
Vorher sind erschienen:

Wissenschaftliche Abhandlungen

der

Kaiserlichen Normal-Eichungskommission.

- Heft I. Anschluß der Normale der Deutschen Maße und Gewichte an die neuen Prototype des Meter und des Kilogramm. Mit 16 in den Text gedruckten Figuren Preis M 8,—.
- Heft II. Die Dichte, Ausdehnung und Kapillarität von Lösungen reinen Rohrzuckers in Wasser. Unter Mitwirkung von Dr. J. Domke und Dr. H. Harting untersucht und bearbeitet von Dr. F. Plato. Mit 9 in den Text gedruckten Figuren Preis M 7,—.
- Heft III. Untersuchungen über Kapillarität und Benetzungserscheinungen: Kapillaritäts-Untersuchungen nach der Methode der Steighöhen. Von Dr. Domke. — Experimentelle Bestimmung der Oberflächenspannung von Flüssigkeiten durch Messung der Wellenlänge der auf ihnen erzeugten Kapillarwellen. Von Prof. Dr. L. Grunmach. — Benetzungsrückstände bei Inhaltsermittlung von Maßen. Von Dr. Bein. — Mit 20 in den Text gedruckten Figuren Preis M. 8,—.
- Heft IV. Über die Ermittlung der inneren Teilungsfehler zweier Maßstäbe nach der Methode des Durchschiebens. Von Prof. Dr. Dziobek. — Bericht über die Untersuchungen, welche seitens der Normal-Eichungskommission über Länge und Ausdehnung einer für die Königlich Preußische Akademie der Wissenschaften zu Berlin bestimmten Kopie des preußischen 3' Urmaßes ausgeführt worden sind. — Über die Veränderlichkeit von Gewichtsstücken. Von Dr. H. Stadthagen. — Über die Veränderlichkeit der Maße von Achat. Von Dr. H. Stadthagen. — Beitrag zur Untersuchung von Magnesium-Legierungen. Von Dr. H. Stadthagen und Dr. E. Fischer. — Über den Zusammenhang von Schwingungsdauer und Empfindlichkeit einer Wage. Von Weymann. — Über den Einfluß der Schneide auf die Schwingungsdauer des Pendels und der Wage. Von Dr. Wilhelm Felgenträger. — Mit 11 in den Text gedruckten Figuren Preis M 8,—.
- Heft V. Die Dichte und Ausdehnung von chemisch reinen Schwefelsäure-Wasser-Mischungen. Unter Mitwirkung von Dr. H. Bode, Dr. E. Fischer, K. v. Höegh untersucht und bearbeitet von Dr. J. Domke. — Die Grundlagen und Resultate der Beobachtungen über die Dichte von Schwefelsäure-Wasser-Mischungen. Bearbeitet von Dr. W. Bein. — Untersuchung von Handels-Schwefelsäuren auf spezifisches Gewicht, Prozentgehalt und Verunreinigungen. Bearbeitet von Dr. E. Fischer. — Mit 11 in den Text gedruckten Figuren Preis M. 10,—.
- Heft VI. Über die gleichzeitige Bestimmung der Teilungsfehler zweier Maßstäbe durch die Methode des Durchschiebens. Von Prof. Dr. A. Leman. Mit 2 in den Text gedruckten Figuren. Preis M 5,—.
- Heft VII. Zur Ausdehnung des Äthyläthers und einiger Mischungen des Äthers mit Äthylalkohol. Von Dr. W. Bein. — Bestimmung der Oberflächenspannung und anderer physikalischer Konstanten von Essigsäure-Wassermischungen. Von Prof. Dr. Leo Grunmach. — Über ungleicharmige Wagen, im besonderen über die Abhängigkeit des Hebelverhältnisses von der Durchbiegung der Hebel sowie über die Untersuchung großer Wagen. Von Julius Zingler. — Mit 42 in den Text gedruckten Figuren Preis M 8,—.

Verlagsbuchhandlung von Julius Springer in Berlin W 9

Linkstraße 23—24.

WISSENSCHAFTLICHE ABHANDLUNGEN

DER

KAISERLICHEN NORMAL-EICHUNGS-
KOMMISSION

(FORTSETZUNG DER „METRONOMISCHEN BEITRÄGE“)



VIII. HEFT

Springer-Verlag Berlin Heidelberg GmbH

1912

WISSENSCHAFTLICHE ABHANDLUNGEN
DER
KAISERLICHEN NORMAL-EICHUNGS-
KOMMISSION

(FORTSETZUNG DER „METRONOMISCHEN BEITRÄGE“)



ZUR BESTIMMUNG DER AUSDEHNUNG VON MATERIALIEN AM ABBE-FIZEAUSCHEN DILATOMETER.
VON DR. W. BEIN

ÜBER DIE AUSDEHNUNG VON GEHÄRTETEN UND UNGEHÄRTETEN STAHLKÖRPERN. VON DR. W. BLOCK

ÜBER DIE BESTIMMUNG DER THERMISCHEN AUSDEHNUNG VON FESTEN KÖRPERN MITTELS DER
SPIEGELMETHODE UND ÜBER EINIGE DABEI ERHALTENE RESULTATE. VON DR. W. BLOCK

DER GROSSE KOMPARATOR DER KAISERL. NORMAL-EICHUNGSKOMMISSION. VON DR. W. KÖSTERS

UNTERSUCHUNGEN AM BESSELSCHEN BASISMESSAPPARAT. VON DR. P. THOMAS

DIE NACHPRÜFUNG DER LÄNGENHAUPTNORMALE DER EICHUNGSAUFSICHTSBEHÖRDEN UND DIE
THERMISCHE AUSDEHNUNG VON MESSING. VON DR. G. F. K. LANGBEIN

BESTIMMUNG DER OBERFLÄCHENSPANNUNG VON ALKOHOL-WASSERMISCHUNGEN NACH DER
KAPILLARWELLENMETHODE. VON PROF. DR. LEO GRUNMACH

MIT 42 IN DEN TEXT GEDRUCKTEN FIGUREN

Springer-Verlag Berlin Heidelberg GmbH

1912



ISBN 978-3-662-33384-6 ISBN 978-3-662-33781-3 (eBook)
DOI 10.1007/978-3-662-33781-3

VORWORT.

Von den nachfolgenden Abhandlungen beziehen sich die meisten auf Untersuchungen, die in der Normal-Eichungskommission über die thermische Ausdehnung von Maßstäben und Materialien ausgeführt sind, und entstammen dem Referat des Herrn Regierungsrats Dr. Stadthagen für Längenmessungen. Eine der weiteren Abhandlungen hat die Beschreibung des großen Komparators der Behörde zum Zweck und dient wesentlich zur Erläuterung der darauf folgenden Abhandlung. Die Beschreibung ist umfassender gehalten, als diese Abhandlung es erfordert, weil die Absicht besteht, später die Wirksamkeit des genannten Komparators überhaupt darzulegen. Die letzte Abhandlung, von Prof. Dr. Grunmach, bezieht sich auf Untersuchungen über die Kapillarität einiger Flüssigkeiten. Sie schließt sich an die Abhandlung des gleichen Verfassers in Heft VII der Wissenschaftlichen Abhandlungen an. Die an den Arbeiten außer den Verfassern noch beteiligten Herren sind in den Abhandlungen selbst namhaft gemacht.

Die Ergebnisse der vorliegenden Abhandlungen dürften außer für das Maß- und Gewichtswesen auch für die Wissenschaft von Interesse sein, da bei Anlage und Durchführung möglichste Genauigkeit und Sicherheit der Ergebnisse erstrebt worden ist. Die Redaktion haben die Herren Regierungsrat Dr. Stadthagen und Geheimer Regierungsrat Professor Dr. Weinstein übernommen.

INHALTSVERZEICHNIS.

	Seite
Zur Bestimmung der Ausdehnung von Materialien am Abbe-Fizeauschen Dilatometer. Von Dr. W. Bein	1
Einleitung	3
A. Der Apparat	4
1. Die Apparatanordnung	4
2. Die Justierung	12
B. Die Beobachtungen	15
1. Die Temperierung und der Gang der Beobachtungen	15
2. Die Temperaturmessung	18
3. Beobachtungs- und Rechenschema	20
4. Genauigkeit der Beobachtungen und Fehlerquellen	23
C. Die Resultate	33
1. Die Ausdehnung des Quarzringes	33
2. Die Objekte aus Stahl	38
3. Untersuchung einiger Nickelstähle	41
4. Untersuchung einiger Bronze- und Messingproben	50
Anhang: Literatur	53
Über die Ausdehnung von gehärteten und ungehärteten Stahlkörpern. Von Dr. W. Block	57
Über die Bestimmung der thermischen Ausdehnung von festen Körpern mittels der Spiegelmethode und über einige dabei erhaltene Resultate. Von Dr. W. Block . . .	71
Der große Komparator der Kaiserlichen Normal-Eichungskommission. Von Dr. W. Kösters	85
Der Beobachtungsraum	87
Allgemeines	90
Die Mittel der Vertauschung	91
Die Wagenbewegung	92
Innere Einrichtung und Verstellbarkeit der Wagen	95
Die Tröge des Einmeterkomparators	98
Die Heizregulievorrichtung des Heiztroges	102
Die Maßstabtische des Einmeterkomparators	104
Die Pfeiler und Mikroskope	105
Spezialeinrichtungen des Einmeterkomparators	106
Die Tröge des Viermeterkomparators	109
Untersuchungen am Besselschen Basismessapparat. Von Dr. P. Thomas	111
Einleitung	113
Einrichtungen zur Ausführung der Messungen	114
Die Ausführung der Messungen	118
Übersicht über die ausgeführten Messungen und Erläuterungen zu den Tabellen	120
Die Genauigkeit der Messungsergebnisse	125
Schlußfolgerungen aus den Differenzen zwischen den gemessenen und den nach den Schreiberschen Formeln berechneten Stangenlängen	126

