Tafeln und Formeln
aus
Astronomie und Geodäsie
für die Hand des Forschungsreisenden,
Geographen, Astronomen und Geodäten

Von

Dr. Carl Wirtz
Universitätsprofessor in Straßburg i. E.

Springer-Verlag Berlin Heidelberg GmbH
1918

Tafeln und Formeln
aus
Astronomie und Geodäsie

für die Hand des Forschungsreisenden, Geographen, Astronomen und Geodäten

Von

Dr. Carl Wirtz
Universitätsprofessor in Straßburg i. E.

Springer-Verlag Berlin Heidelberg GmbH
1918

Ursprünglich erschenen bei Julius Springer in Berlin 1918
Softcover reprint of the hardcover 1st edition 1918

ISBN 978-3-662-42070-6 ISBN 978-3-662-42337-0 (eBook)
DOI 10.1007/978-3-662-42337-0

Vorbemerkung.

Die vorliegende Tafelsammlung setzt sich als allgemeine Grenze der Genauigkeit ungefähr die 5stellige logarithmische Rechnung. Mehr kann und soll sie nicht leisten. Verlangt der Rechner höhere Schärfe, so stehen ihm je nach dem Felde seiner Tätigkeit mehrere Tafelwerke zu Gebote, die auf dem Gebiete der Ortsbestimmung und der theoretischen Astronomie die 7stellige Genauigkeit innehalten [1]).

Was jene Tafeln in getrennten Sammlungen bieten, das vermag infolge der geringeren Genauigkeitsansprüche unsere Tafel in einem Bande zu vereinigen.

Sie verfolgt ein doppeltes Ziel. Der erste Teil ist der geographischen Ortsbestimmung und der mathematischen Geographie gewidmet. Berücksichtigt werden nur solche Methoden, die der Forschungsreisende in fernen Ländern mit kleinem Universalinstrument und Spiegelsextant wirklich einschlagen kann. Rechnungsgenauigkeit etwa $0^s\!.1$ und $1''$. Beobachtungen am Passageninstrument blieben ganz außer acht. Denn dieser schwere Apparat ist kein Expeditionsinstrument. Der geographische Reisende, der in erster Linie Geograph und Geologe, nicht Astronom ist, wird sich neben einem leichten Universal nicht auch noch mit einem Durchgangsinstrument ausrüsten. So handelt es sich denn nur um Methoden, die auf Beobachtungen von Zenitdistanzen beruhen. Anders steht es um astronomisch-geodätische Expeditionen, etwa zur Festlegung eines kolonialen geodätischen Netzes; da treten Forderungen hervor, die diese Tafel nicht erfüllen will [2]).

Der zweite Teil bringt eine Auswahl von Tafeln zur theoretischen Astronomie, die teils der Bahnbestimmung, teils der Ephemeridenrechnung dienen. Die Genauigkeitsgrenze ist wieder die einer 5stelligen logarithmischen Rechnung. Einige Inkonsequenzen hier wie im ersten Teil sind nur scheinbar. Bei genäherter Bahn- und Ephemeridenrechnung oder bei der Bearbeitung alter Kometen, deren

---

[1]) Th. Albrecht, Formeln und Hilfstafeln für geographische Ortsbestimmungen. 4. Aufl Leipzig 1908. VIII u. 348 S. gr. 8°. — L. Ambronn, J. Domke, Astronomisch geodätische Hilfstafeln. Mit 15 Nomogrammen. Berlin 1909. VI u. 142 S. gr 8°. — J. Bauschinger, Tafeln zur theoretischen Astronomie. Mit 2 lithogr. Tafeln. Leipzig 1901. IV u. 148 S gr. 8°.

[2]) Vergl. des Verfassers „Allgemeine Bemerkungen zur Ortsbestimmung auf Reisen", Zeitschr. f. Math. u. Phys. 64 (1917) 274.

mittlere Beobachtungsfehler häufig über $\pm 20''$ hinausgehen, wird man die Tafeln mit Gewinn gebrauchen.

Der Studierende und der Astronom findet in beiden Teilen des Buches alle diejenigen Tabellen und Zahlenwerte, deren er bei Beobachtungen an kleinen Instrumenten, an Universal und Refraktor, bei Kometen- und Planetenrechnungen bedarf. Der Forschungsreisende wird den I. Teil benutzen und der Astronom kann bei häufig vorkommenden genäherten Rechnungen sich mit Vorteil der kurzen Tafeln des II. Teiles bedienen, deren Schärfe in den für definitive Bahnbestimmungen und einfachere Störungsrechnungen bestimmten Teilen meist völlig zureicht. An geodätischen Tafeln und Formeln wurden einige mit aufgenommen, die bei der Bearbeitung von Messungen zur Kartierung eines Gebietes zur Hand sein sollen. Genauigkeit und Grad der Ausführlichkeit paßt sich eng dem Zweck an. Topographie blieb unberücksichtigt, es sei denn, daß man die in mehrfacher Einrichtung vorkommenden Tafeln zur barometrischen Höhenmessung dazu rechnen will.

Die Erläuterungen lehren den Gebrauch der Tafeln und führen in Beispielen die Methoden vor. Für einige Formelgruppen, die eine kompliziertere Rechnung, aber keine besonderen Tafeln erfordern, mußten Beispiele in die Zusammenstellung der Formeln eingereiht werden.

Interpolationstäfelchen sind nirgends beigefügt. Sie würden im Verhältnis zuviel Raum einnehmen und wären überdies von geringem Nutzen, da der erfahrene Rechner und sicher der moderne Forschungsreisende hier zum bequemeren und leistungsfähigeren Rechenschieber greift.

Die Sammlung wird auch für den Liebhaber der Astronomie von Wert sein, der neben den Tafeln zur mathematischen Geographie und theoretischen Astronomie einige weitere findet, die bei der Bearbeitung von Helligkeitsbeobachtungen nützlich sind. Dieselben Tafeln dienen dann freilich auch der Vorbereitung der Einzelheiten und der Reduktion für astrometrische Beobachtungen.

Das Buch entstand aus dem Wunsche, alle die Tafeln bequem zusammen zu haben, die bei vielen astronomischen Arbeiten, in Forschung und Lehre, gebraucht werden. Die Meinung über den Nutzen einer Tabelle hängt allerdings von Zufälligkeiten persönlicher Erfahrung, von Art und Umfang des Arbeitsgebietes ab. Die für jedes Zahlenwerk so wichtige typographische Ausgestaltung ließ sich den Zeitumständen angemessen noch befriedigend durchführen.

Bei der Korrektur bin ich in dankenswerter Weise von Dr. K. Schiller in Straßburg i. E. unterstützt worden.

Z. Zt. im Heeresdienst, Februar 1918.

C. Wirtz.

Empfehlenswerte Logarithmentafeln.

Sechsstellig: Bremikers logarithmisch-trigonometrische Tafeln mit sechs Dezimalstellen. Neu bearbeitet von Th. Albrecht. Berlin, R. Stricker.

E. Hammer, Sechsstellige Tafel der Werte Log $\frac{1+x}{1-x}$. Leipzig, B. G. Teubner 1902.

Fünfstellig: Th. Albrecht, Logarithmisch-trigonometrische Tafeln mit fünf Dezimalstellen. Berlin, P. Stankiewicz.

E. Becker, Logarithmisch-trigonometrisches Handbuch auf fünf Dezimalen. Leipzig, B. Tauchnitz.

C. Bremikers logarithmisch-trigonometrische Tafeln mit fünf Dezimalstellen. Besorgt von A. Kallius. Berlin, Weidmann. — Dezimale Unterteilung des Grades.

Dazu als Ergänzung:

M. von Rohr, Die Logarithmen der Sinus und Tangenten für 0° bis 5° und der Cosinus und Cotangenten für 85° bis 90° von tausendstel zu tausendstel Grad. Berlin, Weidmann, 1900.

F. G. Gauß, Fünfstellige vollständige logarithmische und trigonometrische Tafeln. Halle, E. Strien; Stuttgart, K. Wittwer.

J. Peters, Fünfstellige Logarithmentafel der trigonometrischen Funktionen für jede Zeitsekunde des Quadranten. Berlin, G. Reimer 1912.

F. W. Rex, Fünfstellige Logarithmentafeln. Stuttgart, J. B. Metzler 1884, 1904.

Vierstellig: C. Bremikers Tafeln vierstelliger Logarithmen. Besorgt von A. Kallius. Berlin, Weidmann. — Dezimale Unterteilung des Grades.

F. G. Gauß, Vierstellige logarithmische und trigonometrische Tafeln. Schulausgabe. Halle, E. Strien.

F. W. Rex, Vierstellige Logarithmentafeln. Stuttgart, J. B. Metzler.

Dreistellig: J. Peters, Dreistellige Tafeln für logarithmisches und numerisches Rechnen. Berlin, P. Stankiewicz 1913.

Dreistellige Logarithmentafeln sind auch diesem Buche (Tafel 72) angehängt.

Als astronomische Ephemeride ist für den Forschungsreisenden besonders geeignet

Astronomisch-Nautische Ephemeriden für das Jahr . . . .
Herausgegeben von dem k. k. maritimen Observatorium in Triest. Triest.

Das handliche Buch erscheint in deutscher und italienischer Ausgabe und hält in den Ortsangaben gerade die Genauigkeit inne, die für den Forschungsreisenden die Rechnungsschärfe bildet, nämlich $0^s\!.1$ und $1''$.

Inhaltsverzeichnis.

Tafeln.

Erster Teil.

Tafeln zur mathematischen Geographie und Ortsbestimmung.

Bemerkung. Stehen bei den Seitenzahlen zwei Angaben, so bezieht sich die erste auf die Erläuterung im Text, die zweite auf die Tafel. Eine einzelne Seitenangabe gilt für die Tafel.

Zweiter Teil.

Tafeln zur theoretischen Astronomie.

Dritter Teil.

Formeln.

Anhang.

Berichtigungen.

Seite 6, Zeile 15 von oben statt 0_0 lies 0°.
Seite 25, Zeile 3 von unten statt 25^m lies 52^m.
Seite 111, $t = 8^h\,40^m$ $\varphi = 46^\circ$ statt 71 lies 73.

ERLÄUTERUNGEN.

1. Immerwährende Sonnenephemeride.

Als erste Tafel der Sammlung ist eine immerwährende Sonnenephemeride aufgenommen. Sie enthält im Hauptteil (Tafel 1 a) die scheinbare Rektaszension, die scheinbare Deklination, die Zeitgleichung und die Sternzeit im mittleren Mittag auf 1^s und $0'.1$ genau, außerdem den Logarithmus des Radiusvektors R der Sonne auf 5 Dezimalstellen. Alle Angaben beziehen sich auf den mittleren Greenwicher Mittag. Für die Monate Januar und Februar stehen in der Argumentspalte unter G und S nebeneinander die für ein Gemeinjahr und ein Schaltjahr gültigen Daten.

Die Tafel 1 b enthält den scheinbaren Sonnenradius auf $1''$ und die Äquatoreal-Horizontalparallaxe auf $0''.1$ von 10 zu 10 Tagen. Mittlerer scheinbarer Sonnenradius $= 15' \, 59''.63$, mittlere Horizontalparallaxe $= 8''.80$.

Durch die Tafel 1 c wird die Übertragung der Sonnenephemeride auf ein beliebiges Jahr zwischen 1900 und 1950 ermöglicht. Sie gibt die Verbesserungen k wegen Jahresanfang in Bruchteilen des Tages an, die man Jahr für Jahr an die Greenwichzeit anbringen muß, bevor man in die Ephemeride eingeht. Die Schaltjahre sind durch ein * gekennzeichnet. Für Tafel 1 b spielen diese Korrektionen k der Zeit keine Rolle.

Die Ephemeride gilt für eine Schiefe der Ekliptik $\varepsilon = 23° \, 27'.0$. In den Jahren 1900—1950 kann durch diese feste Annahme von ε ein Fehler von $0^s.3$ in die Rektaszension und $0'.3$ in die Deklination hineingetragen werden, soweit er nur von der gleichförmigen Abnahme der mittleren Schiefe herrührt. Infolge der Nutation und der Planetenstörungen treten weitere mögliche Fehler von 3^s in Rektaszension und $0'.2$ in Deklination hinzu.

Jedenfalls vermag man dieser Sonnenephemeride für den Tafelzeitraum Örter zu entnehmen, die auf etwa 3^s und $0'.5$ und auf 3 Einheiten der 5ten Stelle im log R genau sind. Diese Schärfe reicht für viele Beobachtungen hin, wie sie der Forschungsreisende anstellt. Z. B. genügt sie, um das Azimut der Sonne zum Zweck der Bestimmung der magnetischen Deklination abzuleiten, sie genügt auch für manche genäherte Beobachtungen und Übungsrechnungen des Studierenden. Außerdem wird man es angenehm empfinden, stets eine Übersichtsephemeride der Sonne für einen langen Zeitraum zur

Hand zu haben, ohne auf die Bände der Jahresephemeriden zurückgreifen zu müssen.

Die seltener gebrauchte scheinbare Länge der Sonne ☉ findet man mit der gleichen Genauigkeit aus der Tafel 71.

Beispiel. Gesucht Ort der Sonne (α, δ), Zeitgleichung (ζ), Radiusvektor (log R) für 1904 Februar 23 $4^h 22^m 4^s$ M. Z. Greenw. und die Sternzeit (Θ_0) im mittleren Greenwicher Mittag dieses Tages.

$$\begin{array}{r} 1904 \text{ Febr. } 23{\cdot}182 \\ k + 0{\cdot}391 \\ \hline \text{Febr. } 23{\cdot}573 \end{array}$$

Die einfache Interpolation für Febr. 23·573 liefert

α $22^h 22^m 14^s$ δ $-10^\circ 10\overset{'}{.}5$ ζ $+13^m 39^s$ log R 9·99544

Um Θ_0 zu erhalten, schaltet man für Febr. 23 + k = Febr. 23·391 ein und findet Θ_0 $22^h 7^m 52^s$

Aus dem Nautical Almanac 1904 ergeben sich in guter Übereinstimmung dieselben Größen wie folgt

α $22^h 22^m 15^s$ δ $-10^\circ 10\overset{'}{.}4$ ζ $+13^m 41^s$ log R 9·99545

Θ_0 $22^h 7^m 51^s$

Einfach konstruierte Sonnentafeln, aus denen sich der Ort der Sonne mit geringer Mühe für beliebige Zeiten zwischen —800 und +2200 auf $\pm 1''$ genau berechnen läßt, hat Stürmer herausgegeben:

C. M. Stürmer, Sonnentafeln nach Leverriers Elementen der Sonnenbahn. Ein Hilfsbuch für Chronologie, Astronomie, mathematische Geographie und Nautik. 75 S. Würzburg 1875. 4°.

Diese Tafeln genügen bei der Bearbeitung von Kometen früherer Jahrhunderte, auch noch für die meisten Kometen des 18. Jahrhunderts.

2. Verwandlung von Bogenmaß in Zeitmaß.

3. Verwandlung von Zeitmaß in Bogenmaß.

4. Verwandlung der mittleren Zeit in Sternzeit.

5. Verwandlung der Sternzeit in mittlere Zeit.

6 Verwandlung von Stunden, Minuten und Sekunden in Dezimalteile des Tages und umgekehrt.

7. Halbe Tagbogen.

Die Tafel berücksichtigt die Refraktion im Horizont. Der Stundenwinkel t im Moment des scheinbaren Auf- und Unterganges ergibt sich aus:

$$\cos t = \frac{\cos 90^\circ 35' - \sin\varphi \sin\delta}{\cos\varphi \cos\delta}$$

Bequemer ist es aber, zuerst den Stundenwinkel im Horizont ohne Refraktion zu berechnen nach:

$$\cos t = -\operatorname{tang}\varphi \operatorname{tang}\delta, \text{ oder nach: } \operatorname{tang}\frac{t}{2} = \sqrt{\frac{\cos(\varphi-\delta)}{\cos(\varphi+\delta)}}$$

und dann die Verbesserung d t wegen Refraktion an den Stundenwinkel des wahren Auf- oder Unterganges anzubringen:

$$dt = \frac{2^{\mathrm{m}}.33}{\sqrt{\cos(\varphi-\delta)\cos(\varphi+\delta)}}$$

8, 9. Stundenwinkel und Zenitdistanz im Ersten Vertikal.

$$\cos t = \frac{\operatorname{tang}\delta}{\operatorname{tang}\varphi} \qquad \cos z = \frac{\sin\delta}{\sin\varphi}$$

$$\operatorname{tang}\tfrac{1}{2}t = \sqrt{\frac{\sin(\varphi-\delta)}{\sin(\varphi+\delta)}} \qquad \operatorname{tang}\tfrac{1}{2}z = \sqrt{\frac{\operatorname{tang}\frac{1}{2}(\varphi-\delta)}{\operatorname{tang}\frac{1}{2}(\varphi+\delta)}}$$

10. Verwandlung der Thermometer- und Barometer-Skalen.

11. Reduktion des Quecksilberbarometers auf 0° (Messingskala).

12. Verwandlung von Graden und Minuten in Sekunden.

13. Refraktion.

Die Refraktionstafel ist in doppelter Anordnung gegeben.

Auf die Tafel der numerischen mittleren Refraktion (Tafel 13a), die für 760 mm Luftdruck und + 10° C Temperatur gilt, folgen die numerischen Korrektionen wegen Temperatur und Luftdruck (Tafel 13b, c), ausreichend bis $85\frac{1}{2}$° Zenitdistanz. Thermometer- und Barometergrenzen sind soweit gesteckt, daß die Tafeln auch für extreme Fälle ausreichen, wie sie auf Forschungsreisen in polaren Regionen und in großen Meereshöhen vorkommen (Hochasien, Anden, Südpolarkontinent, Grönländisches Inlandeis).

Für große Zenitdistanzen wäre die Interpolation unbequem, die Rechnung ungenau geworden. Da aber Messungen in niedrigen Höhen, insbesondere bei Polarreisen, sich nicht vermeiden lassen und ausgenützt werden müssen, wurde von 85° an die Refraktionstafel logarithmisch gegeben (Tafel 13d—f). Vier Dezimalen entsprechen der Genauigkeit der Beobachtungen sowohl als auch der Refraktionswerte. Die Refraktion in Bogensekunden geht hervor durch die Formel:

$$\log \text{Refr.} = \log(\alpha \operatorname{tg} z) + A \log B + \lambda \log \gamma$$

Die numerische Refraktionstafel gibt die Besselschen Werte wieder, die logarithmische enthält die log (α tg z), λ und A nach den auf Gyldéns Theorie gestützten „Tables de réfraction de l'observatoire de Poulkovo" [1]) in vereinfachter und abgekürzter Gestalt; doch sind auch hier die logarithmischen Verbesserungen wegen Barometer und Thermometer nach Bessel angesetzt.

Hat als Barometer ein Quecksilberbarometer gedient, so ist die Ablesung zunächst auf 0° zu reduzieren (Tafel 11).

Die „mittlere Refraktion als Funktion der wahren Zenitdistanz" (Tafel 13g) braucht man bei Berechnung der scheinbaren Zenitdistanz aus der wahren. Bis 70° kann man innerhalb der Genauigkeitsgrenze von 0″5 die Argumente als identisch annehmen. Die numerischen Verbesserungstafeln wegen Barometer und Thermometer (Tafel 13b, c) gelten auch hier.

Beispiel 1. Scheinb. ZD = 80° 45′ Bar. auf 0°_φ = 671 mm
Therm. = + 33°5

	Mittl. Refr.	5′ 43″
Verbess. wegen	Temp.	— 27
„ „	Luftdruck	— 37
	Wahre Refr.	4 39

Beispiel 2. Scheinb. ZD = 87° 22′ 43″ Bar. auf 0° = 768·8 mm
Therm. = — 10°3

	lg α tg z	2.9684	λ 1.259	A 1.028
lg B + 99	A lg B	+ 102		
lg γ + 311	λ lg γ	+ 392		
	lg Refr.	3.0178	Refr. = 1042″ = 17′ 22″	

Die Verwandlung der Bogensekunden in Minuten läßt sich aus Tafel 12 entnehmen. —

Beim Gebrauch der Refraktionstafel möge man sich stets vergegenwärtigen, daß die Refraktionstafel eine physikalische Tafel ist, keine Logarithmentafel.

Refraktionstafeln nach Radaus Theorie bringt der Anhang, Tafel 68.

14. Refraktionstafel für Mikrometermessungen.

Zur bequemeren und strengen Berechnung der Refraktion für Mikrometermessungen hat Bessel [2]) eine besondere Konstante eingeführt, auf die man zurückgreifen muß, wenn es sich um große Abstände der verbundenen Gestirne handelt, also um Distanzen, wie

[1]) Petersburg 1905.

[2]) F. W. Bessel, Astron. Untersuch. 1 (1841), S. 198.

sie die photographische Platte, das Heliometer oder auch ein Spiegelinstrument zulassen. Für fadenmikrometrische Messungen im Felde des Fernrohrs führen einfachere Formeln zum Ziel, wenn überhaupt die Strahlenbrechung eine Rolle spielt; jedenfalls dürfen dann Barometer und Thermometer wohl immer vernachlässigt werden.

Hier sei nur der am häufigsten vorkommende Fall angeführt. Eine gemessene Distanz s′ soll wegen Refraktion verbessert werden. Wir bilden zunächst aus Tafel 14 (Argument wahre Zenitdistanz ζ) die Konstante $\varkappa$ unter Berücksichtigung der meteorologischen Ablesungen:

$$\log \varkappa = \log \varkappa_0 + A_0 \log B + \lambda_0 \log \gamma$$

wo $\log B$ und $\log \gamma$ den Tafeln 13e, f entnommen werden. Bezeichnet ferner

- ζ die wahre Zenitdistanz der Mitte des die beiden Sterne verbindenden Bogens
- p den Positionswinkel der verbundenen Sterne in der Bogenmitte
- q den parallaktischen Winkel in der Bogenmitte
- s′ die scheinbare (gemessene) Distanz in Bogensekunden
- s die wahre Distanz

so ist die Verbesserung $\varDelta s$ von s′ wegen Refraktion

$$s - s' = \varDelta s = s' \varkappa \left(1 + \operatorname{tang}^2 \zeta \cos^2 (p - q)\right)$$

p—q stellt den Winkel dar, den die Distanz mit dem Vertikalkreis einschließt. Der parallaktische Winkel q kann leicht mit Hilfe der Tafel 24 (vgl. die Erläuterung dazu) abgeleitet werden.

Beispiel. $s' = 6923''42$ $\quad \zeta = 82^\circ 34'3$ $\quad p - q = 114^\circ 23'$

Bar. = 771 mm $\quad$ Therm. = —6°

$$\begin{array}{rlrlrlll}
\operatorname{tg}^2 \zeta & 1.7696 & & & \lg \varkappa_0 & 6.3597 & A_0\, 0.989 & \lambda_0\, 1.164 \\
\cos^2(p-q) & \underline{9.2316} & \lg B & +111 & A_0 \lg B & +110 & & \\
 & 1.0012 & \lg \gamma & +241 & \lambda_0 \lg \gamma & \underline{+280} & & \\
 & & & & \lg \varkappa & 6.3987 & & \\
 & & & & \lg s' & 3.8403 & & \\
 & & \multicolumn{3}{r}{\lg\left(1 + \operatorname{tg}^2 \zeta \cos^2(p-q)\right)} & \underline{1.0425} & & \\
 & & & & \lg \varDelta s & 1.2815 & \varDelta s = +19''12 & \\
 & & & & & & s = 6942''54 &
\end{array}$$

15. Kimmtiefe.

Befindet sich der Reisende an der Küste, so kann er sich für Beobachtungen, die nicht alle mit seinen Expeditionsmitteln erreichbare Genauigkeit verlangen, die Beziehung zur Lotlinie durch die Kimm herstellen und mit dem Sextanten Kimmabstände messen. Bedeutet h die Augeshöhe des Beobachters über dem Meeresspiegel in Meter, so ist die Kimmtiefe k gegeben durch

$$k = 1'779 \sqrt{h}$$

Durch die Anbringung der Verbesserung $\Delta k = 0'\!.37\ (t_W - t_L)$ wird man in den meisten Fällen einen Gewinn an Genauigkeit erzielen. Man bedarf dazu der Kenntnis der Lufttemperatur t_L in Augeshöhe und der Wassertemperatur t_W; letztere wird man sich schwer beschaffen können, wenn man sich an einer Steilküste hoch über dem Wasser befindet.

Der Hauptsache nach soll aber auch die Tabelle für Δk den Beobachter nur vor allzu großem Vertrauen auf die Kimmtiefentafel warnen.

16. Zur Reduktion auf den Meridian.

Zenitdistanzen, die in Stundenwinkel nicht weit vom Meridian entfernt beobachtet sind, lassen sich bequem auf die Kulminationszenitdistanz reduzieren und ergeben dann die Breite φ nach der einfachen Meridianformel.

Es sei

$$A = \frac{\cos\varphi \cos\delta}{\sin z_0},$$

z_0 Meridian-Zenitdistanz:
$z_0 = \varphi - \delta$ für obere Kulmination
$z_0 = 180^\circ - (\varphi + \delta)$ für untere Kulmination

so kommt

$$\varphi = \delta + z - A \cdot m + A^2 \cdot \operatorname{cotg} z_0 \cdot n$$

Die Größen

$$m = \frac{2 \sin^2 \frac{1}{2} t}{\sin 1''} \quad \text{und} \quad n = \frac{2 \sin^4 \frac{1}{2} t}{\sin 1''}$$

enthält die Tafel 16; sie reicht in Stundenwinkel bis 40^m und genügt für alle zweckmäßig angelegten Beobachtungen. Die vernachlässigten Glieder übersteigen in keinem praktisch vorkommenden Falle den Betrag von $0''\!.5$. Allzu große Annäherung an das Zenit wird man ja schon aus instrumentellen Gründen zu meiden suchen.

Beispiel. $t = +24^m 30^s\!.4$ $\quad \delta = -3^\circ 0' 0''$ $\quad \varphi = +51^\circ 32'$

Wahres z	$54^\circ 45' 29''$
δ	$-\ 3\ \ 0\ \ 0$
Red. auf Mer.	$-\ \ 14\ 57$
φ	$+51\ 30\ 32$

φ cos	9.7938	lg A^2	9.765	m =	1178″.1
δ cos	9.9994	cotg z_0	9.853	n =	3.36
$z_0 = 54^\circ 32'$ cosec	0.0891	lg n	0.526		
lg A	9.8823		0.144		
lg m	3.0711				
	2.9534	$-$ 898″.2			
		+ 1.4			
Red. auf Mer.		$-$ 14′ 56″.8			

17. Stundenwinkel der größten Sonnenhöhe.

Liegt eine Reihe von Zirkummeridian-Zenitdistanzen der Sonne vor, so hätte man für jede gemessene Zenitdistanz die zugehörige Sonnendeklination zu nehmen und die Rechnung für jeden Stundenwinkel mit einer anderen Deklination zu führen. Statt dessen verfährt man bequemer, wenn man die Stundenwinkel der Sonne nicht vom Meridian, sondern vom Moment der größten Sonnenhöhe aus zählt. Bewegte Gestirne erreichen ja die größte Höhe nicht im Meridian, sondern bei wachsender Deklination (Bewegung gegen Norden) erst nach dem Meridiandurchgang, bei abnehmender Deklination vor dem Durchgang. Dieser Stundenwinkel σ der größten Höhe ergibt sich durch:

$$\sigma = 0^s\!.2546\,(\operatorname{tg}\varphi - \operatorname{tg}\delta)\,\mu$$

wo μ die stündliche Änderung der Sonnendeklination um Mittag bezeichnet. Man kann nun alle Beobachtungen mit nur einer Deklination berechnen, wenn man diese für den Augenblick des wahren Mittags der Ephemeride entnimmt. Zur bequemen Bestimmung von σ dient Tafel 17, die die Größen

$$a = 0^s\!.2546 \operatorname{tang}\varphi \qquad b = -0^s\!.2546 \operatorname{tang}\delta$$

und μ enthält, daneben zur Übersicht auch noch die Sonnendeklinationen auf volle Grade gibt. Die Vorzeichen für a und b sind von der Seite des Arguments her zu entnehmen. Dann ist

$$\sigma = (a + b)\,\mu$$

Beispiel. Oktober 1 $\quad \varphi = +51^\circ\!.5 \quad \delta = -3^\circ\!.0$

a	+0·320		
b	+0·013		
a + b	+0·333	$\mu = -58''$	$\sigma = -19^s\!.4$

d. h. die größte Höhe der Sonne tritt $19^s\!.4$ vor dem wahren Mittag ein.

18. Höhenparallaxe der Sonne.

19. Höhenparallaxe der Planeten.

20, 21. Polarisbreite.

Zur Berechnung der Polhöhe aus Zenitdistanzen von Polaris sind zwei Tafeln beigegeben. Die eine dient zur genäherten Ableitung des Ergebnisses auf etwa $0'\!.1$ genau, die andere soll die genaue Berechnung erleichtern.

Als fester Wert der Poldistanz p_0, mit dem alle Polaristabellen entworfen sind, wurde genommen

$$p_0 = 4000'' = 1^\circ 6' 40'' \quad \text{oder} \quad \delta = +88^\circ 53' 20''$$

eine Deklination, die Polaris um 1922 erreichen wird. Zum Übergang auf wahre Poldistanz p der Epoche sind die Täfelchen für $\frac{p}{p_0}$, $\frac{p^2}{p_0^2}$, $\frac{p^3}{p_0^3}$ hinzugefügt.

Zur genäherten Polhöhenbestimmung genügt die Formel

$$\varphi = (90^\circ - z) + \frac{p}{p_0} R_0 + \frac{p^2}{p_0^2} S_0$$

wo $\quad R_0 = -p_0 \cos t \quad$ und $\quad S_0 = \frac{1}{2} p_0^2 \sin 1' \operatorname{tang} \varphi \sin^2 t$

R_0 und S_0 nebst den Verbesserungsfaktoren für andere Deklinationen findet man in den Tafeln 20a, b.

Soll die Bogensekunde innegehalten werden, so berechnet man das einfache Hauptglied $-p \cos t$ direkt mit der wahren Deklination der Epoche; das zweite und dritte Glied leitet man mit Hilfe kurzer Täfelchen (21 a, b) ab. Setzen wir

$M_0 = \frac{1}{2} p_0^2 \sin 1'' \operatorname{tang} \varphi \qquad N_0 = \frac{1}{6} p_0^3 \sin^2 1'' (1 + 3 \operatorname{tang}^2 \varphi) \sin^2 t \cos t$

so wird:

$$\varphi = (90^\circ - z) - p \cos t + \frac{p^2}{p_0^2} M_0 \sin^2 t + \frac{p^3}{p_0^3} N_0$$

Beispiel. 1915 Oktober 6 in $\varphi = +45^\circ 40'$.

Wahres $z = 43^\circ 25' 27''$ $\quad t = 21^h 48^m 31^s$ $\quad \delta_{app} = +88^\circ 51' 25''$

$p = 1^\circ 8' 35'' = 4115''$

Genäherte Rechnung (Tafel 20a, b).

$$\begin{array}{rr} 90^\circ - z & 46^\circ 34'.6 \\ R = -56'.0 \times 1.029 & -\ 57.6 \\ S = +\ 0.2 \times 1.06 & +\ \ 0.2 \\ \hline \varphi = & +45^\circ 37'.2 \end{array}$$

Strenge Rechnung (Tafel 21 a, b).

lg p	3.61437	$M = 40'' \times 1.059 = 42''.3$		$90^\circ - z$	$46^\circ 34' 33''$
cos t	9.92423	lg M	1.626	$-p \cos t$	$-\ 57\ 36.2$
	3.53860	$\sin^2 t$	9.469	$+M \sin^2 t$	$+\ 12.4$
	3456''.2		1.095	$+N$	$+\ 0.2$
			12''.4	$\varphi =$	$+45^\circ 37' 9''$

22, 23. Polarisazimut.

Tafeln für das Azimut des Polarsterns findet man ebenfalls in zweifacher Anordnung.

Der Tafel 22 für das genäherte Azimut liegt wieder die Poldistanz $p_0 = 4000''$ zugrunde. Sie liefert die Azimute bei sorgfältiger Interpolation auf 1′—2′ genau, und das reicht in den meisten Fällen für die Bestimmung der magnetischen Deklination mit Expeditionsmitteln. Selbst für die Orientierung einer fliegenden Vermessung kommt man mit der Bogenminute aus. Das Azimut A_n wird vom Nordpunkt aus positiv über Ost, Süd, West gezählt. Für andere Poldistanzen p hat man den Tafelwert A_0 mit dem Faktor $\frac{p}{p_0}$ zu multiplizieren. Die Vorzeichen stehen auf der Seite des Vertikalargumentes (Stundenwinkel).

Der genauen Bestimmung des Azimutes des Polarsterns dient die nächste Tafel 23. Die strenge Formel für A_n ist bequemer als irgend eine der bisher zur Tabulierung benutzten Reihenentwickelungen. Setzt man:

$$a = \operatorname{cotg}\delta \operatorname{tang}\varphi \cos t$$

so ist:

$$\operatorname{tang} A_n = -\operatorname{cotg}\delta \sec\varphi \sin t \cdot \frac{1}{1-a}$$

Die Größe $\log\frac{1}{1-a}$ enthält die Tafel 23 in Einheiten der fünften Dezimale mit dem Argument log a. Das Vorzeichen von a ist zu beachten. Die Methode genügt rechnungsmäßig für die Festlegung der Seitenrichtung in einem kolonialen Dreiecksnetz und ist auch für geographische Zwecke jederzeit bequem. Fünfstellig gibt sie noch in den Digressionen von Polaris Bruchteile der Bogensekunde (etwa 0″.2), vierstellig bleibt die zehntel Minute immer sicher.

Beispiel. 1915 Oktober 10 in $\varphi = +36°47'50''$.

$t = +2^h 5^m 36^s \qquad \delta_{app} = +88° 51' 26'' \qquad p = 1° 8' 34'' = 4116''$

Genäherte Rechnung (Tafel 22).

$A_0 = -44' \qquad \frac{p}{p_0} = 1.029$

$A_n = -0° 45'.3$

Strenge Rechnung (Tafel 23).

$-\operatorname{cotg}\delta$	8.29990_n	$\operatorname{cotg}\delta$	8.29990
$\sec\varphi$	0.09650	$\operatorname{tg}\varphi$	9.87392
$\sin t$	9.71685	$\cos t$	9.93123
$\lg\frac{1}{1-a}$	+ 557	lg a	8.10505
$\operatorname{tg} A_n$	8.11882_n		
$A_n =$	$-0° 45' 11''.6$		

24. Zur Berechnung des Azimuts für ein beliebiges Gestirn (Zeitazimut).

Bei der Verwertung der astronomischen Messungen zur Standlinienmethode bedarf man der Kenntnis des genäherten Azimuts A der beobachteten Gestirne aus φ, δ und t, ebenso zur raschen Bestimmung der magnetischen Deklination und zu Hilfs- und Reduktionsrechnungen mancherlei Art. Liegt die Genauigkeitsgrenze bei etwa 0°1, so läßt sich das Azimut mit einer kurzen Tafel bequem und sicher ableiten, einer Tafel, die meines Erachtens den umfangreichen Azimuttabellen verschiedener Konstruktion vorzuziehen ist. Die eleganteste dieser Tabellen, Perrins A-B-C-Tafel, die man in allen neueren nautischen Tafelsammlungen findet, nimmt mindestens 18 Seiten größten Formats ein, verlangt ein dreimaliges Eingehen in drei Tafeln mit je zwei Argumenten und eine algebraische Addition zweier den Tafeln entnommenen Größen. Überdies ist geographische Breite und Deklination auf Werte unter 60° beschränkt. An Arbeit wird gegenüber der hier gegebenen Formel nichts gewonnen, an Sicherheit und Genauigkeit stehen jene Tafeln unserer kleinen dreistelligen Rechnung nach, die stets 0°1 genau ergibt.

Zählen wir das Azimut A vom Nordpunkt aus über Ost, Süd, West herum, so rechnen wir:

$$a = \operatorname{cotg}\delta \operatorname{tang}\varphi \cos t$$

$$\operatorname{tang} A = \operatorname{cotg}\delta \sec\varphi \sin t \frac{1}{a-1}$$

Die Tafel 24 gibt nun mit dem Argument log a den Wert $\log\frac{1}{a-1}$ auf 3 Stellen, und das genügt, um in allen Fällen des Zehntel Grades versichert zu sein. Man hat auf das Vorzeichen von a zu achten und danach den Tafelteil zu wählen, in den man mit log a eingehen muß. Die Tangente läßt das Azimut A um 180° zweideutig, aber um diesen Betrag ist man nie in Ungewißheit.

Beispiel 1.

$\delta = -23°07$	cot 0.371_n	cot 0.371_n
$\varphi = -50.52$	sec 0.196	tg 0.084_n
$t = -6^h\,34^m\,1^s = -98°50$	sin 9.995_n	cos $\underline{9.170_n}$
	$\lg\frac{1}{a-1}$ $\underline{9.848_n}$	lg a 9.625_n
	tg A 0.410_n	

A = N 111°3 O = S 68°7 O

Beispiel 2.

$\delta = -12°97$	cot 0.638_n	cot 0.638_n
$\varphi = +46.87$	sec 0.165	tg 0.028
$t = -3^h\,1^m\,16^s = -45°32$	sin 9.852_n	cos $\underline{9.847}$
	$\lg\frac{1}{a-1}$ $\underline{9.371_n}$	lg a 0.513_n
	tg A 0.026_n	

A = N 133°3 O = S 46°7 O

Beispiel 3 (Polarstern).

$$\begin{array}{lrlrl}
\delta = +\,88^\circ\!.86 & \text{cot} & 8.300 & \text{cot} & 8.300 \\
\varphi = +\,36.80 & \text{sec} & 0.097 & \text{tg} & 9.874 \\
t = +\,2^h\,5^m\,36^s = +\,31^\circ\!.40 & \text{sin} & 9.717 & \text{cos} & \underline{9.931} \\
 & \lg\dfrac{1}{a-1} & \underline{0.005_n} & \lg a & 8.105 \\
 & \text{tg}\,A & 8.119_n & &
\end{array}$$

$$A = N\,179^\circ\!.25 + 180^\circ\,O = N\,0^\circ\!.75\,W$$

Mit Hilfe der gleichen Tafel läßt sich in ebenso bequemer Weise der parallaktische Winkel q am Gestirn berechnen. Wir haben dann:

$$a = \text{cotg}\,\varphi\,\text{tang}\,\delta\,\cos t$$

$$\text{tang}\,q = -\,\text{cotg}\,\varphi\,\sec\delta\,\sin t\,\frac{1}{a-1}$$

25—34. Monddistanzen.

Die Methode der Monddistanzen bewährt ihre Leistungsfähigkeit in hohen Breiten, auf Polarreisen. In niederen Breiten bieten sich zur Längenbestimmung heutigen Tages die drahtlosen Signale dar und das Gewicht der Empfangsapparate für Funkentelegraphie ist geringer als das der Instrumente, deren man zur genauen Bestimmung des Mondortes bedarf, dessen Schärfe zur Längenbestimmung überdies nie an die der drahtlosen Signale heranreicht, ganz abgesehen von der Einfachheit in Beobachtung und Rechnung, die die Signale vor den Mondmethoden voraus haben. Bei Reisen in polaren Gebieten aber befindet man sich meistens, so in der Antarktis, außerhalb der Reichweite der großen drahtlosen Stationen, und dann wird in Polnähe die Längenbestimmung oder die Bestimmung der Greenwich-Zeit durch Monddistanzen gleichwertig mit den topographischen Aufnahmen der Expedition.

Die zufällige Genauigkeit, die man bei der Messung von Monddistanzen an Spiegelinstrumenten erreicht, wird den mittleren Fehler $\pm 20''$ kaum unterschreiten. Wir dürfen demnach die Methode zur Berechnung so auswählen, daß sie die einzelne Bogensekunde nicht mehr zu verbürgen braucht. Die kürzeste und übersichtlichste Reduktion der scheinbaren topozentrischen Distanz auf die wahre geozentrische besteht nun darin, daß man nur die wesentlichste Verbesserung, nämlich das Hauptglied der Parallaxenwirkung des Mondes auf die Distanz direkt genau berechnet. Alles Übrige, also die Summe der Refraktion und der höheren Glieder der Parallaxe pflegt man dann einer Tafel mit drei Argumenten (der scheinbaren Distanz und den Höhen der beiden Gestirne) zu entnehmen, die indes weder bequem noch genau in der Interpolation ist. Sie beansprucht ferner einen großen Raum, nämlich je nach der Anordnung bis zu 22 Seiten größten Formates (Elfordsche Methode).

Hier ist ein anderer Weg eingeschlagen. Die einzelnen Glieder werden getrennt behandelt und zu ihrer Ermittelung Tafeln gegeben, die entweder direkt oder durch eine kleine Rechnung zum Ziele führen. Diese Trennung erlaubt auch eine strenge Berücksichtigung der einzelnen bestimmenden Elemente, so der Thermometer- und Barometerstände für die Refraktion und der schwankenden Größe der Mondparallaxe für die höheren Glieder der parallaktischen Verschiebung. Außerdem wird von vornherein die Erdfigur in einer einfachen Weise eingeführt, bei der man des Mondazimutes nicht bedarf.

Zunächst seien die einzelnen für die Reduktion der Monddistanzen zusammengestellten Tabellen kurz besprochen.

Tafel 25 enthält die Vergrößerung des Mondradius durch die parallaktische Wirkung. Die immer positive Korrektion verwandelt den Radius der Ephemeride in den scheinbaren topozentrischen Mondradius, ohne Strahlenbrechung. Diese bewirkt wiederum eine Zusammendrückung der Mond- und Sonnenscheibe, und den Betrag der Verkürzung geben die Tafeln 26a, b an mit den beiden Argumenten Zenitdistanz (ZD) z des Gestirns und Winkel q der gemessenen Distanz mit dem Vertikalkreis. Die Haupttafel 26a gilt für Barometer 760 mm, Thermometer $+10^\circ$ und den mittleren Radienwert $15'40''$; den Übergang auf andere scheinbare Radien vermittelt das Täfelchen 26b. Bei großen Refraktionsbeträgen in Radius könnte man mit den Tafeln 13b, c noch den Stand der meteorologischen Instrumente berücksichtigen. Hat man den Winkel q bei der Messung nicht mitgeschätzt, so findet man ihn leicht durch eine dreistellige Rechnung nach der Formel

$$\operatorname{tang}\frac{q_\odot}{2} = \sqrt{\frac{\sin(s-z_\odot)\sin(s-D)}{\sin s\,\sin(s-z_{☾})}} \qquad \operatorname{tang}\frac{q_{☾}}{2} = \sqrt{\frac{\sin(s-z_{☾})\sin(s-D)}{\sin s\,\sin(s-z_\odot)}}$$

$$s = \frac{z_{☾} + z_\odot + D}{2}$$

$z_{☾}$ scheinbare ZD des Mondes
$z_\odot$ „ „ der Sonne
D „ Distanz.

Mit $\odot$ (Sonne) soll weiterhin das mit dem Mond verbundene Gestirn bezeichnet werden, also auch Planet oder Fixstern.

Die Äquatoreal-Horizontalparallaxe Π des Mondes wird vor Beginn der Rechnung durch die positive Korrektion

$$d\Pi = +\Pi\frac{e^2\sin^2\varphi}{2}$$

übertragen auf den Punkt, in dem die Vertikale im Beobachtungsort die Erdachse schneidet. Dieser Punkt heißt der Normalpunkt des Beobachtungsortes. Für $d\Pi$ hat man Täfelchen 27; e ist die Exzentrizität der Meridianellipse der Erde, also $\log e^2 = 7.8275$ mit der Abplattung $\alpha = \frac{1}{297}$.

Zur Berechnung der Refraktion in Distanz dient die Tafelgruppe 28a—e.

Die mittlere Besselsche Refraktion ϱ für 751.5 mm, $+9^\circ\!.3$ läßt sich darstellen in der Form:

$$\varrho = 57''\!.796 \operatorname{tang}(z - 4.1\,\varrho)$$
$$[1.76190]$$

Bis ZD = 80° erreicht der Fehler dieser Formel erst 0″.04, bei ZD 83° beträgt er 0″.8, bei 84° wächst er auf 1″.7. Jedenfalls genügt die Formel innerhalb aller praktischen Grenzen. Unsere Tafel 28a gibt daher zunächst den Wert $4.1\,\varrho$ mit dem Argument scheinbare ZD. Bedeutet nun

Z die größere scheinbare ZD,
z „ kleinere „ „

der zum Abstand verbundenen Gestirne, so rechnet man:

$$\operatorname{tang} N = \frac{\cos(Z - 4.1\,\varrho)}{\cos(z - 4.1\,\varrho)}$$

$$\text{Refraktion in Distanz} = (A + B)\operatorname{cosec} D$$

$A = 115''\!.59 \operatorname{cosec} 2N$ mit dem Argument N, $B = -115''\!.59 \cos D$ [log const. = 2.09293] mit dem Argument D liefern die Tafeln 28b, c. Die Refraktion wird um nicht mehr als 1″ fehlerhaft sein. Da die Konstante der Tafeln so gewählt ist, daß die Refraktionsformel sich möglichst der Besselschen mittleren Refraktion anschließt, so gelten auch die dieser zugrunde liegenden meteorologischen Daten (751.5 mm, $+9^\circ\!.3$); zur Verbesserung der gewonnenen Refraktion in Distanz wegen Standes der meteorologischen Instrumente ist daher noch die folgende Tafel 28d, e beigefügt. Die Verbesserung wegen Refraktion nennen wir die III. Korrektion der Monddistanzen. Die Tafel gilt natürlich ganz allgemein. Man befreit mit ihrer Hilfe auch beobachtete Sterndistanzen von Refraktion. Das ist wichtig bei der Prüfung eines Spiegelinstrumentes durch direkte Messungen am Himmel. Alle Abstände werden durch die Strahlenbrechung verkleinert.

Höhere parallaktische Glieder, die vom Quadrat der Mondparallaxe Π abhängen, berücksichtigt die IV. Korrektion. Sie lautet:

$$\mathrm{IV} = (\Pi \sin z_{☾})^2 \operatorname{cotg} D \frac{\sin 1''}{2} - (\Pi \sin z_{☾} \cos q_{☾})^2 \operatorname{cotg} D \frac{\sin 1''}{2}$$

Beide Teile sind gleich gebaut und werden daher derselben Tafel 30 mit verschiedenem Argument entnommen. Das erste Mal geht man mit dem Argument Höhenparallaxe des Mondes $\Pi \sin z_☾$ ein, die man aus der vorhergehenden Tafel 29 entnimmt, das zweite Mal mit dem Argument $\Pi \sin z_☾ \cos q_☾ = \mathrm{I} + \mathrm{II}$, der Summe der schon direkt berechneten I. und II. Korrektion; die algebraische Differenz beider Glieder ergibt die Korrektion IV. Das Vorzeichen von (I + II) bleibt wegen des Quadrates außer Betracht. Die Tafel gilt für die mittlere Parallaxe $\Pi_0 = 57' 30''$; zum Übergang auf die wirkliche Parallaxe Π hat man die aus der Tafel folgende Korrektion mit $\left(\frac{\Pi}{\Pi_0}\right)^2$ zu multiplizieren. Der Faktor steht in dem beigefügten kleinen Täfelchen.

In die V. Korrektion gehen kleine Glieder der parallaktischen und der Refraktionswirkung ein, als deren Ausdruck man hat:

$$V = (\Pi \sin z_☾ - \varrho_☾)\, \varrho_\odot \frac{\sin q_☾ \sin q_\odot}{\sin D} \sin 1''$$
$$-(2\Pi \varrho_☾ \sin z_☾ - \varrho_☾^2) \sin^2 q_☾ \operatorname{cotg} D \frac{\sin 1''}{2}$$

wo $\varrho_☾$, $\varrho_\odot$ die Refraktion für Mond und Gestirn bezeichnet. Die Tafel 31 gibt sofort den ganzen Betrag mit den drei Argumenten Distanz, ZD des Mondes und ZD des Gestirns. Sie entspricht der mittleren Parallaxe $\Pi_0 = 57' 30''$; wegen der Kleinheit der Werte bedarf das Glied keiner weiteren Korrektion.

Die Tafel 32 für die Verbesserung wegen Erdfigur, VI. Korrektion, wurde folgendermaßen eingerichtet. Wir haben zunächst:

$$K = \Pi e^2 (\sin \delta_\odot \operatorname{cosec} D - \sin \delta \quad \operatorname{cotg} D)$$

und tabulieren:

$$A = 23''\!.2 \sin \delta_\odot \operatorname{cosec} D \qquad B = -23''\!.2 \sin \delta_☾ \operatorname{cotg} D$$

Damit wird

$$K = A + B$$

und die Verbesserung wegen Erdfigur:

$$VI = K \sin \varphi$$

Der Konstante $23''\!.2$ liegt die mittlere Parallaxe $57' 30''$ und die Erdabplattung $\alpha = \frac{1}{297}$ zugrunde.

Ist das mit dem Monde verbundene Gestirn die Sonne, so hat man an die Distanz noch den Einfluß der Sonnenparallaxe $\pi = 8''\!.8$ anzubringen (VII. Korrektion). Man entnimmt die Verbesserung bequem der Tafel 33, die die Werte:

$$A = -8''\!.8 \cos z_☾ \operatorname{cosec} D \qquad B = +8''\!.8 \cos z_\odot \operatorname{cotg} D$$

mit je zwei Argumenten enthält. Dann wird die Verbesserung wegen Sonnenparallaxe:

$$\mathrm{VII} = \mathrm{A} + \mathrm{B}$$

Für einen Planeten mit der Horizontalparallaxe π_P als Distanzgestirn ist die mit der Sonnentafel gefundene Verbesserung der Monddistanz noch zu multiplizieren mit dem Faktor $\frac{\pi_P}{8.8}$.

Das Verfahren zur Reduktion einer Monddistanz gestaltet sich nun folgendermaßen, wobei wir voraussetzen, daß die ZD von Mond und Gestirn nicht beobachtet sind, sondern berechnet werden müssen. Das ist auch bei Beobachtungen zu Lande wohl immer der Fall und auch sicherer als die Beobachtung; auf Landreisen kennt man den gegißten Ort der Beobachtung stets genauer als das zur See möglich ist.

Wir setzen die folgenden Bezeichnungen fest:

$z_☾$ Scheinbare ZD des Mondes
$z_\odot$ „ „ „ Gestirns
$z^0_☾$ Wahre ZD des Mondes
$z^0_\odot$ „ „ „ Gestirns
Π Äquatoreal-Horizontalparallaxe des Mondes
π „ „ „ Gestirns
$\varrho_☾$ Refraktion für den Mond
$\varrho_\odot$ „ „ das Gestirn
$q_☾$ Winkel am Mond zwischen Vertikalkreis und Distanz
$q_\odot$ „ „ Gestirn „ „ „ „
D Scheinbare Distanz
D_0 Wahre Distanz im Erdmittelpunkt
$z_{1☾}$ und Π_1 sind die entsprechenden auf den Normalpunkt des Beobachtungsortes bezogenen Größen.

a) Ableitung der scheinbaren ZD von Mond und Gestirn. Die geozentrische Deklination $\delta^0_☾$ reduziert man auf den Normalpunkt durch

$$\delta_{1☾} - \delta^0_☾ = d\delta = e^2 \Pi_1 \sin\varphi \cos\delta$$

Die Korrektion hat das Vorzeichen der geographischen Breite und kann dem beigefügten Täfelchen, dem eine mittlere Mondparallaxe von 57′ zugrunde liegt, entnommen werden.

$$d\delta = e^2 \Pi_1 \sin\varphi \cos\delta$$

φ \ δ	0°	15°	30°
	′	′	′
0°	0.0	0.0	0.0
10	0.1	0.1	0.1
20	0.1	0.1	0.1
30	0.2	0.2	0.2
40	0.2	0.2	0.2
50	0.3	0.3	0.3
60	0.3	0.3	0.3
70	0.4	0.3	0.3
80	0.4	0.4	0.3
90	0.4	0.4	0.3

Mit der Deklination $\delta_{1☾}$ und dem geozentrischen Stundenwinkel $t^0_☾$, der ungeändert für den Normalpunkt gilt, berechnet man die Zenitdistanz $z_{1☾}$ des Mondes. Man hat dafür allgemein als bequeme Formeln, einmal:

$$\operatorname{tang} N = \operatorname{cotg}\varphi \cos t$$

$$\cos z = \sin\varphi \sin(N + \delta) \sec N$$

oder

$$\cos z = \cos\varphi \sin(N + \delta) \operatorname{cosec} N \cos t$$

und dann:

$$\operatorname{tang} N = \operatorname{cosec} \tfrac{1}{2}(\varphi - \delta) \sin \tfrac{1}{2} t \sqrt{\cos\varphi \cos\delta}$$

$$\sin \tfrac{1}{2} z = \sin \tfrac{1}{2}(\varphi - \delta) \sec N$$

Die zweite $\cos z$-Formel für kleine φ.

Die gleiche Rechnung führt man für das andere Gestirn durch, bei dem aber zwischen Normalpunkt und Erdmittelpunkt nicht unterschieden zu werden braucht. Will man der halben Bogenminute in z immer sicher sein, so muß man fünfstellig rechnen, und zwar bei ZD $< 20°$ nach dem zweiten Formelpaar für $\sin \frac{1}{2} z$.

Beim Mond gehen wir jetzt von der Zenitdistanz $z_{1☾}$ über auf die scheinbare $z_☾$ durch:

$$z_☾ - z_{1☾} = \Pi_1 \sin z_{1☾} \operatorname{tang}(45° + \tfrac{1}{2} \Pi_1 \cos z_{1☾})$$

d. h. wir nehmen den Wert $\Pi_1 \sin z_{1☾}$ aus der Tafel 29 und bringen noch wegen des Faktors $\operatorname{tang}(45° + \frac{1}{2} \Pi_1 \cos z_{1☾})$ die positive Verbesserung aus dem nachstehenden Täfelchen an. Mittlere Parallaxe des Täfelchens wieder $= 57'$.

Verbesserung der Höhenparallaxe.

$z_{1☾}$	Korrektion
	′
0°	0.0
10	+ 0.2
20	0.3
30	0.4
40	+ 0.5
50	+ 0.5
60	0.4
70	0.3
80	+ 0.2
90	0.0

Die Höhenparallaxe für das andere Gestirn finden wir in den Tafeln 18, 19.

An die so gewonnenen ZD von Mond und Gestirn kommt dann noch die Strahlenbrechung, die mit dem Argument wahre ZD von 70° an in der Tafel 13g steht. So gehen schließlich die der weiteren Rechnung zugrunde zu legenden scheinbaren ZD $z_☾$ und $z_⊙$ hervor.

b) Ableitung der scheinbaren Distanz. Beobachtet ist der Abstand der Ränder der Gestirne. Für den Mond fügen wir dem geozentrischen Radius die parallaktische Vergrößerung (Tafel 25) hinzu und gehen mit Hilfe der Tafeln 26a, b auf den schrägen durch Refraktion verkürzten Radius in Richtung der Distanz über. Bringt man den einen oder beide verbesserten Radien an die gemessene Distanz an, so gewinnt man die scheinbare Mittelpunktsdistanz D der Gestirne.

c) Übergang auf die wahre Distanz im Erdmittelpunkt. Wir rechnen direkt mit vierstelligen Logarithmen die I. und II. Korrektion der scheinbaren Distanz nach:

$$\mathrm{I} = -\Pi_1 \cos z_⊙ \operatorname{cosec} D \qquad \mathrm{II} = \Pi_1 \cos z_☾ \operatorname{cotg} D$$

und entnehmen dann in der schon beschriebenen Weise die ferneren Verbesserungen den Tafeln, mit deren Hilfe man ohne das Azimut des Mondes zu kennen den Unterschied

$$D_0 - D = \mathrm{I} + \mathrm{II} + \mathrm{III} + \mathrm{IV} + \mathrm{V} + \mathrm{VI} + \mathrm{VII}$$

findet. Bei Fixsternen fällt VII fort.

d) Ableitung der Greenwich-Zeit. Seit zehn und mehr Jahren enthalten die selbständigen großen Ephemeriden (Nautical Almanac London, Connaissance des temps Paris, American ephemeris Washington) keine Vorausberechnungen der geozentrischen Monddistanzen mehr. Nur das Nautische Jahrbuch (Berlin) bringt noch eine beschränkte Anzahl ausgewählter Distanzen. In den meisten Fällen muß man daher ohne Distanzephemeride die Schlußrechnung anlegen. Am zweckmäßigsten dürfte man in folgender Weise vorgehen.

Mit Hilfe der gegißten Länge λ' des Beobachtungsortes leitet man die genäherte Greenwich-Zeit T' der Beobachtung ab, entnimmt für diese Zeit der Ephemeride die geozentrischen Örter $\alpha_☾$, $\delta_☾$, $\alpha_\odot$, $\delta_\odot$ von Mond und Gestirn und bestimmt die geozentrische Distanz D_R entweder aus:

$$\operatorname{tang} M = \operatorname{tang} \delta_☾ \sec(\alpha_\odot - \alpha_☾)$$
$$\cos D_R = \sin \delta_☾ \cos(M - \delta_\odot) \operatorname{cosec} M$$

oder durch:

$$\operatorname{tang} M = \operatorname{tang} \tfrac{1}{2}(\alpha_\odot - \alpha_☾) \cos \tfrac{1}{2}(\delta_\odot + \delta_☾) \operatorname{cosec} \tfrac{1}{2}(\delta_\odot - \delta_☾)$$
$$\sin \tfrac{1}{2} D_R = \sin \tfrac{1}{2}(\alpha_\odot - \alpha_☾) \cos \tfrac{1}{2}(\delta_\odot + \delta_☾) \operatorname{cosec} M$$

Rechnet man Distanzen $> 50^\circ$ nach der cos D-Formel, solche $< 50^\circ$ nach der $\sin \frac{1}{2}$ D-Formel, so erzielt man bei fünfstelliger Rechnung eine Mindestgenauigkeit von $5''$ in D_R. Ob im einzelnen Falle diese Reduktionsschärfe genügt, hängt von der Qualität der Beobachtung ab. Sechsstellige Logarithmen reichen immer aus.

Wäre die angenommene Länge λ' richtig, so fänden wir die beobachtete wahre Distanz D_o gleich der berechneten D_R. Das ist im allgemeinen nicht der Fall und man muß die Verbesserung der angenommenen Länge oder Greenwich-Zeit ermitteln. Zu dem Zwecke sei:

$d\alpha$ die Änderung der Rektaszension des Mondes in 1^m mittlerer Zeit in Bogensekunden

$d\delta$ die Änderung der Deklination des Mondes in 1^m mittlerer Zeit

dD die Änderung der Monddistanz in 1^m mittlerer Zeit.

Dann haben wir

$$dD = \frac{\cos\delta_☾ \cos\delta_\odot \sin(\alpha_☾ - \alpha_\odot)}{\sin D_o} \cdot d\alpha - \frac{\cos\delta_☾ \sin\delta_\odot - \sin\delta_☾ \cos\delta_\odot \cos(\alpha_☾ - \alpha_\odot)}{\sin D_o} \cdot d\delta$$

und die Verbesserung dT der angenommenen Greenwich-Zeit wird:

$$dT = 60 \cdot \frac{D_o - D_R}{dD} \text{ in Zeitsekunden.}$$

Der Koeffizient von $d\delta$ läßt sich leicht logarithmisch gestalten. Wenn

$$\operatorname{tang} w = \operatorname{tang} \delta_\odot \sec(\alpha_☾ - \alpha_\odot)$$

so schreibt sich der Ausdruck für dD:

$$dD = \frac{\cos\delta_☾ \cos\delta_\odot \sin(\alpha_☾ - \alpha_\odot)}{\sin D_o} \cdot d\alpha + \operatorname{cotg} D_o \operatorname{tg}(\delta_☾ - w) \cdot d\delta$$

Das ganze Verfahren soll durch ein Beispiel erläutert werden. (Siehe S. 22/23.)

Dasselbe Beispiel wird in dem vom Reichs-Marine-Amt herausgegebenen Lehrbuch der Navigation[1]) behandelt. Durch eine der aus den Grundformeln von Lexell und Dunthorne abgeleiteten Formeln wird dort gefunden $D_o = 65^\circ 4' 20''$, und dann mit Hilfe der Distanzephemeride des Nautischen Jahrbuches $T = 9^h 0^m 24^s$. Die Übereinstimmung liegt weit innerhalb der Unsicherheiten der Rechnung; denn im „Lehrbuch" wird die direkte Berechnung des $\tan \frac{1}{2} D_o$ nur fünfstellig geführt.

Die Untersuchung der Fehlereinflüsse lehrt, daß Fehler der Zenitdistanzen $z_\odot$ und $z_☾$ in der gesuchten Reduktion der scheinbaren Distanz D auf die wahre D_o nicht viel ausmachen. Ein Fehler von $1'$ in den ZD wird nur selten einen solchen von mehr als $1''$ in dem Werte $D_o - D$ nach sich ziehen. Man sieht daraus, daß man zwei kleine Verbesserungen vernachlässigen darf: einmal die Übertragung $d\delta$ der Deklination des Mondes auf den Normalpunkt (Maximum $0'.4$ in $\delta_☾$) und dann die Korrektion der Höhenparallaxe des Mondes $\Pi_1 \sin z_☾$ wegen des tang-Faktors (Maximum $0'.5$). Beide Täfelchen sind daher auch mehr zum Überblick in den erläuternden Text, nicht in die Tafelsammlung aufgenommen worden.

Den Schluß der Tafelgruppe zur Berechnung von Monddistanzen bildet eine Tafel 34 der genäherten Reduktion der scheinbaren auf wahre Monddistanz für die mittlere Mondparallaxe $\Pi_o = 57'$. Sie erfordert die drei Argumente $z_\odot$, $z_☾$, D. Zum Übergang auf die wirkliche Parallaxe Π ist der Faktor $\frac{\Pi}{\Pi_o}$ hinzugefügt. Als beiläufige Kontrolle der Rechnung mag die Tabelle willkommen sein. Für unser Beispiel entnehmen wir mit $z_\odot = 62^\circ.6$, $z_☾ = 32^\circ.0$, $D = 65^\circ.2$ den Wert $D_o - D = -5'$.

Jede Einstellung des Mondrandes ist mit eigentümlichen von Fall zu Fall schwankenden Beugungs- und Irradiationsfehlern behaftet. Strebt man in polaren Gebieten nach einer möglichst hohen Genauigkeit zur Festlegung eines Fundamentalmeridians, so empfiehlt es sich daher, den Distanzstern nicht auf den Rand, sondern auf eine passende Mondformation zu stellen. Dies läßt mit besonderer Schärfe die sehr regelmäßige, scheinbar elliptische Wallebene Plato zu, in deren auffallend dunkle Fläche nach Erfahrungen des Verf. der helle Sternpunkt mit großer Sicherheit hineingestellt werden kann, selbst mit den gewöhnlichen kleinen Sextantenfernröhrchen. Die Mitte der Formation hat nach Messungen, die J. Franz[2]) auf photographischen Platten vornahm, die selenographischen Koordinaten (l Länge, b Breite):

Wallebene Plato Mitte $l = -9^\circ 10'.8 \quad b = + 51^\circ 25'.8$.

---

[1]) 2. Aufl. Bd. II. S. 391. Berlin 1906.

[2]) J. Franz, Die Randlandschaften des Mondes. Nov. act. K. Leop. D. Ak. 99, Nr. 1. Halle 1913. S. 68, Breslauer Nr. 736, Mittel aus E- und W-Ecke.

Beispiel. 1904 Februar 25 Distanz α Leonis — Mond (entfernter Rand).

$\varphi = +49^\circ\ 15'.0$ Bar. 762 mm

$\lambda = 20^\circ\ 48'.0\ W = 1^h\ 23^m\ 12^s\ W$ Therm. $+20^\circ$

$7^h\ 36^m\ 45^s$ MOZt Beob. $D' = 65^\circ\ 25'\ 31''$ (✻ — ☾Rand)

$8\ 59\ 57$ Grw-Zt $\quad 16\ 13$

$D = 65\ \ 9\ 18$

	☾	✻
α	$5^h\ 33^m\ 7^s$	$10^h\ 3^m\ 17^s$
t	$+0\ 20\ 51$	$-4\ 9\ 19$
δ^0	$+18^\circ\ 3'.1$	$+12^\circ\ 26'.0$
$d\delta$	$+0.3$	

Π $58'\ 35''$
$d\Pi$ $+\ 7$
Π_1 $58\ 42$

$r_☾$ $15'\ 59''$
Vergröß. $+14$
Refr. 0
$16\ 13$

cotg φ	9.93533	9.93533
cos t	9.99820	9.66689
tg N	9.93353	9.60222
N	$40^\circ\ 38'.0$	$21^\circ\ 48'.5$
N + δ	$58\ 41.4$	$34\ 14.5$

lg Π_1	3.5468	lg Π_1	3.5468
cos z_*	9.6624	cos $z_☾$	9.9285
cosec D	0.0422	cotg D	9.6656
lg I	3.2514_n	lg II	3.1409

$$\left.\begin{array}{ll} \mathrm{I} & -1784'' \\ \mathrm{II} & +1383 \end{array}\right\} -401''$$

$$\begin{array}{ll} \mathrm{III} & +\ 96 \\ \mathrm{IV} & +\ 4 \\ \mathrm{V} & \ \ 0 \\ \mathrm{VI} & +\ 1 \\ \hline & -300 \end{array}$$

$D_0 - D = -\ 5'\ 0''$
$D_0 = 65^\circ\ 4'\ 18''$

$T' = 8^h\ 59^m\ 57^s$

	α	δ
☾	$5^h 33^m 7^s.35$	$+18^\circ\ 3'\ 8''.2$
✻	$10\ \ 3\ 17.35$	$+12\ 25\ 57.5$
$\alpha_* - \alpha_☾$	$4\ 30\ 10.00$	

tg $\delta_☾$	9.51312	sin $\delta_☾$	9.49120
sec$(\alpha_* - \alpha_☾)$	0.41792	cos$(M - \delta_*)$	9.94578
tg M	9.93104	cosec M	0.18772
M	$+40^\circ 28' 12''$	cos D_R	9.62470
$M - \delta_*$	$+28\ \ 2\ 14$		

D_R $65^\circ\ 4'\ 35''$
$D_0 - D_R$ $-17''$

Z	$62^\circ\ 38'.3$	$31^\circ\ 58$
$4.1\,\varrho$	7.6	2.5
$Z - 4.1\,\varrho$	62 30.7	31 56.4

cos$(Z - 4.1\,\varrho)$	9.6643
cos$(z - 4.1\,\varrho)$	9.9287
tg N	9.7356
N	$28^\circ.54$

A $+\ 137''.7$
B $-\ 48.6$
A + B $+\ 89.1$ lg 1.9499
cosec D 0.0422
$+98''$ lg Refr. 1.9921
Bar./Thm. $-\ 2$
III $= +96$

$+4''$
0
IV $= +4$

$+5''$
-3
$+2$
VI $= +1$

$\sin\varphi$	9.87942	9.87942
$\sin(N+\delta)$	9.93165	9.75027
$\sec N$	0.11982	0.03225
$\cos z$	9.93089	9.66194
$z_{1☾}$	31° 28′.4	62° 40′.1
$\Pi_1 \sin z_{1☾}$	+ 30.7	
Korr.	+ 0.4	
	31 59.5	
Refr.	— 0.6	— 1.8
$z_☾$	31 58.9	62 38.3

$z_☾$	32°.0	s	79°.9	cosec	0.007
$z_\odot$	62.6	$s-z_☾$	47.9	sin	9.870
D	65.2	s—D	14.7	sin	9.404
	159.8	$s-z_\odot$	17.3	cosec	0.527
				$\mathrm{tg}\,\frac{1}{2} q_☾$	9.808
				$q_☾$	65°.4

$d\alpha + 2^s.42 = +36''.3 \qquad d\delta + 1''.4$

$\mathrm{tg}\,\delta_*$	9.3434
$\sec(\alpha_☾-\alpha_*)$	0.4179
$\mathrm{tg}\,w$	9.7613
w	+ 29°59′.7
$\delta_☾ - w$	— 11°56′.6

$\cos\delta_☾$	9.9781	$\mathrm{cotg}\,D$	9.6672
$\cos\delta_*$	9.9897	$\mathrm{tg}(\delta_☾-w)$	9.3254_n
$\sin(\alpha_☾-\alpha_*)$	9.9657_n		8.9926_n
cosec D	0.0425	$\lg d\delta$	0.1461
	9.9760_n		9.1387_n
$\lg d\alpha$	1.5599		
	1.5359_n		

$1.5359_n - 34''.35$

$\qquad - 0.14$

$dD = -34''.5 \quad \lg$	1.5378_n
$\lg(D_o - D_R)$	1.2304_n
	9.6926
lg 60	1.7782
$dT = +29^s.6 \quad \lg dT$	1.4708

$T = 9^h\, 0^m\, 26^s.6$

Die Berechnung derartiger Beobachtungen ist allerdings ziemlich umständlich.

35. Zur Berechnung der Distanz naher Sterne.

Die Distanz naher Sterne braucht man z. B. bei der Untersuchung von Mikrometerschrauben, bei der Bestimmung der Brennweite von Objektiven aus den linearen Dimensionen auf photographischen Platten, bei der Reduktion photographischer oder heliometrischer Messungen.

Durch das Täfelchen 35, das für Abstände bis $6500'' = 1^\circ 48' 20''$ ausreicht, wird die sphärische Rechnung zurückgeführt auf die einfachen Formeln:

$$\log \operatorname{tang} N = \log \Delta\alpha^{(s)} - \log \Delta\delta^{('')} + \log \sqrt{\cos \delta_1 \cos \delta_2} + a + b$$
$$\log \sin \tfrac{1}{2} s = \log \Delta\delta^{('')} - b - \log \cos N$$
$$\log s^{('')} = \log \sin \tfrac{1}{2} s + b$$

$\Delta\alpha$ ist dabei in Zeitsekunden, $\Delta\delta$ in Bogensekunden vorausgesetzt und s wird in Bogensekunden erhalten. Für Winkel N geht man nur von tang auf cos über.

Beispiel.	α_1 $4^h 20^m 23^s.422$		δ_1 $+14^\circ 27' 51''.35$	
	α_2 4 22 42.165		δ_2 + 15 54 54.28	
	$\Delta\alpha$ $138^s.743$		$\Delta\delta$ $5222''.93$	
$\lg \Delta\alpha$	2.142211	$\lg \Delta\delta$	3.717914	
$\operatorname{cpl} \lg \Delta\delta$	6.282086	cpl b	4.384533	
$\sqrt{\cos \delta_1 \cos \delta_2}$	9.984518	sec N	0.029943	
a	5.560634	$\sin \frac{1}{2} s$	8.132390	
b	5.615467	b	5.615468	
tg N	9.584916	lg s	3.747858	$s = 5595''.75$

Zur Verbesserung einer gemessenen Distanz wegen Refraktion dient Tafel 14.

36, 37. Präzession.

Den Tafeln 36a, b der Präzession in Rektaszension und Deklination, p_α und p_δ, liegen die Präzessionskonstanten für 1925·0 nach Newcomb zugrunde.

Die nächste Tafel 37 der Werte m, n (gleichfalls nach Newcomb) dient der genaueren Berechnung der Präzession bei der Übertragung von Sternörtern auf verschiedene Äquinoktien. Bedeuten α_1, δ_1 die Koordinaten für das Äquinox t_1 und α_2, δ_2 jene für t_2, sei ferner α', δ' der genäherte Sternort für die mittlere Zeit $\frac{1}{2}(t_1 + t_2)$ und $\tau = t_2 - t_1$, so hat man:

$$\alpha_2 = \alpha_1 + m^{(s)}\tau + n^{(s)}\tau \sin \alpha' \operatorname{tg} \delta'$$
$$\delta_2 = \delta_1 + n^{('')}\tau \cos \alpha'$$

Log $m^{(s)}$, $\log n^{(s)}$, $\log n^{('')}$ entnimmt man für die Zeit $\frac{1}{2}(t_1 + t_2)$ der Tafel 37. α', δ' bildet man leicht mit Hilfe der beiden Täfelchen 36a, b der genäherten Werte p_α, p_δ. Die zeitlichen Grenzen der Tafel für m, n sind soweit ausgedehnt, daß sie alle Sternkataloge seit Bradley umfaßt. Für Vergleichsternörter, wie man sie zu Planeten- und Kometenbeobachtungen auf $0^s.01$ und $0''.1$ genau braucht, genügt die Stellenzahl der Werte m, n immer. Daß die Genauigkeit der Übertragung auf moderne Äquinoktien für die alten Kataloge abnimmt, verschlägt nichts, da deren innere Unsicherheit die der Übertragung weit übersteigt. Für Polsterne ist das Rechnungsverfahren nicht mehr zulässig.

Die jährliche Präzession p_α, p_δ für den Ort α, δ ergibt sich aus

$$p_\alpha = m^{(s)} + n^{(s)} \sin\alpha \operatorname{tg}\delta$$
$$p_\delta = n^{('')} \cos\alpha$$

Beispiel 1. τ Piscium. Epoche und Äquinox $t_1 = 1875{\cdot}0$; zu übertragen auf $t_2 = 1900.0$. μ_α, μ_δ Eigenbewegung in AR und Dekl.

α_1	$1^h\ 4^m\ 46^s.785$	δ_1	$+29°\ 25'\ 31''.49$	$\mu_\alpha + 0^s.00555$
12.5 × p	+ 41.1		+ 4 1	$\mu_\delta - 0''.0413$
α'	1 5 27.9	δ'	+ 29 29 32	$\frac{1}{2}(t_1 + t_2) = 1887.5$
Präz.	+ 1 22.128		+ 8 0.89	lg τ 1.39794
EB	+ 0.139		— 1.03	lg $m^{(s)}$ 0.48744
α_2	1 6 9.052	δ_2	+ 29 33 31.35	lg $n^{(s)}$ 0.12597

sin α'	9 44990
tg δ'	9.75250
lg $n^{('')}$	1.30206
cos α'	9.98204
$+ 76^s.803$	1.88538
+ 5.325	0.72631
$+ 480''.89$	2.68204

In Übereinstimmung mit den strengen Werten.

Selbst für den folgenden extremen Fall bei nahe $\delta = +80°$ wird im Ort noch die Genauigkeit von $0^s.01$, $0''.1$ gewahrt.

Beispiel 2. 47 H Cephei. Epoche und Äquinox $t_1 = 1875.0$; zu übertragen auf $t_2 = 1900.0$.

				$\mu_\alpha - 0^s.01125$
α_1	$2^h 49^m 33^s.643$	δ_1	$+ 78°\ 55'\ 16''.96$	$\mu_\delta + 0''.0210$
12.5 × p	+ 1 36.5		+ 3 4	$\frac{1}{2}(t_1 + t_2) = 1887.5$
α'	2 51 10.1	δ'	+ 78 58 21	lg τ 1.39794
Präz.	+ 3 13.274		+ 6 7.78	lg $m^{(s)}$ 0.48744
EB	— 0.281		+ 0.53	lg $n^{(s)}$ 0.12597
α_2	$2^h 25^m 46^s.636$ 52	δ_2	$+ 79°\ 1'\ 25''.27$	sin α' 9.83208

tg δ'	0.71023
lg $n^{('')}$	1.30206
cos α'	9.86559
$+ 76^s.803$	1.88538
+ 116.471	2.06622
$+ 367''.78$	2.56559

Strenger Wert: $46^s.642$, $25''.28$, also nur $0^s.001$ Fehler im Bogen größten Kreises.

Die Anwendung der Größen p, log π, Π wird in den Formeln zur theoretischen Astronomie, Tafel 67, gelehrt.

In der Rubrik ε steht die mittlere Schiefe der Ekliptik.

38. Differenzielle Präzession.

Die Tafeln 38a vermitteln die bequeme Übertragung von Rektaszensions- und Deklinationsdifferenzen auf andere Äquinoktien. Setzen wir

$$A = 10 \cdot n \sin 1' \cos\alpha \operatorname{tg}\delta$$
$$B = 10 \cdot \tfrac{1}{15} n \sin 1' \sin\alpha \sec^2\delta$$
$$C = -10 \cdot 15 n \sin 1' \sin\alpha$$

so hat man für die differenzielle Präzession P′ die folgenden Ausdrücke:

$$10 \cdot P'(\alpha) = A \cdot \Delta\alpha^m + B \cdot \Delta\delta' \qquad \Delta\alpha \text{ in Zeitminuten}$$
$$10 \cdot P'(\delta) = C \cdot \Delta\alpha^m \qquad \Delta\delta \text{ in Bogenminuten}$$

Die Größen A, B, C enthalten die Tafeln, die mit einer Konstante

$$n = 20''0447 \text{ für } 1925.0 \text{ (nach Newcomb)}$$

gerechnet sind. Als Tafelargument dient der mittlere Ort (α_m, δ_m) der verbundenen Gestirne für die Mittelepoche.

Beispiel. Es sei

1900·0	$\Delta\alpha$ — $6^m\,22^s54$	$\Delta\delta$ + 8′ 9″2
1909·0	α_m $2^h\,12^m5$	δ_m + 61° 18′

auf Äquinox 1918·0 zu übertragen. Wir finden

A + 0ˢ090	$A \cdot \Delta\alpha^m$ — 0ˢ574	C — 0″478	$C \cdot \Delta\alpha^m$, $10 \cdot P'(\delta)$ + 3″11
B + 0.009	$B \cdot \Delta\delta'$ + 0.073		
	$10 \cdot P'(\alpha)$ — 0.501		$18 \cdot P'(\delta)$ + 5.59
	$18 \cdot P'(\alpha)$ — 0.902		

Also 1918·0 $\Delta\alpha$ — $6^m\,23^s44$ $\Delta\delta$ + 8′ 14″8

Für die Präzession in Positionswinkel P′(p) (Tafel 38b) besteht die Formel:

$$10 \cdot P'(p) = 10 \cdot n \sin\alpha \sec\delta$$

wo n in Bogenminuten ausgedrückt, n = 0′33408, ist.

Beispiel. Den Positionswinkel 1900.0 p = 218° 22′3 auf 1918.0 zu übertragen. α_m, δ_m wie im vorhergehenden Beispiel.

Man entnimmt der Tafel $10 \cdot P'(p)$ + 3′82
und hat $18 \cdot P'(p)$ + 6.88

Also 1918.0 p = 218° 29′2

39. Aberration in Positionswinkel und Distanz.

Die Tafeln 39 geben die Wirkung der Aberration in Positionswinkel p und Distanz s.

Setzen wir:

$$c = \operatorname{tg}\varepsilon \sin\delta + \sin\alpha\cos\delta \qquad \text{Schiefe der Ekliptik}$$
$$d = \cos\alpha\cos\delta \qquad \varepsilon = 23^\circ\,27'$$

und bedeuten C und D die Besselschen Größen zur Reduktion auf scheinbaren Ort:

$$C = -20''47 \cos\odot \cos\varepsilon \qquad D = -20''47 \sin\odot$$

$\odot$ wahre Länge der Sonne,

so gelten für die Aberration $\varDelta$p in Positionswinkel und $\varDelta$s in Distanz die Formeln:

$$\varDelta p = -\left(\frac{C}{60}\cos\alpha + \frac{D}{60}\sin\alpha\right)\operatorname{tang}\delta$$
$$\varDelta s = \{c\,(1000 \sin 1''\cdot C) - d\,(1000\sin 1''\cdot D)\}\cdot\frac{s}{1000}$$

wo s in Bogensekunden ausgedrückt und $\varDelta$p in Bogenminuten, $\varDelta$s in Bogensekunden erhalten wird. Die Vorzeichen verstehen sich im Sinne des Überganges vom beobachteten auf den aberrationsfreien Wert.

Nun wurden tabuliert die Größen:

$$K = -\left(\frac{C}{60}\cos\alpha + \frac{D}{60}\sin\alpha\right)$$
$$L = c\,(1000\sin 1''\cdot C) - d\,(1000\sin 1''\cdot D)$$

und damit kommt einfach:

$$\varDelta p = K \operatorname{tang}\delta \qquad \varDelta s = \frac{s}{1000}L$$

Die Tafelgröße L ist die Aberration für s = 1000″. Die von Jahr zu Jahr nicht viel schwankenden Besselschen Werte C und D entstammen dem Berliner Jahrbuch 1918 für den mittleren Greenwicher Mittag des betreffenden Tages.

Die Einheiten für K sind die 0ʹ01, für L die 0″01.

Die Tafeln reichen für die meisten Messungen in p und s aus. Bei sehr großen Distanzen werden die Tafeln immer noch als Kontrolle willkommen sein.

Beispiel. Sept. 11 $\quad \alpha = 14^h\,22^m \quad \delta = -24^\circ.2$

$p = 133^\circ\,24'2 \quad s = 1522''13$

Man findet

$K = +21 \qquad \varDelta p = -0'09$

$L = -\;7 \qquad \varDelta s = -0''11$

40. Ellipsoidische Erdfigur.

Die Tafel der Dimensionen des Erdellipsoids mit dem Argument der geographischen Breite φ beruht auf den Werten

$$\text{Äquatorradius } a = 6378200 \text{ m (Helmert}^{1}\text{), 1907)}$$

$$\text{Abplattung } \alpha = \frac{1}{297{\cdot}0} \text{ (Hayford}^{2}\text{), 1909).}$$

Diese Abplattung wurde von der Pariser Ephemeridenkonferenz 1911 angenommen.

Die Hilfsgrößen S und C erleichtern die Bildung der Ausdrücke $\varrho \sin \varphi'$ und $\varrho \cos \varphi'$, wo φ' die geozentrische Breite bedeutet. Es ist

$$S = \frac{1 - e^2}{\sqrt{1 - e^2 \sin^2 \varphi}} \qquad C = \frac{1}{\sqrt{1 - e^2 \sin^2 \varphi}} \qquad e = \sqrt{2\alpha - \alpha^2}$$

und dann

$$\varrho \sin \varphi' = S \sin \varphi \qquad \varrho \cos \varphi' = C \cos \varphi$$

Um in $\log \varrho$ die Seehöhe h des Beobachtungsortes zu berücksichtigen, hat man die Verbesserung anzubringen

$$\Delta \log \varrho^{\mathrm{VI}} = 0.06810 \times h.$$

h wird in Metern ausgedrückt, $\Delta \log \varrho$ in Einheiten der sechsten Dezimale erhalten.

Täfelchen für $\Delta \log \varrho$.

h	$\Delta \log \varrho$	
0^m	0.0^{VI}	
		6.8
100	6.8	
		6.8
200	13.6	
		6.8
300	20.4	
		6.8
400	27.2	
		6.8
500	34.0	
		6.9
600	40.9	
		6.8
700	47.7	
		6.8
800	54.5	
		6.8
900	61.3	
		6.8
1000	68.1	
2000	136.2	
3000	204.3	
4000	272.4	
5000	340.5	

[1] F. R. Helmert, Bericht über die Tätigkeit des Zentralbur. der Internat. Erdmess. im Jahre 1906. Berlin 1907, S. 5.

[2] J. F. Hayford, Supplem. Investig. in 1909 of the fig. of the earth and isostasy. Washington 1910, S. 39 u. 54.

41. Sphäroidische Übertragung von Breiten, Längen und Azimuten.

Eine häufig wiederkehrende geodätische Hauptaufgabe besteht in der Übertragung der geographischen Lage auf der sphäroidischen Erdoberfläche. Bezeichnen wir mit

φ die geographische Breite des Ausgangspunktes
A das geodätische nordöstliche Azimut der Richtung nach dem Endpunkt
s die Entfernung beider Punkte oder die Länge der geodätischen Linie
φ' die geographische Breite des Endpunktes
A' das nordöstliche Azimut der Richtung nach dem Ausgangspunkt
l den sphäroidischen Längenunterschied beider Punkte,

so haben wir es zunächst mit der Aufgabe zu tun: aus φ und A im Ausgangspunkt und der linearen Entfernung s die Werte φ', A', l im Endpunkt zu berechnen. Ist nun ferner R der Krümmungshalbmesser im Meridian, N der Krümmungshalbmesser in 90° Azimut, $\delta = \frac{a^2 - b^2}{b^2}$, so können wir die gesuchten Unterschiede $\varphi' - \varphi$ und l des Endpunktes gegen den Ausgangspunkt der Strecke s in folgende Reihe nach Potenzen von s entwickeln:

$$\varphi' - \varphi = \frac{s\varrho}{R}\cos A - \frac{s^2\varrho}{2RN}\operatorname{tang}\varphi\sin^2 A - \frac{s^3\varrho}{6RN^2}(1+3t^2)\sin^2 A\cos A$$
$$-\frac{3\delta s^2\varrho}{4RN}\sin 2\varphi\cos^2 A$$

$$l\cos\varphi = \frac{s\varrho}{N}\sin A + \frac{s^2\varrho}{N^2}\operatorname{tang}\varphi\sin A\cos A + \frac{s^3\varrho}{3N^3}(1+3t^2)\sin A$$
$$-\frac{s^3\varrho}{3N^3}(1+4t^2)\sin^3 A$$

$$t = \operatorname{tang}\varphi \qquad \varrho = 206264''806\ [5.3144251]$$

Nachdem $\varphi' - \varphi$ und l bekannt, rechnen wir A' mit Hilfe der bequemen und sehr genauen Mittelbreitenformel

$$A' - A = 180° + l\sin\frac{\varphi' + \varphi}{2}$$

Nun führen wir zur Umgestaltung folgende Abkürzungen ein:

$$u = s\cos A \qquad v = s\sin A$$

$$i = \frac{(1)(2)}{2\varrho}\operatorname{tang}\varphi \qquad k = \frac{(2)^2}{\varrho}\operatorname{tang}\varphi \qquad \log\frac{1}{2\varrho} = 4.38454 - 10 \qquad \log\frac{1}{\varrho} = 4.68557 - 10$$

wo (1) und (2) die Schreiberschen Größen bedeuten:

$$(1) = \frac{\varrho}{R} \qquad (2) = \frac{\varrho}{N}$$

Unsere Reihen gehen dann über in:

$$\varphi' - \varphi = u(1) - v^2 i - \frac{1}{6\varrho^2}(1)(2)^2(1 + 3t^2)\cdot v^2 u - \frac{3\delta}{4\varrho}(1)(2)\sin 2\varphi \cdot u^2$$

$$l\cos\varphi = v(2) + vuk + \frac{1}{3\varrho^2}(2)^3(1 + 3t^2)\cdot s^2 v - \frac{1}{3\varrho^2}(2)^3(1 + 4t^2)\cdot v^3$$

und die Tabulierung legen wir in folgender Weise an. Außer einer Tafel für log i und log k nach Argument φ berechnen wir:

$$\beta_1 = -\frac{1}{6\varrho^2}(1)(2)^2(1 + 3t^2)\cdot v^2 u \qquad \mu_1 = +\frac{1}{3\varrho^2}(2)^3(1 + 3t^2)\cdot s^2 v$$

$$\beta_2 = -\frac{3\delta}{4\varrho}(1)(2)\sin 2\varphi \cdot u^2 \qquad \mu_2 = -\frac{1}{3\varrho^2}(2)^3(1 + 4t^2)\cdot v^3$$

und ordnen β_1, β_2, μ_1, μ_2 mit den zwei Argumenten φ und der Reihe nach $\log v^2 u$, $\log u^2$, $\log s^2 v$, $\log v^3$ an. Damit lauten die bequemen Gebrauchsformeln:

$$\varphi' - \varphi = u(1) - v^2 i + \beta_1 + \beta_2$$

$$l\cos\varphi = v(2) + vuk + \mu_1 + \mu_2$$

$$A' - A = 180^\circ + l\sin\left(\varphi + \frac{\varphi' - \varphi}{2}\right)$$

Die Tafeln sind soweit ausgedehnt, daß sie bis zu $s = 32$ km benutzt werden können. Darüber hinaus verliert die Formel in unseren Breiten schnell an Genauigkeit, aber bis zu dieser Grenze wird man nur selten um mehr als 0″001 in φ und l, und 0″01 im Azimut fehlen. Selbst für eine Seite von $s = 38.8$ km in $\varphi = 53^\circ$ ergaben sich gegen Schreibers Methode nur Abweichungen von 0″001 in φ, 0″002 in λ und 0″01 in A; dabei hatten die Hilfstäfelchen stark extrapoliert werden müssen.

Die Vorzüge der Rechnung liegen in der Einfachheit aller Operationen und in der Einheitlichkeit des Argumentes; als solches kommt in Breite nur φ des Ausgangspunktes in Frage. Ebenso klar sind die Vorzeichenregeln für die Korrektionen.

Die Maximalbeträge, zu denen die zweiten Glieder $v^2 i$ und vuk im Rahmen der Tafel bei $\varphi = 60^\circ$ ansteigen, belaufen sich auf 4″4; sie werden also durch 4stellige logarithmische Rechnung gerade auf 0″001 ermittelt und besitzen dann jene Genauigkeit, die dieser abgekürzten Reihe bis $s = 32$ km innewohnt.

Die beigegebenen Tafeln erstrecken sich über die mittleren Breiten 40°—60° und beruhen auf Bessels Erdfigur, im Gegensatz zu unsern astronomischen Zwecken dienenden Erdtafeln, denen das Ellipsoid nach Helmert-Hayford zugrunde liegt. Da indes viele

Landesaufnahmen europäischer Staaten, darunter die an Areal ausgedehntesten, die Besselschen Werte benutzen, sind auch die Tafeln zur sphäroidischen Übertragung damit gerechnet.

Besonders vorteilhaft gestaltet sich die Reihenentwicklung für niedere Breiten, also für koloniale Vermessungen. Die Korrektionsglieder werden dann wegen der auftretenden Faktoren tang φ, sin 2φ möglichst klein, wie die folgende Übersicht zeigt.

Maximale Beträge der Korrektionsglieder für s = 31623 m [log s = 4.50000] bei

	$\varphi = 0°$	30°
$v^2 i$	0	1″47
vuk	0	1.46
β_1	0″002	0.004
β_2	0	0.022
μ_1	0.008	0.017
μ_2	0 008	0.020

Die Tafeln werden in Äquatornähe noch bequemer im Gebrauch und die Übertragungsschärfe ist für jene Regionen mehr als genügend; denn über 4 cm Punktfehler bei 35 km Seitenlänge kann nicht vorkommen. Südwestafrika, Ostafrika, Neuguinea, die Südseeinseln sind Länder, in denen diese Reihenentwicklung praktisch vollständige Schärfe erzielen würde. Vielfache Kontrollrechnungen haben gelehrt, daß die Methode auch in unsern Breiten selten um mehr als 5 cm fehlt.

Tafeln für die Schreiberschen Größen (1) und (2) mit Bessels Konstanten, die ebenfalls zur Hand sein müssen, wurden an vielen Stellen veröffentlicht; erwähnt seien nur Th. Albrecht, Formeln u. Hilfstafeln f. geogr. Ortsbest. 4. Aufl. Leipzig 1908. Taf. 32k. — L. Ambronn, J. Domke, Astron.-geodätische Hilfstafeln. Berlin 1909. Taf. 29. — W. Jordan, Handb. d. Vermessungskunde. III. Bd. 6. Aufl. Stuttgart 1916. S. [9] und [30]. — Rechnungsvorschr. f. d. trigon. Abteil. d. Landesaufnahme. Formeln und Tafeln zur Berechnung der geographischen Koordinaten. Erste, zweite, dritte Ordnung. Berlin.

Liegt die umgekehrte Aufgabe vor, d. h. sollen die Azimute A, A′ und die Länge s der geodätischen Linie aus den Breiten- und Längendifferenzen abgeleitet werden, so kann man ohne neue Tafeln durch folgende einfache Formeln zum Ziel gelangen:

$$\operatorname{cotg} \tfrac{1}{2}(A' + A) = -\frac{(1)\,l}{(2)(\varphi' - \varphi)} \cos \tfrac{1}{2}(\varphi' + \varphi)$$

$$A' - A = 180° + l \sin \tfrac{1}{2}(\varphi' + \varphi)$$

$$s = \frac{\varphi' - \varphi}{(1) \sin \tfrac{1}{2}(A' + A)} = -\frac{l \cos \tfrac{1}{2}(\varphi' + \varphi)}{(2) \cos \tfrac{1}{2}(A' + A)}$$

Die Formel wahrt bei mittleren Breiten bis $s = 32$ km ungünstigsten Falles in A die Genauigkeit von $0''.1$ und in s diejenige von 4 cm. Der Unsicherheit von $0''.1$ in A entspricht bei $s = 32$ km eine Querverschiebung von 1.5 cm.

Das folgende Beispiel gilt für eine Seitenlänge von $s = 30.2$ km. Die Schreibersche Methode führte auf genau identische Ergebnisse für φ', λ', A'.

Beispiel.

φ	$53^\circ\ 19'\ 41''.380$
λ	19 34 56.747
A	155 56 17.78
lg s	4.4797926
cos A	9.9605215_n
sin A	9.6103627
lg u	4.4403141_n
lg (1)	8.5098869
	2.9502010_n
u (1)	$-891''.663$
$-v^2 i$	$-$ 0.515
β_1	$+$ 4
β_2	$-$ 19
$\varphi' - \varphi$	$-14'\ 52''.193$
φ'	$53^\circ\ 4'\ 49''.187$
lg v	4.0901553
lg (2)	8.5088473
	2.5990026
v (2)	$+397''.194$
vuk	$-$ 2.300
μ_1	$+$ 19
μ_2	$-$ 5
$l \cos\varphi$	$+$ 394.908
$\lg l \cos\varphi$	2.5964959
$\cos\varphi$	9.7761423
lg l	2.8203536
l	$+11'\ 1''.232$
lg l	2.8203536
$\sin\varphi_m$	9.9035109
$\lg l \sin\varphi_m$	2.7238645
$l \sin\varphi_m$	$+$ $8'\ 49''.498$
$A' - A$	$180^\circ\ 8'\ 49''.50$
A'	336 5 7.28
λ'	19 45 57.979

φ_m	$53^\circ\ 12'\ 15''.28$
$\lg v^2$	8.1803
lg i	1.5313
	9.7116
$\lg v^2 u$	12.6206
lg v	4.0902
lg u	4.4403_n
lg k	1.8313
	0.3618_n
lg s	8.9596
$\lg s^2 v$	13.0498
$\lg v^3$	12.2705

42. Meridianbogen M vom Äquator bis zur Breite φ.

Bei der Berechnung rechtwinkliger sphäroidischer Koordinaten auf der Erdoberfläche und für kartographische Entwürfe mancherlei Art braucht man vielfach die lineare Länge M des Meridianbogens vom Äquator bis zur vorgelegten Breite φ. Die kurze Tafel 42a enthält diesen Wert in solcher Ausdehnung, daß man ihr die Größe M für jede beliebige Breite zwischen 0° und 90° entnehmen kann.

Den Tafeln liegt wieder aus den in Nr. 41 (S. 30) dargelegten Gründen Bessels Erdfigur zugrunde. Das Intervall beträgt zwar einen vollen Grad, die beigefügten Interpolationsgrößen erlauben indes die bequeme Ableitung aller Zwischenwerte auf 1—2 cm genau. Zu dem Zwecke steht hinter der I. Differenz der 7stellige $\log \varDelta(1'')$, wo $\varDelta(1'') = \frac{\text{I. Diff.}}{3600}$ ist, und dann folgt die Spalte der natürlichen II. Differenzen. Beigegeben wurden noch die Interpolationsfaktoren der II. Differenzen für Minutenunterteilung (Tafel 42b). Am besten geht man bei der Interpolation vom nächst gelegenen Tafelwert aus und berechnet den Einfluß der II. Differenzen mit dem Rechenschieber; die III. Differenzen machen innerhalb der angestrebten Genauigkeit von 0.01 m nichts mehr aus.

Beispiel 1.	$\varphi = 48^\circ\, 12'\, 34''\!.742$	II. D. + 19.35
	(754''.742)	
M(48°) 5317885.23	$\log \varDelta(1'')$ 1.4897534	+ 23310.52
+ 23308.92	2.8777985	— 1.60
M = 5341194.15 m	4.3675519	+ 23308.92
(Strenger Wert .150)		

Beispiel 2.	$\varphi = 52^\circ\, 37'\, 32''\!.671$	II. D. + 18.86
	(— 22 27.329 = — 1347''.329)	
M(53°) 5874014.72	$\log \varDelta(1'')$ 1.4900524	— 41641.47
— 41643.68	3.1294737 n	— 2.21
M = 5832371.04 m	4.6195261 n	— 41643.68
(Strenger Wert .046)		

43. Parallaktische Faktoren.

Die Tafel erleichtert die Berechnung der parallaktischen Faktoren. Sie beruht auf der Sonnenparallaxe $\pi = 8''\!.80$ und der von der Pariser Ephemeridenkonferenz vom Oktober 1911 für den Gebrauch der astronomischen Jahrbücher angenommenen Erdabplattung $\alpha = \frac{1}{297}$ (für Erdradius ϱ zum Beobachtungsort). Dreistellige Rechnung genügt für alle Kometen und die gewöhnlichen Beobachtungen der kleinen Planeten.

