

Mitteilungen des Wöhler-Instituts
Braunschweig

H. Günther VDI

Aufschaukelung der Schwingungen von mehrgliedrigeren Schwingungsanordnungen und Dämpfung durch aufgesetzte Resonanzschwingungsdämpfer

O. Föppl VDI

In Resonanz erregte Schwebungen bei Schwingungsanordnungen, die mit einem Resonanz-Schwingungsdämpfer ausgerüstet sind

Heft 34

Friedr. Vieweg & Sohn, Braunschweig

1939

Mitteilungen des Wöhler-Instituts Braunschweig

H. Günther VDI

Aufschaukelung der Schwingungen von mehrgliedrigeren Schwingungsanordnungen und Dämpfung durch aufgesetzte Resonanzschwingungsdämpfer

O. Föppl VDI

In Resonanz erregte Schwebungen bei Schwingungsanordnungen, die mit einem Resonanz-Schwingungsdämpfer ausgerüstet sind

Heft 34

Springer Fachmedien Wiesbaden GmbH

1939

ISBN 978-3-663-03089-8 ISBN 978-3-663-04278-5 (eBook)
DOI 10.1007/978-3-663-04278-5

A l l e R e c h t e v o r b e h a l t e n

Vorwort

Die vorliegende Arbeit wurde im Wöhler-Institut der Technischen Hochschule Braunschweig durchgeführt. Dem Leiter dieses Instituts, Herrn Prof. Föppl, der die Anregung zu der Arbeit gab und ihrem Fortschreiten stets reges Interesse entgegenbrachte, sei an dieser Stelle aufrichtiger Dank gesagt.

Den Fordwerken und der Autounion danke ich für die Zuvorkommenheit, mit der sie für die Versuche Automobilmotoren zur Verfügung stellten. Auch den Continentalgummiwerken, die durch Herstellung von Resonanzschwingungsdämpfern die Versuche unterstützten, sei hier gedankt.

Hermann Günther.

Inhaltsverzeichnis

I

Seite

A. Einleitung	7
B. Drehschwingungen in einer Kolbenmaschine dargestellt durch geradlinige Schwingungen eines entsprechend belasteten Drahtseiles.	8
1. Die Schwingungserreger	9
2. Feststellung und Messung der verschiedenen Oberschwingungen. . .	12
3. Größe der Schwingungsausschläge bei gleicher erregender Kraft, aber verschiedenem Abstand des Angriffspunktes dieser Erregung vom Knotenpunkt der Schwingung	15
4. Darstellung einer 12-Zyl.-Kolbenmaschine	16
5. Schwingungsausschläge in Abhängigkeit von der erregenden Kraft	18
6. Aufschaukelung von Schwingungen bei Erregung im Knotenpunkt	22
C. Untersuchungen an Resonanzschwingungsdämpfern für Kolbenmaschinen und Entwicklung von Eichverfahren zur Bestimmung der Eigenschwingungszahlen dieser Dämpfer	24
1. Schnellaufende Kolbenmaschinen zur Bestimmung der Eigenschwingungszahl von Resonanzschwingungsdämpfern	25
2. Eichung von Schwingungsdämpfern auf einem elektromagnetischen Prüfstand.	37
D. Untersuchungen an Drehschwingungsdämpfern für höhere Schwingungsgrade	44
E. Schwebungen bei schwingenden Systemen, deren Ausschläge durch dämpfungsarme Resonanzschwingungsdämpfer vermindert werden	47
Verzeichnis des Schrifttums	55

II

In Resonanz erregte Schwebungen	56
---	----

A. Einleitung

Bei Verbrennungskraftmaschinen muß die Kurbelwelle bei ihrem Umlaufen die durch Verbrennung des Kraftstoffes entstehende Energie einer oszillierenden Bewegung in die einer Drehbewegung überführen. Die Kolben und die damit verbundenen Teile werden dabei beschleunigt und verzögert. Es können so Drehschwingungen in der Kurbelwelle angeregt werden, die diese in ihrer Haltbarkeit bedrohen. Um die Schwingungsausschläge in zulässigen Grenzen zu halten, muß für genügend große Dämpfung gesorgt werden. Dieses erreicht man einmal dadurch, daß man die Kurbelwelle aus dämpfungsfähigem Stahl herstellt oder indem man der Anlage zusätzliche Schwingungsdämpfer beifügt.

Wird eine Kolbenmaschine mit einem Schwingungsdämpfer versehen, so braucht in den meisten Fällen nur die Schwingung 1. Grades berücksichtigt zu werden, während die Schwingung 2. Grades schon weniger gefährlich und die 3. und höheren Grades ganz ungefährlich sind. Diese bekannte Tatsache wird im Abschnitt B der vorliegenden Arbeit durch Modellversuche erläutert und belegt.

Das genaue Eichen von Resonanzschwingungsdämpfern mit hohen Eigenschwingungszahlen und das Abstimmen auf eine bestimmte Eigenschwingungszahl, war bislang aus mancherlei Gründen schwierig. Im Abschnitt C werden zwei verschiedene Eichverfahren für Resonanzschwingungsdämpfer angegeben und Eichungen mit denselben durchgeführt.

In den letzten beiden Kapiteln werden schließlich noch einige Sonderfragen behandelt, wie sie bei Schwingungssystemen mit Resonanzschwingungsdämpfern auftreten können. Besonders auf Abschnitt E sei hingewiesen. Hier wurde die Möglichkeit der Aufschaukelung von Resonanzschwebungen bei Schwingungsanordnungen, die mit Resonanzschwingungsdämpfern ausgerüstet sind, durch Versuche nachgewiesen.

B. Drehschwingungen in einer Kolbenmaschine dargestellt durch geradlinige Schwingungen eines ent- sprechend belasteten Drahtseiles

Drehschwingungen von Wellen gehorchen bekanntlich ähnlichen mechanischen Gesetzen wie geradlinige Schwingungen von Seilen ohne Biegesteifigkeit^{1), 2) *}). Die Welle einer 6-Zyl.-Dieselmaschine kann also schwingungsmäßig durch die Anordnung der Abb. 1 dargestellt werden. Diese bestand aus einem Stahldrahtseil von 4 mm Durchmesser, an dem verschiedene Einzelmassen entsprechend den Massenverhältnissen bei einer Kolbenmaschine mit nicht zu schwerem Schwungrad angebracht wurden. Die Form und die Befestigung dieser Massen ist aus den später folgenden Abb. 2 und 3 zu ersehen. Das Spanngewicht entspricht der Federung der Kurbelwelle. Je größer die Drillsteifigkeit der Kurbelwelle ist, desto größer muß das Spanngewicht sein. Bei der Übertragung entsprechen die Massen der Drehschwingungsanordnung Seilstücken und die Massen auf der Seilschwingungsanlage Federlängen der Kurbelwelle. Die gegenseitige Überführung der Elemente wird durch Multiplikation mit einem Faktor α von der Dimension kg cm sec^2 erreicht (siehe unter 2., S. 28).

Die Schwingungsausschläge, die im praktischen Betrieb an einer Dieselmaschine auftreten, hängen einerseits ab von der Größe der erregenden Momente und andererseits vom Winkelweg, den diese Momente zurücklegen. Wenn ein Schwingungsknoten in der Nähe einer Kurbel liegt, sind die in dem zugehörigen Zylinder auftretenden Kräfte nur von geringem Einfluß auf die Schwingungserregung. Für die Frage, wie stark eine Schwingung in der Praxis aufgeschaukelt wird, ist also die Lage des Knotenpunktes sehr wesentlich. O. Föppl³⁾ hat ein Maß angegeben, durch das man die Gefahr für die Aufschaukelung einer Kurbelwellenschwingung im praktischen Falle feststellen kann.

Im nachfolgenden soll gezeigt werden, daß die gleiche Überlegung auch für die Aufschaukelung der Seilschwingungen gilt. Die Größe

*) Literaturhinweis siehe am Schluß.

der aufgeschaukelten Schwingungsausschläge hängt einerseits von der Größe der erregenden Kraft und andererseits von der Lage des Angriffspunktes im Verhältnis zu den Knotenpunkten ab. Man kann die Schwingungsausschläge dadurch wesentlich in ihrer Größe verändern, daß man den Lastangriffspunkt der schwingungserregenden Kraft P längs des Seiles verschiebt.

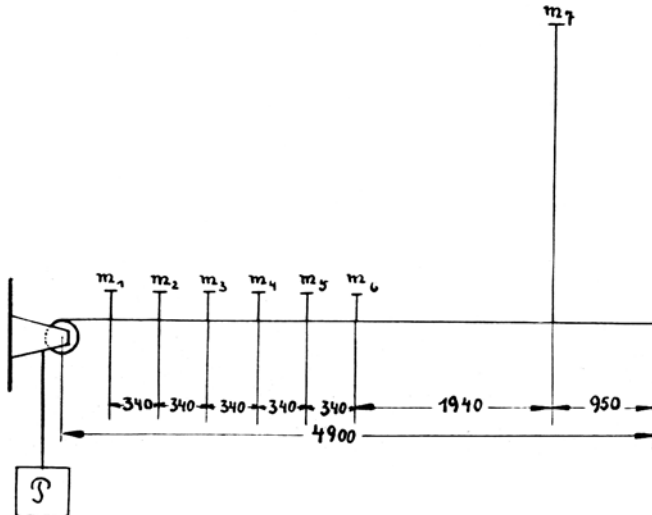


Abb. 1. Darstellung einer 6-Zyl.-Kolbenmaschine durch ein entsprechend belastetes Drahtseil. Gewichte der Massen m_1 bis m_6 : 300 g, m_7 : 4700 g. Spannungsgewicht P : 50 kg

1. Die Schwingungserreger

Die Schwingungen des Seiles wurden auf zwei verschiedene Arten angeregt. Einmal mechanisch durch zwei exzentrisch umlaufende Massen und zum anderen durch einen Elektromagneten.

a) Erregung durch zwei gleich schwere, entgegengesetzt umlaufende Massen

Die benutzte Anordnung, die oft angewandt wird, ist aus den Abb. 2a und 2b zu ersehen. Auf den beiden Wellen h und j (Abb. 2b) sitzen zwei Stirnräder mit gleicher Zähnezahl, die mit exzentrischen Zusatzmassen ausgerüstet sind. Gegenüber der Schwingungs-

erregung durch eine einzige umlaufende Masse hat die Anordnung nach Abb. 2 den Vorteil, daß die erregende Kraft nur in vertikaler

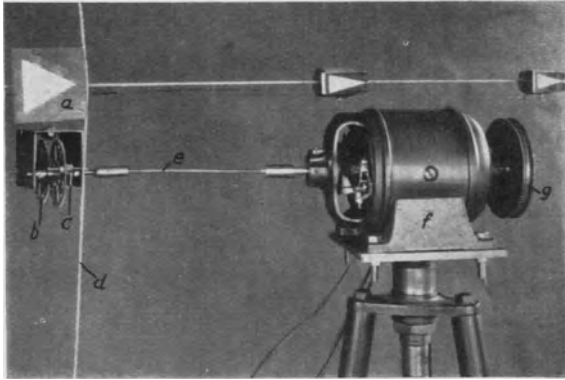


Abb. 2a

Richtung wirkt, während die Horizontalkomponenten der beiden Massenkräfte entgegengerichtet sind, sich also aufheben. Der Antrieb erfolgt über eine biegsame Welle *e* (Abb.2a) durch einen Elektromotor *f*.

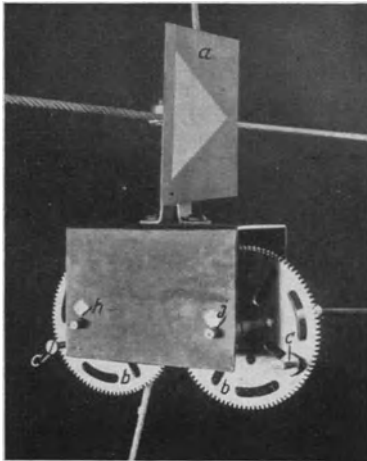


Abb. 2b. Anordnung zur Erregung von Schwingungen durch zwei gegenläufig umlaufende Massen

Um die Drehzahl dieses Nebenschlußmotors über einen möglichst großen Bereich regeln zu können, wurde eine Spannungsteilerschaltung verwandt. Außerdem wurde auf die Motorwelle ein Schwungrad *g* gesetzt, damit der Motor auch bei niedrigster Drehzahl möglichst gleichmäßig lief. Weiterhin bewirkte dieses Rad noch ein langsames Auslaufen des Motors, wodurch die Zahnräder geschont wurden.

Der biegsamen Welle wurde eine Länge von 140 mm gegeben. Dieser Wert wurde durch Versuche bestimmt. Einmal durfte die Welle nicht zu lang sein, da sonst ihre Eigenschwingungszahl so niedrig lag, daß die Seilschwingungen gestört wurden, während sie andererseits aber doch so lang sein mußte, daß sie den Ausschlägen des Seiles folgen konnte, ohne gespannt zu werden.

Die Masse des Erregers war so abgepaßt, daß er an die Stelle eines der kleinen Massen m_1 bis m_6 (Abb. 1) treten konnte.

b) Die magnetische Erregung

Die magnetische Erregung (Abb. 3) wurde auf folgende einfache Weise durchgeführt: Ein mit dem Seil s fest verbundener permanenter Magnet a tauchte in eine Spule b ein, durch welche ein Strom von bestimmter Stärke abwechselnd in verschiedener Richtung hindurchgeschickt wurde. Dadurch wurde der Magnet einmal angezogen und nach Wechsel der Stromrichtung abgestoßen. Der Umpoler wurde durch einen Elektromotor angetrieben. Da bei je einer Umdrehung dieses Umschalters der Magnet einmal angezogen und abgestoßen wurde, war die Umdrehungszahl des Motors gleich der Frequenz der Seilschwingungen. Die Resonanzzahlen der letzteren konnten also leicht mit einem Umdrehungszähler gemessen werden.

Die magnetische Erregung hatte durch ihr geringes Gewicht einen großen Vorteil gegenüber derjenigen durch umlaufende Massen, denn das Gewicht des permanenten Magneten war im Vergleich zu den auf das Seil gesetzten Massen so gering, daß diese Erregung an jeder beliebigen Stelle des Seiles angreifen konnte, ohne daß sich die Massenverhältnisse nennenswert änderten. Diese Tatsache war für einige spätere Messungen von großem Wert.

Aus Abb. 3 sieht man die Aufhängung d des permanenten Magneten a am Seil s , die es erlaubt, daß der Magnet unabhängig von den Neigungen des schwingenden Drahtseiles innerhalb der Spule b vertikal geführt werden konnte.

Die nachfolgenden Messungen wurden zunächst mit dieser Erregung durchgeführt.

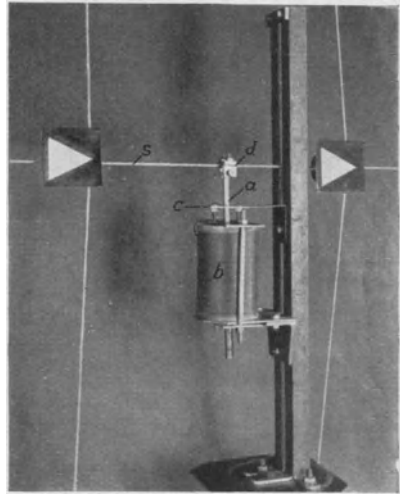


Abb. 3. Benutzte Anordnung zur Schwingungserregung durch einen Elektromagneten

2. Die Feststellung und Messung der verschiedenen Oberschwingungen

Die Stelle E in Abb. 4 gibt den Angriffspunkt der Schwingungserregung zwischen den Massen m_2 und m_3 an. Nacheinander werden

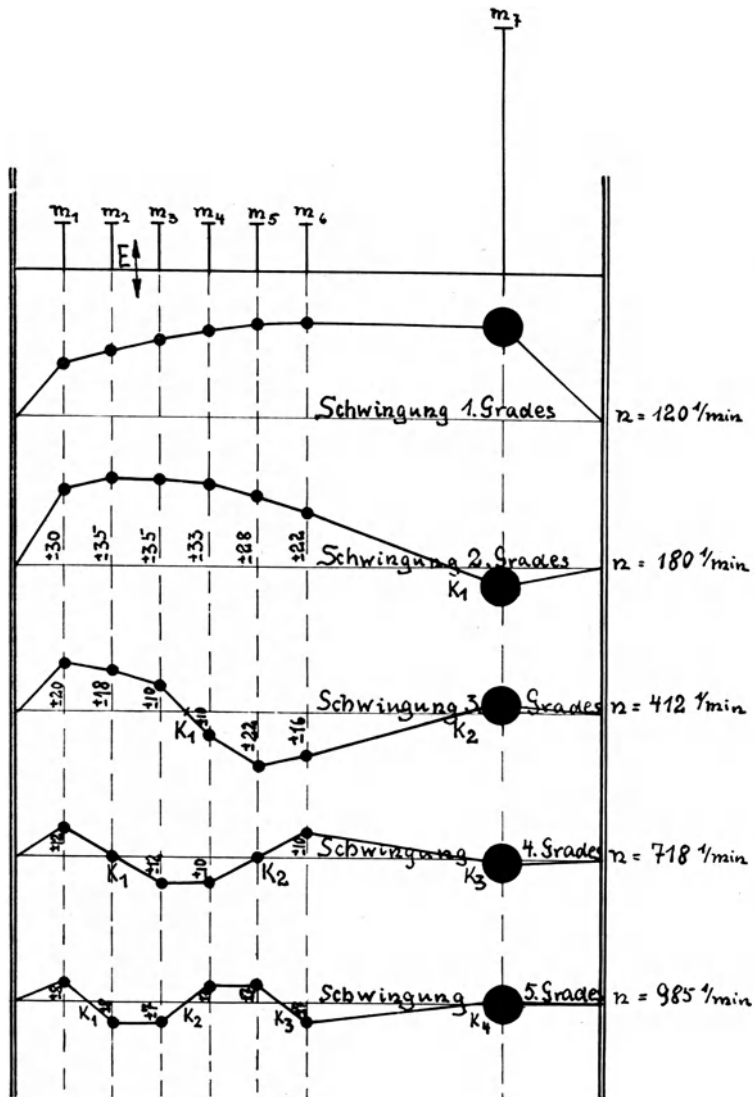


Abb. 4. Die verschiedenen Schwingungsformen bei den entsprechenden Resonanzfrequenzen. Die Erregung E greift zwischen den Massen m_2 und m_3 an

nun die verschiedenen Schwingungsformen durch Veränderung der Motordrehzahl eingestellt und die Größe der Ausschläge an den Massen gemessen. Dies letztere geschah mit Hilfe von Ableسدreiecken a (Abb. 2)

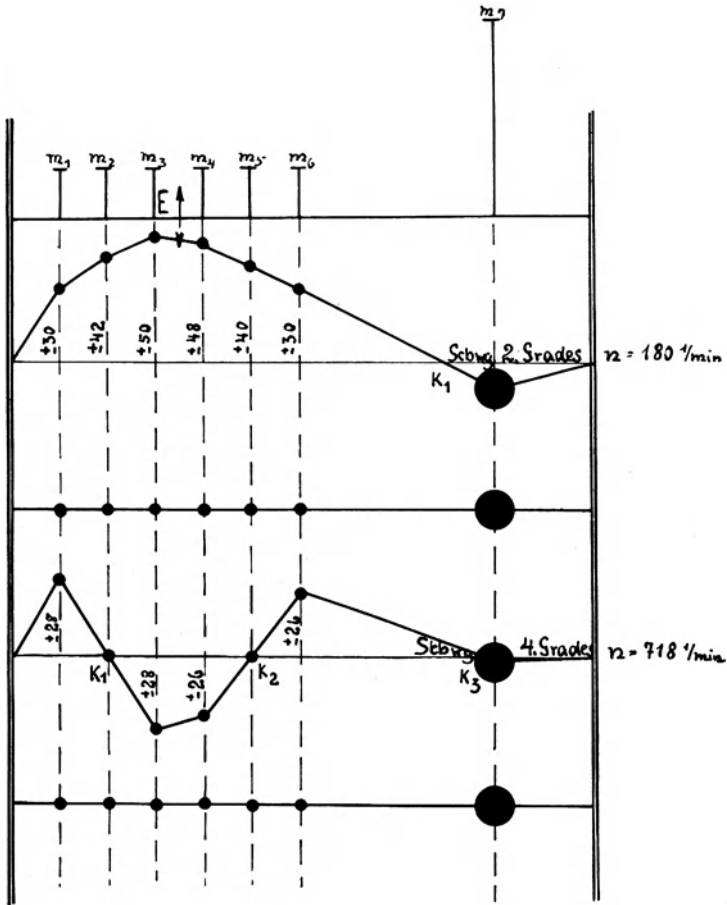


Abb. 5. Der Angriffspunkt der Erregung befindet sich an einer kritischen Stelle: Die Schwingungen 3. und 5. Grades werden überhaupt nicht aufgeschaukelt

nach Föppl-Busemann. Die Grundlinie und Höhe dieser Dreiecke betragen 50 mm.

