

Veröffentlichungen des Preußischen Meteorologischen Instituts

Herausgegeben durch dessen Direktor

H. v. Ficker

Nr. 346

Abhandlungen Bd. VIII. Nr. 9.

Über die atmosphärischen Gezeiten

Von

J. Bartels

1927

Springer-Verlag Berlin Heidelberg GmbH

Veröffentlichungen des Preußischen Meteorologischen Instituts

Herausgegeben durch dessen Direktor

H. v. Ficker

Nr. 346

Abhandlungen Bd. VIII. Nr. 9.

Über die atmosphärischen Gezeiten

Von

J. Bartels

Springer-Verlag Berlin Heidelberg GmbH

Preis 7 R.M.

ISBN 978-3-662-31324-4 ISBN 978-3-662-31529-3 (eBook)
DOI 10.1007/978-3-662-31529-3

Inhalt.

	Seite
Einleitung	3
Kapitel I. Die Analogie zwischen den Gezeiten des Meeres und der Atmosphäre	4
1. Ziel der Untersuchung	4
2. Die Grundformeln	4
3. Auswertung der äquivalenten Höhe I_1 für einige Fälle	7
4. Vergleich mit den Ergebnissen anderer Arbeiten	8
Kapitel II. Die Eigenschwingungen der Erdatmosphäre	10
1. Allgemeines über die Eigenschwingungen	10
2. Einfluß der Oberflächengestalt der Erde	10
3. Berechnung der wesentlichen Eigenperioden	12
4. Einige andere Schwingungen	14
5. Erzwungene Schwingungen. Dritteltägige Druckschwankung	16
6. Einfluß der Reibung	19
Kapitel III. Berechnung der lunaren Luftdruckschwankung in Potsdam und Hamburg	22
1. Stationen	22
2. Auswahl der Tage	22
3. Einteilung des Materials	23
4. Mittelwerte der Entfernung und Deklination in den Klassen	24
5. Ausschreiben der Luftdruckwerte unter Verwendung der stündlichen Änderungen (☉-Blätter)	25
6. Der konvexe Gang	26
7. Ordnung nach Mondzeit (☾-Blätter)	26
8. Elimination des sonnentägigen Ganges (Korrektions-Blätter)	26
9. Interpolation der 24 Mondstunden	27
10. Elimination des fortschreitenden Ganges. Harmonische Analyse	27
Kapitel IV. Genauigkeit der harmonischen Konstanten	28
1. Graphische Darstellung von Sinuswellen gleicher Periodenlänge	28
2. Gesetze der Fehlerverteilung in der Ebene	28
3. Vergleich mit anderen Fehlerbestimmungen	30
4. Anwendung auf die atmosphärischen Gezeiten	31
Kapitel V. Diskussion und Vergleich mit den Analysen von S. Chapman und Börnstein-Wegener	32
1. Zusammenstellung der bisher berechneten Werte	32
2. Die Jahresmittel	34
3. Jährlicher Gang	36
4. Mondentfernung und Deklination. Ganztägige lunare Schwankung	36
5. Bezugnahme auf die harmonische Analyse der Gezeiten	38
6. Die Arbeiten von Börnstein-Wegener	39
Zusammenfassung und Schluß	40
Literatur	42

Verzeichnis der Tabellen.

Tab. 1. Tiefe h eines gleichförmigen Ozeans von der Eigenschwingungsdauer S , ohne Berücksichtigung der gegenseitigen Anziehung der gestörten Massen	13
» 2. Eigenperioden S (in siderischen Stunden) verschiedener Typen für vier verschiedene Höhen auf ruhender und rotierender Erde	15
» 3. Dritteltägiger Gang ($a_3 \cos 3t + b_3 \sin 3t$) an 7 britischen Stationen. Temperatur und Luftdruck	43
» 4–5. Täglicher Gang des Luftdrucks und der Lufttemperatur in Abweichungen vom Mittel. Potsdam 1893–1922	43
» 6–7. Harmonische Analyse des täglichen Ganges des Luftdrucks und der Lufttemperatur. Potsdam 1893–1922	44
» 8. Häufigkeit der unperiodischen täglichen Amplituden des Luftdrucks. Potsdam 1893–1922	45
» 9. Anzahl der Ruhigen Tage, die zur Ableitung der lunaren Ebbe und Flut benutzt wurden	45
» 10. Zeitliche Mittelwerte von δ , $\sin 2\delta$ und $\cos^2\delta$ in den Klassen I, II, III für verschiedene Werte von N	45
» 11. Sonnentägiger Gang des Luftdrucks im Mittel der »Ruhigen Tage« zu Potsdam und Hamburg	46
» 12. Änderung des Luftdrucks von Mitternacht zu Mitternacht im Mittel der Ruhigen Tage	46
» 13. Sonnentägiger Gang des Luftdrucks. Differenz »Ruhige Tage« minus »Alle Tage«	46
» 14. Mondentägiger Gang des Luftdrucks zu Potsdam 1893–1922	47
» 15. Mondentägiger Gang des Luftdrucks zu Hamburg 1884–1920	48
» 16. Harmonische Analyse des mondentägigen Luftdruckganges zu Potsdam und Hamburg	49
» 17. Lunare Luftdruckschwankung in Batavia in den einzelnen Jahren 1866–1905	50
» 18. Wahrscheinliche Fehler in den harmonischen Komponenten des lunaren Luftdruckganges. Potsdam–Hamburg	50
» 19. Wahrscheinliche Fehler in den harmonischen Komponenten des sonnentägigen Luftdruckganges im Mittel aller Tage. Potsdam	50
» 20. Zusammenstellung der Hauptergebnisse über die mondentägige Luftdruckschwankung	33
» 21. Die Einteilungen nach der Mondentfernung	33
» 22. Jährliche Periode der lunaren Luftdruckschwankung, nach Monatsmitteln	51
» 23. Harmonische Analyse des lunaren Luftdruckganges zu Keitum in den 10 Jahren 1878–1887.	51

Vorbemerkung. Ziffern in runden Klammern (1) beziehen sich auf Formeln, solche in eckigen Klammern [1] verweisen auf das Literaturverzeichnis S. 42.

Einleitung.

Die unregelmäßige Begrenzung der Ozeane macht die Gezeitenerscheinung so verwickelt, daß von den klassischen Theorien, die für eine gleichmäßig mit Wasser bedeckte Kugel oder ähnlich regelmäßige Formen des Meeres gelten, nur die Argumente der Sinus- und Cosinusglieder der harmonischen Analyse verwendbar bleiben, während die Amplituden empirisch bestimmt werden müssen. Die von R. Sterneck und A. Defant eingeleiteten neueren Untersuchungen verzichten deshalb auf diese Theorien und gehen darauf aus, die Gezeiten als selbständige Schwingungen der einzelnen Meeresteile zu deuten.

Günstiger liegen die Verhältnisse bei den Gezeiten der Atmosphäre, wozu auch die gezeitenartigen Bewegungen gerechnet werden sollen, die durch die tägliche Temperaturschwankung angeregt werden. Das zeigten schon die ersten Arbeiten von Margules [24], der die Laplaceschen Methoden der dynamischen Gezeitentheorie anwandte. Es vergingen dann über dreißig Jahre, bis S. Chapman [13] unter Anlehnung an das zweidimensionale Problem die Marguleschen Rechnungen vervollkommnete, wobei er die Methoden von Hough [20] heranzog.

Allerdings darf man die Erhebungen der Landflächen, die der wechselnden Tiefe des Ozeans entsprechen, auch hier nicht in dem Maße vernachlässigen, wie man es bisher getan hat. Denn die Gebiete mit über 1000 m Erhebung umfassen fast 8% der Erdoberfläche, und 1.2% gehen über 3000 m hinaus; das mittlere Niveau der physischen Erdoberfläche liegt etwa 240 m über dem Meeresspiegel. Die stärkste Störung wird vermutlich nicht durch das zentralasiatische Gebirgsmassiv verursacht, sondern durch die amerikanischen Kettengebirge, die eine nord-südlich verlaufende Scheidewand darstellen. Man bedenke dazu, daß bereits ein Drittel der Atmosphärenmasse unterhalb des 3 km-Niveaus liegt!

Immerhin ist der Zusammenhang des Luftozeans weit besser als der des Weltmeeres. Die harmonische Analyse, wie sie von G. Darwin und C. Börgen für die Meeresgezeiten entwickelt ist, läßt sich aber infolge verschiedener Schwierigkeiten nicht unmittelbar übertragen:

1. Die reinen Gravitationsfluten werden bei den solaren und luni-solaren Gliedern durch thermische Schwingungen überdeckt.

2. Die Atmosphäre hat Eigenschwingungen, deren Perioden zwischen mehreren Stunden und einigen Tagen liegen. Die Amplituden der Partialtiden werden also in anderen Verhältnissen zueinanderstehen als nach der Gleichgewichtstheorie zu erwarten wäre. Diejenigen Gezeiten, die nahe mit entsprechenden Eigenschwingungen zusammen fallen, werden durch Resonanz stark vergrößert. Das klassische Beispiel ist die 12-stündige solare Druckschwankung (Lord Kelvin 1882); wir werden sehen, daß auch die 8-stündige antisymmetrische und die 12-stündige zonale Schwankung hierher zu rechnen sind, während die ganztägige lunare Schwankung, ebenso wie die solare, als Beispiel einer Tide erscheinen wird, die infolge mangelnder Resonanz unterdrückt wird.

3. Anders als bei den Gezeiten des Wassers überwiegen die unperiodischen Druckschwankungen in außertropischen Breiten die periodischen Glieder um das 50- bis 1000-fache.

Der zuletzt genannte Umstand hat namentlich der Erforschung der lunaren atmosphärischen Gezeiten im Wege gestanden, was um so mehr zu bedauern war, als gerade bei ihnen die komplizierten thermisch verursachten Anteile fehlen¹⁾. Mittelwerte für tropische Stationen liegen zwar schon lange vor; die ersten zuverlässigen Angaben über den mondentägigen Gang des Luftdrucks in höheren Breiten sind aber erst im Jahre 1918 von S. Chapman [8, 9] für Greenwich (51° N) geliefert worden, also fast 150 Jahre nach dem gescheiterten Versuch von Laplace, seine Gezeitentheorie an 8-jährigen Barometerablesungen in Brest (41° N) nachzuprüfen²⁾.

¹⁾ Unsere Kenntnis der solaren Gezeiten ist wesentlich den eingehenden Arbeiten von J. Hann zu verdanken.

²⁾ Eine zusammenfassende Darstellung über »Schwingungen der Atmosphäre« wird in Band XXV (Geophysik) des »Handbuchs der Experimentalphysik«, herausgegeben von W. Wien und F. Harms, erscheinen; eine kürzere Übersicht für einen weiteren Kreis vergl. »Die Naturwissenschaften«, Band 15, Berlin 1927.

In vorliegender Arbeit sollen die atmosphärischen Gezeiten für zwei deutsche Stationen abgeleitet und diskutiert werden. Die ganze Schwankung beträgt nur 0.02 mm Quecksilberdruck, also etwa $1/10$ der Breite des Federstriches an den gewöhnlichen Richardschen Barographen und weniger als $1/1000$ derjenigen Druckschwankungen, die mit dem Wetterwechsel verbunden sind. Trotz dieser ungewöhnlichen Zartheit der Erscheinung ergeben sich mittels geeignet gewählter Rechenverfahren sehr regelmäßige Sinuswellen, die befriedigend durch die dynamische Gezeitentheorie erklärt werden können.

Die beiden ersten Kapitel behandeln die analytischen Grundlagen für die Anwendung der Gezeitentheorie auf die Atmosphäre. Das Wesentliche an diesen Rechnungen ist nicht so sehr ihre analytische Form, als vielmehr die Berücksichtigung des tatsächlichen Aufbaues der Atmosphäre und die Anwendung auf die tagesperiodischen Druckschwankungen, die aus der Beobachtung bekannt sind. Die Ergebnisse der Kapitel I und II werden in Kapitel V benutzt; Kapitel III und IV sind selbständig lesbar. Am Schluß sind die Ergebnisse zusammengefaßt.

Kapitel I. Die Analogie zwischen den Gezeiten des Meeres und der Atmosphäre.

1. Ziel der Untersuchung. Laplace zeigte, daß die mathematische Theorie der Schwingungen der Atmosphäre auf rotierender Erde dieselbe ist wie die der Gezeiten eines flüssigen Ozeans der gleichen „virtuellen Tiefe“. Letztere fand er gleich der Höhe der „homogenen Atmosphäre“, deren Dichte überall gleich der Dichte am Boden der wirklichen Atmosphäre ist, und deren Gesamtmasse gleich der wirklichen ist. — Dieses Ergebnis wurde jedoch nur unter drei einschränkenden Voraussetzungen erzielt:

- die vertikale Bewegung wird vernachlässigt,
- die Atmosphäre ist durchweg isotherm,
- Volumänderungen durch Druckänderungen gehen isotherm vor sich.

Diese Bedingungen wurden auch von Margules [24] beibehalten, obwohl sie stark von der Wirklichkeit abweichen. Im Folgenden soll eine Analogie abgeleitet werden, die von diesen Einschränkungen frei ist.

2. Die Grundformeln. Es werden folgende Bezeichnungen gebraucht:

- ρ Dichte der Luft,
- t Zeit,
- g Mittlere Schwerebeschleunigung an der Erdoberfläche ($= 980.6 \text{ cm/sek.}^2$),
- ω Winkelgeschwindigkeit der Erdrotation ($= 2\pi/86164 = 7.293 \cdot 10^{-5} \text{ sek.}^{-1}$),
- a Erdradius ($= 6.3703 \cdot 10^8 \text{ cm}$),
- Θ Polabstand,
- λ Länge östlich von Greenwich,
- z Höhe,
- u, v, w Geschwindigkeiten nach Süden, Osten, oben,
- $p = p_0(1 + \varepsilon) = p_0 + p^*$ Druck,
- R Gaskonstante trockener Luft ($= 2.87 \cdot 10^6 \text{ cm}^2 \text{ sek.}^{-2} \text{ grad}^{-1}$),
- T Absolute Temperatur,
- $T' = T_0'(1 + \tau')$ Virtuelle Temperatur ungesättigter feuchter Luft, definiert durch $p = R\rho T'^1$,
- $\kappa = c_p/c_v$ Verhältnis der spezifischen Wärmen der Luft ($= 1.403$),
- Ω Gezeitenpotential,
- $F^{(\Theta)}, F^{(\lambda)}$ Süd-, Ostkomponente der Reibungskraft pro Volumeinheit,
- $\alpha = -\partial T_0/\partial z$ Vertikaler Temperaturgradient,
- $\gamma = \frac{\kappa - 1}{\kappa} \frac{g}{R}$ Adiabatischer Temperaturgradient ($= 0.986 \cdot 10^{-4} \text{ grad/cm}$),
- $H = RT_0/g$ Höhe der homogenen Atmosphäre,
- p_0, ρ_0, T_0' beziehen sich auf den Ruhezustand,
- s als Index bezeichnet den Wert an der Erdoberfläche.

Statt $\partial \varepsilon/\partial z$ wird gelegentlich ε_z geschrieben werden, ebenso $\partial p/\partial t = p_t$ usw.

¹⁾ Es ist $T' = T(1 + 0.377 \frac{e}{p})$, wo e der Dampfdruck, p der Luftdruck ist. Selbst bei gesättigter Luft beträgt $(T' - T)$ nur wenige Grade ($0.6, 1.7, 4.5$, bei $T = 0^\circ, 15^\circ, 30^\circ \text{ C}$).

Durch die Benutzung der virtuellen Temperatur (im Anschluß an H. Jeffreys [21]) werden Schwankungen der Feuchtigkeit und der Temperatur parallel behandelt. Jedoch ist diese Verallgemeinerung nicht wesentlich; im Folgenden wird stets nur von Temperaturschwankungen die Rede sein.

Die Grundgleichungen für kleine atmosphärische Bewegungen von Gezeitencharakter, worunter wir auch tagesperiodische Wellen thermischen Ursprungs begreifen, lauten unter Fortlassung unwesentlicher Glieder [13]

$$\rho_0 \left(\frac{\partial u}{\partial t} - 2 \omega v \cos \Theta \right) = - \frac{\partial p}{a \cdot \partial \Theta} - \rho_0 \frac{\partial \Omega}{a \cdot \partial \Theta} + F^{(\Theta)} \quad (1),$$

$$\rho_0 \left(\frac{\partial v}{\partial t} + 2 \omega u \cos \Theta \right) = - \frac{\partial p}{a \sin \Theta \cdot \partial \lambda} - \rho_0 \frac{\partial \Omega}{a \sin \Theta \partial \lambda} + F^{(\lambda)} \quad (2),$$

$$0 = - \rho g - \frac{\partial p}{\partial z} \quad (3),$$

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{1}{a \sin \Theta} \frac{\partial}{\partial \Theta} (\rho_0 \sin \Theta \cdot u) + \frac{1}{a \sin \Theta} \frac{\partial}{\partial \lambda} (\rho_0 \cdot v) + \frac{\partial}{\partial z} (\rho_0 \cdot w) = 0 \quad (4).$$

Diese Gleichungen gelten auch für beliebige Abplattung, wenn a als Krümmungsradius des Meridians und Θ als Winkel der Normalen mit der Polarachse der Erde gedeutet wird¹⁾.

Wir integrieren über die ganze Höhe der Atmosphäre; der Deutlichkeit wegen werde $z = s$ für $z = 0$ geschrieben. Aus (3) folgt dann die bekannte Beziehung

$$p_s = \int_s^\infty g \rho dz \quad (5).$$

Infolge der raschen Abnahme der Dichte mit der Höhe kann hierin g konstant angenommen werden. Der dadurch entstehende Fehler läßt sich leicht abschätzen, wenn man die von W. H. Dines²⁾ abgeleiteten Werte für die Luftdichte benutzt. Numerische Integration ergibt die Druckdifferenz zwischen 0 und 20 km Höhe über Europa um 1.42 mm (d. h. um 0.2 ‰) geringer, wenn man die Schwerkraftabnahme entsprechend

$$g = 980.6 - 3.086 \cdot 10^{-6} z^3$$

berücksichtigt, als wenn g konstant gleich dem Bodenwert angenommen wird. Das stimmt der Größenordnung nach zu den Angaben von N. Ekholm⁴⁾, der für eine Atmosphäre mit dem Temperaturgradienten $\alpha = 0.34^\circ/100$ m berechnete, daß die Gesamtmasse der Atmosphäre sich aus dem Bodendruck um 0.24 ‰ höher ergibt, wenn man die Schwerkraftabnahme in Rechnung stellt.

Zur Abkürzung werde gesetzt

$$\left. \begin{aligned} \int_s^\infty \rho_0 u dz &= U, & \int_s^\infty \rho_0 v dz &= V \\ \int_s^\infty p dz &= P & \text{(ebenso } P_0 \text{ und } P^*) & \\ \int_s^\infty F^{(\Theta)} dz &= G^{(\Theta)}, & \int_s^\infty F^{(\lambda)} dz &= G^{(\lambda)} \end{aligned} \right\} \quad (6).$$

Indem in üblicher Weise $\partial \Omega / \partial z = 0$ angenommen wird, und weil $w = 0$ für $z = s$ und $\rho = 0$ für $z = \infty$, so ergibt die Integration von (1), (2) und (4) unter Berücksichtigung von (3) und (5)

$$\frac{\partial U}{\partial t} - 2 \omega V \cos \Theta = - \frac{1}{a} \frac{\partial P}{\partial \Theta} - \frac{p_{s_0}}{g} \frac{\partial \Omega}{a \partial \Theta} + G^{(\Theta)} \quad (7),$$

$$\frac{\partial V}{\partial t} + 2 \omega U \cos \Theta = - \frac{1}{a \sin \Theta} \frac{\partial P}{\partial \lambda} - \frac{p_{s_0}}{g} \frac{\partial \Omega}{a \sin \Theta \partial \lambda} + G^{(\lambda)} \quad (8),$$

$$\frac{1}{g} \frac{\partial p_s}{\partial t} + \frac{1}{a \sin \Theta} \frac{\partial}{\partial \Theta} (\sin \Theta U) + \frac{1}{a \sin \Theta} \frac{\partial V}{\partial \lambda} = 0 \quad (9).$$

Der erste Hauptsatz der Wärmetheorie lautet für adiabatisch verlaufende Volumänderungen⁵⁾

$$c_p \tau_1' - (c_p - c_v) \varepsilon = 0 \quad (10),$$

also

$$\tau_1' = \frac{\kappa - 1}{\kappa} \varepsilon \quad (10a).$$

¹⁾ H. Lamb, Hydrodynamik (Deutsche Ausgabe 1907) § 212.

²⁾ F. M. Exner, Dynamische Meteorologie, 2. Aufl. 1925, S. 231.

³⁾ F. M. Exner, a. a. O., S. 4.

⁴⁾ N. Ekholm, Meteorol. Zeitschr. 19, S. 257 (1902).

⁵⁾ Wir vernachlässigen, mit H. Lamb [23, S. 554] und S. Chapman [13], den Transport von Wärme zwischen aneinander grenzenden Luftmassen während der Schwingungen. Für die betrachteten langen Wellen ist die Wärmeleitung (auch durch Austausch) unwesentlich für eine Verteilung der durch adiabatische Volumänderungen bewirkten Temperaturänderungen [13, § 36]; daß auch die Strahlung nicht ausgleichend wirkt, ist eine Hypothese, deren Berechtigung z. B. darin liegt, daß die Erwärmung absinkender Luftmassen ebenfalls wenig durch Strahlung abgeändert wird, wenigstens nicht innerhalb von 12 Stunden.

Die relativen Temperaturschwankungen τ' setzen sich also aus zwei Teilen zusammen

$$\tau' = \tau_1' + \tau_r' = \frac{\kappa - 1}{\kappa} \varepsilon + \tau_r' \dots \dots \dots (11),$$

wobei

$$T_0' \tau_r' = d' Q / c_p$$

die Temperaturänderung bedeutet, die infolge der Wärmezufuhr $d' Q$ eintreten würde. τ_r' ist also nur ein anderes Maß für die zugeführte Wärme.

Im Anschluß an S. Chapman [13, p. 183, Gleichung (29)] ersetzen wir jetzt in Gleichung (11) die individuellen durch die lokalen Änderungen. Bezüglich der Vertikalgeschwindigkeit ist das zwar nur im Fall einer Atmosphäre im konvektiven (adiabatischen) Gleichgewicht streng gültig, allgemein dagegen nur in den untersten Schichten. Der Schritt ist aber dadurch genügend gerechtfertigt, daß dieselbe Vernachlässigung beim ebenen Problem zu nur unwesentlichen Fehlern führt, wie es Chapman ([13] p. 185) durch Vergleich seiner Ergebnisse mit den genaueren Rechnungen H. Lambs [23] fand. Da sich das ebene Problem und die Schwingungen einer sphäroidischen Schicht in Bezug auf die Größenordnung der Vertikalbewegung nicht unterscheiden, können wir also (11) unbedenklich auf lokale Änderungen anwenden.

Zur Integration der barometrischen Höhenformel benutzen wir die Zustandsgleichung:

$$p = R \varrho T' \dots \dots \dots (12).$$

Ausführlich geschrieben

$$p_0 (1 + \varepsilon) = R \varrho T_0' (1 + \tau'); \text{ speziell } p_0 = R \varrho_0 T_0',$$

also

$$\varrho = \varrho_0 (1 + \varepsilon - \tau') \dots \dots \dots (13).$$

Ähnlich folgt aus (3)

$$p_z = -g \varrho \dots \dots \dots (14),$$

$$p_0 \varepsilon + \varepsilon p_0 \varepsilon + p_0 \varepsilon_z = -g \varrho_0 (1 + \varepsilon) + g \varrho_0 \tau'; \text{ speziell } p_0 \varepsilon = -g \varrho_0 = -g p_0 / R T_0',$$

also

$$\varepsilon_z = g \tau' / R T_0' \dots \dots \dots (15).$$

Wir setzen aus (11) ein und erhalten als Differentialgleichung für ε

$$\varepsilon_z - \frac{\kappa - 1}{\kappa} \frac{g}{R T_0'} \varepsilon - \frac{g}{R T_0'} \tau_r' = 0 \dots \dots \dots (16),$$

deren allgemeine Lösung ist (wenn $e^x = \exp x$ abgekürzt wird)

$$\varepsilon = \exp \left(\frac{\kappa - 1}{\kappa} \frac{g}{R} \int_0^z \frac{dz}{T_0'} \right) \cdot \left\{ \varepsilon_s + \frac{g}{R} \int_0^z \frac{\tau_r'}{T_0'} \exp \left(- \frac{\kappa - 1}{\kappa} \frac{g}{R} \int_0^z \frac{dz}{T_0'} \right) dz \right\} \dots \dots \dots (17).$$

Gleichung (14) gibt mit $\varrho = p/R T'$ nach Integration die bekannte Formel

$$p_0 = p_{s0} \exp \left(- \frac{g}{R} \int_0^z \frac{dz}{T_0'} \right) \dots \dots \dots (18);$$

multipliziert mit (17)

$$p_0 \varepsilon = p^* = \exp \left(- \frac{g}{R \kappa} \int_0^z \frac{dz}{T_0'} \right) p_s^* + p_0 \frac{g}{R} \int_0^z \frac{\tau_r'}{T_0'} \exp \left(- \frac{\kappa - 1}{\kappa} \frac{g}{R} \int_0^z \frac{dz}{T_0'} \right) dz \dots \dots \dots (19).$$

Wir integrieren über die ganze Höhe der Atmosphäre

$$P^* = p_s^* \int_0^\infty \exp \left(- \frac{g}{R \kappa} \int_0^z \frac{dz}{T_0'} \right) dz + \frac{g}{R} \int_0^\infty p_0 \int_0^z \frac{\tau_r'}{T_0'} \exp \left(- \frac{\kappa - 1}{\kappa} \frac{g}{R} \int_0^z \frac{dz}{T_0'} \right) dz dz \dots \dots \dots (20).$$

Zur Abkürzung setzen wir die Integrale mit Rücksicht auf (18)

$$I_1 = \int_0^\infty \exp \left(- \frac{g}{R \kappa} \int_0^z \frac{dz}{T_0'} \right) dz = \int_0^\infty \left(\frac{p_0}{p_{s0}} \right)^{1/\kappa} dz \dots \dots \dots (21),$$

$$\begin{aligned} I_2 &= \frac{g}{R} \int_0^\infty p_0 \int_0^z \frac{\tau_r'}{T_0'} \exp \left(- \frac{\kappa - 1}{\kappa} \frac{g}{R} \int_0^z \frac{dz}{T_0'} \right) dz dz \\ &= \frac{g}{R} \int_0^\infty p_0 \int_0^z \frac{\tau_r'}{T_0'} \left(\frac{p_0}{p_{s0}} \right)^{\frac{\kappa - 1}{\kappa}} dz dz \dots \dots \dots (22). \end{aligned}$$

Die Konvergenz dieser Integrale ist wegen der exponentiellen Abnahme von p_0 selbstverständlich. Für (20) können wir jetzt schreiben

$$P^* = I_1 p_s^* + I_2 \dots \dots \dots (23).$$

Wegen $p_{0t} = 0$ ist $p_{st} = p_{st}^*$, ebenso $P_{st} = P_{st}^*$. Aus (9) folgt also nach Multiplikation mit I_1 , mit Hilfe von (23)

$$\frac{1}{g} \cdot \frac{\partial (P^* - I_2)}{\partial t} + I_1 \frac{1}{a \sin \theta} \left\{ \frac{\partial}{\partial \theta} (\sin \theta U) + \frac{\partial V}{\partial \lambda} \right\} = 0 \dots \dots \dots (24).$$

Auch in (7) und (8) kann P durch P^* ersetzt werden.

Die Gleichungen für Gezeitenbewegungen in einem inkompressiblen Ozean gleichförmiger Tiefe h lauten nun¹⁾

$$\frac{\partial u}{\partial t} - 2 \omega v \cos \theta = -\frac{g}{a} \frac{\partial}{\partial \theta} (\zeta - \bar{\zeta}) + G_1^{(\theta)} \dots \dots \dots (25),$$

$$\frac{\partial v}{\partial t} + 2 \omega u \cos \theta = -\frac{g}{a \sin \theta} \frac{\partial}{\partial \lambda} (\zeta - \bar{\zeta}) + G_1^{(\lambda)} \dots \dots \dots (26),$$

$$\frac{\partial \zeta}{\partial t} + h \cdot \frac{1}{a \sin \theta} \left\{ \frac{\partial}{\partial \theta} (u \sin \theta) + \frac{\partial v}{\partial \lambda} \right\} = 0 \dots \dots \dots (27).$$

Hierin bedeutet ζ die Erhebung der freien Oberfläche, $\bar{\zeta}$ die Höhe $-\Omega/g$ der Gleichgewichtsflut, deren Differenz in üblicher Weise mit $\zeta' = \zeta - \bar{\zeta}$ bezeichnet wird. $G_1^{(\theta)}$ und $G_1^{(\lambda)}$ sind die durchschnittlichen Komponenten der Reibungskraft pro Volumeinheit.

Die Gleichungen (25) bis (27) sind nun den Gleichungen (7), (8) und (24) völlig analog. Es entsprechen einander folgende Größen:

Gezeiten des Ozeans	Gezeiten der Atmosphäre	
	Neue Rechnung	Rechnung von Laplace-Margules
u, v $G_1^{(\theta)}, G_1^{(\lambda)}$	U, V $G^{(\theta)}, G^{(\lambda)}$	u, v —
$g \zeta'$	$P^* + \frac{p_{s0}}{g} \Omega$	$g H \varepsilon + \Omega$
$g \zeta$	$P^* - I_2$	$g H (\varepsilon - \tau')$
$g \bar{\zeta}$	$-I_2 - \frac{p_{s0}}{g} \Omega$	$-g H \tau' - \Omega$
h	I_1	H

. (28).

Nur bei h und I_1 stimmen die Dimensionen in den beiden ersten Spalten überein; sonst ist in der zweiten Spalte die Dimension um den Faktor gr/cm^2 höher²⁾. — Bei den Angaben der dritten Spalte sind die in Kap. I, 1 aufgezählten Einschränkungen maßgebend; außerdem hatte Margules angenommen, daß τ' unabhängig von z sei.

3. Auswertung der äquivalenten Höhe I_1 für einige Fälle. Weil die Perioden der Eigenschwingungen allein von I_1 abhängen, wollen wir diese Größe näher betrachten.

a) Isotherme Atmosphäre. $T_0' = T_s$.

$$p_0 = p_{s0} \exp(-g z/R T_s) = p_{s0} \exp(-z/H) \dots \dots \dots (29).$$

$$I_1 = z R T_s/g = z H \dots \dots \dots (30).$$

b) Lineare Temperaturabnahme mit der Höhe. $T_0' = T_s - \alpha z$.

$$0 < \alpha \leq \gamma = \frac{\kappa - 1}{\kappa} \frac{g}{R}.$$

Obere Grenze der Atmosphäre bei $T_0 = 0$, also für $z = T_s/\alpha$.

$$p_0 = p_{s0} \exp\left(-\frac{g}{R} \int_0^z \frac{dz}{T_s - \alpha z}\right) = p_{s0} \exp\left(\frac{g}{R \alpha} \log \frac{T_0}{T_s}\right) = p_{s0} \left(\frac{T_0}{T_s}\right)^{g/R \alpha} \dots \dots \dots (31).$$

¹⁾ Vergl. z. B. H. Lamb, Hydrodynamik (Deutsche Ausgabe 1907) S. 387. — Hierin ist die gegenseitige Anziehung der gestörten Wassermassen nicht berücksichtigt! (Vergl. Lamb a. a. O. § 221 und unser Kap. II, 4.)

²⁾ Durch Multiplikation von (7), (8) und (24) mit g/p_{s0} kann man diesen formalen Mangel noch beseitigen.

$$I_1 = \int_s^{T_s/\alpha} \left(\frac{T_s - \alpha z}{T_s} \right)^{g/R \times \alpha} dz = \int_0^1 (1-x)^{g/R \times \alpha} dx \cdot \frac{T_s}{\alpha},$$

$$I_1 = \frac{1}{1+(g/R \times \alpha)} \frac{T_s}{\alpha} = H z \frac{1}{1+(\alpha R \times/g)} \dots \dots \dots (32),$$

was für $\alpha = 0$ in (30) übergeht.

c) Adiabatischer Temperaturgradient. Für $\alpha = \gamma = \frac{\kappa-1}{\kappa} \frac{g}{R}$ geht (32) über in

$$I_1 = R T_s/g = H = \text{Höhe der homogenen Atmosphäre} \dots \dots \dots (33).$$

d) Tatsächliche Temperaturverteilung. Aus den von W. H. Dines¹⁾ mitgeteilten Zahlen für die Jahresmittel bis zu 20 km Höhe über Europa und dem Äquator kann I_1 berechnet werden, und zwar in zwei Teilen: Von 0—20 km Höhe durch numerische Integration, darüber unter Annahme von Isothermie, wobei nach (29)

$$\int_{z=20 \text{ km}}^{\infty} \left(\frac{p_0}{p_{20}} \right)^{1/\kappa} dz = \left[\left(\frac{p_0}{p_{20}} \right)^{1/\kappa} \kappa R T_0/g \right]_{z=20 \text{ km}}$$

Von diesen beiden Teilen, die im Folgenden getrennt gegeben sind, ist der zweite so klein, daß Abweichungen von der Isothermie in der Stratosphäre den Gesamtwert nicht wesentlich ändern würden.

$$\begin{aligned} \text{Europa } I_1 &= 8.846 + 1.122 = 9.97 \text{ km,} \\ \text{Äquator } I_1 &= 9.096 + 0.966 = 10.06 \text{ km.} \end{aligned}$$

Der Unterschied beträgt nur 0.9 %, während sich die „Höhe der homogenen Atmosphäre“, die der absoluten Bodentemperatur proportional ist, an beiden Erdstellen um 6.5 % unterscheidet. Nach der neuen Theorie ist man also noch eher als nach der alten Margules'schen Theorie berechtigt, die Atmosphäre mit einem Ozean gleichförmiger Tiefe zu vergleichen.

Andere Zusammenfassungen des aerologischen Beobachtungsmaterials liegen leider nicht vor; besonders erwünscht wäre eine Trennung nach Jahreszeiten.

4. Vergleich mit den Ergebnissen anderer Arbeiten. Es ist schon erwähnt worden, daß bereits Laplace und Margules eine Analogie zwischen den Gezeiten des Meeres und der Atmosphäre aufgestellt haben. Infolge der einschränkenden Voraussetzungen (Kap. I, 1.) sind aber ihre Ergebnisse wesentlich von den hier abgeleiteten verschieden (vergl. (28)). Einen wesentlichen Fortschritt brachte eine Arbeit von H. Jeffreys [21], der den Kunstgriff anwandte, über die ganze Höhe der Atmosphäre zu integrieren, wobei das Produkt von Luftdichte und Vertikalgeschwindigkeit aus der Kontinuitätsgleichung herausfällt. Da Jeffreys jedoch nur jahreszeitliche Schwankungen (Monsune) untersuchte und ausdrücklich darauf verzichtete ([21], p. 89), seine Formeln auf die freien, z. B. täglichen Schwingungen der Atmosphäre anzuwenden, so betrachtete er den einfacheren Fall isothermer Volumänderungen. Er erhielt infolgedessen für die äquivalente Höhe des Ozeans einen Ausdruck, der gemäß (10a) aus unserem I_1 dadurch hervorgeht, daß $\kappa = 1$ gesetzt wird, und der mit der Höhe des Schwerpunktes einer vertikalen Luftsäule identisch ist²⁾. Für Europa und den Äquator berechnet er aus dem

¹⁾ W. H. Dines, Geophysical Memoirs Nr. 13, p. 69, London 1919. (Auch F. M. Exner, Dynam. Met., 2. Aufl. S. 231.) — Die Werte für Canada stimmen praktisch mit denen für Europa überein.

²⁾ Vergl. auch L. F. Richardson und Russell E. Munday, »The single-layer problem in the atmosphere and the height-integral of pressure«. Memoirs R. Meteor. Soc. Vol. I, No. 2, London 1926. — F. J. W. Whipple, Quart. Journ. R. Meteor. Soc. 52, 332 f., London 1926. — Auch Margules integrierte über die ganze Atmosphäre, vergl. F. M. Exner, Dyn. Meteor., 2. Aufl., S. 76.