	Seite
Nähere Untersuchung auf thermische Nachwirkung	127
Schlußfolgerungen aus den Messungsergebnissen bei Zimmertemperatur vor und nach den Erwärmungen	128
Schlußfolgerungen aus den übrigen Messungsergebnissen	133
Nachwirkungsstörungen bei früheren Messungen. Einfluß der Nachwirkung auf die innere Übereinstimmung bei Basismessungen	139
Mutmaßlicher Einfluß der Nachwirkung auf die absoluten Ergebnisse von Basismessungen	143
Längenänderungen an den Basisstangen, welche nicht durch thermische Nach- wirkung zu erklären sind	144
Zusammenfassung der Ergebnisse	147
Die Nachprüfung der Längenhauptnormale der Eichungsaufsichtsbehörden und die ther- mische Ausdehnung von Messing. Von Dr. G. F. K. Langbein	149
I. Gegenstand, Zweck und ursprünglicher Plan der Nachprüfung	151
II. Das Prüfungsverfahren am neuen Einmeterkomparator	152
Der Verlauf einer Beobachtungsreihe	153
Beobachtungen bei erhöhter Temperatur	154
Beobachtungen bei 0°	155
Die Striche der Stäbe und die mikrometrischen Messungen	155
III. Die Messungsergebnisse	156
1. Bestimmung einer linearen Form für die thermischen Ausdehnungsgleichungen	156
Erste Prüfung der Gesamtlängen bei + 15° C.	156
Einzelne volle Ausdehnungsbestimmungen zwischen + 11° und + 31° C.	156
Messungen der übrigen Maßstäbe bei Zimmertemperatur und bei etwa 30° C.	157
Berechnete lineare Ausdehnungskoeffizienten	157
Linearer Ausdehnungskoeffizient für 1 m und 1° C. in 0,001 mm	157
Berechnete Längen bei 0°	158
2. Bestimmung einer quadratischen Form für die Ausdehnungsgleichungen	159
Bestimmungen bei 0°	159
Aufstellung der ersten quadratischen Gleichung	159
Nachprüfung der Ausdehnung bei 4 Maßstäben	160
Einführung eines Mittelwertes für den Koeffizienten des quadratischen Gliedes	161
Aufstellung der endgültigen quadratischen Gleichung	161
„ einer linearen Gleichung	163
IV. Die Ergebnisse der Ausdehnungsbestimmungen	163
1. Das Verhältnis der Messungen zu den älteren Bestimmungen der Maßstäbe	163
2. Vergleichung mit anderen Bestimmungen der Messingausdehnung	165
Bestimmung der Oberflächenspannung von Alkohol-Wassermischungen nach der Kapillar- wellenmethode. Von Prof. Dr. Leo Grunmach	169
1. Einleitung	171
2. Die untersuchten Flüssigkeiten und die Beobachtungsmethode	172
3. Die eigentlichen Beobachtungen und deren Berechnung	173
4. Zusammenstellung der Messungsergebnisse an Alkohol-Wassermischungen	192
5. Diskussion und Ergebnisse der Beobachtungen	193

ZUR BESTIMMUNG
DER
AUSDEHNUNG VON MATERIALIEN AM
ABBE-FIZEAUSCHEN DILATOMETER

VON

DR. W. BEIN

Einleitung.

Eine große Reihe neuer Materialien, besonders Legierungen, hat in den letzten Jahren in ungeahntem Umfang Eingang in die verschiedenen Zweige der Technik gefunden. Speziell in den Apparaten und Meßwerkzeugen des Vermessungs- und Eichwesens ist ihre Verwendung in stetig steigendem Maße eingetreten. Auch Materialien wie Stahl und Messing erfahren durch die andauernden Bemühungen um Vervollkommnung ihrer Herstellungsmethoden wesentliche Veränderungen ihrer Eigenschaften. Dadurch wird aber eine stete Kontrolle von allen derartigen wichtigen Substanzen auf ihre für die Verwendung in Betracht kommenden allgemeinen physikalischen Eigenschaften erforderlich. Für Einrichtungen, die auf metronomischem Gebiete liegen, ist besonders die Ausdehnung durch die Wärme von Bedeutung. Da diese nicht bloß von der Herstellung der Materialien, sondern auch von der Bearbeitung in erheblichem Maße abhängt, so wird sie in wichtigen Fällen für jedes Stück oder mindestens für jede Gruppe einer Herstellungs- und Bearbeitungsweise besonders bestimmt.

Die Methode der Ermittlung der relativen Ausdehnung durch vergleichende Längenmessungen auf einem Komparator scheidet in denjenigen Fällen aus, in denen die Beschaffung von genügend — etwa 20 cm — langen und homogenen Stücken Schwierigkeiten verursacht. Für Objekte geringerer¹⁾ Länge, wie sie bei Materialproben oder Abfallstücken meist vorhanden ist, kommen wesentlich nur Interferenzmethoden in Betracht, wobei man noch den Vorteil gewinnt, ohne Verminderung der Genauigkeit in der Ermittlung der Ausdehnung die Objekte wegen ihrer Kleinheit in einfacher Weise schnell und gleichmäßig erwärmen zu können. Vor allem ist das der Fall bei der 1862 von Fizeau²⁾ angegebenen Methode, bei welcher durch geeignete Anordnung der Objekte ein System gebildet wird, in welchem durch Beleuchtung mit zentralen Bündeln homogenen Lichtes Interferenzstreifen sichtbar sind, deren Verschiebung mit der Temperatur ein Maß für die durch die Temperatur verursachten Längenänderungen der Objekte bildet.

¹⁾ Von einigen Millimetern bis etwa 2 cm. Für etwas längere Objekte, deren Untersuchung weder am Komparator noch am Dilatometer ausführbar ist (z. B. Drähten von 20 cm Länge) eignet sich nach den Erfahrungen der N. E. K. die sehr empfindliche, 1785 von Lavoisier und Laplace benutzte Drehspiegelmethode. Über deren vielseitige Ausbildung, besonders durch Martens und durch Le Chatelier vgl. Literatur im Anhang, sowie die folgende Arbeit von Dr. Block.

²⁾ Ann. Chim. Phys. [3] 56 429, 1862; [4] 2 143, 1864; [4] 8 335, 1866.

Die ursprüngliche Fizeausche Methode, welche Benoît zu umfangreichen Bestimmungen im internationalen Maß- und Gewichtsbureau benutzte, hat 1884 Abbe durch Einführung der Autokollimation und eines geraden Streifensystemes mit einer einzigen Marke sowie durch die einfache spektrometrische Einrichtung¹⁾ zu einer so handlichen²⁾ gemacht, daß sie für große Reihen laufender Untersuchungen benutzt werden kann, wie einige in Jena ausgeführte Arbeiten³⁾ zeigen. Der gleichen Methode bedienen sich metronomische Institute, wie die physikal-technische Reichsanstalt, das Maß- und Gewichtsbureau in Petersburg und (in etwas anderer Gestalt²⁾) das Conservatoire des Arts et Métiers. Auch hier lehren die Veröffentlichungen, daß man ohne erhebliche Mühe die Ausdehnung zahlreicher Proben von Metallegierungen, von Gläsern und von anderen Untersuchungsobjekten, wie keramischen Produkten mit für technische Zwecke mehr als ausreichender Genauigkeit feststellen kann.

Mit einem nach dem Abbesehen Prinzip von der Firma Zeiß in Jena konstruierten Apparat, der im Laufe der Arbeit einige Abänderungen erfuhr, sind die folgenden Untersuchungen durchgeführt worden.

An den sich über einen längeren Zeitraum erstreckenden Arbeiten, die unter Leitung des Referenten für Längenmessungen Dr. Stadthagen standen, waren außer mir Dr. Reimerdes und Dr. Stelzner, welche sich mit den für die Abänderungen nötigen Vorarbeiten beschäftigten, sowie Dr. Kramer beteiligt. Die chemischen Analysen der Materialien hatte Dr. E. Fischer übernommen. Die Konstruktion der Interferenzkammer und der Dampfentwicklungsvorrichtung nebst Hilfsteilen ist unter Leitung von Baurat Pensky in der Werkstatt der N. E. K. ausgeführt worden.

A. Der Apparat.

1. Die Apparatanordnung.

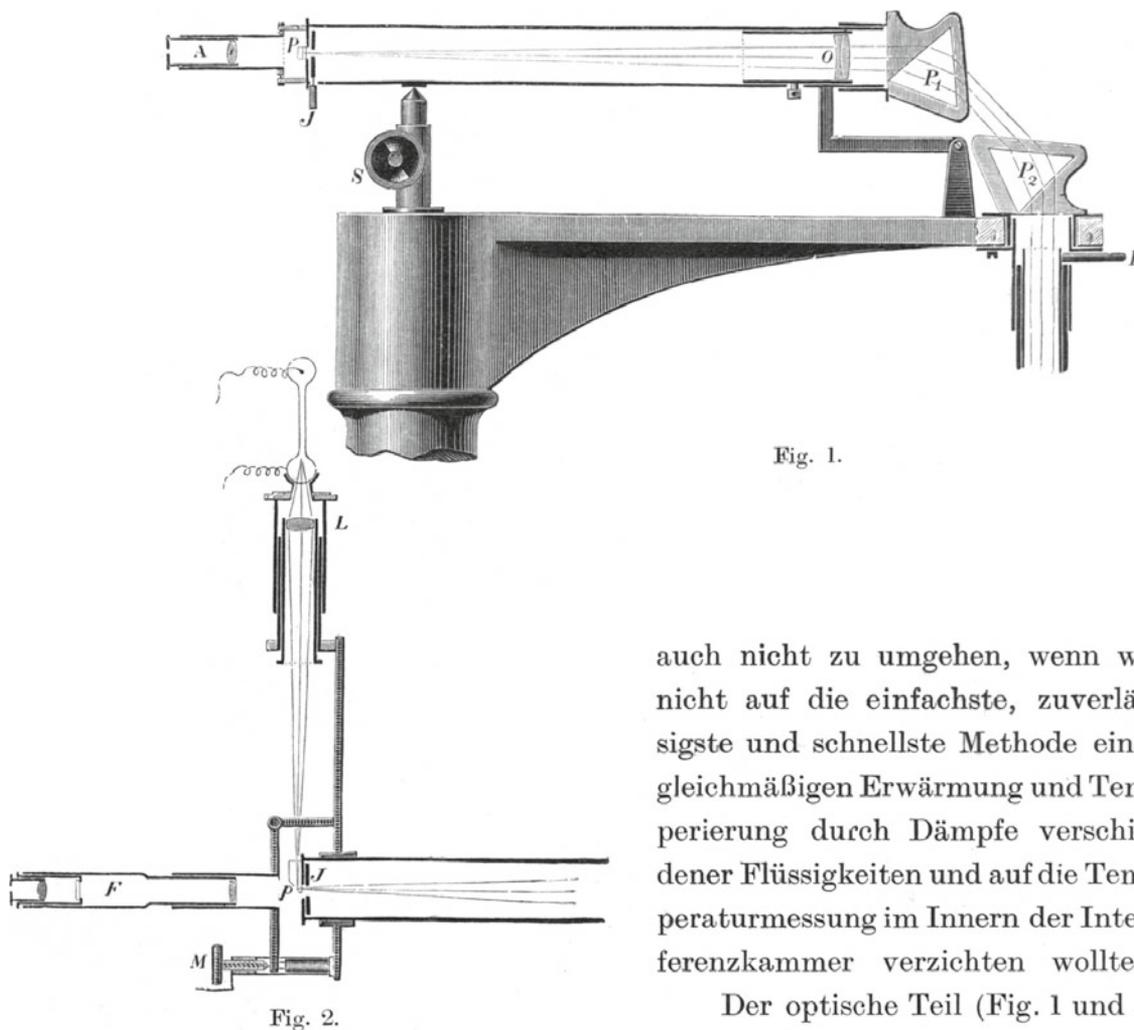
Der Apparat zerfällt in 3 Teile: 1. den optischen Teil (Fig. 1 und 2) mit der Autokollimationseinrichtung und der Beleuchtung; 2. der Interferenzkammer (mit I bezeichnet in Fig. 3 und 4) und 3. den Dampfentwickler (mit II bezeichnet in Fig. 3 und 4).