Eine zweite Meßreihe, in Abb. 5 dargestellt, wurde mit gleichen Massen durchgeführt, jedoch griff die Erregung E jetzt zwischen den Massen m_3 und m_4 an. Die Erregerkraft blieb bei allen Versuchen

dieselbe ($J_{\text{Spule}} = \text{const}$). Die Schwingungen 3. und 5. Grades können durch die zwischen den Massen m_3 und m_5 liegende Erregerkraft nicht erregt werden, da, wie aus Abb. 4 ersichtlich ist, bei diesen

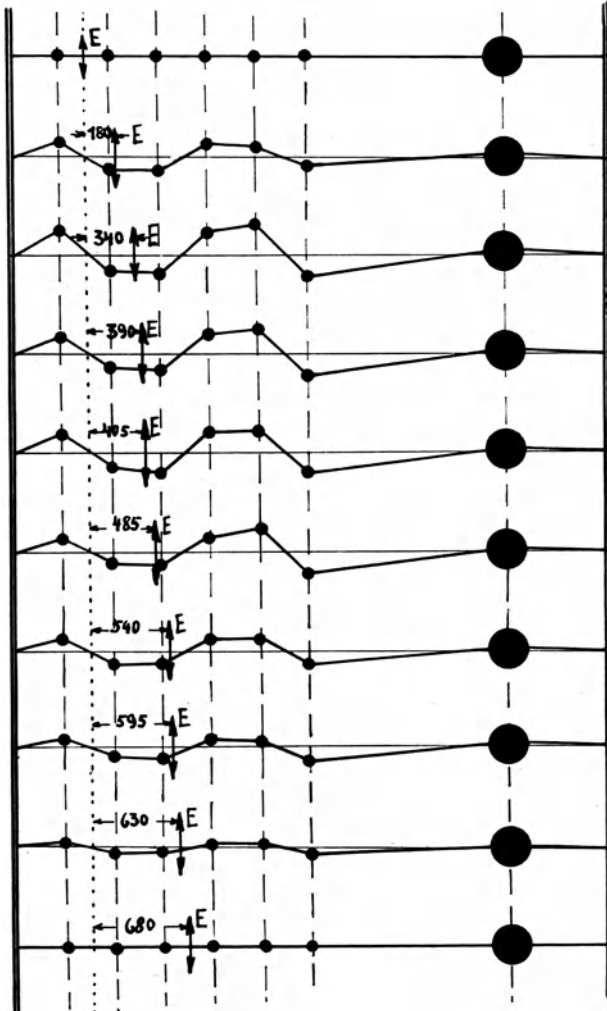


Abb. 6. Veränderung der Ausschläge der Schwingung 5. Grades, wenn der Angriffspunkt der Erregung allmählich verschoben wird

Schwingungen sich zwischen den Massen m_3 und m_4 gerade ein Knotenpunkt befindet. Allgemein gilt, daß eine Schwingung um so ungefähr

licher ist, je näher die Erregung an einem Knotenpunkt derselben angreift. Ein Vergleich der Schwingung 4. Grades in Abb. 4 mit der Schwingung 4. Grades in Abb. 5 bestätigt diesen Satz.

3. Größe der Schwingungsausschläge bei gleicher erregender Kraft, aber verschiedenem Abstand des Angriffspunktes dieser Erregung vom Knotenpunkt der Schwingung

Um die Tatsache der Abhängigkeit zwischen Schwingungsausschlag und Erregerangriffspunkt noch deutlicher darzustellen, wurden die Ausschläge der Schwingung 5. Grades gemessen und aufgezeichnet, wenn der Angriffspunkt der Erregung allmählich von einem Knoten-

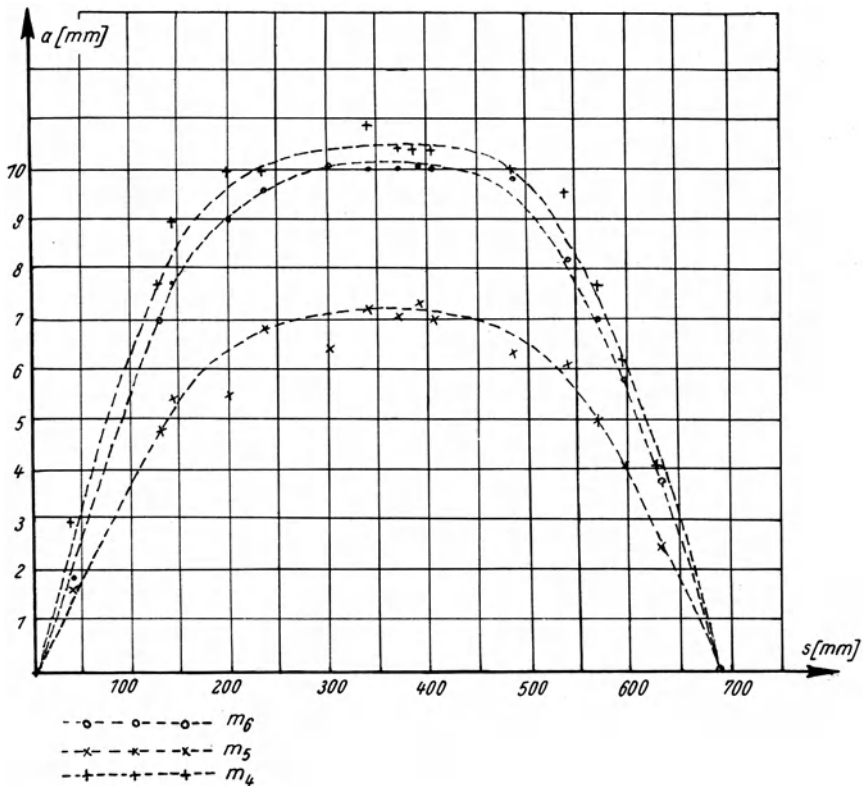


Abb. 7. Schwingungsausschläge a in Abhängigkeit von den Abständen zwischen dem Erregungsangriffspunkt und dem Knotenpunkt K_1 , für die Massen m_4 , m_5 und m_6 dargestellt

punkt über den Schwingungsbauch zum nächsten Knotenpunkt rückte. Die erregende Kraft wurde dabei nicht geändert.

In Abb. 6 sind die Meßergebnisse dargestellt. Die an der Stelle der Erregung E eingezeichneten Zahlen geben den jeweiligen Abstand des Angriffspunktes der Erregung vom Knotenpunkt K_1 der Schwingung 5. Grades an.

In Abb. 7 wurden die Schwingungsausschläge der verschiedenen Massen in Abhängigkeit vom Knotenpunktabstand aufgetragen. Es

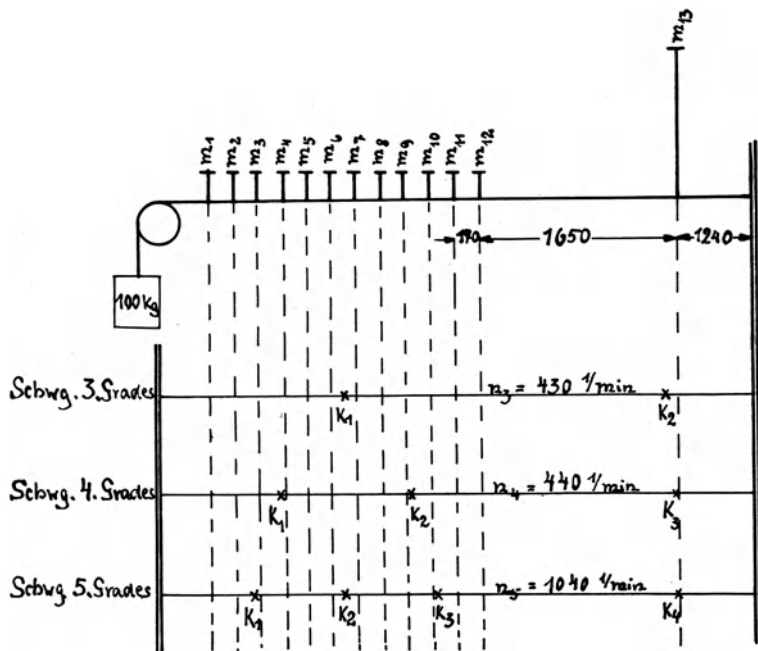


Abb. 8. Schematische Darstellung des Modells einer 12-Zyl.-Kolbenmaschine mit Angabe der Lage der Knotenpunkte bei Schwingungen höheren Grades

wurden nur die Ausschläge a_4 , a_5 und a_6 gemessen, da die dazugehörigen Massen m_4 , m_5 und m_6 von der Erregung so weit entfernt waren, daß sie von den Störungen, die durch die geringe Massenverschiebung hervorgerufen wurden, auf keinen Fall mehr beeinflußt wurden. Die Kurven ergaben annähernd eine Sinusform. Die Streupunkte liegen innerhalb des Bereiches der Meßgenauigkeit.

4. Darstellung einer 12-Zyl.-Kolbenmaschine

Die Anordnung nach Abb. 8 stellt das ungefähre Schwingungsbild für eine 12-Zyl.-Dieselmaschine dar. Aus der Abbildung ersieht man die

Lage der Knotenpunkte bei den entsprechenden Resonanzzahlen. Die Gewichte der aufgesetzten Massen blieben die gleichen, nur das Spannungsgewicht wurde von 50 kg auf 100 kg erhöht, da sich das Seil bei 50 kg Spannung infolge der erhöhten Belastung durch die

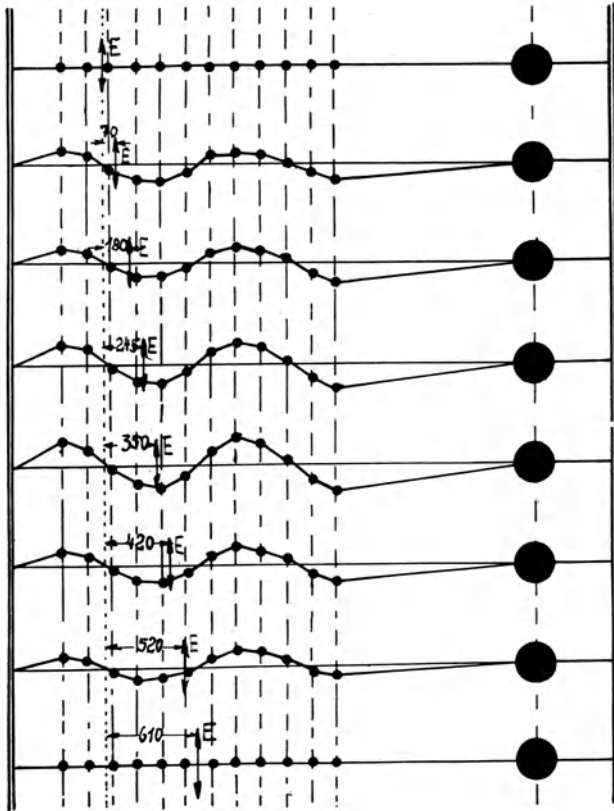


Abb. 9. Schwingungsausschläge der Schwingung 5. Grades bei veränderlichem Angriffspunkt der Erregung

12 Massen zu stark durchbog. Die Schwingungen verliefen analog der Meßreihe nach Abb. 5.

Ebenso wurden auch bei dieser Anordnung die Schwingungsausschläge der Schwingung 5. Grades in Abhängigkeit vom Knotenpunktabstand der Erregung gemessen. Abb. 9 zeigt die jeweiligen Größen der Ausschläge und Abb. 10 den sinusförmigen Verlauf der

Funktion $a = f(s)$, wobei a der Schwingungsausschlag und s den Abstand der Erregung vom Knotenpunkt bedeuten. Die Kurven sind wieder für die ungestörten Ausschläge der Massen m_4 , m_6 und m_{12} aufgetragen.

5. Schwingungsausschläge in Abhängigkeit von der erregenden Kraft

Im Gegensatz zu den bisherigen Versuchen blieb der Angriffspunkt der Erregung unverändert an der gleichen Stelle, während die Stärke der Erregung verändert wurde. Die Messungen wurden mit der Erregung durch umlaufende Massen durchgeführt, da hierbei die Kraft durch

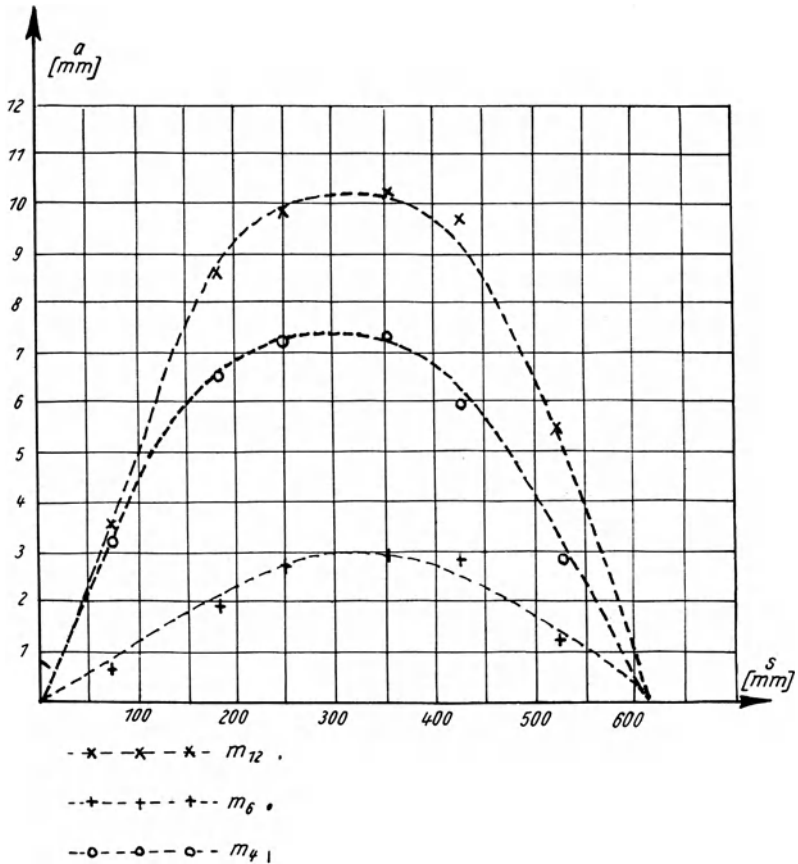


Abb. 10. Schwingungsausschläge a von verschiedenen Massen bei gleicher Erregerkraft aber verschiedenen Lastangriffspunkten der Erregung E

Veränderung der Gewichte der exzentrischen Massen einwandfrei verändert werden konnte.

Zunächst wurde die Massenverteilung auf dem Seil geändert, und zwar wurden nunmehr 13 gleiche Gewichte von je 300 g im gleichen

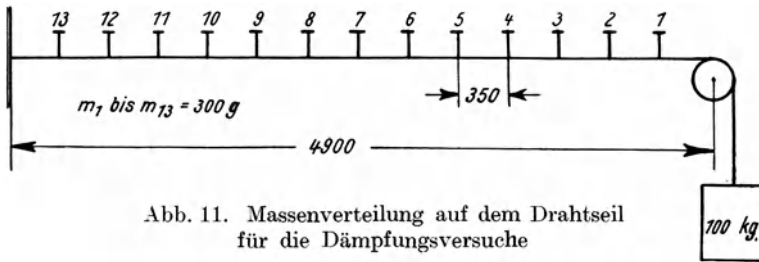


Abb. 11. Massenverteilung auf dem Drahtseil für die Dämpfungsversuche

Abstand voneinander aufgesetzt (Abb. 11). Das Spannungsgewicht betrug weiterhin 100 kg. Die erregende Kraft griff ständig bei der Masse m_8 an.

Es wurden nun die Gewichte der umlaufenden Massen c (Abb. 26) von je 1,2 g schrittweise bis 10,6 g verändert und die Ausschläge der Schwingung 6. Grades gemessen. Die Ergebnisse entsprachen jedoch keineswegs den Erwartungen, vielmehr waren die Schwingungsausschläge bei den verschiedenen Gewichten ungefähr gleich groß. Der Grund dieses überraschenden Ergebnisses war darin zu suchen, daß in dem System eine sehr geringe Dämpfung vorhanden war, so daß schon die Erregung mit den kleinsten umlaufenden Massen sehr große Schwingungsausschläge hervorgerufen hätte, wenn die biegsame Welle den Ausschlägen nicht eine Grenze gesetzt hätte. Es mußte also eine Dämpfung beigelegt werden.

a) Anordnung zur Vergrößerung der Dämpfung

Es wurde eine zusätzliche Dämpfung in das Schwingungssystem eingebaut (Abb. 12). Von einem unter der Decke befestigtem Gestell a hingen sechs Fäden b von 2 mm Durchmesser herab. Von diesen Fäden lag je einer bei den Massen m_3 bis m_8 streifend über dem Drahtseil. Je nach der Stärke, die die Dämpfung haben sollte, wurden die Fäden durch entsprechende Gewichte d belastet.

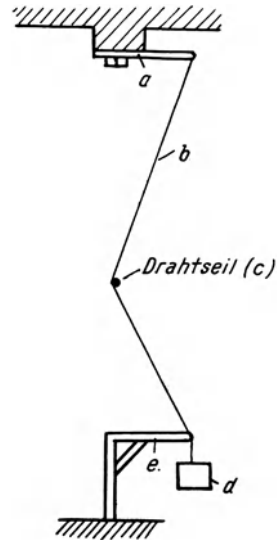


Abb. 12. Skizze der Dämpfungsanordnung

Diese Dämpfungsanordnung bewährte sich bei den Messungen, wenn auch die Fäden von Zeit zu Zeit ausgewechselt werden mußten, da sie sich im Betrieb durchscheuerten.

b) Darstellung der Schwingungsausschläge in Abhängigkeit von der erregenden Kraft

Unter Zuhilfenahme der eben beschriebenen Dämpfungsanordnung wurden nunmehr die zu Beginn des Abschnitts angegebenen Messungen wiederholt. In Zahlentafel 1 sind die Schwingungsformen und -ausschläge für verschiedene Erregerkräfte angegeben. Zur Dämpfung war an jedem Faden b ein $1/2$ -kg-Gewicht d befestigt. Die Schwingungen 1 bis 3 verliefen erwartungsgemäß, während die Messungen 4 bis 6 sehr stark streuten und bei wiederholten Messungen ganz verschiedene Werte ergaben. Aus dieser Tatsache ist zu schließen, daß hier die Dämpfung für die stärkere Erregung noch zu schwach ist.

Zahlentafel 1

g	K	a_1 mm	a_3 mm	a_4 mm	a_5 mm	a_6 mm	a_7 mm	a_8 mm	a_{13} mm	Nr.
3,8	5	± 1,0	± 1,5	± 1,0	± 0,5	± 1,5	± 0,5	± 1,2	± 1,4	1
5,1	5	2,0	2,5	2,0	1,0	3,0	1,0	2,5	2,8	2
6,6	5	4,5	5,5	4,0	2,5	5,0	2,0	5,0	4,9	3
7,6	5	5,0	7,7	5,0	2,8	5,5	2,5	5,5	5,5	4
9,3	5	4,5	5,5	4,5	2,0	—	2,5	5,0	4,8	5
10,7	5	3,0	4,0	3,5	1,5	—	2,5	3,5	3,6	6
10,7	5	5,0	6,0	4,5	2,5	5,5	2,8	5,0	5,0	7

g = Gewicht einer Wuchtmasse. n = 990 1/min. k = Anzahl der Knotenpunkte. a = Ausschläge der Massen.

Es wurden die $1/2$ -kg-Gewichtsstücke durch 1-kg-Stücke ersetzt und die Messungen mit den größeren Erregerkräften wiederholt. Wie die Ergebnisse in Zahlentafel 2 zeigen, steigen die Ausschläge mit steigender Erregerkraft erwartungsgemäß an.