Ist α, δ der geozentrische, α', δ' der topozentrische Ort des Gestirns, t sein Stundenwinkel, Δ sein Erdabstand, so hat man als Parallaxe in α und δ zum Übergang vom beobachteten topozentrischen auf den geozentrischen Ort:

$$(\alpha - \alpha')^s = \frac{1}{\Delta}(\pi\varrho \cos\varphi')^s \sin t \sec\delta$$

$$\operatorname{tang}\gamma = \operatorname{tang}\varphi' \sec t \qquad \gamma < 180^\circ$$

$$(\delta - \delta')'' = \frac{1}{\Delta}(\pi\varrho \sin\varphi')'' \sin(\gamma - \delta) \operatorname{cosec}\gamma$$

Beispiel. $\varphi = +48^\circ 35'$ $t = -3^h 18^m\!.4$ $\delta = +8^\circ 27'$ $\log\Delta = 9.827$

$\lg(\pi\varrho\cos\varphi')^s$	9.590	$\operatorname{tg}\varphi'$	0.052	$\lg(\pi\varrho\sin\varphi')''$	0.817
$\sin t$	9.882_n	$\sec t$	0.188	$\sin(\gamma-\delta)$	9.894
$\sec\delta$	0.005	$\operatorname{tg}\gamma$	0.240	$\operatorname{cosec}\gamma$	0.062
$\lg(1:\Delta)$	0.173	γ	$60^\circ\!.1$	$\lg(1:\Delta)$	0.173
$\lg(\alpha-\alpha')^s$	9.650_n	$\gamma-\delta$	$+51.6$	$\lg(\delta-\delta')''$	0.946
$\alpha-\alpha'$	$-0^s\!.447$			$\delta-\delta'$	$+8''\!.83$

44. Dimensionen der Erde.

Der Tabelle der Erddimensionen liegt zugrunde der Äquatorradius $a = 6378200.00$ m nach Helmert (1907) und der von der internationalen Ephemeridenkonferenz in Paris 1911 zur Berechnung der Parallaxe vorgeschriebene Wert der

$$\text{Abplattung } \mathfrak{a} = \frac{1}{297.0} \text{ nach Hayford (1909).}$$

Aus den beiden Daten a und $\mathfrak{a}$ wurden die übrigen Größen mit 8stelligen Logarithmen berechnet. Bei der Ableitung des Meridianquadranten Q ist das Quadrat der Abplattung $\mathfrak{a}$ berücksichtigt, $Q = a\frac{\pi}{2}\left(1 - \frac{\mathfrak{a}}{2} + \frac{\mathfrak{a}^2}{16}\right)$, für die Oberfläche F die 8te Potenz der Exzentrizität e mitgenommen, $F = 4b^2\pi\left(1 + \frac{2}{3}e^2 + \frac{3}{5}e^4 + \frac{4}{7}e^6 + \frac{5}{9}e^8\right)$.

45. Normalzeiten der wichtigeren Länder.

46a. Maßvergleichungen.

Die Zahlenangaben beziehen sich auf das legale Meter (1 Meter = 443.296 Pariser Linien); um auf das internationale Meter überzugehen sind den Logarithmen + 580 Einheiten der VIII. Dezimalstelle hinzuzufügen.

46b. Lineare Ausdehnungskoeffizienten für 1° C innerhalb der gewöhnlichen Gebrauchstemperaturen.

Die Tafel enthält die linearen Ausdehnungskoeffizienten von einigen Metallen und Materialien, die für astronomische und geodätische Apparate in Betracht kommen.

47. Barometrische Höhenmessung.

Die Tafeln zur barometrischen Höhenbestimmung kommen in mehrfacher Einrichtung vor.

Die Anordnung der ersten Gruppe (Tafel I—VI) ist im wesentlichen diejenige, die Angot[1]) seinen barometrischen Höhentafeln gegeben hat. Sie gründen sich auf die Laplacesche Formel:

$$Z = 18400\left[1 + \frac{k(Z + 2z_0)}{2R}\right](1 + \alpha\Theta)\log\frac{p_0}{p},$$

wo

p_0 den Luftdruck auf der unteren Station bedeutet,
p den Luftdruck auf der oberen,
z_0 die Meereshöhe der unteren Station,
Z die Niveaudifferenz beider Stationen,
R den Erdradius,
k den Koeffizienten, der die Abnahme der Schwere mit der Höhe berücksichtigt,
Θ die für geographische Breite und Feuchtigkeit verbesserte Temperatur,
α den Ausdehnungskoeffizienten der Luft ($\alpha = 0.00366$).

Erfolgte die Messung mit Quecksilberbarometern, so sind die Stände p_0 und p nicht nur auf 0° (Tafel 11) zu reduzieren, sondern auch wegen der Schwereänderung mit der geographischen Breite und der Seehöhe zu verbessern. Hierzu dienen die Tafeln Ia und Ib. Durch Tafel Ia wird die Reduktion des Quecksilberbarometers auf die geographische Breite $\varphi = 45°$ vollzogen, durch Tafel Ib die Schwerekorrektion für Seehöhe berücksichtigt, die in doppelter Weise angegeben ist. Für Hochebenen ist in dem Korrektionsausdruck $-\frac{kzp}{R}$ der Koeffizient $k = \frac{5}{4}$ gesetzt, für die freie Atmosphäre (Messungen im Ballon) $k = 2$. Für einen Berg nimmt man das Mittel der beiden Verbesserungen.

Der Einfluß der geographischen Breite und der Feuchtigkeit läßt sich bequem mit der Temperatur vereinigen, indem man als korrigierte Lufttemperatur Θ nimmt:

[1]) A. Angot, Sur la formule barométrique. Ann. du bur. centr. météorol., Année 1896. B. Mémoires, S. 159. Paris 1898.

$$\Theta = \frac{t_0 + t}{2} + 0{,}^\circ 71 \cos 2\varphi + 51{,}^\circ 36 \frac{f_0}{p_0} + 51{,}^\circ 36 \frac{f}{p}.$$

φ ist die geographische Breite, t_0 f_0 p_0 Temperatur, Dampfspannung und Druck auf der unteren Station, t f p hat die entsprechende Bedeutung für die obere Station. Tafel IIa gibt die Breitenkorrektion der Temperatur $+0{,}^\circ 71 \cos 2\varphi$, Tafel IIb mit den Argumenten f und p die Größe $+51{,}^\circ 36 \frac{f}{p}$. Ist der Dampfdruck f im oberen Niveau nicht beobachtet, so kann man mit Hilfe von Tafel IIc seinen genäherten Wert ableiten. Jedenfalls ist dieses Verfahren der völligen Vernachlässigung der Feuchtigkeit der oberen Station unbedingt vorzuziehen, um so mehr, da das zugrunde liegende empirische Gesetz der geometrischen Progression in der Abnahme des Dampfdrucks mit der Höhe überraschend genau zutrifft. Die beiläufige Höhe Z des oberen Niveaus über dem unteren ist für diesen Zweck stets mehr als hinreichend nahe bekannt.

Mit Hilfe der Tafeln I und II bestimmt man so p_0, p, Θ. Dann schreibt sich die Höhenformel:

$$Z = Z_1 (1 + \alpha\Theta) \left[1 + \frac{k}{2R}(Z + 2z_0)\right],$$

wo

$$Z_1 = 18400 \cdot \log \frac{p_0}{p}$$

Die Haupttafel III gibt den Wert $18400 \cdot \log \frac{760}{p}$, sodaß ein Blick in die Tafel für einen vorgelegten Barometerstand p sofort die rohen Meereshöhen anzeigt. Bildet man die Differenz der Tafelwerte für p und p_0, so erhält man die Niveaudifferenz Z_1 beider Stationen gültig für die Temperatur 0° und ohne Berücksichtigung der Änderung der Schwerkraft. Eine zweite Näherung Z_2, die der Temperatur Rechnung trägt, ist gegeben durch:

$$Z_2 = Z_1 + \alpha\Theta Z_1$$

Die Verbesserung $+\alpha\Theta Z_1$ liefert die Tafel IV.

Der definitive Höhenunterschied Z der Stationen geht nun hervor, wenn man noch die Korrektion wegen Abnahme der Schwere mit der Höhe anbringt:

$$Z = Z_2 + \frac{k Z_2 (Z_2 + 2z_0)}{2R}$$

Tafel V enthält diese stets positive Korrektion unter der Annahme $k = 2$ (freie Atmosphäre).

Das Korrektionsglied wegen Temperatur (Tafel IV) ist nur strenge richtig unter Annahme einer konstanten Temperatur für die Luftschicht zwischen den beiden Beobachtungsstationen. Setzt man aber voraus — und das wird durchweg der Wahrheit näher kommen —

daß die Temperatur linear mit der Höhe abnimmt, so ist von den aus der Rechnung nach der gewöhnlichen Formel erhaltenen Höhen der durch die Tafel VI angegebene Bruchteil abzuziehen. Nur bei großen Höhendifferenzen kann die Korrektion merklich werden, meist wird sie kleiner bleiben als die Beobachtungsfehler.

Beispiel. Höhendifferenz zwischen dem Pic du Midi und dem Observatorium Bagnères-de-Bigorre ($\varphi = +43°$, $z_0 = 547$ m). Gemessen mit Quecksilberbarometern 1896 Juni 11.

Station	Druck ohne Schwerekorr.	Schwerekorr. für φ Tafel Ia	Schwerekorr. für z Tafel Ib	Druck mit Schwerekorr.	Temperatur	Dampf-spannung	Bemerkungen
	mm	mm	mm	mm		mm	
Bagnères .	719.4	—0.13	—0.06[1]	719.2	+17°5	9.4	[1]) Korrektion f. Hochebene
Pic du Midi	543.2	—0.10	—0.38[2]	542.7	+ 2.1	3.0	[2]) „ „ Berg

Korrektion der Temperatur

$$\frac{t_0 + t}{2} \quad + 9°80$$
$$\text{Tafel IIa} \quad + 0.05$$
$$\text{„ IIb} \begin{cases} + 0.67 \\ + 0.29 \end{cases}$$
$$\Theta = + 10.81$$

$$\text{Tafel III} \begin{cases} 542.7 & 2691.1^{\text{m}} \\ 719.2 & 441.0 \end{cases}$$
$$Z_1 = 2250.1$$
$$\text{Tafel IV} \quad + 89.2$$
$$\text{„ V} \quad + 1.3$$
$$\text{„ VI} \quad - 0.6$$
$$Z = 2340.0 \text{ m}$$

Braucht nicht die äußerste Genauigkeit erreicht zu werden und soll nur die Verbesserung wegen Lufttemperatur Berücksichtigung finden, so führt folgendes Verfahren schnell zum Ziel. Man bildet

$$n = \frac{p_0}{p},$$

entnimmt der mit dem Argument n entworfenen Tafel VII die zugehörige Höhendifferenz Z_1 und korrigiert Z_1 noch wegen Temperatur nach Tafel IV oder sucht das Temperaturglied $+ \alpha\Theta Z$ direkt mit dem Rechenschieber auf, wie man auch die ganze Rechnung am bequemsten und hinreichend scharf mit dem Rechenschieber erledigt. Man setzt hier einfach $\Theta = \frac{t_0 + t}{2}$.

Beispiel (wie vorhin).

$$p_0 \; 719.2 \text{ mm} \qquad \Theta \; + 9°8$$
$$p \; 542.7 \text{ „}$$
$$n \; 1.325 \qquad Z_1 \; 2249 \text{ m}$$
$$+ \alpha\Theta Z \; + 81 \text{ „}$$
$$Z \; 2330 \text{ m}$$

Für die erste Reduktion während der Reise und für Ballonfahrten wird diese Methode die kürzeste sein.

Kurz und bequem läßt sich die barometrische Höhenformel auch logarithmisch tabulieren. Unter Beibehaltung der festgesetzten Bezeichnungen schreiben wir:

$$Z = (\log p_0 - \log p) \times 18400 \left(1 + \alpha \frac{t_0 + t}{2}\right) \times \left(1 + 0.377 \frac{f_0 + f}{p_0 + p}\right)$$
$$\times (1 + 0.00265 \cos 2\varphi) \times \left(1 + \frac{Z + 2z_0}{R}\right)$$

und erhalten durch Logarithmierung mit leicht ersichtlicher Bedeutung der Faktoren A, B, C, D:

$$\log Z = \log(\log p_0 - \log p) + \log A + \log B + \log C + \log D$$

Die $\log A$, $\log B$, $\log C$, $\log D$ stehen in den Tafeln VIIIa, b, c, d auf vier Dezimalen genau; $\log B$, $\log C$, $\log D$ sind in Einheiten der 4. Dezimale gegeben. Hat man die Dampfspannungen f_0 und f nicht gemessen, so entnimmt man $\log B$ mit dem rechts stehenden Vertikalargument $\frac{t_0 + t}{2}$ (Mittel der Lufttemperaturen an beiden Stationen); für gewöhnliche Zwecke reicht dieses Verfahren immer aus. Vor Beginn der Rechnung werden die Ablesungen am Quecksilberbarometer auf die Quecksilbertemperatur 0° (Tafel II) und wegen Schwere (Tafel Ia, b) reduziert.

Beispiel (wie vorhin).

p_0	719.2 mm	log 2.8568		t_0	+17°5	f_0	9.4 mm
p	542.7 „	„ 2.7346		t	+ 2.1	f	3.0 „
p_0+p	1261.9 mm	$\log\frac{p_0}{p}$ 0.1222	log 9.0871	$\frac{t_0+t}{2}$	+9.8	$\frac{f_0+f}{2}$	6.2 mm
			log A 4.2801				
			„ B + 16			φ	+43°
			„ C + 1				
			„ D + 2			$2z_0$	1094 m
			log Z 3.3691			Z	2000 „
			Z = 2339 m			$Z + 2z_0$	3094 m

Hätte man, statt mit $\frac{f_0 + f}{2}$, mit $\frac{t_0 + t}{2}$ den $\log B$ entnommen, so käme $Z = 2341$ m heraus. —

Rechnet man mit Quecksilberständen, die nur auf den Gefrierpunkt, nicht auch auf Normalschwere reduziert sind, so wäre statt der Konstante 18400 in die barometrische Höhenformel die neue Konstante 18446 für Erhebungen in der freien Atmosphäre (Ballon) und 18429 für Bergbesteigungen einzuführen.

48. Sättigungsdrucke des Wasserdampfes.

Die Tafel beruht auf den Beobachtungen von Regnault, berechnet von Broch[1]), verbessert nach Wiebe[2]) und umgerechnet auf die Wasserstoffskala. Sie gibt zu dem durch Messungen am Hypsothermometer gewonnenen Siedepunkt T des Wassers den zugehörigen atmosphärischen Druck p in Millimetern Quecksilber von 0° und normaler Schwere an und dient so der Kontrolle der leicht veränderlichen Federbarometer.

In der dritten Spalte stehen noch, lediglich um den Überblick zu unterstützen, die durch Siedepunkt T oder Druck p festgelegten rohen Meereshöhen $Z_0 = 18400 \log \frac{760}{p}$, die mit Hilfe der Haupttafel III in den Tafeln 47 zur barometrischen Höhenmessung gebildet worden sind.

49. Julianische Periode.

Die Tafel dient dazu, das Intervall zwischen zwei gegebenen weit auseinanderliegenden Daten der christlichen Zeitrechnung (des julianischen und gregorianischen Kalenders) in Tage zu verwandeln oder umgekehrt von einem Datum auf ein durch eine große Anzahl Tage davon getrenntes überzugehen. Bei astronomischen Rechnungen kommt diese Aufgabe häufig vor; erinnert sei nur an die Untersuchung von veränderlichen Sternen, an die Ableitung der mittleren Anomalie bei Planeten und kurzperiodischen Kometen, der wahren Anomalie für parabolische und parabelnahe Bahnen, an die Diskussion von Perioden aller Art. Die Haupttafel a beginnt mit dem Jahre 0 und gibt die Tage der julianischen Periode für den nullten Januar jedes 4ten Jahres der christlichen Zeitrechnung. Die Interpolationstafel b enthält die Zahl der Tage für 4 Jahre an jedem nullten Tag des Monats. Da die Tabelle in erster Linie für neuere astronomische Beobachtungen bestimmt ist, wurde sie auf die vorchristliche Zeit nicht ausgedehnt.

Der Gebrauch der Tafel ist so einfach, daß ein Beispiel zur Erläuterung genügt.

Beispiel. Gesucht das Intervall in Tagen zwischen

140 März 21.96 MZ Greenw. (Von Ptolemäus beobachtetes Frühlingsäquinox)

und 1915 März 21.20 „ „ (Frühlingsäquinox).

140 März 21.96	1915 März 21.20
1772192	2419402
81.96	1176.20
1772273.96	2420578.20

Intervall = $648304^{d}24$

[1]) Trav. et Mém. du Bur. intern. des Poids et Mes. 1 A 22; Paris 1881.
[2]) Ztschr. f. Instrkde. **13**, 329; 1893 und Tafeln f. d. Spannkr. d. Wasserdampfes, 2. Ausg., Braunschweig 1903.

50. Wahre Anomalie in der parabolischen Bewegung.

Es wird die Umkehrung der Barkerschen Tafel gegeben, wie sie zum ersten Mal Bauschinger[1]) nach dem Vorgange von Burckhardt[2]) und Leverrier[3]) in bequemer Anordnung und Ausdehnung berechnet und veröffentlicht hat. Schon im Jahre 1816 stellte allerdings Gauß eine gleiche Tafel von ähnlichem Umfange her, die zu dem Argument $[3.700\,5216] \cdot \frac{t}{q^{\frac{3}{2}}} = [3.700\,5216] \cdot M$ den Wert v auf 0″001 genau angibt. Die schöne Tafel, deren Gauß später nie mehr gedenkt[4]), wurde erst im Jahre 1906 von Brendel[5]) aus dem Nachlasse herausgegeben; sie umfaßt 11 Druckseiten. —

Entsprechend der hier angestrebten Genauigkeit sind die wahren Anomalien v in Tafel 50a nur auf volle Sekunden verzeichnet.

Bedeutet v die wahre Anomalie in der Parabel, q die Periheldistanz, t die seit dem Periheldurchgang verflossene Zeit, so ist

$$M = \frac{t}{q^{\frac{3}{2}}}$$

das Argument der Tafel für die wahre Anomalie v. Sei ferner M_0 ein Tafelargument und v_0 der zugehörige Funktionswert, so findet man das zu M gehörige v durch

$$v = v_0 + (M - M_0)\,A\,,$$

wenn man A oder log A mit dem Argument $\frac{M + M_0}{2} = M_0 + \frac{M - M_0}{2}$ der Tafel entnimmt. Für die Interpolationsrechnung genügt in allen Fällen vierstellige logarithmische Rechnung. Soll umgekehrt zu einem vorgelegten v der Wert M gesucht werden so hat man

$$M - M_0 = \frac{v - v_0}{A}\,,$$

wo man A oder log A gleich schätzungsweise für das Argument $v_0 + \frac{v - v_0}{2}$ interpolieren kann.

Der Radiusvektor r in der Parabel folgt aus

$$r = q \sec^2 \frac{v}{2}$$

Bei großen v werden alle Tafeln unbequem und versagen schließlich. Unsere Tafel bricht daher bei $\log M = 4.60$, $v = 169^\circ 8$

---

[1]) J. Bauschinger, Taf. z. theoret. Astron. Leipzig 1901. Taf. XV.

[2]) J. C. Burckhardt, Connaissance des temps pour 1818. Paris 1815. S. 319.

[3]) U. J. Leverrier, Annales de l'observ. de Paris. Bd. I. Paris 1855. S. 226.

[4]) Auch nicht A. N. 20 (1843) 299 (Nr. 474), wo Gauß sich auf Burckhardts Tafel bezieht.

[5]) C. F. Gauß Werke, VII. Bd. S. 351. Leipzig 1906.

ab. Die folgende kleine Tafel 50b ermöglicht dann die Ermittelung von v schon von v = 155° an bis v = 180°. Sie verlangt die Durchrechnung der einfachen Formeln:

$$\frac{1}{M} = \frac{q^{\frac{3}{2}}}{t}$$

$$\sin w = \sqrt[3]{[2.34090] \cdot \frac{1}{M}} \qquad \text{w im II. Quadranten}$$

$$v = w + \delta$$

Beispiel 1. $t = -36^{d}55397$ $\log q = 9.51907$

lg t 1.56294		lg A 5.3983	$\frac{v}{2} = -54° 57' 58''5$	
lg $q^{\frac{3}{2}}$ 9.27861		7.6365		
lg M 2.28433		3.0348	$\sec^2 \frac{v}{2}$ 0.48210	
lg M_0 2.28	108° 57′ 54″			
0.00433	+ 18 3	1083″	lg q 9.51907	
	v = − 109° 15′ 57″		log r 0.00117	

Beispiel 2. $t = +10000^{d}$ $\log q = 9.51907$

lg $q^{\frac{3}{2}}$ 9.27861	w 170° 44′ 32″	$\frac{v}{2} = 85° 22' 16''5$	$\sec^2$ 2.18626
lg t 4.00000	δ 1		lg q 9.51907
lg(1 : M) 5.27861	v = 170° 44′ 33″		log r 1.70533
2.34090			
7.61951			
sin w 9.20650			

Beispiel 3. $v = -7° 18' 48''$ $\log q = 9.51907$ Gesucht t.

v_0 6° 57′ 8″		
v 7 18 48		
21 40 = 1300″	lg 3.1139	
	lg A 3.6971	
M_0 5.0	9.4168	
+ 0.2611		
M 5.2611		

lg M 0.72108
lg $q^{\frac{3}{2}}$ 9.27861
lg t 9.99969 $t = -0^{d}99928$

51. Wahre Anomalie in parabelnahen Bahnen.

Eine der kürzesten und bequemsten Methoden, die wahre Anomalie v und den Radiusvektor r in parabelnahen Bahnen zu ermitteln, hat Th. v. Oppolzer[1]) ausgearbeitet. Aus den Bahnelementen werden zunächst die konstanten Größen abgeleitet:

$$\varepsilon = \frac{1 - e}{1 + e} \qquad \alpha = \frac{f}{q^{\frac{3}{2}}}\sqrt{\frac{1 + e}{2}} \qquad \beta = \varepsilon E$$

Die log f und log E entnimmt man der Tafel 51a mit dem Argument ε. ε selbst kann bequem mit der Tafel V in den „Fünfstelligen Logarithmentafeln" von F. W. Rex[2]) (S. 113) gebildet werden, die zum Argument log x den Wert $\log\frac{1 + x}{1 - x}$ angibt. Dann folgt die Rechnung für jeden Ort:

$$M = \alpha t \qquad x = \frac{\operatorname{tg}\frac{1}{2}w}{f} \qquad n = \beta x^2$$

w wird mit Argument M der parabolischen Tafel 50a entlehnt; es ist der dort mit v bezeichnete Winkel, der aber hier nicht die wahre Anomalie darstellt.

$$\operatorname{tg}\tfrac{1}{2}v = xGH$$

$$\Theta = \varepsilon \operatorname{tg}^2\frac{v}{2}$$

$$r = \frac{q\left(1 + \operatorname{tg}^2\frac{v}{2}\right)}{1 + \Theta}$$

G mit Argument n aus Tafel 51 b,
H mit den Argumenten n und ε aus Tafel 51 c.

Die Tafelgrenzen sind soweit ausgedehnt, daß sie von kurzperiodischen Kometen nur in den seltensten Fällen überschritten werden.

Beispiel. $e = 0.86400$ $\log q = 9.60095$ $t = 26^{d}9953$

lg (1 — e)	9.13354
lg (1 + e)	0.27045
lg ε	8.86309
ε	0.072962
lg E	9.99905
lg β	8.86214

$\lg\sqrt{\frac{1+e}{2}}$	9.98471
lg f	9.98690
lg (1 : $q^{\frac{3}{2}}$)	0.59857
lg α	0.57018

[1]) Th. v. Oppolzer, Lehrb. z. Bahnbest. d. Kometen u. Planeten. I. Bd. 2. Aufl. Leipzig 1882. S. 73.

[2]) Stuttgart 1884.

$\lg t$	1.43130	$\lg x^2$	9.97426	$tg^2 \frac{v}{2}$	9.99864
$\lg M$	2.00148	$\lg n$	8.83640	$\lg \Theta$	8.86173
w	$86^\circ 34' 31''$	n	$+ 0.068612$		
$\frac{w}{2}$	43 17 15	$\lg x$	9.98713	$\lg\left(1 + tg^2 \frac{v}{2}\right)$	0.30035
$tg \frac{w}{2}$	9.97403	$\lg G$	0.01219		9.90130
		$\lg H$	0	$\lg(1 + \Theta)$	0.03049
		$tg \frac{v}{2}$	9.99932	$\log r$	9.87081
		$\frac{v}{2}$	$44^\circ 57' 19''$		
		v	89 54 38		

52. Perihelzeit in parabelnahen Bahnen.

Die Ermittelung der Perihelzeit T aus der wahren Anomalie v in parabelnahen Bahnen läßt sich durch eine wenig umfangreiche Tafel nach Th. v. Oppolzer[1]) recht bequem gestalten. Bedeutet v_1 die zur Zeit t_1 zugehörige wahre Anomalie, so hat man für den Periheldurchgang T die Beziehung:

$$T = t_1 - \frac{q^{\frac{3}{2}}}{\sqrt{1 + e}}\left(P_1 tg \frac{v_1}{2} + P_3 tg^3 \frac{v_1}{2}\right)$$

wo $\log P_1$, $\log P_3$ mit dem Argument

$$\Theta = \frac{1 - e}{1 + e} tg^2 \frac{v_1}{2}$$

der Tafel 52 entnommen werden. $T - t_1 = t$ ist in mittleren Sonnentagen ausgedrückt. Für stark hyperbolische Bahnen (Θ negativ) kann die Vernachlässigung der zweiten Differenzen bei der Interpolation einen Fehler von einer Einheit der 5. Stelle in $\log P_1$ und $\log P_3$ nach sich ziehen.

Beispiel. $e = 0.85240$ $\log q = 9.60493$ $v_1 = -72^\circ 57' 58''$

$\frac{v_1}{2}$	$-36^\circ 28' 59''$	$\lg P_1$	2.05314		$\lg q^{\frac{3}{2}}$	9.40740
$\lg(1 - e)$	9.16909	$tg \frac{v_1}{2}$	9.86894_n		$\lg \sqrt{1 + e}$	0.13387
$\lg(1 + e)$	0.26774		1.92208_n	-83.576		9.27353
	8.90135					1.99328_n
$tg^2 \frac{v_1}{2}$	9.73788	$\lg P_3$	1.56607		$\lg(-t)$	1.26681_n
$\lg \Theta$	8.63923	$tg^3 \frac{v_1}{2}$	9.60682_n		$T - t_1 =$	$+ 18^d4846$
Θ	$+ 0.043574$		1.17289_n	-14.890		
				-98.466		

[1]) Th. v. Oppolzer, Lehrb. z. Bahnbest. d. Kometen u. Planeten. II. Bd. Leipzig 1880. S. 479.

53, 54. Auflösung der Keplerschen Gleichung.

Den Übergang von der Zeit t oder der mittleren Anomalie $M = \mu t$ (μ mittlere tägliche Bewegung) zur wahren Anomalie v vermittelt bei elliptischen Bahnen mäßiger Exzentrizität die exzentrische Anomalie E. Mittlere und exzentrische Anomalie sind verbunden durch die transzendente Keplersche Gleichung

$$M = E - e \sin E$$

aus der bei bekanntem M und e die exzentrische Anomalie E zu bestimmen ist. Mit E gelangt man dann durch bequeme Formeln zur wahren Anomalie v und zum Radiusvektor r.

Handelt es sich wie hier nur um 5 stellige Genauigkeit, so führen zwei verwandte von Tietjen angegebene Methoden gleich zum strengen Ergebnis, oder bei höheren Genauigkeitsansprüchen zu einem sehr guten Näherungswert, von dem aus das scharfe Resultat leicht zu erhalten ist.

Nach der Größe der Exzentrizität werden zwei Verfahren innezuhalten sein. Ist $e < 0.25$, so genügt der folgende einfache Formelkomplex:

$$\operatorname{tang} x_0 = \frac{e \sin M}{1 - e \cos M}$$

$$E = M + x_0 - \frac{\sigma}{1 - e \cos M}$$

σ hat das Vorzeichen von x_0

in dem die Größe σ mit dem Argument x_0 durch Tafel 53 gegeben ist.

Etwas umständlicher wird die Rechnung, wenn die Exzentrizität 0.25 übersteigt, aber noch innerhalb der oberen Grenze von etwa 0.6 bleibt. Dann hat man unter Benutzung der Tafel 54 für log C mit Argument x_0 zu rechnen:

$$\operatorname{tang} x_0 = \frac{e \sin M}{1 - e \cos M} \qquad A = \frac{\cos x_0}{1 - e \cos M}$$

$$\Delta x = - A C \sin^3 x_0$$

$$\delta x = \frac{\Delta x}{\cos x_0 \left(1 + 2 A \sin^2 \tfrac{1}{2}(x_0 + \tfrac{1}{2} \Delta x)\right)}$$

$$E = M + x_0 + \delta x$$

log C stets positiv. Δx und δx in Bogensekunden.

Beispiel 1. $e = 0.24532$ $M = 332^\circ 28' 55''$

lg e	9.38973
sin M	9.66467_n
cos M	9.94786
e sin M	9.05440_n
e cos M	9.33759
lg (1 — e cos M)	9.89345
tg x_0	9.16095_n
σ	— 100″
lg σ	2.0000_n
$\lg \dfrac{\sigma}{1 - e \cos M}$	2.1066_n

$M =$	$332^\circ 28' 55''$
x_0	$-8\ 14\ 33$
$-\dfrac{\sigma}{1 - e \cos M}$	$+\ 2\ 8$
$E =$	$324^\circ 16' 30''$

Der strenge Wert ist $E = 324^\circ 16' 29''.5$

Beispiel 2. $e = 0.55495$ $M = 34^\circ 19' 36''$

lg e	9.74425	lg A	0.20371	$x_0 + \dfrac{\Delta x}{2}$	$29^\circ 4' 40''$
sin M	9.75121	lg C	4.52793	$\frac{1}{2}\left(x_0 + \dfrac{\Delta x}{2}\right)$	14 32 20
cos M	9.91690	$\sin^3 x_0$	9.09751	$\sin^2 \frac{1}{2}\left(x_0 + \dfrac{\Delta x}{2}\right)$	8.79948
e sin M	9.49546	$\lg \Delta x$	3.82915_n	lg 2A	0.50474
e cos M	9.66115	Δx	$-1^\circ 52' 28''$	Σ	9.30422
lg (1 — e cos M)	9.73376			$1 + \Sigma$	0.07972
$\operatorname{tg} x_0$	9.76170	M	$34^\circ 19' 36''$	$\cos x_0 (1 + \Sigma)$	0.01719
x_0	$30^\circ 0' 54''$	$x_0 + 30$	0 54	$\lg \delta x$	3.81196_n
$\cos x_0$	9.93747	δx	— 1 48 6	δx	$-1^\circ 48' 6''$
$\sin x_0$	9.69917		$E = 62^\circ 32' 24''$		

Der strenge Wert ist $E = 62^\circ 32' 25''.8$.

55, 56. Sehne und Verhältnis $\dfrac{\text{Sektor}}{\text{Dreieck}}$ in der Parabel.

In der parabolischen Bahnbestimmung nach der Olbersschen Methode tritt die Ermittelung der Sehne s zwischen den Endpunkten der zu den Zeiten t_1 und t_2 gehörigen Radienvektoren r_1 und r_2 auf (Eulersche Gleichung). Nach dem Vorgange von Encke läßt sich diese Rechnung durch eine Hilfstafel recht einfach gestalten. Man hat

$$\eta = \frac{2k(t_2 - t_1)}{(r_1 + r_2)^{\frac{3}{2}}} \qquad s = (r_1 + r_2)\,\eta\mu \qquad \log 2k = 8.53661$$

$\log \mu$ mit dem Argument η aus Tafel 55.

Will man auch noch das Verhältnis $\dfrac{\text{Sektor}}{\text{Dreieck}} = y$ kennen, das allerdings bei der Parabel geringes Interesse hat, so rechnet man weiter:

$$\sin\gamma = \eta\mu \qquad y = \frac{1 + 2\sec\gamma}{3}$$

oder: man entnimmt log y direkt mit dem Argument η der nächsten Tafel 56, bei deren Gebrauch man die zweiten Differenzen mit einer Wirkung von höchstens 0.5 Einheiten der 5^{ten} Dezimale durch Schätzung berücksichtigen muß, wenn es auf die letzte Stelle ankommt. Bei der Seltenheit des Gebrauchs dieser Tafel schien es unnötig, das Intervall zu verengern.

Beispiel. $t_2 - t_1 = 12^d.0000$ $\log r_1 = 9.82707$ $\log r_2 = 9.63542$

lg 2k	8.53661	$\sin\gamma$	9.55403
$\lg (t_2 - t_1)$	1.07918	$\sec\gamma$	0.02980
$\text{cpl}\lg (r_1 + r_2)^{\frac{3}{2}}$	9.93585	$\lg 2\sec\gamma$	0.33083
$\lg \eta$	9.55164	$\lg (1 + 2\sec\gamma)$	0.49721
η	0.35616	lg 3	0.47712
$\lg \mu$	0.00239	log y	0.02009
$\lg (r_1 + r_2)$	0.04277		
lg s	9.59680		

oder direkt mit η aus Tafel 56:
log y 0.02009

57. Verhältnis $\dfrac{\text{Sektor}}{\text{Dreieck}}$ in Ellipse und Hyperbel.

Jede Methode der Bahnbestimmung führt schließlich auf das Problem, aus zwei nach Lage und Größe gegebenen Radienvektoren die Elemente der Bahn zu ermitteln. Hierbei ist von entscheidender Wichtigkeit die Aufgabe, das Verhältnis y des von den beiden Radienvektoren und dem Stück der Bahnkurve begrenzten Sektors zu dem Dreieck aus eben diesen Radienvektoren und der Sehne ihrer Endpunkte zu ermitteln. Wir bezeichnen mit

$2f$ den Winkel zwischen den beiden Radienvektoren r_1 und r_2, deren Lage durch die heliozentrischen Örter l_1, b_1 und l_2, b_2 gegeben ist,

t_1, t_2 die Beobachtungszeiten, denen die Radienvektoren r_1, r_2 zugehören,

und haben zu rechnen:

$$\cos 2f = \sin b_1 \sin b_2 + \cos b_1 \cos b_2 \cos (l_2 - l_1)$$

oder $$\sin^2 f = \sin^2 \tfrac{1}{2}(l_2 - l_1) \cos b_1 \cos b_2 + \sin^2 \tfrac{1}{2}(b_2 - b_1)$$

$$m = \frac{k^2 (t_2 - t_1)^2}{\left(2 \cos f \sqrt{r_1 r_2}\right)^3}$$

$$\operatorname{tg}(45^\circ + \omega) = \sqrt[4]{\frac{r_2}{r_1}} \qquad \log k = 8.23558$$

$$\tfrac{5}{6} = 0.83333$$

$$\log \tfrac{5}{6} = 9.92082$$

$$l = \frac{\sin^2 \frac{1}{2} f + \operatorname{tg}^2 2\omega}{\cos f}$$

$$h = \frac{m}{\frac{5}{6} + l + \xi}$$

Im ersten Versuch wird $\xi = 0$ gesetzt, eine Annahme, die bei exzentrischen Bahnen der Wahrheit nahe kommt. Dann nimmt man mit h aus Tafel 57a den Wert $\log y^2$ und sieht nach, ob wegen ξ eine Verbesserung nötig ist; denn ξ wird von Tafel 57b geliefert mit dem Argument:

$$x = \frac{m}{y^2} - l$$

Für positive x hat man eine Ellipse, für negative x eine Hyperbel. Mit dem neuen h geht man wieder in die Tafel 57a für $\log y^2$ ein und wiederholt nötigenfalls das einfache Verfahren bis die Rechnung steht, d. h. bis sich für ξ derselbe Wert ergibt.

Beispiel. $t_2 - t_1 = 259^d\!.8848$ $\log r_1 = 0.42828$ $\log r_2 = 0.40620$
$2f = 62^\circ\, 55'\, 17''$

f $31^\circ 27' 39''$ $\frac{1}{2}f$ $15^\circ 43' 49''$

$\lg k$	8.23558	$\sin^2 \frac{1}{2} f$	8.86630	
$\lg (t_2 - t_1)$	2.41478	$\operatorname{tg}^2 2\omega$	6.20814	
	0.65036	A	7.34184	
	1.30072	B	0.00095	
$\lg (\ldots.)^3$	1.94766	lg Zähl.	8.86725	
$\lg m$	9.35306	$\lg l$	8.93630	
		l	0.08636	2. Näherung
$\lg 2$	0.30103	$\frac{5}{6}$	0.83333	
$\cos f$	9.93095		0.91969	0.91994
$\lg \sqrt{r_1 r_2}$	0.41724			
$\lg (\ldots)$	0.64922	$\lg (\frac{5}{6} + l)$	9.96364	9.96376
		$\lg h$	9.38942	9.38930
$\lg (r_2 : r_1)$	9.97792	h	0.24514	0.24508
$\operatorname{tg} (45^\circ + \omega)$	9.99448	$\lg y^2$	0.17226	0.17223
ω	$-0^\circ 21' 50''$	$\lg \frac{m}{y^2}$	9.18080	9.18083
2ω	-0 43 41			
		$\frac{m}{y^2}$	0.15163	0.15164
		x	0.06527	0.06528
		ξ	0.00025	0.00025

Demnach $\log y = 0.086115$

Die zweite Näherung hat also gleich den wahren Wert des gesuchten Verhältnisses y geliefert. Dabei überschreiten die Zahlen des Beispiels bei weitem die in der Anwendung vorkommenden Grenzen. Bei Planetenbahnen empfiehlt sich als brauchbare erste Näherung $x = \sin^2 \frac{1}{2} f$, in unserm Falle mithin $x = 0.07352$, wodurch $\xi = 0.00032$, $h = 0.24506$, $\log y^2 = 0.17222$ erhalten worden wäre. Trotzdem dann schon der erste Versuch zum wahren Wert von $\log y$ führt, hätte man doch zur Sicherung die zweite Näherung durchrechnen müssen.

Der Einfluß der zweiten Differenzen erreicht an der ungünstigsten Stelle der Tafel 57a bei $h = 0.25 - 0.40$ etwa eine Einheit der 5^{ten} Dezimale. Man kann diese Verbesserung aber bei der linearen Interpolation noch leicht durch Schätzung im Kopf berücksichtigen. In der gleichen Lage ist man ja bei den 7stelligen Tafeln, wenn man dort der letzten Stelle sicher sein will.

58. Zur Berechnung der speziellen Störungen in den rechtwinkligen Koordinaten (Enckes f-Tafel).

Bei parabolischen oder langperiodischen Kometen und bei Planeten, für die nur die Beobachtungen einer Erscheinung vorliegen, empfiehlt sich die Störungsrechnung in den rechtwinkligen Koordinaten nach der für Bahnen jeder Form gleich gut anwendbaren Bond-Enckeschen Methode[1]). Ihr Vorzug, Kürze und Übersichtlichkeit der Rechnung, kommt voll zur Geltung, ihr Nachteil, starkes Anwachsen der Störungen, tritt noch nicht auf, es sei denn in Ausnahmefällen.

Zur bequemen Anwendung dieser Methode bedarf man der von Encke entworfenen Tafel der Größe f, die folgende Bedeutung besitzt. Es seien:

x_0, y_0, z_0, r_0 heliozentrische Koordinaten und Radiusvektor in der ungestörten elliptischen Bahn des Himmelskörpers,

x, y, z, r heliozentrische Koordinaten und Radiusvektor in der gestörten Bahn,

ξ, η, ζ die Störungen in den Koordinaten,

sodaß

$$x = x_0 + \xi \qquad y = y_0 + \eta \qquad z = z_0 + \zeta$$

Dann bildet man das Argument q durch:

$$q = \frac{x_0 + \frac{1}{2}\xi}{r_0^2}\xi + \frac{y_0 + \frac{1}{2}\eta}{r_0^2}\eta + \frac{z_0 + \frac{1}{2}\zeta}{r_0^2}\zeta,$$

entnimmt der Tafel 58 den Wert f:

$$f = 3\left\{1 - \frac{5}{2}q + \frac{5\cdot 7}{2\cdot 3}q^2 - \frac{5\cdot 7\cdot 9}{2\cdot 3\cdot 4}q^3 + \frac{5\cdot 7\cdot 9\cdot 11}{2\cdot 3\cdot 4\cdot 5}q^4 - \ldots\right\}$$

$$\approx 3\cdot\frac{1+q}{1+\frac{7}{2}q+\frac{35}{12}q^2}$$

und erhält:

$$1 - \frac{r_0^3}{r^3} = f\,q.$$

In der Störungsrechnung nach den rechtwinkligen Koordinaten tritt weiter der Faktor

$$(w\,k)^2\, m_1\, 10^7$$

auf. Hier bedeutet w das Intervall der Rechnung in Tagen, m_1 die Masse des störenden Planeten, und der Koeffizient 10^7 ist hinzugefügt, um die Störungsbeträge gleich in Einheiten der 7ten Dezimale der astronomischen Einheit zu erhalten, d. h. man rechnet die mit 10^7 multiplizierten Störungen.

---

[1]) Berl. astron. Jahrb. 1858, S. 307. Berlin 1855.

Entsprechend hat man es bei der Ermittelung der speziellen Störungen in den Elementen mit dem Faktor

$$w\,k''\,m_1$$

zu tun.

Beide Faktoren vereinigt für alle großen Planeten und für die Intervalle $w = 20^d$ und $w = 40^d$ die folgende Übersicht.

Massen und Störungsfaktoren der großen Planeten.

Planet	$\frac{1}{m_1}$	$\log m_1$	$\log[(wk)^2 m_1 10^7]$		$\log[wk'' m_1]$	
			$w = 20^d$	$w = 40^d$	$w = 20^d$	$w = 40^d$
Merkur . . .	6000000	3.22185 −10	9.2951−10	9.8972−10	8.0729−10	8.3739−10
Venus	408000	4.38934 −10	0.4626	1.0646	9.2404−10	9.5415−10
Erde + Mond	329390	4.48229 −10	0.5555	1.1576	9.3333−10	9.6344−10
Mars	3093500	3.50955 −10	9.5828−10	0.1848	8.3606−10	8.6616−10
Jupiter . . .	1047355	6.979906−10	3.05313	3.65519	1.83094	2.13197
Saturn . . .	3501.6	6.455733−10	2.52896	3.13102	1.30677	1.60780
Uranus . . .	22869	5.64075 −10	1.71397	2.31603	0.49179	0.79282
Neptun . . .	19700	5.70553 −10	1.77875	2.38081	0.55657	0.85760

$\log k$ 8.235581 — 10 $\qquad\qquad$ $\log k''$ 3.550007

59. Zur Berechnung der Differentialquotienten in der Parabel.

Für die Berechnung der Differentialquotienten in der Parabel gewährt es eine wesentliche Erleichterung, wenn die Schönfeldschen[1]) Größen H, h_I, J, j tabuliert vorliegen.

Man erhält in dem Falle zur Verbesserung der parabolischen Bahn folgende Formeln:

$$\sin \mathbf{b} \sin \mathbf{B} = -\sin(\alpha - \Omega)$$
$$\sin \mathbf{b} \cos \mathbf{B} = +\cos i \cos(\alpha - \Omega)$$
$$\cos \mathbf{b} = -\sin i \cos(\alpha - \Omega)$$

$$\sin \mathbf{c} \sin \mathbf{C} = -\sin\delta \cos(\alpha - \Omega)$$
$$\sin \mathbf{c} \cos \mathbf{C} = +\sin i \cos\delta - \cos i \sin\delta \sin(\alpha - \Omega)$$
$$\cos \mathbf{c} = +\cos i \cos\delta + \sin i \sin\delta \sin(\alpha - \Omega)$$

$\sin \mathbf{b}$ und $\sin \mathbf{c}$ positiv.

Die Elemente ω, Ω, i beziehen sich auf dieselbe Grundebene und dasselbe Äquinox wie α und δ.

[1]) A. N. 113 (1885) 65.

$$d\alpha\cos\delta = -\frac{\sin \mathbf{b}}{\varrho}\cos(\mathbf{B}+\omega+\tfrac{1}{2}v)\frac{k''\sqrt{2}}{\sqrt{r}}\,dT \qquad \log k''\sqrt{2} = 3.70052$$

$$+\frac{\sin \mathbf{b}}{\varrho}\frac{1}{\cos\frac{1}{2}v}\,j\sin(\mathbf{B}+\omega+J)\,dq$$

$$+\frac{\sin \mathbf{b}}{\varrho}\frac{r\,\mathrm{tg}\frac{1}{2}v}{\cos\frac{1}{2}v}\,h_1\cos(\mathbf{B}+\omega+H)\,\tfrac{1}{2}\,de$$

$$+\frac{r}{\varrho}\sin\mathbf{b}\cos(\mathbf{B}+\omega+v)\,ds$$

$$+\frac{r}{\varrho}\cos\mathbf{b}\sin v\,dp$$

$$-\frac{r}{\varrho}\cos\mathbf{b}\cos v\,dq$$

$$d\delta = -\frac{\sin \mathbf{c}}{\varrho}\cos(\mathbf{C}+\omega+\tfrac{1}{2}v)\frac{k''\sqrt{2}}{\sqrt{r}}\,dT$$

$$+\frac{\sin \mathbf{c}}{\varrho}\frac{1}{\cos\frac{1}{2}v}\,j\sin(\mathbf{C}+\omega+J)\,dq$$

$$+\frac{\sin \mathbf{c}}{\varrho}\frac{r\,\mathrm{tg}\frac{1}{2}v}{\cos\frac{1}{2}v}\,h_1\cos(\mathbf{C}+\omega+H)\,\tfrac{1}{2}\,de$$

$$+\frac{r}{\varrho}\sin\mathbf{c}\cos(\mathbf{C}+\omega+v)\,ds$$

$$+\frac{r}{\varrho}\cos\mathbf{c}\sin v\,dp$$

$$-\frac{r}{\varrho}\cos\mathbf{c}\cos v\,dq$$

ϱ Erdabstand, r Radiusvektor des Himmelskörpers. Die Werte H, h_1, J, j entnimmt man mit dem Argument wahre Anomalie v der Tafel 59. dT ergibt sich in Tagen; die gefundenen dq und de müssen mit sin 1″ [log = 4.68557] multipliziert werden, um in Längenmaß zu erscheinen. Zum Übergang von dp, dq, ds auf die Elementenkorrektionen di, d☊, dω hat man:

$$di = \cos\omega\cdot dp - \sin\omega\cdot dq$$
$$\sin i\cdot d\Omega = \sin\omega\cdot dp + \cos\omega\cdot dq$$
$$d(\Omega+\omega) = ds + \mathrm{tg}\tfrac{1}{2}i\sin i\cdot d\Omega$$

„Die Fälle, wo nicht auch eine vierstellige Rechnung [für die Differentialquotienten] genügen würde, möchten in der Tat zu den größten Seltenheiten gehören“[1]).

[1]) E. Schönfeld, A. N. 113 (1885) 65.

60. Bahnverbesserung für große Exzentrizitäten.

Die Berechnung der Differentialquotienten der Elemente bei der Verbesserung einer elliptischen Bahn ist stets eine umständliche Arbeit, für die entweder Doppel- oder Kontrollrechnung notwendig, jedenfalls erwünscht ist.

Nun sind ja durch viele Abhandlungen und mehrere Lehrbücher die Formeln bekannt und gebräuchlich, die ohne Tafeln auch für Bahnen großer Exzentrizität zum Ziele führen. Bedient man sich dieser Methoden zunächst, so kann man eine zweite Rechnung nach den Formeln von Th. v. Oppolzer durchführen, für deren Anwendung Tafeln entworfen worden sind. Oppolzers Verfahren bedeutet gegenüber der Rechnung ohne Tafeln keine Abkürzung, ist aber auch nicht länger als jene. Da Oppolzer andere Bestimmungsstücke der Bahn zur Verbesserung gewählt hat, bedeutet die zweifache Berechnung der Differentialquotienten nach beiden Methoden eine durchgreifende Kontrolle.

Die Tafel 60 bringt die Oppolzerschen Hilfsgrößen $\log E^v_2$, $\log E^v_4$, E^r_0, $\log E^r_4$ in zureichendem Umfange. Die durchzurechnenden Formeln der Differentialquotienten für Bahnen großer Exzentrizität (periodische Kometen) gestalten sich jetzt wie folgt.

$$A \sin A' = \cos(\alpha - \Omega) \cos i$$
$$A \cos A' = \sin(\alpha - \Omega)$$
$$m \sin M = \sin i$$
$$m \cos M = -\sin(\alpha - \Omega) \cos i$$
$$B \sin B' = m \sin(M + \delta)$$
$$B \cos B' = \cos(\alpha - \Omega) \sin \delta$$

α, δ müssen sich auf dieselbe Fundamentalebene beziehen, wie Ω, i und ω.

Δ geozentrische Entfernung.

$$F \sin F' = \frac{k e \sin v}{r \sqrt{p}}$$
$$F \cos F' = -\frac{k \sqrt{p}}{r^2}$$
$$G \sin G' = -\frac{\sin^2 v}{4(1+e)} \{E^r_0 + \operatorname{tg}^2 \tfrac{1}{2} v + E^r_4 \operatorname{tg}^4 \tfrac{1}{2} v\}$$
$$G \cos G' = \frac{\sin v \cos^2 \frac{1}{2} v}{2(1+e)} \{1 + E^v_2 \operatorname{tg}^2 \tfrac{1}{2} v + E^v_4 \operatorname{tg}^4 \tfrac{1}{2} v\}$$
$$H \sin H' = -\frac{1}{\text{Mod}} \left\{\frac{q}{r} \cos v - (1-e) G \sin G'\right\}$$
$$H \cos H' = -\gamma \frac{t-T}{r^2} \sqrt{p}$$

Hier ist:

$$p = q(1+e)$$
$$\log k = 8.23558 - 10$$
$$\log(-\gamma) = 8.77389_n - 10$$
$$\log\left(-\frac{1}{\text{Mod}}\right) = 0.36222_n$$

dT wird in Einheiten des mittleren Sonnentages erhalten.

Mit dem Argumente:

$$\Theta = \frac{1-e}{1+e} \operatorname{tg}^2 \tfrac{1}{2} v$$

entnimmt man $\log E^v_2$, $\log E^v_4$, E^r_0, $\log E^r_4$ aus Tafel 60.

Dann ist: $u = \omega + v$

$$\frac{\cos\delta\cdot d\alpha}{dT} = \frac{r}{\varDelta} A F \sin(F'+A'+u)$$

$$\frac{d\delta}{dT} = \frac{r}{\varDelta} B F \sin(F'+B'+u)$$

$$\frac{\cos\delta\cdot d\alpha}{de} = \frac{r}{\varDelta} A G \sin(G'+A'+u)$$

$$\frac{d\delta}{de} = \frac{r}{\varDelta} B G \sin(G'+B'+u)$$

$$\frac{\cos\delta\cdot d\alpha}{d\log q} = \frac{r}{\varDelta} A H \sin(H'+A'+u)$$

$$\frac{d\delta}{d\log q} = \frac{r}{\varDelta} B H \sin(H'+B'+u)$$

$$\frac{\cos\delta\cdot d\alpha}{d\pi} = \frac{r}{\varDelta} A \sin(A'+u)$$

$$\frac{d\delta}{d\pi} = \frac{r}{\varDelta} B \sin(B'+u)$$

$$\frac{\cos\delta\cdot d\alpha}{\sin i\cdot d\Omega} = \frac{r}{\varDelta}\,\mathrm{tg}\frac{i}{2}\cos(\alpha-\Omega+u)$$

$$\frac{d\delta}{\sin i\cdot d\Omega} = -\frac{r}{\varDelta}\left\{\sin(\alpha-\Omega+u)\ \sin\delta\,\mathrm{tg}\frac{i}{2} + \cos u\cos\delta\right\}$$

$$\frac{\cos\delta\cdot d\alpha}{di} = -\frac{r}{\varDelta}\sin u\cos(\alpha-\Omega)\sin i$$

$$\frac{d\delta}{di} = \frac{r}{\varDelta}\{\sin(\alpha-\Omega)\sin\delta\sin i + \cos\delta\cos i\}\sin u$$

$d\pi$, $d\Omega$, $d\,i$, i beziehen sich auf die äquatorealen Elemente.

$$\omega = \pi - \Omega$$

Für die ersten drei Elemente gilt der Radius als Einheit; die drei letzten Elemente werden schon in Bogenmaß verstanden. Es müssen die für die drei ersten Elemente gefundenen Korrektionen mit sin 1″ multipliziert werden, wenn die Unterschiede (Beob. — Rechn.), wie gewöhnlich, in Bogensekunden angesetzt werden. log sin 1″ = 4.68557.

61. Interpolation.

Argument	Funktion	I. Diff.	II. Diff.	III. Diff.	IV. Diff.	V. Diff.
a_{-2}	u_{-2}					
		$\Delta u_{-\frac{3}{2}}$				
a_{-1}	u_{-1}		$\Delta^2 u_{-1}$			
		$\Delta u_{-\frac{1}{2}}$		$\Delta^3 u_{-\frac{1}{2}}$		
$\mathbf{a_0}$	$\mathbf{u_0}$		$\mathbf{\Delta^2 u_0}$		$\mathbf{\Delta^4 u_0}$	
		$\mathbf{\Delta u_{+\frac{1}{2}}}$		$\mathbf{\Delta^3 u_{+\frac{1}{2}}}$		$\mathbf{\Delta^5 u_{+\frac{1}{2}}}$
a_{+1}	u_{+1}		$\mathbf{\Delta^2 u_{+1}}$		$\mathbf{\Delta^4 u_{+1}}$	
		$\Delta u_{+\frac{3}{2}}$		$\mathbf{\Delta^3 u_{+\frac{3}{2}}}$		$\Delta^5 u_{+\frac{3}{2}}$
a_{+2}	u_{+2}		$\Delta^2 u_{+2}$		$\mathbf{\Delta^4 u_{+2}}$	
		$\Delta u_{+\frac{5}{2}}$		$\Delta^3 u_{+\frac{5}{2}}$		$\mathbf{\Delta^5 u_{+\frac{5}{2}}}$
a_{+3}	u_{+3}		$\Delta^2 u_{+3}$		$\Delta^4 u_{+3}$	
		$\Delta u_{+\frac{7}{2}}$		$\Delta^3 u_{+\frac{7}{2}}$		
a_{+4}	u_{+4}		$\Delta^2 u_{+4}$			
		$\Delta u_{+\frac{9}{2}}$				
a_{+5}	u_{+5}					

n bezeichne die Phase, ausgedrückt in Bruchteilen der unter sich gleichen Argumentintervalle.

Newtons Interpolationsformel:

$$f(a_n) = u_0 + n \cdot \Delta u_{+\frac{1}{2}} + (\mathrm{II}) \cdot \Delta^2 u_{+1} + (\mathrm{III}) \cdot \Delta^3 u_{+\frac{3}{2}} + (\mathrm{IV}) \cdot \Delta^4 u_{+2} + (\mathrm{V}) \cdot \Delta^5 u_{+\frac{5}{2}}$$

Bessels Interpolationsformel:

$$f(a_n) = u_0 + n \cdot \Delta u_{+\frac{1}{2}} + (\mathrm{II}) \cdot \frac{\Delta^2 u_0 + \Delta^2 u_{+1}}{2} + (\mathrm{III}) \cdot \Delta^3 u_{+\frac{1}{2}} + (\mathrm{IV}) \cdot \frac{\Delta^4 u_0 + \Delta^4 u_{+1}}{2} + (\mathrm{V}) \cdot \Delta^5 u_{+\frac{1}{2}}$$

Die Faktoren (II), (III), (IV), (V) der 2ten, 3ten, 4ten, 5ten Differenzen für beide Formeln findet man mit dem Argument n in den Tafeln 61a, b. Die in den Formeln vorkommenden Glieder der Differenzreihen sind in dem Schema oben durch fette Schrift kenntlich gemacht.

Die vorteilhafteste Interpolationsformel ist die Besselsche; die höheren Differenzen weisen die kleinsten Koeffizienten auf, und alle Differenzen, die man braucht, stehen längs einer Zeile. Sie versagt aber in zwei Fällen. Einmal im Anfangs- und Endintervall einer vorgelegten Tafel, wenn nach dem unregelmäßigen Verlauf der Differenzen eine Extrapolation bedenklich erscheint. Ferner wird die Besselsche Formel auch unanwendbar, wenn wenige Intervalle vor dem einzuschaltenden Werte eine irreguläre Stelle liegt, weil sich die Wirkung der Irregularität schon in den Differenzen der benutzten Zeile bemerklich macht. Von beiden Ausnahmen bleibt Newtons Formel unberührt; im ersten Falle sind die erforderlichen Glieder der absteigenden Treppe der Differenzen alle vorhanden und im andern Falle unterliegen sie nicht den Einflüssen der Irregularität.

Zur Verfeinerung einer ursprünglich in grobem Intervall angelegten Tafel bedient man sich gerne der Interpolation in die Mitte. Die Phase wird $n = \frac{1}{2}$ und wir haben nach Bessels Formel:

$$f(a+\tfrac{1}{2}) = u_0 + \tfrac{1}{2}\,\Delta u_{+\frac{1}{2}} - \tfrac{1}{8}\,\frac{\Delta^2 u_0 + \Delta^2 u_{+1}}{2} + \tfrac{3}{128}\,\frac{\Delta^4 u_0 + \Delta^4 u_{+1}}{2}$$

Die ungeraden Differenzen fallen heraus und die Koeffizienten besitzen bequeme Werte.

Beispiel. Aus der Ephemeride des Merkur 1917.

1917 0^h m Z Greenw.	α_{app}	I. Diff.	II. Diff.	III. Diff.	IV. Diff.	V. Diff.
Jan. 4	$20^h\,21^m\,22^s61$					
		$+\,3^m\,13^s56$				
5	20 24 36.17		$-\,33^s36$			
		+ 2 40.20		$-\,3^s39$		
6	20 27 16.37		− 36.75		$+\,0^s05$	
		+ 2 3.45		− 3.34		$+\,0^s26$
7	20 29 19.82		− 40.09		+ 0.31	
		+ 1 23.36		− 3.03		+ 0.20
8	20 30 43.18		− 43.12		+ 0.51	
		+ 0 40.24		− 2.52		+ 0.21
9	20 31 23.42		− 45.64		+ 0.72	
		− 0 5.40		− 1.80		
10	20 31 18.02		− 47.44			
		− 0 52.84				
11	20 30 25.18					

Gesucht α für Jan. 6.70048 $\qquad n = 0.70048$

Nach Bessels Formel		Nach Newtons Formel	
$n \times \Delta u_{+\frac{1}{2}}$	$+\,86^s476$	$n \times \Delta u_{+\frac{1}{2}}$	$+\,86^s476$
$(II) \times \frac{\Delta^2 u_0 + \Delta^2 u_{+1}}{2}$	+ 4.031	$(II) \times \Delta^2 u_{+1}$	+ 4.205
$(III) \times \Delta^3 u_{+\frac{1}{2}}$	+ 0.023	$(III) \times \Delta^3 u_{+\frac{3}{2}}$	− 0.138
$(IV) \times \frac{\Delta^4 u_0 + \Delta^4 u_{+1}}{2}$	+ 0.003	$(IV) \times \Delta^4 u_{+2}$	− 0.013
$(V) \times \Delta^5 u_{+\frac{1}{2}}$	0.000	$(V) \times \Delta^5 u_{+\frac{5}{2}}$	+ 0.004
	$+\,1^m\,30^s533$		$+\,1^m\,30^s534$

$$\alpha = 20^h\,28^m\,46^s90$$

62. Astronomische Konstanten.

Die allgemeine Präzession ist nach S. Newcomb angesetzt. Die Konstanten der Nutation, der Aberration und die Sonnenparallaxe wurden von der internationalen Konferenz für Fundamentalsterne zu Paris, Mai 1896, angenommen. Dem mittleren Abstand der Erde von der Sonne liegt der Äquatorradius der Erde nach Helmert 1907 zugrunde. Die Dauer des siderischen und tropischen Jahres (nach Newcomb) gilt für 1900. Das tropische Jahr verkürzt sich in einem Jahrtausend um $-5^s.30 = -0^d.00006 14$; das siderische Jahr wächst im gleichen Zeitraum um $+0^s.10 = +0^d.0000011$.

Geschwindigkeit des Lichtes in 1^s nach Newcomb und Michelson. Durch Aberration und Sonnenparallaxe ist indes auch schon die Lichtgeschwindigkeit festgelegt. Bezeichnet

A die Aberrationskonstante $= 20''.47$ (Pariser Konf. 1896)
π die Äquatoreal-Horizontal-Parallaxe der Sonne $= 8''.80$ (Pariser Konf. 1896)
V die Lichtgeschwindigkeit in km
μ die mittlere tägliche Bewegung der Erde in ihrer Bahn $= 3548''.19283$ (Newcomb)
φ den Exzentrizitätswinkel der Erdbahn $= 0° 57' 35''.31$ (Newcomb)
a den Äquatorradius der Erde $= 6378.200$ km (Helmert),

so besteht die Relation:

$$A\pi V = \frac{\mu a \sec \varphi}{86400 \sin 1''} \qquad A\pi V = 54035313 \; [7.73267767]$$

Die Zahl rechts ist so sicher bestimmt, daß sie als Konstante gelten kann. Zu den Werten A und π der Pariser Konferenz 1896 in Verbindung mit Helmerts Äquatorradius (1907) gehört dann eine Lichtgeschwindigkeit:

$$V = 299969.54 \text{ km} \quad [5.47707716]$$

63. Mathematische Konstanten.

64, 65. Berechnung der Beobachtungsfehler und Ausgleichung nach der Methode der kleinsten Quadrate.

In den beiden Tabellen 64, 65 sind alle Formeln, Ausdrücke und Zahlenwerte aus der Ausgleichungsrechnung zusammengestellt, deren der Forschungsreisende bei der definitiven Bearbeitung und Kritik seiner astronomischen Beobachtungen bedarf.

Das von Gauß eingeführte Zeichen [ ] bedeutet die Summe einer endlichen Zahl derjenigen gleichartigen Größen, die der Inhalt der Klammer anzeigt. Durch das Symbol [[v]] wird darauf hingewiesen, daß die absoluten Beträge der Abweichungen v vom

Mittelwert ohne Rücksicht auf ihr Vorzeichen zu summieren sind. Man gewöhne sich daran, die Abweichungen v stets im Sinne (Beobachtung — Mittel) oder (Beobachtung — Rechnung) zu bilden.

Beispiel 1. Mit einem kleinen Spiegelkreis wurden 1897 April 13 von 16^m vor bis 7^m nach der Kulmination 16 Zirkummeridian-Zenitdistanzen der Sonne über einem Ölhorizont gemessen, die die folgenden Werte für die Polhöhe φ des Beobachtungsortes ergaben. Wie genau ist die einzelne Beobachtung und der Mittelwert?

Nr.	φ	Beob.-Mittel = v	vv
		$''$	
1	51° 19′ 16″	− 30	900
2	28	− 18	324
3	37	− 9	81
4	48	+ 2	4
5	55	+ 9	81
6	30	− 16	256
7	58	+ 12	144
8	45	− 1	1
9	56	+ 10	100
10	66	+ 20	400
11	60	+ 14	196
12	61	+ 15	225
13	59	+ 13	169
14	55	+ 9	81
15	30	− 16	256
16	30	− 16	256
Mittel	51° 19′ 46″	+ 104 − 106 210	3474

lg [vv]	3.5408
lg (n — 1)	1.1761
	2.3647
lg ε	1.1823
lg $\sqrt{n}$	0.6021
lg ε(W)	0.5802

Mittlerer Fehler einer Beobachtung $\varepsilon = \pm 15''.2$

Mittlerer Fehler des Resultats $\varepsilon(W) = \pm\ 3.8$

Leitet man aus der Summe $[[v]] = 210$ der ersten Potenz der Fehler die mittleren Beobachtungsfehler ab, so findet sich $\varepsilon = \pm 17''.0$ und $\varepsilon(W) = \pm 4''.2$.

Da die Teilung des Instrumentchens, direkt 20′, nur 20″ mit Nonius abzulesen erlaubte, so haben die Beobachtungen an innerer Genauigkeit das geleistet, was man von ihnen fordern darf.

Beispiel 2. Die Zahlen des vorigen Beispiels wurden noch in der Richtung untersucht, ob sich darin eine durch eine Unsicherheit im Uhrstand verursachte für die ganze Reihe konstante Stundenwinkelkorrektion dt zeige. Als zweite Unbekannte ist die Verbesserung $d\varphi$ der geographischen Breite eingeführt. Die Bedingungsgleichungen bekommen die Form:

$$d\varphi + b \cdot dt = n\,,$$

wo für n, um mit kleinen Zahlen rechnen zu können, die Werte Beobachtung — Mittel = v des Beispiels 1 eingeführt sind. Der Koeffizient b ist so angesetzt, daß sich dt in Zeitminuten ergibt; $d\varphi$ kommt in Bogensekunden heraus.

Bedingungsgleichungen.

Nr.	a · x + b · y = n	bb	bn	nn	Rechn.	B − R = v	vv
1	1·dφ — 56·dt = — 30″	3136	+ 1680	900	— 9″	— 21″	441
2	1 — 48 = — 18	2304	+ 864	324	— 7	— 11	121
3	1 — 44 = — 9	1936	+ 396	81	— 7	— 2	4
4	1 — 39 = + 2	1521	— 78	4	— 5	+ 7	49
5	1 — 29 = + 9	841	— 261	81	— 3	+ 12	144
6	1 — 25 = — 16	625	+ 400	256	— 2	— 14	196
7	1 — 21 = + 12	441	— 252	144	— 1	+ 13	169
8	1 — 16 = — 1	256	+ 16	1	0	— 1	1
9	1 — 12 = + 10	144	— 120	100	+ 1	+ 9	81
10	1 — 7 = + 20	49	— 140	400	+ 2	+ 18	324
11	1 — 2 = + 14	4	— 28	196	+ 3	+ 11	121
12	1 + 1 = + 15	1	+ 15	225	+ 3	+ 12	144
13	1 + 7 = + 13	49	+ 91	169	+ 5	+ 8	64
14	1 + 11 = + 9	121	+ 99	81	+ 6	+ 3	9
15	1 + 19 = — 16	361	— 304	256	+ 7	— 23	529
16	1 + 24 = — 16	576	— 384	256	+ 9	— 25	625
[aa] = 16	+ 62 + 104	12365	+ 3561	3474			3022
	— 299 — 106		— 1567				n = 16
	[ab] = — 237 [an] = — 2		+ 1994				μ = 2
							n — μ = 14

lg [ab] 2.3747_n	+ 12365	+ 1994 lg [bn 1] 3.2934	
lg [aa] 1.2041	— 3510	— 29 lg [bb 1] 3.9472	
1.1706_n	[bb 1] + 8855	[bn 1] + 1965 lg y 9.3462	y = + $0^{\mathrm{m}}2219$
lg [ab] 2.3747_n		lg [ab] 2.3747_n	y = + $13^{\mathrm{s}}32$
lg [an] 0.3010_n		[an] — 2.00 1.7209_n	
3.5453		+ 52.59	
1.4716		+ 50.59 lg 1.7041	
		lg [aa] 1.2041	
		lg x 0.5000	x = + 3″16

[nn] 3474	lg [aa] 1.2041	lg [vv] 3.4803
—[an] x + 6	lg [bb 1] 3.9472	lg (n—μ) 1.1461
—[bn] y — 442	5.1513	2.3342
[nn 2] 3038	lg [bb] 4.0922	lg ε 1.1671 ε = ± 14″7
	lg px 1.0591	lg $\sqrt{p_x}$ 0.5296
		lg $\sqrt{p_y}$ 1.9736
		lg ε(x) 0.6375 ε(x) = ± 4″34
		lg ε(y) 9.1935 ε(y) = ± $0^{\mathrm{m}}156$ = ± $9^{\mathrm{s}}37$

Anmerkung. Die ganze Rechnung läßt sich sehr bequem und hinreichend genau mit dem Rechenschieber erledigen.

Die innerhalb der Rechnungsunsicherheit liegende Übereinstimmung der auf verschiedenem Wege abgeleiteten Fehlerquadratsummen ([nn 2] = 3038, [vv] = 3022) bestätigt die Richtigkeit der ganzen Rechnung. Das Ergebnis ist demnach:

$d\varphi = +3''.2$	$dt = +13^s.3$
M.F. ± 4.3	M.F. ± 9.4

M.F. einer Beobachtung $\varepsilon = \pm 14''.7$

und die definitive Polhöhe:

$$\varphi = +51^\circ 19' 49''.2 \qquad \text{m. F.} \pm 4''.3$$

Der Vergleich mit dem Resultat in Beispiel 1 zeigt, daß der m. F. einer Beobachtung etwas kleiner geworden ist. Das mußte man erwarten; denn durch zwei Unbekannte kann ich eine vorgelegte Beobachtungsreihe besser darstellen, als durch eine. Dagegen hat der m. F. der Polhöhe φ ein weniges zugenommen; ebenfalls vorauszusehen, weil das vorher auf eine Unbekannte konzentrierte Material jetzt deren zwei bestimmen muß. —

Ein wertvolles Kriterium für die Beobachtungen bildet auch die Verteilung der Fehler nach der absoluten Größe und deren Vergleich mit der aus der Wahrscheinlichkeitstheorie folgenden Anzahl. Bezeichnet r den wahrscheinlichen Fehler einer Beobachtung ($r = 0.6745\,\varepsilon$), so soll danach ein Fehler kleiner als $t \cdot r$ unter 1000 einzelnen Beobachtungen desselben Gegenstandes n mal vorkommen; mit dem Argument t entnimmt man n dem nachstehenden Täfelchen.

t	n	t	n
0.5	264	3.0	957
1.0	500	3.5	982
1.5	688	4.0	993
2.0	823	4.5	998
2.5	908	5.0	999

Zur Anwendung ordnen wir die 16 Fehler v in Beispiel 1 nach ihrer absoluten Größe und erhalten die Reihe

1″ 2″ 9″ 9″ 9″ 10″ 12″ 13″ 14″ 15″ 16″ 16″ 16″ 18″ 20″ 30″.

Da hier $r = \pm 10''.3$, so liefert Abzählung und Rechnung das folgende ohne weiteres verständliche Ergebnis für die wirklich auftretende und die theoretisch geforderte Fehleranzahl n.

t	t · r	n Beob.	n Rechn.	B — R
0.5	< 5″.1	2	4.2	— 2.2
1.0	10.3	6	8.0	— 2.0
1.5	15.5	10	11.0	— 1.0
2.0	20.6	15	13.2	+ 1.8
2.5	25.8	15	14.5	+ 0.5
3.0	< 30.9	16	15.3	+ 0.7

Übersichtlich läßt sich das Resultat der Abzählung auch in dieser Form zusammenstellen:

Zwischen den Grenzen für t.r	n Beob.	n Rechn.	B — R
0.″0 .... 5.″1	2	4.2	— 2.2
5.1 .... 10.3	4	3.8	+ 0.2
10.3 .... 15.5	4	3.0	+ 1.0
15.5 .... 20.6	5	2.2	+ 2.8
20.6 .... 25.8	0	1.3	— 1.3
25.8 .... 30.9	1	0.8	+ 0.2
> 30.9	0	0.7	— 0.7
	16	16.0	

In Anbetracht der geringen Zahl der verglichenen Messungen kann die Übereinstimmung zwischen Erfahrung und Theorie noch als leidlich gelten. Daß die großen Abweichungen etwas häufiger auftreten, als es nach der Theorie sein sollte, ist eine Wahrnehmung, die man gemeinhin macht und die aus der Eigenart des Beobachtungsvorganges nicht schwer zu erklären ist.

66, 67. Formeln.

Die Zusammenstellung bringt an erster Stelle diejenigen Formeln, deren der Forschungsreisende zur Auswertung der Zeit- und Ortsbestimmungen bedarf, und an zweiter Stelle eine Auswahl aus Formeln, die in der elliptischen Bahn zur Bearbeitung von Beobachtungen und zur Herstellung einer Ephemeride dienen können. Gleichungen, die schon in den Tafeln und ihren Erklärungen vorkommen, sind nicht wiederholt.

Der Methode zur Längenbestimmung aus Sternbedeckungen ist ein Täfelchen beigegeben, aus dem man die Korrektion des Erdradius wegen Refraktion bei Okkultationsphänomenen entlehnen kann.

Anhang.

68. Refraktion nach Radau.

Um die Möglichkeit zur Berechnung der Refraktion nach der Theorie von Radau[1]) zu gewähren, bietet der Anhang eine auf diese Theorie gestützte Refraktionstafel, die wieder nur die Genauigkeit der Bogensekunde anstrebt.

Ohne auf eine nähere Erläuterung von Radaus Theorie einzugehen, sei hier nur soviel gesagt, als zum Gebrauch der Tafeln erforderlich ist.

[1]) R. Radau, Essai sur les réfractions astronomiques. Annales de l'observ. Paris. 19. 1889. — Conn. des temps 1915ff.

Den am Quecksilberbarometer gemessenen Luftdruck hat man wegen Schwere (geographische Breite und Seehöhe des Beobachtungsortes) zu korrigieren. Die Verbesserung wegen geographischer Breite findet man schon in Tafel 47 I a, die wegen Seehöhe in Tafel 47 I b. Ferner ist die Barometerablesung auf die Lufttemperatur t zu reduzieren. Bedeutet t′ die Temperatur des Quecksilbers, so entnimmt man diese Verbesserung mit dem Argument $t' - t$ der Tafel 11. Auf diese Weise erhält man den weiter zu verwendenden Barometerstand.

Die Tafel 68 a gibt die normale Refraktion ϱ_0, gültig für Barometer 760 mm Quecksilber bei 0°, Lufttemperatur 0°, Dampfspannung 6 mm, geographische Breite 45°, Seehöhe 0 m. Als Refraktionskonstante liegt der Wert $60''\!.154$ zugrunde. Man berechnet dann die Temperaturkorrektion $d\varrho_T$, die man an ϱ_0 anzubringen hat, durch

$$d\varrho_T = \varrho_0 A \alpha \tau$$

Die numerischen Faktoren A, α, τ liefern die Tafeln 68 b, c, d. Bildet man nun

$$\varrho' = \varrho_0 + d\varrho_T\,,$$

so gewinnt man die Luftdruckkorrektion

$$d\varrho_B = \varrho' B \beta$$

und hat schließlich die gesuchte Refraktion

$$\varrho = \varrho' + d\varrho_B$$

B und β in den Tafeln 68 e, f. Die Auswertung der Verbesserungen $d\varrho_T$ und $d\varrho_B$ vermittelt entweder der Rechenschieber oder die dreistellige Logarithmentafel. Die rechnungsmäßige Unsicherheit der gewonnenen Refraktion wird 2″ nicht übersteigen. Man erkennt leicht die Vereinfachungen, die bei kleinen Zenitdistanzen eintreten: Faktor α ist 1 unterhalb 45°, τ ist 1 unterhalb 80° und β ist 1 unterhalb 60°.

Beispiel 1. Scheinb. ZD $= 75^\circ 19'\!.6$ Bar. $= 696.8$ mm Therm. $= -15^\circ\!.5$

ϱ_0	3′ 46″	A	+ 0.063	B	− 0.083	Mit Rechenschieber.
$d\varrho_T$	+ 14.5	α	1.018	β	1.002	
$d\varrho_B$	− 20.0	ϱ_0	226″	ϱ'	240″	
ϱ	3 40					

Beispiel 2. Scheinb. ZD $= 87^\circ 22'\!.7$ Bar. $= 768.8$ mm Therm. $= -10^\circ\!.3$

ϱ_0	16′ 21″	A	+ 0.041	B	+ 0.011	Mit Rechenschieber.
$d\varrho_T$	+ 50.1	α	1.239	β	1.033	
$d\varrho_B$	+ 11.7	τ	1.004	ϱ'	1031″	
ϱ	17 23	ϱ_0	981″			

Tafel 13 hat $\varrho = 17'\,22''$ ergeben. (S. 6.)

69. Mittlere Extinktion.

Um die Lichtabsorption beurteilen zu können, die die zu beobachtenden Gestirne durch die Atmosphäre erleiden, ist die Tafel 69 der mittleren Extinktion aufgenommen. Sie gibt an, um wieviel photometrische Größenklassen ein Stern in gegebener Zenitdistanz gegenüber seiner Helligkeit im Zenit geschwächt erscheint. Diese Kenntnis ist für den Beobachter zuweilen von Wert, wenn er wissen will, ob ein bestimmtes Gestirn in großen ZD überhaupt noch bequem sichtbar ist. Wäre der betreffende Stern z. B. von der Größe $3^{m}_{.}0$, so könnte man ihn in 86° wahrer ZD nur schwer mit den kleinen Hilfsmitteln zur Ortsbestimmung einstellen; denn er zeigt dann die Größe $3^{m}_{.}0 + 2^{m}_{.}0 = 5^{m}_{.}0$.

Die Tafel beruht auf Beobachtungen von G. Müller[1]; sie gilt im engeren Sinne für Potsdam (Seehöhe 100 m, Barometer 752 mm). In größeren Höhen über dem Meere wird die Extinktion natürlich geringer sein, doch fällt der Unterschied erst in den niedrigen Schichten am Horizont ins Auge. So hat man z. B. für den Säntis (Seehöhe 2504 m, Barometer 569 mm) in 88° wahrer ZD eine Extinktion von $2^{m}_{.}34$ gegenüber $3^{m}_{.}10$ in Potsdam.

Die Haupttafel a läuft mit der wahren ZD als Argument, das bis 75° ZD nach Belieben mit der scheinbaren ZD vertauscht werden darf. Für ZD $\gtreqless$ 75° gibt ein zweites Täfelchen b die Extinktion als Funktion der scheinbaren ZD.

70. Photometrische Größenklassen und Intensitäten.

Die Tafel 70 ist für manche Betrachtungen über das Helligkeitsverhältnis von Gestirnen bequem; ferner wird man sie mit Vorteil benutzen, wenn es sich darum handelt, die Gesamthelligkeit mehrerer nahestehender Sterne abzuleiten oder umgekehrt, aus der Gesamthelligkeit auf Einzelgrößen überzugehen. Die photometrischen Größenklassen M sind mit den Intensitäten J verknüpft durch die Gleichung:

$$J = \frac{1}{2.512^{M}} \quad \text{oder} \quad \log J = -M \cdot 0.40000$$

wo 2.5119 [log = 0.40000] das durch Definition festgelegte Helligkeitsverhältnis zweier aufeinander folgender photometrischer Sterngrößen bedeutet. Die Intensitäten J beziehen sich auf die Größenklasse $0^{m}_{.}0$, deren $J = 1$ angenommen ist.

Beispiele. Sei für einen Doppelstern, dessen Komponenten M_1 und M_2 vorliegen, die Totalhelligkeit M abzuleiten, so addiert man die J der Komponenten und entnimmt die zur J-Summe gehörige Größenklasse.

[1] G. Müller, Photometrie der Gestirne. Leipzig 1897. S. 515.

$$\begin{array}{ll} M_1 = 2^m\!.83 & J_1 = 0.074 \\ M_2 = 5.67 & \underline{J_2 = 0.00542} \\ M\ \ = 2.75 & J\ \ = 0.07942 \end{array}$$

Aus J erhält man durch Rechnung auch $M = -2.5 \log J$.

Häufig kommt es vor, daß für einen Doppelstern die Gesamthelligkeit M und eine Komponente M_1 bekannt sind. Wie hell ist die andere Komponente M_2?

$$\begin{array}{ll} M\ \ = 4^m\!.85 & J\ \ = 0.0115 \\ M_1 = 5.08 & \underline{J_1 = 0.00932} \\ M_2 = 6.65 & J_2 = 0.00218 \end{array}$$

Ferner kann man mit Hilfe der Tafel 70 leicht finden, um wieviel eine bestimmte Größenklasse M_1 heller ist als eine andere M_2.

$$\begin{array}{l} M_1 = -0^m\!.8 \\ M_2 = \ \ \ \ 9.3 \end{array} \quad \frac{J_1}{J_2} = \frac{2.09}{0.000191} = 10940,$$

der helle Stern besitzt also die 11000fache Leuchtkraft des schwächeren.

Man erkennt, daß die geltenden Ziffern der Tafel nach je 5^m wiederkehren. Für $M = -0^m\!.8$ hat man z. B. bei $4^m\!.2$ den Wert $J = 2.09$.

71. Reduktion beobachteter Zeiten auf die Sonne. Scheinbare Sonnenlänge.

Die Tafel 71 ermöglicht den bequemen Übergang von einer beobachteten geozentrischen Zeit auf die Sonne, wie es z. B. bei der Bearbeitung veränderlicher Sterne vorkommt. Bedeutet $\odot$ die scheinbare Länge der Sonne, R den Abstand Sonne-Erde, λ und β die astronomische Länge und Breite des Gestirns, so ist

$$\text{Heliozentr. Zeit} - \text{Geozentr. Zeit} = -8^m\!.308\, R \cos\beta \cos(\odot - \lambda)$$

in Zeitminuten. Die Tafel 71 gibt $\odot$ und $\log(8^m\!.308 \cdot R)$ für den mittleren Greenwicher Mittag eines jeden zehnten Tages des Jahres. Sie bildet zugleich eine Ergänzung der immerwährenden Sonnenephemeride (Tafel 1a), der sie die scheinbare Sonnenlänge $\odot$ hinzufügt. Innerhalb desselben Zeitraumes, für den die Tafeln 1 gelten, kann man ihr mit Hilfe der Zeitreduktion k (Tafel 1c) die Sonnenlänge auf etwa 1 genau entnehmen.

B e i s p i e l. Gesucht scheinbare Länge $\odot$ der Sonne für 1912 Februar 14 $3^h 8^m 46^s$ M. Z. Greenw.

1912 Febr. 14.131 k + 0.453 Febr. 14.584	Mit Berücksichtigung der zweiten Differenzen, deren Einfluß hier $0^\circ\!.005$ (nahe das mögliche Maximum) ausmacht, erhält man $\odot = 324^\circ\!.58.$

Der Nautical Almanac 1912 liefert in guter Übereinstimmung

$$\odot = 324^\circ 34' 58'' = 324^\circ\!.583.$$

72. Dreistellige Logarithmentafel.

TAFELN.

1a. Immerwährende Sonnenephemeride.

Mittlerer Greenwicher Mittag.

Tag G	Tag S	Scheinb. A R	Diff.	Scheinb. Dekl.	Diff.	Zeitgleichung	Diff.	log R	Diff.	Sternzeit
Januar										
G	S	h m s		° ′		m s				h m s
0	1	18 40 20		—23 7.6		+ 2 58		9.99267		18 37 22
			4 25		4.5		28		0	
1	2	18 44 45		23 3.1		3 26		99267		18 41 18
			4 25		5.0		29		0	
2	3	18 49 10		22 58.1		3 55		99267		18 45 15
			4 24		5.4		28		0	
3	4	18 53 34		22 52.7		4 23		99267		18 49 12
			4 24		5.8		27		0	
4	5	18 57 58		22 46.9		4 50		99267		18 53 8
			4 24		6.3		27		1	
5	6	19 2 22		—22 40.6		+ 5 17		9.99268		18 57 5
			4 23		6.8		27		1	
6	7	19 6 45		22 33.8		5 44		99269		19 1 1
			4 23		7.2		27		2	
7	8	19 11 8		22 26.6		6 11		99271		19 4 58
			4 23		7.7		26		1	
8	9	19 15 31		22 18.9		6 37		99272		19 8 54
			4 22		8.1		25		2	
9	10	19 19 53		22 10.8		7 2		99274		19 12 51
			4 21		8.5		25		2	
10	11	19 24 14		—22 2.3		+ 7 27		9.99276		19 16 47
			4 21		9.0		24		2	
11	12	19 28 35		21 53.3		7 51		99278		19 20 44
			4 21		9.4		24		2	
12	13	19 32 56		21 43.9		8 15		99280		19 24 41
			4 19		9.8		23		2	
13	14	19 37 15		21 34.1		8 38		99282		19 28 37
			4 20		10.2		23		2	
14	15	19 41 35		21 23.9		9 1		99284		19 32 34
			4 18		10.6		22		3	
15	16	19 45 53		—21 13.3		+ 9 23		9.99287		19 36 30
			4 18		11.1		21		3	
16	17	19 50 11		21 2.2		9 44		99290		19 40 27
			4 17		11.4		21		3	
17	18	19 54 28		20 50.8		10 5		99293		19 44 23
			4 16		11.9		19		3	
18	19	19 58 44		20 38.9		10 24		99296		19 48 20
			4 16		12.2		19		3	
19	20	20 3 0		20 26.7		10 43		99299		19 52 16
			4 15		12.6		19		4	
20	21	20 7 15		—20 14.1		+11 2		9.99303		19 56 13
			4 14		13.0		17		4	
21	22	20 11 29		20 1.1		11 19		99307		20 0 10
			4 13		13.4		17		4	
22	23	20 15 42		19 47.7		11 36		99311		20 4 6
			4 13		13.7		16		4	
23	24	20 19 55		19 34.0		11 52		99315		20 8 3
			4 12		14.1		15		5	
24	25	20 24 7		19 19.9		12 7		99320		20 11 59
			4 11		14.5		15		4	
25	26	20 28 18		—19 5.4		+12 22		9.99324		20 15 56
			4 10		14.8		13		5	
26	27	20 32 28		18 50.6		12 35		99329		20 19 52
			4 9		15.1		13		6	
27	28	20 36 37		18 35.5		12 48		99335		20 23 49
			4 9		15.5		12		5	
28	29	20 40 46		18 20.0		13 0		99340		20 27 45
			4 7		15.8		11		6	
29	30	20 44 53		18 4.2		13 11		99346		20 31 42
			4 7		16.1		11		6	
30	31	20 49 0		—17 48.1		+13 22		9.99352		20 35 39
			4 6		16.5		9		6	
31	32	20 53 6		17 31.6		13 31		99358		20 39 35
Februar										
0	1	20 53 6		—17 31.6		+13 31		9.99358		20 39 35
			4 6		16.8		9		7	
1	2	20 57 12		17 14.8		13 40		99365		20 43 32
			4 4		17.0		8		7	
2	3	21 1 16		16 57.8		13 48		99372		20 47 28
			4 4		17.4		7		7	
3	4	21 5 20		16 40.4		13 55		99379		20 51 25
			4 3		17.7		6		7	
4	5	21 9 23		16 22.7		14 1		99386		20 55 21
			4 2		17.9		6		7	
5	6	21 13 25		—16 4.8		+14 7		9.99393		20 59 18
			4 1		18.2		5		8	
6	7	21 17 26		15 46.6		14 12		99401		21 3 14
			4 1		18.5		4		7	
7	8	21 21 27		15 28.1		14 16		99408		21 7 11
			3 59		18.8		3		8	
8	9	21 25 26		15 9.3		14 19		99416		21 11 8
			3 59		19.0		2		8	
9	10	21 29 25		14 50.3		14 21		99424		21 15 4
			3 59		19.3		2		8	
10	11	21 33 24		—14 31.0		+14 23		9.99432		21 19 1

1a. Immerwährende Sonnenephemeride (Fortsetzung).

Tag		Scheinb. AR	Diff.	Scheinb. Dekl.	Diff.	Zeitgleichung	Diff.	log R	Diff.	Sternzeit
Februar										
G	S	h m s		° ′		m s				h m s
10	11	21 33 24		—14 31.0		+14 23		9.99432		21 19 1
11	12	21 37 21	3 57	14 11.5	19.5	14 24	1	99440	8	21 22 57
12	13	21 41 18	3 57	13 51.8	19.7	14 24	0	99449	9	21 26 54
13	14	21 45 13	3 55	13 31.8	20.0	14 23	1	99457	8	21 30 50
14	15	21 49 8	3 55	13 11.6	20.2	14 22	1	99465	8	21 34 47
			3 55		20.4		3		9	
15	16	21 53 3		—12 51.2		+14 19		9.99474		21 38 43
16	17	21 56 56	3 53	12 30.6	20.6	14 16	3	99483	9	21 42 40
17	18	22 0 49	3 53	12 9.8	20.8	14 13	3	99492	9	21 46 37
18	19	22 4 41	3 52	11 48.8	21.0	14 8	5	99500	8	21 50 33
19	20	22 8 33	3 52	11 27.6	21.2	14 3	5	99510	10	21 54 30
			3 50		21.3		6		9	
20	21	22 12 23		—11 6.3		+13 57		9.99519		21 58 26
21	22	22 16 13	3 50	10 44.7	21 6	13 51	6	99528	9	22 2 23
22	23	22 20 3	3 50	10 23.0	21.7	13 43	8	99538	10	22 6 19
23	24	22 23 51	3 48	10 1.2	21.8	13 36	7	99548	10	22 10 16
24	25	22 27 39	3 48	9 39.2	22.0	13 27	9	99558	10	22 14 12
			3 48		22.2		9		10	
25	26	22 31 27		— 9 17.0		+13 18		9.99568		22 18 9
26	27	22 35 14	3 47	8 54.7	22.3	13 8	10	99578	10	22 22 6
27	28	22 39 0	3 46	8 32.3	22.4	12 58	10	99589	11	22 26 2
28	29	22 42 46	3 46	8 9.8	22.5	12 47	11	99599	10	22 29 59
März			3 45		22.7		11		11	
1		22 46 31		— 7 47.1		+12 36		9.99610		22 33 55
2		22 50 16	3 45	7 24.3	22.8	12 24	12	99621	11	22 37 52
3		22 54 0	3 44	7 1.4	22 9	12 12	12	99632	11	22 41 48
4		22 57 44	3 44	6 38.4	23.0	11 59	13	99644	12	22 45 45
5		23 1 27	3 43	6 15.3	23.1	11 46	13	99655	11	22 49 41
			3 43		23.2		14		12	
6		23 5 10		— 5 52.1		+11 32		9.99667		22 53 38
7		23 8 53	3 43	5 28.9	23.2	11 18	14	99678	11	22 57 35
8		23 12 35	3 42	5 5.6	23.3	11 4	14	99690	12	23 1 31
9		23 16 16	3 41	4 42.2	23.4	10 49	15	99702	12	23 5 28
10		23 19 58	3 42	4 18.7	23.5	10 34	15	99713	11	23 9 24
			3 41		23.5		16		12	
11		23 23 39		— 3 55.2		+10 18		9 99725		23 13 21
12		23 27 19	3 40	3 31.6	23.6	10 2	16	99737	12	23 17 17
13		23 31 0	3 41	3 8.0	23.6	9 46	16	99749	12	23 21 14
14		23 34 40	3 40	2 44.4	23.6	9 30	16	99760	11	23 25 10
15		23 38 20	3 40	2 20.7	23.7	9 13	17	99772	12	23 29 7
			3 39		23.7		17		12	
16		23 41 59		— 1 57.0		+ 8 56		9 99784		23 33 4
17		23 45 39	3 40	1 33.3	23.7	8 39	17	99796	12	23 37 0
18		23 49 18	3 39	1 9.6	23.7	8 21	18	99808	12	23 40 57
19		23 52 57	3 39	0 45.9	23.7	8 4	17	99820	12	23 44 53
20		23 56 36	3 39	— 0 22.2	23.7	7 46	18	99831	11	23 48 50
			3 38		23.7		18		12	
21		0 0 14		+ 0 1.5		+ 7 28		9.99843		23 52 46
22		0 3 53	3 39	0 25.2	23.7	7 10	18	99856	13	23 56 43
23		0 7 31	3 38	0 48.9	23.7	6 52	18	99868	12	0 0 39
24		0 11 9	3 38	1 12.5	23.6	6 33	19	99880	12	0 4 36
25		0 14 48	3 39	1 36.1	23.6	6 15	18	99892	12	0 8 32
			3 38		23.6		18		12	
26		0 18 26		+ 1 59.7		+ 5 57		9.99904		0 12 29

1a. Immerwährende Sonnenephemeride (Fortsetzung).

Tag	Scheinb. AR	Scheinb. Dekl.	Zeitgleichung	log R	Sternzeit
März	h m s	° ′	m s		h m s
26	0 18 26	+ 1 59.7	+ 5 57	9.99904	0 12 29
	3 38	23.5	19	13	
27	0 22 4	2 23.2	5 38	99917	0 16 26
	3 38	23.5	18	12	
28	0 25 42	2 46.7	5 20	99929	0 20 22
	3 38	23.4	19	13	
29	0 29 20	3 10.1	5 1	99942	0 24 19
	3 38	23.4	18	12	
30	0 32 58	3 33.5	4 43	99954	0 28 15
	3 38	23.3	18	13	
31	0 36 36	+ 3 56.8	+ 4 25	9.99967	0 32 12
April					
	3 39	23.2	19	13	
1	0 40 15	+ 4 20.0	+ 4 6	9.99980	0 36 8
	3 38	23.2	18	12	
2	0 43 53	4 43.2	3 48	9.99992	0 40 5
	3 39	23.0	18	13	
3	0 47 32	5 6.2	3 30	0.00005	0 44 1
	3 38	23.0	18	13	
4	0 51 10	5 29.2	3 12	00018	0 47 58
	3 39	22.9	17	13	
5	0 54 49	5 52.1	2 55	00031	0 51 55
	3 39	22.8	18	12	
6	0 58 28	+ 6 14.9	+ 2 37	0.00043	0 55 51
	3 40	22.6	17	13	
7	1 2 8	6 37.5	2 20	00056	0 59 48
	3 39	22 6	17	13	
8	1 5 47	7 0.1	2 3	00069	1 3 44
	3 40	22.4	17	12	
9	1 9 27	7 22.5	1 46	00081	1 7 41
	3 40	22.4	16	13	
10	1 13 7	7 44.9	1 30	00094	1 11 37
	3 40	22.2	17	12	
11	1 16 47	+ 8 7.1	+ 1 13	0.00106	1 15 34
	3 41	22.0	15	12	
12	1 20 28	8 29.1	0 58	00118	1 19 30
	3 41	21.9	16	12	
13	1 24 9	8 51.0	0 42	00130	1 23 27
	3 41	21.8	16	12	
14	1 27 50	9 12.8	0 26	00142	1 27 24
	3 41	21.6	15	12	
15	1 31 31	9 34.4	+ 0 11	00154	1 31 20
	3 42	21.4	14	12	
16	1 35 13	+ 9 55.8	— 0 3	0.00166	1 35 17
	3 42	21.3	15	12	
17	1 38 55	10 17.1	0 18	00178	1 39 13
	3 43	21.1	14	11	
18	1 42 38	10 38.2	0 32	00189	1 43 10
	3 43	21.0	14	12	
19	1 46 21	10 59.2	0 46	00201	1 47 6
	3 43	20.7	13	12	
20	1 50 4	11 19.9	0 59	00213	1 51 3
	3 44	20.6	13	11	
21	1 53 48	+11 40.5	— 1 12	0.00224	1 54 59
	3 44	20.4	12	12	
22	1 57 32	12 0.9	1 24	00236	1 58 56
	3 44	20.1	12	11	
23	2 1 16	12 21.0	1 36	00247	2 2 53
	3 45	20.0	12	11	
24	2 5 1	12 41.0	1 48	00258	2 6 49
	3 46	19.8	11	12	
25	2 8 47	13 0.8	1 59	00270	2 10 46
	3 46	19.5	11	11	
26	2 12 33	+13 20.3	— 2 10	0.00281	2 14 42
	3 46	19.4	10	12	
27	2 16 19	13 39.7	2 20	00293	2 18 39
	3 47	19.1	9	11	
28	2 20 6	13 58.8	2 29	00304	2 22 35
	3 47	18.9	10	11	
29	2 23 53	14 17.7	2 39	00315	2 26 32
	3 48	18.6	8	11	
30	2 27 41	14 36.3	2 47	00326	2 30 28
Mai					
	3 49	18.4	8	11	
1	2 31 30	+14 54.7	— 2 55	0.00337	2 34 25
	3 49	18.2	8	12	
2	2 35 19	15 12.9	3 3	00349	2 38 22
	3 49	17.9	7	10	
3	2 39 8	15 30.8	3 10	00359	2 42 18
	3 50	17.6	6	11	
4	2 42 58	15 48.4	3 16	00370	2 46 15
	3 51	17.4	6	11	
5	2 46 49	16 5.8	3 22	00381	2 50 11
	3 51	17.2	5	11	
6	2 50 40	+16 23.0	— 3 27	0.00392	2 54 8

1a. Immerwährende Sonnenephemeride (Fortsetzung).