¹⁾ Ausführliche Beschreibung der jetzigen Form siehe Pulfrich: ZS. Instr. **13** 365, 1893 und Nachtrag ZS. Instr. **18** 261, 1898; ZS. Krystall. **31** 372, 1899.

²⁾ Eine anderweite Vereinfachung für die verschiedensten technischen Zwecke hat Le Chateilier (zusammen mit Grenet) angegeben; siehe Bull. Soc. d'Encourag. **96** 772, 1897 und Contributions à l'étude des alliages. Paris 1901, p. 388.

³⁾ Besonders über Gläser; Arbeiten von Weidmann (Ann. Phys. **29** 214, 1886 und 1889), Pulfrich (1893), Auffenberg (1905), ferner in Paris Grenet (1897); siehe Anhang. — Über die Bedeutung der Ermittlung der Ausdehnung für die Herstellung richtiger Gläser siehe Glinzer (ZS. angew. Chem. 1894, 743), Hovestadt (Jenaer Glas; Jena 1900, S. 233), Zschimmer (ZS. Elektrochemie **11** 630, 1905).

Abweichend von der ursprünglichen Zeißschen Einrichtung ist der Interferenzteil mit dem Untersuchungsobjekt getrennt von der optischen Einrichtung und steht auf einem besonderen Pfeiler, wie bei der Einrichtung, die Dr. Scheel¹⁾ benutzte. Diese Anordnung war, wie sich bei den Vorversuchen zeigte, nötig, damit sich nicht Erschütterungen des optischen Teiles, an dem der Beobachter arbeitet, auf das leicht bewegliche, interferierende System übertragen können. Die Trennung war



auch nicht zu umgehen, wenn wir nicht auf die einfachste, zuverlässigste und schnellste Methode einer gleichmäßigen Erwärmung und Temperierung durch Dämpfe verschiedener Flüssigkeiten und auf die Temperaturmessung im Innern der Interferenzkammer verzichten wollten.

Der optische Teil (Fig. 1 und 2) entspricht der Darstellung, welche in

den Figuren 2 u. 3 der Pulfrichschen Abhandlung (ZS. Instr. 13 372, 374) gegeben ist. Das Fernrohr mit den zwei Prismen und der Autokollimation ist bei unserem Apparat mit Hilfe der Hochstellung durch Zahntrieb, welcher durch den Stellknopf *S* betätigt wird, um eine horizontale Achse drehbar, so daß Lichtstrahlen der verschiedenen Farben stets senkrecht nach unten auf das Interferenzsystem fallen. Das erforderliche einfarbige Licht wurde erzeugt durch eine etwas Wasserstoff und einen Quecksilbertropfen enthaltende Geißler-Röhre.

¹⁾ Abhandl. P. T. R. 4 33, 1904; vgl. die Abhandlung von Tutton: Phil. Transact. 191 A. 318, 1898 und Randall: Phys. Rev. 20 15, 1905.

Bei den Versuchen der relativen Ausdehnung wurden stets 3 Spektrallinien benutzt: die rote Wasserstofflinie H_α (C), der Wellenlänge $0,656\,305\mu^1$ (bei 20° und 760 mm), die blaue Wasserstofflinie H_β (F) von der Länge $0,486\,153\mu$ und die grüne Quecksilberlinie $0,546\,097\mu$. Letztere wurde bei leichtem Anwärmen der Geißler-Röhre durch Entwicklung von Quecksilberdampf aus dem Quecksilbertropfen sichtbar. Bei der Untersuchung der Ausdehnung des als Normal dienenden Quarzringes durch Interferenzen hoher Gangordnung standen außer der oben erwähnten grünen Quecksilberlinie noch die gelben Linien ($0,576\,945$ und $0,579\,049\mu$, die aber nur als Doppelsystem von der mittleren Länge $0,5780\mu$ benutzt werden konnten), sowie die violette Linie ($0,435\,858\mu$) zur Verfügung. Bei der Einstellung auf die Streifen hielten wir uns an das von Pulfrich angegebene Verfahren.

Die Figuren 3—5 stellen in $1/6$ (Fig. 3 und 4) und in $1/2$ (Fig. 5) natürlicher Größe die Interferenzkammer I und den Dampfentwickler II dar, und zwar in Fig. 3 im Längsschnitt und in Fig. 4 in Aufsicht. Fig. 5 zeigt den die Interferenzkammer abschließenden Kupferblock mit dem Hilfsteil zum Herausholen des Blockes beim Wechsel des Probekörpers. Fig. 6 und 6a sind Hilfseinrichtungen zum Hineinsetzen, Justieren und Herausheben des Interferenzsystems.

Als Normalobjekt des Systems, mit dem die Ausdehnung der Proben verglichen worden ist, wurde in Übereinstimmung mit dem Verfahren in den jüngst erschienenen Arbeiten über die Anwendung des Dilatometers (Scheel, Tutton, Reed, Auffenberg, Randall) ein Quarzring benutzt in der Form, wie er zuerst von Reimerdes²⁾ beschrieben worden ist, von 32 mm äußerem, 24 mm innerem Durchmesser und 10 mm Höhe. Der Ring ist aus einer senkrecht zur optischen Achse³⁾ geschliffenen Platte herausgebohrt und ist als homogen anzusehen. Von seiner oberen und seiner unteren Fläche sind nur drei kleine symmetrisch angeordnete, dreieckige Auflageflächen stehen geblieben, welche gemäß ihrer Herstellung in je einer Ebene liegen. Diese Ebenen sind aber nicht parallel, sondern gegeneinander geneigt, aber nur so wenig, daß die Höhe des Ringes an einer der Flächen um $1\frac{1}{2}\mu^4$ größer ist als an den andern 2 Flächen.

1) Die Zahlenwerte der Wellenlängen sind entnommen aus Landolt-Börnstein, Tabellen Nr. 5 und 6, 3. Aufl., Berlin 1905. Die neuesten (in den Landolt-Börnsteinschen Tabellen nicht berücksichtigten) Bestimmungen von Perot und Fabry (Ann. Chim. Phys. [7] **16** 289, 1899; J. de Phys. [3] **9** 369, 1900; ZS. Instr. **19** 350; **20** 246) geben bei 15° und 760 mm für die Hg-Linien die Werte $0,546074\mu$; $0,576960\mu$; $0,579066\mu$ und $0,435834\mu$.

2) Dissert. Jena 1896, S. 7.

3) Die Abweichung der Schleifrichtung von der Achse ist zwar nicht bekannt, ist jedoch mit Rücksicht auf die Übereinstimmung der Ausdehnung mit der von Benoît und von Scheel (siehe weiter unten S. 36) ermittelten nur als sehr klein zu erachten, vgl. Reimerdes: Dissert. S. 5; Schönrock (Abhandl. P. T. R. **436**) fand die Abweichung zu 34 Minuten bei dem von Prof. Scheel untersuchten Körper.

4) Nach direkten Messungen mit dem Dickenmesser. Aus der Richtung und dem Abstand der Streifen (bei Beleuchtung des Systems mit grünem Quecksilberlicht nach aufgelegter Deckplatte ohne Objekt) ergibt sich diese Neigung der Auflageflächen zu 2μ (auf 28 mm Entfernung). Aus der Angabe von Scheel (Abhandl. P. T. R. **437**) folgt für den von ihm untersuchten Ring entsprechend einer Neigung von 22 Sekunden diese Größe zu 3μ .

änderlich; man muß daher die Streifen so benützen, wie sie erscheinen. Schwierigkeiten sind aus diesem Umstande nicht erwachsen.

Die Absicht, einen mit 3 vertikalen Schrauben versehenen Stahltisch¹⁾, bei dem der Abstand, die Lage und die Deutlichkeit der Interferenzstreifen leichter regulierbar ist, als Normal zu benutzen, wurde mit Rücksicht auf die zu befürchtende Ungleichmäßigkeit²⁾ der Ausdehnung und auf die unregelmäßige thermische Nachwirkung der 3 Schrauben³⁾ aufgegeben.