Zahlentafel 2

g	K	a_1 mm	a_3 mm	a_4 mm	a_5 mm	a_6 mm	a_7 mm	a_8 mm	a_{13} mm
9,3	5	2,5	3,8	2,5	1,5	3,2	2,0	3,0	3,4
10,7	5	3,8	5,0	3,8	2,2	4,5	2,5	4,5	4,5

g = Gewicht einer Wuchtmasse. k = Anzahl der Knotenpunkte. a = Ausschläge der Massen.

Da die umlaufenden Massen c (Abb. 2) der Erregung bei allen diesen Messungen die gleiche Winkelgeschwindigkeit hatten und außerdem ihr Abstand r vom Mittelpunkt konstant war, war die Kraft $P = 2mrw^2$ verhältnismäßig den aufgesetzten Massen m . In Abb. 13 wurden für die Meßreihe nach Zahlentafel 1 die Schwingungsausschläge der einzelnen Massen in Abhängigkeit vom Gewicht der umlaufenden Massen

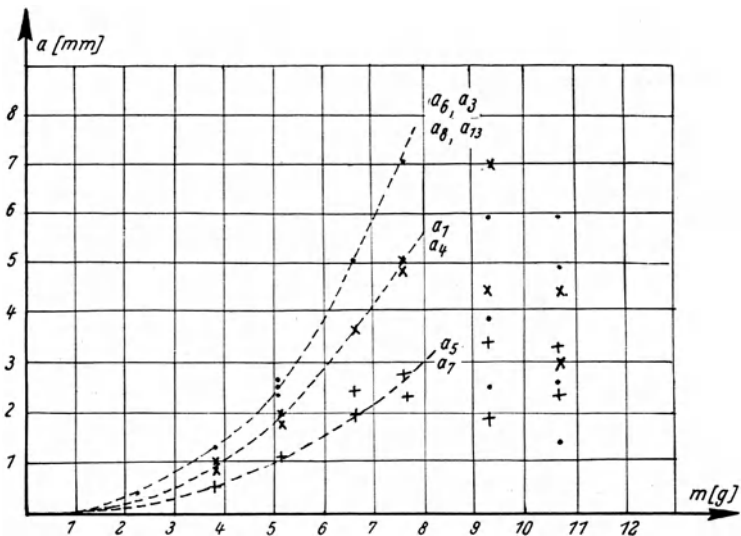


Abb. 13. Graphische Darstellung der Schwingungsausschläge a in Abhängigkeit von der Erregerkraft

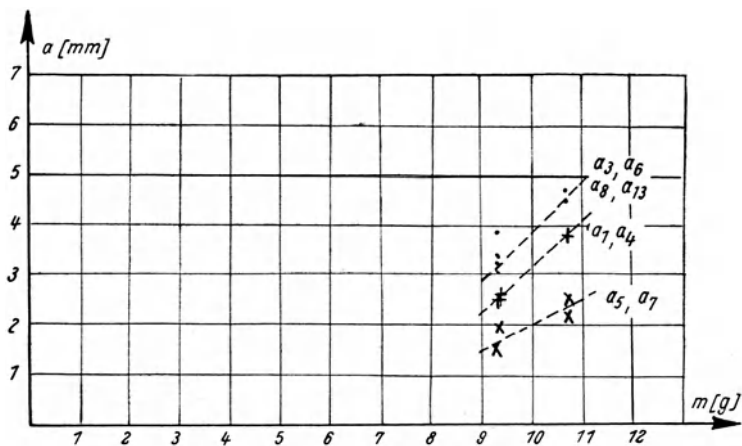


Abb. 14. Wie Abb. 13, aber mit stärkerer Dämpfung

aufgetragen. Bis zu einem Gewicht von 7,4 g verliefen die Kurven, von kleinen Streuungen innerhalb der Meßgenauigkeit abgesehen, gleichmäßig, während darüber hinaus irgendeine Gesetzmäßigkeit nicht mehr zu erkennen ist. Die Dämpfung ist zu klein geworden und die Schwingungsbegrenzung hängt von irgendwelchen Zufällen ab.

In Abb. 14 wurden die mit stärkerer Dämpfung aufgenommenen Werte aufgetragen. Jetzt steigen die Kurven auch bei den größeren Gewichten, also bei stärkerer Erregung annähernd gleichmäßig an.

6. Aufschaukelung von Schwingungen bei Erregung im Knotenpunkt

Wie in den vorigen Abschnitten ausgeführt wurde, ist eine Schwingung um so ungefährlicher, je näher die Erregung bei einem Knotenpunkt angreift. Unter bestimmten Umständen können aber

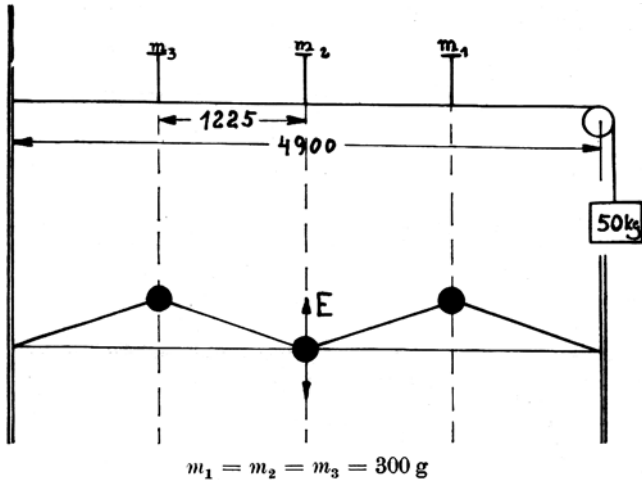


Abb. 15. Aufschaukelung von Schwingungen bei Erregung im Knotenpunkt
 a) Massenordnung auf dem Drahtseil
 b) Form der auftretenden Schwingung

auch Schwingungen aufgeschaukelt werden, bei denen die Erregerkraft im Knotenpunkt der Schwingung angreift. Das Schwingungsbild der aufgeschaukelten Schwingung ist dann allerdings anders.

a) Symmetrisches Schwingungssystem

Eine symmetrische Schwingungsanordnung sei durch ein mit drei Massen belastetes Drahtseil dargestellt. Die eine Masse m_2 liegt genau in der Mitte, während die anderen beiden Massen m_1 und m_3 in gleichem Abstand rechts und links von dieser befestigt sind.

Greift nun die Erregung im Tempo der Schwingung 2. Grades, für die K_1 mit m_2 zusammenfällt, an irgendeiner beliebigen Stelle mit Ausnahme von der Stelle m_2 an, so wird die Schwingung 2. Grades aufgeschaukelt. Diese Schwingung verläuft so, daß bei m_2 ein Knotenpunkt ist, während die Massen m_1 und m_3 um 180° versetzt, also entgegengesetzt schwingen.

Greift die erregende Kraft aber bei der Masse m_2 an, so kann die Schwingung 2. Grades nicht aufgeschaukelt werden, wohl aber wird bei gleicher Frequenz eine Schwingung angeregt, bei welcher m_1 und m_3 in Phase schwingen.

b) Messungen

Die Schwingungserregung erfolgte durch zwei gegenläufige Wuchtmassen. Der Angriffspunkt der Erregerkraft war m_2 (Abb. 15). Die dargestellte Schwingung trat bei der Eigenschwingungszahl $n = 430$ 1/min auf.

Messung der Ausschläge:

$$\begin{array}{l} \text{Bei der Masse } m_1: a_1 = \pm 12 \text{ mm.} \\ \text{,, ,, ,, } m_2: a_2 = \pm 0,1 \text{ ,,} \\ \text{,, ,, ,, } m_3: a_3 = \pm 12 \text{ ,,} \end{array}$$

Die große Aufschaukelung von etwa 1 : 100 ist ein Zeichen dafür, daß die Dämpfung sehr klein war.

C. Untersuchungen an Resonanzschwingungsdämpfern für Kolbenmaschinen und Entwicklung von Eichverfahren zur Bestimmung der Eigenschwingungszahl dieser Dämpfer

Wie schon in der Einleitung ausgeführt wurde, können die Ausschläge der an den Kurbelwellen auftretenden Drehschwingungen durch Vergrößerung der Dämpfung weitgehend herabgesetzt werden. Es habe z. B. eine beliebige Maschinenanlage, deren Knoten etwa in der Nähe des Schwungrades liegt, eine kritische gefährliche Drehzahl im Betriebsbereich. In diesem Falle verwendet man einen Schwingungsdämpfer. Dieser Schwingungsdämpfer wird an der Stelle der Kurbelwelle angebracht, die besonders große Schwingungsausschläge ausführt, also meist am freien Ende. Dadurch, daß nun ein Teil der zugeführten Schwingungsenergie im Dämpfer in Wärme umgesetzt wird, bewirkt er, daß sich die Schwingungen nicht mehr so stark aufschaukeln.

Die Methoden zur Vernichtung der Schwingungsenergie im Dämpfer sind verschieden. Die einen benutzen die Flüssigkeitsreibung, andere die Oberflächenreibung, wieder andere die Werkstoffdämpfung, um die Schwingungsenergie zu vernichten. Als Werkstoff für die Schwingungsdämpfer bei den vorliegenden Versuchen wurde Gummi genommen. Abb. 16 zeigt einen solchen Dämpfer. Diese Dämpfer mit Werkstoffdämpfung können verhältnismäßig leicht auf Resonanz mit der Eigenschwingungszahl der Kurbelwelle abgestimmt werden. Wie schon an anderer Stelle³⁾ ausgeführt wurde, ist bei einem Resonanzschwingungsdämpfer die in Wärme umgesetzte Energie etwa zehnmal so groß, wie bei einem nicht auf Resonanz abgestimmten Dämpfer von gleichem Trägheitsmoment. Auf Grund dieser außerordentlichen Überlegenheit ist anzunehmen, daß sich der Resonanzschwingungsdämpfer auch auf den Gebieten durchsetzen wird, wo heute noch nicht auf Resonanz abgestimmte Dämpfer verwendet werden.

Ein nach Berechnung hergestellter Resonanzdämpfer wird selten genau die gewünschte Eigenschwingungszahl haben, da die Werkstoffdaten des Gummis, vor allem der Gleitmodul, vorher nicht genau angegeben werden können. Die großen Vorteile des Aufsetzens eines Resonanzschwingungsdämpfers kann man demnach nur dann voll ausnutzen, wenn der Dämpfer an der Maschine durch torsiographische Messungen richtig abgestimmt wird.

Die immer weitergehende Verwendung des Resonanzschwingungsdämpfers hatte zur Folge, daß ganze Reihen von Dieselmotoren gleicher Bauart mit diesen Dämpfern ausgerüstet werden sollten. Es wäre zu kostspielig und zeitraubend, sollte jeder gelieferte Dämpfer auf der zugehörigen Dieselmotore erst durch torsographische Messungen abgestimmt werden. Es wurde eine Eichvorrichtung geschaffen, mit der man in einfacher Weise die Eigenschwingungszahl eines Schwingungsdämpfers bestimmen kann.

Bei den nachfolgenden Versuchen wurden zwei verschiedene Eichmethoden erprobt. Der Grundgedanke der ersten Methode war folgender:

Auf die Kurbelwelle einer Kolbenmaschine, bei der im Betriebsbereich keinerlei Drehschwingungen auftraten, wurde ein Dämpfer

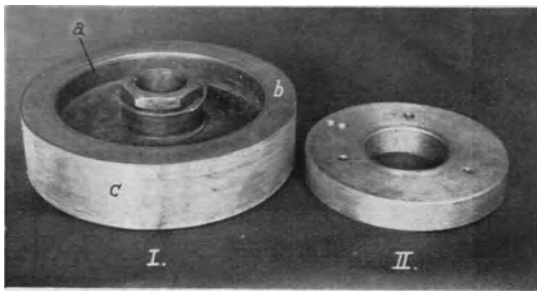


Abb. 16.

I. Resonanzdrehschwingungsdämpfer. II. Massering

gesetzt. Die Tourenzahl des Motors wurde solange verändert, bis die Zahl der Zündstöße mit der Eigenschwingungszahl des Dämpfers übereinstimmte, der letztere also aufgeschaukelt wurde und in Resonanz mit den Zündstößen schwang.

Beim zweiten Eichverfahren wurde die Eisennabe *a* (Abb. 16) des Dämpfers fest eingespannt, während der äußere Ring *c* durch einen Elektromagneten schwingungserregt wurde, welcher von Wechselstrom mit veränderlicher Frequenz durchflossen wurde. Sobald die Frequenz mit der Eigenschwingungszahl des Dämpfers übereinstimmte, wurde derselbe stark aufgeschaukelt.

1. Schnellaufende Kolbenmaschinen zur Bestimmung der Eigenschwingungszahl von Resonanzschwingungsdämpfern

Die Drehschwingungen in Kolbenmaschinen haben Frequenzen, die je nach Art und Konstruktion der Maschine etwa zwischen 4000 und 16000 Schwingungen je Minute liegen. Eine Kolbenmaschine, die zum

Eichen von Schwingungsdämpfern benutzt werden soll, muß also hochtourig laufen und eine möglichst große Zylinderzahl haben, damit bei Bedarf die Zündstoßzahl 16000 1/min erreicht wird.

Die Auto-Union und die Fordwerke erklärten sich dankenswerter Weise bereit, diese Versuche zu unterstützen, so daß dieselben mit dem DKW-2-Takt-Vierzylinder-Motor und dem Ford-V 8-Motor durchgeführt werden konnten. Da ein 2-Takt-Vierzylinder- ebenso viele Zündstöße hat wie ein 4-Takt-Achtzylinder-Motor, kamen bei jedem

dieser beiden Motoren auf eine Umdrehung der Kurbelwelle vier Zündstöße. Die höchste Drehzahl betrug etwa 4800 Umdr./min, so daß Zündstöße von 19000 1/min zu erreichen waren.

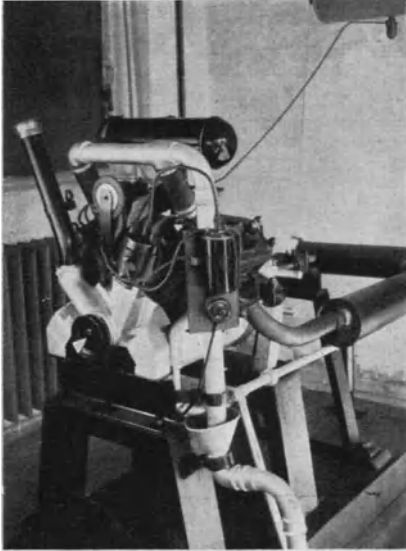


Abb. 17. Ansicht des Versuchsstandes mit dem DKW-4-Zyl.-2-Takt-Motor

a) Entwicklung des Prüfstandes

Die Versuche am DKW-Motor lagen zeitlich früher, so daß die Entwicklungsarbeiten des Verfahrens an diesem Motor ausgeführt wurden. Abb. 17 zeigt den Aufbau. Zunächst war vorgesehen, den Schwingungsdämpfer an Stelle der Riemenscheibe auf das freie Kurbelwellenende zu setzen. Dies war aber nicht möglich, da das herausragende Wellenstück mit der Kurbelwelle nur durch einem Mitnehmer verbunden war, die Zündstöße also

nicht übertragen wurden. Es wurde nun die Kupplung herausgenommen und ein Wellenstück mit Flansch auf dem Schwungrad so befestigt, daß die Welle mit der Kurbelwelle des Motors lief.

Messungen mit dem Geigerschen Torsiographen auf dem Wellenstück zeigten, daß die Zündstöße gut übertragen wurden. Abb. 18 zeigt ein solches Torsiogramm. Die Zündstöße sind deutlich erkennbar aufgezeichnet.

Die Verbindung des Dämpfers mit der Welle mußte möglichst starr sein, damit ein Rutschen unmöglich war. Nach einigen Vorversuchen wurde der Dämpfer durch Schrauben mit dem Flansch fest verbunden, welcher wiederum durch Vierkantsitz starr auf dem Wellenstück befestigt war.

Im Betriebe zeigte sich aber, daß der DKW-Motor nicht ganz den Wünschen entsprach, da er im Leerlauf sehr schwer auf einer bestimmten Drehzahl zu halten war. Aus diesen Gründen wurde dieser Motor durch den Ford-V 8-Motor ersetzt. Die Befestigung des Dämpfers

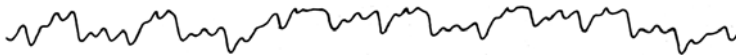


Abb. 18. Die Zündstöße des DKW-Motors. Die Aufzeichnung erfolgte mit dem Geigerschen Torsiographen

wurde in der gleichen Weise durchgeführt, wie es oben für den DKW-Motor beschrieben ist.

Nachdem diese Fragen gelöst waren, galt es, ein Meßverfahren zu finden, daß die einwandfreie Messung der Resonanzstelle und des Schwingungsausschlages gestattet.

b) Entwicklung der Meßverfahren

Torsiographische Messungen an der Kurbelwelle waren im vorliegenden Falle nicht angebracht, da die Kurbelwelle in dem Meßbereich keine Eigenschwingungszahl hatte und vor allem auch die Dämpferausschläge gemessen werden sollten.

Es wurden daher Messungen mit dem Elverson Oszilloskop vorgesehen, welche nach bekannter stroboskopischer Methode Messungen an umlaufenden Maschinen erlaubt. Der Schalter dieses Oszilloskopes wurde durch eine biegsame Welle mit der Kurbelwelle verbunden

und so eingestellt, daß pro Umdrehung ein Lichtblitz den Dämpfer beleuchtete, derselbe also stillzustehen schien. Nachdem die Drehbewegung so scheinbar ausgeschaltet war, konnte der Dämpfer auf Schwingungen untersucht werden. Zu diesem Zwecke wurde nach der in Abb. 19 dargestellten Skizze ein Zeiger auf den Innenring des Dämpfers befestigt und auf dem Außenring eine Skala angebracht. Schwingungsausschläge hätten also so abgelesen werden können. Da nun noch die Möglichkeit bestand, daß die Schwingung zur Zeit des Lichtblitzes gerade durch den Nullpunkt ging, wurde zwischen Kurbelwelle und Schalter ein Phasenschieber angebracht, der eine Verschiebung bis zu

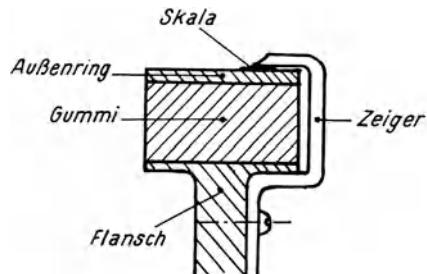


Abb. 19. Skizze des Zeigers

120° gestattet. Das Schwingungsmaximum hätte in diesem Gebiet also festgestellt werden können.

Diese Versuche verliefen ergebnislos. Zuerst wurde angenommen, daß die biegsame Welle zwischen Kurbelwelle und Schalter Störungen hervorrief. Es wurde deshalb eine starre Verbindung geschaffen. Tatsächlich wurde das Bild auch klarer, aber Schwingungsausschläge waren trotzdem nicht festzustellen.

Nun gab es zwei Möglichkeiten: Entweder fand überhaupt keine Aufschaukelung des Dämpfers statt oder die Schwingungsausschläge waren so klein, daß sie mit dieser immerhin ziemlich groben Methode nicht festzustellen waren. Da die Zündstöße des Motors durch den Torsiographen gut aufgezeichnet waren, war es sehr unwahrscheinlich, daß sich der Dämpfer nicht aufschaukelte. Die Meßmethode war also offenbar für den vorliegenden Fall zu ungenau. Es wurde ein Meßverfahren gesucht, das es erlaubte, auch kleine Schwingungsausschläge einwandfrei festzustellen. Dieses Verfahren, mit dem es gelang, die Schwingungen zu messen, soll nachfolgend näher beschrieben werden.

c) Beschreibung einer Meßanordnung zur Feststellung der Resonanzzahl und Größe der Schwingungsausschläge

Zwischen dem Dämpferflansch *a* (Abb. 16) und dem äußeren Ring *c* (Abb. 16) wurde ein Kontaktschalter angebracht, dessen Kontaktabstand von 0,1 mm an aufwärts verändert werden konnte. Dieser Kontakt lag im Primärkreis eines Transformators, von dessen Sekundärseite eine Quecksilber-Neonlampe gespeist wurde. Wenn nun der Dämpfer schwang, wurde bei jeder vollen Schwingung einmal der Kontakt kurze Zeit geschlossen. Der Stromstoß beim Öffnen des Kontaktes ließ die Neonlampe kurz aufblitzen. Der Kontaktabstand wurde jeweils so eingestellt, daß die Lampe nur aufleuchtete, wenn die äußerste Resonanzspitze erreicht wurde.