Tag	Scheinb. AR		Scheinb. Dekl.		Zeitgleichung		log R		Sternzeit
Mai	h m s		° ′		m s				h m s
6	2 50 40		+16 23.0		— 3 27		0.00392		2 54 8
7	2 54 32	3 52	16 39.8	16.8	3 32	5	00402	10	2 58 4
8	2 58 25	3 53	16 56.4	16.6	3 36	4	00412	10	3 2 1
9	3 2 18	3 53	17 12.7	16.3	3 40	4	00423	11	3 5 57
10	3 6 12	3 54	17 28.7	16.0	3 42	2	00433	10	3 9 54
		3 54		15.8		3		9	
11	3 10 6		+17 44.5		— 3 45		0.00442		3 13 51
12	3 14 0	3 54	17 59.9	15.4	3 47	2	00452	10	3 17 47
13	3 17 56	3 56	18 15.0	15.1	3 48	1	00461	9	3 21 44
14	3 21 52	3 56	18 29.8	14.8	3 48	0	00470	9	3 25 40
15	3 25 48	3 56	18 44.3	14.5	3 49	1	00479	9	3 29 37
		3 57		14.2		1		9	
16	3 29 45		+18 58.5		— 3 48		0.00488		3 33 33
17	3 33 43	3 58	19 12.4	13.9	3 47	1	00497	9	3 37 30
18	3 37 41	3 58	19 25.9	13.5	3 46	1	00505	8	3 41 26
19	3 41 40	3 59	19 39.1	13.2	3 43	3	00514	9	3 45 23
20	3 45 39	3 59	19 52.0	12.9	3 41	2	00522	8	3 49 20
		3 59		12.5		3		8	
21	3 49 38		+20 4.5		— 3 38		0.00530		3 53 16
22	3 53 39	4 1	20 16.7	12.2	3 34	4	00538	8	3 57 13
23	3 57 39	4 0	20 28.6	11.9	3 30	4	00546	8	4 1 9
24	4 1 41	4 2	20 40.1	11.5	3 25	5	00553	7	4 5 6
25	4 5 42	4 1	20 51.2	11.1	3 20	5	00561	8	4 9 2
		4 3		10.8		6		8	
26	4 9 45		+21 2.0		— 3 14		0.00569		4 12 59
27	4 13 48	4 3	21 12.4	10.4	3 8	6	00576	7	4 16 55
28	4 17 51	4 3	21 22.5	10.1	3 1	7	00583	7	4 20 52
29	4 21 55	4 4	21 32.2	9.7	2 54	7	00590	7	4 24 49
30	4 25 59	4 4	21 41.5	9.3	2 46	8	00598	8	4 28 45
		4 4		8.9		8		7	
31	4 30 3		+21 50.4		— 2 38		0.00605		4 32 42
Juni		4 6		8.6		8		6	
1	4 34 9		+21 59.0		— 2 30		0.00611		4 36 38
2	4 38 14	4 5	22 7.2	8.2	2 21	9	00618	7	4 40 35
3	4 42 20	4 6	22 15.0	7.8	2 11	10	00624	6	4 44 31
4	4 46 26	4 6	22 22.4	7.4	2 1	10	00631	7	4 48 28
5	4 50 33	4 7	22 29.4	7.0	1 51	10	00637	6	4 52 24
		4 7		6.6		10		5	
6	4 54 40		+22 36.0		— 1 41		0.00642		4 56 21
7	4 58 48	4 8	22 42.2	6.2	1 30	11	00648	6	5 0 18
8	5 2 55	4 7	22 48.1	5.9	1 19	11	00653	5	5 4 14
9	5 7 3	4 8	22 53.5	5.4	1 7	12	00658	5	5 8 11
10	5 11 12	4 9	22 58.5	5.0	0 56	11	00663	5	5 12 7
		4 8		4.6		12		5	
11	5 15 20		+23 3.1		— 0 44		0.00668		5 16 4
12	5 19 29	4 9	23 7.3	4.2	0 31	13	00672	4	5 20 0
13	5 23 38	4 9	23 11.2	3.9	0 19	12	00676	4	5 23 57
14	5 27 47	4 9	23 14.6	3.4	— 0 7	12	00680	4	5 27 53
15	5 31 56	4 9	23 17.5	2.9	+ 0 6	13	00684	4	5 31 50
		4 9		2.6		13		3	
16	5 36 5		+23 20.1		+ 0 19		0.00687		5 35 47

1a. Immerwährende Sonnenephemeride (Fortsetzung).

Tag	Scheinb. A R		Scheinb. Dekl.		Zeitgleichung		log R		Sternzeit
Juni	h m s		° ′		m s				h m s
16	5 36 5		+23 20.1		+ 0 19		0.00687		5 35 47
17	5 40 15	4 10	23 22.3	2.2	0 32	13	00690	3	5 39 43
18	5 44 24	4 9	23 24.0	1.7	0 45	13	00693	3	5 43 40
19	5 48 34	4 10	23 25.4	1.4	0 58	13	00696	3	5 47 36
20	5 52 43	4 9	23 26.3	0.9	1 11	13	00699	3	5 51 33
21	5 56 53	4 10	+23 26.8	0.5	+ 1 24	13	0.00701	2	5 55 29
22	6 1 2	4 9	23 26.9	0.1	1 37	13	00704	3	5 59 26
23	6 5 12	4 10	23 26.6	0.3	1 49	12	00706	2	6 3 22
24	6 9 21	4 9	23 25.9	0.7	2 2	13	00708	2	6 7 19
25	6 13 31	4 10	23 24.8	1.1	2 15	13	00710	2	6 11 16
26	6 17 40	4 9	+23 23.2	1.6	+ 2 28	13	0.00712	2	6 15 12
27	6 21 49	4 9	23 21.3	1.9	2 40	12	00714	2	6 19 9
28	6 25 58	4 9	23 18.9	2.4	2 53	13	00715	1	6 23 5
29	6 30 7	4 9	23 16.1	2.8	3 5	12	00716	1	6 27 2
30	6 34 15	4 8	23 13.0	3.1	3 17	12	00718	2	6 30 58
Juli									
1	6 38 24	4 9	+23 9.4	3.6	+ 3 29	12	0.00719	1	6 34 55
2	6 42 32	4 8	23 5.4	4.0	3 41	12	00719	0	6 38 51
3	6 46 40	4 8	23 1.0	4.4	3 52	11	00720	1	6 42 48
4	6 50 48	4 8	22 56.1	4.9	4 3	11	00720	0	6 46 45
5	6 54 55	4 7	22 50.9	5.2	4 14	11	00720	0	6 50 41
6	6 59 2	4 7	+22 45.3	5.6	+ 4 25	11	0.00720	0	6 54 38
7	7 3 9	4 7	22 39.3	6.0	4 35	10	00720	0	6 58 34
8	7 7 15	4 6	22 32.9	6.4	4 45	10	00719	1	7 2 31
9	7 11 21	4 6	22 26.2	6.7	4 54	9	00718	1	7 6 27
10	7 15 27	4 6	22 19.0	7.2	5 3	9	00717	1	7 10 24
11	7 19 32	4 5	+22 11.4	7.6	+ 5 12	9	0.00715	2	7 14 21
12	7 23 37	4 5	22 3.5	7.9	5 20	8	00714	1	7 18 17
13	7 27 41	4 4	21 55.2	8.3	5 28	8	00712	2	7 22 14
14	7 31 45	4 4	21 46.5	8.7	5 35	7	00710	2	7 26 10
15	7 35 48	4 3	21 37.4	9.1	5 42	7	00707	3	7 30 7
16	7 39 51	4 3	+21 28.0	9.4	+ 5 48	6	0.00704	3	7 34 3
17	7 43 54	4 3	21 18.2	9.8	5 54	6	00702	2	7 38 0
18	7 47 55	4 1	21 8.0	10.2	5 59	5	00699	3	7 41 56
19	7 51 56	4 1	20 57.5	10.5	6 4	5	00695	4	7 45 53
20	7 55 57	4 1	20 46.7	10.8	6 8	4	00692	3	7 49 50
21	7 59 57	4 0	+20 35.5	11.2	+ 6 11	3	0.00689	3	7 53 46
22	8 3 57	4 0	20 23.9	11.6	6 14	3	00685	4	7 57 43
23	8 7 56	3 59	20 12.0	11.9	6 16	2	00681	4	8 1 39
24	8 11 54	3 58	19 59.8	12.2	6 18	2	00677	4	8 5 36
25	8 15 52	3 58	19 47.2	12.6	6 19	1	00673	4	8 9 32
26	8 19 49	3 57	+19 34.3	12.9	+ 6 20	1	0.00669	4	8 13 29
27	8 23 46	3 57	19 21.1	13.2	6 20	0	00665	4	8 17 25
28	8 27 42	3 56	19 7.5	13.6	6 20	0	00660	5	8 21 22
29	8 31 37	3 55	18 53.6	13.9	6 19	1	00656	4	8 25 19
30	8 35 32	3 55	18 39.4	14.2	6 17	2	00651	5	8 29 15
31	8 39 26	3 54	+18 25.0	14.4	+ 6 15	2	0.00646	5	8 33 12
32	8 43 20	3 54	18 10.2	14.8	6 12	3	00641	5	8 37 8

1a. Immerwährende Sonnenephemeride (Fortsetzung).

Tag	Scheinb. AR		Scheinb. Dekl.		Zeitgleichung		log R		Sternzeit
August	h m s		° ′		m s				h m s
1	8 43 20	3 53	+18 10.2	15.1	+ 6 12	4	0.00641	6	8 37 8
2	8 47 13	3 53	17 55.1	15.4	6 8	4	00635	5	8 41 5
3	8 51 6	3 52	17 39.7	15.7	6 4	4	00630	6	8 45 1
4	8 54 58	3 51	17 24.0	15.9	6 0	6	00624	6	8 48 58
5	8 58 49		17 8.1		5 54		00618		8 52 54
		3 51		16.3		5		6	
6	9 2 40	3 50	+16 51.8	16.5	+ 5 49	7	0.00612	7	8 56 51
7	9 6 30	3 49	16 35.3	16.8	5 42	7	00605	7	9 0 48
8	9 10 19	3 49	16 18.5	17.0	5 35	7	00598	7	9 4 44
9	9 14 8	3 49	16 1.5	17.3	5 28	9	00591	7	9 8 41
10	9 17 57		15 44.2		5 19		00584		9 12 37
		3 47		17.5		8		7	
11	9 21 44	3 48	+15 26.7	17.8	+ 5 11	10	0.00577	8	9 16 34
12	9 25 32	3 46	15 8.9	18.0	5 1	10	00569	8	9 20 30
13	9 29 18	3 46	14 50.9	18.3	4 51	10	00561	8	9 24 27
14	9 33 4	3 46	14 32.6	18.5	4 41	11	00553	8	9 28 23
15	9 36 50		14 14.1		4 30		00545		9 32 20
		3 45		18.7		12		8	
16	9 40 35	3 44	+13 55.4	19.0	+ 4 18	12	0.00537	9	9 36 17
17	9 44 19	3 44	13 36.4	19.1	4 6	13	00528	8	9 40 13
18	9 48 3	3 43	13 17.3	19.4	3 53	13	00520	9	9 44 10
19	9 51 46	3 43	12 57.9	19.6	3 40	14	00511	9	9 48 6
20	9 55 29		12 38.3		3 26		00502		9 52 3
		3 43		19.7		14		8	
21	9 59 12	3 41	+12 18.6	20.0	+ 3 12	14	0.00494	9	9 55 59
22	10 2 53	3 42	11 58.6	20.2	2 58	16	00485	9	9 59 56
23	10 6 35	3 41	11 38.4	20.3	2 42	15	00476	10	10 3 52
24	10 10 16	3 40	11 18.1	20.5	2 27	16	00466	9	10 7 49
25	10 13 56		10 57.6		2 11		00457		10 11 46
		3 41		20.7		17		9	
26	10 17 37	3 39	+10 36.9	20.9	+ 1 54	16	0.00448	9	10 15 42
27	10 21 16	3 40	10 16.0	21.0	1 38	17	00439	10	10 19 39
28	10 24 56	3 39	9 55.0	21.2	1 21	18	00429	9	10 23 35
29	10 28 35	3 38	9 33.8	21.4	1 3	18	00420	10	10 27 32
30	10 32 13		9 12.4		0 45		00410		10 31 28
		3 39		21.5		18		10	
31	10 35 52		+ 8 50.9		+ 0 27		0.00400		10 35 25
September		3 38		21.6		18		10	
1	10 39 30	3 38	+ 8 29.3	21.8	+ 0 9	19	0.00390	10	10 39 21
2	10 43 8	3 37	8 7.5	21.9	— 0 10	19	00380	11	10 43 18
3	10 46 45	3 37	7 45.6	22.0	0 29	20	00369	10	10 47 14
4	10 50 22	3 37	7 23.6	22.2	0 49	19	00359	11	10 51 11
5	10 53 59		7 1.4		1 8		00348		10 55 8
		3 37		22.2		20		11	
6	10 57 36	3 37	+ 6 39.2	22.4	— 1 28	20	0.00337	11	10 59 4
7	11 1 13	3 36	6 16.8	22.5	1 48	20	00326	11	11 3 1
8	11 4 49	3 36	5 54.3	22.6	2 8	21	00315	11	11 6 57
9	11 8 25	3 36	5 31.7	22.6	2 29	20	00304	12	11 10 54
10	11 12 1		5 9.1		2 49		00292		11 14 50
		3 36		22.8		21		11	
11	11 15 37		+ 4 46.3		— 3 10		0.00281		11 18 47

1a. Immerwährende Sonnenephemeride (Fortsetzung).

Tag	Scheinb. AR	Diff.	Scheinb. Dekl.	Diff.	Zeitgleichung	Diff.	log R	Diff.	Sternzeit
September	h m s		° ′		m s				h m s
11	11 15 37		+ 4 46.3		— 3 10		0.00281		11 18 47
12	11 19 13	3 36	4 23.5	22.8	3 31	21	00269	12	11 22 43
13	11 22 48	3 35	4 0.6	22.9	3 52	21	00257	12	11 26 40
14	11 26 24	3 36	3 37.6	23.0	4 13	21	00246	11	11 30 37
15	11 29 59	3 35	3 14.5	23.1	4 34	21	00234	12	11 34 33
16	11 33 34	3 35	+ 2 51.4	23.1	— 4 55	21	0.00222	12	11 38 30
17	11 37 9	3 35	2 28.3	23.1	5 17	22	00210	12	11 42 26
18	11 40 45	3 36	2 5.1	23.2	5 38	21	00198	12	11 46 23
19	11 44 20	3 35	1 41.8	23.3	5 59	21	00186	12	11 50 19
20	11 47 55	3 35	1 18.6	23.2	6 21	22	00174	12	11 54 16
21	11 51 30	3 35	+ 0 55.2	23.4	— 6 42	21	0.00162	12	11 58 12
22	11 55 6	3 36	0 31.9	23.3	7 3	21	00150	12	12 2 9
23	11 58 41	3 35	+ 0 8.5	23.4	7 24	21	00138	12	12 6 6
24	12 2 17	3 36	— 0 14.8	23.3	7 45	21	00126	12	12 10 2
25	12 5 53	3 36	0 38.2	23.4	8 6	21	00114	12	12 13 59
26	12 9 29	3 36	— 1 1.6	23.4	— 8 27	21	0.00102	12	12 17 55
27	12 13 5	3 36	1 25.0	23.4	8 47	20	00090	12	12 21 52
28	12 16 41	3 36	1 48.4	23.4	9 7	20	00078	12	12 25 48
29	12 20 18	3 37	2 11.8	23.4	9 27	20	00065	13	12 29 45
30	12 23 54	3 36	2 35.2	23.4	9 47	20	00053	12	12 33 41
Oktober									
1	12 27 31	3 37	— 2 58.5	23.3	—10 7	20	0.00041	12	12 37 38
2	12 31 9	3 38	3 21.8	23.3	10 26	19	00029	12	12 41 35
3	12 34 47	3 38	3 45.1	23.3	10 45	19	00016	13	12 45 31
4	12 38 25	3 38	4 8.3	23.2	11 3	18	0.00004	12	12 49 28
5	12 42 3	3 38	4 31.5	23.2	11 21	18	9.99991	13	12 53 24
6	12 45 42	3 39	— 4 54.6	23.1	—11 39	18	9.99979	12	12 57 21
7	12 49 21	3 39	5 17.7	23.1	11 57	18	99966	13	13 1 17
8	12 53 0	3 39	5 40.7	23.0	12 14	17	99954	12	13 5 14
9	12 56 40	3 40	6 3.6	22.9	12 30	16	99941	13	13 9 10
10	13 0 20	3 40	6 26.4	22.8	12 47	17	99928	13	13 13 7
11	13 4 1	3 41	— 6 49.2	22.8	—13 2	15	9.99916	12	13 17 3
12	13 7 42	3 41	7 11.8	22.6	13 18	16	99903	13	13 21 0
13	13 11 24	3 42	7 34.4	22.6	13 33	15	99890	13	13 24 57
14	13 15 6	3 42	7 56.9	22.5	13 47	14	99878	12	13 28 53
15	13 18 49	3 43	8 19.2	22.3	14 1	14	99865	13	13 32 50
16	13 22 32	3 43	— 8 41.4	22.2	—14 14	13	9.99852	13	13 36 46
17	13 26 16	3 44	9 3.5	22.1	14 27	13	99840	12	13 40 43
18	13 30 0	3 44	9 25.5	22.0	14 39	12	99827	13	13 44 39
19	13 33 45	3 45	9 47.3	21.8	14 51	12	99815	12	13 48 36
20	13 37 31	3 46	10 9.0	21.7	15 2	11	99803	12	13 52 32
21	13 41 17	3 46	—10 30.6	21.6	—15 12	10	9.99791	12	13 56 29
22	13 45 4	3 47	10 52.0	21.4	15 22	10	99779	12	14 0 26
23	13 48 51	3 47	11 13.2	21.2	15 31	9	99767	12	14 4 22
24	13 52 39	3 48	11 34.2	21.0	15 39	8	99756	11	14 8 19
25	13 56 28	3 49	11 55.1	20.9	15 47	8	99744	12	14 12 15
26	14 0 18	3 50	—12 15.8	20.7	—15 54	7	9.99732	12	14 16 12

1a. Immerwährende Sonnenephemeride (Fortsetzung).

Tag	Scheinb. A R		Scheinb. Dekl.		Zeitgleichung		log R		Sternzeit
Oktober	h m s		° ′		m s				h m s
26	14 0 18	3 51	—12 15.8	20.6	—15 54	6	9.99732	11	14 16 12
27	14 4 9	3 51	12 36.4	20.3	16 0	5	99721	11	14 20 8
28	14 8 0	3 52	12 56.7	20.1	16 5	5	99710	12	14 24 5
29	14 11 52	3 52	13 16.8	19.9	16 10	4	99698	11	14 28 1
30	14 15 44	3 54	13 36.7	19.7	16 14	3	99687	11	14 31 58
31	14 19 38	3 54	—13 56.4	19.5	—16 17	2	9.99676	11	14 35 55
November									
1	14 23 32	3 55	—14 15.9	19.3	—16 19	1	9.99665	11	14 39 51
2	14 27 27	3 56	14 35.2	19.0	16 20	1	99654	12	14 43 48
3	14 31 23	3 57	14 54.2	18.7	16 21	0	99642	11	14 47 44
4	14 35 20	3 57	15 12.9	18.6	16 21	1	99631	11	14 51 41
5	14 39 17	3 59	15 31.5	18.2	16 20	2	99620	10	14 55 37
6	14 43 16	3 59	—15 49.7	18.0	—16 18	3	9.99610	11	14 59 34
7	14 47 15	4 0	16 7.7	17.8	16 15	3	99599	11	15 3 30
8	14 51 15	4 1	16 25.5	17.4	16 12	4	99588	11	15 7 27
9	14 55 16	4 1	16 42.9	17.2	16 8	5	99577	10	15 11 24
10	14 59 17	4 3	17 0.1	16.9	16 3	6	99567	11	15 15 20
11	15 3 20	4 3	—17 17.0	16.6	—15 57	7	9.99556	10	15 19 17
12	15 7 23	4 4	17 33.6	16.2	15 50	8	99546	10	15 23 13
13	15 11 27	4 5	17 49.8	16.0	15 42	8	99536	10	15 27 10
14	15 15 32	4 6	18 5.8	15.7	15 34	9	99526	10	15 31 6
15	15 19 38	4 7	18 21.5	15.3	15 25	10	99516	10	15 35 3
16	15 23 45	4 7	—18 36.8	15.0	—15 15	11	9.99506	9	15 38 59
17	15 27 52	4 9	18 51.8	14.6	15 4	12	99497	10	15 42 56
18	15 32 1	4 9	19 6.4	14.4	14 52	13	99487	9	15 46 53
19	15 36 10	4 10	19 20.8	13.9	14 39	13	99478	8	15 50 49
20	15 40 20	4 11	19 34.7	13.7	14 26	14	99470	9	15 54 46
21	15 44 31	4 11	—19 48.4	13.2	—14 12	15	9.99461	8	15 58 42
22	15 48 42	4 13	20 1.6	12.9	13 57	16	99453	9	16 2 39
23	15 52 55	4 13	20 14.5	12.5	13 41	17	99444	8	16 6 35
24	15 57 8	4 14	20 27.0	12.2	13 24	17	99436	7	16 10 32
25	16 1 22	4 15	20 39.2	11.7	13 7	19	99429	8	16 14 28
26	16 5 37	4 15	—20 50.9	11.4	—12 48	19	9.99421	8	16 18 25
27	16 9 52	4 17	21 2.3	11.0	12 29	19	99413	7	16 22 22
28	16 14 9	4 17	21 13.3	10.6	12 10	21	99406	7	16 26 18
29	16 18 26	4 17	21 23.9	10.1	11 49	21	99399	7	16 30 15
30	16 22 43	4 19	21 34.0	9.8	11 28	22	99392	7	16 34 11
Dezember									
1	16 27 2	4 19	—21 43.8	9.3	—11 6	23	9.99385	7	16 38 8
2	16 31 21	4 20	21 53.1	9.0	10 43	23	99378	6	16 42 4
3	16 35 41	4 20	22 2.1	8.5	10 20	24	99372	7	16 46 1
4	16 40 1	4 21	22 10.6	8.0	9 56	24	99365	6	16 49 57
5	16 44 22	4 21	22 18.6	7.7	9 32	25	99359	6	16 53 54
6	16 48 43		—22 26.3		— 9 7		9.99353		16 57 51

1a. Immerwährende Sonnenephemeride (Schluß).

Tag	Scheinb. AR		Scheinb. Dekl.		Zeitgleichung		log R		Sternzeit
Dezember	h m s		° ′		m s				h m s
6	16 48 43	4 22	—22 26.3	7.2	— 9 7	25	9.99353	6	16 57 51
7	16 53 5	4 23	22 33.5	6.7	8 42	26	99347	6	17 1 47
8	16 57 28	4 23	22 40.2	6.3	8 16	27	99341	6	17 5 44
9	17 1 51	4 23	22 46.5	5.9	7 49	27	99335	6	17 9 40
10	17 6 14		22 52.4		7 22		99329		17 13 37
		4 24		5.4		27		5	
11	17 10 38	4 24	—22 57.8	5.0	— 6 55	28	9.99324	5	17 17 33
12	17 15 2	4 25	23 2.8	4.5	6 27	28	99319	5	17 21 30
13	17 19 27	4 25	23 7.3	4.0	5 59	28	99314	5	17 25 26
14	17 23 52	4 25	23 11.3	3.6	5 31	28	99309	4	17 29 23
15	17 28 17		23 14.9		5 3		99305		17 33 20
		4 26		3.1		29		4	
16	17 32 43	4 25	—23 18.0	2.7	— 4 34	29	9.99301	4	17 37 16
17	17 37 8	4 26	23 20.7	2.2	4 5	30	99297	4	17 41 13
18	17 41 34	4 26	23 22.9	1.7	3 35	29	99293	3	17 45 9
19	17 46 0	4 26	23 24.6	1.3	3 6	30	99290	3	17 49 6
20	17 50 26		23 25.9		2 36		99287		17 53 2
		4 27		0.7		30		3	
21	17 54 53	4 26	—23 26.6	0.3	— 2 6	29	9.99284	2	17 56 59
22	17 59 19	4 26	23 26.9	0.1	1 37	30	99282	2	18 0 56
23	18 3 45	4 27	23 26.8	0.7	1 7	30	99280	2	18 4 52
24	18 8 12	4 26	23 26.1	1.1	0 37	30	99278	2	18 8 49
25	18 12 38		23 25.0		— 0 7		99276		18 12 45
		4 27		1.5		30		2	
26	18 17 5	4 26	—23 23.5	2.1	+ 0 23	30	9.99274	1	18 16 42
27	18 21 31	4 26	23 21.4	2.5	0 53	29	99273	1	18 20 38
28	18 25 57	4 26	23 18.9	3.0	1 22	30	99272	1	18 24 35
29	18 30 23	4 26	23 15.9	3.4	1 52	29	99271	1	18 28 31
30	18 34 49		23 12.5		2 21		99270		18 32 28
		4 26		4.0		29		0	
31	18 39 15	4 25	—23 8.5	4.3	+ 2 50	29	9.99270	1	18 36 25
32	18 43 40		23 4.2		3 19		99269		18 40 21

Die scheinbare Sonnenlänge ⊙ siehe Tafel 71, S. 220.

1b. Scheinbarer Radius und Horizontalparallaxe der Sonne.

Mittlerer Greenwicher Mittag.

Tag	☉ Radius	☉ Parallaxe	Tag	☉ Radius	☉ Parallaxe
Jan. 1	16′ 18″	9″0	Juli 10	15′ 45″	8″7
11	16 17	8.9	20	15 46	8.7
21	16 17	8.9	30	15 47	8.7
31	16 15	8.9	Aug. 9	15 48	8.7
Febr. 10	16 14	8.9	19	15 50	8.7
20	16 12	8.9	29	15 52	8.7
März 2	16 10	8.9	Sept. 8	15 54	8.7
12	16 7	8.9	18	15 57	8.8
22	16 4	8.8	28	15 59	8.8
April 1	16 2	8.8	Okt. 8	16 2	8.8
11	15 59	8.8	18	16 5	8.8
21	15 56	8.8	28	16 8	8.9
Mai 1	15 54	8.7	Nov. 7	16 10	8.9
11	15 51	8.7	17	16 12	8.9
21	15 50	8.7	27	16 14	8.9
31	15 48	8.7	Dez. 7	16 16	8.9
Juni 10	15 47	8.7	17	16 17	8.9
20	15 46	8.7	27	16 17	9.0
30	15 45	8.7	37	16 17	9.0
Juli 10	15 45	8.7			

1c. Verbesserung k wegen Jahresanfang.

Jahr	k	Jahr	k	Jahr	k
1900	+ 0^{d}360	1920*	+ 0^{d}516	1940*	+ 0^{d}672
01	+ 0.117	21	+ 0.273	41	+ 0.429
02	— 0.125	22	+ 0.031	42	+ 0.187
03	— 0.367	23	— 0.211	43	— 0.055
04*	+ 0.391	24*	+ 0.547	44*	+ 0.703
1905	+ 0.148	1925	+ 0.305	1945	+ 0.461
06	— 0.094	26	+ 0.062	46	+ 0.218
07	— 0.336	27	— 0.180	47	— 0.024
08*	+ 0.422	28*	+ 0.578	48*	+ 0.734
09	+ 0.180	29	+ 0.336	49	+ 0.492
1910	— 0.062	1930	+ 0.094	1950	+ 0.250
11	— 0.305	31	— 0.149		
12*	+ 0.453	32*	+ 0.609		
13	+ 0.211	33	+ 0.367		
14	— 0.031	34	+ 0.125		
1915	— 0.273	1935	— 0.117		
16*	+ 0.484	36*	+ 0.640		
17	+ 0.242	37	+ 0.398	* Schaltjahr	
18	0.000	38	+ 0.156		
19	— 0.242	39	— 0.086		

2. Verwandlung von Bogenmaß in Zeitmaß.

Grade												Min.		Sek.	
°	h m	°	h m	°	h m	°	h m	°	h m	°	h m	′	m s	″	s
0	0 0	60	4 0	120	8 0	180	12 0	240	16 0	300	20 0	0	0 0	0	0.00
1	0 4	61	4 4	121	8 4	181	12 4	241	16 4	301	20 4	1	0 4	1	0.07
2	0 8	62	4 8	122	8 8	182	12 8	242	16 8	302	20 8	2	0 8	2	0.13
3	0 12	63	4 12	123	8 12	183	12 12	243	16 12	303	20 12	3	0 12	3	0.20
4	0 16	64	4 16	124	8 16	184	12 16	244	16 16	304	20 16	4	0 16	4	0.27
5	0 20	65	4 20	125	8 20	185	12 20	245	16 20	305	20 20	5	0 20	5	0.33
6	0 24	66	4 24	126	8 24	186	12 24	246	16 24	306	20 24	6	0 24	6	0.40
7	0 28	67	4 28	127	8 28	187	12 28	247	16 28	307	20 28	7	0 28	7	0.47
8	0 32	68	4 32	128	8 32	188	12 32	248	16 32	308	20 32	8	0 32	8	0.53
9	0 36	69	4 36	129	8 36	189	12 36	249	16 36	309	20 36	9	0 36	9	0.60
10	0 40	70	4 40	130	8 40	190	12 40	250	16 40	310	20 40	10	0 40	10	0.67
11	0 44	71	4 44	131	8 44	191	12 44	251	16 44	311	20 44	11	0 44	11	0.73
12	0 48	72	4 48	132	8 48	192	12 48	252	16 48	312	20 48	12	0 48	12	0.80
13	0 52	73	4 52	133	8 52	193	12 52	253	16 52	313	20 52	13	0 52	13	0.87
14	0 56	74	4 56	134	8 56	194	12 56	254	16 56	314	20 56	14	0 56	14	0.93
15	1 0	75	5 0	135	9 0	195	13 0	255	17 0	315	21 0	15	1 0	15	1.00
16	1 4	76	5 4	136	9 4	196	13 4	256	17 4	316	21 4	16	1 4	16	1.07
17	1 8	77	5 8	137	9 8	197	13 8	257	17 8	317	21 8	17	1 8	17	1.13
18	1 12	78	5 12	138	9 12	198	13 12	258	17 12	318	21 12	18	1 12	18	1.20
19	1 16	79	5 16	139	9 16	199	13 16	259	17 16	319	21 16	19	1 16	19	1.27
20	1 20	80	5 20	140	9 20	200	13 20	260	17 20	320	21 20	20	1 20	20	1.33
21	1 24	81	5 24	141	9 24	201	13 24	261	17 24	321	21 24	21	1 24	21	1.40
22	1 28	82	5 28	142	9 28	202	13 28	262	17 28	322	21 28	22	1 28	22	1.47
23	1 32	83	5 32	143	9 32	203	13 32	263	17 32	323	21 32	23	1 32	23	1.53
24	1 36	84	5 36	144	9 36	204	13 36	264	17 36	324	21 36	24	1 36	24	1.60
25	1 40	85	5 40	145	9 40	205	13 40	265	17 40	325	21 40	25	1 40	25	1.67
26	1 44	86	5 44	146	9 44	206	13 44	266	17 44	326	21 44	26	1 44	26	1.73
27	1 48	87	5 48	147	9 48	207	13 48	267	17 48	327	21 48	27	1 48	27	1.80
28	1 52	88	5 52	148	9 52	208	13 52	268	17 52	328	21 52	28	1 52	28	1.87
29	1 56	89	5 56	149	9 56	209	13 56	269	17 56	329	21 56	29	1 56	29	1.93
30	2 0	90	6 0	150	10 0	210	14 0	270	18 0	330	22 0	30	2 0	30	2.00
31	2 4	91	6 4	151	10 4	211	14 4	271	18 4	331	22 4	31	2 4	31	2.07
32	2 8	92	6 8	152	10 8	212	14 8	272	18 8	332	22 8	32	2 8	32	2.13
33	2 12	93	6 12	153	10 12	213	14 12	273	18 12	333	22 12	33	2 12	33	2.20
34	2 16	94	6 16	154	10 16	214	14 16	274	18 16	334	22 16	34	2 16	34	2.27
35	2 20	95	6 20	155	10 20	215	14 20	275	18 20	335	22 20	35	2 20	35	2.33
36	2 24	96	6 24	156	10 24	216	14 24	276	18 24	336	22 24	36	2 24	36	2.40
37	2 28	97	6 28	157	10 28	217	14 28	277	18 28	337	22 28	37	2 28	37	2.47
38	2 32	98	6 32	158	10 32	218	14 32	278	18 32	338	22 32	38	2 32	38	2.53
39	2 36	99	6 36	159	10 36	219	14 36	279	18 36	339	22 36	39	2 36	39	2.60
40	2 40	100	6 40	160	10 40	220	14 40	280	18 40	340	22 40	40	2 40	40	2.67
41	2 44	101	6 44	161	10 44	221	14 44	281	18 44	341	22 44	41	2 44	41	2.73
42	2 48	102	6 48	162	10 48	222	14 48	282	18 48	342	22 48	42	2 48	42	2.80
43	2 52	103	6 52	163	10 52	223	14 52	283	18 52	343	22 52	43	2 52	43	2.87
44	2 56	104	6 56	164	10 56	224	14 56	284	18 56	344	22 56	44	2 56	44	2.93
45	3 0	105	7 0	165	11 0	225	15 0	285	19 0	345	23 0	45	3 0	45	3.00
46	3 4	106	7 4	166	11 4	226	15 4	286	19 4	346	23 4	46	3 4	46	3.07
47	3 8	107	7 8	167	11 8	227	15 8	287	19 8	347	23 8	47	3 8	47	3.13
48	3 12	108	7 12	168	11 12	228	15 12	288	19 12	348	23 12	48	3 12	48	3.20
49	3 16	109	7 16	169	11 16	229	15 16	289	19 16	349	23 16	49	3 16	49	3.27
50	3 20	110	7 20	170	11 20	230	15 20	290	19 20	350	23 20	50	3 20	50	3.33
51	3 24	111	7 24	171	11 24	231	15 24	291	19 24	351	23 24	51	3 24	51	3.40
52	3 28	112	7 28	172	11 28	232	15 28	292	19 28	352	23 28	52	3 28	52	3.47
53	3 32	113	7 32	173	11 32	233	15 32	293	19 32	353	23 32	53	3 32	53	3.53
54	3 36	114	7 36	174	11 36	234	15 36	294	19 36	354	23 36	54	3 36	54	3.60
55	3 40	117	7 40	175	11 40	235	15 40	295	19 40	355	23 40	55	3 40	55	3.67
56	3 44	116	7 44	176	11 44	236	15 44	296	19 44	356	23 44	56	3 44	56	3.73
57	3 48	115	7 48	177	11 48	237	15 48	297	19 48	357	23 48	57	3 48	57	3.80
58	3 52	118	7 52	178	11 52	238	15 52	298	19 52	358	23 52	58	3 52	58	3.87
59	3 56	119	7 56	179	11 56	239	15 56	299	19 56	359	23 56	59	3 56	59	3.93
60	4 0	120	8 0	180	12 0	240	16 0	300	20 0	360	24 0	60	4 0	60	4.00

3. Verwandlung von Zeitmaß in Bogenmaß.

Stunden		Minuten				Sekunden			
h	°	m	° ′	m	° ′	s	′ ″	s	′ ″
1	15	1	0 15	31	7 45	1	0 15	31	7 45
2	30	2	0 30	32	8 0	2	0 30	32	8 0
3	45	3	0 45	33	8 15	3	0 45	33	8 15
4	60	4	1 0	34	8 30	4	1 0	34	8 30
5	75	5	1 15	35	8 45	5	1 15	35	8 45
6	90	6	1 30	36	9 0	6	1 30	36	9 0
7	105	7	1 45	37	9 15	7	1 45	37	9 15
8	120	8	2 0	38	9 30	8	2 0	38	9 30
9	135	9	2 15	39	9 45	9	2 15	39	9 45
10	150	10	2 30	40	10 0	10	2 30	40	10 0
11	165	11	2 45	41	10 15	11	2 45	41	10 15
12	180	12	3 0	42	10 30	12	3 0	42	10 30
13	195	13	3 15	43	10 45	13	3 15	43	10 45
14	210	14	3 30	44	11 0	14	3 30	44	11 0
15	225	15	3 45	45	11 15	15	3 45	45	11 15
16	240	16	4 0	46	11 30	16	4 0	46	11 30
17	255	17	4 15	47	11 45	17	4 15	47	11 45
18	270	18	4 30	48	12 0	18	4 30	48	12 0
19	285	19	4 45	49	12 15	19	4 45	49	12 15
20	300	20	5 0	50	12 30	20	5 0	50	12 30
21	315	21	5 15	51	12 45	21	5 15	51	12 45
22	330	22	5 30	52	13 0	22	5 30	52	13 0
23	345	23	5 45	53	13 15	23	5 45	53	13 15
24	360	24	6 0	54	13 30	24	6 0	54	13 30
		25	6 15	55	13 45	25	6 15	55	13 45
		26	6 30	56	14 0	26	6 30	56	14 0
		27	6 45	57	14 15	27	6 45	57	14 15
		28	7 0	58	14 30	28	7 0	58	14 30
		29	7 15	59	14 45	29	7 15	59	14 45
		30	7 30	60	15 0	30	7 30	60	15 0

s	″
0.1	1.5
0.2	3.0
0.3	4.5
0.4	6.0
0.5	7.5
0.6	9.0
0.7	10.5
0.8	12.0
0.9	13.5

s	″
0.01	0.15
0.02	0.30
0.03	0.45
0.04	0.60
0.05	0.75
0.06	0.90
0.07	1.05
0.08	1.20
0.09	1.35

4. Verwandlung der Mittleren Zeit in Sternzeit.

Red.	+ 0m			+ 1m			+ 2m			+ 3m		
s	h	m	s	h	m	s	h	m	s	h	m	s
0	0	0	0	6	5	15	12	10	29	18	15	44
1	0	6	5	6	11	20	12	16	34	18	21	49
2	0	12	10	6	17	25	12	22	40	18	27	54
3	0	18	16	6	23	30	12	28	45	18	33	59
4	0	24	21	6	29	36	12	34	50	18	40	5
5	0	30	26	6	35	41	12	40	55	18	46	10
6	0	36	31	6	41	46	12	47	1	18	52	15
7	0	42	37	6	47	51	12	53	6	18	58	20
8	0	48	42	6	53	56	12	59	11	19	4	26
9	0	54	47	7	0	2	13	5	16	19	10	31
10	1	0	52	7	6	7	13	11	21	19	16	36
11	1	6	58	7	12	12	13	17	27	19	22	41
12	1	13	3	7	18	17	13	23	32	19	28	47
13	1	19	8	7	24	23	13	29	37	19	34	52
14	1	25	13	7	30	28	13	35	42	19	40	57
15	1	31	19	7	36	33	13	41	48	19	47	2
16	1	37	24	7	42	38	13	47	53	19	53	7
17	1	43	29	7	48	44	13	53	58	19	59	13
18	1	49	34	7	54	49	14	0	3	20	5	18
19	1	55	40	8	0	54	14	6	9	20	11	23
20	2	1	45	8	6	59	14	12	14	20	17	28
21	2	7	50	8	13	5	14	18	19	20	23	34
22	2	13	55	8	19	10	14	24	24	20	29	39
23	2	20	1	8	25	15	14	30	30	20	35	44
24	2	26	6	8	31	20	14	36	35	20	41	49
25	2	32	11	8	37	26	14	42	40	20	47	55
26	2	38	16	8	43	31	14	48	45	20	54	0
27	2	44	22	8	49	36	14	54	51	21	0	5
28	2	50	27	8	55	41	15	0	56	21	6	10
29	2	56	32	9	1	47	15	7	1	21	12	16
30	3	2	37	9	7	52	15	13	6	21	18	21
31	3	8	43	9	13	57	15	19	12	21	24	26
32	3	14	48	9	20	2	15	25	17	21	30	31
33	3	20	53	9	26	8	15	31	22	21	36	37
34	3	26	58	9	32	13	15	37	27	21	42	42
35	3	33	3	9	38	18	15	43	33	21	48	47
36	3	39	9	9	44	23	15	49	38	21	54	52
37	3	45	14	9	50	28	15	55	43	22	0	58
38	3	51	19	9	56	34	16	1	48	22	7	3
39	3	57	24	10	2	39	16	7	54	22	13	8
40	4	3	30	10	8	44	16	13	59	22	19	13
41	4	9	35	10	14	49	16	20	4	22	25	19
42	4	15	40	10	20	55	16	26	9	22	31	24
43	4	21	45	10	27	0	16	32	14	22	37	29
44	4	27	51	10	33	5	16	38	20	22	43	34
45	4	33	56	10	39	10	16	44	25	22	49	39
46	4	40	1	10	45	16	16	50	30	22	55	45
47	4	46	6	10	51	21	16	56	35	23	1	50
48	4	52	12	10	57	26	17	2	41	23	7	55
49	4	58	17	11	3	31	17	8	46	23	14	0
50	5	4	22	11	9	37	17	14	51	23	20	6
51	5	10	27	11	15	42	17	20	56	23	26	11
52	5	16	33	11	21	47	17	27	2	23	32	16
53	5	22	38	11	27	52	17	33	7	23	38	21
54	5	28	43	11	33	58	17	39	12	23	44	27
55	5	34	48	11	40	3	17	45	17	23	50	32
56	5	40	54	11	46	8	17	51	23	23	56	37
57	5	46	59	11	52	13	17	57	28	24	2	42
58	5	53	4	11	58	19	18	3	33	24	8	48
59	5	59	9	12	4	24	18	9	38	24	14	53
60	6	5	15	12	10	29	18	15	44	24	20	58

	s	m	s
+	0.0	0	0
	0.1	0	37
	0.2	1	13
	0.3	1	50
	0.4	2	26
	0.5	3	3
	0.6	3	39
	0.7	4	16
	0.8	4	52
	0.9	5	29

Reduktion der Sternzeit im mittleren Mittag. Man entnimmt dieser Tafel mit der in Zeit ausgedrückten Länge λ des Beobachtungsortes die zugehörige Reduktion und

$\left.\begin{array}{l}\text{addiert}\\ \text{subtrahiert}\end{array}\right\}$ sie $\left\{\begin{array}{l}\text{zu der}\\ \text{von der}\end{array}\right\}$ Sternzeit im $\left.\begin{array}{l}\text{mittleren}\\ \text{Greenwicher}\end{array}\right.$ Mittag, wenn λ $\left\{\begin{array}{l}\text{westlich}\\ \text{östlich}\end{array}\right\}$ ist.

5. Verwandlung der Sternzeit in Mittlere Zeit.

Red.	— 0m	— 1m	— 2m	— 3m
s	h m s	h m s	h m s	h m s
0	0 0 0	6 6 15	12 12 29	18 18 44
1	0 6 6	6 12 21	12 18 35	18 24 50
2	0 12 12	6 18 27	12 24 42	18 30 56
3	0 18 19	6 24 33	12 30 48	18 37 2
4	0 24 25	6 30 40	12 36 54	18 43 9
5	0 30 31	6 36 46	12 43 0	18 49 15
6	0 36 37	6 42 52	12 49 7	18 55 21
7	0 42 44	6 48 58	12 55 13	19 1 27
8	0 48 50	6 55 4	13 1 19	19 7 34
9	0 54 56	7 1 11	13 7 25	19 13 40
10	1 1 2	7 7 17	13 13 31	19 19 46
11	1 7 9	7 13 23	13 19 38	19 25 52
12	1 13 15	7 19 29	13 25 44	19 31 59
13	1 19 21	7 25 36	13 31 50	19 38 5
14	1 25 27	7 31 42	13 37 56	19 44 11
15	1 31 34	7 37 48	13 44 3	19 50 17
16	1 37 40	7 43 54	13 50 9	19 56 23
17	1 43 46	7 50 1	13 56 15	20 2 30
18	1 49 52	7 56 7	14 2 21	20 8 36
19	1 55 59	8 2 13	14 8 28	20 14 42
20	2 2 5	8 8 19	14 14 34	20 20 48
21	2 8 11	8 14 26	14 20 40	20 26 55
22	2 14 17	8 20 32	14 26 46	20 33 1
23	2 20 24	8 26 38	14 32 53	20 39 7
24	2 26 30	8 32 44	14 38 59	20 45 13
25	2 32 36	8 38 51	14 45 5	20 51 20
26	2 38 42	8 44 57	14 51 11	20 57 26
27	2 44 49	8 51 3	14 57 18	21 3 32
28	2 50 55	8 57 9	15 3 24	21 9 38
29	2 57 1	9 3 16	15 9 30	21 15 45
30	3 3 7	9 9 22	15 15 36	21 21 51
31	3 9 14	9 15 28	15 21 43	21 27 57
32	3 15 20	9 21 34	15 27 49	21 34 3
33	3 21 26	9 27 41	15 33 55	21 40 10
34	3 27 32	9 33 47	15 40 1	21 46 16
35	3 33 38	9 39 53	15 46 8	21 52 22
36	3 39 45	9 45 59	15 52 14	21 58 28
37	3 45 51	9 52 5	15 58 20	22 4 35
38	3 51 57	9 58 12	16 4 26	22 10 41
39	3 58 3	10 4 18	16 10 33	22 16 47
40	4 4 10	10 10 24	16 16 39	22 22 53
41	4 10 16	10 16 30	16 22 45	22 29 0
42	4 16 22	10 22 37	16 28 51	22 35 6
43	4 22 28	10 28 43	16 34 57	22 41 12
44	4 28 35	10 34 49	16 41 4	22 47 18
45	4 34 41	10 40 55	16 47 10	22 53 24
46	4 40 47	10 47 2	16 53 16	22 59 31
47	4 46 53	10 53 8	16 59 22	23 5 37
48	4 53 0	10 59 14	17 5 29	23 11 43
49	4 59 6	11 5 20	17 11 35	23 17 49
50	5 5 12	11 11 27	17 17 41	23 23 56
51	5 11 18	11 17 33	17 23 47	23 30 2
52	5 17 25	11 23 39	17 29 54	23 36 8
53	5 23 31	11 29 45	17 36 0	23 42 14
54	5 29 37	11 35 52	17 42 6	23 48 21
55	5 35 43	11 41 58	17 48 12	23 54 27
56	5 41 50	11 48 4	17 54 19	24 0 33
57	5 47 56	11 54 10	18 0 25	24 6 39
58	5 54 2	12 0 17	18 6 31	24 12 46
59	6 0 8	12 6 23	18 12 37	24 18 52
60	6 6 15	12 12 29	18 18 44	24 24 58

s	m s
— 0.0	0 0
0.1	0 37
0.2	1 13
0.3	1 50
0.4	2 26
0.5	3 3
0.6	3 40
0.7	4 16
0.8	4 53
0.9	5 30

6. Verwandlung von Stunden, Minuten und Sekunden in Dezimalteile des Tages und umgekehrt.

Tage	h	m	s	Tage	h	m	s	Tage	m	s	Tage	m	s	Tage	s
d	h	m	s	d	h	m	s	d	m	s	d	m	s		
0.00	0	0	0	0.50	12	0	0	0.0000	0	0.00	0.0050	7	12.00		
01	0	14	24	51	12	14	24	01	0	8.64	51	7	20.64		
02	0	28	48	52	12	28	48	02	0	17.28	52	7	29.28		
03	0	43	12	53	12	43	12	03	0	25.92	53	7	37.92		
04	0	57	36	54	12	57	36	04	0	34.56	54	7	46.56		
0.05	1	12	0	0.55	13	12	0	0.0005	0	43.20	0.0055	7	55.20		
06	1	26	24	56	13	26	24	06	0	51.84	56	8	3.84		
07	1	40	48	57	13	40	48	07	1	0.48	57	8	12.48		
08	1	55	12	58	13	55	12	08	1	9.12	58	8	21.12		
09	2	9	36	59	14	9	36	09	1	17.76	59	8	29.76	d	s
0.10	2	24	0	0.60	14	24	0	0.0010	1	26.40	0.0060	8	38.40	0.00000	0.000
11	2	38	24	61	14	38	24	11	1	35.04	61	8	47.04	1	0.864
12	2	52	48	62	14	52	48	12	1	43.68	62	8	55.68	2	1.728
13	3	7	12	63	15	7	12	13	1	52.32	63	9	4.32	3	2.592
14	3	21	36	64	15	21	36	14	2	0.96	64	9	12.96	4	3.456
0.15	3	36	0	0.65	15	36	0	0.0015	2	9.60	0.0065	9	21.60	0.00005	4.320
16	3	50	24	66	15	50	24	16	2	18.24	66	9	30.24	6	5.184
17	4	4	48	67	16	4	48	17	2	26.88	67	9	38.88	7	6.048
18	4	19	12	68	16	19	12	18	2	35.52	68	9	47.52	8	6.912
19	4	33	36	69	16	33	36	19	2	44.16	69	9	56.16	9	7.776
0.20	4	48	0	0.70	16	48	0	0.0020	2	52.80	0.0070	10	4.80		
21	5	2	24	71	17	2	24	21	3	1.44	71	10	13.44		
22	5	16	48	72	17	16	48	22	3	10.08	72	10	22.08		
23	5	31	12	73	17	31	12	23	3	18.72	73	10	30.72		
24	5	45	36	74	17	45	36	24	3	27.36	74	10	39.36		
0.25	6	0	0	0.75	18	0	0	0.0025	3	36.00	0.0075	10	48.00		
26	6	14	24	76	18	14	24	26	3	44.64	76	10	56.64		
27	6	28	48	77	18	28	48	27	3	53.28	77	11	5.28		
28	6	43	12	78	18	43	12	28	4	1.92	78	11	13.92		
29	6	57	36	79	18	57	36	29	4	10.56	79	11	22.56	d	s
0.30	7	12	0	0.80	19	12	0	0.0030	4	19.20	0.0080	11	31.20	0.000000	0.0000
31	7	26	24	81	19	26	24	31	4	27.84	81	11	39.84	1	0.0864
32	7	40	48	82	19	40	48	32	4	36.48	82	11	48.48	2	0.1728
33	7	55	12	83	19	55	12	33	4	45.12	83	11	57.12	3	0.2592
34	8	9	36	84	20	9	36	34	4	53.76	84	12	5.76	4	0.3456
0.35	8	24	0	0.85	20	24	0	0.0035	5	2.40	0.0085	12	14.40	0.000005	0.4320
36	8	38	24	86	20	38	24	36	5	11.04	86	12	23.04	6	0.5184
37	8	52	48	87	20	52	48	37	5	19.68	87	12	31.68	7	0.6048
38	9	7	12	88	21	7	12	38	5	28.32	88	12	40.32	8	0.6912
39	9	21	36	89	21	21	36	39	5	36.96	89	12	48.96	9	0.7776
0.40	9	36	0	0.90	21	36	0	0.0040	5	45.60	0.0090	12	57.60		
41	9	50	24	91	21	50	24	41	5	54.24	91	13	6.24		
42	10	4	48	92	22	4	48	42	6	2.88	92	13	14.88		
43	10	19	12	93	22	19	12	43	6	11.52	93	13	23.52		
44	10	33	36	94	22	33	36	44	6	20.16	94	13	32.16		
0.45	10	48	0	0.95	22	48	0	0.0045	6	28.80	0.0095	13	40.80		
46	11	2	24	96	23	2	24	46	6	37.44	96	13	49.44		
47	11	16	48	97	23	16	48	47	6	46.08	97	13	58.08		
48	11	31	12	98	23	31	12	48	6	54.72	98	14	6.72		
49	11	45	36	99	23	45	36	49	7	3.36	99	14	15.36		

Berlin — Greenwich: $+ 0^h\ 53^m\ 34^s.91 = + 0^d.037\,2096$

Berlin — Paris: $+ 0\ \ 44\ \ 13.88 = + 0.030\,7162$

7. Halbe Tagbogen.

δ \ φ	0°	+2°	+4°	+6°	+8°	+10°	+12°	+14°	+16°	+18°	+20°	+22°	+24°	+26°	+28°	+30°	
°	h m	h m	h m	h m	h m	h m	h m	h m	h m	h m	h m	h m	h m	h m	h m	h m	°
−50	6 3	5 54	5 44	5 35	5 25	5 15	5 5	4 54	4 44	4 33	4 21	4 9	3 56	3 42	3 27	3 11	+50
48	3	54	45	36	27	18	9	59	49	39	28	17	4 5	53	40	25	48
46	3	55	46	38	30	21	12	5 3	54	45	35	25	14	4 3	51	37	46
44	3	55	47	40	32	24	16	7	59	50	41	32	22	11	4 0	48	44
42	3	56	48	41	34	26	19	11	5 3	55	47	38	29	19	9	59	42
−40	6 3	5 56	5 49	5 43	5 36	5 29	5 22	5 15	5 7	4 59	4 52	4 44	4 35	4 27	4 17	4 8	+40
38	3	56	50	44	37	31	25	18	11	5 4	57	49	42	34	25	16	38
36	3	57	51	45	39	33	27	21	15	8	5 2	55	48	40	32	24	36
34	3	57	52	46	41	35	30	24	18	12	6	5 0	53	46	39	31	34
32	2	57	52	47	43	37	32	27	21	16	10	4	58	52	45	38	32
−30	6 2	5 58	5 53	5 49	5 44	5 39	5 35	5 29	5 24	5 19	5 14	5 9	5 3	4 57	4 51	4 45	+30
28	2	58	54	50	45	41	37	32	27	23	18	13	7	5 2	56	51	28
26	2	58	55	51	46	43	39	35	30	26	21	17	12	7	5 2	57	26
24	2	59	55	52	48	45	41	37	33	29	25	21	16	12	7	5 3	24
22	2	59	56	53	50	46	43	39	36	32	28	24	21	17	13	9	22
−20	6 2	6 0	5 57	5 54	5 51	5 48	5 45	5 42	5 39	5 35	5 32	5 29	5 25	5 21	5 18	5 14	+20
18	2	0	57	55	52	49	47	44	41	38	35	32	29	26	23	19	18
16	2	0	58	56	53	51	48	46	44	41	39	36	33	30	27	24	16
14	2	0	58	56	54	52	50	48	46	44	42	39	37	35	32	29	14
12	2	0	59	57	55	54	52	50	48	47	45	43	41	39	37	34	12
−10	6 2	6 1	5 59	5 58	5 56	5 55	5 54	5 52	5 51	5 49	5 48	5 46	5 45	5 43	5 41	5 39	+10
8	2	1	6 0	58	57	56	55	54	53	52	51	50	48	46	45	44	8
6	2	2	0	6 0	58	58	57	56	56	55	54	53	52	51	50	49	6
4	2	2	1	0	6 0	59	59	58	58	57	56	56	55	55	54	53	4
− 2	6 2	6 2	6 2	6 2	6 1	6 1	6 0	6 0	6 0	6 0	6 0	5 59	5 59	5 58	5 58	5 58	+ 2
0	6 2	6 2	6 2	6 2	6 2	6 2	6 2	6 2	6 2	6 2	6 2	6 2	6 2	6 2	6 2	6 2	0
+ 2	6 2	6 3	6 3	6 3	6 3	6 4	6 4	6 4	6 4	6 5	6 5	6 6	6 6	6 6	6 7	6 7	− 2
4	2	3	4	4	5	5	6	6	7	8	8	9	10	10	11	11	4
6	2	3	4	5	6	6	8	8	9	10	11	12	13	14	15	16	6
8	2	3	5	6	7	8	9	11	12	13	14	16	17	18	20	21	8
10	2	4	5	6	8	9	11	13	14	16	17	19	21	22	24	26	10
+12	6 2	6 4	6 6	6 8	6 9	6 11	6 13	6 15	6 16	6 18	6 20	6 22	6 24	6 26	6 29	6 31	−12
14	2	4	6	8	11	13	15	17	19	21	23	26	28	31	33	36	14
16	2	4	7	9	12	14	16	19	21	24	26	29	32	35	38	41	16
18	2	5	8	10	13	16	18	21	24	27	30	33	36	39	42	46	18
20	2	5	8	11	14	17	20	23	26	30	33	37	40	44	48	51	20
+22	6 2	6 6	6 9	6 12	6 16	6 19	6 22	6 26	6 29	6 33	6 37	6 41	6 44	6 48	6 53	6 57	−22
24	2	6	10	13	17	21	24	28	32	36	40	44	49	53	58	7 2	24
26	2	6	10	14	18	22	26	31	35	39	44	48	53	58	7 3	8	26
28	2	7	11	15	20	24	29	33	38	42	48	53	58	7 3	9	14	28
30	2	7	11	16	21	26	31	36	41	46	51	57	7 2	8	14	21	30
+32	6 2	6 7	6 12	6 18	6 23	6 28	6 33	6 38	6 44	6 50	6 55	7 1	7 7	7 14	7 21	7 28	−32
34	3	8	13	19	24	30	36	41	47	53	7 0	6	13	20	27	35	34
36	3	8	14	20	26	32	38	44	51	57	4	11	19	26	34	43	36
38	3	9	15	22	28	34	41	48	55	7 2	9	17	25	33	42	51	38
40	3	9	16	23	30	37	44	51	59	6	14	22	31	40	50	8 0	40
+42	6 3	6 10	6 17	6 25	6 32	6 39	6 47	6 55	7 3	7 11	7 20	7 29	7 38	7 48	7 58	8 10	−42
44	3	11	18	26	34	42	51	59	7	16	26	35	46	56	8 7	20	44
46	3	11	20	28	37	45	55	7 3	12	22	32	43	54	8 5	18	32	46
48	3	12	21	30	39	48	58	8	18	28	39	50	8 3	15	29	45	48
+50	6 3	6 13	6 22	6 32	6 42	6 52	7 2	7 13	7 24	7 35	7 47	7 59	8 12	8 27	8 42	9 0	−50
	0°	−2°	−4°	−6°	−8°	−10°	−12°	−14°	−16°	−18°	−20°	−22°	−24°	−26°	−28°	−30°	φ \ δ

7. Halbe Tagbogen (Schluß).

δ \ φ	+30°	+32°	+34°	+36°	+38°	+40°	+42°	+44°	+46°	+48°	+50°	+52°	+54°	+56°	+58°	+60°	
°	h m	h m	h m	h m	h m	h m	h m	h m	h m	h m	h m	h m	h m	h m	h m	h m	°
−50	3 11	2 54	2 33	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	+50
48	25	3 10	52	2 31	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	48
46	37	24	3 9	51	2 31	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	46
44	48	36	23	3 7	50	2 30	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	44
42	59	47	35	22	3 7	50	2 30	—	—	—	—	—	—	—	—	—	42
−40	4 8	3 58	3 47	3 34	3 21	3 7	2 50	2 30	—	—	—	—	—	—	—	—	+40
38	16	4 7	57	46	34	21	3 7	50	2 31	—	—	—	—	—	—	—	38
36	24	16	4 7	57	46	34	22	3 7	51	2 31	—	—	—	—	—	—	36
34	31	24	16	4 7	57	46	35	23	3 9	52	2 33	—	—	—	—	—	34
32	38	31	24	16	4 7	58	47	36	24	3 10	54	2 34	—	—	—	—	32
−30	4 45	4 38	4 31	4 24	4 16	4 8	3 59	3 48	3 37	3 25	3 11	2 55	2 36	—	—	—	+30
28	51	45	39	32	25	17	4 9	4 0	50	40	28	3 14	2 57	2 38	—	—	28
26	57	52	46	40	34	27	19	11	4 3	53	42	30	3 17	3 1	2 42	—	26
24	5 3	4 58	53	48	42	35	29	22	14	4 5	56	46	34	20	3 5	2 45	24
22	9	5 4	5 0	55	49	44	38	32	25	17	4 9	4 0	50	38	24	3 9	22
−20	5 14	5 10	5 6	5 2	4 57	4 52	4 47	4 41	4 35	4 28	4 21	4 13	4 4	3 54	3 43	3 29	+20
18	19	16	12	8	5 4	59	55	50	45	39	33	26	18	4 9	4 0	48	18
16	24	21	18	15	11	5 7	5 3	59	54	49	44	38	31	24	15	4 6	16
14	29	27	24	21	18	15	11	5 7	5 3	59	54	49	44	37	30	23	14
12	34	32	30	27	25	22	19	16	12	5 9	5 5	5 0	56	51	45	38	12
−10	5 39	5 37	5 35	5 33	5 31	5 29	5 26	5 24	5 21	5 18	5 15	5 11	5 8	5 3	4 59	4 53	+10
8	44	43	41	39	37	36	34	32	30	27	25	22	19	16	5 12	5 8	8
6	49	47	46	45	44	43	41	40	38	36	35	33	30	28	25	22	6
4	53	52	52	51	50	49	48	47	46	45	44	43	42	40	38	36	4
− 2	5 58	5 57	5 57	5 57	5 56	5 56	5 56	5 55	5 55	5 54	5 54	5 53	5 53	5 52	5 51	5 50	+ 2
0	6 2	6 2	6 3	6 3	6 3	6 3	6 3	6 3	6 3	6 3	6 3	6 4	6 4	6 4	6 4	6 4	0
+ 2	6 7	6 7	6 8	6 8	6 9	6 9	6 10	6 11	6 11	6 12	6 13	6 14	6 15	6 16	6 17	6 18	− 2
4	11	12	13	13	15	16	17	18	20	21	22	24	26	28	30	32	4
6	16	18	19	20	22	23	25	26	28	30	32	34	37	40	43	46	6
8	21	23	24	26	28	30	32	34	37	39	42	45	48	52	56	7 1	8
10	26	28	30	32	34	37	39	42	45	48	52	56	7 0	7 5	7 10	16	10
+12	6 31	6 33	6 36	6 38	6 41	6 44	6 47	6 51	6 55	6 58	7 2	7 7	7 12	7 18	7 24	7 31	−12
14	36	38	41	44	48	51	55	59	7 3	7 8	13	18	24	31	39	47	14
16	41	44	47	51	55	59	7 3	7 7	12	18	24	30	37	45	54	8 4	16
18	46	50	53	57	7 2	7 6	11	16	22	28	35	42	51	8 0	8 10	22	18
20	51	55	7 0	7 4	9	14	20	26	32	39	47	55	8 5	15	28	42	20
+22	6 57	7 1	7 6	7 11	7 17	7 22	7 29	7 35	7 43	7 50	7 59	8 9	8 20	8 32	8 47	9 4	−22
24	7 2	7	13	19	25	31	38	45	54	8 3	8 12	24	36	51	9 8	29	24
26	8	14	20	26	33	40	48	56	8 5	15	27	39	54	9 11	33	10 0	26
28	14	21	27	34	42	49	58	8 7	18	29	42	57	9 14	35	10 2	42	28
30	21	28	35	43	51	8 0	8 9	20	31	44	59	9 17	38	10 4	10 43	—	30
+32	7 28	7 35	7 43	7 51	8 1	8 11	8 21	8 33	8 46	9 1	9 19	9 39	10 6	10 44	—	—	−32
34	35	43	52	8 1	11	22	34	47	9 3	20	41	10 8	10 46	—	—	—	34
36	43	52	8 1	11	23	35	48	9 4	21	42	10 9	10 47	—	—	—	—	36
38	51	8 1	11	23	35	49	9 4	22	43	10 10	10 48	—	—	—	—	—	38
40	8 0	11	22	35	49	9 5	23	44	10 10	10 48	—	—	—	—	—	—	40
+42	8 10	8 21	8 34	8 49	9 5	9 23	9 44	10 11	10 48	—	—	—	—	—	—	—	−42
44	20	33	48	9 4	22	44	10 11	10 48	—	—	—	—	—	—	—	—	44
46	32	46	9 3	21	43	10 10	10 48	—	—	—	—	—	—	—	—	—	46
48	45	9 2	20	42	10 10	10 48	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	48
+50	9 0	9 19	9 41	10 9	10 48	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	−50
	−30°	−32°	−34°	−36°	−38°	−40°	−42°	−44°	−46°	−48°	−50°	−52°	−54°	−56°	−58°	−60°	φ \ δ

8. Stundenwinkel im Ersten Vertikal.

δ \ φ	+20°	+22°	+24°	+26°	+28°	+30°	+32°	+34°	+36°	+38°	+40°	
°	h m	h m	h m	h m	h m	h m	h m	h m	h m	h m	h m	°
0	6 0	6 0	6 0	6 0	6 0	6 0	6 0	6 0	6 0	6 0	6 0	0
+ 1	5 49	5 50	5 51	5 52	5 52	5 53	5 54	5 54	5 54	5 55	5 55	— 1
2	38	40	42	44	45	46	47	48	49	50	50	2
3	27	30	33	35	37	39	41	42	43	45	46	3
4	16	20	24	27	29	32	34	36	38	39	41	4
+ 5	5 4	5 10	5 15	5 19	5 22	5 25	5 28	5 30	5 32	5 34	5 36	— 5
6	4 53	5 0	5 6	10	14	18	21	24	27	29	31	6
7	42	4 49	4 56	5 1	5 6	11	15	18	21	24	26	7
8	30	39	46	4 53	4 59	5 4	8	12	15	19	21	8
9	18	28	37	44	51	4 56	5 1	5 6	10	13	16	9
+10	4 5	4 17	4 27	4 35	4 43	4 49	4 54	4 59	5 4	5 8	5 11	—10
11	3 51	4 5	17	26	34	41	47	53	4 58	5 2	6	11
12	37	3 53	4 6	16	26	34	40	47	52	4 57	5 1	12
13	22	41	3 55	4 7	17	26	33	40	46	51	4 56	13
14	3 7	28	44	3 57	4 8	18	26	33	40	46	51	14
+15	2 50	3 14	3 32	3 47	3 59	4 9	4 18	4 26	4 33	4 40	4 46	—15
16	32	3 0	20	36	49	4 1	11	19	27	34	40	16
17	2 11	2 43	3 6	25	40	3 52	4 3	12	20	28	35	17
18	1 48	26	2 52	13	29	43	3 55	4 5	14	22	29	18
19	1 17	2 6	37	3 1	18	34	46	3 57	7	15	23	19
+20	0 0	1 42	2 20	2 47	3 7	3 24	3 37	3 49	4 0	4 9	4 17	—20
21	—	1 13	2 2	32	2 55	13	28	41	3 52	4 2	11	21
22	—	0 0	1 40	2 16	42	3 2	19	33	45	3 55	4 5	22
23	—	—	1 10	1 57	28	2 51	3 9	24	37	48	3 58	23
24	—	—	0 0	1 37	2 13	38	2 58	15	29	41	52	24
+25	—	—	—	1 9	1 55	2 24	2 47	3 5	3 20	3 33	3 45	—25
26	—	—	—	0 0	34	2 9	35	2 55	11	25	38	26
27	—	—	—	—	1 7	1 52	21	44	3 2	17	30	27
28	—	—	—	—	0 0	32	2 7	32	2 52	3 8	23	28
29	—	—	—	—	—	1 5	1 50	19	41	2 59	15	29
+30	—	—	—	—	—	0 0	1 30	2 5	2 30	2 49	3 6	—30
31	—	—	—	—	—	—	1 4	1 48	17	39	2 57	31
32	—	—	—	—	—	—	0 0	28	2 3	28	47	32
33	—	—	—	—	—	—	—	1 3	1 47	15	37	33
34	—	—	—	—	—	—	—	0 0	27	2 1	26	34
+35	—	—	—	—	—	—	—	—	1 2	1 45	2 14	—35
36	—	—	—	—	—	—	—	—	0 0	26	2 0	36
37	—	—	—	—	—	—	—	—	—	1 1	1 44	37
38	—	—	—	—	—	—	—	—	—	0 0	26	38
39	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	1 1	39
+40	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	0 0	—40
	—20°	—22°	—24°	—26°	—28°	—30°	—32°	—34°	—36°	—38°	—40°	δ \ φ

8. Stundenwinkel im Ersten Vertikal (Schluß).

δ \ φ	+40°	+42°	+44°	+46°	+48°	+50°	+52°	+54°	+56°	+58°	+60°	
°	h m	h m	h m	h m	h m	h m	h m	h m	h m	h m	h m	°
0	6 0	6 0	6 0	6 0	6 0	6 0	6 0	6 0	6 0	6 0	6 0	0
+ 1	5 55	5 56	5 56	5 56	5 56	5 57	5 57	5 57	5 57	5 57	5 58	— 1
2	50	51	52	52	53	53	54	54	55	55	55	2
3	46	47	48	48	49	50	51	51	52	52	53	3
4	41	42	43	45	46	47	47	48	49	50	51	4
+ 5	5 36	5 38	5 39	5 41	5 42	5 43	5 44	5 45	5 46	5 47	5 48	— 5
6	31	33	35	37	38	40	41	42	44	45	46	6
7	26	29	31	33	35	36	38	40	41	42	44	7
8	21	24	27	29	31	33	35	37	38	40	41	8
9	16	19	22	25	27	29	32	34	35	37	39	9
+10	5 11	5 15	5 18	5 21	5 23	5 26	5 28	5 31	5 33	5 35	5 37	—10
11	6	10	14	17	20	22	25	28	30	32	34	11
12	5 1	5	9	13	16	19	22	24	27	29	32	12
13	4 56	5 1	5	8	12	15	18	21	24	27	29	13
14	51	4 56	5 0	4	8	12	15	18	21	24	27	14
+15	4 46	4 51	4 56	5 0	5 4	5 8	5 12	5 15	5 18	5 21	5 24	—15
16	40	46	51	4 56	5 0	4	8	12	15	19	22	16
17	35	41	46	51	4 56	5 1	5	9	12	16	19	17
18	29	35	41	47	52	4 57	5 1	5	9	13	17	18
19	23	30	36	42	48	53	4 58	5 2	6	10	14	19
+20	4 17	4 25	4 31	4 38	4 43	4 49	4 54	4 59	5 3	5 7	5 11	—20
21	11	19	26	33	39	45	50	55	5 0	4	9	21
22	4 5	13	21	28	35	41	46	52	4 57	5 2	6	22
23	3 58	7	16	23	30	37	43	48	53	4 58	3	23
24	52	4 1	10	18	25	32	39	45	50	55	5 0	24
+25	3 45	3 55	4 5	4 13	4 21	4 28	4 35	4 41	4 47	4 52	4 58	—25
26	38	49	3 59	8	16	23	30	37	43	49	55	26
27	30	42	53	4 2	11	19	26	33	40	46	52	27
28	23	35	46	3 56	6	14	22	29	36	42	48	28
29	15	28	40	50	4 1	9	18	25	32	39	45	29
+30	3 6	3 20	3 33	3 44	3 55	4 4	4 13	4 21	4 28	4 35	4 42	—30
31	2 57	13	26	38	49	3 59	8	17	24	32	39	31
32	47	3 4	19	32	43	54	4 3	12	20	28	35	32
33	37	2 55	11	25	37	48	3 58	8	16	24	32	33
34	26	46	3 3	17	30	42	53	4 3	12	20	28	34
+35	2 14	2 36	2 54	3 10	3 24	3 36	3 48	3 58	4 8	4 16	4 25	—35
36	2 0	25	45	3 2	17	30	42	53	4 3	12	21	36
37	1 44	2 13	35	2 53	9	23	36	48	3 58	8	17	37
38	26	1 59	24	44	3 1	16	30	42	53	4 3	13	38
39	1 1	44	2 12	34	2 53	9	23	36	48	3 59	9	39
+40	0 0	1 25	1 59	2 23	2 44	3 1	3 16	3 30	3 42	3 54	4 4	—40
41	—	1 0	43	2 12	34	2 53	9	23	36	49	4 0	41
42	—	0 0	25	1 58	23	44	3 1	17	30	43	3 55	42
43	—	—	1 0	43	2 11	34	2 53	10	24	38	50	43
44	—	—	0 0	25	1 58	23	44	3 2	17	32	44	44
+45	—	—	—	1 0	1 43	2 12	2 34	2 54	3 10	3 25	3 39	—45
46	—	—	—	0 0	25	1 59	24	45	3 3	19	33	46
47	—	—	—	—	1 0	44	2 12	35	2 55	12	27	47
48	—	—	—	—	0 0	25	1 59	25	46	3 4	20	48
49	—	—	—	—	—	1 1	44	13	36	2 56	13	49
+50	—	—	—	—	—	0 0	1 26	2 0	2 26	2 47	3 6	—50
51	—	—	—	—	—	—	1 1	1 45	14	38	2 58	51
52	—	—	—	—	—	—	0 0	26	2 1	28	49	52
53	—	—	—	—	—	—	—	1 1	1 46	16	40	53
54	—	—	—	—	—	—	—	0 0	27	2 3	30	54
+55	—	—	—	—	—	—	—	—	1 2	1 47	2 18	—55
56	—	—	—	—	—	—	—	—	0 0	28	2 5	56
57	—	—	—	—	—	—	—	—	—	1 3	1 49	57
58	—	—	—	—	—	—	—	—	—	0 0	30	58
59	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	1 4	59
+60	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	0 0	—60
	—40°	—42°	—44°	—46°	—48°	—50°	—52°	—54°	—56°	—58°	—60°	φ \ δ

9. Zenitdistanz im Ersten Vertikal.

δ \ φ	+20°	+22°	+24°	+26°	+28°	+30°	+32°	+34°	+36°	+38°	+40°	
°	°	°	°	°	°	°	°	°	°	°	°	°
0	90.0	90.0	90.0	90.0	90.0	90.0	90.0	90.0	90.0	90.0	90.0	0
+ 1	87.1	87.3	87.5	87.7	87.9	88.0	88.1	88.2	88.3	88.4	88.5	− 1
2	84.2	84.7	85.1	85.5	85.7	86.0	86.2	86.4	86.6	86.8	86.9	2
3	81.2	82.0	82.6	83.1	83.6	84.0	84.3	84.6	84.9	85.1	85.3	3
4	78.3	79.3	80.1	80.8	81.5	82.0	82.4	82.8	83.2	83.5	83.8	4
+ 5	75.3	76.5	77.6	78.5	79.3	80.0	80.5	81.0	81.5	81.9	82.2	− 5
6	72.3	73.8	75.1	76.3	77.1	77.9	78.6	79.2	79.8	80.2	80.6	6
7	69.1	71.0	72.5	73.9	75.0	75.9	76.7	77.4	78.0	78.6	79.1	7
8	66.0	68.2	69.9	71.5	72.8	73.8	74.8	75.6	76.3	76.9	77.5	8
9	62.8	65.3	67.4	69.1	70.5	71.8	72.8	73.8	74.6	75.3	75.9	9
+10	59.5	62.4	64.7	66.7	68.3	69.7	70.9	71.9	72.8	73.6	74.3	−10
11	56.1	59.4	62.0	64.3	66.0	67.6	68.9	70.1	71.1	71.9	72.7	11
12	52.5	56.3	59.3	61.7	63.7	65.4	66.9	68.2	69.3	70.3	71.1	12
13	48.8	53.1	56.4	59.1	61.4	63.3	64.9	66.3	67.5	68.6	69.5	13
14	45.0	49.8	53.5	56.5	59.0	61.1	62.8	64.4	65.7	66.9	67.9	14
+15	40.8	46.3	50.5	53.8	56.5	58.8	60.8	62.4	63.9	65.1	66.3	−15
16	36.3	42.7	47.4	51.1	54.1	56.5	58.7	60.5	62.0	63.4	64.6	16
17	31.2	38.7	44.0	48.2	51.5	54.2	56.5	58.5	60.2	61.7	63.0	17
18	25.3	34.4	40.6	45.2	48.8	51.8	54.3	56.5	58.3	59.9	61.3	18
19	18.0	29.5	36.9	42.2	46.1	49.4	52.1	54.4	56.4	58.1	59.6	19
+20	0.0	24.0	32.8	38.8	43.2	46.8	49.8	52.3	54.4	56.3	57.9	−20
21	—	16.8	28.3	35.2	40.2	44.2	47.5	50.1	52.4	54.4	56.1	21
22	—	0.0	22.9	31.3	37.0	41.5	45.0	47.9	50.4	52.5	54.4	22
23	—	—	16.2	27.0	33.7	38.6	42.5	45.7	48.3	50.6	52.6	23
24	—	—	0.0	22.0	30.0	35.6	39.9	43.4	46.2	48.6	50.8	24
+25	—	—	—	15.4	25.9	32.4	37.1	40.9	44.0	46.6	48.9	−25
26	—	—	—	0.0	20.9	28.8	34.2	38.4	41.8	44.6	47.0	26
27	—	—	—	—	14.9	24.8	31.1	35.7	39.4	42.5	45.1	27
28	—	—	—	—	0.0	20.1	27.6	32.9	37.0	40.3	43.1	28
29	—	—	—	—	—	14.2	23.8	29.9	34.4	38.0	41.0	29
+30	—	—	—	—	—	0.0	19.3	26.6	31.7	35.7	38.9	−30
31	—	—	—	—	—	—	13.6	22.9	28.8	33.2	36.7	31
32	—	—	—	—	—	—	0.0	18.6	25.6	30.6	34.5	32
33	—	—	—	—	—	—	—	13.1	22.1	27.8	32.1	33
34	—	—	—	—	—	—	—	0.0	17.9	24.7	29.6	34
+35	—	—	—	—	—	—	—	—	12.6	21.3	26.8	−35
36	—	—	—	—	—	—	—	—	0.0	17.3	23.9	36
37	—	—	—	—	—	—	—	—	—	12.1	20.6	37
38	—	—	—	—	—	—	—	—	—	0.0	16.7	38
39	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	11.7	39
+40	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	0.0	−40
	−20°	−22°	−24°	−26°	−28°	−30°	−32°	−34°	−36°	−38°	−40°	φ \ δ

9. Zenitdistanz im Ersten Vertikal (Schluß).

δ \ φ	+40°	+42°	+44°	+46°	+48°	+50°	+52°	+54°	+56°	+58°	+60°	
°	°	°	°	°	°	°	°	°	°	°	°	°
0	90.0	90.0	90.0	90.0	90.0	90.0	90.0	90.0	90.0	90.0	90.0	0
+1	88.5	88.5	88.6	88.6	88.7	88.7	88.7	88.8	88.8	88.8	88.9	—1
2	86.9	87.0	87.1	87.2	87.3	87.4	87.5	87.5	87.6	87.6	87.7	2
3	85.3	85.5	85.7	85.8	86.0	86.1	86.2	86.3	86.4	86.5	86.5	3
4	83.8	84.0	84.2	84.4	84.6	84.8	84.9	85.1	85.2	85.3	85.4	4
+5	82.2	82.5	82.8	83.0	83.3	83.5	83.7	83.8	84.0	84.1	84.2	—5
6	80.6	81.0	81.4	81.7	81.9	82.2	82.4	82.6	82.8	82.9	83.1	6
7	79.1	79.5	79.9	80.3	80.6	80.9	81.1	81.3	81.6	81.7	81.9	7
8	77.5	78.0	78.5	78.9	79.2	79.5	79.8	80.1	80.3	80.6	80.8	8
9	75.9	76.5	77.0	77.4	77.9	78.2	78.6	78.9	79.1	79.4	79.6	9
+10	74.3	75.0	75.5	76.0	76.5	76.9	77.3	77.6	77.9	78.2	78.4	—10
11	72.7	73.4	74.1	74.6	75.1	75.6	76.0	76.4	76.7	77.0	77.3	11
12	71.1	71.9	72.6	73.2	73.8	74.3	74.7	75.1	75.5	75.8	76.1	12
13	69.5	70.4	71.1	71.8	72.4	72.9	73.4	73.9	74.3	74.6	75.0	13
14	67.9	68.8	69.6	70.4	71.0	71.6	72.1	72.6	73.0	73.4	73.8	14
+15	66.3	67.3	68.1	68.9	69.6	70.3	70.8	71.4	71.8	72.2	72.6	—15
16	64.6	65.7	66.6	67.5	68.2	68.9	69.5	70.1	70.6	71.0	71.4	16
17	63.0	64.1	65.1	66.0	66.8	67.6	68.2	68.8	69.4	69.8	70.3	17
18	61.3	62.5	63.6	64.6	65.4	66.2	66.9	67.6	68.1	68.6	69.1	18
19	59.6	60.9	62.1	63.1	64.0	64.9	65.6	66.3	66.9	67.4	67.9	19
+20	57.9	59.3	60.5	61.6	62.6	63.5	64.3	65.0	65.6	66.2	66.7	—20
21	56.1	57.6	59.0	60.1	61.2	62.1	63.0	63.7	64.4	65.0	65.6	21
22	54.4	56.0	57.4	58.6	59.7	60.7	61.6	62.4	63.1	63.8	64.4	22
23	52.6	54.3	55.8	57.1	58.3	59.3	60.3	61.1	61.9	62.6	63.2	23
24	50.8	52.6	54.2	55.6	56.8	57.9	58.9	59.8	60.6	61.4	62.0	24
+25	48.9	50.8	52.5	54.0	55.3	56.5	57.6	58.5	59.4	60.1	60.8	—25
26	47.0	49.1	50.9	52.5	53.9	55.1	56.2	57.2	58.1	58.9	59.6	26
27	45.1	47.3	49.2	50.9	52.4	53.7	54.8	55.9	56.8	57.6	58.4	27
28	43.1	45.5	47.5	49.3	50.8	52.2	53.4	54.5	55.5	56.4	57.2	28
29	41.0	43.6	45.7	47.6	49.3	50.7	52.0	53.2	54.2	55.1	56.0	29
+30	38.9	41.7	44.0	46.0	47.7	49.3	50.6	51.8	52.9	53.9	54.7	—30
31	36.7	39.7	42.2	44.3	46.1	47.8	49.2	50.5	51.6	52.6	53.5	31
32	34.5	37.6	40.3	42.6	44.5	46.2	47.7	49.1	50.3	51.3	52.3	32
33	32.1	35.5	38.4	40.8	42.9	44.7	46.3	47.7	48.9	50.1	51.0	33
34	29.6	33.3	36.4	39.0	41.2	43.1	44.8	46.3	47.6	48.8	49.8	34
+35	26.8	31.0	34.3	37.1	39.5	41.5	43.3	44.9	46.2	47.4	48.5	—35
36	23.9	28.6	32.2	35.2	37.7	39.9	41.8	43.4	44.9	46.1	47.3	36
37	20.6	25.9	30.0	33.2	35.9	38.2	40.2	41.9	43.5	44.8	46.0	37
38	16.7	23.1	27.6	31.1	34.1	36.5	38.6	40.5	42.1	43.5	44.7	38
39	11.7	19.9	25.1	29.0	32.1	34.8	37.0	38.9	40.6	42.1	43.4	39
+40	0.0	16.1	22.3	26.7	30.1	33.0	35.3	37.4	39.2	40.7	42.1	—40
41	—	11.4	19.2	24.2	28.0	31.1	33.6	35.8	37.7	39.3	40.8	41
42	—	0.0	15.6	21.5	25.8	29.1	31.9	34.2	36.2	37.9	39.4	42
43	—	—	11.0	18.6	23.4	27.1	30.1	32.5	34.7	36.5	38.1	43
44	—	—	0.0	15.1	20.8	24.9	28.2	30.8	33.1	35.0	36.7	44
+45	—	—	—	10.6	17.9	22.6	26.2	29.1	31.5	33.5	35.3	—45
46	—	—	—	0.0	14.5	20.1	24.1	27.2	29.8	32.0	33.8	46
47	—	—	—	—	10.2	17.3	21.9	25.3	28.1	30.4	32.4	47
48	—	—	—	—	0.0	14.1	19.4	23.3	26.3	28.8	30.9	48
49	—	—	—	—	—	9.9	16.7	21.1	24.4	27.1	29.4	49
+50	—	—	—	—	—	0.0	13.6	18.8	22.5	25.4	27.8	—50
51	—	—	—	—	—	—	9.6	16.2	20.4	23.6	26.2	51
52	—	—	—	—	—	—	0.0	13.1	18.1	21.7	24.5	52
53	—	—	—	—	—	—	—	9.3	15.6	19.7	22.8	53
54	—	—	—	—	—	—	—	0.0	12.6	17.4	20.9	54
+55	—	—	—	—	—	—	—	—	8.9	15.0	18.9	—55
56	—	—	—	—	—	—	—	—	0.0	12.1	16.8	56
57	—	—	—	—	—	—	—	—	—	8.5	14.4	57
58	—	—	—	—	—	—	—	—	—	0.0	11.7	58
59	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	8.1	59
+60	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	0.0	—60
	—40°	—42°	—44°	—46°	—48°	—50°	—52°	—54°	—56°	—58°	—60°	δ / φ

10. Verwandlung der Thermometer- und Barometer-Skalen.

Réaumur	Celsius	Fahrenheit	Celsius	Fahrenheit	Celsius	Pariser Zoll und Linien	Millimeter	Englische Zoll	Millimeter
°	°	°	°	°	°	″ ‴	mm	″	mm
± 0	± 0.00	− 60	− 51.1	+ 32	+ 0.0	11 0	297.8	12.0	304.8
1	1.25	58	50.0	34	1.1	12 0	324.8	13.0	330.2
2	2.50	56	48.9	36	2.2	13 0	351.9	14.0	355.6
3	3.75	54	47.8	38	3.3	14 0	379.0	15.0	381.0
4	5.00	52	46.7	40	4.4	15 0	406.0		
								16.0	406.4
5	6.25	− 50	− 45.6	+ 42	+ 5.6	16 0	433.1	17.0	431.8
6	7.50	48	44.4	44	6.7	17 0	460.2	18.0	457.2
7	8.75	46	43.3	46	7.8	18 0	487.3	19.0	482.6
8	10.00	44	42.2	48	8.9	19 0	514.3	20.0	508.0
9	11.25	42	41.1	50	10.0	20 0	541.4		
								21.0	533.4
10	12.50	− 40	− 40.0	+ 52	+ 11.1	21 0	568.5	22.0	558.8
11	13.75	38	38.9	54	12.2	22 0	595.5	23.0	584.2
12	15.00	36	37.8	56	13.3	23 0	622.6	24.0	609.6
13	16.25	34	36.7	58	14.4	24 0	649.7	25.0	635.0
14	17.50	32	35.6	60	15.6	25 0	676.7		
								26.0	660.4
15	18.75	− 30	− 34.4	+ 62	+ 16.7	26 0	703.8	27.0	685.8
16	20.00	28	33.3	64	17.8			28.0	711.2
17	21.25	26	32.2	66	18.9	27 0	730.9		
18	22.50	24	31.1	68	20.0	1	733.1	29.0	736.6
19	23.75	22	30.0	70	21.1	2	735.4	29.1	739.1
						3	737.7	29.2	741.7
20	25.00	− 20	− 28.9	+ 72	+ 22.2	4	739.9	29.3	744.2
21	26.25	18	27.8	74	23.3	5	742.2	29.4	746.7
22	27.50	16	26.7	76	24.4				
23	28.75	14	25.6	78	25.6	27 6	744.4	29.5	749.3
24	30.00	12	24.4	80	26.7	7	746.7	29.6	751.8
						8	748.9	29.7	754.4
25	31.25	− 10	− 23.3	+ 82	+ 27.8	9	751.2	29.8	756.9
26	32.50	8	22.2	84	28.9	10	753.4	29.9	759.4
27	33.75	6	21.1	86	30.0	11	755.7		
28	35.00	4	20.0	88	31.1			30.0	762.0
29	36.25	2	18.9	90	32.2	28 0	758.0	30.1	764.5
						1	760.2	30.2	767.1
30	37.50	0	− 17.8	+ 92	+ 33.3	2	762.5	30.3	769.6
31	38.75			94	34.4	3	764.7	30.4	772.1
32	40.00	+ 2	16.7	96	35.6	4	767.0		
33	41.25	4	15.6	98	36.7	5	769.2	30.5	774.7
34	42.50	6	14.4	100	37.8			30.6	777.2
		8	13.3			28 6	771.5	30.7	779.8
35	43.75	10	12.2	+ 102	+ 38.9	7	773.7	30.8	782.3
36	45.00			104	40.0	8	776.0	30.9	784.8
37	46.25	+ 12	− 11.1	106	41.1	9	778.3		
38	47.50	14	10.0	108	42.2	10	780.5	31.0	787.4
39	48.75	16	8.9	110	43.3	11	782.8	31.1	789.9
		18	7.8					31.2	792.5
40	50.00	20	6.7	+ 112	+ 44.4	29 0	785.0	31.3	795.0
				114	45.6	1	787.3		
		+ 22	− 5.6	116	46.7	2	789.5		
		24	4.4	118	47.8	3	791.8		
		26	3.3	120	48.9	4	794.1		
		28	2.2						
		30	1.1	+ 122	+ 50.0				
		+ 32	− 0.0						

11. Reduktion des Quecksilberbarometers auf 0° (Messingskala).

t° C	460mm	480mm	500mm	520mm	540mm	560mm	580mm	600mm	620mm	t° C
°	mm	mm	mm	mm	mm	mm	mm	mm	mm	°
0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0
1	0.1	0.1	0.1	0.1	0.1	0.1	0.1	0.1	0.1	1
2	0.1	0.2	0.2	0.2	0.2	0.2	0.2	0.2	0.2	2
3	0.2	0.2	0.2	0.3	0.3	0.3	0.3	0.3	0.3	3
4	0.3	0.3	0.3	0.3	0.4	0.4	0.4	0.4	0.4	4
5	0.4	0.4	0.4	0.4	0.4	0.5	0.5	0.5	0.5	5
6	0.4	0.5	0.5	0.5	0.5	0.5	0.6	0.6	0.6	6
7	0.5	0.5	0.6	0.6	0.6	0.6	0.7	0.7	0.7	7
8	0.6	0.6	0.7	0.7	0.7	0.7	0.8	0.8	0.8	8
9	0.7	0.7	0.7	0.8	0.8	0.8	0.9	0.9	0.9	9
10	0.8	0.8	0.8	0.8	0.9	0.9	0.9	1.0	1.0	10
11	0.8	0.9	0.9	0.9	1.0	1.0	1.0	1.1	1.1	11
12	0.9	0.9	1.0	1.0	1.1	1.1	1.1	1.2	1.2	12
13	1.0	1.0	1.1	1.1	1.1	1.2	1.2	1.3	1.3	13
14	1.0	1.1	1.1	1.2	1.2	1.3	1.3	1.4	1.4	14
15	1.1	1.2	1.2	1.3	1.3	1.4	1.4	1.5	1.5	15
16	1.2	1.2	1.3	1.4	1.4	1.5	1.5	1.5	1.6	16
17	1.3	1.3	1.4	1.4	1.5	1.6	1.6	1.6	1.7	17
18	1.4	1.4	1.5	1.5	1.6	1.6	1.7	1.7	1.8	18
19	1.4	1.5	1.6	1.6	1.7	1.7	1.8	1.8	1.9	19
20	1.5	1.6	1.6	1.7	1.8	1.8	1.9	1.9	2.0	20
21	1.6	1.6	1.7	1.8	1.8	1.9	2.0	2.0	2.1	21
22	1.6	1.7	1.8	1.9	1.9	2.0	2.1	2.1	2.2	22
23	1.7	1.8	1.9	2.0	2.0	2.1	2.2	2.2	2.3	23
24	1.8	1.9	2.0	2.0	2.1	2.2	2.3	2.3	2.4	24
25	1.9	2.0	2.0	2.1	2.2	2.3	2.4	2.4	2.5	25
26	2.0	2.0	2.1	2.2	2.3	2.4	2.5	2.5	2.6	26
27	2.0	2.1	2.2	2.3	2.4	2.5	2.5	2.6	2.7	27
28	2.1	2.2	2.3	2.4	2.5	2.5	2.6	2.7	2.8	28
29	2.2	2.3	2.4	2.4	2.5	2.6	2.7	2.8	2.9	29
30	2.2	2.3	2.4	2.5	2.6	2.7	2.8	2.9	3.0	30
31	2.3	2.4	2.5	2.6	2.7	2.8	2.9	3.0	3.1	31
32	2.4	2.5	2.6	2.7	2.8	2.9	3.0	3.1	3.2	32
33	2.5	2.6	2.7	2.8	2.9	3.0	3.1	3.2	3.3	33
34	2.5	2.6	2.8	2.9	3.0	3.1	3.2	3.3	3.4	34
35	2.6	2.7	2.8	3.0	3.1	3.2	3.3	3.4	3.5	35
36	2.7	2.8	2.9	3.0	3.2	3.3	3.4	3.5	3.6	36
37	2.8	2.9	3.0	3.1	3.2	3.4	3.5	3.6	3.7	37
38	2.8	3.0	3.1	3.2	3.3	3.4	3.6	3.7	3.8	38
39	2.9	3.0	3.2	3.3	3.4	3.5	3.7	3.8	3.9	39
40	3.0	3.1	3.2	3.4	3.5	3.6	3.8	3.9	4.0	40

Die Verbesserung der Barometerablesung ist

$\left\{\begin{array}{c}\text{negativ}\\ \text{positiv}\end{array}\right\}$ für $\left\{\begin{array}{c}\text{positive}\\ \text{negative}\end{array}\right\}$ Thermometerstände.

11. Reduktion des Quecksilberbarometers auf 0° (Messingskala) (Schluß).

t° C	620mm	640mm	660mm	680mm	700mm	720mm	740mm	760mm	780mm	t° C
°	mm	mm	mm	mm	mm	mm	mm	mm	mm	°
0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0
1	0.1	0.1	0.1	0.1	0.1	0.1	0.1	0.1	0.1	1
2	0.2	0.2	0.2	0.2	0.2	0.2	0.2	0.2	0.3	2
3	0.3	0.3	0.3	0.3	0.3	0.3	0.4	0.4	0.4	3
4	0.4	0.4	0.4	0.4	0.5	0.5	0.5	0.5	0.5	4
5	0.5	0.5	0.5	0.5	0.6	0.6	0.6	0.6	0.6	5
6	0.6	0.6	0.6	0.7	0.7	0.7	0.7	0.7	0.8	6
7	0.7	0.7	0.7	0.8	0.8	0.8	0.8	0.9	0.9	7
8	0.8	0.8	0.9	0.9	0.9	0.9	1.0	1.0	1.0	8
9	0.9	0.9	1.0	1.0	1.0	1.0	1.1	1.1	1.1	9
10	1.0	1.0	1.1	1.1	1.1	1.2	1.2	1.2	1.3	10
11	1.1	1.1	1.2	1.2	1.2	1.3	1.3	1.3	1.4	11
12	1.2	1.2	1.3	1.3	1.4	1.4	1.4	1.5	1.5	12
13	1.3	1.3	1.4	1.4	1.5	1.5	1.6	1.6	1.6	13
14	1.4	1.4	1.5	1.5	1.6	1.6	1.7	1.7	1.8	14
15	1.5	1.5	1.6	1.6	1.7	1.7	1.8	1.8	1.9	15
16	1.6	1.7	1.7	1.8	1.8	1.9	1.9	2.0	2.0	16
17	1.7	1.8	1.8	1.9	1.9	2.0	2.0	2.1	2.1	17
18	1.8	1.9	1.9	2.0	2.0	2.1	2.1	2.2	2.3	18
19	1.9	2.0	2.0	2.1	2.1	2.2	2.3	2.3	2.4	19
20	2.0	2.1	2.1	2.2	2.3	2.3	2.4	2.5	2.5	20
21	2.1	2.2	2.2	2.3	2.4	2.4	2.5	2.6	2.6	21
22	2.2	2.3	2.3	2.4	2.5	2.6	2.6	2.7	2.8	22
23	2.3	2.4	2.5	2.5	2.6	2.7	2.7	2.8	2.9	23
24	2.4	2.5	2.6	2.6	2.7	2.8	2.9	2.9	3.0	24
25	2.5	2.6	2.7	2.7	2.8	2.9	3.0	3.1	3.1	25
26	2.6	2.7	2.8	2.9	2.9	3.0	3.1	3.2	3.3	26
27	2.7	2.8	2.9	3.0	3.1	3.1	3.2	3.3	3.4	27
28	2.8	2.9	3.0	3.1	3.2	3.3	3.3	3.4	3.5	28
29	2.9	3.0	3.1	3.2	3.3	3.4	3.5	3.6	3.6	29
30	3.0	3.1	3.2	3.3	3.4	3.5	3.6	3.7	3.8	30
31	3.1	3.2	3.3	3.4	3.5	3.6	3.7	3.8	3.9	31
32	3.2	3.3	3.4	3.5	3.6	3.7	3.8	3.9	4.0	32
33	3.3	3.4	3.5	3.6	3.7	3.8	3.9	4.0	4.1	33
34	3.4	3.5	3.6	3.7	3.8	4.0	4.1	4.2	4.3	34
35	3.5	3.6	3.7	3.8	4.0	4.1	4.2	4.3	4.4	35
36	3.6	3.7	3.8	4.0	4.1	4.2	4.3	4.4	4.5	36
37	3.7	3.8	3.9	4.1	4.2	4.3	4.4	4.5	4.6	37
38	3.8	3.9	4.0	4.2	4.3	4.4	4.5	4.7	4.8	38
39	3.9	4.0	4.1	4.3	4.4	4.5	4.7	4.8	4.9	39
40	4.0	4.1	4.2	4.4	4.5	4.6	4.8	4.9	5.0	40

Die Verbesserung der Barometerablesung ist

$\left\{\begin{matrix}\text{negativ}\\ \text{positiv}\end{matrix}\right\}$ für $\left\{\begin{matrix}\text{positive}\\ \text{negative}\end{matrix}\right\}$ Thermometerstände.