Die Interferenzkammer wird gebildet durch eine zylindrische Röhre *A* aus Kupferblech, welche durch einen Kupferpfropf *B* verschlossen wird. Bei gewöhnlicher Temperatur geht der Pfropf leicht hinein; erwärmt man den Mantel *A*, so gleitet er tiefer hinein und gibt einen dichten Abschluß. Die Röhre *A* ist mit einem ebenfalls aus Kupfer bestehenden Mantelgefäß *C* hart verlötet. *C* ist zylindrisch und oben durch eine Platte glatt abgeschlossen; unten setzt sich das Gefäß in einen

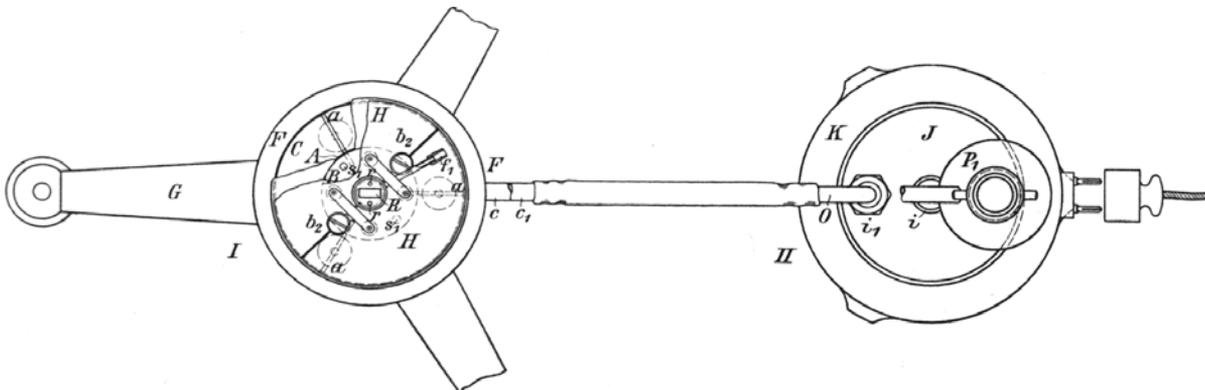


Fig. 4.

Trichter C_1 fort. Um der hängenden Röhre *A* in dem Mantel einen besseren Halt zu geben, sind 3 Stützbleche *a* zwischen Trichter C_1 und Röhre *A* unverrückbar befestigt. Die Halbkugel *D* aus dünnem Blech an der Röhre *A* dient dazu, um den von unten durch *C* eintretenden Dampfstrom einer in II zum Sieden erhitzten Flüssigkeit auf beide Hälften des Mantels gleichmäßig zu verteilen und hält außerdem von dem Dampf mitgerissene Flüssigkeitsteilchen von dem Anprall an die Röhre *A* zurück. In letzterer befindet sich am Boden ein durch den Mantel und die Filzummhüllung *F* hindurchragendes Röhrchen *f*. Mit Hilfe eines Gebläses kann man durch letzteres der Kammer stark getrocknete Luft zuführen, welche dann durch ein zweites Röhrchen f_1 , das an einem in den Pfropf *B* eingeschraubten Einsatz B_1 angelötet ist, ins Freie entweicht. Die Trocknung der Luft ist nur dann erforderlich, wenn man die Interferenzstreifen zählen will. In zu feuchter Luft würden sich beim

¹⁾ Fig. 1 der Abhandl. von Pulfrich: ZS. Instr. **13** 366, 1893.

²⁾ Diese Nachteile hat Reimerdes (Dissert. S. 3) bereits 1896 bemerkt. Auch eine auf der N. E. K. durch ihn veranlaßte Verbesserung der Klemm- und Führungsvorrichtung der Schrauben war ohne merklichen Einfluß.

³⁾ Verhandl. Phys. Ges. **9** 12, 1907.

Anwärmen der Kammer mit dem Interferenzsystem die Streifen verwischen, indem sich Feuchtigkeit auf den am längsten kalt bleibenden Teilen, in diesem Falle auf dem Objektkörper, also auf der einen interferierenden Fläche so lange niederschlägt, bis alles gleichmäßig warm geworden ist. Der Mantel C besitzt einen oberen Auslaß c , für den Dampf, und einen unteren Auslaß c_1 , durch den der Dampf eintritt, der aber so weit ist und solche Form erhalten hat, daß die kondensierte Flüssigkeit leicht abfließt. Durch die Stärke des Anwärmens wird erreicht, daß diese Kondensation, wie man an einem zwischen Dampfentwickler und Auslaß c_1 (nicht gezeichneten) eingeschalteten Glasröhrchen sieht, nur so gering ist, daß beim Zusammenprall von Dampfblasen und Flüssigkeit in diesem Verbindungsteil keine Erschütterungen entstehen, welche die Interferenzkammer und damit das Interferenzsystem beeinflussen könnten. Der Ansatz c_1 ist durch Überfallmutter und Dichtungsring mit dem Trichter C_1 des Mantels C verbunden.

An diesen Mantel ist hart angelötet ein Teller E mit einer horizontalen Grundfläche. Durch diese gehen 3 in C befestigte Schrauben e , an welche Ebonitklötze e_1 mit Messingkappen angesetzt werden. Diese tragen unten eingeschraubt je einen Messingzapfen. Der eiserne Dreifuß G wird durch die in seinen oberen Rand eingesetzten Schrauben g mit diesen Klötzen und damit mit dem Mantelgefäß verbunden. Interferenzkammer und Dreifuß bilden daher einen zusammenhängenden Apparatteil, dessen Schwerpunkt tief liegt und der daher genügend fest steht. Der Dreifuß ruht mit Stellschrauben auf Metallklötzen, welche auf der Grundplatte sich hin und her schieben lassen.

Die Ebonitstücke e_1 verhüten die Übertragung von Wärme von dem Mantel auf das Gestell. Die Ausstrahlung von Wärme ist nach Möglichkeit dadurch beschränkt, daß um die Klötze 2 Asbestringe g_1 gelegt sind. Der Zwischenraum ist mit Watte vollgestopft. Ebenso wird oben auf den Kupferklotz der Kammer Watte gelegt. Ferner kommt auf den Rand des Mantels ein aus 2 Teilen zusammensetzbarer, aus (erheblich weniger Wärmestrahlen abgebenden) Messing verfertigter, mit Durchbrechungen versehener Deckel H und darüber eine Asbestscheibe.

Der Dampfentwicklungsapparat II besteht aus 4 Teilen, dem elektrisch geheizten Kochkessel K , dem Flüssigkeitsbehälter J , dem Dampfkondensator L und dem Glaskühler M . K ist ein von der Allg. Elektrizitätsgesellschaft gelieferter Kessel gewöhnlicher Form von 2 l Inhalt für 110 Volt Spannung. Wenn durch die Kabel Strom zugeleitet wird, so nimmt der Topf $5\frac{1}{2}$ Ampere, also rund 600 Watt auf. Mit dieser Energie kann in wenig Minuten eingegossenes Wasser zum Sieden gebracht werden. Im allgemeinen ist aber keine so große Energie erforderlich. Es genügt die Hälfte bis ein Fünftel; die Drosselung geschah durch eine vorgeschaltete Batterie von Lampenwiderständen. Nachdem mit Vollstrom die in dem Behälter J befindliche Flüssigkeit bis nahe zum Siedepunkte erhitzt war, wurde nur noch so viel Strom zugeführt, daß die Flüssigkeit schwach siedete.

Dadurch wurde ein der Aufstellung des Interferenzsystems gefährliches Stoßen des Dampfes vermieden.

Der in den Kessel eingesetzte Behälter J paßte gut; zwischen den Wandungen blieb nur ein geringer Zwischenraum, so daß die Wärmeübertragung keinen Schwierigkeiten begegnete. Der Behälter, aus Kupfer nach Muster der Sicherheitskannen für Benzin und feuergefährliche Flüssigkeiten verfertigt, hat 3 Öffnungen, eine Einfüllöffnung i , die Dampfentwicklungsöffnung i_1 und die Öffnung für das Kondensat i_2 .

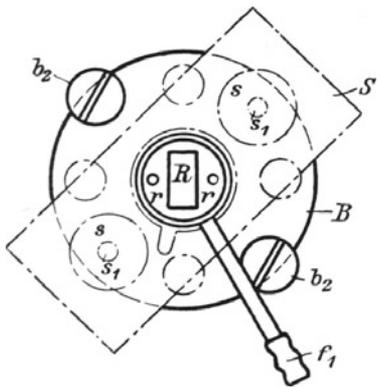
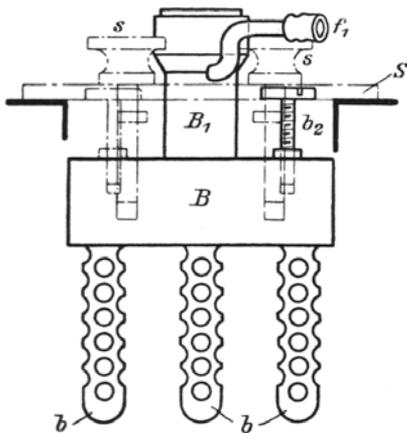


Fig. 5.

Das mit i_1 durch Überfallmutter und Dichtungsring aus Blei sicher verschraubte Knierohr O ist in seinem vertikalen Teile siebartig durchlöchert. Darüber ist ein Drahtnetz geschoben und dann ein zweites Metallsieb als Halt für das Netz. Das in die Öffnung i_2 eingesteckte Rohr P erweitert sich zu einem Windkessel P_1 , welcher 2 schräg eingelegte Drahtnetze p enthält. Die sich kondensierende Flüssigkeit tropft durch diese so ab, daß ein Verstopfen des Netzes ausgeschlossen ist. Über dem Windkessel befindet sich eine Muffe p_1 , mit welcher eine zweite p_2 verschraubt werden kann. In p_2 ist ein Gummistopfen l gesteckt, durch welche der Liebigsche Glaskühler M hindurchreicht.

Der die Kammer abschließende Kupferstopfen B (Fig. 5 in Seitenansicht und von oben gesehen) enthält unten 4 korbformige Röhrchen b . In diese werden 4 Stabthermometer (Fig. 7 in $\frac{9}{10}$ natürl. Größe, S. 19), eines für Ablesung der Zimmertemperatur, eines für 56° und zwei für Temperaturen in der Nähe von 100° eingesetzt. Sie stehen ganz locker in dem Korbe und

werden nur durch Wattebäusche b_1 (Fig. 3) in den mit den Körben korrespondierenden Löchern des Pfropfens leicht geklemmt. Die Watte genügt auch zum Abschluß der warmen Luft im Innern der Kammer von der Außenluft. Durch die Löcher in der Korbwand und die Ausdrehungen im Pfropfen kann die warme Luft bis nahe an die Oberfläche des Kupferpfropfes an die Thermometer herankommen. Dadurch wird erreicht, daß fast unmittelbar bis zu den bereits sichtbaren Teilen die Thermometer auf die in der Kammer herrschende Temperatur erwärmt werden. Auf diese Weise wird der herausragende Faden der Thermometer, welcher nicht die Temperatur der Hauptmenge hat, auf ein kleines Stück beschränkt, da die Ablesestellen der für diese Untersuchung besonders konstruierten Thermometer möglichst dicht an der Gefäßoberfläche liegen.