Das charakteristische Integral $\int p dz$, das für isotherme Druckänderungen (s. u.) auftritt und von Jeffreys und Richardson behandelt wird, findet sich übrigens schon in einigen unveröffentlichten Aufzeichnungen aus dem Jahre 1912, die mir Herr Prof. J. Schubert zur Einsicht überließ; er bezeichnet das Integral als „Gesamtdruck“. Diese Untersuchung bildete eine Fortsetzung seiner Arbeit „Der jährliche Wärmeaustausch in der Atmosphäre und an der Erdoberfläche und die Stärke der Luft- und Dampfströmung in der Atmosphäre“ (Illustr. Aeronaut. Mitteil. Bd. VIII, S. 213—230, 1904). Dabei wurde u. a. schon, mit Hilfe von $dp = -g \rho dz$ und $\rho = p/RT$, die Beziehung

$$\int_s^{\infty} p dz = - \int_{p_s}^0 p \cdot (dp/g) = \int_0^{p_s} dp \cdot R T/g = (R/g) \int_0^{p_s} T \cdot dp$$

abgeleitet, also dieselbe Formel, die Richardson zur graphischen Berechnung des Integrals aus den aerologischen Daten benutzt. Der Ausgangspunkt war die Integration der Grundgleichungen (für stationäre Bewegungen) über die ganze Höhe der Atmosphäre, die von dem Gesichtspunkt ausgeht, daß die totale Luftversetzung von der Gesamtheit der Gradienten in allen Schichten, d. h. von der horizontalen Verteilung des Gesamtdrucks abhängt. Der Ausdruck $(R/g) \int T dp$ wurde für lineare Temperaturabnahme $T = T_s - \alpha z$ ausgewertet. Dabei ergibt sich der Gesamtdruck näherungsweise proportional $\bar{p}_s = p_s + \alpha \cdot (T_s - 273^\circ) - b \cdot \alpha$,

Dinessenchen Material die äquivalenten Höhen 7.28 und 7.51 km, die nur etwa $\frac{3}{4}$ von den unsrigen (s. o.) betragen. Wie wir in Kap. II, 3 sehen werden, wäre es mit diesen Werten unmöglich, die halbtägige Druckschwankung zu erklären.

Aber auch das von Jeffreys abgeleitete Höhenintegral über die atmosphärischen Temperaturschwankungen, das der Gleichgewichtsflut $\bar{\zeta} = -\Omega/g$ beim Meere analog ist,

$$\bar{\zeta} \sim - \int_0^{\infty} \rho_0 \int_0^z \tau' dz dz \dots \dots \dots (34),$$

unterscheidet sich von unserem Ausdruck

$$\bar{\zeta} \sim - I_2/g = - \frac{1}{R} \int_0^{\infty} p_0 \int_0^z \frac{\tau'}{T_0'} \left(\frac{p_0}{p_{s0}}\right)^{(\kappa-1)/\kappa} dz dz \dots \dots \dots (35),$$

und zwar auch dann, wenn man p_0/R durch $\rho_0 T_0'$ ersetzt und formal $\kappa = 1$ setzt, d. h. isotherme Volumänderungen annimmt, wobei nach (11) $\tau' = \tau_r'$ wird. Denn die beiden zu vergleichenden Ausdrücke

$$\int_0^{\infty} \rho_0 \int_0^z \tau' dz dz \dots \dots \dots (34a) \quad \text{und} \quad \int_0^{\infty} \rho_0 T_0' \int_0^z (\tau'/T_0') dz dz \dots \dots \dots (35a)$$

sind nur für eine isotherme Atmosphäre ($T_0' = T_s'$) identisch, während bei Temperaturabnahme mit der Höhe der neue Ausdruck (35a) stets kleinere Werte ergibt. Für den einfachen Fall einer Atmosphäre im adiabatischen Gleichgewicht ($T_0' = T_{s0}' - \gamma z$) und für konstantes τ' lassen sich die Integrale berechnen und geben mit $\gamma = \frac{\kappa-1}{\kappa} \frac{g}{R}$ (wobei jetzt natürlich $\kappa = 1.403$ zu setzen ist).

$$\frac{R}{g^2} \frac{\kappa}{2\kappa-1} p_{s0} T_s' \tau' \dots \dots \dots (34b) \quad \text{und} \quad \frac{R}{g^2} \frac{\kappa^2}{(2\kappa-1)^2} p_{s0} T_s' \tau' \dots \dots \dots (35b).$$

Der zweite ist im Verhältnis $\kappa/(2\kappa-1) = 7/9$ kleiner, also um mehr, als es der Vernachlässigung von Größen zweiter Ordnung entsprechen würde.

Der Grund für diesen Unterschied ist leicht nachweisbar, wenn man die Ableitung von Jeffreys näher betrachtet. Sie lautet folgendermaßen: „Bei Erwärmung um $\tau' T_0'$ dehnt sich jedes Element dz um $\tau' dz$ aus; in der Höhe z wird also die Luft um $\int_0^z \tau' dz$ gehoben, und das Gewicht der nunmehr

über dem z -Niveau liegenden Luft erhöht den Druck in der Höhe z um $g \rho_0 \int_0^z \tau' dz$.“ Dabei ist nicht beachtet, daß das Element dz bei der Erwärmung der darunterliegenden Schichten gehoben wird, und zwar von einer Höhe, in der die Temperatur T_1' herrschte, auf eine Höhe, wo vorher die Temperatur T_2' herrschte. Seine tatsächliche Erwärmung ist also die von T_1' auf $T_2' (1 + \tau')$, und die Längenausdehnung ist $dz (T_2' - T_1' + T_2' \tau')/T_1'$. Bei Temperaturabnahme mit der Höhe ist $T_2' < T_1'$, also die Längenausdehnung $< \tau' dz$. Die wahre Druckerhöhung in der Höhe z , die wir auf einwandfreie Weise durch Differentiation der barometrischen Höhenformel gewonnen haben, ist also stets kleiner, als von Jeffreys angegeben, wie auch der Vergleich von (34) und (35) ergeben hat. Praktisch ist der Unterschied allerdings belanglos, weil er erst bei Berücksichtigung der Höhen mit kleinen T' hineinkommt.

so daß \bar{p}_s als temperaturkompensierter Bodendruck erscheint. Weitere Rechnungen waren in zwei Richtungen geplant: Berechnung des Gesamtdrucks aus aerologischem Material und (für praktische Zwecke) Berechnung einer empirischen Konstanten a' für die Näherungsformel $\bar{p}_s = p_s + a' \cdot (T_s - 273^\circ)$, um tägliche Karten von \bar{p}_s für prognostische Zwecke zeichnen zu können, bei denen nur die Bodenwerte von Druck p_s und Temperatur T_s erforderlich sind. Die Differenzen der Monatsmittel Valencia-Orenburg für Luftdruck und Temperatur haben ausnahmslos entgegengesetzte Vorzeichen; das Verhältnis dieser Unterschiede ist im Durchschnitt $a' = 0.42$ mm/Grad.

Daß für isotherme Volumänderungen an Stelle von I_1 (21) der Ausdruck $I = \int p dz/p_s$ auftritt, ersieht man daraus, daß in (16) das zweite Glied fortfällt; man erreicht dasselbe formal, indem man $\kappa = 1$ setzt, wobei in (21) I_1 in I übergeht. Die „dynamische Höhe“ I hat eine anschauliche Bedeutung als Höhe des Schwerpunktes einer vertikalen Luftsäule, weil

$$\int_0^{\infty} g \rho z dz = - \int_0^{\infty} z \frac{dp}{dz} dz = - [z p]_0^{\infty} + \int_0^{\infty} p \cdot dz = \int_0^{\infty} p dz, \text{ also}$$

$$\int g \rho z dz / \int g \rho dz = \int p dz / p_s = I.$$

Für langsame Änderungen von Monat zu Monat, auch wohl noch von Tag zu Tag, erscheint die Annahme isothermer Druckänderungen (wie in Jeffreys' Monsuntheorie) gerechtfertigt, nicht aber für tagesperiodische Vorgänge.

A. Defant [15] hatte bei einer Untersuchung der freien Schwingungen einer geschichteten Atmosphäre (als ganzes) mit adiabatischen Temperaturgradienten und adiabatischen Volumänderungen dieselben Formeln wie Margules gefunden, obwohl dieser von ganz anderen Voraussetzungen ausging. Dieses Ergebnis, das bei der ziemlich komplizierten Rechnung Defants einigermaßen überraschend herauskam, findet hier in dem speziellen Fall Kap. I, 3., c) seine Erklärung¹⁾.

Die von uns benutzte Jeffreyssche Methode läßt sich natürlich ohne weiteres auf den einfacheren Fall ebener Wellen in einer ruhenden Atmosphäre auf ebener Unterlage übertragen. In der Tat stimmen die Formeln für die Geschwindigkeit freier Wellen, die S. Chapman ([13], p. 185) für die Spezialfälle linearer Temperaturabnahme mit der Höhe auf gänzlich anderem Wege abgeleitet hat, genau mit unseren Formeln (30), (32), (33) überein, wenn man die bekannte Formel $c_0^2 = g h$ für die Wellengeschwindigkeit c_0 in Wasser der Tiefe h anwendet, um die Ausdrücke Chapmans für c_0 auf unsere für I_1 ($\sim h$) umzurechnen.

Wegen I_2 vergl. Kap. II, 5.

Kapitel II. Die Eigenschwingungen der Erdatmosphäre.

1. Allgemeines über die Eigenschwingungen. Im vorigen Kapitel ist gezeigt worden, daß die Analogie zwischen den Gezeiten eines flüssigen Ozeans und denen der Erdatmosphäre auch dann bestehen bleibt, wenn der tatsächliche Aufbau der Atmosphäre, also auch die Trennung in Stratosphäre und Troposphäre berücksichtigt wird. Es läge durchaus in der Richtung der bisher angestellten Untersuchungen, wenn nunmehr die Eigenperioden eines Ozeans von der in Kap. I, 3., d) ermittelten Tiefe $I_2 = 10$ km berechnet würden, etwa im Anschluß an die von Margules [24] ausgearbeiteten Methoden von Laplace. Am interessantesten sind diejenigen Perioden, deren Existenz aus den Beobachtungen der täglichen Luftdruckschwankung nachgewiesen ist, nämlich zwei ost-westlich die Erde umlaufenden zwölf- und achtstündige Schwingungen, deren Formen angenähert durch die Kugelfunktionen P_2^2 und P_4^3 dargestellt werden, und eine zonale zwölfstündige Schwingung der Form P_2^0 . Späteren Rechnungen (Kap. II, 3.) vorgreifend, seien die Werte für die lokalen Schwingungsperioden mitgeteilt: Sie sind für einen 10 km tiefen Ozean auf rotierender Erde, wenn die gegenseitige Anziehung der gestörten Wassermassen nicht beachtet wird, für P_2^2 11.08^h, für P_2^0 11.46^h, für P_4^3 7.16^h. (Die Periodenlängen sind in siderischer Zeit gegeben; zur Umrechnung in mittlere Sonnenstunden müßten die Zahlen um $1/365$ verkleinert werden.)²⁾

Die Übereinstimmung mit 12^h und 8^h ist viel schlechter, als nach den Beobachtungen der täglichen Druckschwankung zu erwarten wäre, namentlich bei P_2^2 . Die verbreitete Ansicht, daß die Marguleschen Rechnungen das Problem der halbtägigen Luftdruckschwankung gelöst hätten, hatte schon S. Chapman [13] widerlegt; er fand durch Kombination verschiedener Ergebnisse von Margules [24], Hough [20] und Lamb [23] ebenfalls 11^h für die freie Periode von P_2^2 , während die starke Vergrößerung der sonnentägigen Halbtagswelle (12.03^h siderisch) gegenüber der mondentägigen Welle (12.45^h) sich nur dann erklären läßt, wenn die freie Periode bis auf wenige Minuten mit 12^h zusammenfällt. Eine 100fache Vergrößerung der Gleichgewichtsflut, wie sie Chapman für die halbtägige Luftdruckschwankung gefunden hat, ist nur dann verständlich, wenn freie und erzwungene Periode bis auf 4 Minuten übereinstimmen³⁾. Das läßt sich aus einem Beispiel Houghs [20] schließen, der für eine Differenz von 1 Minute zwischen freier und erzwungener Periode bei P_2^2 eine 250fache Vergrößerung der Gleichgewichtsflut fand, bei 29 Minuten Differenz dagegen nur 11fache Vergrößerung.

2. Einfluß der Oberflächengestalt der Erde. Unter den mannigfachen vereinfachenden Voraussetzungen, die zur analytischen Behandlung des Problems der atmosphärischen Gezeiten notwendigerweise eingeführt werden müssen, scheint nicht so sehr die Vernachlässigung der Reibung (Kap. II, 6.), als vielmehr die Nichtberücksichtigung der Unebenheiten der Erdoberfläche dafür verantwortlich zu

¹⁾ Auch bei H. Lamb [23, p. 562], der dieses Resultat zuerst fand, ist die Ableitung ziemlich kompliziert, während S. Chapman [13, p. 185] das zweidimensionale Problem sehr übersichtlich löst.

²⁾ Die Schwingungsformen sollen durch diejenigen Kugelfunktionen bezeichnet werden, die ihnen auf nicht rotierender Erde entsprechen. S. Chapman [13] nennt die zonale Schwingung Z_2 , die P_2^0 entspricht; die tesseralen und sektoriellen, westwärts wandernden Wellen W_n^m und W_n^n entsprechen P_n^m und P_n^n .

³⁾ Vergl. Kap. V, 2., wonach die Vergrößerung noch stärker ist und eine Übereinstimmung von freier und erzwungener Schwingung innerhalb einer Minute nötig wird!

sein, daß Theorie und Beobachtung bisher nicht in Einklang zu bringen waren. In der Tat hat man stets eine zu große Masse der Atmosphäre angenommen, wie sie einem Bodendruck von 760 mm entspricht, weil man so rechnete, als ob die physische Erdoberfläche überall mit dem Meeresniveau zusammenfiel. Der tatsächliche mittlere Luftdruck am Boden beträgt dagegen nur 740 mm¹⁾, was bereits (entsprechend Kap. II, 3.) einer Zunahme der Schwingungsdauer bei P_2^2 um etwa 0.11^h entspricht.

Viel bedeutsamer ist aber die Tatsache, daß die Kettengebirge im Westen Amerikas einen geschlossenen nord-südlichen Wall von 2—3 km Höhe bilden. Dieser wird für die Luftversetzungen bei den Schwingungen der Form P_2^2 und P_4^3 , die hauptsächlich in ost-westlicher Richtung verlaufen, ein wesentliches Hindernis darstellen, während er die zonalen Schwingungen, wie P_2^0 , weniger beeinflussen wird. Qualitativ ist die Wirkung einer solchen Scheidewand klar: Das Wasser in einem rechteckigen Becken der Tiefe a , in dessen Mitte eine Wand vom Boden bis zur Höhe b ($b < a$) reicht, wird bei Schwingungen quer zur Wand eine Eigenschwingungsdauer für Wellen der ganzen Beckenlänge aufweisen, wie sie einer Tiefe zwischen a und $(a - b)$ entspricht, während bei Schwingungen parallel zur Wand natürlich die volle Tiefe a in Betracht kommt. Bei dem analogen Fall der Erde ist es unwesentlich, daß die Orbitalbewegung der Luftteilchen wenig ausgedehnt ist (bei der solaren halbtägigen Druckschwankung z. B. am Äquator nur 3 km ost-westlich); denn gerade das Verschwinden der noch 10000 mal kleineren Vertikalbewegungen am Boden bestimmt ja die Eigenperiode. Es ist deshalb nicht angängig, den störenden Einfluß von Bergen zu unterschätzen. Es mag genügen, auf den beherrschenden Einfluß der Randbedingungen bei den Gezeiten des Weltmeeres hinzuweisen: Auch beim Pazifischen Ozean, der $\frac{1}{3}$ der Erde bedeckt, ist jede Ähnlichkeit mit den Schwingungen eines die ganze Kugel bedeckenden Ozeans gleichförmiger Tiefe verschwunden, abgesehen von den langperiodischen Tiden.

Mathematischer Behandlung zugänglich ist bisher nur der Fall, daß die Wassertiefe allein mit der geographischen Breite veränderlich ist. S. Chapman ([13], p. 173) zeigt im Anschluß an zwei von Hough durchgerechnete Beispiele für P_2^2 , wie gering der Einfluß einer Veränderlichkeit der Tiefe nach dem Gesetz

$$A + B \sin^2 \theta \quad (A > 0, B \text{ numerisch kleiner als } A)$$

auf die Eigenschwingungsdauer ist. Diese Beispiele sind, umgerechnet²⁾

Beispiel	Tiefe am Äquator km	Tiefe am Pol km	Mittlere Tiefe km	Freie Periode Stunden	Freie Per. für gleich- förmige mittl. Tiefe Stunden
1	9.58	6.63	8.60	12.0	12.15
2	8.01	10.96	9.00	12.0	11.95

Die geringe Beeinflussung von P_2^2 durch Änderungen der Tiefe mit der geographischen Breite bildet ein Gegenstück zu dem, was oben über die Wirkung meridionaler Gebirge auf P_2^0 gesagt worden ist. Umgekehrt wird P_2^0 durch diese zonalen Tiefenänderungen stärker modifiziert werden, wie auch S. Chapman vermutet ([13], p. 177). — Die beiden Beispiele sind auch noch in anderer Hinsicht bemerkenswert: Da die freie Periode mit wachsender Tiefe kürzer wird, so erkennt man, daß die tatsächliche freie Periode im Fall veränderlicher Tiefe nicht dem gewöhnlichen Mittelwert der Tiefe entspricht, sondern einem solchen, in dem die Äquatorgegend stärker berücksichtigt ist als die Polkappe. Das ist wieder verständlich, denn die Luftversetzung spielt sich zum größten Teil in niederen Breiten ab.

Bisher ist in der Gezeitentheorie nie versucht worden, die Tiefe des Ozeans mit der geographischen Länge veränderlich anzunehmen. Aber selbst, wenn diese Aufgabe für einfache Annahmen lösbar wäre, so erscheint es doch ziemlich aussichtslos, die tatsächliche Gestalt der Erdoberfläche einzuführen³⁾.

Nur für Seiches in Becken von rechteckigem Grundriß und veränderlicher Tiefe liegen einige Rechnungen von Chrystal [14] vor, die hier verwendet werden können. Der Boden wird konkav oder konvex von der Form eines parabolischen Zylinders angenommen. Wird x von der Mitte aus

¹⁾ Hann-Süring, Lehrb. d. Meteorol., 4. Aufl., S. 194 (1926).

²⁾ Unter Verbesserung eines Druckfehlers bei Hough. — Bei diesen Werten ist die gegenseitige Anziehung der Wasser-
teilchen in Rechnung gestellt, was aber für den vorliegenden Zweck unwesentlich ist.

³⁾ Das bemerkt auch H. Lamb, Hydrodynamik, S. 411.

nach beiden Seiten gerechnet, und bezeichnet l die ganze Länge des Beckens, h_0 die Tiefe in der Mitte, so lautet das Gesetz für die Tiefe

$$h = h_0 (1 - (4x^2/l^2)) \quad (\text{konkav}),$$

und

$$h = h_0 (1 + (4x^2/l^2)) \quad (\text{konvex}).$$

Die Perioden sind dann:

Schwingungen mit	konstante Tiefe h_0	konkave Form	konvexe Form
1 Knoten	$2 l \sqrt{g h_0}$	$\pi l \sqrt{2 g h_0}$	$\pi l \sqrt{2.77 g h_0}$
2 Knoten	$l \sqrt{g h_0}$	$\pi l \sqrt{6 g h_0}$	$\pi l \sqrt{12.34 g h_0}$

Die durchschnittliche Tiefe ist in den letzten beiden Fällen $\frac{2}{3} h_0$ (konkav) und $\frac{4}{3} h_0$ (konvex). Für unseren Zweck müssen wir die Perioden bei gleicher mittlerer Tiefe vergleichen, also für den Fall der Abb. 1, in der der Höhen- und Längenmaßstab unabhängig voneinander gewählt werden können, so lange die Höhe klein gegen die Länge ist. Abgesehen von dem konstanten Faktor $l/\sqrt{g h_1}$ erhalten wir für gleiche mittlere Tiefe h_1 die Perioden

für	konstante Tiefe h_1	konkave Form	konvexe Form
1 Knoten	2.00	1.81	2.18
2 Knoten	1.00	1.05	1.03

Namentlich bei der einknotigen Schwingung zeigt sich die erwartete Wirkung: Durch die Bodenerhebung in der Nähe stärkster Bewegung wird die Schwingungsdauer um 9% gegenüber demjenigen Wert erhöht, der für die gleiche Wassermasse bei gleichmäßiger Tiefe gilt. — Die Ähnlichkeit mit den Schwingungen auf rotierender Kugel ist freilich gering; auch gelten die Rechnungen nur für ganz allmähliche Querschnittsveränderungen des Beckens.

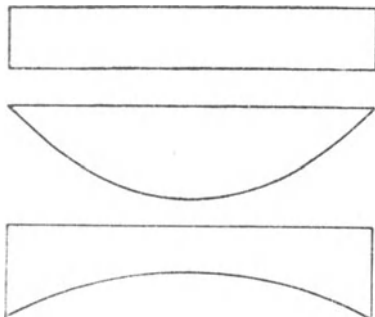


Abb. 1. Längsschnitte durch die drei Beckenformen, deren Seiches von Chrystal untersucht sind. — Die Schnitte sind flächengleich, so daß auch die mittlere Tiefe dieselbe ist.

Es soll deshalb (im Anschluß an S. Chapman) ein Weg eingeschlagen werden, der dem üblichen entgegengesetzt ist: Für die vermuteten Eigenschwingungen der Erdatmosphäre von der Form P_2^2 , P_2^0 und P_4^3 soll diejenige äquivalente Höhe h der Atmosphäre bestimmt werden, bei der die Eigenperiode genau mit 12^h oder 8^h übereinstimmt, ferner die Änderung dieser Höhe bei kleinen Abweichungen der Periode von den genauen Werten. Das Ergebnis dieser Rechnungen (Kap. II, 3.) bestätigt in befriedigender Weise die Erwartungen, die auf die bisherigen qualitativen Betrachtungen gestützt sind: Für die sektoriellen und tesserale Schwingungen P_2^2 und P_4^3 stimmt h fast völlig überein und ist etwa 2 km niedriger als die Höhe $I_1 = 10$ km, die aus der vertikalen Temperaturverteilung in der wirklichen Atmosphäre abgeleitet wurde; für die zonale Schwingung P_2^0 ist dagegen die Höhe etwa 9 km. Die von vornherein sehr unwahrscheinliche Tatsache, daß drei Typen von Schwingungen der Erdatmosphäre mit ihrer Eigenperiode ziemlich scharf mit der Periode der anregenden Kraft zusammenfallen, ist damit auch theoretisch wahrscheinlich gemacht.

3. Berechnung der wesentlichen Eigenperioden. Es stehen zwei Methoden zur Wahl: M. Margules [24] schließt sich eng an die Laplaceschen Entwicklungen nach Potenzen von $\cos \theta$ an, während S. S. Hough [20] einen nicht beendeten Versuch von Laplace wieder aufnimmt, indem er nach Kugelfunktionen entwickelt. Letztere Methode hat den Vorzug stärkerer Konvergenz; sie ist auch die natürlichere, weil sie bei verschwindender Erdrotation ungezwungen auf die geschlossene Form der Lösungen für eine ruhende Kugel führt. Sie soll deshalb auch hier benutzt werden¹⁾. — In der Hauptsache kommen für unseren Zweck nur die westwärts wandernden Wellen erster Art in Betracht.

¹⁾ Da die Bezeichnungsweise von Hough und Margules zum Teil kollidiert, sei die Bedeutung der im Folgenden gebrauchten Ausdrücke kurz erklärt: Als „Typus“ einer Schwingung bezeichnen wir (mit Hough) diejenige Kugelfunktion P_n^m , deren Koeffizient in der Entwicklung der Gezeitenhöhe ζ so groß ist, daß die Zahl der Knotenlinien θ , $\lambda = \text{konst.}$ durch sie

Numerische Beispiele sind von Margules nur für ganz- und halbtägige Wellen durchgerechnet; auch bei Hough fehlen die Typen P_3^3 und P_4^3 . Die Ergebnisse Houghs sind nicht unmittelbar verwendbar, weil die gegenseitige Anziehung der gestörten Wassermassen in Rechnung gestellt ist, was bei den Schwingungen niederer Ordnung Unterschiede in der Schwingungsdauer von über 10% gegen den Fall der atmosphärischen Gezeiten ausmacht. (Vergl. auch die Anmerkung in Kap. V, 2).

Es würde zu weit führen, hier die ausführlichen Formeln für die Kettenbruchentwicklungen wiederzugeben. Es handelt sich darum, Paare von Lösungen h und l/ω der Periodengleichungen zu finden, wobei h die Tiefe des Ozeans, $e^{i\omega t}$ den Zeitfaktor der Verrückungen, Geschwindigkeiten usw. bedeutet, so daß die Schwingungsdauer (in siderischen Stunden) an jedem Ort $S = 24 \omega/l$ ist. Hough [20] nimmt h als gegeben an und sucht zugehörige Lösungen l/ω . Es läßt sich jedoch bei der sukzessiven Approximation der Kettenbrüche viel Rechnung sparen, wenn man umgekehrt von einem festen Wert für l/ω ausgeht und das zugehörige h bestimmt. Denn h tritt (in der Verbindung $hg/4\omega^2 a^2 = h/88.02$, wenn h in km gerechnet wird) nur linear in den Houghschen Größen L_n^s, M_n^s auf, während, in Bezug auf l/ω , L_n^s ein Polynom vierten Grades darstellt und l/ω außer in M_n^s auch in N_n^s auftritt. Demgemäß sind auch die folgenden Zahlen berechnet.

Indem die Höhen h nicht bloß für die runden Werte l/ω , sondern auch für die um 5% nach oben und unten abweichenden Werte berechnet wurden, ist auch der Differentialquotient von h nach l/ω mitbestimmt. Vergl. auch Abb. 2.

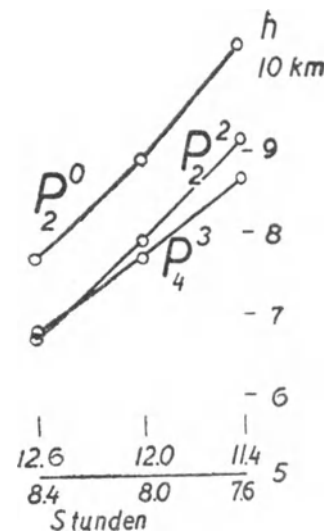


Abb. 2. Resonanztiefen h für die Schwingungstypen P_2^2, P_4^3 und P_2^0 auf rotierender Erde. Als Abszisse sind die Schwingungsperioden S aufgetragen (genau 12 bzw. 8 Stunden und um $\pm 5\%$ abweichende Werte).

Tab. 1. Tiefe h eines gleichförmigen Ozeans von der Eigenschwingungsdauer S , ohne Berücksichtigung der gegenseitigen Anziehung der gestörten Massen.

Typus P_2^0				Typus P_2^2				Typus P_4^3				Typus P_3^3		
l/ω	S Stund.	h km	Diff. km	l/ω	S Stund.	h km	Diff. km	l/ω	S Stund.	h km	Diff. km	l/ω	S Stund.	h km
Ruhende Erde														
2.0	12.0	14.67		2.0	12.0	14.67		3.0	8.0	9.90		3.0	8.0	16.4
Rotierende Erde														
1.9	12.63	7.63	1.28	1.9	12.63	6.70	1.21	2.85	8.42	6.79	0.92	3.0	8.0	12.96
2.0	12.00	8.91		2.0	12.00	7.91		3.00	8.00	7.71	0.96			
2.1	11.43	10.34	1.43	2.1	11.43	9.15	1.24	3.15	7.62	8.67				

Aus Tab. 1 und Abb. 2 lassen sich alle bereits erwähnten Schlüsse ziehen, nämlich

a) die charakteristischen 8- und 12-stündigen Schwingungen sind Eigenschwingungen für Ozeane der gleichförmigen Tiefen 7.71 km (P_4^3) und 7.91 km (P_2^2), oder, wenn wir statt siderischer Zeit mittlere Sonnenstunden benutzen, 7.66 km (P_4^3) und 7.84 km (P_2^2),

bestimmt ist, wenigstens bei der geringen Rotationsgeschwindigkeit der Erde. (Für $\omega = 0$ würde nur P_n^m in der Entwicklung übrig bleiben.) Nur bei solchen Schwingungen, deren Periode in genügender Nähe einer freien Schwingung liegt und bei denen die erregende Kraft proportional dieser Kugelfunktion ist, kann man vom Typus sprechen, denn sonst ist es möglich, daß ζ schlecht konvergiert. — Je nachdem $(n - m)$ gerade oder ungerade ist, spricht Margules von *paren* oder *imparen*, Hough von *symmetrischen* oder *asymmetrischen* Lösungen. — Bei verschwindender Rotation gehen die Schwingungen entweder ebenfalls in wirkliche Schwingungen (mit endlicher Periode) oder in stationäre Strömungen über; die ersteren können ost- und westwärts, die letzteren nur westwärts wandern. Wir wollen sie mit Margules als Wellen erster und zweiter Art unterscheiden. (Hough spricht von Wellen erster und zweiter Klasse.)

Um Verwechslungen zu vermeiden, seien noch zwei Bezeichnungen von Margules erwähnt, obwohl wir sie nicht gebrauchen wollen: Er verwendet für $m \geq 1$ den Ausdruck „Klasse“ und für $(n + 2 - m)/2$ oder $(n + 1 - m)/2$, je nachdem die Lösungen par oder impar sind, den Ausdruck „Typus“. Numeriert man von 1 an die nach wachsendem unteren Index geordneten Kugelfunktionen, die zu einer bestimmten Klasse m gehören, so ist der Typus (nach Margules) also gleich der entsprechenden Nummer, so daß z. B. für *pare* Lösungen Typus I durch P_m^m , Typus II durch P_{m+2}^m usw. charakterisiert ist. Für $m = 0$ beginnt aber die Zählung der *paren* Typen erst bei P_2^0 .

Die analytischen Rechnungen Houghs sind übrigens z. T. von A. E. H. Love [23 b] vereinfacht worden.

Perioden für die Atmosphäre wären ohne völlige Neuberechnung nicht exakt zu erhalten. Es genügt aber, so zu korrigieren, als ob Hough bei der Schwingung P_n^s durchweg mit g_n gerechnet hätte, unter Vernachlässigung des Wechsels der g_n in den höheren Näherungen der Kettenbrüche. Seine Werte für die freie Periode S der Schwingungsform P_n^s in einem Ozean der Tiefe h gelten also für eine Atmosphäre der etwas kleineren äquivalenten Höhe hg_n/g . Auf diese Weise sind die Zahlen der folgenden Tab. 2 gefunden; zum Vergleich habe ich für die beiden extremen Werte der Höhen auch die S für ruhende Erde hinzugefügt.

Tab. 2. Eigenperioden S (in siderischen Stunden) verschiedener Typen für Ozeane von 4 verschiedenen Tiefen h auf ruhender und rotierender Erde. Berechnet für die Atmosphäre, also ohne gegenseitige Anziehung der gestörten Massen.

	h km	S Std.	h km	S Std.	h km	S Std.	h km	S Std.	h km	S Std.	h km	S Std.	h km	S Std.	h km	S Std.
Erde	P_1^0		P_2^0		P_3^0		P_4^0		P_5^0		P_6^0		P_7^0		P_8^0	
ruhend	1.80	59.31	1.96	32.82	2.03	22.81	2.07	17.51	2.09	14.21	2.11	11.97	2.12	10.33	2.13	9.09
rotierend	1.80	30.49	1.96	18.06	2.03	14.25	2.07	12.22	2.09	10.83	2.11	9.72	2.12	8.79	2.13	7.99
	3.60	25.47	3.92	15.18	4.06	11.90	4.13	10.01	4.18	8.64	4.22	7.56	4.24	6.70	4.26	6.01
	7.20	21.00	7.84	12.48	8.12	9.55	8.26	7.79	8.36	6.56	8.43	5.64	8.48	4.94	8.52	4.39
ruhend	14.41	16.86	15.69	9.87	16.24	7.32	16.53	5.82	16.73	4.82	16.86	4.10	16.97	3.57	17.04	3.16
ruhend	14.41	20.97	15.69	11.60	16.24	8.06	16.53	6.19	16.73	5.03	16.86	4.23	16.97	3.65	17.04	3.21
	P_9^0		P_{10}^0		P_{11}^0		P_{12}^0		P_2^1		P_4^1		P_3^2		P_4^2	
ruhend	2.14	8.12	2.14	7.33	2.15	6.68	2.15	6.14	1.96	32.82	2.07	17.51	1.96	32.82	2.07	17.51
rotierend	2.14	7.31	2.14	6.72	2.15	6.22	2.15	5.77	1.96	14.68	2.07	11.60	1.96	17.98	2.07	12.08
	4.28	5.44	4.29	4.96	4.30	4.55	4.30	4.21	3.92	12.85	4.13	9.75	3.92	14.87	4.13	9.85
	8.55	3.95	8.58	3.58	8.60	3.28	8.61	3.02	7.84	11.08	8.26	7.67	7.84	12.02	8.26	7.67
	17.10	2.83	17.15	2.56	17.19	2.34	17.22	2.16	15.69	9.13	16.53	5.77	15.69	9.40	16.53	5.73
ruhend	17.10	2.87	17.15	2.59	17.19	2.36	17.22	2.17	15.69	11.60	16.53	6.19	15.69	11.60	16.53	6.19

Die Verhältnisse der Perioden S für dieselben Höhen auf ruhender und rotierender Erde, die in Abb. 3 aufgetragen sind, nähern sich bei wachsendem n rasch der 1. Nur die Schnelligkeit der Annäherung ist von Interesse; denn ihre Notwendigkeit folgt unmittelbar aus den Formeln, da die Periodengleichungen im Grenzfall $n = \infty$ für alle Typen, auch die sektoriellen und tesseralen, gegen die für $\omega = 0$ geltenden Formen streben. — Dasselbe zeigt sich in Tab. 2 auch in der Abnahme von S mit zunehmendem h . Da die größte untersuchte Höhe das 8-fache der kleinsten beträgt, verhalten sich die entsprechenden Perioden auf ruhender Erde wie $1/\sqrt{8} = 0.354$. Auf der rotierenden Erde sind die Verhältnisse bei P_1^0 0.554, P_4^0 0.485 (P_4^1 0.497, P_4^2 0.474), P_8^0 0.395, P_{12}^0 0.374.

Aus Abb. 3 geht auch hervor, daß der Einfluß der Erdrotation für die größere Höhe geringer ist als für die kleinere. Das folgt analytisch aus dem Verhalten des charakteristischen Ausdrucks $hg/4\omega^2 a^2$, wenn ω^2 sich umgekehrt proportional h ändert; mit Bezug auf l/ω ist also Zunahme von h und Abnahme der Rotationsgeschwindigkeit äquivalent. — Für ruhende Erde ist l proportional \sqrt{h} , also S proportional $1/\sqrt{h}$, d. h. $\log S$ eine abnehmende lineare Funktion von $\log h$. In Abb. 4 ist diese Funktion auf Grund von Tab. 2 gezeichnet; die Kurven für rotierende Erde nähern sich mit wachsender Höhe asymptotisch den geraden Linien, die für ruhende Erde gelten, und zwar um so schneller, je höher die Ordnung.

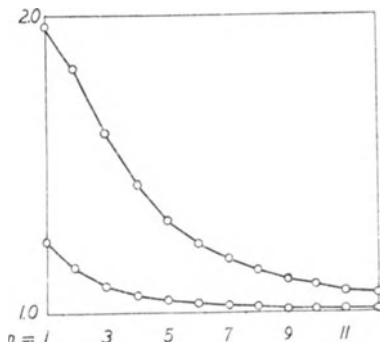


Abb. 3. Quotienten der Eigenperioden (ruhende: rotierende Erde) für die zonalen Schwingungstypen P_n^0 ($n = 1$ bis 12). Höhen von etwa 2 km (obere Kurve) und etwa 16 km (untere Kurve). Aus Tab. 2 abgeleitet.

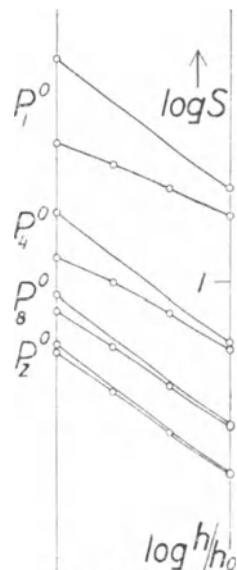


Abb. 4. Die Logarithmen der Schwingungsdauer S als Funktion der Logarithmen der Höhe h . — Vierzonale Schwingungstypen $P_1^0, P_4^0, P_8^0, P_{12}^0$ (!); oben ruhende, unten rotierende Erde. h_0 ist die jeweils kleinste der vier Höhen in Tab. 2.