12. Verwandlung von Graden und Minuten in Sekunden.

0°	0″	0′	0″	45′	2700″
1	3 600	1	60	46	2760
2	7 200	2	120	47	2820
3	10 800	3	180	48	2880
4	14 400	4	240	49	2940
5	18 000	5	300	50	3000
6	21 600	6	360	51	3060
7	25 200	7	420	52	3120
8	28 800	8	480	53	3180
9	32 400	9	540	54	3240
10	36 000	10	600	55	3300
20	72 000	11	660	56	3360
30	108 000	12	720	57	3420
40	144 000	13	780	58	3480
50	180 000	14	840	59	3540
60	216 000	15	900	60	3600
70	252 000	16	960		
80	288 000	17	1020		
90	324 000	18	1080		
100	360 000	19	1140		
110	396 000	20	1200		
120	432 000	21	1260		
130	468 000	22	1320		
140	504 000	23	1380		
150	540 000	24	1440		
160	576 000	25	1500		
170	612 000	26	1560		
180	648 000	27	1620		
190	684 000	28	1680		
200	720 000	29	1740		
210	756 000	30	1800		
220	792 000	31	1860		
230	828 000	32	1920		
240	864 000	33	1980		
250	900 000	34	2040		
260	936 000	35	2100		
270	972 000	36	2160		
280	1 008 000	37	2220		
290	1 044 000	38	2280		
300	1 080 000	39	2340		
310	1 116 000	40	2400		
320	1 152 000	41	2460		
330	1 188 000	42	2520		
340	1 224 000	43	2580		
350	1 260 000	44	2640		
360	1 296 000	45	2700		

13a. Mittlere Refraktion.

Bar. 760 mm, Therm. + 10° C.

Scheinbare ZD	Mittlere Refraktion	
0°	0′ 0″	1
1	1	1
2	2	1
3	3	1
4	4	1
5	0 5	1
6	6	1
7	7	1
8	8	1
9	9	1
10	0 10	1
11	11	1
12	12	1
13	13	2
14	15	1
15	0 16	1
16	17	1
17	18	1
18	19	1
19	20	1
20	0 21	1
21	22	2
22	24	1
23	25	1
24	26	1
25	0 27	1
26	28	2
27	30	1
28	31	1
29	32	2
30	0 34	1
31	35	1
32	36	2
33	38	1
34	39	2
35	0 41	1
36	42	2
37	44	1
38	45	2
39	47	2
40	0 49	2
41	51	1
42	52	2
43	54	2
44	56	2
45	0 58	

Scheinbare ZD	Mittlere Refraktion	
45°	0′ 58″	2
46	1 0	2
47	2	3
48	5	2
49	7	2
50	1 9	3
51	12	2
52	14	3
53	17	3
54	20	3
55	1 23	3
56 0′	1 26	1
20	27	1
40	28	1
57 0	29	2
20	31	1
40	32	1
58 0	1 33	1
20	34	1
40	35	2
59 0	37	1
20	38	1
40	39	2
60 0	1 41	1
20	42	1
40	43	2
61 0	45	1
20	46	2
40	48	1
62 0	1 49	2
20	51	1
40	52	2
63 0	54	1
20	55	2
40	57	2
64 0	1 59	2
20	2 1	1
40	2	2
65 0	4	2
20	6	2
40	8	2
66 0	2 10	2
20	12	2
40	14	2
67 0	16	3
20	19	2
40	21	2
68 0	2 23	

Scheinbare ZD	Mittlere Refraktion	
68° 0′	2′ 23′	3
20	26	2
40	28	3
69 0	31	2
20	33	3
40	36	3
70 0	2 39	3
20	42	3
40	45	3
71 0	48	3
20	51	3
40	54	3
72 0	2 57	4
20	3 1	3
40	4	4
73 0	8	4
20	12	4
40	16	4
74 0	3 20	5
20	25	4
40	29	5
75 0	34	5
20	39	5
40	44	5
76 0	3 49	3
10	52	3
20	55	3
30	3 58	3
40	4 1	3
50	4	3
77 0	4 7	3
10	10	3
20	13	4
30	17	3
40	20	4
50	24	3
78 0	4 27	4
10	31	4
20	35	4
30	39	4
40	43	4
50	47	4
79 0	4 51	4
10	4 55	5
20	5 0	4
30	4	5
40	9	5
50	14	5
80 0	5 19	

Scheinbare ZD	Mittlere Refraktion	
80° 0′	5′ 19″	5
10	5 24	5
20	5 29	6
30	5 35	6
40	5 41	5
50	5 46	6
81 0	5 52	7
10	5 59	6
20	6 5	7
30	6 12	7
40	6 19	7
50	6 26	7
82 0	6 33	8
10	6 41	8
20	6 49	8
30	6 57	8
40	7 5	9
50	7 14	10
83 0	7 24	9
10	7 33	10
20	7 43	11
30	7 54	11
40	8 5	11
50	8 16	12
84 0	8 28	12
10	8 40	13
20	8 53	14
30	9 7	14
40	9 21	15
50	9 36	16
85 0	9 52	16
10	10 8	18
20	10 26	19
30	10 45	19
40	11 4	20
50	11 24	21
86 0	11 45	22
10	12 7	23
20	12 30	25
30	12 55	27
40	13 22	29
50	13 51	31
87 0	14 22	33
10	14 55	36
20	15 31	38
30	16 9	40
40	16 49	43
50	17 32	46
88 0	18 18	

Scheinbare ZD	Mittlere Refraktion	
88° 0′	18′ 18″	50
10	19 8	54
20	20 2	59
30	21 1	66
40	22 7	72
50	23 19	78
89 0	24 37	86
10	26 3	93
20	27 36	102
30	29 18	111
40	31 9	122
50	33 11	133
90 0	35 24	

13b. Verbesserung der mittleren Refraktion wegen Lufttemperatur.

Temperatur C	Mittlere Refraktion 0′	1′	2′	3′	4′	5′	6′	7′	8′	9′	10′	11′	Temperatur C
— 40°	0″	+13″	26″	39″	53″	67″	81″	96″	112″	129″	146″	164″	— 40°
35	0	+11	23	34	46	59	71	85	99	114	128	144	35
30	0	+10	20	30	40	51	62	74	86	99	112	125	30
25	0	+ 8	17	26	35	44	53	63	74	84	96	107	25
— 20	0	+ 7	14	22	29	37	45	53	62	71	80	90	— 20
— 18	0	+ 7	13	20	27	34	41	49	57	65	74	83	— 18
16	0	+ 6	12	18	25	31	38	45	52	60	68	77	16
14	0	+ 6	11	17	23	29	35	41	48	55	62	70	14
12	0	+ 5	10	15	21	26	32	38	44	50	57	64	12
— 10	0	+ 5	9	14	19	24	29	34	40	45	51	58	— 10
— 9	0	+ 4	9	13	18	22	27	32	37	43	48	54	— 9
8	0	+ 4	8	12	17	21	25	30	35	40	46	51	8
7	0	+ 4	8	12	16	20	24	28	33	38	43	48	7
6	0	+ 3	7	11	15	18	22	26	31	35	40	45	6
— 5	0	+ 3	7	10	14	17	21	25	29	33	38	42	— 5
— 4	0	+ 3	6	9	13	16	20	23	27	31	35	39	— 4
3	0	+ 3	6	9	12	15	18	22	25	29	32	36	3
2	0	+ 3	5	8	11	14	17	20	23	26	30	33	2
— 1	0	+ 2	5	8	10	13	15	18	21	24	27	31	— 1
0	0	+ 2	4	7	9	11	14	16	19	22	25	28	0
+ 1	0	+ 2	4	6	8	10	12	15	17	20	22	25	+ 1
2	0	+ 2	3	5	7	9	11	13	15	17	20	22	2
3	0	+ 2	3	5	6	8	10	11	13	15	17	19	3
+ 4	0	+ 1	3	4	5	7	8	10	11	13	15	16	+ 4
+ 5	0	+ 1	2	3	4	6	7	8	9	11	12	14	+ 5
6	0	+ 1	2	3	4	4	5	6	7	9	10	11	6
7	0	+ 1	1	2	3	3	4	5	6	6	7	8	7
8	0	+ 0	1	1	2	2	3	3	4	4	5	5	8
+ 9	0	+ 0	0	1	1	1	1	2	2	2	2	3	+ 9
+ 10	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	+ 10
11	0	— 0	0	1	1	1	1	2	2	2	2	3	11
12	0	— 0	1	1	2	2	3	3	4	4	5	5	12
13	0	— 1	1	2	3	3	4	5	5	6	7	8	13
+ 14	0	— 1	2	3	3	4	5	6	7	8	9	11	+ 14
+ 15	0	— 1	2	3	4	5	7	8	9	10	12	13	+ 15
16	0	— 1	3	4	5	6	8	9	11	12	14	16	16
17	0	— 1	3	4	6	7	9	11	12	14	16	18	17
18	0	— 2	3	5	7	9	10	12	14	16	18	21	18
+ 19	0	— 2	4	6	8	10	12	14	16	18	21	23	+ 19
+ 20	0	— 2	4	6	8	11	13	15	18	20	23	26	+ 20
21	0	— 2	4	7	9	12	14	17	19	22	25	28	21
22	0	— 2	5	7	10	13	15	18	21	24	27	31	22
23	0	— 3	5	8	11	14	17	20	23	26	29	33	23
+ 24	0	— 3	6	9	12	15	18	21	24	28	32	35	+ 24
+ 25	0	— 3	6	9	12	16	19	22	26	30	34	38	+ 25
26	0	— 3	6	10	13	17	20	24	28	32	36	40	26
27	0	— 3	7	10	14	18	21	25	29	34	38	43	27
28	0	— 4	7	11	15	18	22	27	31	35	40	45	28
+ 29	0	— 4	8	11	15	19	24	28	33	37	42	47	+ 29
+ 30	0	— 4	8	12	16	20	25	29	34	39	44	49	+ 30
35	0	— 5	10	15	20	25	31	36	42	48	54	61	35
+ 40	0	— 6	12	18	23	30	36	43	50	57	64	72	+ 40

13c. Verbesserung der mittleren Refraktion wegen Luftdruck.

Luftdruck mm	Mittlere Refraktion + Verbesserung wegen Lufttemperatur											Luftdruck mm
	0′	1′	2′	3′	4′	5′	6′	7′	8′	9′	10′	11′	
400	0″	—28″	57″	85″	114″	143″	171″	200″	229″	258″	287″	316″	400
450	0	—24	49	73	98	123	147	172	197	222	247	272	450
500	0	—21	41	62	82	103	124	145	165	186	207	229	500
550	0	—17	33	50	66	83	100	117	134	151	168	185	550
600	0	—13	25	38	51	63	76	89	102	115	128	141	600
610	0	—12	24	36	48	59	71	83	95	108	120	132	610
620	0	—11	22	33	44	55	66	78	89	100	112	123	620
630	0	—10	21	31	41	52	62	72	83	93	104	114	630
640	0	— 9	19	29	38	48	57	67	76	86	96	106	640
650	0	— 9	17	26	35	44	52	61	70	79	88	97	650
660	0	— 8	16	24	32	40	48	56	64	72	80	88	660
670	0	— 7	14	21	29	36	43	50	57	65	72	79	670
680	0	— 6	13	19	25	32	38	44	51	57	64	71	680
690	0	— 6	11	17	22	28	33	39	45	50	56	62	690
700	0	— 5	9	14	19	24	29	33	38	43	48	53	700
705	0	— 4	9	13	17	22	26	31	35	40	44	49	705
710	0	— 4	8	12	16	20	24	28	32	36	40	44	710
715	0	— 4	7	11	14	18	22	25	29	32	36	40	715
720	0	— 3	6	9	13	16	19	22	26	29	32	35	720
725	0	— 3	6	8	11	14	17	20	23	25	28	31	725
730	0	— 2	5	7	10	12	14	17	19	22	24	26	730
732	0	— 2	4	7	9	11	13	16	18	20	22	25	732
734	0	— 2	4	6	8	10	12	14	17	19	21	23	734
736	0	— 2	4	6	8	10	11	13	15	17	19	21	736
738	0	— 2	3	5	7	9	10	12	14	16	18	19	738
740	0	— 2	3	5	6	8	10	11	13	14	16	18	740
742	0	— 1	3	4	6	7	9	10	11	13	14	16	742
744	0	— 1	3	4	5	6	8	9	10	11	13	14	744
746	0	— 1	2	3	4	6	7	8	9	10	11	12	746
748	0	— 1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	748
750	0	— 1	2	2	3	4	5	6	6	7	8	9	750
752	0	— 1	1	2	3	3	4	4	5	6	6	7	752
754	0	— 0	1	1	2	2	3	3	4	4	5	5	754
756	0	— 0	1	1	1	2	2	2	3	3	3	4	756
758	0	— 0	0	0	1	1	1	1	1	1	2	2	758
760	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	760
762	0	+ 0	0	0	1	1	1	1	1	1	2	2	762
764	0	+ 0	1	1	1	2	2	2	3	3	3	4	764
766	0	+ 0	1	1	2	2	3	3	4	4	5	5	766
768	0	+ 1	1	2	3	3	4	4	5	6	6	7	768
770	0	+ 1	2	2	3	4	5	6	6	7	8	9	770
772	0	+ 1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	772
774	0	+ 1	2	3	4	6	7	8	9	10	11	12	774
776	0	+ 1	3	4	5	6	8	9	10	11	13	14	776
778	0	+ 1	3	4	6	7	9	10	11	13	14	16	778
780	0	+ 2	3	5	6	8	10	11	13	14	16	18	780
785	0	+ 2	4	6	8	10	12	14	16	18	20	22	785
790	0	+ 2	5	7	10	12	14	17	19	22	24	26	790
795	0	+ 3	6	8	11	14	17	20	23	25	28	31	795
800	0	+ 3	6	10	13	16	19	23	26	29	32	36	800

13d. Logarithmische Refraktionstafel für große Zenitdistanzen.

Bar. 751.5 mm, Therm. + 9°3 C.

Scheinbare ZD	log α tang z		A	λ	Scheinbare ZD	log α tang z		A	λ
85° 0′	2.7672	23	1.013	1.124	86° 20′	2.8709	29	1.019	1.183
2	7695	24		125	22	8738	28		185
4	7719	24		126	24	8766	29		187
6	7743	24		127	26	8795	29		189
8	7767	24		128	28	8824	30		191
85 10	2.7791	24	1.013	1.129	86 30	2.8854	29	1.020	1.193
12	7815	24		131	32	8883	29		195
14	7839	25		132	34	8912	30		198
16	7864	24		133	36	8942	30		200
18	7888	25		134	38	8972	30		202
85 20	2.7913	24	1.014	1.136	86 40	2.9002	30	1.021	1.204
22	7937	25		137	42	9032	31		206
24	7962	25		138	44	9063	30		208
26	7987	25		140	46	9093	31		211
28	8012	26		141	48	9124	31		213
85 30	2.8038	25	1.015	1.142	86 50	2.9155	31	1.023	1.215
32	8063	25		144	52	9186	31		218
34	8088	26		145	54	9217	31		220
36	8114	25		147	56	9248	32		223
38	8139	26		148	58	9280	31		225
85 40	2.8165	26	1.016	1.149	87 0	2.9311	32	1.024	1.228
42	8191	26		151	2	9343	32		230
44	8217	26		152	4	9375	32		233
46	8243	27		154	6	9407	33		236
48	8270	26		155	8	9440	32		238
85 50	2.8296	27	1.016	1.157	87 10	2.9472	33	1.026	1.241
52	8323	26		159	12	9505	33		244
54	8349	27		160	14	9538	33		247
56	8376	27		162	16	9571	34		249
58	8403	27		164	18	9605	33		252
86 0	2.8430	28	1.017	1.165	87 20	2.9638	34	1.027	1.255
2	8458	27		167	22	9672	34		258
4	8485	27		169	24	9706	34		261
6	8512	28		170	26	9740	34		265
8	8540	28		172	28	9774	35		268
86 10	2.8568	28	1.018	1.174	87 30	2.9809	34	1.029	1.271
12	8596	28		176	32	9843	35		274
14	8624	28		178	34	9878	35		277
16	8652	28		179	36	9913	36		280
18	8680	29		181	38	9949	35		284
86 20	2.8709		1.019	1.183	87 40	2.9984		1.031	1.287

$$\log \text{Refr.} = \log(\alpha \operatorname{tg} z) + A \log B + \lambda \log \gamma$$

13d. Logarithmische Refraktionstafel für große Zenitdistanzen

(Schluß).

Scheinbare ZD	log α tang z		A	λ	Scheinbare ZD	log α tang z		A	λ
87° 40′	2.9984	36	1.031	1.287	88° 50′	3.1374	45	1.050	1.443
42	3.0020	36		291	52	1419	44		449
44	0056	37		294	54	1463	45		455
46	0093	36		298	56	1508	46		461
48	0129	36		301	58	1554	45		467
87 50	3.0165	37	1.033	1.305	89 0	3.1599	46	1.054	1.473
52	0202	37		309	2	1645	46		479
54	0239	37		312	4	1691	47		485
56	0276	38		316	6	1738	47		492
58	0314	38		320	8	1785	47		498
88 0	3.0352	38	1.036	1.324	89 10	3.1832	47	1.058	1.505
2	0390	38		328	12	1879	48		512
4	0428	39		332	14	1927	48		518
6	0467	38		336	16	1975	48		525
8	0505	39		340	18	2023	49		532
88 10	3.0544	39	1.038	1.344	89 20	3.2072	49	1.063	1.539
12	0583	39		349	22	2121	49		546
14	0622	40		353	24	2170	50		554
16	0662	40		357	26	2220	50		561
18	0702	40		362	28	2270	51		568
88 20	3.0742	40	1.041	1.366	89 30	3.2321	50	1.068	1.576
22	0782	40		371	32	2371	51		584
24	0822	41		376	34	2422	52		592
26	0863	41		380	36	2474	51		600
28	0904	42		385	38	2525	52		608
88 30	3.0946	41	1.044	1.390	89 40	3.2577	53	1.073	1.616
32	0987	42		395	42	2630	53		624
34	1029	42		400	44	2683	53		632
36	1071	43		405	46	2736	53		641
38	1114	43		411	48	2789	54		650
88 40	3.1157	43	1.047	1.416	89 50	3.2843	55	1.079	1.658
42	1200	43		421	52	2898	54		667
44	1243	43		427	54	2952	55		676
46	1286	44		432	56	3007	56		686
48	1330	44		438	58	3063	56		695
88 50	3.1374		1.050	1.443	90 0	3.3119		1.086	1.705

$$\log \text{Refr.} = \log (\alpha \operatorname{tg} z) + A \log B + \lambda \log \gamma$$

13 e. Logarithmische Verbesserung der Refraktion wegen Luftdruck.

Einheiten der IV. Dezimale.

Barometer mm	log B	Diff.	Barometer mm	log B	Diff.	Barometer mm	log B	Diff.
500	-1770^{IV}	18	600	-978^{IV}	15	690	-371^{IV}	13
502	1752	17	602	963	14	692	358	12
504	1735	17	604	949	14	694	346	13
506	1718	17	606	935	15	696	333	12
508	1701	17	608	920	14	698	321	13
510	−1684	17	610	−906	14	700	−308	12
512	1667	17	612	892	14	702	296	12
514	1650	17	614	878	14	704	284	13
516	1633	17	616	864	15	706	271	12
518	1616	17	618	849	14	708	259	12
520	−1599	16	620	−835	14	710	−247	13
522	1583	17	622	821	14	712	234	12
524	1566	16	624	807	13	714	222	12
526	1550	17	626	794	14	716	210	12
528	1533	16	628	780	14	718	198	12
530	−1517	17	630	−766	14	720	−186	12
532	1500	16	632	752	14	722	174	12
534	1484	16	634	738	13	724	162	12
536	1468	16	636	725	14	726	150	12
538	1452	17	638	711	14	728	138	12
540	−1435	16	640	−697	13	730	−126	12
542	1419	16	642	684	14	732	114	12
544	1403	16	644	670	13	734	102	11
546	1387	15	646	657	13	736	91	12
548	1372	16	648	644	14	738	79	12
550	−1356	16	650	−630	13	740	−67	12
552	1340	16	652	617	13	742	55	11
554	1324	15	654	604	14	744	44	12
556	1309	16	656	590	13	746	32	12
558	1293	15	658	577	13	748	20	11
560	−1278	16	660	−564	13	750	−9	12
562	1262	16	662	551	13	752	+3	11
564	1246	15	664	538	13	754	14	12
566	1231	15	666	525	13	756	26	11
568	1216	16	668	512	13	758	37	12
570	−1200	15	670	−499	13	760	+49	11
572	1185	15	672	486	13.	762	60	12
574	1170	15	674	473	13	764	72	11
576	1155	15	676	460	13	766	83	11
578	1140	15	678	447	13	768	94	12
580	−1125	15	680	−434	13	770	+106	11
582	1110	15	682	421	12	772	117	11
584	1095	15	684	409	13	774	128	11
586	1080	15	686	396	12	776	139	11
588	1065	14	688	384	13	778	150	12
590	−1051	15	690	−371		780	+162	
592	1036	15						
594	1021	14						
596	1007	15						
598	992	14						
600	−978							

$$\log \text{Refr.} = \log (\alpha \operatorname{tg} z) + A \log B + \lambda \log \gamma$$

13f. Logarithmische Verbesserung der Refraktion wegen Lufttemperatur.

Einheiten der IV. Dezimale.

Thermometer C	log γ		Thermometer C	log γ	
— 50°	+ 1018 IV	19	— 5°	+ 225 IV	16
49	999	19	4	209	16
48	980	19	3	193	16
47	961	19	2	177	16
46	942	19	— 1	161	16
— 45	+ 923	19	0	+ 145	16
44	904	19	+ 1	129	16
43	885	19	2	113	15
42	866	18	3	98	16
41	848	19	4	82	16
— 40	+ 829	19	+ 5	+ 66	15
39	810	18	6	51	16
38	792	18	7	35	15
37	774	19	8	20	15
36	755	18	9	+ 5	16
— 35	+ 737	18	+ 10	— 11	15
34	719	18	11	26	15
33	701	18	12	41	15
32	683	18	13	56	15
31	665	17	14	71	15
— 30	+ 648	18	+ 15	— 86	15
29	630	18	16	101	15
28	612	17	17	116	15
27	595	18	18	131	15
26	577	17	19	146	15
— 25	+ 560	18	+ 20	— 161	14
24	542	17	21	175	15
23	525	17	22	190	15
22	508	17	23	205	14
21	491	18	24	219	15
— 20	+ 473	17	+ 25	— 234	14
19	456	17	26	248	15
18	439	17	27	263	14
17	422	16	28	277	14
16	406	17	29	291	15
— 15	+ 389	17	+ 30	— 306	14
14	372	16	31	320	14
13	356	17	32	334	14
12	339	17	33	348	14
11	322	16	34	362	14
— 10	+ 306	16	+ 35	— 376	
9	290	17			
8	273	16			
7	257	16			
6	241	16			
— 5	+ 225				

log Refr. = log (α tg z) + A log B + λ log γ

13g. Mittlere Refraktion als Funktion der wahren Zenitdistanz.

Bar. 760 mm, Therm. + 10° C.

Wahre ZD	Mittlere Refraktion		Wahre ZD	Mittlere Refraktion		Wahre ZD	Mittlere Refraktion	
70° 0′	2′ 39″		80° 0′	5′ 16″		87° 0′	13′ 40″	
20	42	3	10	5 21	5	10	14 9	29
40	45	3	20	5 26	5	20	14 41	32
71 0	48	3	30	5 32	6	30	15 14	33
20	50	2	40	5 38	6	40	15 48	34
40	2 53	3	50	5 43	5	50	16 25	37
72 0	2 56	3	81 0	5 49	6	88 0	17 3	38
20	3 0	4	10	5 55	6	10	17 44	41
40	3	3	20	6 1	6	20	18 27	43
73 0	7	4	30	6 8	7	30	19 13	46
20	11	4	40	6 15	7	40	20 4	51
40	3 15	4	50	6 21	6	50	20 58	54
74 0	3 19	4	82 0	6 28	7	89 0	21 56	58
20	24	5	10	6 36	8	10	23 0	64
40	28	4	20	6 44	8	20	24 7	67
75 0	33	5	30	6 51	7	30	25 20	73
20	38	5	40	6 59	8	40	26 40	80
40	3 43	5	50	7 8	9	50	28 7	87
76 0	3 48	5	83 0	7 17	9	90 0	29 42	95
10	51	3	10	7 26	9			
20	54	3	20	7 36	10			
30	3 57	3	30	7 46	10			
40	4 0	3	40	7 57	11			
50	4 3	3	50	8 8	11			
77 0	4 6	3	84 0	8 19	11			
10	9	3	10	8 30	11			
20	12	3	20	8 42	12			
30	15	3	30	8 55	13			
40	18	3	40	9 8	13			
50	4 22	4	50	9 22	14			
78 0	4 25	3	85 0	9 37	15			
10	29	4	10	9 52	15			
20	33	4	20	10 8	16			
30	37	4	30	10 25	17			
40	41	4	40	10 43	18			
50	4 45	4	50	11 2	19			
79 0	4 48	3	86 0	11 22	20			
10	52	4	10	11 42	20			
20	4 57	5	20	12 3	21			
30	5 1	4	30	12 25	22			
40	6	5	40	12 49	24			
50	5 11	5	50	13 14	25			
80 0	5 16	5	87 0	13 40	26			

Für ZD < 70° gilt die Tafel 13a mit dem Argument Wahre ZD.

14. Refraktionstafel für Mikrometermessungen.

Wahre ZD	log $\varkappa_0$		A_0	λ_0
0°	6.4458			
		0		
10	4458			
		2		
20	4456			
		4		
30	4452			
		6		
40	6.4446			
		2		
42	4444			
		2		
44	4442			
		3		
46	4439			1.005
		3		
48	4436			006
		3		
50	6.4433			1.006
		4		
52	4429			007
		4		
54	4425			008
		6		
56	4419			010
		7		
58	4412			012
		8		
60	6.4404			1.014
		4		
61	4400			015
		5		
62	4395			016
		5		
63	4390			017
		6		
64	4384			019
		6		
65	6.4378			1.020
		8		
66	4370			022
		9		
67	4361			024
		10		
68	4351			026
		12		
69	4339			028
		13		
70	6.4326			1.031
		15		
71	4311			034
		19		
72	4292			037
		21		
73	4271			040
		25		
74	4246			043
		28		
75° 0′	6.4218			1.047
		8		
20	4210			049
		10		
40	4200			052
		12		
76 0	6.4188			1.054
		14		
20	4174			057
		14		
40	4160			059
		15		
77 0	4145		0.997	062
		15		
20	4130		997	066
		16		
40	4114		996	069
		17		
78 0	6.4097		0.996	1.073
		19		
20	4078		996	076
		22		
40	4056		996	080
		24		
79 0	4032		995	085
		27		
20	4005		995	089
		29		
40	3976		995	094
		29		
80 0	6.3947		0.994	1.099

Wahre ZD	log $\varkappa_0$		A_0	λ_0
80° 0′	6.3947		0.994	1.099
		16		
10	3931		994	102
		17		
20	3914		994	105
		19		
30	3895		993	108
		19		
40	3876		993	112
		20		
50	3856		993	115
		20		
81 0	6.3836		0.993	1.119
		20		
10	3816		992	123
		21		
20	3795		992	127
		21		
30	3774		992	132
		22		
40	3752		991	136
		24		
50	3728		991	141
		26		
82 0	6.3702		0.991	1.146
		28		
10	3674		990	151
		31		
20	3643		990	156
		32		
30	3611		989	161
		33		
40	3578		989	167
		34		
50	3544		988	172
		36		
83 0	6.3508		0.987	1.178
		39		
10	3469		986	183
		42		
20	3427		985	188
		45		
30	3382		984	193
		48		
40	3334		983	199
		50		
50	3284		982	204
		53		
84 0	6.3231		0.981	1.209
		57		
10	3174		980	214
		59		
20	3115		979	219
		63		
30	3052		977	224
		65		
40	2987		976	228
		68		
50	2919		974	232
		72		
85 0	6.2847		0.973	1.237

$$\log \varkappa = \log \varkappa_0 + A_0 \log B + \lambda_0 \log \gamma$$

15a. Kimmtiefe $k = 1'779 \sqrt{h}$.

h	k		h	k		h	k	
m			m			m		
0.0	0'0	13	10.0	5'6	2	20	8'0	1.7
0.5	1.3	5	10.5	5.8	1	30	9.7	1.6
1.0	1.8	4	11.0	5.9	1	40	11.3	1.3
1.5	2.2		11.5	6.0		50	12.6	
		3			2			1.2
2.0	2.5	3	12.0	6.2	1	60	13.8	1.1
2.5	2.8	3	12.5	6.3	1	70	14.9	1.0
3.0	3.1	2	13.0	6.4	1	80	15.9	1.0
3.5	3.3		13.5	6.5		90	16.9	
		3			2			0.9
4.0	3.6	2	14.0	6.7	1	100	17.8	7.4
4.5	3.8	2	14.5	6.8	1	200	25.2	5.6
5.0	4.0	2	15.0	6.9	1	300	30.8	4.8
5.5	4.2		15.5	7.0		400	35.6	4.2
		2			1	500	39.8	
6.0	4.4	1	16.0	7.1	1			3.8
6.5	4.5	2	16.5	7.2	1	600	43.6	3.5
7.0	4.7	2	17.0	7.3	1	700	47.1	3.2
7.5	4.9		17.5	7.4		800	50.3	3.1
		1			1	900	53.4	2.9
8.0	5.0	2	18.0	7.5	1	1000	56.3	
8.5	5.2	1	18.5	7.6	2			
9.0	5.3	2	19.0	7.8	1			
9.5	5.5		19.5	7.9				
		1			1			
10.0	5.6		20.0	8.0				

15b. Verbesserung $\Delta k = 0'37\,(t_w - t_L)$ der mittleren Kimmtiefe wegen Differenz der Wasser- und Lufttemperatur.

$t_W - t_L$	Δk			$t_W - t_L$
0°C	0'0			0°C
		4		
+ 1	+ 0.4		—	— 1
2	0.7	3		2
3	1.1	4		3
+ 4	+ 1.5	4	—	— 4
		4		
+ 5	+ 1.9		—	— 5
6	2.2	3		6
7	2.6	4		7
8	3.0	4		8
+ 9	+ 3.3	3	—	— 9
		4		
+10	+ 3.7		—	—10

t_W Wassertemperatur
t_L Lufttemperatur

16a. Zur Reduktion auf den Meridian: $m = \dfrac{2 \sin^2 \frac{1}{2} t}{\sin 1''}$

t	0^m		1^m		2^m		3^m		4^m		5^m		6^m		7^m		8^m	
0s	0″0	0	2″0	1	7″8	3	17″7	4	31″4	5	49″1	6	70″7	8	96″2	9	125″6	1.1
2	0.0	0	2.1	1	8.1	3	18.1	4	31.9	6	49.7	7	71.5	8	97.1	9	126.7	1.0
4	0.0	0	2.2	2	8.4	3	18.5	4	32.5	5	50.4	7	72.3	8	98.0	10	127.7	1.1
6	0.0	0	2.4	1	8.7	2	18.9	4	33.0	5	51.1	6	73.1	8	99.0	9	128.8	1.1
8	0.0	0	2.5	2	8.9	3	19.3	4	33.5	6	51.7	7	73.9	8	99.9	9	129.9	1.0
10	0.0	1	2.7	1	9.2	3	19.7	4	34.1	5	52.4	7	74.7	8	100.8	10	130.9	1.1
12	0.1	0	2.8	2	9.5	3	20.1	4	34.6	6	53.1	7	75.5	8	101.8	9	132.0	1.1
14	0.1	0	3.0	2	9.8	3	20.5	5	35.2	5	53.8	7	76.3	8	102.7	10	133.1	1.1
16	0.1	1	3.2	1	10.1	3	21.0	4	35.7	6	54.5	7	77.1	8	103.7	9	134.2	1.1
18	0.2	0	3.3	2	10.4	3	21.4	4	36.3	6	55.2	6	77.9	8	104.6	10	135.3	1.0
20	0.2	1	3.5	2	10.7	3	21.8	4	36.9	5	55.8	7	78.7	9	105.6	10	136.3	1.1
22	0.3	0	3.7	2	11.0	3	22.2	5	37.4	6	56.5	7	79.6	8	106.6	9	137.4	1.1
24	0.3	1	3.9	1	11.3	3	22.7	4	38.0	6	57.2	8	80.4	9	107.5	10	138.5	1.1
26	0.4	0	4.0	2	11.6	3	23.1	5	38.6	6	58.0	7	81.3	8	108.5	10	139.6	1.1
28	0.4	1	4.2	2	11.9	4	23.6	4	39.2	6	58.7	7	82.1	8	109.5	9	140.7	1.1
30	0.5	1	4.4	2	12.3	3	24.0	5	39.8	6	59.4	7	82.9	9	110.4	10	141.8	1.2
32	0.6	0	4.6	2	12.6	3	24.5	5	40.4	6	60.1	7	83.8	9	111.4	10	143.0	1.1
34	0.6	1	4.8	2	12.9	4	25.0	5	41.0	6	60.8	8	84.7	8	112.4	10	144.1	1.1
36	0.7	1	5.0	2	13.3	3	25.5	4	41.6	6	61.6	7	85.5	9	113.4	10	145.2	1.1
38	0.8	1	5.2	2	13.6	4	25.9	5	42.2	6	62.3	7	86.4	9	114.4	10	146.3	1.2
40	0.9	1	5.4	3	14.0	3	26.4	5	42.8	6	63.0	8	87.3	8	115.4	10	147.5	1.1
42	1.0	1	5.7	2	14.3	4	26.9	5	43.4	6	63.8	7	88.1	9	116.4	10	148.6	1.1
44	1.1	1	5.9	2	14.7	3	27.4	5	44.0	6	64.5	8	89.0	9	117.4	10	149.7	1.2
46	1.2	1	6.1	3	15.0	4	27.9	5	44.6	6	65.3	7	89.9	9	118.4	10	150.9	1.1
48	1.3	1	6.4	2	15.4	4	28.4	5	45.2	7	66.0	8	90.8	9	119.4	11	152.0	1.2
50	1.4	1	6.6	2	15.8	3	28.9	5	45.9	6	66.8	8	91.7	9	120.5	10	153.2	1.2
52	1.5	1	6.8	3	16.1	4	29.4	5	46.5	6	67.6	7	92.6	9	121.5	10	154.4	1.1
54	1.6	1	7.1	2	16.5	4	29.9	5	47.1	7	68.3	8	93.5	9	122.5	11	155.5	1.2
56	1.7	1	7.3	3	16.9	4	30.4	5	47.8	6	69.1	8	94.4	9	123.6	10	156.7	1.1
58	1.8	2	7.6	2	17.3	4	30.9	5	48.4	7	69.9	8	95.3	9	124.6	10	157.8	1.2
60	2.0		7.8		17.7		31.4		49.1		70.7		96.2		125.6		159.0	

16b. $n = \dfrac{2 \sin^4 \frac{1}{2} t}{\sin 1''}$

t	0^m	1^m	2^m	3^m	4^m	5^m	6^m	7^m	8^m
0s	0″00	0″00	0″00	0″00	0″00	0″01	0″01	0″02	0″04
20	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.01	0.01	0.03	0.05
40	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.01	0.02	0.03	0.05
60	0.00	0.00	0.00	0.00	0.01	0.01	0.02	0.04	0.06

$$\varphi = \delta + z - A \cdot m + A^2 \cdot \operatorname{cotg} z_0 \cdot n$$

$$A = \cos \varphi \cos \delta \operatorname{cosec} z_0$$

16a. Zur Reduktion auf den Meridian: $m = \dfrac{2 \sin^2 \frac{1}{2} t}{\sin 1''}$

(Fortsetzung).

t	9m	Δ	10m	Δ	11m	Δ	12m	Δ	13m	Δ	14m	Δ	15m	Δ	16m	Δ
0s	159″0	1.2	196″3	1.3	237″5	1.5	282″7	1.6	331″7	1.7	384″7	1.9	441″6	2.0	502″5	2.1
2	160.2	1.2	197.6	1.3	239.0	1.4	284.3	1.5	333.4	1.8	386.6	1.8	443.6	2.0	504.6	2.1
4	161.4	1.2	198.9	1.4	240.4	1.5	285.8	1.6	335.2	1.7	388.4	1.8	445.6	1.9	506.7	2.1
6	162.6	1.2	200.3	1.3	241.9	1.4	287.4	1.6	336.9	1.7	390.2	1.9	447.5	2.0	508.8	2.1
8	163.8	1.2	201.6	1.3	243.3	1.5	289.0	1.6	338.6	1.7	392.1	1.8	449.5	2.0	510.9	2.1
10	165.0	1.2	202.9	1.3	244.8	1.4	290.6	1.6	340.3	1.7	393.9	1.9	451.5	2.0	513.0	2.1
12	166.2	1.2	204.2	1.4	246.2	1.5	292.2	1.6	342.0	1.8	395.8	1.8	453.5	2.0	515.1	2.1
14	167.4	1.2	205.6	1.3	247.7	1.5	293.8	1.6	343.8	1.7	397.6	1.9	455.5	2.0	517.2	2.1
16	168.6	1.2	206.9	1.4	249.2	1.5	295.4	1.6	345.5	1.7	399.5	1.9	457.5	2.0	519.3	2.2
18	169.8	1.2	208.3	1.3	250.7	1.5	297.0	1.6	347.2	1.8	401.4	1.9	459.5	2.0	521.5	2.1
20	171.0	1.2	209.6	1.4	252.2	1.4	298.6	1.6	349.0	1.7	403.3	1.8	461.5	2.0	523.6	2.1
22	172.2	1.3	211.0	1.3	253.6	1.5	300.2	1.6	350.7	1.8	405.1	1.9	463.5	2.0	525.7	2.2
24	173.5	1.2	212.3	1.4	255.1	1.5	301.8	1.7	352.5	1.7	407.0	1.9	465.5	2.0	527.9	2.1
26	174.7	1.2	213.7	1.4	256.6	1.5	303.5	1.6	354.2	1.8	408.9	1.9	467.5	2.0	530.0	2.2
28	175.9	1.3	215.1	1.3	258.1	1.5	305.1	1.6	356.0	1.7	410.8	1.9	469.5	2.0	532.2	2.1
30	177.2	1.2	216.4	1 4	259.6	1.5	306.7	1.7	357.7	1.8	412.7	1.9	471.5	2.1	534.3	2.2
32	178.4	1.3	217.8	1.4	261.1	1.5	308.4	1.6	359.5	1.8	414.6	1.9	473.6	2.0	536.5	2.2
34	179.7	1.2	219.2	1.4	262.6	1.6	310.0	1.6	361.3	1.8	416.5	1.9	475.6	2.0	538.7	2.1
36	180.9	1.3	220.6	1.4	264.2	1.5	311.6	1.7	363.1	1.7	418.4	1.9	477.6	2.1	540.8	2.2
38	182.2	1.3	222.0	1.4	265.7	1.5	313.3	1.6	364.8	1.8	420.3	1.9	479.7	2.0	543.0	2.2
40	183.5	1.2	223.4	1.4	267.2	1.5	314.9	1.7	366.6	1.8	422.2	2.0	481.7	2.1	545.2	2.2
42	184.7	1.3	224.8	1.4	268.7	1.6	316.6	1.7	368.4	1.8	424.2	1.9	483.8	2.0	547.4	2.1
44	186.0	1.3	226.2	1.4	270.3	1.5	318.3	1.6	370.2	1.8	426.1	1.9	485.8	2.1	549.5	2.2
46	187.3	1.3	227.6	1.4	271.8	1.5	319.9	1.7	372.0	1.8	428.0	1.9	487.9	2.1	551.7	2.2
48	188.6	1.2	229.0	1.4	273.3	1.6	321.6	1.7	373.8	1.8	429.9	2.0	490.0	2.0	553.9	2.2
50	189.8	1.3	230.4	1.4	274.9	1.5	323.3	1.7	375.6	1.8	431.9	1.9	492.0	2.1	556.1	2.2
52	191.1	1.3	231.8	1.4	276.4	1.6	325.0	1.7	377.4	1.9	433.8	2.0	494.1	2.1	558.3	2.2
54	192.4	1.3	233.2	1.5	278.0	1.6	326.7	1.7	379.3	1.8	435.8	1.9	496.2	2.1	560.5	2.3
56	193.7	1.3	234.7	1.4	279.6	1.5	328.4	1.6	381.1	1.8	437.7	2.0	498.3	2.1	562.8	2.2
58	195.0	1.3	236.1	1.4	281.1	1.6	330.0	1.7	382.9	1.8	439.7	1.9	500.4	2.1	565.0	2.2
60	196.3		237.5		282.7		331.7		384.7		441.6		502.5		567.2	

16b. $n = \dfrac{2 \sin^4 \frac{1}{2} t}{\sin 1''}$

(Fortsetzung).

t	9m	Δ	10m	Δ	11m	Δ	12m	Δ	13m	Δ	14m	Δ	15m	Δ	16m	Δ
0s	0″06	1	0″09	2	0″14	1	0″19	3	0″27	3	0″36	3	0″47	5	0″61	5
20	0.07	1	0.11	1	0.15	2	0.22	2	0.30	3	0.39	4	0.52	4	0.66	6
40	0.08	1	0.12	2	0.17	2	0.24	3	0.33	3	0.43	4	0.56	5	0.72	6
60	0.09		0.14		0.19		0.27		0.36		0.47		0.61		0.78	

$$\varphi = \delta + z - A \cdot m + A^2 \cdot \operatorname{cotg} z_0 \cdot n$$

$$A = \cos \varphi \cos \delta \operatorname{cosec} z_0$$

16a. Zur Reduktion auf den Meridian: $m = \dfrac{2 \sin^2 \frac{1}{2} t}{\sin 1''}$

(Fortsetzung).

t	17^m	18^m	19^m	20^m	21^m	22^m	23^m	24^m
0s	567″2 2.2	635″9 2.3	708″4 2.5	784″9 2.6	865″3 2.8	949″6 2.9	1037″8 3.0	1129″9 3.2
2	569.4 2.2	638.2 2.4	710.9 2.5	787.5 2.6	868.1 2.7	952.5 2.9	1040.8 3.0	1133.1 3.1
4	571.6 2.3	640.6 2.3	713.4 2.5	790.1 2.7	870.8 2.8	955.4 2.8	1043.8 3.0	1136.2 3.2
6	573.9 2.2	642.9 2.4	715.9 2.5	792.8 2.6	873.6 2.7	958.2 2.9	1046.8 3.1	1139.4 3.1
8	576.1	645.3	718.4	795.4	876.3	961.1	1049.9	1142.5
	2.3	2.4	2.5	2.6	2.8	2.9	3.0	3.2
10	578.4 2.2	647.7 2.3	720.9 2.5	798.0 2.7	879.1 2.8	964.0 2.9	1052.9 3.0	1145.7 3.1
12	580.6 2.3	650.0 2.4	723.4 2.5	800.7 2.6	881.9 2.7	966.9 2.9	1055.9 3.1	1148.8 3.2
14	582.9 2.2	652.4 2.4	725.9 2.5	803.3 2.7	884.6 2.8	969.8 2.9	1059.0 3.0	1152.0 3.2
16	585.1 2.3	654.8 2.4	728.4 2.5	806.0 2.6	887.4 2.8	972.7 3.0	1062.0 3.1	1155.2 3.2
18	587.4	657.2	730.9	808.6	890.2	975.7	1065.1	1158.4
	2.2	2.4	2.6	2.7	2.8	2.9	3.0	3.1
20	589.6 2.3	659.6 2.4	733.5 2.5	811.3 2.6	893.0 2.8	978.6 2.9	1068.1 3.1	1161.5 3.2
22	591.9 2.3	662.0 2.4	736.0 2.5	813.9 2.7	895.8 2.8	981.5 2.9	1071.2 3.0	1164.7 3.2
24	594.2 2.3	664.4 2.4	738.5 2.6	816.6 2.7	898.6 2.8	984.4 3.0	1074.2 3.1	1167.9 3.2
26	596.5 2.2	666.8 2.4	741.1 2.5	819.3 2.6	901.4 2.8	987.4 2.9	1077.3 3.0	1171.1 3.2
28	598.7	669.2	743.6	821.9	904.2	990.3	1080.3	1174.3
	2.3	2.4	2.6	2.7	2.8	2.9	3.1	3.2
30	601.0 2.3	671.6 2.5	746.2 2.5	824.6 2.7	907.0 2.8	993.2 3.0	1083.4 3.1	1177.5 3.2
32	603.3 2.3	674.1 2.4	748.7 2.6	827.3 2.7	909.8 2.8	996.2 2.9	1086.5 3.1	1180.7 3.2
34	605.6 2.3	676.5 2.4	751.3 2.5	830.0 2.7	912.6 2.8	999.1 3.0	1089.6 3.0	1183.9 3.2
36	607.9 2.3	678.9 2.4	753.8 2.6	832.7 2.7	915.4 2.9	1002.1 2.9	1092.6 3.1	1187.1 3.2
38	610.2	681.3	756.4	835.4	918.3	1005.0	1095.7	1190.3
	2.3	2.5	2.6	2.7	2.8	3.0	3.1	3.2
40	612.5 2.3	683.8 2.4	759.0 2.5	838.1 2.7	921.1 2.8	1008.0 2.9	1098.8 3.1	1193.5 3.2
42	614.8 2.4	686.2 2.5	761.5 2.6	840.8 2.7	923.9 2.8	1010.9 3.0	1101.9 3.1	1196.7 3.3
44	617.2 2.3	688.7 2.4	764.1 2.6	843.5 2.7	926.7 2.9	1013.9 3.0	1105.0 3.1	1200.0 3.2
46	619.5 2.3	691.1 2.5	766.7 2.6	846.2 2.7	929.6 2.8	1016.9 3.0	1108.1 3.1	1203.2 3.2
48	621.8	693.6	769.3	848.9	932.4	1019.9	1111.2	1206.4
	2.3	2.4	2.6	2.7	2.9	3.0	3.1	3.3
50	624.1 2.4	696.0 2.5	771.9 2.6	851.6 2.8	935.3 2.8	1022.9 3.0	1114.3 3.2	1209.7 3.3
52	626.5 2.3	698.5 2.5	774.5 2.6	854.4 2.7	938.1 2.9	1025.9 2.9	1117.5 3.1	1213.0 3.2
54	628.8 2.4	701.0 2.5	777.1 2.6	857.1 2.7	941.0 2.9	1028.8 3.0	1120.6 3.1	1216.2 3.3
56	631.2 2.3	703.5 2.4	779.7 2.6	859.8 2.8	943.9 2.8	1031.8 3.0	1123.7 3.1	1219.5 3.2
58	633.5	705.9	782.3	862.6	946.7	1034.8	1126.8	1222.7
	2.4	2.5	2.6	2.7	2.9	3.0	3.1	3.3
60	635.9	708.4	784.9	865.3	949.6	1037.8	1129.9	1226.0

16b. $n = \dfrac{2 \sin^4 \frac{1}{2} t}{\sin 1''}$

(Fortsetzung).

t	17^m	18^m	19^m	20^m	21^m	22^m	23^m	24^m
0s	0″78 6	0″98 7	1″22 8	1″49 11	1″81 12	2″19 13	2″61 16	3″09 18
20	0.84 7	1.05 8	1.30 10	1.60 10	1.93 13	2.32 14	2.77 16	3.27 18
40	0.91 7	1.13 9	1.40 9	1.70 11	2.06 13	2.46 15	2.93 16	3.45 19
60	0.98	1.22	1.49	1.81	2.19	2.61	3.09	3.64

$$\varphi = \delta + z - A \cdot m + A^2 \cdot \operatorname{cotg} z_0 \cdot n$$

$$A = \cos\varphi \cos\delta \operatorname{cosec} z_0$$

16a. Zur Reduktion auf den Meridian: $m = \frac{2 \sin^2 \frac{1}{2} t}{\sin 1''}$

(Fortsetzung).

t	25^m	26^m	27^m	28^m	29^m	30^m	31^m
0s	1226″0	1325″9	1429″8	1537″5	1649″1	1764″6	1884″0
2	1229.3 3.3	1329.3 3.4	1433.3 3.5	1541.2 3.7	1652.9 3.8	1768.5 3.9	1888.0 4.0
4	1232.5 3.2	1332.7 3.4	1436.8 3.5	1544.9 3.7	1656.7 3.8	1772.4 3.9	1892.1 4.1
6	1235.8 3.3	1336.1 3.4	1440.4 3.6	1548.5 3.6	1660.5 3.8	1776.3 3.9	1896.1 4.0
8	1239.1 3.3	1339.6 3.5	1443.9 3.5	1552.2 3.7	1664.3 3.8	1780.3 4.0	1900.2 4.1
	3.3	3.4	3.5	3.6	3.8	3.9	4.1
10	1242.4	1343.0	1447.4	1555.8	1668.1	1784.2	1904.3
12	1245.7 3.3	1346.4 3.4	1451.0 3.6	1559.5 3.7	1672.0 3.9	1788.2 4.0	1908.4 4.1
14	1249.0 3.3	1349.8 3.4	1454.5 3.5	1563.1 3.6	1675.8 3.8	1792.1 3.9	1912.4 4.0
16	1252.2 3.2	1353.3 3.5	1458.1 3.6	1566.8 3.7	1679.6 3.8	1796.1 4.0	1916.5 4.1
18	1255.5 3.3	1356.7 3.4	1461.6 3.5	1570.5 3.7	1683.4 3.8	1800.0 3.9	1920.6 4.1
	3.4	3.4	3.6	3.8	3.8	4.0	4.1
20	1258.9	1360.1	1465.2	1574.3	1687.2	1804.0	1924.7
22	1262.2 3.3	1363.6 3.5	1468.8 3.6	1578.0 3.7	1691.0 3.8	1807.9 3.9	1928.8 4.1
24	1265.5 3.3	1367.0 3.4	1472.4 3.6	1581.7 3.7	1694.9 3.9	1811.9 4.0	1932.9 4.1
26	1268.8 3.3	1370.5 3.5	1476.0 3.6	1585.4 3.7	1698.7 3.8	1815.8 3.9	1937.0 4.1
28	1272.1 3.3	1373.9 3.4	1479.5 3.5	1589.1 3.7	1702.6 3.9	1819.8 4.0	1941.1 4.1
	3.4	3.4	3.6	3.7	3.8	4.0	4.1
30	1275.5	1377.3	1483.1	1592.8	1706.4	1823.8	1945.2
32	1278.8 3.3	1380.8 3.5	1486.7 3.6	1596.5 3.7	1710.2 3.8	1827.8 4.0	1949.3 4.1
34	1282.1 3.3	1384.3 3.5	1490.3 3.6	1600.2 3.7	1714.1 3.9	1831.8 4.0	1953.4 4.1
36	1285.5 3.4	1387.8 3.5	1493.9 3.6	1604.0 3.8	1717.9 3.8	1835.8 4.0	1957.6 4.2
38	1288.8 3.3	1391.2 3.4	1497.5 3.6	1607.7 3.7	1721.8 3.9	1839.8 4.0	1961.7 4.1
	3.4	3.5	3.6	3.8	3.9	4.0	4.1
40	1292.2	1394.7	1501.1	1611.5	1725.7	1843.8	1965.8
42	1295.5 3.3	1398.2 3.5	1504.8 3.7	1615.2 3.7	1729.5 3.8	1847.8 4.0	1969.9 4.1
44	1298.9 3.4	1401.7 3.5	1508.4 3.6	1619.0 3.8	1733.4 3.9	1851.8 4.0	1974.1 4.2
46	1302.2 3.3	1405.2 3.5	1512.0 3.6	1622.7 3.7	1737.3 3.9	1855.8 4.0	1978.2 4.1
48	1305.6 3.4	1408.7 3.5	1515.7 3.7	1626.4 3.7	1741.2 3.9	1859.8 4.0	1982.4 4.2
	3.4	3.5	3.6	3.8	3.9	4.0	4.1
50	1309.0	1412.2	1519.3	1630.2	1745.1	1863.8	1986.5
52	1312.3 3.3	1415.7 3.5	1522.9 3.6	1633.9 3.7	1749.0 3.9	1867.8 4.0	1990.7 4.2
54	1315.7 3.4	1419.2 3.5	1526.5 3.6	1637.7 3.8	1752.9 3.9	1871.8 4.0	1994.8 4.1
56	1319.1 3.4	1422.8 3.6	1530.2 3.7	1641.5 3.8	1756.8 3.9	1875.9 4.1	1999.0 4.2
58	1322.5 3.4	1426.3 3.5	1533.8 3.6	1645.3 3.8	1760.7 3.9	1879.9 4.0	2003.2 4.2
	3.4	3.5	3.7	3.8	3.9	4.1	4.2
60	1325.9	1429.8	1537.5	1649.1	1764.6	1884.0	2007.4

16b. $n = \frac{2 \sin^4 \frac{1}{2} t}{\sin 1''}$

(Fortsetzung).

t	25^m	26^m	27^m	28^m	29^m	30^m	31^m
0s	3″64	4″26	4″96	5″73	6″59	7″55	8″60
20	3.84 20	4.48 22	5.20 24	6.01 28	6.90 31	7.89 34	8.98 38
40	4.05 21	4.71 23	5.46 26	6.30 29	7.22 32	8.24 35	9.37 39
60	4.26 21	4.96 25	5.73 27	6.59 29	7.55 33	8.60 36	9.77 40

$$\varphi = \delta + z - A \cdot m + A^2 \cdot \operatorname{cotg} z_0 \cdot n$$

$$A = \cos \varphi \cos \delta \operatorname{cosec} z_0$$

16a. Zur Reduktion auf den Meridian: $m = \dfrac{2 \sin^2 \frac{1}{2} t}{\sin 1''}$

(Schluß).

t	32^m		33^m		34^m		35^m		36^m		37^m		38^m		39^m	
0s	2007″4		2134″6		2265″6		2400″6		2539″5		2682″2		2828″8		2979″3	
2	2011.5	4.1	2138.9	4.3	2270.0	4.4	2405.2	4.6	2544.2	4.7	2687.0	4.8	2833.7	4.9	2984.4	5.1
4	2015.7	4.2	2143.2	4.3	2274.5	4.5	2409.8	4.6	2548.9	4.7	2691.9	4.9	2838.7	5.0	2989.5	5.1
6	2019.9	4.2	2147.5	4.3	2278.9	4.4	2414.3	4.5	2553.6	4.7	2696.7	4.8	2843.6	4.9	2994.6	5 1
8	2024.1	4.2	2151.8	4.3	2283.4	4.5	2418.9	4.6	2558.3	4.7	2701.5	4.8	2848.6	5.0	2999.7	5.1
10	2028.3	4.2	2156.1	4.3	2287.8	4.4	2423.5	4.6	2563.0	4.7	2706.3	4.8	2853.6	5.0	3004.7	5.0
12	2032.5	4.2	2160.5	4.4	2292.3	4.5	2428.1	4.6	2567.7	4.7	2711.2	4.9	2858.6	5.0	3009.8	5.1
14	2036.7	4.2	2164.8	4.3	2296.8	4.5	2432.7	4.6	2572.4	4.7	2716.1	4.9	2863.5	4.9	3014.9	5.1
16	2040.9	4.2	2169.1	4.3	2301.3	4.5	2437.3	4.6	2577.1	4.7	2720.9	4.8	2868.5	5.0	3020.1	5.2
18	2045.1	4.2	2173.4	4.3	2305.8	4.5	2441.9	4.6	2581.9	4.8	2725.8	4.9	2873.5	5.0	3025.2	5.1
20	2049.3	4 2	2177.8	4.4	2310.2	4.4	2446.5	4.6	2586.6	4.7	2730.6	4.8	2878.5	5.0	3030.3	5.1
22	2053.5	4.2	2182.1	4.3	2314.7	4.5	2451.1	4.6	2591.3	4.7	2735.5	4.9	2883.5	5.0	3035.5	5.2
24	2057.8	4.3	2186.5	4.4	2319.2	4.5	2455.7	4.6	2596.1	4.8	2740.4	4.9	2888.5	5.0	3040.6	5.1
26	2062.0	4.2	2190.8	4.3	2323.7	4.5	2460.3	4.6	2600.8	4.7	2745.2	4.8	2893.5	5.0	3045.8	5.2
28	2066.2	4.2	2195.2	4.4	2328.2	4.5	2464.9	4.6	2605.6	4.8	2750.1	4.9	2898.5	5.0	3050.9	5.1
30	2070.4	4.2	2199.5	4.3	2332.7	4.5	2469.5	4.6	2610.3	4.7	2755.0	4.9	2903.6	5.1	3056.0	5.1
32	2074.7	4.3	2203.9	4.4	2337.2	4.5	2474.2	4.7	2615.1	4.8	2759.9	4.9	2908.6	5.0	3061.2	5.2
34	2078.9	4.2	2208.3	4.4	2341.7	4.5	2478.8	4.6	2619.8	4.7	2764.8	4.9	2913.6	5.0	3066.3	5.1
36	2083.2	4.3	2212.7	4.4	2346.2	4.5	2483.5	4.7	2624.6	4.8	2769.7	4.9	2918.6	5.0	3071.4	5.1
38	2087.4	4.2	2217.1	4.4	2350.7	4.5	2488.1	4.6	2629.4	4.8	2774.6	4.9	2923.6	5.0	3076.6	5.2
40	2091.7	4.3	2221.5	4.4	2355.2	4.5	2492.8	4.7	2634.2	4.8	2779.5	4.9	2928.7	5.1	3081.7	5.1
42	2095.9	4.2	2225.9	4.4	2359.7	4.5	2497.4	4.6	2639.0	4.8	2784.4	4.9	2933.7	5.0	3086.8	5.1
44	2100.2	4.3	2230.3	4.4	2364.2	4.5	2502.1	4.7	2643.8	4.8	2789.3	4.9	2938.8	5.1	3092.0	5.2
46	2104.5	4.3	2234.7	4.4	2368.7	4.5	2506.7	4.6	2648.5	4.7	2794.2	4.9	2943.9	5.1	3097.2	5.2
48	2108.8	4.3	2239.1	4.4	2373.3	4.6	2511.4	4.7	2653.3	4.8	2799.2	5.0	2948.9	5.0	3102.4	5.2
50	2113.1	4.3	2243.5	4.4	2377.8	4.5	2516.1	4.7	2658.1	4.8	2804.1	4.9	2953.9	5.0	3107.6	5.2
52	2117.4	4.3	2247.9	4.4	2382.4	4.6	2520.8	4.7	2662.9	4.8	2809.0	4.9	2959.0	5.1	3112.8	5.2
54	2121.7	4.3	2252.3	4.4	2386.9	4.5	2525.4	4.6	2667.7	4.8	2814.0	5.0	2964.1	5.1	3118.0	5.2
56	2126.0	4.3	2256.7	4.4	2391.5	4.6	2530.1	4.7	2672.5	4.8	2818.9	4.9	2969.2	5.1	3123.2	5.2
58	2130.3	4.3	2261.1	4.4	2396.0	4.5	2534.8	4.7	2677.3	4.8	2823.8	4.9	2974.3	5.1	3128.4	5.2
60	2134.6	4.3	2265.6	4.5	2400.6	4.6	2539.5	4.7	2682.2	4.9	2828.8	5.0	2979.3	5.0	3133.6	5.2

16b. $n = \dfrac{2 \sin^4 \frac{1}{2} t}{\sin 1''}$

(Schluß).

t	32^m		33^m		34^m		35^m		36^m		37^m		38^m		39^m	
0s	9″77		11″05		12″44		13″97		15″63		17″44		19″40		21″52	
20	10.18	41	11.50	45	12.94	50	14.51	54	16.22	59	18.08	64	20.09	69	22.26	74
40	10.61	43	11.96	46	13.45	51	15.06	55	16.82	60	18.73	65	20.79	70	23.02	76
60	11.05	44	12.44	48	13.97	52	15.63	57	17.44	62	19.40	67	21.52	73	23.80	78

$$\varphi = \delta + z - A \cdot m + A^2 \cdot \operatorname{cotg} z_0 \cdot n$$

$$A = \cos \varphi \cos \delta \operatorname{cosec} z_0$$

17. Stundenwinkel σ der größten Sonnenhöhe.

$a = 0^s\!.2546 \tan \varphi \qquad b = -0^s\!.2546 \tan \delta$

Argum. für a φ	a	b	Argum. für b δ
± 0°	± 0ˢ000	9 ∓	± 0°
2	009	9	2
4	018	9	4
6	027	9	6
8	036	9	8
± 10	± 0.045	9 ∓	± 10
12	054	9	12
14	063	10	14
16	073	10	16
18	083	10	18
± 20	± 0.093	10 ∓	± 20
22	103	10	22
24	113	11	24
26	124	11	
28	135	12	
± 30	± 0.147	12	
32	159	13	
34	172	13	
36	185	14	
38	199	15	
± 40°	± 0.214	7	
41	221	8	
42	229	8	
43	237	9	
44	246	9	
± 45	± 0.255	9	
46	264	9	
47	273	10	
48	283	10	
49	293	10	
± 50	± 0.303	11	
51	314	12	
52	326	12	
53	338	12	
54	350	14	
± 55	± 0.364	14	
56	378	14	
57	392	15	
58	407	17	
59	424	17	
± 60	± 0.441	18	
61	459	20	
62	479	21	
63	500	22	
64	522		

Datum		μ		δ
Januar	1	+ 11″	12	− 23°
	11	23	10	− 22
	21	33	9	− 20
Februar	1	42	7	− 17
	11	49	5	− 14
	21	+ 54	3	− 11
März	1	+ 57	2	− 8
	11	59	0	− 4
	21	59	1	0
April	1	58	3	+ 4
	11	55	4	+ 8
	21	+ 51	5	+ 12
Mai	1	+ 46	7	+ 15
	11	39	8	+ 18
	21	31	10	+ 20
Juni	1	21	10	+ 22
	11	11	10	+ 23
	21	+ 1	10	+ 23
Juli	1	− 9	10	+ 23
	11	19	9	+ 22
	21	28	9	+ 21
August	1	37	7	+ 18
	11	44	6	+ 15
	21	− 50	4	+ 12
September	1	− 54	3	+ 9
	11	57	1	+ 5
	21	58	0	+ 1
Oktober	1	58	1	− 3
	11	57	3	− 7
	21	− 54	5	− 10
November	1	− 49	7	− 14
	11	42	8	− 17
	21	34	10	− 20
Dezember	1	24	11	− 22
	11	13	11	− 23
	21	− 2	13	− 23
Januar	1	+ 11		− 23

$$\sigma = (a + b)\,\mu$$

σ in Zeitsekunden

18. Höhenparallaxe der Sonne.

Horizontal-Parallaxe	Zenitdistanz															
	0°	5°	10°	15°	20°	25°	30°	35°	40°	45°	50°	55°	60°	70°	80°	90°
8.″8	0″	1″	2″	2″	3″	4″	4″	5″	6″	6″	7″	7″	8″	8″	9″	9″

19. Höhenparallaxe der Planeten.

Horizontal-Parallaxe	Zenitdistanz															
	0°	5°	10°	15°	20°	25°	30°	35°	40°	45°	50°	55°	60°	70°	80°	90°
0″	0″	0″	0″	0″	0″	0″	0″	0″	0″	0″	0″	0″	0″	0″	0″	0″
2	0	0	0	1	1	1	1	1	1	1	2	2	2	2	2	2
4	0	0	1	1	1	2	2	2	3	3	3	3	3	4	4	4
6	0	1	1	2	2	3	3	3	4	4	5	5	5	6	6	6
8	0	1	1	2	3	3	4	5	5	6	6	7	7	8	8	8
10	0	1	2	3	3	4	5	6	6	7	8	8	9	9	10	10
12	0	1	2	3	4	5	6	7	8	8	9	10	10	11	12	12
14	0	1	2	4	5	6	7	8	9	10	11	11	12	13	14	14
16	0	1	3	4	5	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	16
18	0	2	3	5	6	8	9	10	12	13	14	15	16	17	18	18
20	0	2	3	5	7	8	10	11	13	14	15	16	17	19	20	20
22	0	2	4	6	8	9	11	13	14	16	17	18	19	21	22	22
24	0	2	4	6	8	10	12	14	15	17	18	20	21	23	24	24
26	0	2	5	7	9	11	13	15	17	18	20	21	23	24	26	26
28	0	2	5	7	10	12	14	16	18	20	21	23	24	26	28	28
30	0	3	5	8	10	13	15	17	19	21	23	25	26	28	30	30
32	0	3	6	8	11	14	16	18	21	23	25	26	28	30	32	32

20a. Genäherte Polhöhe aus der Zenitdistanz von Polaris.

$R_0 = -p_0 \cos t$ für $p_0 = 4000''$ $\delta_0 = +88^\circ 53' 20''$

Stundenwinkel		R_0		Stundenwinkel	
—	+			+	—
$0^h\ 0^m$	$12^h\ 0^m$	66.7	1	$12^h\ 0^m$	$24^h\ 0^m$
10	10	66.6	2	11 50	23 50
20	20	66.4	3	40	40
30	30	66.1	4	30	30
40	40	65.7	6	20	20
50	50	65.1		10	10
			7		
1 0	13 0	64.4	8	11 0	23 0
10	10	63.6	9	10 50	22 50
20	20	62.7	11	40	40
30	30	61.6	12	30	30
40	40	60.4	13	20	20
50	50	59.1		10	10
			14		
2 0	14 0	57.7	15	10 0	22 0
10	10	56.2	16	9 50	21 50
20	20	54.6	17	40	40
30	30	52.9	18	30	30
40	40	51.1	19	20	20
50	50	49.2		10	10
			20		
3 0	15 0	47.2	21	9 0	21 0
10	10	45.1	22	8 50	20 50
20	20	42.9	23	40	40
30	30	40.6	24	30	30
40	40	38.2	24	20	20
50	50	35.8		10	10
			25		
4 0	16 0	33.3	25	8 0	20 0
10	10	30.8	26	7 50	19 50
20	20	28.2	27	40	40
30	30	25.5	27	30	30
40	40	22.8	28	20	20
50	50	20.0		10	10
			28		
5 0	17 0	17.2	28	7 0	19 0
10	10	14.4	28	6 50	18 50
20	20	11.6	29	40	40
30	30	8.7	29	30	30
40	40	5.8	29	20	20
50	50	2.9		10	10
			29		
6 0	18 0	0.0		6 0	18 0
—	+			+	—

$$R = \frac{p}{p_0} R_0 \qquad S = \frac{p^2}{p_0^2} S_0$$

$$\varphi = (90^\circ - z) + R + S$$

δ	$\frac{p}{p_0}$
88° 50′	1.050
51	1.035
52	1.020
53	1.005
54	0.990
55	0.975
56	0.960
57	0.945
58	0.930
88 59	0.915
89 0	0.900

δ	$\frac{p^2}{p_0^2}$
88° 50′	1.10
51	1.07
52	1.04
53	1.01
54	0.98
55	0.95
56	0.92
57	0.89
58	0.86
88 59	0.84
89 0	0.81

20 b. Genäherte Polhöhe aus der Zenitdistanz von Polaris.

$S_0 = \frac{1}{2} p_0^2 \sin 1' \operatorname{tang} \varphi \sin^2 t$ für $p_0 = 4000''$ $\quad \delta_0 = +88° 53' 20''$

t \ φ		10°	14°	18°	22°	26°	30°	34°	38°	42°	46°	50°	54°	58°	62°	66°	φ / t	
0h 0m	12h 0m	+ 0″.0	+ 0″.0	+ 0″.0	+ 0″.0	+ 0″.0	+ 0″.0	+ 0″.0	+ 0″.0	+ 0″.0	+ 0″.0	+ 0″.0	+ 0″.0	+ 0″.0	+ 0″.0	+ 0″.0	12h 0m	24h 0m
30	30	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	11 30	23 30
1 0	13 0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.1	0.1	0.1	0.1	0.1	11 0	23 0
30	30	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.1	0.1	0.1	0.1	0.1	0.1	0.1	0.2	0.2	0.2	10 30	22 30
2 0	14 0	0.0	0.0	0.1	0.1	0.1	0.1	0.1	0.1	0.1	0.2	0.2	0.2	0.3	0.3	0.4	10 0	22 0
30	30	0.0	0.1	0.1	0.1	0.1	0.1	0.2	0.2	0.2	0.2	0.3	0.3	0.4	0.5	0.5	9 30	21 30
3 0	15 0	0.1	0.1	0.1	0.1	0.2	0.2	0.2	0.2	0.3	0.3	0.4	0.4	0.5	0.6	0.7	9 0	21 0
30	30	0.1	0.1	0.1	0.2	0.2	0.2	0.3	0.3	0.4	0.4	0.5	0.6	0.6	0.8	0.9	8 30	20 30
4 0	16 0	0.1	0.1	0.2	0.2	0.2	0.3	0.3	0.4	0.4	0.5	0.6	0.7	0.8	0.9	1.1	8 0	20 0
30	30	0.1	0.1	0.2	0.2	0.3	0.3	0.4	0.4	0.5	0.6	0.7	0.8	0.9	1.0	1.2	7 30	19 30
5 0	17 0	0.1	0.2	0.2	0.3	0.3	0.3	0.4	0.5	0.5	0.6	0.7	0.8	1.0	1.1	1.4	7 0	19 0
30	30	0.1	0.2	0.2	0.3	0.3	0.4	0.4	0.5	0.6	0.7	0.8	0.9	1.0	1.2	1.4	6 30	18 30
6 0	18 0	0.1	0.2	0.2	0.3	0.3	0.4	0.4	0.5	0.6	0.7	0.8	0.9	1.0	1.2	1.5	6 0	18 0

$$R = \frac{p}{p_0} R_0 \qquad S = \frac{p^2}{p_0^2} S_0$$

$$\varphi = (90° - z) + R + S$$

21a. Polhöhe aus der Zenitdistanz von Polaris.

$M_0 = \frac{1}{2} p_0^2 \sin 1'' \operatorname{tang} \varphi$ für $p_0 = 4000''$ $\delta_0 = +88^\circ 53' 20''$

φ	M_0		φ	M_0	
10°	7″	1	40°	33″	1
11	8	0	41	34	1
12	8	1	42	35	1
13	9	1	43	36	1
14	10	0	44	37	2
15	10	1	45	39	1
16	11	1	46	40	2
17	12	1	47	42	1
18	13	0	48	43	2
19	13	1	49	45	1
20	14	1	50	46	2
21	15	1	51	48	2
22	16	0	52	50	1
23	16	1	53	51	2
24	17	1	54	53	2
25	18	1	55	55	3
26	19	1	56	58	2
27	20	1	57	60	2
28	21	0	58	62	3
29	21	1	59	65	2
30	22	1	60	67	3
31	23	1	61	70	3
32	24	1	62	73	3
33	25	1	63	76	4
34	26	1	64	80	3
35	27	1	65	83	4
36	28	1	66	87	
37	29	1			
38	30	1			
39	31	2			
40	33				

$$M = \frac{p^2}{p_0^2} M_0 \qquad N = \frac{p^3}{p_0^3} N_0$$

$$\varphi = (90^\circ - z) - p \cos t + M \sin^2 t + N$$

δ	$\frac{p^2}{p_0^2}$
88° 50′	1.102
51	1.071
52	1.040
53	1.010
54	0.980
55	0.951
56	0.921
57	0.893
58	0.865
88 59	0.837
89 0	0.810

21b. Polhöhe aus der Zenitdistanz von Polaris.

$N_0 = \frac{1}{6} p_0^3 \sin^2 1'' (1 + 3 \tan^2 \varphi) \sin^2 t \cos t$ für $p_0 = 4000''$ $\delta_0 = + 88^\circ 53' 20''$

δ	$\frac{p^3}{p_0^3}$
88° 50′	1.16
51	1.11
52	1.06
53	1.01
54	0.97
55	0.93
56	0.88
57	0.84
58	0.80
88 59	0.77
89 0	0.73

t \ φ		10°	18°	26°	34°	38°	42°	46°	50°	54°	58°	62°	66°	φ / t	
+	−													−	+
$0^h\ 0^m$	$12^h\ 0^m$	0″0	0″0	0″0	0″0	0″0	0″0	0″0	0″0	0″0	0″0	0″0	0″0	$12^h\ 0^m$	$24^h\ 0^m$
30	30	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	11 30	23 30
1 0	13 0	0	0	0	0	0	1	1	1	1	1	2	3	11 0	23 0
30	30	0	0	1	1	1	1	1	2	2	3	4	5	10 30	22 30
2 0	14 0	0.1	0.1	0.1	0.1	0.2	0.2	0.2	0.3	0.4	0.5	0.6	0.8	10 0	22 0
30	•30	1	1	1	2	2	3	3	4	5	6	0.9	1.1	9 30	21 30
3 0	15 0	1	1	1	2	3	3	4	5	6	8	1.0	1.5	9 0	21 0
30	30	1	1	2	2	3	3	4	5	6	8	1.1	1.5	8 30	20 30
4 0	16 0	0.1	0.1	0.2	0.2	0.3	0.3	0.4	0.5	0.6	0.8	1.1	1.5	8 0	20 0
30	30	1	1	1	2	2	3	3	4	6	7	0.9	1.4	7 30	19 30
5 0	17 0	1	1	1	1	2	2	3	3	4	5	0.7	1.0	7 0	19 0
30	30	0	0	0	1	1	1	1	2	2	3	0.4	0.5	6 30	18 30
6 0	18 0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	6 0	18 0
+	−													−	+

$$M = \frac{p^2}{p_0^2} M_0 \qquad N = \frac{p^3}{p_0^3} N_0$$

$$\varphi = (90^\circ - z) - p \cos t + M \sin^2 t + N$$

22. Genähertes Azimut von Polaris.

$\delta_0 = +88° 53' 20''$

t \ φ	10°	14°	18°	22°	26°	30°	34°	38°	42°	46°	50°	φ / t
−												+
$0^h\ 0^m$	0′	0′	0′	0′	0′	0′	0′	0′	0′	0′	0′	$24^h\ 0^m$
20	6	6	6	6	7	7	7	8	8	9	9	23 40
40	12	12	12	13	13	14	14	15	16	17	18	20
1 0	18	18	18	19	19	20	21	22	24	25	28	23 0
20	23	24	24	25	26	27	28	30	31	33	36	22 40
40	29	29	30	31	32	33	34	36	39	41	45	20
2 0	34	34	35	36	37	39	41	43	46	49	53	22 0
20	39	40	41	42	43	45	47	49	52	56	61	21 40
40	44	44	45	47	48	50	52	55	59	63	68	20
3 0	48	49	50	51	53	54	57	61	64	69	75	21 0
20	52	53	54	55	57	59	62	66	70	75	81	20 40
40	56	57	58	59	61	63	66	70	74	80	86	20
4 0	59	60	61	62	64	67	70	74	78	84	91	20 0
20	61	62	64	65	67	70	73	77	82	88	95	19 40
40	64	65	66	68	70	73	76	80	85	91	98	20
5 0	65	66	68	70	72	75	78	82	87	93	101	19 0
20	67	68	69	71	73	76	79	84	89	95	103	18 40
40	67	68	70	72	74	77	80	84	90	96	104	20
6 0	68	69	70	72	74	77	80	85	90	96	104	18 0
20	67	68	70	72	74	77	80	84	89	95	103	17 40
40	67	68	69	71	73	76	79	83	88	94	102	20
7 0	65	66	67	69	71	74	77	81	86	92	100	17 0
20	64	65	66	67	69	72	75	79	84	90	97	16 40
40	61	62	63	65	67	69	72	76	81	86	93	20
8 0	58	59	61	62	64	66	69	73	77	82	89	16 0
20	55	56	57	59	61	63	65	69	73	78	84	15 40
40	52	53	53	55	57	59	61	64	68	73	78	20
9 0	48	48	49	51	52	54	56	59	63	67	72	15 0
20	43	44	45	46	47	49	51	54	57	61	65	14 40
40	39	39	40	41	42	44	46	48	51	54	58	20
10 0	34	34	35	36	37	38	40	42	44	47	51	14 0
20	28	29	29	30	31	32	34	35	37	40	43	13 40
40	23	23	24	24	25	26	27	29	30	32	35	20
11 0	17	18	18	19	19	20	21	22	23	24	26	13 0
20	12	12	12	12	13	13	14	14	15	16	18	12 40
40	6	6	6	6	6	7	7	7	8	8	9	20
12 0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	12 0
−												+

Tafelwert A_0 Azimut $= \frac{p}{p_0} \cdot A_0$

δ	$\frac{p}{p_0}$
88° 50′	1.050
51	1.035
52	1.020
53	1.005
54	0.990
55	0.975
56	0.960
57	0.945
58	0.930
88 59	0.915
89 0	0.900

22. Genähertes Azimut von Polaris (Schluß).

$\delta_0 = +88^\circ\,53'\,20''$

δ	$\frac{p}{p_0}$
88° 50′	1.050
51	1.035
52	1.020
53	1.005
54	0.990
55	0.975
56	0.960
57	0.945
58	0.930
88 59	0.915
89 0	0.900

t (−) h	m	φ = 50°	52°	54°	56°	58°	60°	62°	64°	66°	68°	70°	t (+) h	m
0h	0m	0′	0′	0′	0′	0′	0′	0′	0′	0′	0′	0′	24h	0m
	20	9	10	10	11	11	12	13	14	15	16	18	23	40
	40	18	19	20	21	23	24	26	28	30	33	36		20
1	0	28	29	30	32	34	36	38	41	44	49	53	23	0
	20	36	38	40	42	44	47	50	54	59	64	71	22	40
	40	45	47	49	52	55	58	62	67	72	79	87		20
2	0	53	55	58	61	65	69	73	79	86	93	102	22	0
	20	61	64	67	70	74	79	84	90	98	107	117	21	40
	40	68	71	75	78	83	88	94	101	109	119	131		20
3	0	75	78	82	86	91	97	103	111	120	131	144	21	0
	20	81	84	88	93	98	105	112	120	130	141	155	20	40
	40	86	90	94	99	105	112	119	128	138	150	165		20
4	0	91	95	99	105	111	118	126	135	145	158	174	20	0
	20	95	99	104	110	116	123	131	140	151	165	181	19	40
	40	98	103	108	113	120	127	135	145	156	170	187		20
5	0	101	105	110	116	123	130	139	149	160	174	191	19	0
	20	103	107	112	118	125	132	141	151	163	177	194	18	40
	40	104	108	113	119	126	133	142	152	164	178	195		20
6	0	104	108	113	119	126	133	142	152	164	178	195	18	0
	20	103	108	113	118	125	132	141	151	162	176	193	17	40
	40	102	106	111	117	123	130	139	149	160	173	190		20
7	0	100	104	109	114	120	128	136	145	156	169	185	17	0
	20	97	101	106	111	117	124	132	141	151	164	179	16	40
	40	93	97	101	107	112	119	127	135	146	158	172		20
8	0	89	92	97	102	107	113	121	129	139	150	164	16	0
	20	84	87	91	96	101	107	114	121	131	141	154	15	40
	40	78	81	85	90	94	100	106	113	122	132	144		20
9	0	72	75	79	82	87	92	98	104	112	121	132	15	0
	20	65	68	71	75	79	83	89	95	102	110	120	14	40
	40	58	61	64	67	70	74	79	84	90	98	107		20
10	0	51	53	55	58	61	65	69	73	79	85	93	14	0
	20	43	45	47	49	52	54	58	62	66	72	78	13	40
	40	35	36	38	40	42	44	47	50	54	58	63		20
11	0	26	27	29	30	32	33	35	38	41	44	48	13	0
	20	18	18	19	20	21	22	24	25	27	29	32	12	40
	40	9	9	10	10	11	11	12	13	14	15	16		20
12	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	12	0
—													+	

Tafelwert A_0 Azimut $= \frac{p}{p_0} \cdot A_0$

23. Zur Berechnung des genauen Azimuts von Polaris.

$a = \operatorname{cotg}\delta \operatorname{tang}\varphi \cos t \qquad \log \frac{1}{1-a}$ in Einheiten der V. Dezimale.

log a	log $\frac{1}{1-a}$	log a	log $\frac{1}{1-a}$	log a	log $\frac{1}{1-a}$	log a	log $\frac{1}{1-a}$	log a	log $\frac{1}{1-a}$
8.60n	— 1695^{v}	8.25n	— 765^{v}	7.90n	— 344^{v}	7.55n	— 154^{v}	7.20n	— 69^{v}
	37		17		8		4		2
8.59n	— 1658	8.24n	— 748	7.89n	— 336	7.54n	— 150	7.19n	— 67
58	1621^{37}	23	731^{17}	88	328^{8}	53	147^{3}	18	66^{1}
57	1584^{37}	22	715^{16}	87	321^{7}	52	144^{3}	17	64^{2}
56	1549^{35}	21	699^{16}	86	314^{7}	51	140^{4}	16	63^{1}
55n	1514^{35}	20n	683^{16}	85n	306^{8}	50n	137^{3}	15n	61^{2}
	34		16		7		3		1
8.54n	— 1480	8.19n	— 667	7.84n	— 299	7.49n	— 134	7.14n	— 60
53	1447^{33}	18	652^{15}	83	293^{6}	48	131^{3}	13	58^{2}
52	1415^{32}	17	638^{14}	82	286^{7}	47	128^{3}	12	57^{1}
51	1383^{32}	16	623^{15}	81	280^{6}	46	125^{3}	11	56^{1}
50n	1352^{31}	15n	609^{14}	80n	273^{7}	45n	122^{3}	10n	55^{1}
	30		14		6		2		2
8.49n	— 1322	8.14n	— 595	7.79n	— 267	7.44n	— 120	7.09n	— 53
48	1292^{30}	13	582^{13}	78	261^{6}	43	117^{3}	08	52^{1}
47	1263^{29}	12	569^{13}	77	255^{6}	42	114^{3}	07	51^{1}
46	1235^{28}	11	556^{13}	76	249^{6}	41	112^{2}	06	50^{1}
45n	1207^{28}	10n	543^{13}	75n	243^{6}	40n	109^{3}	05n	49^{1}
	27		12		5		3		1
8.44n	— 1180	8.09n	— 531	7.74n	— 238	7.39n	— 106	7.04n	— 48
43	1153^{27}	08	519^{12}	73	233^{5}	38	104^{2}	03	46^{2}
42	1127^{26}	07	507^{12}	72	227^{6}	37	102^{2}	02	45^{1}
41	1102^{25}	06	496^{11}	71	222^{5}	36	99^{3}	01	44^{1}
40n	1077^{25}	05n	485^{11}	70n	217^{5}	35n	97^{2}	00n	43^{1}
	24		11		5		2		9
8.39n	— 1053	8.04n	— 474	7.69n	— 212	7.34n	— 95	6.9 n	— 34
38	1029^{24}	03	463^{11}	68	207^{5}	33	93^{2}	8	27^{7}
37	1006^{23}	02	452^{11}	67	203^{4}	32	91^{2}	7	22^{5}
36	984^{22}	01	442^{10}	66	198^{5}	31	89^{2}	6	17^{5}
35n	962^{22}	8.00n	432^{10}	65n	194^{4}	30n	87^{2}	5 n	14^{3}
	22		10		5		2		3
8.34n	— 940	7.99n	— 422	7.64n	— 189	7.29n	— 85	6.4 n	— 11
33	919^{21}	98	413^{9}	63	185^{4}	28	83^{2}	3	9^{2}
32	898^{21}	97	403^{10}	62	181^{4}	27	81^{2}	2	7^{2}
31	878^{20}	96	394^{9}	61	177^{4}	26	79^{2}	1	5^{2}
30n	858^{20}	95n	385^{9}	60n	173^{4}	25n	77^{2}	6.0 n	4^{1}
	19		8		4		2		1
8.29n	— 839	7.94n	— 377	7.59n	— 169	7.24n	— 75	5.9 n	— 3
28	820^{19}	93	368^{9}	58	165^{4}	23	74^{1}	8	3^{0}
27	801^{19}	92	360^{8}	57	161^{4}	22	72^{2}	7	2^{1}
26	783^{18}	91	352^{8}	56	157^{4}	21	70^{2}	6	2^{0}
25n	765^{18}	90n	344^{8}	55n	154^{3}	20n	69^{1}	5 n	1^{1}
									0
								5.4 n	— 1
								3	1^{0}
								2	— 1^{0}
								1	0^{1}
								5.0 n	0^{0}

$$\operatorname{tang} A_n = -\operatorname{cotg}\delta \sec\varphi \sin t \cdot \frac{1}{1-a}$$

23. Zur Berechnung des genauen Azimuts von Polaris.
(Schluß).

$a = \operatorname{cotg}\delta \operatorname{tang}\varphi \cos t$ $\log \frac{1}{1-a}$ in Einheiten der V. Dezimale.

log a	$\log \frac{1}{1-a}$		log a	$\log \frac{1}{1-a}$		log a	$\log \frac{1}{1-a}$		log a	$\log \frac{1}{1-a}$		log a	$\log \frac{1}{1-a}$	
5.0	$+ 0^{\mathrm{v}}$	0	7.20	$+ 69^{\mathrm{v}}$	1	7.60	$+ 173^{\mathrm{v}}$	4	8.00	$+ 436^{\mathrm{v}}$	11	8.40	$+ 1105^{\mathrm{v}}$	26
1	0	1	21	70	2	61	177	4	01	447	10	41	1131	27
2	1	0	22	72	2	62	181	5	02	457	11	42	1158	27
3	1	0	23	74	1	63	186	4	03	468	11	43	1185	28
4	1	0	24	75	2	64	190	4	04	479	11	44	1213	29
5.5	+ 1	1	7.25	+ 77	2	7.65	+ 194	5	8.05	+ 490	11	8.45	+ 1242	29
6	2	0	26	79	2	66	199	5	06	501	12	46	1271	30
7	2	1	27	81	2	67	204	4	07	513	12	47	1301	31
8	3	0	28	83	2	68	208	5	08	525	13	48	1332	31
5.9	3	1	29	85	2	69	213	5	09	538	12	49	1363	33
6.0	+ 4	1	7.30	+ 87	2	7.70	+ 218	5	8.10	+ 550	13	8.50	+ 1396	33
1	5	2	31	89	2	71	223	5	11	563	13	51	1429	33
2	7	2	32	91	2	72	228	6	12	576	14	52	1462	35
3	9	2	33	93	2	73	234	5	13	590	14	53	1497	36
4	11	3	34	95	2	74	239	6	14	604	14	54	1533	36
6.5	+ 14	3	7.35	+ 97	3	7.75	+ 245	6	8.15	+ 618	14	8.55	+ 1569	37
6	17	5	36	100	2	76	251	5	16	632	15	56	1606	38
7	22	5	37	102	2	77	256	6	17	647	15	57	1644	39
8	27	7	38	104	3	78	262	7	18	662	16	58	1683	40
6.9	34	9	39	107	2	79	269	6	19	678	16	59	1723	41
7.00	+ 43	1	7.40	+ 109	3	7.80	+ 275	6	8.20	+ 694	16	8.60	+ 1764	
01	44	1	41	112	2	81	281	7	21	710	17			
02	45	2	42	114	3	82	288	7	22	727	17			
03	47	1	43	117	3	83	295	7	23	744	17			
04	48	1	44	120	3	84	302	7	24	761	18			
7.05	+ 49	1	7.45	+ 123	2	7.85	+ 309	7	8.25	+ 779	19			
06	50	1	46	125	3	86	316	7	26	798	18			
07	51	1	47	128	3	87	323	8	27	816	19			
08	52	1	48	131	3	88	331	7	28	835	20			
09	53	2	49	134	4	89	338	8	29	855	20			
7.10	+ 55	1	7.50	+ 138	3	7.90	+ 346	8	8.30	+ 875	21			
11	56	1	51	141	3	91	354	9	31	896	21			
12	57	2	52	144	3	92	363	8	32	917	22			
13	59	1	53	147	4	93	371	9	33	939	22			
14	60	1	54	151	3	94	380	9	34	961	22			
7.15	+ 61	2	7.55	+ 154	4	7.95	+ 389	9	8.35	+ 983	23			
16	63	1	56	158	4	96	398	9	36	1006	24			
17	64	2	57	162	3	97	407	10	37	1030	24			
18	66	1	58	165	4	98	417	9	38	1054	25			
19	67	2	59	169	4	7.99	426	10	39	1079	26			
7.20	+ 69		7.60	+ 173		8.00	+ 436		8.40	+ 1105				

$$\operatorname{tang} A_n = -\operatorname{cotg}\delta \sec\varphi \sin t \cdot \frac{1}{1-a}$$

24. Zur Berechnung des Azimuts für ein beliebiges Gestirn.

a positiv.

log a	log $\frac{1}{a-1}$		log a	log $\frac{1}{a-1}$		log a	log $\frac{1}{a-1}$		log a	log $\frac{1}{a-1}$	
7.0 − 10	0.000n		9.25 − 10	0.085n		9.65 − 10	0.257n		9.915 − 10	0.750n	
2	001	1	26	087	2	66	265	8	916	755	
4	001	0	27	089	2	67	274	9	917	760	
6	002	1	28	092	3	68	283	9	918	764	
7.8	003n	1	29	094n	2	69	292n	9	919	769n	
		1			3			10			
8.0 − 10	0.004n		9.30 − 10	0.097n		9.70 − 10	0.302n		9.920 − 10	0.774n	
1	005	1	31	099	2	71	312	10	921	779	
2	007	2	32	102	3	72	323	11	922	784	
3	009	2	33	104	2	73	334	11	923	789	
4	011n	2	34	107n	3	74	346n	12	924	794n	
		3			3			13			
8.5 − 10	0.014n		9.35 − 10	0.110n		9.75 − 10	0.359n		9.925 − 10	0.800n	
6	018	4	36	113	3	76	372	13	926	805	
7	022	4	37	116	3	77	386	14	927	810	
8	028	6	38	119	3	78	401	15	928	816	
8.9	036n	8	39	122n	3	79	416n	15	929	822n	
		10			4			17			
9.00 − 10	0.046n		9.40 − 10	0.126n		9.80 − 10	0.433n		9.930 − 10	0.827n	
01	047	1	41	129	3	81	451	18	931	833	
02	048	1	42	133	4	82	469	18	932	839	
03	049	1	43	136	3	83	490	21	933	845	
04	050n	1	44	140n	4	84	511n	21	934	851n	
		2			4			24			
9.05 − 10	0.052n		9.45 − 10	0.144n		9.85 − 10	0.535n		9.935 − 10	0.857n	
06	053	1	46	148	4	86	560	25	936	863	
07	054	1	47	152	4	87	587	27	937	870	
08	056	2	48	156	4	88	617	30	938	876	
09	057n	1	49	161n	5	89	650n	33	939	883n	
		1			4			37			
9.10 − 10	0.058n		9.50 − 10	0.165n		9.900 − 10	0.687n		9.940 − 10	0.889n	
11	060	2	51	170	5	901	691		941	896	
12	061	1	52	175	5	902	695		942	903	
13	063	2	53	180	5	903	699		943	910	
14	065n	2	54	185n	5	904	703n		944	917n	
		1			5						
9.15 − 10	0.066n		9.55 − 10	0.190n		9.905 − 10	0.707n		9.945 − 10	0.925n	
16	068	2	56	196	6	906	711		946	932	
17	070	2	57	202	6	907	715		947	940	
18	071	1	58	208	6	908	719		948	948	
19	073n	2	59	214n	6	909	723n		949	955n	
		2			6						
9.20 − 10	0.075n		9.60 − 10	0.220n		9.910 − 10	0.728n		9.950 − 10	0.964n	
21	077	2	61	227	7	911	732		951	972	
22	079	2	62	234	7	912	737		952	980	
23	081	2	63	242	8	913	741		953	989	
24	083n	2	64	249n	7	914	746n		954	0.998n	
		2			8						
9.25 − 10	0.085n		9.65 − 10	0.257n		9.915 − 10	0.750n		9.955 − 10	1.007n	

$a = \operatorname{cotg}\delta \operatorname{tang}\varphi \cos t \qquad \operatorname{tang} A = \operatorname{cotg}\delta \sec\varphi \sin t \cdot \frac{1}{a-1}$

24. Zur Berechnung des Azimuts für ein beliebiges Gestirn.

(Fortsetzung).

a positiv.

log a	$\log \frac{1}{a-1}$	log a	$\log \frac{1}{a-1}$	log a	$\log \frac{1}{a-1}$	log a	$\log \frac{1}{a-1}$
9.955 − 10	1.007n	9.990 − 10	1.643n	0.025	1.227	0.060	0.829
956	016	991	688n	026	210	061	822
957	026	992	739n	027	193	062	814
958	035	993	796n	028	177	063	807
959	045n	994 − 10	863n	029	161	064	799
9.960 − 10	1.056n	9.995 − 10	1.941n	0.030	1.146	0.065	0.792
961	066	996	2.038n	031	131	066	785
962	077	997	2.162n	032	117	067	778
963	088	998	2.338n	033	103	068	771
964	099n	9.999 − 10	2.638n	034	089	069	764
9.965 − 10	1.111n	0.000	—	0.035	1.076	0.070	0.757
966	123	001	2.637	036	063	071	751
967	136	002	2.336	037	051	072	744
968	149	003	2.159	038	039	073	737
969	162n	004	2.034	039	027	074	731
9.970 − 10	1.176n	0.005	1.936	0.040	1.016	0.075	0.725
971	190	006	857	041	1.004	076	718
972	205	007	789	042	0.993	077	712
973	220	008	731	043	983	078	706
974	236n	009	679	044	972	079	700
9.975 − 10	1.252n	0.010	1.633	0.045	0.962	0.080	0.694
976	270	011	591	046	952	081	688
977	288	012	553	047	942	082	682
978	306	013	517	048	932	083	677
979	326n	014	485	049	923	084	671
9.980 − 10	1.347n	0.015	1.454	0.050	0.914	0.085	0.665
981	368	016	426	051	904	086	660
982	391	017	399	052	896	087	654
983	416	018	374	053	887	088	649
984	442n	019	350	054	878	089	643
9.985 − 10	1.469n	0.020	1.327	0.055	0.870	0.090	0.638
986	499	021	305	056	861	091	632
987	530	022	284	057	853	092	627
988	565	023	264	058	845	093	622
989	602n	024	245	059	837	094	617
9.990 − 10	1.643n	0.025	1.227	0.060	0.829	0.095	0.612

$$a = \operatorname{cotg} \delta \operatorname{tang} \varphi \cos t \qquad \operatorname{tang} A = \operatorname{cotg} \delta \sec \varphi \sin t \cdot \frac{1}{a-1}$$

24. Zur Berechnung des Azimuts für ein beliebiges Gestirn.
(Fortsetzung).

a positiv.

log a	log $\frac{1}{a-1}$		log a	log $\frac{1}{a-1}$		log a	log $\frac{1}{a-1}$		log a	log $\frac{1}{a-1}$	
0.095	0.612		0.40	9.820	16	0.75	9.335	12	2.0	8.004	101
096	607		41	804	16	76	323	12	1	7.903	100
097	602		42	788	16	77	311	12	2	803	101
098	597		43	772	16	78	299	12	3	702	100
099	592		44	756		79	287		4	602	
					16			12			101
0.10	0.587	47	0.45	9.740	15	0.80	9.275	12	2.5	7.501	100
11	540	43	46	725	15	81	263	12	6	401	100
12	497	40	47	710	15	82	251	11	7	301	100
13	457	37	48	695	15	83	240	12	8	201	100
14	420		49	680		84	228		9	101	
		35			15			12			101
0.15	0.385	34	0.50	9.665	14	0.85	9.216	11	3.0	7.000	100
16	351	31	51	651	15	86	205	12	1	6.900	100
17	320	31	52	636	14	87	193	12	2	800	100
18	289	28	53	622	14	88	181	11	3	700	100
19	261		54	608		89	170		4	600	
		28			14			12			100
0.20	0.233	27	0.55	9.594	14	0.90	9.158	11	3.5	6.500	100
21	206	25	56	580	14	91	147	11	6	400	100
22	181	25	57	566	13	92	136	12	7	300	100
23	156	24	58	553	14	93	124	11	8	200	100
24	132		59	539		94	113		9	100	
		23			13			11			100
0.25	0.109	23	0.60	9.526	14	0.95	9.102	12	4.0	6.000	
26	086	22	61	512	13	96	090	11			
27	064	21	62	499	13	97	079	11			
28	043	21	63	486	13	98	068	11			
29	022		64	473		0.99	057				
		20			13			11			
0.30	0.002	20	0.65	9.460	13	1.0	9.046	110			
31	9.982	19	66	447	13	1	8.936	108			
32	963	19	67	434	12	2	828	106			
33	944	19	68	422	13	3	722	104			
34	925		69	409		4	618				
		18			12			104			
0.35	9.907	18	0.70	9.397	13	1.5	8.514	103			
36	889	17	71	384	12	6	411	102			
37	872	18	72	372	13	7	309	102			
38	854	17	73	359	12	8	207	102			
39	837		74	347		1.9	105				
		17			12			101			
0.40	9.820		0.75	9.335		2.0	8.004				

$a = \operatorname{cotg}\delta \operatorname{tang}\varphi \cos t \qquad \operatorname{tang} A = \operatorname{cotg}\delta \sec\varphi \sin t \cdot \frac{1}{a-1}$

24. Zur Berechnung des Azimuts für ein beliebiges Gestirn.

(Fortsetzung).

a negativ.

log a	$\log \frac{1}{a-1}$		log a	$\log \frac{1}{a-1}$		log a	$\log \frac{1}{a-1}$		log a	$\log \frac{1}{a-1}$	
7.0n − 10	0.000n	1	9.20n − 10	9.936n	1	9.55n − 10	9.868n	3	9.90n − 10	9.746n	4
2	9.999	0	21	935	2	56	865	2	91	742	5
4	999	1	22	933	1	57	863	3	92	737	4
6	998	1	23	932	2	58	860	3	93	733	5
7.8n	997n		24n	930n		59n	857n		94n	728n	
		1			1			3			5
8.0n − 10	9.996n	1	9.25n − 10	9.929n	2	9.60n − 10	9.854n	2	9.95n − 10	9.723n	4
1	995	2	26	927	1	61	852	3	96	719	5
2	993	2	27	926	2	62	849	3	97	714	5
3	991	2	28	924	1	63	846	3	98	709	5
4n	989n		29n	923n		64n	843n		9.99n − 10	704n	
		3			2			3			5
8.5n − 10	9.986n	3	9.30n − 10	9.921n	2	9.65n − 10	9.840n	3	0.00n	9.699n	5
6	983	4	31	919	1	66	837	4	01	694	5
7	979	6	32	918	2	67	833	3	02	689	5
8	973	6	33	916	2	68	830	3	03	684	5
8.9n	967n		34n	914n		69n	827n		04n	679n	
		8			2			3			6
9.00n − 10	9.959n	1	9.35n − 10	9.912n	2	9.70n − 10	9.824n	4	0.05n	9.673n	5
01	958	1	36	910	1	71	820	3	06	668	5
02	957	1	37	909	2	72	817	4	07	663	6
03	956	1	38	907	2	73	813	3	08	657	5
04n	955n		39n	905n		74n	810n		09n	652n	
		1			2			4			6
9.05n − 10	9.954n	1	9.40n − 10	9.903n	2	9.75n − 10	9.806n	3	0.10n	9.646n	6
06	953	1	41	901	2	76	803	4	11	640	5
07	952	1	42	899	3	77	799	4	12	635	6
08	951	1	43	896	2	78	795	4	13	629	6
09n	950n		44n	894n		79n	791n		14n	623n	
		2			2			3			5
9.10n − 10	9.948n	1	9.45n − 10	9.892n	2	9.80n − 10	9.788n	4	0.15n	9.618n	6
11	947	1	46	890	2	81	784	4	16	612	6
12	946	1	47	888	3	82	780	4	17	606	6
13	945	1	48	885	2	83	776	4	18	600	6
14n	944n		49n	883n		84n	772n		19n	594n	
		1			2			4			6
9.15n − 10	9.943n	2	9.50n − 10	9.881n	3	9.85n − 10	9.768n	5	0.20n	9.588n	7
16	941	1	51	878	2	86	763	4	21	581	6
17	940	1	52	876	3	87	759	4	22	575	6
18	939	2	53	873	2	88	755	4	23	569	6
19n	937n		54n	871n		89n	751n		24n	563n	
		1			3			5			7
9.20n − 10	9.936n		9.55n − 10	9.868n		9.90n − 10	9.746n		0.25n	9.556n	

$a = \cot\delta \,\tan\varphi \,\cos t \qquad \tan A = \cot\delta \,\sec\varphi \,\sin t \cdot \frac{1}{a-1}$

24. Zur Berechnung des Azimuts für ein beliebiges Gestirn.
(Schluß).

a negativ.

log a	$\log \frac{1}{a-1}$		log a	$\log \frac{1}{a-1}$		log a	$\log \frac{1}{a-1}$		log a	$\log \frac{1}{a-1}$	
0.25n	9.556n	6	0.55n	9.342n	8	0.85n	9.093n	9	2.5n	7.499n	100
26	550	7	56	334	8	86	084	9	6	399	100
27	543	6	57	326	7	87	075	9	7	299	100
28	537	7	58	319	8	88	066	9	8	199	100
29n	530n	6	59n	311n	8	89n	057n	8	2.9n	099n	99
0.30n	9.524n	7	0.60n	9.303n	8	0.90n	9.049n	9	3.0n	7.000n	100
31	517	7	61	295	8	91	040	9	1	6.900	100
32	510	7	62	287	8	92	031	9	2	800	100
33	503	6	63	279	9	93	022	9	3	700	100
34n	497n	7	64n	270n	8	94n	013n	9	4n	600n	100
0.35n	9.490n	7	0.65n	9.262n	8	0.95n	9.004n	9	3.5n	6.500n	100
36	483	7	66	254	8	96	8.995	9	6	400	100
37	476	7	67	246	8	97	986	9	7	300	100
38	469	7	68	238	9	98	977	9	8	200	100
39n	462n	8	69n	229n	8	0.99n	968n	9	3.9n	100n	100
0.40n	9.454n	7	0.70n	9.221n	8	1.0n	8.959n	92	4.0n	6.000n	
41	447	7	71	213	9	1	867	94			
42	440	7	72	204	8	2	773	94			
43	433	8	73	196	9	3	679	96			
44n	425n	7	74n	187n	8	4n	583n	97			
0.45n	9.418n	7	0.75n	9.179n	9	1.5n	8.486n	97			
46	411	8	76	170	8	6	389	98			
47	403	7	77	162	9	7	291	98			
48	396	8	78	153	8	8	193	98			
49n	388n	7	79n	145n	9	1.9n	8.095n	99			
0.50n	9.381n	8	0.80n	9.136n	9	2.0n	7.996n	99			
51	373	8	81	127	8	1	897	100			
52	365	7	82	119	9	2	797	99			
53	358	8	83	110	8	3	698	100			
54n	350n	8	84n	102n	9	4n	598n	99			
0.55n	9.342n		0.85n	9.093n		2.5n	7.499n				

$$a = \operatorname{cotg}\delta \operatorname{tang}\varphi \cos t \qquad \operatorname{tang} A = \operatorname{cotg}\delta \sec\varphi \sin t \cdot \frac{1}{a-1}$$

25. Parallaktische Vergrößerung des Mondradius.

ZD	Mondradius						
	14′ 40″	15′ 0″	15′ 20″	15′ 40″	16′ 0″	16′ 20″	16′ 40″
0°	14″	14″	15″	16″	16″	17″	18″
10	14	14	15	15	16	17	18
20	13	14	14	15	15	16	17
30	12	12	13	14	14	15	16
35	11	12	12	13	13	14	15
40	11	11	12	12	13	13	14
45	10	10	11	11	12	12	13
50	9	9	10	10	11	11	11
55	8	8	9	9	9	10	10
60	7	7	8	8	8	8	9
65	6	6	6	7	7	7	8
70	5	5	5	5	6	6	6
75	4	4	4	4	4	4	5
80	2	3	3	3	3	3	3
85	1	1	1	1	1	1	2
90	0	0	0	0	0	0	0

26a. Verkürzung des Sonnen- und Mondradius durch Refraktion.