Um die Ordnung der Dämpferschwingung angeben zu können, und die Meßgenauigkeit noch weiter zu erhöhen, wurde noch folgende Einrichtung getroffen: Auf die Kurbelwelle wurde eine schwarze Scheibe gesetzt, auf die, vom Mittelpunkt ausgehend, ein schmaler weißer Keil gemalt wurde. Diese Scheibe wurde von der Neonlampe angeleuchtet. An der Anzahl der Keile, die auf der Scheibe erschienen, konnte nun die Ordnung der Schwingung festgestellt werden, während die genaue Resonanzdrehzahl durch ein klares und symmetrisches Bild der Keile angezeigt wurde (Abb. 20 bis 24). Das elektrische Schaltbild der Anordnung ist aus Abb. 25 zu ersehen.

Die Drehzahl des Motors wurde mit einem Hornschen Tourenmesser gemessen. Es zeigte sich jedoch, daß die Genauigkeit desselben

zur Bestimmung der Resonanzdrehzahl nicht ausreichte. Aus diesem Grunde wurde am Kurbelwellenende ein Kontaktgeber befestigt, der bei jeder fünfzigsten Umdrehung des Motors einen Stromkreis schloß, in welchem sich ein kleines Lämpchen befand. Mit der Stoppuhr wurde die Zeit zwischen 11 Aufleuchten des Lämpchens gemessen und aus dieser Zeit für 500 Motorumdrehungen die genaue Drehzahl errechnet.



Abb. 20.
Scheibe mit Keil



Abb. 21. Schwingung
2. Ordnung noch nicht
in Resonanz



Abb. 22. Schwingung
2. Ordnung in Resonanz



Abb. 23. Schwingung 4. Ordnung
schlecht abgestimmt



Abb. 24. Schwingung 4. Ordnung
in Resonanz

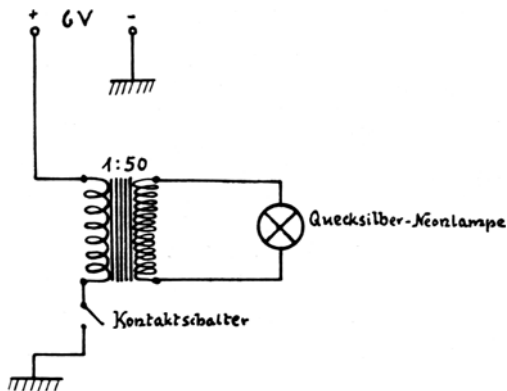


Abb. 25. Elektrisches Schaltbild der Meßanordnung
zur Bestimmung der Resonanzfrequenz

Das Gesamtbild der Eichvorrichtung ist in Abb. 26 dargestellt. Abb. 27 zeigt dann die Meßeinrichtung genauer. Es bedeuten:

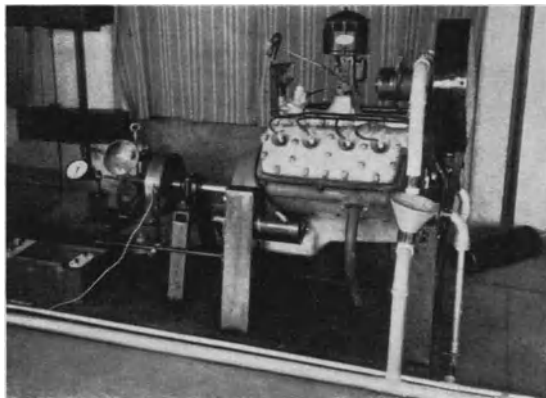


Abb. 26. Gesamtansicht des Prüfstandes

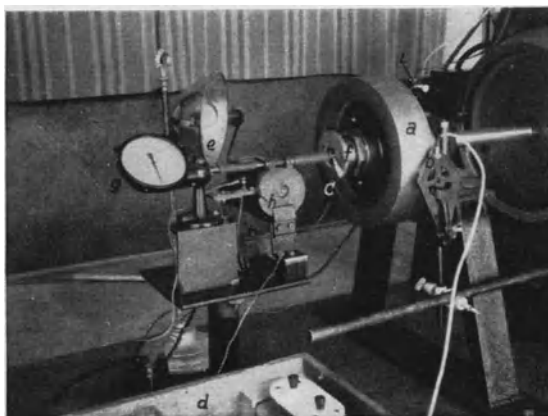


Abb. 27. Teilansicht der Meßapparatur mit aufgesetztem Dämpfer

- a) Resonanzschwingungsdämpfer.
- b) Stromzuführung zum äußeren Dämpfering über eine Kohleschleifbürste.
- c) Kontaktschalter zur Masse. Die Kontakte sind schwer zu erkennen. Abb. 28 stellt sie deutlicher dar.

- d) Transformator.
- e) Quecksilber-Neon-Lampe.
- f) Scheibe mit weißem Keil.
- g) Hornscher Tourenmesser.
- h) Kontaktgeber zur genaueren Tourenmessung mittels Stoppuhr.
- i) Lämpchen zur Tourenmessung.

In Abb. 28 wird ein Schwingungsdämpfer gezeigt, bei welchem der Kontaktschalter (*a*) und die Stromzuführung (*b*) deutlicher zu erkennen ist.

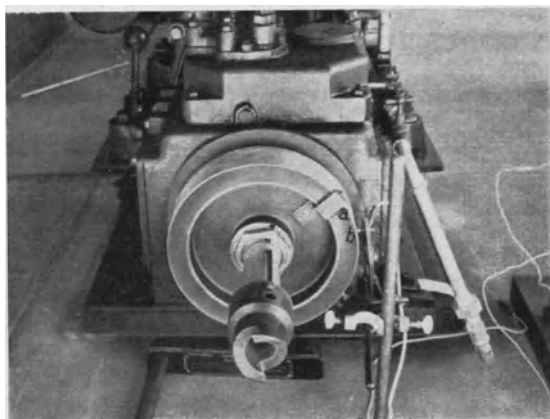


Abb. 28. Resonanzschwingungsdämpfer mit aufgesetztem Kontakt (*a*) und der Stromzuführung (*b*)

d) Versuchsweise dynamische Eichung von zwei Resonanzschwingungsdämpfern und Auswertung der Ergebnisse

Zunächst wurde mit den Dämpfern I und II gearbeitet, deren Abmessungen aus den Abb. 29 und 30 zu ersehen sind.

Messung mit Dämpfer I

Bei einer Drehzahl von $n = 1601$ 1/min wurde ein Schwingung 4. Ordnung festgestellt. Aus dem Produkt von Drehzahl und Ordnungszahl ergibt sich die Resonanzschwingungszahl von

$$n_{1e} = 6404 \text{ 1/min.}$$

Entsprechend trat bei der Drehzahl 3203 1/min die gleiche Schwingung mit der Ordnungszahl 2 auf. Die Resonanzschwingungszahl ergab:

$$n_{1e} = 6406 \text{ 1/min.}$$

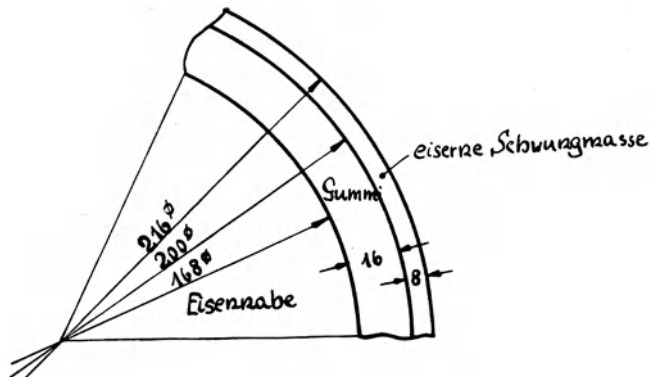


Abb. 29. Maße des Dämpfers I

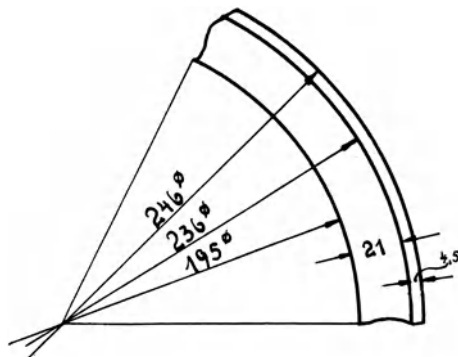


Abb. 30. Maße des Dämpfers II

Die Drehzahlen wurden in der oben beschriebenen Weise mit der Stoppuhr bestimmt.

Die Schwingungsausschläge des äußeren Masserings betragen

$$\pm 0,35 \text{ mm.}$$

Messung mit Dämpfer II.

Die Messungen mit diesem Dämpfer ergaben bei $n = 1258$ 1/min eine Schwingung 4. Ordnung und bei $n = 2504$ 1/min wieder die entsprechende 2. Ordnung. Als Mittelwert ergab sich die Schwingungszahl

$$n_{IIe} = 5020 \text{ 1/min.}$$

Diskussion der Ergebnisse.

Die gemessenen Resonanzzahlen stellen nun aber keineswegs die Eigenschwingungszahlen der Dämpfer dar, denn als Eigenschwingung gilt die Schwingung, welche auftritt, wenn der Dämpfer mit seiner inneren Masse fest eingespannt wird und der Außenring frei schwingt. Das Schwingungsbild, dargestellt durch eine mit einer Masse belasteten Feder, ist aus Abb. 31 zu ersehen. Dieser Fall trifft bei der Eichanordnung nach Abb. 27 und 28 nicht zu, vielmehr ist hier die innere Dämpfermasse m_i im Vergleich zur äußeren m_a durchaus nicht unendlich groß. Das Schwingungsbild kann, wie es in Abb. 32 geschehen ist, durch die Massen m_i und m_a dargestellt werden, welche durch eine Feder verbunden wird. Die Erregung greift an der Masse m_i an. Die Eigenschwingungszahl dieses Systems errechnet sich nach der Formel:

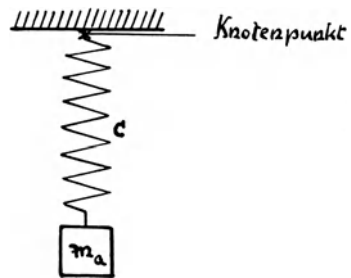


Abb. 31. Schwingungsanordnung als Schaubild eines fest eingespannten Dämpfers

$$n_1 = \frac{30}{\pi} \sqrt{c \left(\frac{1}{m_i} + \frac{1}{m_a} \right)} \dots \dots \dots (1)$$

Mit den Verhältnissen bei den Dämpfermessungen verglichen, wären in dieser Formel n_1 und m_a bekannt. Unbekannt dagegen c und m_i . Gesucht wird nun die Eigenschwingungszahl der Anordnung für den Fall, daß die Masse m_i unendlich groß ist.

Für $m_i = \infty$ gilt:

$$n_e = \frac{30}{\pi} \sqrt{\frac{c}{m_a}} \dots \dots \dots (2)$$

In diesen beiden Gleichungen treten drei Unbekannte auf, nämlich das gesuchte n_e und außerdem c und m_i . Es fehlt noch eine 3. Gleichung. Diese erhält man, wenn die Masse m_i um einen bekannten Betrag m_z

vergrößert wird. Die gemessene Eigenschwingungszahl dieses neuen Systems beträgt:

$$n_2 = \frac{30}{\pi} \sqrt{c \left(\frac{1}{m_i + m_z} + \frac{1}{m_a} \right)} \dots \dots \dots (3)$$

Aus diesen Gleichungen läßt sich c und dann n_e errechnen.

Diese Rechnung läßt sich auch auf die Dämpferanordnung übertragen, nur müssen die Massen durch die entsprechenden Trägheitsmomente ersetzt werden, da es sich ja hier um Drehbewegungen handelt.

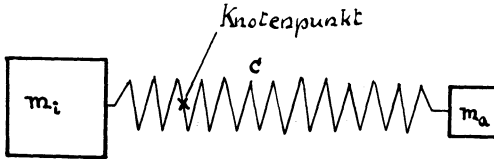


Abb. 32. Schwingungsbild für den Fall, daß die Masse bzw. das Trägheitsmoment des Dämpferflansches einen endlichen Wert hat

Die entsprechende Messung der Eigenschwingungszahl n_2 wurde so ausgeführt, daß auf dem Dämpferflansch ein Massering (Abb. 16) von bekanntem

Trägheitsmoment befestigt wurde. Durch das Aufsetzen des Zusatzträgheitsmomentes Θ_z wurde die Resonanzzahl herabgesetzt, da sich der Knotenpunkt der Schwingung näher an die vergrößerte Masse heranschob. Am freien Ende m_a ist ein Schwingungsbauch, so daß die Federlänge größer wird, die Frequenz also niedriger.

Messung an Dämpfer I mit Zusatzring Θ_{z1}

- Schwingung 4. Ordnung bei $n = 1555$ 1/min.
- Schwingung 2. Ordnung bei $n = 3112$ 1/min.
- $n_{I2} = 6220$ 1/min.

Messung an Dämpfer II mit Zusatzring Θ_{z2}

- Schwingung 4. Ordnung bei $n = 1080$ 1/min.
- Schwingung 2. Ordnung bei $n = 2200$ 1/min.

Die Drehzahl für die Schwingung 4. Ordnung war nicht genau zu messen, da der Motor bei dieser niedrigen Drehzahl etwas unruhig lief. Bei der Mittelwertbildung wurden daher nur die Ergebnisse für die Schwingung 2. Ordnung berücksichtigt.

$$n_{II2} = 4400 \text{ 1/min.}$$

Berechnung der Eigenschwingungszahlen der Dämpfer I und II.

Die Gleichungen (1), (2) und (3) auf Drehbewegungen übertragen lauten:

$$n_1 = \frac{30}{\pi} \sqrt{c \left(\frac{1}{\Theta_i} + \frac{1}{\Theta_a} \right)} \dots \dots \dots (4)$$

$$n_2 = \frac{30}{\pi} \sqrt{c \left(\frac{1}{\Theta_i + \Theta_z} + \frac{1}{\Theta_a} \right)} \dots \dots \dots (5)$$

$$n_e = \frac{30}{\pi} \sqrt{\frac{c}{\Theta_a}} \dots \dots \dots (6)$$

Die Division der Gleichung (4) durch Gleichung (5) ergibt eine quadratische Gleichung:

$$\Theta_1^2 + \Theta_i (\Theta_a + \Theta_z) - \Theta_a \cdot \Theta_z \cdot \frac{n_2^2}{n_1^2} = 0 \dots \dots \dots (7)$$

In dieser Gleichung ist nur Θ_i unbekannt. Nach Errechnung von Θ_i erhält man durch Einsetzen in Gleichung (4) die Federkonstante c .

$$c = n_1^2 \cdot \frac{\pi^2 \cdot \Theta_a \cdot \Theta_i}{30^2 (\Theta_a + \Theta_i)} \dots \dots \dots (8)$$

Nun kann n_e nach Gleichung (6) berechnet werden.

Eigenschwingungszahl des Dämpfers I.

Gemessen war:

$$n_{I1} = 6405 \text{ 1/min,}$$

$$n_{I2} = 6220 \text{ 1/min,}$$

bekannt war außerdem: $\Theta_{z1} = 89,6 \text{ cm}^4$.

Aus den Gleichungen (4) bis (8) wurde errechnet:

$$\underline{n_{Ie} = 5540 \text{ 1/min.}}$$

Eigenschwingungszahl des Dämpfers II.

Gemessen bzw. bekannt war:

$$n_{II1} = 5020 \text{ 1/min,}$$

$$n_{II2} = 4400 \text{ 1/min,}$$

$$\Theta_{z2} = 234,0 \text{ cm}^4$$

Errechnet wurde hieraus die Eigenschwingungszahl:

$$\underline{n_{IIe} = 4150 \text{ 1/min.}}$$

e) Rechnerische Kontrolle der Messungen

Nach Gleichung (6) verhalten sich die Schwingungszahlen der beiden Dämpfer wie folgt:

$$\frac{n_{Ie}}{n_{IIe}} = \frac{c_1 \cdot \Theta_{a2}}{c_2 \cdot \Theta_{a1}} \dots \dots \dots (9)$$

Aus den Dämpfermaßen, die aus Abb. 33 und 34 zu ersehen sind, ergibt sich:

$$\frac{\Theta_{a2}}{\Theta_{a1}} = \frac{9}{8} \cdot \frac{108^3}{92^3}$$

und

$$\frac{c_1}{c_2} = \frac{30,21}{16,60} = \frac{21}{32}$$

Diese Werte in Gleichung (9) eingesetzt, ergab:

$$\frac{n_{Ie}}{n_{IIe}} = 1,332.$$

Für die aus dem Eichverfahren gefundenen Eigenschwingungszahlen ergab sich das Verhältnis:

$$\frac{n_{Ie}}{n_{IIe}} = \frac{5540}{4150} = 1,335.$$

f) Zusammenfassung

Der Gang einer Dämpfereichung geht also folgendermaßen vor sich:

1. Der Dämpfer wird auf die Kurbelwelle gesetzt und die Resonanzzahl n_1 gemessen.
2. Auf dem Dämpferflansch wird ein Massering mit bekanntem Trägheitsmoment Θ_2 gesetzt und die Resonanzzahl n_2 festgestellt.
3. Aus den Werten n_1 , n_2 und Θ_2 werden nach den Gleichungen (4) bis (8) die Zwischenwerte Θ_i und c und dann schließlich die Eigenschwingungszahl des Dämpfers n_e errechnet.

g) Allgemeines über die Anwendung des Verfahrens

Im allgemeinen wird es nicht nötig sein, die Eichung so durchzuführen, wie es unter f) beschrieben wird, sondern in der Praxis muß in den meisten Fällen eine Anzahl Schwingungsdämpfer auf die gleiche Eigenschwingungszahl abgestimmt, d. h. die Dämpfer müssen untereinander verglichen werden. Der Gang der Eichungen wird dann folgender sein:

Als Beispiel nehmen wir an, eine Serie Dieselmotoren gleicher Bauart soll mit Resonanzschwingungsdämpfern ausgerüstet werden. Der Dämpfer wird zunächst berechnet, und dann mit Hilfe von torsio-graphischen Messungen auf eine der Dieselmotoren genau auf Resonanz mit der Kurbelwelle abgestimmt. Die Aufgabe des Prüfstandes ist es nun, alle anderen Dämpfer der Serie auf die gleiche Eigenschwingungszahl abzustimmen. Hierzu ist nur nötig, die Schwingungszahl n_1 des auf der Dieselmotore abgestimmten Dämpfers auf dem Prüfstand zu messen und dann alle übrigen Dämpfer nacheinander auf die Schwingungszahl n_1 abzustimmen.

h) Nachteile des Eichverfahrens

Ein großer Nachteil des vorstehend entwickelten Eichverfahrens sind die kleinen Schwingungsausschläge der Dämpfer. Wenn auch das angegebene Meßverfahren so fein ist, daß die Genauigkeit der Messung durch die nur kleinen Ausschläge keineswegs beeinflußt wird, so ist doch die genaue Einstellung des Kontaktabstandes verhältnismäßig zeitraubend und erfordert etwas Fingerspitzengefühl. Für die Eichung großer Serien von Schwingungsdämpfern sind diese beiden Faktoren natürlich sehr lästig.

Versuche, die Größe der Schwingungsausschläge des Dämpfers durch Belasten des Motors zu erhöhen, verliefen ergebnislos, da nur eine kaum meßbare Verbreiterung der Resonanzstelle festzustellen war. Die Belastung erfolgte durch einen Pronyschen Zaun.

Ebensosehr wie die kleinen Ausschläge ein Nachteil für das Eichverfahren darstellten, waren sie ein Zeichen dafür, daß der benutzte Ford V 8-Motor bei Leerlauf nur sehr geringe Drehzahlschwankungen ausführt. Wenn man die verschiedentlich gemessene Aufschaukelung von 1 : 10 für den Dämpfer annimmt, führt der Dämpferflansch beim Radius 84 mm nur Drehzahlschwankungen von $\pm 0,035$ mm aus. In Winkelgraden umgerechnet ergibt sich für die Gleichförmigkeit des Umlaufs der Kurbelwelle der Wert $\pm 0,026^\circ$.