Nur für P_2^2 und P_2^0 ist ein Vergleich mit den Rechnungen aus Kap. II, 3. möglich. Wir benutzen die nahezu lineare Beziehung zwischen $\log h$ und $\log S$, um die 12-stündigen Eigenperioden durch Interpolation der Houghschen Zahlen zu gewinnen und finden die Höhen 7.90 und 8.91 km, in fast völliger Übereinstimmung mit unseren direkt berechneten Werten (7.91, 8.91 km). Dadurch ist die Approximation, mit deren Hilfe Tab. 2 aufgestellt wurde, nachträglich gerechtfertigt. — H. Lamb [23] fand für P_2^2 $hg/4\omega^2 a^2 = 0.08986$, was $h = 7.90$ km entspricht.

5. Erzwungene Schwingungen. Dritteltägige Druckschwankung. Wir wollen zunächst das Integral I_2 (Formel (22)) für den Fall periodischer Temperaturschwankung τ_r' näher betrachten.

Hat τ_r' in allen Höhen dieselbe Phase, so hat auch die daraus entstehende Druckschwankung bei reibungsloser Bewegung dieselbe oder die entgegengesetzte Phase, je nach den Resonanzverhältnissen. Das folgt aus der Analogie (28). Wenn nämlich eine Gravitationsflut von derselben Periode wie τ_r' direkt und vergrößert ist, d. h. dieselbe Phase wie die Gleichgewichtsflut $\bar{\zeta}$ und größere Amplitude als diese hat, so müssen im analogen Fall temperaturerzeugter Schwingungen ($P^* - I_2$) und ($-I_2$) gleiche Phase und gleichzeitig ($P^* - I_2$) größere Amplitude als ($-I_2$) haben. Das ist nur möglich, wenn die Phase von P^* um 180° von der von I_2 (und damit τ_r') verschieden ist, so daß Druckmaximum und Temperaturminimum zusammenfallen. Jenseits der Resonanz, wo die entsprechende Gravitationsflut indirekt wird, fallen dagegen immer Druck- und Temperaturmaximum zusammen, wenigstens im Integralwert über die ganze Höhe der Atmosphäre. — Qualitativ stimmen diese Ergebnisse mit denen von Margules überein.

Den tatsächlichen Verhältnissen näher kommt der Fall einer Temperaturschwankung, die sich durch Konvektion (Austausch) vom Boden aus nach oben fortpflanzt. Mit Chapman ([13], p. 179—180) kann man dann in bequemer komplexer Form schreiben

$$\tau_r' = A e^{-\beta z} e^{i\sigma t} \dots \dots \dots (37).$$

Hierin ist nur der imaginäre Teil wesentlich (vergl. Kap. IV, 1.); $A = c \cdot e^{i\alpha}$ ist eine komplexe Konstante, die die Amplitude und Phase der Temperaturschwankung am Boden (in üblicher Schreibweise $c \sin(\sigma t + \alpha)$) bestimmt, ferner $\beta = b \exp(i\pi/4)$, wo b reell ist, und σ ist die Frequenz. Für die Verhältnisse bei tagesperiodischen Temperaturschwankungen ist b so klein, daß die Amplitude von τ_r' im Mittel über die ganze Erde bereits auf etwa 70 m Erhebung auf $1/e$ ihres Bodenwertes sinkt, während die Phase auf derselben Strecke um 57.3° zurückgeht. Infolgedessen können wir in I_2 den Faktor $(p_0/p_{*0})^{\frac{x-1}{x}}$ in erster Näherung gleich 1 setzen, so daß

$$\int_0^z \frac{\tau_r'}{T_0'} \left(\frac{p_0}{p_{*0}}\right)^{\frac{x-1}{x}} dz = \int_0^z \frac{\tau_r'}{T_0'} dz = \frac{1}{T_0'} \frac{A}{\beta} e^{i\sigma t} \quad (\text{weil } |e^{-\beta z}| \ll 1 \text{ schon in geringen Höhen, } z = 300 \text{ m})$$

und gemäß (6)

$$I_2 = \frac{g}{RT_0} P_0 \frac{A}{\beta} e^{i\sigma t} = \frac{P_0}{H} \frac{A}{\beta} e^{i\sigma t}.$$

Wenn wir nur einen rohen Näherungswert anstreben, können wir noch $P_0 = H \cdot p_{*0}$ setzen, wie es nach (29) einer isothermen Atmosphäre entspricht, so daß wir schließlich

$$I_2 = p_{*0} \frac{A}{\beta} e^{i\sigma t} \dots \dots \dots (38)$$

erhalten. Die Phase ist dieselbe wie die von A/β , also um 45° kleiner als die des Bodenwertes A . Im Fall direkter vergrößerter Flut, der uns besonders interessiert, hat aber P^* entgegengesetzte Phase wie I_2 , so daß wir schließlich finden, daß dann die Druckschwankung eine um 135° größere Phase als die erzeugende Temperaturschwankung am Boden hat; das Maximum des Druckes tritt also um $3/8$ der Periodenlänge vor dem der Temperatur ein. Nach (28) wird das Verhältnis der temperatur- und gravitationserzeugten Druckschwankungen derselben Periode gleich $(-gA/\beta\Omega)$. Beides stimmt zu den auf anderem Wege abgeleiteten Ergebnissen S. Chappmans für den Bodendruck bei ebenen Wellen ([13], p. 189 und Formel (81)).

Wenn im analogen Fall der Gezeiten eines Ozeans infolge mangelnder Resonanz ζ sehr klein gegenüber $\bar{\zeta}$ wird, so muß gemäß (28) $P^* = I_2$ werden. Das kann auch unmittelbar aus (23) geschlossen werden, denn da für den Ozean dann u und v verschwinden, so kommen auch im Fall der Atmosphäre ($U = V = 0$) keinerlei horizontale Massentransporte vor, die den Bodendruck verändern könnten, so daß $p_{*0} = 0$ wird.

Für starke Resonanz ist ζ groß gegen $\bar{\zeta}$, also gemäß (28) auch $(P^* - I_2)$ und damit auch P^* groß gegen I_2 . Infolgedessen wird dann gemäß (23)

$$P^* = I_1 \cdot p_s^* \dots \dots \dots (39),$$

eine ebenso einfache wie wichtige Beziehung zwischen dem Druckänderungsintegral und der Bodendruckänderung. Insbesondere folgt die oben abgeleitete Phasendifferenz von 135° zwischen $\tau_{r,s}'$ und P^* nunmehr auch für $\tau_{r,s}'$ und p_s^* , also für die am Boden beobachtbaren Größen¹⁾.

S. Chapman [13] hat gezeigt, wie sich die solare halbtägige Druckschwankung aus der Gezeitenkraft der Sonne und aus der halbtägigen Temperaturschwankung aufbaut; er hat eine ähnliche Untersuchung für die drittel- und vierteltägige Druckschwankung angekündigt ([25], p. 57). Ohne dieser vorgreifen zu wollen, soll hier nur an dem Beispiel von Potsdam und sieben englischen Stationen gezeigt werden, wie der charakteristische Phasenumschlag der 8-stündigen Druckschwankung vom Sommer zum Winter auch in der Temperaturschwankung eintritt, was bisher nicht beachtet wurde. Das Material ist ausführlich in Tab. 3—7 des Anhanges mitgeteilt; außerdem sind in Abb. 5—7 die jährlichen Veränderungen der ganz-, halb- und drittel-tägigen Wellen dargestellt. Wie üblich, ist in den Tabellen mittlere Ortszeit verwendet; die Abbildungen dagegen beziehen sich auf wahre Ortszeit²⁾, da die Zeitgleichung bei den kürzeren Perioden bereits Unregelmäßigkeiten hineinbringt, die nicht sachlich bedingt sind und in den Diagrammen nur stören würden. — Über die Art der Darstellung und die wahrscheinlichen Fehler der Komponenten vergl. Kap. IV, 1. und Tab. 19.

Im Mittel ist die 8-stündige Schwankung $c_3 \sin(3t + \alpha_3)$ für Winter (November bis Februar) und Sommer (Mai bis August)

	Engl. Stat.		Potsdam	
	c_3	α_3	c_3	α_3
Temperatur (0.001° C)				
Winter	110	215°	228	222°
Sommer	240	36	427	34
Druck (0.001 mm)				
Winter	91	339°	91	349°
Sommer	52	143	45	122
Phasendifferenz (Druck minus Temperatur)				
Winter		+124°		+127°
Sommer		+107		+ 88

Bis auf weniger als eine Stunde ($\sim 45^\circ$) stimmt die Phasendifferenz mit dem theoretischen Wert 135° zusammen, der für eine durch Konvektion nach oben fortgepflanzte Welle abgeleitet wurde³⁾. Die kleine Differenz ist vielleicht die Wirkung einer Welle konstanter Phase („Strahlungsglied“, nach Wilh. Schmidt⁴⁾), im Gegensatz zu dem zuerst erwähnten „Leitungsglied“. Die Erklärung der drittel-tägigen Druckwelle scheint damit angebahnt zu sein, sowohl in Bezug auf die Eigenperiode wie auf die erzeugende Kraft.

Nach dem, was oben über den Fall starker Resonanz gesagt wurde, ist es wohl selbstverständlich, daß die drittel-tägige Temperaturschwankung die primäre ist. Denn adiabatische Kompression durch eine Druckwelle erzeugt nach (10a) eine Temperaturwelle

$$\tau_1' T = \frac{\kappa - 1}{\kappa} \varepsilon T,$$

also bei der 8-stündigen Druckwelle mit $\varepsilon < 0.1/760 = 1.3 \cdot 10^{-4}$ nur 0.01° C Temperaturamplitude.

¹⁾ Denn aus p_s^* läßt sich nach (10a) die druckerzeugte Temperaturschwankung τ_1' berechnen, so daß man aus τ_1' auch $\tau_{r,s}' = \tau_s' - \tau_1'$ erhält. Meist ist τ_1' klein gegen $\tau_{r,s}'$; das Verhältnis ihrer Amplituden ist in Potsdam bei P_2^3 gleich 0.04, bei P_4^3 unter 0.03.

²⁾ Ad. Schmidt hat die Monatsmittel der Hilfsgrößen für den Übergang von mittlerer zu wahrer Sonnenzeit gegeben. *Ergebn. d. Magu. Beob. in Potsdam und Seddin 1900—1910* (Preuß. Meteorol. Inst., Abh. V Nr. 3), S. 39. Berlin 1916. — Auch „Archiv des Erdmagnetismus“, Heft 3, Potsdam 1918.

³⁾ Man vergleiche dazu auch Abb. 5—7: Die drittel-tägige Druckwelle verrät ihren thermischen Ursprung dadurch, daß der Vektor der Druckschwingung durch eine Rechtsschwenkung um etwa 135° in den der Temperaturschwingung hineinfällt, während bei der halbtägigen Welle der Gravitationsanteil (Max. 12^{b)}) diesen Winkel verkleinert.

⁴⁾ Wilh. Schmidt, *Meteorol. Zeitschr.* 37, 49, 1920.

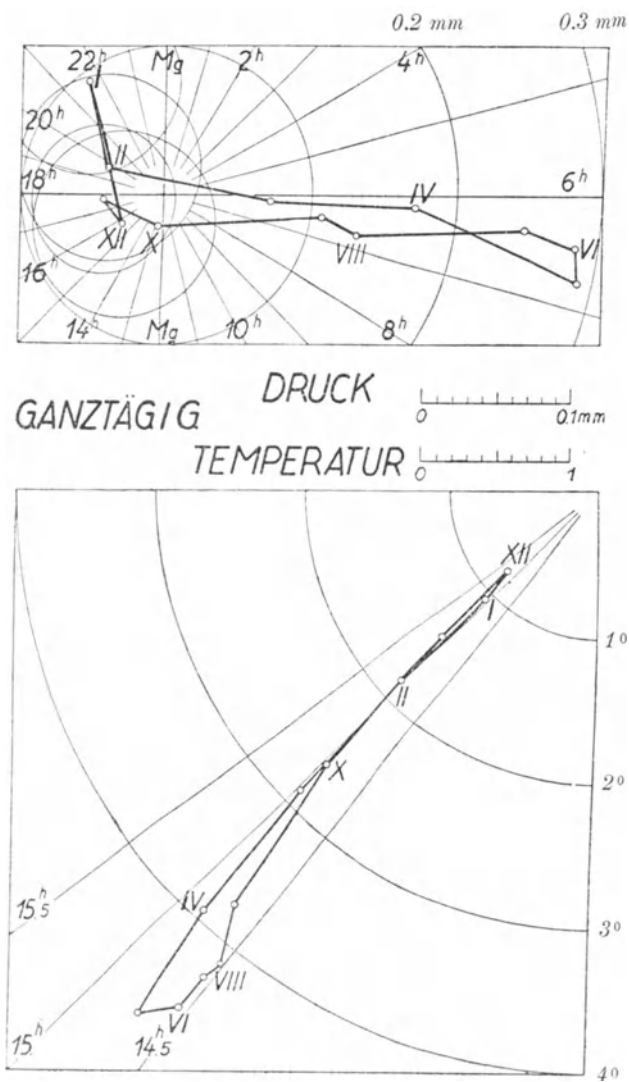


Abb. 5. Jährliche Veränderung der gantztägigen Druck- und Temperaturwelle in Potsdam.

Die Abb. 5—7 sind Vektordiagramme der harmonischen Komponenten in Polarkoordinaten im Sinne von Kap. IV, 1., ohne jede Ausgleichung. Die Kreise um den Koordinatenanfangspunkt (der mitunter außerhalb der Zeichnung liegt), geben die Amplitude; die Maßstäbe dafür sind besonders gezeichnet. Phasen nach wahrer Ortszeit; die Stundenzahlen, die an die Strahlen vom Nullpunkt geschrieben sind, geben die Eintrittszeit des ersten Maximums. Von den Vektoren sind nur die Endpunkte eingetragen; die römischen Ziffern bedeuten die Monate. Einige Monate sind nicht bezeichnet, weil sie durch die Verbindungslinien der aufeinanderfolgenden Monatspunkte kenntlich werden. — Die Kreise um die Monatspunkte (in den Druck-Diagrammen) sind 75% = Fehlerkreise für die dreißigjährigen Mittel; die Wahrscheinlichkeiten, daß der tatsächliche Mittelwert innerhalb oder außerhalb dieses Kreises um den beobachteten Wert liegt, verhalten sich also wie 3:1. Bei der gantztägigen Druckwelle sind sie nur für die Wintermonate gezeichnet, da sie für den Sommer in Ellipsen ausarten (vergl. S. 29).

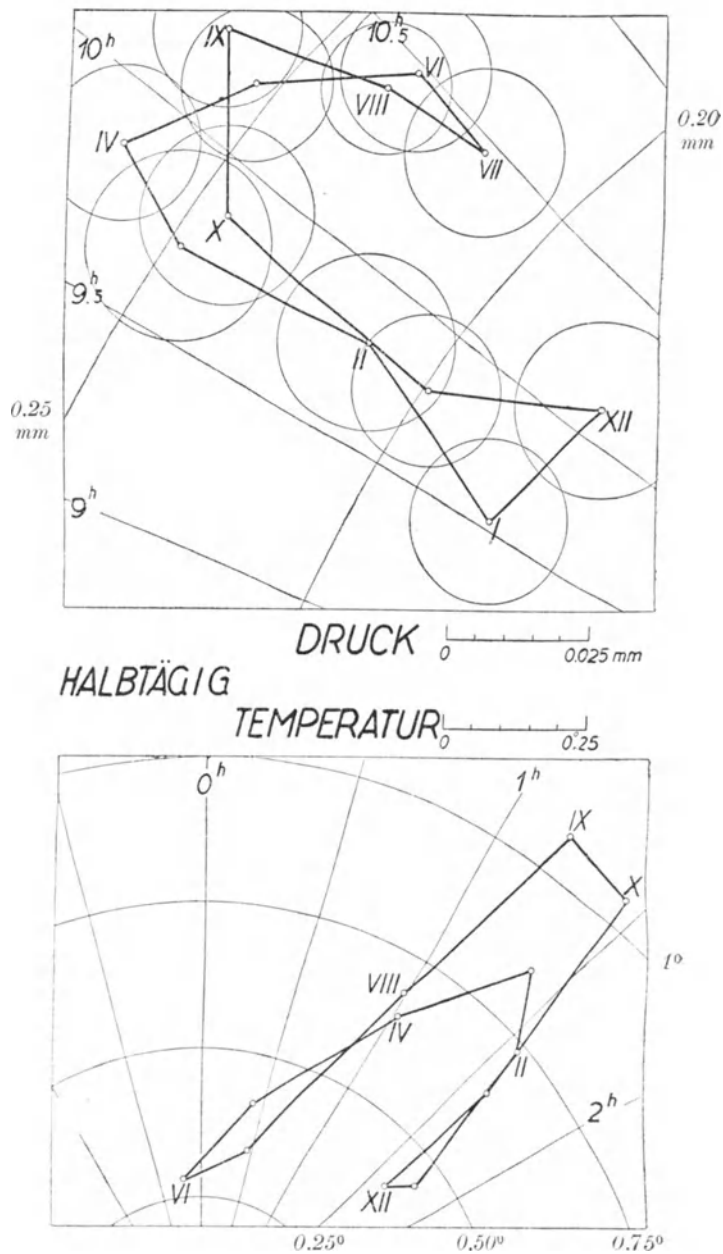


Abb. 6. Jährliche Veränderung der halbtägigen Druck- und Temperaturwelle in Potsdam.

Charakteristisch: Phasenkonstanz. Maxima der Amplituden zur Zeit der Äquinoktien. Phasenverschiebung vom Sommer zum Winter jedoch entgegengesetzt bei Druck und Temperatur. Phasendifferenz „Druck minus Temperatur“ im Winter 105° (Druckmax. 3.5^h früher), im Sommer 63° (Druckmax. 2.1^h früher).

Zu Abb. 5.

Für die gantztägige Welle charakteristisch: Konstanz der Phase. Maximum der Amplitude im Sommer, Phasendifferenz „Druck minus Temperatur“ $\sim 125^\circ$ im Sommer, d. h. Druckmax. 8.3^h früher als Temp.-Max.

Die Frage, weshalb die dritteltägige Temperaturschwankung vom Sommer zum Winter die Phase wechselt, läßt sich vielleicht folgendermaßen beantworten: Es ist ein gemeinsamer Zug des täglichen Temperaturganges an allen Stationen polwärts von etwa 20° Breite, daß sich das mittägliche Maximum mit wachsender Tageslänge verbreitert; es ist also im Sommer flacher als im Winter (vergl. Tab. 5). Die 24- und 12-stündigen harmonischen Wellen können diesen Unterschied infolge ihrer großen Wellenlänge nicht darstellen; ihre Phase ergibt sich vielmehr so, daß in beiden Jahreszeiten das Maximum mit dem des unzerlegten Ganges zusammenfällt. Die Form des Maximums wird aber

hauptsächlich von der 8-stündigen Welle bedingt, indem im Sommer deren Minimum, im Winter deren Maximum mit dem der Temperaturkurve zusammenfällt. Das zeigt für Potsdam die folgende Übersicht der Eintrittszeiten der mittäglichen Extreme der drei ersten harmonischen Wellen; die vierteltägige Welle mit ihrer kleinen Amplitude (unter 0.04°C) ist als bedeutungslos weggelassen.

Temperatur Potsdam	ganztägige	halbtägige	dritteltägige Welle
Winter	Max. 3.1 ^P	Max. 1.6 ^P	Max. 1.1 ^P
Sommer	Max. 2.6 ^P	Max. 0.6 ^P	Min. 1.2 ^P

Angesichts der Potsdamer Kurven (Tab. 5) könnte man übrigens auf den Gedanken kommen, daß nicht das Temperaturmaximum, sondern das Morgenminimum mit seinem scharfen Knick die Phase der 8-stündigen Welle bedinge. In der Tat fallen auch die entsprechenden Minima dieser Welle (Winter 9.1^a, Sommer 5.2^a) in beiden Jahreszeiten ganz gut mit denen des unzerlegten Ganges bei Sonnenaufgang zusammen. Indessen gilt die 4-stündige Verschiebung des Tagesanfangs vom Sommer zum Winter nur für unsere Breiten; in 30° Breite, wo die dritteltägige Druckschwankung am stärksten ist, beträgt diese Verschiebung weniger als 2 Stunden.

Wie schon J. Hann [18] bemerkt hat, deutet sich die selbständige Existenz der dritteltägigen Druckwelle darin an, daß im Winter jeder Hemisphäre ein nächtliches Druckmaximum auftritt. Auch in Potsdam ist dies der Fall, wie aus Tab. 4 ersichtlich.

Bezüglich der lunaren Gezeiten seien noch einige Ergebnisse von Hough für unsere Zwecke umgedeutet:

Das ganztägige lunisolare Glied K_1 , dessen Periode ein siderischer Tag ist, verursacht in einem Ozean gleichförmiger Tiefe weder Steigen noch Fallen des Wassers, verschwindet also ganz. — Die Gezeitenkomponente O_1 entspricht einer westwärts wandernden Welle vom Typus P_2^1 mit $l/\omega = 0.927$. Ein Ozean von wesentlich größerer Tiefe als 20 km würde eine derartige Eigenschwingung (der zweiten Art) haben; bei $h = 8$ km würde die Flut nur etwa $2/5$ der Höhe der Gleichgewichtsflut erreichen und indirekt sein. — Wenn die Tiefe des Ozeans fast genau eine 12-stündige Eigenschwingung der Form P_2^2 bedingt, so daß die solare Halbtagsflut das 250-fache des Gleichgewichtswertes erreicht, so wird die entsprechende lunare Flut auf das 11-fache ihres Gleichgewichtswertes vergrößert.

Alle diese Werte sind unter der Annahme abgeleitet, daß die Unterlage der Atmosphäre starr ist. Sowohl die feste wie die flüssige Erdoberfläche werden aber durch die Gravitationskräfte erheblich deformiert. Es kommt also nur ein Bruchteil des störenden Gravitationspotentials für die Gezeiten der Atmosphäre in Betracht. Wir werden in Kap. V, 2. und 5. darauf zurückkommen.

6. Einfluß der Reibung. Margules hat atmosphärische Schwingungen für den Fall untersucht, daß die Reibungskraft entgegengesetzt und proportional der Windgeschwindigkeit ist, entsprechend der Guldberg-Mohnschen Annahme¹⁾. Dieser Ansatz paßt jedoch nur in Bodennähe, wo er den Winkel zwischen Wind- und Gradientrichtung erklären kann; nach den neueren Untersuchungen über die turbulente Reibung ist es aber ganz ausgeschlossen, daß er auch nur angenähert für die ganze Höhe der Atmosphäre gilt, wie Margules ansetzt. Allerdings ist es wohl statthaft, die periodische

¹⁾ F. M. Exner, Dynam. Meteorol., 2. Aufl., S. 108. Wien 1925.

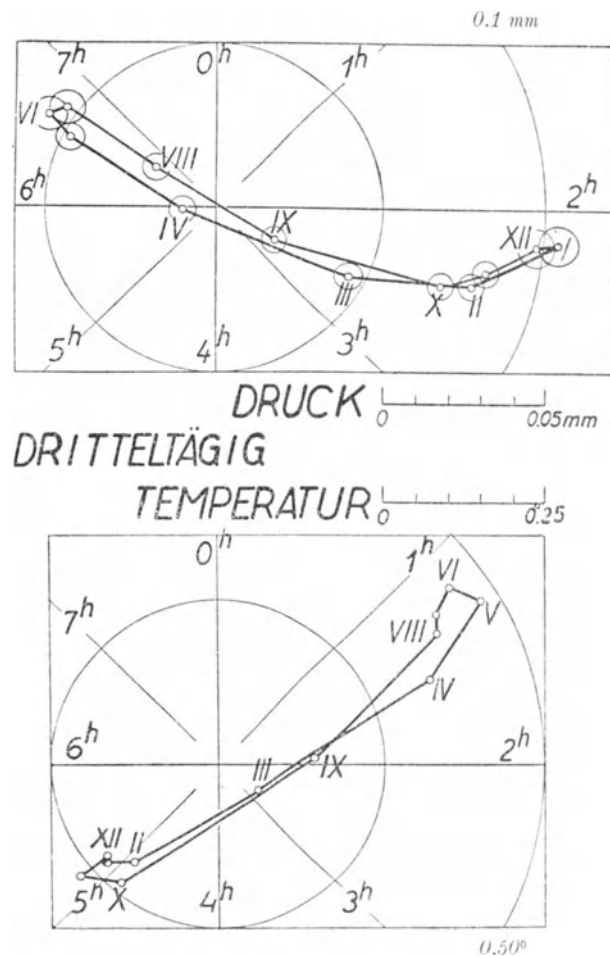


Abb. 7. Jährliche Veränderung der dritteltägigen Druck- und Temperaturwelle in Potsdam.

Charakteristisch: Phasenumschlag vom Sommer zum Winter. Maxima der Amplituden zur Zeit der Solstitien. Phasendifferenz „Druck minus Temperatur“ im Winter 127° (Druckmax. 2.8^h früher), im Sommer 88° (Druckmax. 2.0^h früher).

Luftversetzung an der Erdoberfläche, also den täglichen Gang des Windes, aus den Druckwellen mit Hilfe dieses Reibungsansatzes abzuleiten, so daß die Arbeit von E. Gold [17] ihren Wert behält, zumal man in seinen Formeln leicht von den Guldberg-Mohnschen zu dem neueren Ansatz von Hesselberg und Sverdrup übergehen kann¹⁾. Dagegen sind die entsprechenden Rechnungen von Margules für freie und erzwungene Schwingungen nicht verwendbar, weil der Reibungseinfluß viel zu stark angesetzt ist. Auch S. Chapman ([13], p. 191) hat darauf hingewiesen und gezeigt, daß die Reibung bei den tagesperiodischen Druckschwankungen eine sehr geringe Rolle spielt²⁾; er benutzt dabei eine Formel von G. I. Taylor, wonach die Reibung an der Oberfläche dem Quadrat der Windgeschwindigkeit proportional ist. Es erscheint ziemlich aussichtslos, diesen quadratischen Ansatz (oder den von L. Prandtl und W. Tollmien, Zeitschr. f. Geophysik 1, 47, 1925) in die allgemeinen Gleichungen einzuführen, weil dabei die unregelmäßigen Winde voll eingehen.

Natürlich wird sich die Reibung insofern bemerkbar machen, als auch bei genauer Übereinstimmung von eigener und erzwungener Periode die Druckschwankung endlich bleiben wird. Die verhältnismäßig geringe jahreszeitliche Veränderung der solaren Halbtagsschwankung spricht dafür, daß die Resonanz in der Nähe der Eigenperiode ziemlich konstant bleibt. Denn die Mitteltemperatur der Luft an der Erdoberfläche ist im Januar 12.6°, im Juli 16.4°³⁾; obwohl nun die jahreszeitliche Temperaturschwankung mit der Höhe abnimmt, ist es doch möglich, daß die äquivalente Höhe I_1 im Juli um 1% höher ist als im Januar. Für P_2^2 ist die Eigenperiode im Jahresmittel etwa 4 Minuten kürzer als 12 Stunden, d. h. h um etwa 0.14 km höher (nach Tab. 1), als es scharfer Resonanz entspricht. Eine Änderung von h um 1% bedeutet 0.08 km; demnach müßte die Eigenperiode im Juli um 5 Min., im Januar um 3 Min. unter 12 Stunden liegen. Nun ist zwar die Amplitude der solaren Halbtagsschwankung im Januar um etwa 5% größer als im Juni⁴⁾; das entsprechende Gezeitenglied des Potentials T_2 (Argumentzahl 272 in Doodsonscher Bezeichnung, vergl. Kap. V, 5.) beträgt aber ebenfalls 5% von S_2 . Über die entsprechende jahreszeitliche Änderung der halbtägigen Temperaturschwankung liegen leider zu wenig Daten vor, so daß die Untersuchung nicht weitergeführt werden kann.

Man hat verschiedentlich versucht⁵⁾, den Einfluß der Reibung auf atmosphärische Schwingungen durch Vergleich mit den Formeln abzuschätzen, die für die gedämpften, erzwungenen Schwingungen eines Systems mit einem Freiheitsgrad gelten. Trotzdem diese Analogie nur beschränkten Wert hat, wollen wir kurz darauf eingehen, unter Benutzung der schönen graphischen Methode, die C. Runge⁶⁾ empfiehlt. Die allgemeine Gleichung lautet

$$\ddot{x} + k\dot{x} + n^2x = F \exp(ip t). \quad (38).$$

Hierin ist $2/k = \delta$ die Zeit, in der die Amplitude der freien gedämpften Schwingung auf $1/e$ ihres Anfangswertes abklingt, $n = 2\pi/T$ die Frequenz der freien ungedämpften Schwingung, $p = 2\pi/T'$ die Frequenz der erzwungenen Schwingung, und \dot{x} bedeutet dx/dt . Die Lösung lautet, nach dem Abklingen der freien Schwingung,

$$z = z_0 \cdot e^{p t i}. \quad (39),$$

wo

$$z_0 = \dot{F}/r e^{i\varphi}, \text{ mit } r \cdot e^{i\varphi} = \xi + \eta i = n^2 - p^2 + k p i \quad (40).$$

Stellt man $r \cdot e^{i\varphi}$ in der üblichen Weise in einer Ebene mit den rechtwinkligen Koordinaten ξ, η dar, so bedeutet der Radiusvektor r den reziproken Wert der Amplitudenvergrößerung, und φ ist die Verminderung der Phase von z_0 gegenüber F . Bei festgehaltenen Werten für F, n und k kann man

¹⁾ Die Potsdamer Windbeobachtungen werden gegenwärtig in dieser Hinsicht bearbeitet, jedoch ohne große Aussicht auf Erfolg. Die lokalen Verschiedenheiten im täglichen Luftdruckgang werden nämlich den täglichen Gang des Druckgradienten, also auch des Windes, viel stärker entstellen als den Druckgang selbst. Zerlegt man den täglichen Druckgang an jedem Ort in einen universellen und einen lokalen Anteil ($\Delta p = \Delta p_u + \Delta p_l$), so wird zwar für die halbtägige Welle im allgemeinen $\Delta p_u > p_l$ sein; da aber in jeder horizontalen Richtung Δp_l sich viel schneller verändert als Δp_u , so wird $\partial \Delta p_u / \partial x < \partial \Delta p_l / \partial x$ sein.

²⁾ Bei der Diskussion der Gleichung (98) ([13], p. 192) ist der Wechsel des Vorzeichens der Reibungskraft u^2 mit dem von u nicht berücksichtigt. Wenn $u \sim \exp(2i\sigma t)$, so ist die Reibung nicht $\sim \exp(i\sigma t)$, sondern $\sim (8\pi/3) \exp(i\sigma t)$ anzusetzen, wie die harmonische Analyse von $(\pm \cos^2 t)$ ergibt. Da aber überall an der Erdoberfläche Winde herrschen, die die kleinen periodischen Luftversetzungen um das zehnfache übertreffen, so bleiben die Schlußfolgerungen S. Chappmans unberührt, wie sie in der Diskussion seiner Gleichung (99) ausgesprochen sind.

³⁾ Hann-Süring, Lehrb. d. Meteorol., 4. Aufl., S. 145.

⁴⁾ J. Hann, Sitz.-Ber. d. Akad. Wien, math.-naturw. Klasse IIa, 127, 277 (1918).

⁵⁾ E. Kleinschmidt, a. a. O. [22].

⁶⁾ C. Runge, Graphische Methoden, S. 34 ff. Leipzig 1914. — Von jetzt ab haben die Buchstaben oft andere Bedeutung als die in Kap. I 2. eingeführte, was jedoch kaum zu Mißverständnissen führen wird.

also die Wirkung einer Änderung von p durch eine Parabel veranschaulichen, deren Parameterdarstellung lautet

$$\xi = n^2 - p^2, \quad \eta = kp \dots \dots \dots (41).$$

Für $p = 0$ ist der „Gleichgewichtswert“ durch $\xi_0 = r_0 = n^2$ gegeben: wenn k genügend klein ist, wird im Falle der Resonanz $n = p$, also $r = kn$. Die Vergrößerung der Amplitude im Resonanzfalle gegenüber dem Gleichgewichtswert ist also (n/k) -fach oder $(\pi \delta/T)$ -fach. In Abb. 8 ist oben der Fall 5-facher Resonanzvergrößerung gewählt.

Für die halbtägige solare Druckschwankung ist $\pi \delta/T = 100$, mit $T = 1/2$ Tag also $\delta = 16$ Tage. Wenn n und p nahezu gleich sind, können wir schreiben

$$\xi = (n + p)(n - p) = 2n(n - p) = \frac{8\pi^2}{T^3}(T' - T) = 2\xi_0 \frac{T' - T}{T} \dots \dots (42).$$

Für die lunare Halbtagschwankung ist nun $(T' - T) = 0.035 T$, also mit genügender Annäherung (vergl. auch Abb. 8, unten: OS solare, OL lunare Schwankung)

$$tg \varphi = 1/7, \quad \varphi = 8^\circ, \quad r = 0.07 \xi_0.$$

Die Vergrößerung der lunaren Flut müßte also 14-fach sein, während die Beobachtungen nur das 3-fache geben. Jedoch ist dieser Einwand mit Rücksicht auf die Nachgiebigkeit der Erdoberfläche nicht ganz stichhaltig (vergl. Kap. V, 3., Schluß). — Aber eine weitere Folgerung aus dieser Analogie bewährt sich nicht: Wie man aus (42) und Abb. 8 erkennt, müßten Amplitude und Phase einer 100-fach (nach S. 35, Anmerk. 1), sogar noch stärker) vergrößerten Welle empfindlich auf geringe Änderungen der Eigenperiode reagieren. Die Amplitude müßte sich schon um 10% ändern, wenn T sich um 0.2%, also (nach Tab. 1) h sich um 0.6% änderte. Gleichzeitig müßte sich die Phase um 20—25° ändern. Die oben erwähnte jahreszeitliche Schwankung der Mitteltemperatur der Erde überschreitet wahrscheinlich diese Grenze, ohne daß sich die halbtägige Druckschwankung so stark verändert, wie es die Analogie mit gedämpften Schwingungen erforderte. — Auch H. Hergesell hat bei der Besprechung der Arbeit von E. Kleinschmidt [22] die Ansicht ausgesprochen, daß es nicht möglich ist, die Gezeiten der Atmosphäre mit gedämpften erzwungenen Schwingungen eines Freiheitsgrades zu vergleichen.

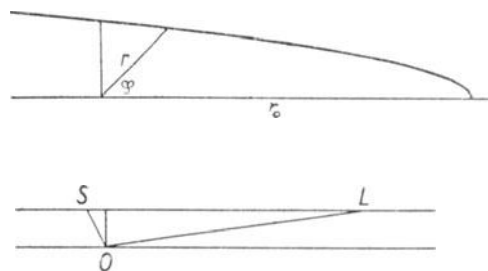


Abb. 8. Graphische Darstellung erzwungener Schwingungen nach C. Runge. Oben 5-fache, unten 100-fache Resonanzvergrößerung.

Bei der Suche nach Unregelmäßigkeiten der solaren Halbtagswelle bin ich auf eine unverkennbare, 10% erreichende Abnahme während der Jahre 1912—1916 in Batavia gestoßen. Diese kann nicht auf instrumentelle oder ähnliche Veränderungen am Beobachtungsort zurückgeführt werden, wie mir der damalige Direktor, Herr W. van Bemmelen, freundlichst bestätigte. Die gleichzeitige Veränderung von Amplitude und Phase ließ eine schöne Bestätigung der Chapman'schen Theorie [13] in dem Sinne vermuten, daß in den genannten Jahren nur der thermische Anteil herabgesetzt war, während der Gravitationsanteil ungeschwächt blieb. Mit Rücksicht auf die atmosphärische Trübung, die 1912 infolge des Katmai-Ausbruches (Kamtschatka) einsetzte, schien die Erscheinung ziemlich verständlich. Rätselhaft blieb jedoch, daß andere Stationen, z. B. Mauritius und Hongkong, keine Spur eines derartigen Rückganges der halbtägigen Druckschwankung zeigten. Aus diesem Grunde muß die Frage als ungelöst gelten¹⁾.