Radius = 15′ 40″

Scheinb. ZD des Mittelpunktes	Winkel q der Distanz mit dem Vertikalkreise																
	0° 180	10° 170	15° 165	20° 160	25° 155	30° 150	35° 145	40° 140	45° 135	50° 130	55° 125	60° 120	65° 115	70° 110	75° 105	80° 100	90° 90
50°	0″	0″	0″	0″	0″	0″	0″	0″	0″	0″	0″	0″	0″	0″	0″	0″	0″
60	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0
70	2	2	2	2	2	2	1	1	1	1	1	1	0	0	0	0	0
75	4	4	3	3	3	3	2	2	2	2	1	1	1	0	0	0	0
80	8	7	7	7	6	6	5	5	4	3	3	2	1	1	1	0	0
81	9	9	9	8	8	7	6	5	5	4	3	2	2	1	1	0	0
82	11	11	11	10	9	8	7	7	6	5	4	3	2	1	1	0	0
83	14	14	13	12	12	11	9	8	7	6	5	4	3	2	1	0	0
84° 0′	18	17	17	16	15	13	12	11	9	7	6	5	3	2	1	1	0
20	20	19	18	17	16	15	13	12	10	8	6	5	4	2	1	1	0
40	22	21	20	19	18	16	14	13	11	9	7	5	4	3	1	1	0
85 0	24	23	22	21	19	18	16	14	12	10	8	6	4	3	2	1	0
20	27	26	25	24	22	20	18	16	13	11	9	7	5	3	2	1	0
40	29	28	27	25	24	22	19	17	14	12	9	7	5	3	2	1	0
86 0	31	30	29	27	25	23	21	18	15	13	10	8	6	4	2	1	0
10	33	32	31	29	27	24	22	19	16	14	11	8	6	4	2	1	0
20	35	33	32	30	28	26	23	20	17	14	11	9	6	4	2	1	0
30	37	36	34	32	30	27	25	22	18	15	12	9	7	4	2	1	0
40	39	38	37	35	32	30	26	23	20	16	13	10	7	5	3	1	0
50	42	41	40	37	35	32	28	25	21	18	14	11	8	5	3	1	0
87 0	46	44	43	40	37	34	31	27	23	19	15	11	8	5	3	1	0
10	49	47	46	43	40	37	33	29	24	20	16	12	9	6	3	1	0
20	52	51	49	46	43	39	35	31	26	22	17	13	9	6	3	2	0
30	55	54	52	49	45	41	37	32	28	23	18	14	10	6	4	2	0
40	58	56	54	51	48	44	39	34	29	24	19	15	10	7	4	2	0
50	62	60	57	54	50	46	41	36	31	25	20	15	11	7	4	2	0
88 0	66	64	61	58	54	49	44	39	33	27	22	16	12	8	4	2	0

26b. Korrektion der vorstehenden Tafel 26a, wenn der Radius ≷ 15′ 40″.

Radius	Verkürzung des Radius							
	0″	10″	20″	30″	40″	50″	60″	70″
14′ 40″	0″	−1″	−1″	−2″	−3″	−3″	−4″	−5″
15 0	0	0	−1	−1	−2	−2	−3	−3
20	0	0	0	−1	−1	−1	−1	−2
40	0	0	0	0	0	0	0	0
16 0	0	0	0	+1	+1	+1	+1	+2
20	0	0	+1	+1	+2	+2	+3	+3
40	0	+1	+1	+2	+3	+3	+4	+5

27. Reduktion der Mondparallaxe.

$$d\Pi = +\Pi\frac{e^2 \sin^2\varphi}{2}$$

φ \ Π	53′	61′
0°	0″	0″
10	0	0
20	+1	+1
30	3	3
40	+4	+5
50	+6	+7
60	8	9
70	9	11
80	10	12
90	+11	+12

28a. Zur Berechnung der Refraktion in Distanz.

(Monddistanzen, III. Korrektion.)

Scheinbare ZD	4.1 ϱ	Diff.	Scheinbare ZD	4.1 ϱ	Diff.	Scheinbare ZD	4.1 ϱ	Diff.
2°	0'.1		70°.0	10'.7		82°.0	26'.6	
6	0.4	3	70.5	11.0	3	82.5	28.2	16
10	0.7	3	71.0	11.4	4	83.0	30.0	18
14	1.0	3	71.5	11.7	3	83.5	32.1	21
18	1.3	3	72.0	12.0	3	84.0	34.4	23
22	1.6	3	72.5	12.4	4			
26	1.9	3	73.0	12.8	4			
30	2.3	4	73.5	13.2	4			
34	2.7	4	74.0	13.6	4			
38	3.1	4	74.5	14.0	4			
42	3.5	4	75.0	14.5	5			
46	4.1	6	75.5	15.0	5			
50	4.7	6	76.0	15.5	5			
52	5.0	3	76.5	16.1	6			
54	5.4	4	77.0	16.7	6			
56	5.8	4	77.5	17.4	7			
58	6.3	5	78.0	18.1	7			
60	6.8	5	78.5	18.9	8			
61	7.1	3	79.0	19.7	8			
62	7.4	3	79.5	20.6	9			
63	7.7	3	80.0	21.6	10			
64	8.0	3	80.5	22.7	11			
65	8.4	4	81.0	23.9	12			
66	8.8	4	81.5	25.2	13			
67	9.2	4	82.0	26.6	14			
68	9.7	5						
69	10.2	5						
70	10.7	5						

Z größere scheinbare ZD
z kleinere " "

$$\operatorname{tg} N = \frac{\cos(Z - 4.1\,\varrho)}{\cos(z - 4.1\,\varrho)}$$

Refr. = (A + B) cosec D

28b. Zur Berechnung der Refraktion in Distanz.

(Monddistanzen, III. Korrektion.)

$$A = 115''59 \operatorname{cosec} 2N$$

N	A	Diff.
10°0	338″0	32
1	334.8	32
2	331.6	31
3	328.5	30
4	325.5	30
10.5	322.5	29
6	319.6	28
7	316.8	28
8	314.0	27
9	311.3	27
11.0	308.6	27
1	305.9	26
2	303.3	25
3	300.8	25
4	298.3	25
11.5	295.8	24
6	293.4	23
7	291.1	24
8	288.7	23
9	286.4	22
12.0	284.2	22
1	282.0	22
2	279.8	21
3	277.7	21
4	275.6	21
12.5	273.5	20
6	271.5	20
7	269.5	20
8	267.5	19
9	265.6	19
13.0	263.7	19
1	261.8	18
2	260.0	18
3	258.2	18
4	256.4	18
13.5	254.6	17
6	252.9	17
7	251.2	17
8	249.5	17
9	247.8	16
14.0	246.2	

N	A	Diff.
14°0	246″2	16
1	244.6	16
2	243.0	15
3	241.5	16
4	239.9	15
14.5	238.4	15
6	236.9	14
7	235.5	15
8	234.0	14
9	232.6	14
15.0	231.2	14
1	229.8	14
2	228.4	13
3	227.1	14
4	225.7	13
15.5	224.4	13
6	223.1	12
7	221.9	13
8	220.6	12
9	219.4	13
16.0	218.1	12
1	216.9	12
2	215.7	12
3	214.5	11
4	213.4	12
16.5	212.2	11
6	211.1	11
7	210.0	11
8	208.9	11
9	207.8	11
17.0	206.7	11
1	205.6	10
2	204.6	10
3	203.6	11
4	202.5	10
17.5	201.5	10
6	200.5	10
7	199.5	9
8	198.6	10
9	197.6	9
18.0	196.7	

N	A	Diff.
18°0	196″7	10
1	195.7	9
2	194.8	9
3	193.9	9
4	193.0	9
18.5	192.1	9
6	191.2	9
7	190.3	9
8	189.4	8
9	188.6	9
19.0	187.7	8
1	186.9	8
2	186.1	8
3	185.3	8
4	184.5	8
19.5	183.7	8
6	182.9	8
7	182.1	8
8	181.3	7
9	180.6	8
20.0	179.8	14
2	178.4	15
4	176.9	14
6	175.5	14
8	174.1	14
21.0	172.7	13
2	171.4	13
4	170.1	12
6	168.9	13
8	167.6	12
22.0	166.4	12
2	165.2	12
4	164.0	11
6	162.9	11
8	161.8	11
23.0	160.7	11
2	159.6	10
4	158.6	11
6	157.5	10
8	156.5	10
24.0	155.5	

N	A	Diff.
24°0	155″5	9
2	154.6	10
4	153.6	9
6	152.7	9
8	151.8	9
25.0	150.9	9
2	150.0	8
4	149.2	9
6	148.3	8
8	147.5	8
26.0	146.7	8
2	145.9	8
4	145.1	7
6	144.4	8
8	143.6	7
27.0	142.9	7
2	142.2	7
4	141.5	7
6	140.8	7
8	140.1	7
28.0	139.4	6
2	138.8	7
4	138.1	6
6	137.5	6
8	136.9	6
29.0	136.3	6
2	135.7	6
4	135.1	5
6	134.6	6
8	134.0	5
30.0	133.5	13
30.5	132.2	13
31.0	130.9	12
31.5	129.7	11
32.0	128.6	

N	A	Diff.
32°0	128″6	11
32.5	127.5	10
33.0	126.5	9
33.5	125.6	9
34.0	124.7	9
34.5	123.8	8
35.0	123.0	7
35.5	122.3	8
36.0	121.5	6
36.5	120.9	7
37.0	120.2	5
37.5	119.7	6
38.0	119.1	5
38.5	118.6	4
39.0	118.2	4
39.5	117.8	4
40.0	117.4	4
40.5	117.0	3
41.0	116.7	2
41.5	116.5	3
42.0	116.2	2
42.5	116.0	1
43.0	115.9	1
43.5	115.8	1
44.0	115.7	1
44.5	115.6	0
45.0	115.6	

Z größere scheinbare ZD
z kleinere „ „

$$\operatorname{tg} N = \frac{\cos(Z - 4.1\,\varrho)}{\cos(z - 4.1\,\varrho)}$$

Refr. in Distanz = (A + B) cosec D

28 c. Zur Berechnung der Refraktion in Distanz.

(Monddistanzen, III. Korrektion.)

$$B = -115''59 \cos D$$

D	B	Diff.	D	B	Diff.	D	D	B	Diff.	D
10°	—113″8		40°	—88″5 +		140°	70°	—39″5 +		110°
11	113.5	3	41	87.2	13	139	71	37.6	19	109
12	113.1	4	42	85.9	13	138	72	35.7	19	108
13	112.6	5	43	84.5	14	137	73	33.8	19	107
14	— 112.2	4	44	— 83.1 +	14	136	74	— 31.9 +	19	106
15	— 111.7	5	45	— 81.7 +	14	135	75	— 29.9 +	20	105
16	111.1	6	46	80.3	14	134	76	28.0	19	104
17	110.5	6	47	78.8	15	133	77	26.0	20	103
18	109.9	6	48	77.3	15	132	78	24.0	20	102
19	— 109.3	6	49	— 75.8 +	15	131	79	— 22.1 +	19	101
20	— 108.6	7	50	— 74.3 +	15	130	80	— 20.1 +	20	100
21	107.9	7	51	72.7	16	129	81	18.1	20	99
22	107.2	7	52	71.2	15	128	82	16.1	20	98
23	106.4	8	53	69.6	16	127	83	14.1	20	97
24	— 105.6	8	54	— 67.9 +	17	126	84	— 12.1 +	20	96
25	— 104.8	8	55	— 66.3 +	16	125	85	— 10.1 +	20	95
26	103.9	9	56	64.6	17	124	86	8.1	20	94
27	103.0	9	57	63.0	16	123	87	6.0	21	93
28	102.1	9	58	61.3	17	122	88	4.0	20	92
29	— 101.1	10	59	— 59.5 +	18	121	89	— 2.0 +	20	91
30	— 100.1	10	60	— 57.8 +	17	120	90	0.0	20	90
31	99.1	10	61	56.0	18	119				
32	98.0	11	62	54.3	17	118				
33	96.9	11	63	52.5	18	117				
34	— 95.8	11	64	— 50.7 +	18	116				
35	— 94.7	11	65	— 48.9 +	18	115				
36	93.5	12	66	47.0	19	114				
37	92.3	12	67	45.2	18	113				
38	91.1	12	68	43.3	19	112				
39	— 89.8	13	69	— 41.4 +	19	111				
40	— 88.5	13	70	— 39.5 +	19	110				

Z größere scheinbare ZD
z kleinere „ „

$$\operatorname{tg} N = \frac{\cos (Z - 4.1\,\varrho)}{\cos (z - 4.1\,\varrho)}$$

Refr. in Distanz = (A + B) cosec D

28 d. Verbesserung der Refraktion in Distanz wegen Lufttemperatur.

Temperatur C	Mittlere Refraktion								
	0′	1′	2′	3′	4′	5′	6′	7′	8′
— 30°	0″	+ 10″	+ 19″	+ 29″	+ 40″	+ 50″	+ 61″	+ 72″	+ 84″
25	0	8	17	25	34	43	52	62	72
— 20	0	+ 7	+ 14	+ 21	+ 28	+ 36	+ 44	+ 52	+ 60
— 18	0	+ 6	+ 13	+ 20	+ 26	+ 33	+ 40	+ 48	+ 56
16	0	6	12	18	24	30	37	44	51
14	0	5	11	16	22	28	34	40	47
12	0	5	10	15	20	25	31	36	42
— 10	0	+ 4	+ 9	+ 13	+ 18	+ 23	+ 28	+ 33	+ 38
— 8	0	+ 4	+ 8	+ 12	+ 16	+ 20	+ 25	+ 29	+ 34
6	0	3	7	10	14	18	22	26	30
4	0	3	6	9	12	15	19	22	26
— 2	0	+ 2	+ 5	+ 8	+ 10	+ 13	+ 16	+ 19	+ 22
0	0	+ 2	+ 4	+ 6	+ 8	+ 11	+ 13	+ 15	+ 18
+ 2	0	+ 2	+ 3	+ 5	+ 6	+ 8	+ 10	+ 12	+ 14
4	0	1	2	4	5	6	7	9	10
6	0	1	1	2	3	4	4	5	6
+ 8	0	+ 0	+ 1	+ 1	+ 1	+ 2	+ 2	+ 2	+ 3
+ 10	0	— 0	— 0	— 0	— 1	— 1	— 1	— 1	— 1
12	0	1	1	2	2	3	3	4	5
14	0	1	2	3	4	5	6	7	8
16	0	1	3	4	6	7	9	10	12
+ 18	0	— 2	— 4	— 5	— 7	— 9	— 11	— 13	— 15
+ 20	0	— 2	— 4	— 7	— 9	— 11	— 14	— 16	— 19
22	0	3	5	8	10	13	16	19	22
24	0	3	6	9	12	15	19	22	25
26	0	3	7	10	14	17	21	25	29
+ 28	0	— 4	— 7	— 11	— 15	— 19	— 23	— 28	— 32
+ 30	0	— 4	— 8	— 12	— 17	— 21	— 26	— 30	— 35
32	0	4	9	13	18	23	28	33	38
34	0	5	10	15	20	25	30	36	42
36	0	5	10	16	21	27	32	38	45
+ 38	0	— 6	— 11	— 17	— 22	— 28	— 35	— 41	— 48
+ 40	0	— 6	— 12	— 18	— 24	— 30	— 37	— 44	— 51

28 e. Verbesserung der Refraktion in Distanz wegen Luftdruck.

Luftdruck	Mittlere Refraktion + Verbesserung wegen Lufttemperatur								
	0′	1′	2′	3′	4′	5′	6′	7′	8′
mm									
400	0″	— 27″	— 56″	— 83″	—112″	—141″	—168″	—196″	— 225″
450	0	23	48	71	96	121	144	168	193
500	0	— 20	— 40	— 60	— 80	—101	—121	—141	— 161
550	0	— 16	— 32	— 48	— 64	— 81	— 97	—113	— 130
560	0	15	31	46	61	77	92	108	123
570	0	14	29	44	58	73	87	102	117
580	0	14	27	41	55	69	83	96	110
590	0	— 13	— 26	— 39	— 52	— 65	— 78	— 91	— 104
600	0	— 12	— 24	— 36	— 49	— 61	— 73	— 85	— 97
610	0	11	23	34	45	57	68	80	91
620	0	11	21	32	42	53	63	74	85
630	0	10	19	29	39	49	58	68	78
640	0	— 9	— 18	— 27	— 36	— 45	— 54	— 63	— 72
650	0	— 8	— 16	— 24	— 33	— 41	— 49	— 57	— 65
660	0	7	15	22	29	37	44	51	59
670	0	6	13	20	26	33	39	46	52
680	0	6	11	17	23	29	34	40	46
690	0	— 5	— 10	— 15	— 20	— 25	— 30	— 35	— 40
700	0	— 4	— 8	— 12	— 17	— 21	— 25	— 29	— 33
710	0	3	7	10	13	17	20	23	27
720	0	2	5	8	10	13	15	18	20
730	0	2	3	5	7	9	10	12	14
740	0	— 1	— 2	— 3	— 4	— 5	— 6	— 6	— 7
750	0	— 0	— 0	— 0	— 0	— 1	— 1	— 1	— 1
760	0	+ 1	+ 1	+ 2	+ 3	+ 3	+ 4	+ 5	+ 5
770	0	2	3	4	6	7	9	10	12
780	0	2	5	7	9	11	14	16	18
790	0	+ 3	+ 6	+ 9	+ 12	+ 15	+ 18	+ 22	+ 25
800	0	+ 4	+ 8	+ 12	+ 15	+ 19	+ 23	+ 27	+ 31

29. Höhenparallaxe des Mondes.

$\Pi \sin z_{☾}$

Π / Scheinb. $z_{☾}$	53′	54′	55′	56′	57′	58′	59′	60′	61′
0°	0′.0	0′.0	0′.0	0′.0	0′.0	0′.0	0′.0	0′.0	0′.0
2	1.8	1.9	1.9	2.0	2.0	2.0	2.0	2.1	2.1
4	3.7	3.8	3.8	3.9	4.0	4.0	4.1	4.2	4.2
6	5.5	5.6	5.7	5.8	5.9	6.1	6.2	6.3	6.4
8	7.4	7.5	7.6	7.8	7.9	8.1	8.2	8.3	8.5
10	9.2	9.4	9.5	9.7	9.9	10.1	10.2	10.4	10.6
12	11.0	11.2	11.4	11.6	11.8	12.1	12.3	12.5	12.7
14	12.8	13.1	13.3	13.5	13.8	14.0	14.3	14.5	14.7
16	14.6	14.9	15.2	15.4	15.7	16.0	16.3	16.5	16.8
18	16.4	16.7	17.0	17.3	17.6	17.9	18.2	18.5	18.8
20	18.1	18.5	18.8	19.2	19.5	19.8	20.2	20.5	20.8
22	19.9	20.2	20.6	21.0	21.3	21.7	22.1	22.5	22.8
24	21.5	22.0	22.4	22.8	23.2	23.6	24.0	24.4	24.8
26	23.2	23.7	24.1	24.6	25.0	25.4	25.9	26.3	26.7
28	24.9	25.3	25.8	26.3	26.8	27.2	27.7	28.2	28.6
30	26.5	27.0	27.5	28.0	28.5	29.0	29.5	30.0	30.5
32	28.1	28.6	29.2	29.7	30.2	30.7	31.3	31.8	32.3
34	29.6	30.2	30.7	31.3	31.9	32.4	33.0	33.6	34.1
36	31.1	31.7	32.3	32.9	33.5	34.1	34.7	35.3	35.8
38	32.6	33.3	33.9	34.5	35.1	35.7	36.3	36.9	37.5
40	34.1	34.7	35.4	36.0	36.6	37.3	37.9	38.6	39.2
42	35.5	36.1	36.8	37.5	38.1	38.8	39.5	40.1	40.8
44	36.8	37.5	38.2	38.9	39.6	40.3	41.0	41.7	42.4
46	38.1	38.8	39.6	40.3	41.0	41.7	42.4	43.2	43.9
48	39.4	40.1	40.9	41.6	42.3	43.1	43.8	44.6	45.3
50	40.6	41.4	42.1	42.9	43.7	44.4	45.2	46.0	46.7
52	41.8	42.5	43.3	44.1	44.9	45.7	46.5	47.3	48.1
54	42.9	43.7	44.5	45.3	46.1	46.9	47.7	48.5	49.3
56	43.9	44.8	45.6	46.4	47.2	48.1	48.9	49.8	50.6
58	45.0	45.8	46.6	47.5	48.3	49.2	50.0	50.9	51.7
60	45.9	46.8	47.6	48.5	49.4	50.2	51.1	52.0	52.8
62	46.8	47.7	48.6	49.5	50.3	51.2	52.1	53.0	53.9
64	47.6	48.5	49.4	50.3	51.2	52.1	53.0	53.9	54.8
66	48.4	49.3	50.2	51.2	52.1	53.0	53.9	54.8	55.7
68	49.1	50.1	51.0	51.9	52.8	53.8	54.7	55.6	56.5
70	49.8	50.8	51.7	52.6	53.6	54.5	55.4	56.4	57.3
72	50.4	51.4	52.3	53.2	54.2	55.2	56.1	57.1	58.0
74	51.0	51.9	52.9	53.8	54.8	55.8	56.7	57.7	58.6
76	51.4	52.4	53.4	54.3	55.3	56.3	57.2	58.2	59.2
78	51.8	52.8	53.8	54.8	55.7	56.7	57.7	58.7	59.7
80	52.2	53.2	54.2	55.2	56.1	57.1	58.1	59.1	60.1
82	52.5	53.5	54.5	55.5	56.4	57.4	58.4	59.4	60.4
84	52.7	53.7	54.7	55.7	56.7	57.7	58.7	59.7	60.7
86	52.9	53.9	54.9	55.9	56.9	57.9	58.9	59.8	60.8
88	53.0	54.0	55.0	56.0	57.0	58.0	59.0	60.0	61.0
90	53.0	54.0	55.0	56.0	57.0	58.0	59.0	60.0	61.0

30. Monddistanzen. IV. Korrektion.

$$(\Pi \sin z_{☾})^2 \operatorname{cotg} D \frac{\sin 1''}{2} - (\Pi \sin z_{☾} \cos q_{☾})^2 \operatorname{cotg} D \frac{\sin 1''}{2}.$$

$$\Pi \sin z_{☾} \cos q_{☾} = \mathrm{I} + \mathrm{II}$$

Man gehe nacheinander mit den Vertikalargumenten $\Pi \sin z_{☾}$ und (I + II) ein und bilde die algebraische Differenz beider Tafelwerte.

Π	$\left(\frac{\Pi}{\Pi_0}\right)^2$
53′	0.85
54	0.88
55	0.91
56	0.95
57	0.98
58	1.02
59	1.05
60	1.09
61	1.13

$\Pi \sin z_{☾}$ oder (I + II)	Scheinbare Distanz																				
	20° +	22° +	24° +	26° +	28° +	30° +	32° +	34° +	36° +	38° +	40° +	45° +	50° +	55° +	60° +	65° +	70° +	75° +	80° +	85° +	90° +
5′	1″	1″	0″	0″	0″	0″	0″	0″	0″	0″	0″	0″	0″	0″	0″	0″	0″	0″	0″	0″	0″
8	2	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0
10	2	2	2	2	2	2	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0	0	0	0	0	0
11	3	3	2	2	2	2	2	2	1	1	1	1	1	1	1	0	0	0	0	0	0
12	3	3	3	3	2	2	2	2	2	1	1	1	1	1	1	1	0	0	0	0	0
13	4	4	3	3	3	3	2	2	2	2	2	1	1	1	1	1	1	0	0	0	0
14	5	4	4	4	3	3	3	2	2	2	2	2	1	1	1	1	1	0	0	0	0
15	5	5	4	4	4	3	3	3	3	2	2	2	2	1	1	1	1	1	0	0	0
16	6	6	5	5	4	4	3	3	3	2	2	2	2	2	1	1	1	1	0	0	0
17	7	6	6	5	5	4	4	4	3	3	3	3	2	2	1	1	1	1	0	0	0
18	8	7	6	6	5	5	4	4	4	3	3	3	2	2	2	1	1	1	0	0	0
19	9	8	7	6	6	5	5	5	4	4	3	3	3	2	2	1	1	1	1	0	0
20	10	9	8	7	7	6	5	5	5	4	4	3	3	2	2	2	1	1	1	0	0
21	11	10	9	8	7	7	6	6	5	5	4	4	3	3	2	2	1	1	1	0	0
22	12	10	9	9	8	7	7	6	6	5	5	4	3	3	2	2	2	1	1	0	0
23	13	11	10	9	9	8	7	7	6	6	5	5	4	3	3	2	2	1	1	0	0
24	14	12	11	10	9	9	8	7	7	6	6	5	4	4	3	2	2	1	1	0	0
25	15	13	12	11	10	9	8	8	7	7	6	5	4	4	3	3	2	1	1	0	0
26	16	15	13	12	11	10	9	9	8	7	7	6	5	4	3	3	2	2	1	1	0
27	17	16	14	13	12	11	10	9	9	8	7	6	6	4	4	3	2	2	1	1	0
28	19	17	15	14	13	12	11	10	9	8	8	7	6	5	4	3	2	2	1	1	0
29	20	18	16	15	14	13	11	11	10	9	9	7	6	5	4	3	3	2	1	1	0
30	22	19	18	16	15	14	12	12	11	10	9	8	6	5	5	4	3	2	1	1	0
31	23	21	19	17	16	15	13	13	11	11	10	8	7	6	5	4	3	2	1	1	0
32	25	22	20	18	17	15	14	14	12	11	10	9	7	6	5	4	3	2	2	1	0
33	26	24	21	19	18	16	15	14	13	12	10	10	8	7	5	4	3	3	2	1	0
34	28	25	23	21	19	17	16	15	14	13	11	10	8	7	6	4	4	3	2	1	0
35	29	26	24	22	20	19	17	16	14	13	12	11	9	7	6	5	4	3	2	1	0
36	31	28	25	23	21	20	18	17	15	14	13	11	9	8	7	5	4	3	2	1	0
37	33	30	27	24	22	21	19	18	16	15	13	12	10	8	7	6	4	3	2	1	0
38	35	31	28	26	24	22	20	19	17	16	14	13	11	9	7	6	5	3	2	1	0
39	36	33	30	27	25	23	21	20	18	17	15	13	11	9	8	6	5	4	2	1	0
40	38	35	31	29	26	24	22	21	19	18	16	14	12	10	8	7	5	4	2	1	0
41	40	36	33	30	28	25	23	22	20	19	17	15	12	10	8	7	5	4	3	1	0
42	42	38	35	32	29	27	25	23	21	20	18	15	13	11	9	7	6	4	3	1	0
43	44	40	36	33	30	28	26	24	22	21	18	16	13	11	9	8	6	4	3	1	0
44	46	42	38	35	32	29	27	25	23	22	19	17	14	12	10	8	6	5	3	1	0
45	49	44	40	36	33	31	28	26	24	23	20	18	15	12	10	8	6	5	3	2	0
$\Pi \sin z_{☾}$ oder (I + II)													— 130°	— 125°	— 120°	— 115°	— 110°	— 105°	— 100°	— 95°	— 90°
	Scheinbare Distanz																				

30. Monddistanzen. IV. Korrektion (Schluß).

$$(\Pi \sin z_{☾})^2 \operatorname{cotg} D \frac{\sin 1''}{2} - (\Pi \sin z_{☾} \cos q_{☾})^2 \operatorname{cotg} D \frac{\sin 1''}{2}$$

$$\Pi \sin z_{☾} \cos q_{☾} = \mathrm{I} + \mathrm{II}$$

Man gehe nacheinander mit den Vertikalargumenten $\Pi \sin z_{☾}$ und (I + II) ein und bilde die algebraische Differenz beider Tafelwerte.

$\Pi \sin z_{☾}$ oder (I + II)	Scheinbare Distanz																				
	20° +	22° +	24° +	26° +	28° +	30° +	32° +	34° +	36° +	38° +	40° +	45° +	50° +	55° +	60° +	65° +	70° +	75° +	80° +	85° +	90° +
45′	49″	44″	40″	36″	33″	31″	28″	26″	24″	23″	20″	18″	15″	12″	10″	8″	6″	5″	3″	2″	0″
46	51	46	41	38	35	32	29	27	25	24	21	18	15	13	11	9	7	5	3	2	0
47	53	48	43	40	36	33	30	29	26	25	22	19	16	13	11	9	7	5	3	2	0
48	55	50	45	41	38	35	32	30	28	26	23	20	17	14	12	9	7	5	4	2	0
49	58	52	47	43	39	36	33	31	29	27	24	21	18	15	12	10	8	6	4	2	0
50	60	54	49	45	41	38	35	32	30	28	26	22	18	15	13	10	8	6	4	2	0
51	62	56	51	47	43	39	36	33	31	29	27	23	19	16	13	11	8	6	4	2	0
52	65	58	53	48	44	41	38	35	32	30	28	24	20	17	14	11	9	6	4	2	0
53	67	61	55	50	46	42	39	36	33	31	29	25	20	17	14	11	9	7	4	2	0
54	70	63	57	52	48	44	40	38	35	32	30	25	21	18	15	12	9	7	4	2	0
55	73	65	59	54	50	46	42	39	36	33	31	26	22	18	15	12	10	7	5	2	0
56	75	68	61	56	51	47	44	41	38	35	32	27	23	19	16	13	10	7	5	2	0
57	78	70	64	58	53	49	45	42	39	36	34	28	24	20	16	13	10	8	5	2	0
58	81	73	66	60	55	51	47	44	40	37	35	29	25	21	17	14	11	8	5	3	0
59	83	75	68	62	57	53	49	45	41	39	36	30	25	21	18	14	11	8	5	3	0
60	86	78	71	64	59	54	50	47	43	40	37	31	26	22	18	15	11	8	6	3	0
61	89	80	73	67	61	56	52	48	44	41	38	32	27	23	19	15	12	9	6	3	0
62	92	83	75	69	63	58	54	50	46	43	40	34	28	23	19	16	12	9	6	3	0
$\Pi \sin z_{☾}$ oder (I + II)													— 130°	— 125°	— 120°	— 115°	— 110°	— 105°	— 100°	— 95°	— 90°
	Scheinbare Distanz																				

Π	$\left(\frac{\Pi}{\Pi_0}\right)^2$
53′	0.85
54	88
55	91
56	95
57	0.98
58	1.02
59	05
60	09
61	1.13

31. Monddistanzen. V. Korrektion.

$$(\Pi \sin z_{☾} - \varrho_{☾})\, \varrho_{\odot} \frac{\sin q_{☾} \sin q_{\odot}}{\sin D} \sin 1'' - (2\Pi \varrho_{☾} \sin z_{☾} - \varrho_{☾}^2) \sin^2 q_{☾} \operatorname{cotg} D \frac{\sin 1''}{2}$$

$z_{☾}$	$z_{\odot}$	Scheinbare Distanz										
		20°	30°	40°	50°	60°	70°	80°	90°	100°	110°	120°
30°	10°	0″	0″	0″								
	20	−1	0	0	0″							
	30	−1	0	0	0	0″						
	40	0	+1	0	0	0	0″					
	50	0	+1	+1	0	0	0	0″				
	60		0	+1	+1	0	0	0	0″			
	70			0	+1	+1	0	0	0	0″		
	80				0	+1	+1	+1	0	0	0″	
40	20	0	0	0	0	0						
	30	−1	−2	−1	0	0	0					
	40	−1	−2	−1	0	0	0	0				
	50	0	−1	0	0	0	0	0	0			
	60	0	−1	0	+1	0	0	0	0	0		
	70		0	0	+1	+1	+1	+1	0	0	0	
	80			0	+1	+2	+2	+2	+1	+1	+1	0″
50	30	0	0	0	0	0	0	0				
	40	0	−1	−1	−1	−1	0	0	0			
	50	+1	−1	0	−1	−1	0	0	0	0		
	60	+1	−1	0	0	−1	0	0	0	0	0	
	70	0	0	+1	+1	0	+1	+1	+1	+1	0	0
	80		0	+3	+3	+2	+3	+3	+3	+3	+3	+2
60	30		0	0	0	0	0	0	0			
	40	0	0	0	0	−1	−1	0	0	0		
	50	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	
	60	0	0	0	0	0	0	+1	+1	0	0	0
	70	+2	+1	+1	+1	+1	+1	+2	+2	+2	+2	+2
	80	0	+3	+3	+3	+3	+3	+4	+4	+4	+4	+3
70	30			0	0	0	0	0	0	0		
	40		0	0	−1	−1	−1	0	0	0	0	
	50	0	−1	−1	−1	0	0	+1	+1	+1	+2	0
	60	−1	−1	−1	−1	0	0	+1	+1	+1	+2	+1
	70	+1	+1	+1	+1	+1	+1	+2	+2	+2	+3	+3
	80	+7	+5	+4	+4	+4	+4	+4	+4	+5	+5	+4
80	20					0	0	0	0	0		
	30				0	−1	−1	0	0	0	0	
	40			0	−1	−1	−1	0	0	0	+1	0
	50		0	−1	−1	−1	−1	0	+1	+2	+2	+2
	60	0	−3	−2	−2	−1	−1	0	+1	+2	+3	+3
	70	−5	−2	−1	−1	−1	0	+1	+2	+3	+4	+5
	80	+1	+1	+1	+2	+2	+3	+4	+5	+6	+7	+7

32. Monddistanzen. Verbesserung wegen Erdfigur.

VI. Korrektion.

$A = 23''\!.2 \sin \delta_{\odot} \operatorname{cosec} D$

$\delta_{\odot}$ \ D	20°	30°	40°	50°	60°	70°	80°	90°	100°	110°	120°	130°
0°	0"	0"	0"	0"	0"	0"	0"	0"	0"	0"	0"	0"
3	+ 3	+ 2	+ 2	+ 2	+ 1	+ 1	+ 1	+ 1	+ 1	+ 1	+ 1	+ 2
6	7	5	4	3	3	3	2	2	2	3	3	3
9	10	7	6	5	4	4	4	4	4	4	4	5
12	+14	+ 9	+ 7	+ 6	+ 5	+ 5	+ 5	+ 5	+ 5	+ 5	+ 5	+ 6
15	17	12	9	8	7	6	6	6	6	6	7	8
18	20	14	11	9	8	7	7	7	7	7	8	9
21	+24	+16	+13	+11	+ 9	+ 9	+ 8	+ 8	+ 8	+ 9	+ 9	+11
24	27	18	14	12	11	10	9	9	9	10	11	12
27	30	21	16	13	12	11	10	10	10	11	12	13
30	33	23	18	15	13	12	11	11	11	12	13	15

$B = -23''\!.2 \sin \delta_{☾} \operatorname{cotg} D$

$\delta_{☾}$ \ D	20°	30°	40°	50°	60°	70°	80°	90°	100°	110°	120°	130°
0°	0"	0"	0"	0"	0"	0"	0"	0"	0"	0"	0"	0"
3	— 3	— 2	— 1	— 1	— 1	— 0	— 0	0	+ 0	+ 0	+ 1	+ 1
6	6	4	3	2	1	1	0	0	0	1	1	2
9	10	6	4	3	2	1	1	0	1	1	2	3
12	—13	— 8	— 6	— 4	— 3	— 2	— 1	0	+ 1	+ 2	+ 3	+ 4
15	16	10	7	5	3	2	1	0	1	2	3	5
18	19	12	8	6	4	3	1	0	1	3	4	6
21	—22	—14	—10	— 7	— 5	— 3	— 1	0	+ 1	+ 3	+ 5	+ 7
24	25	16	11	8	5	3	2	0	2	3	5	8
27	28	18	12	9	6	4	2	0	2	4	6	9
30	31	20	13	10	7	4	2	0	2	4	7	10

Die Vorzeichen gelten in der A- und B-Tafel für **nördliche** Deklinationen. Für **südliche** Deklinationen sind die Vorzeichen umzukehren.

$K = A + B$ Verbesserung $= K \cdot \sin \varphi$

$K \cdot \sin \varphi$

K \ φ	0°	10°	20°	30°	40°	50°	60°	70°	80°	90°
0"	0"	0"	0"	0"	0"	0"	0"	0"	0"	0"
2	0	0	1	1	1	1	2	2	2	2
4	0	1	1	2	3	3	4	4	4	4
6	0	1	2	3	4	5	5	6	6	6
8	0	1	3	4	5	6	7	8	8	8
10	0	2	3	5	6	8	9	9	10	10
12	0	2	4	6	8	9	10	11	12	12
14	0	2	5	7	9	11	12	13	14	14
16	0	3	6	8	10	12	14	15		
18	0	3	6	9	12	14				
20	0	3	7	10	13					
22	0	4	8	11	14					

33. Monddistanzen. Verbesserung wegen Sonnenparallaxe.

VII. Korrektion.

$$A = -8''\!.8 \cos z_{\text{☾}} \operatorname{cosec} D$$

$z_{\text{☾}}$ \ D	20°	30°	40°	50°	60°	70°	80°	90°	100°	110°	120°	D / $z_{\text{☾}}$
0°	−26″	−18″	−14″	−12″	−10″	−9″	−9″	−9″	−9″	−9″	−10″	0°
10	−25	−17	−13	−11	−10	−9	−9	−9	−9	−9	−10	10
20	−24	−17	−13	−11	−10	−9	−8	−8	−8	−9	−10	20
30	−22	−15	−12	−10	−9	−8	−8	−8	−8	−8	−9	30
40	−20	−14	−11	−9	−8	−7	−7	−7	−7	−7	−8	40
50	−17	−12	−9	−7	−7	−6	−6	−6	−6	−6	−7	50
60	−13	−9	−7	−6	−5	−5	−4	−4	−4	−5	−5	60
70	−9	−6	−5	−4	−3	−3	−3	−3	−3	−3	−3	70
80	−4	−3	−2	−2	−2	−2	−2	−2	−2	−2	−2	80
90	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	90

$$B = +8''\!.8 \cos z_{\odot} \operatorname{cotg} D$$

$z_{\odot}$ \ D	20°	30°	40°	50°	60°	70°	80°	90°	100°	110°	120°	D / $z_{\odot}$
0°	+24″	+15″	+11″	+7″	+5″	+3″	+2″	0″	−2″	−3″	−5″	0°
10	+24	+15	+10	+7	+5	+3	+1	0	−1	−3	−5	10
20	+23	+14	+10	+7	+5	+3	+1	0	−1	−3	−5	20
30	+21	+13	+9	+6	+4	+3	+1	0	−1	−3	−4	30
40	+19	+12	+8	+6	+4	+2	+1	0	−1	−2	−4	40
50	+16	+10	+7	+5	+3	+2	+1	0	−1	−2	−3	50
60	+12	+8	+5	+4	+3	+2	+1	0	−1	−2	−3	60
70	+8	+5	+4	+3	+2	+1	+1	0	−1	−1	−2	70
80	+4	+3	+2	+1	+1	+1	0	0	0	−1	−1	80
90	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	90

Verbesserung der Monddistanz = A + B

34. Genäherte Reduktion der scheinbaren auf wahre Monddistanz für $\Pi_0 = 57'$.

Scheinbare ZD		Scheinbare Distanz										
⊙	☾	20°	30°	40°	50°	60°	70°	80°	90°	100°	110°	120°
0°	0°											
	10											
	20	− 19′										
	30		− 28′									
	40			− 35′								
	50				− 42′							
	60					− 47′						
	70						− 51′					
	80							− 51′				
	85											
10	0											
	10	− 10										
	20	− 17	− 19									
	30	− 28	− 26	− 28								
	40		− 35	− 34	− 35							
	50			− 43	− 41	− 42						
	60				− 48	− 46	− 47					
	70					− 51	− 49	− 51				
	80						− 51	− 49	− 51′			
	85							− 46	− 45			
20	0	0										
	10	− 2	− 10									
	20	− 9	− 14	− 19								
	30	− 20	− 20	− 24	− 28							
	40	− 35	− 31	− 30	− 32	− 35						
	50		− 43	− 39	− 38	− 39	− 42					
	60			− 48	− 44	− 44	− 45	− 47				
	70				− 51	− 48	− 47	− 48	− 51			
	80					− 51	− 48	− 47	− 48	− 51′		
	85						− 45	− 44	− 43	− 45		
30	0		+ 1									
	10	+ 10	− 1	− 10								
	20	+ 3	− 5	− 12	− 18							
	30	− 9	− 13	− 17	− 23	− 27						
	40	− 24	− 23	− 24	− 27	− 30	− 35					
	50	− 43	− 34	− 32	− 32	− 34	− 38	− 42				
	60		− 48	− 42	− 39	− 39	− 40	− 43	− 47			
	70			− 52	− 46	− 43	− 43	− 44	− 46	− 51		
	80				− 51	− 46	− 44	− 43	− 44	− 46	− 49′	
	85					− 44	− 42	− 40	− 40	− 41	− 44	
40	0			+ 1								
	10		+ 11	0	− 9							
	20	+ 21	+ 6	− 3	− 11	− 18						
	30	+ 9	− 1	− 9	− 14	− 20	− 27					
	40	− 6	− 11	− 15	− 19	− 24	− 29	− 35				
	50	− 26	− 23	− 24	− 25	− 28	− 31	− 35	− 42			
	60	− 48	− 37	− 32	− 31	− 32	− 34	− 38	− 42	− 46		
	70		− 52	− 43	− 39	− 38	− 38	− 39	− 41	− 45	− 49	
	80			− 52	− 44	− 41	− 39	− 39	− 39	− 41	− 44	− 49′
	85				− 44	− 39	− 37	− 35	− 35	− 37	− 39	− 43

Π	$\frac{\Pi}{\Pi_0}$
53′	0.93
54	95
55	96
56	0.98
57	1.00
58	02
59	04
60	05
61	1.07

34. Genäherte Reduktion der scheinbaren auf wahre Monddistanz für $\Pi_0 = 57'$ (Schluß).

Π	$\frac{\Pi}{\Pi_0}$
53′	0.93
54	95
55	96
56	0.98
57	1.00
58	02
59	04
60	05
61	1.07

Scheinbare ZD		Scheinbare Distanz											
⊙	☾	20°	30°	40°	50°	60°	70°	80°	90°	100°	110°	120°	130°
50°	0°				+ 1′								
	10			+ 11′	0	− 9′							
	20		+ 20′	+ 8	− 2	− 10	− 18′						
	30	+ 29′	+ 13	+ 2	− 5	− 13	− 19	− 27′					
	40	+ 14	+ 3	− 4	− 10	− 16	− 21	− 28	− 34′				
	50	− 5	− 9	− 13	− 16	− 20	− 24	− 29	− 34	− 41′			
	60	− 27	− 23	− 21	− 23	− 25	− 27	− 30	− 34	− 40	− 46′		
	70	− 52	− 38	− 32	− 30	− 29	− 30	− 31	− 34	− 38	− 43	− 49′	
	80		− 52	− 41	− 35	− 33	− 32	− 32	− 32	− 34	− 38	− 42	− 49′
	85			− 42	− 37	− 32	− 30	− 29	− 30	− 31	− 32	− 35	− 41
60	0					+ 2							
	10				+ 12	+ 1	− 8						
	20			+ 21	+ 10	0	− 9	− 17					
	30		+ 29	+ 16	+ 5	− 3	− 11	− 18	− 26				
	40	+ 38	+ 19	+ 9	+ 1	− 6	− 13	− 19	− 26	− 34			
	50	+ 18	+ 8	0	− 5	− 11	− 15	− 20	− 26	− 33	− 41		
	60	− 4	− 6	− 10	− 12	− 15	− 18	− 22	− 26	− 31	− 38	− 46	
	70	− 28	− 21	− 19	− 19	− 20	− 21	− 24	− 26	− 30	− 34	− 41	− 49
	80	− 53	− 37	− 30	− 26	− 25	− 24	− 24	− 25	− 27	− 30	− 33	− 40
	85		− 41	− 32	− 27	− 25	− 24	− 23	− 23	− 24	− 26	− 28	− 32
70	0						+ 3						
	10					+ 13	+ 2	− 6					
	20				+ 21	+ 11	+ 1	− 8	− 16				
	30			+ 30	+ 18	+ 9	0	− 9	− 16	− 25			
	40		+ 39	+ 24	+ 13	+ 4	− 2	− 10	− 17	− 25	− 32		
	50	+ 45	+ 26	+ 15	+ 6	0	− 5	− 11	− 17	− 24	− 31	− 40	
	60	+ 23	+ 12	+ 5	0	− 4	− 9	− 13	− 17	− 22	− 28	− 35	− 45
	70	− 2	− 4	− 6	− 8	− 10	− 12	− 14	− 17	− 20	− 25	− 30	− 38
	80	− 28	− 20	− 17	− 15	− 15	− 15	− 16	− 17	− 18	− 22	− 25	− 29
	85	− 37	− 26	− 20	− 17	− 16	− 15	− 15	− 16	− 16	− 18	− 20	− 23
80	0							+ 5					
	10						+ 15	+ 5	− 4				
	20					+ 25	+ 14	+ 4	− 4	− 14			
	30				+ 33	+ 21	+ 12	+ 3	− 4	− 13	− 23		
	40			+ 40	+ 28	+ 18	+ 10	+ 2	− 5	− 13	− 21	− 30	
	50		+ 48	+ 32	+ 21	+ 13	+ 7	0	− 6	− 12	− 19	− 27	− 37
	60	+ 54	+ 32	+ 22	+ 14	+ 8	+ 3	− 2	− 7	− 12	− 17	− 25	− 31
	70	+ 27	+ 16	+ 10	+ 5	+ 2	− 2	− 4	− 8	− 11	− 14	− 19	− 25
	80	+ 1	0	− 2	− 3	− 4	− 5	− 6	− 8	− 10	− 12	− 14	− 17
	85	− 13	− 10	− 8	− 7	− 6	− 6	− 7	− 8	− 9	− 10	− 11	− 13
85	10							+ 15	+ 5	− 4			
	20						+ 24	+ 14	+ 5	− 4			
	30					+ 32	+ 21	+ 13	+ 4	− 4	− 13		
	40				+ 40	+ 28	+ 18	+ 11	+ 3	− 4	− 12	− 20	
	50			+ 45	+ 32	+ 23	+ 15	+ 9	+ 2	− 4	− 11	− 18	− 27
	60		+ 47	+ 33	+ 24	+ 16	+ 11	+ 5	+ 1	− 4	− 10	− 15	− 22
	70	+ 46	+ 29	+ 20	+ 14	+ 10	+ 5	+ 2	− 1	− 4	− 8	− 12	− 16
	80	+ 16	+ 10	+ 6	+ 3	+ 2	0	0	− 2	− 4	− 6	− 8	− 10
	85	+ 1	0	− 1	− 1	− 1	− 2	− 2	− 3	− 3	− 4	− 5	− 6

35. Zur Berechnung der Distanz naher Sterne.

$\Delta\alpha$	a		$\Delta\delta$	b		$\log\sin\frac{1}{2}s$	b	
0^s	5.560 636		0″	5.615 455		6.50	5.615 455	
40	560 636	0	500	615 455	0	7.00	615 455	0
80	560 635	1	1000	615 456	1	7.50	615 456	1
120	560 634	1	1500	615 456	0	7.60	615 456	0
160	560 633	1	2000	615 457	1	7.70	615 457	1
200	5.560 632	1	2500	5.615 458	1	7.80	5.615 458	1
240	560 630	2	3000	615 459	1	7.90	615 460	2
280	560 628	2	3500	615 460	1	8.00	615 462	2
320	560 626	2	4000	615 462	2	8.05	615 464	2
360	560 623	3	4500	615 464	2	8.10	615 467	3
400	5.560 621	2	5000	5.615 466	2	8.15	5 615 469	2
440	560 617	4	5500	615 468	2	8.20	615 473	4
			6000	615 470	2			
			6500	615 473	3			

$$\log \operatorname{tg} N = \log \Delta\alpha^{(s)} - \log \Delta\delta^{('')} + \log \sqrt{\cos\delta_1 \cos\delta_2} + a + b$$

$$\log \sin \tfrac{1}{2} s = \log \Delta\delta^{('')} - b - \log \cos N$$

$$\log s^{('')} = \log \sin \tfrac{1}{2} s + b$$

36a. Präzession in Rektaszension p_α.

α \ δ	$+60^0$	$+50^0$	$+40^0$	$+30^0$	$+20^0$	$+10^0$	0^0	-10^0	-20^0	-30^0	-40^0	-50^0	-60^0	δ / α
0^h	3^s07	3^s07	3^s07	3^s07	3^s07	3^s07	3^s07	3^s07	3^s07	3^s07	3^s07	3^s07	3^s07	0^h
1	3.67	3.48	3.36	3.27	3.20	3.13	3.07	3.01	2.95	2.87	2.78	2.66	2.47	1
2	4.23	3.87	3.63	3.46	3.32	3.19	3.07	2.95	2.83	2.69	2.51	2.28	1.92	2
3	4.71	4.20	3.87	3.62	3.42	3.24	3.07	2.91	2.73	2.53	2.28	1.95	1.44	3
4	5.08	4.45	4.04	3.74	3.49	3.28	3.07	2.87	2.65	2.41	2.10	1.69	1.07	4
5	5.31	4.61	4.16	3.82	3.54	3.30	3.07	2.84	2.60	2.33	1.99	1.53	0.84	5
6	5.39	4.67	4.19	3.84	3.56	3.31	3.07	2.84	2.59	2.30	1.95	1.48	0.76	6
7	5.31	4.61	4.16	3.82	3.54	3.30	3.07	2.84	2.60	2.33	1.99	1.53	0.84	7
8	5.08	4.45	4.04	3.74	3.49	3.28	3.07	2.87	2.65	2.41	2.10	1.69	1.07	8
9	4.71	4.20	3.87	3.62	3.42	3.24	3.07	2.91	2.73	2.53	2.28	1.95	1.44	9
10	4.23	3.87	3.63	3.46	3.32	3.19	3.07	2.95	2.83	2.69	2.51	2.28	1.92	10
11	3.67	3.48	3.36	3.27	3.20	3.13	3.07	3.01	2.95	2.87	2.78	2.66	2.47	11
12	3.07	3.07	3.07	3.07	3.07	3.07	3.07	3.07	3.07	3.07	3.07	3.07	3.07	12
13	2.47	2.66	2.78	2.87	2.95	3.01	3.07	3.13	3.20	3.27	3.36	3.48	3.67	13
14	1.92	2.28	2.51	2.69	2.83	2.95	3.07	3.19	3.32	3.46	3.63	3.87	4.23	14
15	1.44	1.95	2.28	2.53	2.73	2.91	3.07	3.24	3.42	3.62	3.87	4.20	4.71	15
16	1.07	1.69	2.10	2.41	2.65	2.87	3.07	3.28	3.49	3.74	4.04	4.45	5.08	16
17	0.84	1.53	1.99	2.33	2.60	2.84	3.07	3.30	3.54	3.82	4.16	4.61	5.31	17
18	0.76	1.48	1.95	2.30	2.59	2.84	3.07	3.31	3.56	3.84	4.19	4.67	5.39	18
19	0.84	1.53	1.99	2.33	2.60	2.84	3.07	3.30	3.54	3.82	4.16	4.61	5.31	19
20	1.07	1.69	2.10	2.41	2.65	2.87	3.07	3.28	3.49	3.74	4.04	4.45	5.08	20
21	1.44	1.95	2.28	2.53	2.73	2.91	3.07	3.24	3.42	3.62	3.87	4.20	4.71	21
22	1.92	2.28	2.51	2.69	2.83	2.95	3.07	3.19	3.32	3.46	3.63	3.87	4.23	22
23	2.47	2.66	2.78	2.87	2.95	3.01	3.07	3.13	3.20	3.27	3.36	3.48	3.67	23
24	3.07	3.07	3.07	3.07	3.07	3.07	3.07	3.07	3.07	3.07	3.07	3.07	3.07	24

36b. Präzession in Deklination p_δ.

α		p_δ		α	
+	—			—	+
$0^h\ 0^m$	$12^h\ 0^m$	20″0		$12^h\ 0^m$	$24^h\ 0^m$
10	10	20.0	0	11 50	23 50
20	20	20.0	0	40	40
30	30	19.9	1	30	30
40	40	19.7	2	20	20
50	50	19.6	1	11 10	23 10
1 0	13 0	19.4	2	11 0	23 0
10	10	19.1	3	10 50	22 50
20	20	18.8	3	40	40
30	30	18.5	3	30	30
40	40	18.2	3	20	20
50	50	17.8	4	10 10	22 10
2 0	14 0	17.4	4	10 0	22 0
10	10	16.9	5	9 50	21 50
20	20	16.4	5	40	40
30	30	15.9	5	30	30
40	40	15.4	5	20	20
50	50	14.8	6	9 10	21 10
3 0	15 0	14.2	6	9 0	21 0
10	10	13.5	7	8 50	20 50
20	20	12.9	6	40	40
30	30	12.2	7	30	30
40	40	11.5	7	20	20
50	50	10.8	7	8 10	20 10
4 0	16 0	10.0	8	8 0	20 0
10	10	9.3	7	7 50	19 50
20	20	8.5	8	40	40
30	30	7.7	8	30	30
40	40	6.9	8	20	20
50	50	6.0	9	7 10	19 10
5 0	17 0	5.2	8	7 0	19 0
10	10	4.3	9	6 50	18 50
20	20	3.5	8	40	40
30	30	2.6	9	30	30
40	40	1.7	9	20	20
50	50	0.9	8	6 10	18 10
6 0	18 0	0.0	9	6 0	18 0
+	—			—	+

37. Zur Berechnung der Präzession in Rektaszension und Deklination und in den Bahnelementen.

Trop. Jahr	$m^{(s)}$	$\log m^{(s)}$	$\log n^{(s)}$	$n^{('')}$	$\log n^{('')}$	p	$\log \pi$	Π	ε
1750	3ˢ0695	0.48707	0.12623	20″060	1.30232	50″223	9.6740	172° 34′9	23° 28′ 18″5
1760	0697	48710	12621	059	30230	225	6740	172 40.4	28 13.8
1770	0699	48713	12620	058	30229	227	6739	172 45.9	28 9.2
1780	0701	48715	12618	057	30227	230	6738	172 51.4	28 4.5
1790	0703	48718	12616	056	30225	232	6738	172 56.8	27 59.8
1800	3.0705	0.48721	0.12614	20.055	1.30223	50.234	9.6737	173 2.3	23 27 55.1
1810	0707	48723	12612	054	30221	236	6736	173 7.8	27 50.4
1820	0708	48726	12610	054	30219	238	6736	173 13.3	27 45.7
1830	0710	48728	12608	053	30218	241	6735	173 18.7	27 41.0
1840	0712	48731	12607	052	30216	243	6735	173 24.2	27 36.4
1850	3.0714	0.48734	0.12605	20.051	1.30214	50.245	9.6734	173 29.7	23 27 31.7
1860	0716	48736	12603	050	30212	247	6733	173 35.2	27 27.0
1870	0718	48739	12601	049	30210	250	6733	173 40.6	27 22.3
1880	0720	48742	12599	049	30208	252	6732	173 46.1	27 17.6
1890	0722	48744	12597	048	30206	254	6732	173 51.6	27 12.9
1900	3.0723	0.48747	0.12596	20.047	1.30205	50.256	9.6731	173 57.1	23 27 8.3
1910	0725	48749	12594	046	30203	259	6730	174 2.5	27 3.6
1920	0727	48752	12592	045	30201	261	6730	174 8.0	26 58.9
1930	0729	48755	12590	044	30199	263	6729	174 13.5	26 54.2
1940	0731	48757	12588	043	30197	265	6728	174 19.0	26 49.5
1950	3.0733	0.48760	0.12586	20.043	1.30195	50.268	9.6728	174 24.4	23 26 44.8

$$p_\alpha = m^{(s)} + n^{(s)} \sin \alpha \operatorname{tg} \delta$$

$$p_\delta = n^{('')} \cos \alpha$$

System der Ekliptik.

$$\Omega_1 = \Omega_0 + \{p - \pi \operatorname{cotg} i_m \sin (\Pi - \Omega_m)\} (t_1 - t_0)$$

$$i_1 = i_0 - \{\pi \cos (\Pi - \Omega_m)\} (t_1 - t_0)$$

$$\omega_1 = \omega_0 + \{\pi \operatorname{cosec} i_m \sin (\Pi - \Omega_m)\} (t_1 - t_0)$$

System des Äquators.

$$\Omega'_1 = \Omega'_0 + \{m - n \operatorname{cotg} i'_m \cos \Omega'_m\} (t_1 - t_0)$$

$$i'_1 = i'_0 - n \sin \Omega'_m (t_1 - t_0)$$

$$\omega'_1 = \omega'_0 + n \cos \Omega'_m \operatorname{cosec} i'_m (t_1 - t_0)$$

38 a. Differenzielle Präzession in Rektaszension und Deklination.

1) $A = 10\,n \sin 1' \cos\alpha \tan\delta$

α	δ	0°	8°		16°		24°		32°		40°		48°		δ	α
+	+														—	—
$24^h\,0^m$	$0^h\,0^m$	$0^{\mathrm{s}}000$	$0^{\mathrm{s}}008$	0	$0^{\mathrm{s}}017$	0	$0^{\mathrm{s}}026$	0	$0^{\mathrm{s}}036$	0	$0^{\mathrm{s}}049$	0	$0^{\mathrm{s}}065$	0	$12^h\,0^m$	$12^h\,0^m$
23 50	10	000	008	0	017	0	026	0	036	0	049	0	065	0	11 50	10
40	20	000	008	0	017	0	026	0	036	0	049	1	065	1	40	20
30	30	000	008	0	017	1	026	0	036	0	048	0	064	0	30	30
20	40	000	008	0	016	0	026	1	036	0	048	0	064	1	20	40
23 10	50	000	008	0	016	0	025	0	036	1	048	1	063	0	11 10	50
23 0	1 0	0.000	0.008	0	0.016	0	0.025	0	0.035	0	0.047	0	0.063	1	11 0	13 0
22 50	10	000	008	0	016	0	025	1	035	1	047	1	062	1	10 50	10
40	20	000	008	0	016	1	024	0	034	0	046	1	061	1	40	20
30	30	000	008	1	015	0	024	0	034	1	045	1	060	1	30	30
20	40	000	007	0	015	0	024	1	033	1	044	1	059	2	20	40
22 10	50	000	007	0	015	1	023	1	032	0	043	1	057	1	10 10	50
22 0	2 0	0.000	0.007	0	0.014	0	0.022	0	0.032	1	0.042	1	0.056	1	10 0	14 0
21 50	10	000	007	0	014	0	022	1	031	1	041	1	055	2	9 50	10
40	20	000	007	1	014	1	021	0	030	1	040	1	053	2	40	20
30	30	000	006	0	013	0	021	1	029	1	039	2	051	1	30	30
20	40	000	006	0	013	1	020	1	028	1	037	1	050	2	20	40
21 10	50	000	006	0	012	0	019	1	027	1	036	1	048	2	9 10	50
21 0	3 0	0.000	0.006	0	0.012	1	0.018	0	0.026	1	0.035	2	0.046	2	9 0	15 0
20 50	10	000	006	1	011	0	018	1	025	2	033	2	044	2	8 50	10
40	20	000	005	0	011	1	017	1	023	1	031	1	042	3	40	20
30	30	000	005	0	010	0	016	1	022	1	030	2	039	2	30	30
20	40	000	005	1	010	1	015	1	021	1	028	2	037	2	20	40
20 10	50	000	004	0	009	1	014	1	020	2	026	2	035	3	8 10	50
20 0	4 0	0.000	0.004	0	0.008	0	0.013	1	0.018	1	0.024	1	0.032	2	8 0	16 0
19 50	10	000	004	1	008	1	012	1	017	2	023	2	030	3	7 50	10
40	20	000	003	0	007	1	011	1	015	1	021	2	027	2	40	20
30	30	000	003	0	006	0	010	1	014	2	019	2	025	3	30	30
20	40	000	003	1	006	1	009	1	012	1	017	2	022	3	20	40
19 10	50	000	002	0	005	1	008	1	011	2	015	2	019	2	7 10	50
19 0	5 0	0.000	0.002	0	0.004	0	0.007	1	0.009	1	0.013	2	0.017	3	7 0	17 0
18 50	10	000	002	1	004	1	006	1	008	2	011	3	014	3	6 50	10
40	20	000	001	0	003	1	005	2	006	1	008	2	011	2	40	20
30	30	000	001	0	002	1	003	1	005	2	006	2	009	3	30	30
20	40	000	001	1	001	0	002	1	003	1	004	2	006	3	20	40
18 10	50	000	000	0	001	1	001	1	002	2	002	2	003	3	6 10	50
18 0	6 0	0.000	0.000		0.000		0.000		0.000		0.000		0.000		6 0	18 0
+	+														—	—

Die Vorzeichen gelten für nördliche Deklination; für südliche Deklinationen sind die Vorzeichen umzukehren.

$$10 \cdot P'(\alpha) = A \cdot \Delta\,\alpha^m + B \cdot \Delta\,\delta'$$

38 a. Differenzielle Präzession in Rektaszension und Deklination.

1) $A = 10\,n \sin 1' \cos\alpha \operatorname{tang}\delta$ (Fortsetzung)

α \ δ		48°		56°		60°		64°		68°		70°		δ / α	
+	+													—	—
$24^h\,0^m$	$0^h\,0^m$	0^s065		0^s086		0^s101		0^s120		0^s144		0^s160		$12\;0^m$	$12^h\,0^m$
23 50	10	065	0	086	0	101	0	119	1	144	0	160	0	11 50	10
40	20	065	0	086	0	101	0	119	0	144	0	160	0	40	20
30	30	064	1	086	0	100	1	118	1	143	1	159	1	30	30
20	40	064	0	085	1	099	1	118	0	142	1	158	1	20	40
23 10	50	063	1	084	1	099	0	117	1	141	1	156	2	11 10	50
23 0	1 0	0.063	0	0.083	1	0.098	1	0.115	2	0.139	2	0.155	1	11 0	13 0
22 50	10	062	1	082	1	096	2	114	1	138	1	153	2	10 50	10
40	20	061	1	081	1	095	1	112	2	136	2	151	2	40	20
30	30	060	1	080	1	093	2	110	2	133	3	148	3	30	30
20	40	059	1	078	2	092	1	108	2	131	2	145	3	20	40
22 10	50	057	2	077	1	090	2	106	2	128	3	142	3	10 10	50
22 0	2 0	0.056	1	0.075	2	0.087	3	0.104	2	0.125	3	0.139	3	10 0	14 0
21 50	10	055	1	073	2	085	2	101	3	122	3	135	4	9 50	10
40	20	053	2	071	2	083	2	098	3	118	4	131	4	40	20
30	30	051	2	068	3	080	3	095	3	114	4	127	4	30	30
20	40	050	1	066	2	077	3	092	3	111	3	123	4	20	40
21 10	50	048	2	064	2	074	3	088	4	106	5	118	5	9 10	50
21 0	3 0	0.046	2	0.061	3	0.071	3	0.085	3	0.102	4	0.113	5	9 0	15 0
20 50	10	044	2	058	3	068	3	081	4	097	5	108	5	8 50	10
40	20	042	2	056	2	065	3	077	4	093	4	103	5	40	20
30	30	039	3	053	3	061	4	073	4	088	5	097	6	30	30
20	40	037	2	050	3	058	3	069	4	083	5	092	5	20	40
20 10	50	035	2	046	4	054	4	064	5	078	5	086	6	8 10	50
20 0	4 0	0.032	3	0.043	3	0.050	4	0.060	4	0.072	6	0.080	6	8 0	16 0
19 50	10	030	2	040	3	047	3	055	5	067	5	074	6	7 50	10
40	20	027	3	037	3	043	4	051	4	061	6	068	6	40	20
30	30	025	2	033	4	039	4	046	5	055	6	061	7	30	30
20	40	022	3	030	3	035	4	041	5	049	6	055	6	20	40
19 10	50	019	3	026	4	030	5	036	5	043	6	048	7	7 10	50
19 0	5 0	0.017	2	0.022	4	0.026	4	0.031	5	0.037	6	0.041	7	7 0	17 0
18 50	10	014	3	019	3	022	4	026	5	031	6	035	6	6 50	10
40	20	011	3	015	4	018	4	021	5	025	6	028	7	40	20
30	30	009	2	011	4	013	5	016	5	019	6	021	7	30	30
20	40	006	3	008	3	009	4	010	6	013	6	014	7	20	40
18 10	50	003	3	004	4	004	5	005	5	006	7	007	7	6 10	50
18 0	6 0	0.000	3	0.000	4	0.000	4	0.000	5	0.000	6	0.000	7	6 0	18 0
+	+													—	—

Die Vorzeichen gelten für nördliche Deklination; für südliche Deklinationen sind die Vorzeichen umzukehren.

$$10 \cdot P'(\alpha) = A \cdot \Delta\,\alpha^m + B \cdot \Delta\,\delta'$$

38 a. Differenzielle Präzession in Rektaszension und Deklination.

1) $A = 10n \sin 1' \cos \alpha \operatorname{tang} \delta$ (Schluß)

α	δ	70°	Δ	72°	Δ	74°	Δ	76°	Δ	78°	Δ	80°	Δ	δ	α
+	+													—	—
$24^h\ 0^m$	$0^h\ 0^m$	0ˢ160	0	0ˢ179	0	0ˢ203	0	0ˢ234	1	0ˢ274	0	0ˢ331	1	$12^h\ 0^m$	$12\ 0^m$
23 50	10	160	0	179	0	203	0	233	0	274	1	330	1	11 50	10
40	20	160	1	179	1	203	2	233	1	273	1	329	1	40	20
30	30	159	1	178	1	201	1	232	2	272	2	328	2	30	30
20	40	158	2	177	2	200	2	230	2	270	2	326	3	20	40
23 10	50	156	1	175	2	198	2	228	2	268	3	323	4	11 10	50
23 0	1 0	0.155	2	0.173	2	0.196	2	0.226	3	0.265	4	0.319	4	11 0	13 0
22 50	10	153	2	171	2	194	3	223	3	261	3	315	4	10 50	10
40	20	151	3	169	3	191	3	220	4	258	5	311	6	40	20
30	30	148	3	166	3	188	4	216	4	253	4	305	5	30	30
20	40	145	3	163	4	184	4	212	5	249	6	300	7	20	40
22 10	50	142	3	159	4	180	4	207	4	243	5	293	7	10 10	50
22 0	2 0	0.139	4	0.155	4	0.176	5	0.203	6	0.238	7	0.286	7	10 0	14 0
21 50	10	135	4	151	4	171	4	197	5	231	6	279	8	9 50	10
40	20	131	4	147	5	167	6	192	7	225	8	271	9	40	20
30	30	127	4	142	5	161	5	185	6	217	7	262	9	30	30
20	40	123	5	137	5	156	6	179	7	210	8	253	9	20	40
21 10	50	118	5	132	5	150	6	172	7	202	8	244	10	9 10	50
21 0	3 0	0.113	5	0.127	6	0.144	7	0.165	7	0.194	9	0.234	11	9 0	15 0
20 50	10	108	5	121	6	137	6	158	8	185	9	223	10	8 50	10
40	20	103	6	115	6	131	7	150	8	176	9	213	12	40	20
30	30	097	5	109	6	124	7	142	8	167	10	201	11	30	30
20	40	092	6	103	7	117	8	134	8	157	10	190	12	20	40
20 10	50	086	6	096	6	109	7	126	9	147	10	178	13	8 10	50
20 0	4 0	0.080	6	0.090	7	0.102	8	0.117	9	0.137	10	0.165	12	8 0	16 0
19 50	10	074	6	083	7	094	8	108	9	127	11	153	13	7 50	10
40	20	068	7	076	7	086	8	099	10	116	11	140	14	40	20
30	30	061	6	069	8	078	8	089	9	105	11	126	13	30	30
20	40	055	7	061	7	070	9	080	10	094	12	113	14	20	40
19 10	50	048	7	054	8	061	8	070	9	082	11	099	13	7 10	50
19 0	5 0	0.041	6	0.046	7	0.053	9	0.061	10	0.071	12	0.086	14	7 0	17 0
18 50	10	035	7	039	8	044	9	051	10	059	11	072	15	6 50	10
40	20	028	7	031	8	035	9	041	10	048	12	057	14	40	20
30	30	021	7	023	7	026	8	031	11	036	12	043	14	30	30
20	40	014	7	016	8	018	9	020	10	024	12	029	15	20	40
18 10	50	007	7	008	8	009	9	010	10	012	12	014	14	6 10	50
18 0	6 0	0.000		0.000		0.000		0.000		0.000		0.000		6 0	18 0
+	+													—	—

Die Vorzeichen gelten für nördliche Deklination; für südliche Deklinationen sind die Vorzeichen umzukehren.

$$10 \cdot P'(\alpha) = A \cdot \Delta\,\alpha^m + B \cdot \Delta\,\delta'$$

38 a. Differenzielle Präzession in Rektaszension und Deklination.

2) $B = 10 \cdot \frac{1}{15}\, n \sin 1' \sin \alpha \sec^2 \delta$

α	δ	0°	Δ	8°	Δ	16°	Δ	24°	Δ	32°	Δ	40°	Δ	48°	Δ	δ	α
+	+															—	—
$12^h\ 0^m$	$0^h\ 0^m$	0^s000	0	0^s000	0	0^s000	0	0^s000	0	0^s000	0	0^s000	0	0^s000	0	$12^h\ 0^m$	$24^h\ 0^m$
11 50	10	000	0	000	0	000	0	000	0	000	0	000	1	000	1	10	23 50
40	20	000	0	000	0	000	1	000	1	000	1	001	0	001	0	20	40
30	30	000	1	000	1	001	0	001	0	001	0	001	0	001	1	30	30
20	40	001	0	001	0	001	0	001	0	001	0	001	0	002	0	40	20
11 10	50	001	0	001	0	001	0	001	0	001	0	001	1	002	0	50	23 10
11 0	1 0	0,001	0	0.001	0	0.001	0	0.001	0	0.001	1	0.002	0	0.002	1	13 0	23 0
10 50	10	001	0	001	0	001	0	001	1	002	0	002	0	003	0	10	22 50
40	20	001	0	001	0	001	1	002	0	002	0	002	1	003	0	20	40
30	30	001	1	001	1	002	0	002	0	002	0	003	0	003	1	30	30
20	40	002	0	002	0	002	0	002	0	002	0	003	0	004	0	40	20
10 10	50	002	0	002	0	002	0	002	0	002	1	003	0	·004	0	50	22 10
10 0	2 0	0,002	0	0.002	0	0.002	0	0.002	0	0.003	0	0,003	1	0.004	1	14 0	22 0
9 50	10	002	0	002	0	002	0	002	1	003	0	004	0	005	0	10	21 50
40	20	002	0	002	0	002	1	003	0	003	0	004	0	005	0	20	40
30	30	002	0	002	1	003	0	003	0	003	0	004	0	005	1	30	30
20	40	002	1	003	0	003	0	003	0	003	1	004	0	006	0	40	20
9 10	50	003	0	003	0	003	0	003	0	004	0	004	1	006	0	50	21 10
9 0	3 0	0,003	0	0.003	0	0.003	0	0.003	0	0.004	0	0.005	0	0.006	0	15 0	21 0
8 50	10	003	0	003	0	003	0	003	1	004	0	005	0	006	1	10	20 50
40	20	003	0	003	0	003	0	004	0	004	0	005	0	007	0	20	40
30	30	003	0	003	0	003	0	004	0	004	0	005	0	007	0	30	30
20	40	003	0	003	0	003	1	004	0	004	1	005	1	007	0	40	20
8 10	50	003	0	003	0	004	0	004	0	005	0	006	0	007	1	50	20 10
8 0	4 0	0,003	0	0.003	0	0.004	0	0.004	0	0.005	0	0.006	0	0.008	0	16 0	20 0
7 50	10	003	1	003	1	004	0	004	0	005	0	006	0	008	0	10	19 50
40	20	004	0	004	0	004	0	004	0	005	0	006	0	008	0	20	40
30	30	004	0	004	0	004	0	004	0	005	0	006	0	008	0	30	30
20	40	004	0	004	0	004	0	004	0	005	0	006	0	008	0	40	20
7 10	50	004	0	004	0	004	0	004	0	005	0	006	0	008	0	50	19 10
7 0	5 0	0,004	0	0.004	0	0.004	0	0.004	1	0.005	0	0.006	1	0.008	0	17 0	19 0
6 50	10	004	0	004	0	004	0	005	0	005	0	007	0	008	1	10	18 50
40	20	004	0	004	0	004	0	005	0	005	0	007	0	009	0	20	40
30	30	004	0	004	0	004	0	005	0	005	0	007	0	009	0	30	30
20	40	004	0	004	0	004	0	005	0	005	0	007	0	009	0	40	20
6 10	50	004	0	004	0	004	0	005	0	005	0	007	0	009	0	50	18 10
6 0	6 0	0,004		0.004		0.004		0.005		0.005		0.007		0.009		18 0	18 0
+	+															—	—

$$10 \cdot P'(\alpha) = A \cdot \Delta \alpha^m + B \cdot \Delta \delta'$$

38 a. Differenzielle Präzession in Rektaszension und Deklination.

2) $B = 10 \cdot \frac{1}{15}\, n \sin 1' \sin \alpha \sec^2 \delta$ (Fortsetzung)

α	δ	48°	56°	60°	64°	68°	70°	δ	α
+	+							—	—
$12^h\ 0^m$	$0^h\ 0^m$	0ˢ000	0ˢ000	0ˢ000	0ˢ000	0ˢ000	0ˢ000	$12^h\ 0^m$	$24^h\ 0^m$
		0	1	1	1	1	1		
11 50	10	000	001	001	001	001	001	10	23 50
		1	0	0	1	1	2		
40	20	001	001	001	002	002	003	20	40
		0	1	1	1	2	1		
30	30	001	002	002	003	004	004	30	30
		1	0	1	1	1	2		
20	40	002	002	003	004	005	006	40	20
		0	1	0	0	1	1		
11 10	50	002	003	003	004	006	007	50	23 10
		0	0	1	1	1	2		
11 0	1 0	0.002	0.003	0.004	0.005	0.007	0.009	13 0	23 0
		1	1	1	1	1	1		
10 50	10	003	004	005	006	008	010	10	22 50
		0	0	0	1	1	1		
40	20	003	004	005	007	009	011	20	40
		0	1	1	1	2	2		
30	30	003	005	006	008	011	013	30	30
		1	0	1	1	1	1		
20	40	004	005	007	009	012	014	40	20
		0	1	0	0	1	1		
10 10	50	004	006	007	009	013	015	50	22 10
		0	0	1	1	1	2		
10 0	2 0	0.004	0.006	0.008	0.010	0.014	0.017	14 0	22 0
		1	1	0	1	1	1		
9 50	10	005	007	008	011	015	018	10	21 50
		0	0	1	1	1	1		
40	20	005	007	009	012	016	019	20	40
		0	1	0	0	1	1		
30	30	005	008	009	012	017	020	30	30
		1	0	1	1	1	1		
20	40	006	008	010	013	018	021	40	20
		0	0	0	1	1	1		
9 10	50	006	008	010	014	019	022	50	21 10
		0	1	1	0	1	1		
9 0	3 0	0.006	0.009	0.011	0.014	0.020	0.023	15 0	21 0
		0	0	0	1	0	1		
8 50	10	006	009	011	015	020	024	10	20 50
		1	1	1	0	1	1		
40	20	007	010	012	015	021	025	20	40
		0	0	0	1	1	1		
30	30	007	010	012	016	022	026	30	30
		0	0	1	1	1	1		
20	40	007	010	013	017	023	027	40	20
		0	1	0	0	0	1		
8 10	50	007	011	013	017	023	028	50	20 10
		1	0	0	1	1	1		
8 0	4 0	0.008	0.011	0.013	0.018	0.024	0.029	16 0	20 0
		0	0	1	0	1	0		
7 50	10	008	011	014	018	025	029	10	19 50
		0	0	0	0	0	1		
40	20	008	011	014	018	025	030	20	40
		0	0	0	1	1	1		
30	30	008	011	014	019	026	031	30	30
		0	1	1	0	0	0		
20	40	008	012	015	019	026	031	40	20
		0	0	0	0	0	1		
7 10	50	008	012	015	019	026	032	50	19 10
		0	0	0	1	1	0		
7 0	5 0	0.008	0.012	0.015	0.020	0.027	0.032	17 0	19 0
		0	0	0	0	0	0		
6 50	10	008	012	015	020	027	032	10	18 50
		1	0	0	0	0	1		
40	20	009	012	015	020	027	033	20	40
		0	0	0	0	0	0		
30	30	009	012	015	020	027	033	30	30
		0	0	0	0	1	0		
20	40	009	012	015	020	028	033	40	20
		0	0	0	0	0	0		
6 10	50	009	012	015	020	028	033	50	18 10
		0	0	0	0	0	0		
6 0	6 0	0.009	0.012	0.015	0.020	0.028	0.033	18 0	18 0
+	+							—	—

$$10 \cdot P'(\alpha) = A \cdot \Delta\, \alpha^m + B \cdot \Delta\, \delta'$$

38a. Differenzielle Präzession in Rektaszension und Deklination.

2) $B = 10 \cdot \frac{1}{15} n \sin 1' \sin \alpha \sec^2 \delta$ (Schluß)

α	δ	70°	Δ	72°	Δ	74°	Δ	76°	Δ	78°	Δ	80°	Δ	δ	α
+	+													—	—
$12^h\ 0^m$	$0^h\ 0^m$	0ˢ000		0ˢ000		0ˢ000		0ˢ000		0ˢ000		0ˢ000		$12^h\ 0^m$	$24^h\ 0^m$
11 50	10	001	1	002	2	002	2	003	3	004	4	006	6	10	23 50
40	20	003	2	004	2	004	2	006	3	008	4	011	5	20	40
30	30	004	1	005	1	007	3	009	3	012	4	017	6	30	30
20	40	006	2	007	2	009	2	012	3	016	4	022	5	40	20
11 10	50	007	1	009	2	011	2	014	2	019	3	028	6	50	23 10
			2		2		2		3		4		5		
11 0	1 0	0.009		0.011		0.013		0.017		0.023		0.033		13 0	23 0
10 50	10	010	1	012	1	015	2	020	3	027	4	039	6	10	22 50
40	20	011	1	014	2	017	2	023	3	031	4	044	5	20	40
30	30	013	2	016	2	020	3	025	2	034	3	049	5	30	30
20	40	014	1	017	1	022	2	028	3	038	4	054	5	40	20
10 10	50	015	1	019	2	024	2	031	3	042	4	059	5	50	22 10
			2		1		2		2		3		5		
10 0	2 0	0.017		0.020		0.026		0.033		0.045		0.064		14 0	22 0
9 50	10	018	1	022	2	027	1	036	3	048	3	069	5	10	21 50
40	20	019	1	023	1	029	2	038	2	052	4	074	5	20	40
30	30	020	1	025	2	031	2	040	2	055	3	078	4	30	30
20	40	021	1	026	1	033	2	043	3	058	3	083	5	40	20
9 10	50	022	1	027	1	035	2	045	2	061	3	087	4	50	21 10
			1		2		1		2		3		4		
9 0	3 0	0.023		0.029		0.036		0.047		0.064		0.091		15 0	21 0
8 50	10	024	1	030	1	038	2	049	2	066	2	095	4	10	20 50
40	20	025	1	031	1	039	1	051	2	069	3	099	4	20	40
30	30	026	1	032	1	041	2	053	2	071	2	102	3	30	30
20	40	027	1	033	1	042	1	054	1	074	3	106	4	40	20
8 10	50	028	1	034	1	043	1	056	2	076	2	109	3	50	20 10
			1		1		1		2		2		3		
8 0	4 0	0.029		0.035		0.044		0.058		0.078		0.112		16 0	20 0
7 50	10	029	0	036	1	045	1	059	1	080	2	114	2	10	19 50
40	20	030	1	037	1	046	1	060	1	082	2	117	3	20	40
30	30	031	1	038	1	047	1	061	1	083	1	119	2	30	30
20	40	031	0	038	0	048	1	062	1	085	2	121	2	40	20
7 10	50	032	1	039	1	049	1	063	1	086	1	123	2	50	19 10
			0		0		0		1		1		2		
7 0	5 0	0.032		0.039		0.049		0.064		0.087		0.125		17 0	19 0
6 50	10	032	0	040	1	050	1	065	1	088	1	126	1	10	18 50
40	20	033	1	040	0	050	0	065	0	089	1	127	1	20	40
30	30	033	0	040	0	051	1	066	1	089	0	128	1	30	30
20	40	033	0	041	1	051	0	066	0	090	1	128	0	40	20
6 10	50	033	0	041	0	051	0	066	0	090	0	129	1	50	18 10
			0		0		0		0		0		0		
6 0	6 0	0.033		0.041		0.051		0.066		0.090		0.129		18 0	18 0
+	+													—	—

$$10 \cdot P'(\alpha) = A \cdot \Delta \alpha^m + B \cdot \Delta \delta'$$

38 a. Differenzielle Präzession in Rektaszension und Deklination.

3) $C = -10 \cdot 15\,n \sin 1' \sin \alpha$

α	α		C	Diff.		α	α
$12^h\ 0^m$	$0^h\ 0^m$	—	0″000	38	+	$12^h\ 0^m$	$24^h\ 0^m$
11 50	10		038	38		10	23 50
40	20		076	38		20	40
30	30		114	38		30	30
20	40		152	37		40	20
11 10	50		189	37		50	23 10
11 0	1 0	—	0.226	37	+	13 0	23 0
10 50	10		263	36		10	22 50
40	20		299	36		20	40
30	30		335	35		30	30
20	40		370	34		40	20
10 10	50		404	33		50	22 10
10 0	2 0	—	0.437	33	+	14 0	22 0
9 50	10		470	32		10	21 50
40	20		502	31		20	40
30	30		533	29		30	30
20	40		562	29		40	20
9 10	50		591	27		50	21 10
9 0	3 0	—	0.618	27	+	15 0	21 0
8 50	10		645	25		10	20 50
40	20		670	24		20	40
30	30		694	22		30	30
20	40		716	21		40	20
8 10	50		737	20		50	20 10
8 0	4 0	—	0.757	19	+	16 0	20 0
7 50	10		776	17		10	19 50
40	20		793	15		20	40
30	30		808	14		30	30
20	40		822	12		40	20
7 10	50		834	11		50	19 10
7 0	5 0	—	0.845	9	+	17 0	19 0
6 50	10		854	7		10	18 50
40	20		861	6		20	40
30	30		867	4		30	30
20	40		871	3		40	20
6 10	50		874	1		50	18 10
6 0	6 0	—	0.875		+	18 0	18 0

$$10 \cdot P'(\delta) = C \cdot \Delta\alpha^m$$

38 b. Zehnjährige Präzession in Positionswinkel.

$10 \cdot P'(p) = 10\, n \sin \alpha \sec \delta$

α	δ	0°	8°	16°	24°	32°	40°	48°	δ	α
+	+								—	—
12h 0m	0h 0m	0°00	0°00	0°00	0°00	0°00	0°00	0°00	12h 0m	24h 0m
		15	15	15	16	17	19	22		
11 50	10	0.15	0.15	0.15	0.16	0.17	0.19	0.22	10	23 50
		14	14	15	16	17	19	22		
40	20	0.29	0.29	0.30	0.32	0.34	0.38	0.44	20	40
		15	15	15	16	17	19	22		
30	30	0.44	0.44	0.45	0.48	0.51	0.57	0.66	30	30
		14	15	15	16	17	19	21		
20	40	0.58	0.59	0.60	0.64	0.68	0.76	0.87	40	20
		15	14	15	16	17	19	21		
11 10	50	0.73	0.73	0.75	0.80	0.85	0.95	1.08	50	23 10
		14	14	15	15	17	18	21		
11 0	1 0	0.87	0.87	0.90	0.95	1.02	1.13	1.29	13 0	23 0
		14	14	15	15	17	18	21		
10 50	10	1.01	1.01	1.05	1.10	1.19	1.31	1.50	10	22 50
		13	14	14	15	16	18	21		
40	20	1.14	1.15	1.19	1.25	1.35	1.49	1.71	20	40
		14	14	14	15	16	18	20		
30	30	1.28	1.29	1.33	1.40	1.51	1.67	1.91	30	30
		13	14	14	15	15	17	20		
20	40	1.41	1.43	1.47	1.55	1.66	1.84	2.11	40	20
		13	13	14	14	16	17	20		
10 10	50	1.54	1.56	1.61	1.69	1.82	2.01	2.31	50	22 10
		13	13	13	14	15	17	19		
10 0	2 0	1.67	1.69	1.74	1.83	1.97	2.18	2.50	14 0	22 0
		13	13	13	14	15	16	18		
9 50	10	1.80	1.82	1.87	1.97	2.12	2.34	2.68	10	21 50
		12	12	12	13	14	16	18		
40	20	1.92	1.94	1.99	2.10	2.26	2.50	2.86	20	40
		12	12	12	13	14	15	18		
30	30	2.04	2.06	2.11	2.23	2.40	2.65	3.04	30	30
		11	11	12	12	13	15	17		
20	40	2.15	2.17	2.23	2.35	2.53	2.80	3.21	40	20
		11	11	12	12	13	14	16		
9 10	50	2.26	2.28	2.35	2.47	2.66	2.94	3.37	50	21 10
		10	11	11	12	13	14	16		
9 0	3 0	2.36	2.39	2.46	2.59	2.79	3.08	3.53	15 0	21 0
		10	10	10	11	12	13	15		
8 50	10	2.46	2.49	2.56	2.70	2.91	3.21	3.68	10	20 50
		10	9	10	10	11	13	14		
40	20	2.56	2.58	2.66	2.80	3.02	3.34	3.82	20	40
		9	9	10	10	11	12	14		
30	30	2.65	2.67	2.76	2.90	3.13	3.46	3.96	30	30
		9	9	9	10	10	11	13		
20	40	2.74	2.76	2.85	3.00	3.23	3.57	4.09	40	20
		8	8	8	9	9	11	12		
8 10	50	2.82	2.84	2.93	3.09	3.32	3.68	4.21	50	20 10
		7	8	8	8	9	10	11		
8 0	4 0	2.89	2.92	3.01	3.17	3.41	3.78	4.32	16 0	20 0
		7	7	7	7	8	9	10		
7 50	10	2.96	2.99	3.08	3.24	3.49	3.87	4.42	10	19 50
		7	7	7	7	8	8	10		
40	20	3.03	3.06	3.15	3.31	3.57	3.95	4.52	20	40
		6	6	6	7	7	8	9		
30	30	3.09	3.12	3.21	3.38	3.64	4.03	4.61	30	30
		5	5	6	6	6	7	8		
20	40	3.14	3.17	3.27	3.44	3.70	4.10	4.69	40	20
		5	5	5	5	6	6	7		
7 10	50	3.19	3.22	3.32	3.49	3.76	4.16	4.76	50	19 10
		4	4	4	4	5	5	6		
7 0	5 0	3.23	3.26	3.36	3.53	3.81	4.21	4.82	17 0	19 0
		3	3	3	4	4	4	5		
6 50	10	3.26	3.29	3.39	3.57	3.85	4.25	4.87	10	18 50
		3	3	3	3	3	4	5		
40	20	3.29	3.32	3.42	3.60	3.88	4.29	4.92	20	40
		2	2	2	2	2	3	3		
30	30	3.31	3.34	3.44	3.62	3.90	4.32	4.95	30	30
		2	2	2	2	2	2	2		
20	40	3.33	3.36	3.46	3.64	3.92	4.34	4.97	40	20
		1	1	1	1	1	1	1		
6 10	50	3.34	3.37	3.47	3.65	3.93	4.35	4.98	50	18 10
		0	0	1	1	1	1	1		
6 0	6 0	3.34	3.37	3.48	3.66	3.94	4.36	4.99	18 0	18 0
+	+								—	—

38b. Zehnjährige Präzession in Positionswinkel (Fortsetzung).