2. Eichung von Schwingungsdämpfern auf einem elektromagnetischen Prüfstand

Es soll im folgenden Abschnitt ein Eichverfahren beschrieben werden, bei welchem die Vorteile der vorstehend angegebenen Eichmethode nach Möglichkeit erhalten bleiben und die Nachteile vermieden werden. Vor allem die Genauigkeit der Messungen sollte nicht vermindert werden, während folgende Vervollkommnungen angestrebt wurden:

1. Die tatsächliche Eigenschwingungszahl soll ohne jede Zwischenrechnung gleich zu messen sein.

2. Es sollen möglichst große Schwingungsauslässe erhalten werden.
3. Das Auf- und Abmontieren des Dämpfers soll möglichst wenig Zeit beanspruchen.

a) Aufbau, Schaltung und Wirkungsweise

Abb. 33 zeigt die erste einfache Form des elektromagnetischen Prüfstandes. Der Innenring des Dämpfers (1) ist durch drei Schrauben

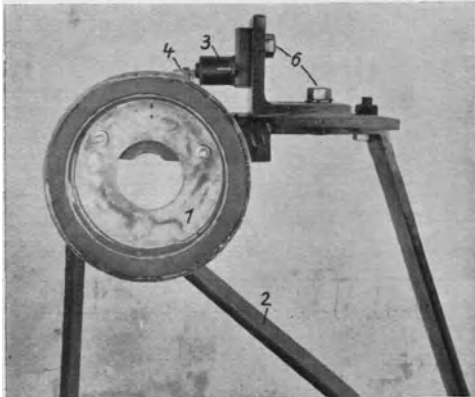


Abb. 33. Einfache Anordnung zum Eichen von Resonanzschwingungsdämpfern

starr mit einem festen Bock (2) verbunden. Dieser Bock trägt außerdem einen Elektromagneten (3), durch welchen Wechselstrom mit veränderlicher Frequenz geschickt werden kann. Stimmt die Frequenz des Wechselstromes mit der Eigenschwingungszahl des Dämpfers überein, so wird dieser aufgeschaukelt. Um die Wechselwirkung zwischen Magnet und Dämpfering zu ermöglichen, wird auf den Dämpfering ein kleiner Polschuh (4)

gesetzt, welcher jedoch so klein gehalten werden muß, daß die Eigenschwingungszahl des Dämpfers wenig beeinflußt wird. Durch die Schrauben (6) kann der

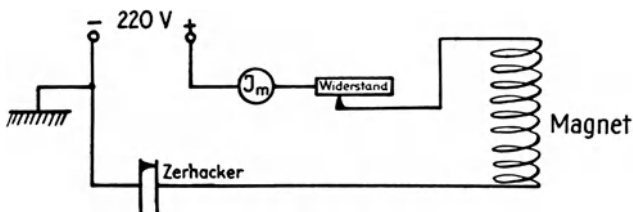


Abb. 34. Schaltbild des magnetischen Prüfstandes

Magnet in jeder Richtung verstellt und so der jeweiligen Dämpfergröße angepaßt werden.

Das Schaltbild der Anordnung ist aus Abb. 34 zu ersehen. Der Magnet wird mit zerhacktem Gleichstrom gespeist. Die Stärke des Magnetstromes wird durch den Widerstand R_1 geregelt. Der Zerhacker

besteht aus einer einfachen Unterbrecherscheibe, die von einem Elektromotor angetrieben wird. Die Zahl der Stromimpulse kann also beliebig verändert werden.

Abb. 35 zeigt die Unterbrecheranlage. An der Halterung 1 ist der Schleifkontakt befestigt, 2 ist die Unterbrecherscheibe und 3 der Motor. Die Unterbrecherscheibe war so eingeteilt, daß auf eine Motorumdrehung vier Stromunterbrechungen kamen. Die Resonanzzahl des Dämpfers betrug also das Vierfache der Motordrehzahl an der Stelle der Resonanz. Zur genauen Messung der Motordrehzahl mittels Stoppuhr diente der Kontaktgeber 4, der wieder bei jeder 50. Um-



Abb. 35.
Unterbrecher mit Antriebsmotor und Kontaktgeber

drehung den Stromkreis einer kleinen Lampe schloß. Das Instrument 5 zeigte die Stärke des Magnetstromes an.

Die Eigenschwingungszahl des Dämpfers konnte in einfacher Weise durch die Verbreiterung eines feinen Striches festgestellt werden, der quer über den äußeren Massering, also parallel zur Mittellinie gezogen war. Die Schwingungsform ließ ein über den Gummiring gezogener weißer radialer Strich erkennen.

Zur genauen Messung der Resonanzzahl reichten die einfachen Hilfsmittel allerdings nicht aus, sondern hierzu wurde wieder die in Abb. 25 angegebene Meßvorrichtung mit der stroboskopischen Scheibe benutzt. Da der Dämpfer in diesem Falle nicht umläuft, brauchte der Kontaktschalter nicht umständlich auf dem Dämpferflansch befestigt werden, sondern eine weiche Messingfeder wurde auf einem verstellbaren Stativ angebracht und so aufgestellt, daß der Polschuh auf der äußeren Dämpfermasse bei jeder vollen Schwingung die Feder

einmal berührte. Die von der Neonlampe beleuchtete Keilscheibe wurde auf die Motorwelle des Antriebmotors für den Unterbrecher gesetzt. Die genaue Resonanzdrehzahl ist daran zu erkennen, daß auf dieser Scheibe ein vollkommenes scharfes, symmetrisches Bild erscheint (vgl. Abb. 23 und 24). Die Bestimmung der Eigenschwingungszahl des Dämpfers war auf 1 bis 2% genau.

b) Versuchsweise Eichung eines Dämpfers

Zunächst wurde der Dämpfer II geeicht. Es wurden drei verschiedene Resonanzzahlen gemessen, und zwar:

$$\begin{aligned} n_1 &= 2600 \text{ 1/min,} \\ n_2 &= 4140 \text{ 1/min,} \\ n_3 &= 11040 \text{ 1/min.} \end{aligned}$$

Eine Betrachtung der Schwingungsformen mit Hilfe des feinen weißen Striches auf dem Gummi und des Elverson-Oszilloskopes zeigte bei n_2 die Schwingung 1. Grades (Abb. 36a) und bei n_3 die Schwingung

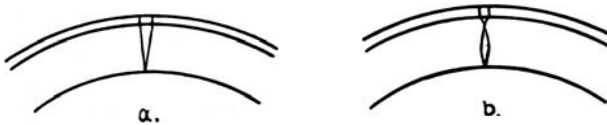


Abb. 36. Bei Resonanzregung auftretende Schwingungsformen

- a) Schwingung 1. Grades bei $n = 4140 \text{ 1/min}$
 - b) Schwingung 2. Grades bei $n = 11040 \text{ 1/min}$
- Dämpfer II

2. Grades (Abb. 36b). Die Schwingung n_1 war eine Querschwingung, die im Verlaufe dieser Messungen nicht weiter untersucht wurde. Die Ausschläge betragen für gleichen Magnetstrom ($J_s = 1,5 \text{ A}$) bei $n_2 \pm 1,5 \text{ mm}$ und bei $n_3 \pm 0,5 \text{ mm}$.

Die Schwingungszahl der Schwingung 1. Grades n_2 ist die gesuchte Eigenschwingungszahl des Dämpfers. Bei den nachfolgenden Messungen wird infolgedessen nur diese Schwingungszahl angegeben.

c) Bestimmung der Eigenschwingungszahl von verschiedenen Dämpfern

Es wurden die Eigenschwingungszahlen von einigen Dämpfern mit dieser Methode bestimmt. Als Vergleichswerte sind die auf dem 8-Zyl.-Motorenprüfstand gewonnenen Meßergebnisse angegeben.

1. Dämpfer I (Abb. 33):

Gemessener Wert: $n_c = 5550$ 1/min.

Vergleichswert: $n_e = 5540$ 1/min.

2. Dämpfer II (Abb. 34):

Gemessener Wert: $n_e = 4140$ 1/min.

Vergleichswert: $n_e = 4150$ 1/min.

3. Dämpfer III:

Die Maße des Dämpfers III stimmten mit denen des Dämpfers I überein, jedoch hatte der äußere Massering nur eine Dicke von 2 mm gegen 8 mm bei Dämpfer I.

Gemessener Wert: $n_e = 11200$ 1/min.

Ein eigener Vergleichswert war für diesen Dämpfer nicht vorhanden. Das Versuchsergebnis stimmte aber mit den Messungen der Saurer-Werke, für die dieser Dämpfer bestimmt war, ungefähr überein.

d) Vor- und Nachteile des Eichverfahrens

Die Vorteile dieses Eichverfahrens seien nochmals kurz zusammengestellt:

1. Die Eichung gibt sofort die tatsächliche Eigenschwingungszahl des Dämpfers an.
2. Die Genauigkeit der Messung ist sehr groß, ohne daß ein besonders sorgfältiges Arbeiten erforderlich wäre.
3. Die Größe der Schwingungsausschläge des Dämpfers können innerhalb eines Bereiches durch den Magnetstrom verändert werden.
4. Der Dämpfer kann in kurzer Zeit auf- und abmontiert werden.

Ein großer Nachteil ist das Aufsetzen des Polschuhes.

In einer demnächst erscheinenden Arbeit wird H. Bosse⁹⁾ über eine ebenfalls im Wöhler-Institut weiter vervollkommnete Eichvorrichtung für Dämpfer berichten, bei welcher die Dämpfer durch einen hochtourigen Kurbeltrieb von der Einspannung her erregt werden. Im Gegensatz zu der zuvor beschriebenen Erregung mit Kraftaufpendelung benutzt H. Bosse also die Wegaufpendelung.

e) Ausschwingungsversuche zur Bestimmung der Eigendämpfung eines Resonanzschwingungsdämpfers

Die elektromagnetische Eichvorrichtung eignete sich sehr gut zur Bestimmung der Eigendämpfung der Schwingungsdämpfer. Die

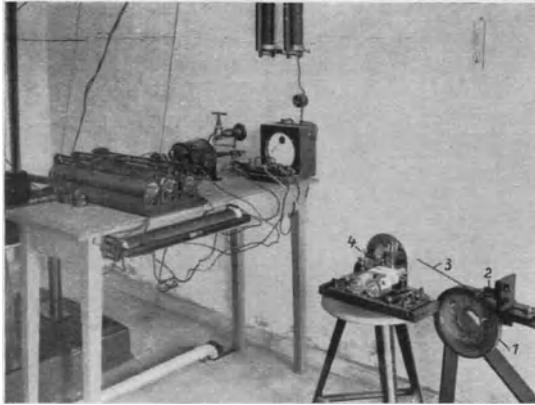


Abb. 37. Gesamtansicht des magnetischen Prüfstandes mit angebautem Registrierapparat für die Ausschwingversuche

Versuche wurden wie folgt durchgeführt: Der Dämpfer wurde in Resonanz erregt und der Magnetstrom dann ausgeschaltet. Die abklingenden

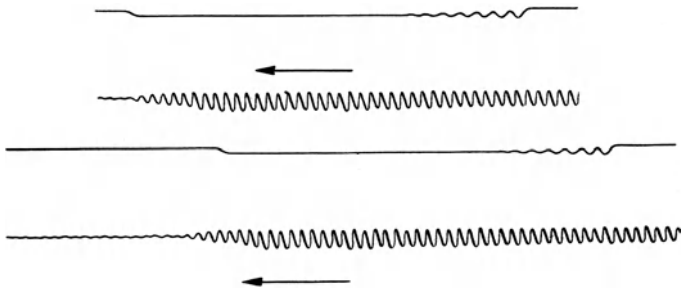


Abb. 38. Aufgenommene Ausschwingkurven

Schwingungen wurden durch ein Registriergerät aufgezeichnet. Der Registrierung diente der Geigersche Torsigraph, von dem jedoch die schwingende Torsigraphenmasse entfernt wurde, so daß die Schwingung von dem Dämpferring durch einen leichten Aluminiumarm

direkt auf den Schreibhebel übertragen wurde. Die Eigenschwingungszahl des Dämpfers wurde durch die Massevergrößerung allerdings etwas herabgesetzt und auch die Dämpfung vergrößert.

Abb. 37 zeigt die benutzte Apparatur:

1. Schwingungsdämpfer.
2. Magnet.
3. Übertragungsarm aus Aluminium.
4. Der zum Registrierapparat umgebaute Geigersche Torsiograph.

Einige der aufgenommenen Ausschwingkurven sind in Abb. 38 dargestellt.

D. Untersuchungen an Drehschwingungsdämpfern für höhere Schwingungsgrade

Wie im Kapitel C Abschnitt 2 angegeben wurde, traten bei den Resonanzschwingungsdämpfern neben der Schwingung 1. Grades auch die Schwingung 2. Grades auf. Die Meßergebnisse zeigten, daß die Schwingung 1. Grades viel stärker aufgeschaukelt wurde, als die letztere, obwohl die Erregerkraft in beiden Fällen gleich war. Zur Aufpendelung einer Schwingung höheren Grades bei einem auf der Kurbelwelle einer Kolbenmaschine befestigten Schwingungsdämpfer muß also von der Kurbelwelle aus mehr Energie zugeführt werden, als zur Aufpendelung der Schwingung 1. Grades. Aus diesem Grunde ist ein Schwingungsdämpfer für die Schwingung vom höheren Grad wesentlich weniger wirkungsvoll [(3) Seite 100].

Nachfolgend werden Versuche beschrieben, die mit einem Drehschwingungsdämpfer für Schwingungen höheren Grades durchgeführt sind.

Ein Gummizylinder von 37 cm Länge wurde zu Drehschwingungen erregt. Die Erregung wurde mit einem Kurbelbetrieb durchgeführt, der von einem Elektromotor angetrieben wurde, dessen Drehzahl gleich der Schwingungszahl des Zylinders war.

Die gemessene Eigenschwingungszahl 1. Grades des Dämpfers betrug 870 1/min und die 2. Grades 2900 1/min. Die Schwingungsausschläge und -Formen sind aus Abb. 39 zu ersehen. Wie O. Föppl [(3) Seite 100] ausführt, wäre es bei einer Anordnung ohne Werkstoffdämpfung möglich, daß an dem Knotenpunkt III ein starres Gestell y angreift, das mit dem Fundament oder der Erregerstelle I fest verbunden sein könnte (Abb. 39), ohne daß die Schwingung 2. Grades dadurch beeinflußt würde. Da aber infolge der Werkstoffdämpfung Schwingungsenergie in Wärme umgesetzt wird, ist die Stelle I nicht vollkommen in Ruhe, sondern sie führt kleine Bewegungen aus, durch die die Energie in den Dämpfer eingeleitet wird.

Durch das Gestell wird der Dämpfer in drei Teile geteilt. Das erste Stück ist an der Stelle I eingespannt und macht an der Stelle II große Ausschläge. Das zweite und dritte Stück sind an der Stelle III eingespannt und machen bei II und IV große Ausschläge. Die Anbringung des Gestells y hat zur Folge, daß durch die Einspannstelle I nur ein Drittel der gesamten im Dämpfer umgesetzten Energie übertragen wird, während der Rest durch das Gestell auf den Dämpfer übertragen

wird. Weiter gibt O. Föppl an, daß sich der Dämpfer mit Gestell infolge der größeren zugeführten Energie weit stärker aufschaukelt als ohne Gestell, und daß bei gleichem Größtausschlag a_{10} die im Dämpfer vernichtete Energie theoretisch neunmal so groß ist als der Wert, den man ohne Gestell erhält.

Bisher im Wöhler-Institut durchgeführte Messungen ergaben ohne Gestell einen Größtausschlag von $\pm 1,0$ mm und mit Gestell einen Größtausschlag von $\pm 2,3$ mm bei gleichem Erregerausschlag.

Der Grund, warum die Aufschaukelung durch die Anbringung des Gestells nicht in dem Maße vergrößert worden ist, wie man auf Grund der theoretischen Betrachtung hätte erwarten sollen, ist folgender:

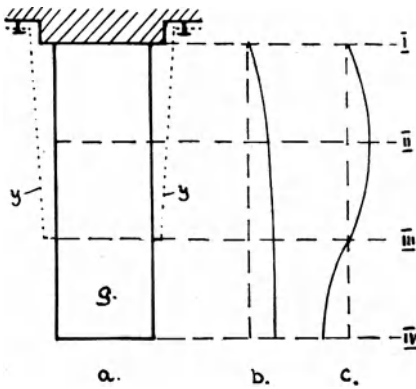


Abb. 39

- a) Gummizylinder mit Gestell y
- b) Schwingung 1. Grades ohne Gestell
- c) Schwingung 2. Grades ohne Gestell

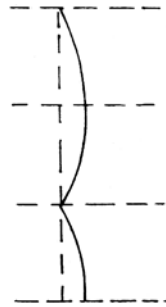


Abb. 40

Schwingung 2. Grades
mit Gestell

Bei Anbringung eines vollkommen starren Gestells gehören zu dem Knotenpunkt III zwei Schwingungsäste, in die Energie eingeleitet werden muß. Das erregende Moment an der Festhaltestelle III muß dem Winkelausschlag vorauslaufen. Dies wäre aber bei der Schwingungsform 2. Grades nach Abb. 39 nur für den einen Schwingungsast möglich. Die Schwingung kann nur so verlaufen, daß die Ausschläge a_{20} und a_{40} immer in gleicher Richtung liegen, wie es Abb. 40 zeigt.

Diese Betrachtungen gelten für die Annahme, daß das angebrachte Gestell y vollkommen starr sei. Nun wird dasselbe aber verhältnismäßig stark verwunden, so daß der Winkelausschlag a_{30} phasenverschoben ist gegenüber dem Ausschlag an der Stelle I.

Ausführung der Versuche

Zur Kenntlichmachung der Schwingungsausschläge des Gummizylinders d (Abb. 41) wurde ein dünner weißer Strich längs über den Dämpfer gezogen. Die Schwingungsformen, besonders die Phasenverschiebungen, wurden mit Hilfe des Elversonoszilloskopes festgestellt. Der Schalter des Oszilloskopes wurde mit der Welle des Antriebsmotors für den Kurbeltrieb gekuppelt. Die Gestelle y waren Stahlzylinder

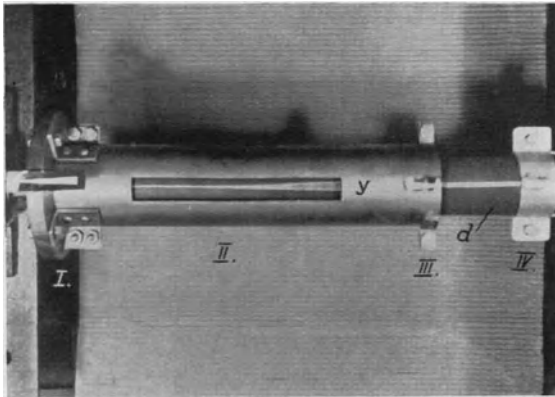


Abb. 41. Aufnahme des schwingenden Dämpfers d mit Gestell y

(Abb. 41), die mit einem Längsschlitz versehen wurden, damit die Schwingungen zu beobachten waren.

Zunächst wurde versucht, die Reibung am freien Ende IV zu verringern. Dieses bestand aus einer dünnen Aluminiumachse, die durch zwei Kugellager geführt wurde. Diese Kugellager wurden durch zwei Scheibenlager aus Messingblech von 1 mm Dicke ersetzt. Die Ausschläge an der Stelle IV wurden dadurch um 20 % vergrößert.

Die Länge des Stahlzylinders y betrug 310 mm. Die in Abb. 41 dargestellte Resonanzschwingung von der oben beschriebenen Form trat bei $n = 2510$ 1/min auf.

E. Schwebungen bei schwingenden Systemen, deren Ausschläge durch dämpfungsarme Resonanzschwingungsdämpfer vermindert werden

In Heft 34 der „Mitteilungen des Wöhler-Instituts“ führt O. Föppl eine Betrachtung an Schwingungsanordnungen durch, bei denen Schwebungsresonanzen auftreten können. Da Schwebungsresonanzen bisher in der Praxis überhaupt noch nicht theoretisch behandelt und

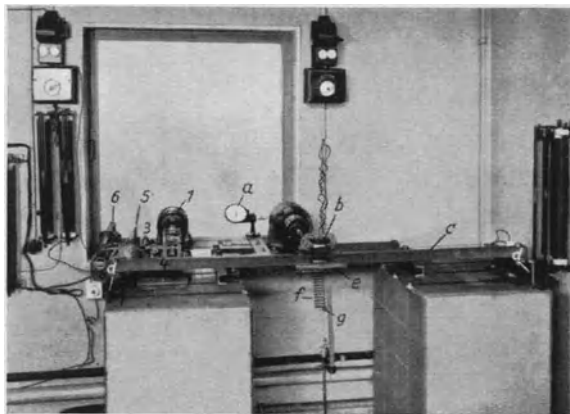


Abb. 42. Gesamtansicht der entwickelten Versuchsanordnung

experimentell untersucht worden sind, war es erforderlich, zu den theoretischen Betrachtungen von O. Föppl Versuche durchzuführen, die darüber entscheiden sollen, ob die theoretische Betrachtung nach jeder Richtung einwandfrei durchgeführt worden ist, und ob die zu erwartenden Schwebungsresonanzen wirklich so groß sind, daß man sie durch Versuche nachweisen kann.