Eine vollständige Theorie der atmosphärischen Gezeiten müßte die tagesperiodischen Druckschwankungen und ihren jahreszeitlichen Wechsel aus den beiden wesentlichen Faktoren ableiten, nämlich aus dem Verhältnis von Eigenschwingung und erzwungener Periode einerseits und aus den anregenden thermischen und Gezeitenkräften andererseits. Nur das Gravitationspotential ist vollständig bekannt; dagegen fehlt es an Material zur Auswertung der Größen I_1 und I_2 , die die Eigenperiode und die Temperaturschwankung festlegen.

¹⁾ Das Material, das bis 1866 zurückgeht und auch die lunare Schwankung benutzt, soll an anderer Stelle mitgeteilt und diskutiert werden. — J. Fenyi fand in Kalocsa für Juli und August 1912 höhere Amplituden der 12-stündigen Druckschwankung als im Mittel 1886—1915 (vergl. Met. Z. 38, S. 304—306, 1921). Der Ausbruch erfolgte am 6. Juni 1912; die optische Störung in Kalocsa dauerte vom 21. Juni bis zum 19. August. Die Sonnenstrahlung war bis zu 10% geschwächt.

Kapitel III. Berechnung der lunaren Luftdruckschwankung in Potsdam und Hamburg.

1. Stationen. Bei der Berechnung der solaren Druckschwankung können beträchtliche Fehler entstehen, falls die Temperaturkompensation des Barographen ungenügend ist ([4], p. 107). Auch andere, unbestimmte Fehlerquellen treten auf. So hat z. B. der Barograph in Greenwich von 1856—65 systematisch um einige Prozent zu kleine Werte für die halbtägige solare Schwankung geliefert, was F. J. W. Whipple ([9], p. 280) auf instrumentelle Reibung zurückführt. Noch merkwürdiger ist der Fall des Observatoriums in Batavia, wo stündliche Augenablesungen am Barometer stattfinden und trotzdem unerklärlicherweise 1912—16 die halbtägige Druckschwankung um 10 % unter den normalen Wert der Jahre vor- und nachher sank (S. 21).

Bei rein lunaren Perioden sind allerdings thermische Einflüsse nicht zu befürchten. Da aber die solaren Perioden z. B. in Potsdam 30-fach höhere Amplituden haben, stören sie bereits bei geringen Unregelmäßigkeiten in der Verteilung der benutzten Tage über die Mondphasen und müssen deshalb bei Berechnung der lunaren Perioden eliminiert werden¹⁾. Das ist aber nur angenähert möglich, weil die lokalen Anteile der solaren Schwankung stark von der Witterung abhängen, wenn auch in weniger sonderbarer Weise als Hann und andere es berechnet hatten (vergl. Kap. III, 6. und [2, 3]); jedoch sollte man wenigstens instrumentelle Temperatureinflüsse vermeiden. Es wurden deshalb zwei Stationen gewählt, an denen die ausgezeichneten Laufgewichtsbarographen von Sprung-Fueß²⁾ in Betrieb waren: Potsdam und Hamburg.

	Nördl. Breite	Länge östl. v. Gr.	Seehöhe	Zeit
Potsdam	52°.4	13°.1 ≡ 52 min	85 m	Jan. 1893 bis Dez. 1922 = 30 Jahre
Hamburg	53°.6	10°.0 ≡ 40 min	26 m	Juni 1884 bis Dez. 1920 = 36½ Jahre

Die Stationen sind etwa 240 km von einander entfernt. Die unperiodischen Druckschwankungen werden also bereits mehrere Stunden Phasendifferenz aufweisen, so daß der von ihnen herrührende Rest im lunaren Druckgang nicht an beiden Orten derselbe sein kann, was sonst zu falschen Schlüssen führen könnte. Die stündlichen Luftdruckwerte, nach mittlerer Ortszeit geordnet, liegen gedruckt vor, außer den Potsdamer Werten 1918—22, für die ich die handschriftlichen Tabellen benutzen durfte.

2. Auswahl der Tage. Der Erfolg der Chapmanschen Rechnung für Greenwich beruht darauf, daß nur die ruhigsten Tage benutzt wurden, bei denen die unperiodische tägliche Amplitude nicht größer als 0.1 Zoll (= 2.5 mm) war. Allerdings wurde es gerade dadurch unmöglich, unmittelbar die von Darwin, Börgen oder Ad. Schmidt³⁾ ausgearbeiteten Rechenschemata zu benutzen, da sie fast lückenloses Beobachtungsmaterial voraussetzen⁴⁾.

Die Anzahl der verwendeten Tage betrug im Jahresmittel 28 % sämtlicher Tage, infolge des verschiedenen Störungsgrades im Winter (November bis Februar) aber nur 20 %, im Sommer (Mai bis August) dagegen 36 %. Die Benachteiligung des Winters läßt sich auch dadurch nur teilweise ausgleichen, daß man gestörtere Tage hinzunimmt, selbst wenn man Gewichte einführt.

Die statistische Überlegung, die zu letzterem Ergebnis führt, ist bereits an anderer Stelle [6] in allgemeinerer Fassung beschrieben und sei deshalb hier nur kurz angedeutet: Man teile die Tage in Gruppen $g = 0, 1, 2, \dots$ nach Maßgabe ihrer unperiodischen Druckamplitude A (auf 0.1 mm abgerundet), indem in die Gruppe 0 alle Tage mit $0.0 \leq A \leq 0.9$, in die Gruppe 1 alle Tage mit $1.0 \leq A \leq 1.9$ genommen werden usw., schließlich in Gruppe 11 alle Tage mit $A \geq 11$ mm. In der Gruppe g sei die Zahl der Tage n_g , die mittlere unperiodische Amplitude des einzelnen Tages A_g .

¹⁾ Das gilt namentlich für die nach der Monddeklinaton eingeteilten jahreszeitlichen Gruppen, weil in ihnen die Differenz zwischen Sonnen- und Mondkulmination einigermaßen konstant ist, wie leicht einzusehen ist. Denn im Nord-Winter z. B. werden hohe nördliche Deklinationen des Mondes dann eintreten, wenn der Mond um 180° Länge von der Sonne absteht (Vollmond), also Mond- und Sonnenzeit sich um etwa 12 Stunden unterscheiden.

²⁾ Beschreibung in „Ergebn. d. Meteorol. Beobacht. in Potsdam i. J. 1893“, S. XI ff. (Veröff. d. Preuß. Meteorol. Inst., Berlin).

³⁾ Ergebn. der Magn. Beobacht. in Potsdam und Seddin i. J. 1922 (Veröff. d. Preuß. Meteorol. Inst., Berlin).

⁴⁾ Für die Tropen sind alle Tage verwendbar; deshalb konnte L. W. Pollak [24a] mit Erfolg die Verfahren von Darwin und Börgen benutzen, um den lunaren Druckgang in Batavia nachzuprüfen.

Betrachtet man nun, im Sinne der Fehlertheorie, jeden Tag als eine „Beobachtung“ für die lunare Periode, so kann man den mittleren lunaren Gang aus sämtlichen Gruppen g , die unterhalb einer Grenze G liegen, auf zwei verschiedene Weisen (z. B.) bilden: Entweder, indem man sich nicht um die Gruppeneinteilung kümmert (gewöhnliches Mittel), oder indem man jeder Gruppe das von der Methode der kleinsten Quadrate vorgeschriebene Gewicht $p_g = 1/A_g^2$ erteilt (allgemeines Mittel). Der „mittlere Fehler“ dieser Mittelwerte bildet ein brauchbares Maß für die unperiodischen Anteile, die man in den Schlußergebnissen für die lunare Periode noch erwarten kann. Die Quadrate dieser Fehler sind in den beiden Fällen

$$m_1^2 = \Sigma n_g A_g^2 / (\Sigma n_g)^2 \text{ für das gewöhnliche Mittel (43),}$$

$$m_2^2 = 1 / \Sigma (n_g / A_g^2) \text{ für das allgemeine Mittel (44),}$$

wobei die Summation über alle Gruppen von $g = 0$ bis $g = G$ zu erstrecken ist. Weil $m_2 \leq m_1$, so ist das allgemeine, mit Gewichten gebildete Mittel dem gewöhnlichen vorzuziehen.

Aus Abb. 9 geht hervor, wie das gewöhnliche Mittel verdorben wird, wenn man Tage mit höheren Amplituden einschließt; das allgemeine Mittel dagegen wird verbessert, wenn auch in den höheren Gruppen praktisch unmerklich. Bei dem gewöhnlichen Mittel gibt es ein Optimum (Minimum der Kurve für m_1). Am deutlichsten werden die Verhältnisse, wenn man sich die Anzahl $a = 1/m^2$ einer äquivalenten Reihe von Normaltagen mit der Amplitude $A = 1$ mm berechnet, deren Durchschnitt den mittleren Fehler m hätte; eine Skala für a befindet sich in der Mitte von Abb. 9.

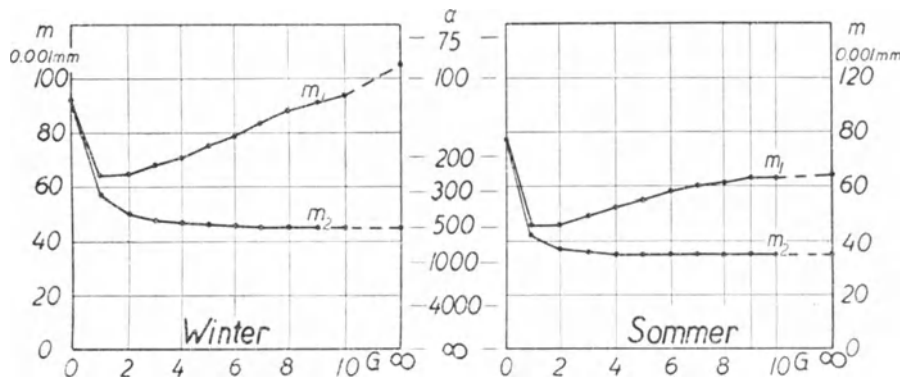


Abb. 9. Mittlere Fehler des gewöhnlichen (m_1) und des allgemeinen (m_2) Mittels des lunaren Ganges in Potsdam, in Abhängigkeit von der oberen Grenze G für die Differenz zwischen Maximum und Minimum an den einzelnen benutzten Tagen. In der Mitte eine Skala für die Anzahl a fiktiver Normaltage (mit der Differenz 1 mm zwischen Maximum und Minimum), deren Mittelwert den mittleren Fehler m hätte.

Auf Grund dieses Diagramms, das mit geringen Abänderungen auch für Hamburg gelten wird, wurde beschlossen, nur die Gruppen 0 und 1 ungewogen zusammenzufassen, also alle Tage mit höherer Amplitude A als 2.0 mm von der Berechnung auszuschließen. Nachträglich wurden noch die Gruppen 2 und 3 ($2.0 \leq A \leq 3.9$ mm) für Potsdam, Winter, gemeinsam berechnet, um die in Abb. 9 sichtbare Senkung von m_2 auszunutzen. Das Mittel der Gruppen 0 und 1 wurde mit dem relativen Gewicht 0.7 mit dem Mittel der Gruppen 2 und 3 (Gewicht 0.3) zu einem Gesamtmittel vereinigt, dessen „mittlerer Fehler“ mit 0.052 mm gegen den der Gruppen 0 und 1 mit 0.064 mm merklich erniedrigt ist. Das entspricht einer Verlängerung der Reihe von 30 auf 45 Jahre, wenn nur die Gruppen 0 und 1 benutzt wären. — Im Kap. IV, 4. sind die nachträglich berechneten mittleren Fehler der Ergebnisse mitgeteilt, deren Diskussion eine Verbesserung des vorstehenden Gedankenganges nahelegt.

Die Ausgangsdaten über die Häufigkeit und mittlere Größe der unperiodischen täglichen Druckamplituden A in Potsdam sind in Tab. 8 zusammengestellt.

3. Einteilung des Materials. Da bei Beginn der Rechnungen bereits einige Beobachtungsreihen von S. Chapman fertig bearbeitet vorlagen, so erschien es geboten, das Material möglichst nach denselben Grundsätzen zu unterteilen. Von weiteren Unterabteilungen wurde abgesehen, weil die Zahl der Tage in diesen zu klein geworden wäre, als daß man, selbst im Mittel aus mehreren Stationen, ein brauchbares Ergebnis hätte erwarten können.

a) Jahreszeit. Es wurde nach Monaten unterteilt. Erst nachdem die Monatssummen einzeln von der solaren Schwankung befreit waren (Kap. III, 8.), wurden sie weiter zu Tertialsommen vereinigt, nämlich

W = Winter = November, Dezember, Januar, Februar,
 Ä = Äquinoktien = März, April, September, Oktober,
 S = Sommer = Mai, Juni, Juli, August.

Es wäre falsch, die Tertialsommen unmittelbar zu Jahressommen zu vereinigen, wie es im Sinne der Fehlertheorie am günstigsten erscheint; denn wegen der ungleichen Verteilung der ruhigen Tage über das Jahr (im Sommer doppelt so viel als im Winter) würde dadurch dem Sommer ein zu großes Gewicht gegeben werden. Infolge der starken jährlichen Veränderung der lunaren Periode, die sich auch in unserem Material finden wird, würde ein so gebildetes Mittel z. B. nicht mit den Ergebnissen für tropische Stationen vergleichbar sein. Deshalb wurde die Summenbildung in allen Fällen nur bis zu den Tertialen fortgesetzt und das Jahresmittel auf gewöhnliche Weise aus den Tertialmitteln gebildet. Der Einfluß der ungleichmäßigen Verteilung der Tage innerhalb der Tertiale wurde dagegen vernachlässigt. Auch die etwas stärkere Bevorzugung des Herbstes vor dem Frühlingsäquinoktium (Verwendung von 22 % aller Tage gegen 15 %) ist unbedenklich, da deren Verschiedenheit an Hand der Monatsmittel nachgeprüft werden kann.

b) Entfernung und Deklination des Mondes. Es wurden je drei Klassen gebildet:

A = Apogäum, Halbmesser $\leq 15'$,
 M = Mittlere Entfernung, Halbmesser zwischen $15'$ und $16'$,
 P = Perigäum, Halbmesser $\geq 16'$.
 I = Nördliche Deklination über $14^\circ N$,
 II = Deklination zwischen $14^\circ N$ und $14^\circ S$,
 III = Südliche Deklination über $14^\circ S$.

Die Anzahl der Tage in jeder Gruppe ist aus Tab. 9 zu ersehen.

Die Angaben für Entfernung und Deklination gelten für die obere Kulmination des wahren Mondes in Berlin. Sie wurden dem Berliner Astronomischen Jahrbuch entnommen. Gleichzeitig wurde die volle Stunde bürgerlicher Zeit ($k = 0, 1, 2, \dots, 24$; $12 =$ Mittag) ausgeschrieben, nach der der Mond in Berlin oben kulminierte. Die für Greenwich geltenden Zeiten in den letzten Jahrgängen wurden auf Berlin umgerechnet, wobei die im Jahrbuch verzeichneten Änderungen der Kulminationszeit mit der Länge benutzt wurden. Der Mond kulminiert also zwischen k^h und $(k+1)^h$ mittlerer bürgerlicher Berliner Zeit.

4. Mittelwerte der Entfernung und Deklination in den Klassen. Die mittleren Werte der Entfernung und Deklination für die Klassen A, M, P und I, II, III hätten leicht bestimmt werden können, wenn die entsprechenden Angaben für jeden benutzten Tag dem Astronomischen Jahrbuch entnommen worden wären. Da aber die Unterschiede der Gezeiten in den Klassen so gering sind, daß sie die Fehlergrenzen der Bestimmung der Tide höchstens um das 20-fache überschreiten, so genügt folgendes einfachere Verfahren, daß eine einigermaßen gleichmäßige Verteilung der Tage über den anomalistischen und den drakonitischen Monat voraussetzt.

a) Entfernung. Die Zahl der Tage in den Klassen ist, für Potsdam und Hamburg zusammengekommen, A 1649, M 2524, P 1918. Der scheinbare Halbmesser H des Mondes werde als Cosinusfunktion der Zeit angenommen:

$$H = H_0 + h \cos t \dots \dots \dots (45).$$

Das Argument $t = (s - p)$ (s und p Länge des Mondes und des Perigäums) wächst im anomalistischen Monat von 0 bis 2π . Die Strecke von 0 bis 180° muß dann in drei Strecken im Verhältnis 1918:2524:1649 geteilt werden; die beiden Teilpunkte liegen bei $\alpha = 56.7^\circ$ und $\beta = 131.3^\circ$. Für diese Punkte, die die Klassengrenzen vorstellen, ist $H(\alpha) = 16'$, $H(\beta) = 15'$. Daraus folgt

$$h = [H(\alpha) - H(\beta)] / (\cos \alpha - \cos \beta) = 0.827' \text{ und } H_0 = 15.54',$$

in Übereinstimmung mit den astronomischen Angaben für den mittleren Halbmesser des Mondes. Die Mittelwerte von $h \cos t$ für die drei Abschnitte ergeben sich damit zu $+0.70'$ (P), $-0.05'$ (M) und $-0.73'$ (A), also die mittleren Halbmesser

$$16.24' (P), \quad 15.49' (M), \quad 14.81' (A).$$

Auch eine genauere Rechnung, die die Formeln für die elliptische Bewegung benutzt (vergl. z. B. Börgen, Annalen der Hydrographie 1884, S. 391), gibt keine nennenswerte Abänderung dieser Zahlen.

Zur Beurteilung der Resonanzverhältnisse ist noch die Verlängerung des Mondtages im Perigäum gegenüber dem Apogäum zu erwähnen. Wir benutzen die angenäherte Formel

$$l - s = -\xi + 2e \sin(s - p) \dots \dots \dots (46),$$

wo l die wahre, s die mittlere Länge des Mondes, ξ eine sich wenig ändernde Größe, $e = 0.0549$ die numerische Exzentrizität der Mondbahn, p die Länge des Perigäums bedeuten. Aus (46) folgt für die Änderung der Länge während eines Mondtages

$$\Delta l = \Delta s (1 + 2 e \cos (s - p)) \dots \dots \dots (47).$$

Daraus kann man durch eine leichte Integration die mittlere Länge des Mondtages bestimmen und findet, in mittlerer Sonnenzeit ausgedrückt:

$$24^{\text{h}} 55.7^{\text{m}} (P), \quad 24^{\text{h}} 50.5^{\text{m}} (M), \quad 24^{\text{h}} 45.0^{\text{m}} (A).$$

b) Deklination. Rechnet man ebenso wie bei der Entfernung, so muß man von den Anzahlen *I* 1790, *II* 2588, *III* 1713 ausgehen und erhält als Mittelwerte $+19.6^{\circ}$ (*I*), -0.4° (*II*) und -19.8° (*III*). Da man die Unterschiede der Anzahlen in den Klassen *I* und *III* als zufällig betrachten kann, so würde man für *I* und *III* auf $\pm 19.7^{\circ}$, für *II* auf 0.0° abrunden.

Wegen der wechselnden Neigung der Mondbahn gegen den Äquator erscheint dieses Verfahren aber unzulässig, da die Klassengrenzen fest (zu $\pm 14^{\circ}$) gewählt waren. Zur genaueren Rechnung sei ω ($= 23.45^{\circ}$) die Schiefe der Ekliptik, i ($= 5.14^{\circ}$) die Neigung der Mondbahn gegen die Ekliptik, N die Länge des aufsteigenden Knotens der Mondbahn, J der Winkel zwischen Mondbahn und Äquator. Dann ist

$$\cos J = \cos \omega \cos i - \sin \omega \sin i \cos N = 0.9137 - 0.0357 \cos N \dots \dots (48).$$

Die Zeit t' wachse von dem Zeitpunkt größter nördlicher Deklination zum nächsten von 0 bis 360° . Dann ist die Deklination des Mondes gegeben durch

$$\sin \delta = \sin J \cos t'.$$

Für $\delta = 14^{\circ}$ sei $t' = t'_1$; dieser Zeitpunkt trennt die Klassen *I* und *II*. Aus Symmetriegründen genügt es, für jedes N den Mittelwert $(\delta)_{I,III}$ zwischen $t' = 0$ und $t' = t'_1$ und $(\delta)_{II}$ zwischen $t' = t'_1$ und 90° zu berechnen. Mit Rücksicht auf die bekannten Entwicklungen des Gezeitenpotentials wurden auch die Mittelwerte $(\sin 2\delta)$ und $(\cos^2 \delta)$ berechnet. Nur eines der vorkommenden Integrale läßt sich explizit quadrieren, nämlich

$$\int \cos^2 \delta \, d t' = t' - \frac{1}{4} \sin^2 J (2 t' + \sin^2 t'),$$

während die anderen Mittelwerte durch numerische Integration gewonnen wurden.

Aus Tab. 10 kann man Mittelwerte für beliebige Beobachtungsreihen berechnen, indem man die Werte von N den Tabellen von C. Börgen (1865—1924; Annalen der Hydrographie 1884, S. 668) und W. Schweydar (1900—1949; [29], S. 14) entnimmt. — Im Mittel über die 19-jährige Periode der Knotenbewegung wird

$$\{\delta\}_I = \int_0^{\pi} t'_1 \cdot (\delta)_I \cdot dN / \int_0^{\pi} t'_1 \cdot dN \dots \dots \dots (50),$$

dabei sind Mittelwerte bei festem N durch runde, solche über alle N durch geschweifte Klammern bezeichnet. Numerische Integration ergibt

$$\begin{aligned} \{\delta\}_I &= -\{\delta\}_{III} = 20^{\circ}.6, & \{\sin 2\delta\}_I &= -\{\sin 2\delta\}_{III} = 0.651, \\ \{\cos^2 \delta\}_I &= \{\cos^2 \delta\}_{III} = 0.891, & \{\cos^2 \delta\}_{II} &= 0.953, & \{\cos^2 \delta\}_{I, II, III} &= 0.918. \end{aligned}$$

Tatsächlich ist z. B. der genauere Wert $\{\delta\}_I = 20.6^{\circ}$ um 0.9° größer als der aus der ungenauen Rechnung gewonnene. Vorzeichen und Größe dieses Unterschiedes scheinen durchaus plausibel.

5. Ausschreiben der Luftdruckwerte unter Verwendung der stündlichen Änderungen (☉-Blätter). Für jeden Ort und Monat wurden $3 \times 3 = 9$ Blätter eingerichtet (*AI*, *AII*, *AIII*, *MI*, . . .). An die Anfänge der Zeilen wurden die Daten der ruhigen Tage und die Kulminationszahlen k geschrieben.

Zur numerischen Angabe eines Luftdruckwertes auf 0.1 mm sind 3 Ziffern erforderlich und ausreichend, weil die Druckschwankungen zwar über 10, aber nicht über 100 mm hinausgehen. Da es aber auf die absolute Höhe des Tagesmittels nicht ankommt, kann man für jeden Tag eine passende Zahl abziehen, so daß für die ruhigen Tage 2 Ziffern genügen würden. Viel bequemer ist es jedoch, nur die (mit Vorzeichen versehenen) Änderungen von Stunde zu Stunde auszuschreiben, also in jede Spalte nur den algebraischen Zuwachs des Druckes gegen die vorhergehende Stunde einzutragen. Dieses Verfahren hat verschiedene Vorzüge: Die einzutragenden Zahlen sind klein (überwiegend 0 oder ± 1 , in der Einheit 0.1 mm), wodurch Schreibarbeit erspart und das Addieren erleichtert wird; außerdem sind die Eintragungen leicht dadurch zu kontrollieren, daß die Summe einer Reihe von auf-

einanderfolgenden Änderungen gleich dem Zuwachs des Endwertes gegen den Anfangswert ist. Dieser kleine Kunstgriff ermöglichte eine erhebliche Zeitersparnis, da insgesamt 150 000 stündliche Werte zu bearbeiten waren.

Für jeden Tag wird eine Zeile mit 25 Ziffern ausgeschrieben, beginnend mit der Änderung von Mitternacht auf 1^h (mittlere Ortszeit) und endigend mit der Änderung von 24^h auf 25^h, d. h. 1^h des folgenden Tages. Zur Kontrolle dient die Zeilensumme, die gleich der gesamten Änderung von 0^h auf 25^h ist. Summation der 25 Spalten aller Zeilen und fortlaufende Addition der mittleren stündlichen Änderungen führt auf den solaren Luftdruckgang im Mittel der ruhigen Tage jedes Monats. Aus diesen in Tab. 11 mitgeteilten Gängen ist die (fast durchweg negative) Änderung von Mitternacht zu Mitternacht (Tab. 12) auf die übliche Weise linear eliminiert.

6. Der konvexe Gang. Es war vorauszusehen [2, 3], daß sich der sonnentägige Gang an den ruhigen Tagen systematisch von demjenigen im Mittel aller Monatstage unterscheiden würde, auch nachdem die Differenz der Werte am Anfang und Ende der Tage linear eliminiert ist. Denn die ruhigen Tage werden vorwiegend im Gebiet der „Wellenberge“ der Barographenkurve liegen, wo $\partial^2 p / \partial t^2 < 0$ ($p = \text{Druck}$, $t = \text{Zeit}$). Auch im Mittel muß sich also ein konvexer Gang über den gewöhnlichen täglichen Gang lagern. Diese Erscheinung ist erstaunlich regelmäßig, wie aus Tab. 13 zu ersehen, in der die Differenzen der mittleren täglichen solaren Gänge „Ruhige minus Alle Tage“ wiedergegeben sind. Natürlich sind die Unterschiede bei der zweiten Potsdamer Wintergruppe (Tab. 13, letzte Zeile) wegen der höheren unperiodischen Amplituden (2.0–3.9 mm) schwächer als bei der ersten (Ampl. < 2.0 mm).

Im Verhältnis zum normalen sonnentägigen Gang beträgt dieser konvexe Gang nur etwa $\frac{1}{3}$; dagegen ist er mehr als 5-mal so stark als der lunare Gang! Wenn man also „ruhige Mondtage“ von einer Kulmination zur nächsten herausgreifen würde, so würde im Mittel der konvexe Gang alles verdecken, auch wenn man den normalen sonnentägigen Gang eliminiert hätte.

Wie wir sehen werden, ist diese Gefahr in vorliegender Arbeit auf doppelte Weise umgangen: Erstens durch das „Zerbrechen der Sonnentage“ bei der Ordnung nach Mondzeit, wobei der ruhige Tag bei der oberen Kulmination des Mondes in zwei Teile zerschnitten wird und der erste Teil hinter den zweiten gesetzt wird, wobei auch der konvexe Gang zerbricht, und zweitens dadurch, daß bei der Elimination des sonnentägigen Ganges auch der Gang der „ruhigen Tage“ (Tab. 11) verwendet wird.

7. Ordnung nach Mondzeit (C-Blätter). Die volle Stunde k , nach der der wahre Mond in Berlin kulminiert, wurde für jeden Tag auf den C-Blättern gekennzeichnet, indem zwischen den beiden stündlichen Änderungen von $(k-1)^h$ auf k^h und von k^h auf $(k+1)^h$ ein Trennungsstrich gezogen wurde. Die nach mittlerer Sonnenzeit geordneten 25 stündlichen Änderungen wurden dann von den C-Blättern auf andere (C-Blätter) übertragen, wobei von dem Strich ausgegangen wurde, alle Änderungen bis zum Schluß der C-Zeile übertragen wurden und dann vom Anfang der C-Zeile bis zum Trennungsstrich weitergegangen wurde. Der Sonnentag wurde also gewissermaßen durch die Kulmination in zwei Teile zerbrochen, deren Reihenfolge auf den C-Blättern vertauscht wurde. Auf den C-Blättern steht also zu Beginn der Zeile die Änderung des Druckes von k^h auf $(k+1)^h$, dann folgen die übrigen bis zur Änderung von 24^h auf 25^h, unmittelbar anschließend die von 0^h auf 1^h, von 2^h auf 3^h usw. bis von $(k-1)^h$ auf k^h . Für $k = 0^h$ und $k = 25^h$ sind C- und C-Zeile identisch; wenn ausnahmsweise zwei obere Kulminationen zwischen 0^h und 25^h liegen, was in nur 0.6% aller Fälle eintritt, so wurde abwechselnd $k = 0^h$ oder $k = 24^h$ vorgezogen.

Zur Kontrolle der Abschrift werden die Zeilensummen gebildet, die auf C- und C-Blättern gleich sein müssen; außerdem dienen sie, wie üblich, zur Kontrolle der Spaltensummen.

Der Mond kulminiert nach Hamburger Ortszeit im Mittel 0.4 Minuten später als nach Berliner oder Potsdamer Ortszeit. Diese Differenz macht weniger als 0.2° in der Phasenkonstante der lunaren Halbtagswelle aus und ist deshalb vernachlässigt. Es war schon erwähnt, daß alle Mondkulminationen auf Berliner Ortszeit umgerechnet waren (vergl. [10], p. 130, [5], S. 224).

8. Elimination des sonnentägigen Ganges (Korrektions-Blätter). Aus den Monatsmitteln des periodischen sonnentägigen Ganges (Tab. 11) werden zunächst die mittleren stündlichen Änderungen berechnet, und zwar sogleich (als Korrekturen) mit umgekehrtem Vorzeichen. Diese werden dann ebenso umgebrochen, wie es vorstehend beschrieben ist; doch können jetzt alle Tage mit gleichem k auch gleichzeitig behandelt werden, weil die umzubrechende Zeile für alle Monatstage dieselbe ist.

Die Spaltensummen der Korrektionsblätter werden zu denen der \mathcal{C} -Blätter addiert. Dabei ergeben sich die vom sonnentägigen Gang befreiten Summen der stündlichen Änderungen, nach Mondzeit geordnet. — Eine kleine Erleichterung sei erwähnt: Um mit möglichst kleinen Zahlen rechnen zu können, werden die mittleren sonnentägigen Gänge zunächst in einer passenden Einheit ($1/30$ mm) ausgedrückt, bevor die stündlichen periodischen Änderungen gebildet werden; die Spaltensummen der Korrektionsblätter sind dann natürlich durch 3 zu teilen, ehe sie mit denen der \mathcal{C} -Blätter (Einheit $1/10$ mm) zusammengefaßt werden.

9: Interpolation der 24 Mondstunden. Um das Verfahren zu beschreiben, werde zunächst davon abgesehen, daß es sich um Änderungen von Stunde zu Stunde handelt; es soll also angenommen werden, daß diese bereits fortlaufend addiert sind. (Werden die Änderungen mit $\ddot{a}_1, \ddot{a}_2, \dots, \ddot{a}_i, \dots$ bezeichnet, so sind die fortlaufend addierten Werte $w_1 = \ddot{a}_1, w_2 = \ddot{a}_1 + \ddot{a}_2, \dots, w_i = \ddot{a}_1 + \ddot{a}_2 + \dots + \ddot{a}_i, \dots$. Bis auf eine belanglose additive Konstante, die für die ganze Zeile dieselbe ist, sind die w_i gleich den ursprünglichen Werten, deren Änderungen die \ddot{a}_i waren.) Im Mittel vieler Tage entspricht dann die erste Zahl in jeder Zeile der \mathcal{C} -Blätter der Zeit 30 min. nach der oberen Kulmination des Mondes, die letzte der Zeit 30 min. vor der Kulmination. Folglich fällt die mittlere, 13. Zahl mit der unteren Kulmination zusammen, während der zeitliche Abstand der ersten und letzten um eine Sonnenstunde kleiner als der mittlere Mondtag ($24^h 50.5$ min) ist. Von den Änderungen der Länge des wahren Mondtages können wir absehen, da sie selten mehr als 15 Minuten erreicht (wie z. B. am 12.—14. Juli 1912, wo der Abstand zwischen den beiden oberen Kulminationen $25^h 7.1$ min betrug). Teilt man den mittleren Mondtag in 24 Mondstunden $0^s, 1^s, \dots, 23^s$, wo 0^s mit der unteren Kulmination zusammenfällt, so ist nach dem Gesagten leicht verständlich, wie die Interpolation vor sich geht, auch wenn man sie bereits bei den stündlichen Änderungen vornimmt.

Bei dem in Kap. III, 7. beschriebenen Umbrechen der \odot -Gänge tritt bei dem Übergang von der Änderung (24^h auf 25^h) auf die Änderung (0^h auf 1^h) Sonnenzeit ein Phasensprung von $25^h - 24^h 50.5$ min = 9.5 Sonnenminuten in der Mondzeit auf, weil das Stück (0^h bis $0^h 9.5$ min) des Sonnentages demselben Mondzeitabschnitt entspricht wie das Stück ($24^h 50.5$ min bis 25^h). In Abb. 10 ist die Wirkung des Zusammenflickens auf eine lunare Halbtagswelle veranschaulicht; trotzdem ein möglichst demonstratives Beispiel ausgesucht wurde, ist kaum zu erkennen, daß auf dem \mathcal{C} -Blatt das zweite Minimum (hinter der angekreuzten Flickstelle) ein wenig höher liegt als das erste. Im Mittel der Gruppen *A, M, P*, bei denen k im vieljährigen Durchschnitt gleichmäßig über den Sonnentag verteilt ist, äußert sich dieser, dem Einzeltag eigentümliche Phasensprung natürlich nur als eine geringfügige Abflachung der Amplitude, die aber bei der halbtägigen Welle unter $1/1000$ bleibt und deshalb vernachlässigt werden kann. Nur im jahreszeitlichen Mittel der Deklinationsgruppen *I, II, III*, bei denen k auf etwa 8 Sonnenstunden beschränkt ist, tritt auch eine geringe Phasenverschiebung ein, die aber unter 1° , also unterhalb der Genauigkeitsgrenze des Phasenwinkels dieser Unterabteilungen bleibt.

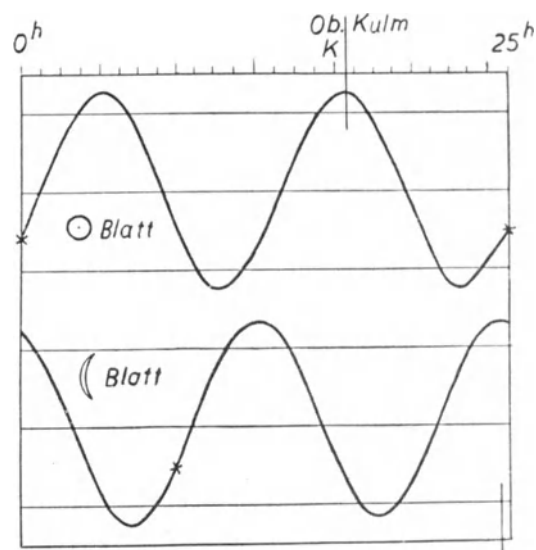


Abb. 10. Zur Veranschaulichung des Phasensprungs beim Übergang von Sonnen- auf Mondzeit.

10. Elimination des fortschreitenden Ganges. Harmonische Analyse. Bei dem in Kap. III, 7. beschriebenen Verfahren werden die Mitternachtsdifferenzen des sonnentägigen Ganges unverändert auf den lunaren Gang übertragen. Das sei hervorgehoben, weil bei dem sonst üblichen Verfahren (Ausschreiben der Stundenwerte selbst) beim Umbrechen des \odot -Ganges ein scharfer Sprung im \mathcal{C} -Gang entsteht. Wie Tab. 12 zeigt, ist dieser Sprung durchaus systematisch, weil das Barometer während des ruhigen Tages z. B. im Winter-Mittel um etwa 0.2 mm fällt, d. h. um mindestens das 5-fache der Amplitude des lunaren Ganges. Bei einigermaßen gleichmäßiger Verteilung der Kulmination über den Sonnentag muß freilich dieser Sprung herausfallen (wie auch S. Chapman fand [11], p. 249), nicht aber bei den jahreszeitlichen Deklinationsgruppen, in denen sicherlich beträchtliche Fälschungen

auftreten würden. In unserem Fall tritt der Sprung von 25^h auf 0^h gar nicht auf, weil beim Umbrechen stets die Änderung von 0^h auf 1^h unmittelbar an die Änderung von 24^h auf 25^h angeschlossen wurde. Die interpolierten 24 mondständlichen Änderungen wurden auf die übliche Weise vom gleichmäßig fortschreitenden Gange befreit, so daß die Zeilensumme der korrigierten Änderungen verschwindet. Fortlaufende Addition und Mittelbildung (entsprechend Kap. III, 3.) gibt schließlich die mondentägigen Gänge (Tab. 14—15), die nach dem üblichen Schema für 24-stündige Gänge harmonisch analysiert werden. Es wurde die Form gewählt

$$a_1 \cos t + b_1 \sin t + a_2 \cos 2t + b_2 \sin 2t = c_1 \sin(t + \alpha_1) + c_2 \sin(2t + \alpha_2) \dots (51),$$

wo t von der unteren Kulmination des Mondes (0^s) zur nächsten (24^s) von 0°—360° wächst.