$10 \cdot P'(p) = 10\, n \sin \alpha \sec \delta$

α \ δ		48°		56°		60°		64°		68°		70°		δ / α	
+	+													—	—
12h 0m	0h 0m	0!00	22	0!00	26	0!00	29	0!00	33	0!00	39	0!00	43	12h 0m	24h 0m
11 50	10	0.22	22	0.26	26	0.29	29	0.33	33	0.39	39	0.43	42	10	23 50
40	20	0.44	22	0.52	26	0.58	29	0.66	33	0.78	39	0.85	43	20	40
30	30	0.66	21	0.78	26	0.87	29	0.99	33	1.17	38	1.28	42	30	30
20	40	0.87	21	1.04	26	1.16	29	1.32	33	1.55	38	1.70	42	40	20
11 10	50	1.08		1.30		1.45		1.65		1.93		2.12		50	23 10
			21		25		28		32		38		41		
11 0	1 0	1.29	21	1.55	25	1.73	28	1.97	32	2.31	37	2.53	41	13 0	23 0
10 50	10	1.50	21	1.80	24	2.01	28	2.29	32	2.68	37	2.94	40	10	22 50
40	20	1.71	20	2.04	24	2.29	27	2.61	31	3.05	36	3.34	40	20	40
30	30	1.91	20	2.28	24	2.56	26	2.92	30	3.41	36	3.74	39	30	30
20	40	2.11	20	2.52	24	2.82	26	3.22	30	3.77	35	4.13	38	40	20
10 10	50	2.31		2.76		3.08		3.52		4.12		4.51		50	22 10
			19		23		26		29		34		37		
10 0	2 0	2.50	18	2.99	22	3.34	25	3.81	28	4.46	34	4.88	37	14 0	22 0
9 50	10	2.68	18	3.21	22	3.59	24	4.09	28	4.80	32	5.25	35	10	21 50
40	20	2.86	18	3.43	21	3.83	23	4.37	27	5.12	31	5.60	35	20	40
30	30	3.04	17	3.64	20	4.06	23	4.64	26	5.43	30	5.95	33	30	30
20	40	3.21	16	3.84	19	4.29	22	4.90	25	5.73	30	6.28	32	40	20
9 10	50	3.37		4.03		4.51		5.15		6.03		6.60		50	21 10
			16		19		21		24		28		31		
9 0	3 0	3.53	15	4.22	18	4.72	20	5.39	23	6.31	27	6.91	29	15 0	21 0
8 50	10	3.68	14	4.40	18	4.92	20	5.62	22	6.58	25	7.20	28	10	20 50
40	20	3.82	14	4.58	16	5.12	18	5.84	21	6.83	25	7.48	27	20	40
30	30	3.96	13	4.74	15	5.30	17	6.05	19	7.08	23	7.75	25	30	30
20	40	4.09	12	4.89	14	5.47	16	6.24	19	7.31	21	8.00	24	40	20
8 10	50	4.21		5.03		5.63		6.43		7.52		8.24		50	20 10
			11		14		16		17		20		22		
8 0	4 0	4.32	10	5.17	12	5.79	14	6.60	16	7.72	19	8.46	20	16 0	20 0
7 50	10	4.42	10	5.29	12	5.93	13	6.76	15	7.91	17	8.66	19	10	19 50
40	20	4.52	9	5.41	10	6.06	12	6.91	13	8.08	16	8.85	17	20	40
30	30	4.61	8	5.51	10	6.18	10	7.04	12	8.24	14	9.02	16	30	30
20	40	4.69	7	5.61	8	6.28	9	7 16	11	8.38	12	9.18	13	40	20
7 10	50	4.76		5.69		6.37		7.27		8.50		9.31		50	19 10
			6		8		8		9		11		12		
7 0	5 0	4.82	5	5.77	6	6.45	7	7.36	8	8.61	9	9.43	10	17 0	19 0
6 50	10	4.87	5	5.83	5	6.52	6	7.44	7	8.70	8	9.53	9	10	18 50
40	20	4.92	3	5.88	4	6.58	5	7.51	5	8.78	6	9.62	6	20	40
30	30	4.95	2	5.92	3	6.63	3	7.56	3	8.84	4	9.68	5	30	30
20	40	4.97	1	5.95	1	6.66	2	7.59	2	8.88	3	9.73	3	40	20
6 10	50	4.98		5.96		6.68		7.61		8.91		9.76		50	18 10
			1		1		0		1		1		1		
6 0	6 0	4.99		5.97		6.68		7.62		8.92		9.77		18 0	18 0
+	+													—	—

38 b. Zehnjährige Präzession in Positionswinkel (Schluß).

$10 \cdot P'(p) = 10\, n \sin \alpha \sec \delta$

α	δ	70°	72°	74°	76°	78°	80°	δ	α
+	+							—	—
$12^h\ 0^m$	$0^h\ 0^m$	0′00	0′00	0′00	0′00	0′00	0′00	$12^h\ 0^m$	$24\ 0^m$
11 50	10	0.43 43	0.47 47	0.53 53	0.60 60	0.70 70	0.84 84	10	23 50
40	20	0.85 42	0.94 47	1.06 53	1.20 60	1.40 70	1.68 84	20	40
30	30	1.28 43	1.41 47	1.58 52	1.80 60	2.10 70	2.51 83	30	30
20	40	1.70 42	1.88 47	2.10 52	2.40 60	2.79 69	3.34 83	40	20
11 10	50	2.12 42	2.34 46	2.62 52	2.99 59	3.48 69	4.16 82	50	23 10
		41	46	52	58	68	82		
11 0	1 0	2.53	2.80	3.14	3.57	4.16	4.98	13 0	23 0
10 50	10	2.94 41	3.25 45	3.65 51	4.15 58	4.84 68	5.79 81	10	22 50
40	20	3.34 40	3.70 45	4.15 50	4.72 57	5.50 66	6.58 79	20	40
30	30	3.74 40	4.14 44	4.64 49	5.28 56	6.15 65	7.36 78	30	30
20	40	4.13 39	4.57 43	5.12 48	5.84 56	6.79 64	8.13 77	40	20
10 10	50	4.51 38	5.00 43	5.59 47	6.38 54	7.42 63	8.88 75	50	22 10
		37	41	47	52	61	74		
10 0	2 0	4.88	5.41	6.06	6.90	8.03	9.62	14 0	22 0
9 50	10	5.25 37	5.81 40	6.51 45	7.42 52	8.63 60	10.33 71	10	21 50
40	20	5.60 35	6.20 39	6.95 44	7.92 50	9.22 59	11.03 70	20	40
30	30	5.95 35	6.58 38	7.38 43	8.41 49	9.78 56	11.71 68	30	30
20	40	6.28 33	6.95 37	7.79 41	8.88 47	10.33 55	12.37 66	40	20
9 10	50	6.60 32	7.30 35	8.19 40	9.33 45	10.85 52	13.00 63	50	21 10
		31	34	38	43	51	60		
9 0	3 0	6.91	7.64	8.57	9.76	11.36	13.60	15 0	21 0
8 50	10	7.20 29	7.97 33	8.93 36	10.18 42	11.85 49	14.18 58	10	20 50
40	20	7.48 28	8.28 31	9.28 35	10.58 40	12.31 46	14.74 56	20	40
30	30	7.75 27	8.58 30	9.61 33	10.96 38	12.75 44	15.27 53	30	30
20	40	8.00 25	8.86 28	9.93 32	11.31 35	13.16 41	15.76 49	40	20
8 10	50	8.24 24	9.12 26	10.23 30	11.65 34	13.55 39	16.23 47	50	20 10
		22	24	27	31	37	43		
8 0	4 0	8.46	9.36	10.50	11.96	13.92	16.66	16 0	20 0
7 50	10	8.66 20	9.59 23	10.75 25	12.25 29	14.25 33	17.07 41	10	19 50
40	20	8.85 19	9.80 21	10.98 23	12.52 27	14.56 31	17.44 37	20	40
30	30	9.02 17	9.99 19	11.20 22	12.76 24	14.84 28	17.78 34	30	30
20	40	9.18 16	10.16 17	11.39 19	12.98 22	15.10 26	18.08 30	40	20
7 10	50	9.31 13	10.31 15	11.56 17	13.17 19	15.32 22	18.35 27	50	19 10
		12	13	15	17	20	23		
7 0	5 0	9.43	10.44	11.71	13.34	15.52	18.58	17 0	19 0
6 50	10	9.53 10	10.55 11	11.84 13	13.48 14	15.68 16	18.78 20	10	18 50
40	20	9.62 9	10.65 10	11.94 10	13.60 12	15.82 14	18.94 16	20	40
30	30	9.68 6	10.72 7	12.02 8	13.69 9	15.93 11	19.07 13	30	30
20	40	9.73 5	10.77 5	12.08 6	13.76 7	16.01 8	19.17 10	40	20
6 10	50	9.76 3	10.80 3	12.11 3	13.80 4	16.06 5	19.22 5	50	18 10
		1	1	1	1	1	2		
6 0	6 0	9.77	10.81	12.12	13.81	16.07	19.24	18 0	18 0
+	+							—	—

39. Aberration in Positionswinkel.

Tafelgröße K — Einheit 0°.01

Datum / AR	Jan. 1	Febr 1	März 1	Apr. 1	Mai 1	Juni 1	Juli 1	Datum / AR
0^h	+ 6	+ 21	+ 30	+ 31	+ 24	+ 11	− 5	12^h
1	− 3	+ 13	+ 26	+ 31	+ 29	+ 19	+ 4	13
2	− 12	+ 5	+ 20	+ 30	+ 32	+ 25	+ 13	14
3	− 20	− 3	+ 13	+ 26	+ 32	+ 30	+ 20	15
4	− 26	− 11	+ 5	+ 21	+ 31	+ 33	+ 27	16
5	− 31	− 19	− 3	+ 14	+ 28	+ 34	+ 31	17
6	− 33	− 25	− 11	+ 6	+ 22	+ 32	+ 34	18
7	− 34	− 30	− 19	− 2	+ 15	+ 28	+ 34	19
8	− 32	− 32	− 25	− 10	+ 7	+ 23	+ 32	20
9	− 28	− 32	− 29	− 17	− 1	+ 15	+ 27	21
10	− 22	− 31	− 31	− 23	− 10	+ 7	+ 21	22
11	− 14	− 27	− 31	− 28	− 17	− 2	+ 13	23
12	− 6	− 21	− 30	− 31	− 24	− 11	+ 5	24

Datum / AR	Juli 1	Aug. 1	Sept. 1	Okt. 1	Nov. 1	Dez. 1	Dez. 32	Datum / AR
0^h	− 5	− 20	− 29	− 31	− 24	− 11	+ 5	12^h
1	+ 4	− 12	− 25	− 31	− 29	− 19	− 3	13
2	+ 13	− 3	− 19	− 29	− 32	− 26	− 12	14
3	+ 20	+ 5	− 11	− 25	− 32	− 30	− 20	15
4	+ 27	+ 13	− 3	− 19	− 31	− 33	− 26	16
5	+ 31	+ 21	+ 5	− 12	− 27	− 34	− 31	17
6	+ 34	+ 27	+ 13	− 4	− 21	− 32	− 34	18
7	+ 34	+ 31	+ 20	+ 4	− 14	− 28	− 34	19
8	+ 32	+ 33	+ 25	+ 12	− 6	− 22	− 32	20
9	+ 27	+ 33	+ 30	+ 19	+ 2	− 14	− 28	21
10	+ 21	+ 30	+ 32	+ 25	+ 11	− 6	− 22	22
11	+ 13	+ 26	+ 31	+ 29	+ 18	+ 3	− 14	23
12	+ 5	+ 20	+ 29	+ 31	+ 24	+ 11	− 5	24

Mit dem rechts stehenden Argument AR von 12^h—24^h sind die Vorzeichen der Tafel umzukehren.

Aberration in PW = K · tang δ

δ	tang δ
0°	0.00
± 4	± 0.07
8	0.14
12	0.21
16	0.29
± 20	± 0.36
24	0.45
28	0.53
32	0.62
36	0.73
± 40	± 0.84
44	0.97
48	1.11
52	1.28
56	1.48
± 60	± 1.73
64	2.05
68	2.48
72	3.08
76	4.01
± 80	± 5.67

39. Aberration in Distanz.

Tafelgröße L — Einheit $0\overset{''}{.}01$

AR / Datum	0^h	2^h	4^h	6^h	8^h	10^h	12^h	14^h	16^h	18^h	20^h	22^h	24^h	AR / Datum
							$\delta = 0^\circ$							
Jan. 1	−10	−9	−6	−2	+3	+8	+10	+9	+6	+2	−3	−8	−10	Jan. 1
Febr. 1	−7	−9	−9	−6	−2	+3	+7	+9	+9	+6	+2	−3	−7	Febr. 1
März 1	−3	−7	−9	−9	−6	−1	+3	+7	+9	+9	+6	+1	−3	März 1
Apr. 1	+2	−3	−7	−9	−9	−6	−2	+3	+7	+9	+9	+6	+2	Apr. 1
Mai 1	+6	+2	−3	−7	−9	−9	−6	−2	+3	+7	+9	+9	+6	Mai 1
Juni 1	+9	+7	+2	−3	−7	−10	−9	−7	−2	+3	+7	+10	+9	Juni 1
Juli 1	+10	+9	+6	+1	−4	−8	−10	−9	−6	−1	+4	+8	+10	Juli 1
Aug. 1	+8	+9	+9	+6	+1	−4	−8	−9	−9	−6	−1	+4	+8	Aug. 1
Sept. 1	+4	+7	+9	+8	+5	+1	−4	−7	−9	−8	−5	−1	+4	Sept. 1
Okt. 1	−1	+3	+7	+9	+8	+6	+1	−3	−7	−9	−8	−6	−1	Okt. 1
Nov. 1	−6	−2	+3	+7	+9	+9	+6	+2	−3	−7	−9	−9	−6	Nov. 1
Dez. 1	−9	−6	−2	+3	+7	+10	+9	+6	+2	−3	−7	−10	−9	Dez. 1
„ 32	−10	−9	−6	−2	+3	+8	+10	+9	+6	+2	−3	−8	−10	„ 32
							$\delta = +20^\circ$							
Jan 1	−9	−9	−6	−2	+3	+7	+9	+8	+6	+1	−3	−8	−9	Jan. 1
Febr. 1	−8	−10	−9	−7	−2	+2	+6	+7	+7	+5	0	−5	−8	Febr. 1
März 1	−4	−8	−10	−9	−7	−3	+2	+5	+7	+7	+4	−1	−4	März 1
Apr. 1	0	−4	−8	−10	−9	−7	−3	0	+5	+7	+7	+4	0	Apr. 1
Mai 1	+5	+1	−4	−7	−10	−9	−7	−4	+2	+5	+8	+7	+5	Mai 1
Juni 1	+8	+6	+1	−3	−7	−9	−9	−7	−2	+3	+6	+8	+8	Juni 1
Juli 1	+9	+9	+6	+2	−3	−7	−9	−8	−5	−1	+4	+8	+9	Juli 1
Aug. 1	+8	+10	+9	+6	+2	−3	−6	−8	−7	−4	0	+5	+8	Aug. 1
Sept. 1	+5	+8	+10	+9	+6	+2	−2	−5	−7	−7	−4	+1	+5	Sept. 1
Okt. 1	0	+4	+8	+10	+9	+7	+2	−1	−5	−7	−7	−3	0	Okt. 1
Nov. 1	−5	−1	+4	+8	+10	+9	+7	+3	−2	−6	−8	−7	−5	Nov. 1
Dez. 1	−8	−5	−1	+4	+8	+10	+9	+7	+2	−3	−6	−8	−8	Dez. 1
„ 32	−9	−9	−6	−2	+3	+7	+9	+8	+6	+1	−3	−8	−9	„ 32
							$\delta = +40^\circ$							
Jan. 1	−8	−8	−5	−2	+2	+5	+7	+7	+4	+1	−3	−6	−8	Jan. 1
Febr. 1	−7	−9	−8	−6	−3	+1	+4	+5	+5	+3	0	−4	−7	Febr. 1
März 1	−5	−8	−9	−9	−7	−3	0	+3	+5	+4	+2	−1	−5	März 1
Apr. 1	−1	−5	−8	−9	−9	−7	−4	0	+3	+4	+4	+2	−1	Apr. 1
Mai 1	+3	0	−4	−7	−9	−9	−7	−4	0	+3	+5	+5	+3	Mai 1
Juni 1	+6	+4	+1	−3	−6	−8	−8	−6	−2	+1	+5	+6	+6	Juni 1
Juli 1	+8	+7	+5	+2	−2	−6	−7	−7	−4	−1	+3	+6	+8	Juli 1
Aug. 1	+7	+9	+8	+6	+2	−2	−4	−6	−5	−3	+1	+5	+7	Aug. 1
Sept. 1	+5	+8	+9	+9	+6	+3	0	−3	−5	−4	−2	+2	+5	Sept. 1
Okt. 1	+2	+5	+8	+9	+9	+7	+4	0	−3	−4	−4	−2	+2	Okt. 1
Nov. 1	−3	+1	+4	+7	+9	+9	+7	+3	0	−3	−5	−5	−3	Nov. 1
Dez. 1	−6	−4	0	+3	+7	+8	+8	+6	+2	−2	−5	−6	−6	Dez. 1
„ 32	−8	−8	−5	−2	+2	+5	+7	+7	+4	+1	−3	−6	−8	„ 32

Für südliche Deklinationen geht man mit AR $+ 12^h$ in die Tafel ein und kehrt das Vorzeichen um.

$$\text{Aberration in Distanz} = \frac{s}{1000} \cdot L$$

39. **Aberration in Distanz** (Schluß).

Tafelgröße L

Einheit 0″01

$\delta = +60^\circ$

Datum \ AR	0^h	2^h	4^h	6^h	8^h	10^h	12^h	14^h	16^h	18^h	20^h	22^h	24^h	AR / Datum
Jan. 1	−5	−5	−4	−1	+1	+3	+4	+4	+2	0	−2	−4	−5	Jan. 1
Febr. 1	−6	−7	−7	−5	−3	−1	+1	+2	+2	+1	−1	−4	−6	Febr. 1
März 1	−5	−7	−8	−7	−6	−4	−2	0	+1	+1	0	−2	−5	März 1
Apr. 1	−2	−5	−7	−8	−8	−6	−4	−2	0	+1	+1	0	−2	Apr. 1
Mai 1	+1	−2	−4	−6	−7	−7	−6	−4	−1	+1	+2	+2	+1	Mai 1
Juni 1	+3	+2	0	−3	−5	−6	−6	−4	−2	0	+2	+4	+3	Juni 1
Juli 1	+5	+5	+3	+1	−1	−3	−4	−4	−2	0	+2	+4	+5	Juli 1
Aug. 1	+6	+7	+6	+5	+3	0	−2	−3	−2	−1	+2	+4	+6	Aug. 1
Sept. 1	+5	+7	+8	+7	+6	+4	+1	−1	−1	−1	0	+3	+5	Sept. 1
Okt. 1	+3	+5	+7	+8	+8	+6	+4	+2	0	−1	−1	0	+3	Okt. 1
Nov. 1	0	+2	+4	+6	+7	+7	+6	+4	+1	−1	−2	−2	0	Nov. 1
Dez. 1	−3	−2	0	+3	+5	+6	+6	+4	+2	0	−2	−4	−3	Dez. 1
„ 32	−5	−5	−4	−1	+1	+3	+4	+4	+2	0	−2	−4	−5	„ 32

$\delta = +80^\circ$

Datum \ AR	0^h	2^h	4^h	6^h	8^h	10^h	12^h	14^h	16^h	18^h	20^h	22^h	24^h	AR / Datum
Jan. 1	−2	−2	−2	−1	0	+1	+1	+1	0	0	−1	−2	−2	Jan. 1
Febr. 1	−4	−4	−4	−4	−3	−2	−1	−1	−1	−1	−2	−3	−4	Febr. 1
März 1	−4	−5	−5	−5	−5	−4	−3	−2	−2	−2	−3	−3	−4	März 1
Apr. 1	−3	−4	−5	−5	−5	−5	−4	−3	−3	−2	−2	−3	−3	Apr. 1
Mai 1	−2	−3	−3	−4	−5	−5	−4	−3	−2	−2	−1	−1	−2	Mai 1
Juni 1	0	0	−1	−2	−3	−3	−3	−2	−2	−1	0	0	0	Juni 1
Juli 1	+2	+2	+2	+1	0	−1	−1	−1	−1	0	+1	+2	+2	Juli 1
Aug. 1	+4	+4	+4	+3	+3	+2	+1	+1	+1	+1	+2	+3	+4	Aug. 1
Sept. 1	+4	+5	+5	+5	+5	+4	+3	+2	+2	+2	+3	+4	+4	Sept. 1
Okt. 1	+4	+4	+5	+5	+5	+5	+4	+3	+3	+2	+2	+3	+4	Okt. 1
Nov. 1	+2	+3	+4	+4	+5	+5	+4	+3	+2	+2	+1	+2	+2	Nov. 1
Dez. 1	0	0	+1	+2	+3	+3	+3	+2	+2	+1	0	0	0	Dez. 1
„ 32	−2	−2	−2	−1	0	+1	+1	+1	0	0	−1	−2	−2	„ 32

$\delta = +90^\circ$

Datum		Datum
Jan. 1	−1	Jan. 1
Febr. 1	−3	Febr. 1
März 1	−4	März 1
Apr. 1	−4	Apr. 1
Mai 1	−3	Mai 1
Juni 1	−1	Juni 1
Juli 1	+1	Juli 1
Aug. 1	+2	Aug. 1
Sept. 1	+4	Sept. 1
Okt. 1	+4	Okt. 1
Nov. 1	+3	Nov. 1
Dez. 1	+2	Dez. 1
„ 32	−1	„ 32

Für südliche Deklinationen geht man mit AR $+ 12^h$ in die Tafel ein und kehrt das Vorzeichen um.

$$\text{Aberration in Distanz} = \frac{s}{1000} \cdot L$$

40. Ellipsoidische Erdfigur.

φ	$\varphi - \varphi'$		$\log \varrho$		Länge eines Grades im Meridian	Länge eines Grades im Parallel	$\log S$		$\log C$	
0°	0′ 0″.0		0.000 000		110 572^m	111 321^m	9.997 070		0.000 000	
1	0 24.2	24.2	9.999 999	1	110 573	111 304	071	1	000	0
2	0 48.4	24.2	998	1	110 574	111 253	072	1	002	2
3	1 12.5	24.1	996	2	110 575	111 169	074	2	004	2
4	1 36.5	24.0	993	3	110 578	111 051	078	4	007	3
		23.9		4				4		4
5	2 0.4		9.999 989		110 581	110 900	9.997 082		0.000 011	
6	2 24.2	23.8	984	5	110 584	110 715	087	5	016	5
7	2 47.7	23.5	978	6	110 589	110 496	092	5	022	6
8	3 11.1	23.4	972	6	110 594	110 244	099	7	028	6
9	3 34.3	23.2	965	7	110 599	109 959	106	7	036	8
		22.9		9				8		8
10	3 57.2		9.999 956		110 606	109 640	9.997 114		0.000 044	
11	4 19.8	22.6	947	9	110 613	109 289	124	10	053	9
12	4 42.1	22.3	937	10	110 620	108 904	134	10	063	10
13	5 4.0	21.9	927	10	110 629	108 486	144	10	074	11
14	5 25.6	21.6	915	12	110 638	108 035	156	12	086	12
		21.2		12				12		12
15	5 46.8		9.999 903		110 647	107 552	9.997 168		0.000 098	
16	6 7.6	20.8	890	13	110 657	107 036	181	13	111	13
17	6 27.9	20.3	876	14	110 668	106 487	195	14	125	14
18	6 47.8	19.9	861	15	110 679	105 906	210	15	139	14
19	7 7.2	19.4	846	15	110 690	105 293	225	15	155	16
		18.8		16				16		16
20	7 26.0		9.999 830		110 703	104 648	9.997 241		0.000 171	
21	7 44.3	18.3	813	17	110 716	103 972	258	17	188	17
22	8 2.1	17.8	796	17	110 729	103 263	276	18	205	17
23	8 19.2	17.1	778	18	110 743	102 524	294	18	223	18
24	8 35.8	16.6	760	18	110 757	101 753	312	18	242	19
		16.0		19				19		19
25	8 51.8		9.999 741		110 772	100 951	9.997 331		0.000 261	
26	9 7.0	15.2	721	20	110 787	100 119	351	20	281	20
27	9 21.7	14.7	701	20	110 802	99 256	372	21	301	20
28	9 35.6	13.9	680	21	110 818	98 363	393	21	322	21
29	9 48.9	13.3	658	22	110 835	97 440	414	21	343	21
		12.5		21				22		22
30	10 1.4		9.999 637		110 852	96 488	9.997 436		0.000 365	
31	10 13.3	11.9	614	23	110 869	95 506	458	22	388	23
32	10 24.3	11.0	592	22	110 886	94 494	481	23	410	22
33	10 34.6	10.3	569	23	110 904	93 454	504	23	433	23
34	10 44.2	9.6	545	24	110 922	92 386	528	24	457	24
		8.7		24				23		24
35	10 52.9		9.999 521		110 940	91 289	9.997 551		0.000 481	
36	11 0.9	8.0	497	24	110 959	90 165	575	24	505	24
37	11 8.1	7.2	473	24	110 977	89 013	600	25	529	24
38	11 14.4	6.3	448	25	110 996	87 834	624	24	554	25
39	11 20.0	5.6	423	25	111 015	86 628	649	25	579	25
		4.7		25				26		25
40	11 24.7		9.999 398		111 034	85 395	9.997 675		0.000 604	
41	11 28.6	3.9	373	25	111 054	84 136	700	25	629	25
42	11 31.6	3.0	348	25	111 073	82 852	725	25	655	26
43	11 33.8	2.2	322	26	111 093	81 542	751	26	680	25
44	11 35.2	1.4	297	25	111 112	80 207	776	25	706	26
		0.5		26				26		25
45	11 35.7		9.999 271		111 132	78 848	9.997 802		0.000 731	

$\varrho \sin \varphi' = S \cdot \sin \varphi \qquad \varrho \cos \varphi' = C \cdot \cos \varphi$

40. Ellipsoidische Erdfigur (Schluß).

φ	$\varphi - \varphi'$	Diff.	$\log \varrho$	Diff.	Länge eines Grades im Meridian	Länge eines Grades im Parallel	log S	Diff.	log C	Diff.
45°	11′ 35″.7	0.4	9.999 271	25	111 132ᵐ	78 848ᵐ	9.997 802	25	0.000 731	26
46	11 35.3	1.2	246	26	111 152	77 465	827	26	757	25
47	11 34.1	2.0	220	25	111 171	76 057	853	25	782	26
48	11 32.1	2.9	195	26	111 191	74 627	878	26	808	25
49	11 29.2	3.7	169	25	111 210	73 173	904	25	833	25
50	11 25.5	4.6	9.999 144	25	111 230	71 697	9.997 929	25	0.000 858	25
51	11 20.9	5.3	119	25	111 249	70 199	954	25	883	25
52	11 15.6	6.3	094	25	111 268	68 679	9.997 979	25	908	25
53	11 9.3	7.0	069	24	111 287	67 138	9.998 004	24	933	25
54	11 2.3	7.8	045	25	111 306	65 577	028	24	958	24
55	10 54.5	8.7	9.999 020	24	111 325	63 995	9.998 052	24	0.000 982	24
56	10 45.8	9.4	9.998 996	23	111 343	62 394	076	24	0.001 006	23
57	10 36.4	10.2	973	23	111 361	60 773	100	23	029	23
58	10 26.2	11.0	950	23	111 379	59 134	123	23	052	23
59	10 15.2	11.7	927	23	111 397	57 476	146	22	075	23
60	10 3.5	12.5	9.998 904	22	111 414	55 801	9.998 168	22	0.001 098	22
61	9 51.0	13.2	882	21	111 431	54 109	190	22	120	21
62	9 37.8	13.9	861	21	111 447	52 399	212	21	141	21
63	9 23.9	14.6	840	21	111 463	50 674	233	20	162	20
64	9 9.3	15.2	819	20	111 479	48 933	253	20	182	20
65	8 54.1	15.9	9.998 799	19	111 494	47 177	9.998 273	19	0.001 202	20
66	8 38.2	16.6	780	19	111 509	45 406	292	19	222	19
67	8 21.6	17.2	761	18	111 524	43 621	311	18	241	18
68	8 4.4	17.7	743	18	111 538	41 822	329	18	259	17
69	7 46.7	18.4	725	17	111 551	40 011	347	16	276	17
70	7 28.3	18.9	9.998 708	16	111 564	38 187	9.998 363	16	0.001 293	16
71	7 9.4	19.4	692	16	111 577	36 352	379	16	309	15
72	6 50.0	19.9	676	14	111 588	34 505	395	15	324	15
73	6 30.1	20.4	662	14	111 600	32 647	410	14	339	14
74	6 9.7	20.9	648	14	111 611	30 780	424	13	353	13
75	5 48.8	21.2	9.998 634	12	111 621	28 903	9.998 437	12	0.001 366	13
76	5 27.6	21.7	622	12	111 630	27 016	449	12	379	11
77	5 5.9	22.1	610	11	111 639	25 122	461	11	390	11
78	4 43.8	22.4	599	10	111 648	23 220	472	10	401	10
79	4 21.4	22.7	589	9	111 655	21 310	482	9	411	9
80	3 58.7	23.0	9.998 580	8	111 662	19 394	9.998 491	8	0.001 420	9
81	3 35.7	23.3	572	8	111 669	17 472	499	8	429	7
82	3 12.4	23.6	564	7	111 675	15 544	507	6	436	7
83	2 48.8	23.7	557	6	111 680	13 612	513	6	443	6
84	2 25.1	23.9	551	5	111 684	11 675	519	5	449	5
85	2 1.2	24.1	9.998 546	4	111 688	9 735	9.998 524	4	0.001 454	4
86	1 37.1	24.1	542	3	111 691	7 791	528	3	458	3
87	1 13.0	24.3	539	2	111 694	5 846	531	2	461	2
88	0 48.7	24.3	537	1	111 695	3 898	533	2	463	1
89	0 24.4	24.4	536	1	111 696	1 949	535	0	464	1
90	0 0.0		9.998 535		111 697	0	9.998 535		0.001 465	

$\varrho \sin \varphi' = S \cdot \sin \varphi \qquad \varrho \cos \varphi' = C \cdot \cos \varphi$

41. Tafeln zur sphäroidischen Übertragung.

1. Tafel für log i und log k.

φ	log i		log k		φ	log i		log k		φ	log i		log k	
40° 0′	1.3284	26	1.6277	26	47° 0′	1.4342	26	1.7339	25	54° 0′	1.5420	26	1.8420	26
10	3310	25	6303	25	10	4368	25	7364	26	10	5446	26	8446	27
20	3335	26	6328	26	20	4393	25	7390	25	20	5472	27	8473	27
30	3361	25	6354	26	30	4418	25	7415	25	30	5499	27	8500	26
40	3386	25	6380	25	40	4443	25	7440	26	40	5526	26	8526	27
50	3411		6405		50	4468		7466		50	5552		8553	
		26		25			26		25			27		27
41 0	1.3437	25	1.6430	26	48 0	1.4494	25	1.7491	25	55 0	1.5579	27	1.8580	26
10	3462	25	6456	25	10	4519	25	7516	26	10	5606	26	8606	27
20	3487	26	6481	26	20	4544	26	7542	25	20	5632	27	8633	27
30	3513	25	6507	25	30	4570	25	7567	25	30	5659	27	8660	27
40	3538	25	6532	25	40	4595	25	7592	26	40	5686	27	8687	27
50	3563		6557		50	4620		7618		50	5713		8714	
		25		26			25		25			27		28
42 0	1.3588	26	1.6583	25	49 0	1.4645	26	1.7643	25	56 0	1.5740	28	1.8742	27
10	3614	25	6608	25	10	4671	25	7668	26	10	5768	27	8769	27
20	3639	25	6633	26	20	4696	26	7694	26	20	5795	27	8796	27
30	3664	25	6659	25	30	4722	25	7720	25	30	5822	27	8823	28
40	3689	25	6684	25	40	4747	25	7745	26	40	5849	28	8851	27
50	3714		6709		50	4772		7771		50	5877		8878	
		26		25			26		25			27		28
43 0	1.3740	25	1.6734	26	50 0	1.4798	25	1.7796	26	57 0	1.5904	28	1.8906	27
10	3765	25	6760	25	10	4823	26	7822	25	10	5932	27	8933	28
20	3790	25	6785	25	20	4849	25	7847	26	20	5959	28	8961	28
30	3815	25	6810	25	30	4874	26	7873	26	30	5987	28	8989	28
40	3840	25	6835	25	40	4900	26	7899	25	40	6015	28	9017	28
50	3865		6860		50	4926		7924		50	6043		9045	
		25		26			25		26			27		28
44 0	1.3890	26	1.6886	25	51 0	1.4951	26	1.7950	26	58 0	1.6070	28	1.9073	28
10	3916	25	6911	25	10	4977	26	7976	26	10	6098	28	9101	28
20	3941	25	6936	25	20	5003	25	8002	25	20	6126	29	9129	28
30	3966	25	6961	25	30	5028	26	8027	26	30	6155	28	9157	28
40	3991	25	6986	26	40	5054	26	8053	26	40	6183	28	9185	29
50	4016		7012		50	5080		8079		50	6211		9214	
		25		25			26		26			29		28
45 0	1.4041	25	1.7037	25	52 0	1.5106	26	1.8105	26	59 0	1.6240	28	1.9242	29
10	4066	25	7062	25	10	5132	26	8131	26	10	6268	29	9271	29
20	4091	25	7087	25	20	5158	26	8157	26	20	6297	29	9300	28
30	4116	26	7112	26	30	5184	26	8183	26	30	6326	28	9328	29
40	4142	25	7138	25	40	5210	26	8209	27	40	6354	29	9357	29
50	4167		7163		50	5236		8236		50	6383		9386	
		25		25			26		26			29		29
46 0	1.4192	25	1.7188	25	53 0	1.5262	26	1.8262	26	60 0	1.6412		1.9415	
10	4217	25	7213	25	10	5288	26	8288	26					
20	4242	25	7238	26	20	5314	26	8314	26					
30	4267	25	7264	25	30	5340	27	8340	27					
40	4292	25	7289	25	40	5367	26	8367	26					
50	4317		7314		50	5393		8393						
		25		25			27		27					
47 0	1.4342		1.7339		54 0	1.5420		1.8420						

$u = s \cos A \qquad v = s \sin A$

$\varphi' - \varphi = u\,(1) - v^2\,i + \beta_1 + \beta_2$

$\varphi_m = \varphi + \dfrac{\varphi' - \varphi}{2}$

$l \cos \varphi = v\,(2) + v\,u\,k + \mu_1 + \mu_2$

$A' - A = 180^0 + l \sin \varphi_m$

Glied $(-v^2 i)$ ist stets negativ

41. **Tafeln zur sphäroidischen Übertragung** (Fortsetzung)

2. Tafel für β_1.

$\log v^2 u$	φ 40°	42°	44°	46°	48°	50°	52°	54°	56°	58°	60°	$\log v^2 u$
11.5	0″000	0″000	0″000	0″000	0″000	0″000	0″000	0″000	0″000	0″000	0″000	11.5
11.6	000	000	000	000	000	000	000	000	000	000	001	11.6
11.7	000	000	000	000	000	000	000	000	000	001	001	11.7
11.8	000	000	000	000	000	000	000	001	001	001	001	11.8
11.9	000	000	000	000	000	001	001	001	001	001	001	11.9
12.0	0.000	0.000	0.001	0.001	0.001	0.001	0.001	0.001	0.001	0.001	0.001	12.0
12.1	001	001	001	001	001	001	001	001	001	001	002	12.1
12.2	001	001	001	001	001	001	001	001	002	002	002	12.2
12.3	001	001	001	001	001	001	002	002	002	002	003	12.3
12.4	001	001	001	001	002	002	002	002	003	003	003	12.4
12.5	0.001	0.001	0.002	0.002	0.002	0.002	0.003	0.003	0.003	0.004	0.004	12.5
12.6	002	002	002	002	002	003	003	004	004	005	005	12.6
12.7	002	002	003	003	003	004	004	005	005	006	007	12.7
12.8	003	003	003	004	004	004	005	006	006	007	008	12.8
12.9	003	004	004	005	005	006	006	007	008	009	010	12.9
13.0	0.004	0.005	0.005	0.006	0.006	0.007	0.008	0.009	0.100	0.011	0.013	13.0
13.1	005	006	006	007	008	009	010	011	013	014	017	13.1
13.2	007	007	008	009	010	011	012	014	016	018	021	13.2

β_1 ist positiv für $90° < A < 270°$, negativ für $270° < A < 90°$

$$\varphi' - \varphi = u(1) - v^2 i + \beta_1 + \beta_2$$

3. Tafel für β_2.

$\log u^2$	φ 40°	42°	44°	46°	48°	50°	52°	54°	56°	58°	60°	$\log u^2$
7.0	0″000	0″000	0″000	0″000	0″000	0″000	0″000	0″000	0″000	0″000	0″000	7.0
7.2	000	000	000	000	000	000	000	000	000	000	000	7.2
7.4	001	001	001	001	001	001	001	001	001	001	001	7.4
7.6	001	001	001	001	001	001	001	001	001	001	001	7.6
7.8	002	002	002	002	002	002	002	002	001	001	001	7.8
8.0	0.003	0.003	0.003	0.003	0.003	0.003	0.003	0.003	0.003	0.002	0.002	8.0
8.1	003	003	003	003	003	003	003	003	003	003	003	8.1
8.2	004	004	004	004	004	004	004	004	004	004	003	8.2
8.3	005	005	005	005	005	005	005	005	005	005	004	8.3
8.4	006	006	006	006	006	006	006	006	006	006	006	8.4
8.50	0.008	0.008	0.008	0.008	0.008	0.008	0.008	0.008	0.008	0.007	0.007	8.50
8.55	009	009	009	009	009	009	009	009	009	008	008	8.55
8.60	010	010	010	010	010	010	010	010	009	009	009	8.60
8.65	011	011	011	011	011	011	011	011	011	010	010	8.65
8.70	013	013	013	013	013	013	012	012	012	011	011	8.70
8.75	0.014	0.014	0.014	0.014	0.014	0.014	0.014	0.014	0.013	0.013	0.012	8.75
8.80	016	016	016	016	016	016	016	015	015	014	014	8.80
8.85	018	018	018	018	018	018	018	017	017	016	016	8.85
8.90	020	020	020	020	020	020	020	019	019	018	018	8.90
8.95	022	023	023	023	023	023	022	022	021	021	020	8.95
9.00	0.025	0.025	0.026	0.026	0.025	0.025	0.025	0.024	0.024	0.023	0.022	9.00

β_2 ist stets negativ

$$\varphi' - \varphi = u(1) - v^2 i + \beta_1 + \beta_2$$

41. Tafeln zur sphäroidischen Übertragung (Schluß).

4. Tafel für μ_1.

$\log s^2 v$	φ 40°	42°	44°	46°	48°	50°	52°	54°	56°	58°	60°	$\log s^2 v$
11.0	0″000	0″000	0″000	0″000	0″000	0″000	0″000	0″000	0″000	0″000	0″000	11.0
11.2	000	000	000	000	000	000	000	000	000	000	000	11.2
11.4	000	000	000	000	000	000	000	001	001	001	001	11.4
11.6	000	000	000	000	000	001	001	001	001	001	001	11.6
11.8	001	001	001	001	001	001	001	001	001	002	002	11.8
12.0	0.001	0.001	0.001	0.001	0.001	0.001	0.002	0.002	0.002	0.002	0.003	12.0
12.1	001	001	001	001	002	002	002	002	003	003	003	12.1
12.2	001	001	002	002	002	002	003	003	003	004	004	12.2
12.3	002	002	002	002	003	003	003	004	004	005	005	12.3
12.4	002	002	003	003	003	003	004	004	005	006	007	12.4
12.5	0.003	0.003	0.003	0.004	0.004	0.004	0.005	0.006	0.006	0.007	0.008	12.5
12.6	003	004	004	004	005	006	006	007	008	009	010	12.6
12.7	004	005	005	006	006	007	008	009	010	011	013	12.7
12.8	005	006	006	007	008	009	010	011	013	014	017	12.8
12.9	007	007	008	009	010	011	012	014	016	018	021	12.9
13.0	0.008	0.009	0.010	0.011	0.012	0.014	0.016	0.018	0.020	0.023	0.026	13.0
13.1	010	011	013	014	016	018	020	022	025	029	033	13.1
13.2	013	014	016	018	020	022	025	028	032	036	042	13.2
13.3	016	018	020	022	025	028	032	035	040	046	052	13.3
13.4	021	023	025	028	031	035	040	045	050	057	066	13.4
13.5	0.026	0.029	0.032	0.035	0.039	0.044	0.050	0.056	0.063	0.072	0.083	13.5

μ_1 ist **positiv** für $0° < A < 180°$, **negativ** für $180° < A < 360°$

$$l \cos \varphi = v(2) + v\,u\,k + \mu_1 + \mu_2$$

5. Tafel für μ_2.

$\log v^3$	φ 40°	42°	44°	46°	48°	50°	52°	54°	56°	58°	60°	$\log v^3$
11.0	0″000	0″000	0″000	0″000	0″000	0″000	0″000	0″000	0″000	0″000	0″000	11.0
11.2	000	000	000	000	000	000	000	000	000	000	001	11.2
11.4	000	000	000	000	000	001	001	001	001	001	001	11.4
11.6	000	000	000	001	001	001	001	001	001	001	001	11.6
11.8	001	001	001	001	001	001	001	002	002	002	002	11.8
12.0	0.001	0.001	0.001	0.001	0.002	0.002	0.002	0.002	0.003	0.003	0.003	12.0
12.1	001	001	002	002	002	002	003	003	003	004	004	12.1
12.2	002	002	002	002	002	003	003	004	004	005	005	12.2
12.3	002	002	003	003	003	004	004	005	005	006	007	12.3
12.4	003	003	003	003	004	004	005	006	006	007	009	12.4
12.5	0.003	0.004	0.004	0.004	0.005	0.006	0.006	0.007	0.008	0.009	0.011	12.5
12.6	004	004	005	006	006	007	008	009	010	012	014	12.6
12.7	005	006	006	007	008	009	010	011	013	015	017	12.7
12.8	006	007	008	009	010	011	013	014	016	019	022	12.8
12.9	008	009	010	011	012	014	016	018	020	024	027	12.9
13.0	0.010	0.011	0.012	0.014	0.016	0.018	0.020	0.023	0.026	0.030	0.034	13.0
13.1	013	014	016	018	020	022	025	029	032	037	043	13.1
13.2	016	018	020	022	026	028	032	036	041	047	054	13.2
13.3	020	022	025	028	031	035	040	045	051	059	068	13.3
13.4	025	028	031	035	039	044	050	057	065	074	086	13.4
13.5	0.032	0.035	0.039	0.044	0.049	0.056	0.064	0.072	0.082	0.094	0.108	13.5

μ_2 hat entgegengesetztes Vorzeichen von μ_1

$$l \cos \varphi = v(2) + v\,u\,k + \mu_1 + \mu_2$$

42 a. Meridianbogen M vom Äquator bis zur Breite φ.

φ	M	I. D.	log Δ (1″)	II. D.	φ	M	I. D.	log Δ (1″)	II. D.
	m					m			
0°	0.00			0.00	45°	4 984 439.27			+ 19.47
		110 563.79	1.487 3104				111 129.19	1.489 5256	
1	110 563.79			+ 0.67	46	5 095 568.46			19.47
		110 564.46	1.487 3130				111 148.66	1.489 6018	
2	221 128.25			1.35	47	5 206 717.12			19.45
		110 565.81	1.487 3183				111 168.11	1.489 6777	
3	331 694.06			2.02	48	5 317 885.23			19.39
		110 567.83	1.487 3263				111 187.50	1.489 7534	
4	442 261.89			2.69	49	5 429 072.73			19.31
		110 570.52	1.487 3368				111 206.81	1.489 8289	
5	552 832.41			3.36	50	5 540 279.54			19.21
		110 573.88	1.487 3500				111 226.02	1.489 9039	
6	663 406.29			4 01	51	5 651 505.56			19.09
		110 577.89	1.487 3658				111 245.11	1.489 9784	
7	773 984.18			4.67	52	5 762 750.67			18.94
		110 582.56	1.487 3842				111 264.05	1.490 0524	
8	884 566.74			5.33	53	5 874 014.72			18.77
		110 587.89	1.487 4051				111 282.82	1.490 1256	
9	995 154.63			5.98	54	5 985 297.54			18.57
		110 593.87	1.487 4286				111 301.39	1.490 1981	
10	1 105 748.50			6.60	55	6 096 598.93			18.36
		110 600.47	1.487 4544				111 319.75	1.490 2697	
11	1 216 348.97			7.24	56	6 207 918.68			18.11
		110 607.71	1.487 4829				111 337.86	1.490 3404	
12	1 326 956.68			7.87	57	6 319 256.54			17.87
		110 615.58	1.487 5138				111 355.73	1.490 4100	
13	1 437 572.26			8.47	58	6 430 612.27			17.56
		110 624.05	1.487 5471				111 373.29	1.490 4785	
14	1 548 196.31			9.08	59	6 541 985.56			17.27
		110 633.13	1.487 5827				111 390.56	1.490 5459	
15	1 658 829.44			9.67	60	6 653 376.12			16.95
		110 642 80	1.487 6207				111 407.51	1.490 6120	
16	1 769 472.24			10.25	61	6 764 783.63			16.58
		110 653.05	1.487 6609				111 424.09	1.490 6766	
17	1 880 125.29			10.82	62	6 876 207.72			16.23
		110 663.87	1.487 7034				111 440.32	1.490 7398	
18	1 990 789.16			11.37	63	6 987 648.04			15.83
		110 675.24	1.487 7480				111 456.15	1.490 8015	
19	2 101 464.40			11.91	64	7 099 104.19			15.44
		110 687.15	1.487 7947				111 471.59	1.490 8617	
20	2 212 151.55			12.44	65	7 210 575.78			15.00
		110 699.59	1.487 8435				111 486.59	1.490 9201	
21	2 322 851.14			12.96	66	7 322 062.37			14.56
		110 712.55	1.487 8944				111 501.15	1.490 9769	
22	2 433 563.69			13.45	67	7 433 563.52			14.09
		110 726.00	1.487 9471				111 515.24	1.491 0317	
23	2 544 289.69			13.93	68	7 545 078.76			13.61
		110 739.93	1.488 0017				111 528.85	1.491 0847	
24	2 655 029.62			14.40	69	7 656 607.61			13.12
		110 754.33	1.488 0582				111 541.97	1.491 1358	
25	2 765 783.95			14.84	70	7 768 149.58			12.60
		110 769.17	1.488 1164				111 554.57	1.491 1849	
26	2 876 553.12			15.26	71	7 879 704.15			12.07
		110 784.43	1.488 1763				111 566 64	1.491 2318	
27	2 987 337.55			15.69	72	7 991 270.79			11.54
		110 800.12	1.488 2378				111 578.18	1.491 2768	
28	3 098 137.67			16 08	73	8 102 848.97			10.96
		110 816.20	1.488 3007				111 589.14	1.491 3195	
29	3 208 953.87			16.44	74	8 214 438.11			10.39
		110 832.64	1.488 3651				111 599.53	1.491 3599	
30	3 319 786.51			16.80	75	8 326 037.64			9.82
		110 849.44	1.488 4310				111 609.35	1.491 3981	
31	3 430 635.95			17.13	76	8 437 646.99			9.21
		110 866.57	1.488 4981				111 618.56	1.491 4339	
32	3 541 502.52			17.45	77	8 549 265.55			8.60
		110 884.02	1.488 5665				111 627.16	1.491 4674	
33	3 652 386.54			17.73	78	8 660 892.71			7.99
		110 901.75	1.488 6359				111 635.15	1.491 4984	
34	3 763 288.29			18.01	79	8 772 527.86			7.35
		110 919.76	1.488 7065				111 642.50	1.491 5270	
35	3 874 208.05			18.24	80	8 884 170.36			6.72
		110 938.00	1.488 7779				111 649.22	1.491 5532	
36	3 985 146.05			18.49	81	8 995 819.58			6.06
		110 956.49	1.488 8502				111 655.28	1.491 5767	
37	4 096 102.54			18.68	82	9 107 474.86			5.42
		110 975.17	1.488 9233				111 660.70	1.491 5978	
38	4 207 077.71			18.86	83	9 219 135.56			4.75
		110 994.03	1.488 9972				111 665.45	1.491 6163	
39	4 318 071.74			19.02	84	9 330 801.01			4.08
		111 013.05	1.489 0715				111 669.53	1.491 6322	
40	4 429 084.79			19.16	85	9 442 470.54			3.41
		111 032.21	1.489 1465				111 672.94	1.491 6454	
41	4 540 117.00			19.26	86	9 554 143.48			2.73
		111 051.47	1.489 2218				111 675.67	1.491 6561	
42	4 651 168.47			19.36	87	9 665 819.15			2.06
		111 070.83	1.489 2975				111 677.73	1.491 6641	
43	4 762 239.30			19.42	88	9 777 496.88			1.37
		111 090.25	1.489 3735				111 679.10	1.491 6694	
44	4 873 329.55			19.47	89	9 889 175.98			+ 0.68
		111 109.72	1.489 4495				111 679.78	1.491 6720	
45	4 984 439.27			+19.47	90	10 000 855.76			0.00

42b. Interpolationsfaktoren der zweiten Differenzen für Minuteneinteilung.

n	$\frac{n(n-1)}{1 \cdot 2}$		n
0′	— 0.0000		60′
		82	
1	0082		59
		79	
2	0161		58
		76	
3	0237		57
		74	
4	0311		56
		71	
5	— 0.0382		55
		68	
6	0450		54
		65	
7	0515		53
		63	
8	0578		52
		59	
9	0637		51
		57	
10	— 0.0694		50
		54	
11	0748		49
		52	
12	0800		48
		49	
13	0849		47
		46	
14	0895		46
		43	
15	— 0.0938		45
		40	
16	0978		44
		37	
17	1015		43
		35	
18	1050		42
		32	
19	1082		41
		29	
20	— 0.1111		40
		26	
21	1137		39
		24	
22	1161		38
		21	
23	1182		37
		18	
24	1200		36
		15	
25	— 0.1215		35
		13	
26	1228		34
		9	
27	1237		33
		7	
28	1244		32
		4	
29	1248		31
		2	
30	— 0.1250		30

43. Zur Berechnung der parallaktischen Faktoren.

φ	$\mathrm{tg}\,\varphi'$		log $(\pi\varrho\cos\varphi')^s$		$(\pi\varrho\sin\varphi')''$	
0°	0.000	17	9.768	0	0.000	152
1	017	18	768	0	0.152	153
2	035	17	768	0	0.305	153
3	052	17	768	1	0.458	152
4	069	18	767	0	0.610	152
5	0.087	17	9.767	1	0.762	152
6	104	18	766	1	0.914	151
7	122	18	765	1	1.065	152
8	140	17	764	1	1.217	150
9	157	18	763	1	1.367	151
10	0.175	18	9.762	2	1.518	150
11	193	18	760	1	1.668	150
12	211	18	759	2	1.818	149
13	229	19	757	2	1.967	148
14	248	18	755	2	2.115	148
15	0.266	19	9.753	2	2.263	147
16	285	19	751	2	2.410	146
17	304	19	749	2	2.556	146
18	323	19	747	3	2.702	145
19	342	20	744	2	2.847	144
20	0.362		9.742		2.991	

φ	$\log\mathrm{tg}\,\varphi'$		log $(\pi\varrho\cos\varphi')^s$		log $(\pi\varrho\sin\varphi')''$	
20°	9.558	23	9.742	3	0.476	20
21	581	22	739	3	496	19
22	603	22	736	3	515	19
23	625	21	733	4	534	17
24	646	20	729	3	551	17
25	9.666	19	9.726	4	0.568	16
26	685	19	722	3	584	15
27	704	19	719	4	599	14
28	723	18	715	4	613	14
29	741	18	711	5	627	14
30	9.759	17	9.706	4	0.641	13
31	776	17	702	5	654	12
32	793	17	697	5	666	12
33	810	16	692	5	678	12
34	826	16	687	5	690	11
35	9.842	16	9.682	5	0.701	10
36	858	16	677	6	711	11
37	874	16	671	6	722	9
38	890	15	665	6	731	10
39	905	16	659	6	741	9
40	9.921		9.653		0.750	

φ	$\log\mathrm{tg}\,\varphi'$		log $(\pi\varrho\cos\varphi')^s$		log $(\pi\varrho\sin\varphi')''$	
40°	9.921	15	9.653	6	0.750	9
41	936	16	647	7	759	9
42	952	15	640	7	768	8
43	967	15	633	7	776	8
44	982	15	626	7	784	8
45	9.997	15	9.619	8	0.792	7
46	0.012	15	611	8	799	7
47	027	16	603	8	806	7
48	043	15	595	9	813	7
49	058	15	586	9	820	7
50	0.073	16	9.577	9	0.827	6
51	089	15	568	9	833	6
52	104	16	559	10	839	6
53	120	16	549	10	845	5
54	136	16	539	11	850	6
55	0.152	16	9.528	11	0.856	5
56	168	17	517	11	861	5
57	185	16	506	12	866	5
58	201	17	494	13	871	5
59	218	18	481	13	876	4
60	0.236	17	9.468	13	0.880	4
61	253	18	455	14	884	5
62	271	19	441	14	889	4
63	290	19	427	16	893	3
64	309	19	411	15	896	4
65	0.328	20	9.396	17	0.900	3
66	348	21	379	17	903	4
67	369	22	362	19	907	3
68	391	22	343	19	910	3
69	413	23	324	20	913	3
70	0.436		9.304		0.916	

t Stundenwinkel $\quad \Delta$ Erdabstand

α, δ geozentrischer Ort

α', δ' topozentrischer Ort

$$\mathrm{tg}\,\gamma = \mathrm{tg}\,\varphi' \sec t \qquad \gamma < 180^\circ$$

$$(\alpha - \alpha')^s = \frac{1}{\Delta}(\pi\varrho\cos\varphi')^s \sin t \sec\delta$$

$$(\delta - \delta')'' = \frac{1}{\Delta}(\pi\varrho\sin\varphi')'' \sin(\gamma - \delta)\,\mathrm{cosec}\,\gamma$$

44. Dimensionen der Erde nach Helmert-Hayford.

Bezeichnungen:

a Halbe große Achse
b Halbe kleine Achse
e Exzentrizität
α Abplattung

der Meridianellipse

Hilfsgrößen:

$$n = \frac{a - b}{a + b} \qquad \delta = \frac{a^2 - b^2}{b^2} \qquad m = \frac{a^2 - b^2}{a^2 + b^2}$$

		log
a	6 378 200.000 m	6.804 69813
b	6 356 724.579 m	6.803 23340
α	$\frac{1}{297.0}$	
e	0.081 99189 1	8.913 77090 — 10
e^2	0.006 72267 01	7.827 54180 — 10
α	0.003 36700 33	7.527 24355 — 10
n	0.001 68634 06	7.226 94530 — 10
δ	0.006 76817 00	7.830 47126 — 10
m	0.003 37267 16	7.527 97406 — 10

Meridianquadrant Q der Erde:

Q	10 001 993.32 m	7.000 08656

Radius r_f der Kugel von gleicher Oberfläche mit der Erde:

r_f	6 371 039.94 m	6.804 21033

Radius r_v der Kugel von gleichem Volumen mit der Erde:

r_v	6 371 033.48 m	6.804 20989

Radius r_u der Kugel von gleichem Meridianumfang mit der Erde:

r_u	6 367 466.72 m	6.803 96668

Oberfläche F der Erde:

F	510 070 868.5 qkm	8.707 63052

Volumen V der Erde:

V	1 083 223 990 000 ckm	12.034 71827

45. Normalzeiten der wichtigeren Länder.

Normalzeit	Bezeichnung	Staaten
a) An den Meridian von Greenwich angeschlossen		
$11^h\ 30^m$ O.	—	Neuseeland
10 0 O.	Ostaustralische Z.	Victoria, Neu Süd-Wales, Queensland, Tasmanien
9 30 O.	—	Südaustralien
9 0 O.	—	Japan, Korea
8 0 O.	Ostchinesische Küsten-Z.	Ostküste von China, West-Australien, Philippinen, Britisch Nord-Borneo
7 0 O.	Südchinesische Küsten-Z.	Südküste von China, Französ. Indochina, Straits settlements
6 30 O.	—	Birma
5 30 O.	—	Ostindien
4 0 O.	—	Mauritius, Seychellen
2 30 O.	—	Deutsch-Ostafrika
2 0 O.	Osteuropäische Z.	Bulgarien, Rumänien, Türkei, Ägypten, Südafrika, Portug. Ostafrika
1 0 O.	Mitteleuropäische Z. (M. E. Z.)	Dänemark, Deutschland, Italien, Luxemburg, Malta, Norwegen, Österreich-Ungarn, Schweden, Schweiz, Serbien, Deutsch-Südwestafrika
0 0	Westeuropäische Z. (Greenwich-Z.)	Belgien, Färöer, Frankreich, Großbritannien, Portugal, Spanien, Gibraltar, Algerien
$1^h\ 0^m$ W.	—	Island, Madeira, Portug. Guinea, Sierra Leone
2 0 W.	—	Azoren, Capverden
3 0 W.	—	Ost-Brasilien
4 0 W.	Atlantic Standard Time	Mittel-Brasilien, Kanada (Küste)
5 0 W.	Eastern St. Time	Kanada (Québec, Ontario bis 82° 30′ westl., Neubraunschweig), Vereinigte Staaten (Ostzone), Chile, Panama, Peru, West-Brasilien
6 0 W.	Central St. Time	Zentralzone von Kanada und den Vereinigten Staaten
7 0 W.	Mountain St. Time	Gebirgszone von Kanada und den Vereinigten Staaten
8 0 W.	Pacific St. Time	Pazifische Küste der Vereinigten Staaten, Britisch-Kolumbien
9 0 W.	—	Yukon, Alaska
10 30 W.	—	Hawaii
11 30 W.	—	Samoa

b) Nicht an den Meridian von Greenwich angeschlossen

Staaten	Meridian	Längendifferenz gegen Greenwich	Staaten	Meridian	Längendifferenz gegen Greenwich
Argentinien .	Cordoba	$4^h\ 16^m\ 48.^s2$ W.	Mexico . .	Mexico	$6^h\ 36^m\ 26.^s7$ W.
Columbien .	Bogota	4 56 54.2 W.	Niederlande	Amsterdam	0 19 32.1 O.
Ecuador . . .	Quito	5 14 6.7 W.	Rußland .	Pulkowa	2 1 18.6 O.
Griechenland	Athen	1 34 52.9 O.	Uruguay .	Montevideo	3 44 48.9 W.
Irland	Dublin	0 25 21.1 W.	Venezuela	Caracas	4 27 43.6 W.

46a. Maßvergleichungen.

		log
1 Toise	1.949 03631 Meter	0.289 81993
1 Pariser Fuß	0.324 83938 Meter	9.511 66868 − 10
1 Pariser Zoll	0.027 06995 Meter	8.432 48743 − 10
1 Pariser Linie	0.002 25583 Meter	7.353 30619 − 10
1 Meter	0.513 07407 Toisen	9.710 18007 − 10
1 Meter	3.078 44444 Pariser Fuß	0.488 33132
1 Centimeter	0.369 41333 Pariser Zoll	9.567 51257 − 10
1 Centimeter	4.432 96000 Pariser Linien	0.646 69381
1 Millimeter	0.443 29600 Pariser Linien	9.646 69381 − 10
1 Englischer Yard (von Standard O1) . .	0.914 39283 Meter	9 961 13281 − 10
1 Englischer Fuß	0.304 79761 Meter	9.484 01156 − 10
1 Englischer Zoll	0.025 39980 Meter	8.404 83031 − 10
1 Meter	1.093 62187 Englische Yard	0.038 86719
1 Meter	3.280 86560 Englische Fuß	0.515 98844
1 Centimeter	0.393 70387 Englische Zoll	9.595 16969 − 10
1 geographische Meile . .	7420.439 Meter	3.870 42957
1 „ „ . .	3807.235 Toisen	3.580 60964
1 „ „ . .	22843 408 Pariser Fuß	4.358 76089
1 „ „ . .	8115.154 Englische Yard	3.909 29676
1 „ „ . .	24345.462 Englische Fuß	4.386 41801
1 Englische Meile (statute mile) = 1760 Yards . .	1609.33137 Meter	3.206 64548
1 Russische Werst = 500 Sashen	1066.79042 Meter	3.028 07911

Die Russische Landesaufnahme benutzt den Sashenwert:

1 Sashen.	2.133 468 Meter	0.329 08611

Im Russischen Nivellement wird das internationale Sashenmaß verwendet:

1 Sashen.	2.133 58087 Meter	0.329 10911
1 geograph. Quadratmeile .	55.0629 qkm	1.740 859

46b. Lineare Ausdehnungskoeffizienten für 1° C innerhalb der gewöhnlichen Gebrauchstemperaturen.

		log			log
Aluminium . . .	0.0000 232	5.365 − 10	Magnalium . . .	0.0000 240	5.380 − 10
Blei	288	5.459 − 10	Messing	187	5.272 − 10
Bronze (8 Kupfer + 1 Zinn) . .	183	5.262 − 10	Neusilber	184	5.265 − 10
Eisen	114	5.057 − 10	Nickel	130	5.114 − 10
Glas.	085	4.929 − 10	Platin	090	4.954 − 10
Gold.	145	5.161 − 10	Platin-Iridium (10 % Iridium)	087	4.940 − 10
Granit	087	4.940 − 10	Silber	197	5.294 − 10
Holz (Eiche) . .	062	4.792 − 10	Stahl, weich . .	111	5 045 − 10
Invar (64 Eisen + 36 Nickel)	009	3.954 − 10	„ gehärtet .	125	5.097 − 10
Kupfer	172	5.236 − 10	Zink	298	5.474 − 10
			Zinn	225	5.352 − 10

47. Barometrische Höhenmessung.

Ia. Schwerekorrektion für die geographische Breite (nur für Quecksilberbarometer): Korr. $= - 0.00259 \cdot p \cdot \cos 2\varphi$

Geographische Breite φ		Luftdruck p 500^{mm}	550^{mm}	600^{mm}	650^{mm}	700^{mm}	750^{mm}	800^{mm}
		mm	mm	mm	mm	mm	mm	mm
45°		0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
40°	50°	0.22	0.25	0.27	0.29	0.31	0.34	0.36
35	55	0.44	0.49	0.53	0.58	0.62	0.66	0.71
30	60	0.65	0.71	0.78	0.84	0.91	0.97	1.04
25	65	0.83	0.92	1.00	1.08	1.16	1.25	1.33
20	70	0.99	1.09	1.19	1.29	1.39	1.49	1.59
15	75	1.12	1.23	1.35	1.46	1.57	1.68	1.79
10	80	1.22	1.34	1.46	1.58	1.70	1.83	1.95
5	85	1.28	1.40	1.53	1.66	1.78	1.91	2.04
0	90	1.30	1.42	1.55	1.68	1.81	1.94	2.07
—	+							

Die Verbesserung ist für $\varphi < 45°$ negativ, für $\varphi > 45°$ positiv.

Ib. Schwerekorrektion für Seehöhe (nur für Quecksilberbarometer):

$$\text{Korr.} = -\frac{k\,z\,p}{R}$$

Luftdruck p	Hochebenen	Freie Atmosphäre	Luftdruck p	Hochebenen	Freie Atmosphäre
mm	mm	mm	mm	mm	mm
760	0.00	0.00	550	— 0.28	— 0.45
750	— 0.02	— 0.03	500	— 0.33	— 0.53
700	— 0.09	— 0.15	450	— 0.37	— 0.59
650	— 0.16	— 0.26	400	— 0.39	— 0.63
600	— 0.23	— 0.36	350	— 0.41	— 0.66

IIa. Korrektion der Temperatur für Änderung der Schwere mit der Breite: Korr. $= + 0°.71 \cdot \cos 2\varphi$

φ	Korr.	φ	Korr.	φ	Korr.	φ	Korr.
0°	+ 0°71	30°	+ 0°36	50°	— 0°12	70°	— 0°54
5	70	32	31	52	17	72	57
10	67	34	27	54	22	74	60
12	65	36	22	56	27	76	63
14	63	38	+ 0.17	58	— 0.31	78	— 0.65
16	60						
18	+ 0.57	40	+ 0.12	60	— 0.36	80	— 0.67
		42	+ 0.07	62	40	82	68
20	+ 0.54	44	+ 0.02	64	44	84	69
22	51	46	— 0.02	66	48	86	70
24	48	48	— 0.07	68	— 0.51	88	— 0.71
26	44						
28	+ 0.40	50	— 0.12	70	— 0.54	90	— 0.71
30	+ 0.36						

47. Barometrische Höhenmessung.

II b. Korrektion der Temperatur für Feuchtigkeit: $\text{Korr.} = +\, 51{,}^{\circ}36 \dfrac{f}{p}$

Luft-druck p	Dampfspannung f											
	1mm	2mm	3mm	4mm	5mm	6mm	7mm	8mm	9mm	10mm	20mm	30mm
780mm	0°07	0°13	0°20	0°26	0°33	0°40	0°46	0°53	0°59	0°66	1°32	1°98
760	07	14	20	27	34	41	47	54	61	68	1.35	2.03
740	07	14	21	28	35	42	49	56	62	69	1.39	2.08
720	07	14	21	29	36	43	50	57	64	71	1.43	2.14
700	07	15	22	29	37	44	51	59	66	73	1.47	2.20
680	0.08	0.15	0.23	0.30	0.38	0.45	0.53	0.60	0.68	0.76	1.51	
660	08	16	23	31	39	47	54	62	70	78	1.56	
640	08	16	24	32	40	48	56	64	72	80	1.61	
620	08	17	25	33	41	50	58	66	75	83	1.66	
600	09	17	26	34	43	51	60	68	77	86	1.71	
580	0.09	0.18	0.27	0.35	0.44	0.53	0.62	0.71	0.80	0.89		
560	09	18	28	37	46	55	64	73	83	92		
540	10	19	29	38	48	57	67	76	86	95		
520	10	20	30	40	49	59	69	79	89			
500	10	21	31	41	51	62	72	82	92			
480	0.11	0.21	0.32	0.43	0.54	0.64	0.75					
460	11	22	33	45	56	67	78					
440	12	23	35	47	58	70						
420	12	24	37	49	61	73						
400	13	26	39	51	64							

Die Verbesserung ist stets positiv.

II c. Zur genäherten Berechnung des Dampfdruckes f im oberen Niveau Z_1, wenn der Dampfdruck f_0 im unteren Niveau gegeben ist.

$$f = f_0 \times \text{Faktor}$$

Z_1	0m	100m	200m	300m	400m	500m	600m	700m	800m	900m
0m	1.000	0.965	0.932	0.900	0.868	0.838	0.809	0.781	0.754	0.728
1000	0.703	678	654	632	610	589	568	549	530	511
2000	493	476	460	440	428	414	399	385	372	359
3000	347	335	323	312	301	291	280	270	261	252
4000	243	235	227	219	211	204	197	190	184	177
5000	0.171	0.165	0.159	0.154	0.148	0.143	0.138	0.134	0.129	0.124
6000	120	116	112	108	104	101	097	094	091	087
7000	084	082	079	076	073	071	068	066	063	061

47. Barometrische Höhenmessung.

III. $18400 \cdot \log \frac{760}{p}$

p	$18400 \cdot \log \frac{760}{p}$		p	$18400 \cdot \log \frac{760}{p}$		p	$18400 \cdot \log \frac{760}{p}$		p	$18400 \cdot \log \frac{760}{p}$	
mm	m		mm	m		mm	m		mm	m	
400	5129.1	39.9	480	3672.1	33.2	560	2440.3	28.4	640	1373.3	25.0
402	5089.2	39.6	482	3638.9	33.0	562	2411.9	28.4	642	1348.3	24.8
404	5049.6	39.5	484	3605.9	33.0	564	2383.5	28.3	644	1323.5	24.8
406	5010.1	39.2	486	3572.9	32.8	566	2355.2	28.2	646	1298.7	24.7
408	4970.9	39.1	488	3540.1	32.7	568	2327.0	28.1	648	1274.0	24.6
410	4931.8	38.9	490	3507.4	32.6	570	2298.9	28.0	650	1249.4	24.6
412	4892.9	38.7	492	3474.8	32.4	572	2270.9	27.9	652	1224.8	24.4
414	4854.2	38.5	494	3442.4	32.3	574	2243.0	27.8	654	1200.4	24.4
416	4815.7	38.3	496	3410.1	32.1	576	2215.2	27.7	656	1176.0	24.4
418	4777.4	38.2	498	3378.0	32.0	578	2187.5	27.6	658	1151.6	24.2
420	4739.2	38.0	500	3346.0	32.0	580	2159.9	27.5	660	1127.4	24.2
422	4701.2	37.7	502	3314.0	31.8	582	2132.4	27.4	662	1103.2	24.1
424	4663.5	37.6	504	3282.2	31.6	584	2105.0	27.3	664	1079.1	24 0
426	4625.9	37.5	506	3250.6	31.5	586	2077.7	27.2	666	1055.1	24.0
428	4588.4	37.2	508	3219.1	31.4	588	2050.5	27.2	668	1031.1	23.9
430	4551.2	37.1	510	3187.7	31.3	590	2013.3	27.0	670	1007.2	23.8
432	4514.1	36.9	512	3156.4	31.1	592	1996.3	27.0	672	983.4	23.8
434	4477.2	36.7	514	3125.3	31.0	594	1969.3	26.8	674	959.6	23.6
436	4440.5	36.6	516	3094.3	31.0	596	1932.5	26.8	676	936.0	23.6
438	4403.9	36.4	518	3063.3	30.8	598	1915.7	26.7	678	912.4	23.6
440	4367.5	36.3	520	3032.5	30.6	600	1889.0	26.6	680	888.8	23.4
442	4331.2	36.0	522	3001.9	30.6	602	1862.4	26.5	682	865.4	23.4
444	4295.2	36.0	524	2971.3	30.4	604	1835.9	26.4	684	842.0	23.4
446	4259.2	35.7	526	2940.9	30.4	606	1809.5	26.4	686	818.6	23.2
448	4223.5	35.6	528	2910.5	30.2	608	1783.1	26.2	688	795.4	23.2
450	4187.9	35.4	530	2880.3	30.1	610	1756.9	26.2	690	772.2	23.2
452	4152.5	35.3	532	2850.2	30.0	612	1730.7	26.0	692	749.0	23.0
454	4117.2	35.2	534	2820.2	29.8	614	1704.7	26.0	694	726.0	23.0
456	4082.0	34.9	536	2790.4	29.8	616	1678.7	25.9	696	703.0	22.9
458	4047.1	34.8	538	2760.6	29.6	618	1652.8	25.8	698	680.1	22.9
460	4012.3	34.7	540	2731.0	29.6	620	1627.0	25.8	700	657.2	22.8
462	3977.6	34.5	542	2701.4	29.4	622	1601.2	25.6	702	634.4	22.8
464	3943.1	34.4	544	2672.0	29.4	624	1575.6	25.6	704	611.6	22 6
466	3908.7	34.2	546	2642.6	29.2	626	1550.0	25.5	706	589.0	22.6
468	3874.5	34.1	548	2613.4	29.1	628	1524.5	25.4	708	566.4	22.5
470	3840.4	33.9	550	2584.3	29.0	630	1499.1	25.3	710	543.9	22.6
472	3806.5	33.8	552	2555.3	28.9	632	1473.8	25.2	712	521.3	22.3
474	3772.7	33.7	554	2526.4	28.8	634	1448.6	25.2	714	499.0	22.4
476	3739.0	33.5	556	2497.6	28.7	636	1423.4	25.1	716	476.6	22.3
478	3705.5	33.4	558	2468.9	28.6	638	1398.3	25.0	718	454.3	22.2
480	3672.1		560	2440.3		640	1373.3		720	432.1	

47. Barometrische Höhenmessung.

III. $18400 \cdot \log \frac{760}{p}$ (Schluß).

p	$18400 \cdot \log \frac{760}{p}$	Diff.	p	$18400 \cdot \log \frac{760}{p}$	Diff.	p	$18400 \cdot \log \frac{760}{p}$	Diff.	p	$18400 \cdot \log \frac{760}{p}$	Diff.
mm	m		mm	m		mm	m		mm	m	
720	432.1		740	213.1		760	0.0		780	— 207.5	
		22.2			21.5			21.0			20.5
722	409.9		742	191.6		762	— 21.0		782	228.0	
		22.1			21.5			20.9			20.4
724	387.8		744	170.1		764	41.9		784	248.4	
		22.0			21.5			20.9			20.4
726	365.8		746	148.6		766	62.8		786	268.8	
		22.0			21.4			20.8			20.3
728	343.8		748	127.2		768	— 83.6		788	— 289.1	
		21.9			21.3			20.8			20.2
730	321.9		750	105.9		770	— 104.4		790	— 309.3	
		21.9			21.3			20.8			20.2
732	300.0		752	84.6		772	125.2		792	329.5	
		21.8			21.2			20.6			20.2
734	278.2		754	63.4		774	145.8		794	349.7	
		21.8			21.2			20.7			20.1
736	256.4		756	42.2		776	166.5		796	369.8	
		21.6			21.1			20.5			20.1
738	234.8		758	21.1		778	— 187.0		798	— 389.9	
		21.7			21.1			20.5			20.0
740	213.1		760	0.0		780	— 207.5		800	— 409.9	

IV. Temperaturkorrektion: Korr. $= + \alpha \Theta Z_1$.

Höhe Z_1	Korrigierte Mitteltemperatur Θ											
	1°	2°	3°	4°	5°	6°	7°	8°	9°	10°	20°	30°
	m	m	m	m	m	m	m	m	m	m	m	m
10 m	0.0	0.1	0.1	0.1	0.2	0.2	0.3	0.3	0.3	0.4	0.7	1.1
20	0.1	0.1	0.2	0.3	0.4	0.4	0.5	0.6	0.7	0.7	1.5	2.2
30	0.1	0.2	0.3	0.4	0.6	0.7	0.8	0.9	1.0	1.1	2.2	3.3
40	0.1	0.3	0.4	0.6	0.7	0.9	1.0	1.2	1.3	1.5	2.9	4.4
50	0.2	0.4	0.6	0.7	0.9	1.1	1.3	1.5	1.7	1.8	3.7	5.5
60	0.2	0.4	0.7	0.9	1.1	1.3	1.5	1.8	2.0	2.2	4.4	6.6
70	0.3	0.5	0.8	1.0	1.3	1.5	1.8	2.1	2.3	2.6	5.1	7.7
80	0.3	0.6	0.9	1.2	1.5	1.8	2.1	2.3	2.6	2.9	5.9	8.8
90	0.3	0.6	1.0	1.3	1.7	2.0	2.3	2.6	3.0	3.3	6.6	9.9
100	0.4	0.7	1.1	1.5	1.8	2.2	2.6	2.9	3.3	3.7	7.3	11.0
200	0.7	1.5	2.2	2.9	3.7	4.4	5.1	5.9	6.6	7.3	14.7	22.0
300	1.1	2.2	3.3	4.4	5.5	6.6	7.7	8.8	9.9	11.0	22.0	33.0
400	1.5	2.9	4.4	5.9	7.3	8.8	10.3	11.7	13.2	14.7	29.4	44.0
500	1.8	3.7	5.5	7.3	9.2	11.0	12.9	14.7	16.5	18.4	36.7	55.1
600	2.2	4.4	6.6	8.8	11.0	13.2	15.4	17.6	19.8	22.0	44.0	66.1
700	2.6	5.1	7.7	10.3	12.9	15.4	18.0	20.6	23.1	25.7	51.4	77.1
800	2.9	5.9	8.8	11.7	14.7	17.6	20.6	23.5	26.4	29.4	58.7	88.1
900	3.3	6.6	9.9	13.2	16.5	19.8	23.1	26.4	29.7	33.0	66.1	99.1
1000	3.7	7.3	11.0	14.7	18.4	22.0	25.7	29.4	33.0	36.7	73.4	110.1
2000	7.3	14.7	22.0	29.4	36.7	44.0	51.4	58.7	66.1	73.4	146.8	220.2
3000	11.0	22.0	33.0	44.0	55.1	66.1	77.1	88.1	99.1	110.1	220.2	330.3
4000	14.7	29.4	44.0	58.7	73.4	88.1	102.8	117.4	132.1	146.8	293.6	440.4
5000	18.4	36.7	55.1	73.4	91.8	110.1	128.5	146.8	165.2	183.5	367.0	550.5
6000	22.0	44.0	66.1	88.1	110.1	132.1	154.1	176.2	198.2	220.2	440.4	660.6
7000	25.7	51.4	77.1	102.8	128.5	154.1	179.8	205.5	231.2	256.9	513.8	770.7

Diese Verbesserung ist $\left\{ \begin{array}{l} \text{zu } Z_1 \text{ zu addieren, wenn } \Theta \text{ positiv} \\ \text{von } Z_1 \text{ zu subtrahieren, wenn } \Theta \text{ negativ} \end{array} \right\}$ ist.

47. Barometrische Höhenmessung.

V. Korrektion wegen Abnahme der Schwere mit der Höhe:

$$\text{Korr.} = + \frac{k Z_2 (Z_2 + 2 z_0)}{2 R}$$

Unteres Niveau z_0	Höhendifferenz des oberen Niveaus Z_2						
	1000^m	2000^m	3000^m	4000^m	5000^m	6000^m	7000^m
	m	m	m	m	m	m	m
0^m	0.2	0.6	1.4	2.5	3.9	5.7	7.7
100	0.2	0.7	1.5	2.6	4.1	5.8	7.9
200	0.2	0.8	1.6	2.8	4.2	6.0	8.1
300	0.3	0.8	1.7	2.9	4.4	6.2	8.4
400	0.3	0.9	1.8	3.0	4.6	6.4	8.6
500	0.3	0.9	1.9	3.1	4.7	6.6	8.8
600	0.3	1.0	2.0	3.3	4.4	6.8	9.0
700	0.4	1.1	2.1	3.4	5.0	7.0	9.2
800	0.4	1.1	2.2	3.5	5.2	7.2	9.5
900	0.4	1.2	2.3	3.6	5.3	7.3	9.7
1000	0.5	1.3	2.4	3.8	5.5	7.5	9.9
1500		1.6	2.8	4.4	6.3	8.5	11.0
2000		1.9	3.3	5.0	7.1	9.4	12.1
2500			3.8	5.7	7.9	10.4	13.2
3000			4.2	6.3	8.6	11.3	14.3

Diese Verbesserung ist stets positiv.

VI. Korrektionsfaktor zum Übergang auf linear mit der Höhe abnehmende Lufttemperatur.

Differenz der Temperaturen $t_0 - t$	Mitteltemperaturen $\Theta = \frac{t_0 + t}{2}$						
	-30^0	-20^0	-10^0	0^0	$+10^0$	$+20^0$	$+30^0$
10^0	0.0001	0.0001	0.0001	0.0001	0.0001	0.0001	0.0001
20	0006	0005	0005	0005	0004	0004	0004
30	0013	0012	0011	0010	0009	0009	0008
40	0023	0021	0019	0018	0017	0016	0015
50	0036	0033	0030	0028	0026	0025	0023

Von der berechneten Höhe ist der dieser Tafel entsprechende Bruchteil abzuziehen.

47. Barometrische Höhenmessung.

VII. Zur genäherten Berechnung der Höhe.

n	Z_1		n	Z_1		n	Z_1		n	Z_1	
1.00	0^m	79	1.25	1783^m	64	1.50	3240^m	53	1.75	4472^m	45
01	79	79	26	1847	63	51	3293	53	76	4517	46
02	158	78	27	1910	63	52	3346	52	77	4563	45
03	236	77	28	1973	62	53	3398	52	78	4608	45
04	313	77	29	2035	62	54	3450	52	79	4653	44
1.05	390	76	1.30	2097	61	1.55	3502	51	1.80	4697	44
06	466	75	31	2158	61	56	3553	51	81	4741	44
07	541	74	32	2219	60	57	3604	51	82	4785	44
08	615	74	33	2279	60	58	3655	51	83	4829	44
09	689	73	34	2339	59	59	3706	50	84	4873	43
1.10	762	72	1.35	2398	59	1.60	3756	50	1.85	4916	43
11	834	72	36	2457	59	61	3806	49	86	4959	43
12	906	71	37	2516	58	62	3855	49	87	5002	43
13	977	70	38	2574	58	63	3904	49	88	5045	42
14	1047	70	39	2632	57	64	3953	49	89	5087	42
1.15	1117	69	1.40	2689	57	1.65	4002	48	1.90	5129	42
16	1186	69	41	2746	56	66	4050	48	91	5171	42
17	1255	68	42	2802	56	67	4098	48	92	5213	41
18	1323	67	43	2858	56	68	4146	47	93	5254	42
19	1390	67	44	2914	55	69	4193	47	94	5296	41
1.20	1457	66	1.45	2969	55	1.70	4240	47	1.95	5337	41
21	1523	66	46	3024	55	71	4287	47	96	5378	40
22	1589	65	47	3079	54	72	4334	46	97	5418	41
23	1654	65	48	3133	54	73	4380	46	98	5459	40
24	1719	64	49	3187	53	74	4426	46	99	5499	40
1.25	1783		1.50	3240		1.75	4472		2.00	5539	

$$n = \frac{p_0}{p}$$

47. Barometrische Höhenmessung.

VIII. Logarithmische Höhentafeln.

VIIIa) $A = 18400\left(1 + \alpha \cdot \frac{t_0 + t}{2}\right)$

$\frac{t_0 + t}{2}$	log A		$\frac{t_0 + t}{2}$	log A		$\frac{t_0 + t}{2}$	log A	
— 30°	4.2142		— 10°	4.2486		+ 10°	4.2804	
		18			17			16
29	2160		9	2503		11	2820	
		18			16			15
28	2178		8	2519		12	2835	
		18			16			15
27	2196		7	2535		13	2850	
		17			17			15
— 26	2213		— 6	2552		+ 14	2865	
		18			16			16
— 25	4.2231		— 5	4.2568		+ 15	4.2881	
		17			16			15
24	2248		4	2584		16	2896	
		18			16			15
23	2266		3	2600		17	2911	
		17			16			15
22	2283		2	2616		18	2926	
		17			16			15
— 21	2300		— 1	2632		+ 19	2941	
		18			16			14
— 20	4.2318		0	4.2648		+ 20	4.2955	
		17			16			15
19	2335		+ 1	2664		21	2970	
		17			16			15
18	2352		2	2680		22	2985	
		17			16			15
17	2369		3	2696		23	3000	
		17			15			14
— 16	2386		+ 4	2711		+ 24	3014	
		17			16			15
— 15	4.2403		+ 5	4.2727		+ 25	4.3029	
		16			16			14
14	2419		6	2743		26	3043	
		17			15			15
13	2436		7	2758		27	3058	
		17			16			14
12	2453		8	2774		28	3072	
		16			15			15
— 11	2479		+ 9	2789		+ 29	3087	
		17			15			14
— 10	4.2486		+ 10	4.2804		+ 30	4.3101	

$\log Z = \log(\log p_0 - \log p) + \log A + \log B + \log C + \log D$

47. Barometrische Höhenmessung.

VIII. Logarithmische Höhentafeln.

$$\text{VIII b)}\quad B = 1 + 0.377\,\frac{f_0 + f}{p_0 + p}$$

log B

$\frac{f_0+f}{2}$	(p_0+p) in Millimeter							$\frac{t_0+t}{2}$
	1000	1100	1200	1300	1400	1500	1600	
2^{mm}	7^{IV}	6^{IV}	5^{IV}	5^{IV}	5^{IV}	4^{IV}	4^{IV}	— 10°2
3	10	9	8	8	7	7	6	— 5.0
4	13	12	11	10	9	9	8	— 0.5
5	16	15	14	13	12	11	10	+ 3.2
6	20	18	16	15	14	13	12	+ 6.2
7	23	21	19	18	16	15	14	+ 9.0
8	26	24	22	20	19	17	16	+ 11.6
9	29	27	25	23	21	20	18	+ 14.3
10	33	30	27	25	23	22	20	+ 17.0
11	36	33	30	28	26	24	22	+ 19.6

Stets positiv.

$$\text{VIII c)}\quad C = 1 + 0.00265\cos 2\varphi$$

φ	log C	φ
0°	$+ 11^{IV} -$	90°
5	11	85
10	11	80
15	+ 10 —	75
20	+ 9 —	70
25	7	65
30	6	60
35	4	55
40	+ 2 —	50
45	0	45

$$\text{VIII d)}\quad D = 1 + \frac{Z + 2z_0}{R}$$

$Z + 2z_0$	log D
0^m	
	0^{IV}
733	
	+ 1
2200	
	+ 2
3668	
	+ 3
5135	
	+ 4
6604	
	+ 5
8072	
	+ 6
9541	

$$\log Z = \log(\log p_0 - \log p) + \log A + \log B + \log C + \log D$$

48. Sättigungsdrucke des Wasserdampfes.

In Millimetern Quecksilber von 0° und normaler Schwere.

T	p		Z_0		T	p		Z_0		T	p		Z_0	
o	mm		m		o	mm		m		o	mm		m	
83.0	400.90	3.19	5111	63	89.0	506.36	3.88	3245	61	95.0	634.01	4.68	1448	59
2	404.09	3.22	5048	64	2	510.24	3.90	3184	61	2	638.69	4.70	1389	58
4	407.31	3.23	4984	63	4	514.14	3.93	3123	61	4	643.39	4.74	1331	59
6	410.54	3.26	4921	63	6	518.07	3.95	3062	61	6	648.13	4.76	1272	59
8	413.80	3.28	4858	63	8	522.02	3.98	3001	60	8	652.89	4.80	1213	58
84.0	417.08	3.30	4795	63	90.0	526.00	4.00	2941	61	96.0	657.69	4.82	1155	58
2	420.38	3.32	4732	63	2	530.00	4.03	2880	60	2	662.51	4.86	1097	58
4	423.70	3.34	4669	63	4	534.03	4.05	2820	61	4	667.37	4.88	1039	59
6	427.04	3.37	4606	62	6	538.08	4.08	2759	60	6	672.25	4.92	980	58
8	430.41	3.38	4544	63	8	542.16	4.11	2699	60	8	677.17	4.94	922	58
85.0	433.79	3.41	4481	62	91.0	546.27	4.13	2639	61	97.0	682.11	4.97	864	58
2	437.20	3.44	4419	63	2	550.40	4.16	2578	60	2	687.08	5.01	806	58
4	440.64	3.45	4356	62	4	554.56	4.18	2518	60	4	692.09	5.03	748	58
6	444.09	3.48	4294	63	6	558.74	4.21	2458	60	6	697.12	5.07	690	58
8	447.57	3.50	4231	62	8	562.95	4.24	2398	60	8	702.19	5.10	632	58
86.0	451.07	3.52	4169	62	92.0	567.19	4.26	2338	60	98.0	707.29	5.13	574	58
2	454.59	3.54	4107	62	2	571.45	4.29	2278	59	2	712.42	5.16	516	57
4	458.13	3.57	4045	62	4	575.74	4.32	2219	60	4	717.58	5.19	459	58
6	461.70	3.59	3983	62	6	580.06	4.34	2159	60	6	722.77	5.22	401	58
8	465.29	3.62	3921	62	8	584.40	4.37	2099	59	8	727.99	5.25	343	57
87.0	468.91	3.63	3859	62	93.0	588.77	4.40	2040	60	99.0	733.24	5.29	286	57
2	472.54	3.67	3797	62	2	593.17	4.43	1980	59	2	738.53	5.32	229	57
4	476.21	3.68	3735	62	4	597.60	4.45	1921	60	4	743.85	5.35	172	58
6	479.89	3.71	3673	61	6	602.05	4.48	1861	59	6	749.20	5.38	114	57
8	483.60	3.73	3612	61	8	606.53	4.51	1802	59	8	754.58	5.42	57	57
88.0	487.33	3.76	3551	62	94.0	611.04	4.54	1743	59	100.0	760.00	5.45	0	57
2	491.09	3.78	3489	61	2	615.58	4.56	1684	59	2	765.45	5.48	— 57	57
4	494.87	3.80	3428	61	4	620.14	4.59	1625	59	4	770.93	5.51	— 114	57
6	498.67	3.83	3367	61	6	624.73	4.63	1566	59	6	776.44	5.55	— 171	57
8	502.50	3.86	3306	61	8	629.36	4.65	1507	59	8	781.99	5.58	— 228	57
89.0	506.36		3245		95.0	634.01		1448		101.0	787.57		— 285	

49. Julianische Periode.

a) Anzahl der am 0. Januar seit Anfang der Periode verflossenen Tage.

Jahr n. Chr.	0	100	200	300	400	500	600	700	800	900
	17	17	17	18	18	19	19	19	20	20
0	21057	57582	94107	30632	67157	03682	40207	76732	13257	49782
4	22518	59043	95568	32093	68618	05143	41668	78193	14718	51243
8	23979	60504	97029	33554	70079	06604	43129	79654	16179	52704
12	25440	61965	98490	35015	71540	08065	44590	81115	17640	54165
16	26901	63426	99951	36476	73001	09526	46051	82576	19101	55626
20	28362	64887	01412	37937	74462	10987	47512	84037	20562	57087
24	29823	66348	02873	39398	75923	12448	48973	85498	22023	58548
28	31284	67809	04334	40859	77384	13909	50434	86959	23484	60009
32	32745	69270	05795	42320	78845	15370	51895	88420	24945	61470
36	34206	70731	07256	43781	80306	16831	53356	89881	26406	62931
40	35667	72192	08717	45242	81767	18292	54817	91342	27867	64392
44	37128	73653	10178	46703	83228	19753	56278	92803	29328	65853
48	38589	75114	11639	48164	84689	21214	57739	94264	30789	67314
52	40050	76575	13100	49625	86150	22675	59200	95725	32250	68775
56	41511	78036	14561	51086	87611	24136	60661	97186	33711	70236
60	42972	79497	16022	52547	89072	25597	62122	98647	35172	71697
64	44433	80958	17483	54008	90533	27058	63583	00108	36633	73158
68	45894	82419	18944	55469	91994	28519	65044	01569	38094	74619
72	47355	83880	20405	56930	93455	29980	66505	03030	39555	76080
76	48816	85341	21866	58391	94916	31441	67966	04491	41016	77541
80	50277	86802	23327	59852	96377	32902	69427	05952	42477	79002
84	51738	88263	24788	61313	97838	34363	70888	07413	43938	80463
88	53199	89724	26249	62774	99299	35824	72349	08874	45399	81924
92	54660	91185	27710	64235	00760	37285	73810	10335	46860	83385
96	56121	92646	29171	65696	02221	38746	75271	11796	48321	84846
100	57582	94107	30632	67157	03682	40207	76732	13257	49782	86307
	17	17	18	18	19	19	19	20	20	20

b) Anzahl der am 0. jeden Monats seit Beginn der Schaltperiode verflossenen Tage.

Jahr	Jan. 0	Febr. 0	März 0	April 0	Mai 0	Juni 0	Juli 0	Aug. 0	Sept. 0	Okt. 0	Nov. 0	Dez. 0
0	0	31	60	91	121	152	182	213	244	274	305	335
1	366	397	425	456	486	517	547	578	609	639	670	700
2	731	762	790	821	851	882	912	943	974	1004	1035	1065
3	1096	1127	1155	1186	1216	1247	1277	1308	1339	1369	1400	1430

49. Julianische Periode (Schluß).

a) Anzahl der am 0. Januar seit Anfang der Periode verflossenen Tage.

Jahr n. Chr.	1000	1100	1200	1300	1400	1500	1600	1700	1800	1900
	20	21	21	21	22	22	23	23	23	24
0	86307	22832	59357	95882	32407	68932	05447	41971[1]	78495[1]	15019[1]
4	87768	24293	60818	97343	33868	70393	06908	43432	79956	16480
8	89229	25754	62279	98804	35329	71854	08369	44893	81417	17941
12	90690	27215	63740	00265	36790	73315	09830	46354	82878	19402
16	92151	28676	65201	01726	38251	74776	11291	47815	84339	20863
20	93612	30137	66662	03187	39712	76237	12752	49276	85800	22324
24	95073	31598	68123	04648	41173	77698	14213	50737	87261	23785
28	96534	33059	69584	06109	42634	79159	15674	52198	88722	25246
32	97995	34520	71045	07570	44095	80620	17135	53659	90183	26707
36	99456	35981	72506	09031	45556	82081	18596	55120	91644	28168
40	00917	37442	73967	10492	47017	83542	20057	56581	93105	29629
44	02378	38903	75428	11953	48478	85003	21518	58042	94566	31090
48	03839	40364	76889	13414	49939	86464	22979	59503	96027	32551
52	05300	41825	78350	14875	51400	87925	24440	60964	97488	34012
56	06761	43286	79811	16336	52861	89386	25901	62425	98949	35473
60	08222	44747	81272	17797	54322	90847	27362	63886	00410	36934
64	09683	46208	82733	19258	55783	92308	28823	65347	01871	38395
68	11144	47669	84194	20719	57244	93769	30284	66808	03332	39856
72	12605	49130	85655	22180	58705	95230	31745	68269	04793	41317
76	14066	50591	87116	23641	60166	96691	33206	69730	06254	42778
80	15527	52052	88577	25102	61627	98152	34667	71191	07715	44239
84	16988	53513	90038	26563	63088	99603	36128	72652	09176	45700
88	18449	54974	91499	28024	64549	01064	37589	74113	10637	47161
92	19910	56435	92960	29485	66010	02525	39050	75574	12098	48622
96	21371	57896	94421	30946	67471	03986	40511	77035	13559	50083
100	22832	59357	95882	32407	68932	05447	41971[1]	78495[1]	15019[1]	51544
	21	21	21	22	22	23	23	23	24	24

[1]) Die Zahlen geben die am — 1. Jan. seit Anfang der Periode verflossenen Tage.

b) Anzahl der am 0. jedes Monats seit Beginn der Schaltperiode verflossenen Tage.

Jahr	Jan. 0	Febr. 0	März 0	April 0	Mai 0	Juni 0	Juli 0	Aug. 0	Sept. 0	Okt. 0	Nov. 0	Dez. 0
0	0[2])	31[2])	60	91	121	152	182	213	244	274	305	335
1	366	397	425	456	486	517	547	578	609	639	670	700
2	731	762	790	821	851	882	912	943	974	1004	1035	1065
3	1096	1127	1155	1186	1216	1247	1277	1308	1339	1369	1400	1430

Von 1582 Okt. 15 bis 1583 Dez. 31 sind die Zahlen der Tafel a um 10 zu verkleinern.

[2]) In den Jahren 1700, 1800, 1900 um 1 zu vergrößern.

50a. Wahre Anomalie in der parabolischen Bewegung.

