящегося по трем точкам: $p(0)=1$; $p(\tau_1)$ и $p(\tau_2)$ — (см. рис. 2).

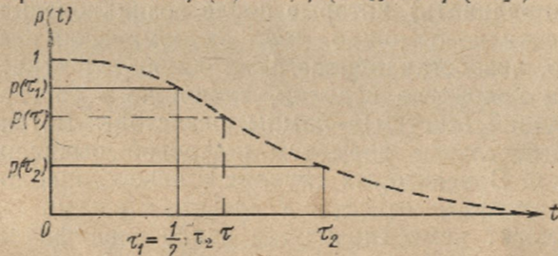

Рис. 2. Ориентировочное определение $p(\tau)$ по показателям надежности изделия в случае, когда закон распределения неизвестен

Таким образом, и в этом случае, хотя и приближенно, решается задача определения $p(\tau)$ для произвольных значений τ.

Следует заметить, что характеристики случайной величины T, а с ними и показатели надежности изделия, реально не сохраняются постоянными бесконечно долго. С течением времени они изменяются и чаще всего в худшую сторону. Поэтому всякий показатель надежности, установленный для изделия, сохраняет свое значение только в пределах ограниченного интервала времени. Это время принято называть временем нормальной эксплуатации. Его трудно определить экспериментальным путем, так как оно может исчисляться годами и десятилетиями. Однако знать его нужно, хотя бы ориентировочно. В противном случае возможны большие ошибки в оценке надежности изделий. В книге Базовского [6] приведено несколько характерных примеров, показывающих, к чему может привести использование показателей надежности без учета времени нормальной эксплуатации.

Рассмотренные выше показатели надежности являются основными. Помимо них для каждого изделия могут устанавливаться еще один или несколько дополнительных показателей, связанных со специфическими особенностями свойств или условий применения конкретного изделия. Такими показателями могут быть, например, коэффициент готовности, среднее время ремонта, наработка на отказ и т. п.

Методы экспериментального контроля надежности, рассматриваемые ниже, охватывают только основные показатели надежности.

3. Надежность невосстанавливаемых и восстанавливаемых изделий

Все изделия принято делить на невосстанавливаемые и восстанавливаемые. К первым относятся изделия, ремонтировать (восстанавливать) которые после возникновения отказа либо технически невозможно, либо экономически невыгодно. Как правило, невосстанавливаемыми являются относительно несложные и недорогие изделия, входящие в состав более сложных изделий (систем) — лампы, резисторы, моточные детали, микромодульные элементы цифровой вычислительной техники и т. п. В некоторых случаях к невосстанавливаемым изделиям приходится отнести и весьма сложные изделия, которые не могут ремонтироваться ввиду специфических условий эксплуатации.

Восстанавливаемые изделия — это изделия, эксплуатация которых предусматривает многократное восстановление после отказа. Это обычно сложные изделия, слагающиеся из многих компонент, например радиоприемник, автомобиль, вычислительная машина.

Надежность невосстанавливаемого изделия (в ее узком понимании) связана только с одной случайной величиной T — временем безотказной работы изделия от момента включения до возникновения отказа. Поэтому задание закона распределения этой случайной величины полностью определяет надежность изделия.

Значительно сложнее обстоит дело с восстанавливаемыми изделиями. Надежность восстанавливаемого изделия на протяжении всего срока службы определяется, строго говоря, целым рядом случайных величин. Это — время безотказной работы от момента включения до первого отказа (T_1), время работы между первым и вторым отказами (T_2) и т. д. до того количества отказов, после которого можно считать, что изделие полностью израсходовало свой ресурс.

В общем (и наиболее реальном) случае величины T_i различны. Изделие со временем стареет. Обычно после каждого проведенного ремонта свойства надежности изделия полностью не восстанавливаются. Поэтому естественно предположить, что параметры закона распределения времени безотказной работы (т. е. показатели надежности изделия) по мере увеличения числа проведенных ремонтов должны изменяться (чаще всего в сторону ухудшения). Так, математическое ожидание $T_{\text{ср}_i} = M[T_i]$ должно уменьшаться с ростом i — номера очередного отказа.

Таким образом, для полного описания свойств надежности восстанавливаемого изделия необходимо задать законы распределения всех случайных величин $T_1; T_2; ...; T_i; ...; T_k$, где k — максимальное число отказов (ремонтов), допустимых до полного израсходования ресурса.

Нетрудно видеть, однако, что определение надежности восстанавливаемого изделия дифференцировано по каждому номеру отказа — дело очень сложное и для большинства изделий практически бесполезное. Например, при этом пришлось бы после каждого очередного отказа изделия заново производить все расчеты надежности не только для самого изделия, но и для любой системы, в которую данное изделие входит в качестве составной части. Для подавляющего большинства промышленных восстанавливаемых изделий широкого назначения, а тем более для сложных автоматических систем, у которых отказы — явление достаточно частое и для которых основной режим работы — это работа между отказами (например, ЭЦВМ), такой подход совершенно неприемлем*. Поэтому для восстанавливаемых изделий типа приборов, различных средств автоматизации и сложных автоматических систем практически всегда принимается предположение об идентичности случайных величин $T_1; T_2; ...; T_i; ...; T_k$. Это эквивалентно утверждению о том, что в пределах срока службы изделия после каждого очередного ремонта полностью восстанавливаются свойства надежности изделия, при этом надежность его во всех «межотказовых» промежутках одинакова. Это предположение является известной идеализацией реального положения вещей, однако в большинстве практических случаев оно не приводит к существенным ошибкам.

Если это предположение принимается, то описание свойств надежности невосстанавливаемых и восстанавливаемых изделий сводится к одной и той же задаче — заданию зако-

---

* Следует все же заметить, что для некоторых восстанавливаемых изделий оценка надежности, дифференцированная по номерам отказов, имеет смысл и практически применяется. Так, для многих сложных, главным образом, механических изделий (двигатели, редукторы и т. п.), надежность до первого отказа, пока изделие работает под заводской пломбой, может существенно отличаться от надежности в период между первым и последующими отказами.

на распределения случайной величины T^*. Для невосстанавливаемых изделий этот закон позволяет определить вероятность безотказной работы в течение произвольного времени τ, а для восстанавливаемых — также и такие важные показатели, как среднее число отказов в единицу времени (интенсивность потока отказов), распределение вероятностей числа отказов на произвольном фиксированном интервале времени Δt и т. д.

Как мы увидим далее, принятие этого предположения может сыграть важную роль также при планировании испытаний восстанавливаемых изделий, в частности при определении необходимого для проведения испытаний числа образцов.

4. Надежность партии образцов

Объектом испытаний на надежность обычно является целая партия образцов какого-либо изделия. Устанавливаемое в результате испытаний значение надежности относится ко всей партии, т. е. к каждому входящему в партию образцу. При этом все образцы партии полагаются равно надежными.

Между тем, очевидно (и это многократно подтверждено на практике), что отдельные образцы изделия, даже изготовленные в идентичных условиях, могут обладать различной надежностью. Это обусловлено неизбежными флуктуациями технологических процессов и показателей качества комплектующих изделий.

Каждый образец имеет свое распределение времени безотказной работы. Если изделие является восстанавливаемым, то надежность каждого отдельного образца можно определить, наблюдая его в течение длительного отрезка времени и получив достаточное количество реализаций времени работы между отказами.

Для невосстанавливаемых изделий индивидуальные показатели надежности отдельных образцов установить невозможно. На каждом образце может быть получена только одна реализация случайной величины T, приносящая совершенно недостаточно информации для подобных заключений. Однако то обстоятельство, что различия свойств надежности отдельных образцов не могут быть выявлены экспериментально, естественно, ни в коей мере не может служить до-

---

[4] С целью дифференциации этих двух групп изделий при исследовании методов испытаний на надежность, условимся понимать под величиной T в первом случае «время работы до отказа», а во втором — «время работы между отказами». В тех случаях, когда то или иное утверждение справедливо в отношении обеих групп изделий, случайную величину T будем называть «временем безотказной работы».

казательством того, что таких различий вообще не существует.

Обозначим плотность распределения времени безотказной работы i-го образца партии через $f_i(t)$. В общем случае плотности $f_i(t)$ для разных i различны. Однако, если вся партия была изготовлена в одних и тех же условиях, при использовании одних и тех же комплектующих элементов и без существенных изменений технологического процесса, то функции $f_i(t)$, по-видимому, не будут различаться значительно.

Вероятность безотказной работы на протяжении фиксированного отрезка времени τ для i-го образца равна

$$p_i(\tau) = 1 - \int_0^\tau f_i(t)\,dt\,. \tag{5}$$

Вероятность безотказной работы за время τ — показатель надежности всей партии образцов можно рассматривать как среднее арифметическое из вероятностей $p_i(\tau)$ для всех образцов, образующих данную партию:

$$p_{\text{партии}}(\tau) = \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N} p_i(t) = 1 - \int_0^\tau f_i(t)\,dt\,. \tag{6}$$

При экспериментальной статистической оценке надежности партии образцов по сути дела определяется именно эта величина, которая и рассматривается как единый показатель надежности для всех образцов партии.

II. ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНАЯ ОЦЕНКА НАДЕЖНОСТИ (ИСПЫТАНИЯ НА НАДЕЖНОСТЬ)

1. Цели эксперимента

Эксперимент — это, с одной стороны, единственный источник получения исходных данных о надежности элементов для расчета, а с другой — способ получения окончательного ответа на вопросы о правильности разработки, о достигнутом уровне надежности. Поэтому вопросы экспериментальной оценки составляют важный раздел теории надежности.

Показатели надежности изделий, как указывалось выше, представляют собой некоторые числовые характеристики случайной величины T, имеющей тот или иной тип закона распределения. Поэтому задачей экспериментальной оценки надежности является определение типа закона распределения случайной величины, а также параметров закона распределения, если тип его заранее известен.

Основным материалом для оценки случайной величины является некоторое количество ее реализаций. Эти реализации могут быть получены либо путем проведения специальных испытаний, либо в процессе наблюдений за работой образцов изделия в условиях эксплуатации.

Оценка надежности во многом аналогична оценке других — не надежностных — показателей качества изделий, таких, как мощность, вес, коэффициент усиления и т. п. Если значения некоторого показателя качества a меняются от одного образца изделия к другому случайным образом в зависимости от флуктуаций свойств материалов, комплектующих элементов и технологического процесса, то требуется определить закон распределения этого показателя среди некоторой партии образцов, а если тип этого закона известен — то оценить параметры этого закона. Знание закона распределения показателя a совместно с заданным допуском на его значения позволяет установить процент годных (или дефектных) образцов в партии и тем самым определить соответствие (или несоответствие) партии техническим условиям по данному показателю.

Эта задача чрезвычайно близка по постановке к задаче оценки надежности.

Специфическая особенность состоит лишь в том, что случайной величиной при испытаниях на надежность является время безотказной работы образца. Как мы увидим далее, это накладывает особый отпечаток на испытания. Еще одна особенность состоит в том, что значение всякого параметра на данном образце может быть определено точно (однозначно), в то время как показатель надежности отдельного образца может быть определен только в очень редких случаях.

2. Выборочные испытания

Объектом экспериментальной оценки надежности (как и других показателей качества изделий) является обычно целая партия, слагающаяся из N образцов (ее называют иногда генеральной совокупностью). Если N велико, то испытаниям подвергают обычно не все N образцов партии, а некоторое меньшее их количество n ($n<N$). Образцы, отбираемые для проведения испытаний, образуют выборку (n— объем выборки). По результатам испытаний выборки делается заключение обо всех N образцах партии. Такие испытания называются выборочными, или статистическими.

Выборочные испытания очень широко распространены в технике, особенно при обследовании серийно выпускаемой продукции. Они используются как для определения показателей качества, так и для оценки показателей надежности изделий [3, 12, 13].

Выборочные испытания позволяют в некоторых случаях очень сильно сократить затраты средств и времени на получение оценки того или иного показателя качества партии по сравнению с полным (100-процентным) обследованием всех образцов. Для некоторых показателей выборочные испытания являются единственно возможным способом оценки.

Все показатели, определяющие качество изделий, можно разделить на две группы:

1) показатели, которые могут быть определены (измерены) без разрушения образца (диаметр вала, омическое сопротивление резистора, вес заготовки, коэффициент усиления и т. п.);

2) показатели, экспериментальное определение которых влечет за собой разрушение или, по крайней мере, существенное ухудшение свойств изделия (прочность на разрыв нити, напряжение пробоя конденсатора и т. д.).

Если оцениваемый показатель партии образцов относится к первой группе, то в принципе возможен 100-процентный контроль, позволяющий определить точное значение соотношения числа нормальных и дефектных образцов в партии. В этом случае выборочные испытания преследуют единственную цель — сократить затраты на проведение испытаний.

Если же оценивается показатель, относящийся ко второй группе, то выборочные испытания являются вынужденными, так как в противном случае (при 100-процентном контроле) выпуск годной продукции будет равен нулю.

Показатели надежности относятся к первой или ко второй группе в зависимости от типа изделия. Если изделие является невосстанавливаемым, то после испытаний на надежность (после определения времени работы до отказа) образец к дальнейшей эксплуатации непригоден. Образцы восстанавливаемых изделий после испытаний на надежность могут передаваться в эксплуатацию. Поэтому при оценке показателей надежности выборочные испытания являются в одних случаях вынужденными, в других — средством сокращения затрат на проведение испытаний.

Ввиду неполного охвата образцов партии результат выборочных испытаний всегда случаен. Однако при испытаниях на надежность этот результат является как бы «дважды случайным». Это можно пояснить следующим образом.

При оценке любых не надежностных показателей качества изделий для каждого отдельного образца можно точно определить соответствие или несоответствие его техническим условиям по данному показателю. В этом случае при 100-процентном контроле возможно полное и точное разделение всей партии на нормальные и дефектные образцы. Статистичность результата выборочных испытаний здесь обусловливается только тем, что испытания проходят не все образцы партии.

Иное положение при оценке показателей надежности. Определяемая на каждом испытываемом образце величина «время безотказной работы» является случайной не только по отношению к множеству всех образцов партии, но и для конкретного образца. При одном замере времени безотказной работы образца получается не детерминированное значение его показателя надежности, а лишь одна реализация случайной величины T, свойственной данному образцу и определяющей его надежность. Поэтому статистичность результата выборочных испытаний на надежность является следствием двух причин: ограниченности объема выборки ($n<N$) и случайности результата каждого отдельного измерения.

Выборочные испытания выдвигают свои специфические проблемы, в частности проблему точности и достоверности получаемых результатов. Естественно, что чем больше объем выборки n, тем точнее получаемая оценка надежности партии изделий и тем выше уверенность в том, что эта случайная оценка соответствует истинному значению показателя надежности партии. С другой стороны, чем больше количество испытываемых образцов, тем больше нужно испытательных стендов и оборудования, тем больше расход энергии, тем выше, в конечном счете, стоимость испытаний.

В связи с этим одной из основных задач планирования выборочных испытаний является определение минимального объема выборки, при котором обеспечивается выполнение заданных требований к точности и достоверности получаемых результатов.

3. Объем выборки и количество наблюдений

Под объемом выборки принято понимать количество образцов изделия, отбираемых для проведения испытаний.

В математической статистике, составляющей математическую основу методов планирования и обработки результатов выборочных испытаний, используется понятие количества (m) реализаций случайной величины, являющихся исходным статистическим материалом для определения ее закона распределения или оценки ее параметров. Его называют также количеством наблюдений. Применительно к испытаниям на надежность m — это количество наблюденных в эксперименте значений времени безотказной работы изделия.

Обычно между количеством наблюдений m и объемом выборки n ставят знак равенства. Однако это справедливо только по отношению к невосстанавливаемым изделиям, когда на одном образце можно получить только одну реализацию времени работы до отказа. При этом m наблюдений могут быть получены только на m образцах. Поэтому $n=m$.

В случае восстанавливаемых изделий, когда на одном образце можно получить несколько реализаций времени работы между отказами, количество наблюдений m и объем выборки n могут быть неравны ($n \neq m$).

Если справедливо предположение о полном восстановлении свойств надежности изделия после ремонта, то реализации времени работы образца между i-м и $(i+1)$-м и между j-м и $(j+1)$-м отказами совершенно равноправны. Кроме того, на основании предположения о равенстве показателей надежности всех образцов партии эквивалентны друг другу также реализации времени T, получаемые на различных образцах. Это означает, что i-ю реализацию времени безотказной работы одного образца можно заменить j-й реализацией другого.

В этих условиях необходимое количество наблюдений m может быть получено как при m образцах выборки (когда на каждом образце производится одно измерение времени T), так и при меньшем количестве образцов (когда на некоторых образцах производится несколько замеров времени работы между отказами). Все m наблюдений могут быть получены и на одном испытываемом образце. Таким образом, если речь идет о восстанавливаемых изделиях, то количество наблюдений и объем выборки связаны неравенством

$$1 \leqslant n \leqslant m. \tag{7}$$

В результате планирования испытаний мы получаем величину необходимого количества наблюдений m. Объем выборки n (в случае восстанавливаемых изделий) выбирается более или менее произвольно, исходя из возможностей производства и допустимой общей продолжительности испытаний. При этом, если количество наблюдений m всегда выгодно выбирать на минимально допустимом уровне, то сокращение количества испытываемых образцов n при фиксированном m, приводящее к необходимости несколько раз испытывать один и тот же образец, далеко не всегда целесообразно: во-первых, это приводит к многократному увеличению общей продолжительности испытаний, во-вторых, при малом n результаты оценки показателя надежности партии в целом оказываются в очень сильной зависимости от индивидуальных свойств образцов, отбираемых для испытаний. Ведь предположение, что все образцы партии равнонадежны, является известной идеализацией реального положения вещей. В действительности надежность всех образцов партии различна и вероятность ошибочных заключений, связанная с принятием этого предположения, тем выше, чем меньшее количество образцов партии участвует в испытаниях. Наихудшее положение имеет место при $n=1$, когда выборочные испытания на надежность сводятся, по сути дела, к достаточно точной и достоверной оценке показателя надежности одного образца, а надежность партии отождествляется с надежностью этого образца, случайно выбранного из партии.

4. Контрольные и определительные испытания

Испытания изделий на надежность (так же, как и по другим показателям качества) могут преследовать две цели.

В одних случаях необходимо экспериментально определить неизвестные числовые значения показателей надежности изделия. Такие испытания принято называть определительными.

В других случаях необходимо только проверить (подтвердить или опровергнуть) соответствие надежности партии требованиям стандарта или технических условий. Такие испытания называются контрольными.

Различная цель испытаний приводит к существенным различиям и в методах планирования и в способах проведения и обработки результатов определительных и контрольных испытаний. Нетрудно видеть, в частности, что задача контроля надежности существенно проще.

Ниже рассматриваются только контрольные испытания.

Испытания на надежность обычно проводятся не изолированно, а совместно с испытаниями изделий по другим показателям качества, устанавливаемым стандартами или техническими условиями.

Согласно ГОСТ 12997—67 [8], установлены четыре вида испытаний изделий государственной системы приборов (ГСП): государственные, типовые, периодические и приемо-сдаточные.

Определительные испытания на надежность входят в государственные испытания, устанавливающие основные показатели качества разработанных изделий перед запуском их в серийное производство. Контрольные испытания на надежность могут входить как составная часть в типовые, периодические и приемо-сдаточные испытания, основная цель которых сводится к проверке изделия на соответствие всем техническим требованиям.

III. КОНТРОЛЬНЫЕ ИСПЫТАНИЯ

1. Исходные данные

Основной целью контрольных испытаний, как указывалось выше, является получение ответа на вопрос, удовлетворяет ли данная партия образцов техническим требованиям в части надежности или нет.

По самой постановке этого вопроса видно, что контрольные испытания являются «точкой конфликта» между изготовителем партии и заказчиком (приемщиком). Это обстоятельство накладывает определенный отпечаток на все вопросы, связанные с планированием и проведением этих испытаний.

Пусть задано граничное значение некоторого показателя надежности Θ. Контрольные испытания должны либо подтвердить справедливость неравенства

$$\Theta_{и} \geqslant \Theta \tag{8}$$

(где $\Theta_{и}$ — истинное значение показателя надежности партии) и принять партию образцов, либо опровергнуть его и тем самым забраковать партию.

Однако результат выборочных испытаний является случайным. Это означает, что при сколь угодно высоком значении $\Theta_{и}$ всегда существует отличная от нуля вероятность получения отрицательного результата, точно так же, как и сколь угодно низкое его значение может привести к положительному результату. Следовательно, принципиально существует возможность ошибки как при положительном, так и при отрицательном исходе испытаний. Одной из задач планирования контрольных испытаний как раз и является обеспечение малой вероятности этих ошибок.

Заказчика, естественно, в первую очередь, интересует обеспечение малой вероятности ошибки при положительном исходе испытаний. В случае, когда партия принимается, заказчику необходима высокая степень уверенности в том, что это решение правильно. С этой целью устанавливается максимальное значение вероятности приемки партии при $\Theta_{и} < \Theta$. Эта вероятность, обозначаемая β и называемая риском заказчика, выбирается обычно на уровне 0,05—0,2. Она и служит гарантией того, что «плохая» партия образцов не будет принята. Контрольные испытания строятся (планируются) таким образом, чтобы при любом $\Theta_{и} < \Theta$ вероятность приемки партии не превышала β. Планирование испытаний в этом случае называется планированием по одному уровню. Расчетным значением показателя надежности партий, прошедших такие испытания, считается заданный уровень Θ.

Такой подход к планированию контрольных испытаний, принимающий во внимание только интересы заказчика и совершенно игнорирующий интересы изготовителя партии образцов, нашел достаточно широкое распространение. Между тем, известно (это будет показано ниже), что при планировании испытаний по одному уровню партия, имеющая $\Theta_и = \Theta$ и, следовательно, вполне удовлетворяющая техническим требованиям—уравнению (8)—будет забракована с вероятностью $(1-\beta)$, т. е. с высокой достоверностью. Так, при $\beta = 0{,}1$ из M вполне отвечающих техническим требованиям партий по результатам контрольных испытаний будет забраковано 0,9 M партий и только 0,1 M партий будет принято.

Такие условия, естественно, совершенно неприемлемы для изготовителя. Чтобы обеспечить себе благоприятные условия сдачи годной продукции, изготовитель вынужден при выпуске изделий добиваться значительно более высокого уровня надежности, чем требуемый по техническим условиям и стандартам ($\Theta_и > \Theta$). Можно с уверенностью утверждать, что вся та продукция, которая принята по испытаниям, спланированным по одному уровню, значительно превышает по своим свойствам надежности тот гарантируемый уровень надежности Θ, который предусмотрен технической документацией. Следовательно, здесь имеет место никем не учитываемое завышение фактической надежности изделий по сравнению с рекламируемой. Это можно было бы считать положительным явлением, если бы повышение надежности не требовало больших затрат. Кроме того, указание в технической документации уровня надежности более низкого, чем фактически достигнутый, со всех точек зрения нецелесообразно.

В связи с этим в последнее время исходные данные для планирования контрольных испытаний задают в виде двух уровней надежности, а не одного, как было раньше. При этом устанавливаются два значения показателя надежности партии: приемочный Θ_α и браковочный Θ_β, соотношение между которыми выражается неравенством

$$\Theta_\alpha > \Theta_\beta . \tag{9}$$

Устанавливаются также два показателя достоверности контрольных испытаний: α — вероятность браковки партии с надежностью $\Theta_и = \Theta_\alpha$ (риск изготовителя); β — вероятность приемки партии с надежностью $\Theta_и = \Theta_\beta$ (риск заказчика).

Эти вероятности выбираются обычно достаточно малыми (порядка 0,05—0,2) и гарантируют, с одной стороны, успешную сдачу «хороших» партий (с показателем надежности Θ_α и выше), с другой — уверенность в браковке «плохих» партий (с показателем надежности Θ_β и ниже), что отвечает интересам изготовителя партии и заказчика.

Контрольные испытания должны обеспечивать выполнение этих условий. Можно показать, что при неравенстве приемочного и браковочного уровней ($\Theta_\alpha > \Theta_\beta$) контрольные испытания всегда можно построить так, что будут обеспечены любые сколь угодно малые заданные значения рисков α и β. В этом случае планирование контрольных испытаний называется планированием по двум уровням.

Может возникнуть вопрос, какой же уровень надежности следует считать расчетным для партий, прошедших контрольные испытания. Вопрос вполне правомерен, так как истинное значение надежности партии $\Theta_и$ даже после окончания испытаний остается неизвестным и различные суждения об этой величине могут иметь лишь вероятностный характер. В то же время ясно, что истинное значение $\Theta_и$ для принятой партии вероятнее всего лежит вблизи приемочного уровня Θ_α или выше его. Точно так же, если партия забракована, то ее показатель надежности следует искать в области, близкой к Θ_β, и ниже*.

Изготовитель изделий не может позволить себе выпуск партии с показателем надежности ниже Θ_α, поскольку при этом резко падает вероятность успешной сдачи партии, успешного выполнения плана. Поэтому можно рекомендовать для проведения расчетов значение показателя надежности, равного Θ_α.

Отдавая дань традиции и учитывая, что планирование по одному уровню получило значительное распространение и что в настоящее время в нормативно-технической документации на многие изделия указан лишь один уровень надежности, ниже будет рассмотрена эта постановка задачи планирования контрольных испытаний. При этом будут сделаны необходимые дополнения, позволяющие учесть повышение истинной надежности партии над планируемой и реальную величину риска исполнителя.

Однако в качестве основной постановки задачи планирования контрольных испытаний в дальнейшем будет рассматриваться планирование по двум уровням. При этом предполагается, что два значения показателя надежности Θ_α и Θ_β с соответствующими значениями рисков α и β задаются в технических условиях на изделие. Если надежность данного изделия определяется двумя показателями Θ_1 и Θ_2 (изделия с нормальным или неизвестным законами распределения *T*), то два уровня — приемочный и браковочный — должны быть заданы для обоих этих показателей, т. е. должны быть заданы $\Theta_{1\alpha}$, $\Theta_{1\beta}$ и $\Theta_{2\alpha}$, $\Theta_{2\beta}$.

---

* Хотелось бы, естественно, дать рекомендации к определению вероятности такого события, как $\Theta_и \geqslant \Theta_\alpha$, при условии, что партия по результатам контрольных испытаний принята. Для этого, однако, нужно знать априорное распределение вероятностей значений показателя надежности $\Theta_и$ в «потоке партий».

Поскольку это распределение вероятностей, как правило, неизвестно, такие рекомендации практически бесполезны.

Установление двух уровней надежности для конкретных изделий — задача достаточно сложная. Если вопрос о выборе Θ_α решается относительно легко (в качестве приемочного уровня целесообразно принять требуемый уровень надежности изделия), то выбирать Θ_β значительно труднее. Насколько ниже следует выбирать Θ_β по отношению к Θ_α ? С одной стороны, чем меньше «зазор» между Θ_α и Θ_β, тем точнее производится оценка истинной надежности партии, с другой стороны, уменьшение интервала между Θ_α и Θ_β приводит при прочих равных условиях к резкому возрастанию необходимого количества наблюдений m, т. е. к резкому увеличению стоимости и усложнению испытаний. Поэтому выбор величины Θ_β при фиксированном Θ_α должен производиться, по-видимому, по-разному для разных изделий, с учетом технико-экономических факторов: стоимости одного образца, величины партии, сложности испытаний, типа используемого показателя Θ. Так, если изделия являются массовыми и недорогими, если организация испытаний одного образца относительно несложна, то интервал между Θ_α и Θ_β следует сужать, добиваясь повышения точности оценки. Если же изделия выпускаются малыми сериями, каждый образец стоит дорого и сам процесс испытаний сопряжен с большими затратами, то с целью сокращения затрат в этом случае уровень Θ_β следует выбирать относительно далеко от уровня Θ_α. Единых рекомендаций здесь установить нельзя.

Исходя из этого, выбор Θ_β, как и Θ_α для конкретных изделий должен регламентироваться стандартами или техническими условиями на отдельные типы изделий.

2. Контролируемые показатели

Контроль надежности партии образцов может проводиться по любому из показателей, используемых для количественной оценки надежности изделий. При этом для каждого контролируемого показателя задаются один или два уровня (для планирования испытаний по одному или, соответственно, по двум уровням).

Если закон распределения времени безотказной работы является экспоненциальным, то могут быть заданы либо λ (λ_α и λ_β), либо $T_{\text{ср}}$ ($T_{\text{ср}_\alpha}$ и $T_{\text{ср}_\beta}$), либо $p(\tau_1)$ ($p_\alpha(\tau_1)$ и $p_\beta(\tau_1)$). При нормальном законе распределения задаются $T_{\text{ср}}$ ($T_{\text{ср}\alpha}$ и $T_{\text{ср}\beta}$) и $p(\tau_1)$ ($p_\alpha(\tau_1)$ и $p_\beta(\tau_1)$). Наконец, когда закон распределения T неизвестен, контролируемыми показателями являются $p(\tau_1)$ ($p_\alpha(\tau_1)$ и $p_\beta(\tau_1)$) и $p(\tau_2)$ ($p_\alpha(\tau_2)$ и $p_\beta(\tau_2)$).

Для каждого из используемых показателей надежности и для каждого из рассматриваемых законов распределения T

нужно отдельно проводить исследования и разрабатывать методику планирования, проведения и обработки результатов контрольных испытаний. Задача исследования, а вместе с ней и методика контрольных испытаний могут быть значительно упрощены, если свести все контрольные испытания к проверке некоторого единого показателя.

Из приведенного выше перечня используемых показателей надежности видно, что наиболее широко используется вероятность безотказной работы за некоторый фиксированный отрезок времени — $p(\tau)$. В тех случаях, когда используются другие показатели (λ и $T_{ср}$ при экспоненциальном законе и $T_{ср}$ при нормальном), вероятность $p(\tau)$ для любого отрезка времени τ можно легко определить расчетным путем. Это может быть сделано с помощью формулы (3) при экспоненциальном законе распределения T и по формулам (4) и (5) при нормальном законе.

Это обстоятельство открывает возможность построения единой методики контрольных испытаний на надежность на основе контроля во всех случаях одного и того же показателя — вероятности $p(\tau)$. При этом общий порядок проведения испытаний сводится к следующему.

Выбираются один или два (при нормальном и неизвестном законах распределения) значения времени испытания — $\tau_{и1}, \tau_{и2}$.

Исходя из заданных показателей надежности определяются путем расчета по формулам (3) или (4) и (5) значения вероятности $p(\tau)$ для $\tau=\tau_1$ и $\tau=\tau_2$. Если заданы два уровня, то для каждого значения времени определяются приемочный и браковочный уровни вероятности. Контрольные испытания планируются и проводятся в расчете на полученные значения $p(\tau)$ при заданных значениях рисков α и β.

Использование $p(\tau)$ в качестве единого контролируемого показателя надежности вместо любых других показателей особенно удобно потому, что контроль $p(\tau)$ при фиксированном времени τ производится совершенно одинаково для любых законов распределения времени безотказной работы изделия.

Нетрудно показать, что при предлагаемой замене одного контролируемого показателя надежности другим полностью обеспечиваются требования к достоверности получаемых результатов. Так, если заданы один уровень интенсивности отказов λ при экспоненциальном законе распределения T и риск заказчика β то, перейдя к контролю $p(\tau)$ и планируя испытания в соответствии с риском β, можно утверждать, что партия с истинным значением интенсивности отказов λ будет забракована с вероятностью $(1-\beta)$. Аналогично, если в случае нормального закона заданы $T_{ср_\alpha}$, $T_{ср_\beta}$; $p_\alpha(\tau_1)$, $p_\beta(\tau_1)$

и риски α и β, то предлагаемый метод проведения контрольных испытаний с расчетом $p_\alpha(\tau_2)$ на основе $T_{ср\alpha}$ и $p_\alpha(\tau_1)$ и $p_\beta(\tau_2)$ на основе $T_{ср\beta}$ и $p_\beta(\tau_1)$ гарантирует как прием партии при $T_{ср_и} = T_{ср_\alpha}$ с вероятностью $(1-\alpha)$, так и браковку партии при $T_{ср_и} = T_{ср_\beta}$ с вероятностью $(1-\beta)$.