Der Einsatz B_1 aus Messingrohr, welcher in die zentrale Bohrung des Kupfer-

zapfens B geschraubt ist, enthält etwas schräg liegend in einer oberen Erweiterung eine dicke von Zeiß zu dem Apparat gelieferte Verschlussplatte aus Glas R . Über dieser befindet sich ein mittels Stiftzange durch die Löcher r (Fig. 4 und 5) drehbarer Metaldeckel. Dieser hat einen rechteckigen Ausschnitt; der Ausschnitt kann mit seinen Schmalseiten parallel den Interferenzstreifen gerichtet werden und blendet so aus dem kreisförmigen Gesichtsfelde entsprechend der Darstellung von Pulfrich¹⁾ das rechteckige Feld zur Beobachtung der Interferenzstreifen heraus. Der Pfropf trägt ferner 2 aus dem Kopf von Schrauben gebildete Stützlager b_2 , welche sich beim Einsetzen auf den Rand des Dampfmantels C legen und ein zu tiefes Hineinsinken des Pfropfes verhüten. Über den Pfropf ist in Fig. 5 noch die Metallplatte S mit einem schlitzförmigen Ausschnitt gezeichnet. Diese trägt 2 bewegliche, längere Schrauben s mit Gegenmutter, welche in 2 Löcher s_1 des Kupferpfropfes passen.

Nach Beendigung des Versuches und Entfernung der Schutzdeckel schiebt man S über den Einsatz B_1 , senkt die Platte, bis sie sich auf den Rand des Mantels auflegt und schraubt die Schrauben s in die Löcher s_1 . Dadurch wird der durch die Anwärmung festgeklemmte Pfropfen gelockert und er kann durch Weiterdrehen der Schrauben so weit gehoben werden, daß er sich ohne eine Verschiebung des Dreifußes befürchten zu brauchen, aus den Röhren A entfernen läßt.

Nunmehr kann auch das Interferenzsystem herausgehoben und für eine neue Versuchsreihe vorbereitet werden.

Dieses Herausheben geschieht, wie Fig. 6 zeigt, mit einer Drahtzange, einem Gestängehebel T mit beweglichen und federnden Backen. Beim Abwärtsbewegen

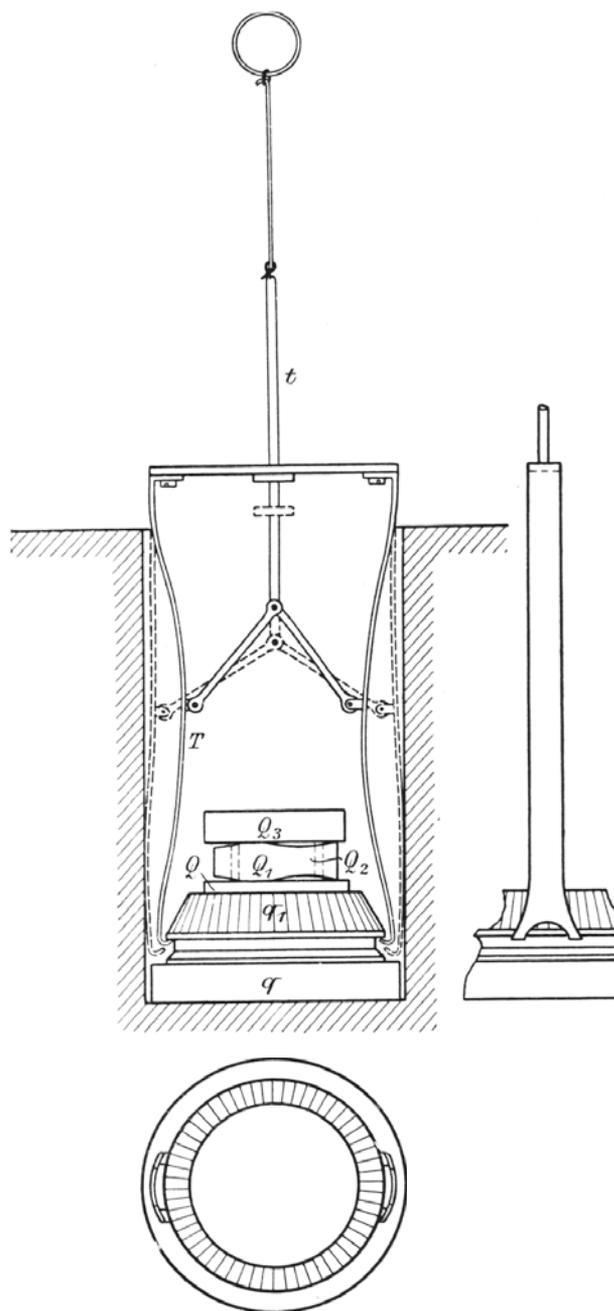


Fig. 6.

¹⁾ ZS. Instr. 13 408, 1893.

des Stabes t gehen die Enden der Backen auseinander, wie die Punktierung bei T andeutet. Die Zange läßt sich dann an dem mit einem nach Art der Kegelhäder gezähnten Rand des Messingblockes q_1 dem Träger für die Interferenzeinrichtung vorbeiführen. Der Träger besteht aus 2 Teilen, die gegeneinander um einen Zapfen ohne erhebliche Reibung drehbar sind und durch eine Schraube zusammengehalten werden, dem Teil q mit 3 in einer Ebene liegenden Füßen, und dem gezähnten Kegel q_1 . In seine Oberfläche ist eine Nut t_1 (Fig. 6a) eingedreht. In diese Nut hinein greifen die Zähne des Gestängehebels T ein; sobald der Stab t hochgezogen wird, federn die Backen nach innen und legen sich fest in die Nut t_1 . Diese Stellung, von oben und von der Seite gesehen, ist in den Nebenfiguren zu Fig. 6 dargestellt.

2. Die Justierung.

Der optische Teil des Apparates wurde in der von Pulfrich angegebenen Weise¹⁾ so justiert, daß in dem ohne besondere Sorgfalt zusammengebauten Quarzsystem ein deutliches und scharf begrenztes Streifensystem sowie die Marke des Systems, das Silberscheibchen, in allen benutzten Spektralfarben gleichmäßig hell und mit klaren Rändern sichtbar war. Dabei mußte aber auch bereits das Interferenzarrangement in die richtige Lage zum Strahlengang gebracht sein. Das geschah zunächst durch Drehen an den Fußschrauben des Dreifußes G (Fig. 3/4), so daß die interferierenden Flächen senkrecht zur Achse des die Interferenz erregenden Strahlenbündels lagen und daß dieses Bündel voll auf die Fläche fiel. Dann kam durch Hin- und Herschieben des Dreifußes das Silberscheibchen (entsprechend Fig. 5 der Arbeit von Pulfrich) nahezu in die Mitte des Gesichtsfeldes. Die sämtlichen Einstellungen konnten bei entferntem Kupferklotz B vorgenommen werden, wobei die durch das Fehlen der Verschlussplatte R bedingte Bildverschiebung, durch Drehen des Prismas P_1 (Fig. 1—2) kompensiert wurde. Man sah dann in dem Beobachtungsfernrohr F eine kreisförmige, von Interferenzstreifen, die durch Nebenlicht etwas in ihrer Schärfe beeinträchtigt waren, durchzogene Scheibe. Nach Einsetzen des Kupferklotzes, wobei die Lage des Interferenzteiles zum optischen Teil nicht mehr geändert wurde, konnte das Prisma leicht in eine solche Stellung zurückgedreht werden, daß man die Streifen in richtiger Schärfe und Beleuchtung erblickte. Gleichgültig, wie oft man auch das Quarzsystem nach Entfernen des Kupferklotzes mit der Zange T (Fig. 6) herausnahm und wieder einsetzte, an der einmal gewonnenen Stellung der Apparateile gegeneinander war während der Dauer der gesamten Versuche ebenso wie am optischen Teil nur selten etwas zu ändern. Der Dreifuß stand sehr fest, ebenso nahm Kupferklotz und Quarzsystem stets die gleiche Stellung ein, indem das Kupferrohr, an das sich die Unterlagscheibe

¹⁾ Nämlich: Drehung, Hoch- und Tiefstellung sowie Seitenverschiebung der Lichtquelle; Verschieben der Linse L vor der Lichtquelle; Drehung des totalreflektierenden Prismas P ; Drehung des auf das Fernrohr aufgeschobenen Prismas P_1 (Fig. 1 und 2); Verengung der Irisblende J (Fig. 2).

q dicht anschmiegte, genügende Führung gewährte. Brachte man das Deckglas des Quarzsystems in symmetrische Stellung zu dieser Scheibe q , so sah man die Silbermarke immer an ihrem richtigen Platze.

Für jeden Objektkörper war eine Justierung auszuführen bezüglich Richtung und Abstand der Streifen. Zunächst hatte diese Justierung für den Ring allein, ohne eingelegtes Objekt zu erfolgen; wobei die grünen Interferenzstreifen benutzt werden mußten. Wenn man nach sorgfältiger Reinigung der Berührungsflächen mit einem weichen Lederlappen das Quarzsystem unter leichtem Aufpressen der Flächen zusammengesetzt hatte, so sah man die Streifen in dem durch die Neigung der Auflageflächen bedingten Abstand. Dieser entspricht dem für die Messungen günstigsten Wert; er beträgt nach Angaben von Pulfrich für alle Farben zwischen ein und zwei Umdrehungen der Mikrometertrommel. In dem durch das Abschlußdiaphragma R^1 (Fig. 5) des Kupferklotzes ausgeschnittenen Gesichtsfelde befanden sich daher 6–10 (im grünen 8) Streifen von je 2 mm Abstand.