M	v	log A	
0.0	0° 0′ 0″	3.7005	1
1.0	1 23 37	7004	4
2.0	2 47 12	7000	6
3.0	4 10 40	6994	9
4.0	5 34 0	6985	12
5.0	6 57 8	3.6973	14
6.0	8 20 1	6959	16
7.0	9 42 37	6943	19
8.0	11 4 53	6924	21
9.0	12 26 46	6903	24
10.0	13 48 13	3.6879	26
11.0	15 9 13	6853	28
12.0	16 29 42	6825	31
13.0	17 49 39	6794	33
14.0	19 9 1	6761	34
15.0	20 27 47	3.6727	37
16.0	21 45 53	6690	39
17.0	23 3 19	6651	40
18.0	24 20 3	6611	43
19.0	25 36 3	6568	44
20.0	26 51 17	3.6524	

log M	v	log A	
1.20	21° 34′ 8″	5.2318	86
21	22 2 50	2404	86
22	22 32 7	2490	85
23	23 1 58	2575	84
24	23 32 25	2659	83
1.25	24 3 27	5.2742	83
26	24 35 5	2825	82
27	25 7 19	2907	81
28	25 40 10	2988	80
29	26 13 38	3068	80
1.30	26 47 44	5.3148	79
31	27 22 28	3227	78
32	27 57 49	3305	77
33	28 33 48	3382	76
34	29 10 26	3458	75
1.35	29 47 43	5.3533	75
36	30 25 39	3608	73
37	31 4 13	3681	72
38	31 43 26	3753	71
39	32 23 19	3824	70
1.40	33 3 51	5.3894	

log M	v	log A	
1.40	33° 3′ 51″	5.3894	69
41	33 45 2	3963	67
42	34 26 52	4030	67
43	35 9 20	4097	65
44	35 52 28	4162	64
1.45	36 36 15	5.4226	62
46	37 20 40	4288	61
47	38 5 43	4349	60
48	38 51 24	4409	58
49	39 37 43	4467	57
1.50	40 24 38	5.4524	55
51	41 12 11	4579	54
52	42 0 19	4633	52
53	42 49 3	4685	51
54	43 38 21	4736	49
1.55	44 28 14	5.4785	47
56	45 18 40	4832	46
57	46 9 39	4878	44
58	47 1 9	4922	42
59	47 53 10	4964	41
1.60	48 45 42	5.5005	38
61	49 38 42	5043	37
62	50 32 9	5080	35
63	51 26 4	5115	34
64	52 20 24	5149	31
1.65	53 15 8	5.5180	29
66	54 10 15	5209	28
67	55 5 44	5237	26
68	56 1 34	5263	23
69	56 57 43	5286	22
1.70	57 54 9	5.5308	20
71	58 50 52	5328	18
72	59 47 50	5346	16
73	60 45 1	5362	15
74	61 42 25	5377	12
1.75	62 39 58	5.5389	10
76	63 37 41	5399	9
77	64 35 31	5408	6
78	65 33 28	5414	5
79	66 31 29	5419	3
1.80	67 29 33	5.5422	

log M	v	log A	
1.80	67° 29′ 33″	5.5422	1
81	68 27 38	5423	1
82	69 25 44	5422	2
83	70 23 48	5420	5
84	71 21 50	5415	6
1.85	72 19 47	5.5409	8
86	73 17 39	5401	9
87	74 15 23	5392	11
88	75 13 0	5381	13
89	76 10 27	5368	14
1.90	77 7 43	5.5354	16
91	78 4 48	5338	18
92	79 1 39	5320	19
93	79 58 16	5301	20
94	80 54 37	5281	22
1.95	81 50 43	5.5259	23
96	82 46 30	5236	25
97	83 42 0	5211	26
98	84 37 10	5185	27
99	85 32 0	5158	28
2.00	86 26 29	5.5130	30
01	87 20 36	5100	30
02	88 14 21	5070	32
03	89 7 42	5038	33
04	90 0 40	5005	34
2.05	90 53 14	5.4971	35
06	91 45 23	4936	35
07	92 37 7	4901	37
08	93 28 24	4864	38
09	94 19 16	4826	38
2.10	95 9 41	5.4788	39
11	95 59 39	4749	40
12	96 49 10	4709	41
13	97 38 13	4668	41
14	98 26 49	4627	42
2.15	99 14 57	5.4585	43
16	100 2 37	4542	43
17	100 49 49	4499	44
18	101 36 32	4455	44
19	102 22 48	4411	45
2.20	103 8 35	5.4366	

$$M = \frac{t}{q^{\frac{3}{2}}} \qquad r = q \sec^2 \frac{v}{2}$$

50a. Wahre Anomalie in der parabolischen Bewegung.
(Fortsetzung).

log M	v	log A	Δ	log M	v	log A	Δ	log M	v	log A	Δ
2.20	103° 8′ 35″	5.4366	45	2.60	127° 39′ 13″	5.2408	49	3.00	143° 18′ 57″	5.0543	44
21	103 53 53	4321	46	61	128 8 5	2359	49	01	143 37 45	0499	44
22	104 38 44	4275	46	62	128 36 37	2310	49	02	143 56 21	0455	44
23	105 23 6	4229	47	63	129 4 49	2261	49	03	144 14 46	0411	43
24	106 6 59	4182	46	64	129 32 43	2212	48	04	144 32 59	0368	43
2.25	106 50 25	5.4136	48	2.65	130 0 18	5.2164	49	3.05	144 51 2	5.0325	44
26	107 33 22	4088	47	66	130 27 35	2115	48	06	145 8 55	0281	43
27	108 15 52	4041	48	67	130 54 33	2067	49	07	145 26 36	0238	43
28	108 57 54	3993	48	68	131 21 13	2018	48	08	145 44 8	0195	42
29	109 39 28	3945	48	69	131 47 36	1970	48	09	146 1 29	0153	43
2.30	110 20 34	5.3897	49	2.70	132 13 42	5.1922	48	3.10	146 18 39	5.0110	43
31	111 1 13	3848	49	71	132 39 30	1874	48	11	146 35 40	0067	42
32	111 41 25	3799	49	72	133 5 1	1826	48	12	146 52 30	5.0025	43
33	112 21 10	3750	49	73	133 30 15	1778	47	13	147 9 11	4.9982	42
34	113 0 28	3701	49	74	133 55 13	1731	48	14	147 25 42	4.9940	42
2.35	113 39 20	5.3652	50	2.75	134 19 55	5.1683	47	3.15	147 42 4	4.9898	42
36	114 17 45	3602	49	76	134 44 20	1636	47	16	147 58 16	9856	42
37	114 55 44	3553	50	77	135 8 30	1589	47	17	148 14 19	9814	42
38	115 33 18	3503	49	78	135 32 24	1542	47	18	148 30 12	9772	41
39	116 10 25	3454	50	79	135 56 2	1495	47	19	148 45 57	9731	42
2.40	116 47 8	5.3404	50	2.80	136 19 26	5.1448	46	3.20	149 1 32	4.9689	41
41	117 23 25	3354	50	81	136 42 34	1402	47	21	149 16 59	9648	41
42	117 59 17	3304	50	82	137 5 28	1355	46	22	149 32 17	9607	42
43	118 34 45	3254	50	83	137 28 7	1309	46	23	149 47 26	9565	41
44	119 9 48	3204	50	84	137 50 31	1263	46	24	150 2 26	9524	41
2.45	119 44 27	5.3154	50	2.85	138 12 42	5.1217	46	3.25	150 17 18	4.9483	41
46	120 18 43	3104	50	86	138 34 38	1171	46	26	150 32 2	9442	40
47	120 52 35	3054	50	87	138 56 21	1125	46	27	150 46 37	9402	41
48	121 26 3	3004	50	88	139 17 50	1079	45	28	151 1 4	9361	41
49	121 59 9	2954	50	89	139 39 5	1034	45	29	151 15 24	9320	40
2.50	122 31 52	5.2904	50	2.90	140 0 7	5.0989	46	3.30	151 29 35	4.9280	41
51	123 4 12	2854	50	91	140 20 56	0943	45	31	151 43 38	9239	40
52	123 36 11	2804	49	92	140 41 33	0898	45	32	151 57 33	9199	40
53	124 7 47	2755	50	93	141 1 56	0853	44	33	152 11 21	9159	40
54	124 39 2	2705	50	94	141 22 7	0809	45	34	152 25 1	9119	40
2.55	125 9 56	5.2655	49	2.95	141 42 5	5.0764	45	3.35	152 38 34	4.9079	40
56	125 40 28	2606	50	96	142 1 52	0719	44	36	152 51 59	9039	40
57	126 10 40	2556	49	97	142 21 26	0675	44	37	153 5 17	8999	40
58	126 40 31	2507	49	98	142 40 48	0631	44	38	153 18 27	8959	39
59	127 10 2	2458	50	99	142 59 58	0587	44	39	153 31 31	8920	40
2.60	127 39 13	5.2408		3.00	143 18 57	5.0543		3.40	153 44 27	4.8880	

$$M = \frac{t}{q^{\frac{3}{2}}} \qquad r = q \sec^2 \frac{v}{2}$$

50a. Wahre Anomalie in der parabolischen Bewegung.
(Schluß).

log M	v	log A		log M	v	log A		log M	v	log A	
3.40	153° 44′ 27″	4.8880		3.80	160° 58′ 10″	4.7360		4.20	166° 6′ 49″	4.5922	
41	153 57 16	8841	39	81	161 7 12	7323	37	21	166 13 18	5887	35
42	154 9 59	8801	40	82	161 16 9	7286	37	22	166 19 45	5852	35
43	154 22 34	8762	39	83	161 25 3	7249	37	23	166 26 8	5817	35
44	154 35 2	8723	39	84	161 33 51	7213	36	24	166 32 28	5782	35
3.45	154 47 24	4.8684	39	3.85	161 42 35	4.7176	37	4.25	166 38 45	4.5747	35
46	154 59 40	8645	39	86	161 51 15	7140	36	26	166 44 59	5712	35
47	155 11 48	8606	39	87	161 59 50	7103	37	27	166 51 10	5677	35
48	155 23 50	8567	39	88	162 8 21	7067	36	28	166 57 18	5641	36
49	155 35 46	8528	39	89	162 16 48	7030	37	29	167 3 23	5606	35
3.50	155 47 36	4.8489	39	3.90	162 25 11	4.6994	36	4.30	167 9 25	4.5571	35
51	155 59 19	8451	38	91	162 33 29	6958	36	31	167 15 25	5537	34
52	156 10 55	8412	39	92	162 41 44	6922	36	32	167 21 21	5502	35
53	156 22 26	8374	38	93	162 49 54	6885	37	33	167 27 14	5467	35
54	156 33 51	8335	39	94	162 58 0	6849	36	34	167 33 5	5432	35
3.55	156 45 9	4.8297	38	3.95	163 6 2	4.6813	36	4.35	167 38 53	4.5397	35
56	156 56 22	8259	38	96	163 14 0	6777	36	36	167 44 38	5362	35
57	157 7 29	8220	39	97	163 21 54	6741	36	37	167 50 21	5327	35
58	157 18 30	8182	38	98	163 29 44	6705	36	38	167 56 0	5293	34
59	157 29 25	8144	38	99	163 37 31	6669	36	39	168 1 37	5258	35
3.60	157 40 14	4.8106	38	4.00	163 45 13	4.6633	36	4.40	168 7 11	4.5223	35
61	157 50 58	8068	38	01	163 52 52	6597	36	41	168 12 43	5188	35
62	158 1 36	8030	38	02	164 0 27	6562	35	42	168 18 12	5154	34
63	158 12 9	7993	37	03	164 7 58	6526	36	43	168 23 38	5119	35
64	158 22 36	7955	38	04	164 15 26	6490	36	44	168 29 2	5084	35
3.65	158 32 58	4.7917	38	4.05	164 22 49	4.6454	36	4.45	168 34 23	4.5050	34
66	158 43 14	7880	37	06	164 30 10	6418	36	46	168 39 42	5015	35
67	158 53 25	7842	38	07	164 37 26	6383	35	47	168 44 58	4980	35
68	159 3 31	7805	37	08	164 44 39	6347	36	48	168 50 11	4946	34
69	159 13 32	7767	38	09	164 51 49	6312	35	49	168 55 22	4911	35
3.70	159 23 27	4.7730	37	4.10	164 58 55	4.6276	36	4.50	169 0 31	4.4877	34
71	159 33 17	7693	37	11	165 5 57	6241	35	51	169 5 37	4842	35
72	159 43 3	7655	38	12	165 12 56	6205	36	52	169 10 41	4808	34
73	159 52 43	7618	37	13	165 19 52	6170	35	53	169 15 42	4773	35
74	160 2 19	7581	37	14	165 26 44	6134	36	54	169 20 41	4739	34
3.75	160 11 49	4.7544	37	4.15	165 33 33	4.6099	35	4.55	169 25 38	4.4704	35
76	160 21 15	7507	37	16	165 40 19	6064	35	56	169 30 32	4669	35
77	160 30 36	7470	37	17	165 47 1	6028	36	57	169 35 24	4635	34
78	160 39 52	7433	37	18	165 53 40	5993	35	58	169 40 13	4601	34
79	160 49 3	7396	37	19	166 0 16	5958	35	59	169 45 1	4567	34
3.80	160 58 10	4.7360	36	4.20	166 6 49	4.5922	36	4.60	169 49 46	4.4532	35

$$M = \frac{t}{q^{\frac{3}{2}}} \qquad r = q \sec^2 \frac{v}{2}$$

50b. Wahre Anomalie in der Parabel für große v (nahe 180°).

w	δ		w	δ		w	δ	
155° 0′	3′ 23″	7	159° 0′	1′ 25″	3	166° 0′	0′ 11″	1
10	3 16	6	10	22	3	20	10	1
20	3 10	6	20	19	4	40	9	1
30	3 4	7	30	15	3	167 0	8	1
40	2 57	5	40	12	2	20	7	1
50	52		50	1 10		40	0 6	
		6			3			1
156 0	2 46	6	160 0	1 7	6	168 0	0 5	0
10	40	5	20	1 1	5	20	5	1
20	35	6	40	0 56	4	40	4	1
30	29	5	161 0	52	5	169 0	3	0
40	24	5	20	47	4	20	3	1
50	2 19		40	0 43		40	0 2	
		5			4			0
157 0	2 14	5	162 0	0 39	3	170 0	0 2	0
10	9	4	20	36	3	20	2	1
20	5	5	40	33	3	40	1	0
30	2 0	4	163 0	30	3	171 0	1	0
40	1 56	5	20	27	3	20	1	0
50	1 51		40	0 24		40	0 1	
		4			2			0
158 0	1 47	4	164 0	0 22	2	172 0	0 1	0
10	43	4	20	20	2	20	1	1
20	39	3	40	18	2	40	0	0
30	36	4	165 0	16	2	173 0	0	
40	32	3	20	14	1			0
50	1 29		40	0 13		180 0	0	
		4			2			
159 0	1 25		166 0	0 11				

$$\frac{1}{M} = \frac{q^{\frac{3}{2}}}{t}$$

$$\sin w = \sqrt{[2.34\,090]\,\frac{1}{M}}$$

w im II. Quadranten

$$v = w + \delta$$

51a. Wahre Anomalie in parabelnahen Bahnen.

ε	log f		log E		ε	log f		log E	
— 0.30	0.04 625		0.00 317		0.00	0.00 000		0.00 000	
		138		9			174		12
29	04 487		00 308		+ 0.01	9.99 826		9.99 988	
		139		9			177		13
28	04 348		00 299		02	99 649		99 975	
		140		9			177		13
27	04 208		00 290		03	99 472		99 962	
		141		10			179		13
26	04 067		00 280		04	99 293		99 949	
		142		9			181		13
— 0.25	0.03 925		0.00 271		+ 0.05	9.99 112		9.99 936	
		143		10			183		13
24	03 782		00 261		06	98 929		99 923	
		144		9			184		14
23	03 638		00 252		07	98 745		99 909	
		145		10			187		13
22	03 493		00 242		08	98 558		99 896	
		146		10			187		14
21	03 347		00 232		09	98 371		99 882	
		147		10			190		14
— 0.20	0.03 200		0.00 222		+ 0.10	9.98 181		9.99 868	
		148		10			192		14
19	03 052		00 212		11	97 989		99 854	
		150		10			193		14
18	02 902		00 202		12	97 796		99 840	
		150		10			196		15
17	02 752		00 192		13	97 600		99 825	
		152		10			197		15
16	02 600		00 182		14	97 403		99 810	
		153		11			200		15
— 0.15	0.02 447		0.00 171		+ 0.15	9.97 203		9.99 795	
		154		10			201		15
14	02 293		00 161		16	97 002		99 780	
		155		11			204		15
13	02 138		00 150		17	96 798		99 765	
		157		11			206		16
12	01 981		00 139		18	96 592		99 749	
		157		11			208		15
11	01 824		00 128		19	96 384		99 734	
		159		11			210		16
— 0.10	0.01 665		0.00 117		+ 0.20	9.96 174		9.99 718	
		161		11			213		16
09	01 504		00 106		21	95 961		99 702	
		161		11			215		17
08	01 343		00 095		22	95 746		99 685	
		163		12			217		17
07	01 180		00 083		23	95 529		99 668	
		164		11			220		17
06	01 016		00 072		24	95 309		99 651	
		166		12			223		17
— 0.05	0.00 850		0.00 060		+ 0.25	9.95 086		9.99 634	
		167		12			225		17
04	00 683		00 048		26	94 861		99 617	
		169		11			228		18
03	00 514		00 037		27	94 633		99 599	
		170		12			230		18
02	00 344		00 025		28	94 403		99 581	
		171		13			234		18
— 0.01	00 173		00 012		29	94 169		99 563	
		173		12			236		19
0.00	0.00 000		0.00 000		+ 0.30	9.93 933		9.99 544	

Konstanten für die Bahn:

$$\varepsilon = \frac{1 - e}{1 + e} \qquad \alpha = \frac{f}{q^{\frac{3}{2}}} \sqrt{\frac{1 + e}{2}} \qquad \beta = \varepsilon E$$

Für jeden Ort:

$$M = \alpha t \qquad x = \frac{\operatorname{tg} \frac{1}{2} w}{f} \qquad n = \beta x^2$$

Mit Arg. M entnehme man w aus Taf. 50

$$\operatorname{tg} \tfrac{1}{2} v = x G H$$

$$\Theta = \varepsilon \operatorname{tg}^2 \frac{v}{2}$$

$$r = \frac{q\left(1 + \operatorname{tg}^2 \frac{v}{2}\right)}{1 + \Theta}$$

51b. Wahre Anomalie in parabelnahen Bahnen.

n	log G		n	log G		n	log G		n	log G	
— 0.30	9.95 247	145	— 0.15	9.97 515	159	0.00	0.00 000	174	+ 0.15	0.02 743	193
29	95 392	146	14	97 674	159	+ 0.01	00 174	176	16	02 936	195
28	95 538	147	13	97 833	161	02	00 350	176	17	03 131	196
27	95 685	147	12	97 994	161	03	00 526	178	18	03 327	197
26	95 832	149	11	98 155	163	04	00 704	179	19	03 524	199
— 0.25	9.95 981	149	— 0.10	9.98 318	163	+ 0.05	0.00 883	180	+ 0.20	0.03 723	201
24	96 130	151	09	98 481	165	06	01 063	182	21	03 924	202
23	96 281	151	08	98 646	165	07	01 245	183	22	04 126	203
22	96 432	152	07	98 811	167	08	01 428	183	23	04 329	205
21	96 584	153	06	98 978	167	09	01 611	186	24	04 534	207
— 0.20	9.96 737	154	— 0.05	9.99 145	169	+ 0.10	0.01 797	186	+ 0.25	0.04 741	208
19	96 891	154	04	99 314	170	11	01 983	188	26	04 949	210
18	97 045	156	03	99 484	171	12	02 171	189	27	05 159	211
17	97 201	157	02	99 655	172	13	02 360	191	28	05 370	213
16	97 358	157	— 0.01	99 827	173	14	02 551	192	29	05 583	215
— 0.15	9.97 515		0.00	0.00 000		+ 0.15	0.02 743		+ 0.30	0.05 798	

Konstanten für die Bahn:

$$\varepsilon = \frac{1 - e}{1 + e} \qquad \alpha = \frac{f}{q^{\frac{3}{2}}} \sqrt{\frac{1 + e}{2}} \qquad \beta = \varepsilon E$$

Für jeden Ort:

$$M = \alpha t \qquad x = \frac{\operatorname{tg} \frac{1}{2} w}{f} \qquad n = \beta x^2$$

Mit Arg. M entnehme man w aus Taf. 50

$$\operatorname{tg} \tfrac{1}{2} v = x G H$$

$$\Theta = \varepsilon \operatorname{tg}^2 \frac{v}{2}$$

$$r = \frac{q\left(1 + \operatorname{tg}^2 \frac{v}{2}\right)}{1 + \Theta}$$

51c. Wahre Anomalie in parabelnahen Bahnen.

log H in Einheiten der 5. Dezimale.

ε \ n	Hyperbel						
	0.00	— 0.05	— 0.10	— 0.15	— 0.20	— 0.25	— 0.30
0.00	0^v	0^v	0^v	0^v	0^v	0^v	0^v
— 0.05	0	0	0	0	0	0	+ 1
— 0.10	0	0	0	0	+ 1	+ 1	+ 1
— 0.15	0	0	0	0	+ 1	+ 1	+ 2
— 0.20	0	0	0	+ 1	+ 1	+ 2	+ 2
— 0.25	0	0	0	+ 1	+ 1	+ 2	+ 3
— 0.30	0	0	0	+ 1	+ 2	+ 2	+ 3

ε \ n	Ellipse						
	0.00	+ 0.05	+ 0.10	+ 0.15	+ 0.20	+ 0.25	+ 0.30
0.00	0^v	0^v	0^v	0^v	0^v	0^v	0^v
+ 0.05	0	0	0	0	0	— 1	— 1
+ 0.10	0	0	0	— 1	— 1	— 2	— 2
+ 0.15	0	0	0	— 1	— 1	— 2	— 4
+ 0.20	0	0	0	— 1	— 2	— 3	— 5
+ 0.25	0	0	— 1	— 1	— 3	— 4	— 6
+ 0.30	0	0	— 1	— 2	— 3	— 5	— 8

Konstanten für die Bahn:

$$\varepsilon = \frac{1 - e}{1 + e} \qquad \alpha = \frac{f}{q^{\frac{3}{2}}} \sqrt{\frac{1 + e}{2}} \qquad \beta = \varepsilon E$$

Für jeden Ort:

$$M = \alpha t \qquad x = \frac{\operatorname{tg} \frac{1}{2} w}{f} \qquad n = \beta x^2$$

Mit Arg. M entnehme man w aus Taf. 50

$$\operatorname{tg} \tfrac{1}{2} v = x G H$$

$$\Theta = \varepsilon \operatorname{tg}^2 \frac{v}{2}$$

$$r = \frac{q\left(1 + \operatorname{tg}^2 \frac{v}{2}\right)}{1 + \Theta}$$

52. Perihelzeit in parabelnahen Bahnen.

Θ	$\log P_1$	Diff.	$\log P_3$	Diff.	Θ	$\log P_1$	Diff.	$\log P_3$	Diff.
— 0.30	2.17 124	431	1.77 233	724	0.00	2.06 545	288	1.58 833	519
29	16 693	424	76 509	715	+ 0.01	06 257	285	58 314	514
28	16 269	417	75 794	706	02	05 972	281	57 800	509
27	15 852	410	75 088	697	03	05 691	279	57 291	505
26	15 442	405	74 391	688	04	05 412	275	56 786	500
— 0.25	2.15 037	398	1.73 703	679	+ 0.05	2.05 137	273	1.56 286	495
24	14 639	392	73 024	671	06	04 864	269	55 791	491
23	14 247	387	72 353	663	07	04 595	267	55 300	487
22	13 860	381	71 690	655	08	04 328	264	54 813	483
21	13 479	376	71 035	647	09	04 064	261	54 330	478
— 0.20	2.13 103	370	1.70 388	639	+ 0.10	2.03 803	259	1.53 852	474
19	12 733	365	69 749	632	11	03 544	256	53 378	471
18	12 368	360	69 117	625	12	03 288	253	52 907	466
17	12 008	356	68 492	618	13	03 035	251	52 441	462
16	11 652	350	67 874	611	14	02 784	248	51 979	459
— 0.15	2.11 302	346	1.67 263	604	+ 0.15	2.02 536	246	1.51 520	455
14	10 956	341	66 659	597	16	02 290	244	51 065	451
13	10 615	337	66 062	591	17	02 046	241	50 614	448
12	10 278	333	65 471	585	18	01 805	239	50 166	444
11	09 945	328	64 886	579	19	01 566	237	49 722	441
— 0.10	2.09 617	324	1.64 307	572	+ 0.20	2.01 329	234	1.49 281	437
09	09 293	320	63 735	567	21	01 095	232	48 844	434
08	08 973	317	63 168	561	22	00 863	231	48 410	430
07	08 656	312	62 607	555	23	00 632	228	47 980	427
06	08 344	309	62 052	550	24	00 404	225	47 553	424
— 0.05	2.08 035	305	1.61 502	544	+ 0.25	2.00 179	224	1.47 129	421
04	07 730	301	60 958	539	26	1.99 955	222	46 708	417
03	07 429	298	60 419	534	27	99 733	220	46 291	415
02	07 131	295	59 885	529	28	99 513	218	45 876	411
— 0.01	06 836	291	59 356	523	29	99 295	216	45 465	408
— 0.00	2.06 545		1.58 833		+ 0.30	1.99 079		1.45 057	

v_1 zugehörig zur *Zeit* t_1

$$\Theta = \frac{1-e}{1+e}\, \mathrm{tg}^2 \frac{v_1}{2}$$

$$T = t_1 - \frac{q^{\frac{3}{2}}}{\sqrt{1+e}} \left(P_1\, \mathrm{tg}\, \frac{v_1}{2} + P_3\, \mathrm{tg}^3 \frac{v_1}{2} \right)$$

53. Auflösung der Keplerschen Gleichung für $e < 0.25$.

x_0	σ	
0° 0′	0″	
		0
1 0	0	
		1
2 0	1	
		1
20	2	
		1
40	3	
		2
3 0	5	
		2
20	7	
		2
40	9	
		3
4 0	12	
		3
20	15	
		3
40	18	
		5
5 0	23	
		2
10	25	
		2
20	27	
		3
30	30	
		3
40	33	
		3
50	36	
		3
6 0	39	
		3
10	42	
		4
20	46	
		4
30	50	
		3
40	53	
		4
50	57	
		5
7 0	62	
		4
10	66	
		5
20	71	
		5
30	76	
		5
40	81	
		5
50	86	
		6
8 0	92	
		5
10	97	
		6
20	103	
		7
30	110	
		6
40	116	
		7
50	123	
		7
9 0	130	

x_0	σ	
9° 0′	130″	
		7
10	137	
		7
20	144	
		8
30	152	
		8
40	160	
		8
50	168	
		9
10 0	177	
		9
10	186	
		9
20	195	
		9
30	204	
		10
40	214	
		10
50	224	
		10
11 0	234	
		10
10	244	
		11
20	255	
		11
30	266	
		12
40	278	
		11
50	289	
		12
12 0	301	
		13
10	314	
		12
20	326	
		13
30	339	
		14
40	353	
		13
50	366	
		14
13 0	380	
		14
10	394	
		15
20	409	
		15
30	424	
		15
40	439	
		16
50	455	
		16
14 0	471	
		16
10	487	
		17
20	504	
		17
30	521	
		17
40	538	
		18
50	556	
		18
15 0	574	

$$\operatorname{tg} x_0 = \frac{e \sin M}{1 - e \cos M}$$

$$E = M + x_0 - \frac{\sigma}{1 - e \cos M}$$

σ hat das Vorzeichen von x_0

54. Auflösung der Keplerschen Gleichung für $e < 0.6$.

x_0	log C	
0°	4.53 627	
		0
1	53 627	
		2
2	53 625	
		4
3	53 621	
		4
4	53 617	
		6
5	4.53 611	
		8
6	53 603	
		9
7	53 594	
		10
8	53 584	
		12
9	53 572	
		13
10	4.53 559	
		16
11	53 543	
		17
12	53 526	
		18
13	53 508	
		21
14	53 487	
		22
15	53 465	
		25
16 0′	4.53 440	
		9
20	53 431	
		9
40	53 422	
		9
17 0	53 413	
		9
20	53 404	
		10
40	53 394	
		10
18 0	4.53 384	
		10
20	53 374	
		11
40	53 363	
		11
19 0	53 352	
		11
20	53 341	
		11
40	53 330	
		12
20 0	4.53 318	

x_0	log C	
20° 0′	4.53 318	
		12
20	53 306	
		12
40	53 294	
		13
21 0	53 281	
		13
20	53 268	
		13
40	53 255	
		14
22 0	4.53 241	
		14
20	53 227	
		14
40	53 213	
		15
23 0	53 198	
		15
20	53 183	
		15
40	53 168	
		16
24 0	4.53 152	
		16
20	53 136	
		17
40	53 119	
		17
25 0	53 102	
		17
20	53 085	
		18
40	53 067	
		18
26 0	4.53 049	
		19
20	53 030	
		19
40	53 011	
		20
27 0	52 991	
		20
20	52 971	
		20
40	52 951	
		21
28 0	4.52 930	
		21
20	52 909	
		22
40	52 887	
		23
29 0	52 864	
		23
20	52 841	
		23
40	52 818	
		24
30 0	4.52 794	

$$\operatorname{tg} x_0 = \frac{e \sin M}{1 - e \cos M}$$

$$A = \frac{\cos x_0}{1 - e \cos M}$$

$$\Delta x = -A\,C \sin^3 x_0$$

$$\delta x = \frac{\Delta x}{\cos x_0 \left(1 + 2A \sin^2 \tfrac{1}{2}(x_0 + \tfrac{1}{2}\Delta x)\right)}$$

$$E = M + x_0 + \delta x$$

log C stets positiv

Δx und δx in Bogensekunden

55. Zur Ermittelung der Sehne in der parabolischen Bewegung (Eulersche Gleichung).

η	$\log \mu$		η	$\log \mu$		η	$\log \mu$	
0.00	0.00 000	0	0.35	0.00 230	14	0.65	0.00 885	33
01	000	1	36	244	14	66	918	33
02	001	1	37	258	15	67	951	34
03	002	1	38	273	15	68	0.00 985	36
04	003	2	39	288	16	69	0.01 021	36
0.05	0.00 005	2	0.40	0.00 304	16	0.70	0.01 057	38
06	007	2	41	320	17	71	095	38
07	009	3	42	337	17	72	133	40
08	012	3	43	354	18	73	173	41
09	015	3	44	372	18	74	214	43
0.10	0.00 018	4	0.45	0.00 390	19	0.75	0.01 257	43
11	022	4	46	409	20	76	300	45
12	026	5	47	429	20	77	345	47
13	031	5	48	449	20	78	392	48
14	036	5	49	469	21	79	440	50
0.15	0.00 041	6	0.50	0.00 490	22	0.80	0.01 490	52
16	047	6	51	512	22	81	542	54
17	053	6	52	534	23	82	596	56
18	059	7	53	557	23	83	652	58
19	066	7	54	580	24	84	710	61
0.20	0.00 073	8	0.55	0.00 604	25	0.85	0.01 771	64
21	081	8	56	629	26	86	835	67
22	089	8	57	655	26	87	902	70
23	097	9	58	681	27	88	0.01 972	74
24	106	9	59	708	27	89	0.02 046	79
0.25	0.00 115	10	0.60	0.00 735	29	0.90	0.02 125	85
26	125	10	61	764	29	91	210	92
27	135	10	62	793	30	92	302	
28	145	11	63	823	30			
29	156	11	64	853	32			
0.30	0.00 167	12	0.65	0.00 885				
31	179	12						
32	191	13						
33	204	13						
34	217	13						
0.35	0.00 230							

$$\eta = \frac{2k(t_2 - t_1)}{(r_1 + r_2)^{\frac{3}{2}}} \qquad \log 2k = 8.53\,661$$

$$s = (r_1 + r_2)\,\eta\,\mu$$

$$\sin\gamma = \eta\,\mu \qquad y = \frac{1 + 2\sec\gamma}{3}$$

56. Verhältnis $\frac{\text{Sektor}}{\text{Dreieck}} = y$ in der Parabel.

η	$\log y$	
0.00	0.00 000	1
01	001	5
02	006	7
03	013	10
04	023	13
0.05	0.00 036	16
06	052	19
07	071	22
08	093	25
09	118	28
0.10	0.00 146	31
11	177	33
12	210	37
13	247	41
14	288	43
0.15	0.00 331	46
16	377	50
17	427	52
18	479	57
19	536	59
0.20	0.00 595	63
21	658	66
22	724	70
23	794	73
24	867	77
0.25	0.00 944	81
26	0.01 025	85
27	110	88
28	198	93
29	291	96
0.30	0.01 387	101
31	488	105
32	593	109
33	702	114
34	816	118
0.35	0.01 934	123
36	02 057	128
37	185	133
38	318	139
39	457	143
0.40	0.02 600	

$$\eta = \frac{2k(t_2 - t_1)}{(r_1 + r_2)^{\frac{3}{2}}}$$

$$\log 2k = 8.53\,661$$

57a. Verhältnis $\frac{\text{Sektor}}{\text{Dreieck}} = y$ in Ellipse und Hyperbel.

h	log y^2		h	log y^2		h	log y^2		h	log y^2	
0.000	0.00 000	96	0.035	0.03 185	86	0.070	0.06 044	78	0.105	0.08 642	71
001	00 096	96	036	03 271	86	071	06 122	77	106	08 713	71
002	00 192	96	037	03 357	85	072	06 199	77	107	08 784	71
003	00 288	95	038	03 442	85	073	06 276	77	108	08 855	70
004	00 383	95	039	03 527	85	074	06 353	77	109	08 925	70
0.005	0.00 478	95	0.040	0.03 612	84	0.075	0.06 430	76	0.110	0.08 995	70
006	00 573	94	041	03 696	85	076	06 506	77	111	09 065	70
007	00 667	94	042	03 781	84	077	06 583	76	112	09 135	70
008	00 761	94	043	03 865	84	078	06 659	76	113	09 205	70
009	00 855	93	044	03 949	83	079	06 735	76	114	09 275	69
0.010	0.00 948	93	0.045	0.04 032	83	0.080	0.06 811	75	0.115	0.09 344	69
011	01 041	93	046	04 115	83	081	06 886	75	116	09 413	69
012	01 134	93	047	04 198	83	082	06 961	76	117	09 482	69
013	01 227	92	048	04 281	83	083	07 037	75	118	09 551	69
014	01 319	92	049	04 364	82	084	07 112	74	119	09 620	68
0.015	0.01 411	91	0.050	0.04 446	82	0.085	0.07 186	75	0.120	0.09 688	69
016	01 502	91	051	04 528	82	086	07 261	74	121	09 757	68
017	01 593	91	052	04 610	82	087	07 335	74	122	09 825	68
018	01 684	91	053	04 692	81	088	07 409	74	123	09 893	68
019	01 775	90	054	04 773	81	089	07 483	74	124	09 961	68
0.020	0.01 865	90	0.055	0.04 854	81	0.090	0.07 557	74	0.125	0.10 029	68
021	01 955	90	056	04 935	81	091	07 631	73	126	10 097	67
022	02 045	89	057	05 016	80	092	07 704	74	127	10 164	68
023	02 134	89	058	05 096	80	093	07 778	73	128	10 232	67
024	02 223	89	059	05 176	80	094	07 851	72	129	10 299	67
0.025	0.02 312	89	0.060	0.05 256	80	0.095	0.07 923	73	0.130	0.10 366	67
026	02 401	88	061	05 336	80	096	07 996	73	131	10 433	66
027	02 489	88	062	05 416	79	097	08 069	72	132	10 499	67
028	02 577	88	063	05 495	79	098	08 141	72	133	10 566	66
029	02 665	87	064	05 574	79	099	08 213	72	134	10 632	67
0.030	0.02 752	87	0.065	0.05 653	79	0.100	0.08 285	72	0.135	0.10 699	66
031	02 839	87	066	05 732	78	101	08 357	72	136	10 765	66
032	02 926	87	067	05 810	78	102	08 429	71	137	10 831	66
033	03 013	86	068	05 888	78	103	08 500	71	138	10 897	65
034	03 099	86	069	05 966	78	104	08 571	71	139	10 962	66
0.035	0.03 185		0.070	0.06 044		0.105	0.08 642		0.140	0.11 028	

$$m = \frac{k^2 (t_2 - t_1)^2}{(2 \cos f \sqrt{r_1 r_2})^3} \qquad \operatorname{tg}(45^\circ + \omega) = \sqrt[4]{\frac{r_2}{r_1}}$$

$$l = \frac{\sin^2 \frac{1}{2} f + \operatorname{tg}^2 2\omega}{\cos f} \qquad \xi \text{ mit Arg. } x = \frac{m}{y^2} - l \text{ aus Tafel 57b}$$

$$h = \frac{m}{\frac{5}{6} + l + \xi}$$

$\log k = 8.23\,558$

$\frac{5}{6} = 0.83\,333$

$\log \frac{5}{6} = 9.92\,082$

57 a. Verhältnis $\dfrac{\text{Sektor}}{\text{Dreieck}} = y$ in Ellipse und Hyperbel (Schluß).

h	log y²	Diff.	h	log y²	Diff.	h	log y²	Diff.	h	log y²	Diff.
0.140	0.11 028	65	0.180	0.13 538	60	0.215	0.15 575	56	0.25	0.17 485	524
141	11 093	65	181	13 598	60	216	15 631	56	26	18 009	516
142	11 158	66	182	13 658	60	217	15 687	56	27	18 525	507
143	11 224	65	183	13 718	60	218	15 743	56	28	19 032	499
144	11 289	64	184	13 778	60	219	15 799	56	29	19 531	492
0.145	0.11 353	65	0.185	0.13 838	59	0.220	0.15 855	56	0.30	0.20 023	484
146	11 418	65	186	13 897	60	221	15 911	56	31	20 507	476
147	11 483	64	187	13 957	59	222	15 967	55	32	20 983	470
148	11 547	64	188	14 016	59	223	16 022	55	33	21 453	462
149	11 611	64	189	14 075	59	224	16 077	56	34	21 915	456
0.150	0.11 675	64	0.190	0.14 134	59	0.225	0.16 133	55	0.35	0.22 371	449
151	11 739	64	191	14 193	59	226	16 188	55	36	22 820	443
152	11 803	64	192	14 252	59	227	16 243	55	37	23 263	438
153	11 867	64	193	14 311	58	228	16 298	55	38	23 701	431
154	11 931	63	194	14 369	59	229	16 353	55	39	24 132	425
0.155	0.11 994	63	0.195	0.14 428	58	0.230	0.16 408	55	0.40	0.24 557	420
156	12 057	64	196	14 486	58	231	16 463	54	41	24 977	415
157	12 121	63	197	14 544	59	232	16 517	55	42	25 392	409
158	12 184	62	198	14 603	58	233	16 572	54	43	25 801	404
159	12 246	63	199	14 661	58	234	16 626	55	44	26 205	399
0.160	0.12 309	63	0.200	0.14 719	58	0.235	0.16 681	54	0.45	0.26 604	394
161	12 372	62	201	14 777	57	236	16 735	54	46	26 998	390
162	12 434	63	202	14 834	58	237	16 789	54	47	27 388	385
163	12 497	62	203	14 892	57	238	16 843	54	48	27 773	380
164	12 559	62	204	14 949	58	339	16 897	54	49	28 153	376
0.165	0.12 621	62	0.205	0.15 007	57	0.240	0.16 951	54	0.50	0.28 529	372
166	12 683	62	206	15 064	57	241	17 005	53	51	28 901	368
167	12 745	62	207	15 121	57	242	17 058	54	52	29 269	363
168	12 807	61	208	15 178	57	243	17 112	53	53	29 632	360
169	12 868	62	209	15 235	57	244	17 165	54	54	29 992	355
0.170	0.12 930	61	0.210	0.15 292	57	0.245	0.17 219	53	0.55	0.30 347	352
171	12 991	62	211	15 349	57	246	17 272	53	56	30 699	349
172	13 053	61	212	15 406	56	247	17 325	54	57	31 048	344
173	13 114	61	213	15 462	57	248	17 379	53	58	31 392	341
174	13 175	61	214	15 519	56	249	17 432	53	59	31 733	338
0.175	0.13 236	60	0.215	0.15 575		0.250	0.17 485		0.60	0.32 071	
176	13 296	61									
177	13 357	60									
178	13 417	61									
179	13 478	60									
0.180	0.13 538										

$$m = \frac{k^2 (t_2 - t_1)^2}{(2 \cos f \sqrt{r_1 r_2})^3} \qquad \operatorname{tg}(45^\circ + \omega) = \sqrt[4]{\frac{r_2}{r_1}}$$

$$l = \frac{\sin^2 \tfrac{1}{2} f + \operatorname{tg}^2 2\omega}{\cos f}$$

ξ mit Arg. $x = \dfrac{m}{y^2} - l$ aus Tafel 57 b

$$h = \frac{m}{\tfrac{5}{6} + l + \xi}$$

$\log k = 8.23\,558$

$\tfrac{5}{6} = 0.83\,333$

$\log \tfrac{5}{6} = 9.92\,082$

57 b. Zur Ermittelung von $\frac{\text{Sektor}}{\text{Dreieck}} = y$ in Ellipse und Hyperbel.

x	ξ Ellipse		ξ Hyperbel		x	ξ Ellipse		ξ Hyperbel	
0.00	0.00 000		0.00 000		0.15	0.00 141		0.00 118	
		1		1			20		16
01	001		001		16	161		134	
		1		1			22		16
02	002		002		17	183		150	
		3		3			24		18
03	005		005		18	207		168	
		4		4			25		18
04	009		009		19	232		186	
		6		5			27		19
0.05	0.00 015		0.00 014		0.20	0.00 259		0.00 205	
		6		6			28		20
06	021		020		21	287		225	
		8		7			30		21
07	029		027		22	317		246	
		9		8			32		21
08	038		035		23	349		267	
		11		9			34		22
09	049		044		24	383		289	
		12		10			35		23
0.10	0.00 061		0.00 054		0.25	0.00 418		0.00 312	
		13		11			38		24
11	074		065		26	456		336	
		14		12			39		25
12	088		077		27	495		361	
		16		13			41		25
13	104		090		28	536		386	
		18		14			43		26
14	122		104		29	579		412	
		19		14			45		27
0.15	0.00 141		0.00 118		0.30	0.00 624		0.00 439	

$$m = \frac{k^2 (t_2 - t_1)^2}{(2 \cos f \sqrt{r_1 r_2})^3} \qquad \operatorname{tg}(45^\circ + \omega) = \sqrt[4]{\frac{r_2}{r_1}}$$

$$l = \frac{\sin^2 \frac{1}{2} f + \operatorname{tg}^2 2\omega}{\cos f}$$

ξ mit Arg. $x = \frac{m}{y^2} - l$ aus Tafel 57 b

$$h = \frac{m}{\frac{5}{6} + l + \xi}$$

$\log k = 8.23\,558$

$\frac{5}{6} = 0.83\,333$

$\log \frac{5}{6} = 9.92\,082$

58. Enckes f-Tafel.

q	log f	Δ	q	log f	Δ
— 0.030	0.51 080	116	0.000	0.47 712	108
029	50 964	116	+ 0.001	47 604	109
028	50 848	115	002	47 495	108
027	50 733	115	003	47 387	107
026	50 618	115	004	47 280	108
— 0.025	0.50 503	115	+ 0.005	0.47 172	107
024	50 388	114	006	47 065	107
023	50 274	115	007	46 958	107
022	50 159	113	008	46 851	107
021	50 046	114	009	46 744	106
— 0.020	0.49 932	113	+ 0.010	0.46 638	106
019	49 819	113	011	46 532	106
018	49 706	113	012	46 426	106
017	49 593	113	013	46 320	105
016	49 480	112	014	46 215	106
— 0.015	0 49 368	112	+ 0.015	0.46 109	105
014	49 256	112	016	46 004	104
013	49 144	112	017	45 900	105
012	49 032	111	018	45 795	104
011	48 921	111	019	45 691	105
— 0.010	0.48 810	111	+ 0.020	0.45 586	104
009	48 699	111	021	45 482	103
008	48 588	110	022	45 379	104
007	48 478	110	023	45 275	103
006	48 368	110	024	45 172	103
— 0.005	0.48 258	110	+ 0.025	0.45 069	103
004	48 148	109	026	44 966	103
003	48 039	109	027	44 863	102
002	47 930	109	028	44 761	102
— 0.001	47 821	109	029	44 659	102
0.000	0.47 712		+ 0.030	0.44 557	

$$q = \frac{x_0 + \frac{1}{2}\xi}{r_0^2}\xi + \frac{y_0 + \frac{1}{2}\eta}{r_0^2}\eta + \frac{z_0 + \frac{1}{2}\zeta}{r_0^2}\zeta$$

$$1 - \frac{r_0^3}{r^3} = f q$$

59. Zur Berechnung der Differentialquotienten in der Parabel.

v	H	Δ	$\log h_I$	Δ	J	Δ	$\log j$	Δ
0°	— 0° 0′	0	0.0000	1	— 0° 0′	30	0.0000	1
1	0 0	0	9.9999	1	0 30	30	0001	2
2	0 0	0	9998	3	1 0	30	0003	3
3	0 0	0	9995	3	1 30	29	0006	4
4	0 0	0	9992	4	1 59	30	0010	6
5	— 0 0	0	9.9988	6	— 2 29	29	0.0016	8
6	0 0	1	9982	6	2 58	29	0024	8
7	0 1	0	9976	8	3 27	28	0032	10
8	0 1	1	9968	8	3 55	28	0042	10
9	0 2	0	9960	9	4 23	28	0052	12
10	— 0 2	1	9.9951	11	— 4 51	27	0.0064	14
11	0 3	1	9940	11	5 18	27	0078	14
12	0 4	1	9929	12	5 45	26	0092	15
13	0 5	1	9917	13	6 11	25	0107	16
14	0 6	2	9904	14	6 36	25	0123	18
15	— 0 8	1	9.9890	15	— 7 1	24	0.0141	18
16	0 9	2	9875	16	7 25	23	0159	19
17	0 11	2	9859	17	7 48	22	0178	20
18	0 13	3	9842	18	8 10	22	0198	21
19	0 16	2	9824	18	8 32	21	0219	21
20	— 0 18	3	9.9806	20	— 8 53	20	0.0240	22
21	0 21	3	9786	20	9 13	19	0262	23
22	0 24	4	9766	21	9 32	19	0285	23
23	0 28	3	9745	22	9 51	17	0308	24
24	0 31	4	9723	23	10 8	17	0332	25
25	— 0 35	5	9.9700	24	— 10 25	15	0.0357	25
26	0 40	4	9676	24	10 40	15	0382	25
27	0 44	5	9652	25	10 55	14	0407	25
28	0 49	6	9627	26	11 9	13	0432	26
29	0 55	5	9601	27	11 22	12	0458	27
30	— 1 0	7	9.9574	27	— 11 34	11	0.0485	26
31	1 7	6	9547	28	11 45	10	0511	26
32	1 13	7	9519	29	11 55	9	0537	27
33	1 20	7	9490	29	12 4	9	0564	27
34	1 27	8	9461	30	12 13	7	0591	27
35	— 1 35	8	9.9431	31	— 12 20	7	0.0618	26
36	1 43	9	9400	31	12 27	5	0644	27
37	1 52	9	9369	31	12 32	5	0671	27
38	2 1	9	9338	32	12 37	4	0698	26
39	2 10	10	9306	33	12 41	3	0724	27
40	— 2 20		9.9273		— 12 44		0.0751	

v	H	Δ	$\log h_I$	Δ	J	Δ	$\log j$	Δ
40°	— 2° 20′	10	9.9273	33	— 12° 44′	2	0.0751	26
41	2 30	11	9240	33	12 46	1	0777	26
42	2 41	11	9207	34	12 47	1	0803	26
43	2 52	11	9173	34	12 48	1	0829	26
44	3 3	12	9139	34	12 47	1	0855	26
45	— 3 15	13	9.9105	35	— 12° 46	2	0.0881	25
46	3 28	12	9070	35	12 44	3	0906	24
47	3 40	14	9035	35	12 41	4	0930	25
48	3 54	13	9000	36	12 37	4	0955	24
49	4 7	14	8964	35	12 33	6	0979	24
50	— 4 21	15	9.8929	36	— 12 27	6	0.1003	23
51	4 36	14	8893	36	12 21	7	1026	23
52	4 50	15	8857	36	12 14	7	1049	22
53	5 5	16	8821	35	12 7	9	1071	22
54	5 21	15	8786	36	11 58	9	1093	22
55	— 5 36	16	9.8750	36	— 11 49	9	0.1115	21
56	5 52	17	8714	36	11 40	11	1136	21
57	6 9	16	8678	35	11 29	11	1157	20
58	6 25	17	8643	36	11 18	12	1177	19
59	6 42	17	8607	35	11 6	12	1196	19
60	— 6 59	17	9.8572	35	— 10 54	14	0.1215	19
61	7 16	17	8537	35	10 40	13	1234	18
62	7 33	18	8502	34	10 27	15	1252	17
63	7 51	17	8468	35	10 12	15	1269	17
64	8 8	18	8433	34	9 57	16	1286	16
65	— 8 26	17	9.8399	33	— 9 41	16	0.1302	16
66	8 43	18	8366	34	9 25	17	1318	15
67	9 1	17	8332	33	9 8	18	1333	14
68	9 18	17	8299	33	8 50	18	1347	14
69	9 35	17	8266	32	8 32	19	1361	13
70	— 9 52	17	9.8234	32	— 8 13	19	0.1374	13
71	10 9	17	8202	31	7 54	20	1387	12
72	10 26	17	8171	31	7 34	21	1399	11
73	10 43	16	8140	31	7 13	21	1410	11
74	10 59	16	8109	31	6 52	22	1421	10
75	— 11 15	15	9.8078	30	— 6 30	22	0.1431	10
76	11 30	15	8048	30	6 8	23	1441	9
77	11 45	15	8018	29	5 45	23	1450	8
78	12 0	14	7989	29	5 22	24	1458	7
79	12 14	13	7960	29	4 58	24	1465	7
80	— 12 27		9.7931		— 4 34		0.1472	

h_I und j durchweg positiv. Die Vorzeichen der Winkel H und J gelten für positive v; für negative v kehren sie das Vorzeichen um.

59. Zur Berechnung der Differentialquotienten in der Parabel (Fortsetzung).

v	H	Δ	log h_I	Δ	J	Δ	log j	Δ
80°	— 12° 27′	13	9.7931	28	— 4° 34′	25	0.1472	6
81	12 40	12	7903	28	4 9	26	1478	6
82	12 52	12	7875	28	3 43	26	1484	5
83	13 4	10	7847	28	3 17	26	1489	4
84	13 14	10	7819	27	2 51	28	1493	4
85	— 13 24	10	9.7792	27	— 2 23	27	0.1497	3
86	13 34	8	7765	27	1 56	28	1500	2
87	13 42	8	7738	27	1 28	29	1502	2
88	13 50	6	7711	27	0 59	29	1504	1
89	13 56	6	7684	27	— 0 30	30	1505	0
90	— 14 2	5	9.7657	26	0 0	30	0.1505	0
91	14 7	4	7631	27	+ 0 30	31	1505	1
92	14 11	3	7604	27	1 1	31	1504	2
93	14 14	1	7577	27	1 32	32	1502	2
94	14 15	1	7550	27	2 4	33	1500	3
95	— 14 16	0	9.7523	27	+ 2 37	32	0.1497	4
96	14 16	2	7496	27	3 9	34	1493	4
97	14 14	2	7469	28	3 43	34	1489	5
98	14 12	4	7441	28	4 17	34	1484	6
99	14 8	5	7413	28	4 51	35	1478	6
100	— 14 3	6	9.7385	29	+ 5 26	36	0.1472	7
101	13 57	7	7356	29	6 2	36	1465	7
102	13 50	9	7327	30	6 38	37	1458	8
103	13 41	9	7297	30	7 15	37	1450	9
104	13 32	11	7267	30	7 52	38	1441	10
105	— 13 21	12	9.7237	31	+ 8 30	38	0.1431	10
106	13 9	14	7206	32	9 8	39	1421	11
107	12 55	15	7174	32	9 47	39	1410	11
108	12 40	16	7142	33	10 26	40	1399	12
109	12 24	17	7109	33	11 6	41	1387	13
110	— 12 7	18	9.7076	35	+ 11 47	41	0.1374	13
111	11 49	20	7041	35	12 28	42	1361	14
112	11 29	22	7006	36	13 10	42	1347	14
113	11 7	22	6970	37	13 52	43	1333	15
114	10 45	24	6933	37	14 35	44	1318	16
115	— 10 21	26	9.6896	39	+ 15 19	44	0.1302	16
116	9 55	27	6857	39	16 3	45	1286	17
117	9 28	28	6818	41	16 48	45	1269	17
118	9 0	29	6777	41	17 33	47	1252	18
119	8 31	31	6736	42	18 20	46	1234	19
120	— 8 0		9.6694		+ 19 6		0.1215	

v	H	Δ	log h_I	Δ	J	Δ	log j	Δ
120°	— 8° 0′	33	9.6694	44	+ 19° 6′	48	0.1215	19
121	7 27	34	6650	44	19 54	48	1196	19
122	6 53	35	6606	46	20 42	49	1177	20
123	6 18	37	6560	47	21 31	49	1157	21
124	5 41	38	6513	47	22 20	51	1136	21
125	— 5 3	40	9.6466	49	+ 23 11	51	0.1115	22
126	4 23	42	6417	50	24 2	51	1093	22
127	3 41	42	6367	51	24 53	53	1071	22
128	2 59	45	6316	53	25 46	53	1049	23
129	2 14	46	6263	54	26 39	54	1026	23
130	— 1 28	48	9.6209	54	+ 27 33	54	0.1003	24
131	— 0 40	50	6155	56	28 27	56	0979	24
132	+ 0 10	51	6099	58	29 23	56	0955	25
133	1 1	53	6041	59	30 19	57	0930	24
134	1 54	54	5982	59	31 16	58	0906	25
135	+ 2 48	57	9.5923	61	+ 32 14	59	0.0881	26
136	3 45	58	5862	63	33 13	59	0855	26
137	4 43	60	5799	64	34 12	61	0829	26
138	5 43	62	5735	65	35 13	61	0803	26
139	6 45	64	5670	66	36 14	62	0777	26
140	+ 7 49	67	9.5604	68	+ 37 16	63	0.0751	27
141	8 56	68	5536	68	38 19	64	0724	26
142	10 4	70	5468	70	39 23	65	0698	27
143	11 14	73	5398	72	40 28	65	0671	27
144	12 27	75	5326	72	41 33	67	0644	26
145	+ 13 42	77	9.5254	74	+ 42 40	67	0.0618	27
146	14 59	79	5180	75	43 47	69	0591	27
147	16 18	82	5105	76	44 56	69	0564	27
148	17 40	85	5029	76	46 5	70	0537	26
149	19 5	87	4953	78	47 15	71	0511	26
150	+ 20 32	90	9.4875	79	+ 48 26	72	0.0485	27
151	22 2	93	4796	80	49 38	73	0458	26
152	23 35	96	4716	80	50 51	74	0432	25
153	25 11	99	4636	81	52 5	75	0407	25
154	26 50	102	4555	81	53 20	75	0382	25
155	+ 28 32	105	9.4474	82	+ 54 35	77	0.0357	25
156	30 17	109	4392	82	55 52	77	0332	24
157	32 6	111	4310	83	57 9	79	0308	23
158	33 57	116	4227	82	58 28	79	0285	23
159	35 53	119	4145	81	59 47	80	0262	22
160	+ 37 52		9.4064		+ 61 7		0.0240	

h_I und durchweg positiv. Die Vorzeichen der Winkel H und J gelten für positive v; für negative v kehren sie das Vorzeichen um.

59. Zur Berechnung der Differentialquotienten in der Parabel (Schluß).

v	H	$\log h_I$	J	$\log j$	v	H	$\log h_I$	J	$\log j$
160°	+37° 52′	9.4064	+61° 7′	0.0240	170°	+61° 13′	9.3331	+75° 9′	0.0065
	123	81	81	21		161	57	88	12
161	39 55	3983	62 28	0219	171	63 54	3274	76 37	0053
	126	80	82	21		165	53	88	11
162	42 1	3903	63 50	0198	172	66 39	3221	78 5	0042
	130	79	82	20		167	47	88	10
163	44 11	3824	65 12	0178	173	69 26	3174	79 33	0032
	135	78	83	19		171	42	89	8
164	46 26	3746	66 35	0159	174	72 17	3132	81 2	0024
	138	76	84	18		173	37	89	8
165	+48 44	9.3670	+67 59	0.0141	175	+75 10	9.3095	+82 31	0.0016
	142	74	85	17		175	30	90	6
166	51 6	3596	69 24	0124	176	78 5	3065	84 1	0010
	146	71	85	17		177	24	89	4
167	53 32	3525	70 49	0107	177	81 2	3041	85 30	0006
	150	68	86	15		179	17	90	3
168	56 2	3457	72 15	0092	178	84 1	3024	87 0	0003
	154	65	87	14		179	10	90	2
169	58 36	3392	73 42	0078	179	87 0	3014	88 30	0001
	157	61	87	13		180	4	90	1
170	+61 13	9.3331	+75 9	0.0065	180	+90 0	9.3010	+90 0	0.0000

h_I und j durchweg positiv. Die Vorzeichen der Winkel H und J gelten für positive v; für negative v kehren sie das Vorzeichen um.

$$
\begin{aligned}
d\alpha\cos\delta = &-\frac{\sin b}{\varrho}\cos(B+\omega+\tfrac{1}{2}v)\,\frac{k''\sqrt{2}}{\sqrt{r}}\,dT \\
&+\frac{\sin b}{\varrho}\,\frac{1}{\cos\frac{1}{2}v}\,j\sin(B+\omega+J)\,dq \\
&+\frac{\sin b}{\varrho}\,\frac{r\,\mathrm{tg}\frac{1}{2}v}{\cos\frac{1}{2}v}\,h_I\cos(B+\omega+H)\,\tfrac{1}{2}de \\
&+\frac{r}{\varrho}\sin b\cos(B+\omega+v)\,ds \\
&+\frac{r}{\varrho}\cos b\sin v\,dp \\
&-\frac{r}{\varrho}\cos b\cos v\,dq
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
d\delta = &-\frac{\sin c}{\varrho}\cos(C+\omega+\tfrac{1}{2}v)\,\frac{k''\sqrt{2}}{\sqrt{r}}\,dT \\
&+\frac{\sin c}{\varrho}\,\frac{1}{\cos\frac{1}{2}v}\,j\sin(C+\omega+J)\,dq \\
&+\frac{\sin c}{\varrho}\,\frac{r\,\mathrm{tg}\frac{1}{2}v}{\cos\frac{1}{2}v}\,h_I\cos(C+\omega+H)\,\tfrac{1}{2}de \\
&+\frac{r}{\varrho}\sin c\cos(C+\omega+v)\,ds \\
&+\frac{r}{\varrho}\cos c\sin v\,dp \\
&-\frac{r}{\varrho}\cos c\cos v\,dq
\end{aligned}
$$

$$\log k''\sqrt{2} = 3.7005$$

60. Bahnverbesserung für große Exzentrizitäten.

θ	$\log E_2^v$		$\log E_4^v$		E_0^r		$\log E_4^r$	
— 0.40	9.8187*n*	60	9.9311*n*	8	+ 1.5609	121	9.3885	26
39	8247*n*	59	9303*n*	8	5730	121	3859	26
38	8306*n*	57	9295*n*	8	5851	120	3833	25
37	8363*n*	57	9287*n*	8	5971	119	3808	25
36	8420*n*	56	9279*n*	7	6090	119	3783	25
— 0.35	9.8476*n*	55	9.9272*n*	8	+ 1.6209	118	9.3758	25
34	8531*n*	54	9264*n*	8	6327	117	3733	24
33	8585*n*	53	9256*n*	7	6444	117	3709	24
32	8638*n*	52	9249*n*	8	6561	116	3685	24
31	8690*n*	52	9241*n*	7	6677	115	3661	24
— 0.30	9.8742*n*	51	9.9234*n*	8	+ 1.6792	115	9.3637	24
29	8793*n*	50	9226*n*	7	6907	114	3613	23
28	8843*n*	49	9219*n*	7	7021	113	3590	23
27	8892*n*	48	9212*n*	7	7134	113	3567	23
26	8940*n*	48	9205*n*	8	7247	112	3544	23
— 0.25	9.8988*n*	47	9.9197*n*	7	+ 1.7359	112	9.3521	22
24	9035*n*	47	9190*n*	7	7471	111	3499	22
23	9082*n*	46	9183*n*	7	7582	111	3477	22
22	9128*n*	45	9176*n*	7	7693	110	3455	22
21	9173*n*	44	9169*n*	7	7803	109	3433	22
— 0.20	9.9217*n*	44	9.9162*n*	7	+ 1.7912	109	9.3411	22
19	9261*n*	44	9155*n*	7	8021	109	3389	21
18	9305*n*	43	9148*n*	7	8130	108	3368	21
17	9348*n*	42	9141*n*	6	8238	107	3347	21
16	9390*n*	41	9135*n*	7	8345	107	3326	21
— 0.15	9.9431*n*	42	9.9128*n*	7	+ 1.8452	106	9.3305	21
14	9473*n*	40	9121*n*	7	8558	106	3284	20
13	9513*n*	40	9114*n*	6	8664	106	3264	21
12	9553*n*	40	9108*n*	7	8770	105	3243	20
11	9593*n*	39	9101*n*	6	8875	104	3223	20
— 0.10	9.9632*n*	39	9.9095*n*	7	+ 1.8979	104	9.3203	20
09	9671*n*	38	9088*n*	6	9083	104	3183	20
08	9709*n*	38	9082*n*	7	9187	103	3163	19
07	9747*n*	37	9075*n*	6	9290	103	3144	20
06	9784*n*	37	9069*n*	7	9393	102	3124	19
— 0.05	9.9821*n*	37	9.9062*n*	6	+ 1.9495	102	9.3105	19
04	9858*n*	36	9056*n*	6	9597	101	3086	19
03	9894*n*	36	9050*n*	7	9698	101	3067	19
02	9930*n*	35	9043*n*	6	9799	101	3048	19
— 0.01	9.9965*n*	35	9.9037*n*	6	+ 1.9900	100	9.3029	19
0.00	0.0000*n*		9.9031*n*		2.0000		9.3010	

60. Bahnverbesserung für große Exzentrizitäten

(Schluß).

θ	$\log E_2^{\mathrm{v}}$		$\log E_4^{\mathrm{v}}$		E_0^{r}		$\log E_4^{\mathrm{r}}$	
0.00	0.0000n	35	9.9031n	6	+ 2.0000	100	9.3010	18
+ 0.01	0035n	34	9025n	6	0100	99	2992	19
02	0069n	34	9019n	7	0199	99	2973	18
03	0103n	33	9012n	6	0298	99	2955	18
04	0136n	33	9006n	6	0397	98	2937	18
+ 0.05	0.0169n	33	9.9000n	6	+ 2.0495	98	9.2919	18
06	0202n	32	8994n	6	0593	98	2901	18
07	0234n	32	8988n	6	0691	97	2883	18
08	0266n	32	8982n	6	0788	96	2865	17
09	0298n	32	8976n	6	0884	97	2848	18
+ 0.10	0.0330n	31	9.8970n	6	+ 2.0981	96	9.2830	17
11	0361n	31	8964n	5	1077	96	2813	17
12	0392n	30	8959n	6	1173	95	2796	18
13	0422n	31	8953n	6	1268	95	2778	17
14	0453n	30	8947n	6	1363	95	2761	17
+ 0.15	0.0483n	29	9.8941n	5	+ 2.1458	94	9.2744	16
16	0512n	30	8936n	6	1552	94	2728	17
17	0542n	29	8930n	6	1646	94	2711	17
18	0571n	29	8924n	6	1740	93	2694	16
19	0600n	29	8918n	5	1833	93	2678	17
+ 0.20	0.0629n	28	9.8913n	6	+ 2.1926	93	9.2661	16
21	0657n	28	8907n	5	2019	92	2645	17
22	0685n	28	8902n	6	2111	92	2628	16
23	0713n	27	8896n	6	2203	92	2612	16
24	0740n	28	8890n	5	2295	92	2596	16
+ 0.25	0.0768n	27	9.8885n	6	+ 2.2387	91	9.2580	16
26	0795n	27	8879n	5	2478	91	2564	16
27	0822n	27	8874n	5	2569	91	2548	15
28	0849n	26	8869n	6	2660	90	2533	16
29	0875n	26	8863n	5	2750	90	2517	15
+ 0.30	0.0901n	26	9.8858n	6	+ 2.2840	90	9.2502	16
31	0927n	26	8852n	5	2930	89	2486	15
32	0953n	26	8847n	5	3019	89	2471	16
33	0979n	25	8842n	6	3108	89	2455	15
34	1004n	25	8836n	5	3197	89	2440	15
+ 0.35	0.1029n	25	9.8831n	5	+ 2.3286	88	9.2425	15
36	1054n	25	8826n	5	3374	88	2410	15
37	1079n	25	8821n	6	3462	88	2395	15
38	1104n	24	8815n	5	3550	88	2380	15
39	1128n	24	8810n	5	3638	87	2365	15
+ 0.40	0.1152n		9.8805n		+ 2.3725		9.2350	

61 a. Interpolation nach der Besselschen Formel.

n	(II)		(III)		(IV)		(V)		n
0.00	— 0.00 000 —		+ 0.0000 —		+ 0.0000 +		— 0.0000 +		1.00
		495		8		8		1	
01	00 495		0008		0008		0001		0.99
		485		8		8		1	
02	00 980		0016		0016		0002		98
		475		7		9		0	
03	01 455		0023		0025		0002		97
		465		6		8		1	
04	— 0.01 920 —		+ 0.0029 —		+ 0.0033 +		— 0.0003 +		96
		455		7		8		1	
0.05	— 0.02 375 —		+ 0.0036 —		+ 0.0041 +		— 0.0004 +		0.95
		445		5		7		0	
06	02 820		0041		0048		0004		94
		435		6		8		1	
07	03 255		0047		0056		0005		93
		425		5		8		0	
08	03 680		0052		0064		0005		92
		415		4		7		1	
09	— 0.04 095 —		+ 0.0056 —		+ 0.0071 +		— 0.0006 +		91
		405		4		7		0	
0.10	— 0.04 500 —		+ 0.0060 —		+ 0.0078 +		— 0.0006 +		0.90
		395		4		8		1	
11	04 895		0064		0086		0007		89
		385		3		7		0	
12	05 280		0067		0093		0007		88
		375		3		7		0	
13	05 655		0070		0100		0007		87
		365		2		6		1	
14	— 0.06 020 —		+ 0.0072 —		+ 0.0106 +		— 0.0008 +		86
		355		2		7		0	
0.15	— 0.06 375 —		+ 0.0074 —		+ 0.0113 +		— 0.0008 +		0.85
		345		2		7		0	
16	06 720		0076		0120		0008		84
		335		2		6		0	
17	07 055		0078		0126		0008		83
		325		1		6		0	
18	07 380		0079		0132		0008		82
		315		1		6		1	
19	— 0.07 695 —		+ 0.0080 —		+ 0.0138 +		— 0.0009 +		81
		305		0		6		0	
0.20	— 0.08 000 —		+ 0.0080 —		+ 0.0144 +		— 0.0009 +		0.80
		295		0		6		0	
21	08 295		0080		0150		0009		79
		285		0		5		0	
22	08 580		0080		0155		0009		78
		275		0		6		0	
23	08 855		0080		0161		0009		77
		265		1		5		0	
24	— 0.09 120 —		+ 0.0079 —		+ 0.0166 +		— 0.0009 +		76
		255		1		5		0	
0.25	— 0.09 375 —		+ 0.0078 —		+ 0.0171 +		— 0.0009 +		0.75
		245		1		5		1	
26	09 620		0077		0176		0008		74
		235		1		4		0	
27	09 855		0076		0180		0008		73
		225		2		5		0	
28	10 080		0074		0185		0008		72
		215		2		4		0	
29	— 0.10 295 —		+ 0.0072 —		+ 0.0189 +		— 0.0008 +		71
		205		2		4		0	
0.30	— 0.10 500 —		+ 0.0070 —		+ 0.0193 +		— 0.0008 +		0.70
		195		2		4		1	
31	10 695		0068		0197		0007		69
		185		3		4		0	
32	10 880		0065		0201		0007		68
		175		2		4		0	
33	11 055		0063		0205		0007		67
		165		3		3		0	
34	— 0.11 220 —		+ 0.0060 —		+ 0.0208 +		— 0.0007 +		66
		155		3		3		1	
0.35	— 0.11 375 —		+ 0.0057 —		+ 0.0211 +		— 0.0006 +		0.65
		145		3		3		0	
36	11 520		0054		0214		0006		64
		135		4		3		0	
37	11 655		0050		0217		0006		63
		125		3		2		1	
38	11 780		0047		0219		0005		62
		115		3		3		0	
39	— 0.11 895 —		+ 0.0044 —		+ 0.0222 +		— 0.0005 +		61
		105		4		2		1	
0.40	— 0.12 000 —		+ 0.0040 —		+ 0.0224 +		— 0.0004 +		0.60
		95		4		2		0	
41	12 095		0036		0226		0004		59
		85		4		2		0	
42	12 180		0032		0228		0004		58
		75		3		1		1	
43	12 255		0029		0229		0003		57
		65		4		2		0	
44	— 0.12 320 —		+ 0.0025 —		+ 0.0231 +		— 0.0003 +		56
		55		4		1		1	
0.45	— 0.12 375 —		+ 0.0021 —		+ 0.0232 +		— 0.0002 +		0.55
		45		4		1		0	
46	12 420		0017		0233		0002		54
		35		5		0		1	
47	12 455		0012		0233		0001		53
		25		4		1		0	
48	12 480		0008		0234		0001		52
		15		4		0		1	
49	— 0.12 495 —		+ 0.0004 —		+ 0.0234 +		— 0.0000 +		51
		5		4		0		0	
0.50	— 0.12 500 —		+ 0.0000 —		+ 0.0234 +		— 0.0000 +		0.50

61b. Interpolation nach der Newtonschen Formel.

n	(II)		(III)		(IV)		(V)	
0.00	— 0.00 000	495	+ 0.0000	33	— 0.0000	24	+ 0.0000	20
01	00 495	485	0033	32	0024	24	0020	18
02	00 980	475	0065	30	0048	23	0038	18
03	01 455	465	0095	30	0071	22	0056	17
04	01 920	455	0125	29	0093	21	0073	17
0.05	— 0.02 375	445	+ 0.0154	28	— 0.0114	20	+ 0.0090	16
06	02 820	435	0182	27	0134	19	0106	15
07	03 255	425	0209	26	0153	19	0121	14
08	03 680	415	0235	26	0172	18	0135	13
09	04 095	405	0261	24	0190	17	0148	13
0.10	— 0.04 500	395	+ 0.0285	23	— 0.0207	16	+ 0.0161	12
11	04 895	385	0308	23	0223	15	0173	12
12	05 280	375	0331	21	0238	15	0185	11
13	05 655	365	0352	21	0253	14	0196	10
14	06 020	355	0373	20	0267	13	0206	10
0.15	— 0.06 375	345	+ 0.0393	19	— 0.0280	13	+ 0.0216	9
16	06 720	335	0412	18	0293	11	0225	8
17	07 055	325	0430	18	0304	12	0233	8
18	07 380	315	0448	16	0316	10	0241	7
19	07 695	305	0464	16	0326	10	0248	7
0.20	— 0.08 000	295	+ 0.0480	15	— 0.0336	9	+ 0.0255	7
21	08 295	285	0495	14	0345	9	0262	6
22	08 580	275	0509	13	0354	8	0268	5
23	08 855	265	0522	13	0362	7	0273	5
24	09 120	255	0535	12	0369	7	0278	4
0.25	— 0.09 375	245	+ 0.0547	11	— 0.0376	6	+ 0.0282	4
26	09 620	235	0558	10	0382	6	0286	3
27	09 855	225	0568	10	0388	5	0289	3
28	10 080	215	0578	9	0393	5	0292	3
29	10 295	205	0587	8	0398	4	0295	2
0.30	— 0.10 500	195	+ 0.0595	7	— 0.0402	3	+ 0.0297	2
31	10 695	185	0602	7	0405	3	0299	1
32	10 880	175	0609	6	0408	3	0300	1
33	11 055	165	0615	6	0411	2	0301	1
34	11 220	155	0621	5	0413	2	0302	1
0.35	— 0.11 375	145	+ 0.0626	4	— 0.0415	1	+ 0.0303	0
36	11 520	135	0630	3	0416	0	0303	1
37	11 655	125	0633	3	0416	1	0302	0
38	11 780	115	0636	2	0417	1	0302	1
39	11 895	105	0638	2	0416	0	0301	1
0.40	— 0.12 000	95	+ 0.0640	1	— 0.0416	1	+ 0.0300	2
41	12 095	85	0641	0	0415	1	0298	2
42	12 180	75	0641	0	0414	2	0296	2
43	12 255	65	0641	0	0412	2	0294	2
44	12 320	55	0641	2	0410	2	0292	3
0.45	— 0.12 375	45	+ 0.0639	1	— 0.0408	3	+ 0.0289	2
46	12 420	35	0638	3	0405	3	0287	3
47	12 455	25	0635	3	0402	4	0284	4
48	12 480	15	0632	3	0398	3	0280	3
49	12 495	5	0629	4	0395	4	0277	4
0.50	— 0.12 500		+ 0.0625		— 0.0391		+ 0.0273	

61 b. Interpolation nach der Newtonschen Formel (Schluß).

n	(II)	Δ	(III)	Δ	(IV)	Δ	(V)	Δ
0.50	— 0.12 500		+ 0.0625		— 0.0391		+ 0.0273	
51	12 495	5	0621	4	0386	5	0270	3
52	12 480	15	0616	5	0382	4	0266	4
53	12 455	25	0610	6	0377	5	0262	4
54	12 420	35	0604	6	0372	5	0257	5
0.55	— 0.12 375	45	+ 0.0598	6	— 0.0366	6	+ 0.0253	4
56	12 320	55	0591	7	0361	5	0248	5
57	12 255	65	0584	7	0355	6	0243	5
58	12 180	75	0576	8	0349	6	0239	4
59	12 095	85	0568	8	0342	7	0234	5
0.60	— 0.12 000	95	+ 0.0560	8	— 0.0336	6	+ 0.0228	6
61	11 895	105	0551	9	0329	7	0223	5
62	11 780	115	0542	9	0322	7	0218	5
63	11 655	125	0532	10	0315	7	0212	6
64	11 520	135	0522	10	0308	7	0207	5
0.65	— 0.11 375	145	+ 0.0512	10	— 0.0301	7	+ 0.0202	5
66	11 220	155	0501	11	0293	8	0196	6
67	11 055	165	0490	11	0285	8	0190	6
68	10 880	175	0479	11	0278	7	0184	6
69	10 695	185	0467	12	0270	8	0178	6
0.70	— 0.10 500	195	+ 0.0455	12	— 0.0262	8	+ 0.0173	5
71	10 295	205	0443	12	0253	9	0167	6
72	10 080	215	0430	13	0245	8	0161	6
73	09 855	225	0417	13	0237	8	0155	6
74	09 620	235	0404	13	0228	9	0149	6
0.75	— 0.09 375	245	+ 0.0391	13	— 0.0220	8	+ 0.0143	6
76	09 120	255	0377	14	0211	9	0137	6
77	08 855	265	0363	14	0202	9	0131	6
78	08 580	275	0349	14	0194	8	0125	6
79	08 295	285	0335	14	0185	9	0119	6
0.80	— 0.08 000	295	+ 0.0320	15	— 0.0176	9	+ 0.0113	6
81	07 695	305	0305	15	0167	9	0107	6
82	07 380	315	0290	15	0158	9	0101	6
83	07 055	325	0275	15	0149	9	0095	6
84	06 720	335	0260	15	0140	9	0089	6
0.85	— 0.06 375	345	+ 0.0244	16	— 0.0131	9	+ 0.0083	6
86	06 020	355	0229	15	0122	9	0077	6
87	05 655	365	0213	16	0113	9	0071	6
88	05 280	375	0197	16	0104	9	0065	6
89	04 895	385	0181	16	0095	9	0059	6
0.90	— 0.04 500	395	+ 0.0165	16	— 0.0087	8	+ 0.0054	5
91	04 095	405	0149	16	0078	9	0048	6
92	03 680	415	0132	17	0069	9	0042	6
93	03 255	425	0116	16	0060	9	0037	5
94	02 820	435	0100	16	0051	9	0031	6
0.95	— 0.02 375	445	+ 0.0083	17	— 0.0043	8	+ 0.0026	5
96	01 920	455	0067	16	0034	9	0021	5
97	01 455	465	0050	17	0025	9	0015	6
98	00 980	475	0033	17	0017	8	0010	5
0.99	00 495	485	0017	16	0008	9	0005	5
1.00	— 0.00 000	495	+ 0.0000	17	— 0.0000	8	+ 0.0000	5

62. Astronomische Konstanten.

		log
Allgemeine Präzession . . .	1850 50″2453 1900 .2564 1950 .2675	1.70 1095 1.70 1191 1.70 1287
Konstante der Nutation . .	9″21	0.96 426
Konstante der Aberration .	20″47	1.31 112
Lichtzeit in Zeitsekunden . .	498ˢ5	2.69 767
Lichtzeit in Tagen	0ᵈ005770	7.76 118 − 10
Sonnenparallaxe	8″80	0.94 448
Mittlere Entfernung der Erde von der Sonne, entsprechend der Parallaxe 8″80 und dem Helmertschen Äquatorradius a = 6378.200 km .	149 499 793 km	8.17 4640 59
Anziehungskraft der Sonne k^2 (Gaußsche Konstante):		
k (in Teilen des Radius)	0.017 20209 895	8.23 5581 44 − 10
k (in Sekunden) . . .	3548″18761	3.55 0006 57
Dauer des julianischen Jahres	365.25 mittlere Tage	2.56 2590 22
Dauer des siderischen Jahres	365.256 360 42 „ „	2.56 2597 78
Dauer des tropischen Jahres	365.242 198 79 „ „	2.56 2580 94
1 mittlerer Sonnentag . . .	1.002 737 91 Sterntage	0.00 1187 43
1 Sterntag	0.997 269 57 mittl. Sonnentage	9.99 8812 56 − 10
Anzahl der Sekunden in einem Tag	86 400ˢ	4.93 6513 74
Anzahl der Sekunden in einem siderischen Jahr	31 558 149ˢ54	7.49 9111 53
Geschwindigkeit des Lichtes .	299 860 km	5.47 6918 54
Lichtjahr	9 463 026 000 000 km 63 297.91 astron. Einh.	12.97 6030 0 4.80 1389 4
Entfernung für eine Sternparallaxe $\Pi = 1''$ . . .	3.2586 Lichtjahre	0.51 304

63. Mathematische Konstanten.

		log
Basis der natürlichen Logarithmen .	$e = 2.71\,828\,183$	0.43 429 45
Modul der briggischen Logarithmen .	$M = 0.43\,429\,448$	9.63 778 43 − 10
Radius des Kreises in Graden . . .	$\varrho^\circ = 57^\circ\!.29\,578$	1.75 812 26
„ „ „ „ Minuten . . .	$\varrho' = 3437'\!.7468$	3.53 627 39
„ „ „ „ Sekunden . .	$\varrho'' = 206\,264''\!.806$	5.31 442 51
Umfang des Kreises in Graden . . .	360°	2.55 630 25
„ „ „ „ Minuten . .	21 600	4.33 445 38
„ „ „ „ Sekunden . .	1 296 000″	6.11 260 50
sin 1°	0.01 745 240 6	8.24 185 53 − 10
sin 1′	0.00 029 088 820	6.46 372 61 − 10
sin 1″	0.00 000 484 813 68	4.68 557 49 − 10
π	3.14 159 265	0.49 714 99
2π	6.28 318 531	0.79 817 99
$\frac{1}{2}\pi$	1.57 079 633	0.19 611 99
π^2	9.86 960 440	0.99 429 97
$\frac{2}{\sqrt{\pi}}$	1.12 837 917	0.05 245 51
$\sqrt[3]{\frac{\pi}{6}}$	0.80 599 598	9.90 633 29 − 10
Wert von h·r, für den das Wahrscheinlichkeitsintegral $\frac{2}{\sqrt{\pi}}\int_0^{hr} e^{-t^2}\,dt = \frac{1}{2}$ wird	0.47 693 628	9.67 846 04 − 10

64. Berechnung der Beobachtungsfehler.

Einfache Beobachtungsreihen.

Beobachtungen von gleicher Genauigkeit: Einzelwerte $w_1, w_2, \dots w_n$.

Resultat: $W = \frac{[w]}{n}$

	1. Potenz	*2. Potenz*
Durchschnittl. Fehler einer Beobachtung	$d = \frac{[[v]]}{\sqrt{n(n-1)}}$	
Mittlerer Fehler einer Beobachtung	$\varepsilon = 1.2533 \frac{[[v]]}{\sqrt{n(n-1)}}$	$\sqrt{\frac{[vv]}{n-1}}$
Wahrscheinl. Fehler einer Beobachtung	$r = 0.8453 \frac{[[v]]}{\sqrt{n(n-1)}}$	$0.6745 \sqrt{\frac{[vv]}{n-1}}$
Mittlerer Fehler des Resultats $\varepsilon(W) = \frac{\varepsilon}{\sqrt{n}}$	$= 1.2533 \frac{[[v]]}{n\sqrt{n-1}}$	$\sqrt{\frac{[vv]}{n(n-1)}}$
Wahrsch. Fehler des Resultats $r(W) = \frac{r}{\sqrt{n}}$	$= 0.8453 \frac{[[v]]}{n\sqrt{n-1}}$	$0.6745 \sqrt{\frac{[vv]}{n(n-1)}}$

Beobachtungen von ungleicher Genauigkeit.

Einzelwerte $w_1, w_2, \dots w_n$; Gewichte $p_1, p_2, \dots p_n$.

Resultat: $W = \frac{[pw]}{[p]}$

Mittlerer Fehler der Gewichtseinheit: $\varepsilon = \sqrt{\frac{[pvv]}{n-1}}$

Wahrscheinl. Fehler der Gewichtseinheit: $r = 0.6745 \sqrt{\frac{[pvv]}{n-1}}$

Mittl. Fehler einer Beobachtung vom Gewichte p_0: $\varepsilon_0 = \frac{\varepsilon}{\sqrt{p_0}} = \sqrt{\frac{[pvv]}{p_0(n-1)}}$

Wahrsch. Fehler einer Beobacht. vom Gew. p_0: $r_0 = \frac{r}{\sqrt{p_0}} = 0.6745 \sqrt{\frac{[pvv]}{p_0(n-1)}}$

Mittlerer Fehler des Resultats: $\varepsilon(W) = \frac{\varepsilon}{\sqrt{[p]}} = \sqrt{\frac{[pvv]}{[p](n-1)}}$

Wahrscheinl. Fehler des Resultats: $r(W) = \frac{r}{\sqrt{[p]}} = 0.6745 \sqrt{\frac{[pvv]}{[p](n-1)}}$

Gewicht des Resultats: $p(W) = [p]$

Beziehungen zwischen Gewicht, mittlerem und wahrscheinlichem Fehler:

$$p_1 : p_2 = \frac{1}{\varepsilon_1^2} : \frac{1}{\varepsilon_2^2} = \frac{1}{r_1^2} : \frac{1}{r_2^2}$$

$r = 0.674\,4897\,\varepsilon$	log 9.828 9753	$\varepsilon = 1.482\,6024\,r$	log 0.171 0247
$r = 0.845\,3476\,d$	„ 9.927 0353	$\varepsilon = 1.253\,3143\,d$	„ 0.098 0600

65. Auflösung von Gleichungen mit drei Unbekannten nach der Methode der kleinsten Quadrate.

Bedingungsgleichungen:

$$\begin{array}{l} a_1 x + b_1 y + c_1 z = n_1 \\ a_2 x + b_2 y + c_2 z = n_2 \\ a_3 x + b_3 y + c_3 z = n_3 \\ \vdots \quad\ \vdots \quad\ \vdots \quad\ \vdots \\ a_n x + b_n y + c_n z = n_n \end{array}$$

Die Gleichungen sind durch Multiplikation mit $\sqrt{p}$, der Quadratwurzel ihres Gewichtes p, gleichwertig zu machen.

Normalgleichungen:

$$\begin{array}{l} [aa]x + [ab]y + [ac]z = [an] \\ [ab]x + [bb]y + [bc]z = [bn] \\ [ac]x + [bc]y + [cc]z = [cn] \end{array}$$

Abkürzende Bezeichnungen:

$a_1a_1 + a_2a_2 + a_3a_3 \ldots + a_na_n = [aa]$

$b_1c_1 + b_2c_2 + b_3c_3 \ldots + b_nc_n = [bc]$

usw.

Dann bildet man:

$$[bb1] = [bb] - \frac{[ab]}{[aa]}[ab] \qquad [cc1] = [cc] - \frac{[ac]}{[aa]}[ac]$$

$$[bc1] = [bc] - \frac{[ab]}{[aa]}[ac] \qquad [cn1] = [cn] - \frac{[ac]}{[aa]}[an]$$

$$[bn1] = [bn] - \frac{[ab]}{[aa]}[an] \qquad [cc2] = [cc1] - \frac{[bc1]}{[bb1]}[bc1]$$

$$[cn2] = [cn1] - \frac{[bc1]}{[bb1]}[bn1]$$

und erhält die Eliminationsgleichungen:

$$\begin{array}{rrrl} [aa]x + & [ab]y + & [ac]z = & [an] \\ & [bb1]y + & [bc1]z = & [bn1] \\ & & [cc2]z = & [cn2] \end{array}$$

Rechnet man noch:

$$[cc1]_a = [cc] - \frac{[bc]}{[bb]}[bc]$$

so bekommt man die Gewichte der Unbekannten:

$$p_z = [cc2] \qquad p_y = [bb1]\frac{[cc2]}{[cc1]} \qquad p_x = [aa]\frac{[bb1]}{[bb]} \cdot \frac{[cc2]}{[cc1]_a}$$

Sind v die nach Einsetzung der Unbekannten in die Bedingungsgleichungen übrigbleibendem Reste im Sinne (Beobachtung — Rechnung), so wird

Mittlerer Fehler der Gewichtseinheit $\varepsilon = \sqrt{\frac{[pvv]}{n - \mu}}$

n Anzahl der Fehlergleichungen und Beobachtungen

μ Anzahl der Unbekannten, hier $= 3$

Mittlerer Fehler der Unbekannten:

$$\varepsilon_z = \frac{\varepsilon}{\sqrt{p_z}} \qquad \varepsilon_y = \frac{\varepsilon}{\sqrt{p_y}} \qquad \varepsilon_x = \frac{\varepsilon}{\sqrt{p_x}}$$

Kontrolle: $[vv] = [nn3] = [nn] - [an]x - [bn]y - [cn]z$

66. Formeln zur Ortsbestimmung.

Bezeichnungen: α Rektaszension
δ Deklination
t Stundenwinkel
z Zenitdistanz
A_s Azimut, vom Südpunkt über W, N, O gezählt
A_n Azimut, vom Nordpunkt über O, S, W gezählt
φ Geographische Breite
q Parallaktischer Winkel am Stern
Θ Sternzeit
$t = \Theta - \alpha$

Zeitbestimmung aus einer Zenitdistanz.

$$\cos t = \frac{\cos z - \sin\varphi \sin\delta}{\cos\varphi \cos\delta} = \frac{\cos z}{\cos\varphi \cos\delta} - \operatorname{tang}\varphi \operatorname{tang}\delta$$

$$\operatorname{tang}\tfrac{1}{2} t = \sqrt{\frac{\sin(s-\varphi)\sin(s-\delta)}{\cos s \cos(s-z)}} \qquad s = \frac{\varphi + \delta + z}{2}$$

Differentialausdruck:

$$dt = \frac{1}{\cos\varphi \sin A_s} dz - \frac{1}{\cos\varphi \operatorname{tang} A_s} d\varphi + \frac{1}{\cos\delta \operatorname{tang} q} d\delta$$

Breitenbestimmung aus einer Zenitdistanz.

$$\cos(\varphi - M) = \frac{\cos z}{\sin\delta} \sin M \qquad \operatorname{tang} M = \frac{\operatorname{tang}\delta}{\cos t}$$

Differentialausdruck:

$$d\varphi = \frac{1}{\cos A_s} dz - \cos\varphi \operatorname{tang} A_s \, dt + \frac{\cos q}{\cos A_s} d\delta$$

Berechnung der Zenitdistanz (zur Standlinienmethode).

$$\cos z = \sin\varphi \sin\delta + \cos\varphi \cos\delta \cos t$$

$$\cos z = \sin\varphi \sin(N + \delta) \sec N \qquad \operatorname{tang} N = \operatorname{cotg}\varphi \cos t$$

oder

$$\cos z = \cos\varphi \sin(N + \delta) \operatorname{cosec} N \cos t \qquad \text{für kleine } \varphi$$

$$\sin\tfrac{1}{2} z = \sin\tfrac{1}{2}(\varphi - \delta) \sec M, \quad \text{wo}$$

$$\operatorname{tang} M = \operatorname{cosec}\tfrac{1}{2}(\varphi - \delta) \sin\tfrac{1}{2} t \sqrt{\cos\varphi \cos\delta}$$

Differentialausdruck:

$$dz = \cos A_s \, d\varphi + \cos\varphi \sin A_s \, dt - \cos q \, d\delta$$

66. Formeln zur Ortsbestimmung (Fortsetzung).

Berechnung des Azimuts.

Höhenazimut:

$$\sin A_s = -\sin A_n = \frac{\cos\delta \sin t}{\sin z}$$

$$\cos A_s = -\cos A_n = \frac{\sin\varphi \cos z - \sin\delta}{\cos\varphi \sin z}$$

$$= \operatorname{tang}\varphi \operatorname{cotg} z - \frac{\sin\delta}{\cos\varphi \sin z}$$

$$\operatorname{tang}\tfrac{1}{2}A_s = -\operatorname{cotg}\tfrac{1}{2}A_n = \sqrt{\frac{\sin(s-\varphi)\cos(s-z)}{\cos s \sin(s-\delta)}}$$

$$s = \frac{\varphi + \delta + z}{2}$$

Zeitazimut:

$$\operatorname{tang} A_s = \operatorname{tang} A_n = \frac{\sin t}{\sin\varphi \cos t - \cos\varphi \operatorname{tang}\delta}$$

$$\operatorname{tang} A_s = \operatorname{tang} A_n = -\frac{\operatorname{cotg}\delta \sec\varphi \sin t}{1 - \operatorname{cotg}\delta \operatorname{tang}\varphi \cos t}$$

$$\operatorname{tang} A_s = \operatorname{tang} A_n = \frac{\cos M \operatorname{tang} t}{\sin(\varphi - M)} \qquad \operatorname{tang} M = \frac{\operatorname{tang}\delta}{\cos t}$$

Differentialausdrücke:

$$dA = -\frac{\operatorname{cotg} t}{\cos\varphi} d\varphi + \frac{1}{\cos\varphi \sin t} d\delta + \frac{1}{\sin z \operatorname{tang} q} dz$$

$$dA = -\frac{\sin A_s}{\operatorname{tang} z} d\varphi + \frac{\sin q}{\sin z} d\delta + \frac{\cos\delta \cos q}{\sin z} dt$$

Azimut und Zeit aus einer Distanzmessung.

Da die beiden zu verbindenden Objekte, der irdische Gegenstand sowohl als auch das Gestirn, bei der Beobachtung nur eine geringe Erhebung über dem Horizont haben sollen, führen wir hier statt der Zenitdistanzen die (kleinen) Höhen ein und bezeichnen mit

a, h Azimut und Höhe des Gestirns,
A, H Azimut und Höhe des terrestrischen Objekts,
D die gemessene Distanz, die ebensowenig wie die gemessene Höhe H wegen Refraktion zu verbessern ist,
$\alpha = A - a$ die Azimutdifferenz Objekt — Gestirn.

66. Formeln zur Ortsbestimmung (Fortsetzung).

Azimut und Zeit (Fortsetzung).

Man erhält:

$$\cos\alpha = \frac{\cos D - \sin h \sin H}{\cos h \cos H}$$

oder:

$$\operatorname{tang}\frac{\alpha}{2} = \sqrt{\frac{\sin(s-H)\sin(s-h)}{\cos s \cos(s-D)}} \qquad s = \tfrac{1}{2}(D+H+h)$$

und berechnet a, h durch:

$$\operatorname{tang} a_s = \operatorname{tang} a_n = -\frac{\operatorname{cotg}\delta \sec\varphi \sin t}{1 - \operatorname{cotg}\delta \operatorname{tang}\varphi \cos t} \qquad \cos h = \frac{\cos\delta \sin t}{\sin a_s}$$

oder durch:

$$\operatorname{tang} M = \operatorname{tang}\delta \sec t$$

$$\operatorname{tang} a_s = \operatorname{tang} a_n = \frac{\cos M \operatorname{tang} t}{\sin(\varphi - M)} \qquad \operatorname{tang} h = \operatorname{cotg}(\varphi - M)\cos a_s$$

Die Differentialausdrücke für die Abhängigkeit zwischen α und D, h, H

$$d\alpha = \frac{\sin D}{\cos h \cos H \sin\alpha}\cdot dD \qquad d\alpha = \frac{1}{\cos h \operatorname{tang}\sigma}\cdot dh$$

$$d\alpha = \frac{1}{\cos H \operatorname{tang}\mu}\cdot dH$$

zeigen, daß man h und H möglichst klein und einander gleich halten soll. σ und μ bedeuten im Dreieck Zenit - Stern - Mire die Winkel am Stern und an der terrestrischen Mire. Für das Gestirnazimut a macht ein Zeitfehler dt

$$da = \frac{\cos\delta \cos q}{\cos h} dt \qquad q = \text{parallaktischer Winkel am Gestirn}$$

dann am wenigsten aus, wenn wieder h klein ist und der Stern im Ersten Vertikal oder in der Digression steht.

Die lineare Exzentrizität eines Sextanten beträgt höchstens 5 cm; für einen Spiegelkreis ist sie noch kleiner. Die Sextantenparallaxe sinkt also unter 10″ für Objekte mit einem Abstand von mehr als 1000 m.

66. Formeln zur Ortsbestimmung (Fortsetzung).

Azimut und Zeit (Fortsetzung).

Hat man einmal A und H für eine irdische Mire bestimmt, so kann man umgekehrt leicht aus einer Distanzmessung die Zeit ableiten. Diese Methode ist besonders bequem und empfehlenswert, wenn man in hohen Breiten längere Zeit an derselben Station liegen bleibt. Man berechnet zunächst aus A, H die ebenfalls konstanten äquatorealen Koordinaten Stundenwinkel τ und Deklination Δ des irdischen Objektes durch:

$$\operatorname{tang} N = \operatorname{cotg} H \cos A$$

$$\operatorname{tang} \tau = \frac{\operatorname{tang} A \sin N}{\cos(\varphi - N)} \qquad \operatorname{tang} \Delta = \operatorname{tang}(\varphi - N) \cos \tau$$

Die Differentialausdrücke:

$$d\tau = \frac{\cos H \cos Q}{\cos \Delta} \cdot dA - \frac{\sin Q}{\cos \Delta} \cdot dH$$

$$d\Delta = \cos H \sin Q \cdot dA + \cos Q \cdot dH$$

Q = parallaktischer Winkel am Objekt

$$\sin Q = \frac{\cos \varphi \sin A_s}{\cos \Delta} = \frac{\cos \varphi \sin \tau}{\cos H}$$

entbehren hier der praktischen Bedeutung, da man über die Stücke nicht verfügen kann.

Aus dem sphärischen Dreieck Pol – Objekt – Gestirn geht der Winkel χ am Pol hervor durch:

$$\cos \chi = \frac{\cos D - \sin \Delta \sin \delta}{\cos \Delta \cos \delta}$$

oder durch:

$$\operatorname{tang} \frac{\chi}{2} = \sqrt{\frac{\sin(s - \Delta) \sin(s - \delta)}{\cos s \cos(s - D)}} \qquad s = \tfrac{1}{2}(D + \Delta + \delta)$$

und der Stundenwinkel t des Gestirns und damit die Zeit:

$$t = \tau + \chi$$

Das Vorzeichen von χ stellt man durch den Anblick am Himmel fest.

Differentialausdruck:

$$dt = d\chi = \frac{\sin D}{\cos \Delta \cos \delta \sin \chi} \cdot dD$$

Δ und δ sollen demnach möglichst klein sein, dann wird in hohen Breiten nahe $\frac{\sin D}{\sin \chi} = 1$, alles Dinge, die man räumlich sofort erkennt.

66. Formeln zur Ortsbestimmung (Fortsetzung).

Azimut und Zeit (Schluß).

Beispiel. Distanz Sonne – Kirchturm $D = 28^\circ\,9'\,19''\!.2$, $H = 6^\circ\,18'\,49''\!.6$, Kirchturm links.