В доказательстве этого положения важную роль играет то обстоятельство, что «подменяющий» показатель $p(\tau)$ является монотонной функцией любого из «подменяемых» показателей— λ и $T_{ср}$ в случае экспоненциального закона или $T_{ср}$ в случае нормального. Для монотонных функций от случайных величин имеют место следующие соотношения.

Пусть $W(X)$ — монотонная функция случайной величины X. Тогда

$$Вер(x_1 \leqslant X \leqslant x_2) = Вер\{W(x_1) \leqslant W(X) \leqslant W(x_2)\}, \quad (10)$$

если функция $W(X)$ является монотонно возрастающей

$$\left(\frac{dW(X)}{dx} > 0\right),$$

и

$$Вер(x_1 \leqslant X \leqslant x_2) = Вер\{W(x_2) \leqslant W(X) \leqslant W(x_1)\}, \quad (11)$$

если $W(X)$ — монотонно спадающая функция

$$\left(\frac{dW(X)}{dx} > 0\right).$$

Из выражений (10) и (11) и следует, что вместо контроля по λ и $T_{ср}$ можно вести контроль надежности партии по $p(\tau)$, не нарушая требований к достоверности получаемых результатов.

3. Методы проведения контрольных испытаний

В практике экспериментальной оценки надежности изделий нашли преимущественное распространение три основных метода проведения контрольных испытаний: одноступенчатые (метод однократной выборки); двухступенчатые; метод последовательного анализа.

Наиболее известен метод одноступенчатых испытаний. Он очень удобен, в частности, при контроле такого показателя надежности, как вероятность безотказной работы за фиксированное время τ. Испытания по проверке $p(\tau)$ могут проводиться одноступенчатым методом при любом законе распределения времени безотказной работы изделия.

Продолжительность одного наблюдения при одноступенчатых испытаниях жестко определена ($\tau_и = \tau$), что дает возможность заранее точно рассчитать и общую продолжительность контрольных испытаний. Если исследуемое изделие является невосстанавливаемым ($n = m$) и все образцы выборки испытываются одновременно (параллельно), то общая продолжительность испытаний равна $\tau_и$. Если изделие является восстанавливаемым и объем выборки n меньше необходимого количества наблюдений m, то некоторые образцы испытываются по нескольку раз. Каждое испытание длится время $\tau_и$ и потому общая продолжительность испытаний в несколько раз увеличивается. Однако и в этом случае ее можно рассчитать заранее.

Отличительной чертой одноступенчатых испытаний является то, что решение о приемке или браковке партии принимается только один раз—после получения всех m необходимых наблюдений. Этим и определяется основной недостаток метода, состоящий в том, что необходимое количество наблюдений m (и, соответственно, объем выборки n) получается относительно большим и не может быть уменьшено.

При двухступенчатых испытаниях продолжительность одного наблюдения также жестко фиксирована. Двухступенчатые испытания позволяют сократить среднее количество наблюдений, необходимых для принятия решения (и, соответственно, уменьшить среднее значение необходимого объема выборки). Но при этом возрастает средняя продолжительность испытаний партии в целом. Продолжительность испытаний партии может с определенными вероятностями принимать два значения: $\tau_и$ и $2\tau_и$. Соответственно этому двухступенчатые испытания могут применяться только тогда, когда допустимо удвоение максимальной продолжительности испытаний.

В остальном области рационального применения одно- и двухступенчатых испытаний совпадают. Наиболее удобны они при контроле $p(\tau)$ при фиксированном τ. Их можно применять при исследовании изделий с произвольными законами распределения T.

Метод последовательного анализа позволяет проводить испытания при относительно малых объемах выборки n, сохраняя заданные значения рисков α и β. При этом чем меньше n, тем бо̀льшим оказывается необходимая общая продолжительность испытаний. Если же принять объем выборки соответствующим одноступенчатым испытаниям, то метод последовательного анализа даст возможность уменьшить среднюю продолжительность испытаний.

Хотя последовательный анализ в принципе может использоваться для испытания изделий с любым законом распределения, наиболее удобен он при экспоненциальном законе распределения T. В этом случае можно испытывать различные образцы разное время, проводить испытания при очень малых выборках и т.п.

Основным недостатком этого метода является невозможность заранее определить необходимую общую продолжительность испытаний.

Метод одноступенчатых испытаний можно рассматривать как основной, во-первых, потому, что он удобен для контроля $p(\tau)$ (принятого в качестве основного показателя надежности изделий) и, во-вторых, потому, что два других метода так или иначе с ним связаны.

4. Задачи планирования

В соответствии со сказанным выше в качестве исходных данных для планирования контрольных испытаний задаются α, β, $p_{\alpha}(\tau_{и})$ и $p_{\beta}(\tau_{и})$ (при планировании по двум уровням) или только β и $p(\tau_{и})$ (при планировании по одному уровню). На основе этих данных в результате планирования должны быть получены параметры плана испытаний. В зависимости от используемого метода проведения испытаний (одноступенчатый, двухступенчатый или метод последовательного анализа) параметры эти различны.

При одноступенчатых испытаниях должны быть определены необходимое количество наблюдений m и приемочное число C. В случае двухступенчатых испытаний (см. гл. VI) параметрами плана являются необходимое количество наблюдений для первой и второй ступеней (m_1 и m_2) и приемочные числа C_1 и C_2. В случае последовательного анализа план испытаний однозначно определяется построением специальных графиков (гл. VII).

В некоторых случаях в понятие планирования испытаний включают также составление конкретной методики проведения испытаний, содержащей такие вопросы, как четкое определение понятий работоспособности и отказа изделия; перечень параметров, по которым должен вестись контроль работоспособности изделия в процессе испытаний; входные и выходные сигналы; параметры окружающей среды; периодичность и длительность воздействия внешних факторов; нагрузки и т. д. В дальнейшем изложении эти вопросы из понятия «планирование испытаний» исключаются. Изделия и условия эксплуатации, на которые они рассчитаны, настолько разнообразны, что никаких общих рекомендаций по всем перечисленным вопросам дать нельзя. Эти вопросы должны регламентироваться стандартами и техническими условиями на отдельные виды изделий.

Что же касается перечисленных выше параметров плана при трех основных методах проведения контрольных испытаний, то для их определения можно предложить общие методы, пригодные для изделий любого вида и обеспечивающие полную сопоставимость результатов проводимых испытаний.

IV. ОДНОСТУПЕНЧАТЫЕ ИСПЫТАНИЯ. ОСНОВНЫЕ СООТНОШЕНИЯ

1. Порядок проведения испытаний

Общая идея проведения контрольных испытаний одноступенчатым методом состоит в следующем.

Над n образцами выборки производятся m наблюдений ($m \geqslant n$) в условиях, соответствующих инструкции по эксплуатации. Каждое наблюдение продолжается либо до истечения заданного времени испытания $\tau_и$ (если отказ не наступил ранее), либо до отказа (если отказ возник за время, меньшее $\tau_и$). (В случае невосстанавливаемого изделия, когда $n=m$, все n образцов выборки могут устанавливаться на испытания одновременно; при этом испытания полностью заканчиваются по истечении времени $\tau_и$).

По окончании всех m наблюдений подсчитывается количество наблюдений, закончившихся отказом (количество зафиксированных отказов) d. Если d не превышает некоторого наперед заданного приемочного числа C, делается заключение о соответствии партии техническим требованиям на надежность и партия принимается. При $d>C$ партия бракуется как не соответствующая техническим требованиям.

Следует остановиться отдельно на случаях нормального и неизвестного законов распределения T, когда задаются (и должны контролироваться) два показателя надежности изделия. Согласно высказанному выше предложению о сведении всех показателей надежности к $p(\tau)$ в этом случае должны контролироваться два значения вероятности безотказной работы—за отрезки времени $\tau_{и1}$ и $\tau_{и2}$. Испытание партии изделий на надежность при этом распадается на две частные задачи—контроль $p(\tau_{и_1})$ и $p(\tau_{и_2})$, которые могут решаться совершенно самостоятельно. В этом случае отдельно планируются испытания для контроля $p(\tau_{и_1})$ и $p(\tau_{и_2})$, определяются m' и C' и m'' и C'' и отдельно принимаются два решения о соответствии или несоответствии истинного показателя надежности партии требуемому. Партия принимается, если оба решения являются положительными*.

---

* При этом может возникнуть только одно сомнение, связанное с условием приема партии только при двух положительных заключениях относительно $p(\tau_1)$ и $p(\tau_2)$. Если планирование контрольных испытаний для каждого из этих двух показателей производится так, что обеспечиваются заданные значения рисков α и β, может сложиться представление о том, что результирующий риск заказчика β_Σ сильно занижается ($\beta_\Sigma=\beta^2 \ll \beta$), а результирующий риск изготовителя возрастает до $\alpha_\Sigma = 1-(1-\alpha)^2=\alpha(2-\alpha)$, т. е. почти вдвое.

Это, однако, неверно. Два показателя надежности в этом случае нужно рассматривать как два независимых показателя качества, к проверке

При контроле двух значений вероятности — $p(\tau_{и_1})$ и $p(\tau_{и_2})$ — можно произвести совмещение двух частей испытаний, что позволяет сократить общее количество наблюдений. При $\tau_{и_1} < \tau_{и_2}$ и $\alpha_1 = \alpha_2$ и $\beta_1 = \beta_2$ имеет место соотношение $m' > m''$. Проводится m' наблюдений с максимальной длительностью $\tau_{и_1}$. Среди них перед началом испытаний отмечаются случайным образом m'' наблюдений, которые участвуют и в первой и во второй части испытаний. По окончании всех m' наблюдений длительностью $\tau_{и_1}$ подсчитывается количество отказов d'. Если $d' > C$, партия бракуется и испытания прекращаются. Если $d' \leqslant C'$, то показатель надежности $p(\tau_{и_1})$ считается подтвержденным и испытания продолжаются. Во второй части испытаний участвуют только те m'' наблюдений, которые были отмечены. Эти наблюдения продолжаются до истечения времени $\tau_{и_2}$ (если отказ не наступит ранее). После этого подсчитывается количество отказов d''. Если $d'' \leqslant C''$, второй показатель надежности $p(\tau_{и_2})$ считается подтвержденным и партия принимается. Если $d'' > C''$, партия бракуется.

На этом испытания изделия с нормальным или неизвестным законом распределения T заканчиваются.

2. Модели выборки

Как мы видели выше, основным материалом для заключения о соответствии или несоответствии партии изделий техническим требованиям в отношении надежности является количество отказов d, зарегистрированных в m наблюдениях над образцами выборки (длительность каждого наблюдения $\tau_и$). Поэтому в основе всех расчетов достоверности получаемых результатов и методов планирования испытаний лежит выражение, определяющее вероятность появления d отказов в m наблюдениях.

В теории вероятностей рассматривается аналогичная задача о появлении некоторого случайного события точно d раз в последовательности m опытов. Эта задача имеет две теоретико-вероятностные модели:

1. Последовательность независимости опытов, когда вероятность q появления случайного события остается одинаковой во всех m опытах. Эта модель реализуется, в частности, пу-

---

каждого из которых предъявляются свои требования. Ясно, что каждый показатель (будь то показатель надежности или любой иной показатель) должен проверяться отдельно и изделие может быть принято только в том случае, если проверки по всем показателям приведут к положительным заключениям.

Что же касается трудностей для изготовителя партии, то ясно, что их в общем случае тем больше, чем больше показателей качества изделия записано в технических условиях. Но это справедливо для любых показателей качества, а не только для надежности.

тем последовательного выбора шара из урны с белыми и черными шарами при условии возвращения его в урну перед каждым очередным выбором — выборка с возвратом.

2. Последовательность взаимно зависимых опытов в том частном случае, когда эта зависимость создается тем, что вынутый шар в урну не возвращается — выборка без возврата.

Выражения для $P_m(d)$ — вероятности появления случайного события точно d раз в m опытах в этих двух моделях существенно различны. Известно [9, 10, 11], что первая модель приводит к биномиальному распределению вероятностей, вторая — к гипергеометрическому распределению. И если в первом случае вероятность $P_m(d)$ зависит только от d, m и q, то во втором случае к этим переменным добавляется общее количество N шаров в урне.

По внешним признакам процесс формирования выборки для испытаний на надежность наиболее близок к модели выборки без возврата, поскольку отобранный для испытаний образец обратно в партию не возвращается. Поэтому именно эта модель принимается за основу при рассмотрении задач контроля качества продукции по показателям, не связанным с надежностью. Некоторые авторы эту модель используют и при рассмотрении задач контроля надежности, а вместе с тем и отвечающий этой модели гипергеометрический закон распределения числа отказов. Исходя из того, что гипергеометрическое распределение при определенных условиях сводится к биномиальному, эти авторы рекомендуют пользоваться более простыми биномиальными формулами. Однако это предлагается именно как приближенное решение, требующее в каждом отдельном случае проверки выполнения ряда условий.

Между тем контроль надежности в принципе отличается от контроля других показателей качества и можно показать, что для него наиболее точной моделью является модель выборки с возвратом. Отличие коренится в различии понятий «дефектный образец» (при проверке любых, кроме надежности, показателей качества) и «отказавший образец» (при испытаниях на надежность).

При контроле таких показателей качества, как вес, диаметр, коэффициент усиления, мощность, пробивное напряжение и т. п., каждый образец в партии может быть отнесен либо к нормальным, либо к дефектным. При 100-процентном контроле* все N образцов партии можно разделить на M нормальных и D дефектных. Вероятность того, что очередной от-

* Здесь мы оставляем в стороне вопрос о сложности, трудоемкости и целесообразности такого контроля. Подчеркивается лишь, что точное разделение всей партии на нормальные и дефектные образцы в принципе возможно.

бираемый для контроля образец окажется дефектным, зависит от соотношения числа дефектных и нормальных образцов в партии в тот момент, когда производится этот выбор. Поэтому в зависимости от того, какие образцы (дефектные или нормальные) отобраны в предыдущих случаях, меняется соотношение между дефектными и нормальными образцами в партии, а также вероятность выбора дефектного образца.

При контроле надежности никаким способом нельзя провести разделение партии на «нормальные» и «дефектные» образцы ни до, ни после проведения испытаний (напомним, что в партию входят только такие образцы, которые прошли проверку на работоспособность и необходимую приработку и приняты ОТК предприятия-изготовителя). Если, например, некоторый образец во время испытаний откажет, то это отнюдь не означает, что он является «дефектным» в отношении надежности. Точно так же, если образец проработает время испытаний $\tau_и$ безотказно, то на основании этого нельзя утверждать, что его надежность соответствует техническим требованиям. Это связано с тем, что параметр, определяемый в процессе испытаний на надежность,—«время безотказной работы»—является величиной случайной. Однократное испытание одного образца дает нам одну реализацию этой случайной величины. И только набор таких реализаций, получаемый в результате испытаний всех образцов выборки, позволяет оценить с некоторой достоверностью вероятность $q(\tau_и)$ того, что отказ образца наступит до истечения времени $\tau_и$ (или, наоборот, вероятность $p(\tau_и)$ того, что образец проработает время $\tau_и$ безотказно). Показатель $q(\tau_и)$ или $p(\tau_и)$ характеризует как всю партию в целом, так и каждый образец в отдельности.

Раздельная оценка надежности образцов партии возможна лишь в случае восстанавливаемых изделий, когда для каждого образца можно получить достаточно большое количество реализаций времени безотказной работы.

Исследование этого вопроса показывает, что при обычных значениях дисперсии времени безотказной работы T изделий и дисперсии показателей надежности отдельных образцов в партии при стабильной технологии разброс показателей надежности в значительно меньшей степени влияет на результат контрольных испытаний, чем случайный характер отдельных реализаций в случае предположения о равной надежности всех образцов. Это и позволяет считать, что результат контрольных испытаний на надежность не зависит от того, какие именно образцы партии будут отобраны для испытаний. Поэтому при контроле надежности партии образцов основное предположение состоит в том, что все образцы равнонадежны. Это подтверждается и тем, что показатель надежности партии считается расчетным показателем надежности каждого ее образца.

В связи с этим вероятность того, что очередной отбираемый для испытаний образец даст во время испытаний отказ, не зависит от того, какие именно образцы были отобраны на предыдущих шагах, и определяется только величиной показателя надежности партии. Эта ситуация соответствует модели выборки с возвратом и соответственно биномиальному распределению вероятностей числа отказов в выборке.

3. Основная формула и оперативная характеристика

Согласно биномиальному распределению, вероятность появления точно d отказов в m испытаниях равна

$$P_m(d) = \binom{m}{d} \cdot q^d \cdot (1-q)^{m-d}, \tag{12}$$

где $q = 1 - p$ — вероятность отказа образца в одном испытании длительностью $\tau_{и}$ (в целях краткости далее она будет называться ненадежностью).*

Соответственно этому вероятность того, что количество отказов d не превысит некоторого наперед заданного числа (приемочного числа) C, т. е. вероятность приемки партии, определится выражением

$$\text{Вер}\left\{\text{приемки партии}\right\} = L = \text{Вер}\left\{d \leqslant C\right\} = \sum_{d=0}^{C} \binom{m}{d} \cdot q^d \times$$

$$\times (1-q)^{m-d}. \tag{13}$$

Если план контрольных испытаний составлен (т. е. определены m и C), то формула (13) выражает зависимость вероятности приемки партии L от показателя ее ненадежности q, т. е. $L = \varphi(q)$. Эта зависимость называется оперативной характеристикой [5, 13].

Нетрудно видеть, что $L(0) = 1$ и $L(1) = 0$. Типичная кривая оперативной характеристики приведена на рис. 3.

Если m и C выбраны и тем самым определена соответствующая им оперативная характеристика, то для каждого значения истинной ненадежности партии $q_{и}$ по этой оперативной характеристике можно найти вероятность приемки партии $L(q_{и})$.

---

* Полагая, что время испытания одного образца $\tau_{и}$ выбрано и зафиксировано, здесь и далее будем писать q и p вместо $q(\tau_{и})$ и $p(\tau_{и})$.

С помощью той же характеристики, зная приемочный p_α и браковочный p_β уровни надежности, можно найти риски изготовителя (α) и заказчика (β). Однако прежде нужно рассмотреть несколько подробнее содержание этих двух терминов.

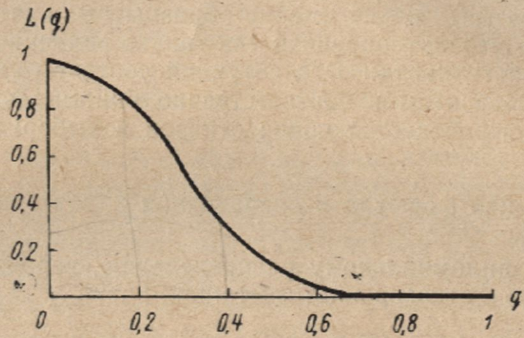

Рис. 3. Оперативная характеристика ($m=10$, $C=3$).

4. Риски α и β

Пусть заданы приемочный и браковочный уровни надежности p_α и p_β (или приемочный и браковочный уровни ненадежности $q_\alpha = 1 - p_\alpha$ и $q_\beta = 1 - p_\beta$ соответственно). Тогда партии с различными значениями показателя ненадежности $q_и$ разбиваются на три группы:

$q_и > q_\beta$ — партии, которые с высокой достоверностью должны браковаться («плохие» партии);

$q_и < q_\alpha$ — партии, которые должны приниматься с высокой достоверностью («хорошие» партии);

$q_\alpha \leqslant q_и \leqslant q_\beta$ — партии, которые могут быть приняты и могут быть забракованы («приемлемые» партии)*.

Партия изделий с ненадежностью $q_и > q_\beta$ не должна быть принята. Однако ввиду случайного характера результата испытаний может оказаться, что количество отказов d не превысит приемочного числа C и партия будет признана удовлетворяющей техническим требованиям. Вероятность такого события при любом значении $q_и < 1$ отлична от нуля. Эта вероятность однозначно определяется оперативной характеристикой и является функцией истинного значения ненадежности партии $q_и$. Обозначим ее $S(q_и)$. Она характеризует ту опасность приема «плохой» партии, которая существует для

* Заметим, что q_α и q_β выбираются достаточно близкими друг к другу и потому количество «приемлемых» партий относительно невелико.

заказчика в выборочных испытаниях при данном плане испытаний*.

Пользуясь оперативной характеристикой, нетрудно установить ход зависимости $S(q_и)$. При $q_и=1$ вероятность приемки партии равна нулю, так как все отобранные для испытаний образцы с достоверностью единица за время испытаний откажут. С уменьшением $q_и$ и приближением ее к q_β вероятность ошибочного принятия партии растет. На интервале значений $q_\beta < q_и \leqslant 1$ функция $S(q_и)$ совпадает с оперативной характеристикой, т. е. $S(q_и)=L(q_и)$. Как только $q_и$ сравняется с q_β, всякая опасность для заказчика исчезает — партия перестает быть «плохой». Следовательно, для всех значений $q_и \leqslant q_\beta$ функция $S(q_и)$ обращается в нуль.

Таким образом, для $S(q_и)$ можно записать следующее выражение:

$$S(q_и)=\begin{cases} L(q_и) & \text{при} \quad q_\beta < q_и \leqslant 1 \\ 0 & \text{при} \quad q_и \leqslant q_\beta \end{cases}. \qquad (14)$$

На рис. 4, *а* изображена оперативная характеристика, соответствующая $m=15$, $C=3$, на рис. 4, *б* приведен график зависимости $S(q_и)$.

Итак, вероятность принять партию образцов, надежность которых не соответствует техническим требованиям, зависит от конкретного значения ее истинной ненадежности и достигает максимума, когда эта ненадежность, оставаясь выше браковочного уровня, вплотную приближается к нему. Это максимальное значение вероятности приемки «плохой» партии, соответствующее $q_и \to q_\beta$, и принято называть риском заказчика:

$$\beta = S_{max} = S(q_и \to q_\beta) \approx L(q_\beta). \qquad (15)$$

При фиксированных m и C величина риска заказчика зависит только от заданного браковочного уровня ненадежности q_β. Если же зафиксировать q_β (как это и бывает при планировании контрольных испытаний), то, выбирая разные значения m и C, можно произвольно изменять величину риска заказчика. В этом, собственно, и состоит смысл планирования испытаний по одному уровню: подбором значений m и C при фиксированном q_β добиваются требуемой величины риска заказчика β.

Приведенные рассуждения показывают, что риск заказчика определяет лишь максимальное значение опасности, существующей для заказчика при данном плане испытаний. Он соответствует случаю испытания таких «плохих» партий, показатели надежности которых лишь на ничтожно малую величину хуже, чем заданный браковочный уровень. Из этого следует,

---

* В полном соответствии с ее смыслом эту вероятность можно было бы назвать риском заказчика, если бы для этого термина не установилось несколько иное значение, которое и будет выяснено ниже.

С помощью той же характеристики, зная приемочный p_α и браковочный p_β уровни надежности, можно найти риски изготовителя (α) и заказчика (β). Однако прежде нужно рассмотреть несколько подробнее содержание этих двух терминов.

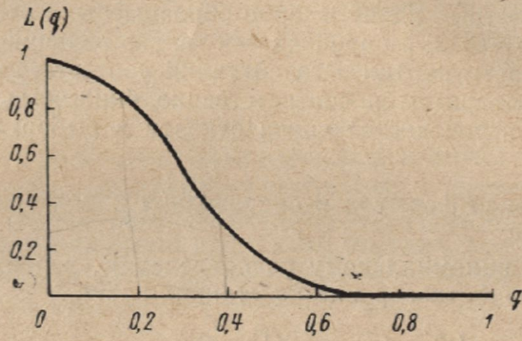

Рис. 3. Оперативная характеристика ($m=10$, $C=3$).

4. Риски α и β

Пусть заданы приемочный и браковочный уровни надежности p_α и p_β (или приемочный и браковочный уровни ненадежности $q_\alpha=1-p_\alpha$ и $q_\beta=1-p_\beta$ соответственно). Тогда партии с различными значениями показателя ненадежности $q_и$ разбиваются на три группы:

$q_и > q_\beta$ — партии, которые с высокой достоверностью должны браковаться («плохие» партии);

$q_и < q_\alpha$ — партии, которые должны приниматься с высокой достоверностью («хорошие» партии);

$q_\alpha \leqslant q_и \leqslant q_\beta$ — партии, которые могут быть приняты и могут быть забракованы («приемлемые» партии)*.

Партия изделий с ненадежностью $q_и > q_\beta$ не должна быть принята. Однако ввиду случайного характера результата испытаний может оказаться, что количество отказов d не превысит приемочного числа C и партия будет признана удовлетворяющей техническим требованиям. Вероятность такого события при любом значении $q_и < 1$ отлична от нуля. Эта вероятность однозначно определяется оперативной характеристикой и является функцией истинного значения ненадежности партии $q_и$. Обозначим ее $S(q_и)$. Она характеризует ту опасность приема «плохой» партии, которая существует для

* Заметим, что q_α и q_β выбираются достаточно близкими друг к другу и потому количество «приемлемых» партий относительно невелико.

заказчика в выборочных испытаниях при данном плане испытаний*.

Пользуясь оперативной характеристикой, нетрудно установить ход зависимости $S(q_и)$. При $q_и=1$ вероятность приемки партии равна нулю, так как все отобранные для испытаний образцы с достоверностью единица за время испытаний откажут. С уменьшением $q_и$ и приближением ее к q_β вероятность ошибочного принятия партии растет. На интервале значений $q_\beta < q_и \leqslant 1$ функция $S(q_и)$ совпадает с оперативной характеристикой, т. е. $S(q_и)=L(q_и)$. Как только $q_и$ сравняется с q_β, всякая опасность для заказчика исчезает — партия перестает быть «плохой». Следовательно, для всех значений $q_и \leqslant q_\beta$ функция $S(q_и)$ обращается в нуль.

Таким образом, для $S(q_и)$ можно записать следующее выражение:

$$S(q_и)=\begin{cases} L(q_и) & \text{при} \quad q_\beta < q_и \leqslant 1 \\ 0 & \text{при} \quad q_и \leqslant q_\beta \end{cases}. \qquad (14)$$

На рис. 4, *а* изображена оперативная характеристика, соответствующая $m=15$, $C=3$, на рис. 4, *б* приведен график зависимости $S(q_и)$.

Итак, вероятность принять партию образцов, надежность которых не соответствует техническим требованиям, зависит от конкретного значения ее истинной ненадежности и достигает максимума, когда эта ненадежность, оставаясь выше браковочного уровня, вплотную приближается к нему. Это максимальное значение вероятности приемки «плохой» партии, соответствующее $q_и \to q_\beta$, и принято называть риском заказчика:

$$\beta = S_{max} = S(q_и \to q_\beta) \approx L(q_\beta). \qquad (15)$$

При фиксированных m и C величина риска заказчика зависит только от заданного браковочного уровня ненадежности q_β. Если же зафиксировать q_β (как это и бывает при планировании контрольных испытаний), то, выбирая разные значения m и C, можно произвольно изменять величину риска заказчика. В этом, собственно, и состоит смысл планирования испытаний по одному уровню: подбором значений m и C при фиксированном q_β добиваются требуемой величины риска заказчика β.

Приведенные рассуждения показывают, что риск заказчика определяет лишь максимальное значение опасности, существующей для заказчика при данном плане испытаний. Он соответствует случаю испытания таких «плохих» партий, показатели надежности которых лишь на ничтожно малую величину хуже, чем заданный браковочный уровень. Из этого следует,

---

* В полном соответствии с ее смыслом эту вероятность можно было бы назвать риском заказчика, если бы для этого термина не установилось несколько иное значение, которое и будет выяснено ниже.

С помощью той же характеристики, зная приемочный p_α и браковочный p_β уровни надежности, можно найти риски изготовителя (α) и заказчика (β). Однако прежде нужно рассмотреть несколько подробнее содержание этих двух терминов.

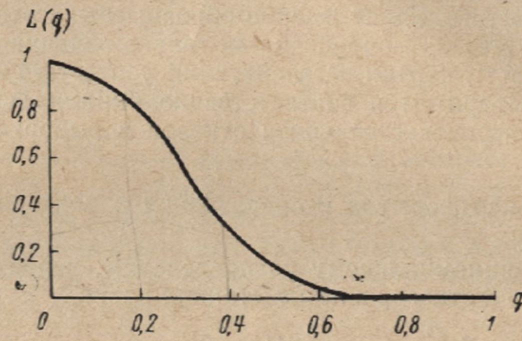

Рис. 3. Оперативная характеристика ($m=10$, $C=3$).

4. Риски α и β

Пусть заданы приемочный и браковочный уровни надежности p_α и p_β (или приемочный и браковочный уровни ненадежности $q_\alpha=1-p_\alpha$ и $q_\beta=1-p_\beta$ соответственно). Тогда партии с различными значениями показателя ненадежности $q_и$ разбиваются на три группы:

$q_и > q_\beta$ — партии, которые с высокой достоверностью должны браковаться («плохие» партии);

$q_и < q_\alpha$ — партии, которые должны приниматься с высокой достоверностью («хорошие» партии);

$q_\alpha \leqslant q_и \leqslant q_\beta$ — партии, которые могут быть приняты и могут быть забракованы («приемлемые» партии)*.

Партия изделий с ненадежностью $q_и > q_\beta$ не должна быть принята. Однако ввиду случайного характера результата испытаний может оказаться, что количество отказов d не превысит приемочного числа C и партия будет признана удовлетворяющей техническим требованиям. Вероятность такого события при любом значении $q_и<1$ отлична от нуля. Эта вероятность однозначно определяется оперативной характеристикой и является функцией истинного значения ненадежности партии $q_и$. Обозначим ее $S(q_и)$. Она характеризует ту опасность приема «плохой» партии, которая существует для

* Заметим, что q_α и q_β выбираются достаточно близкими друг к другу и потому количество «приемлемых» партий относительно невелико.

заказчика в выборочных испытаниях при данном плане испытаний*.

Пользуясь оперативной характеристикой, нетрудно установить ход зависимости $S(q_{и})$. При $q_{и}=1$ вероятность приемки партии равна нулю, так как все отобранные для испытаний образцы с достоверностью единица за время испытаний откажут. С уменьшением $q_{и}$ и приближением ее к q_{β} вероятность ошибочного принятия партии растет. На интервале значений $q_{\beta} < q_{и} \leqslant 1$ функция $S(q_{и})$ совпадает с оперативной характеристикой, т. е. $S(q_{и}) = L(q_{и})$. Как только $q_{и}$ сравняется с q_{β}, всякая опасность для заказчика исчезает — партия перестает быть «плохой». Следовательно, для всех значений $q_{и} \leqslant q_{\beta}$ функция $S(q_{и})$ обращается в нуль.

Таким образом, для $S(q_{и})$ можно записать следующее выражение:

$$S(q_{и}) = \begin{cases} L(q_{и}) & \text{при} \quad q_{\beta} < q_{и} \leqslant 1 \\ 0 & \text{при} \quad q_{и} \leqslant q_{\beta} \end{cases}. \qquad (14)$$

На рис. 4, *а* изображена оперативная характеристика, соответствующая $m=15$, $C=3$, на рис. 4, *б* приведен график зависимости $S(q_{и})$.

Итак, вероятность принять партию образцов, надежность которых не соответствует техническим требованиям, зависит от конкретного значения ее истинной ненадежности и достигает максимума, когда эта ненадежность, оставаясь выше браковочного уровня, вплотную приближается к нему. Это максимальное значение вероятности приемки «плохой» партии, соответствующее $q_{и} \to q_{\beta}$, и принято называть риском заказчика:

$$\beta = S_{max} = S(q_{и} \to q_{\beta}) \approx L(q_{\beta}). \qquad (15)$$

При фиксированных m и C величина риска заказчика зависит только от заданного браковочного уровня ненадежности q_{β}. Если же зафиксировать q_{β} (как это и бывает при планировании контрольных испытаний), то, выбирая разные значения m и C, можно произвольно изменять величину риска заказчика. В этом, собственно, и состоит смысл планирования испытаний по одному уровню: подбором значений m и C при фиксированном q_{β} добиваются требуемой величины риска заказчика β.

Приведенные рассуждения показывают, что риск заказчика определяет лишь максимальное значение опасности, существующей для заказчика при данном плане испытаний. Он соответствует случаю испытания таких «плохих» партий, показатели надежности которых лишь на ничтожно малую величину хуже, чем заданный браковочный уровень. Из этого следует,

---

* В полном соответствии с ее смыслом эту вероятность можно было бы назвать риском заказчика, если бы для этого термина не установилось несколько иное значение, которое и будет выяснено ниже.