Die Amplitudenabflachung infolge der Verwendung von Stundenmitteln wurde nicht korrigiert; die entsprechende Erhöhung würde bei c_1 etwa 0.3 0/0, bei c_2 1.1 0/0 betragen.

Kapitel IV. Genauigkeit der harmonischen Konstanten.

1. Graphische Darstellung von Sinuswellen gleicher Periodenlänge. Wenn Sinuswellen gleicher Periode

$$a_v \cos \nu t + b_v \sin \nu t = c_v \sin(\nu t + \alpha_v) \dots (52)$$

miteinander verglichen werden sollen, so ist es unpraktisch, Amplitude c_v und Phase α_v getrennt zu behandeln. Viel übersichtlicher ist es, die Sinuswelle als imaginären Teil der Exponentialfunktion

$$c_v e^{i(\nu t + \alpha_v)} = c_v e^{i\alpha_v} e^{i\nu t} \dots (53)$$

aufzufassen und die komplexe Amplitude $c_v e^{i\alpha_v}$ in der üblichen Form der graphischen Darstellung komplexer Zahlen zu veranschaulichen¹⁾. Dabei wird jeder Welle ein Vektor c_v mit den rechtwinkligen Komponenten a_v und b_v in der Ebene zugeordnet. Die Wellen können nach den Regeln der Vektorenrechnung zusammengesetzt und zerlegt werden. — Trägt man die Vektoren c_v vom Ursprung des Koordinatensystems ab, so entspricht jeder Welle ein Punkt, nämlich der Endpunkt von c_v .

Bei halbtägigen Wellen kann man die Anschaulichkeit noch erhöhen, indem man das rechtwinklige Achsenkreuz so wählt, daß a_2 nach oben, b_2 nach rechts positiv gezählt wird. Jeder Vektor ist dann parallel dem Stundenzeiger einer Uhr, die den Eintritt des Maximums der Welle ($t_{\max} = 1/2(90^\circ - \alpha_2)$) anzeigt, während die Länge des Vektors gleich der Amplitude ist. — Wenn man sich Uhren denkt, bei denen der Umfang des Ziffernblattes nicht in 12, sondern in 24, 8, 6, . . . Teile geteilt ist, so kann man auch ganz-, drittel-, vierteltägige Wellen usw. veranschaulichen.

2. Gesetze der Fehlerverteilung in der Ebene. Jedem Vektor c_v , der aus Beobachtungen abgeleitet ist, haftet eine gewisse Ungenauigkeit an. Man kann diese abschätzen, wenn mehrere unabhängig bestimmte Werte $c_v^{(1)}$, $c_v^{(2)}$, . . . , $c_v^{(n)}$ vorliegen, deren vektoriell gebildete Abweichungen vom mittleren Vektor \mathcal{C}_v

$$f_v^{(k)} = c_v^{(k)} - \mathcal{C}_v \quad (k = 1, 2, \dots, n) \dots (54)$$

als „Fehler“ gedeutet werden können. Als Beispiel seien die 40 einzelnen Jahresmittel 1866 bis 1905 für die atmosphärische Ebbe und Flut zu Batavia angeführt. Tab. 17 enthält die harmonische Analyse der lunaren Luftdruckgänge, die in den Jahrbüchern des Observatoriums veröffentlicht sind; Abb. 11 zeigt das entsprechende Diagramm, das noch weiter besprochen werden wird. Wie wir sehen werden, darf man den Abweichungen der aus den einzelnen Jahren abgeleiteten Konstanten vom vierzigjährigen Mittelwert keine sachliche Bedeutung zumessen (bis auf einen geringfügigen Anteil, vergl. Kap. V, 4.); sie sind nur der ungenügenden Länge der Beobachtungszeit zuzuschreiben, in demselben Sinne, wie z. B. eine einzelne Bestimmung der Koordinaten eines Fixsterns vom Durchschnitt vieler Messungen abweicht²⁾.

¹⁾ Vergl. z. B. C. Runge, Graphische Methoden, § 5. Leipzig 1915.

²⁾ L. Pollak [24a] hat für Batavia die Korrekturen berechnet, die an einjährige Mittel des lunaren Ganges angebracht werden müssen, um den Rest des solaren Ganges zu eliminieren. Die Größenordnung dieser Korrekturen erreicht nicht die in Tab. 17 und Abb. 11 angeführten Abweichungen der einzelnen Jahresmittel vom 40-jährigen Mittel. Diese Abweichungen gehen also auf andere, unregelmäßige Ursachen zurück.

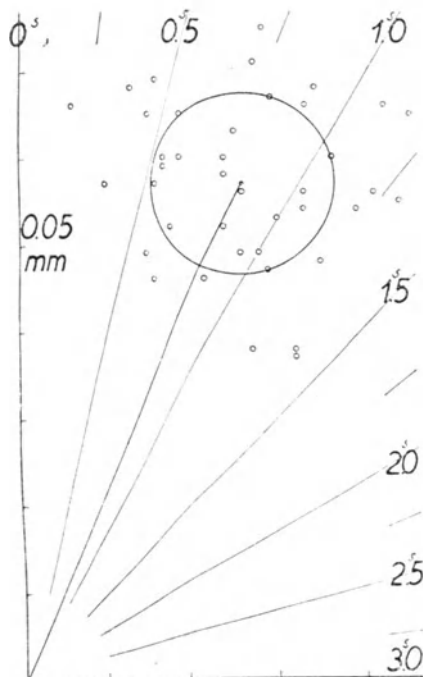


Abb. 11. Halbtägige lunare atmosphärische Ebbe und Flut in Batavia. Die 40 einzelnen Jahresmittel 1866—1905 sind durch je einen Punkt dargestellt, dessen Entfernung vom Nullpunkt die Amplitude angibt, und dessen Lage zu den Strahlen vom Nullpunkt den Eintritt des Maximums nach lokaler Mondzeit (untere Kulmination 0°) anzeigt. — Der Kreis um das 40jährige Gesamtmitel ist der wahrscheinliche Fehlerkreis, bezogen auf einjährige Mittelwerte.

Die Theorie der Fehler in der Ebene¹⁾ läßt sich auf solche zufälligen zweidimensionalen Abweichungen anwenden. Analog zum Gaußschen Verteilungsgesetz für lineare Fehler lassen sich Gesetze für „ebene Fehler“ aufstellen, die unter einfachen Annahmen auf eine Schar von „Fehlerellipsen“ führen, deren Achsenverhältnisse konstant sind und deren Mittelpunkte mit dem wahrscheinlichsten Wert zusammenfallen. Sie verbinden die Orte gleicher Fehlerwahrscheinlichkeit. Wählt man ihr Hauptachsenkreuz als rechtwinkliges Koordinatensystem (x, y) , so lautet die Gleichung der Ellipsenschar

$$\frac{x^2}{2m_x^2} + \frac{y^2}{2m_y^2} = z^2 \dots \dots \dots (55),$$

wobei m_x, m_y konstant²⁾ sind und z^2 den Parameter darstellt. Die Halbachsen sind $z m_x \sqrt{2}$ und $z m_y \sqrt{2}$. Die Wahrscheinlichkeit, daß ein Punkt in das Rechteck $dx dy$ mit dem Mittelpunkt (x, y) fällt, ist gleich $\Phi(x, y) dx dy$, wo

$$\Phi = e^{-z^2} / 2\pi m_x m_y \dots \dots \dots (56)$$

und z^2 , der Parameter der durch (x, y) gehenden Ellipse, durch (55) bestimmt ist. Das Integral von Φ über die Ebene ist 1. Das mittlere Quadrat des Abstandes vom Mittelpunkt (also des mittleren Fehlers m) berechnet sich zu

$$m^2 = m_x^2 + m_y^2 \dots \dots \dots (57).$$

m ist also gleich der halben Diagonale des Achsenrechteckes der zu $z^2 = 1/2$ gehörigen Ellipse mit den Halbachsen m_x, m_y , die Helmert als „mittlere Fehlerellipse“ bezeichnet hat. Die Wahrscheinlichkeit, daß ein Punkt in die Innenfläche der Ellipse mit dem Parameter z^2 fällt, ist einfach

$$\Theta(z) = 1 - e^{-z^2} \dots \dots \dots (58).$$

Die folgenden Zeilen geben die zu runden Werte von $\Theta(z)$ gehörigen z :

$\Theta(z) = 0.0$	0.1	0.2	0.3	0.4	0.5	0.6	0.7
$z = 0$	0.325	0.472	0.597	0.715	0.833	0.957	1.096
$\Theta(z) = 0.8$	0.9	(0.99 0.999 0.9999)					1
$z = 1.269$	1.515	(2.146 2.628 3.055)					∞

Die Ellipsen mit diesen Parameterwerten z^2 teilen die Ebene in zehn ungleiche Regionen, von denen jede gleich viele Punkte enthalten sollte, wenn das Verteilungsgesetz streng erfüllt wäre. Die „mittlere Fehlerellipse“ mit $z = 1/\sqrt{2} = 0.707$ enthält weniger als die Hälfte aller Punkte ($\Theta(1/\sqrt{2}) = 0.3935$). Die „wahrscheinliche Fehlerellipse“ ($\Theta = 0.5, z = 0.8326$), die die Ebene in ein inneres und ein äußeres Gebiet mit gleicher Gesamtwahrscheinlichkeit teilt, geht aus der mittleren Ellipse durch lineare Vergrößerung im Verhältnis 1.1774:1 hervor.

In gewissen Fällen sind bei den Abweichungen der Schwingungsvektoren vom Mittelwert gewisse Richtungen ausgezeichnet, so z. B. bei der ganztägigen solaren Druckwelle in den Sommermonaten zu Potsdam die radiale Richtung [3]. Wenn es sich aber, wie in dem Fall Abb. 11, um reine Rechenunsicherheit handelt, können von vornherein Ellipsen mit gleichen Achsen, also „Fehlerkreise“ angenommen werden.

Es ist bei der praktischen Rechnung bequem, neben dem mittleren Fehler (Integral von $\Phi(x, y) \cdot (x^2 + y^2)$ über die Ebene) auch den durchschnittlichen Fehler (Integral von $\Phi(x, y) \cdot \sqrt{x^2 + y^2}$) zu betrachten. Aus einem Satze von Bravais³⁾ leitet man leicht ab, daß im Fall der Kreise der durchschnittliche Fehler im Verhältnis $1/2 \sqrt{\pi} = 0.886$ kleiner ist als der mittlere. Es verhalten sich also in der Ebene

$$\text{durchschnittlicher : wahrscheinlicher : mittlerer Fehler} = 0.886 : 0.833 : 1. \dots (59).$$

¹⁾ Vergl. z. B. E. Czuber, Theorie der Beobachtungsfehler, S. 343 ff. Leipzig 1891. — F. R. Helmert, Ausgleichsrechnung nach der Methode der kleinsten Quadrate, S. 303 ff., 2. Aufl. Leipzig 1907.

²⁾ m_x^2, m_y^2 sind die mittleren Quadrate der Fehlerprojektionen auf die Halbachsen.

³⁾ Czuber, a. a. O., S. 383 ff. — Ebenso leicht kann man direkt integrieren.

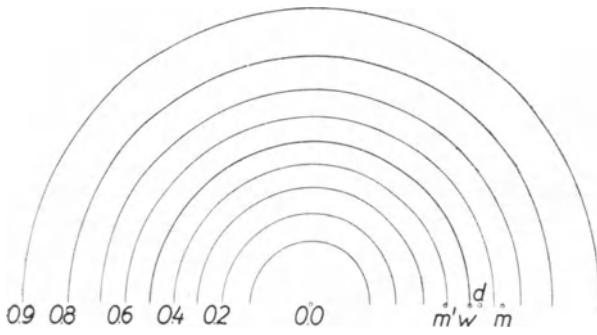


Abb. 12. Fehlerkreise, die die Ebene in 10 Regionen mit der Fehlerwahrscheinlichkeit $\frac{1}{10}$ teilen. Links sind die Wahrscheinlichkeiten angeschrieben, daß ein Punkt im Innern des betreffenden Kreises liegt.

m' = Radius des mittleren Fehlerkreises,
 $m = m' \sqrt{2}$ = mittlerer Fehler,
 w = wahrscheinlicher, d = durchschnittlicher Fehler.

1.414 mal so groß ist als der des wahrscheinlichen, und für dessen Innenfläche die Gesamtwahrscheinlichkeit dreimal größer ist als für die Außenfläche.

Bei linearen Fehlern sind die Verhältnisse andere, nämlich

$$\text{durchschnittlicher : wahrscheinlicher : mittlerer Fehler} = 0.7979 : 0.6745 : 1 \quad (60).$$

In der Tat unterscheiden sich auch die Fehlergesetze: Die Wahrscheinlichkeit, daß ein Fehler dem absoluten Betrage nach zwischen ϱ und $(\varrho + d\varrho)$ liegt, ist nämlich, mit μ als mittlerem Fehler, bei linearer Fehlerverteilung

$$\frac{\sqrt{2}}{\mu \sqrt{\pi}} e^{-\frac{1}{2} \frac{\varrho^2}{\mu^2}} d\varrho \quad (61),$$

bei flächenhafter, kreissymmetrischer Fehlerverteilung

$$\frac{2}{\mu^2} e^{-\frac{\varrho^2}{\mu^2}} \varrho d\varrho \quad (62).$$

3. Vergleich mit anderen Fehlerbestimmungen. Mit der letzten Formel gewinnen wir den Anschluß an die Formeln, die Lord Rayleigh auf ganz anderem Wege für „die Resultante einer großen Zahl von Schwingungen derselben Amplitude und willkürlicher Phase“ [27] abgeleitet hat, und die A. Schuster für die Begründung des Periodogramms benutzte. Nach Rayleigh liegt die Resultante von n solchen Einzelschwingungen der Amplitude 1 mit der asymptotischen Wahrscheinlichkeit

$$w(s) ds = \frac{2}{n} e^{-\frac{s^2}{n}} s ds \quad (63)$$

zwischen s und $(s + ds)$. Wegen $\int_0^\infty w(s) ds = 1$ ist das mittlere Quadrat von s gleich $\int_0^\infty w(s) s^2 ds = n$; durch die Substitution $\mu = \sqrt{n}$ geht also die Formel (63) in unsere (62) über. Damit ist bewiesen, daß die Vorstellung, daß jeder Fehler sich aus einer Summe von kleinen Elementarfehlern zusammensetzt, auch unseren Formeln zugrunde liegt²⁾.

H. Rauschelbach hat kürzlich eine andere Methode für die Angabe der Unsicherheit harmonischer Gezeitenkonstanten vorgeschlagen [26], die in unserer Bezeichnungsweise folgendermaßen lautet: Für eine Sinuswelle der Form

$$a \cos t + b \sin t = c \sin(t + \alpha)$$

mögen n gleichwertige Beobachtungen vorliegen. A, B seien die mittleren Werte der $a^{(i)}, b^{(i)}$ ($i = 1, 2, \dots, n$) und m_A, m_B seien die mittleren Fehler von A, B , in üblicher Weise quadratisch gebildet.

¹⁾ Auf dem Umweg über den mittleren Fehler berechnet. Der Kreis in Abb. 11 bezieht sich auf das einzelne Jahresmittel; für das vierzigjährige Mittel wäre sein Radius auf $\frac{1}{6.3}$ zu verkleinern.

²⁾ Es ist bemerkenswert, daß einerseits Czuber in seinem Buche die sieben Jahre ältere Arbeit von Rayleigh nicht zitiert und andererseits Rayleigh die alten, seinen Untersuchungen analogen Arbeiten von Bravais (1846) nicht kannte.

Vergl. auch die hierhergehörigen weitergehenden Arbeiten von M. v. Laue [23a] und G. Pólya [24b]. In unserem Fall erübrigte sich eine besondere Untersuchung, ob die Abweichungen der harmonischen Konstanten wirklich dem Gesetz (62) folgen, da dessen theoretische Ableitung genau auf die vorliegenden Verhältnisse paßt.

Man beachte, daß (infolge der unglücklich gewählten Bezeichnungsweise) der mittlere Fehler das $\sqrt{2}$ -fache des Radius des „mittleren Fehlerkreises“ ist!

In Abb. 12 sind die entsprechenden Fehlerkreise angedeutet, ferner die zu $\Theta(x) = 0.1, 0.2, 0.3, \dots$ gehörigen. Im Fall der Abb. 11 berechnet sich der Radius des wahrscheinlichen Fehlerkreises¹⁾ zu 0.0109 mm Quecksilberdruck. 19 Punkte liegen innerhalb, 21 außerhalb, eine befriedigende Übereinstimmung mit der Theorie.

Seiner Anschaulichkeit wegen wollen wir meist den wahrscheinlichen Fehlerkreis benutzen. Nur im Fall der Abb. 5–7, wo er etwas zu klein für die Darstellung wurde, ist der 75 %-Fehlerkreis ($\Theta(x) = 0.75, x = 1.178$) benutzt, dessen Radius

Ferner werden die mittlere Amplitude C und Phase γ aus $C = \sqrt{A^2 + B^2}$, $\operatorname{tg} \gamma = A/B$ berechnet und ihre mittleren Fehler gemäß dem Fehlerfortpflanzungsgesetz bestimmt aus

$$m_C^2 = \left(\frac{\partial C}{\partial A}\right)^2 m_A^2 + \left(\frac{\partial C}{\partial B}\right)^2 m_B^2, \quad m_\gamma^2 = \left(\frac{\partial \gamma}{\partial A}\right)^2 m_A^2 + \left(\frac{\partial \gamma}{\partial B}\right)^2 m_B^2,$$

woraus folgt

$$m_C = \sqrt{(A m_A)^2 + (B m_B)^2} / C, \quad m_\gamma = \sqrt{(B m_A)^2 + (A m_B)^2} / C^2.$$

Natürlich gelten diese Formeln nur, wenn m_A und m_B klein gegen A und B sind. Das gilt wohl für die Meeresgezeiten, auf die Rauschelbach seine Formeln anwendet, nicht aber in unserem Fall. Denn für $m_A = m_B$ geben diese Formeln $m_C = m_A$, $m_\gamma = m_A/C$, während in Wirklichkeit $m_C = m_A \sqrt{2}$ wird und m_γ keinen Sinn hat, wenn A und B klein sind gegen ihre mittleren Fehler.

Wir wollen deshalb keine mittleren Fehler von Amplitude und Phase berechnen, sondern stets den „wahrscheinlichen Fehler“ des ganzen Vektors angeben. Ein Kreis mit diesem Radius um den arithmetischen Mittelwert teilt die Ebene in ein inneres und ein äußeres Gebiet, von denen jedes mit der Wahrscheinlichkeit $1/2$ den wahren Wert enthalten kann. Näheres über die Fehlerverteilung ist aus (58) und der zugehörigen Tabelle sowie aus Abb. 12 zu ersehen.

4. Anwendung auf die atmosphärischen Gezeiten. Da die Fehler nur auf etwa 5% genau bestimmt zu werden brauchen, so genügt es, für die Ausgangsdaten c_1^* und c_2^* gemeinsame Mittelwerte für Potsdam und Hamburg zu berechnen. c_1^* und c_2^* sind die wahrscheinlichen Fehler der ganz- und halbtägigen harmonischen Komponenten der lunaren Druckschwankung, die man aus einem einzelnen repräsentativen Tage gewinnen würde. — Am einfachsten zu behandeln ist die 24-stündige Welle, die in den Monatsmitteln theoretisch verschwinden muß, so daß c_1 als reiner Fehler aufgefaßt werden kann. Ist c_1 aus n Tagen gewonnen, so gibt $c_1 \sqrt{n}$ den Einfluß des einzelnen Tages. Um analoge Werte für c_2 zu finden, muß man die Differenzen solcher Fälle betrachten, in denen c_2 theoretisch gleich sein muß. Es wurden die Tertialmittel der Differenzen (I—II), (II—III), (III—I) und $\{1/2(A+P) - M\}$ benutzt; an die Stelle von \sqrt{n} treten dabei Ausdrücke, die aus den Tagesanzahlen nach den bekannten Regeln der Fehlerrechnung zusammengesetzt sind. Aus je 8—24 Einzelwerten ergaben sich die folgenden wahrscheinlichen Fehler c_1^* und c_2^* für den einzelnen Tag im Mittel von Potsdam und Hamburg, in der Einheit 0.01 mm:

	Winter	Äquinoktien	Sommer	Winter
	ruhige Tage			Tage mit unper. Ampl. 2.0—3.9 mm
c_1^*	26	32	45	34
c_2^*	10	13	12	15

Division durch \sqrt{n} gibt die wahrscheinlichen Fehler der harmonischen Komponenten der Tab. 16; diese Fehler von Mittelwerten wollen wir mit Δc_1^* , Δc_2^* bezeichnen, während c_1^* , c_2^* für einzelne Tage vorbehalten bleiben. In Tab. 18 ist nur je eine Zahl für die vier Gruppen A, P, I, III und die zwei Gruppen M, II gegeben. Die Fehlerangaben für das Mittel Potsdam-Hamburg gelten für das gewöhnliche arithmetische Mittel, in dem die beiden Stationen gleichwertig behandelt sind.

Wie kommen die „unperiodischen Amplituden“ c_1^* und c_2^* zustande? Zum Vergleich seien die Amplituden des sonnentägigen Ganges in derselben Einheit (0.01 mm) gegeben (Potsdam, Mittel aller Tage; Mittel der c_1 und c_2 aus den vier Monaten jedes Tertials)

	Solare Komponenten c_1, c_2			Verhältnisse $c_1^* : c_1, c_2^* : c_2$		
	Winter	Äqu.	Sommer	Winter	Äqu.	Sommer
ganztägig	5	9	24	5.2	3.6	1.9
halbtägig	19	25	24	0.5	0.5	0.5

Die c_1^* sind also größer als die entsprechenden Amplituden des eliminierten sonnentägigen Ganges, die c_2^* dagegen kleiner. — Daß $c_1^* > c_2^*$, liegt zunächst daran, daß der unperiodische Luftdruckgang gewöhnlich lange Wellen enthält, die besser durch ganz- als durch halbtägige Wellen wiedergegeben werden. Ferner ändert sich die solare 24-stündige Schwankung stark mit der Witterung, so daß die Elimination nur unvollkommen gelingt. Deshalb wächst auch c_1^* vom Winter zum Sommer, wenigstens für die hier betrachteten ruhigen Tage.

Bei der zweiten Potsdamer Wintergruppe mit 2.0 bis 3.9 mm Differenz zwischen Maximum und Minimum sind c_1^* und c_2^* nur 1.3- und 1.5-mal so groß als bei den gewöhnlichen ruhigen Tagen mit 0.0 bis 1.9 mm Differenz und nicht etwa doppelt so groß, wie man vielleicht erwartet hätte. Das liegt

wahrscheinlich am linearen Gang (den Mitternachtsdifferenzen), der den Hauptanteil zu der unperiodischen Differenz A zwischen Max. und Min. gibt, aber bei unserer Methode eliminiert wird. Man könnte also den gestörten Tagen ein etwas höheres Gewicht geben, als wir im Kap. III, 2. auf Grund dieser Differenz A angesetzt hatten. — Dieses Ergebnis steht in gewissem Gegensatz zu der Ansicht, die in einer früheren Arbeit [6] vertreten wurde, ist aber für die Möglichkeit der Berechnung der atmosphärischen Gezeiten günstiger, indem die Zahl der verwendbaren Tage an außertropischen Stationen doch höher zu sein scheint als dort angenommen wurde¹⁾.

Im Zusammenhang mit den Angaben über die Unsicherheit des lunaren Druckganges seien auch die wahrscheinlichen Fehler der harmonischen Komponenten des sonnentägigen Luftdruckganges im Mittel aller Tage zu Potsdam mitgeteilt (Tab. 19); diese Zahlen ergänzen Tab. 6 und sind bereits in den Abb. 5—7 verwandt. Sie entstammen einer harmonischen Analyse der 360 einzelnen Monatsmittel des täglichen Ganges 1893—1922, die für einen anderen Zweck durchgeführt wurde. Es ist verständlich, daß im Mittel aller Tage c_1^* im Winter größer ist als im Sommer, umgekehrt wie bei den ruhigen Tagen. — Im Sommer ist die Streuung des ganztägigen Gliedes in Richtung der Amplitude merklich größer als in Richtung der Phase. Da diese Erscheinung anderweitig untersucht werden wird, sind die entsprechenden Fehlerellipsen nicht in Abb. 5 eingezeichnet, sondern nur die Fehlerkreise für die vier Wintermonate.

Kapitel V. Diskussion und Vergleich mit den Analysen von S. Chapman und Börnstein-Wegener.

Es sollen nur einige Punkte zur Ergänzung der Arbeiten S. Chapmans besprochen werden, da für eine vollständige Darstellung der lunaren Gezeiten besser die Veröffentlichung weiterer, nahezu fertiger Analysen Chapmans abgewartet wird.

1. Zusammenstellung der bisher berechneten Werte. Zu Beginn sei in Tab. 20 eine Übersicht über die Hauptergebnisse der Chapmanschen und unserer Rechnungen gegeben.

Die Anordnung der Stationen ist durch die verschiedene Bearbeitungsweise bedingt. Neu hinzu gekommen sind die Angaben über die wahrscheinlichen Fehler Δc_2^* , die eine Abschätzung der Genauigkeit gestatten. Die maßgebenden „wahrscheinlichen Fehler“ c_2^* der Einzeltage sind folgende

Batavia 0.16 mm ²⁾ ,	Hongkong 0.18 mm,
Tiflis 0.18 mm,	Mauritius 0.09 mm.

Sie wurden aus den Differenzen der theoretisch gleichen Werte für die Dezennien gewonnen. Für jede Station ist c_2^* das Mittel aus mindestens neun unabhängig bestimmten Einzelwerten. Jahreszeitliche Unterschiede von c_2^* wurden wegen der niedrigen geographischen Breite vernachlässigt. — Für Greenwich und Aberdeen wurden die jahreszeitlichen Werte c_2^* von Potsdam verwandt, jedoch unter Multiplikation mit 1.2, wegen des höheren Prozentsatzes (und deshalb höheren Störungsgrades) der verwandten Tage, also

Winter 0.12 mm,	Äquinoktien 0.16 mm,	Sommer 0.14 mm.
-----------------	----------------------	-----------------

Es ist auffallend, wie gleichmäßig c_2^* auf der ganzen Erde ist, trotz des großen Unterschiedes im Charakter des unperiodischen Luftdruckganges inner- und außerhalb der Tropen; das liegt natürlich vor allem an der Verwendung der ruhigen Tage in höheren Breiten. Deshalb ist auch der wahrscheinliche Fehler Δc_2^* der Mittelwerte bei allen Stationen von derselben absoluten Größenordnung, während er natürlich relativ zu c_2 in den höheren Breiten stärker hervortritt.

Die Klasseneinteilung nach der Mondentfernung ist bei den Stationen verschieden. Die wesentlichen Daten in Tab. 21 sind nach dem Schema von Kap. III, 4. berechnet.

Die Barometer-Ablesungen in Batavia beziehen sich auf 4 Minuten nach der vollen Stunde. Die entsprechende Verminderung von α_2 um 2^0 , die zur Korrektion auf Orts-Mondzeit nötig wäre, ist nicht angebracht (wenigstens ist sie in [10] nicht erwähnt).

Die Jahresmittel für Greenwich und Aberdeen in Tab. 20 sind Mittel aus den Tertialwerten.

¹⁾ Übrigens wurden schon früher die Gewichte gemäß den vom linearen Gang befreiten Änderungen angesetzt ([2]; auch Hann-Süring, Lehrb. d. Meteorol., 4. Aufl., 1926, S. 789).

²⁾ Eine unabhängige Rechnung auf Grund von Tab. 17 gibt 0.21 mm. Der Unterschied liegt wohl an der verschiedenen Berechnungsweise des Observatoriums und S. Chapmans.

Tabelle 20.

Zusammenstellung der Hauptergebnisse über die mondentägige Luftdruckschwankung.

$$a_2 \cos 2t + b_2 \sin 2t = c_2 \sin(2t + \alpha_2)$$

Δc_2^* wahrscheinlicher Fehler (vergl. Kap. IV).

Einheit für $a_2, b_2, c_2, \Delta c_2^*$ 0.0001 mm.

	a_2	b_2	c_2	α_2	Δc_2^*		a_2	b_2	c_2	α_2	Δc_2^*
Batavia 1866—1895 6°.2 S, 106°.8 E						Hongkong 1885—1912 22°.3 N, 114°.2 E					
Nord-Sommer	+668	+225	705	72°	27	Nord-Sommer	+518	+195	548	69°	31
Äquinoktien	+562	+128	578	77	27	Äquinoktien	+398	+120	420	73	31
Nord-Winter	+488	+360	608	54	27	Nord-Winter	+255	+368	450	35	31
Jahr	+570	+240	622	68	16	Jahr	+390	+225	450	60	18
Apogäum	+525	+202	562	69	26	Apogäum	+375	+172	412	65	30
Mittlere Entfernung	+585	+315	668	62	33	Mittlere Entfernung	+375	+345	510	47	37
Perigäum	+585	+202	622	71	26	Perigäum	+420	+278	502	56	30
Deklinationen über 20°	+551	+226	595	68	25	Deklinationen über 20°	+399	+251	471	58	28
Mittlere Deklinationen	+553	+227	597	68	21	Mittlere Deklinationen	+385	+184	426	65	27
Tiflis 1880—1905 41°.6 N, 44°.5 E						Mauritius 1876—1915 20°.1 S, 57°.5 E					
Nord-Sommer	+208	+102	232	64°	31	Nord-Sommer	+431	-124	450	106°	13
Äquinoktien	+201	+ 85	218	67	31	Äquinoktien	+407	-102	420	104	13
Nord-Winter	+135	+ 95	165	55	31	Nord-Winter	+299	+ 74	308	76	13
Jahr	+183	+ 85	202	65	18	Jahr	+377	- 53	382	98	8
Apogäum	+143	+ 67	158	65	36	Apogäum	+346	- 61	352	100	13
Mittlere Entfernung	+174	+104	202	59	27	Mittlere Entfernung	+414	- 43	416	96	16
Perigäum	+247	+ 85	262	71	36	Perigäum	+394	- 48	398	97	13
Greenwich 1854—1917 51°.5 N, 0° W						Mittel Potsdam-Hamburg (66 Jahre) 53°.0 N, 11°.6 E					
Sommer	+105	- 50	116	115°	27	Sommer	+124	+ 24	126	79°	25
Äquinoktien	+ 93	- 56	108	121	36	Äquinoktien	+112	- 69	132	122	34
Winter	+ 43	0	43	90	30	Winter	+ 85	+ 25	89	73	25
Jahr	+ 80	- 35	88	114	18	Jahr	+107	- 5	107	93	16
Apogäum	+ 69	- 9	69	98	34	Apogäum	+ 60	+ 26	65	67	30
Mittlere Entfernung	+ 84	- 70	109	130	28	Mittlere Entfernung	+114	- 25	117	102	25
Perigäum	+ 91	- 18	93	101	34	Perigäum	+138	- 20	139	98	30
Aberdeen 1869—1919 57°.9 N, 2°.5 W						Nördl. Deklin. $\geq 14^\circ$ N Mittlere Deklinationen . Südl. Deklin. $\geq 14^\circ$ S..					
Jahr	+112	- 16	113	98°	23	Nördl. Deklin. $\geq 14^\circ$ N	+114	+ 22	116	79	30
						Mittlere Deklinationen .	+123	- 40	129	108	25
						Südl. Deklin. $\geq 14^\circ$ S..	+ 82	+ 14	83	80	30

Tab. 21. Die Einteilungen nach der Mondentfernung.

		Batavia Hongkong Mauritius	Tiflis	Greenwich Potsdam Hamburg
Anzahl der Tage in den Klassen, in Prozenten der Gesamtzahl	A	38	26	27
	M	24	48	42
	P	38	26	31
Mittelwerte des Mondhalbmessers	A	14.90'	14.80'	14.81'
	M	15.54'	15.54'	15.49'
	P	16.18'	16.28'	16.24'
Verhältnis der fluterzeugenden Kräfte	P : A . . .	1.28	1.33	1.32
Mittlere Länge des wahren Mond- tages, in mittleren Sonnenstunden	A 24h +	45.6m	45.0m	45.0m
	M 24h +	50.5m	50.5m	50.5m
	P 24h +	55.3m	56.0m	55.7m

2. Die Jahresmittel. Die 12-stündige Welle stimmt in Potsdam und Hamburg überraschend gut überein:

$$\begin{aligned} \text{Potsdam } & 0.0105 \sin(2t + 92^\circ) \text{ mm (Max. 4 Minuten vor der Kulm.),} \\ \text{Hamburg } & 0.0108 \sin(2t + 94^\circ) \text{ mm (Max. 8 Minuten vor der Kulm.)} \end{aligned}$$

Jedoch zeigen die wahrscheinlichen Fehler ($\Delta c_2^* = 0.0024$ und 0.0023 mm), daß der Unterschied nur durch Zufall so gering ist. Das Mittel aus beiden Stationen ist natürlich wesentlich sicherer

$$\text{Potsdam-Hamburg } 0.0107 \sin(2t + 93^\circ) \text{ mm (Max. 6 Minuten vor der Kulm.). } \Delta c_2^* = 0.0016 \text{ mm.}$$

Wegen der geringen Differenz zwischen Potsdam und Hamburg könnte der Verdacht aufkommen, daß das Verfahren zur Fehlerbestimmung systematisch zu hohe Werte liefert; jedoch beträgt z. B. die ganztägige Welle im Hamburger Jahresmittel das Doppelte von Δc_1^* . Abb. 13 zeigt, wie erst nach Elimination der ganztägigen Wellen der regelmäßige halbtägige Gang hervortritt.

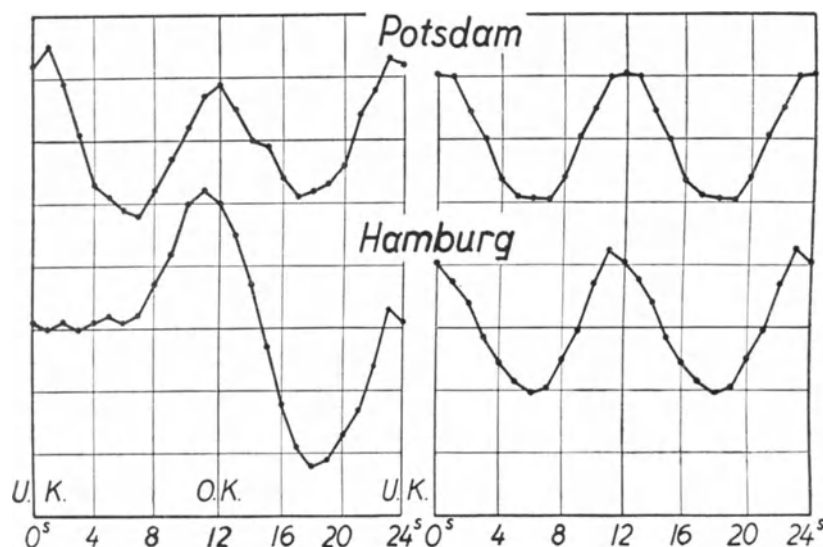


Abb. 13. Lunarer Gang des Luftdrucks zu Potsdam und Hamburg.

Ordinateneinheit 0.01 mm.

Links: Mittel der 24 einzelnen Mondstunden (U. K. = untere Kulmination).
Rechts: Mittel der Mondstunden 0^h und 12^h, 1^h und 13^h usw. (Ganztägiger Gang eliminiert.) Reine halbtägige Welle.

Die Übereinstimmung mit den nächst gelegenen Stationen Greenwich und Aberdeen ist innerhalb der Fehlergrenzen befriedigend (Abb. 14).

Angesichts der wahrscheinlichen Fehler erscheinen die Phasendifferenzen zwischen den Stationen Batavia, Hongkong, Tiflis einerseits und Mauritius andererseits als reell. Eine Erklärung durch Einflüsse der Ozeangezeiten wurde an anderer Stelle ([5], S. 272) besprochen.