$\varphi = +\,48^\circ\,35'\,0''\!.2$ $\quad\delta_\odot = +\,22^\circ\,22'\,31''\!.2$ $\quad t_\odot = +\,6^h\,28^m\,25^s\!.7$

I. Azimutbestimmung.

$\operatorname{tg}\delta$	9.61 455	
$\sec t$	$0.90\,755_n$	
$\operatorname{tg} M$	$0.52\,210_n$	
M	$106^\circ\,43'\,39''\!.1$	
$\varphi - M$	$-\,58\;\;8\;\;38.9$	

$\cos M$	$9.45\,912_n$	
$\operatorname{tg} t$	$0.90\,419_n$	
$\operatorname{cosec}(\varphi - M)$	$0.07\,090_n$	
$\operatorname{tg} a_s$	$0.43\,421_n$	
a_s	$110^\circ\,12'\,4''\!.6$	
$\operatorname{cotg}(\varphi - M)$	$9.79\,336_n$	
$\cos a_s$	$9.53\,822_n$	
$\operatorname{tg} h$	9.33 158	
h	$12^\circ\,6'\,38''\!.4$	

D	$28^\circ\;9'\;19''\!.2$		
H	6 18 49.6		
h	12 6 38.4		
s	23 17 23.6	sec	0.03 691
s — H	16 58 34.0	sin	9 46 534
s — h	11 10 45.2	sin	9.28 753
s — D	— 4 51 55.6	sec	0.00 157
			8.79 135
		$\operatorname{tg}\frac{\alpha}{2}$	9.39 567
		α	$27^\circ\;55'\;56''\!.6$
		a	110 12 4 6
		A	82 16 8.0

II. Verwandlung von A und H in τ und $\varDelta$.

$\operatorname{cotg} H$	0.95 607	$\operatorname{tg} A$	0.86 724	$\operatorname{tg}(\varphi - N)$	$8.53\,858_n$
$\cos A$	9.12 880	$\sin N$	9.88 780	$\cos\tau$	9.23 810
$\operatorname{tg} N$	0.08 487	$\sec(\varphi - N)$	0.00 026	$\operatorname{tg}\varDelta$	$7.77\,668_n$
N	$50^\circ\,33'\,46''\!.0$	$\operatorname{tg}\tau$	0.75 530		
φ — N	— 1 58 45.8	τ	$+\,80^\circ\,2'\,11''\!.4$	$\varDelta$	$-\,0^\circ\,20'\,33''\!.4$

III. Zeitbestimmung.

D	$28^\circ\;9'\;19''\!.2$		
$\varDelta$	— 0 20 33 4		
δ	+ 22 22 31.2		
s	25 5 38.5	sec	0.04 306
s — $\varDelta$	25 26 11.9	sin	9.63 297
s — δ	2 43 7.3	sin	8.67 608
s — D	— 3 3 40.7	sec	0.00 062
			8.35 273
		$\operatorname{tg}\frac{\chi}{2}$	9.17 636

$\sin D$	9.6738
$\sec\varDelta$	0 0000
$\sec\delta$	0.0340
$\operatorname{cosec}\chi$	0.5323
	0 2401

$dt = 1.738 \cdot dD$

$\chi + 17^\circ\;4'\;20''\!.2$

$\tau + 80\;\;2\;\;11.4$

$t_\odot + 97\;\;6\;\;31.6 = +\,6^h\,28^m\,26^s\!.1$

Der Widerspruch $0^s\!.4$ gegen den Ausgangsstundenwinkel liegt innerhalb der Unsicherheiten 5stelliger Rechnung.

66. Formeln zur Ortsbestimmung (Fortsetzung).

Längenbestimmung aus einer Sternbedeckung.

α_*, δ_* Rektaszension und Deklination des bedeckten Sterns,

T_0 Mittlere Greenwicher Zeit, zu der Mond und Stern gleiche geozentrische Rektaszension haben (geozentrische Konjunktion in Rektaszension),

$\delta_☾$, Π Deklination und Äquatoreal-Horizontalparallaxe des Mondes zur Zeit T_0,

$d\alpha$, $d\delta$ Stündliche Änderungen der Rektaszension und Deklination des Mondes zur Zeit T_0,

T Mittlere Ortszeit des beobachteten Momentes (Eintritt oder Austritt),

Θ Ortssternzeit des beobachteten Momentes,

λ' Angenommene Länge des Beobachtungsortes (westlich +, östlich —).

Genäherte Rechnung.

$$q = \frac{\delta_☾ - \delta_*}{\Pi} \qquad q' = \frac{d\delta}{\Pi} \qquad p' = \frac{d\alpha \cos\delta_☾}{\Pi}$$

$$\operatorname{tg} N = \frac{p'}{q'} \qquad n = \frac{p'}{\sin N} = \frac{q'}{\cos N}$$

$\delta_☾ - \delta_*$, Π, $d\delta$, $d\alpha$ in Bogensekunden auszudrücken.

$0° < N < 180°$

n stets positiv.

$$t_* = \Theta - \alpha_*$$

$$x = \varrho \cos\varphi' \sin t_*$$

$$y = \varrho \sin\varphi' \cos\delta_* - \varrho \cos\varphi' \sin\delta_* \cos t_*$$

Zur Berechnung von $\varrho\cos\varphi'$ und $\varrho\sin\varphi'$ siehe Taf. 40 (S. 28 u. 152).

$$\tau = T_0 - (T + \lambda') \qquad \mathfrak{P} = -p'\tau \qquad \mathfrak{Q} = q - q'\tau$$

$$\operatorname{tg} M = \frac{\mathfrak{P} - x}{\mathfrak{Q} - y}$$

$$m = \frac{\mathfrak{P} - x}{\sin M} = \frac{\mathfrak{Q} - y}{\cos M}$$

$$\cos\psi = \frac{m}{k} \sin(M - N)$$

τ, $\mathfrak{P}$, $\mathfrak{Q}$ in Stunden auszudrücken.

sin M gleiches Vorzeichen mit $\mathfrak{P} - x$, cos M gleiches Vorzeichen mit $\mathfrak{Q} - y$.

m stets positiv.

$0° < \psi < 180°$

$k = 0.272\,550$

$\log k = 9.435\,446$

66. Formeln zur Ortsbestimmung (Fortsetzung).

Längenbestimmung (Fortsetzung).

An λ' anzubringende Korrektion $d\lambda$ in Stunden:

$$d\lambda^{(h)} = -\frac{m}{n} \cdot \frac{\cos(M - N - \psi)}{\cos\psi} \quad \text{für den Eintritt des Sterns}$$

$$d\lambda^{(h)} = -\frac{m}{n} \cdot \frac{\cos(M - N + \psi)}{\cos\psi} \quad \text{für den Austritt des Sterns}$$

$$\lambda = \lambda' + d\lambda$$

Die vom Mondort abhängigen Größen werden in einigen Ephemeriden für jede Bedeckung von Sternen bis zur Größe 6.5^m angegeben. Das Nautische Jahrbuch enthält T_0 (auf 1^s), q, log n, N. Nautical Almanac und American ephemeris geben T_0 (nur auf 0.1^m), q (mit Y bezeichnet), p′ (mit x′ bezeichnet), q′ (mit y′ bezeichnet).

Strenge Rechnung.

Verzichtet man auf die Benutzung der in den Ephemeriden für die Zeit T_0 der Konjunktion angegebenen Bedeckungskonstanten T_0, q, log n, N, p′, q′, so läßt sich die Rechnung strenge in folgender Weise führen, die ein genaueres Resultat ergibt, als die an erster Stelle behandelte Methode. Die Bezeichnungen sind dieselben wie vorhin.

Für die Zeit $T + \lambda'$ wird der Ephemeride $\alpha_☾$, $\delta_☾$, Π, $d\alpha$, $d\delta$ entnommen.

$$p = \frac{\sin(\alpha_☾ - \alpha_*)\cos\delta_☾}{\sin\Pi}$$

$$q = \frac{\sin(\delta_☾ - \delta_*)\cos^2\tfrac{1}{2}(\alpha_☾ - \alpha_*) + \sin(\delta_☾ + \delta_*)\sin^2\tfrac{1}{2}(\alpha_☾ - \alpha_*)}{\sin\Pi}$$

$$p' = \frac{d\alpha\cos\delta_☾}{\Pi} \qquad q' = \frac{d\delta}{\Pi}$$

$$\operatorname{tg} N = \frac{p'}{q'} \qquad n = \frac{p'}{\sin N} = \frac{q'}{\cos N} \qquad 0^\circ < N < 180^\circ$$

n stets positiv

$$x = \varrho\cos\varphi'\sin t_*$$

$$y = \varrho\sin\varphi'\cos\delta_* - \varrho\cos\varphi'\sin\delta_*\cos t_*$$

66. Formeln zur Ortsbestimmung (Fortsetzung).

Längenbestimmung (Fortsetzung).

$$\mathrm{tg}M = \frac{p - x}{q - y}$$

$$m = \frac{p - x}{\sin M} = \frac{q - y}{\cos M}$$

$$\sin\chi = \frac{m}{k}\sin(M - N)$$

sin M gleiches Vorzeichen mit $p - x$
cos M „ „ „ $q - y$

m stets positiv

χ durchweg so zu nehmen, daß $\cos\chi$ negativ für Eintritte, positiv für Austritte ist[1]).

$\log k = 9.435\,446$

$$d\lambda^{(h)} = \frac{k}{n}\cos\chi - \frac{m}{n}\cos(M - N)$$

oder, wenn $\sin\chi$ nicht sehr klein, bequemer:

$$d\lambda^{(h)} = \frac{m}{n}\cdot\frac{\sin(M - N - \chi)}{\sin\chi}$$

$$\lambda = \lambda' + d\lambda$$

Die mit dem Mondort der Ephemeride berechnete Länge λ ist noch behaftet mit den Fehlern des Mondortes. Seien dessen Korrektionen $\varDelta\alpha$, $\varDelta\delta$, beide in Bogensekunden ausgedrückt, und sei λ_w die wahre von den Fehlern des Mondortes befreite Länge, so besteht zwischen λ_w und λ die folgende Beziehung:

$$\lambda_w = \lambda - \varDelta\alpha\,\frac{3600}{n\Pi}\cos\delta_{☾}\,(\mathrm{tg}\chi\cos N + \sin N)$$
$$+ \varDelta\delta\,\frac{3600}{n\Pi}\,(\mathrm{tg}\chi\sin N - \cos N)$$

Π ist in Bogensekunden anzusetzen. Die Verbesserung $(\lambda_w - \lambda)$ der Länge erhält man in Zeitsekunden.

Die Korrektionsglieder für Mondradius, Mondparallaxe und Erdfigur brauchen bei Beobachtungen zur Längenbestimmung auf Reisen nicht eingeführt zu werden.

Bei genauen Rechnungen hat man den Erdradius ϱ des Beobachtungsortes wegen Seehöhe h und Strahlenbrechung zu verbessern. Den Einfluß der Seehöhe findet man in der Erläuterung zur Tafel 40 (S. 28).

---

[1]) Ausnahmen von dieser Regel können in seltenen Fällen eintreten; doch ist dann auch die Okkultation zur Längenbestimmung ungeeignet.

66. Formeln zur Ortsbestimmung (Fortsetzung).

Längenbestimmung (Fortsetzung).

Die Wirkung der Refraktion für Okkultationen äußert sich in einer scheinbaren Vergrößerung des Erdradius des Beobachtungsortes. Das folgende Täfelchen gibt die Korrektion des $\log \varrho$ in Einheiten der sechsten Dezimale des Logarithmus mit dem Argument wahre Zenitdistanz z des bedeckten Sterns im beobachteten Moment. In der dritten Spalte steht als weiteres Argument log cos z.

Korrektion des $\log \varrho$ wegen Refraktion bei Bedeckungen.

Wahre ZD	$\Delta \log \varrho$	log cos z
	VI	
60°	0	9.70
	1	
65	+ 1	9.63
	0	
70	+ 1	9.53
	0	
72	1	49
	1	
74	2	44
	0	
76	2	38
	1	
78	3	9.32
	2	
80	+ 5	9.24
	1	
81	6	19
	1	
82	7	14
	2	
83	9	09
	2	
84	11	9.02
	4	
85.0	+ 15	8.94
	2	
85.5	17	89
	3	
86.0	20	84
	3	
86.5	23	79
	5	
87.0	28	72
	6	
87.5	34	8.64
	7	
88.0	+ 41	8.54

Wahre ZD	$\Delta \log \varrho$	log cos z
	VI	
88°0	+ 41	8.54
	4	
2	45	50
	4	
4	49	45
	4	
6	53	39
	6	
8	59	8.32
	5	
89.0	+ 64	8.24
	3	
1	67	20
	4	
2	71	14
	3	
3	74	09
	4	
4	78	8.02
	4	
89.5	+ 82	7.94
	4	
6	86	84
	4	
7	90	72
	5	
8	95	54
	5	
9	100	7.24
	5	
90.0	+ 105	—

Beispiel (fingiert; Beobachtungsort im Parallel bei Capstadt).

Strenge Rechnung.

$\varphi = -33^\circ\,56'\,3''2$ $\quad \lambda' = -1^h\,14^m\,0^s0$ östl. v. Greenw.

1912 März 29 42 Leonis Eintritt $14^h\,20^m\,59^s4$ MOZ $= 14^h\,49^m\,13^s15$ Sternzt.

$T' + \lambda$	$13^h\ 6^m\ 59^s4$				
$\alpha_☾$	$10^h\ 19^m\ 12^s27$	α_*	$10^h\ 17^m\ 8^s07$	$\alpha_☾ - \alpha_*$	$+\ 0^h\ 2^m\ 4^s20$
$\delta_☾$	$+\ 14^\circ\ 48'\ 33''4$	δ_*	$+\ 15^\circ\ 25'\ 7''3$	$\delta_☾ - \delta_*$	$-\ 0^\circ\ 36'\ 33''9$
$\Pi_☾$	$59\ \ 28.91$	t_*	$+\ 4^h\ 32^m\ 5^s08$	$\delta_☾ + \delta_*$	$+\ 30\ \ 13\ \ 40.7$

$\log d\alpha^{('')}$ 3.30 604

$\log d\delta^{('')}$ $2.95\,046_n$

66. Formeln zur Ortsbestimmung (Schluß).

Längenbestimmung (Schluß).

$\cos\delta_{\text{☾}}$	9.98 533	$\sin(\delta_{\text{☾}}-\delta_*)$	$8.02\,678_n$	$\sin(\delta_{\text{☾}}+\delta_*)$	9.70 195
$\sin(\alpha_{\text{☾}}-\alpha_*)$	7.95 578	$\cos^2\frac{1}{2}(\alpha_{\text{☾}}-\alpha_*)$	0.00 000	$\sin^2\frac{1}{2}(\alpha_{\text{☾}}-\alpha_*)$	5.30 950
$\mathrm{cpl}\sin\Pi_{\text{☾}}$	1.76 191		$8.02\,678_n$ (a)		5.01 145 (b)
$\log p$	9.70 302		9.99 958 (C)		3.01 533 (B)
p	+ 0.50 469	$\mathrm{cpl}\sin\Pi_{\text{☾}}$	1.76 191		
		$\log q$	$9.78\,827_n$		
		q	− 0.61 414		

$\log d\alpha$	3.30 604	$\log d\delta$	$2.95\,046_n$
$\cos\delta_{\text{☾}}$	9.98 533	$\log\Pi_{\text{☾}}$	3.55 254
$\mathrm{cpl}\lg\Pi_{\text{☾}}$	6.44 746	$\log q'$	$9.39\,792_n$
$\log p'$	9.73 883	$\mathrm{tg}\,N$	$0.34\,091_n$
		N	114° 31′ 9″
		$\log n$	9.77 987

$\lg\varrho\cos\varphi'$	9.91 936	$\lg\varrho\sin\varphi'$	$9.74\,435_n$	$\lg\varrho\cos\varphi'$	9.91 936
$\sin t_*$	9.96 723	$\cos\delta_*$	9.98 409	$\sin\delta_*$	9.42 467
$\log x$	9.88 659		$9.72\,844_n$	$\cos t_*$	9.57 318
x	+ 0.77 018		− 0.53 511		8.91 721
			− 0.08 264		
		y	− 0.61 775		

$p-x$	− 0.26 549	lg $9.42\,404_n$	$\lg m$	9.42 408
$q-y$	+ 0.00 361	lg 7.55 751	$\mathrm{cpl}\lg k$	0.56 455
		$\mathrm{tg}\,M$ $1.86\,653_n$	$\sin(M-N)$	9.60 486
M	270°	46′ 44″.6	$\sin\chi$	9.59 349
$M-N$	156	15 35.6	χ	156° 54′ 34″
$M-N-\chi$	− 0	38 58.4		

$\lg m$	9.42 408	$\sin(M-N-\chi)$	$8.05\,449_n$
$\lg n$	9.77 987	$\sin\chi$	9.59 349
	9.64 421		$8.46\,100_n$
	$8.46\,100_n$		
lg 3600	3.55 630	λ'	− 1ʰ 14ᵐ 0ˢ.0
$\log d\lambda$	$1.66\,151_n$	$d\lambda$	− 45.9
$d\lambda =$	− 45ˢ.87	λ	− 1 14 45.9 = − 18° 41′ 28″

$\mathrm{tg}\,\chi$	$9.62\,976_n$	$\mathrm{tg}\,\chi$	$9.62\,976_n$	$\lg n$	9.77 987
$\cos N$	$9.61\,804_n$	$\sin N$	9.95 896	$\lg\Pi_{\text{☾}}$	3.55 254
	9.24 780		$9.58\,872_n$		3.33 241
	+ 0.17 693		− 0.38 790	lg 3600	3.55 630
$+\sin N$	+ 0.90 982	$-\cos N$	+ 0.41 499	$\cos\delta_{\text{☾}}$	9.98 533
	+ 1.08 675		+ 0.02 709		
	0.03 613		8.43 281		
	0.20 922		0.22 389		
	0.24 535		8.65 670		
	+ 1.7593		+ 0.04 536		

$$\lambda_W = \lambda - 1.759\,\Delta\alpha^{('')} + 0.045\,\Delta\delta^{('')}$$

Für $\Delta\alpha$ in Zeitsekunden hat man

$$\lambda_W = \lambda - 26.39\,\Delta\alpha^{(s)} + 0.045\,\Delta\delta^{('')}$$

Die Zenitdistanz des Sterns ergibt sich für den Bedeckungsmoment zu 81° 19′. Der $\log\varrho$ wäre daher wegen Refraktion zu verbessern um $+6^{\mathrm{VI}}$. Der Einfluß blieb vernachlässigt, da er in $d\lambda$ kaum 0ˢ.1 ausmacht.

67. Formeln zur theoretischen Astronomie.

Verwandlung von äquatorealen Koordinaten (α, δ) in ekliptikale (λ, β) und umgekehrt.

$$\operatorname{tg} M = \frac{\operatorname{tg}\delta}{\sin\alpha} \qquad \operatorname{tg} N = \frac{\operatorname{tg}\beta}{\sin\lambda}$$

$$\operatorname{tg}\lambda = \frac{\cos(M-\varepsilon)}{\cos M}\operatorname{tg}\alpha \qquad \operatorname{tg}\alpha = \frac{\cos(N+\varepsilon)}{\cos N}\operatorname{tg}\lambda$$

$$\operatorname{tg}\beta = \operatorname{tg}(M-\varepsilon)\sin\lambda \qquad \operatorname{tg}\delta = \operatorname{tg}(N+\varepsilon)\sin\alpha$$

ε Schiefe der Ekliptik
$\cos\lambda$ und $\cos\alpha$ haben das gleiche Vorzeichen.

Kontrollformeln:

$$\frac{\cos(M-\varepsilon)}{\cos M} = \frac{\cos\beta\sin\lambda}{\cos\delta\sin\alpha} \qquad \frac{\cos(N+\varepsilon)}{\cos N} = \frac{\cos\delta\sin\alpha}{\cos\beta\sin\lambda}$$

$$\sin(\lambda-\alpha) = 2\cos\alpha\operatorname{tg}\beta\operatorname{cosec}(M-\varepsilon)\sin\tfrac{1}{2}\varepsilon\sin(M-\tfrac{1}{2}\varepsilon)$$

$$\sin\tfrac{1}{2}(\delta-\beta) = \sin\beta\operatorname{cosec}(M-\varepsilon)\sin\tfrac{1}{2}\varepsilon\cos(M-\tfrac{1}{2}\varepsilon)\sec\tfrac{1}{2}(\delta+\beta)$$

$$\sin(\lambda-\alpha) = 2\cos\alpha\sec\beta\sin\delta\operatorname{cosec}(N+\varepsilon)\sin\tfrac{1}{2}\varepsilon\sin(N+\tfrac{1}{2}\varepsilon)$$

$$\sin\tfrac{1}{2}(\delta-\beta) = \sin\delta\operatorname{cosec}(N+\varepsilon)\sin\tfrac{1}{2}\varepsilon\cos(N+\tfrac{1}{2}\varepsilon)\sec\tfrac{1}{2}(\delta+\beta)$$

Anomalie und Radiusvektor in der Ellipse.

M mittlere Anomalie
E exzentrische Anomalie
v wahre Anomal e
e Exzentrizität
φ Ex⁊entrizitätswinkel, $e = \sin\varphi$
a große Halbachse
q Periheldi-tanz
$p = a(1-e^2)$ = Parameter
r Radiusvektor
U Umlaufszeit
μ mittlere tägliche Bewegung.

$$M = E - e\sin E \qquad r = a(1-e\cos E)$$

$$\operatorname{tg}\tfrac{1}{2}v = \sqrt{\frac{1+e}{1-e}}\operatorname{tg}\tfrac{1}{2}E \qquad r = \frac{p}{1+e\cos v} = \frac{a(1-e^2)}{1+e\cos v}$$

$$\sin\tfrac{1}{2}(v-E) = \sin\frac{\varphi}{2}\sqrt{\frac{r}{p}}\sin v = \sin\frac{\varphi}{2}\sqrt{\frac{a}{r}}\sin E$$

$$\sin\tfrac{1}{2}(v+E) = \cos\frac{\varphi}{2}\sqrt{\frac{r}{p}}\sin v = \cos\frac{\varphi}{2}\sqrt{\frac{a}{r}}\sin E$$

$$r\sin v = a\cos\varphi\sin E$$

$$r\cos v = a(\cos E - e)$$

67. Formeln zur theoretischen Astronomie (Fortsetzung).

Die Gaußschen Äquatorkonstanten und die heliozentrischen Koordinaten x′, y′, z′.

Bahnelemente auf die Ekliptik bezogen:

ω Abstand des Perihels vom Knoten
Ω Länge des Knotens
i Neigung.

$$\operatorname{tg} N = \frac{\operatorname{tg} i}{\cos \Omega}$$

$$\operatorname{cotg} A = -\operatorname{tg}\Omega \cos i \qquad \sin a = \frac{\cos\Omega}{\sin A}$$

sin a, sin b, sin c stets positiv.

$$\operatorname{cotg} B = \frac{\cos i \cos(N+\varepsilon)}{\operatorname{tg}\Omega \cos N \cos\varepsilon} \qquad \sin b = \frac{\sin\Omega\cos\varepsilon}{\sin B}$$

$$\operatorname{cotg} C = \frac{\cos i \sin(N+\varepsilon)}{\operatorname{tg}\Omega \cos N \sin\varepsilon} \qquad \sin c = \frac{\sin\Omega\sin\varepsilon}{\sin C}$$

$$\text{Probe:}\ \operatorname{tg} i = \frac{\sin b \sin c \sin(C - B)}{\sin a \cos A}$$

Heliozentrische Koordinaten:

$$x' = r \sin a \sin(A' + v) \qquad A' = A + \omega$$
$$y' = r \sin b \sin(B' + v) \qquad B' = B + \omega$$
$$z' = r \sin c \sin(C' + v) \qquad C' = C + \omega$$

Übergang auf geozentrischen Ort α, δ.

ϱ Abstand Erde – Gestirn
X, Y, Z äquatoreale Sonnenkoordinaten.

$$\varrho \sin\alpha \cos\delta = y' + Y$$
$$\varrho \cos\alpha \cos\delta = x' + X$$
$$\varrho \sin\delta = z' + Z$$

Reduktion des geozentrischen mittleren Ortes (α, δ) auf wahren Ort.

$$\Delta\alpha = f + g\sin(G+\alpha)\operatorname{tg}\delta \qquad \Delta\delta = g\cos(G+\alpha)$$

f, g, G den astronomischen Ephemeriden zu entlehnen.

67. Formeln zur theoretischen Astronomie (Fortsetzung).

Transformation der Bahnlage.

i, Ω, ω bezogen auf die Ekliptik
i', Ω', ω' bezogen auf den Äquator.

Übergang von Ekliptik zu Äquator.

$$\cos\tfrac{1}{2}i'\sin\tfrac{1}{2}(\Omega'+\sigma) = \cos\tfrac{1}{2}(i-\varepsilon)\sin\tfrac{1}{2}\Omega$$
$$\cos\tfrac{1}{2}i'\cos\tfrac{1}{2}(\Omega'+\sigma) = \cos\tfrac{1}{2}(i+\varepsilon)\cos\tfrac{1}{2}\Omega$$
$$\sin\tfrac{1}{2}i'\sin\tfrac{1}{2}(\Omega'-\sigma) = \sin\tfrac{1}{2}(i-\varepsilon)\sin\tfrac{1}{2}\Omega$$
$$\sin\tfrac{1}{2}i'\cos\tfrac{1}{2}(\Omega'-\sigma) = \sin\tfrac{1}{2}(i+\varepsilon)\cos\tfrac{1}{2}\Omega$$
$$\omega' = \omega + \sigma$$
$$\pi' = \omega' + \Omega'$$

Übergang von Äquator zu Ekliptik.

$$\sin\tfrac{1}{2}i\sin\tfrac{1}{2}(\Omega+\sigma) = \sin\tfrac{1}{2}(i'+\varepsilon)\sin\tfrac{1}{2}\Omega'$$
$$\sin\tfrac{1}{2}i\cos\tfrac{1}{2}(\Omega+\sigma) = \sin\tfrac{1}{2}(i'-\varepsilon)\cos\tfrac{1}{2}\Omega'$$
$$\cos\tfrac{1}{2}i\sin\tfrac{1}{2}(\Omega-\sigma) = \cos\tfrac{1}{2}(i'+\varepsilon)\sin\tfrac{1}{2}\Omega'$$
$$\cos\tfrac{1}{2}i\cos\tfrac{1}{2}(\Omega-\sigma) = \cos\tfrac{1}{2}(i'-\varepsilon)\cos\tfrac{1}{2}\Omega'$$
$$\omega = \omega' - \sigma$$
$$\pi = \omega + \Omega$$

π, π' Länge des Perihels.

Übertragung der Bahnlage auf verschiedene Äquinoktien.

Die Größen mit Index o gelten für das mittlere Äquinox t_0
" " " " 1 " " " " " t_1
" " " " m " " " " " $\frac{t_0 + t_1}{2}$

System der Ekliptik.

$$\Omega_1 = \Omega_0 + \{p - \pi\operatorname{cotg} i_m \sin(\Pi - \Omega_m)\}(t_1 - t_0)$$
$$i_1 = i_0 - \pi\cos(\Pi - \Omega_m)(t_1 - t_0)$$
$$\omega_1 = \omega_0 + \pi\operatorname{cosec} i_m \sin(\Pi - \Omega_m)(t_1 - t_0)$$

System des Äquators.

$$\Omega'_1 = \Omega'_0 + \{m - n\operatorname{cotg} i'_m \cos\Omega'_m\}(t_1 - t_0)$$
$$i'_1 = i'_0 - n\sin\Omega'_m(t_1 - t_0)$$
$$\omega'_1 = \omega'_0 + n\cos\Omega'_m \operatorname{cosec} i'_m (t_1 - t_0)$$

Die Werte p, π, Π, m, n werden mit dem Argument $\tfrac{1}{2}(t_0 + t_1)$ der Tafel 37 (S. 138) entnommen. In erster Näherung setzt man statt der mit dem Index m versehenen Größen jene mit dem Index o ein.

67. Formeln zur theoretischen Astronomie (Schluß).

Heliozentrische Länge und Breite (l, b) aus dem Orte in der Bahn.

u Argument der Breite $\quad u = \omega + v$

$$\cos b \cos(l - \Omega) = \cos u$$
$$\cos b \sin(l - \Omega) = \cos i \sin u$$
$$\sin b = \sin i \sin u$$

$$\operatorname{tg}(l - \Omega) = \cos i \operatorname{tg} u$$
$$\operatorname{tg} b = \operatorname{tg} i \sin(l - \Omega)$$

Heliozentrische Koordinaten.

$$x' = r \cos b \cos l$$
$$y' = r \cos b \sin l$$
$$z' = r \sin b$$

Einige allgemeine Beziehungen in der elliptischen Bahn.

$$a = \frac{q}{1 - e}$$

$$\text{Apheldistanz} = a(1 + e) = q\frac{1 + e}{1 - e}$$

$$U = a^{\frac{3}{2}} \text{ Siderische Jahre}$$

$$\mu = \frac{k''}{a^{\frac{3}{2}}}$$

Sid. Jahr = $365^d 256\,360$
[2.562 5978]
$\log k'' = 3.550\,0066$

68. Refraktionstafeln nach Radau's Theorie.

a) Normale Refraktion.

Bar. 760 mm Quecks. bei 0°, Lufttemp. 0°, Dampfspannung 6 mm, Geogr. Breite 45°, Seehöhe 0^m.

Scheinbare ZD	ϱ_0	
0°	0′ 0″	
		1
1	1	
		1
2	2	
		1
3	3	
		1
4	4	
		1
5	0 5	
		1
6	6	
		1
7	7	
		1
8	8	
		2
9	10	
		1
10	0 11	
		1
11	12	
		1
12	13	
		1
13	14	
		1
14	15	
		1
15	0 16	
		1
16	17	
		1
17	18	
		2
18	20	
		1
19	21	
		1
20	0 22	
		1
21	23	
		1
22	24	
		2
23	26	
		1
24	27	
		1
25	0 28	
		1
26	29	
		2
27	31	
		1
28	32	
		1
29	33	
		2
30	0 35	
		1
31	36	
		2
32	38	
		1
33	39	
		2
34	41	
		1
35	0 42	
		2
36	44	
		1
37	45	
		2
38	47	
		2
39	49	
		1
40	0 50	

Scheinbare ZD	ϱ_0	
40°	0′ 50″	
		2
41	52	
		2
42	54	
		2
43	56	
		2
44	0 58	
		2
45	1 0	
		2
46	2	
		2
47	4	
		3
48	7	
		2
49	9	
		3
50	1 12	
		2
51	14	
		3
52	17	
		3
53	20	
		3
54	23	
		3
55	1 26	
		3
56 0′	1 29	
		1
20	30	
		1
40	31	
		1
57 0	32	
		1
20	33	
		2
40	35	
		1
58 0	1 36	
		1
20	37	
		1
40	38	
		2
59 0	40	
		1
20	41	
		1
40	42	
		2
60 0	1 44	
		1
20	45	
		2
40	47	
		1
61 0	48	
		2
20	50	
		1
40	51	
		2
62 0	1 53	
		1
20	54	
		2
40	56	
		1
63 0	57	
		2
20	1 59	
		2
40	2 1	
		2
64 0	2 3	

Scheinbare ZD	ϱ_0	
64° 0′	2′ 3″	
		1
20	4	
		2
40	6	
		2
65 0	8	
		2
20	10	
		2
40	12	
		2
66 0	2 14	
		2
20	16	
		3
40	19	
		2
67 0	21	
		2
20	23	
		2
40	25	
		3
68 0	2 28	
		2
20	30	
		3
40	33	
		2
69 0	35	
		3
20	38	
		3
40	41	
		3
70 0	2 44	
		3
20	47	
		3
40	50	
		3
71 0	53	
		3
20	2 56	
		4
40	3 0	
		3
72 0	3 3	
		4
20	7	
		3
40	10	
		4
73 0	14	
		4
20	18	
		5
40	23	
		4
74 0	3 27	
		4
20	31	
		5
40	36	
		5
75 0	41	
		5
20	46	
		5
40	51	
		6
76 0	3 57	
		3
10	4 0	
		3
20	3	
		3
30	6	
		3
40	9	
		3
50	12	
		3
77 0	4 15	

Scheinbare ZD	ϱ_0	
77° 0′	4′ 15″	
		3
10	18	
		4
20	22	
		3
30	25	
		4
40	29	
		4
50	33	
		3
78 0	4 36	
		4
10	40	
		4
20	44	
		4
30	48	
		4
40	52	
		4
50	4 56	
		5
79 0	5 1	
		4
10	5	
		5
20	10	
		5
30	15	
		5
40	20	
		5
50	25	
		5
80 0	5 30	
		5
10	35	
		6
20	41	
		5
30	46	
		6
40	52	
		6
50	5 58	
		6
81 0	6 4	
		7
10	11	
		7
20	18	
		7
30	25	
		7
40	32	
		7
50	39	
		8
82 0	6 47	
		8
10	6 55	
		8
20	7 3	
		8
30	11	
		9
40	20	
		10
50	30	
		9
83 0	7 39	
		10
10	7 49	
		11
20	8 0	
		11
30	11	
		11
40	22	
		12
50	34	
		12
84 0	8 46	

68. Refraktionstafeln nach Radau's Theorie (Fortsetzung).

a) Normale Refraktion (Schluß).

Scheinbare ZD	ϱ_0		Scheinbare ZD	ϱ_0		Scheinbare ZD	ϱ_0		Scheinbare ZD	ϱ_0	
84° 0′	8′ 46″	13	86° 10′	12′ 36″	4	87° 30′	16′ 50″	8	88° 50′	24′ 18″	15
10	8 59	14	12	12 40	5	32	16 58	8	52	24 33	16
20	9 13	14	14	12 45	6	34	17 6	9	54	24 49	16
30	9 27	15	16	12 51	5	36	17 15	8	56	25 5	16
40	9 42	15	18	12 56	5	38	17 23	9	58	25 21	16
50	9 57	16	86 20	13 1	5	87 40	17 32	9	89 0	25 37	17
85 0	10 13	4	22	13 6	5	42	17 41	9	2	25 54	17
2	10 17	3	24	13 11	6	44	17 50	9	4	26 11	17
4	10 20	4	26	13 17	5	46	17 59	9	6	26 28	17
6	10 24	3	28	13 22	6	48	18 8	10	8	26 45	18
8	10 27	4	86 30	13 28	5	87 50	18 18	9	89 10	27 3	18
85 10	10 31	3	32	13 33	6	52	18 27	10	12	27 21	19
12	10 34	4	34	13 39	6	54	18 37	9	14	27 40	19
14	10 38	4	36	13 45	5	56	18 46	10	16	27 59	19
16	10 42	3	38	13 50	6	58	18 56	11	18	28 18	20
18	10 45	4	86 40	13 56	6	88 0	19 7	10	89 20	28 38	20
85 20	10 49	4	42	14 2	6	2	19 17	10	22	28 58	20
22	10 53	3	44	14 8	6	4	19 27	11	24	29 18	21
24	10 56	4	46	14 14	6	6	19 38	11	26	29 39	21
26	11 0	4	48	14 20	6	8	19 49	10	28	30 0	21
28	11 4	4	86 50	14 26	7	88 10	19 59	11	89 30	30 21	22
85 30	11 8	4	52	14 33	7	12	20 10	12	32	30 43	22
32	11 12	4	54	14 40	6	14	20 22	11	34	31 5	23
34	11 16	4	56	14 46	6	16	20 33	12	36	31 28	23
36	11 20	4	58	14 52	7	18	20 45	11	38	31 51	23
38	11 24	4	87 0	14 59	6	88 20	20 56	12	89 40	32 14	24
85 40	11 28	4	2	15 5	7	22	21 8	12	42	32 38	25
42	11 32	4	4	15 12	7	24	21 20	13	44	33 3	25
44	11 36	5	6	15 19	7	26	21 33	12	46	33 28	25
46	11 41	4	8	15 26	7	28	21 45	13	48	33 53	26
48	11 45	4	87 10	15 33	7	88 30	21 58	13	89 50	34 19	26
85 50	11 49	5	12	15 40	8	32	22 11	13	52	34 45	27
52	11 54	4	14	15 48	7	34	22 24	14	54	35 12	27
54	11 58	5	16	15 55	8	36	22 38	13	56	35 39	28
56	12 3	4	18	16 3	7	38	22 51	14	58	36 7	29
58	12 7	5	87 20	16 10	8	88 40	23 5	14	90 0	36 36	
86 0	12 12	4	22	16 18	8	42	23 19	14			
2	12 16	5	24	16 26	7	44	23 33	15			
4	12 21	5	26	16 33	8	46	23 48	15			
6	12 26	5	28	16 41	9	48	24 3	15			
8	12 31	5	87 30	16 50		88 50	24 18				
86 10	12 36										

$$d\varrho_T = \varrho_0 \, A \, \alpha \, \tau$$
$$\varrho' = \varrho_0 + d\varrho_T$$
$$d\varrho_B = \varrho' \, B \, \beta$$
$$\varrho = \varrho' + d\varrho_B$$

68. Refraktionstafeln nach Radau's Theorie (Fortsetzung).

b) Temperaturfaktor A.

Therm. C	A		Therm. C	A		Therm. C	A	
— 50°	+ 0.234	5	— 20°	+ 0.083	5	+ 10°	— 0.037	3
49	229	6	19	078	4	11	040	4
48	223	5	18	074	5	12	044	4
47	218	6	17	069	4	13	048	3
46	212	6	16	065	4	14	051	3
— 45	+ 0.206	5	— 15	+ 0.061	5	+ 15	— 0.054	4
44	201	5	14	056	4	16	058	3
43	196	6	13	052	4	17	061	4
42	190	5	12	048	4	18	065	3
41	185	5	11	044	4	19	068	3
— 40	+ 0.180	6	— 10	+ 0.040	4	+ 20	— 0.071	4
39	174	5	9	036	4	21	075	3
38	169	5	8	032	4	22	078	3
37	164	5	7	028	4	23	081	3
36	159	5	6	024	4	24	084	4
— 35	+ 0.154	5	— 5	+ 0.020	4	+ 25°	— 0.088	3
34	149	5	4	016	4	26	091	3
33	144	5	3	012	4	27	094	3
32	139	5	2	008	4	28	097	3
31	134	5	— 1	+ 0.004	4	29	100	4
— 30	+ 0.129	5	0	0.000	4	+ 30	— 0.104	3
29	124	4	+ 1	— 0.004	4	31	107	3
28	120	5	2	008	3	32	110	3
27	115	5	3	011	4	33	113	3
26	110	5	4	015	4	34	116	3
— 25	+ 0.105	4	+ 5	— 0.019	3	+ 35	— 0.119	3
24	101	5	6	022	4	36	122	3
23	096	4	7	026	4	37	125	3
22	092	5	8	030	3	38	128	3
21	087	4	9	033	4	39	131	3
— 20	+ 0.083		+ 10	— 0.037		+ 40	— 0.134	

$$d\varrho_T = \varrho_0 A \alpha \tau$$
$$\varrho' = \varrho_0 + d\varrho_T$$
$$d\varrho_B = \varrho' B \beta$$
$$\varrho = \varrho' + d\varrho_B$$

68. Refraktionstafeln nach Radau's Theorie (Fortsetzung).

c) Faktor α.

Scheinb. ZD	α	
45°	1.000	
		1
46	001	
		0
47	001	
		0
48	001	
		0
49	001	
		1
50	1.002	
		0
51	002	
		0
52	002	
		0
53	002	
		0
54	002	
		0
55	1.002	
		1
56	003	
		0
57	003	
		0
58	003	
		0
59	003	
		1
60	1.004	
		0
61	004	
		0
62	004	
		0
63	004	
		1
64	005	
		0
65	1.005	
		1
66	006	
		1
67	007	
		0
68	007	
		1
69	008	
		1
70	1.009	

Scheinb. ZD	α	
70°	1.009	
		1
71	010	
		1
72	011	
		2
73	013	
		2
74	015	
		2
75	1.017	
		3
76	020	
		3
77	023	
		3
78	026	
		5
79	031	
		6
80° 0′	1.037	
		4
30	041	
		4
81 0	045	
		5
30	050	
		5
82 0	1.055	
		4
20	059	
		5
40	064	
		5
83 0	069	
		5
20	074	
		6
40	080	
		7
84 0	1.087	
		8
20	095	
		9
40	104	
		10
85 0	114	

Scheinb. ZD	α	
85° 0′	1.114	
		5
10	119	
		6
20	125	
		6
30	131	
		7
40	138	
		7
50	145	
		7
86 0	1.152	
		8
10	160	
		8
20	168	
		10
30	178	
		10
40	188	
		10
50	198	
		12
87 0	1.210	
		12
10	222	
		13
20	235	
		14
30	249	
		15
40	264	
		17
50	281	
		18
88 0	1.299	

Scheinb. ZD	α	
88° 0′	1.299	
		20
10	319	
		21
20	340	
		23
30	363	
		25
40	388	
		27
50	415	
		29
89 0	1.444	
		31
10	475	
		34
20	509	
		38
30	547	
		40
40	587	
		43
50	630	
		47
90 0	1.677	

$$d\varrho_T = \varrho_0 A \alpha \tau$$
$$\varrho' = \varrho_0 + d\varrho_T$$
$$d\varrho_B = \varrho' B \beta$$
$$\varrho = \varrho' + d\varrho_B$$

d) Faktor τ.

Temp. C	Scheinbare Zenitdistanz 81°	82°	83°	84°	85°	86°	87°	88°	89°	90°	Temp. C
— 48°	1.002	1.003	1.005	1.006	1.009	1.015	1.022	1.037	1.067	1.120	— 48°
— 40	002	003	004	005	008	012	018	030	053	095	— 40
— 32	002	002	003	004	006	009	014	023	041	072	— 32
— 24	1.001	1.001	1.002	1.003	1.004	1.006	1.010	1.016	1.029	1.051	— 24
— 16	001	001	001	002	003	004	006	011	019	032	— 16
— 8	000	000	000	001	001	002	003	005	009	015	— 8
0	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	0
+ 8	1.000	0.999	0.999	0.999	0.999	0.998	0.997	0.995	0.992	0.986	+ 8
+ 16	0.999	999	999	998	998	996	994	991	984	972	+ 16
+ 24	0.999	0.999	0.998	0.998	0.997	0.995	0.992	0.987	0.977	0.960	+ 24
+ 32	999	998	998	997	996	993	989	982	970	949	+ 32
+ 40	0.999	0.998	0.997	0.996	0.995	0.991	0.987	0.979	0.964	0.938	+ 40

68. Refraktionstafeln nach Radau's Theorie (Schluß).

e) Luftdruckfaktor B.

Barometer	B		Barometer	B		Barometer	B	
mm			mm			mm		
500	— 0.342		650	— 0.145		720	— 0.053	
		13			3			3
510	329		652	142		722	050	
		13			2			3
520	316		654	140		724	047	
		13			3			2
530	303		656	137		726	045	
		14			3			3
540	289		658	134		728	042	
		13			2			2
550	— 0.276		660	— 0.132		730	— 0.040	
		13			3			3
560	263		662	129		732	037	
		13			3			3
570	250		664	126		734	034	
		13			2			2
580	237		666	124		736	032	
		13			3			3
590	224		668	121		738	029	
		13			3			3
600	— 0.211		670	— 0.118		740	— 0.026	
		3			2			2
602	208		672	116		742	024	
		3			3			3
604	205		674	113		744	021	
		3			3			3
606	202		676	110		746	018	
		2			2			2
608	200		678	108		748	016	
		3			3			3
610	— 0.197		680	— 0.105		750	— 0.013	
		2			2			3
612	195		682	103		752	010	
		3			3			2
614	192		684	100		754	008	
		2			3			3
616	190		686	097		756	005	
		3			2			2
618	187		688	095		758	— 0.003	
		3			3			3
620	— 0.184		690	— 0.092		760	0.000	
		2			2			3
622	182		692	090		762	+ 0.003	
		3			3			2
624	179		694	087		764	005	
		3			3			3
626	176		696	084		766	008	
		2			2			2
628	174		698	082		768	010	
		3			3			3
630	— 0.171		700	— 0.079		770	+ 0.013	
		3			3			3
632	168		702	076		772	016	
		2			2			2
634	166		704	074		774	018	
		3			3			3
636	163		706	071		776	021	
		3			3			3
638	160		708	068		778	024	
		2			2			2
640	— 0.158		710	— 0.066		780	+ 0.026	
		3			3			
642	155		712	063				
		2			3			
644	153		714	060				
		3			2			
646	150		716	058				
		3			3			
648	147		718	055				
		2			2			
650	— 0.145		720	— 0.053				

f) Faktor β.

ϱ'	β	
0'	1.000	
		1
2	001	
		1
4	002	
		2
6	004	
		4
8	008	
		4
10	1.012	
		5
12	017	
		6
14	023	
		6
16	029	
		6
18	035	
		6
20	1.041	
		7
22	048	
		7
24	055	
		7
26	062	
		7
28	069	
		7
30	1.076	
		7
32	083	
		8
34	091	
		7
36	098	
		8
38	106	
		8
40	1.114	

$$d\varrho_T = \varrho_0 A \alpha \tau$$
$$\varrho' = \varrho_0 + d\varrho_T$$
$$d\varrho_B = \varrho' B \beta$$
$$\varrho = \varrho' + d\varrho_B$$

69. Mittlere Extinktion.

a) Argument Wahre ZD.

Wahre ZD	Extinktion	Wahre ZD	Extinktion	Wahre ZD	Extinktion	
	m		m		m	
15°	0.00	40°	0.06	65°	0.32	2
16	00	41	07	66	34	2
17	01	42	07	67	36	3
18	01	43	08	68	39	3
19	01	44	08	69	42	3
20	0.01	45	0.09	70	0.45	3
21	01	46	09	71	48	4
22	01	47	10	72	52	4
23	01	48	11	73	56	4
24	02	49	11	74	60	5
25	0.02	50	0.12	75	0.65	5
26	02	51	13	76	70	6
27	02	52	14	77	76	6
28	02	53	15	78	82	8
29	03	54	16	79	90	8
30	0.03	55	0.17	80	0.98	9
31	03	56	18	81	1.07	11
32	03	57	19	82	1.18	14
33	04	58	20	83	1.32	17
34	04	59	22	84	1.49	23
35	0.04	60	0.23	85	1.72	32
36	05	61	25	86	2.04	44
37	05	62	26	87	2.48	62
38	05	63	28	88	3.10	
39	06	64	30			
40	0.06	65	0.32			

b) Argument Scheinbare ZD.

Scheinbare ZD	Extinktion	
	m	
75°	0.65	6
76	71	6
77	77	6
78	83	8
79	91	8
80	0.99	9
81	1.08	11
82	1.19	14
83	1.33	19
84	1.52	25
85	1.77	35
86	2.12	49
87	2.61	72
88	3.33	

70. Photometrische Größenklassen und Intensitäten.

M	J	
m		
— 4.0	39.81	14.69
— 3.5	25.12	9.27
— 3.0	15.85	5.85
— 2.5	10.00	3.69
— 2.0	6.31	2.33
— 1.5	3.98	1.47
— 1.0	2.51	0.93
— 0.5	1.58	0.58
0.0	1.000	168
2	0.832	140
4	692	117
6	575	96
0.8	479	81
1.0	0.398	67
2	331	56
4	275	46
6	229	38
1.8	191	33
2.0	0.158	26
2	132	22
4	110	19
6	091	15
2.8	076	13
3.0	0.0631	106
2	0525	88
4	0437	74
6	0363	61
3.8	0302	51
4.0	0.0251	42
2	0209	35
4	0174	29
6	0145	25
4.8	0120	20
5.0	0.0100	

M	J	
m		
5.0	0.01 000	88
1	00 912	80
2	00 832	73
3	00 759	67
4	00 692	61
5	00 631	56
6	00 575	50
7	00 525	46
8	00 479	43
5.9	00 436	38
6.0	0.00 398	35
1	00 363	32
2	00 331	29
3	00 302	27
4	00 275	24
5	00 251	22
6	00 229	20
7	00 209	18
8	00 191	17
6.9	00 174	16
7.0	0.00 158	13
1	00 145	13
2	00 132	12
3	00 120	10
4	00 110	10
5	00 100	9
6	00 091	8
7	00 083	7
8	00 076	7
7.9	00 069	6
8.0	0.00 063	11
2	00 052	8
4	00 044	8
6	00 036	6
8.8	00 030	5
9.0	0.00 025	

M	J	
m		
9.0	0.000 251	42
2	000 209	35
4	000 174	29
6	000 145	25
9.8	000 120	20
10.0	0.000 100	17
2	000 083	14
4	000 069	11
6	000 058	10
10.8	000 048	8
11.0	0.000 040	7
2	000 033	5
4	000 028	5
6	000 023	4
11.8	000 019	3
12.0	0.000 016	3
2	000 013	2
4	000 011	2
6	000 009	1
12.8	000 008	2
13.0	0.000 006	1
2	000 005	1
4	000 004	0
6	000 004	1
13.8	000 003	0
14.0	0.000 003	1
2	000 002	0
4	000 002	1
6	000 001	0
14.8	000 001	0
15.0	0.000 001	

$$J = \frac{1}{2.512^{M}} \qquad \log J = -M \cdot 0.400 \qquad M = -2.5 \log J$$

71. Reduktion beobachteter Zeiten auf die Sonne. Scheinbare Sonnenlänge.

Mittl. Mittag Greenw. G	S	⊙		$\log(8\overset{m}{.}308 \cdot R)$		Mittl. Mittag Greenw.	⊙		$\log(8\overset{m}{.}308 \cdot R)$	
Jan. 0	1	279°26		0.9122		Juli 19	115°99		0.9265	
			10°20		1			9°55		4
10	11	289.46		9123		29	125.54		9261	
			10.18		2			9.57		6
20	21	299.64		9125		Aug. 8	135.11		9255	
			10.17		5			9.61		8
30	31	309.81		9130		18	144.72		9247	
			10.13		7			9.64		9
Febr. 9	10	319.94		9137		28	154.36		9238	
			10.11		9			9.68		10
19	20	330.05		0.9146		Sept. 7	164.04		0.9228	
			10.05		10			9.74		12
März 1	1	340.10		9156		17	173.78		9216	
			10.01		12			9.78		12
11		350.11		9168		27	183.56		9204	
			9.95		12			9.85		12
21		0.06		9180		Okt. 7	193.41		9192	
			9.90		12			9.90		13
31		9.96		9192		17	203.31		9179	
			9.84		12			9.95		12
Apr. 10		19.80		0.9204		27	213.26		0.9167	
			9.79		12			10.01		11
20		29.59		9216		Nov. 6	223.27		9156	
			9.73		12			10.06		10
30		39.32		9228		16	233.33		9146	
			9.69		10			10.10		9
Mai 10		49.01		9238		26	243.43		9137	
			9.64		9			10.14		7
20		58.65		9247		Dez. 6	253.57		9130	
			9.60		8			10.17		5
30		68.25		0.9255		16	263.74		0.9125	
			9.57		6			10.18		2
Juni 9		77.82		9261		26	273.92		9123	
			9.56		4			10.19		1
19		87.38		9265		36	284.11		9122	
			9.53		2					
29		96.91		9267						
			9.54		0					
Juli 9		106.45		9267						
			9.54		2					
19		115.99		0.9265						

Helioz. Zeit — Geoz. Zeit = $-8\overset{m}{.}308 \cdot R \cos\beta \cos(⊙ - \lambda)$

G Gemeinjahr   S Schaltjahr

Die Jahresverbesserung k siehe Tafel 1c, S. 74.

72. Dreistellige Logarithmentafel.

a) Additions- und Subtraktionslogarithmen.

A	B 0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
7.	0.000	.001	.001	.001	.001	.001	.002	.002	.003	.003
8.0	0.004	.004	.005	.005	.005	.005	.005	.005	.005	.005
8.1	005	.006	.006	.006	.006	.006	.006	.006	.007	.007
8.2	.007	.007	.007	.007	.007	.008	.008	.008	.008	.008
8.3	.009	.009	.009	.009	.009	.010	.010	.010	.010	.011
8.4	.011	.011	.011	.012	.012	.012	.012	.013	.013	.013
8.5	0.014	.014	.014	.014	.015	.015	.015	.016	.016	.017
8.6	.017	.017	.018	.018	.019	.019	.019	.020	.020	.021
8.7	.021	.022	.022	.023	.023	.024	.024	.025	.025	.026
8.8	.027	.027	.028	.028	.029	.030	.030	.031	.032	.032
8.9	.033	.034	.035	.035	.036	.037	.038	.039	.040	.040
9.0	0.041	.042	.043	.044	.045	.046	.047	.048	.049	.050
9.1	.051	.053	.054	.055	.056	.057	.059	.060	.061	.063
9.2	.064	.065	.067	.068	.070	.071	.073	.074	.076	.077
9.3	.079	.081	.082	.084	.086	.088	.090	.091	.093	.095
9.4	.097	.099	.101	.104	.106	.108	.110	.112	.115	.117
9.5	0.119	.122	.124	.127	.129	.132	.135	.137	.140	.143
9.6	.146	.148	.151	.154	.157	.160	.163	.167	.170	.173
9.7	.176	.180	.183	.187	.190	.194	.197	.201	.205	.209
9.8	.212	.216	.220	.224	.228	.232	.237	.241	.245	.250
9.9	254	.258	.263	.267	.272	.277	.281	.286	.291	.296
0.0	0.301	.306	.311	.316	.321	.327	.332	.337	.343	.348
0.1	.354	.360	.365	.371	.377	.382	.388	.394	.400	.406
0.2	.412	.419	.425	.431	.437	.444	.450	.457	.463	.470
0.3	.476	.483	.490	.497	.503	.510	.517	.524	.531	.538
0.4	.546	.553	.560	.567	.575	.582	.589	.597	.604	.612
0.5	0.619	.627	.635	.642	.650	.658	.666	.674	.681	.689
0.6	.697	.705	.713	.721	.730	.738	.746	.754	.762	.771
0.7	.779	.787	.796	.804	.813	.821	.830	.838	.847	.855
0.8	.864	.873	.881	.890	.899	.907	.916	.925	.934	.943
0.9	.951	.960	.969	.978	.987	.996	*.005	*.014	*.023	*.032
1.0	1.041	.050	.060	.069	.078	.087	.096	.105	.115	.124
1.1	.133	.142	.152	.161	.170	.180	.189	.198	.208	.217
1.2	.227	.236	.245	.255	.264	.274	.283	.293	.302	.312
1.3	.321	.331	.340	.350	.359	.369	.379	.388	.398	.407
1.4	.417	.427	.436	.446	.455	.465	.475	.484	.494	.504
1.5	1.514	.523	.533	.543	.552	.562	.572	.582	.591	.601
1.6	.611	.621	.630	.640	.650	.660	.669	.679	.689	.699
1.7	.709	.718	.728	.738	.748	.758	.767	.777	.787	.797
1.8	.807	.817	.827	.836	.846	.856	.866	.876	.886	.896
1.9	.905	.915	.925	.935	.945	.955	.965	.975	.985	.994
2.	2.004	.103	.203	.302	.402	.501	.601	.701	.801	.901
3.	3.000									
A	B 0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

$\log a - \log b = A$ $\qquad$ $\log a - \log b = B$

$\log (a + b) = \log b + B$ $\qquad$ $\log (a - b) = \log b + A$

$$\text{cpl} \log a = B$$
$$\log (1 - a) = \log a + A$$

72. Dreistellige Logarithmentafel.

b) Logarithmen der Zahlen.

N.	L. 0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
10	.000	.004	.009	.013	.017	.021	.025	.029	.033	.037
11	.041	.045	.049	.053	.057	.061	.064	.068	.072	.076
12	.079	.083	.086	.090	.093	.097	.100	.104	.107	.111
13	.114	.117	.121	.124	.127	.130	.134	.137	.140	.143
14	.146	.149	.152	.155	.158	.161	.164	.167	.170	.173
15	.176	.179	.182	.185	.188	.190	.193	.196	.199	.201
16	.204	.207	.210	.212	.215	.217	.220	.223	.225	.228
17	.230	.233	.236	.238	.241	.243	.246	.248	.250	.253
18	.255	.258	.260	.262	.265	.267	.270	.272	.274	.276
19	.279	.281	.283	.286	.288	.290	.292	.294	.297	.299
20	.301	.303	.305	.307	.310	.312	.314	.316	.318	.320
21	.322	.324	.326	.328	.330	.332	.334	.336	.338	.340
22	.342	.344	.346	.348	.350	.352	.354	.356	.358	.360
23	.362	.364	.365	.367	.369	.371	.373	.375	.377	.378
24	.380	.382	.384	.386	.387	.389	.391	.393	.394	.396
25	.398	.400	.401	.403	.405	.407	.408	.410	.412	.413
26	.415	.417	.418	.420	.422	.423	.425	.427	.428	.430
27	.431	.433	.435	.436	.438	.439	.441	.442	.444	.446
28	.447	.449	.450	.452	.453	.455	.456	.458	.459	.461
29	.462	.464	.465	.467	.468	.470	.471	.473	.474	.476
30	.477	.479	.480	.481	.483	.484	.486	.487	.489	.490
31	.491	.493	.494	.496	.497	.498	.500	.501	.502	.504
32	.505	.507	.508	.509	.511	.512	.513	.515	.516	.517
33	.519	.520	.521	.522	.524	.525	.526	.528	.529	.530
34	.531	.533	.534	.535	.537	.538	.539	.540	.542	.543
35	.544	.545	.547	.548	.549	.550	.551	.553	.554	.555
36	.556	.558	.559	.560	.561	.562	.563	.565	.566	.567
37	.568	.569	.571	.572	.573	.574	.575	.576	.577	.579
38	.580	.581	.582	.583	.584	.585	.587	.588	.589	.590
39	.591	.592	.593	.594	.595	.597	.598	.599	.600	.601
40	.602	.603	.604	.605	.606	.607	.609	.610	.611	.612
41	.613	.614	.615	.616	.617	.618	.619	.620	.621	.622
42	.623	.624	.625	.626	.627	.628	.629	.630	.631	.632
43	.633	.634	.635	.636	.637	.638	.639	.640	.641	.642
44	.643	.644	.645	.646	.647	.648	.649	.650	.651	.652
45	.653	.654	.655	.656	.657	.658	.659	.660	.661	.662
46	.663	.664	.665	.666	.667	.667	.668	.669	.670	.671
47	.672	.673	.674	.675	.676	.677	.678	.679	.679	.680
48	.681	.682	.683	.684	.685	.686	.687	.688	.688	.689
49	.690	.691	.692	.693	.694	.695	.695	.696	.697	.698
50	.699	.700	.701	.702	.702	.703	.704	.705	.706	.707
51	.708	.708	.709	.710	.711	.712	.713	.713	.714	.715
52	.716	.717	.718	.719	.719	.720	.721	.722	.723	.723
53	.724	.725	.726	.727	.728	.728	.729	.730	.731	.732
54	.732	.733	.734	.735	.736	.736	.737	.738	.739	.740
N.	L. 0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

72. Dreistellige Logarithmentafel.

b) Logarithmen der Zahlen (Schluß).

N.	L. 0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
55	.740	.741	.742	.743	.744	.744	.745	.746	.747	.747
56	.748	.749	.750	.751	.751	.752	.753	.754	.754	.755
57	.756	.757	.757	.758	.759	.760	.760	.761	.762	.763
58	.763	.764	.765	.766	.766	.767	.768	.769	.769	.770
59	.771	.772	.772	.773	.774	.775	.775	.776	.777	.777
60	.778	.779	.780	.780	.781	.782	.782	.783	.784	.785
61	.785	.786	.787	.787	.788	.789	.790	.790	.791	.792
62	.792	.793	.794	.794	.795	.796	.797	.797	.798	.799
63	.799	.800	.801	.801	.802	.803	.803	.804	.805	.806
64	.806	.807	.808	.808	.809	.810	.810	.811	.812	.812
65	.813	.814	.814	.815	.816	.816	.817	.818	.818	.819
66	.820	.820	.821	.822	.822	.823	.823	.824	.825	.825
67	.826	.827	.827	.828	.829	.829	.830	.831	.831	.832
68	.833	.833	.834	.834	.835	.836	.836	.837	.838	.838
69	.839	.839	.840	.841	.841	.842	.843	.843	.844	.844
70	.845	.846	.846	.847	.848	.848	.849	.849	.850	.851
71	.851	.852	.852	.853	.854	.854	.855	.856	.856	.857
72	.857	.858	.859	.859	.860	.860	.861	.862	.862	.863
73	.863	.864	.865	.865	.866	.866	.867	.867	.868	.869
74	.869	.870	.870	.871	.872	.872	.873	.873	.874	.874
75	.875	.876	.876	.877	.877	.878	.879	.879	.880	.880
76	.881	.881	.882	.883	.883	.884	.884	.885	.885	.886
77	.886	.887	.888	.888	.889	.889	.890	.890	.891	.892
78	.892	.893	.893	.894	.894	.895	.895	.896	.897	.897
79	.898	.898	.899	.899	.900	.900	.901	.901	.902	.903
80	.903	.904	.904	.905	.905	.906	.906	.907	.907	.908
81	.908	.909	.910	.910	.911	.911	.912	.912	.913	.913
82	.914	.914	.915	.915	.916	.916	.917	.918	.918	.919
83	.919	.920	.920	.921	.921	.922	.922	.923	.923	.924
84	.924	.925	.925	.926	.926	.927	.927	.928	.928	.929
85	.929	.930	.930	.931	.931	.932	.932	.933	.933	.934
86	.934	.935	.936	.936	.937	.937	.938	.938	.939	.939
87	.940	.940	.941	.941	.942	.942	.943	.943	.943	.944
88	.944	.945	.945	.946	.946	.947	.947	.948	.948	.949
89	.949	.950	.950	.951	.951	.952	.952	.953	.953	.954
90	.954	.955	.955	.956	.956	.957	.957	.958	.958	.959
91	.959	.960	.960	.960	.961	.961	.962	.962	.963	.963
92	.964	.964	.965	.965	.966	.966	.967	.967	.968	.968
93	.968	.969	.969	.970	.970	.971	.971	.972	.972	.973
94	.973	.974	.974	.975	.975	.975	.976	.976	.977	.977
95	.978	.978	.979	.979	.980	.980	.980	.981	.981	.982
96	.982	.983	.983	.984	.984	.985	.985	.985	.986	.986
97	.987	.987	.988	.988	.989	.989	.989	.990	.990	.991
98	.991	.992	.992	.993	.993	.993	.994	.994	.995	.995
99	.996	.996	.997	.997	.997	.998	.998	.999	.999	.000
N.	L. 0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

72. Dreistellige Logarithmentafel.

c) Logarithmen der trigonometrischen Funktionen.

	sin	d	tang	d	cotg	cos	
0°0	—		—		—	0.000	90°0
0.2	7.543	301	7.543	301	2.457	0.000	89.8
4	7.844	176	7.844	176	2.156	0.000	6
6	8.020	125	8.020	125	1.980	0.000	4
0.8	8.145	97	8.145	97	1.855	0.000	89.2
1.0	8.242	79	8.242	79	1.758	0.000	89.0
1.2	8.321	67	8.321	67	1.679	0.000	88.8
4	8.388	58	8.388	58	1.612	0.000	6
6	8.446	51	8.446	51	1.554	0.000	4
1.8	8.497	46	8.497	46	1.503	0.000	88.2
2.0	8.543	41	8.543	42	1.457	0.000	88.0
2.2	8.584	38	8.585	37	1.415	0.000	87.8
4	8.622	35	8.622	35	1.378	0.000	6
6	8.657	32	8.657	32	1.343	0.000	4
2.8	8.689	30	8.689	30	1.311	9.999	87.2
3.0	8.719	28	8.719	28	1.281	9.999	87.0
3.2	8.747	26	8.747	27	1.253	9.999	86.8
4	8.773	25	8.774	25	1.226	9.999	6
6	8.798	23	8.799	23	1.201	9.999	4
3.8	8.821	23	8.822	23	1.178	9.999	86.2
4.0	8.844	21	8.845	21	1.155	9.999	86.0
4.2	8.865	20	8.866	20	1.134	9.999	85.8
4	8.885	19	8.886	20	1.114	9.999	6
6	8.904	19	8.906	18	1.094	9.999	4
4.8	8.923	17	8.924	18	1.076	9.998	85.2
5.0	8.940	17	8.942	17	1.058	9.998	85.0
5.2	8.957	17	8.959	17	1.041	9.998	84.8
4	8.974	15	8.976	15	1.024	9.998	6
6	8.989	16	8.991	16	1.009	9.998	4
5.8	9.005	14	9.007	15	0.993	9.998	84.2
6.0	9.019	14	9.022	14	0.978	9.998	84.0
6.2	9.033	14	9.036	14	0.964	9.997	83.8
4	9.047	13	9.050	13	0.950	9.997	6
6	9.060	13	9.063	13	0.937	9.997	4
6.8	9.073	13	9.076	13	0.924	9.997	83.2
7.0	9.086	12	9.089	13	0.911	9.997	83.0
7.2	9.098	12	9.102	12	0.898	9.997	82.8
4	9.110	11	9.114	11	0.886	9.996	6
6	9.121	12	9.125	12	0.875	9.996	4
7.8	9.133	11	9.137	11	0.863	9.996	82.2
8.0	9.144	10	9.148	11	0.852	9.996	82.0
8.2	9.154	11	9.159	10	0.841	9.996	81.8
4	9.165	10	9.169	11	0.831	9.995	6
6	9.175	10	9.180	10	0.820	9.995	4
8.8	9.185	9	9.190	10	0.810	9.995	81.2
9.0	9.194	10	9.200	9	0.800	9.995	81.0
9.2	9.204	9	9.209	10	0.791	9.994	80.8
4	9.213	9	9.219	9	0.781	9.994	6
6	9.222	9	9.228	9	0.772	9.994	4
9.8	9.231	9	9.237	9	0.763	9.994	80.2
10.0	9.240		9.246		0.754	9.993	80.0
	cos		cotg		tang	sin	

	sin	d	tang	d	cotg	cos	
10°0	9.240	8	9.246	9	0.754	9.993	80°0
10.2	9.248	9	9.255	9	0.745	9.993	79.8
4	9.257	8	9.264	8	0.736	9.993	6
6	9.265	8	9.272	8	0.728	9.993	4
10.8	9.273	8	9.280	9	0.720	9.992	79.2
11.0	9.281	7	9.289	8	0.711	9.992	79.0
11.2	9.288	8	9.297	8	0.703	9.992	78.8
4	9.296	7	9.305	7	0.695	9.991	6
6	9.303	8	9.312	8	0.688	9.991	4
11.8	9.311	7	9.320	7	0.680	9.991	78.2
12.0	9.318	7	9.327	8	0.673	9.990	78.0
12.2	9.325	7	9.335	7	0.665	9.990	77.8
4	9.332	7	9.342	7	0.658	9.990	6
6	9.339	6	9.349	7	0.651	9.989	4
12.8	9.345	7	9.356	7	0.644	9.989	77.2
13.0	9.352	7	9.363	7	0.637	9.989	77.0
13.2	9.359	6	9.370	7	0.630	9.988	76.8
4	9.365	6	9.377	7	0.623	9.988	6
6	9.371	7	9.384	6	0.616	9.988	4
13.8	9 378	6	9.390	7	0.610	9.987	76.2
14.0	9.384	6	9.397	6	0.603	9.987	76.0
14.2	9.390	6	9.403	7	0.597	9.987	75.8
4	9.396	6	9.410	6	0.590	9.986	6
6	9.402	5	9.416	6	0.584	9.986	4
14.8	9.407	6	9.422	6	0.578	9.985	75.2
15.0	9.413	6	9.428	6	0.572	9.985	75.0
15.2	9.419	5	9.434	6	0.566	9.985	74.8
4	9.424	6	9.440	6	0.560	9.984	6
6	9.430	5	9.446	6	0.554	9.984	4
15.8	9.435	5	9.452	5	0.548	9.983	74.2
16.0	9.440	6	9.457	6	0.543	9.983	74.0
16.2	9.446	5	9.463	6	0.537	9.982	73.8
4	9.451	5	9.469	5	0.531	9.982	6
6	9.456	5	9.474	6	0.526	9.982	4
16.8	9.461	5	9.480	5	0.520	9.981	73.2
17.0	9.466	5	9.485	6	0.515	9.981	73.0
17.2	9.471	5	9.491	5	0.509	9.980	72.8
4	9.476	5	9.496	5	0.504	9.980	6
6	9.481	4	9.501	6	0.499	9.979	4
17.8	9.485	5	9.507	5	0.493	9.979	72.2
18.0	9.490	5	9.512	5	0.488	9.978	72.0
18.2	9.495	4	9.517	5	0.483	9.978	71.8
4	9.499	5	9.522	5	0.478	9.977	6
6	9.504	4	9.527	5	0.473	9.977	4
18.8	9.508	5	9.532	5	0.468	9.976	71.2
19.0	9.513	4	9.537	5	0.463	9.976	71.0
19.2	9.517	4	9.542	5	0.458	9.975	70.8
4	9.521	5	9.547	5	0.453	9.975	6
6	9.526	4	9.552	4	0.448	9.974	4
19.8	9.530	4	9.556	5	0.444	9.974	70.2
20.0	9.534		9.561		0.439	9.973	70.0
	cos		cotg		tang	sin	

72. Dreistellige Logarithmentafel.

c) Logarithmen der trigonometrischen Funktionen (Fortsetzung).

	sin	tang	cotg	cos			sin	tang	cotg	cos	
20°0	9.534	9.561	0.439	9.973	**70°0**	**30°0**	9.699	9.761	0.239	9.938	**60°0**
20.2	9.538	9.566	0.434	9.972	69.8	30.2	9.702	9.765	0.235	9.937	59.8
4	9.542	9.570	0.430	9.972	6	4	9.704	9.768	0.232	9.936	6
6	9.546	9.575	0.425	9.971	4	6	9.707	9.772	0.228	9.935	4
20.8	9.550	9.580	0.420	9.971	69.2	30.8	9.709	9.775	0.225	9.934	59.2
21.0	9.554	9.584	0.416	9.970	**69.0**	**31.0**	9.712	9.779	0.221	9.933	**59.0**
21.2	9.558	9.589	0.411	9.970	68.8	31.2	9.714	9.782	0.218	9.932	58.8
4	9.562	9.593	0.407	9.969	6	4	9.717	9.786	0.214	9.931	6
6	9.566	9.598	0.402	9.968	4	6	9.719	9.789	0.211	9.930	4
21.8	9.570	9.602	0.398	9.968	68.2	31.8	9.722	9.792	0.208	9.929	58.2
22.0	9.574	9.606	0.394	9.967	**68.0**	**32.0**	9.724	9.796	0.204	9.928	**58.0**
22.2	9.577	9.611	0.389	9.967	67.8	32.2	9.727	9.799	0.201	9.927	57.8
4	9.581	9.615	0.385	9.966	6	4	9.729	9.803	0.197	9.927	6
6	9.585	9.619	0.381	9.965	4	6	9.731	9.806	0.194	9.926	4
22.8	9.588	9.624	0.376	9.965	67.2	32.8	9.734	9.809	0.191	9.925	57.2
23.0	9.592	9.628	0.372	9.964	**67.0**	**33.0**	9.736	9.813	0.187	9.924	**57.0**
23.2	9.595	9.632	0.368	9.963	66.8	33.2	9.738	9.816	0.184	9.923	56.8
4	9.599	9.636	0.364	9.963	6	4	9.741	9.819	0.181	9.922	6
6	9.602	9.640	0.360	9.962	4	6	9.743	9.822	0.178	9.921	4
23.8	9.606	9.644	0.356	9.961	66.2	33.8	9.745	9.826	0.174	9.920	56.2
24.0	9.609	9.649	0.351	9.961	**66.0**	**34.0**	9.748	9.829	0.171	9.919	**56.0**
24.2	9.613	9.653	0.347	9.960	65.8	34.2	9.750	9.832	0.168	9.918	55.8
4	9.616	9.657	0.343	9.959	6	4	9.752	9.836	0.164	9.917	6
6	9.619	9.661	0.339	9.959	4	6	9.754	9.839	0.161	9.915	4
24.8	9.623	9.665	0.335	9.958	65.2	34.8	9.756	9.842	0.158	9.914	55.2
25.0	9.626	9.669	0.331	9.957	**65.0**	**35.0**	9.759	9.845	0.155	9.913	**55.0**
25.2	9.629	9.673	0.327	9.957	64.8	35.2	9.761	9.848	0.152	9.912	54.8
4	9.632	9.677	0.323	9.956	6	4	9.763	9.852	0.148	9.911	6
6	9.636	9.680	0.320	9.955	4	6	9.765	9.855	0.145	9.910	4
25.8	9.639	9.684	0.316	9.954	64.2	35.8	9.767	9.858	0.142	9.909	54.2
26.0	9.642	9.688	0.312	9.954	**64.0**	**36.0**	9.769	9.861	0.139	9.908	**54.0**
26.2	9.645	9.692	0.308	9.953	63.8	36.2	9.771	9.864	0.136	9.907	53.8
4	9.648	9.696	0.304	9.952	6	4	9.773	9.868	0.132	9.906	6
6	9.651	9.700	0.300	9.951	4	6	9.775	9.871	0.129	9.905	4
26.8	9.654	9.703	0.297	9.951	63.2	36.8	9.777	9.874	0.126	9.903	53.2
27.0	9.657	9.707	0.293	9.950	**63.0**	**37.0**	9.779	9.877	0.123	9.902	**53.0**
27.2	9.660	9.711	0.289	9.949	62.8	37.2	9.781	9.880	0.120	9.901	52.8
4	9.663	9.715	0.285	9.948	6	4	9.783	9.883	0.117	9.900	6
6	9.666	9.718	0.282	9.948	4	6	9.785	9.887	0.113	9.899	4
27.8	9.669	9.722	0.278	9.947	62.2	37.8	9.787	9.890	0.110	9.898	52.2
28.0	9.672	9.726	0.274	9.946	**62.0**	**38.0**	9.789	9.893	0.107	9.897	**52.0**
28.2	9.674	9.729	0.271	9.945	61.8	38.2	9.791	9.896	0.104	9.895	51.8
4	9.677	9.733	0.267	9.944	6	4	9.793	9.899	0.101	9.894	6
6	9.680	9.737	0.263	9.943	4	6	9.795	9.902	0.098	9.893	4
28.8	9.683	9.740	0.260	9.943	61.2	38.8	9.797	9.905	0.095	9.892	51.2
29.0	9.686	9.744	0.256	9.942	**61.0**	**39.0**	9.799	9.908	0.092	9.891	**51.0**
29.2	9.688	9.747	0.253	9.941	60.8	39.2	9.801	9.911	0.089	9.889	50.8
4	9.691	9.751	0.249	9.940	6	4	9.803	9.915	0.085	9.888	6
6	9.694	9.754	0.246	9.939	4	6	9.804	9.918	0.082	9.887	4
29.8	9.696	9.758	0.242	9.938	60.2	39.8	9.806	9.921	0.079	9.886	50.2
30.0	9.699	9.761	0.239	9.938	**60.0**	**40.0**	9.808	9.924	0.076	9.884	**50.0**
	cos	cotg	tang	sin			cos	cotg	tang	sin	

72. Dreistellige Logarithmentafel.

c) Logarithmen der trigonometrischen Funktionen (Schluß).

	sin	tang	cotg	cos	
40°0	9.808	9.924	0.076	9.884	**50°0**
40.2	9.810	9.927	0.073	9.883	49.8
4	9.812	9.930	0.070	9.882	6
6	9.813	9.933	0.067	9.880	4
40.8	9.815	9.936	0.064	9.879	49.2
41.0	9.817	9.939	0.061	9.878	**49.0**
41.2	9.819	9.942	0.058	9.876	48.8
4	9.820	9.945	0.055	9.875	6
6	9.822	9.948	0.052	9.874	4
41.8	9.824	9.951	0.049	9.872	48.2
42.0	9.826	9.954	0.046	9.871	**48.0**
42.2	9.827	9.957	0.043	9.870	47.8
4	9.829	9.961	0.039	9.868	6
6	9.831	9.964	0.036	9.867	4
42.8	9.832	9.967	0.033	9.866	47.2
43.0	9.834	9.970	0.030	9.864	**47.0**
43.2	9.835	9.973	0.027	9.863	46.8
4	9.837	9.976	0.024	9.861	6
6	9.839	9.979	0.021	9.860	4
43.8	9.840	9.982	0.018	9.858	46.2
44.0	9.842	9.985	0.015	9.857	**46.0**
44.2	9.843	9.988	0.012	9.855	45.8
4	9.845	9.991	0.009	9.854	6
6	9.846	9.994	0.006	9.852	4
44.8	9.848	9.997	0.003	9.851	45.2
45.0	9.849	0.000	0.000	9.849	**45.0**
	cos	cotg	tang	sin	

72. Dreistellige Logarithmentafel.

d) Logarithmen der trigonometrischen Funktionen der in Zeit ausgedrückten Winkel.

0^h	sin		tang		cotg	cos	5^h	0^h	sin		tang		cotg	cos	5^h
0^m	—		—		—	0.000	60^m	30^m	9.116	14	9.119	15	0.881	9.996	30^m
1	7.640	301	7.640	301	2.360	0.000	59	31	9.130	14	9.134	14	0.866	9.996	29
2	7.941	176	7.941	176	2.059	0.000	58	32	9.144	13	9.148	13	0.852	9.996	28
3	8.117	125	8.117	125	1.883	0.000	57	33	9.157	13	9.161	13	0.839	9.995	27
4	8.242	97	8.242	97	1.758	0.000	56	34	9.170	12	9.174	13	0.826	9.995	26
5	8.339	79	8.339	79	1.661	0.000	55	35	9.182	12	9.187	13	0.813	9.995	25
6	8.418	67	8.418	67	1.582	0.000	54	36	9.194	12	9.200	12	0.800	9.995	24
7	8.485	58	8.485	58	1.515	0.000	53	37	9.206	12	9.212	12	0.788	9.994	23
8	8.543	51	8.543	51	1.457	0.000	52	38	9.218	11	9.224	11	0.776	9.994	22
9	8.594	46	8.594	46	1.406	0.000	51	39	9.229	11	9.235	11	0.765	9.994	21
10	8.640	41	8.640	42	1.360	0.000	50	40	9.240	10	9.246	11	0.754	9.993	20
11	8.681	38	8.682	37	1.318	9.999	49	41	9.250	11	9.257	11	0.743	9.993	19
12	8.719	35	8.719	35	1.281	9.999	48	42	9.261	10	9.268	10	0.732	9.993	18
13	8.754	32	8.754	32	1.246	9.999	47	43	9.271	10	9.278	11	0.722	9.992	17
14	8.786	30	8.786	31	1.214	9.999	46	44	9.281	9	9.289	10	0.711	9.992	16
15	8.816	28	8.817	28	1.183	9.999	45	45	9.290	10	9.299	9	0.701	9.992	15
16	8.844	26	8.845	26	1.155	9.999	44	46	9.300	9	9.308	10	0.692	9.991	14
17	8.870	25	8.871	25	1.129	9.999	43	47	9.309	9	9.318	9	0.682	9.991	13
18	8.895	23	8.896	24	1.104	9.999	42	48	9.318	9	9.327	10	0.673	9.990	12
19	8.918	22	8.920	22	1.080	9.999	41	49	9.327	8	9.337	9	0.663	9.990	11
20	8.940	21	8.942	21	1.058	9.998	40	50	9.335	9	9.346	9	0.654	9.990	10
21	8.961	21	8.963	21	1.037	9.998	39	51	9.344	8	9.355	8	0.645	9.989	9
22	8.982	19	8.984	19	1.016	9.998	38	52	9.352	8	9.363	9	0.637	9.989	8
23	9.001	18	9.003	19	0.997	9.998	37	53	9.360	8	9.372	8	0.628	9.988	7
24	9.019	18	9.022	17	0.978	9.998	36	54	9.368	8	9.380	9	0.620	9.988	6
25	9.037	17	9.039	18	0.961	9.997	35	55	9.376	8	9.389	8	0.611	9.987	5
26	9.054	16	9.057	16	0.943	9.997	34	56	9.384	7	9.397	8	0.603	9.987	4
27	9.070	16	9.073	16	0.927	9.997	33	57	9.391	8	9.405	8	0.595	9.986	3
28	9.086	15	9.089	16	0.911	9.997	32	58	9.399	7	9.413	7	0.587	9.986	2
29	9.101	15	9.105	14	0.895	9.997	31	59	9.406	7	9.420	8	0.580	9.985	1
30	9.116		9.119		0.881	9.996	30	60	9.413		9.428		0.572	9.985	0
0^h	cos		cotg		tang	sin	5^h	0^h	cos		cotg		tang	sin	5^h

72. Dreistellige Logarithmentafel.

d) Logarithmen der trigonometrischen Funktionen der in Zeit ausgedrückten Winkel (Fortsetzung).

1^h	sin	d	tang	d	cotg	cos	4^h
0^m	9.413	7	9.428	8	0.572	9.985	60^m
1	9.420	7	9.436	7	0.564	9.984	59
2	9.427	7	9.443	7	0.557	9.984	58
3	9.434	6	9.450	7	0.550	9.983	57
4	9.440	7	9.457	8	0.543	9.983	56
5	9.447	6	9.465	7	0.535	9.982	55
6	9.453	7	9.472	7	0.528	9.982	54
7	9.460	6	9.479	6	0.521	9.981	53
8	9.466	6	9.485	7	0.515	9.981	52
9	9.472	6	9.492	7	0.508	9.980	51
10	9.478	6	9.499	6	0.501	9.979	50
11	9.484	6	9.505	7	0.495	9.979	49
12	9.490	6	9.512	6	0.488	9.978	48
13	9.496	5	9.518	7	0.482	9.978	47
14	9.501	6	9.525	6	0.475	9.977	46
15	9.507	6	9.531	6	0.469	9.976	45
16	9.513	5	9.537	6	0.463	9.976	44
17	9.518	5	9.543	6	0.457	9.975	43
18	9.523	6	9.549	6	0.451	9 974	42
19	9.529	5	9.555	6	0.445	9.974	41
20	9.534	5	9.561	6	0.439	9.973	40
21	9.539	5	9.567	6	0.433	9.972	39
22	9.544	5	9.573	5	0.427	9.972	38
23	9.549	5	9.578	6	0.422	9.971	37
24	9.554	5	9.584	6	0.416	9.970	36
25	9.559	5	9.590	5	0.410	9.969	35
26	9.564	5	9.595	6	0.405	9.969	34
27	9.569	5	9.601	5	0.399	9.968	33
28	9.574	4	9.606	6	0.394	9.967	32
29	9.578	5	9.612	5	0.388	9.966	31
30	9.583		9.617		0.383	9.966	30
1^h	cos		cotg		tang	sin	4^h

1^h	sin	d	tang	d	cotg	cos	4^h
30^m	9.583	4	9.617	6	0.383	9.966	30^m
31	9.587	5	9.623	5	0.377	9.965	29
32	9.592	4	9.628	5	0.372	9.964	28
33	9.596	5	9.633	5	0.367	9.963	27
34	9.601	4	9.638	5	0.362	9.962	26
35	9.605	4	9.643	6	0.357	9.962	25
36	9.609	5	9.649	5	0.351	9.961	24
37	9.614	4	9.654	5	0.346	9.960	23
38	9.618	4	9.659	5	0.341	9.959	22
39	9.622	4	9.664	5	0.336	9.958	21
40	9.626	4	9.669	5	0.331	9.957	20
41	9.630	4	9.674	4	0.326	9.956	19
42	9.634	4	9.678	5	0.322	9.955	18
43	9.638	4	9.683	5	0.317	9.955	17
44	9.642	4	9.688	5	0.312	9.954	16
45	9.646	4	9.693	5	0.307	9.953	15
46	9.650	3	9.698	4	0.302	9.952	14
47	9.653	4	9.702	5	0.298	9.951	13
48	9.657	4	9.707	5	0.293	9.950	12
49	9.661	3	9.712	4	0.288	9.949	11
50	9.664	4	9.716	5	0.284	9.948	10
51	9.668	4	9.721	5	0.279	9.947	9
52	9.672	3	9.726	4	0.274	9.946	8
53	9.675	4	9.730	5	0.270	9.945	7
54	9.679	3	9.735	4	0.265	9.944	6
55	9.682	4	9.739	5	0.261	9.943	5
56	9.686	3	9.744	4	0.256	9.942	4
57	9.689	3	9.748	5	0.252	9.941	3
58	9.692	4	9.753	4	0.247	9.940	2
59	9.696	3	9.757	4	0.243	9.939	1
60	9.699		9.761		0.239	9.938	0
1^h	cos		cotg		tang	sin	4^h

72. Dreistellige Logarithmentafel.

d) Logarithmen der trigonometrischen Funktionen der in Zeit ausgedrückten Winkel (Schluß).

2^h	sin		tang		cotg	cos	3^h	2^h	sin		tang		cotg	cos	3^h
0^m	9.699		9.761		0.239	9.938	60^m	30^m	9.784		9.885		0.115	9.899	30^m
1	9.702	3	9.766	5	0.234	9.936	59	31	9.787	3	9.889	4	0.111	9.898	29
2	9.705	3	9.770	4	0.230	9.935	58	32	9.789	2	9.893	4	0.107	9.897	28
3	9.709	4	9.774	4	0.226	9.934	57	33	9.792	3	9.897	4	0.103	9.895	27
4	9.712	3	9.779	5	0.221	9.933	56	34	9.794	2	9.901	4	0.099	9.894	26
5	9.715	3	9.783	4	0.217	9.932	55	35	9.797	3	9.904	3	0.096	9.892	25
6	9.718	3	9.787	4	0.213	9.931	54	36	9.799	2	9.908	4	0.092	9.891	24
7	9.721	3	9.792	5	0.208	9.930	53	37	9.801	2	9.912	4	0.088	9.889	23
8	9.724	3	9.796	4	0.204	9.928	52	38	9.804	3	9.916	4	0.084	9.887	22
9	9.727	3	9.800	4	0.200	9.927	51	39	9.806	2	9.920	4	0.080	9.886	21
10	9.730	3	9.804	4	0.196	9.926	50	40	9.808	2	9.924	4	0.076	9.884	20
11	9.733	3	9.808	4	0.192	9.925	49	41	9.810	2	9.928	4	0.072	9.883	19
12	9.736	3	9.813	5	0.187	9.924	48	42	9.813	3	9.931	3	0.069	9.881	18
13	9.739	3	9.817	4	0.183	9.922	47	43	9.815	2	9.935	4	0.065	9.879	17
14	9.742	3	9.821	4	0.179	9.921	46	44	9.817	2	9.939	4	0.061	9.878	16
15	9.745	3	9.825	4	0.175	9.920	45	45	9.819	2	9.943	4	0.057	9.876	15
16	9.748	3	9.829	4	0.171	9.919	44	46	9.821	2	9.947	4	0.053	9.874	14
17	9.750	2	9.833	4	0.167	9.917	43	47	9.823	2	9.951	4	0.049	9.873	13
18	9.753	3	9.837	4	0.163	9.916	42	48	9.826	3	9.954	3	0.046	9.871	12
19	9.756	3	9.841	4	0.159	9.915	41	49	9.828	2	9.958	4	0.042	9.869	11
20	9.759	3	9.845	4	0.155	9.913	40	50	9.830	2	9.962	4	0.038	9.868	10
21	9.761	2	9.849	4	0.151	9.912	39	51	9.832	2	9.966	4	0.034	9.866	9
22	9.764	3	9.853	4	0.147	9.911	38	52	9.834	2	9.970	4	0.030	9.864	8
23	9.767	3	9.857	4	0.143	9.909	37	53	9.836	2	9.973	3	0.027	9.862	7
24	9.769	2	9.861	4	0.139	9.908	36	54	9.838	2	9.977	4	0.023	9.861	6
25	9.772	3	9.865	4	0.135	9.907	35	55	9.840	2	9.981	4	0.019	9.859	5
26	9.774	2	9.869	4	0.131	9.905	34	56	9.842	2	9.985	4	0.015	9.857	4
27	9.777	3	9.873	4	0.127	9.904	33	57	9.844	2	9.989	4	0.011	9.855	3
28	9.779	2	9.877	4	0.123	9.902	32	58	9.846	2	9.992	3	0.008	9.853	2
29	9.782	3	9.881	4	0.119	9.901	31	59	9.848	2	9.996	4	0.004	9.851	1
30	9.784	2	9.885	4	0.115	9.899	30	60	9.849	1	0.000	4	0.000	9.849	0
2^h	cos		cotg		tang	sin	3^h	2^h	cos		cotg		tang	sin	3^h

73. Phasenwinkel.

Der Phasenwinkel spielt eine wichtige Rolle bei photometrischen Untersuchungen und Beobachtungen der Planeten, sei es ihres Gesamtlichtes, sei es ihrer Oberflächenelemente. In dem ebenen Dreieck Sonne – Planet – Erde nennt man den Winkel am Planeten den Phasenwinkel α, den man kaum je genauer als auf $\pm 0^\circ\!.2$ zu kennen braucht. Zu seiner bequemen Berechnung sind die kurzen Tafeln 73 entworfen, deren vorteilhafte Benutzung den Gebrauch des Rechenschiebers voraussetzt. Sie reichen hin zur Ableitung des Phasenwinkels α für alle oberen Planeten.

Folgende Formel liegt zugrunde. Sei

r der Radiusvektor des Planeten, d. h. sein Abstand von der Sonne,

$\varDelta$ die Entfernung Planet – Erde,

R der Radiusvektor der Erde, d. h. die Strecke Sonne – Erde (Taf. 73 a),

so hat man

$$\sin\frac{\alpha}{2} = \frac{\frac{1}{2}\sqrt{1-\left(\frac{r-\varDelta}{R}\right)^2}}{\sqrt{r\cdot\varDelta}}\cdot R$$

Nun tabuliert man die Größe

$$E = \frac{1}{2}\sqrt{1-\left(\frac{r-\varDelta}{R}\right)^2}$$

mit dem vom Rechenschieber leicht gelieferten Argument $\frac{r-\varDelta}{R}$ (Taf. 73 b), bildet, wiederum am Rechenschieber, $\sqrt{r\cdot\varDelta}$ und gewinnt durch eine weitere Einstellung des Schiebers den Wert

$$\sin\frac{\alpha}{2} = \frac{E}{\sqrt{r\cdot\varDelta}}\cdot R\,,$$

mit dem man dem Täfelchen 73 c den gesuchten Winkel α entnimmt.

Beispiel. Juli 18.

r	2.133	$\frac{r-\varDelta}{R}$	0.707	$\sin\frac{\alpha}{2}$	0.207
$\varDelta$	1.415	E	0.354	α	$23^\circ\!.9$
R	1.016	$\sqrt{r\cdot\varDelta}$	1.738		

73. Phasenwinkel.

a) Radiusvektor R der Erde.

Tag	R	
Jan. 1	0.983	1
11	984	0
21	984	1
31	985	2
Febr. 10	987	2
20	0.989	2
März 2	991	3
12	994	3
22	0.997	3
April 1	1.000	2
11	1.002	3
21	005	3
Mai 1	008	2
11	010	2
21	012	2
31	1.014	1
Juni 10	015	1
20	016	1
30	017	0
Juli 10	017	1
20	1.016	1
30	015	1
Aug. 9	014	2
19	012	2
29	010	3
Sept. 8	1.007	2
18	005	3
28	1.002	3
Okt. 8	0.999	3
18	996	3
28	0.993	2
Nov. 7	991	3
17	988	1
27	987	2
Dez. 7	985	1
17	0.984	1
27	983	0
37	983	

$$\sin \tfrac{1}{2}\alpha = \frac{E}{\sqrt{r \cdot \Delta}} \cdot R$$

b) $E = \frac{1}{2}\sqrt{1 - \left(\frac{r-\Delta}{R}\right)^2}$

$\frac{r-\Delta}{R}$	E	
0.00	0.500	0
02	500	0
04	500	1
06	499	1
08	498	1
0.10	0.497	1
12	496	1
14	495	1
16	494	2
18	492	2
0.20	0.490	2
22	488	3
24	485	2
26	483	3
28	480	3
0.30	0.477	3
32	474	4
34	470	4
36	466	4
38	462	4
0.40	0.458	4
42	454	5
44	449	5
46	444	5
48	439	6
0.50	0.433	6
52	427	6
54	421	7
56	414	7
58	407	7
0.60	0.400	8
62	392	8
64	384	8
66	376	9
68	367	10
0.70	0.357	10
72	347	11
74	336	11
76	325	12
78	313	13
0.80	0.300	

$\frac{r-\Delta}{R}$	E	
0.80	0.300	7
81	293	7
82	286	7
83	279	8
84	271	8
0.85	0.263	8
86	255	8
87	247	9
88	238	10
89	228	10
0.90	0.218	11
91	207	11
92	196	12
93	184	13
94	171	15
0.950	0.156	8
955	148	8
960	140	9
965	131	9
970	122	11
975	111	11
0.980	0.100	6
982	094	5
984	089	6
986	083	6
988	077	7
0.990	0.070	3
991	067	4
992	063	4
993	059	4
994	055	5
0.995	0.050	5
996	045	6
997	039	7
998	032	10
999	022	22
1.000	0.000	

c) Sinus des halben Winkels.

$\sin \frac{1}{2}\alpha$	α	
0.00	0°0	11
01	1.1	12
02	2.3	11
03	3.4	12
04	4.6	11
0.05	5.7	12
06	6.9	11
07	8.0	12
08	9.2	11
09	10.3	12
0.10	11.5	11
11	12.6	12
12	13.8	11
13	14.9	12
14	16.1	12
0.15	17.3	11
16	18.4	12
17	19.6	11
18	20.7	12
19	21.9	12
0.20	23.1	11
21	24.2	12
22	25.4	12
23	26.6	12
24	27.8	12
0.25	29.0	11
26	30.1	12
27	31.3	12
28	32.5	12
29	33.7	12
0.30	34.9	12
31	36.1	12
32	37.3	12
33	38.5	13
34	39.8	12
0.35	41.0	12
36	42.2	12
37	43.4	13
38	44.7	12
39	45.9	13
0.40	47.2	

74. Wahrscheinlichkeitsintegral.

Das Wahrscheinlichkeitsintegral

$$\Theta(t) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^t e^{-t^2} dt$$

besitzt eine große Bedeutung in Statistik und Wahrscheinlichkeitsrechnung und in der Physik, z. B. in Refraktions- und Wärmetheorie. Das Integral $\Theta(t)$ ist die Wahrscheinlichkeit dafür, daß ein positiver oder negativer Fehler zwischen die absoluten Grenzen 0 und t fällt. Bei physikalischen Untersuchungen bleibt der konstante Faktor $\frac{2}{\sqrt{\pi}} = 1.128\,379\ [0.052\,455]$ meist fort.

Die Tafel des Integrals $\Theta(t)$ wird hier mit dem Argument t auf 3 Stellen genau derart gegeben, daß sie für alle stellarstatistischen Zwecke ausreichend und bequem ist.

$$\Theta(t) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^t e^{-t^2} dt$$

t	Θ 0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0.0	0.000	0.011	0.023	0.034	0.045	0.056	0.068	0.079	0.090	0.101
0.1	112	124	135	146	157	168	179	190	201	212
0.2	223	234	244	255	266	276	287	297	308	318
0.3	329	339	349	359	369	379	389	399	409	419
0.4	428	438	447	457	466	475	485	494	503	512
0.5	0.520	0.529	0.538	0.546	0.555	0.563	0.572	0.580	0.588	0.596
0.6	604	612	619	627	635	642	649	657	664	671
0.7	678	685	691	698	705	711	718	724	730	736
0.8	742	748	754	760	765	771	776	781	787	792
0.9	797	802	807	812	816	821	825	830	834	839
1.0	0.843	0.847	0.851	0.855	0.859	0.862	0.866	0.870	0.873	0.877
1.1	880	884	887	890	893	896	899	902	905	908
1.2	910	913	916	918	921	923	925	928	930	932
1.3	934	936	938	940	942	944	946	947	949	951
1.4	952	954	955	957	958	960	961	962	964	965
1.5	0.966	0.967	0.968	0.970	0.971	0.972	0.973	0.974	0.975	0.975
1.6	976	977	978	979	980	980	981	982	982	983
1.7	984	984	985	986	986	987	987	988	988	989
1.8	989	990	990	990	991	991	991	992	992	992
1.9	993	993	993	994	994	994	994	995	995	995
2.0	0.995	0.995	0.996	0.996	0.996	0.996	0.996	0.997	0.997	0.997
2.1	997	997	997	997	998	998	998	998	998	998
2.2	998	998	998	998	998	999	999	999	999	999
2.3	999	999	999	999	999	999	999	0.999	0.999	0.999
2.4	999	999	999	999	999	999	999	1.000	1.000	1.000

2.5	0.999 59	3.0	0.999 978
2.6	999 76	3.1	999 988
2.7	999 87	3.2	999 994
2.8	999 92	3.3	999 997
2.9	999 96	3.4	999 998
3.0	0.999 978	3.5	0.999 999
		3.6	1.000 000

Alphabetisches Register.

Angegeben sind die Seitenzahlen.

Berichtigungen.

Seite 6, Zeile 15 von oben statt 0_0 lies 0°.
Seite 25, Zeile 3 von unten statt 25^m lies 52^m.
Seite 111, $t = 8^h\, 40^m$ $\varphi = 46^\circ$ statt 71 lies 73.