Diese Streifen lagen aber gewöhnlich noch nicht den Vertikalfäden des Ablesefernrohres parallel. Das ist der Fall, wenn beim Drehen der Mikrometertrommel der horizontale Faden einen unveränderten Abstand von den Rändern des Gesichtsfeldes hat. Die richtige Lage konnte man annähernd aus der Untersuchung der Höhe des Ringes an seinen drei Flächen bestimmen. Die Richtung der Keilkante (der Schnittlinie der zur Grundfläche geneigten Deckfläche mit dieser Fläche) wurde an dem Ringe markiert. Alsdann war es möglich, den Ring, ebenso wie die mit einer Marke versehene Deckplatte, stets in ungefähr die gleiche Lage zum Dreifuß und damit zum optischen System zu bringen. Die nach dem Einsetzen des Quarzsystems in die Mantelröhre A des Dreifußes noch vorzunehmende kleine Drehung wurde mit der in Fig. 6 a skizzierten Einrichtung ausgeführt. An einem Metallring Z sind 3 Stäbe z mit messerförmig zugeschärften Enden befestigt. Sie werden durch einen zweiten Ring z_1 in der richtigen Entfernung

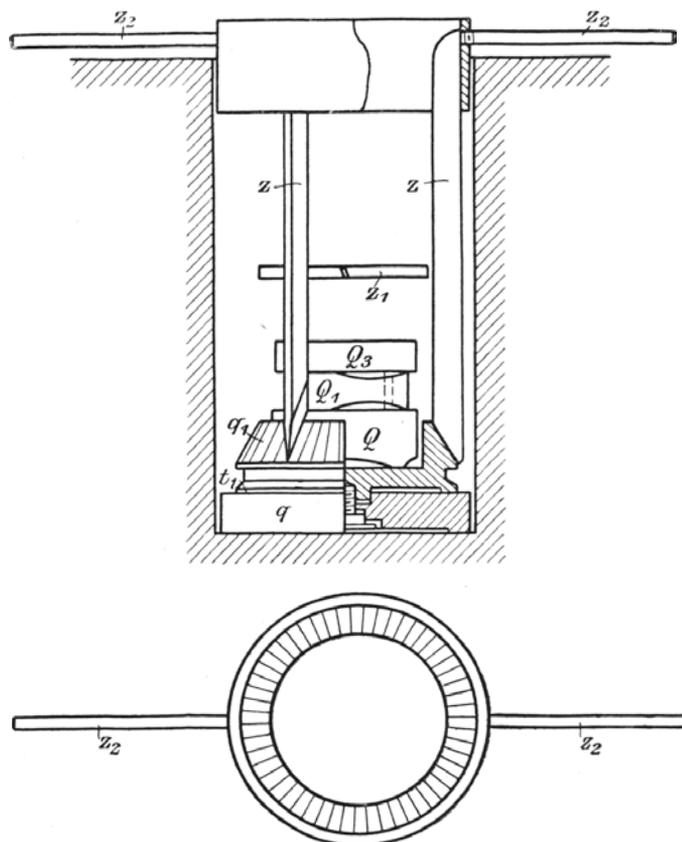


Fig. 6 a.

¹⁾ Dasselbe ist so zu drehen, daß die Schmalseiten des Rechteckes den Streifen und den Fäden des Beobachtungsfernrohres parallel liegen.

gehalten. Die Messer setzen sich (Fig. 6a in Aufsicht und Seitenansicht) von oben in die Zähne des Kegelrades q_1 . Drehte man die Handhabe am oberen Ring, z_2 , so drehte sich das Kegelrad mit dem Quarzsystem über die Unterlage q hin.

Schwieriger war die Justierung, wenn ein zu untersuchender Metallkörper in den Ring eingelegt war. Um überhaupt hier die Interferenzmethode anwenden zu können, mußten die Untersuchungsobjekte höchstens 1 cm hoch sein und wie der Quarzring, zwei¹⁾ einander möglichst parallele ebene Flächen²⁾ besitzen³⁾. Diese Flächen waren außerdem mit einer Politur versehen von einem solchen Reflexionsvermögen, daß ihr Glanz derjenigen der Deckplatte entsprach. Alsdann entstanden erst Interferenzstreifen von genügender Schärfe. Die untere Fläche der Körper wurde mattiert; sie legte sich, wenn man sie mit leichter Drehung unter Druck auf die Grundplatte Q aufschob, sehr fest an. Die Lagerung war so einwandfrei, daß es unnötig erschien, die Grundfläche bis auf 3 Füße auszdrehen, wie es bei den sämtlichen in Jena untersuchten oder von dort stammenden Objekten geschehen ist.

Nach dem Zusammensetzen des Systems war das Objekt gegen den Ring auszurichten. Im allgemeinen trat nach seinem Einlegen eine erhebliche Drehung und Verengerung der Streifen ein. Die Drehung konnte stets sehr einfach durch die Vorrichtung Fig. 6a unter gleichzeitiger Drehung des am Apparat sitzenden großen Prismas P_1 (Fig. 1) beseitigt werden. Die Änderung der Streifenbreite verlangte aber eine Änderung des Keilwinkels. Durch Drehen des Objektes gegen den Ring wurde zunächst diejenige Stellung ermittelt, in der die Streifen relativ am breitesten erschienen. In dieser Stellung⁴⁾ waren die Schnittlinien der beiden Oberflächen mit der Grundfläche einander parallel. Es war alsdann zu untersuchen, auf welcher Seite des Objektes die Keilkante lag. Dies ließ sich einfach ausführen durch Einfügen kleiner Stücke von dünnen Metallfolien, aus Zinn oder Aluminium, an passenden Stellen in das Quarzsystem — entweder zwischen Ring und Unterfläche oder zwischen Ring und Deckplatte. Alle Teile des Systemes waren unter leichtem Druck gegeneinander festgelegt, so daß sie sich beim Einsetzen und Herausheben aus der Interferenzkammer nicht verschoben. Wurden durch das Unterlegen der Folien die Streifen breiter, so lagen die Keilkanten des Objektes und des Ringes auf gleicher Seite. Wurden sie kleiner, so mußte das Objekt um 180° gedreht werden; und erst dann wurden Folien eingeschoben, bis die passende Breite erreicht war. Man konnte so stets eine eindeutige Lage des Keils gegen das

¹⁾ Bei der Le Chatelier - Grenetschen Anordnung genügt eine ebene Fläche (Bull. Soc. d'Encourag. **96** 772, 1897).

²⁾ Die richtige Beschaffenheit wird durch die Form der Newtonschen Ringe festgestellt, welche entstehen, wenn man eine relativ große und dicke Quarzprobeplatte unter leichtem Druck auf die Fläche aufschiebt.

³⁾ Die Körper sind überwiegend von der Firma Schmidt & Haensch bearbeitet worden.

⁴⁾ Die Lage der Keilkante eines Objektes ist schon vorher annähernd durch Messung der Dicke an verschiedenen Stellen des Randes mittels einer Mikrometerlehre festzustellen.

Gesichtsfeld erhalten und damit Irrtümer¹⁾ in betreff der Richtung der Wanderung der Streifen und der Ordnungszahl der Streifen ausschließen.

Nach einiger Übung war eine solche Justierung, die eine weitere Bearbeitung der Objekte überflüssig macht, in relativ kurzer Zeit zu bewirken. Bei den vorliegenden Körpern genügten Unterlagen bis zu 3 Stanniolblättchen von einer Dicke von $7-7\frac{1}{2} \mu$ für ein Blatt. Meist waren viel dünnere Unterlagen erforderlich, einige wenige Aluminiumfolien von 2μ Dicke²⁾.

Nach dem Justieren wurden der Kupferpfropf und dann die 4 Stabthermometer in die Röhre zum Abschluß der Interferenzkammer eingesetzt.

Vor Beginn der Beobachtung wurde jedes System auf 100° erhitzt. Dabei änderte sich meist die Streifenbreite erheblich, da die Luft von den Berührungsflächen des Systems fortgeht³⁾ und die Flächen erheblich fester aufeinander haften. Nach Abheben der Deckplatte und Auflegen von Metallstreifen auf die in Betracht kommende Fläche des Ringes wurde die Deckplatte auf den Ring fest aufgedrückt. Man erhielt dann eine Stellung, die bei nochmaliger Erwärmung unverändert blieb. Bei Erschütterungen durch von außen vorüberfahrende Wagen, die sich infolge der ungünstigen Lage des Beobachtungszimmers gegen die Straßenfront in fühlbarer Weise auf die Pfeiler und das hohe Beobachtungsgestell des Apparates übertragen, sind keine Verrutschungen des Systems bemerkt worden. Ebenso wenig wirkte eine vorsichtige Bewegung des ganzen Dreifußes G , der das System trägt.

B. Die Beobachtungen.

1. Die Temperierung und der Gang der Beobachtungen.

Die Zuverlässigkeit der mit dem Apparat erhaltenen Ergebnisse hängt davon ab, inwieweit das Quarzsystem unveränderlich ist und inwieweit es sich gleichmäßig erhitzen läßt. Die mechanische Unveränderlichkeit des Systemes, wofür die Lage und Form der Interferenzstreifen ein empfindliches Kennzeichen abgibt, ist, wie wir gesehen haben, durch den einfachen Aufbau des Systems und der Erhitzungskammer erreicht.

Die Erhitzung geschah durch die Dämpfe von folgenden Flüssigkeiten: Äther für die Temperatur von 34° ; Methylal für 42° ; Aceton für 56° ; Methylalkohol für 64° ; Äthylalkohol für 78° ; Benzol für 80° ; Wasser für 100° . Die zur Dichtung aller Löcher und Fugen verwendete Watte genügte vollständig, um das Eindringen kalter und das Ausströmen warmer Luft aus der Interferenzkammer zu verhindern.

¹⁾ Dieser Fall tritt ein, wenn Ring und Objekt nahezu wie bei Ni 44 (Nr. 16 und 17, S. 45) die gleiche Ausdehnung haben, so daß sich die Wanderungsrichtung der Streifen mit Steigerung der Temperatur ändert.

²⁾ Diese Metallunterlagen wurden bei Berechnung der Dicke der Luftschicht berücksichtigt.