Die dämpfungsarmen Resonanz-Schwingungsdämpfer haben für besondere Fälle in der Praxis erhebliche Bedeutung erlangt. Den Hartog⁴ beschreibt z. B. eine elektrische Haarschneidemaschine, bei der störende Schwingungen durch einen auf das gleiche Gestell gesetzten

dämpfungsarmen Schwingungsdämpfer von gleicher Schwingungszahl wesentlich gemildert worden sind.

Die nachfolgende Betrachtung wird an einem Balken c (Abb. 42) durchgeführt, der auf beiden Enden d_1 und d_2 gelagert ist und in der Mitte eine Masse e trägt. In der Mitte, d. h. an der Masse e , greift ferner eine erregende Kraft an. Wenn die Periode der erregenden Kraft eine bestimmte Größe hat, wird die Anordnung ce zu besonders großen Schwingungen aufgeschaukelt. Man kann diese Schwingungen theoretisch durch eine zusätzliche Schwingungsanordnung fg von gleicher Eigenschwingungszahl wie die Hauptanordnung ohne Umsetzung von Schwingungsenergie in Wärme gerade bei der Resonanzschwingungszahl vollkommen beseitigen, worauf im nachfolgenden noch eingegangen werden wird.

O. Föppl hat gezeigt, daß die gesamte Schwingungsanordnung des Balkens einschließlich Dämpfers gefährliche Resonanzschwebungen ausführen kann, wenn die auf den Balken wirkende Kraft in einem bestimmten Rhythmus periodische Schwankungen ausführt. Es treten in diesem Falle zwei kritische Schwebungsperioden auf, deren Periodenzahlen gleich dem Unterschied zwischen denen der Schwingung 1. bzw. 2. Grades der Gesamtanordnung und der Periode der Eigenschwingung des Dämpfers ist. Diese Resonanzschwebungszahlen sollen im nachfolgenden zahlenmäßig durch Versuch bestimmt werden.

1. Der Aufbau der Versuchsanordnung

Die gesamte für die Versuchsdurchführung benötigte Anlage (Abb. 42) besteht aus zwei verschiedenen Teilen, deren Aufbau im nachfolgenden getrennt behandelt wird. Es ist einerseits ein schwingender Balken nötig, an dem eine erregende Kraft P mit verschiedenen Perioden angreift, und es muß andererseits eine Anordnung vorgesehen werden, die der Periode der erregenden Kraft künstlich eine Schwebung auferlegt. Für den ersten Fall ist der Motor a vorgesehen, im zweiten Falle sorgt eine vom Motor 1 angetriebene Vorrichtung dafür, daß der dem Motor a zugeführte Strom eine der Größe der Schwebung entsprechende Schwankung ausführt.

a) Die Schwingungsanordnung

Die Hauptschwingungsanordnung ist in Abb. 43 dargestellt. Ein \square -Eisen c von 1,50 m Länge ist in der Mitte durch eine Masse und die an früherer Stelle beschriebenen Erregungsanordnung b belastet. Die freien Enden ruhen auf Eisenschienen d_1 , d_2 und diese wieder auf Betonfundamenten. Die Zahnräder mit den Wuchtmassen m werden durch einen Elektromotor a angetrieben, dessen Drehzahl mit einem Drehzahlmesser gemessen wird.

Senkrecht unter der Erregung ist ein Schwingungsdämpfer aufgehängt. Dieser besteht aus einer Stahlspiralfeder f mit möglichst geringer Dämpfung. Wenn das eingespannte Federende mit der Eigenschwingungszahl in Achse erregt wird, macht das freie Federende besonders große Ausschläge.

b) Anordnung zur Erzeugung der Schwebungen

Die Schwebungen wurden durch rhythmische Schwankungen der Drehzahl des Motors a erzeugt. Zu diesem Zwecke wurde in dessen Ankerkreis außer dem Regelwiderstand noch ein Widerstand 6 gelegt, der in acht Teile von gleichem Ohmschen Widerstand geteilt wurde. Diese Einzelwiderstände waren mit einem Kontaktring von 16 Kontakten so verbunden, daß bei den aufeinanderfolgenden Kontaktfeldern der Widerstand allmählich bis zum Höchstwert anstieg und dann in derselben Weise wieder auf Null zurückging. Eine umlaufende Schleifbürste stellte die Verbindung mit den einzelnen Feldern her. Abb. 44 zeigt das Schaltschema. Die rotierende Schleifbürste 3 wurde von einem gut regelbaren Elektromotor 1 über ein Schneckengetriebe 2 angetrieben. Die benutzte Anordnung ist in Abb. 45 dargestellt.

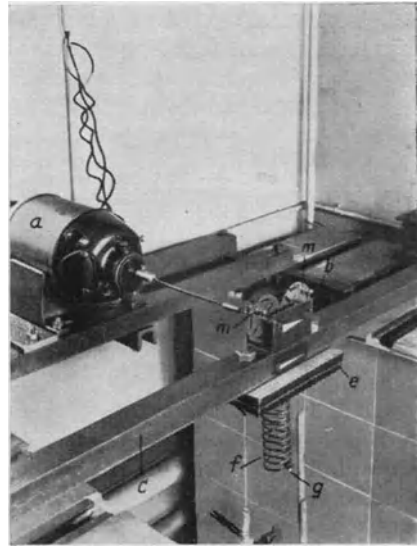


Abb. 43. Schwingungssystem mit Erregung und Dämpfer

Die Bezeichnungen geben an:

1. Elektromotor.
2. Schneckengetriebe 1 : 100.
3. Rotierende Schleifbürste.
4. Stromzuführung zur Kontaktbürste.
5. Kontaktring.
6. Unterteilter Widerstand.

Mit dieser Einrichtung konnten der Motordrehzahl, und damit der Erregerfrequenz rhythmische, periodische Schwankungen aufgezwungen werden. Die Größe der Schwankungen war durch Veränderung der acht Teilwiderstände leicht einzustellen: Es brauchten nur die Kontaktringe auf dem Widerstand verschoben zu werden.

2. Messungen

a) Schwingungen des Balkens ohne Dämpfer

Zunächst wurde der Verlauf der Resonanzkurve des Balkens aufgenommen. In Abb. 46 sind die Schwingungsauslässe in Abhängigkeit von der Frequenz in der punktierten Kurve aufgetragen.

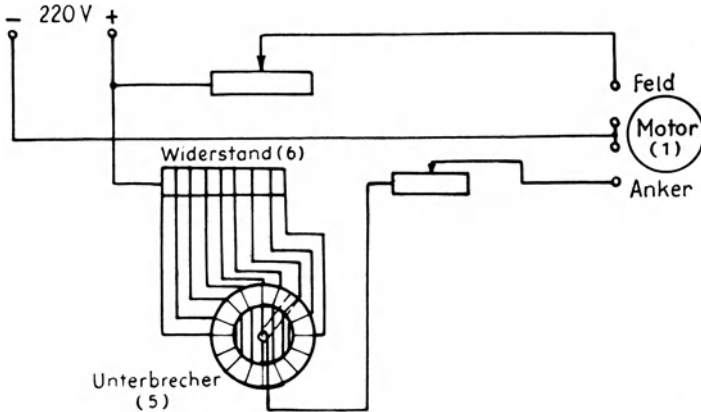


Abb. 44. Schaltbild der Apparatur zur Erzeugung der Frequenzschwankungen

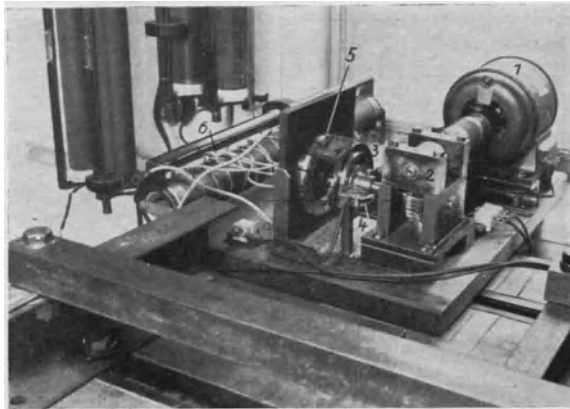


Abb. 45. Ansicht der von einem Motor betriebenen Kontaktscheibe mit dem in acht gleiche Teile geteilten Widerstand

b) Abstimmung des Dämpfers und Aufnahme der Resonanzkurve mit Dämpfer

Der Dämpfer fg wurde am Balken befestigt. Die Resonanzstelle der ohne Dämpfer aufgenommenen Kurve wird durch das Aufsetzen des Dämpfers fg in bekannter Weise³⁾ in zwei Schwingungen (1. und 2. Grades) aufgespalten. Der Dämpfer soll möglichst so abgestimmt werden, daß die Resonanzstellen 1. und 2. Grades gleich groß sind. Bei dem aufgesetzten Dämpfer, dessen Eigenschwingungszahl zuvor nur angenähert berechnet war, waren die Ausschläge der Schwingung

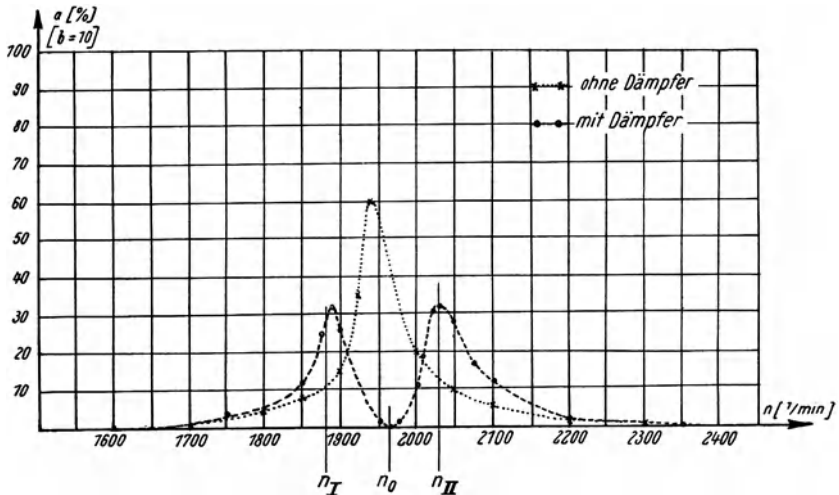


Abb. 46. Resonanzkurve des Schwingungssystems ohne und mit Resonanzschwingungsdämpfer

2. Grades fast doppelt so groß, wie die der Schwingung 1. Grades. Die Eigenschwingungszahl des Dämpfers war also noch zu niedrig: Nach Verkürzung der Feder war der Ausschlag der Schwingung 1. Grades größer als der der Schwingung 2. Grades. Die Eigenschwingungszahl der günstigsten Abstimmung war nach oben hin überschritten. Zur genaueren Abstimmung wurde jetzt die Feder unten mit einer Zusatzmasse g (Abb. 43), die leicht verändert werden konnte, belastet. Die Resonanzkurve des Balkens mit abgestimmtem Dämpfer ist in Abb. 46 gestrichelt eingezeichnet.

Da die Dämpfung in dem Schwingungssystem nur gering ist, geht der Ausschlag des Balkens zwischen den Resonanzfrequenzen 1. und 2. Grades an der Stelle der Eigenschwingungszahl des Dämpfers auf einen sehr geringen Wert zurück. Wurde die Dämpfung der Spiral-

feder durch Reibung vergrößert, so stiegen die Balkenausschläge bei gleicher Frequenz entsprechend an, bis sie schließlich bei festgehaltenem Dämpfer einen Größtwert erreichten. Diesen Einfluß der Dämpfung haben Den Hartog⁴, Lehr⁵, E. Hahnkamm⁶ und andere untersucht.

c) Überlagerung von Schwebungen

Die Frequenz der Nullstelle des Balkenausschlages, die mit der Eigenschwingungszahl des Dämpfers übereinstimmte; wurde durch rhythmische Veränderung der Drehzahl des Motors a (Abb. 43) von Schwebungen mit veränderlicher Periodenzahl überlagert. Die Größe

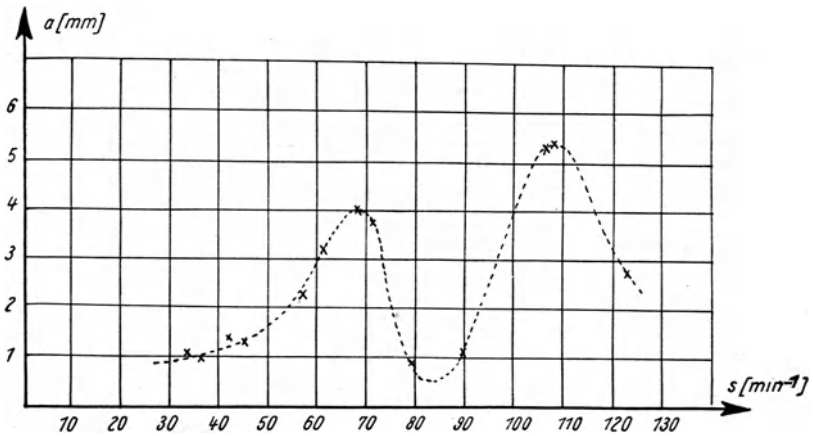


Abb. 47. Balkenausschläge a in Abhängigkeit von den Schwebungszahlen s pro Minute

der Schwankungen wurde bei einer Schwingungszahl von 1975 1/min auf ± 20 Schwingungen je Minute gehalten. Die Zahl der Schwebungen pro Minute wurde mit der Stoppuhr an der Umdrehungszahl der auf dem Kontaktring 5 (Abb. 46) rotierenden Schleifbürste 3 gemessen, da bei jeder vollen Umdrehung dieser Schleifbürste dem Schwingungssystem eine Schwebung aufgezwungen wurde.

Zunächst wurde die Zahl s der Schwebungen je Minute schrittweise verändert und die jeweiligen Schwingungsausschläge des Balkens gemessen (Abb. 47). Die Messungen zeigen, daß zwei Schwebungen der Kraftfrequenz von verschiedener Periodenzahl ($s_I = 68,3$ 1/min und $s_{II} = 108$ 1/min) gefährliche Schwingungsschwebungen des Balkens hervorriefen.

Um festzustellen, welche Periodenzahl der Schwebungsresonanzen der Schwingung 1. Grades und welche der Schwingung 2. Grades zu-

zuordnen war, wurde die Eigenschwingungszahl des Balkens verändert. Bei der Erhöhung derselben rückt die Resonanzstelle der Schwingung 1. Grades näher an die Eigenschwingungszahl des Dämpfers heran, während die Schwingung 2. Grades weiter abrückt. Die der Schwingung 1. Grades zugehörige Schwebungsresonanzzahl muß also kleiner werden und die der Schwingung 2. Grades größer.

Die Veränderung der Eigenschwingungszahl des Balkens wurde durch Veränderung der Masse mittels Eisenplatten e (Abb. 43) durchgeführt.

Die Messungen ergaben die in nachfolgender Zahlentafel 3 angegebenen Werte. Hierbei bedeuten:

- n_I : Resonanzzahl der Schwingung 1. Grades.
- a_{1I} : Größtausschlag der Schwingung 1. Grades.
- n_{II} : Resonanzzahl der Schwingung 2. Grades.
- a_{1II} : Größtausschlag der Schwingung 2. Grades.
- n_0 : Eigenschwingungszahl des Dämpfers (Nullstelle für den Balkenausschlag).
- s_I : Periodenzahl der Schwebungsresonanz für die Schwingung 1. Grades.
- s_{II} : Periodenzahl der Schwebungsresonanz für die Schwingung 2. Grades.

Zahlentafel 3

Zusätzliche Last e auf dem Balken in kg	n_I	a_{1I}	n_{II}	a_{1II}	n_0	s_I	s_{II}
	1/min	mm	1/min	mm	1/min	1/min	1/min
2,55	1900	$\pm 4,0$	2095	$\pm 5,0$	1975	97	107
2,99	1890	5,0	2060	6,0		100	86,9
3,44	1850	5,5	2040	5,5	↓	105,5	72,3
3,61	1835	4,0	2030	5,5	↓	108	68,3
4,06	1815	5,0	2020	4,0	↓	114	60,0

d) Betrachtung der Messungen

Zahlentafel 3 zeigt, daß die Eigenschwingungszahlen n_I und n_{II} des Balkens mit ansteigender Balkenzusatzmasse e abnehmen. Die Differenz zwischen n_I und n_0 wird größer und die zwischen n_{II} und n_0 kleiner. Entsprechend werden die zur Schwingung 1. Grades gehörenden Periodenzahlen s_I der Schwebungsresonanzen größer und die der Schwingung 2. Grades zuzuordnenden Schwebungsresonanzen s_{II} kleiner. Theoretisch sollte $s_I = n_0 - n_I$ und $s_{II} = n_{II} - n_0$ sein. Das trifft auch annähernd zu. Die Abweichungen können daher kommen, daß die Drehzahlen n mit dem Drehzahlmesser ja nur mit vielleicht $\pm 1\%$ Genauigkeit abgelesen werden können. Die Schwebungsresonanzahlen s sind Differenzen von zwei verhältnismäßig großen Werten.

Die Stelle an welcher $s_I = s_{II}$ ist, kennzeichnet die genaue Abstimmung des Dämpfers auf die Eigenschwingungszahl des Balkens. Es ist also möglich, einen Dämpfer durch diese Schwebungsmethode auf ein Schwingungssystem abzustimmen. Allerdings ist dieses Verfahren etwas umständlich, so daß sich die Anwendung nur empfiehlt, wenn es auf eine große Abstimmungsgenauigkeit ankommt.

In dem vorliegenden Falle ist gerade umgekehrt verfahren, denn hier ist bei gleichbleibendem Dämpfer die Eigenschwingungszahl des

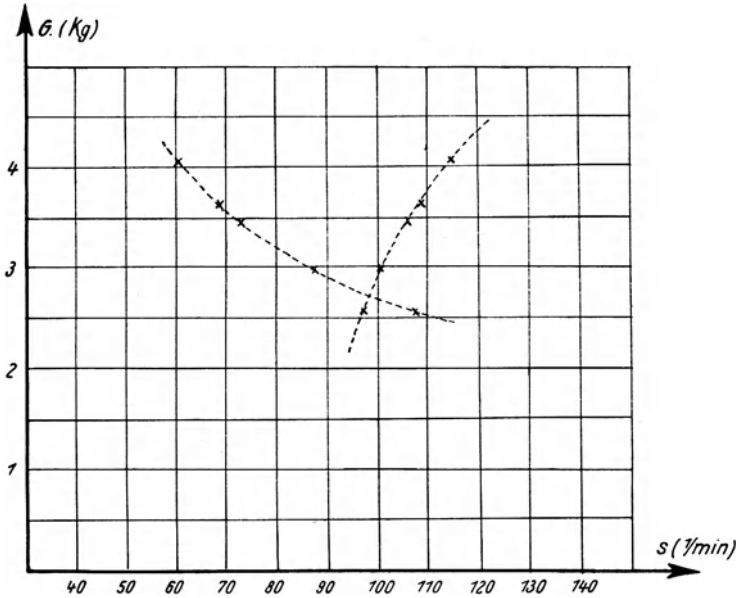


Abb. 48. Die Periodenzahlen der Schwebungsresonanzen sind in Abhängigkeit von der Balkenbelastung aufgetragen. Der Schnittpunkt der Kurven $G = f(s_I)$ und $G = f(s_{II})$ zeigt die genaue Abstimmung zwischen Hauptschwingungssystem und Resonanzschwingungsdämpfer an

Balkens verändert. Werden die die Eigenschwingungszahl verändernden Zusatzmassen in Abhängigkeit von den dazugehörigen Schwebungsfrequenzen aufgetragen, so ergeben sich zwei Kurven, aus deren Schnittpunkt die entsprechende Zusatzmasse entnommen werden kann, mit welcher der Balken belastet werden muß, damit der Dämpfer genau auf seine Eigenschwingungszahl abgestimmt ist.

In Abb. 48 sind diese Kurven dargestellt. Der Schnittpunkt zeigt an, daß der Balken mit einer 2,7 kg schweren Zusatzmasse versehen, die Eigenschwingungszahl hat, die für den vorhandenen Dämpfer gleiche Schwebungsperioden 1. und 2. Grades liefert.