С помощью той же характеристики, зная приемочный p_α и браковочный p_β уровни надежности, можно найти риски изготовителя (α) и заказчика (β). Однако прежде нужно рассмотреть несколько подробнее содержание этих двух терминов.

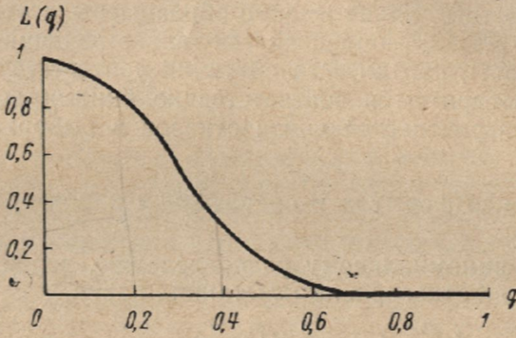

Рис. 3. Оперативная характеристика ($m=10$, $C=3$).

4. Риски α и β

Пусть заданы приемочный и браковочный уровни надежности p_α и p_β (или приемочный и браковочный уровни ненадежности $q_\alpha = 1 - p_\alpha$ и $q_\beta = 1 - p_\beta$ соответственно). Тогда партии с различными значениями показателя ненадежности $q_и$ разбиваются на три группы:

$q_и > q_\beta$ — партии, которые с высокой достоверностью должны браковаться («плохие» партии);

$q_и < q_\alpha$ — партии, которые должны приниматься с высокой достоверностью («хорошие» партии);

$q_\alpha \leqslant q_и \leqslant q_\beta$ — партии, которые могут быть приняты и могут быть забракованы («приемлемые» партии)*.

Партия изделий с ненадежностью $q_и > q_\beta$ не должна быть принята. Однако ввиду случайного характера результата испытаний может оказаться, что количество отказов d не превысит приемочного числа C и партия будет признана удовлетворяющей техническим требованиям. Вероятность такого события при любом значении $q_и < 1$ отлична от нуля. Эта вероятность однозначно определяется оперативной характеристикой и является функцией истинного значения ненадежности партии $q_и$. Обозначим ее $S(q_и)$. Она характеризует ту опасность приема «плохой» партии, которая существует для

* Заметим, что q_α и q_β выбираются достаточно близкими друг к другу и потому количество «приемлемых» партий относительно невелико.

заказчика в выборочных испытаниях при данном плане испытаний*.

Пользуясь оперативной характеристикой, нетрудно установить ход зависимости $S(q_{и})$. При $q_{и}=1$ вероятность приемки партии равна нулю, так как все отобранные для испытаний образцы с достоверностью единица за время испытаний откажут. С уменьшением $q_{и}$ и приближением ее к q_{β} вероятность ошибочного принятия партии растет. На интервале значений $q_{\beta}<q_{и}\leqslant 1$ функция $S(q_{и})$ совпадает с оперативной характеристикой, т. е. $S(q_{и})=L(q_{и})$. Как только $q_{и}$ сравняется с q_{β}, всякая опасность для заказчика исчезает — партия перестает быть «плохой». Следовательно, для всех значений $q_{и}\leqslant q_{\beta}$ функция $S(q_{и})$ обращается в нуль.

Таким образом, для $S(q_{и})$ можно записать следующее выражение:

$$S(q_{и})=\begin{cases} L(q_{и}) & \text{при} \quad q_{\beta}<q_{и}\leqslant 1 \\ 0 & \text{при} \quad q_{и}\leqslant q_{\beta} \end{cases}. \tag{14}$$

На рис. 4, *а* изображена оперативная характеристика, соответствующая $m=15$, $C=3$, на рис. 4, *б* приведен график зависимости $S(q_{и})$.

Итак, вероятность принять партию образцов, надежность которых не соответствует техническим требованиям, зависит от конкретного значения ее истинной ненадежности и достигает максимума, когда эта ненадежность, оставаясь выше браковочного уровня, вплотную приближается к нему. Это максимальное значение вероятности приемки «плохой» партии, соответствующее $q_{и}\to q_{\beta}$, и принято называть риском заказчика:

$$\beta=S_{max}=S(q_{и}\to q_{\beta})\approx L(q_{\beta}). \tag{15}$$

При фиксированных m и C величина риска заказчика зависит только от заданного браковочного уровня ненадежности q_{β}. Если же зафиксировать q_{β} (как это и бывает при планировании контрольных испытаний), то, выбирая разные значения m и C, можно произвольно изменять величину риска заказчика. В этом, собственно, и состоит смысл планирования испытаний по одному уровню: подбором значений m и C при фиксированном q_{β} добиваются требуемой величины риска заказчика β.

Приведенные рассуждения показывают, что риск заказчика определяет лишь максимальное значение опасности, существующей для заказчика при данном плане испытаний. Он соответствует случаю испытания таких «плохих» партий, показатели надежности которых лишь на ничтожно малую величину хуже, чем заданный браковочный уровень. Из этого следует,

---

* В полном соответствии с ее смыслом эту вероятность можно было бы назвать риском заказчика, если бы для этого термина не установилось несколько иное значение, которое и будет выяснено ниже.

в частности, что если риск заказчика равен, например, 0,2, то это не означает, что из каждых десяти «плохих» партий в результате испытаний в среднем две будут приняты. Это было бы справедливо, если бы все десять партий имели $q_и \to q_\beta$ (при

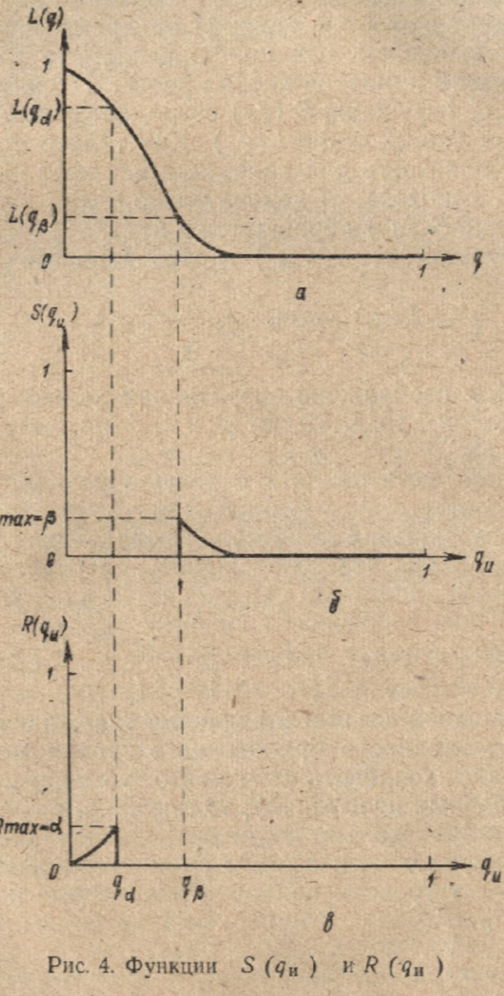

Рис. 4. Функции $S(q_и)$ и $R(q_и)$

$q_и > q_\beta$). Если же эти десять партий будут иметь ненадежность значительно выше браковочного уровня, то вероятность принятия такой партии будет значительно меньше β. Из этого становится ясным, что в некоторых случаях допустимо принимать при планировании испытаний достаточно высокие значения риска заказчика — порядка 0,3—0,4, а иногда даже 0,6—0,7.

Аналогичные рассуждения можно привести и относительно риска изготовителя α. При данном плане испытаний ($m=\text{const}$ и $C=\text{const}$) для изготовителя существует опасность того, что «хорошая» партия образцов—с истинным значением показателя ненадежности, вполне удовлетворяющим техническим требованиям ($q_и < q_\alpha$), — по результатам испытаний будет забракована. Для оценки величины этой опасности может служить вероятность браковки по результатам испытаний партии с показателем надежности $q_и < q_\alpha$. Обозначим эту вероятность $R(q_и)$.

Вероятность не сдать «хорошую» партию существует при любом значении $q_и$, отличном от нуля. Если $q_и=0$, вероятность забракования партии равна нулю, поскольку все испытываемые образцы с достоверностью единица проработают заданное время без отказа. По мере роста $q_и$ от 0 до q_α, вероятность $R(q_и)$ возрастает. Когда $q_и=q_\alpha$, партия перестает быть «хорошей» и всякая опасность для изготовителя исчезает.

По аналогии с формулой (14) для $R(q_и)$ можно записать:

$$R(q_и)=\begin{cases} 1-L(q_и) & \text{при } 0\leqslant q_и\leqslant q_\alpha \\ 0 & \text{при } q_и > q_\alpha \end{cases} \qquad (16)$$

График зависимости $R(q_и)$ изображен на рис. 4, *в*.

Риском изготовителя называется максимальное значение вероятности $R(q_и)$, реализуемое при $q_и \to q_\alpha$:

$$\alpha = R_{max} = R(q_и \to q_\alpha) \approx 1 - L(q_\alpha). \qquad (17)$$

Между приемочным и браковочным уровнями надежности, рисками заказчика и исполнителя, с одной стороны, и параметрами плана испытаний, с другой стороны, существует теснейшая зависимость. При фиксированном плане испытаний значения рисков α и β определяются только величинами p_α и p_β. В случае $p_\alpha = p_\beta$ риски связаны между собой простым соотношением

$$\alpha = 1 - \beta. \qquad (18)$$

При фиксированных и неравных p_α и p_β значения рисков α и β не связаны между собой и могут устанавливаться произвольно малыми*. Соответствующим планированием контрольных испытаний (выбором m и C) могут быть обеспечены теоретически сколь угодно малые значения α и β, а практически — любые требуемые значения.

---

* Следует только помнить при этом, что чем меньше α и β при фиксированных p_α и p_β или чем ближе p_α и p_β друг к другу при заданных α и β, тем больше требуемое количество наблюдений m.

5. Приближенная формула для L

При известных условиях $m \gg 1$, $q \ll 1$ и $d \ll m$, (19) часто выполняющихся в практических задачах контроля надежности партий, биномиальное распределение (12) переходит в распределение Пуассона [14, 15]:

$$P_m(d) = \frac{a^d}{d!} e^{-a}, \tag{20}$$

где $a = mq$ — параметр распределения Пуассона или наиболее вероятное количество отказов при m наблюдениях.

Соответственно этому и выражение (13) принимает вид

$$L = \text{Вер}\{d \leqslant C\} = \sum_{d=0}^{C} \frac{a^d}{d!} e^{-a} \ . \tag{21}$$

Вероятность приемки партии L в этом случае является функцией обобщенной переменной a; приемочное число C является константой. Семейство характеристик $L(a)$ для различных C может быть представлено на одном рисунке. На рис. 5 приведено семейство характеристик $L(a)$ для приемочных чисел от 0 до 20.

Значения L, получаемые в соответствии с выражением (21) или по характеристикам рис. 5, являются приближенными. Одно и то же значение L соответствует здесь любой паре сомножителей m и q, обеспечивающих одно и то же значение параметра a. Так, при некотором фиксированном C одно и то же значение L дают следующие пары чисел:

$$\left.\begin{array}{lll} m = 10, & q = 0{,}04 & (p = 0{,}96) \\ m = 8, & q = 0{,}05 & (p = 0{,}95) \\ m = 5, & q = 0{,}08 & (p = 0{,}92) \\ m = 4, & q = 0{,}10 & (p = 0{,}90) \end{array}\right\} \quad a = mq = \text{const}$$

и т. п.

В то же время точная формула (13) дает для всех этих случаев разные значения L.

Для оценки степени приближенности решений по формуле (21) на рис. 6 построены три приближенные характеристики при $C=0$, $C=10$ и $C=18$ и для тех же значений C — несколько точных оперативных характеристик, соответствующих выражению (13) при разных значениях $p=1-q$. Из сопоставления приближенных кривых с точными видно, что относительная погрешность их возрастает с ростом q — как и следовало ожидать соответственно условиям (19).

Это подчеркивает необходимость проверки выполнения условий (19) при пользовании приближенной формулой (21).

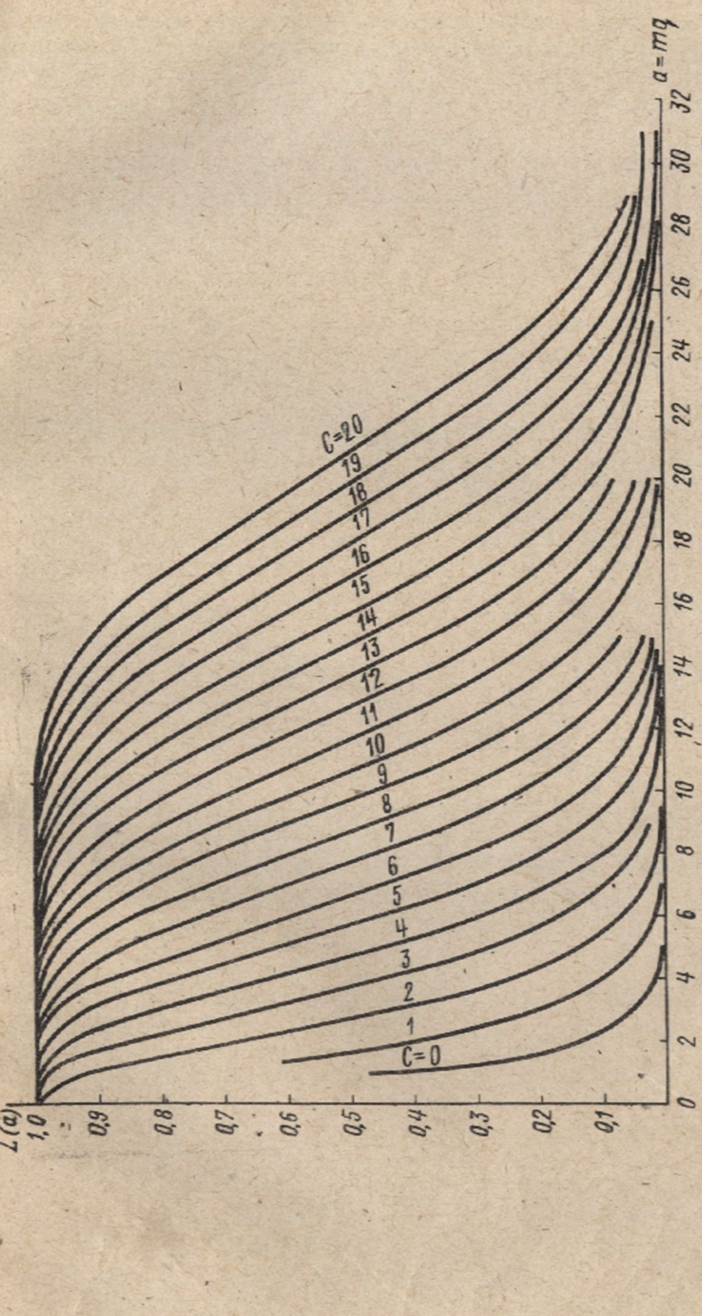

Рис. 5. Семейство характеристик $L\ (a)$ для $C=0\div20$

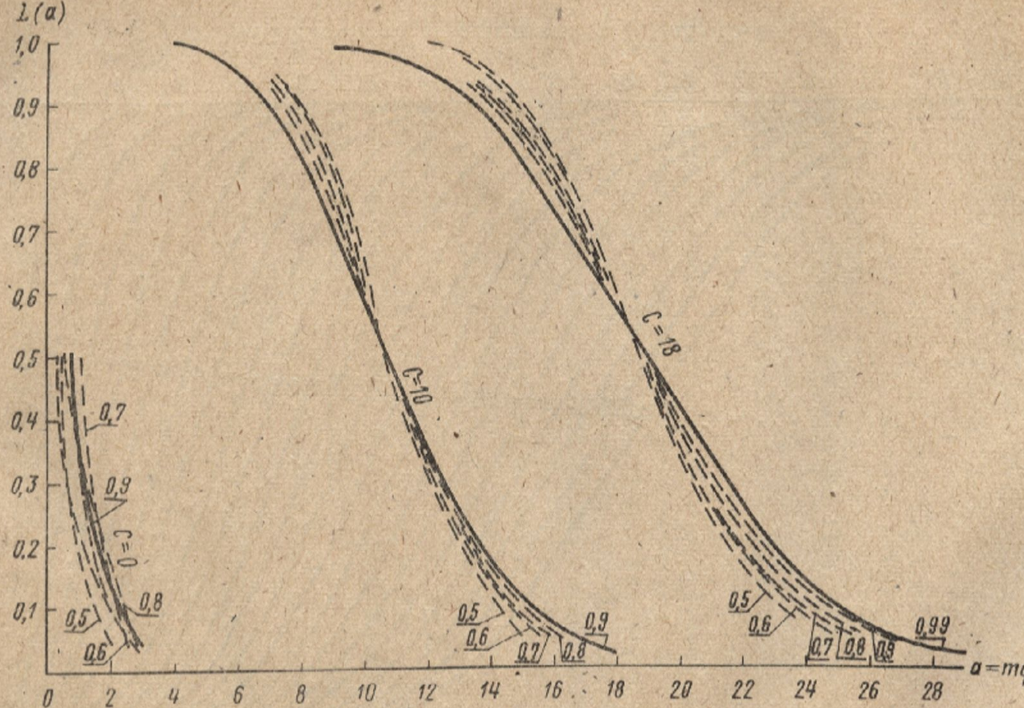

Рис. 6 К оценке погрешности приближеной формулы (21)

6. Уравнения планирования испытаний

При планировании контрольных испытаний по одному уровню в качестве исходных данных задается один уровень надежности p и риск заказчика β. Это означает, что вероятность приемки партии при истинном значении показателя надежности $p_{и} = p$ должна быть равна β.

Полагая в выражении (13) $L = \beta$ и $q = 1 - p$, можно получить следующее уравнение для планирования испытаний по одному уровню:

$$\beta = \sum_{d=0}^{C} \binom{m}{d} \cdot (1-p)^d \cdot p^{m-d} \quad . \tag{22}$$

Это уравнение имеет два неизвестных (m и C), определение которых и исчерпывает задачу планирования испытаний.

При планировании испытаний по двум уровням исходными данными являются p_{α} , p_{β} , α и β. План испытаний должен обеспечить, с одной стороны, чтобы при $q_{и} = q_{\beta}$ вероятность приемки партии была равна β; с другой — чтобы при $q_{и} = q_{\alpha}$ вероятность браковки была равна α или соответственно вероятность приемки равнялась $1-\alpha$. Эти два условия позволяют составить на основе выражения (13) систему двух уравнений

$$\begin{cases} \beta = \sum\limits_{d=0}^{C} \binom{m}{d} \cdot (1-p_{\beta})^d \cdot p_{\beta}^{\,m-d} \\ 1-\alpha = \sum\limits_{d=0}^{C} \binom{m}{d} \cdot (1-p_{\alpha})^d \cdot p_{\alpha}^{m-d} \, , \end{cases} \tag{23}$$

совместное решение которых и должно определить параметры плана испытаний (m и C).

При использовании приближенной формулы (21) уравнение планирования по одному уровню приобретает вид

$$\beta = \sum_{d=0}^{C} \frac{a^d}{d} \cdot e^{-a} \ , \tag{24}$$

а система уравнений планирования по двум уровням (23) преобразуется к виду

$$\begin{cases} \beta = \sum\limits_{d=0}^{C} \frac{a_{\beta}^{d}}{d!} \cdot e^{-a_{\beta}} \\ 1-\alpha = \sum\limits_{d=0}^{C} \frac{a_{\alpha}^{d}}{d!} \cdot e^{-a_{\alpha}} \ , \end{cases} \tag{25}$$

где

$$a_{\beta} = nq_{\beta} = n(1-p_{\beta})$$
$$a_{\alpha} = nq_{\alpha} = n(1-p_{\alpha}).$$

V. ОДНОСТУПЕНЧАТЫЕ ИСПЫТАНИЯ. МЕТОДЫ ПЛАНИРОВАНИЯ

Планирование одноступенчатых испытаний, как указывалось выше, сводится к выбору продолжительности испытания одного образца $\tau_и$, расчету одного контролируемого уровня вероятности безотказной работы p или двух уровней p_α и p_β, определению необходимого количества наблюдений m и приемочного числа C.

Время испытаний выбирается на основе ряда технико-экономических соображений, рассматриваемых в первой главе. Там же изложены и вопросы расчета контролируемых вероятностей.

Количество наблюдений и приемочное число определяются по уравнениям (22) и (23) или (24) и (25). Непосредственное аналитическое решение этих уравнений чрезвычайно громоздко и не может быть рекомендовано для практического использования. Поэтому ниже рассматриваются табличный (точный) и графоаналитический (приближенный) методы решения этих уравнений, не требующие громоздких вычислений.

1. Выбор времени испытаний и расчет контролируемых вероятностей

Выбор времени испытаний тесно связан с типом закона распределения времени безотказной работы испытываемого изделия.

Если закон распределения T является экспоненциальным, то вероятность безотказной работы изделия проверяется в какой-либо одной точке, для одного значения времени. Время испытаний $\tau_и$ в этом случае в принципе может выбираться совершенно произвольно. Для выбранного значения $\tau_и$ по заданному в ТУ или в стандарте одному показателю надежности λ или $T_{ср}$ или $p(\tau_1)$ (планирование по одному уровню) в соответствии с формулой (3) рассчитывается контролируемое значение вероятности $p=p(\tau_и)$. В случае, когда заданы два уровня показателя надежности (λ_α и λ_β или $T_{ср_\alpha}$ и $T_{ср_\beta}$ или $p_\alpha(\tau_1)$ и $p_\beta(\tau_1)$) по той же формуле рассчитываются вероятности $p_\alpha=p_\alpha(\tau_и)$ и $p_\beta=p_\beta(\tau_и)$.

При установлении времени испытаний следует иметь в виду, что произвольный выбор $\tau_и$ можно осуществлять только в пределах интервала, относительно которого есть твердая уверенность в том, что закон распределения T сохраняется экспоненциальным.

Нужно иметь также в виду, что при сокращении времени испытаний при прочих равных условиях очень быстро растет необходимое количество наблюдений m. Например, при $\lambda = 10^{-4}\ {}^1/_ч$, $\beta = 0{,}2$ и $\tau_и = 1000$ *ч* планирование по одному уровню приводит к $m = 29$ (при $C = 1$). Если же выбрать $\tau_и = 100$ *ч*, то необходимое количество наблюдений возрастает до 299 (при $C = 1$). В связи с этим, выбирая то или иное значение $\tau_и$, необходимо полностью провести расчет плана испытаний и сопоставить его с планами, получающимися при других значениях $\tau_и$.

Если закон распределения T для данного изделия является нормальным, то вероятность безотказной работы должна проверяться в двух точках, при двух значениях времени испытаний — $\tau_{и_1}$ и $\tau_{и_2}$. При этом составляются два самостоятельных плана испытаний.

Выбор отрезков времени $\tau_{и_1}$ и $\tau_{и_2}$, вообще говоря, может осуществляться произвольным образом (при соблюдении очевидного условия $\tau_{и_1} \neq \tau_{и_2}$). Однако их не следует выбирать слишком малыми. При $\tau_и \to 0$ резко уменьшается интенсивность постепенных, износовых отказов (которые, собственно, и определяют нормальный закон распределения T) и возрастает контролируемая вероятность безотказной работы $p(\tau_и)$. В результате этого, во-первых, сильно увеличивается необходимое количество наблюдений m, а, во-вторых, становится возможным искажение результатов испытаний за счет внезапных отказов. Кроме того, $\tau_{и_1}$ и $\tau_{и_2}$ не следует выбирать очень близкими друг другу, так как при этом снижается точность получаемых результатов. Можно рекомендовать соотношение

$$\frac{\tau_{и_1}}{\tau_{и_2}} \approx 0{,}3 \div 0{,}5 .$$

Для выбранных $\tau_{и_1}$ и $\tau_{и_2}$ по заданным значениям показателей надежности ($T_{ср}$ и $p(\tau_1)$) при планировании по одному уровню) в соответствии с формулами (4) и (5) рассчитываются $p(\tau_{и_1})$ и $p(\tau_{и_2})$. При планировании по двум уровням, когда задаются два значения каждого показателя надежности, при расчете $p_\alpha(\tau_{и_1})$ и $p_\alpha(\tau_{и_2})$ в формулы (4) и (5) подставляются $T_{ср_\alpha}$ и $p_\alpha(\tau_1)$, а при расчете $p_\beta(\tau_{и_1})$ и $p_\beta(\tau_{и_2})$ — $T_{ср_\beta}$ и $p_\beta(\tau_1)$.

Если закон распределения T неизвестен, то в качестве показателей надежности используются значения вероятности безотказной работы за два фиксированных отрезка времени — $p(\tau_1)$ и $p(\tau_2)$.

При этом, строго говоря, трансформацию времени проводить нельзя и испытания на надежность должны вестись в течение отрезков времени τ_1 и τ_2, записанных в технических условиях. Время испытаний может быть изменено (увеличено или уменьшено) только при условии допустимости приближенной проверки надежности партии. Для этого по трем точкам $p(0)=1$, $p(\tau_1)$ и $p(\tau_2)$ строится приближенный график $p(t)$, позволяющий ориентировочно определить контролируемые вероятности $p(\tau_{и_1})$ и $p(\tau_{и_2})$ для произвольных $\tau_{и_1}$ и $\tau_{и_2}$ (см. рис. 2). В случае планирования по двум уровням строятся два приближенных графика — $p_\alpha(t)$ в соответствии со значениями $p_\alpha(\tau_1)$ и $p_\alpha(\tau_2)$ и $p_\beta(t)$ в соответствии с $p_\beta(\tau_1)$ и $p_\beta(\tau_2)$. Для каждого значения выбранного времени испытаний $\tau_{и_1}$ и $\tau_{и_2}$ определяются по этим графикам два уровня вероятности $p_\alpha(\tau_{и_1})$, $p_\beta(\tau_{и_1})$ и $p_\alpha(\tau_{и_2})$, $p_\beta(\tau_{и_2})$ соответственно.

Приведенные выше соображения позволяют разумно выбирать продолжительность испытаний и рассчитывать приемочный и браковочный уровни надежности во всех практически встречающихся случаях.

В заключение необходимо отметить следующее. Указывалось, что в случаях, когда закон распределения известен, продолжительность испытаний $\tau_и$ можно выбирать произвольно. В частности, его можно выбирать меньше времени, заданного в технических условиях или в стандарте. Благодаря этому, может сложиться впечатление, что здесь реализуются ускоренные испытания на надежность.

Этот путь, однако, нельзя считать путем ускорения испытаний, поскольку испытания проводятся в нормальных условиях эксплуатации и параметры закона распределения времени безотказной работы остаются без изменений. За сокращение времени испытаний мы расплачиваемся здесь увеличением контролируемого уровня вероятности безотказной работы, что приводит в конечном итоге к увеличению необходимого количества наблюдений.

При ускоренных же испытаниях условия испытаний ужесточаются (по сравнению с нормальными для данного изделия условиями эксплуатации). Это приводит к изменению параметров закона распределения, так что то же контролируемое значение вероятности реализуется за меньшее время. Это позволяет сократить время испытаний при сохранении той же достоверности и при том же количестве наблюдений.

2. Табличный метод определения m и C

Для точного определения параметров m и C плана испытаний при планировании по одному и двум уровням приходится решать одно или два уравнения вида (13). С целью устранения громоздких вычислений при планировании контрольных испытаний решения этого уравнения для широкого диапазона значений входящих в него переменных были получены на ЭЦВМ и занесены в таблицы. Набор таких таблиц составляет основу так называемого табличного метода планирования [16].

Строение таблиц подчинено удобству их использования при решении типичных задач планирования контрольных испытаний.

Каждая таблица соответствует одному значению L. Общее количество таблиц девятнадцать — по числу дискретных значений L в интервале от 0,05 до 0,95 с шагом 0,05. Каждая строка таблицы соответствует одному (целому) значению C в пределах 0 —20; каждый столбец — одному из тридцати трех дискретных значений P от 0,3 до 0,999. На пересечениях столбцов и строк указаны соответствующие уравнению значения количества наблюдений m.

При планировании по одному уровню, когда в качестве исходных данных заданы p и β, параметры плана m и C должны соответствовать уравнению (22). Эта задача имеет множество решений. Одно из неизвестных (m или C) должно быть выбрано произвольно. Обычно выбирают значение приемочного числа C. Поскольку с ростом C увеличивается и необходимое количество наблюдений m, целесообразно выбирать малые значения C. Обычно рекомендуется принимать $C=0,1,2$*.

Для выбранного C определение m по таблицам выполняется следующим образом. Выбирается таблица, соответствующая $L=\beta$. Искомое значение m находится на пересечении столбца, соответствующего заданному значению p, и строки, соответствующей выбранному значению C.

В некоторых случаях (из технических или экономических соображений) бывает заранее известно количество наблюде-

---

* Здесь, естественно, возникает вопрос, почему не рекомендовать жестко $C=0$, если известно, что при этом m получается минимальным. Это одно из следствий недостаточности планирования по одному уровню, когда не учитывается риск заказчика и реально обеспечиваемое им превышение $p_н$ над задаваемым p. Чем больше выбираемое значение C, тем меньше необходимое превышение $p_н$ над p для обеспечения одной и той же величины фактического риска заказчика.

ний m, которое может быть получено в планируемых испытаниях. При этом по заданному m нужно определить C. Это выполняется по той же таблице $L=\beta$. В столбце, соответствующем p, находится значение m', наиболее близкое к заданному m. Строка, которой принадлежит найденное значение m', определяет искомое приемочное число C.

Как было отмечено выше, при планировании по одному уровню риск изготовителя α в расчет не принимается. Эта величина, однако, не может не интересовать изготовителя партии, поскольку она определяет успешность выполнения им производственного плана. Вероятность браковки партии при фиксированном плане испытаний зависит от истинного значения ее надежности $p_и$, которое неизвестно. Однако, если план составлен (т. е. определены m и C), то тем самым установлена однозначная зависимость между $p_и$ и вероятностью браковки. В соответствии с уравнением (16) при $p_и > p_\alpha$ эта зависимость выражается формулой

$$R(p_и) = 1 - L(p_и) \tag{26}$$

Эту зависимость можно построить по таблицам приложения III следующим образом. Выбирается некоторое произвольное значение R_1 в области $R<1-\beta$. В таблице, соответствующей $L=1-R_1$, в строке, соответствующей принятому для плана C, находится значение m', наиболее близкое к принятому для плана m. Столбец, которому принадлежит найденное m', определяет вероятность $p_{и_1}$. Тем самым определяются координаты $p_{и_1}$, R_1 одной точки кривой R $(p_и)$.

Повторяя эту операцию для различных R_i, можно построить весь график искомой зависимости $R(p_и)$, позволяющей изготовителю разумно вести разработку изделия по показателю надежности.

При планировании по двум уровням исходными данными являются p_α, p_β, α и β. Для определения m и C необходимо решить совместно систему уравнений (23). С помощью таблиц приложения III это может быть сделано следующим образом. Используются две таблицы, соответствующие значениям $L_1=\beta$ и $L_2=1-\alpha$. В первой из них выбирается столбец, соответствующий p_β; во второй — соответствующий p_α. Перемещаясь по этим столбцам сверху вниз, нужно найти такую строку (имеющую одно и то же значение C в обоих таблицах), для которой значение m_1 в первой таблице и значение m_2 во второй равны или наиболее близки друг к другу. Значение C, соответствующее этой строке, и есть приемочное число для планируемых испытаний.

В случае, когда m_1 и m_2 не в точности равны друг другу, необходимое количество наблюдений m определяется как среднее арифметическое:

$$m = \frac{1}{2}(m_1 + m_2) \tag{27}$$

В заключение можно отметить, что в случаях, когда закон распределения T известен, в принципе возможно спланировать испытания, обеспечивающие заданные α и β при любом заранее заданном количестве наблюдений m'. Известно, что необходимое значение m тем меньше, чем ниже контролируемые уровни надежности $p_\alpha = p_\alpha(\tau_и)$ и $p_\beta = p_\beta(\tau_и)$.

Следовательно, увеличивая время испытаний $\tau_и$, можно добиться такого понижения p_α и p_β, при котором значение m, определяемое путем планирования по двум уровням, совпадает с заданным m'. Однако если m' мало, то продолжительность испытаний $\tau_и$ может оказаться практически нереализуемой.