³⁾ Scheel Ann. Phys. [4] 9 846, 1902. Stärkeres Anhaften von polierten Flächen aneinander tritt auch ohne Erwärmung durch längere Zeit wirkenden Druck von selbst ein.

Sobald der Dampf die Kammer zu erwärmen anfängt, tritt eine Wanderung der Streifen ein. Der Sinn dieser Wanderung ist der, daß trotz der schlechteren Wärmeleitfähigkeit zuerst der Quarzring, und dann erst das von ihm eingeschlossene gut leitende Metallobjekt die Temperatur des Dampfes annimmt. Das erkennt man auch daran, daß sich auf dem Metall Wasserdampf bei nicht getrockneter Luft in der Kammer niederschlägt. Hat das Objekt eine größere Ausdehnung als der Quarz, so bleiben die Streifen, da es der Temperaturänderung langsamer folgt, unverändert, bis die Temperatur um $10-15^\circ$ gestiegen ist. Dann beginnt die Wanderung erst langsam, darauf immer schneller. Ist die Ausdehnung des Objektes nur wenig größer, als die des Ringes, so wandern die Streifen zunächst in verkehrter Richtung, weil der Quarz sich mehr verlängert als das Objekt. Erst bei etwa 50° beginnt die Wanderung in dem richtigen Sinne, falls Wasserdampf als Heizflüssigkeit dient.

Bei nur mäßig starkem Dampfstrom, reguliert durch die Vorschaltung der Lampenwiderstände, vollzieht sich ohne jede Aufsicht die Einstellung der Endtemperatur in etwa einer Stunde. Wie man aus dem Aufhören der Wanderung der Streifen feststellen kann, ist der Ausgleich im Innern in einer weiteren Stunde erreicht. Die Gleichmäßigkeit der Temperierung ist dabei eine sehr befriedigende, da das System in eine Kammer, mit gut strahlenden Wänden (Kupfer) eingeschlossen ist. Man kann daher sicher sein, daß der Objektkörper und die in die Kammer eingesenkten Thermometer gleich¹⁾ temperiert sind.

Die richtige Verteilung der Temperatur, das Fehlen einer störenden vertikalen Schichtung wurde durch besondere Versuche kontrolliert. Bei einigen Versuchen wurden die Ablesungen zweier gleicher Stabthermometer, die verschieden tief in die Kammer hineinragten, miteinander verglichen, wobei durch besondere Fadenthermometer (Fig. 7 in $\frac{9}{10}$ natürlicher Größe), die Korrektur für den herausragenden Faden ermittelt wurde. Einige Male wurde die Unveränderlichkeit der Einstellung dadurch geprüft, daß das Temperaturgleichgewicht von oben her erreicht wurde. Der Kühler *L* (Fig. 3) wurde durch ein mit mehreren Zuführungen versehenes Quecksilbermanometer abgeschlossen und durch Einblasen von Luft der Dampf der Flüssigkeit unter einen Überdruck gesetzt, der durch das Manometer angezeigt wurde. Der Siedepunkt stieg zunächst sehr schnell, die Thermometer folgten langsam nach.

Allmählich verlor sich der Überdruck; Thermometer und Interferenzstreifen nahmen dann ihre alte Stellung wieder ein.

Dr. Stelzner hat zu dem Nachweis der Konstanz der Temperatur in der Erhitzungskammer eine empfindliche elektrische Methode benutzt. Ein aus 2 Platin-

¹⁾ Schwierigkeiten, die Tutton (vgl. Phil. Transact. **191** 333, 1898) infolge erheblichen Zurückbleibens der Temperatur der Interferenzkammer gegen die Temperatur des äußeren Erhitzungsbades bei der ursprünglichen Zeißschen Anordnung hatte, traten hier nicht mehr auf.

und 2 Konstantandrähten von je 10Ω Widerstand zusammengesetzter Draht wurde auf einem Gestell, das das Interferenzsystem in seiner ganzen Höhe umgab, zu einer Spirale aufgewickelt. Das Ganze bildete eine Wheatstonesche Brücke, bei der die gegenüberliegenden Drähte aus gleichen Metallen bestanden. Alle Lötstellen lagen innerhalb des konstant temperierten Raumes. Zu einem der Drähte war ein Widerstandskasten im Nebenschluß angeordnet. Bei Änderung der Temperatur änderte sich der Widerstand der Platindrähte und der Nebenschluß mußte verstellt werden. Zu jeder Temperatur gehörte eine bestimmte Einstellung des Nebenschlusses. Solange Temperaturunterschiede im Raum vorhanden waren, zeigte das Galvanometer infolge der als Thermoelement wirkenden Kombination Platin-Konstantan einen einseitigen Ausschlag. Nach einiger Zeit trat stets Temperaturgleichgewicht ein und der Ausschlag verschwand zugleich mit dem Aufhören der Wanderung der Interferenzstreifen.

Bei den Hauptversuchsreihen nahm jeder Versuch einen vollen Beobachtungstag in Anspruch. Am Morgen (9—10 Uhr) wurde die Lage des Scheibchens gegen die zugehörigen Streifen bei Zimmertemperatur gemessen. Dann wurde der elektrische Strom für den Betrieb des Dampfentwicklers mit einer solchen Anzahl Lampen als Regulierwiderstand eingeschaltet, daß das Sieden langsam eintrat und der Mantel gleichmäßig angeheizt wurde. Bei zu starkem Anheizen war stets, wie man an den verzerrten Bildern der Streifen erkennt, die Erwärmung der Teile, z. B. der Deckglasplatte oder der Objekte ungleichmäßig. Erst am Nachmittag, nach einigen Stunden, wurde dann die Lage des Scheibchens in seinen 3 Farben nochmals beobachtet. Dann wurde nach Ausschalten des Heizstromes der Apparat bis zum andern Tage sich selbst überlassen, worauf die Ablesung bei Zimmertemperatur und eine nochmalige Erhitzung zu der gleichen Temperatur, wie am vorhergehenden Tage, erfolgte. Darauf wurde zu einer anderen Erhitzungsflüssigkeit, die sich einem zweiten Dampfentwickler (*J* Fig. 3) von genau der gleichen Form befand, übergegangen. Nun besitzt aber die Interferenzkammer nur einen einfachen Dampfmantel. Die für die Herstellung der verschiedenen Temperaturen erforderlichen Dämpfe müssen daher nacheinander durch den gleichen Raum treten. Beim Übergang zu einer andern Flüssigkeit mußte daher die Verbindung zwischen Flüssigkeitsbehälter und Kammer gelöst und etwa kondensierte Flüssigkeitsreste aus dem Mantel der Kammer abgelassen, der neue Behälter an Stelle des ersten in den Heiztopf eingesetzt und durch Gummischläuche mit der Interferenzkammer verbunden werden. Darauf konnte, ohne daß auf die haften gebliebenen Mengen der ersten Substanz Rücksicht¹⁾ genommen wurde, mit der Dampfentwicklung aus der andern Flüssigkeit begonnen werden.

¹⁾ Nur bei den Versuchen über die Ausdehnung des Quarzringes, bei welchen eine größere Reihe von Flüssigkeiten zur Anwendung gelangten, wurde nach Entfernen des einen Behälters durch den Mantel der Kammer Luft durchgeblasen, bis die Reste verdampft waren.

Von den obenerwähnten Heizflüssigkeiten wurden meist nur 2 (Aceton und Wasser) verwendet, so daß die Lage des Scheibchens und der Streifen und zwar stets in 3 Farben bei mindestens 3 Temperaturen (Zimmertemperatur, 56° und 100°) beobachtet werden konnte. Die Einstellungen wurden unmittelbar hintereinander vorgenommen und jedesmal 5 Streifen, deren mittelster dem Scheibchen am nächsten lag, zweimal, einmal von rechts und dann von links her, durchgemessen. Ein solcher Beobachtungssatz nahm 10—15 Minuten in Anspruch. Vor und nach ihm wurden die Thermometer auf $0,01^\circ$ abgelesen.

Ein Auszählen der Streifen bei der Erwärmung war überflüssig, da durch die von Abbe¹⁾ angegebene Benutzung der abgelesenen Streifenbruchteile in verschiedenen Farben sich die Zahl der vorübergewanderten Streifen berechnen läßt. Da der mittlere Einstellungsfehler bei den meist ziemlich verwaschenen Streifen auf nur wenig unter einem Zehntel der Streifenbreite zu schätzen ist, so war diese Berechnung nur möglich bei Beobachtung in 3 Farben. Besonders schwierig war die Berechnung bei Objekten, wie Nickelstahl mit 44% Nickel, die nahezu die gleiche Ausdehnung wie das Quarznormal besitzen. Hier wanderten die Streifen bei tiefer Temperatur in anderer Richtung als bei höherer, da die relative Ausdehnung der beiden Substanzen ihr Vorzeichen wechselte.

Die Beobachtung der Richtung, in welcher die Streifen wandern, war stets nötig, um die Lage des Keiles sicher festzustellen, sofern diese nicht bereits durch die Art der Justierung des Systems gefunden ist. Diese Feststellung konnte aber wegen des Nachhinkens der Temperatur des Objektes erst gegen den Schluß der Erwärmung erfolgen.

2. Die Temperaturmessung.

Sie geschah durch Stabthermometer, die nach einem Vorschlag von Schlösser mit ringförmigen Marken für die ganzen Grade und Halbringen für die Bruchteile versehen waren, so daß die Ablesung, wie bei chemischen Maßgeräten ohne jede Parallaxe möglich war. Die Instrumente waren von dem Präzisionsglasbläser C. Richter, Berlin, in der gewohnten vorzüglichen Form bezogen. Es standen zur Verfügung 6 in $\frac{1}{5}$ Grad geteilte Thermometer (Stengeldicke 5 mm, Grادلänge 5—6 mm) aus Jenaer Glas 59 III mit länglichem Glasbehälter (etwa 6 mm dick). Je 2 umfaßten gleiche Temperaturintervalle, und zwar a) $9-48^\circ$, b) $46-92^\circ$, c) $91-108^\circ$. Außerdem besaßen alle Thermometer eine Einrichtung zur Kontrolle des Eispunktes. Die Capillaren waren oben so erweitert, daß jedes Thermometer bis 100° erwärmt werden konnte. Die Punkte 18° , 56° und 100° sind in einer Entfernung von 10 cm vom untern Ende angebracht — vgl. nebenstehende Fig. 7, welche in fast natürlicher Größe das Thermometer für 100° darstellt. Bei den Instrumenten b) und c) waren zu diesem Zwecke Ampullen zwischen Eispunkt und

¹⁾ Weidmann: Wied. Ann. 38 453, 1889.