Literatur

- 1) Kutzbach, Zeitschrift des VDI. Jahrgang 1918, S. 100.
- 2) O. Föppl, Grundzüge der techn. Schwingungslehre. Berlin, Springer, 1931.
- 3) O. Föppl, Aufschaukelung und Dämpfung von Schwingungen. Berlin, Springer, 1936.
- 4) Den Hartog, Mechanische Schwingungen. Berlin, Springer, 1936.
- 5) E. Lehr, Dämpfung erzwungener Schwingungen durch ein angekoppeltes System. Forschung 1938, Bd. 9, Nr. 5.
- 6) E. Hahnkamm, Ing.-Arch. Jahrg. 1933, S. 192.
- 7) G. Bock, Schwingungsdämpfung unter Ausnutzung der Werkstoffdämpfung. Dissertation Braunschweig 1931.
- 8) P. Bosse, Resonanz-Drehschwingungsdämpfer mit Werkstoffdämpfung für Triebwerke von Automobil- und Flugzeugmotoren. Mitteilungen des Wöhler-Instituts, Braunschweig. Heft 13.
- 9) H. Bosse, Mitteilungen des Wöhler-Instituts, Braunschweig. Heft 36.

In Resonanz erregte Schwebungen bei Schwingungsanordnungen, die mit einem Resonanz-Schwingungsdämpfer ausgerüstet sind

Von O. Föppl VDI, Braunschweig, Wöhler-Institut

1. Stellung der Aufgabe

Eine Schwingungsanordnung $c_1 m_1$, die durch eine periodische Kraft P erregt wird, soll mit einem Schwingungsdämpfer $c_2 m_2$ ausgerüstet werden. Um die Aufgabe möglichst einfach zu stellen, nehmen

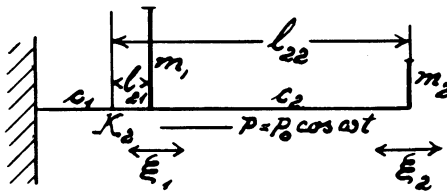


Abb. 1

wir an, die Feder c_1 der Hauptschwingungsanordnung sei an ihrem linken Ende festgehalten (Abb. 1) und trage am rechten Ende die Schwingmasse m_1 , die Bewegungen in Richtung der Feder c_1 ausführen kann. Die Schwingungsanordnung wird durch die periodische Kraft P

($P = P_0 \cdot \cos \omega_1 t$) zu periodischen Ausschlägen ξ_1 erregt. Es ist bekannt, daß besonders große Ausschläge erhalten werden, wenn die Erregung P im Tempo der Eigenschwingungszahl erfolgt.

Zur Dämpfung der Schwingungsausschläge ξ_1 wird mit der Masse m_1 eine Feder c_2 verbunden, die an ihrem freien Ende die Dämpferschwingmasse m_2 trägt. Wir nehmen an, c_2 sei zugleich die Federstärke, so daß die Federkraft bei Phasengleichheit durch $c_2 (\xi_2 - \xi_1)$ gegeben ist. Die Wirkung der Dämpferanordnung $c_2 m_2$ ist besonders groß, wenn die

Eigenfrequenz $\nu_2 = \sqrt{\frac{c_2}{m_2}}$ dieser Anordnung mit der Periode ω der erregenden Kraft P übereinstimmt. Anordnungen dieser Art sind in der Literatur vielfach besprochen worden. Den Hartog¹⁾ behandelt z. B. die Aufgabe ausführlich und gibt ein sehr anschauliches Anwendungsbeispiel an, das dem praktischen Betrieb entnommen ist.

¹⁾ J. P. den Hartog, Mech. Schwingungen. Berlin 1936.

2. Die gesamte Schwingungsanordnung ohne Reibung

Wenn weder in der Hauptfeder c_1 , noch in der Dämpfungsfeder c_2 Reibung auftritt, dann kann der Sonderfall, daß die Periode ω der Kraft mit der Eigenfrequenz $\nu_2 = \sqrt{\frac{c_2}{m_2}}$ der Dämpferanordnung zusammenfällt, besonders einfach berechnet werden. Wir suchen den Beharrungszustand für diese durch die Kraft P erregte Schwingungsbewegung.

Eine mögliche Bewegung hat sich dadurch ergeben, daß die Masse m_1 in Ruhe bleibt ($\xi_1 = 0$), und die Feder c_2 um den Betrag ξ_2 der Bewegungen der Masse m_2 zusammengedrückt und gezogen wird. Für die Federkonstante c_2 der Dämpferfeder ist der zur Größtkraft P_0 gehörige Größtausschlag ξ_{20} der Masse m_2

$$P_0 = c_2 \xi_{20}. \quad (1)$$

Diese ausgezeichnete Bewegung ist aber nur eine der möglichen Bewegungen, über die sich noch Schwingungen 1. und 2. Grades der Gesamtanordnung $c_1 m_1$ $c_2 m_2$ überlagern können. Um die Aufgabe möglichst zu vereinfachen, wollen wir annehmen, daß durch irgendwelche Maßnahmen die Schwingungen 2. Grades der Gesamtanordnung ausgeschaltet sein sollen, so daß die Gesamtanordnung nur Eigenschwingungen vom 1. Grad mit der Schwingungsfrequenz ν_1 ausführen kann. Wir werden natürlich später diese Einschränkung fallen lassen und die Ergebnisse, die wir für die Schwingung 1. Grades erhalten, auf die Schwingung 2. Grades übertragen.

Mit der gemachten Einschränkung setzt sich die allgemeine Bewegung aus der Grundbewegung von der Frequenz der Eigenschwingung $\nu_2 = \sqrt{\frac{c_2}{m_2}}$ des Dämpfers $c_2 m_2$, und aus der Eigenschwingung ν_1 der Gesamtanordnung zusammen. Unter den unendlich vielen Möglichkeiten gibt es eine ausgezeichnete Schwingung, bei der die Grundschwingung ohne übergelagerte Eigenschwingung der Gesamtanordnung auftritt, und bei der die Masse m_1 in Ruhe ist. Das ist der im voraus erwähnte Idealzustand, den man durch Aufsetzen des Dämpfers erreichen will. Ohne Dämpfer ist es nicht möglich, einen Beharrungszustand mit ruhender Masse m_1 anzugeben, der der periodischen Kraft P zugeordnet wäre. Mit aufgesetztem Dämpfer ist diese Möglichkeit gegeben. Es ist aber noch zu untersuchen, ob im praktischen Fall die Schwingungen der Anordnung mit Dämpfer auch wirklich diesen günstigsten Beharrungszustand anstreben und unter welchen Umständen dieser ideale Beharrungszustand gestört wird.

Solange keine Reibung im gesamten Schwingungssystem (Abb. 1) auftritt, ist kein Grund vorhanden, daß sich der Idealzustand einstellt. Der wirkliche Betriebszustand wird vielmehr ohne Reibung aus den Anfangsbedingungen hervorgehen, die wohl stets zur Folge haben werden, daß sich über dem Idealzustand eine Eigenschwingung ν_1 der Gesamtanordnung überlagert, so daß nach dieser Überlegung die Anbringung des reibungslosen Dämpfers $c_2 m_2$ keine Vorteile bringt.

3. Die Zusammensetzung der beiden Bewegungszustände ohne Reibung in der Gesamtanordnung

Beim Idealzustand — gekennzeichnet durch den Index i — mit ruhender Masse m_1 ist der Ausschlag die Masse m_2 aus der Nullage gleich $\xi_{2i} = \xi_{2i0} \cdot \cos \nu_2 t$. Der augenblickliche Ausschlag ξ_{2i} der

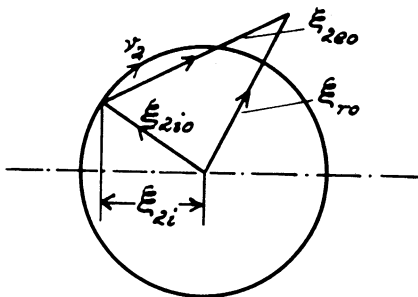


Abb. 2

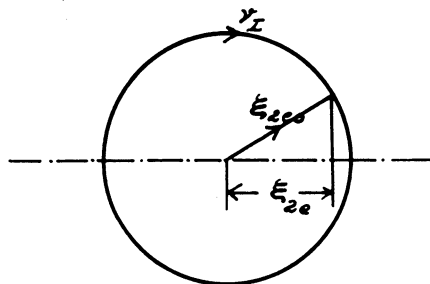


Abb. 3

Masse m_2 kann also etwa durch den mit der Frequenz ν_2 umlaufenden Vektor ξ_{2i0} dargestellt werden (Abb. 2), wobei die Projektion die augenblickliche Größe von ξ_{2i} angibt.

Bei der Eigenschwingung 1. Grades der Gesamtanordnung bewegen sich die Massen m_1 und m_2 gleichläufig, wobei der zugehörige Knotenpunkt K_2 außerhalb der Feder c_2 liegt (Abb. 1). Die Bewegung erfolgt mit der Frequenz ν_1 . Die Masse m_2 führt Bewegungen ξ_{2e} aus, die durch die Projektion des Vektors ξ_{2e0} in Abb. 3 gegeben sind. Der Ausschlag ξ_{1e} der Masse m_1 ist gleich gerichtet wie ξ_{2e} und gleich $\xi_{2e} \frac{l_{21}}{l_{22}}$ (siehe Abb. 1).

Um die zusammengesetzte Bewegung der Masse m_2 relativ zur Masse m_1 zu erhalten, haben wir die beiden Vektoren ξ_{2i0} und ξ_{2e0} zu addieren (Abb. 2). Dabei ist zu beachten, daß die beiden Vektoren mit verschiedener Winkelgeschwindigkeit ν_2 bzw. ν_1 umlaufen und deshalb nicht nur der Richtung, sondern auch der Größe nach einen

veränderlichen Vektor ξ_{r_0} ergeben. Die Größe des resultierenden Vektors ξ_{r_0} ist in (Abb. 4) gegeben durch die Kurve, die von einem Punkte des Schwingungskreises k_I durchlaufen wird, der auf dem Grundkreis k_2 abrollt. Die Projektion von ξ_{r_0} auf die Waagerechte gibt die augenblickliche Größe des Relativauschlags $\xi_2 = \xi_{r_0} \sin(\nu_2 - \nu_1)t$ an.

Wir betrachten den Sonderfall, daß ξ_{2i0} dem Absolutbetrag nach gleich ξ_{2e0} ist. Dann ist ein augenblicklicher Bewegungszustand dadurch gegeben, daß die beiden Vektoren sich gegeneinander aufheben, so daß in diesem Augenblick die Masse m_1 in Ruhe ist. In

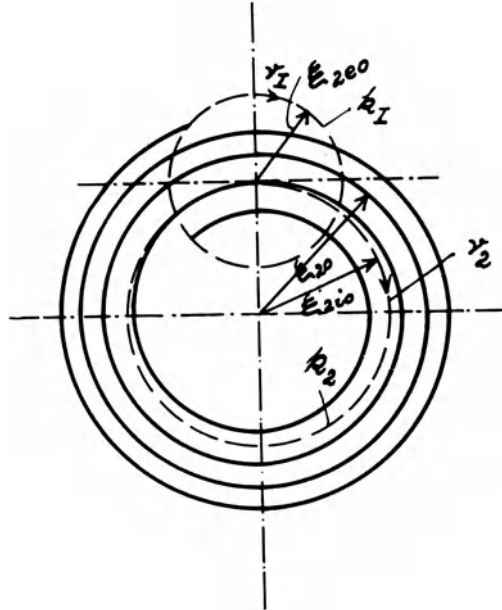


Abb. 4

diesem Augenblick hat die Schwingungsbewegung die geringste Schwingungsenergie. Im anderen Extremfalle führt die Masse m_2 Schwingungsausschläge aus, deren Größtwert ξ_{r_0} doppelt so groß ist, wie der Größtwert ξ_{2e0} der Eigenschwingung, da sich ξ_{2e0} und $\xi_{2i0} = \xi_{2e0}$ zu dieser Zeit addieren. Da der Resonanzdämpfer besonders interessiert, soll ferner ν_2 nicht viel von ν_1 verschieden sein, so daß der Übergang von einem Schwingungsextremwert zum anderen mehrere Umdrehungen an Zeit erfordert (Abb. 4).

Die Masse m_1 , die ja bei der Grundschwingung in Ruhe ist, führt bei der zusammengesetzten Bewegung Ausschläge aus, deren Größtwert ξ_{10} konstant ist. Es ist also $\xi_{10} = \xi_{1e0} = \xi_{2e0} \cdot \frac{l_{21}}{22l}$. Die

gesamte Energie E , die in dem schwingenden System aufgespeichert ist, ist einmal in Augenblick, in dem sich ξ_{2i0} und ξ_{2e0} addieren, d. h. beim Größtausschlag der Masse m_2 , besonders groß. Wenn ν_2 nicht viel von ν_1 verschieden ist, ist sie angenähert gleich: $E = \frac{1}{2} m_1 \nu_2^2 \xi_{10}^2 + \frac{1}{2} m_2 \nu_2^2 (2 \xi_{2e0})^2$. Den anderen Extremwert hat die Schwingungsenergie E der Gesamtanordnung, wenn die Masse m_2 in Ruhe ist. In diesem Falle ist E gleich $\frac{1}{2} m_1 \nu_2^2 \cdot \xi_{10}^2$. Man sieht also, daß bei dieser allgemeinen Schwingungsbewegung die Schwingungsenergie der Gesamtanordnung mit der Frequenz $\nu_2 - \nu_1$ zu- und abnimmt: Einmal führt die erregende Kraft P der Schwingungsanordnung Schwingungsenergie zu, das andere Mal entzieht sie der gesamten Schwingung Energie. Das wiederholt sich zyklisch, ohne daß mit der Zeit eine Zunahme oder Abnahme der Energiegrößtwerte auftreten würde. Wenn die erregende Kraft P der Schwingung Energie zuführt, eilt der Größtwert der Kraft dem Größtwert des Ausschlages ξ_1 der Masse m_1 , an der P angreift, vor, und im umgekehrten Falle nach. Wenn wir nur die Bewegungen der Masse m_1 betrachten, stellen wir fest, daß m_1 ohne und mit Dämpfer gleich große Ausschläge $\xi_1 = \xi_{10} \sin \nu_2 t = \xi_{10} \sin \nu_1 t$ ausführt.

Der im vorausgehenden behandelte Sonderfall wird theoretisch erhalten, wenn die Anordnung nach Abb. 1 aus der Ruhelage durch das plötzliche Beginnen der erregenden Kraft P in Betrieb genommen wird. Es wird eine Schwingungsbewegung erhalten, bei der die Masse m_1 Bewegungen mit dem Größtausschlag ξ_{1e0} ausführt, und bei der die Masse m_2 bald in Ruhe ist und bald Ausschläge $2 \xi_{2i0}$ ausführt, sofern keine Reibung im System angreift. Das Anbringen des reibungsfreien Dämpfers $c_2 m_2$ würde in diesem Falle bewirken, daß der Dämpfer bald in Ruhe ist und bald besonders große Ausschläge macht. Die Größtausschläge ξ_{10} der Masse m_1 würden ebenso groß sein wie ohne Dämpfer.

4. Einfluß einer winzig kleinen Reibung auf die gesamte Bewegung

Wenn die Reibung auch noch so klein ist, wird sie immer bewirken, daß die überlagerte Eigenschwingungsbewegung mit der Zeit abklingt, so daß schließlich der ideale Bewegungszustand mit $\xi_{1i0} = 0$ und

$\xi_{2i0} = \frac{P}{c_2}$ angenähert übrigbleibt. Das wird aber nur dann eintreten,

wenn bei der Bewegung, die im Anfang durch Zusammensetzung der idealen Grundbewegung und der Eigenschwingung mit dem Ausgangswert $\xi_{20} = 0$ erhalten wird, die von der erregenden Kraft P an die Schwingungsanordnung bei reibungsfreier Bewegung übertragene Energie gerade so groß ist, wie der kurze Zeit danach wieder zurückgeholte Energiebetrag. D. h. es muß die Kraft P gerade so lange dem Ausschlag ξ_{10} vorauslaufen (Aufschaukelung der Schwingung), wie sie anschließend nacheilt (Abschaukelung).

Es können aber auch Fälle in der Praxis auftreten, in denen von der Kraft P mehr Energie in das schwingende System hineingesteckt, als anschließend herausgeholt wird. Wenn das der Fall ist, wird die Schwingung mit einem Ausschlag ξ_{1e0} der Masse m_1 aufgeschaukelt. Der Unterschied in den beiden Energiebeträgen, d. h. der Überschuß der beim Aufschaukeln der Schwingung in die Schwingung hineingesteckten gegenüber der beim Abschaukeln herausgeholtene Energie dient dazu, die in der Feder c_2 in Wärme umgesetzte Dämpfungsenergie nachzuliefern, so daß ein Beharrungszustand mit einem bestimmten Eigenschwingungsausschlag ξ_{10e} bzw. ξ_{2e0} und Frequenz ν_1 aufrechterhalten wird. Es kann z. B. sein, daß die erregende Kraft P selbst eine Schwankung in ihrem Größtwert erleidet, so daß sie einmal etwas größer ist, als dem Durchschnittswert entspricht und deshalb mehr Energie überträgt. Kurze Zeit darauf ist sie wieder entsprechend kleiner. Wenn diese Schwebung im Größtwert der Kraft in der Periode der Energiewanderung $\nu_2 - \nu_1$ auftritt, dann kann durch die erregende Kraft so viel Energie dauernd an das System übertragen werden, wie durch die Reibung vernichtet wird. In diesem Falle ist also nicht der Idealzustand der Beharrungszustand, sondern ein Zustand, bei dem auch die Masse m_1 Bewegungen ausführt. Die aus Grundschwingung mit der Periode ν_2 und Eigenschwingung mit der Periode ν_1 zusammengesetzte Bewegung erscheint als Schwebung mit der Periode $\nu_2 - \nu_1$, bei der einmal die Schwingungsenergie der Gesamtanordnung besonders klein und das andere Mal besonders groß ist.

Eine periodische Schwankung im Größtwert der Kraft P wird aber in der Praxis selten auftreten, so daß diesem Falle keine große praktische Bedeutung zukommt. Viel leichter kann der Fall eintreten, daß die Periode ν_2 der erregenden Kraft selbst periodischen Schwankungen unterworfen ist, so daß einmal die Frequenz der erregenden Kraft etwas rascher, und das andere Mal etwas langsamer erfolgt, als dem Durchschnittswert entspricht. Auch diese Schwankung kann, wenn sie mit der kritischen Periode für die Gesamtanordnung $\nu_2 - \nu_1$ auftritt, Schwingungen aufschaukeln. Es kann z. B. sein, daß die Periode ν_2 der erregenden Kraft während des Aufschaukelns der Schwingung etwas langsamer ist, als dem Durchschnittswert entspricht, dann verweilt die Anordnung länger im Aufschaukelungszustand. In der nachfolgenden Periode der Entziehung von Schwingungsenergie durch die Kraft P wird, wenn die Periode ν_2 der Kraft zu dieser Zeit etwas größer ist, der Abschaukelungsvorgang rascher überwunden und nicht so viel Energie zurückgeholt, so daß über eine volle Schwebung ein entsprechender Betrag an Schwingungsenergie insgesamt von der erregenden Kraft an die erregte Schwingung abgegeben wird, der im Beharrungszustand durch Reibung im System in Wärme umgesetzt wird.

5. Schwebung der Schwingungen infolge periodischer Schwankungen der Erregerfrequenz

Der Fall der Schwebungsaufschaukelung infolge Schwankung der Erregerperiode soll noch etwas eingehender behandelt werden. Schwankungen in der Erregerperiode können z. B. durch Drehzahlschwankungen der Maschine hervorgerufen werden, die den Erregerstrom liefert. Wenn die normale Erregerfrequenz ν_2 stark verschieden ist von der Eigenschwingungsfrequenz ν_1 , dann folgt die Energieabgabe und Aufnahme durch die Erregerkraft P rasch aufeinander, so daß schon eine sehr starke periodische Schwankung der Erregerfrequenz dazu gehören würde, um einen merklichen Unterschied in der Größe der abgegebenen gegenüber der aufgenommenen Energie hervorzurufen. Eine gefährliche

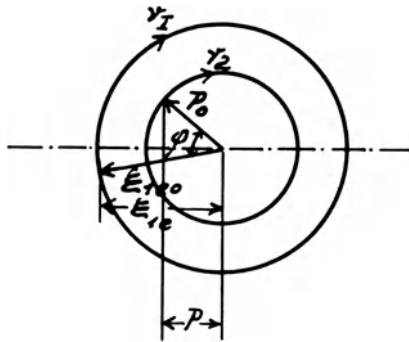


Abb. 5

Aufschaukelung von Schwingungen bei Schwebungen der Erregerfrequenz ist nur dann zu erwarten, wenn ein Resonanzdämpfer $c_2 m_2$ auf die Schwingungsanordnung $c_1 m_1$ aufgesetzt ist, wenn also die Erregerfrequenz ν_2 , die gleich der Eigenschwingungsfrequenz des Dämpfers $c_2 m_2$ ist, nicht viel geringer ist, als die Frequenz ν_1 . In der Praxis mögen in diesem Falle vielleicht Abweichungen von etwa 5% zwischen beiden Frequenzen auftreten. In diesem Falle kann schon eine geringe Schwankung der Erregerfrequenz ν_2 große Aufschaukelungen zur Folge haben.