3. Графоаналитический метод определения m и C

Параметры плана контрольных испытаний m и C могут быть определены приближенно на основе выражений (24) и (25) графоаналитическим методом [17] с помощью семейства характеристик $L(a)$, приведенного на рис. 5.

Планирование по одному уровню (заданы p и β)

Выбирается приемочное число C. На графике семейства характеристик $L(a)$ на уровне $L = \beta$ проводится горизонталь до пересечения с характеристикой, соответствующей выбранному значению C. Из точки пересечения опускается перпендикуляр на ось абсцисс и находится соответствующее ей значение параметра закона Пуассона — a. Затем по формуле

$$m = \frac{a}{q} = \frac{a}{1 - p} \tag{28}$$

определяется необходимое количество наблюдений.

Если количество наблюдений m, которые могут быть проведены в процессе испытаний, задано заранее, то для определения C нужно найти значение параметра a по формуле

$$a = mq = m(1 - p). \tag{29}$$

Затем на графике проводится горизонталь на уровне $L = \beta$ и вертикаль в точке a и находится точка их пересечения. Характеристика $L(q)$, наиболее близкая к этой точке, и определяет искомое значение C.

Если план испытаний по одному уровню составлен, то по графикам рис. 5 нетрудно построить зависимость вероятности браковки партии от величины истинной надежности партии — зависимость $R(p_и)$.

Пусть m и C определены. Выбирается произвольное значение $p_{и_1}$ в области $p_и > p$ и определяется значение параметра

$$a_1 = m(1 - p_{и_1}) \tag{30}$$

Из точки a_1 восстанавливается перпендикуляр до пересечения с характеристикой $L(q)$, соответствующей выбранному значению C. Эта точка переносится на вертикальную ось и определяется ее ордината L_1. Это и есть вероятность приемки партии с надежностью $p_{и_1}$. Вероятность противоположного события (браковки партии) равна, очевидно, $R(p_{и_1}) = 1 - L_1$. Повторяя это построение несколько раз для различных значений $p_{и_1}$, можно провести по точкам всю искомую кривую $R(p_и)$.

Планирование по двум уровням (заданы p_α, p_β, α и β)

При использовании графоаналитического метода возможны два пути определения m и C: долгий, но относительно простой и наглядный путь последовательных приближений и более короткий путь непосредственного решения, требующий, однако, некоторых вспомогательных построений.

Путь последовательных приближений начинается с выбора произвольного значения $C = C_1$. На графике семейства характеристик на уровне $L = \beta$ проводится горизонталь до пересечения с характеристикой, соответствующей C_1. Находится абсцисса этой точки a_{β_1} и вычисляется необходимое количество наблюдений m_1 по формуле

$$m_1 = \frac{a_{\beta_1}}{1 - p_\beta}.$$

Затем вычисляется $a_{\alpha_1} = m_1(1 - p_\alpha)$, по той же характеристике (соответствующей C_1) находится L_1 и устанавливается значение риска заказчика $\alpha_1 = 1 - L_1$.

Если полученное значение риска α_1 совпадает с заданным α (что, конечно, маловероятно), то выбранное значение C_1 и найденное значение m_1 принимаются для плана испытаний и планирование на этом заканчивается.

Если $\alpha_1 > \alpha$, то это означает, что C_1 и m_1 занижены. Тогда нужно последовательно увеличивать выбираемые значения C_i и по аналогичной методике находить новые (меньшие) значения α_i до тех пор, пока не будет обеспечено равенство $\alpha_i = \alpha$. Значения C_i и m_i принимаются для плана испытаний.

Если $\alpha_1 < \alpha$, то это свидетельствует о том, что C_1 и m_1 завышены. Тогда следует последовательно уменьшать значения C, добиваясь выполнения того же равенства $\alpha_i = \alpha$. Соответствующие этому условию C_i и m_i принимаются для плана испытаний.

Для непосредственного графоаналитического решения системы приближенных уравнений (25) предлагается следующий способ.

На графике семейства характеристик рис. 5 на уровнях $L_1 = \beta$ и $L_2 = \gamma = 1 - \alpha$ проводятся две горизонтальные пря-

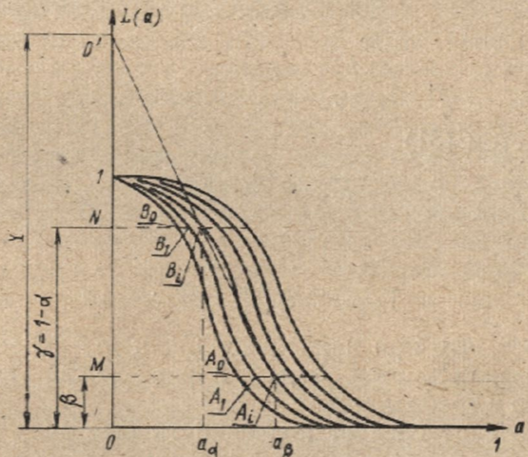

Рис. 7. Графоаналитический метод решения системы уравнений (25)

мые. Точки пересечения первой из них с характеристиками обозначаются A_0, A_1, A_2, A_3,...; точки пересечения второй — B_0, B_1, B_2, B_3,... (рис. 7).

Определяется вспомогательный параметр

$$Y = \frac{\gamma K - \beta}{K - 1}, \qquad (31)$$

где

$$K = \frac{1 - p_\beta}{1 - p_\alpha}. \qquad (32)$$

Значение Y откладывается на вертикальной оси графика. С помощью линейки, свободно вращающейся вокруг точки с координатами (O, Y), находится такая (i-я) характеристика $L(a)$, у которой точки A_i и B_i лежат на одной прямой с точкой (O, Y). Значение C_i, соответствующее этой характеристике, и есть искомое приемочное число. Из точки A_i

опускается перпендикуляр на горизонтальную ось, находится абсцисса этой точки a_β и рассчитывается необходимое количество наблюдений по формуле

$$m=\frac{a_\beta}{1-p_\beta}.$$

Правомерность описанного выше способа решения системы уравнений (25) вытекает из подобия треугольников $O'A_iM$ и $O'B_iN$ (см. рис. 7). Для этих треугольников имеет место равенство отношений

$$\frac{O'M}{O'N}=\frac{MA_i}{NB_i} \tag{33}$$

или

$$\frac{Y-\beta}{Y-\gamma}=\frac{a_\beta}{a_\alpha}, \tag{34}$$

откуда с учетом (31)

$$K=\frac{a_\beta}{a_\alpha} \tag{35}$$

или

$$\frac{a_\alpha}{1-p_\alpha}=\frac{a_\beta}{1-p_\beta}=m_i. \tag{36}$$

Это означает, что при найденных C_i и m_i обеспечивается и риск заказчика β при $p_и=p_\beta$, и риск исполнителя α при $p_и=p_\alpha$, что и требовалось.

В заключение следует подчеркнуть еще раз, что графоаналитический метод расчета является приближенным и пользоваться им следует осторожно, обязательно проверяя выполнение условий (19). В противном случае он может привести к значительным ошибкам в определении параметров плана испытаний m и C.

4. Комплектование выборки

Несмотря на принимаемое обычно предположение о равенстве показателей надежности всех N образцов, составляющих партию, фактически эти показатели для отдельных образцов могут различаться. Это может быть следствием изменения характеристик используемых материалов и комплектующих изделий, а также изменений технологического процесса на протяжении всего срока производства партии.

В связи с этим при отборе образцов для проведения контрольных испытаний желательно обеспечить условия выбора образцов как с лучшими, так и с худшими значениями показателей надежности. Так как это практически невозможно, поскольку показатели надежности отдельных образцов неизвестны, то, во всяком случае, необходимо исключить тенденциозность отбора, направленную в ту или иную сторону.

С этой целью прежде всего не нужно стремиться сокращать объем выборки n по отношению к необходимому количеству наблюдений m (речь идет, естественно, о восстанавливаемых изделиях, когда такое сокращение в принципе возможно). Лишь в исключительных случаях при мелкосерийном производстве допустимо проводить испытания с малым количеством образцов (от 1 до 3) с многократным испытанием каждого образца. Во всех случаях наиболее желательным является равенство $n=m$.

Объективность отбора образцов обеспечивается при комплектовании выборки с помощью таблицы десятичных случайных чисел, приведенной в приложении IV.

Для этого N образцов партии располагаются в определенном порядке и нумеруются порядковыми числами от 0 до $N-1$. Число $N-1$ определяет необходимую значность δ случайных чисел. Величина δ выбирается из условия $10^{\delta} \geqslant N-1$. Таблица случайных чисел содержит пятизначные десятичные числа. При $\delta<5$ берутся только δ знаков каждого числа (слева, справа или посредине), а остальные знаки отбрасываются.

Из таблицы выбираются n чисел. Порядок выбора их может быть произвольным, например подряд, начиная с любого числа в таблице вверх (или вниз), или с интервалом в k чисел в порядке их расположения в таблице и т. п. При этом числа, большие $N-1$, а также повторяющиеся числа пропускаются.

Выборка составляется из образцов, порядковые номера которых соответствуют n отобранным случайным числам.

Примеры.

1. Необходимо составить план контрольных испытаний некоторого изделия, имеющего экспоненциальный закон распределения T. Задан один уровень надежности, определяемый интенсивностью отказов $\lambda=1 \cdot 10^{-4}$ $^{1}/_{ч}$. Риск заказчика $\beta=0{,}2$.

Изделие является невосстанавливаемым и имеет время нормальной эксплуатации $t_{нэ}=8000$ *ч*.

Исходя из постановки задачи, планирование испытаний должно вестись по одному уровню.

Выберем время испытаний $\tau_{и}=200$ *ч*.

Найдем по формуле (3)

$$p=p(\tau_{и})=e^{-0{,}02}=0{,}98.$$

Зададимся значением приемочного числа $C=2$.

Для определения m воспользуемся табличным методом.

По таблице $L=\beta=0,2$ (таблица 4 приложения III) на пересечении строки, соответствующей $C=2$, и столбца, соответствующего $p=0,92$, находим $m=213$.

Это достаточно большое количество наблюдений, особенно если учесть, что изделие является невосстанавливаемым и потому объем выборки должен быть равен количеству наблюдений.

Уменьшим приемочное число до $C=0$.

По той же таблице находим $m=80$.

На этой цифре можно было бы остановиться. Но предположим, что и это значение m велико. Для уменьшения m остается только один путь — увеличение продолжительности испытаний. Выберем $\tau_и=1000$ *ч*. Тогда

$$p=p(\tau_и)=e^{-0,1}=0,905 .$$

По таблице $L=0,2$ для этого значения p находим:

при $C=2$ $\qquad m\approx 45;$
при $C=0$ $\qquad m=16.$

Для принятия окончательного решения следует рассмотреть значения риска изготовителя в зависимости от реально обеспечиваемого им превышения истинного значения показателя надежности партии $\lambda_и$ над требуемым его значением λ (кстати, здесь мы получим и ответ на вопрос о том, зачем вообще нужно рассматривать варианты планов при $C>0$, если известно, что вариант при $C=0$ всегда дает меньшие значения m).

Построим для двух вариантов плана зависимость вероятности несдачи партии от величины истинной ее надежности—зависимость $R(\lambda_и)$. Пользуясь методикой, изложенной на стр. 44, получаем следующие данные для построения графиков:

при $C=2, m=45$

R	$L=1-R$	$p_и$	$\lambda_и$
$1-\beta=0,8$	—	$p_и=p=0,905$	$\lambda_и=\lambda=10^{-4}$
0,5	0,5	0,94	$0,62\cdot10^{-4}$
0,4	0,6	0,95	$0,51\cdot10^{-4}$
0,3	0,7	0,96	$0,41\cdot10^{-4}$
0,2	0,8	0,965	$0,35\cdot10^{-4}$
0,1	0,9	0,975	$0,25\cdot10^{-4}$

при $C=0$, $m=16$

R	$L=1-R$	$p_и$	$\lambda_и$
$1-\beta=0{,}8$	—	$p_и=p=0{,}905$	$\lambda_и=\lambda=10^{-4}$
0,5	0,5	0,96	$0{,}41\cdot10^{-4}$
0,4	0,6	0,97	$0{,}30\cdot10^{-4}$
0,3	0,7	0,975	$0{,}25\cdot10^{-4}$
0,2	0,8	0,985	$0{,}15\cdot10^{-4}$
0,1	0,9	0,993	$0{,}07\cdot10^{-4}$

Графики $R(\lambda_и)$ для рассматриваемых вариантов плана приведены на рис. 8.

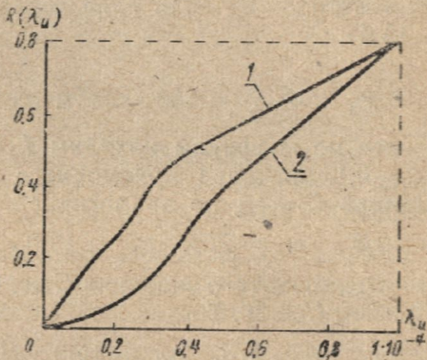

Рис. 8. Графики $R(\lambda_и)$ для двух вариантов плана испытаний: 1—$C=0$; $m=16$; 2—$C=2$, $m=45$

Пусть для изготовителя приемлема вероятность успешной сдачи партии, равная 0,8 (риск изготовителя $\alpha=0{,}2$). Из рис. 8 видно, что для этого при плане $C=2$, $m=45$ необходимо выпускать изделия с истинным значением интенсивности отказов $\lambda_и=0{,}35\cdot10^{-4}$, т. е., примерно в три раза меньшим, чем требуемое значение $\lambda=1\cdot10^{-4}$. В случае же принятия плана $C=0$, $m=16$, пришлось бы понизить реальную интенсивность отказов еще более чем в два раза — до величины $\lambda_и=0{,}15\cdot10^{-4}$. Если принять $\alpha=0{,}1$, то при плане $C=2$, $m=45$ истинная интенсивность отказов должна быть в четыре раза меньше требуемой ($\lambda_и=0{,}25\cdot10^{-4}$), а при плане $C=0$, $m=16$ она должна быть уменьшена еще в три с половиной раза ($\lambda_и=0{,}07\cdot10^{-4}$).

Эти расчеты показывают, что окончательный выбор плана испытаний должен производиться с учетом реальной надежности испытываемой партии изделий для обеспечения высокой вероятности успешной сдачи партий, удовлетворяющих техническим условиям.

2. Испытывается партия образцов восстанавливаемого изделия с экспоненциальным законом распределения времени работы между отказами.

Заданы

$$T_{\text{ср}\alpha} = 8000\ ч, \quad T_{\text{ср}\beta} = 5500\ ч, \quad \alpha = 0{,}1\,, \quad \beta = 0{,}2.$$

Необходимо составить план испытаний.

Выберем время испытаний $\tau_{\text{и}} = 500$ ч.

Найдем по формуле (3): $p_\alpha = p_\alpha\,(500) = 0{,}94$,
$p_\beta = p_\beta\,(500) = 0{,}91$.

Поскольку $q_\alpha = 1 - p_\alpha = 0{,}06 \ll 1$ и $q_\beta = 1 - p_\beta = 0{,}09 \ll 1$, воспользуемся для определения m и C методом последовательных приближений (см. стр. 46) на базе семейства характеристик рис. 5.

Примем $C_1 = 10$. По графикам для $L = \beta = 0{,}2$ находим $a_{\beta_1} = 13{,}6$ и

$$m_1 = \frac{13 \cdot 6}{0{,}09} = 150 \qquad \text{и } a_{\alpha_1} = 150 \cdot 0{,}06 = 9\,.$$

Далее по графикам находим $L_1 = 0{,}7$ и $\alpha_1 = 0{,}3$. Так как $\alpha_1 > \alpha = 0{,}1$, значение приемочного чиела следует увеличить.

Приняв $C_2 = 15$, по аналогичной методике определяем:

$$a_{\beta_2} = 19{,}4\,, \quad m_2 = 215, \quad a_{\alpha_2} = 12{,}9\,, \quad L_2 = 0{,}75 \text{ и } \alpha_2 = 0{,}25\,.$$

Очевидно, и этого значения C недостаточно.

Примем $C_3 = 20$. Тогда

$$a_{\beta_3} = 25, \quad m_3 = 275, \quad a_{\alpha_3} = 15{,}0\,, \quad L_3 = 0{,}9 \text{ и } \alpha_3 = 0{,}1 = \alpha\,.$$

Этот план испытаний и принимается.

Итак

$$\tau_{\text{и}} = 500\ ч; \quad m = 275; \quad C = 20.$$

Объем выборки n и соответственно кратность испытаний каждого образца должны быть приняты из технико-экономических соображений с учетом конкретных условий производства.

3. Изделие с нормальным распределением T имеет следующие показатели надежности: $T_{\text{ср}_\alpha} = 900$ ч, $T_{\text{ср}_\beta} = 1200$ ч, $p_\alpha\,(500) = 0{,}94$, $p_\beta\,(500) = 0{,}91$. Требования к достоверности испытаний заданы в виде рисков $\alpha = 0{,}2$ и $\beta = 0{,}3$.

Найдем прежде всего два уровня дисперсии времени безотказной работы. Согласно (4), пользуясь таблицей приложения II, находим:

$$\sigma_\alpha = 346{,}3\ ч \text{ и } \sigma_\beta = 547\ ч\,.$$

Выберем отрезки времени испытаний $\tau_{\text{и}_1} = 100$ ч и $\tau_{\text{и}_2} = 200$ ч и рассчитаем для них приемочный и браковочный уровни вероятности безотказной работы. По формуле (4) находим:

$$p_\alpha(\tau_{н_1}) = 0{,}989 \approx 0{,}99; \quad p_\alpha(\tau_{н_2}) = 0{,}978 \approx 0{,}98;$$

$$p_\beta(\tau_{н_1}) = 0{,}978 \approx 0{,}98; \quad p_\beta(\tau_{н_2}) = 0{,}967 \approx 0{,}97$$

В таблице $L=\beta=0{,}3$ в столбце $p=0{,}98$ и в таблице $L=1-\alpha=0{,}8$ в столбце $p=0{,}99$ находим строку, соответствующую $C=3$, в которой значения $m_1'=238$ и $m_1''=231$ наиболее близки друг к другу. Таким образом, для испытаний на время $\tau_{н_1}=100$ *ч* параметры плана

$$C=3,\ m_1=\frac{1}{2}\left(m_1'+m_1''\right)=\frac{1}{2}(238+231)\approx 235\,.$$

Аналогичным образом для испытаний на время $\tau_{н_2}=200$ находим:

$$C=3, \quad m_2=\frac{1}{2}(158+116)=137$$

Испытаниям подвергаются 235 образцов, среди которых произвольным образом отмечаются 137 образцов, образующих вторую выборку. По истечении $\tau_{н_1}=100$ *ч* определяется количество отказавших образцов d_1. Если $d_1 \leqslant 3$, то испытания продолжаются. Образцы, не вошедшие во вторую выборку, с испытаний снимаются. По истечении $\tau_{н_2}=200$ *ч* определяется количество отказов среди 137 отмеченных образцов. Если $d_2 \leqslant 3$, партия принимается, если $d_2>3$—бракуется.

VI. МНОГОСТУПЕНЧАТЫЕ ИСПЫТАНИЯ

Планирование одноступенчатых испытаний (особенно при планировании по двум уровням) приводит, как правило, к достаточно большим значениям m. Обеспечение необходимого количества наблюдений часто сопряжено с большими трудностями. В особенности это относится к случаям невосстанавливаемых изделий, когда для получения m наблюдений (реализаций времени T) необходимо $n=m$ образцов выборки. Если учесть, что при испытаниях таких изделий образец либо отказывает, либо расходует значительную часть своего ресурса, становится очевидным, что контрольные испытания стоят недешево. В некоторых случаях ввиду большого значения m и высокой стоимости одного образца изделия проведение испытаний с высокой достоверностью оказывается вообще невозможным.

В связи с этим одной из важнейших задач является разработка методов испытаний, позволяющих снизить количество необходимых наблюдений и общую наработку испытываемых образцов изделия. В настоящее время известны два таких метода—проведение испытаний в несколько ступеней (многоступенчатые испытания) и последовательный анализ.

1. Сущность метода

Основной смысл многоступенчатых контрольных испытаний на надежность [3, 18, 13] можно изложить следующим образом.

Пусть по заданным уровням надежости $p_\alpha = p_\alpha(\tau_и)$ и $p_\beta = p_\beta(\tau_и)$ и рискам α и β методом планирования по двум уровням определены приемочное число C и необходимое количество наблюдений m. Если изделие является невосстанавливаемым, то расход образцов на испытания каждой контролируемой партии жестко определен — m образцов. Однозначно определена и общая продолжительность испытаний $\tau_и$ (если, конечно, имеется в наличии достаточное количество оборудования для одновременного испытания всех $n=m$ образцов выборки). Это — план испытаний в одну ступень.

При многоступенчатых испытаниях все отбираемые образцы разбиваются на s групп объемами $m_1, m_2..., m_k,..., m_s$. В частном случае возможно $m_1 = m_2 = ... = m_k = ... = m_s$ или $m_1 = m_2 = ... = m_k = ... = m_s = 1$.

Группы образцов испытываются последовательно, ступенями — одна за другой. Для каждой ступени (с номером k) определяется сумма

$$\eta_k = m_1 + m_2 + \ldots + m_k, \tag{37}$$

рассматриваемая как полное количество наблюдений для k-й ступени. Для каждой ступени устанавливается также свое значение приемочного числа: $C_1, C_2..., C_k,..., C_s$. Для этих значений справедливо неравенство $C_1 < C_2 < ... < C_s$.

Каждая группа образцов испытывается полное время $\tau_и$. При этом фиксируется количество отказов d_k, возникших среди образцов данной (k-й) группы. Затем подсчитывается общее количество отказов, зафиксированных во всех уже испытанных группах образцов:

$$\delta_k = d_1 + d_2 + \ldots + d_k \tag{38}$$

Общее количество отказов δ_k сопоставляется с приемочным числом k-й ступени. Если $\delta_k \leqslant C_k$, то на этом испытания прекращаются и партия принимается (образцы, входящие в группы с номерами больше k, испытаниям не подвергаются). Если $\delta_k > C_{k+1}$, испытания также прекращаются и партия изделий бракуется. В случае, если $C_k < \delta_k \leqslant C_{k+1}$, испытания должны быть продолжены. Испытывается следующая $(k+1)$-я группа образцов.

Если испытания доходят таким образом до последней (s-й) ступени, то по окончании ее партия либо принимается (при $\delta_s \leqslant C_s$), либо бракуется (при $\delta_s > C_s$).

Из изложенного видно, что существует отличная от нуля вероятность прекращения испытаний (с положительным или отрицательным результатом) на любой из s ступеней. Обозначим эти вероятности соответственно через $v_1, v_2, \ldots, v_s$. Затраты образцов на испытания могут составить и $\eta_1 = m_1$ образцов, и $\eta_2 = m_1 + m_2$, и, наконец, как максимум, $\eta_s = m_1 + m_2 + \ldots + m_s$ образцов. Математическое ожидание числа затрачиваемых образцов определяется выражением

$$m_{\text{ср}} = \eta_1 v_1 + \eta_2 v_2 + \ldots + \eta_s v_s$$

или

$$m_{\text{ср}} = v_1 \eta_1 + (1 - v_1)\eta_2 + [1 - (v_1 + v_2)]\eta_3 + \ldots + [1 - (v_1 + v_2 + \ldots v_{s-1})]\eta_s \quad (39)$$

При рациональном планировании многоступенчатых испытаний

$$m_{\text{ср}} < m, \quad (40)$$

где m — объем выборки (количество наблюдений), необходимый для проведения испытаний в одну ступень. В этом и состоит выигрыш, получаемый от многоступенчатых испытаний.

Очевидно, что при многоступенчатых испытаниях общая продолжительность испытаний τ_Σ также может принимать различные значения — от $\tau_\text{и}$ до $s\tau_\text{и}$ — с теми же вероятностями $v_1, v_2, \ldots, v_s$. Для средней продолжительности испытаний можно записать:

$$\tau_{\Sigma_{\text{ср}}} = \tau_\text{и} v_1 + 2\tau_\text{и} v_2 + \ldots + s\tau_\text{и} v_s = \tau_\text{и}(v_1 + 2v_2 + \ldots + sv_s) \quad (41)$$

Так как $\sum\limits_{i=1}^{s} v_i = 1$, выражение в скобках в правой части (4) больше единицы и, следовательно,

$$\tau_{\Sigma_{\text{ср}}} > \tau_\text{и}. \quad (42)$$

Это увеличение средней продолжительности многоступенчатых испытаний по сравнению с испытаниями в одну ступень и представляет собой «цену», уплачиваемую за сокращение затрат образцов на одну партию.

Помимо средней продолжительности, существенную роль в оценке многоступенчатых испытаний играет также максимальная возможная продолжительность испытаний $\tau_{и max}$. Ввиду резкого возрастания $\tau_{и max}$ при увеличении числа ступеней ($\tau_{и max}=s\,\tau_и$) испытания при больших значениях s практически невозможны*. С практической точки зрения наибольший интерес представляют двухступенчатые ($s=2$) испытания, позволяющие ценой обычно приемлемого увеличения времени испытаний достичь существенного сокращения средних затрат образцов. Кроме того, анализ многоступенчатых испытаний, который достаточно сложен уже при $s=2$, резко усложняется при $s>2$. В связи с этим далее рассматриваются только испытания, проводимые в две ступени.

2. Двухступенчатые испытания

План двухступенчатых испытаний должен включать следующие параметры:

продолжительность испытания одной группы образцов ($\tau_и$), объем первой группы (m_1), приемочное число для первой ступени (C_1), объем второй группы (m_2), приемочное число для второй ступени (C_2).

Двухступенчатые испытания проводятся следующим образом. Испытывается первая группа образцов в течение времени $\tau_и$; фиксируется количество отказавших образцов d_1. Затем d_1 сопоставляется с C_1. Если $d_1<C_1$, партия принимается, если $d_1\geqslant C_2+1$, партия бракуется, если $C_1+1\leqslant d_1\leqslant C_2$, на испытания устанавливается вторая группа образцов.

После испытания второй группы в течение времени $\tau_и$ фиксируется число отказов в этой группе — d_2 и определяется сумма $\delta_2=d_1+d_2$, которая сопоставляется с C_2. Если $\delta_2\leqslant C_2$, партия принимается, если $\delta_2>C_2$—бракуется. Вероятность окончания испытаний после второй ступени равна:

$$v_2=\text{Вер}(C_1+1\leqslant d_1\leqslant C)=\sum_{d_1=c_1+1}^{C_2}\text{Вер}(d_1). \tag{43}$$

Вероятность прекращения испытаний после первой ступени равна

$$v_1=1-v_2=1-\sum_{d_1=c_1+1}^{C_2}\text{Вер}(d_1). \tag{44}$$

Входящая в эти выражения вероятность появления d_1 отказов среди m_1 образцов первой группы определяется формулой биномиального распределения (12).

---

* Следует отметить, что в американских стандартах фигурирует план испытаний в семь ступеней. Однако это относится к контролю показателей качества, не связанных с надежностью, когда время проверки одного образца невелико и существенной роли не играет.

В соответствии с уравнениями (39) и (41) средний расход образцов на одну партию приборов при двухступенчатых испытаниях равен:

$$m_{\text{ср}} = v_1 m_1 + v_2(m_1 + m_2) = m_1 + v_2 m_2, \tag{45}$$

а средняя продолжительность испытаний равна:

$$\tau_{\Sigma_{\text{ср}}} = \tau_{\text{н}}(v_1 + 2v_2) = \tau_{\text{н}} + v_2\tau_{\text{н}}. \tag{46}$$

Рассмотрим теперь риски α_Σ и β_Σ при двухступенчатых испытаниях. Учтя, что риск изготовителя в данных испытаниях есть вероятность браковки партии при $p_{\text{н}} = p_\alpha$ и что партия может быть забракована как по результатам первой ступени, так и по результатам второй, можно записать

$$\alpha_\Sigma = \text{Вер}\,(\text{браковки партии}) = \text{Вер}\,(d_1 > C_2) + \\ + \sum_{d_1 = C_1+1}^{C_1} \text{Вер}\,(d_1) \cdot B_{\text{ср}}\,(d_2 > C_2 - d_1)\ . \tag{47}$$

Аналогично можно записать выражение для риска заказчика при $p_{\text{н}} = p_\beta$

$$\beta_\Sigma = \text{Вер}(\text{приемки партии}) = \text{Вер}(d_1 \leqslant C_1) + \\ + \sum_{d_1 + C_1+1}^{C_1} \text{Вер}(d_1) \cdot \text{Вер}(d_2 \leqslant C_2 - d_1). \tag{48}$$

Формулы (45) — (48) позволяют найти все необходимые характеристики двухступенчатых испытаний, если план их составлен.

3. Планирование

Планирование двухступенчатых испытаний — задача достаточно сложная и в полном объеме аналитического решения пока не имеющая. Если при планировании испытаний в одну ступень исходные данные p_α , p_β , α и β однозначно определяют параметры плана испытаний C и m, то в случае двухступенчатых испытаний количество неизвестных возрастает до четырех (m_1, C_1, m_2 и C_2) и задача имеет множество решений, среди которых нужно найти такое, которое обеспечит минимум средних затрат образцов на испытания одной партии.

Уравнения оптимального планирования двухступенчатых испытаний можно записать в виде

$$\beta_\Sigma(p_\beta) = \beta;$$
$$\alpha_\Sigma(p_\alpha) = \alpha;$$
$$\min(m_{\text{ср}}),$$

где β_Σ (p_β), α_Σ (p_α) и $m_{\text{ср}}$ определяются формулами (47), (48) и (45), соответственно.

Структура этих выражений такова, что аналитическое решение их относительно искомых параметров плана невоз-

p_α	p_β 0,93	0,92	0,91	0,9	0,89	0,88	0,87	0,86	0,85	0,8
0,98	27 0 20 1 33	20 0 33 1 29								
0,97	50 1 32 3 62	28 0 27 2 42	19 0 40 2 36	23 0 6 1 25	15 0 19 1 21	13 0 23 1 19				
0,96			34 1 56 4 56	30 1 38 3 42	18 0 24 2 30			12 0 13 1 16		
0,95				35 1 49 5 61	29 1 40 4 46	26 1 26 3 35	20 0 12 2 27	13 0 21 2 23		
0,94					49 2 33 6 67	28 1 42 5 50	25 1 31 4 38	23 1 20 3 30	20 1 24 3 27	10 0 5 1 12
0,93							37 2 35 6 54	33 2 15 4 38	22 1 26 4 34	8 0 18 2 16
0,92								26 1 46 7 55	30 2 35 6 45	18 1 2 2 19
0,91										18 1 9 3 22
0,9										27 2 5 4 29

можно. Поиск оптимального решения может быть выполнен путем перебора возможных вариантов плана испытаний с оценкой каждого варианта по критерию минимума $m_{ср}$. Эта задача может быть решена только с помощью ЭЦВМ.

Для этого был разработан алгоритм, учитывающий реальные ограничения на значения переменных и взаимосвязь решений соседних вариантов. Это позволило получить время решения для одного варианта исходных данных на машине «Раздан-2» порядка 10 *мин* в среднем. При этом точность выполнения уравнений планирования составляет 0,01.

Для наиболее распространенных вариантов исходных данных были получены и сведены в таблицы оптимальные планы двухступенчатых контрольных испытаний. Каждая таблица соответствует одной паре значений α и β. Столбцы таблицы соответствуют значениям p_β, строки — значениям p_α. На пересечениях столбцов и строк указаны оптимальные значения m_1 и C_1 (верхний ряд цифр), m_2 и C_2 (средний ряд) и $m_{ср}$ (нижняя цифра). Одна из таких таблиц, соответствующая значениям $\alpha=0{,}2$ и $\beta=0{,}2$, приведена на стр. 58.

Как показывает сопоставление данных указанных таблиц с результатами планирования одноступенчатых испытаний, переход к испытаниям в две ступени позволяет сократить необходимое количество опытов в среднем на 20—25%.

Пример. Испытывается изделие с экспоненциальным распределением *T*. Исходные данные для планирования испытаний: $p_\alpha=0{,}97$; $p_\beta=0{,}89$; $\alpha=0{,}2$; $\beta=0{,}2$.