Da es sich um reine Gravitationsgezeiten handelt, so ist $I_2 = 0$, also die Vergrößerung gemäß (28) und (23)

$$\zeta : \bar{\zeta} = P^* : p_{30} \Omega / g = I_1 \cdot (g / \Omega) \cdot (p_i^* / p_{30}) = 8.0 \times 10^5 \cdot (981 / 2.4 \times 10^4) \cdot (0.064 / 760) = 2.8.$$

Anstatt 11-fach vergrößert zu sein, wie aus Houghs Theorie folgt ([20], p. 179; vergl. Kap. V, 5., Schluß), ist also die lunare Flut nur 2.8-fach, d. h. $1/4$ so stark vergrößert!

Es ist nicht schwer, diesen Unterschied zwischen Theorie und Beobachtung wenigstens qualitativ aufzuklären. Die Theorie setzt nämlich voraus, daß die Unterlage des Luftmeers starr ist. Das ist nun aber sicherlich nicht der Fall. Bei der flüssigen Erdoberfläche ist das selbstverständlich. Aber auch die elastischen Gezeiten der festen Erde erreichen einen erheblichen Bruchteil der Gleichgewichtsflut: Darwin fand aus der 14-tägigen Mondflut der Ozeane $1/3$ bis $2/5$, Schweydar aus Schwere-messungen $1/2$, aus Lotstörungen sogar den wahrscheinlichsten Wert 0.84; die Phase stimmt genau mit der Gleichgewichtsflut überein, wenn man die Störungen infolge der verschiedenen Belastung der Erdkruste durch die Meeresgezeiten eliminiert¹⁾. Wenn man sich die tatsächlichen ganz- und halbtägigen Gezeiten der gesamten festen und flüssigen Erdoberfläche nach Kugelfunktionen entwickelt denkt, so werden also die Koeffizienten von P_2^2 und P_2^1 schätzungsweise $1/3$ bis $4/5$ der Gleichgewichtsflut erreichen.

¹⁾ B. Gutenberg, Lehrb. d. Geophysik, Kap. 36. Berlin 1926.

Nach den obigen Angaben über die mondtägige Luftdruckschwankung könnte man diesen Wert auf $(1 - (2^8/11)) = 75\%$ festlegen¹⁾. (Die höheren Glieder der Kugelfunktionsentwicklung geben die lokalen Anteile, durch die sich z. B. Batavia und Mauritius unterscheiden).

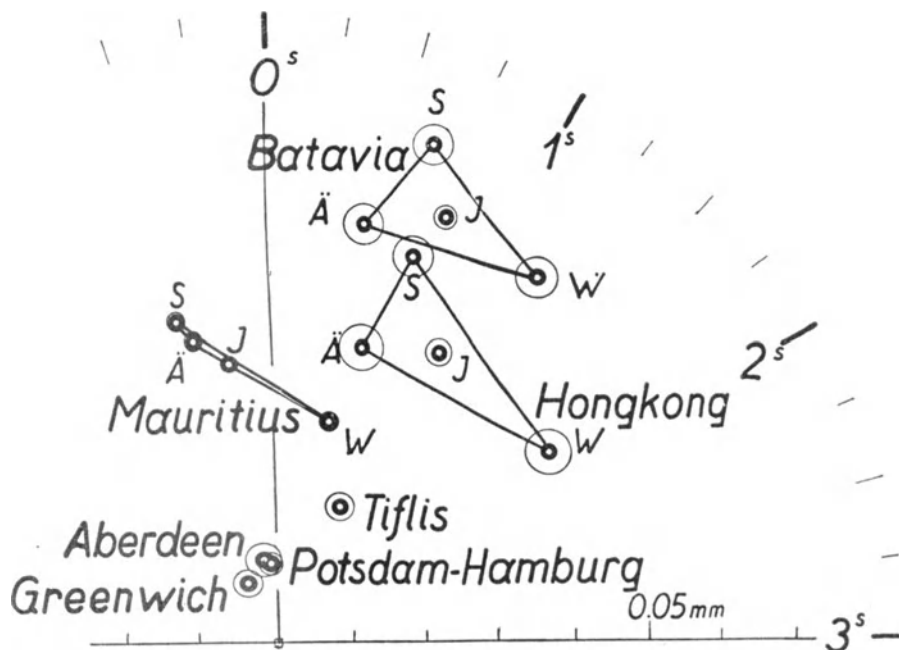


Abb. 14. Lunare Halbtagswelle des Druckes. Tertial- und Jahresmittel. Wahrscheinliche Fehlerkreise. Ä = Äquinoktien W = Nord-Winter S = Nord-Sommer J = Jahr

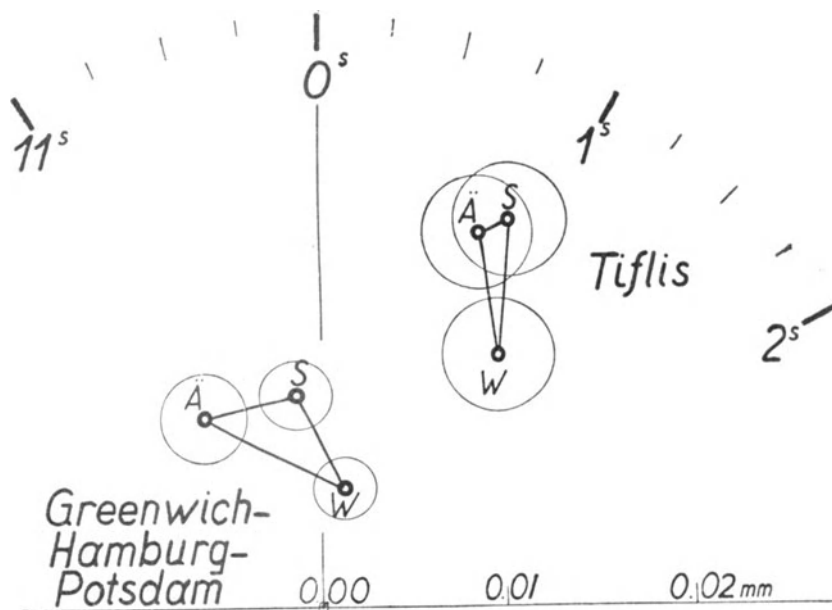


Abb. 15. Tertialmittel der halbtägigen lunaren Druckwelle in höheren Breiten. Wahrscheinliche Fehlerkreise. Fünffacher Maßstab von Abb. 14.

Man darf nicht vergessen, daß die „Gleichgewichtsflut“ $\bar{\zeta}$ im Sinne der Gezeitentheorie, von der hier immer die Rede ist, nicht etwa identisch ist mit derjenigen Gestalt, die die Erde im stationären Zustand wirklich annehmen würde; es muß nämlich dann Gleichgewicht nicht nur für die äußeren Kräfte, sondern auch gleichzeitig für das Gravitationspotential der gestörten Massen bestehen. Um

¹⁾ Wenn man die Nachgiebigkeit der Erdkruste gegen die Gezeitenkräfte nicht beachtet, so erhält man für die Vergrößerung der solaren Halbtagschwankung das Hundertfache ([13], p. 190). Mit dem obigen Werte käme man auf 400-fache Vergrößerung der restlichen Flut und auf eine Übereinstimmung von eigener und erzwungener Periode von 1 Minute!

dieses zu berücksichtigen, genügt es nach Hough, in den Gleichungen (25) und (26) rechts nicht $\zeta' = \zeta - \bar{\zeta}$, sondern $\zeta' = \alpha \zeta - \bar{\zeta}$ zu setzen; ist $\bar{\zeta}$ eine Kugelfunktion n -ter Ordnung, ferner ρ die Dichte der gestörten Massen, ρ_0 die mittlere Dichte des Erdkörpers, so ist $\alpha = 1 - (\rho/\rho_0) \cdot 3/(2n+1)$, also für $n=2$ $\alpha = 1 - 3/5 \rho/\rho_0$ (vergl. auch H. Lamb, Hydrodynamik § 221). Im stationären Zustand ist $\zeta' = 0$, also $\zeta_0 = \bar{\zeta}/\alpha > \bar{\zeta}$. Es ist plausibel, daß die stationäre Flut höher als die „Gleichgewichtsflut“ ist, denn die gestörten Massen verstärken noch das Potential der äußeren Störungskräfte. Es ist $\rho_0 = 5.52$; mit $\rho = 1$ wird $\alpha = 0.89$, mit $\rho = 2$ $\alpha = 0.78$ und entsprechend $\zeta_0 = 1.12 \bar{\zeta}$ bzw. $\zeta_0 = 1.28 \bar{\zeta}$.

Bei genauer Rechnung muß das Potential der gestörten Wasser- und Erdmassen auch bei der atmosphärischen Flut beachtet werden; an Stelle von $g \bar{\zeta}$ muß also das Gesamtpotential

$$g \bar{\zeta} \left(1 + \frac{3}{2n+1} \frac{\rho}{\rho_0} \gamma \right)$$

angesetzt werden, wobei $\gamma \bar{\zeta}$ die tatsächliche Ebbe und Flut der Erdoberfläche ist. Die Vergrößerung der Mondflut in der Atmosphäre ist 2.8 gegenüber $\bar{\zeta}$, also $2.8/(1 + 3/5 \frac{\rho}{\rho_0} \gamma)$ gegenüber der gesamten Störungskraft. Die Differenz gegen den theoretischen Wert 11 muß von der Schwankung $\gamma \bar{\zeta}$ der Unterlage herrühren; es muß also die Gleichung bestehen

$$11 \left(1 + 3/5 \frac{\rho}{\rho_0} \gamma - \gamma \right) = 2.8 / \left(1 + 3/5 \frac{\rho}{\rho_0} \gamma \right).$$

Für $\rho = 1$ ergibt sich hieraus $\gamma = 0.86$, für $\rho = 2$ wird $\gamma = 0.82$. Die Nachgiebigkeit $\gamma/(1 + 3/5 \frac{\rho}{\rho_0} \gamma)$ gegen die angreifenden Kräfte wird 79 bzw. 70%. Da der wirkliche Mittelwert von ρ der gestörten Land- und Wassermassen zwischen 1 und 2 liegt, so folgt, ebenso wie bei der rohen Rechnung, daß die gesamte feste und flüssige Erdoberfläche den halbtägigen Gezeitenkräften im Mittel zu $3/4$ nachgibt.

3. Jährlicher Gang. Zu den Abb. 14–16, die alles Wesentliche enthalten, sind nur wenige Erläuterungen nötig. Charakteristisch ist die geringere Amplitude und der $1/2$ bis 1 Stunde spätere Eintritt des Maximums im Nord-Winter.

Noch stärker als in den Tertialmitteln tritt die jährliche Veränderung in den Monatsmitteln hervor. Leider sind diese selbst an den Tropenstationen noch ziemlich unsicher, weshalb in Tab. 22 die a_2 , b_2 nach der Formel $(x_1 + 2x_2 + x_3)/4$ von Monat zu Monat ausgeglichen sind; die Δc_2^* veranschaulichen wieder die Unsicherheit. Februar und März scheinen überall die kleinste, Juni und Juli die größte Amplitude zu haben. Abb. 16 zeigt die starke Veränderung in den Wintermonaten, die weit über die wahrscheinlichen Fehler hinausgeht.

Diese deutliche jahreszeitliche Veränderung, die selbst in den Tertialmitteln über 20% der Amplitude beträgt, ist mit den bisherigen Mitteln kaum zu erklären. — Denn die fluterzeugende Kraft ändert sich im langjährigen Mittel nicht; und wie in Kap. II, 5. besprochen, kommt eine Änderung der 12-stündigen Eigenperiode kaum in Betracht, denn diese müßte sich noch weit stärker in der sonnentägigen Halbtagswelle äußern. — Es wäre müßig, hier mögliche Ursachen aufzuzählen, deren Wirkungen sich nicht quantitativ fassen lassen.

4. Mondentfernung und Deklination. Ganztägige lunare Schwankung. Qualitativ geben die Potsdam-Hamburger Zahlen ein klares Bild: Die Amplitude c_2 ist um so höher, je näher der Mond der Erde ist (Perigäum) und je näher er dem Himmelsäquator steht (mittlere Deklinationen). Ein Blick auf die Δc_2^* lehrt aber, daß nur der Einfluß der Mondentfernung reell ist. In Abb. 17 sind die Ergebnisse in 2 Stationsgruppen zusammengefaßt; die mit „Theorie“ bezeichneten drei Punkte links oben geben das theoretische Verhältnis für den Fall, daß die lunare Druckschwankung den fluterzeugen-

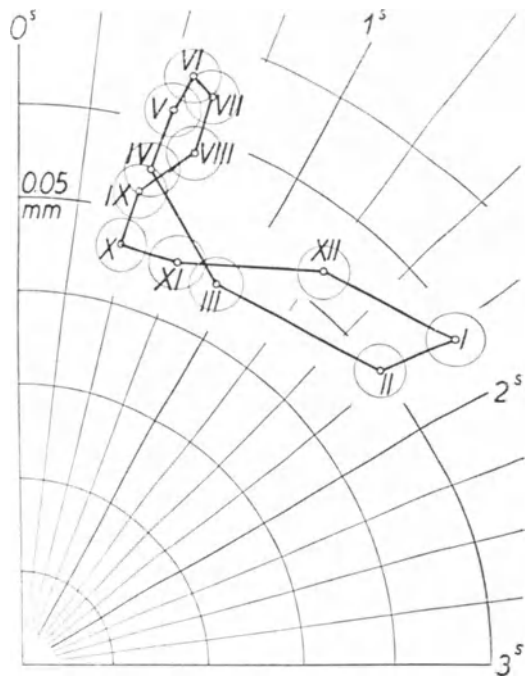


Abb. 16. Monatsmittel der lunaren Halbtagswelle. Mittel Batavia-Hongkong. Wahrscheinliche Fehlerkreise. Die römischen Ziffern bezeichnen die Monate.

den Kräften proportional wäre, wobei aus zeichnerischen Gründen eine etwas abweichende Phase willkürlich gewählt wurde.

Es scheint festzustehen, daß c_2 im Perigäum größer ist als im Apogäum; jedoch ist die Amplitude bei den Tropenstationen nicht proportional den fluterzeugenden Kräften. Das liegt vermutlich an dem kompensierenden Einfluß der verschiedenen Periodenlänge der erzwungenen Schwingung: Im Perigäum ist der Mondtag länger als im Apogäum; die Periode entfernt sich also weiter von der Resonanzschwingung. An Hand der Daten in Tab. 21 ließen sich diese Verhältnisse mit den Methoden von Hough untersuchen. Für eine endgültige Diskussion sollen jedoch die noch ausstehenden Stationen S. Chapmans abgewartet werden.

Ein Einfluß der Deklination auf die halbtägige Welle ist nicht nachweisbar, wenigstens nicht in den Deklinationsgruppen der Tab. 20. Da aber das halbtägige Glied des Gezeitenpotentials proportional $\cos^2 \delta$ ist, so ist zu erwarten, daß in den Jahren mit starker Neigung J der Mondbahn gegen den Äquator die lunare Flut kleiner ist als in denen mit geringer Neigung. Beim Darwinschen Rechenschema reduziert man deshalb die aus einzelnen Jahren berechneten Werte für M_2 usw. mit Hilfe der Faktoren $1/f^1$. Unreduzierte Werte müssen also proportional dem jährlichen Mittelwert von $\cos^2 \delta$ schwanken. Um das zu prüfen, habe ich die vierzig einzelnen lunaren Gänge zu Batavia 1866–1905, die in den Jahrbüchern mitgeteilt sind, harmonisch analysiert (Tab. 17; Abb. 11) und nach der Knotenlänge N geordnet. Es wurden Mittelwerte der a_2, b_2 über die Jahre mit dem mittleren N zwischen -90° und $+90^\circ$ (d. h. großem J) und 90° bis 270° (kleinem J) gebildet. Theoretisch sollten letztere eine um 4.5% höhere Amplitude c_2 haben als erstere, wie man aus der letzten Zeile von Tab. 10 durch Mittelbildung ableitet. Tatsächlich ergibt sich nun Folgendes

	Einheit 0.001 mm	
Mittelwert 1866–1905	a_2	b_2
Differenz zwischen Jahren mit kleiner und großer } beobachtet	+ 57.0	+ 26.4
Neigung J der Mondbahn gegen den Äquator } theoretisch	+ 1.76	0.00
Wahrscheinlicher Fehler der beobachteten Differenz	+ 2.55	+ 1.18
	$\Delta c_2^* = 1.72$.	

Innerhalb der (leider sehr großen) Fehlergrenzen stimmt also die beobachtete mit der theoretischen Differenz zusammen, wie auch aus Abb. 18 ersichtlich. — Nebenbei bemerkt handelt es sich um die Tide 255.54 in Doodsonscher Bezeichnung (Kap. V, 5.); da wir nach wahrer Mondzeit geordnet haben, kommt nur der amplituden-, nicht der phasenändernde Teil dieser Tide in Betracht. Ihre Gleichgewichtsamplitude beträgt 3.7% von M_2 ; die fragliche Differenz wird also, infolge der Mittelbildung von N über 180° , gleich $2 \cdot 3.7 \cdot 2/\pi = 4.8\%$, in befriedigender Übereinstimmung.

Ganz aussichtslos liegt der Fall bei der ganztägigen Komponente, da deren Fehler Δc_1^* etwa dreimal so hoch sind, als die der halbtägigen Welle. Selbst im Mittel Potsdam-Hamburg geht kaum die Hälfte der Amplituden über den entsprechenden Fehler Δc_1^* hinaus. Theoretisch war dieses Ergebnis zu erwarten. Denn die größte ganztägige Komponente K_1 des Gezeitenpotentials fällt (ebenso wie K_2) bei unserer Reduktionsmethode ganz heraus, weil sie zusammen mit den sonnentägigen Komponenten eliminiert wird. Die sogenannten Monatsmittel der sonnentägigen Luftdruckschwankung sind nämlich, vom Standpunkt der harmonischen Gezeitenanalyse, Kombinationen der solaren und lunisolaren Glieder. Würde man zur Elimination nicht

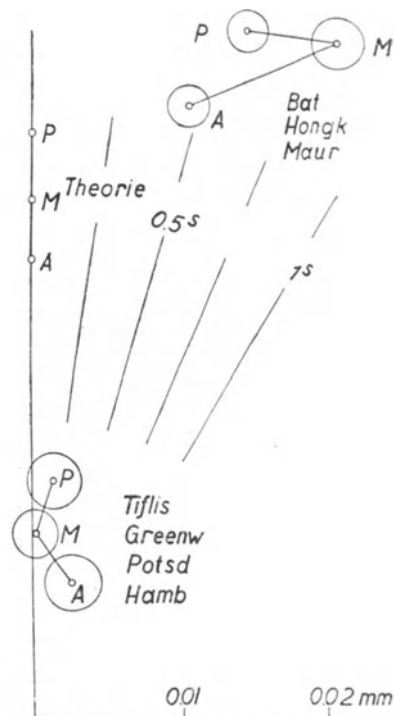


Abb. 17. Beobachtete lunare Druckschwankungen an zwei Stationsgruppen bei verschiedenen Mondentfernungen. A = Apogäum, M = Mittlere Entfernung, P = Perigäum. Wahrscheinliche Fehlerkreise. Links oben: theoretisches Verhältnis, wenn die Druckwelle proportional den fluterzeugenden Kräften wäre.

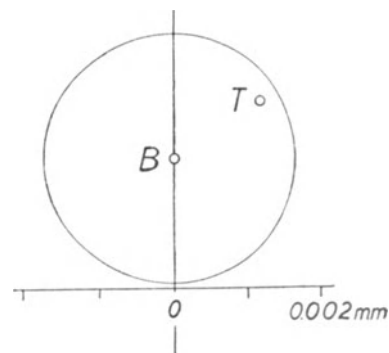


Abb. 18. Halbtägige lunare Druckschwankung zu Batavia: Beobachtete (B) und theoretische (T) Differenz zwischen Jahren mit kleiner u. großer Neigung J der Mondbahn gegen den Äquator. Wahrscheinlicher Fehlerkreis.

¹⁾ C. Börgen (Ann. d. Hydrogr. 1884, S. 671 f.) gibt ihre Logarithmen, W. Schweydar ([29], S. 17) die Werte selbst.

die Monats-, sondern das Jahresmittel des sonnentägigen Ganges benutzen, so würden K_1 und K_2 in der lunaren Schwankung in denjenigen jahreszeitlichen Untergruppen erscheinen, die nach der Monddeklination getrennt sind; darauf hat S. Chapman ([12], p. 107 ff.) hingewiesen. Beim Luftdruck werden natürlich K_1 und K_2 hauptsächlich thermischen Ursprung haben, was jedoch für die formale Analyse unwesentlich ist. (Vergl. auch den folgenden Abschnitt.)

5. Bezugnahme auf die harmonische Analyse der Gezeiten. A. T. Doodson [16] hat in einer sehr klaren Arbeit über die harmonische Analyse folgende Bezeichnungsweise für die verschiedenen Terme eingeführt. Er benutzt sechs Veränderliche, die sämtlich mit der Zeit wachsen:

τ lokale mittlere Mondzeit in Winkelmaß,
 s, h mittlere Längen des Mondes und der Sonne,
 p, p_1 Längen des Perigäums des Mondes und der Sonne,
 $N' = -N$, wo N die Länge des aufsteigenden Mondknotens ist.

Die Änderungen dieser Variablen während eines mittleren Sonnentages sind

$$\begin{aligned} \dot{\tau} &= 360^\circ - 12^\circ \cdot 190749, & \dot{p} &= 0^\circ \cdot 111404, \\ \dot{s} &= 13^\circ \cdot 176397, & \dot{N}' &= 0^\circ \cdot 052954, \\ \dot{h} &= 0^\circ \cdot 985647, & \dot{p}_1 &= 0^\circ \cdot 000047. \end{aligned}$$

Für Argumente wie z. B.

$$(2\tau - 3s + 4h + p - 2N' + 2p_1)$$

wird die Argumentzahl 229.637 eingeführt, deren erste Ziffer der Faktor von τ ist, während die übrigen aus den Faktoren der anderen Veränderlichen durch Vermehrung um 5 entstehen. Die beiden ersten Ziffern der Argumentzahl werden auch „Gruppenzahl“ (hier 22) genannt. Der Koeffizient des größten Terms ($M_2 \equiv 255.555$) ist gleich 0.908 mal einer für alle Terme gleichen Konstanten G . Die Abhängigkeit des Gezeitenpotentials von der geographischen Breite wird durch die „geodätischen Koeffizienten“ ausgedrückt, die so normiert sind, daß ihre numerischen Maximalwerte 1 sind. Von diesen kommen für uns nur $\sin 2\vartheta$ für die ganztägigen und $\sin^2 \vartheta$ für die halbtägigen Glieder in Betracht. Durch Vergleich von Doodsons und Schweydars Angaben für die Konstante G läßt sich berechnen, daß ein Term mit dem Koeffizienten 1 eine Gleichgewichtsflut im flüssigen Ozean bedingen würde, deren maximale Differenz zwischen Hoch- und Niedrigwasser 53.7 cm betragen würde.

Man sieht sofort, daß in den gewöhnlichen Monatsmitteln der sonnentägigen Schwankung alle Terme, fast ohne Abflachung, enthalten sind, deren Gruppenzahlen mit denen der rein solaren Terme übereinstimmen¹⁾. Aus der lunaren Schwankung sind also folgende Terme eliminiert: Ganztägig die Gruppe 16, also K_1, P_1, S_1 ; halbtägig die Gruppe 27, also S_2, K_2, T_2 . Nur folgende wesentlichen Glieder bleiben bei unserer Berechnungsweise übrig:

Ganztägig. Geodätischer Koeffizient $\sin 2\varphi$ ($\varphi =$ geogr. Breite).		
$O_1 \equiv 145$	Koeffizient 0.377	}
$Q_1 \equiv 135$	" 0.072	
$M_1 \equiv 155.6$	" -0.030	
Halbtägig. Geodätischer Koeffizient $\cos^2 \varphi$.		
$M_2 \equiv 255.555$	Koeffizient 0.908	}
$N_2 \equiv 245.6$	" 0.174	
$\nu_2 \equiv 247$	" 0.033	
$\mu_2 \equiv 237.55$	" 0.028	
255.545	" -0.034	

Das Argument von N_2 ist, wie aus der Argumentzahl abzulesen, gleich $(2\tau + (p - s))$; es enthält also den Einfluß des Wechsels der Mondentfernung. Bei unserer Entwicklung, die infolge der Ordnung nach wahrer Mondzeit nicht rein harmonisch ist, treten Abweichungen auf, die in Kap. III, 4. und Kap. V, 4. erörtert wurden. — Ein halbtägiges Glied, das unserer Trennung nach Deklinationen entspricht und mehr als 3% des Hauptgliedes M_2 beträgt, tritt nicht auf. Der Einfluß des Gliedes 255.545 wurde in Kap. V, 4. besprochen.

¹⁾ Man vergleiche hierzu die analogen Ausführungen von Ad. Schmidt, wonach man die 12 Monatsmittel der harmonischen Komponenten sonnentägiger Gänge ohne weiteres zur Ableitung der S -, K - und P -Terme verwenden kann (Ergebn. d. Magn. Beob. in Potsdam u. Seddin 1900–1910 (Preuß. Met. Inst. Abhandl. V, Nr. 3) S. 41 f., Berlin 1916). — Auch S. Chapman ([12], p. 107) hat später diesen Punkt ausführlich erörtert.

Der ganztägige Term O_1 des Gezeitenpotentials erreicht 42 % von M_2 . Nach Kap. II, 5. (S. 19) ist aber anzunehmen, daß die entsprechende atmosphärische Flut höchstens $\frac{2}{5}$ des Gleichgewichtswertes erreicht. Da nun der Äquatorwert der 2.8-fach vergrößerten (Kap. V, 2.) Halbtagsflut 0.06 mm ist, müßte der höchste beobachtete Wert für c_1 unter $0.4 \cdot 0.06/2.8 = 0.009$ mm liegen, was in allen Fällen kleiner als Δc_1^* ist. Wenn man die Flutdeformation der Erde berücksichtigt, wäre sogar nur etwa $c_1 = 0.002$ mm zu erwarten. So erklärt sich das Fehlen einer ganztägigen lunaren Welle. Wie schon S. Chapman fand, dürfte es zwecklos sein, weiter danach zu suchen.

6. Die Arbeiten von Börnstein-Wegener. R. Börnstein [7] hatte versucht, für vier deutsche Stationen (Berlin, Hamburg, Keitum, Wien) eine „Beziehung zwischen dem Luftdruck und dem Stundenwinkel des Mondes“ zu finden. Er verwendete für Keitum 10 Jahre, für die drei anderen Stationen je 4 Jahre vollständiger stündlicher Beobachtungen. Er fand „keine Spur einer Doppelschwankung, wie sie durch atmosphärische Gezeiten entstehen könnte“, dagegen eine deutliche eintägige lunare Schwankung.

Die vorliegenden Untersuchungen über die wahrscheinlichen Fehler der harmonischen Konstanten lassen dieses falsche Resultat Börnsteins allein als eine Folge des zu geringen Materials erscheinen. Alfred Wegener hat jedoch bei einer erneuten Diskussion [31] aus Börnsteins Zahlen den Schluß gezogen, „daß die Luftdruckgezeiten auch in unseren Breiten nachweisbar sind, am deutlichsten allerdings nicht in der hier schon sehr kleinen symmetrischen Doppelschwankung, sondern in der viel größeren täglichen Ungleichheit“. Nach seiner Meinung soll in den Jahren mit hohen positiven oder negativen Perigäumsdeklinationen die tägliche Ungleichheit auch im Jahresmittel hervortreten. Diese Gezeitenwelle wird an den kontinentalen Stationen stark verzögert; das bei positiver Monddeklinaton hervorgehobene Maximum liegt in Keitum 0, in Hamburg 4, in Berlin 8, in Wien gar 11 Stunden nach der oberen Kulmination des Mondes!

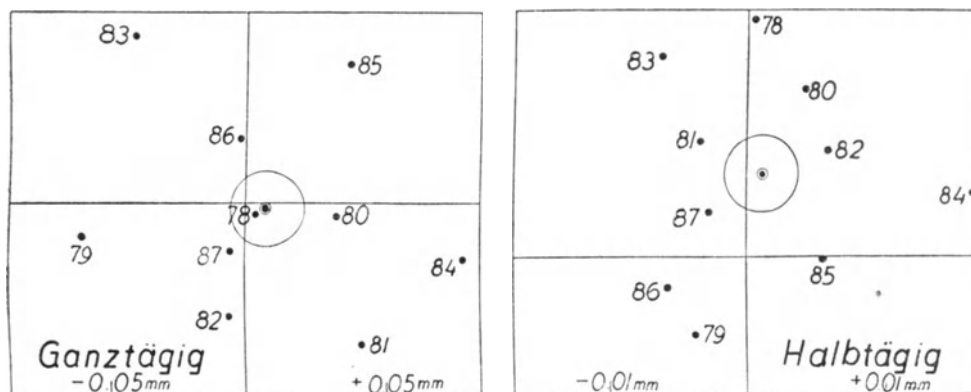


Abb. 19. Ganz- und halbtägige lunare Druckwellen zu Keitum in den Jahren 1878—87. Wahrscheinliche Fehlerkreise für die 10-jährigen Mittel. Maßstab rechts 5-mal größer als links. Der verschiedene Grad der Sicherheit der ganz- und halbtägigen Komponenten im 10-jährigen Mittel äußert sich darin, daß der wahrscheinliche Fehlerkreis bei der ganztägigen Welle noch den Koordinaten-Nullpunkt einschließt, dagegen bei der halbtägigen Welle ganz außerhalb liegt. Die ganztägige Welle kann also als bloßes Rechenergebnis gedeutet werden, während die halbtägige Welle mit ziemlicher Sicherheit als reell bezeichnet werden kann.

Wenn wir diesen Gedanken in der Sprache der harmonischen Gezeitenanalyse ausdrücken, so heißt er: das Glied mit der Argumentzahl 155.655 soll sich stärker geltend machen, als M_2 . Sein Koeffizient beträgt jedoch nur $\frac{1}{30}$ von M_2 ! Wenn man noch die sonderbare Phasenverschiebung um 11 Stunden auf die kurze Entfernung Keitum—Wien berücksichtigt, kann man wohl nur den Schluß ziehen, daß der von A. Wegener behauptete Effekt nicht reell sei.

Zur näheren Begründung habe ich die lunare Schwankung in den 10 einzelnen Jahren 1878—1887 zu Keitum (54.9° N, 8.4° E) harmonisch analysiert (Tab. 23 und Abb. 19). Das zehnjährige Mittel ist

$$79 \cdot \sin(t + 349^\circ) + 61 \cdot \sin(2t + 80^\circ) \text{ (in } 0.0001 \text{ mm).}$$

Die wahrscheinlichen Fehler sind für

$$\begin{array}{l} \text{den einzelnen Tag} \quad c_1^* = 0.83, \quad c_2^* = 0.17 \text{ (mm);} \\ \text{das Jahr} \quad \Delta c_1^* = 435, \quad \Delta c_2^* = 89 \\ \text{das Jahrzehnt} \quad \Delta c_1^* = 137, \quad \Delta c_2^* = 28 \end{array} \left. \vphantom{\begin{array}{l} \text{den einzelnen Tag} \\ \text{das Jahr} \\ \text{das Jahrzehnt} \end{array}} \right\} (0.0001 \text{ mm}).$$

Jetzt sieht man, daß genau das Gegenteil von dem richtig ist, was Börnstein und A. Wegener annehmen: Die ganztägige Schwankung ist völlig unsicher und ändert sich auch von Jahr zu Jahr ganz unregelmäßig. Im 10-jährigen Mittel ist die halbtägige Welle dagegen leidlich zuverlässig; sie stimmt innerhalb der Fehlergrenzen zu den Werten für Potsdam und Hamburg.

Da Börnstein alle Tage zur Berechnung verwandt hat, so erscheint der relativ kleine Wert c_2^* bemerkenswert. Die Überlegungen am Schluß des Kapitels IV 4. werden dadurch bestätigt. Namentlich wenn die ganztägige Schwankung außer acht gelassen werden soll, wird es sich in Zukunft empfehlen, bei außertropischen Stationen außer den Tagen mit einer unperiodischen Amplitude unter 2.0 mm auch diejenigen mit 2—4 mm in die Rechnung einzubeziehen, wie es hier schon für Potsdam, Winter, geschehen ist.

Zusammenfassung und Schluß.

I. Es werden gezeitenartige Schwingungen der Atmosphäre auf rotierender Erdkugel untersucht. Die vertikale Temperaturverteilung in der Atmosphäre wird keinen vereinfachenden Bedingungen unterworfen; es wird ferner angenommen, daß tagesperiodische Druckänderungen von adiabatischen Temperaturänderungen begleitet werden. Als anregende Kräfte werden Temperaturschwankungen und Gravitationskräfte betrachtet. Durch Integration über die ganze Höhe der Atmosphäre wird eine formale Analogie mit der Theorie der Gezeiten in einem die ganze Erde bedeckenden, flüssigen Ozean gleichförmiger Tiefe I_1 abgeleitet. Auf diese Weise wird die klassische Gezeitentheorie, für die beim Weltmeer infolge dessen unregelmäßiger Begrenzung nur beschränkte Anwendungsmöglichkeit vorliegt, für die Untersuchung der temperatur- und gravitationserzeugten Schwingungen der Atmosphäre verwendbar gemacht, ohne daß man wesentliche einschränkende Voraussetzungen einzuführen brauchte.

Die äquivalente Höhe I_1 der Atmosphäre, die die Perioden der Eigenschwingungen der Erdatmosphäre bestimmt, wird für einige einfache Annahmen über die vertikale Temperaturverteilung berechnet. Für die wirkliche Atmosphäre über Europa und dem Äquator wird $I_1 = 10$ km, also größer als die Höhe der homogenen Atmosphäre. Die Ergebnisse werden mit Arbeiten von Laplace, Margules (1893), S. Chapman (1924), A. Defant und H. Jeffreys (1926) verglichen.

II. Es werden diejenigen äquivalenten Höhen I_1 berechnet, für die die Perioden der Eigenschwingungen mit den Perioden der anregenden Schwingungen zusammenfallen. Für die Haupttypen P_2^2 , P_2^0 und P_4^3 ergeben sich nahezu identische Werte für I_1 , die jedoch 1—2 km unter der wirklichen Höhe $I_1 = 10$ km liegen. Es wird auf die Unebenheiten der Erdoberfläche zurückgeführt, daß trotz dieses Unterschiedes für alle drei Schwingungstypen Resonanz eintritt, wie es nach den Beobachtungen der halb- und dritteltägigen Druckschwankung anzunehmen ist. — Die zonalen Eigenschwingungen werden für verschiedene äquivalente Höhen auf ruhender und rotierender Erde untersucht.

Bei temperaturerzeugten erzwungenen Schwingungen werden zwei Fälle unterschieden: Hat die Temperaturschwankung in allen Höhen dieselbe Phase, so hat die entstehende Druckschwankung dieselbe oder die entgegengesetzte Phase, je nach dem Verhältnis von erzwungener und eigener Periode. Pflanzt sich die Temperaturschwankung durch Austausch vom Boden aus nach oben fort, so ist die Phase der Druckwelle um etwa 135° größer als die der Temperaturwelle am Boden, falls in dem analogen Fall des Ozeans die Gezeiten direkt und vergrößert sind. Die dritteltägige Druck- und Temperaturschwankung entspricht dem letzteren Fall, wie für einige europäische Stationen nachgewiesen wird. Der charakteristische Phasenumschlag der dritteltägigen Temperaturwelle, der denjenigen der Druckwelle bedingt, wird durch die verschiedene Tageslänge im Sommer und Winter erklärt. Die Resonanztheorie für den Schwingungstypus P_4^3 ist damit angebahnt, sowohl in Bezug auf die Eigenperiode wie auf die anregende Kraft. — Einige Ergebnisse der Gezeitenarbeiten Houghs werden für die lunaren atmosphärischen Gezeiten umgedeutet.

Der Einfluß der Reibung auf die atmosphärischen Gezeiten ist unwesentlich. Es besteht keine Analogie mit gedämpften erzwungenen Schwingungen eines Freiheitsgrades. — Unregelmäßigkeiten in der halbtägigen Luftdruckschwankung gestatten Schlüsse auf entsprechende Veränderung in der Atmosphäre, die sowohl Mitteltemperatur (Eigenperiode) wie Temperaturschwankung (Anregende Kräfte) betreffen können. Eine derartige Störung in Batavia läßt aber vorläufig keine befriedigende Deutung zu.

III. Die lunaren atmosphärischen Gezeiten werden für zwei deutsche Stationen aus insgesamt 66-jährigen Beobachtungen berechnet. Das Rechenschema ist charakterisiert durch Auswahl der ruhigen Tage nach statistischen Gesichtspunkten, Verwendung der stündlichen Änderungen und Unterteilung einerseits nach Monaten, andererseits nach Deklination und Entfernung des Mondes.