In Abb. 5 ist die erregende Kraft P , die an der Masse m_1 angreift, durch die Projektion des umlaufenden Vektors P_0 wiedergegeben, wobei P_0 mit der Winkelgeschwindigkeit ν_2 umläuft. Gleichzeitig führt die Masse m_1 Bewegungen ξ_{1e} aus, die durch die Projektion des mit der Frequenz ν_1 umlaufenden Vektors ξ_{1e0} wiedergegeben sind. Solange keine Schwebung in der Frequenz der erregenden Kraft auftritt, laufen die beiden Vektoren mit konstanter Geschwindigkeit um. Ihre

Relativgeschwindigkeit zueinander (nämlich $\nu_2 - \nu_1$) ist deshalb auch konstant. Solange P_0 um den Winkel $\varphi = 0$ bis 180° dem Vektor ξ_{1e0} voreilt, wird Energie von der Kraft an die Schwingung abgegeben. Wenn P nacheilt, gibt die Schwingung Energie an die Erregung zurück. Für den Fall, daß ν_2 um 5% größer ist als ν_1 , wird also die Schwingungsenergie während zehn Schwingungen vergrößert und während der folgenden zehn Schwingungen, während deren die Kraft P um 180 bis 0° dem Massenausschlagsvektor ξ_{10} nacheilt, verringert.

6. Angenäherte Berechnung für kleine periodische Schwankungen der Erregerfrequenz ν_2

Wenn sich die Periode ν_2 der erregenden Kraft selbst infolge einer Schwebung um $\pm 1\%$ ändert und die Schwebung in der Frequenz $\nu_2 - \nu_1 = 0,05 \nu_2$ erfolgt, so wird sich die Zeit während der die Schwingung aufgeschaukelt wird, d. h. P_0 um $0 - 180^\circ$ voreilt, auf etwa zwölf Schwingungen, und die Zeit für die Abschaukelung der Schwingung auf etwa acht Schwingungen erstrecken. Es wird dann ungefähr im Verhältnis 3 : 2 mehr Schwingungsenergie von P_0 an die Schwingungsbewegung abgegeben, als zurückgewonnen wird. Voraussetzung für diese Art der Erregung ist natürlich, daß die Periode der der Kraftfrequenz überlagerten Schwebung mit $\nu_2 - \nu_1$ übereinstimmt.

Nehmen wir z. B. an, die Eigenschwingungszahl n_1 der zusammengesetzten Schwingungsanordnung nach Abb. 1 sei 950/min und die Eigenschwingungszahl n_2 des Dämpfers $c_2 m_2$, die gleich der Wechselhäufigkeit der erregenden Kraft P ist, sei 1000/min. Der Unterschied der beiden Wechselzahlen ist 50/min, oder $1/20$ der Schwingungszahl, d. h. während zehn Schwingungen wird die Eigenschwingung aufgeschaukelt, und während der folgenden zehn Schwingungen abgeschaukelt, sofern die Periode der erregenden Kraft konstant ist.

Wenn aber die Wechselzahl n_2 der erregenden Kraft zwischen 990 und 1010 (also um $\pm 1\%$) schwankt, und die Frequenz der Schwebung mit dem Unterschied der beiden Schwingungsfrequenzen $n_2 - n_1 = 50/\text{min}$ übereinstimmt, dann kann eine Aufschaukelung der Schwingung in der Weise stattfinden, daß während des Aufschaukelungsvorgangs die Wechselzahl der erregenden Kraft 960/min und während der Abschaukelung 940/min beträgt. Die 20 Schwingungen, die verstreichen, bis die sich geometrisch addierenden Vektoren des Eigenschwingungsausschlags ξ_{2e0} und des Grundschwingungsausschlags ξ_{2i0} wieder gleiche Richtung haben, verteilen sich in diesem Falle so, daß während 12 Schwingungen aufgeschaukelt und während acht Schwingungen abgeschaukelt wird, da ja während des Aufschaukelungsvorgangs der Unterschied in der Umlaufgeschwindigkeit des Kraftvektors und

des Schwingungsausfallsvektors nur 40/min und während des Abschaukelungsvorgangs 60/min beträgt. Es bleibt also $\frac{1}{3}$ der während des Aufschaukelungsvorgangs übertragenen Schwingungsenergie im Schwingungssystem zurück, oder, wenn man die Angabe auf den insgesamt übertragenen Energiebetrag ohne Rücksicht auf die Übertragungsrichtung bezieht, kann man sagen, daß $\frac{1}{3}$ der insgesamt übertragenen Energie zur Überwindung der bei der Schwingung auftretenden Dämpfung verwendet wird. Die Aufschaukelung der Schwebung ist, wie man sieht, nicht sehr groß. Sie kann aber unter Umständen in praktischen Fällen doch recht störend in die Erscheinung treten. Die praktische Bedeutung der Frage wird dadurch erhöht, daß schon eine verhältnismäßig geringe Schwankung der Erregerfrequenz ν_2 (z. B. $\pm 1\%$) eine ganz erhebliche Schwingungsaufschaukelung zur Folge haben kann, wenn die Eigenschwingungszahl n_2 des Dämpfers c_2m_2 auf die Eigenschwingungszahl n_1 der Hauptanordnung c_1m_1 abgestimmt ist.

Die Betrachtung haben wir bisher nur für die Schwingung 1. Grades durchgeführt. Ohne Einschränkung gelten aber die gleichen Überlegungen für die Eigenschwingung 2. Grades der Gesamtanordnung, wobei nur zu berücksichtigen ist, daß die Eigenschwingungszahl n_{11} vom 2. Grade etwas rascher erfolgt als die Wechselzahl n_2 der erregenden Kraft oder die Eigenschwingungszahl des Dämpfers c_2m_2 , so daß der Vektor ξ_{2i0} oder der Vektor P_0 etwas rascher umläuft als der Vektor ξ_{2e0} bzw. ξ_{1e0} . Für die Energiebetrachtung ist es aber gleichgültig, welcher der beiden Vektoren rascher umläuft. Es kommt nur auf den Unterschied in der Umlaufgeschwindigkeit der beiden Vektoren an. Wenn dieser Unterschied mit der Periode der Schwebung übereinstimmt, dann werden Eigenschwingungen 1. bzw. 2. Grades periodisch auf- und abgeschaukelt.

Bei einem Resonanzschwingungsdämpfer stimmt die Eigenschwingungszahl des Dämpfers c_2m_2 ungefähr mit der Eigenschwingungszahl der Hauptanordnung c_1m_1 überein. Der Dämpfer wird so abgestimmt, daß die Eigenschwingungszahl 1. Grades etwas kleiner und die 2. Grades um etwa den gleichen Betrag größer als die Eigenschwingungszahl der Hauptanordnung c_1m_1 oder der Dämpferanordnung c_2m_2 ist. Wenn die Abstimmung genau in diesem Sinne durchgeführt würde, dann würde die kritische Schwebungszahl 2. Grades gleich der kritischen Schwebungszahl 1. Grades sein. Kleine Abweichungen in der Abstimmung werden schon erheblichen Einfluß auf die kritische Schwebungsperiode haben, weil die Schwebungsperiode die Differenz von zwei nur wenig in der Größe voneinander verschiedenen Schwingungszahlen ist. Es kann deshalb auch bei einem verhältnismäßig gut abgestimmten Resonanzschwingungsdämpfer vorkommen, daß die kritischen Schwebungsperioden 1. und 2. Grades wesentlich (z. B. im Verhältnis 1:2) voneinander verschieden sind.

Dadurch, daß man die Masse m_1 unter Konstanthaltung aller üblichen Größen ein wenig verkleinert, vergrößert man die beiden Eigenschwingungszahlen n_I und n_{II} der Gesamtanordnung um einen kleinen Betrag. Die Eigenschwingungszahl 1. Grades wird dabei etwas näher an die Eigenschwingungszahl n_2 des Dämpfers herangerückt und die 2. Grades etwas weiter davon entfernt. Umgekehrt bewirkt eine geringe Vergrößerung der Masse m_1 , daß die kritische Schwebungsperiode 1. Grades erhöht, und die 2. Grades erniedrigt wird.

Man kann der kritischen Schwebungsperiode nicht ohne weiteres anmerken, ob sie zur Eigenschwingung 1. oder 2. Grades gehört. Durch eine geringe Veränderung der Masse m_1 kann man das aber sofort feststellen, da durch die Vergrößerung der Masse m_1 sowohl die Schwingungszahl 1. wie die 2. Grades der Gesamtanordnung verringert wird. Die kritische Schwebungsperiode 1. Grades ($\nu_2 - \nu_I$) wird durch die Vergrößerung von m_1 erniedrigt, und die 2. Grades ($\nu_{II} - \nu_2$) erhöht (d. h. $\nu_{II} - \nu_2$ erhält einen größeren Wert).

Die vorausgehende Betrachtung ist durch theoretische Überlegungen entstanden, da bisher in der Praxis noch nicht von kritischen Schwebungsperioden berichtet worden ist. Es ist natürlich, daß diese theoretisch gewonnenen Ergebnisse zuerst noch einer experimentellen Nachprüfung bedurften, bevor man sich mit den gewonnenen Ergebnissen zufrieden geben kann, zumal die Betrachtung nicht streng mathematisch durchgeführt worden ist. Diese experimentelle Nachprüfung hat H. Günther mit einer sehr netten von ihm aufgebauten Schwingungsanordnung beigebracht, über die in der vorausgehenden Arbeit berichtet worden ist.

7. Anwendung der vorstehenden Überlegungen auf das Taylor-Pendel

Im letzten Jahre wurde ein auf der gleichen Überlegung beruhender reibungsloser Schwingungsdämpfer für Verbrennungskraftmaschinen herausgebracht, der unter dem Namen Taylor-Pendel bekannt geworden ist, und der sich nach den bisherigen Versuchsergebnissen sehr gut bewährt hat¹⁾. Das Taylor-Pendel sitzt auf der umlaufenden Welle und schwingt im Kraftfeld der Zentrifugalkraft, die mit dem Quadrat der Umdrehungsgeschwindigkeit einer Welle anwächst. Die Schwingungszahl des Pendels, die verhältnismäßig der Wurzel aus der Intensität des Kraftfeldes ist, ist verhältnismäßig mit der Umdrehungsgeschwindigkeit der Welle. Wenn die Pendellänge so abgestimmt ist, daß das Pendel bei einer bestimmten Drehzahl drei Schwingungen je

¹⁾ Den Hartog, „Mechanische Schwingungen“. Jul. Springer, 1936, S. 90, und A. Stieglitz, „Beeinflussungen durch pendelnde Massen“. Diss. Dresden 1938.

Umdrehung macht, so trifft das nicht nur für die eine Drehzahl, sondern für sämtliche Drehzahlen zu. Man kann also mit dem Taylor-Pendel bei allen Drehzahlen die gleiche Ordnung von Resonanzschwingungen bekämpfen.

Man kümmert sich bei der Betrachtung der Wirkungsweise des Taylor-Pendels nur um die Grundschiwingung (ähnlich wie im vorausgehenden Fall) und stellt fest, daß bei reibungsfreiem Pendel eine Grundbewegung der Pendelschwingung möglich ist, die die im gleichen Tempo der Schwingung auftretenden von den Kolbenkräften herrührenden Impulsmomente vollständig ausgleicht, so daß die Welle selbst keine Schwingungen mit der zugehörigen Momentenfrequenz ausführt.

Ähnlich wie im vorausgehenden Falle kann sich aber über die Grundschiwingung eine Eigenschwiwingung lagern, da das Pendel bei einer bestimmten Drehzahl der Maschine ebenso wirkt, wie ein reibungsloser Schwingungsdämpfer, bestehend aus einer Feder, die an einem Ende mit dem freien Balkenende verbunden ist und am anderen Ende eine Schwungmasse trägt. Die Eigenschwiwingung der Gesamtanordnung einschließlich Pendel teilt sich in zwei Schwiwingungsgrade auf, wobei die Schwiwingung vom 1. Grade etwas tiefer liegt als die Schwiwingung der Anordnung ohne Taylor-Pendel und die Schwiwingung vom 2. Grade etwas höher. Wenn das auf die Wellenmitte bezogene Trägheitsmoment der Pendelmasse klein ist gegenüber den Trägheitsmomenten der auf der Kurbelwelle sitzenden Massen, dann ist die Schwiwingung vom 1. Grade nur um wenig geringer und die Schwiwingung vom 2. Grade nur um wenig höher als die Schwiwingung der Kurbelwelle ohne Pendel. Es besteht ähnlich wie im vorausgehenden Falle die Möglichkeit, daß Schwiwingungen zwischen einer Eigenschwiwingungszahl und der Grundschiwingung unter ähnlichen Bedingungen aufgeschaukelt werden.

Wir nehmen z. B. an, die Viertakt-Verbrennungskraftmaschine eines Fahrzeuges habe eine Eigenschwiwingungszahl von 9000 1/min. Die Schwiwingung 6. Ordnung, die bei 1500 Umdrehungen liegt, soll durch ein Taylor-Pendel beseitigt werden. Man muß die reduzierte Länge des Pendels so ausmessen, daß das Pendel ebenfalls auf jede Umdrehung der Welle sechs Schwiwingungen ausführt. Die Grundschiwingung der Gesamtanordnung besteht darin, daß die von den erregenden Momenten übertragenen Kräfte gerade durch die von den Pendelschwiwingungen herrührenden Kräfte ausgeglichen werden.

Eine Verbrennungskraftmaschine läuft aber nicht gleichförmig um, sondern sie mag z. B. Drehzahlschwankungen von $\pm 1\%$ ausführen. Die Schwankungen wiederholen sich bei einer Viertaktmaschine auf je zwei Umdrehungen. Die Maschine läuft also eine Umdrehung etwas rascher und eine Umdrehung etwas langsamer, als der mittleren Drehzahl entsprechen würde.

Kritische Resonanzschwebungen sind an der Kurbelwelle mit Pendel zu erwarten, wenn die Eigenschwingungszahl 1. Grades (oder 2. Grades) der Gesamtanordnung um $\frac{1}{12}$ geringer (bzw. höher) ist als die Eigenschwingungszahl der Welle ohne Pendel, d. h. $n_I = 8250$ 1/min (oder $n_{II} = 9750$). In diesem Falle wird durch die periodischen Drehzahlschwankungen der Kurbelwelle eine Drehschwingungsschwebung erhalten. Die Schwingungsausschläge werden während der einen Umdrehung, während der $n = 9000 - 90 = 8910$ ist, stärker aufgeschaukelt als sie bei der nächsten Umdrehung, während der $n = 9000 + 90 = 9090$ 1/min ist, abgeschaukelt werden. Das Verhältnis der während der Aufschaukelung und während der Abschaukelung übertragenen Energien ist mit den Zahlen des Beispiels ungefähr $(9090 - 8250) : (8910 - 8250) = 1,27$.

Die kritische Schwebung beim Taylor-Pendel kann natürlich zu keinen so großen Ausschlägen führen, wie bei der Anordnung ohne Pendel, so daß das Pendel auch dann einen günstigen Einfluß hat, wenn man gerade in eine kritische Resonanzschwebungszahl mit der Anordnung hineinkommt. Die Schwebungsresonanz ist um so gefährlicher, je ungleichförmiger die Maschine umläuft. Man kann die kritische Schwebungsresonanz ganz vermeiden, wenn man bei der Bemessung des Pendels darauf Rücksicht nimmt. Die reduzierte Pendellänge liegt fest durch die Ordnung der Kurbelwellenschwingung, die beseitigt werden soll. Die Masse des Pendels kann aber verändert werden, wobei durch eine Vergrößerung der Masse sowohl die Schwingung 1. als 2. Grades der Gesamtanordnung erniedrigt wird. Man kann diese Masse so verändern, daß beide Schwingungen außerhalb des Bereiches der Schwebungsresonanz liegen.

Mitteilungen des Wöhler-Instituts Braunschweig

- Heft 1* **W. Zander:** Der Einfluß von Oberflächenbeschädigungen auf die Biegungsschwingungsfestigkeit. 1929. RM 4,50.
- Heft 2* **K. Günther:** Der Einfluß von Oberflächenbeschädigungen auf die Biegungsschwingungsfestigkeit. 1929. Vergriffen.
- Heft 3* **G. Stieler v. Heydekampf:** Eine Dauerbiegemaschine mit schwingendem Probestab. 1929. RM 3,60.
- Heft 4* **W. Knackstedt:** Die Werkstoffdämpfung bei Drehschwingungen. 1930. RM 4,50. Vergriffen.
- Heft 5* **Hilmar Döring:** Das Drücken der Oberfläche und der Einfluß von Querbohrungen. 1930. RM 4,50.
- Heft 6* **Paul Behrens:** Das Oberflächendrücken zur Erhöhung der Drehschwingungsfestigkeit. 1930. RM 3,60.
- Heft 7* **Hans-Martin Pape:** Beanspruchung schwingender Drahtseile 1930. RM 4,50.
- Heft 8* **Herbert Isemer:** Die Steigerung der Schwingungsfestigkeit von Gewinden durch Oberflächendrücken. 1931. RM 3,60.
- Heft 9* **J. Schmidt:** Die Dämpfungsfähigkeit von Eisen- und Nicht-eisenmetallen. 1931. RM 3,60. Vergriffen.
- Heft 10* **E. Hottenrott:** Die Korrosionsschwingungsfestigkeit von Stählen und ihre Erhöhung durch Oberflächendrücken und elektrolytischen Schutz. 1932. RM 3,60.
- Heft 11* **Ernst Bankwitz:** Die Abhängigkeit der Werkstoffdämpfung von der Größe und Geschwindigkeit der Formänderung. 1932. RM 3,60.
- Heft 12* **F. Puritz:** Schwingungen an Freileitungsseilen und ihre Dämpfung durch Resonanzschwingungsdämpfer. 1932. RM 3,60.
- Heft 13* **P. Bosse:** Resonanzdrehschwingungsdämpfer mit Werkstoffdämpfung für Triebwerke von Automobil- und Flugzeugmotoren. 1932. RM 5,40.
- Heft 14* **Theodor Dusold:** Der Einfluß der Korrosion auf die Drehschwingungsfestigkeit von Stählen und Nichteisenmetallen. 1933. RM 4,50.
- Heft 15* **Otto Behrens:** Der Einfluß der Korrosion auf die Biegungsschwingungsfestigkeit von Stählen und Reinnickel. 1933. RM 3,60.
- Heft 16* **Hans Frankenberg:** Der Einfluß von Drehschwingungsbeanspruchungen auf die Festigkeit und Dämpfungsfähigkeit von Metallen, besonders von Aluminium-Legierungen. 1933. RM 3,60.
- Heft 17* **H. Hoppe:** Die Messung dynamischer Wuchtfehler mit Hilfe von elektromagnetischen Wuchtvorrichtungen für Gleich- und Wechselstrom. 1933. RM 3,60.
- Heft 18* **W. Meyer, O. Föppl:** Die Drehwechselfestigkeit genuteter Stäbe und die Erhöhung der Dauerhaltbarkeit durch Oberflächendrücken. — Die Qualifikation der Werkstoffe mit Hilfe der Werkstoffdämpfung. 1934. RM 3,60.
- Heft 19* **H. Wiecker:** Die Biegewechselfestigkeit genuteter Stäbe und die Erhöhung der Dauerhaltbarkeit durch das Oberflächendrücken. 1934. RM 2,70.
- Heft 20* **H. Koch, O. Föppl:** Die Biegewechselfestigkeit einer Keilverbindung und die Erhöhung der Dauerhaltbarkeit durch das Oberflächendrücken. — Eine neue Keilform mit besserer Dauerhaltbarkeit der Welle. 1934. RM 3,60.