Спланируем испытания в две ступени. Воспользовавшись приведенной выше таблицей, для заданных p_α и p_β находим оптимальный план двухступенчатых испытаний:

$$m_1=15;\ C_1=0;\ m_2=19;\ C_2=1.$$

При этом среднее количество испытываемых образцов на испытания одной партии $m_{ср}$ равно 21.

Для тех же исходных данных, планирование одноступенчатых испытаний дает $m=26$. Как видим, в данном случае испытания в две ступени экономят в среднем 20% образцов при контроле одной партии.

VII. МЕТОД ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНОГО АНАЛИЗА

1. Суть метода

Основы метода последовательного анализа были разработаны американским статистиком А. Вальдом [19] и рядом других авторов [20, 21, 22]. Основная область применения —

контроль качества промышленной продукции, проводимый путем выборочных испытаний. Метод позволяет сократить среднее количество обследуемых образцов при проверке одной партии. А. Вальд не рассматривал приложений метода последовательного анализа к задачам контроля надежности. Это было сделано в более поздних работах [3, 20, 21, 22, 23].

Общую постановку задачи, для решения которой был предложен А. Вальдом метод последовательного анализа, можно представить в следующем виде.

Имеется партия образцов изделия, в которой могут быть дефектные образцы*. Доля дефектных образцов в партии $W_и$ является критерием приемки или браковки партии. Для проверки доли дефектных образцов в партии проводится специальный контроль образцов. Этот контроль является выборочным (проверке подвергаются не все образцы, а некоторая выборка объемом n). Устанавливаются два граничных значения доли дефектных образцов — приемочное W_α и браковочное W_β. Контроль должен планироваться таким образом, чтобы партии, имеющие истинное значение $W_и$ не выше заданного W_α, принимались с высокой вероятностью, не ниже $(1-\alpha)$, где α — риск изготовителя $(\alpha=0{,}05 \div 0{,}2)$. С другой стороны, партии, у которых $W_и = W_\beta$, должны с высокой вероятностью $(1-\beta)$ браковаться (здесь β — риск заказчика, выбираемый также порядка 0,05—0,2).

Обычный метод планирования таких испытаний, ничем не отличающийся от методов планирования одноступенчатых контрольных испытаний на надежность, изложенных в предыдущих главах, позволяет определить необходимое количество проверяемых образцов n (в данном случае $n=m$) и допустимое количество дефектных образцов в выборке (приемочное число) C. При этом контроль каждой партии требует проверки одного и того же количества образцов n.

Идея последовательного анализа, позволяющего уменьшить среднее количество проверяемых образцов на одну партию, состоит в том, что объем выборки n заранее не определяется. Контроль образцов ведется последовательно и после проверки каждого очередного образца принимается одно из трех решений:

1) прекратить испытания и принять партию;

2) прекратить испытания и забраковать партию;

3) продолжить контроль образцов.

Основными факторами, на которых основывается то или иное решение, являются общее количество уже проверенных

* Дефектность образца может определяться по любому параметру, характеризующему качество данного изделия.

образцов n и количество обнаруженных среди них дефектных. Конкретный же способ (алгоритм) принятия такого решения — это и есть основное содержание идеи Вальда. Он состоит в следующем*.

Пусть после проверки n-го образца общее количество обнаруженных дефектных образцов равно d $(d \leqslant n)$.

Закон распределения числа дефектных образцов в выборке должен быть известен — в общем случае он является гипергеометрическим, в частных случаях — биномиальным или Пуассоновским. В соответствии с этим законом определяются две вероятности:

G_α — вероятность наличия в выборке объемом n точно d дефектных образцов в предположении, что истинная доля числа дефектных образцов в партии $W_и = W_\alpha$ (партия является «хорошей»);

G_β — вероятность того же события в предположении, что $W_и = W_\beta$ (партия является «плохой»).

Находится отношение правдоподобия

$$\gamma = \frac{G_\beta}{G_\alpha} \tag{49}$$

и сравнивается со следующими двумя функциями от заданных рисков:

$$M_1 = \frac{\beta}{1-\alpha} \tag{50}$$

и

$$M_2 = \frac{1-\beta}{\alpha}. \tag{51}$$

Если

$$\gamma \leqslant M_1, \tag{52}$$

партия принимается;
если

$$\gamma \geqslant M_2, \tag{53}$$

партия бракуется;
при

$$M_1 < \gamma < M_2 \tag{54}$$

испытания должны быть продолжены.

А. Вальд показал (и в этом основа метода), что при принятии решения таким образом каждое положительное за-

* Метод последовательного анализа применительно к контролю качества изделий здесь и далее излагается без вывода приводимых соотношений. Необходимые математические выкладки читатель может найти в работах [13 и 14].

ключение гарантирует риск заказчика не выше β, а каждое отрицательное заключение обеспечивает риск исполнителя не выше α.

Следовательно, для каждого значения числа проверенных образцов n существует два «критических» значения числа обнаруженных дефектных образцов:

$d_1(n) = C(n)$ — максимальное из всех чисел дефектных образцов (приемочное число), при которых принимается решение о приемке партии;

$d_2(n) = б(n)$ — минимальное из всех чисел дефектных образцов (браковочное число), соответствующих браковке партии (ясно, что $б(n) > C(n)$).

Для каждого данного n приемочное число $C(n)$ может быть найдено из равенства, соответствующего границе неравенства (52), в котором γ является функцией n и d согласно (49). Аналогично, браковочное число $б(n)$ должно отвечать равенству, соответствующему границе неравенства (53). Следует подчеркнуть, что эти два числа являются функциями не только n, но и рисков α и β.

Если приемочное и браковочное числа для каждого данного n известны, то для принятия решения на каждом этапе последовательных испытаний достаточно сравнить число обнаруженных дефектных образцов d с этими двумя числами. При этом если $d \leqslant C(n)$, партия принимается; если $d \geqslant б(n)$, партия бракуется; если $C(n) < d < б(n)$, испытания продолжаются.

Для того чтобы не нужно было на каждом этапе (для каждого данного n) производить достаточно громоздкие вычисления, связанные с определением приемочного и браковочного чисел, удобно для заданного сочетания значений рисков α и β построить графики зависимости $C(n)$ и $б(n)$. При биномиальном и Пуассоновском законах распределения числа дефектных образцов в выборке графики этих зависимостей имеют вид параллельных прямых. Типичные графики для $C(n)$ и $б(n)$ приведены на рис. 9.

Рис. 9. Последовательный анализ при контроле качества изделий:
I—зона приемки; *II*—зона браковки; *III*—зона продолжения испытаний

Эти графики (напомним, что каждому сочетанию значений α и β соответствует своя пара прямых $C(n)$ и $б(n)$ позволяют очень легко принимать решения на каждом этапе последовательных испытаний. Значениям n и d (полученным на данном шаге) соответствует определенная точка в координатах n и d на рис. 9. Положение этой точки в зонах I, II или III сразу же определяет решение, которое должно быть принято на этом шаге испытаний.

На графиках рис. 9 интересны две точки: *1* — точка пересечения линии $C(n)$ с осью абсцисс, определяющая то минимальное количество проверенных образцов n_1, по которым может быть принято решение о приемке партии. Для $n=n_1$ приемочное число C равно нулю, т. е. после обследования n_1 образцов партия может быть принята, если среди них не обнаружится ни одного дефектного образца; *2*—точка пересечения линии $б(n)$ с биссектрисой прямого угла между осями координат. Эта точка определяет то минимальное количество проверенных образцов n_2, по которым партия может быть забракована; для этого необходимо, чтобы все n_2 обследованных образцов были дефектными.

Для каждого данного сочетания значений α и β и приемочного и браковочного уровней доли дефектных образцов в партии W_α и W_β можно рассчитать вероятность окончания испытаний при данном n (вероятность того, что при данном n изображающая точка выйдет из зоны III). Это позволяет вычислить среднее количество (математическое ожидание) числа проверяемых образцов при испытаниях партии. Согласно [3] оно равно:

$$n_{\text{ср}}=\frac{(1-\alpha)A+\alpha B}{W_{\text{и}}\ln\xi+(1-W_{\text{и}})\cdot\ln\dfrac{1-W_\beta}{1-W_\alpha}}, \tag{55}$$

где

$$A=\ln\frac{\beta}{1-\alpha}, \qquad B=\ln\frac{1-\beta}{\alpha}, \qquad \xi=\frac{W_\beta}{W_\alpha}.$$

Как показывают расчеты, количество образцов, обследуемых в среднем при контроле одной партии по методу последовательного анализа, значительно меньше, чем при одноступенчатых испытаниях при одних и тех же исходных данных.

Таковы основные черты метода последовательного анализа используемого при контроле партии по показателям, не связанным с надежностью.

2. Последовательный анализ в испытаниях на надежность

При испытаниях на надежность особую роль играет время. Проверка дефектности образцов по показателям, не связанным с надежностью (диаметр вала, пробивное напряжение, коэффициент усиления и т. п.), как правило, не занимает много времени, поэтому обычно в расчет не принимаются потери времени, связанные с тем, что образцы проверяются не одновременно (параллельно), а последовательно.

Иное положение при контроле надежности. Эквивалентом дефектного образца здесь является отказавший образец, т. е. образец, отказ которого наступил до истечения заданного времени испытаний $\tau_и$. Нормальным является образец, проработавший время $\tau_и$ безотказно. Время испытаний $\tau_и$ лежит обычно в пределах от нескольких сот до десятков тысяч часов. В этих условиях единственной практической возможностью является параллельное (одновременное) испытание всех n образцов, образующих выборку. Поэтому здесь метод последовательного анализа в его обычной, изложенной выше трактовке, приводящей к n-кратному увеличению общей продолжительности испытаний по сравнению с временем испытания одного образца $\tau_и$, совершенно неприемлем.

Однако при несколько ином подходе этот метод открывает очень интересные возможности такой организации испытаний на надежность, при которой, во-первых, требуемая достоверность результатов может быть обеспечена при любом количестве испытываемых образцов, а, во-вторых, средняя продолжительность испытаний выборки оказывается меньшей, чем при одноступенчатых испытаниях.

Особенно удобным этот метод оказывается в одном частном, но весьма часто встречающемся случае — когда закон распределения времени безотказной работы изделия является экспоненциальным.

Пусть известно, что изделие имеет экспоненциальный закон распределения времени безотказной работы. В качестве показателя надежности пусть используется среднее время безотказной работы $T_{ср}$, для которого заданы приемочный и браковочный уровни $T_{ср_\alpha}$ и $T_{ср_\beta}$. Заданы также риски α и β.

Вероятность отказа изделия за время испытаний $\tau_и$ при истинном значении показателя $T_{ср}$ равна

$$q = 1 - e^{-\frac{\tau_и}{T_{ср}}}. \tag{56}$$

Если время испытаний $\tau_и$ мало по сравнению со средним временем безотказной работы $\left(\frac{\tau_и}{T_{ср}} < 0{,}1\right)$, то последнее выражение можно приближенно записать в виде

$$q \approx 1 - \left(1 - \frac{\tau_и}{T_{ср}}\right) = \frac{\tau_и}{T_{ср}}. \tag{57}$$

Вероятность возникновения точно d отказов в n образцах выборки в общем случае подчиняется биномиальному распределению

$$G = \binom{n}{d} q^d (1-q)^{n-d} . \tag{58}$$

При малых значениях $q (q \ll 1)$ можно пользоваться более простым распределением Пуассона:

$$G = \frac{1}{d!} a^d \cdot e^{-a} , \tag{59}$$

где

$$a = nq \approx n \frac{\tau_и}{T_{ср}} . \tag{60}$$

Запишем для рассматриваемого случая отношение правдоподобия (49):

$$\gamma = \frac{G_\beta}{G_\alpha} = \left(\frac{a_\beta}{a_\alpha} \right)^d \cdot e^{-(a_\beta - a_\alpha)} \tag{61}$$

или, с учетом (60),

$$\gamma = \left(\frac{T_{ср_\alpha}}{T_{ср_\beta}} \right)^d \exp \left[- n\tau_и \left(\frac{1}{T_{ср_\beta}} - \frac{1}{T_{ср_\alpha}} \right) \right] . \tag{62}$$

На основании (52) запишем уравнение границы приемки партии

$$\gamma = M_1$$

или

$$\left(\frac{T_{ср_\alpha}}{T_{ср_\beta}} \right)^d \exp \left[- n\tau_и \left(\frac{1}{T_{ср_\beta}} - \frac{1}{T_{ср_\alpha}} \right) \right] = \frac{\beta}{1-\alpha} . \tag{63}$$

Заменив d на приемочное число C и прологарифмировав обе части этого равенства, получим

$$C \ln \left(\frac{T_{ср_\alpha}}{T_{ср_\beta}} \right) - n\tau_и \left(\frac{1}{T_{ср_\beta}} - \frac{1}{T_{ср_\alpha}} \right) = \ln \frac{\beta}{1-\alpha} , \tag{64}$$

откуда

$$C = \frac{A}{\ln \xi} + \frac{\delta}{\ln \xi} n\tau_и , \tag{65}$$

где

$$A = \ln \frac{\beta}{1-\alpha} , \quad \xi = \frac{T_{ср_\alpha}}{T_{ср_\beta}} , \quad \delta = \frac{1}{T_{ср_\beta}} - \frac{1}{T_{ср_\alpha}} . \tag{66}$$

Аналогичным путем может быть получено и выражение для браковочного числа:

$$б = \frac{B}{\ln \xi} + \frac{\delta}{\ln \xi} \cdot n\tau_и , \tag{67}$$

где

$$B = \ln \frac{1-\beta}{\alpha} . \tag{68}$$

Выражения (65) и (67) в полном соответствии с основной идеей последовательного анализа можно рассматривать как зависимости приемочного и браковочного чисел от количества испытанных (обследованных) образцов. Однако, как уже было указано выше, последовательные испытания образцов выборки при испытаниях на надежность практического смысла не имеют. В связи с этим значительно полезнее рассматривать эти выражения как функции времени испытаний $\tau_и$ при фиксированном объеме выборки n.

Тогда при заданных $T_{ср_\alpha}$, $T_{ср_\beta}$, α, β и n зависимости $C(\tau_и)$ и $б(\tau_и)$ представляются параллельными прямыми линиями, изображенными на рис. 10 и делящими всю плоскость рисунка на три непересекающиеся области: I — зону приемки партии, II — зону браковки и III — зону продолжения испытаний.

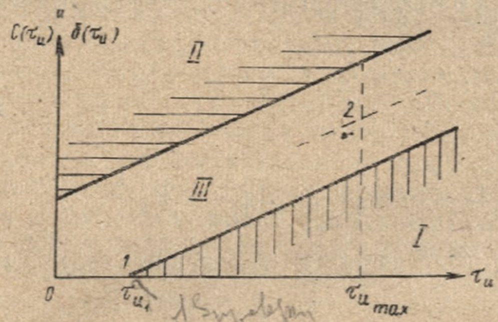

Рис. 10. Последовательный анализ при контроле надежности

Для любого момента времени $\tau_и$ с помощью этого рисунка может быть принято одно из следующих трех решений: принять партию, забраковать партию или продолжить испытания. При этом необходимо знать количество отказов d, зафиксированных за время $\tau_и$. Положение точки с координатами ($\tau_и$, d) в плоскости рисунка сразу определяет решение, которое должно быть принято в момент времени $\tau_и$.

Процесс проведения испытаний на надежность методом последовательного анализа сводится к следующему. Все n образцов выборки устанавливаются на испытания одновременно. Проверки на принятие решения могут производиться в любые моменты времени. Первая проверка может производиться в момент времени, соответствующий точке *1* на рисунке. Эта точка определяет то минимальное время $\tau_{и_1}$, по истечении которого партия может быть принята. Это произойдет, если за время $\tau_{и_1}$ ни один из n испытываемых образцов не откажет. Далее очередные проверки устанавливаются либо через равные интервалы времени, либо производятся в моменты возникновения очередных отказов. Проверки продолжаются до тех пор, пока изображающая точка не выйдет за пределы зоны III на рисунке.

Таким образом, при контроле надежности партии анализ состоит не в последовательном увеличении числа испытываемых образцов, а в последовательном увеличении времени испытаний при фиксированном количестве одновременно испытываемых образцов.

Следует подчеркнуть, что одна пара прямых $C(\tau_и)$ и $б(\tau_и)$ соответствует одному единственному сочетанию параметров $T_{ср_\alpha}$, $T_{ср_\beta}$, α, β и n. Следовательно, для каждой конкретной задачи контроля надежности партии требуется свое построение графиков.

Графики рис. 10 построены в предположении, что все n образцов выборки испытываются одинаковое время $\tau_и$. Применительно к восстанавливаемым изделиям это означает, что образцы, отказавшие во время испытаний, должны немедленно восстанавливаться и включаться в испытания. Если изделие является невосстанавливаемым, то отказавшие образцы должны заменяться новыми. В этом случае общее количество образцов, участвующих в испытаниях, возрастает до величины $n' = n + d$. Поскольку обычно $d \ll n$, это увеличение выборки незначительно.

Выражения (65) и (67) позволяют построить также обобщенные графики приемочного и браковочного чисел, справедливые при любых значениях n. Если аргументом в этих выражениях считать не объем выборки n и не время испытаний образцов $\tau_и$, а суммарную наработку всех испытываемых образцов

$$\tau_\Sigma = n\tau_и, \tag{69}$$

то их можно переписать в виде

$$C(\tau_\Sigma) = \frac{A}{\ln\xi} + \frac{\delta}{\ln\xi}\tau_\Sigma \tag{70}$$

и

$$б(\tau_\Sigma) = \frac{B}{\ln\xi} + \frac{\delta}{\ln\xi}\tau_\Sigma. \tag{71}$$

Соответственно строятся и графики (рис. 11), которые сохраняют вид параллельных прямых.

Одна пара графиков $C(\tau_\Sigma)$ и $б(\tau_\Sigma)$, построенных для заданных $T_{ср_\alpha}$, $T_{ср_\beta}$, α и β, может использоваться при любых значениях n. Для любого времени испытаний всей выборки $\tau_и$ определяется количество зафиксированных отказов d, вычисляется по формуле (69) суммарная наработка τ_Σ и строится изображающая точка с координатами (τ_Σ, d), положение которой однозначно определяет принимаемое решение.

Эти же графики позволяют принимать решения и в тех случаях, когда образцы, входящие в выборку, испытываются неодинаковое время. При этом суммарная наработка должна определяться как сумма наработок всех испытываемых образцов:

$$\tau_\Sigma = \sum_{i=1}^{n} \tau_i . \tag{72}$$

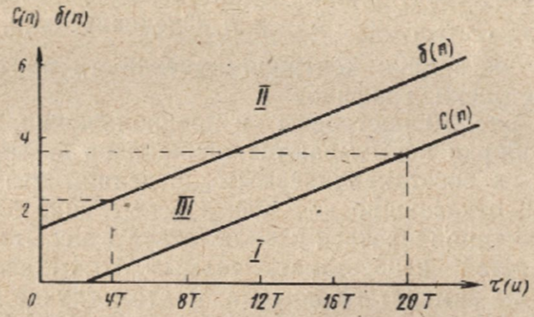

Рис. 11. Обобщенные графики для последовательного анализа надежности ($T_{\text{ср}_\alpha}=10^4$ ч; $T_{\text{ср}_\beta}=2\cdot10^3$ ч; $\alpha=0,1$; $\beta=0,2$):
I—зона приемки; *II*—зона браковки; *III*—зона продолжения испытаний

Если изделие является восстанавливаемым, то используемое при принятии решения число отказов d_Σ представляет собой суммарное количество отказов, имевших место за время испытаний на всех образцах выборки:

$$d_\Sigma = \sum_{i=1}^{n} d_i . \tag{73}$$

Основным преимуществом метода последовательного анализа применительно к испытаниям на надежность является то, что средняя суммарная наработка τ_Σ всех испытываемых образцов при использовании этого метода минимальна (по сравнению с одноступенчатыми испытаниями и испытаниями в две ступени). При этом обеспечиваются заданные значения рисков α и β. Кроме того, в случае изделий с экспоненциальным законом распределения образцы, входящие в выборку, могут испытываться разное время.

Недостатком метода последовательного анализа является главным образом невозможность точно указать заранее время окончания испытаний. Это существенное неудобство, особенно в условиях производства, где момент сдачи партии изделий тесно связан с успешным выполнением производственного плана.

Этот недостаток устраняется введением так называемых усеченных последовательных испытаний.

3. Усеченный последовательный анализ

Этот метод проведения испытаний на надежность представляет собой сочетание методов последовательного анализа и одноступенчатых испытаний.

Максимальная продолжительность испытаний принудительно ограничивается некоторым временем $\tau_{и max}$. Испытания ведутся последовательным методом. Если к моменту $\tau_и = \tau_{и max}$ решение о приемке или браковке партии не будет принято (изображающая точка не выйдет за пределы зоны III), испытания прекращаются и решение принимается иным путем. Здесь возможны два подхода.

1. Решение принимается по методу одноступенчатых испытаний. В этом случае время $\tau_{и max}$ может устанавливаться произвольно; объем выборки n определяется в соответствии со значениями $T_{ср_\alpha}$, $T_{ср_\beta}$, α, β и $\tau_{и max}$ следующим образом. Для выбранного $\tau_{и max}$ рассчитываются вероятности $p_\alpha\ (\tau_{и max})$ и $p_\beta\ (\tau_{и max})$. Планированием по двум уровням для p_α, p_β, α и β определяются n и C. По истечении времени $\tau_{и max}$ решение о приемке или браковке партии принимается по известному правилу: если $d \leqslant C$, партия принимается, если $d > C$—бракуется.

Следует заметить, что несмотря на то, что выбор n и C производится в соответствии с заданными значениями α и β, при такой (комбинированной) процедуре испытаний результирующие риски исполнителя α_Σ и заказчика β_Σ оказываются отличными от заданных. Отличие это обычно незначительно.

2. Решение принимается путем деления зоны продолжения испытаний пополам и расширения на соответствующие участки зон приемки и браковки. При этом как максимальное время испытаний $\tau_{и max}$, так и объем выборки n могут устанавливаться произвольно. Если испытания методом последовательного анализа не заканчиваются к моменту времени $\tau_{и max}$, то зона III в точке $\tau_и = \tau_{и max}$ делится по вертикали на две равные части (точка *2* на рис. 10). Если изображающая точка находится в нижней половине, партия принимается, если в верхней—бракуется.

При такой процедуре значения рисков заказчика и исполнителя также возрастают по сравнению с заданными α и β. Величины этой ошибки тем больше, чем меньше $\tau_{и max}$ и n при прочих равных условиях.

Таблица значений e^{-x} для x от 0,001 до 0,099

x	0	0,001	0,002	0,003	0,004	0,005	0,006	0,007	0,008	0,009
0,00	—	0,9990	0,9980	0,9970	0,9960	0,9950	0,9940	0,9930	0,9920	0,9910
01	0,9900	9891	9881	9871	9861	9851	9841	9831	9822	9812
02	9802	9792	9782	9773	9763	9753	9743	9734	9724	9714
03	9704	9695	9685	9675	9666	9656	9646	9637	9627	9618
04	9608	9598	9589	9579	9570	9560	9550	9541	9531	9522
05	9512	9502	9493	9484	9474	9465	9455	9446	9436	9427
06	9418	9408	9399	9389	9380	9371	9361	9352	9343	9333
07	9324	9315	9305	9296	9287	9277	9268	9259	9250	9240
08	9231	9222	9213	9204	9194	9185	9176	9167	9158	9148
09	9139	9130	9121	9122	9103	9094	9085	9076	9066	9057

Таблица значений e^{-x} для x от 0,10 до 5,09

x	0	0,01	0,02	0,03	0,04	0,05	0,06	0,07	0,08	0,09
0,1	0,9048	0,8958	0,8869	0,8781	0,8694	0,8607	0,8521	0,8437	0,8353	0,8270
0,2	8187	8106	8025	7945	7866	7788	7710	7634	7558	7483
0,3	7408	7334	7261	7189	7118	7047	6977	6907	6839	6771
0,4	6703	6636	6570	6505	6440	6376	6313	6250	6188	6126
0,5	6065	6005	5945	5886	5827	5770	5712	5655	5599	5543
0,6	5488	5433	5379	5326	5273	5220	5168	5117	5066	5016
0,7	4966	4916	4867	4819	4771	4724	4677	4630	4584	4538
0,8	4493	4449	4404	4360	4317	4274	4232	4189	4148	4107
0,9	4066	4025	3985	3945	3906	3867	3829	3791	3753	3716
1,0	3679	3642	3606	3570	3534	3499	3465	3430	3396	3362
1,1	3329	3296	3263	3230	3198	3166	3135	3104	3073	3042
1,2	3012	2982	2952	2923	2894	2865	2836	2808	2780	2753
1,3	2725	2698	2671	2645	2618	2592	2567	2541	2516	2491
1,4	2466	2441	2417	2393	2369	2346	2322	2299	2276	2254
1,5	2231	2209	2187	2165	2144	2122	2101	2080	2060	2039
1,6	2019	1999	1979	1959	1940	1920	1901	1882	1864	1845
1,7	1827	1809	1791	1773	1755	1738	1720	1703	1686	1670
1,8	1653	1636	1620	1604	1588	1572	1557	1541	1526	1511
1,9	1496	1481	1466	1451	1437	1423	1409	1395	1381	1367
2,0	1353	1340	1327	1313	1300	1287	1275	1262	1249	1237

Продолжение

x	0	0,01	0,02	0,03	0,04	0,05	0,06	0,07	0,08	0,09
2,1	1225	1212	1200	1188	1177	1165	1153	1142	1130	1119
2,2	1108	1097	1086	1075	1065	1054	1043	1033	1023	1013
2,3	1003	0993	0983	0973	0963	0954	0944	0935	0926	0916
2,4	0,09072	0,08981	0,08892	0,08804	0,08716	0,08629	0,08544	0,08458	0,08374	0,08291
2,5	08208	08127	08046	07966	07887	07808	07730	07654	07577	07502
2,6	07427	07354	07280	07208	07136	07065	06995	06925	06856	06788
2,7	06721	06654	06587	06522	06457	06393	06329	06266	06204	06142
2,8	06081	06020	05961	05901	05843	05784	05737	05670	05614	05558
2,9	05502	05448	05393	05340	05287	05234	05182	05130	05079	05029
3,0	04979	04929	04880	04832	04784	04736	04689	04642	04596	04550
3,1	04505	04460	04416	04372	04328	04285	04243	04200	04159	04117
3,2	04076	04036	03996	03956	03916	03877	03839	03801	03763	03725
3,3	03688	03652	03615	03579	03544	03508	03474	03439	03405	03371
3,4	03337	03304	03271	03239	03206	03175	03143	03112	03081	03050
3,5	03020	02990	02960	02930	02901	02872	02844	02816	02788	02760
3,6	02732	02705	02678	02652	02625	02599	02573	02548	02522	02497
3,7	02472	02448	02423	02399	02375	02352	02328	02305	02282	02260
3,8	02237	02215	02193	02171	02149	02128	02107	02086	02065	02044
3,9	02024	02004	01984	01964	01945	01925	01906	01887	01869	01850
4,0	01832	01813	01795	01777	01760	01742	01725	01708	01691	01674

Продолжение

x	0	0,01	0,02	0,03	0,04	0,05	0,06	0,07	0,08	0,09
4,1	01657	01641	01624	01608	01592	01576	01561	01545	01530	01515
4,2	01500	01485	01470	01455	01441	01426	01412	01398	01384	01370
4,3	01357	01343	01330	01317	01304	01291	01278	01265	01253	01241
4,4	01228	01216	01203	01191	01180	01168	01156	01145	01133	01122
4,5	01111	01100	01089	01078	01067	01057	01046	01036	01025	01015
4,6	01005	00995	00985	00975	00966	00956	00947	00937	00928	00919
4,7	0,009095	0,009005	0,008915	0,008826	0,008739	0,008652	0,008566	0,008480	0,008396	0,008312
4,8	008230	008148	008067	007986	007907	007828	007750	007673	007597	007521
4,9	007447	007372	007299	007226	007155	007083	007013	006943	006874	006806
5,0	006738	006671	006604	006539	006474	006409	006346	006282	006220	006158

Таблица значений e^{-x} для x от 5,1 до 10

x	$e^{-x}10^6$	x	$e^{-x}\cdot 10^6$	x	$e^{-x}\cdot 10^6$	x	$e^{-x}\cdot 10^6$	x	$e^{-x}\cdot 10^6$
5,1	6100	6,1	2243	7,1	825	8,1	304	9,1	112
5,2	5520	6,2	2029	7,2	747	8,2	275	9,2	101
5,3	4990	6,3	1836	7,3	676	8,3	249	9,3	91
5,4	4520	6,4	1662	7,4	611	8,4	225	9,4	83
5,5	4090	6,5	1503	7,5	553	8,5	203	9,5	75
5,6	3700	6,6	1360	7,6	500	8,6	184	9,6	68
5,7	3350	6,7	1231	7,7	453	8,7	167	9,7	61
5,8	3030	6,8	1114	7,8	410	8,8	151	9,8	55
5,9	2740	6,9	1008	7,9	371	8,9	136	9,9	50
6,0	2479	7,0	912	8,0	335	9,0	123	10,0	45

Таблица значений e^{-x} для x от 10 до 100

x	a	b	x	a	b	x	a	b
10	4,540	5	40	4,248	18	70	3,975	31
20	2,061	9	50	1,929	22	80	1,805	35
30	9,358	14	60	8,757	27	90	8,194	40
						100	3,720	44

Таблица значений функции Лапласа

x	Ф (x)	x	Ф (x)	x	Ф (x)	x	Ф (x)
—0,00	0,5000	—0,31	3783	—0,62	2676	—0,93	1762
—0,01	4960	—0,32	3745	—0,63	2643	—0,94	1736
—0,02	4920	—0,33	3707	—0,64	2611	—0,95	1711
—0,03	4880	—0,34	3669	—0,65	2578	—0,96	1685
—0,04	4840	—0,35	3632	—0,66	2546	—0,97	1660
—0,05	4801	—0,36	3594	—0,67	2514	—0,98	1635
—0,06	4761	—0,37	3557	—0,68	2483	—0,99	1611
—0,07	4721	—0,38	3520	—0,69	2451	—1,00	0,1587
—0,08	4681	—0,39	3483	—0,70	0,2420	—1,01	1563
—0,09	4641	—0,40	0,3446	—0,71	2389	—1,02	1539
—0,10	0,4602	—0,41	3409	—0,72	2358	—1,03	1515
—0,11	4562	—0,42	3372	—0,73	2327	—1,04	1492
—0,12	4522	—0,43	3336	—0,74	2297	—1,05	1469
—0,13	4483	—0,44	3300	—0,75	2266	—1,06	1446
—0,14	4443	—0,45	3264	—0,76	2236	—1,07	1423
—0,15	4404	—0,46	3228	—0,77	2206	—1,08	1401
—0,16	4364	—0,47	3192	—0,78	2177	—1,09	1379
—0,17	4325	—0,48	3156	—0,79	2148	—1,10	0,1357
—0,18	4286	—0,49	3121	—0,80	0,2119	—1,11	1335
—0,19	4247	—0,50	0,3085	—0,81	2090	—1,12	1314
—0,20	0,4207	—0,51	3050	—0,82	2061	—1,13	1292
—0,21	4168	—0,52	3015	—0,83	2033	—1,14	1271
—0,22	4129	—0,53	2981	—0,84	2005	—1,15	1251
—0,23	4090	—0,54	2946	—0,85	1977	—1,16	1230
—0,24	4052	—0,55	2912	—0,86	1949	—1,17	1210
—0,25	4013	—0,56	2877	—0,87	1922	—1,18	1190
—0,26	3974	—0,57	2843	—0,88	1894	—1,19	1170
—0,27	3936	—0,58	2810	—0,89	1867	—1,20	0,1151
—0,28	3897	—0,59	2776	—0,90	0,1841	—1,21	1131
—0,29	3859	—0,60	0,2743	—0,91	1814	—1,22	1112
—0,30	0,3821	—0,61	2709	—0,92	1788	—1,23	1093

x	$\Phi(x)$	x	$\Phi(x)$	x	$\Phi(x)$	x	$\Phi(x)$
—1,24	1075	—1,58	0571	—1,92	0274	0,06	5239
—1,25	1056	—1,59	0559	—1,93	0268	0,07	5279
—1,26	1038	—1,60	0,0548	—1,94	0262	0,08	5319
—1,27	1020	—1,61	0537	—1,95	0256	0,09	5359
—1,28	1003	—1,62	0526	—1,96	0250	0,10	0,5398
—1,29	0985	—1,63	0516	—1,97	0244	0,11	5438
—1,30	0,0968	—1,64	0505	—1,98	0239	0,12	5478
—1,31	0951	—1,65	0495	—1,99	0233	0,13	5517
—1,32	0934	—1,66	0485	—2,00	0,0228	0,14	5557
—1,33	0918	—1,67	0475	—2,10	0179	0,15	5596
—1,34	0901	—1,68	0465	—2,20	0139	0,16	5636
—1,35	0885	—1,69	0455	—2,30	0107	0,17	5675
—1,36	0869	—1,70	0,0446	—2,40	0082	0,18	5714
—1,37	0853	—1,71	0436	—2,50	0062	0,19	5753
—1,38	0838	—1,72	0427	—2,60	0047	0,20	0,5793
—1,39	0823	—1,73	0418	—2,70	0035	0,21	5832
—1,40	0,0808	—1,74	0409	—2,80	0026	0,22	5871
—1,41	0793	—1,75	0401	—2,90	0019	0,23	5910
—1,42	0778	—1,76	0392	—3,00	0,0014	0,24	5948
—1,43	0764	—1,77	0384	—3,10	0010	0,25	5987
—1,44	0749	—1,78	0375	—3,20	0007	0,26	6026
—1,45	0735	—1,79	0367	—3,30	0005	0,27	6064
—1,46	0721	—1,80	0,0359	—3,40	0003	0,28	6103
—1,47	0708	—1,81	0351	—3,50	0002	0,29	6141
—1,48	0694	—1,82	0344	—3,60	0002	0,30	0,6179
—1,49	0681	—1,83	0336	—3,70	0001	0,31	6217
—1,50	0,0668	—1,84	0329	—3,80	0001	0,32	6255
—1,51	0655	—1,85	0322	—3,90	0000	0,33	6293
—1,52	0643	—1,86	0314	0,00	0,5000	0,34	6331
—1,53	0630	—1,87	0307	0,01	5040	0,35	6368
—1,54	0618	—1,88	0301	0,02	5080	0,36	6406
—1,55	0606	—1,89	0294	0,03	5120	0,37	6443
—1,56	0594	—1,90	0,0288	0,04	5160	0,38	6480
—1,57	0582	—1,91	0281	0,05	5199	0,39	6517