IV. Die graphische Darstellung harmonischer Konstanten und die Bestimmung ihrer wahrscheinlichen Fehler wird mit Hilfe der Theorie der Fehler in der Ebene behandelt. Die Ergebnisse werden auf die atmosphärischen Gezeiten angewandt.

V. Die bisherigen Ergebnisse der Chapmanschen und eigenen Arbeiten über lunare atmosphärische Gezeiten werden, unter Berechnung ihrer wahrscheinlichen Fehler, zusammengefaßt und vom Standpunkt der Gezeitentheorie diskutiert. Wie zu erwarten, ist eine ganztägige Welle nicht nachweisbar. Die halbtägige Welle ist trotz ihrer geringen Größe (0.01 mm in Deutschland) erstaunlich regelmäßig. Die Vergrößerung gegenüber der Gleichgewichtsflut ist nach der Beobachtung das 2.8-fache, nach der Theorie das 11-fache. Das deutet darauf hin, daß die feste und flüssige Erdoberfläche durchschnittlich $\frac{3}{4}$ der Höhe der Gleichgewichtsflut erreicht.

Die starke jahreszeitliche Veränderung der halbtägigen lunaren Welle kann nicht erklärt werden.

Im Apogäum ist die Flut schwächer als im Perigäum. — Deklinationsglieder treten nicht auf. Der Grund dafür liegt einerseits in der Berechnungsweise, andererseits in der mangelnden Resonanzfähigkeit der Atmosphäre für ganztägige Wellen, was im Anschluß an die Doodsonsche harmonische Analyse des Gezeitenpotentials erörtert wird.

Arbeiten von Börnstein und A. Wegener werden von neuem diskutiert und ihre numerischen Ergebnisse im Einklang mit den vorliegenden befunden. Die widersprechenden Schlußfolgerungen, die diese Autoren selbst aus ihren Zahlen gezogen haben, werden darauf zurückgeführt, daß die Ungenauigkeit der harmonischen Konstanten unterschätzt wurde.

Es ist mir eine angenehme Pflicht, dem Herrn Präsidenten der Notgemeinschaft der Deutschen Wissenschaft auch an dieser Stelle meinen Dank für die Bewilligung von Beihilfen auszusprechen, ohne die es nicht möglich gewesen wäre, die notwendigen umfangreichen Zahlenrechnungen für die letzten Teile der vorliegenden Arbeit zu beenden. Fräulein Helene Aßmann bin ich für die geschickte Ausführung des Hauptteils der Rechenarbeiten zu Dank verpflichtet.

Literatur.

- [1] E. Alt, »Die Doppeloszillation des Barometers . . .«. Meteorol. Zeitschr. **26**, 145—164. 1909.
 [2] J. Bartels, »Zur Berechnung der täglichen Luftdruckschwankung«. Ann. d. Hydrogr. **51**, 153—160. Hamburg 1923.
 [3] — — »Der lokale Anteil in der täglichen Luftdruckschwankung«. Beiträge z. Phys. d. freien Atmosph. **11**, 51—60. München 1923.
 [4] — — »Zur täglichen Luftdruckschwankung im Südpolargebiet«. Bericht über die Tätigk. d. Preuß. Meteorol. Instituts 1920—1923, 101—119. Berlin 1924.
 [5] — — »Barometrische Messung der Hochseezeiten«. Ann. d. Hydrogr. **54**, 222—227, 270—273. Hamburg 1926.
 [6] — — »On the determination of minute periodic variations«. Quart. Journ. R. Meteorol. Soc. **51**, 173—176. London 1926.
 [7] R. Börnstein, »Eine Beziehung zwischen dem Luftdruck und dem Stundenwinkel des Mondes«. Meteorol. Zeitschr. **8**, 161—170. 1891.
 [8] S. Chapman, »An example of the determination of a minute periodic variation«. Monthly Notices R. Astronom. Soc. **78**, 635—638. London 1918.
 [9] — — »The lunar atmospheric tide at Greenwich 1854—1917«. Quart. Journ. R. Meteorol. Soc. **44**, 271—280. London 1918.
 [10] — — »The lunar tide in the earth's atmosphere«. Ebenda **45**, 113—139. 1919.
 [11] — — »The lunar atmospheric tide at Aberdeen 1869—1919«. Ebenda **48**, 246—250. 1922.
 [12] — — »The lunar atmospheric tide at Mauritius and Tiflis«. Ebenda **50**, 99—112. 1924.
 [13] — — »The semidiurnal oscillation of the atmosphere«. Ebenda **50**, 165—195. 1924.
 [14] Chrystal, »Some results in the mathematical theory of seiches«. Proc. R. Soc. Edinburgh, Vol. 25, part 1, 328—337. 1903—1905.
 [15] A. Defant, »Schwingungen einer zweifach geschichteten Atmosphäre . . .«. Beiträge z. Phys. d. freien Atmosph. **12**, 112—137. München 1926.
 [16] A. T. Doodson, »The harmonic development of the tide-generating potential«. Proc. R. Soc. A **100**, 305—329. London 1922.
 [17] E. Gold, »The relation between periodic variations of pressure, temperature, and wind in the atmosphere«. Phil. Mag. **19**, 26—49. Jan. 1910.
 [18] J. Hann, »Untersuchungen über die tägliche Oszillation des Barometers III: Die drittel tägige Luftdruckschwankung«. Denkschr. Wiener Akad., math.-naturw. Kl. **95**, 1—64. 1918.
 [19] H. Hergesell, »Der tägliche Gang des Luftdruckes und der Temperatur in der freien Atmosphäre«. Meteorol. Zeitschr. **36**, 212—217. 1919. — Beiträge z. Phys. d. freien Atmosph. **8**, 178—193. 1919; **9**, 30—66. 1920.
 [20] S. S. Hough, »On the application of harmonic analysis to the dynamical theory of the tides«. Phil. Trans. R. Soc. London, A **189**, 201—257. 1897; A **191**, 139—185. 1898.
 [21] H. Jeffreys, »On the dynamics of geostrophic winds«. Quart. Journ. R. Meteorol. Soc. **52**, 85—104. 1926.
 [22] E. Kleinschmidt, »Über die Ursache der halbtägigen Barometerschwankung«. Beiträge z. Phys. d. freien Atmosph. **10**, 151—168. München 1922.
 [23] H. Lamb, »On atmospheric oscillations«. Proc. R. Soc. A **84**, 551—572. London 1910.
 [23a] M. v. Laue, »Ein Satz der Wahrscheinlichkeitstheorie . . .«. Ann. d. Physik (4), **47**, 853—878. 1915.
 [23b] A. E. H. Love, »Notes on the dynamical theory of the tides«. Proc. London Mathemat. Soc. (2), **12**, 309—314. 1913.
 [24] M. Margules, »Über die Schwingungen periodisch erwärmter Luft«. Sitz.-Ber. Akad. Wien, math.-naturw. Kl. Abt. IIa **99**, 204—227. 1890. — »Luftbewegungen in einer rotierenden Sphäroidschale«. Ebenda **101**, 597—626. 1892; **102**, 11—56, 1369—1421. 1893.
 [24a] L. W. Pollak, »Zur Ableitung der mondtäglichen Schwankung des Luftdruckes in der Atmosphäre«. Ann. d. Hydrogr. **51**, 25—39. 1923.
 [24b] G. Pólya, »Wahrscheinlichkeitstheoretisches über die Irrfahrt«. Mitteil. d. Phys. Ges. Zürich **19**, 75—86. 1919.
 [25] S. K. Pramanik, »The six-hourly variations of atmospheric pressure and temperature«. Memoirs R. Met. Soc. **1**, 35—57. London 1926.
 [26] H. Rauschelbach, »Mittelung von harmonischen Konstanten und Berechnung ihrer mittleren Fehler«. Ann. d. Hydrogr. **53**, 86—94. Hamburg 1925.
 [27] Lord Rayleigh, »On the resultant of a large number of vibrations of equal amplitude and random phase«. Phil. Mag. **10**, 73 ff. London 1880; **37**, 321—347, 498—515. 1919.
 [28] Ad. Schmidt, »Zur drittel tägigen Luftdruckschwankung«. Meteorol. Zeitschr. **36**, 29. 1919.
 [29] W. Schweydar, »Harmonische Analyse der Lotstörungen durch Sonne und Mond«. Veröff. d. Preuß. Geodät. Inst., Neue Folge **59**. Potsdam 1914.
 [30] G. C. Simpson, »The twelve-hourly barometer oscillation«. Quart. Journ. R. Meteorol. Soc. **44**, 1—22. London 1918.
 [31] Alfred Wegener, »Zur Frage der atmosphärischen Mondgezeiten«. Meteorol. Zeitschr. **32**, 253—258. 1915.

Tab. 1 auf S. 13. Tab. 2 auf S. 15.

Tab. 3. Dritteltägiger Gang $a_3 \cos 3t + b_3 \sin 3t$ an 7 britischen Stationen. Temperatur und Luftdruck.

Epoche: Greenwich, mittl. Mitternacht.

zu S. 17

1871—1882	Breite	Jan.	Febr.	März	April	Mai	Juni	Juli	Aug.	Sept.	Okt.	Nov.	Dez.	Jahr
a_3		Temperatur. Einheit 0°.01 Fahrenheit.												
Falmouth	50.2	-11	-9	-5	+11	+30	+28	+28	+20	+5	-10	-18	-15	+5
Kew.	51.5	-15	-4	-1	+24	+45	+32	+33	+30	+18	-13	-26	-15	+9
Valencia	51.9	-3	-2	-3	+11	+21	+14	+14	+13	+6	-6	-12	-5	+4
Stonyhurst	53.8	-12	-9	-3	+20	+35	+30	+25	+24	+13	-11	-21	-13	+7
Armagh	54.4	-10	-10	-8	+4	+21	+20	+12	+7	-3	-18	-18	-15	-2
Glasgow	55.9	-3	-6	-2	+15	+41	+29	+29	+22	+6	-11	-15	-3	+9
Aberdeen	57.2	-9	-10	-4	+13	+33	+31	+28	+25	+9	-13	-14	-13	+6
b_3		Temperatur. Einheit 0°.01 Fahrenheit.												
Falmouth	50.2	-12	-5	+8	+25	+37	+29	+32	+30	+19	+1	-8	-13	+12
Kew.	51.5	-23	-17	+9	+38	+51	+39	+50	+47	+34	+3	-19	-20	+16
Valencia	51.9	-17	-10	+7	+22	+40	+28	+28	+28	+15	-4	-12	-23	+9
Stonyhurst	53.8	-19	-15	+10	+40	+49	+42	+37	+33	+28	-3	-14	-15	+14
Armagh	54.4	-24	-20	+6	+34	+43	+32	+32	+32	+22	-8	-18	-22	+9
Glasgow	55.9	-18	-15	+5	+31	+45	+41	+38	+37	+21	-10	-17	-13	+12
Aberdeen	57.2	-20	-16	+9	+28	+18	+10	+20	+31	+30	-1	-14	-15	+7
a_3		Luftdruck. Einheit 0.0001 inches.												
Falmouth	50.2	-24	-19	-12	0	+11	+15	+19	+11	-1	-3	-8	-17	-2
Kew.	51.5	-13	-13	-12	-1	+7	+12	+14	+9	0	-1	-4	-8	-1
Valencia	51.9	-27	-21	-9	+2	+17	+16	+15	+14	-1	-12	-19	-21	-4
Stonyhurst	53.8	-17	-13	-8	-3	+5	+7	+10	+3	-5	-2	-6	-8	-3
Armagh	54.4	-17	-16	-13	+2	+11	+14	+18	+10	-2	-8	-9	-11	-2
Glasgow	55.9	-14	-12	-1	+2	+9	+18	+18	+10	0	-1	-4	-13	+1
Aberdeen	57.2	-6	-7	-3	+3	+8	+17	+17	+9	+1	+1	+1	-3	+3
b_3		Luftdruck. Einheit 0.0001 inches.												
Falmouth	50.2	+49	+28	+11	-6	-16	-22	-17	-13	+5	+24	+36	+42	+10
Kew.	51.5	+47	+31	+19	-4	-22	-23	-26	-16	+7	+23	+33	+40	+9
Valencia	51.9	+35	+19	+7	-6	-15	-11	-13	-6	+8	+18	+32	+40	+9
Stonyhurst	53.8	+40	+28	+8	-12	-22	-23	-21	-16	0	+24	+31	+38	+6
Armagh	54.4	+34	+23	+14	-6	-12	-11	-13	-17	+5	+18	+35	+41	+9
Glasgow	55.9	+37	+22	+11	-2	-13	-15	-15	-8	+6	+21	+29	+33	+9
Aberdeen	57.2	+33	+27	+16	-6	-16	-16	-22	-12	+5	+19	+25	+29	+7

Nach „Harmonic Analysis of Hourly Observations of Air Temperature and Pressure at British Observatories“. London 1891.

Tab. 4. Täglicher Gang des Luftdrucks in Abweichungen vom Mittel. Potsdam. Alle Tage 1893—1922.

Einheit 0.01 mm. Mittlere Ortszeit.

zu S. 18

	1 ^h	2 ^h	3 ^h	4 ^h	5 ^h	6 ^h	7 ^h	8 ^h	9 ^h	10 ^h	11 ^h	12 ^h	13 ^h	14 ^h	15 ^h	16 ^h	17 ^h	18 ^h	19 ^h	20 ^h	21 ^h	22 ^h	23 ^h	24 ^h
Januar	+5	+5	0	-11	-23	-28	-21	-5	+11	+22	+23	+3	-17	-27	-22	-13	-5	+2	+9	+15	+21	+21	+21	+14
Februar	+7	+2	-12	-21	-23	-25	-16	+1	+12	+20	+28	+18	+1	-16	-22	-23	-15	0	+9	+12	+16	+17	+16	+14
März	+10	0	-13	-19	-18	-11	+2	+15	+25	+30	+28	+20	+2	-15	-27	-24	-33	-19	-2	+8	+12	+14	+14	+11
April	+7	-2	-9	-14	-11	+4	+18	+27	+32	+36	+28	+13	+1	-15	-32	-41	-43	-38	-21	+4	+11	+13	+16	+16
Mai	+5	-2	-7	-7	+3	+16	+32	+39	+41	+40	+32	+18	+3	-15	-31	-43	-52	-51	-39	-17	+2	+9	+13	+11
Juni	+9	+2	-6	-3	+6	+16	+27	+36	+37	+35	+29	+18	+2	-14	-27	-41	-51	-50	-41	-25	+1	+10	+16	+14
Juli	+10	+2	-6	-4	+3	+12	+23	+31	+32	+32	+27	+16	+1	-12	-23	-34	-45	-46	-38	-22	+1	+9	+16	+15
August	+7	-3	-10	-15	-12	-2	+10	+20	+28	+32	+27	+16	+5	-8	-20	-29	-35	-37	-25	-2	+8	+13	+17	+13
Septbr.	+6	-2	-9	-16	-19	-9	+6	+19	+32	+36	+26	+17	+2	-14	-27	-35	-36	-29	-12	+5	+13	+16	+17	+13
Oktober	+3	-7	-19	-23	-24	-22	-5	+15	+26	+32	+30	+14	-4	-17	-23	-25	-18	-3	+6	+12	+17	+17	+11	+7
Novbr.	-2	-4	-16	-22	-23	-23	-12	+8	+19	+29	+26	+8	-7	-19	-19	-14	-7	+4	+10	+11	+17	+15	+12	+9
Dezbr.	-3	-2	-5	-16	-24	-24	-16	0	+20	+36	+29	+9	-8	-18	-13	-7	-4	-2	+2	+7	+10	+11	+12	+6
Winter	+2	0	-8	-18	-23	-25	-16	+1	+16	+27	+26	+10	-8	-20	-19	-14	-8	+1	+8	+11	+16	+16	+15	+11
Äquin.	+6	-3	-12	-18	-18	-10	+5	+19	+29	+34	+28	+16	0	-15	-27	-34	-32	-22	-7	+7	+13	+15	+14	+12
Sommer	+8	0	-7	-7	0	+10	+23	+32	+34	+35	+29	+17	+3	-12	-25	-37	-46	-46	-36	-16	+3	+10	+16	+14
Jahr	+5	-1	-9	-14	-14	-8	+4	+17	+26	+32	+28	+14	-2	-16	-24	-28	-29	-22	-12	+1	+11	+14	+15	+12

Die Differenz der Werte am Anfang und Ende des Tages ist linear eliminiert.

Tab. 5. Täglicher Gang der Lufttemperatur in Abweichungen vom Mittel.
Potsdam. Alle Tage 1893–1922.
Hütte auf der Wiese. Mittlere Ortszeit.

zu S. 18

	1 ^h	2 ^h	3 ^h	4 ^h	5 ^h	6 ^h	7 ^h	8 ^h	9 ^h	10 ^h	11 ^h	12 ^h	13 ^h	14 ^h	15 ^h	16 ^h	17 ^h	18 ^h	19 ^h	20 ^h	21 ^h	22 ^h	23 ^h	24 ^h
Januar	-0.61	-0.68	-0.75	-0.80	-0.83	-0.89	-0.88	-0.92	-0.74	-0.22	0.51	1.15	1.56	1.74	1.48	1.06	0.62	0.38	0.18	0.01	-0.10	-0.28	-0.41	-0.52
Februar	-1.04	-1.18	-1.27	-1.39	-1.49	-1.58	-1.63	-1.57	-1.02	-0.02	1.02	1.75	2.28	2.58	2.51	2.11	1.35	0.71	0.33	0.00	-0.25	-0.52	-0.71	-0.89
März	-1.72	-1.98	-2.21	-2.41	-2.58	-2.71	-2.58	-1.91	-0.59	0.70	1.77	2.55	3.09	3.43	3.48	3.18	2.48	1.43	0.54	-0.01	-0.41	-0.84	-1.17	-1.48
April	-2.67	-3.05	-3.34	-3.62	-3.88	-3.73	-2.81	-1.26	0.35	1.60	2.55	3.22	3.72	4.06	4.14	3.91	3.39	2.45	1.10	0.03	-0.68	-1.31	-1.83	-2.28
Mai	-3.52	-4.00	-4.40	-4.73	-4.76	-4.04	-2.37	-0.64	0.87	2.08	3.00	3.76	4.29	4.68	4.64	4.45	3.94	3.12	1.72	0.12	-0.98	-1.80	-2.44	-3.01
Juni	-3.51	-3.98	-4.39	-4.69	-4.54	-3.53	-1.85	-0.40	0.96	2.08	2.92	3.58	4.09	4.38	4.39	4.16	3.74	2.99	1.74	0.29	-1.06	-1.89	-2.49	-3.04
Juli	-3.25	-3.64	-3.97	-4.24	-4.21	-3.58	-2.08	-0.67	0.71	1.85	2.72	3.40	3.90	4.20	4.20	4.05	3.60	2.82	1.63	0.20	-0.97	-1.71	-2.26	-2.75
August	-2.88	-3.21	-3.52	-3.77	-3.95	-3.70	-2.67	-0.99	0.61	1.89	2.86	3.53	4.05	4.31	4.39	4.10	3.48	2.36	0.90	-0.36	-1.06	-1.63	-2.13	-2.54
Septbr.	-2.43	-2.73	-2.96	-3.19	-3.42	-3.48	-3.02	-1.75	0.15	1.70	2.82	3.61	4.14	4.42	4.30	3.93	2.91	1.41	0.23	-0.42	-0.90	-1.35	-1.76	-2.12
Oktober	-1.56	-1.77	-1.93	-2.10	-2.25	-2.38	-2.37	-1.89	-0.60	0.87	2.04	2.90	3.40	3.60	3.35	2.60	1.44	0.59	0.11	-0.23	-0.52	-0.85	-1.11	-1.36
Novbr.	-0.85	-0.96	-1.04	-1.11	-1.19	-1.25	-1.27	-1.22	-0.74	0.15	1.08	1.75	2.16	2.24	1.85	1.24	0.69	0.38	0.13	-0.09	-0.25	-0.44	-0.60	-0.73
Dezbr.	-0.44	-0.51	-0.56	-0.61	-0.67	-0.70	-0.70	-0.76	-0.63	-0.18	0.47	1.05	1.38	1.40	1.11	0.68	0.42	0.23	0.10	0.02	-0.06	-0.22	-0.34	-0.40
Winter	-0.74	-0.83	-0.90	-0.98	-1.04	-1.10	-1.12	-1.12	-0.78	-0.07	0.77	1.42	1.84	1.99	1.74	1.27	0.77	0.42	0.18	-0.02	-0.16	-0.36	-0.52	-0.64
Äquin.	-2.10	-2.38	-2.61	-2.83	-3.03	-3.08	-2.70	-1.70	-0.17	1.22	2.30	3.07	3.59	3.88	3.82	3.40	2.56	1.47	0.50	-0.16	-0.63	-1.09	-1.47	-1.81
Sommer	-3.29	-3.71	-4.07	-4.36	-4.36	-3.71	-2.24	-0.68	0.79	1.98	2.88	3.57	4.08	4.39	4.40	4.19	3.69	2.82	1.50	0.06	-1.02	-1.76	-2.33	-2.84
Jahr	-2.04	-2.31	-2.53	-2.72	-2.81	-2.63	-2.02	-1.16	-0.06	1.04	1.98	2.69	3.17	3.42	3.32	2.96	2.34	1.57	0.73	-0.04	-0.60	-1.07	-1.44	-1.76

Die Differenz der Werte am Anfang und Ende des Tages ist linear eliminiert.

Tab. 6. Harmonische Analyse des täglichen Ganges des Luftdrucks.
Potsdam. Alle Tage 1893–1922.

Einheit für a_v, b_v, c_v 0.001 mm. Epoche: Mitternacht nach mittlerer Ortszeit.

zu S. 18

	a_1	b_1	a_2	b_2	a_3	b_3	a_4	b_4	c_1	a_1	c_2	a_2	c_3	a_3	c_4	a_4
Januar	+78	-50	+102	-146	-23	+102	-22	-51	93	122.7	178	145.0	105	347	55	203
Februar	+20	-38	+140	-158	-36	+72	+17	+1	43	152.2	211	138.5	81	333	17	87
März	-7	+71	+151	-195	-25	+37	+5	+27	71	354.3	247	142.2	45	326	27	10
April	-8	+173	+154	-216	-1	-10	-11	+25	173	357.3	265	144.5	10	186	27	336
Mai	-54	+284	+157	-200	+19	-44	-12	+8	289	349.2	254	141.8	48	157	14	304
Juni	-35	+282	+166	-167	+28	-49	-7	-4	284	352.9	235	135.2	57	150	8	240
Juli	-29	+244	+159	-147	+33	-42	-8	-7	246	353.2	217	132.8	53	142	11	229
August	-29	+132	+168	-167	+14	-19	-18	+4	135	347.6	237	134.8	22	144	18	283
September	-13	+107	+164	-206	-9	+19	-22	+15	108	353.1	263	141.5	21	335	27	304
Oktober	-21	-2	+116	-213	-12	+70	-6	+2	21	264.5	243	151.4	71	350	6	288
November	-6	-42	+90	-178	-4	+83	-5	-22	42	188.1	199	153.2	83	357	23	193
Dezember	-21	-28	+104	-138	-6	+98	-29	-54	35	216.9	173	143.0	98	356	61	208
Winter	+18	-40	+109	-155	-17	+89	-10	-32	44	155.8	189	144.9	91	349	33	197
Äquinoktien	-12	+87	+146	-207	-12	+29	-8	+17	88	352.2	253	144.8	31	338	19	335
Sommer	-37	+236	+162	-170	+24	-38	-11	0	239	351.1	235	136.4	45	122	11	270
Jahr	-10	+94	+139	-178	-2	+26	-10	-5	95	353.9	226	142.0	26	356	11	243

Tab. 7. Harmonische Analyse des täglichen Ganges der Lufttemperatur.
Potsdam Wiese. Alle Tage 1893–1922.

Einheit für a_v, b_v, c_v 0.001°C. Epoche: Mitternacht nach mittlerer Ortszeit.

zu S. 18

	a_1	b_1	a_2	b_2	a_3	b_3	a_4	b_4	c_1	a_1	c_2	a_2	c_3	a_3	c_4	a_4
Januar	-708	-804	+287	+384	-127	-186	+29	+54	1071	221.4	479	36.8	225	214	61	28
Februar	-1211	-1381	+431	+602	-128	-160	+6	-42	1837	221.3	741	35.6	205	219	42	172
März	-1982	-2091	+595	+610	-47	+48	-54	-163	2881	223.5	852	44.2	67	316	172	198
April	-2882	-2648	+563	+321	+125	+316	-100	-123	3914	227.4	648	60.3	340	22	158	219
Mai	-3629	-3018	+414	+77	+270	+386	-37	+38	4720	230.3	421	79.5	471	35	53	224
Juni	-3566	-2816	+280	-29	+274	+350	+15	+106	4544	231.7	281	95.9	445	38	107	8
Juli	-3290	-2713	+331	+93	+211	+345	-6	+35	4264	230.5	344	74.3	404	31	35	350
August	-3211	-2580	+592	+364	+187	+338	-92	-122	4119	231.2	694	58.4	386	29	153	217
September	-2908	-2368	+879	+602	+18	+147	-145	-230	3750	230.8	1066	55.6	148	7	272	212
Oktober	-1979	-1710	+844	+630	-202	-116	-68	-97	2615	229.2	1053	53.3	233	240	118	215
November	-1060	-988	+495	+428	-212	-166	+42	+23	1449	227.0	654	49.2	269	232	48	61
Dezember	-566	-611	+280	+303	-151	-158	+43	+68	833	222.8	412	42.7	219	224	80	32
Winter	-886	-946	+373	+429	-154	-168	+30	+26	1296	223.1	569	41.0	228	222	40	49
Äquinoktien	-2438	-2204	+720	+541	-26	+99	-92	-153	3287	227.9	901	53.1	102	345	179	211
Sommer	-3424	-2782	+404	+126	+236	+355	-30	+14	4412	230.9	423	72.7	427	34	33	295
Jahr	-2249	-1977	+499	+365	+18	+95	+31	-38	2994	228.7	618	53.8	97	11	49	213

Tab. 8. Häufigkeit der unperiodischen täglichen Amplituden des Luftdrucks.
Potsdam 1893—1922.

In Tausendstel der Gesamtzahl der Tage.

zu S. 23

Gruppe	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	Mittl. Ampl. mm
Amplitude mm	0.0 bis 0.9	1.0 bis 1.9	2.0 bis 2.9	3.0 bis 3.9	4.0 bis 4.9	5.0 bis 5.9	6.0 bis 6.9	7.0 bis 7.9	8.0 bis 8.9	9.0 bis 9.9	10.0 bis 10.9	11.0 bis 11.9	12.0 bis 12.9	13.0 bis 13.9	14.0 bis 14.9	15.0 bis 15.9	16.0 bis 16.9	17.0 bis 17.9	18.0 bis 18.9	19.0 bis 19.9	20.0 bis 20.9	21.0 bis 21.9	22.0 bis 22.9	23.0 bis 23.9	über 24.0	
Januar	14	129	119	145	114	97	92	65	62	48	17	17	20	22	15	4	4	4	3	2	2	1	1	1	2	5.68
Februar	23	115	128	148	124	108	78	65	66	45	24	24	19	9	11	2	6	2	—	2	—	1	—	—	—	5.40
März	6	138	175	147	138	85	82	58	53	35	24	18	11	10	9	3	3	2	2	1	—	—	—	—	—	4.94
April	18	142	227	171	127	101	53	51	42	23	11	11	6	8	—	6	—	2	—	—	—	1	—	—	—	4.35
Mai	15	215	259	185	106	92	43	30	26	11	14	2	1	—	1	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	3.58
Juni	18	266	260	190	110	68	49	21	4	11	2	1	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	3.20
Juli	34	255	267	186	109	70	45	22	6	4	2	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	3.10
August	31	226	255	184	113	77	56	24	18	10	3	2	—	1	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	3.38
Septbr.	24	225	209	180	109	98	52	37	24	19	7	6	2	3	2	2	1	—	—	—	—	—	—	—	—	3.77
Oktober	27	160	212	149	113	94	70	46	51	28	22	12	3	5	1	2	2	2	—	—	—	—	—	1	—	4.39
Novbr.	20	129	172	145	117	99	72	55	51	39	24	18	16	16	6	11	2	2	1	3	1	1	—	—	—	5.15
Dezbr.	12	111	130	153	106	85	90	70	51	43	33	36	26	16	11	5	8	3	4	2	1	1	1	1	1	5.87
Winter	17	121	137	147	115	97	83	64	57	44	25	24	20	16	11	6	5	3	2	2	1	1	1	—	1	5.52
Äquin.	19	166	204	162	122	94	64	48	43	26	16	12	5	7	3	3	2	2	1	—	—	1	—	—	—	4.36
Sommer	25	240	260	186	110	77	48	24	14	9	5	1	—	1	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	3.32
Jahr	20	176	200	166	116	89	65	45	38	26	15	12	9	7	5	3	2	2	1	1	—	1	—	1	—	4.40

Amplituden über 24.0 mm hatten folgende Tage: 7. Januar 1905 33.2 mm, 14. Januar 1916 29.0 mm, 31. Dezember 1904 27.0 mm.

Tab. 9. Anzahl der ruhigen Tage (unperiodische tägliche Amplitude des Luftdrucks ≤ 1.9 mm), die zur Ableitung der lunaren Ebbe und Flut benutzt wurden.

Bei W' liegt die Amplitude zwischen 2.0 und 8.9 mm.

zu S. 24

	Jan.	Febr.	März	April	Mai	Juni	Juli	Aug.	Sept.	Okt.	Nov.	Dez.	W	Äqu.	S	Jahr	W'
Potsdam 1893—1922.																	
A	38	23	33	42	69	70	73	65	65	46	31	31	123	186	277	586	264
M	53	47	57	63	86	111	95	98	97	79	62	49	211	296	390	897	412
P	40	46	48	44	60	73	99	79	63	50	42	34	162	205	311	678	317
I	41	37	43	45	62	72	75	86	60	40	41	26	145	188	295	628	297
II	48	45	60	68	96	116	117	93	100	76	62	63	218	304	412	944	413
III	42	34	35	36	57	66	75	63	65	59	32	25	133	195	261	589	283
Summe	131	116	138	149	215	254	267	242	225	175	135	114	496	687	978	2161	993
Hamburg 1884—1920.																	
A	44	34	43	59	87	95	113	86	76	65	55	42	175	243	381	799	—
M	66	56	74	87	130	144	157	149	99	84	95	74	291	344	580	1215	—
P	50	66	53	68	91	116	106	106	93	75	46	53	215	289	419	923	—
I	47	49	51	72	94	109	108	101	80	53	56	45	197	256	412	865	—
II	67	59	72	77	123	162	162	144	107	90	85	83	294	346	591	1231	—
III	46	48	47	65	91	84	106	96	81	81	55	41	190	274	377	841	—
Summe	160	156	170	214	308	355	376	341	268	224	196	169	681	876	1380	2937	—

Tab. 10. Zeitliche Mittelwerte von δ , $\sin 2\delta$ und $\cos^2 \delta$ in den Klassen I, II, III für verschiedene Werte von N.

N = Länge des aufsteigenden Knotens der Mondbahn,

J = Neigung der Mondbahn gegen den Äquator,

δ = Deklination des Mondes,

t_1 = halbe Zeitdauer der Klasse I ($\delta \geq 14^\circ$), wenn der ganze siderische Monat zu 360° angenommen wird.

zu S. 25

N	0°	10°	20°	30°	40°	50°	60°	70°	80°	90°	100°	110°	120°	130°	140°	150°	160°	170°	180°
J	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
t_1	28.6	28.5	28.3	28.0	27.6	27.0	26.4	25.7	24.9	24.0	23.1	22.2	21.3	20.5	19.8	19.2	18.7	18.4	18.3
(δ) _I	59.6	59.5	59.3	58.9	58.5	57.8	57.0	56.1	54.9	53.5	51.9	50.1	48.2	46.3	44.4	42.6	40.9	39.9	39.4
($\sin 2\delta$) _I	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
($\cos^2 \delta$) _I	23.5	23.4	23.3	23.1	22.9	22.5	22.0	21.5	21.0	20.6	20.0	19.4	18.8	18.3	17.8	17.3	16.9	16.8	16.8
($\cos^2 \delta$) _{II}	0.723	0.722	0.721	0.717	0.710	0.701	0.690	0.678	0.664	0.651	0.639	0.624	0.609	0.595	0.582	0.570	0.560	0.553	0.550
($\cos^2 \delta$) _{III}	0.859	0.860	0.862	0.864	0.867	0.872	0.876	0.882	0.887	0.894	0.900	0.907	0.913	0.918	0.922	0.926	0.929	0.931	0.931
($\cos^2 \delta$) _{I, II, III}	0.937	0.937	0.938	0.939	0.940	0.942	0.944	0.946	0.948	0.951	0.954	0.956	0.959	0.961	0.962	0.964	0.965	0.965	0.966
($\cos^2 \delta$) _{I, II, III}	0.886	0.886	0.888	0.890	0.893	0.897	0.901	0.906	0.911	0.917	0.923	0.928	0.934	0.939	0.942	0.946	0.948	0.950	0.950

Tab. 11. Sonnentägiger Gang des Luftdrucks im Mittel der „Ruhigen Tage“ (mit unperiodischer Amplitude < 0.2 mm), in Abweichungen vom Mittel.

Mittlere Ortszeit. Einheit 0.01 mm.

zu S. 26

	1 ^h	2 ^h	3 ^h	4 ^h	5 ^h	6 ^h	7 ^h	8 ^h	9 ^h	10 ^h	11 ^h	12 ^h	13 ^h	14 ^h	15 ^h	16 ^h	17 ^h	18 ^h	19 ^h	20 ^h	21 ^h	22 ^h	23 ^h	24 ^h	
Potsdam 1893—1922.																									
Januar	-4	-2	-3	-11	-18	-20	-11	+8	+22	+34	+36	+16	-7	-20	-20	-14	-9	-5	-1	+3	+8	+9	+9	+9	+1
Februar	+3	+1	-12	-20	-21	-21	-12	+5	+18	+29	+33	+21	+6	-11	-19	-22	-16	-4	+2	+5	+9	+10	+9	+8	+1
März	0	-7	-19	-22	-21	-13	+3	+20	+31	+39	+39	+30	+11	-8	-22	-31	-31	-19	-4	+6	+9	+8	+3	+1	+10
April	0	-7	-12	-17	-13	+2	+19	+28	+34	+40	+35	+21	+8	-9	-27	-38	-41	-38	-21	+1	+8	+10	+11	+10	+10
Mai	-2	-6	-11	-10	0	+15	+30	+40	+44	+44	+36	+24	+9	-7	-24	-37	-48	-49	-39	-21	-2	+3	+6	+4	+4
Juni	+2	-2	-7	-3	+6	+16	+30	+39	+41	+40	+35	+24	+8	-8	-22	-36	-48	-50	-44	-30	-6	+2	+8	+4	+4
Juli	+2	-4	-10	-8	+1	+11	+24	+33	+36	+31	+21	+7	-7	-7	-17	-30	-40	-43	-37	-22	-2	+4	+9	+6	+6
August	-2	-8	-14	-15	-7	+4	+17	+27	+36	+39	+34	+22	+9	-6	-18	-28	-34	-38	-29	-8	+1	+5	+8	+4	+4
Septbr.	-2	-8	-14	-20	-20	-9	+7	+22	+38	+44	+36	+24	+11	-5	-21	-31	-33	-30	-14	+2	+7	+8	+7	+2	+2
Oktober	+1	-7	-18	-20	-21	-19	+1	+20	+31	+37	+35	+20	0	-16	-23	-28	-24	-9	0	+6	+12	+13	+8	+3	+3
Novbr.	+8	-9	-18	-22	-20	-18	-7	+14	+27	+38	+35	+18	+1	-14	-16	-14	-7	-1	+3	+4	+9	+5	+3	-3	-3
Dezbr.	-10	-5	-5	-12	-19	-20	-12	+6	+24	+42	+35	+14	-6	-16	-13	-7	-5	-4	-1	+3	+6	+5	+4	-4	-4
Winter ¹⁾	-4	-3	-11	-19	-24	-23	-14	+5	+19	+32	+30	+14	-5	-18	-18	-14	-9	0	+6	+10	+14	+14	+12	+7	+7

¹⁾ Ampl. 2.0—3.9 mm.

Hamburg 1884—1920.