Продолжение

x	$\Phi(x)$	x	$\Phi(x)$	x	$\Phi(x)$	x	$\Phi(x)$
0,40	0,6554	0,74	7703	1,08	8599	1,42	9222
0,41	6591	0,75	7734	1,09	8621	1,43	9236
0,42	6628	0,76	7764	1,10	0,8643	1,44	9251
0,43	6664	0,77	7794	1,11	8665	1,45	9265
0,44	6700	0,78	7823	1,12	8686	1,46	9279
0,45	6736	0,79	7852	1,13	8708	1,47	9292
0,46	6772	0,80	0,7881	1,14	8729	1,48	9306
0,47	6808	0,81	7910	1,15	8749	1,49	9319
0,48	6844	0,82	7939	1,16	8770	1,50	0,9332
0,49	6879	0,83	7967	1,17	8790	1,51	9345
0,50	0,6915	0,84	7995	1,18	8810	1,52	9357
0,51	6950	0,85	8023	1,19	8830	1,53	9370
0,52	6985	0,86	8051	1,20	0,8849	1,54	9382
0,53	7019	0,87	8078	1,21	8869	1,55	9394
0,54	7054	0,88	8106	1,22	8888	1,56	9406
0,55	7088	0,89	8133	1,23	8907	1,57	9418
0,56	7123	0,90	0,8159	1,24	8925	1,58	9429
0,57	7157	0,91	8186	1,25	8944	1,59	9441
0,58	7190	0,92	8212	1,26	8962	1,60	0,9452
0,59	7224	0,93	8238	1,27	8980	1,61	9463
0,60	0,7257	0,94	8264	1,28	8997	1,62	9474
0,61	7291	0,95	8289	1,29	9015	1,63	9484
0,62	7324	0,96	8315	1,30	0,9032	1,64	9495
0,63	7357	0,97	8340	1,31	9049	1,65	9505
0,64	7389	0,98	8365	1,32	9066	1,66	9515
0,65	7422	0,99	8389	1,33	9082	1,67	9525
0,66	7454	1,00	0,8413	1,34	9099	1,68	9535
0,67	7486	1,01	8437	1,35	9115	1,69	9545
0,68	7517	1,02	8461	1,36	9131	1,70	0,9554
0,69	7549	1,03	8485	1,37	9147	1,71	9564
0,70	0,7580	1,04	8508	1,38	9162	1,72	9573
0,71	7611	1,05	8531	1,39	9177	1,73	9582
0,72	7642	1,06	8554	1,40	0,9192	1,74	9591
0,73	7673	1,07	8577	1,41	9207	1,75	9599

x	Φ (x)	x	Φ (x)	x	Φ (x)	x	Φ (x)
1,76	9608	1,87	9693	1,98	9761	2,90	9981
1,77	9616	1,88	9699	1,99	9767	3,00	0,9986
1,78	9625	1,89	9706	2,00	0,9772	3,10	9990
1,79	9633	1,90	0,9713	2,10	9821	3,20	9993
1,80	0,9641	1,91	9719	2,20	9861	3,30	9995
1,81	9649	1,92	9726	2,30	9893	3,40	9997
1,82	9656	1,93	9732	2,40	9918	3,50	9998
1,83	9664	1,94	9738	2,50	9938	3,60	9998
1,84	9671	1,95	9744	2,60	9953	3,70	9999
1,85	9678	1,96	9750	2,70	9965	3,80	9999
1,86	9686	1,97	9756	2,80	9974	3,90	1,0000

Таблицы для планирования контрольных испытаний

Таблица 1

$L=0,05$

C	p: 0,999	0,998	0,997	0,996	0,995	0,994	0,993	0,992	0,991	0,99	0,98	0,97	0,96	0,95	0,94
0	3260	1450	1000	765	590	500	420	370	334	296	133	98	74	56	48
1	4743	2371	1580	1185	947	789	676	592	526	473	236	157	117	93	78
2	6294	3146	2097	1572	1258	1048	898	785	698	628	313	208	156	124	103
3	7752	3875	2583	1937	1549	1290	1106	987	860	773	386	257	192	153	127
4	9151	41575	3049	2286	1829	1524	1306	1142	1015	913	456	303	227	181	150
5	10511	5254	3502	2626	2100	1750	1500	1312	1166	1049	523	348	261	208	173
6	11840	5919	3945	2958	2366	1971	1689	1478	1313	1182	590	392	294	234	195
7	13146	6572	4386	3284	2627	2189	1876	1641	1458	1312	655	436	326	260	217
8	14437	7215	4800	3606	2884	2403	2059	1802	1607	1441	719	478	358	286	238
9	15702	7850	5232	3923	3138	2615	2241	1960	1742	1568	782	521	390	311	259
10	16959	8478	5651	4238	3389	2824	2420	3117	1882	1593	845	562	421	336	280
11	18205	91010	6066	4549	3638	3031	2598	2273	2020	1818	907	604	452	381	300
12	19439	9718	6478	4857	3885	3237	2774	2427	2157	1941	963	645	483	386	321
13	20665	10331	6886	5164	4130	3441	2949	2580	2293	2064	1030	686	563	480	341
14	21883	10940	7292	5468	4374	3644	3123	2732	2428	2185	1091	726	544	434	361
15	23094	11545	7696	5771	4676	3846	3296	2884	2563	2306	1151	766	574	458	381
16	24298	12147	8097	6672	4851	4047	3468	3034	2696	2426	1211	866	804	482	401
17	25496	12746	8496	6371	5096	4246	3639	3184	2829	2546	1271	846	634	506	421
18	25688	13342	8893	6569	5335	4445	3809	3333	2962	2665	1331	886	663	530	441
19	29038	14527	9685	6966	5572	4643	3979	3481	3094	2784	1390	925	623	554	461
20	20236	15117	10076	7261	5808	4840	4148	3629	3225	2902	1449	965	722	577	480

Продолжение

C	p: 0,93	0,92	0,91	0,9	0,89	0,88	0,87	0,86	0,85	0,8	0,75	0,7	0,65	0,6	0,55	0,5	0,4	0,3
0	56	41	36	28	26	23	22	20	18	13	10	8	7	6	5	4	3	2
1	66	58	51	46	42	38	35	32	30	22	18	14	12	10	9	8	6	5
2	88	77	68	61	56	51	47	43	40	30	23	19	16	14	12	11	8	7
3	109	95	84	76	69	63	58	53	50	37	29	24	20	17	15	13	11	9
4	129	112	100	89	81	74	68	63	59	44	34	28	24	21	18	16	13	10
5	148	129	115	103	93	85	79	73	68	50	40	33	28	24	21	18	15	12
6	167	145	129	115	103	95	89	82	76	57	45	37	31	27	24	21	17	14
7	185	162	143	129	117	107	98	91	85	63	50	41	35	30	26	23	19	16
8	203	178	158	142	128	117	108	100	93	69	55	45	38	33	29	26	21	17
9	221	193	172	154	140	128	118	109	102	76	60	49	42	36	32	28	23	19
10	239	209	185	157	151	138	127	118	110	82	65	53	45	39	34	30	25	20
11	257	224	193	179	162	149	137	127	118	88	70	57	49	42	37	33	27	22
12	274	240	213	191	173	159	146	136	126	94	74	81	52	46	40	35	28	24
13	292	256	226	203	184	164	156	144	134	100	79	65	55	48	42	37	30	25
14	304	270	240	215	195	179	165	153	142	106	84	69	59	51	45	40	32	26
15	326	285	253	227	206	189	174	161	150	112	89	73	62	54	47	42	34	26
16	343	300	266	239	217	199	183	170	158	118	93	77	65	57	50	44	36	26
17	360	315	279	251	228	209	192	178	166	124	98	81	69	60	52	47	36	26
18	387	330	293	263	239	218	201	187	174	129	103	85	72	62	55	49	36	26
19	394	344	306	275	249	228	210	195	182	135	107	89	75	65	57	51	36	26
20	411	359	319	286	260	238	219	203	190	141	112	93	79	68	60	53	36	26

Таблица 2

$L=0,1$

C	p: 0,999	0,998	0,997	0,996	0,995	0,994	0,993	0,992	0,991	0,99	0,98	0,97	0,96	0,95	0,94
0	2500	1110	720	590	455	385	323	286	257	228	114	76	57	45	37
1	3889	1944	1296	971	777	647	555	485	431	388	194	129	96	77	64
2	5321	2660	1773	1329	1063	886	759	664	590	531	265	176	132	105	88
3	6679	3339	2226	1669	1335	1112	953	834	741	667	333	221	166	132	110
4	7992	3995	2663	1997	1597	1331	1140	998	887	798	398	265	198	158	132
5	9273	4636	3090	2317	1853	1544	1323	1158	1029	926	402	308	230	184	153
6	10530	5264	3509	2631	2105	1754	1503	1315	1168	1051	525	349	262	209	174
7	11769	5884	3922	2941	2352	1960	1680	1469	1306	1175	587	390	292	234	194
8	12995	6495	4330	3247	2597	2164	1854	1622	1442	1297	648	431	323	258	215
9	14204	7101	4753	3549	2839	2366	2027	1774	1576	1418	708	471	353	282	235
10	15405	7774	5133	3849	3079	2566	2199	1924	1710	1538	768	540	363	306	255
11	16596	8297	5530	4147	3317	2764	2369	2072	1342	1658	828	551	413	330	274
12	17779	8888	5925	4443	3554	2961	2538	2220	1973	1776	887	590	442	363	294
13	18956	9477	6317	4737	3789	3157	2706	2367	2104	1893	945	629	471	377	313
14	20125	10061	6707	5029	4023	3352	2873	2513	2234	2010	1004	668	501	400	333
15	21290	10644	7095	5320	4256	3546	3039	2659	2363	2127	1062	707	530	423	352
16	22449	11223	7481	5610	4488	3739	3205	2804	2492	2242	1120	746	559	446	371
17	23603	11800	7866	5899	4718	3932	3369	2948	2626	2358	1177	784	587	469	391
18	24753	12375	8249	6186	4948	4123	3534	3092	2748	2473	1235	822	616	492	410
19	27044	13520	9012	6473	5178	4314	3697	3235	2375	2587	1292	860	645	515	429
20	28183	14090	9393	6758	5406	4504	3861	3398	3002	2701	1349	898	673	538	448

Продолжение

C	p: 0,93	0,92	0,91	0,9	0,89	0,88	0,87	0,86	0,85	0,8	0,75	0,7	0,65	0,6	0,55	0,5	0,4	0,3
0	32	28	24	22	20	18	17	15	14	10	8	6	5	5	4	3	3	2
1	55	48	42	38	34	31	29	27	25	18	15	12	10	9	8	7	5	4
2	75	65	58	52	47	43	40	37	34	25	20	16	14	12	10	9	7	6
3	94	82	73	65	59	54	50	46	43	32	25	21	18	15	13	12	9	8
4	113	98	87	78	71	65	60	56	52	38	30	25	21	18	16	14	11	9
5	131	114	101	91	83	76	70	65	60	45	35	29	25	21	19	17	13	11
6	149	130	115	104	94	86	79	73	68	51	40	33	28	24	21	19	15	13
7	166	145	129	116	105	96	89	82	77	57	45	37	32	27	24	21	17	14
8	184	160	142	128	116	106	98	91	85	63	50	41	35	30	27	24	19	16
9	201	175	156	140	127	116	107	99	93	69	55	45	38	33	29	26	21	18
10	218	190	159	152	138	126	116	108	100	75	59	48	42	36	32	28	23	19
11	235	205	182	164	149	136	125	116	108	81	64	53	45	39	34	31	25	21
12	252	220	195	175	159	146	134	125	116	86	69	57	48	42	37	33	27	22
13	268	234	208	187	170	155	143	133	124	92	73	60	51	45	39	35	29	24
14	285	249	221	199	180	165	152	141	132	98	78	64	55	47	42	37	30	25
15	301	263	234	210	191	175	161	149	139	104	82	68	58	50	44	39	32	26
16	318	278	247	222	201	184	170	158	147	109	87	72	61	53	47	42	34	26
17	334	292	259	233	212	194	179	166	154	115	91	76	64	56	49	44	36	26
18	351	307	272	245	222	203	187	174	162	121	96	79	68	59	52	46	36	26
19	387	321	285	256	232	213	196	182	170	126	100	83	71	61	54	48	36	26
20	383	335	297	267	243	222	205	190	177	132	105	87	74	64	57	51	36	26

Таблица 3

$L=0,15$

C	p														
	0,999	0,998	0,997	0,996	0,995	0,994	0,993	0,992	0,991	0,99	0,98	0,97	0,96	0,95	0,94
0	2060	920	640	490	370	320	270	240	210	187	94	62	47	37	31
1	3372	1586	1123	842	674	561	481	421	374	337	168	112	81	67	56
2	4722	2361	1573	1180	944	786	674	590	524	471	235	167	117	94	78
3	6013	3006	2004	1502	1202	1001	858	751	667	600	300	199	149	119	99
4	7266	3632	2421	1816	1452	1210	1037	907	806	726	362	241	181	144	120
5	8493	4246	2830	2122	1698	1415	1212	993	943	848	423	282	211	169	140
6	9702	4850	3233	2424	1939	1616	1385	1212	1071	969	484	322	241	193	160
7	10895	5447	3631	2723	2178	1815	1555	1361	1209	1088	543	362	271	216	180
8	12076	6037	4024	3018	2414	2011	1724	1508	1340	1206	602	401	300	240	200
9	13247	6629	4415	3311	2648	2207	1891	1654	1470	1323	661	440	330	263	219
10	14410	7204	4802	3600	2881	2400	2057	1800	1600	1439	719	479	359	286	238
11	15565	7781	5187	3890	3111	2593	2222	1944	1728	1555	771	517	387	310	258
12	16715	8356	5570	4171	3341	2784	2386	2087	1855	1670	834	555	416	332	277
13	17858	8505	5951	4462	3570	2974	2549	2230	1982	1784	891	513	444	355	296
14	18993	9496	6330	4747	3797	3164	2712	2372	2109	1898	948	631	473	378	315
15	20126	10062	6707	5030	4024	3353	2873	2514	2234	2011	1004	669	501	400	333
16	21255	10626	7084	5312	4249	3541	3035	2655	2360	2124	1061	706	529	423	352
17	22380	11189	7459	5593	4474	3728	3195	3796	2485	2236	1117	744	557	445	371
18	23501	11750	7832	5874	4698	3915	3355	2936	2609	2348	1173	781	585	468	389
19	25735	12847	8578	8153	4922	4101	3515	3075	2733	2460	1229	818	613	490	408
20	26850	13423	8948	6432	5145	4287	3674	3215	2857	2571	1284	856	641	512	427

Продолжение

C	p																	
	0,93	0,92	0,91	0,9	0,89	0,88	0,87	0,86	0,85	0,8	0,75	0,7	0,65	0,6	0,55	0,5	0,4	0,3
0	26	23	20	18	16	15	14	13	12	9	7	5	4	4	3	3	2	2
1	47	41	37	33	30	27	25	23	22	16	13	10	9	8	7	6	5	4
2	67	58	52	46	42	38	35	33	31	23	18	15	13	11	9	8	7	6
3	85	74	66	59	54	49	45	42	39	29	23	19	16	14	12	11	9	7
4	103	90	80	72	65	59	55	51	47	35	28	23	19	17	15	13	11	9
5	120	105	93	84	78	69	64	59	55	41	33	27	23	20	17	16	13	11
6	137	120	106	96	87	79	73	68	63	47	37	31	26	23	20	18	15	12
7	154	135	120	107	98	89	82	76	71	53	42	35	30	26	23	20	16	14
8	171	149	133	119	108	99	91	85	79	59	47	39	33	28	25	22	18	15
9	188	164	146	131	119	109	100	93	87	65	51	42	36	31	28	25	20	17
10	204	178	158	142	129	118	109	101	94	70	55	46	39	34	30	27	22	18
11	321	193	171	154	140	128	118	109	102	76	60	50	42	37	33	29	24	20
12	237	267	184	165	150	137	127	117	109	82	65	54	46	40	35	31	26	21
13	253	221	196	177	160	147	135	126	117	87	69	57	49	42	37	33	27	23
14	269	235	209	188	171	156	144	134	125	93	74	61	52	45	40	36	29	25
15	285	249	222	199	181	166	153	142	132	98	78	65	55	48	42	38	31	26
16	302	264	234	210	191	175	161	150	139	104	83	69	58	51	45	40	33	26
17	318	278	246	222	201	184	170	158	147	110	87	72	62	53	47	42	35	26
18	333	291	259	233	211	194	178	166	154	115	92	76	65	56	50	44	36	26
19	349	305	201	244	221	203	187	173	162	121	96	80	68	59	52	47	36	26
20	365	319	284	255	232	212	196	181	169	126	100	83	71	62	54	49	36	26

Таблица 4

$L=0{,}2$

C	p = 0,999	0,998	0,997	0,996	0,995	0,994	0,993	0,992	0,991	0,99	0,98	0,97	0,96	0,95	0,94
0	1750	780	540	410	320	270	226	200	179	159	80	53	40	32	26
1	2994	1497	998	748	596	499	427	374	332	299	149	99	74	59	49
2	4278	2139	1426	1069	855	713	611	534	475	427	213	142	109	85	71
3	5514	2757	1838	1378	1102	918	787	689	612	551	275	183	137	110	91
4	6120	3360	2239	1679	1343	1119	959	839	746	671	335	223	167	134	111
5	7905	3952	2634	1976	1580	1317	1128	987	877	790	394	263	197	157	131
6	9074	4537	3624	2266	1814	1512	1295	1133	1007	906	453	301	226	180	150
7	10231	5115	3410	2557	2045	1704	1461	1278	1136	1022	511	340	255	204	169
8	11379	5689	3792	2844	2275	1893	1624	1421	1263	1137	568	278	283	226	188
9	12518	6258	4172	3128	2502	2085	1787	1564	1390	1261	625	416	312	249	207
10	13651	6824	4549	3411	2729	2274	1949	1705	1515	1364	631	464	340	272	226
11	14775	7387	4924	3693	2954	2461	2110	1846	1640	1476	737	491	368	294	245
12	15896	7947	5298	3973	3178	2648	2270	1986	1765	1588	793	528	396	316	263
13	17012	8154	5670	4252	3401	2834	2429	2125	1889	1700	849	566	424	339	282
14	18124	3061	6040	4530	3623	3019	2588	2264	2012	1811	905	603	462	381	300
15	19232	9615	6409	4807	3845	3204	2746	2403	2135	1922	960	639	479	383	319
16	20336	10167	6778	5083	4066	3388	2984	2541	2258	2032	1015	676	507	405	337
17	21438	10718	7145	5358	4286	3572	3061	2678	2380	2142	1070	713	534	427	356
18	22536	11267	7511	5874	4698	3755	3218	2815	2502	2252	1125	749	562	449	374
19	24126	12363	8242	5907	4725	3937	3375	2952	2624	2362	1180	786	589	471	392
20	25818	12909	8608	6180	4944	4119	3531	3089	2746	2471	1235	822	616	493	410

Продолжение

C	p = 0,93	0,92	0,91	0,9	0,89	0,88	0,87	0,86	0,85	0,8	0,75	0,7	0,65	0,6	0,55	0,5	0,4	0,3
0	22	19	17	15	14	13	12	11	10	7	6	5	4	3	3	2	2	1
1	42	37	33	29	27	24	23	21	19	14	11	9	8	7	6	5	4	4
2	60	53	47	42	38	35	32	30	28	21	16	14	12	10	9	8	6	5
3	78	68	60	54	49	45	42	39	36	27	21	18	15	13	11	11	8	7
4	95	83	74	66	60	55	51	47	44	33	26	21	18	16	14	12	10	8
5	112	98	87	78	71	65	60	55	52	39	31	25	22	19	16	15	12	10
6	129	112	100	90	81	75	69	64	59	44	35	29	25	22	19	17	14	12
7	145	127	113	101	92	84	78	72	67	50	40	33	28	24	21	19	16	13
8	161	141	125	113	102	94	86	80	75	56	49	37	31	27	24	21	17	15
9	178	155	138	124	113	103	95	87	82	61	44	40	34	30	26	24	19	16
10	194	169	150	135	123	112	104	96	90	67	53	44	38	33	29	26	21	18
11	210	183	163	146	133	122	112	104	97	72	58	48	41	35	31	28	23	19
12	226	197	178	157	143	131	121	112	104	78	62	51	44	38	34	30	25	21
13	242	211	187	169	153	140	129	120	112	83	66	55	47	41	36	32	26	22
14	257	225	200	180	163	149	138	128	119	89	71	59	50	44	38	34	28	24
15	273	239	212	191	173	159	146	136	127	94	75	62	53	46	41	37	30	25
16	280	253	234	202	183	168	155	144	134	100	80	66	56	49	43	39	32	26
17	305	266	236	213	193	177	163	151	141	105	84	70	59	52	46	41	34	26
18	320	280	249	224	203	186	172	159	148	111	88	73	62	54	48	43	35	26
19	336	294	261	234	213	195	180	167	156	116	93	77	66	57	50	45	36	26
20	351	307	273	245	223	204	188	175	163	122	97	80	69	60	53	47	36	26

Таблица 5

$L=0,25$

C	p														
	0,999	0,998	0,997	0,996	0,995	0,994	0,993	0,992	0,991	0,99	0,98	0,97	0,96	0,95	0,94
0	1510	670	464	355	274	232	194	172	155	137	69	46	34	27	22
1	2692	1346	897	673	538	448	384	336	299	209	134	89	67	53	45
2	3920	1960	1306	988	784	653	560	490	435	392	196	130	98	78	65
3	5109	2554	1703	1277	1021	851	729	698	567	510	255	170	127	102	85
4	6274	3137	2091	1568	1254	1045	896	784	697	627	313	209	156	125	104
5	7422	3711	2474	1865	1484	1236	1060	927	824	742	370	247	185	148	123
6	8558	4278	2852	2139	1711	1426	1222	1069	950	855	427	284	213	170	142
7	9684	4841	3227	2420	1936	1613	1383	1210	1075	968	483	322	241	193	161
8	10802	5400	3600	2700	2160	1800	1542	1349	1199	1079	539	359	269	215	179
9	11913	5856	3970	2978	2382	1985	1701	1488	1323	1190	595	398	297	237	198
10	13019	6509	4339	3254	2603	2169	1859	1626	1446	1301	650	433	324	259	216
11	14120	7059	4706	3529	2823	2352	2016	1764	1568	1411	705	470	352	281	234
12	15216	7608	5071	3803	3042	2535	2173	1901	1690	1521	760	506	379	303	252
13	16309	7847	5436	4076	3261	2717	2329	2038	1811	1630	814	543	407	325	271
14	17399	8699	5799	4349	3479	2893	2484	2174	1932	1739	869	579	434	347	289
15	18485	9242	6161	4620	3696	3080	2640	2370	2053	1847	923	615	481	368	307
16	19569	9784	6522	4891	3913	3260	2794	2445	2173	1956	977	651	488	390	325
17	20651	10325	6863	5162	4129	3441	2949	2580	2263	2064	1031	687	515	412	343
18	21730	10864	7242	5633	4506	3620	3103	2715	2413	2172	1085	723	542	433	361
19	23882	11941	7968	5701	4560	3800	3257	2850	2533	2279	1139	759	559	455	379
20	24957	12479	8317	5965	1775	3979	3410	2984	2652	2387	1193	795	596	476	397

Продолжение

C	p																	
	0,93	0,92	0,91	0,9	0,89	0,88	0,87	0,86	0,85	0,8	0,75	0,7	0,65	0,6	0,55	0,5	0,4	0,3
0	19	17	15	13	12	11	10	9	9	6	5	4	3	3	2	2	2	1
1	38	33	30	27	24	22	20	19	18	13	10	9	7	6	6	5	4	3
2	56	49	43	39	35	32	30	28	26	19	15	13	11	9	8	7	6	5
3	72	63	56	57	46	42	39	36	33	25	20	16	14	12	11	10	8	7
4	89	78	69	62	56	52	48	44	41	31	24	20	17	15	13	12	10	8
5	105	92	82	73	67	61	56	52	49	36	29	24	20	18	16	14	11	10
6	121	106	94	85	77	71	65	60	56	42	33	28	24	21	18	16	13	11
7	137	120	107	96	87	80	74	68	64	48	38	31	27	23	21	18	15	13
8	153	134	119	107	97	89	82	76	71	53	42	35	30	26	28	21	17	14
9	169	148	131	118	107	98	91	84	78	59	47	39	33	29	25	23	19	16
10	185	162	144	129	117	107	99	92	86	64	51	42	36	31	28	25	20	17
11	201	175	156	140	127	117	108	100	93	69	55	46	39	34	30	27	22	19
12	216	189	168	151	137	126	116	108	100	75	60	50	42	37	33	29	24	20
13	232	203	180	162	147	135	124	115	108	80	64	53	45	39	35	31	26	22
14	247	216	192	173	157	144	133	123	115	86	68	57	48	42	37	33	28	23
15	263	230	204	184	167	153	141	131	122	91	73	60	51	45	40	35	29	25
16	278	243	224	202	177	162	149	138	129	95	77	64	54	47	42	38	31	26
17	294	257	228	205	186	171	157	146	136	102	81	67	58	50	44	40	33	26
18	309	270	240	216	196	180	166	154	143	107	85	71	61	53	47	42	35	26
19	324	284	252	227	206	189	174	161	151	113	90	74	64	55	49	44	36	26
20	340	297	264	237	216	198	182	169	158	118	94	78	67	58	51	46	36	26

Таблица 6

$L = 0{,}3$

C	p														
	0,999	0,998	0,997	0,996	0,995	0,994	0,993	0,992	0,991	0,99	0,98	0,97	0,96	0,95	0,94
0	1310	582	403	308	238	202	169	150	134	119	60	40	30	24	20
1	2439	1219	813	610	488	406	346	305	271	244	122	81	61	49	40
2	3615	1807	1205	904	723	602	516	452	401	361	180	120	90	72	60
3	4762	2381	1587	1190	952	793	680	595	529	476	238	158	119	95	79
4	5890	2945	1963	1472	1178	981	841	736	654	589	294	196	147	117	98
5	7005	3502	2335	1751	1401	1167	1000	875	778	700	350	233	175	140	116
6	8111	4055	2703	2027	1622	1351	1158	1013	901	811	405	270	202	162	135
7	9208	4604	3069	2302	1841	1534	1315	1151	1023	920	460	306	230	184	153
8	10300	5150	3433	2575	2059	1716	1471	1287	1144	1029	514	343	257	205	171
9	11387	5893	3795	2846	2277	1897	1626	1423	1265	1138	569	379	284	227	189
10	12469	6509	4156	3117	2493	2078	1781	1558	1385	1246	623	415	311	249	207
11	13547	6773	4515	3386	2709	2257	1935	1693	1505	1354	671	451	336	270	225
12	14622	7311	4874	3655	2924	2436	2088	1827	1624	1462	730	487	385	292	243
13	15695	7847	5231	3923	3138	2615	2241	1961	1743	1569	784	522	392	313	261
14	16764	8382	5586	4190	3352	2793	2394	2095	1862	1676	837	558	418	334	279
15	17832	8915	5943	4457	3566	2971	2547	2228	1980	1782	891	593	445	356	296
16	18897	9448	6298	4723	3779	3149	2699	2361	2099	1889	944	629	471	377	314
17	19960	9980	6653	4989	3991	3326	2851	2494	2217	1995	997	664	498	398	332
18	21022	10510	7007	5431	4345	3503	3062	2627	2335	2101	1050	700	525	419	349
19	23142	11569	7712	5520	4415	3679	3154	2759	2453	2207	1103	735	551	441	367
20	24197	12099	8066	5784	4627	3856	3305	2892	2570	2313	1156	770	577	462	385

Продолжение

C	p																
	0,93	0,92	0,91	0,9	0,89	0,88	0,87	0,86	0,85	0,8	0,75	0,7	0,65	0,6	0,55	0,5	0,4	0,3
0	17	15	13	12	10	9	9	8	7	5	4	3	3	2	2	2	1	1
1	35	30	27	24	22	20	19	17	16	12	10	8	7	6	5	5	4	3
2	51	45	40	36	33	30	27	25	24	18	14	12	10	9	8	7	6	5
3	68	59	53	47	43	39	36	34	31	23	19	15	13	11	10	9	7	6
4	84	73	65	58	53	49	45	42	39	29	23	19	16	44	13	11	9	8
5	100	87	77	70	63	58	53	50	46	34	27	23	19	17	15	13	11	9
6	115	101	90	81	73	67	62	57	53	40	32	28	23	20	17	16	13	11
7	131	114	102	91	83	76	70	65	61	45	36	30	26	22	20	18	15	12
8	146	128	114	102	93	85	79	73	68	51	40	34	29	25	22	20	16	14
9	162	142	126	113	103	94	87	81	75	56	45	37	32	28	24	22	18	15
10	177	155	138	124	113	103	95	88	82	52	51	41	35	30	27	24	20	17
11	193	169	150	135	122	112	103	96	90	67	53	44	36	33	29	26	22	18
12	208	182	162	145	132	121	112	104	97	72	58	48	41	36	32	28	23	20
13	223	195	174	156	142	130	120	111	104	78	62	51	44	38	34	30	25	21
14	239	209	185	167	151	139	128	119	111	83	66	55	47	41	36	32	27	23
15	254	222	197	177	161	148	136	126	118	88	70	58	50	44	39	35	29	24
16	269	235	216	194	171	156	144	134	125	93	75	62	53	46	41	37	30	26
17	284	249	221	199	180	165	153	142	132	99	79	65	56	49	43	39	32	26
18	299	262	233	209	190	174	161	149	139	104	83	69	59	51	46	41	34	26
19	314	275	244	220	200	183	169	157	146	109	87	72	62	54	48	43	35	26
20	329	288	256	230	209	192	177	164	153	115	91	76	65	57	50	45	36	26

Таблица 7

$L=0{,}35$

C	p 0,999	0,998	0,997	0,996	0,995	0,994	0,993	0,992	0,991	0,99	0,98	0,97	0,96	0,95	0,94
0	1140	456	351	269	207	175	147	130	117	104	52	35	26	21	17
1	2219	1109	740	555	444	370	317	277	246	222	111	74	55	44	37
2	3347	1674	1116	837	669	558	478	418	372	335	167	111	84	67	56
3	4454	2227	1485	1113	891	741	636	557	495	445	223	148	111	89	74
4	5548	2774	1849	1387	1169	834	792	693	616	555	277	185	138	111	92
5	6633	3316	2211	1659	1329	1105	947	829	737	683	331	221	166	132	110
6	7710	3855	2570	1927	1612	1285	1101	963	856	771	385	257	192	154	128
7	8782	4391	2927	2195	1756	1463	1254	1097	975	878	439	292	219	175	146
8	8849	4924	3283	2462	1970	1641	1407	1231	1094	985	492	328	246	197	164
9	10913	5456	3037	2728	2182	1818	1559	1364	1212	1091	545	363	272	218	181
10	11973	5986	3991	2993	2394	1995	1710	1496	1330	1197	598	399	299	239	199
11	13031	6515	4343	3257	2606	2171	1861	1828	1447	1303	651	434	325	260	217
12	14086	7043	4625	3521	2817	2347	2012	1760	1565	1408	704	469	352	281	234
13	15139	7569	5046	3784	3027	2523	2162	1892	1682	1513	757	504	378	302	252
14	16190	8095	5396	4047	3238	2698	2312	2023	1798	1618	809	539	404	323	269
15	17240	8620	5746	4309	3447	2973	2462	2154	1915	1723	861	574	430	344	287
16	18288	9143	6095	4571	3657	3047	2612	2285	2031	1828	914	609	457	365	304
17	19334	9667	6444	4833	3866	3222	2761	2416	2148	1933	966	644	483	386	322
18	20379	10189	6793	5255	4203	3395	2911	2547	2264	2037	1018	679	509	407	339
19	22465	11233	7493	5355	4284	3570	3060	2677	2380	2142	1070	713	535	428	356
20	23508	11756	7839	5616	4493	3744	3209	2808	2496	2246	1123	748	561	449	374

Продолжение

C	p 0,93	0,92	0,91	0,9	0,89	0,88	0,87	0,86	0,85	0,8	0,75	0,7	0,65	0,6	0,55	0,5	0,4	0,3
0	15	13	11	10	9	8	8	7	6	5	4	3	2	2	2	2	1	1
1	32	28	25	22	20	18	17	16	15	11	9	7	6	5	5	4	4	3
2	48	42	37	33	30	28	26	24	22	17	13	11	9	8	7	6	5	4
3	63	55	49	44	40	37	34	32	29	22	18	15	12	11	10	9	7	6
4	79	69	61	55	50	46	42	39	37	27	22	18	16	14	12	11	9	8
5	94	83	73	66	60	55	51	47	44	33	26	22	19	16	14	13	11	9
6	110	96	85	77	70	64	59	55	51	38	30	25	22	19	17	15	12	11
7	125	109	97	87	79	73	67	62	58	43	35	29	25	21	19	17	14	12
8	140	123	109	98	89	82	75	70	65	49	39	32	28	24	21	19	16	13
9	155	136	121	109	99	90	83	77	72	54	43	36	31	27	24	21	18	15
10	171	149	133	119	108	99	92	85	79	59	47	39	34	29	26	23	19	16
11	186	162	144	130	118	108	100	93	86	65	52	43	37	32	28	25	21	18
12	201	176	156	140	127	117	108	100	93	70	55	46	40	35	31	28	23	19
13	216	189	168	151	137	126	116	108	100	75	60	50	43	37	33	30	22	21
14	231	202	179	161	147	134	124	115	107	80	64	53	46	40	35	32	26	22
15	246	215	191	172	156	143	132	122	114	86	68	57	49	42	38	34	28	24
16	281	228	209	188	166	152	140	130	121	91	72	60	52	45	40	36	30	25
17	276	241	214	193	175	160	148	137	128	96	77	64	54	48	42	38	31	26
18	290	254	226	203	185	169	156	145	135	101	81	67	57	50	44	40	33	26
19	305	267	237	214	194	178	164	152	142	106	85	71	60	53	47	42	35	26
20	320	280	249	224	203	186	172	160	149	112	89	74	63	55	49	44	36	26

Таблица 8

$L=0{,}4$

C	p: 0,999	0,998	0,997	0,996	0,995	0,994	0,993	0,992	0,991	0,99	0,98	0,97	0,96	0,95	0,94
0	995	443	306	234	181	153	128	114	102	91	45	30	23	18	15
1	2022	1011	674	506	404	337	289	253	225	202	101	67	51	40	34
2	3105	1553	1035	776	621	518	444	388	345	370	155	103	78	62	52
3	4175	2088	1392	1044	835	696	596	522	464	417	209	169	104	83	69
4	5237	2618	1745	1309	1047	873	748	654	582	524	262	174	131	105	87
5	6292	3146	2097	1573	1258	1049	899	786	698	629	314	210	157	126	105
6	7343	3671	2447	1835	1468	1224	1049	918	816	734	367	245	183	147	122
7	8390	4195	2796	2097	1678	1398	1198	1049	932	839	419	279	210	168	140
8	9434	4717	3144	2358	1887	1572	1347	1179	1048	943	471	314	236	188	157
9	10476	5238	3492	2619	2095	1746	1496	1309	1164	1047	524	349	262	209	174
10	11515	5757	3838	2875	2303	1919	1645	1439	1279	1151	576	384	288	230	192
11	12553	6276	4184	3138	2510	2052	1793	1569	1395	1255	627	418	314	251	209
12	13584	6794	4530	3397	2718	2265	1941	1698	1570	1359	679	453	339	271	226
13	14624	7312	4874	3656	2925	2437	2089	1828	1625	1462	731	487	385	292	243
14	15658	7829	5219	3914	3131	2809	2237	1957	1739	1565	783	522	391	313	261
15	16690	8345	5563	4172	3338	2781	2384	2086	1854	1669	834	556	417	333	278
16	17722	8861	5907	4430	4544	2953	2531	2215	1969	1772	886	590	443	354	295
17	18732	9376	6250	4688	3750	3125	2679	2344	2083	1875	937	625	468	375	312
18	19782	9861	6594	4945	3956	3297	2826	2472	2198	1978	989	659	494	395	329
19	21841	10923	7280	5202	4162	3468	2973	2601	2312	2081	1040	693	520	416	346
20	22869	11435	7626	5459	4367	3639	3119	2729	2426	2184	1092	728	546	436	364

Продолжение

C	p: 0,93	0,92	0,91	0,9	0,89	0,88	0,87	0,86	0,85	0,8	0,75	0,7	0,65	0,6	0,55	0,5	0,4	0,3
0	13	11	10	9	8	7	7	6	6	4	3	3	2	2	2	1	1	1
1	29	25	22	20	18	17	16	14	13	10	8	7	6	5	4	4	3	3
2	44	39	34	31	28	26	24	22	21	15	12	10	9	8	7	6	5	4
3	60	52	46	42	38	35	32	30	28	21	17	14	12	10	9	8	7	6
4	75	65	58	52	47	44	40	37	35	26	21	17	15	13	11	10	9	7
5	90	78	70	63	57	52	48	45	42	31	25	21	18	16	14	12	10	9
6	105	92	81	73	67	61	56	52	49	37	29	24	20	18	16	14	12	10
7	120	105	93	84	76	70	64	60	56	42	33	28	24	21	18	17	14	12
8	135	118	105	94	86	78	72	67	63	47	37	31	27	23	21	19	15	13
9	149	131	116	105	95	87	80	75	70	52	42	35	30	26	23	21	17	15
10	164	144	128	115	104	96	88	82	76	57	46	38	33	28	25	23	19	16
11	179	157	139	125	114	104	96	89	83	62	50	42	35	31	28	25	21	18
12	194	170	151	136	123	113	104	97	90	68	54	45	38	34	30	27	22	19
13	209	182	162	146	133	122	112	104	97	73	56	48	41	36	32	29	24	20
14	223	195	174	156	142	130	120	111	104	78	62	52	44	39	34	31	26	22
15	238	208	185	167	151	139	128	119	111	83	66	55	47	41	37	33	27	23
16	253	221	203	182	161	147	136	126	118	88	70	59	50	44	39	35	29	25
17	268	234	208	187	170	156	144	134	125	95	75	62	53	46	41	37	31	26
18	282	247	219	197	179	164	152	141	131	98	79	65	56	49	43	39	32	26
19	297	260	231	208	189	173	160	148	138	104	83	69	59	52	46	41	34	26
20	312	273	242	218	198	182	168	156	145	109	87	72	62	54	48	43	38	26

Таблица 9

$L = 0{,}45$

C	p														
	0,999	0,998	0,997	0,996	0,995	0,994	0,993	0,992	0,991	0,99	0,98	0,97	0,96	0,95	0,94
0	870	386	267	204	158	134	112	99	89	79	40	26	20	16	13
1	1844	922	615	461	369	307	263	231	205	184	92	62	46	37	31
2	2883	1441	961	721	577	480	412	360	320	288	144	96	72	58	48
3	3916	1953	1365	979	783	653	560	490	435	392	196	131	98	78	65
4	4946	2473	1849	1237	989	824	707	618	550	495	247	165	124	99	82
5	5973	2987	1991	1493	1195	996	853	747	664	597	299	199	149	119	100
6	6998	3499	2333	1750	1400	1166	1000	875	778	700	350	233	175	140	117
7	8021	4011	2674	2005	1604	1337	1146	1003	891	802	401	267	201	160	134
8	9043	4522	3024	2261	1869	1507	1292	1130	1005	904	452	301	226	181	151
9	10064	5032	3355	2578	2013	1677	1438	1258	1118	1006	503	335	252	201	168
10	11063	5542	3694	2771	2217	1847	1583	1385	1231	1108	554	369	277	222	185
11	12702	6651	4034	3025	2420	2017	1729	1513	1345	1210	605	403	302	242	202
12	13120	6560	4373	3280	2624	2187	1874	1640	1458	1312	656	437	328	282	219
13	14137	7068	4712	3534	2827	2356	2020	1767	1571	1414	707	471	353	283	236
14	15154	7577	5051	3788	3031	2525	2165	1894	1684	1515	758	505	379	303	250
15	16170	8085	5390	4042	3234	2695	2310	2021	1797	1617	808	539	404	323	269
16	17185	8593	5728	4296	3437	2864	2455	2148	1909	1718	859	573	430	344	286
17	18200	9100	6067	4550	3640	3033	2602	2275	2072	1820	910	601	455	364	303
18	19215	9508	6405	4804	3843	3202	2743	2402	2135	1921	961	640	480	384	320
19	21244	10622	7081	5057	4046	3371	2890	2525	2242	2023	1011	674	506	404	337
20	22257	11129	7420	5311	4249	3540	3035	2655	2426	2124	1062	708	531	425	354

Продолжение

C	p																	
	0,93	0,92	0,91	0,9	0,89	0,88	0,87	0,86	0,85	0,8	0,75	0,7	0,65	0,6	0,55	0,5	0,4	0,3
0	11	10	9	8	7	6	6	5	5	4	3	2	2	2	1	1	1	1
1	26	23	21	19	17	15	14	13	12	9	7	6	5	5	4	4	3	3
2	41	36	32	29	26	24	22	21	19	14	12	10	8	7	6	6	5	4
3	56	49	44	39	36	33	30	28	26	20	16	13	11	10	9	8	7	6
4	71	62	55	49	45	41	38	35	33	25	20	16	14	12	11	10	8	7
5	85	75	66	60	54	50	46	43	40	30	24	20	17	15	13	12	10	8
6	100	87	78	70	64	58	54	50	47	35	28	23	20	17	16	14	12	10
7	115	100	89	80	73	67	62	57	53	40	32	27	23	20	18	16	13	11
8	129	113	100	90	82	75	70	65	60	45	36	30	26	23	20	18	15	13
9	144	126	112	101	91	84	77	72	67	50	40	33	29	25	22	20	17	14
10	158	138	123	111	101	92	85	79	74	53	44	37	32	28	25	22	18	15
11	173	151	134	121	110	101	93	86	81	60	48	40	35	30	27	24	20	17
12	187	164	146	131	119	109	101	94	87	66	52	41	37	33	29	26	22	19
13	202	177	157	141	128	118	109	101	94	71	56	47	40	35	31	28	23	20
14	216	189	168	151	138	126	116	108	101	76	61	50	43	38	34	30	25	21
15	231	202	180	162	147	135	124	115	108	81	65	54	48	40	36	32	27	23
16	245	215	197	177	156	143	132	123	114	86	69	57	49	43	38	34	28	24
17	260	229	202	182	165	152	140	130	121	91	73	61	52	45	40	36	30	26
18	274	240	213	192	175	160	148	137	128	96	77	64	55	48	43	38	32	26
19	289	253	225	202	184	168	155	144	135	101	81	67	58	50	45	40	34	26
20	303	265	236	212	193	177	163	152	141	106	85	71	61	53	47	42	35	26

L 0,5

c	p														
	0,999	0,998	0,997	0,996	0,995	0,994	0,993	0,992	0,991	0,99	0,98	0,97	0,96	0,95	0,94
0	750	334	231	177	137	116	97	86	77	69	34	23	17	14	11
1	1679	839	550	420	336	280	240	210	187	168	84	56	42	34	26
2	2674	1337	892	669	535	446	382	334	297	268	134	89	67	54	45
3	3672	1836	1224	918	735	612	525	459	408	367	184	123	92	74	61
4	4671	2336	1557	1168	934	779	667	584	519	467	234	150	117	94	78
5	5670	2835	1890	1418	1134	945	810	709	630	567	284	189	142	114	95
6	6670	3335	2223	1668	1334	1112	953	834	741	667	334	222	167	134	111
7	7669	3835	2557	1917	1534	1278	1096	959	852	767	384	256	192	154	128
8	8669	4335	2890	2167	1734	1445	1239	1084	963	867	434	289	217	174	145
9	9669	4835	3223	2417	1934	1612	1381	1209	1074	967	484	322	242	194	161
10	10669	5334	3556	2667	2134	1778	1524	1334	1186	1067	534	356	267	214	178
11	11669	5834	3890	2917	2334	1945	1667	1459	1297	1167	604	389	292	234	195
12	12668	6334	4223	3167	2534	2112	1810	1584	1408	1267	634	422	317	254	211
13	13668	6834	4556	3417	2734	2278	1953	1709	1519	1367	684	458	342	274	228
14	14668	7534	4890	3667	2934	2445	2096	1834	1630	1467	734	489	361	294	245
15	15668	7834	5223	3917	3134	2611	2238	1959	1741	1567	784	522	392	314	261
16	16680	8381	5556	4167	3334	2778	2381	2084	1852	1667	834	556	417	334	278
17	17668	8834	5889	4417	3534	2945	2524	2209	1963	1767	884	589	442	354	295
18	18668	9334	6223	4667	3734	3111	2667	2334	2074	1867	931	622	467	374	311
19	20669	10335	6890	4917	3934	3278	2810	2459	2185	1967	984	686	492	394	328
20	21667	10837	7228	5167	4134	3445	2953	2584	2297	2067	1034	689	517	414	345

Продолжение

c	p																
	0,93	0,92	0,91	0,9	0,89	0,88	0,87	0,86	0,85	0,8	0,75	0,7	0,65	0,6	0,55	0,5	0,4	0,3
0	10	8	7	7	6	5	5	5	4	3	2	2	2	1	1	1	1	1
1	24	21	19	17	15	14	13	12	11	9	7	6	3	4	4	4	3	3
2	38	34	30	27	24	22	21	19	18	14	11	9	8	7	6	6	5	4
3	53	46	41	37	34	31	28	26	25	19	15	12	11	9	8	8	6	5
4	67	59	52	47	43	39	36	34	31	24	19	16	14	12	11	10	8	7
5	81	71	63	57	52	47	44	41	38	29	23	19	16	14	13	12	10	8
6	95	84	74	67	61	56	51	48	45	34	27	22	19	17	15	14	11	10
7	116	96	85	77	70	64	59	55	51	39	31	26	22	19	17	16	13	11
8	124	109	96	87	79	72	67	62	58	44	35	29	25	22	19	18	15	13
9	138	121	108	97	88	81	75	69	65	49	39	32	28	24	22	20	16	14
10	153	134	119	107	97	89	82	78	71	54	43	36	31	27	24	21	18	15
11	167	146	130	117	106	97	90	84	78	59	42	39	34	29	26	24	20	17
12	181	159	141	127	115	106	98	91	85	64	61	42	36	32	28	26	21	18
13	195	171	152	137	124	114	105	98	91	69	55	46	39	34	31	27	23	20
14	210	184	163	147	134	122	113	105	98	74	69	49	42	37	33	30	25	21
15	224	196	174	157	143	131	121	112	105	79	63	52	45	39	35	31	26	23
16	238	209	191	172	152	139	128	119	111	84	67	55	48	42	37	34	28	24
17	255	221	196	177	161	147	136	126	118	89	71	59	51	44	39	36	30	25
18	267	234	208	187	170	156	144	134	125	94	75	62	54	47	42	37	31	26
19	281	246	219	197	179	164	151	141	131	99	78	66	56	49	44	40	33	26
20	295	259	230	207	188	172	159	148	138	104	83	69	59	52	49	42	35	26

Таблица 11

$L = 0,55$

C	p													
	0,999	0,998	0,997	0,996	0,995	0,994	0,993	0,992	0,991	0,99	0,98	0,97	0,96	0,95	0,94
0	650	288	200	153	118	100	84	74	67	59	30	20	15	12	10
1	1524	762	508	381	305	254	218	191	170	153	76	51	38	31	26
2	2476	1238	826	619	495	413	354	310	275	248	124	83	62	50	42
3	3139	1719	1146	860	688	573	491	430	382	344	172	115	86	69	58
4	4407	2203	1469	1102	882	735	630	551	490	441	221	147	110	88	74
5	5378	2689	1793	1345	1076	897	769	673	598	538	269	180	135	108	90
6	6352	3176	2118	1588	1271	1059	908	794	708	635	318	212	159	127	106
7	7328	3664	2443	1832	1466	1222	1047	916	815	733	367	245	184	147	122
8	8306	4153	2789	2077	1661	1385	1187	1039	923	831	416	277	208	166	139
9	9285	4643	3095	2321	1857	1548	1327	1161	1032	929	465	310	232	186	155
10	10265	5133	3422	2566	2053	1711	1467	1283	1141	1027	574	343	257	206	171
11	11249	5623	3749	2312	2249	1873	1607	1406	1250	1126	563	375	282	225	188
12	12228	6114	4076	3057	2446	2038	1747	1528	1359	1223	612	408	306	245	204
13	13210	6665	4404	3303	2642	2202	1888	1632	1468	1321	651	441	331	295	221
14	14123	7097	4731	3549	2839	2366	2028	1775	1577	1420	710	474	355	284	237
15	15177	7589	5059	3795	3036	2530	2169	1897	1687	1518	759	506	386	304	253
16	16161	8081	5387	4041	3233	2694	2309	2021	1796	1617	808	539	404	324	270
17	17146	8573	5715	4287	3430	2772	2450	2144	1906	1715	858	572	429	343	286
18	18131	9066	6044	4533	3627	3022	2591	2267	2015	1814	907	605	454	363	303
19	20105	10053	6706	4780	3824	3187	2781	2398	2124	1912	956	638	478	383	319
20	21091	10256	7036	5026	4021	3351	2872	2513	2234	2071	1008	671	503	402	335

Продолжение

C	p																
	0,93	0,92	0,91	0,9	0,89	0,88	0,87	0,86	0,85	0,84	0,75	0,7	0,65	0,6	0,55	0,5	0,4	0,3
0	8	7	6	6	5	5	4	4	4	3	2	2	1	1	1	1	1	1
1	22	19	17	15	14	13	12	11	10	8	6	5	5	4	4	3	3	2
2	36	31	28	25	23	21	19	18	17	13	10	9	7	6	6	5	4	4
3	49	43	38	35	32	29	27	25	23	17	14	12	10	9	8	7	6	5
4	63	55	49	44	40	37	34	32	30	22	18	15	13	11	10	9	8	7
5	77	68	60	54	49	45	42	39	36	27	22	18	16	14	12	11	9	8
6	91	80	71	64	58	53	49	46	43	32	26	22	18	16	14	13	11	9
7	105	92	82	74	67	61	57	53	49	37	30	25	21	19	17	15	13	11
8	119	104	93	83	76	70	64	60	56	42	34	28	24	21	19	17	14	12
9	133	116	104	93	85	78	72	67	62	47	38	31	27	24	21	19	16	14
10	147	129	114	103	94	86	76	74	69	52	41	35	30	26	23	21	18	15
11	181	141	125	113	103	94	87	81	75	57	45	38	33	29	25	23	19	17
12	175	153	136	123	112	102	94	88	82	62	49	41	35	31	28	25	21	18
13	189	166	147	132	120	110	102	95	88	66	53	44	38	33	30	27	22	19
14	203	178	158	142	129	119	110	102	93	71	57	48	41	36	32	29	24	21
15	217	190	169	152	138	127	117	109	102	76	61	51	44	38	34	31	26	22
16	231	202	185	167	147	135	125	116	108	81	65	54	47	41	36	33	27	24
17	246	215	191	172	156	143	132	123	115	86	69	58	49	43	39	35	29	25
18	259	227	202	182	165	152	140	130	121	91	73	61	52	46	41	37	31	26
19	274	239	213	192	174	160	148	137	128	96	77	64	55	48	43	39	32	26
20	288	252	224	201	183	168	155	144	134	101	81	67	59	51	45	41	34	26

Таблица 12

$L=0,6$

C	p: 0,999	0,998	0,997	0,996	0,995	0,994	0,993	0,992	0,991	0,99	0,98	0,97	0,96	0,95	0,94
0	555	246	170	131	101	85	72	64	57	51	25	17	13	10	8
1	1377	689	459	349	276	230	197	172	153	138	69	46	35	28	23
2	2285	1143	762	572	457	381	327	286	254	229	115	77	57	46	38
3	3212	1606	1071	803	643	536	459	402	357	322	161	107	81	65	54
4	4148	2074	1383	1037	830	692	593	519	461	415	208	139	104	83	70
5	5091	2546	1697	1273	1019	849	728	637	566	510	285	170	128	102	85
6	6040	3020	2014	1510	1208	1007	863	755	672	604	302	202	151	121	101
7	6992	3496	2331	1748	1399	1166	999	874	777	600	350	234	175	140	117
8	7947	3974	2648	1987	1590	1325	1136	994	883	795	398	265	189	159	133
9	8905	4453	2969	2227	1781	1485	1273	1114	990	891	446	297	223	179	149
10	9865	4933	3289	2467	1913	1645	1410	1234	1097	967	494	320	247	198	165
11	10827	5413	3669	2707	2165	1805	1547	1354	1204	1085	542	331	271	217	181
12	11790	5895	3931	2948	2359	1966	1685	1474	1311	1180	590	394	295	236	197
13	12755	6378	4252	3189	2552	2126	1823	1595	1418	1276	638	426	319	266	213
14	13721	6861	4574	3431	2745	2287	1961	1716	1525	1373	687	458	344	275	229
15	14689	7345	4897	3673	2938	2449	2099	1837	1633	1469	739	490	368	294	245
16	15657	7829	5220	3915	3132	2610	2237	1958	1740	1566	784	523	392	314	262
17	16627	8314	5543	4157	3326	2772	2376	2079	1848	1663	832	555	416	330	278
18	17597	8799	5866	4400	3520	2933	2514	2200	1956	1760	881	587	441	353	294
19	19540	9770	6515	4642	3714	3095	2653	2322	2064	1857	929	620	465	372	310
20	20512	10256	6845	4885	3908	3257	2792	2443	2172	1955	978	652	489	392	326

Продолжение

C	p: 0,93	0,92	0,91	0,9	0,89	0,88	0,87	0,86	0,85	0,8	0,75	0,7	0,65	0,6	0,55	0,5	0,4	0,3
0	7	6	5	5	4	4	4	3	3	2	2	1	1	1	1	1	1	1
1	20	18	16	14	13	12	11	10	9	7	6	5	4	4	3	3	3	2
2	33	29	26	23	21	19	18	17	16	12	10	8	7	6	5	5	4	4
3	46	41	36	33	30	27	25	23	22	16	13	11	10	8	8	7	6	5
4	60	52	47	42	38	35	32	30	28	21	17	14	12	11	10	9	7	6
5	73	64	57	51	47	43	40	37	34	26	21	17	15	13	12	11	9	8
6	87	76	68	61	55	51	47	44	41	31	25	21	18	16	14	13	11	9
7	100	88	78	70	64	59	54	50	47	35	28	24	21	18	16	15	12	11
8	114	100	89	80	73	67	62	57	54	40	32	27	23	20	18	16	14	12
9	128	112	99	90	82	75	69	64	60	45	36	30	26	23	20	18	15	13
10	141	124	110	99	90	83	76	71	66	50	40	33	29	25	23	20	17	15
11	155	136	121	109	99	91	84	78	73	55	44	37	32	28	25	22	19	16
12	169	148	132	119	108	99	91	85	79	60	48	40	34	30	27	24	20	18
13	183	160	142	128	117	107	99	92	86	64	52	43	37	33	23	26	22	19
14	197	172	153	138	125	115	106	99	92	69	56	46	40	35	31	28	24	20
15	210	184	164	148	134	123	114	106	99	74	59	50	43	37	33	30	25	22
16	224	196	180	162	143	131	121	113	105	79	63	53	45	40	36	32	27	23
17	238	209	185	167	152	139	129	119	112	84	67	56	48	42	38	34	29	25
18	252	221	196	177	161	147	136	126	118	89	71	59	51	45	40	36	30	26
19	266	233	207	186	170	155	144	133	125	94	75	63	54	47	42	38	32	26
20	280	245	218	196	178	164	151	140	131	98	79	66	57	50	44	40	33	26

Таблица 13

$L=0,65$

C	p														
	0,999	0,998	0,997	0,996	0,995	0,994	0,993	0,992	0,991	0,99	0,98	0,97	0,96	0,95	0,94
0	470	208	144	110	85	72	60	54	48	43	21	14	11	8	7
1	1235	618	412	309	247	206	177	155	138	124	62	42	31	25	21
2	2099	1050	700	525	420	350	300	263	234	210	105	70	53	42	35
3	2988	1494	996	747	598	498	427	374	332	299	150	100	75	60	50
4	3892	1946	1298	973	779	649	557	487	433	390	195	130	98	78	65
5	4806	2403	1603	1202	962	802	687	601	535	481	241	161	121	97	81
6	5728	2864	1910	1432	1146	953	819	717	637	573	287	192	144	115	96
7	6656	3328	2218	1664	1332	1110	951	833	740	666	333	223	167	134	112
8	7588	3794	2530	1897	1518	1265	1085	949	844	759	380	254	190	150	127
9	8524	4262	2842	2131	1705	1421	1218	1066	948	853	427	285	214	171	143
10	9463	4732	3155	2366	1893	1578	1353	1184	1052	947	474	316	237	190	158
11	10405	5203	3469	2602	2082	1735	1487	1301	1157	1041	521	348	281	209	174
12	11350	5675	3784	2838	2771	1892	1632	1419	1262	1136	568	379	285	228	190
13	12296	6149	4099	3075	2460	2050	1757	1538	1367	1230	616	411	368	247	206
14	13245	6623	4416	3312	2650	2208	1893	1656	1472	1325	669	442	332	266	222
15	14105	7098	4732	3850	2840	2367	2029	1775	1578	1420	711	474	356	285	237
16	15147	7574	5050	3788	3030	2525	2165	1894	1684	1516	758	506	380	304	253
17	18101	8051	5368	4026	3221	2684	2301	2013	1790	1611	806	538	403	323	269
18	17055	8528	5686	4265	3412	2843	2437	2133	1896	1706	854	569	427	342	285
19	18970	9492	6322	4504	3603	3003	2574	2252	2002	1802	902	601	451	361	301
20	19933	9969	6643	4743	3794	3162	2711	2372	2109	1898	949	633	475	380	317

Продолжение

C	p																	
	0,93	0,92	0,91	0,9	0,89	0,88	0,87	0,86	0,85	0,8	0,75	0,7	0,65	0,6	0,55	0,5	0,4	0,3
0	6	5	5	4	4	3	3	3	3	2	2	1	1	1	1	1	1	1
1	18	16	14	13	12	11	10	9	9	7	5	5	4	3	3	3	2	2
2	30	27	24	21	20	18	17	15	14	11	9	7	6	6	5	5	4	4
3	43	38	34	30	28	25	23	22	20	15	12	10	9	8	7	7	6	5
4	56	49	44	39	36	33	31	28	27	20	16	14	12	10	9	8	7	6
5	69	61	54	49	44	41	38	35	33	25	20	17	14	13	11	10	9	8
6	82	72	64	58	53	48	45	42	39	29	24	20	17	15	13	12	10	9
7	96	84	75	67	61	56	52	48	45	34	27	23	20	17	16	14	12	10
8	109	96	85	77	70	64	59	55	51	39	31	26	22	20	18	16	13	12
9	123	107	95	86	78	72	66	62	58	43	35	29	25	22	20	18	15	13
10	136	119	106	95	87	80	74	68	64	48	39	32	28	25	22	20	17	14
11	149	131	116	105	95	88	81	75	70	53	42	36	31	27	24	22	18	16
12	163	143	127	114	104	95	89	82	77	56	46	39	33	29	26	24	20	17
13	177	155	137	124	113	103	95	89	83	62	50	42	36	32	28	26	22	19
14	190	166	148	133	121	111	103	96	89	67	54	45	39	34	30	27	23	20
15	204	178	159	143	130	119	110	102	96	72	58	48	42	36	33	29	25	21
16	215	190	175	157	139	127	117	109	102	77	62	51	44	39	35	31	26	23
17	231	202	180	162	147	135	125	116	108	81	65	55	47	41	37	33	28	24
18	245	214	190	172	156	143	132	123	115	86	69	58	50	44	39	35	30	26
19	258	226	201	181	165	151	140	130	121	91	73	61	53	46	41	37	31	26
20	272	238	212	191	173	159	147	137	128	96	77	64	55	49	43	39	33	26

1/4 5 Ю. Г. Зарения

Таблица 14

$L=0{,}7$

C	p: 0,999	0,998	0,997	0,996	0,995	0,994	0,993	0,992	0,991	0,99	0,98	0,97	0,96	0,95	0,94
0	388	172	120	91	71	60	50	44	40	35	18	12	9	7	6
1	1098	549	366	275	226	183	157	138	122	110	55	37	28	22	19
2	1914	957	638	479	383	320	274	240	213	192	96	64	48	39	32
3	2764	1382	922	692	553	461	395	346	308	277	139	93	70	56	47
4	3634	1818	1212	909	727	606	520	455	404	364	182	122	92	73	61
5	4518	2259	1506	1130	904	754	846	565	503	452	227	151	114	91	76
6	5412	2706	1804	1353	1083	903	774	677	602	542	271	181	136	109	91
7	6313	3157	2105	1579	1263	1053	903	790	702	632	316	211	159	127	106
8	7221	3611	2408	1806	1445	1204	1032	903	803	723	362	242	181	145	121
9	8134	4067	2712	2034	1628	1356	1163	1018	905	814	408	272	204	164	136
10	9051	4526	3018	2264	1811	1509	1294	1132	1007	906	433	303	227	182	152
11	9973	4987	3325	2494	1915	1663	1426	1247	1109	998	500	333	250	200	167
12	10897	5449	3633	2725	2188	1817	1558	1363	1212	1091	546	364	273	219	183
13	11825	5913	3942	2957	2366	1972	1690	1479	1315	1183	592	395	297	238	198
14	12755	6378	4252	3190	2552	2127	1823	1595	1418	1277	639	426	320	256	214
15	13688	6844	4563	3423	2738	2282	1956	1712	1522	1370	685	457	343	275	229
16	14657	7312	4875	3656	2925	2438	2090	1829	1626	1463	732	489	387	294	245
17	15559	7780	5187	3891	3113	2594	2224	1946	1730	1557	779	520	390	312	261
18	16497	8249	5500	4125	3300	2751	2358	2063	1834	1651	826	551	414	331	276
19	18378	9191	6138	4360	3488	2907	2492	2181	1939	1745	873	582	437	350	292
20	19322	9668	6448	4596	3677	3064	2627	2299	2043	1839	920	614	461	369	308