Januar	-1	-1	-8	-15	-18	-11	+3	+15	+22	+24	+11	-7	-18	-16	-12	-7	-4	0	+5	+10	+11	+11	+6	0	0
Februar	-6	-14	-21	-20	-20	-11	+5	+19	+27	+33	+25	+10	-6	-12	-15	-13	-4	+2	+4	+5	+6	+3	+1	-1	-1
März	-3	-12	-16	-16	-9	+3	+18	+28	+34	+32	+24	+7	-9	-22	-31	-30	-19	-5	+4	+7	+7	+4	0	+2	+2
April	-5	-10	-14	-13	-2	+14	+25	+34	+37	+32	+20	+8	-7	-23	-34	-38	-35	-20	-1	+6	+9	+9	+6	+1	+1
Mai	-4	-10	-11	-4	+7	+16	+25	+30	+30	+32	+16	+7	-5	-16	-26	-35	-34	-27	-13	+2	+8	+10	+5	+1	+1
Juni	-2	-7	-6	0	+8	+18	+26	+29	+27	+22	+16	+5	-7	-18	-29	-35	-35	-28	-16	+2	+9	+11	+7	+3	+3
Juli	-5	-11	-12	-7	-1	+9	+17	+21	+22	+21	+15	+6	-2	-9	-17	-24	-26	-21	-10	+3	+9	+12	+8	+3	+3
August	-6	-11	-16	-14	-6	+5	+14	+24	+27	+22	+15	+9	-1	-9	-18	-23	-25	-17	-2	+6	+10	+10	+6	+1	+1
Septbr.	-5	-13	-19	-19	-9	+6	+19	+33	+34	+28	+19	+9	-5	-17	-26	-28	-24	-11	+2	+7	+9	+8	+4	-1	-1
Oktober	-10	-19	-22	-23	-19	-4	+15	+29	+35	+33	+21	+5	-8	-16	-23	-19	-7	0	+5	+10	+10	+7	+2	-2	-2
Novbr.	-8	-14	-20	-21	-21	-1	+8	+23	+31	+30	+16	+1	-12	-16	-14	-7	+1	+5	+7	+10	+10	+6	+2	-5	-5
Dezbr.	-4	-7	-15	-24	-25	-19	-3	+16	+29	+28	+12	-3	-15	-12	-2	-1	+3	+9	+12	+12	+13	+12	+6	-3	-3

Tab. 12. Änderung des Luftdrucks von Mitternacht zu Mitternacht im Mittel der Ruhigen Tage.

Einheit 0.01 mm.

zu S. 26

	Jan.	Febr.	März	April	Mai	Juni	Juli	Aug.	Sept.	Okt.	Nov.	Dez.	Winter	Äquin.	Sommer	Jahr
Potsdam . .	-15	-11	-7	-7	0	+10	+9	-8	-11	-15	-24	-29	-20	-10	+3	-9
Hamburg . .	-13	-13	-13	-6	+5	+3	-6	-13	-16	-10	-15	-26	-17	-11	-3	-10

Vorstehende Mitternachtsdifferenzen sind aus den sonnentägigen Gängen (Tab. 11) bereits eliminiert.

Tab. 13. Sonnentägiger Gang des Luftdrucks, Differenz „Ruhige Tage“ (mit unperiodischer Amplitude < 2.0 mm) minus „Alle Tage“. („Konvexer Gang“.) Potsdam 1893—1922.

Einheit 0.01 mm.

zu S. 26

	1 ^h	2 ^h	3 ^h	4 ^h	5 ^h	6 ^h	7 ^h	8 ^h	9 ^h	10 ^h	11 ^h	12 ^h	13 ^h	14 ^h	15 ^h	16 ^h	17 ^h	18 ^h	19 ^h	20 ^h	21 ^h	22 ^h	23 ^h	24 ^h	
Januar	-9	-7	-3	0	+5	+8	+10	+13	+11	+12	+13	+13	+10	+7	+2	-1	-4	-7	-10	-12	-13	-12	-12	-13	-13
Februar	-4	-1	0	+1	+2	+4	+4	+4	+6	+9	+5	+3	+5	+5	+3	+1	-1	-4	-7	-7	-7	-7	-7	-7	-6
März	-10	-7	-6	-3	-3	-2	+1	+1	+5	+6	+9	+11	+10	+9	+7	+5	+3	+2	0	-2	-3	-6	-6	-11	-12
April	-7	-5	-3	-3	-2	-2	+1	+1	+2	+4	+7	+8	+7	+6	+6	+5	+3	+2	0	0	-3	-3	-3	-5	-6
Mai	-7	-4	-4	-3	-3	-1	-2	+1	+3	+4	+4	+6	+6	+6	+8	+7	+6	+4	+2	0	-4	-4	-6	-7	-7
Juni	-7	-4	-4	0	0	0	+3	+3	+4	+5	+6	+6	+6	+6	+6	+5	+3	0	-3	-5	-7	-8	-8	-10	-10
Juli	-8	-6	-4	-4	-2	-1	+1	+2	+4	+4	+4	+5	+6	+5	+6	+4	+5	+3	+1	0	-3	-5	-7	-9	-9
August	-9	-5	-4	0	+5	+6	+7	+7	+8	+7	+7	+6	+4	+2	+2	+1	+1	-1	-4	-6	-7	-8	-9	-11	-11
Septbr.	-8	-6	-5	-4	-1	0	+1	+3	+6	+8	+10	+7	+9	+9	+9	+6	+4	+3	-1	-2	-3	-6	-8	-10	-11
Oktober	-2	0	+1	+3	+3	+3	+6	+5	+5	+5	+5	+6	+4	+1	0	-3	-6	-6	-6	-6	-5	-4	-3	-4	-4
Novbr.	-6	-5	-2	0	+3	+5	+5	+6	+8	+9	+9	+10	+8	+5	+3	0	0	0	-5	-7	-7	-8	-10	-9	-12
Dezbr.	-7	-3	0	+4	+5	+4	+4	+6	+4	+6	+6	+5	+2	+2	0	0	-1	-2	-3	-4	-4	-6	-8	-10	-10
Winter ¹⁾	-6	-4	-1	+1	+4	+5	+6	+7	+7	+9	+8	+8	+6	+5	+2	0	-2	-4	-7	-8	-8	-9	-9	-10	-10
Äquin.	-7	-4	-3	-2	-1	0	+2	+4	+5	+6	+8	+8	+7	+6	+4	+2	0	-2	-4	-4	-4	-5	-7	-8	-8
Sommer	-8	-5	-3	-2	0	+1	+2	+3	+5	+5	+5	+6	+6	+5	+5	+4	+3	+1	-2	-4	-5	-7	-8	-9	-9
Winter ¹⁾	-5	-3	-3	-1	-1	+2	+2	+4	+3	+5	+4	+5	+3	+2	+1	0	-2	-1	-1	-1	-2	-2	-3	-4	-4

¹⁾ Ampl. 2.0—3.9 mm.

Tab. 14. Mondentägiger Gang des Luftdrucks zu Potsdam 1893—1922.

0^s = Untere Kulmination des Mondes, 12^s = Obere Kulmination. Einheit 0.001 mm Quecksilber.

zu S. 28

	0 ^s	1 ^s	2 ^s	3 ^s	4 ^s	5 ^s	6 ^s	7 ^s	8 ^s	9 ^s	10 ^s	11 ^s	12 ^s	13 ^s	14 ^s	15 ^s	16 ^s	17 ^s	18 ^s	19 ^s	20 ^s	21 ^s	22 ^s	23 ^s
Januar	-16	-12	+5	+24	+26	+32	+18	+8	-5	+13	+24	+29	+20	+5	-8	-4	-6	-7	-11	-21	-36	-29	-29	-26
Februar	+42	+32	+8	+3	-18	-16	-9	+6	-10	-18	-17	-17	-23	-38	-40	-19	-12	-6	+10	+9	+9	+18	+48	+49
März	+28	+35	+19	-2	-19	-37	-45	-49	-43	-28	-15	+2	+16	+19	+10	+22	+15	+4	-1	+8	+2	+4	+21	+23
April	+3	+4	0	-13	-17	-19	-19	-9	-3	-3	-9	-6	-11	-6	-2	+2	+7	+4	+20	+31	+30	+13	+3	+1
Mai	-35	-27	-24	-28	-31	-29	-22	-7	+4	+27	+34	+45	+51	+44	+37	+34	+6	0	0	-8	-10	-10	-27	-22
Juni	+28	+34	+25	+17	+9	+17	+32	+20	+4	+1	+9	+12	+8	-4	-16	-20	-25	-23	-37	-50	-42	-19	+4	+24
Juli	-9	-14	+1	-9	-15	-18	-20	-22	0	+22	+29	+35	+45	+40	+23	+11	-1	-12	-13	-18	-27	-15	-8	-2
August	+36	+38	+25	+18	0	-12	-25	-32	-27	-31	-28	-17	-16	-15	-13	-5	0	-3	0	+6	+17	+21	+36	+33
Septbr.	+12	+19	-4	-13	-18	-22	-29	-31	-14	-5	0	+1	+8	+8	+3	-8	-13	-20	-4	+16	+28	+37	+23	+23
Oktbr.	+30	+31	+37	+35	+29	+34	+29	+26	+18	+15	+13	+3	-10	-25	-37	-47	-49	-51	-47	-36	-27	+2	+2	+17
Novbr.	+7	+19	+4	-10	-7	-14	-10	-13	-18	-14	-10	+1	+7	+15	+21	+25	+14	+12	0	-7	-10	-7	-1	-4
Dezbr.	+22	+33	+24	+11	-10	-4	-25	-22	-9	-26	-25	-24	-24	-7	+8	-1	-2	-5	-4	+4	+16	+25	+16	+34
Winter	+12	+14	+6	+1	-6	-7	-10	-10	-11	-10	-3	+4	+5	0	0	+3	+1	0	-2	-7	-6	+2	+10	+14
Äquin.	+18	+22	+12	+1	-6	-10	-15	-15	-9	-4	-1	0	+1	-2	-7	-10	-13	-18	-9	+5	+10	+16	+13	+17
Sommer	+6	+8	+8	0	-9	-10	-8	-11	-5	+4	+11	+18	+21	+16	+7	+4	-6	-10	-13	-18	-16	-6	+2	+9
Jahr	+12	+15	+9	+1	-7	-9	-11	-12	-8	-3	+2	+7	+9	+5	0	-1	-6	-9	-8	-7	-4	+4	+8	+13

Trennung nach der Mondentfernung

Winter A	-7	+3	0	+12	+16	+12	-3	-3	-14	-10	-3	+6	+2	-2	-5	-3	-3	-1	-3	-7	-2	+8	+6	-5
» M	+28	+19	+9	+1	-16	-21	-20	-31	-33	-27	-24	-20	-13	-13	-1	+10	+12	+17	+14	+16	+15	+21	+29	+27
» P	+6	+13	+7	-6	-11	-3	-1	+13	+22	+14	+21	+32	+30	+18	+5	-4	-16	-26	-24	-35	-38	-27	-12	+12
Äquin. A	+1	+3	-37	-44	-50	-52	-62	-67	-54	-31	-9	+3	+4	+14	+31	+38	+45	+50	+60	+60	+46	+41	+15	+2
» M	+24	+29	+44	+33	+33	+32	+28	+29	+29	+23	+11	+6	+3	-10	-27	-45	-50	-62	-57	-36	-20	-10	-8	+6
» P	+24	+31	+10	-3	-21	-32	-33	-31	-22	-19	-10	-10	-7	-4	-11	-2	-12	-15	-1	+15	+24	+33	+43	+48
Somm. A	+7	+3	+20	+10	+14	+14	+14	+11	+5	-3	-4	+2	+8	+10	+9	+6	-5	-14	-24	-35	-24	-16	+2	-6
» M	-1	+11	+4	-10	-26	-29	-21	-23	-10	+11	+24	+34	+39	+32	+21	+16	+1	-5	-5	-11	-22	-19	-16	+4
» P	+13	+10	+1	+3	-8	-8	-12	-16	-7	+3	+7	+13	+10	-1	-12	-15	-15	-15	-13	-13	-1	+20	+25	+29
Jahr A	0	+3	-6	-8	-7	-9	-17	-20	-21	-15	-6	+3	+4	+7	+11	+13	+12	+11	+11	+6	+6	+11	+7	-3
» M	+17	+20	+19	+8	-3	-6	-4	-6	-5	+2	+4	+7	-10	+3	-2	-6	-12	-17	-16	-10	-9	-3	+2	+12
» P	+14	+18	+6	-2	-13	-14	-15	-11	-2	-1	+6	+12	+11	+4	-6	-7	-14	-19	-13	-11	-5	+9	+19	+30

Trennung nach der Deklination des Mondes

Winter I	-5	+1	-4	-4	-9	-6	-6	-9	-10	+1	+13	+16	+10	+8	+10	+13	+7	+4	-1	-8	-11	-10	-2	
» II	+31	+25	+23	+12	+2	-9	-18	-21	-17	-6	-8	-6	-18	-10	-8	-14	-17	-10	-5	-3	-1	+14	+25	+33
» III	+4	+9	-10	-9	-16	-4	-3	+3	-8	-17	-2	+11	+15	+10	+10	+24	+15	+8	-5	-19	-15	-6	+7	+3
Äquin. I	+23	+34	+21	-4	-17	-14	-11	-7	+2	+1	-7	-7	+1	+5	-7	-15	-13	-19	-13	+2	-1	+13	+13	+19
» II	+21	+17	+6	+1	+3	-1	-4	-3	-3	+2	-6	-12	-20	-23	-18	-17	-23	-25	-14	+6	+25	+30	+25	+23
» III	+9	+18	+11	+7	-9	-22	-37	-43	-31	-16	+10	+27	+34	+28	+11	+8	+7	-6	+1	+4	-5	-2	-6	+5
Sommer I	-2	+20	+22	+8	-6	-12	-12	-7	-1	+14	+23	+34	+33	+17	+10	+2	-6	-13	-19	-26	-35	-22	-16	-8
» II	+24	+21	+13	-1	-18	-26	-25	-28	-21	-10	0	+5	+13	+20	+11	+6	-6	-4	-2	-11	-4	+10	+18	+22
» III	-15	-24	-16	-7	+3	+17	+24	+14	+18	+18	+16	+22	+23	+8	-3	+3	-5	-16	-24	-21	-16	-13	-4	+7
Jahr I	+5	+18	+13	0	-11	-11	-10	-7	-3	+2	+6	+13	+17	+11	+4	-1	-2	-8	-9	-8	-15	-7	-4	+3
» II	+25	+21	+14	+4	-4	-12	-16	-17	-14	-5	-5	-4	-8	-4	-5	-8	-15	-13	-7	-3	+7	+18	+23	+26
» III	-1	+1	-5	-3	-7	-3	-5	-9	-7	-5	+8	+20	+24	+15	+6	+12	+6	-5	-9	-12	-12	-7	-1	+5

Tab. 15. Mondentägiger Gang des Luftdrucks zu Hamburg 1884—1920.

0^s = Untere Kulmination des Mondes, 12^s = Obere Kulmination. Einheit 0.001 mm Quecksilber.

zu S. 28

	0 ^s	1 ^s	2 ^s	3 ^s	4 ^s	5 ^s	6 ^s	7 ^s	8 ^s	9 ^s	10 ^s	11 ^s	12 ^s	13 ^s	14 ^s	15 ^s	16 ^s	17 ^s	18 ^s	19 ^s	20 ^s	21 ^s	22 ^s	23 ^s
Januar	+7	+7	-7	+8	+12	+6	-4	-11	-5	+4	+18	+35	+40	+32	+22	+2	-8	-19	-32	-32	-27	-23	-27	-4
Februar	+35	+38	+29	+13	-1	-4	-3	-13	-22	-33	-39	-45	-47	-37	-35	-28	-15	+1	+21	+31	+39	+34	+42	+37
März	-14	-16	-16	-9	-5	+9	+15	+11	+18	+12	+15	+18	+17	+25	+29	+26	+12	-15	-36	-20	-20	-28	-13	-12
April	-23	-35	-33	-37	-29	-15	-6	+10	+30	+48	+59	+59	+45	+35	+26	+11	0	-13	-24	-25	-26	-24	-18	-16
Mai	+5	+18	+9	+12	+21	+19	+12	+3	-6	-5	-1	+3	+7	+7	+5	0	-15	-20	-29	-30	-24	-15	+4	+12
Juni	+14	+7	+11	0	+2	+10	+15	+19	+18	+23	+25	+26	+28	+18	0	-15	-22	-32	-35	-33	-31	-35	-19	+4
Juli	-10	+3	+17	+16	+12	+3	+5	+19	+26	+39	+42	+46	+42	+26	+9	-9	-26	-38	-44	-44	-44	-42	-34	-20
August	-33	-31	-20	-9	-2	+2	+1	+6	+20	+23	+27	+25	+29	+41	+36	+21	+10	+1	-9	-25	-25	-28	-34	-28
Septbr.	+22	+11	+5	-19	-27	-35	-47	-41	-19	-7	+7	+15	+11	-3	-17	-13	-19	-15	+1	+19	+27	+45	+46	+48
Oktober	+1	+1	+3	+13	+11	+14	+8	+12	+16	+14	+20	+18	+9	-4	-10	-22	-34	-29	-20	-19	-13	0	-2	+15
Novbr.	+3	0	+4	+9	+14	+26	+29	+24	+17	+20	+23	+28	+18	+12	+17	+4	-11	-22	-31	-43	-40	-46	-37	-14
Dezbr.	+2	-2	+2	+2	0	-5	-2	-10	-9	+4	+26	+33	+28	+21	+6	-5	-8	-22	-28	-29	-18	-1	+16	+1
Winter	+11	+10	+6	+8	+7	+7	+6	-1	-4	0	+9	+14	+11	+8	+4	-6	-11	-16	-18	-20	-13	-11	-4	+4
Äquin.	-1	-8	-9	-13	-13	-9	-11	-5	+9	+15	+25	+27	+20	+12	+4	-2	-12	-18	-17	-9	-5	+3	+7	+12
Sommer	-6	-1	+5	+5	+8	+8	+8	+12	+16	+21	+25	+26	+28	+24	+13	-1	-13	-23	-30	-33	-32	-31	-22	-8
Jahr	+1	0	+1	0	+1	+2	+1	+2	+7	+12	+20	+22	+20	+15	+7	-3	-12	-19	-22	-21	-17	-13	-6	+3

Trennung nach der Mondentfernung

Winter A	-22	-6	+2	+23	+19	+20	+13	+17	+15	+21	+29	+41	+33	+19	+6	-9	-19	-21	-25	-33	-41	-35	-21	-24
» M	+37	+17	+13	+9	+20	+15	+9	-12	-22	-17	-8	-6	-11	-9	-2	-9	-8	-15	-22	-16	+3	+4	+5	+21
» P	+2	+13	+2	-7	-22	-15	-3	-1	+5	+6	+13	+20	+23	+20	+9	0	-8	-13	-9	-14	-13	-12	-1	+2
Äquin. A	-19	-26	-38	-39	-44	-44	-42	-29	-11	+12	+26	+30	+30	+29	+29	+35	+30	+25	+17	+17	+12	+6	-5	-2
» M	+4	0	-2	-4	-3	+7	+6	+16	+31	+42	+35	+18	+3	-12	-30	-44	-52	-43	-28	-14	+1	+12	+19	
» P	+6	-3	+7	-2	+1	+1	-3	-9	+2	+1	+2	+14	+14	+7	+2	-2	-12	-16	-17	-11	-10	+1	+10	+16
Somm. A	-4	+4	+23	+23	+18	+10	+8	+13	+18	+20	+22	+23	+22	+17	+7	-8	-15	-24	-31	-33	-38	-38	-29	-9
» M	-6	+2	-2	+7	+13	+18	+19	+23	+24	+25	+27	+28	+27	+16	-3	-15	-28	-34	-37	-32	-24	-26	-17	-4
» P	-8	-11	-5	-13	-8	-5	-5	-1	+2	+18	+25	+27	+34	+40	+40	+24	+8	-7	-19	-36	-36	-31	-20	-14
Jahr A	-15	-9	+4	+2	-2	-5	-7	0	+7	+18	+26	+31	+28	+22	+14	+6	-1	-7	-13	-16	-22	-22	-18	-12
» M	+12	+6	+3	+4	+10	+13	+11	+9	+11	+13	+20	+19	+11	+3	-6	-18	-27	-34	-34	-25	-12	-7	0	+12
» P	0	0	+1	-7	-9	-6	-4	-4	+3	+8	+13	+20	+24	+22	+17	+7	-4	-12	-15	-20	-20	-14	-4	+1

Trennung nach der Deklination des Mondes

Winter I	+15	+17	+8	+5	-9	-12	-24	-32	-27	-26	-13	-1	+10	+22	+24	+17	+19	+5	-2	-5	-3	-3	+10	+11
» II	+21	+22	+16	+8	0	-1	+4	-3	-6	-7	+6	+15	+8	0	-3	-10	-18	-19	-20	-21	-7	-4	+3	+14
» III	-9	-17	-9	+11	+35	+38	+41	+32	+23	+37	+33	+28	+17	+7	-5	-24	-30	-34	-34	-35	-35	-31	-28	-20
Äquin. I	-26	-30	-16	-13	-16	-11	0	+22	+39	+41	+39	+42	+39	+25	+9	-4	-20	-33	-32	-23	-10	-3	-14	-6
» II	+1	-12	-14	-20	-19	-10	-7	-7	+12	+25	+35	+33	+17	+3	-8	-9	-23	-25	-19	-6	-3	+9	+23	+22
» III	+18	+17	+4	-6	-5	-8	-28	-29	-23	-21	-1	+6	+6	+11	+16	+10	+9	+5	-1	0	-4	0	+6	+17
Sommer I	-11	+2	+13	+12	+18	+16	+10	+17	+21	+24	+23	+27	+32	+28	+17	+3	-13	-20	-36	-48	-49	-38	-36	-16
» II	-9	-7	-5	-1	-3	0	+3	+6	+10	+15	+21	+30	+36	+33	+20	+5	-5	-15	-23	-26	-25	-33	-20	-7
» III	+4	+6	+11	+8	+15	+14	+14	+17	+19	+28	+31	+21	+11	+4	-5	-15	-27	-39	-35	-29	-21	-20	-8	-1
Jahr I	-7	-4	+2	+1	-2	-2	-5	+2	+11	+13	+16	+23	+27	+25	+17	+5	-5	-16	-23	-25	-21	-15	-13	-4
» II	+4	+1	-1	-4	-7	-4	0	-1	+5	+11	+21	+26	+20	+12	+3	-5	-15	-20	-21	-18	-12	-9	+2	+10
» III	+4	+2	+2	+4	+15	+15	+9	+7	+6	+15	+21	+18	+11	+7	+2	-10	-16	-23	-23	-21	-21	-17	-10	-1

Tab. 16. Harmonische Analyse des mondentägigen Luftdruckganges zu Potsdam und Hamburg.

$$a_1 \cos t + b_1 \sin t + a_2 \cos 2t + b_2 \sin 2t = c_1 \sin(t + \alpha_1) + c_2 \sin(2t + \alpha_2).$$

zu S. 28

t wächst von einer unteren Kulmination des Mondes zur nächsten von 0° bis 360°. — Einheit für a, b, c ist 0.0001 mm Quecksilber.

	Potsdam								Hamburg							
	a ₁	b ₁	a ₂	b ₂	c ₁	α ₁	c ₂	α ₂	a ₁	b ₁	a ₂	b ₂	c ₁	α ₁	c ₂	α ₂
Januar . . .	-122	+202	-10	+85	236	329 ⁰	86	353 ⁰	-145	+119	+175	+84	187	309 ⁰	194	64 ⁰
Februar . . .	+284	-58	+52	-112	290	102	124	155	+402	-86	-42	-50	411	102	65	220
März . . .	+84	-219	+218	+97	235	159	239	66	-204	+89	+45	+43	223	294	62	46
April . . .	+42	-147	-28	-57	153	164	63	206	-386	+57	+128	-122	390	278	177	134
Mai . . .	-357	-73	+113	-28	365	258	116	104	+32	+151	+91	+75	154	12	118	51
Juni . . .	+82	+262	+138	+33	274	17	142	77	-99	+230	+138	-9	250	337	139	94
Juli . . .	-212	+7	+187	+8	212	272	187	88	-214	+292	+169	+20	362	324	170	83
August . . .	+268	-118	+108	+37	293	114	114	71	-315	+42	+22	+56	318	278	60	21
September . . .	+88	-138	+139	-103	164	147	173	126	+143	-156	+202	-180	212	137	271	132
Oktober . . .	+195	+372	+88	-51	421	28	102	120	+10	+189	+69	-76	189	3	102	138
November . . .	-32	-88	+72	+105	94	200	127	34	-163	+255	+60	+87	303	327	106	35
Dezember . . .	+208	-99	+79	+37	230	115	87	65	-76	+72	+172	-17	104	313	173	96
Winter . . .	+42	-32	+79	+20	53	127	81	76	-8	+98	+91	+30	98	355	96	72
Äquinoktien . . .	+106	-23	+105	-42	108	102	113	112	-88	+28	+119	-96	92	288	153	129
Sommer . . .	-49	+22	+139	+12	54	294	140	85	-158	+195	+110	+35	251	321	116	72
Jahr . . .	+34	-12	+105	-3	36	109	105	92	-84	+107	+108	-8	136	322	108	94

Trennung nach der Mondentfernung

Winter A . . .	+32	+18	+3	+34	37	61	34	5	-181	+248	+71	+47	307	324	85	56
» M . . .	+178	-206	+54	+31	273	139	62	60	+154	+59	+76	+52	165	69	92	56
» P . . .	-115	+164	+168	-11	200	325	168	94	-83	+27	+128	-19	87	288	129	98
Äquin. A . . .	-42	-563	+33	-12	564	184	35	110	-254	-271	+87	-64	371	223	108	126
» M . . .	+134	+408	+107	-35	429	18	113	108	-42	+234	+162	-185	238	350	246	139
» P . . .	+208	-168	+161	-82	268	129	181	117	0	+42	+100	-18	42	0	101	100
Sommer A . . .	-14	+138	+61	+88	139	354	107	35	-112	+242	+100	+76	267	335	125	53
» M . . .	-168	-38	+197	+32	172	257	200	81	-117	+258	+91	-33	283	336	97	110
» P . . .	+75	+2	+136	-84	75	88	160	122	-255	+65	+140	+82	263	284	162	60
Jahr A . . .	-8	-132	+31	+35	132	183	47	41	-181	+72	+88	+18	195	292	90	78
» M . . .	+46	+54	+119	+8	71	40	119	86	-1	+184	+108	-58	184	0	122	118
» P . . .	+52	+1	+155	-59	52	89	166	111	-112	+43	+122	+18	120	291	123	82

Trennung nach der Deklination des Mondes

Winter I . . .	-72	-45	+33	+50	85	238	60	33	+22	-131	+130	+121	133	170	178	47
» II . . .	+192	-20	+119	-12	193	96	120	96	+60	+84	+128	+5	103	36	128	88
» III . . .	-61	-43	+67	+55	75	235	86	51	-142	+351	-4	-21	379	338	21	191
Aquin. I . . .	+108	+1	+124	-44	108	89	132	110	-248	+148	+102	-151	289	301	182	146
» II . . .	+192	+10	+38	-112	192	87	118	161	-63	+39	+132	-184	74	302	227	144
» III . . .	-40	-112	+198	+76	119	200	212	69	+28	-112	+123	+65	115	166	139	62
Sommer I . . .	-117	+102	+175	+58	155	311	184	72	-188	+262	+111	+98	323	324	148	49
» II . . .	+45	-97	+189	+19	107	155	190	84	-196	+117	+117	+37	228	301	123	72
» III . . .	-128	+138	+17	-48	189	317	51	161	-52	+252	+98	-40	257	348	106	112
Jahr I . . .	-28	+16	+111	+21	32	300	113	79	-138	+93	+118	+23	166	304	120	79
» II . . .	+142	-37	+117	-32	147	105	121	105	-67	+81	+129	-48	105	320	137	110
» III . . .	-75	-8	+93	+28	75	263	97	73	-53	+167	+72	+1	175	342	72	89

Harmonische Analyse des mondentägigen Luftdruckganges zu Potsdam im Winter, aus zwei Gruppen von Tagen mit verschiedenen unperiodischen täglichen Amplituden berechnet.

	Unperiodische Amplitude von 0.0—1.9 mm								Unperiodische Amplitude von 2.0—3.9 mm							
	a ₁	b ₁	a ₂	b ₂	c ₁	α ₁	c ₂	α ₂	a ₁	b ₁	a ₂	b ₂	c ₁	α ₁	c ₂	α ₂
Gesamtmittel	+72	-2	+45	+32	72	92 ⁰	55	55 ⁰	-25	-99	+158	-1	102	194 ⁰	158	90 ⁰
A	+88	+158	0	+46	181	29	46	0	-104	-308	+13	+12	325	199	18	47
M	+269	-222	+20	+32	350	130	38	32	-40	-175	+135	+22	180	193	137	81
P	-187	+162	+111	+2	248	311	111	89	+55	+168	+306	-47	179	18	310	99
I	-50	+28	-13	+72	57	299	73	350	-128	-217	+138	-6	252	211	138	92
II	+215	-12	+68	-27	215	93	73	112	+117	-40	+253	+20	124	109	254	85
III	-31	-36	+81	+88	48	221	121	43	-133	-68	+34	-27	149	243	43	128

Tab. 17. Lunare Luftdruckschwankung in Batavia in den einzelnen Jahren 1866—1905.

$\Delta a_2, \Delta b_2$ in Abweichungen vom 40-jährigen Mittel + 57.0 cos 2t + 26.4 sin 2t = 63.8 sin (2t + 65°.2).

Epoche: 0s Mondzeit. Einheit: 0.001 mm.

zu S. 28 u. 37

Jahr	Δa_2	Δb_2	Jahr	Δa_2	Δb_2	Jahr	Δa_2	Δb_2	Jahr	Δa_2	Δb_2	Jahr	Δa_2	Δb_2	Jahr	Δa_2	Δb_2	Jahr	Δa_2	Δb_2	Jahr	Δa_2	Δb_2
1866	-11	-10	1871	+ 8	-11	1876	- 4	+ 4	1881	- 8	0	1886	+12	-10	1891	+ 9	+16	1896	- 5	- 2	1901	+11	+ 8
1867	-10	+ 3	1872	-11	- 4	1877	- 8	+ 2	1882	- 8	-11	1887	+18	+ 2	1892	- 1	+ 7	1897	-19	+ 1	1902	+ 8	+19
1868	- 1	0	1873	0	-16	1878	- 1	+15	1883	- 9	+ 9	1888	+ 3	- 7	1893	-20	+ 6	1898	+11	-13	1903	- 2	+18
1869	+ 2	- 9	1874	- 5	- 8	1879	+ 3	- 9	1884	+ 9	-20	1889	+ 1	- 2	1894	+ 8	- 7	1899	+ 9	+ 7	1904	-19	+ 6
1870	+ 3	+10	1875	- 3	+13	1880	0	-10	1885	+ 3	- 2	1890	+14	+ 1	1895	+10	+ 3	1900	- 3	+ 7	1905	+ 6	- 1

Tab. 18. Wahrscheinliche Fehler in den harmonischen Komponenten des lunaren Luftdruckganges.

Einheit: 0.0001 mm.

zu S. 31

	Potsdam		Hamburg		Mittel Potsdam-Hamburg		
	Δc_1^*	Δc_2^*	Δc_1^*	Δc_2^*	Δc_1^*	Δc_2^*	
A, P, I, III	Winter . . .	173	64	188	71	145	55
	Äquinoktien . . .	233	96	199	82	153	63
	Sommer . . .	263	70	227	60	174	46
M, II	Winter . . .	134	52	153	58	117	44
	Äquinoktien . . .	188	78	176	72	128	53
	Sommer . . .	225	59	186	49	146	39
Gesamtmittel	Winter . . .	89	34	100	37	67	25
	Äquinoktien . . .	124	52	109	45	83	34
	Sommer . . .	145	39	122	32	95	25
Jahresmittel	A, P, I, III . . .	129	45	117	41	88	30
	M, II . . .	108	37	100	35	73	25
	Gesamt . . .	70	24	64	23	47	16

Tab. 19. Wahrscheinliche Fehler des sonnentägigen Luftdruckganges im Mittel aller Tage. Potsdam.

zu S. 32

	Einzeltag Einheit 0.01 mm (!)				Einzelnes Monatsmittel Einheit 0.001 mm				30-jähriges Mittel Einheit 0.001 mm			
	c_1^*	c_2^*	c_3^*	c_4^*	Δc_1^*	Δc_2^*	Δc_3^*	Δc_4^*	Δc_1^*	Δc_2^*	Δc_3^*	Δc_4^*
Januar	138	30	18	14	247	54	32	25	45	10	6	5
Februar	127	30	13	10	240	56	24	18	44	11	4	4
März	115	34	13	9	208	61	23	16	38	11	4	3
April	106	27	12	9	194	50	22	16	35	9	4	3
Mai	101	27	11	8	182	49	20	15	33	9	4	3
Juni	89	28	16	11	162	51	29	21	30	9	5	4
Juli	102	29	16	11	183	53	28	19	33	10	5	4
August	89	23	14	11	160	42	25	19	29	8	4	4
September	110	27	11	10	200	49	21	18	37	9	4	4
Oktober	96	31	13	9	173	56	23	16	32	11	4	3
November	105	28	13	10	193	52	24	18	35	9	4	4
Dezember	135	31	17	14	246	56	31	26	45	11	6	5
Winter	128	30	16	12					21	5	3	2
Äquinoktien	107	31	12	18					18	5	2	3
Sommer	94	28	14	11					16	5	2	2
Jahr	111	30	14	11					11	3	1	1

Tab. 20 auf S. 33. Tab. 21 auf S. 33.

Tab. 22. Jährliche Periode der lunaren Luftdruckschwankung nach Monatsmitteln.
Einheit: 0.001 mm. zu S. 36

	Januar	Februar	März	April	Mai	Juni	Juli	August	Septbr.	Oktober	Novbr.	Dezbr.	
Batavia													
a_2	+46	+44	+49	+58	+65	+71	+70	+64	+61	+55	+52	+52	$\Delta c_2^* = 4.0$
b_2	+44	+40	+27	+19	+21	+22	+20	+17	+11	+9	+18	+32	
c_2	64	59	56	61	68	75	73	67	62	56	56	61	$\Delta c_2^* = 4.0$
α_2	47°	47°	61°	72°	72°	72°	74°	75°	80°	81°	71°	58°	
Hongkong													
a_2	+23	+19	+32	+48	+54	+55	+52	+45	+40	+35	+34	+32	$\Delta c_2^* = 4.5$
b_2	+50	+38	+16	+10	+13	+16	+22	+21	+16	+14	+17	+34	
c_2	56	43	35	49	56	57	56	50	43	38	38	46	$\Delta c_2^* = 4.5$
α_2	25°	26°	63°	78°	77°	73°	67°	65°	67°	68°	63°	42°	
Potsdam-Hamburg													
a_2	+7.4	+5.6	+8.0	+8.4	+9.8	+13.9	+14.0	+12.0	+12.1	+9.8	+8.4	+10.0	$\Delta c_2^* = 4.5$
b_2	+2.4	-0.2	-0.8	-2.2	-0.8	+1.6	+2.2	-0.9	-7.5	-4.3	+3.4	+5.0	
c_2	7.8	5.6	8.0	8.7	9.8	14.0	14.2	12.0	14.2	10.7	9.1	11.2	$\Delta c_2^* = 4.5$
α_2	72°	92°	96°	105°	95°	83°	81°	94°	122°	114°	68°	63°	
Δc_2^*	3.7	4.6	4.7	4.1	2.8	2.0	2.3	3.1	3.1	2.6	2.5	3.0	

Tab. 23. Harmonische Analyse
des lunaren Luftdruckganges zu Keitum
in den 10 Jahren 1878—1887. zu S. 39
Einheit: 0.0001 mm. Epoche: Obere Kulmination.

	a_1	b_1	a_2	b_2
1878	- 38	+ 41	+173	+ 5
79	-121	-596	- 57	- 38
80	- 46	+324	+122	+ 44
81	-516	+413	+ 84	- 35
82	-411	- 63	+ 77	+ 60
83	+611	-415	+146	- 63
84	-205	+788	+ 46	+163
85	+509	+368	- 2	+ 57
86	+236	- 23	- 23	- 58
87	-173	- 60	+ 32	- 28
Mittel . .	-15.4	+77.7	+59.8	+10.7