Продолжение

L 0,75

C	p: 0,93	0,92	0,91	0,9	0,89	0,88	0,87	0,86	0,85	0,8	0,75	0,7	0,65	0,6	0,55	0,5	0,4	0,3
0	5	4	4	3	3	3	3	2	2	2	1	1	1	1	1	1	1	1
1	16	14	13	11	10	10	9	8	8	6	5	4	4	3	3	3	2	2
2	28	24	22	20	18	17	15	14	13	10	8	7	6	5	5	4	4	3
3	40	35	31	28	26	24	22	20	19	14	12	10	9	8	7	6	5	5
4	53	46	41	37	34	31	29	27	25	19	15	13	11	10	9	8	7	6
5	65	57	51	46	42	38	36	33	31	23	19	18	14	12	11	10	8	7
6	78	68	61	55	50	46	42	39	37	28	22	19	16	14	13	12	10	9
7	91	80	71	64	58	53	49	46	43	32	26	22	19	17	15	14	12	10
8	104	91	81	73	67	61	56	52	49	37	30	25	22	19	17	15	13	11
9	117	103	91	82	75	69	64	59	55	42	34	28	24	21	19	17	15	13
10	130	114	102	92	83	76	71	66	61	46	37	31	27	24	21	19	16	14
11	143	126	112	101	92	84	78	72	68	51	41	34	30	26	23	21	18	16
12	157	137	122	110	100	92	85	79	74	56	45	37	32	28	25	23	19	17
13	170	149	132	119	109	100	92	88	80	60	48	41	35	31	28	25	21	18
14	183	161	143	129	117	107	99	92	86	65	52	44	38	33	30	27	23	20
15	197	172	153	138	126	115	106	99	92	70	56	47	40	36	32	29	24	21
16	210	184	169	152	134	123	114	106	99	74	60	50	43	38	34	31	26	22
17	223	196	174	157	143	131	121	112	105	79	64	53	46	40	38	33	27	24
18	237	207	185	166	151	139	128	119	111	84	67	56	49	43	38	34	29	25
19	250	219	195	176	160	147	135	126	118	89	71	60	57	45	40	36	31	26
20	264	231	206	185	168	154	143	133	124	93	75	63	54	47	42	38	32	26

Таблица 15

$L=0,75$

C	p														
	0,999	0,998	0,997	0,996	0,995	0,994	0,993	0,992	0,991	0,99	0,98	0,97	0,96	0,95	0,94
0	312	139	96	74	57	48	40	36	32	28	14	10	7	6	5
1	962	481	321	241	193	161	138	121	107	97	49	33	25	20	17
2	1728	864	576	432	346	289	247	217	193	173	87	58	44	35	29
3	2586	1268	846	635	508	423	363	318	282	254	128	85	64	51	43
4	3369	1685	1124	843	675	562	482	422	375	338	169	113	85	68	57
5	4220	2111	1407	1056	845	704	604	528	470	423	212	142	106	85	71
6	5084	2542	1695	1272	1017	848	727	636	566	509	255	170	128	103	86
7	5957	2979	1986	1490	1192	994	852	746	669	597	299	200	150	120	100
8	6839	3420	2280	1711	1369	1141	978	856	761	685	349	229	172	138	115
9	7727	3864	2576	1933	1546	1289	1105	967	860	774	387	259	194	156	130
10	8621	4311	2874	2156	1725	1438	1233	1079	959	863	432	269	217	174	145
11	9620	4761	3174	2381	1905	1588	1361	1191	1059	953	477	319	239	192	160
12	10423	5212	3475	2667	2086	1738	1490	1304	1159	1043	522	349	262	210	175
13	11330	5666	3778	2833	2267	1889	1620	1417	1260	1134	568	379	285	226	190
14	12240	6121	4081	3061	2449	2041	1750	1531	1361	1225	613	409	357	246	205
15	13153	6578	4385	3289	2632	2193	1880	1645	1463	1317	659	440	330	264	221
16	14070	7036	4691	3518	2815	2346	2011	1760	1565	1408	705	470	353	283	236
17	14988	7495	4997	3748	2999	2499	2142	1875	1667	1500	751	501	376	301	251
18	15909	7955	5304	3978	3183	2653	2274	1990	1769	1592	797	532	399	320	267
19	17757	8881	5920	4209	3368	2807	2406	2105	1872	1685	843	563	422	338	282
20	18683	9347	6229	4410	3553	2961	2538	2221	1974	1777	889	593	446	357	289

Продолжение

$L=0,75$

C	p																
	0,93	0,92	0,91	0,9	0,89	0,88	0,87	0,86	0,85	0,8	0,75	0,7	0,65	0,6	0,55	0,5	0,4	0,3
0	4	3	3	3	2	2	2	2	2	1	1	1	1	1	1	1	1	1
1	14	13	11	10	9	9	8	7	7	5	4	4	3	3	3	2	2	2
2	25	22	20	18	16	15	14	13	12	9	8	6	6	5	5	4	4	3
3	37	32	29	26	24	22	20	19	18	13	11	9	8	7	7	6	6	5
4	49	43	38	35	31	29	27	25	23	18	14	12	11	9	8	8	7	6
5	61	54	48	43	39	36	33	31	29	22	18	15	13	12	10	9	8	7
6	74	65	57	52	47	43	40	37	35	26	21	18	16	14	12	11	10	8
7	86	75	67	61	55	51	47	44	41	31	25	21	18	16	14	13	11	10
8	99	87	77	69	63	58	54	50	47	35	29	24	21	18	16	15	13	11
9	112	98	87	78	71	68	61	56	53	40	32	27	23	21	18	17	14	12
10	124	109	97	87	80	73	68	63	59	44	36	30	26	23	21	19	16	14
11	137	120	107	96	88	81	75	69	65	49	39	33	29	25	23	20	17	15
12	150	132	117	106	96	88	81	76	71	53	43	36	31	27	25	22	19	17
13	163	143	127	115	104	96	89	82	77	58	47	39	34	30	27	24	20	18
14	176	154	137	124	113	103	96	89	83	63	50	42	36	32	29	26	22	19
15	189	166	148	133	121	111	103	95	89	67	54	45	39	34	31	28	24	21
16	202	177	164	147	129	119	110	102	95	72	58	48	42	37	33	30	25	22
17	216	189	168	151	138	186	117	109	101	77	62	52	44	39	35	32	27	23
18	229	200	178	161	146	134	124	115	108	81	65	53	47	42	37	34	28	25
19	242	212	189	170	155	142	131	122	114	86	69	58	50	44	39	36	30	26
20	255	224	199	179	163	150	138	129	120	90	73	61	53	46	41	37	32	26

Таблица 16

$L=0{,}8$

C	p: 0,999	0,998	0,997	0,996	0,995	0,994	0,993	0,992	0,991	0,99	0,98	0,97	0,96	0,95	0,94
0	242	108	75	57	44	37	31	28	25	22	11	7	5	4	4
1	825	413	275	207	165	138	118	104	92	83	42	28	21	17	14
2	1536	768	512	384	308	257	220	193	171	154	77	52	39	31	26
3	2298	1149	766	575	460	384	329	288	256	231	116	77	58	47	39
4	3091	1546	1031	773	619	516	442	387	344	310	155	104	78	63	52
5	3905	1953	1302	977	782	652	559	489	435	391	196	131	99	79	66
6	4735	2365	1579	1185	948	790	677	593	527	475	238	159	118	96	80
7	5577	2789	1860	1395	1116	931	798	698	621	559	280	187	141	113	94
8	6430	3216	2144	1808	1287	1079	920	805	716	644	323	216	162	130	108
9	7291	3648	2431	1824	1459	1216	1043	913	811	730	366	244	184	147	123
10	8159	4080	2720	2041	1633	1361	1167	1021	908	817	409	273	205	165	137
11	9033	4577	3012	2254	1808	1507	1292	1130	1005	905	453	303	227	182	152
12	9912	4957	3305	2479	1984	1653	1417	1240	1103	993	497	332	249	200	167
13	10796	5399	3000	2700	2160	1801	1544	1351	1201	1081	541	361	271	218	182
14	11684	5843	3896	2922	2338	1949	1871	1462	1300	1170	586	391	294	235	196
15	12576	6289	4193	3145	2517	2097	1798	1573	1399	1259	630	421	316	253	211
16	13471	6736	4492	3369	2696	2247	1926	1685	1438	1349	675	451	339	271	226
17	14369	7186	4791	3594	2875	2396	2054	1798	1598	1439	720	481	361	289	241
18	15909	7636	5091	3819	3056	2547	2183	1910	1698	1526	765	511	384	307	256
19	17086	8550	5698	4045	3236	2697	2312	2023	1799	1619	811	541	406	325	271
20	17998	8995	6600	4272	3418	2848	2442	2137	1900	1710	856	571	429	344	287

Продолжение

C	p: 0,93	0,92	0,91	0,9	0,89	0,88	0,87	0,86	0,85	0,8	0,75	0,7	0,65	0,6	0,55	0,5	0,4	0,3
0	3	3	2	2	2	2	2	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
1	12	11	10	9	8	7	7	6	6	5	4	3	3	3	2	2	2	2
2	23	20	18	16	15	14	13	12	11	8	7	6	5	5	4	4	3	3
3	34	30	26	24	22	20	19	17	16	12	10	9	8	7	6	6	5	5
4	45	40	35	32	29	27	25	23	22	16	13	11	10	9	8	7	6	6
5	57	50	44	40	37	34	31	29	27	21	17	14	12	11	10	9	8	7
6	69	60	54	48	44	41	38	36	35	25	20	17	15	13	12	11	9	8
7	81	71	63	57	52	48	44	41	38	29	24	20	17	15	14	13	11	10
8	93	82	73	66	60	55	51	47	44	33	27	23	20	18	16	14	12	11
9	106	92	82	74	68	62	57	53	50	38	31	26	22	20	18	16	14	12
10	118	103	92	83	76	69	64	60	53	42	34	29	25	22	20	18	15	13
11	131	114	102	92	84	77	71	66	62	47	36	32	27	24	22	20	17	15
12	143	125	112	101	92	84	78	72	68	51	41	35	30	27	24	22	18	16
13	156	137	122	110	100	92	85	79	74	56	45	38	33	29	26	23	20	17
14	169	148	131	119	108	99	92	85	80	60	49	41	35	31	28	25	21	19
15	181	159	141	127	116	107	98	92	86	65	52	44	38	33	30	27	23	20
16	194	170	158	142	124	114	105	98	92	69	56	47	40	36	32	29	25	22
17	207	181	161	146	132	122	112	105	98	74	59	50	43	38	34	31	26	23
18	220	193	172	155	141	129	119	111	104	78	63	53	46	40	36	33	28	24
19	233	204	182	164	149	137	126	118	110	83	67	56	48	43	38	35	29	26
20	246	215	192	173	157	144	133	124	116	87	70	59	51	45	40	36	31	26

$L=0,85$

C	p														
	0,999	0,998	0,997	0,996	0,995	0,994	0,993	0,992	0,991	0,99	0,98	0,97	0,96	0,95	0,94
0	177	79	55	42	32	27	23	20	18	16	8	5	4	3	3
1	684	342	228	171	137	115	98	86	77	69	35	23	18	14	12
2	1331	666	444	333	267	223	191	167	149	134	67	45	34	27	23
3	2040	1021	681	511	409	341	292	256	228	205	103	69	52	42	35
4	2786	1394	929	697	558	465	399	349	311	280	140	94	71	57	48
5	3558	1780	1187	830	713	594	509	446	396	357	179	120	90	72	61
6	4350	2175	1451	1088	871	726	622	545	484	436	219	146	110	88	74
7	5156	2579	1720	1290	1032	861	738	646	574	517	259	173	130	105	87
8	5975	2988	1993	1495	1196	997	855	748	665	599	300	201	151	121	101
9	6804	3403	2269	1702	1362	1135	973	852	757	682	342	228	172	138	115
10	7641	3821	2548	1912	1530	1275	1093	957	851	766	384	256	193	154	129
11	8486	4244	2830	2123	1699	1416	1214	1062	944	850	426	285	214	171	143
12	9338	4670	3114	2336	1869	1558	1336	1169	1039	935	469	313	235	189	157
13	10195	5898	3400	2550	2040	1701	1458	1276	1134	1021	512	342	257	206	172
14	11057	5530	3687	2766	2213	1845	1581	1384	1230	1108	535	370	278	223	186
15	11924	5963	3976	2983	2386	1989	1703	1492	1327	1194	598	399	300	241	201
16	12795	6399	4267	3200	2561	2134	1830	1601	1424	1281	642	429	322	258	215
17	13670	6836	4558	3419	2736	2280	1955	1711	1521	1369	686	458	344	276	230
18	14549	7276	4851	3639	2912	2427	2080	1821	1619	1457	730	487	366	293	245
19	16314	8159	5449	3859	3088	2574	2206	1931	1717	1545	774	517	388	311	259
20	17216	8604	5743	4081	3265	2724	2333	2041	1815	1634	818	546	410	329	274

Продолжение

C	p																	
	0,93	0,92	0,91	0,9	0,89	0,88	0,87	0,86	0,85	0,8	0,75	0,7	0,65	0,6	0,55	0,5	0,4	0,3
0	2	2	2	2	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
1	10	9	8	8	7	6	6	6	5	4	3	3	3	2	2	2	2	2
2.	20	17	16	14	13	12	11	10	10	8	6	5	5	4	4	4	3	3
3	30	26	24	21	20	18	17	16	15	11	9	8	7	6	6	5	5	5
4	41	36	32	29	26	24	23	21	20	15	12	10	9	8	7	7	6	5
5	52	46	41	37	34	31	29	27	25	19	16	13	12	10	9	9	7	7
6	63	56	50	45	41	38	35	32	30	23	19	16	14	12	11	10	9	8
7	75	66	59	53	48	44	41	38	36	27	22	19	16	14	13	12	10	9
8	87	76	68	61	56	51	48	44	41	31	26	22	19	17	15	14	12	11
9	99	87	77	70	63	58	54	50	47	36	29	24	21	19	17	15	13	12
10	101	97	87	78	71	65	61	56	53	40	32	27	24	21	19	17	15	13
11	123	108	96	87	79	73	67	62	58	44	36	30	26	23	21	19	16	14
12	135	119	106	95	87	80	74	69	64	49	39	33	29	25	23	21	18	16
13	146	129	115	104	95	87	80	75	70	53	43	36	31	28	25	23	19	17
14	160	140	125	113	103	94	87	81	76	57	46	39	34	30	27	24	21	18
15	172	151	135	121	110	101	94	87	82	62	50	42	36	32	29	26	22	20
16	185	162	151	137	118	109	101	94	87	66	53	45	39	34	31	28	24	21
17	197	173	154	139	126	116	107	100	93	71	57	48	41	37	33	30	25	22
18	210	184	164	148	135	124	114	106	99	75	61	51	44	39	35	32	27	24
19	223	195	174	157	143	131	121	113	105	80	64	54	47	41	37	34	29	25
20	235	206	184	166	151	138	128	119	111	84	68	57	49	43	39	35	30	26

Таблица 18

$L = 0,9$

C	p 0,999	0,998	0,997	0,996	0,995	0,994	0,993	0,992	0,991	0,99	0,98	0,97	0,96	0,95	0,94
0	115	51	35	27	21	18	15	13	12	10	5	3	3	2	2
1	533	267	178	134	107	89	77	67	60	54	27	18	14	11	10
2	1103	552	368	276	221	185	158	139	123	111	56	38	29	23	19
3	1746	874	583	437	350	292	250	219	195	176	88	59	45	36	30
4	2434	1218	812	609	488	407	349	305	272	245	123	82	62	50	42
5	3153	1577	1052	789	632	527	452	395	352	317	159	106	80	64	54
6	3896	1949	1300	975	781	651	558	488	434	391	196	131	99	79	66
7	4658	2330	1554	1166	933	778	667	584	519	467	234	157	118	95	79
8	5434	2718	1813	1360	1088	907	778	681	605	545	273	183	138	110	92
9	6223	3113	2076	1557	1246	1099	891	786	693	624	313	209	157	126	106
10	7023	3512	2342	1757	1406	1172	1005	880	782	704	363	236	178	142	119
11	7832	3917	2612	1959	1568	1307	1121	981	872	785	394	263	198	159	133
12	8648	4325	2884	2164	1731	1443	1237	1083	963	867	434	290	218	175	146
13	9472	4737	3159	2370	1896	1581	1355	1186	1054	949	476	318	239	192	160
14	10039	5152	3436	2577	2062	1719	1474	1290	1147	1032	517	346	260	208	174
15	10924	5570	3714	2786	2230	1858	1593	1394	1240	1116	559	374	281	225	188
16	11979	5991	3995	2997	2398	1999	1713	1500	1333	1200	601	402	302	242	202
17	12824	6414	4277	3208	2567	2140	1834	1605	1427	1285	644	430	323	259	216
18	13674	6839	4560	3421	2737	2281	1956	1742	1522	1370	686	458	344	276	231
19	15384	7706	5140	3634	2508	2424	2078	1818	1617	1455	729	487	386	293	245
20	16245	8141	5420	3849	3079	2567	2200	1926	1712	1541	772	516	387	311	259

Продолжение

C	p 0,93	0,92	0,91	0,9	0,89	0,88	0,87	0,86	0,85	0,8	0,75	0,7	0,65	0,6	0,55	0,5	0,4	0,3
0	1	1	1															
1	8	7	7	6	6	5	5	5	4	3	3	3	2	2	2	2	2	2
2	17	15	13	12	11	10	9	9	8	7	5	5	4	4	4	3	3	3
3	26	23	21	19	17	16	15	14	13	10	8	7	6	6	5	5	5	5
4	36	32	28	26	23	22	20	19	18	14	11	10	8	8	7	6	6	5
5	46	41	36	33	30	28	26	24	23	17	14	12	11	10	9	8	7	6
6	57	50	45	41	37	34	32	29	28	21	17	15	13	12	10	10	8	8
7	68	60	53	48	44	41	38	35	33	25	20	17	15	14	12	11	10	9
8	79	70	62	56	51	47	44	41	38	29	24	20	18	16	14	13	11	10
9	91	80	71	64	59	54	50	46	43	33	27	23	20	18	16	15	13	11
10	102	90	80	72	66	61	56	52	49	37	30	26	22	20	18	16	14	13
11	114	100	89	80	73	67	62	58	54	41	34	29	25	22	20	18	16	14
12	126	110	98	89	81	74	69	64	60	48	37	31	27	24	22	20	17	15
13	138	121	108	97	88	81	75	70	65	50	40	34	30	26	24	22	18	17
14	150	131	117	105	96	88	82	76	71	54	44	37	32	28	26	23	20	18
15	162	142	126	114	104	95	88	82	77	58	47	40	35	31	28	25	22	19
16	174	152	144	130	111	102	95	88	82	63	51	43	37	33	30	27	23	20
17	186	163	145	131	119	110	101	94	88	67	54	46	40	35	31	29	25	22
18	198	174	155	139	127	117	108	100	94	71	58	48	42	37	33	30	26	23
19	210	184	164	148	135	124	115	107	100	76	61	51	45	39	35	32	28	24
20	223	195	174	157	143	131	121	113	105	80	65	54	47	42	37	34	29	26

$L = 0,95$

C	p														
	0,999	0,998	0,997	0,996	0,995	0,994	0,993	0,992	0,991	0,99	0,98	0,97	0,96	0,95	0,94
0	56	25	17	13	10	9	7	6	6	5	3	2	1	1	1
1	356	179	119	90	72	60	52	45	40	36	19	13	10	8	7
2	819	410	274	206	165	137	118	103	92	83	42	28	22	17	15
3	1368	684	457	343	275	229	197	172	153	138	70	47	35	29	24
4	1972	987	658	494	396	330	283	248	220	199	100	67	51	41	34
5	2615	1308	873	655	524	437	375	328	232	263	132	89	67	54	45
6	3287	1645	1097	823	659	549	471	413	367	330	166	111	84	68	57
7	3983	1992	1329	997	798	665	571	500	444	400	201	135	102	82	68
8	4698	2350	1567	1176	941	785	673	589	524	472	237	159	120	96	80
9	5421	2715	1811	1359	1087	907	777	680	605	545	274	183	138	111	93
10	6172	3087	2069	1545	1236	1031	884	774	688	619	311	208	157	126	105
11	6927	3465	2311	1734	1387	1157	992	868	772	695	349	233	176	141	118
12	7693	3847	2566	1923	1541	1284	1101	964	857	772	387	259	195	150	131
13	8467	4235	2824	2119	1169	1413	1212	1061	943	849	426	285	214	172	144
14	9249	4626	3085	2315	1852	1544	1324	1159	1030	928	465	311	234	188	157
15	10039	5021	3348	2572	2010	1676	1437	1257	1118	1007	505	338	254	204	170
16	10835	5419	3614	2711	2170	1808	1551	1357	1207	1086	545	364	274	220	184
17	11677	5821	3881	2912	2330	1942	1665	1457	1296	1167	585	391	294	236	197
18	12445	6225	4151	3114	2492	2077	1781	1559	1386	1247	625	418	314	252	211
19	14104	7045	4699	3317	2654	2213	1897	1660	1476	1329	666	445	335	269	224
20	14914	7450	4971	3522	2818	2349	2014	1762	1567	1411	707	473	355	285	238

Продолжение

C	p																
	0,93	0,92	0,91	0,9	0,89	0,88	0,87	0,86	0,85	0,8	0,75	0,7	0,65	0,6	0,55	0,5	0,4	0,3
0	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
1	6	5	5	4	4	4	4	3	3	3	2	2	2	2	2	2	2	2
2	13	11	10	9	9	8	7	7	7	5	4	4	4	3	3	3	3	3
3	21	18	17	15	14	13	12	11	11	8	7	6	5	5	5	5	5	5
4	30	26	23	21	19	18	17	16	15	11	10	8	7	7	6	6	5	5
5	39	34	31	28	26	24	22	20	19	15	12	11	9	9	8	7	7	6
6	49	43	38	35	32	29	27	25	24	18	15	13	11	10	10	9	8	7
7	59	52	46	42	38	35	33	31	29	22	18	15	14	12	11	10	9	8
8	69	61	54	49	45	41	38	36	34	26	21	18	16	14	13	12	11	10
9	80	70	63	57	52	48	44	41	39	30	24	21	18	16	15	14	12	11
10	91	80	71	64	59	54	50	47	44	33	27	23	20	18	17	15	13	12
11	102	89	80	72	66	60	56	52	49	37	30	26	23	20	18	17	15	13
12	113	99	88	80	73	67	62	58	54	41	34	29	25	22	20	19	16	15
13	124	109	97	87	80	73	68	63	59	45	37	31	27	24	22	20	18	16
14	135	119	106	95	87	80	74	69	65	49	40	34	30	26	24	22	19	17
15	146	129	115	103	94	87	80	75	70	53	43	37	32	29	26	24	20	18
16	158	139	136	122	102	93	87	81	75	57	47	40	34	31	28	25	22	20
17	169	149	133	120	109	100	93	88	81	62	50	42	37	33	30	27	23	21
18	181	159	142	128	116	107	99	92	86	66	53	45	39	35	31	29	25	22
19	193	169	151	136	124	114	105	98	92	70	57	48	42	37	33	31	26	23
20	205	179	160	144	132	121	112	104	97	74	60	51	44	39	35	32	28	25

Случайные числа

57705	66674	87615	18186	24806	69351	65421	45040	51850	50359
71618	99279	44968	61450	90506	07995	67798	87590	72575	97152
73710	24202	27709	74582	39116	00900	69184	10144	40277	03727
70131	94010	59560	80604	35745	29396	59886	76064	35850	16443
16961	60981	00799	49538	82713	17727	90654	18915	49007	86755

53324	13094	76151	22917	07938	25424	69221	84885	45744	01054
43166	35193	61716	99135	51275	38695	57959	74145	96911	10410
26275	64560	59298	58274	32203	02624	63609	26754	60456	55815
05926	64559	89923	01940	51925	36522	98462	21304	61446	32398
66289	68008	20327	87397	24693	56461	63578	37385	01484	23532

35483	39848	60835	84445	16837	62250	92500	03959	58127	98683
09393	33851	42323	86012	78155	73071	03289	76536	14569	60166
30304	80586	25732	51625	97412	59362	95414	56656	16211	97834
55186	69939	93364	71881	09892	98178	30781	84131	99988	05141
64003	98351	63407	64466	84299	40526	28838	50128	53211	42971

20514	32673	72028	36014	96036	74412	31502	97454	66049	84117
00188	12949	25496	38612	48472	79033	93655	01648	71359	48861
55709	14644	83761	93857	42687	62192	91757	93649	02834	09156
86977	66887	58568	33749	89434	96942	17901	56663	30962	01241
31303	43042	27409	08921	67912	34623	05558	07809	71712	34771

Продолжение

11578	49110	64789	07721	35950	48259	31648	60309	32388	65690
93045	18170	78992	58577	03235	12634	08183	23699	69834	53990
93011	19187	67388	39303	73606	93977	04408	82052	22686	56855
42844	02464	75316	19302	66090	32799	97706	85317	67117	16608
52906	55739	73673	17068	31842	04011	14925	09792	64571	10101

09461	52992	21681	59201	22807	75626	00994	65813	74417	46167
99602	86513	32763	18688	41476	77367	43496	90183	59729	55659
69962	10480	50983	73449	74473	62046	03051	57276	60805	26319
31311	56437	98359	41734	78489	69759	11444	72549	91288	05596
27004	13647	38440	17033	14142	70600	06864	83202	41101	68116

65339	57910	78142	18664	75975	34829	90180	07555	70855	30379
93382	54062	25730	94722	55604	09655	28023	32443	34523	24354
05758	23767	30454	55024	80702	29974	54017	66017	35855	51929
00336	43191	19106	85143	11027	52490	22721	47321	42280	13396
88222	03283	58222	28594	34559	06538	23292	35326	50674	59527

98585	46250	45818	76086	73345	33690	12006	89489	82548	25154
52103	28366	96748	97570	02783	61708	44407	62721	70353	06277
91827	16074	45732	26292	54095	36074	68015	91319	06433	08366
07069	98951	91542	07120	29373	56365	09053	36524	05789	46410
13928	54686	78115	11851	96006	88288	69698	90567	82795	19199

Продолжение

85993	08367	49336	45915	25019	19748	59795	38219	49232	10148
92473	64742	94781	65421	65952	36708	24299	45132	92481	44499
75906	66400	01912	77234	77311	96428	85178	70368	91546	29881
98187	66808	01330	23430	93999	42829	18331	96411	21303	36397
13830	49703	12138	11171	14363	78388	21440	53420	31554	83349

50518	48680	87881	78118	88178	19268	73248	81305	07701	19115
85445	08606	40057	26616	25825	11078	90001	88821	56944	92014
19323	18011	63325	48154	15821	75825	16401	20301	70654	46231
10514	36580	21041	33802	53561	42705	14426	12088	90910	86701
55961	12790	66413	32362	27047	45709	49315	63916	59272	37804

29560	95580	08834	43767	15735	62509	19795	24528	56275	09077
37295	07771	01100	23449	30044	35964	55927	28935	99538	20821
20270	11113	74904	89595	22767	98225	46074	42975	90799	44421
03878	27161	62190	00088	79130	89995	68353	68290	92188	25552
73133	90578	95308	70756	90830	47202	12523	21637	51827	13084

56656	74058	79714	33580	49320	66414	93439	00550	65926	85223
28995	31970	39110	71164	74969	27671	90798	56370	22726	83527
83635	46160	46799	71120	63317	67780	99540	27914	23458	97548
91719	58831	70122	47229	59911	58418	91310	94209	07136	84089
60112	45549	23508	47961	96059	71261	27258	35317	04121	53460

Продолжение

90722	25293	85018	45087	20376	56061	65853	87865	01757	99359
17557	37568	04058	01851	88070	46275	81178	58592	93289	05065
30266	86373	19069	22246	62328	37907	60879	78292	48292	17171
78543	37058	89772	27159	46158	28329	81037	10070	56832	50895
20980	41329	04998	88478	94797	28877	17434	77930	56768	38316

76762	95282	46440	01328	66375	54306	49594	30946	56677	09312
23542	80262	02462	71287	29772	12803	54403	13160	62353	82501
99512	12069	49701	18345	72659	74173	40297	52041	19082	15843
67839	06339	28240	69027	11868	39539	89717	45036	60698	46286
64594	96862	16958	50558	89049	70937	18423	20323	97672	82885

59559	89230	39081	56032	50874	06256	41832	39121	94175	09627
42957	47491	28028	39521	07309	61618	92582	04569	28897	51244
69161	27766	43883	40266	38074	83223	23505	22187	44185	64919
19660	24412	57042	34137	91103	34877	69215	51377	86341	55073
17323	47446	61047	81370	31174	27107	96364	25416	66339	40116

85144	01109	14180	06475	51450	09312	15960	06929	96272	41919
14284	40876	42047	09332	02897	82501	62062	72868	49368	77275
99106	17378	20375	13116	01359	15843	33995	51332	53150	59071
48956	51457	41422	81782	98690	46286	11459	43599	73166	00626
02438	23725	58885	29126	88618	82885	43910	37202	21139	10557

ЛИТЕРАТУРА

1. ГОСТ 13377—67 «Надежность в технике». Термины. М., Изд-во стандартов, 1968.

2. Половко А. М. Основы теории надежности. «Наука», 1964.

3. Шор Я. Б. Статистические методы анализа и контроля качества и надежности. «Советское радио», 1962.

4. Шишонок Н. А., Репкин В. Ф., Барвинский Л. Л. Основы теории надежности и эксплуатации радиоэлектронной техники. «Советское радио», 1964.

5. Ллойд Д., Липов М. Надежность. Организация исследования, методы, математический аппарат. «Советское радио», 1964.

6. Базовский И. Надежность. Теория и практика. М., «Мир», 1965.

7. ГОСТ 13216—67 ГСП. Надежность. Общие технические требования и методы испытаний. М., Изд-во стандартов, 1967.

8. ГОСТ 12997—67 Государственная система промышленных приборов и средств автоматизации. Общие технические требования. М., Изд-во стандартов. 1967.

9. Вентцель Е. С. Теория вероятностей. «Наука», 1964.

10. Гнеденко Б. В. Курс теории вероятностей. Физматгиз, 1961.

11. Нейман Ю. Вводный курс теории вероятностей и математической статистики. М., «Наука», 1968.

12. Дунин-Барковский И. В., Смирнов Н. В. Теория вероятностей и математическая статистика в технике. Гостехиздат, 1955.

13. Коуден Д. Статистические методы контроля качества. Физматгиз, 1961.

14. Левин Б. Р. Теория случайных процессов и ее применение в радиотехнике. М., «Советское радио», 1960.

15. Лэнинг Дж. Х., Беттин Р. Г. Случайные процессы в задачах автоматического управления. М., ИИЛ, 1958.

16. Заренин Ю. Г. Контроль надежности элементов и систем. Труды семинара «Методы построения надежных систем из ненадежных элементов». Киев, 1968.

17. Вагнер И. В., Заренин Ю. Г., Стоянова И. И. Графоаналитический метод планирования контрольных испытаний. Труды семинара «Надежность и точность кибернетических систем». Киев, 1968.

18. Шор Я. Б. Статистические методы контроля качества и надежности промышленной продукции. Лекция 2. Материалы лекций, прочитанных на семинаре по надежности. М., 1968.

19. Вальд А. Последовательный анализ. Физматгиз, 1960.

20. Kiefer I., Wolfowitz I. Sequential tests of hipotheses hipotheses abaut the mean accurance time of a continuous parameter Poisson process. Noval research logistics quarterly, 3, 3, (1956).

21. Dvoretrky A. Kiefer J., Wolfowitz I. Annals of Mathem Statishecs, 1953, vol. 24, N 2—3.

22. Epstein B., Sobel M. Annals of Mathem. Statistics, vol. 26, N 1, 1955.

23. Гнеденко Б. В., Беляев Ю. К., Соловьев А. Д. Математические методы в теории надежности. М., «Наука», 1965.

СОДЕРЖАНИЕ