Anfangspunkt der Teilung eingeschaltet. Durch diese Einrichtung lagen die Ablesepunkte ungefähr 1 cm oberhalb des Abschlußdeckels für den Dampfmantel und die Ablesung war ohne Schwierigkeit möglich. Nur einige Male war die Temperatur niedriger und dann war es nötig, die Thermometer etwas hochzuziehen, ein Vorgang, der infolge der Wattedichtung ohne Erschütterung des Interferenzsystems möglich war.

Die Fehler der Thermometer sind bei den in Frage kommenden Stellen mit einer Genauigkeit von wenigstens $0,02^\circ$ ermittelt worden. Bei den Beobachtungen war darauf Rücksicht zu nehmen, daß bei den bis 100° reichenden Instrumenten etwas Quecksilber von den Ablesestellen aus nach oben verdampft. Die Ablesestelle, welche sich ja nur wenige Millimeter über dem Dampfraum befand, hatte nahezu dessen Temperatur, so daß bei dem stundenlangen Heizen Destillation in die kälteren Teile eintrat, deren Betrag durch wiederholte Eispunktsbestimmungen festgestellt wurde. Es wurde gefunden, daß sich der Eispunkt bei dem einen um $0,002^\circ$, bei dem andern Instrument dagegen um $0,0055^\circ$ änderte für jeden Versuch, bei dem die Erhitzung $3\frac{1}{2}$ Stunde dauerte. Eine Änderung des Eispunktes durch die eigentliche Depression war nicht nachzuweisen. Der Eispunkt konnte für alle Beobachtungstemperaturen innerhalb $0,02^\circ$ als unveränderlich gelten.

Zur Beseitigung der Unsicherheit, die durch die abweichende Temperatur des herausragenden Fadens bedingt war, wurden nach den Darlegungen von H. Mahlke¹⁾ 2 Fadenthermometer verschiedener Länge benutzt und bei einigen Vorversuchen Messungen über die Temperaturänderung gemacht, die bei verschieden tiefem Eintauchen eintrat. Diese Thermometer (Fig. 7) waren 5 mm weite zylindrische Röhren; bei dem einen (Nr. 701) war die weite Kapillare, welche mit Quecksilber gefüllt war, $6\frac{1}{2}$ cm lang, bei dem zweiten (Nr. 702) $11\frac{1}{2}$ cm. Darauf folgte eine sehr enge Capillare mit einer Teilung von -10° bis $+100^\circ$ in ganze Grade. Es zeigte sich, daß die abgelesenen Fadentemperaturen berechnet werden können, wenn man annimmt, daß bis zur Deckeloberfläche die Thermometer auf die Temperatur der Interferenzkammer erwärmt sind. Darauf folgt eine Zwischenschicht von etwas über 1 cm Länge bei kurzen Fäden — bei längeren steigt sie bis zu 3 cm an —, diese befindet sich auf der aus Erhitzungs- und Zimmertemperatur anzunehmenden Mitteltemperatur und der Rest hat Zimmertemperatur. So ergibt sich, daß bei 56° die Fadenkorrektion zu höchstens $0,01^\circ$, bei 100° zu $0,02^\circ$ anzunehmen ist. Bei den übrigen Temperaturen,

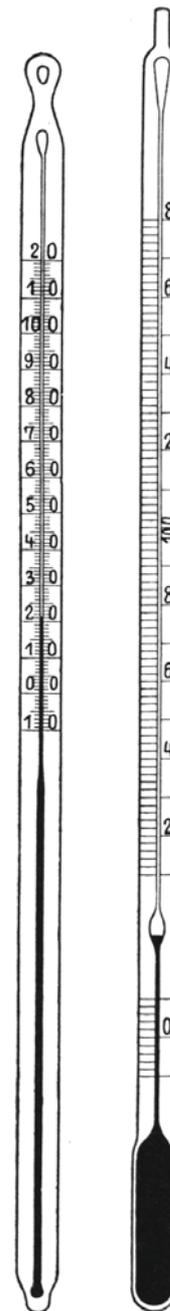


Fig. 7.

¹⁾ ZS. Instr. 13 61, 1893.

Streifen	rot		grün		blau							
	also 6b =	also 6b =	also 6b =	also 6b =	also 6b =	also 6b =						
l_5	645 } ↓ 1156	650 } ↑ 1163	530 } ↓ 950	531 } ↑ 951	504 } ↓ 910	506 } ↑ 914						
l_4	511 } ↓	513 } ↑	420 } ↓	420 } ↑	406 } ↓	408 } ↑						
l_3	378 } ↓	373 } ↑	293 } ↓	296 } ↑	305 } ↓	307 } ↑						
l_2	211 } ↓	212 } ↑	159 } ↓	152 } ↑	182 } ↓	177 } ↑						
l_1	51 } ↓ 262	53 } ↑ 265	22 } ↓ 181	21 } ↑ 173	57 } ↓ 239	57 } ↑ 234						
Σ u. 6b	1796	894	1801	898	1424	769	1420	778	1454	671	1455	680
l_0	324	324	305	306	290	287						
	326	328	306	307	287	288						
	325	326	305	306	288	287						
$l_s = \frac{1}{5} \Sigma$	359	360	285	284	291	291						
$\sigma = l_0 - l_s$	-34 partes	-34 partes	+20 partes	+22 partes	-2 partes	-3 partes						

Zeit: 1³⁰. Thermometer korrigiert¹⁾ Nr. 777 = 99,72°; Nr. 778 = 99,80°. Die niedrigeren Ordnungszahlen liegen links von O im Fernrohr. Die Streifen wandern beim Erwärmen von rechts nach links.

Berechnung der Versuche Nr. 178—185.

1. Ermittlung der maßgebenden Streifenbreite in partes der Mikrometertrommel.

Temperatur	Nr.	in rot (6 b_r)	in grün (6 b_g)	in blau (6 b_b)	Reduktion auf grüne Streifenbreiten	
$k_s = 99,75^\circ$	178	896	773	675	Es ist $\left\{ \begin{array}{l} b_r \cdot \mu_1 = b_0^1; \quad b_b \cdot \mu_3 = b_0^3 \\ \mu_1 = 0,83208; \quad \mu_3 = 1,12330^2 \end{array} \right.$ also $\left. \begin{array}{l} 6 b_0^1 = 763,7 \\ 6 b_0^2 = 759,7 \\ 6 b_0^3 = 771,3 \end{array} \right\} 6 b_0 = 765$	
$l = 19,46^\circ$	179	924	757	694		
$k_s = 99,86^\circ$	180	900	761	679		
$l = 19,83^\circ$	181	912	762	683		
$k_1 = 55,80^\circ$	182	948	759	693		
$l = 19,01^\circ$	183	904	745	682		
$k_1 = 56,13^\circ$	184	947	766	702		
$l = 19,27^\circ$	185	909	751	682		
Mittel		917,8	759,7	686,6		Daraus folgt: $b_r = 153; \quad b_o = 127; \quad b_b = 113 \cdot \text{partes.}$
berechnet aus b_0		919	765	681		

2. Berechnung der Zahl m vorübergehender Streifen.

Vorbemerkung: Es bedeutet σ den Abstand vom Scheibchen O bis zum nächsten Streifen niedriger Ordnung in partes der Trommel, M die Ordnungszahl dieses Streifens, dann ist der Abstand von O bis zur Keilkante bei der Temperatur k^0 und $l^0 =$

$$\left\{ \begin{array}{l} b_r \cdot M_{r,k} + \sigma_{r,k} \text{ in rot; } \quad b_0 \cdot M_k^i + \sigma_k^i \text{ in grün; } \quad b_b \cdot M_{b,k} + \sigma_{b,k} \text{ in blau.} \\ b_r \cdot M_{r,l} + \sigma_{r,l} \text{ in rot; } \quad b_0 \cdot M_l^i + \sigma_l^i \text{ in grün; } \quad b_b \cdot M_{b,l} + \sigma_{b,l} \text{ in blau.} \end{array} \right.$$

Bei der Abkühlung von k^0 auf l^0 verschiebt sich die brechende Kante des Keils um P -partes der Trommel

$$\left\{ \begin{array}{l} = (M_{r,k} - M_{r,l}) b_r + \sigma_{r,k} - \sigma_{r,l} = m_r b_r + \sigma_{r,k} - \sigma_{r,l} \text{ in rot} \\ = (M_k^i - M_l^i) b_0 + \sigma_k^i - \sigma_l^i = m' b_0 + \sigma_k^i - \sigma_l^i \text{ in grün} \\ = (M_{b,k} - M_{b,l}) b_b + \sigma_{b,k} - \sigma_{b,l} = m_b b_b + \sigma_{b,k} - \sigma_{b,l} \text{ in blau} \end{array} \right.$$

Da P stets denselben Wert haben muß, so ist, wenn gesetzt wird: $\sigma_k^i - \sigma_{r,k} = \Delta_k^i$; $\sigma_l^i - \sigma_{r,l} = \Delta_l^i$; $\sigma_k^i - \sigma_{b,k} = \Delta_k^b$; $\sigma_l^i - \sigma_{b,l} = \Delta_l^b$, und da $b_0/b_r = \mu_1$; $b_0/b_b = \mu_3$ ist:

$$\text{a) } m_r/\mu_1 - m' = \frac{\Delta_k^i - \Delta_l^i}{b_0} = p_r, \quad \text{b) } m_b/\mu_3 - m' = \frac{\Delta_k^b - \Delta_l^b}{b_0} = p_b.$$

Mittels der Werte von p_r und p_b lassen sich die Werte von m aus 2 diophantischen Gleichungen ableiten.

¹⁾ Siehe Fußnote S. 20.

²⁾ Folgt direkt aus den Werten der Wellenlängen S. 6.

Nr.	178	179	180	181	182	183	184	185	
σ $\left\{ \begin{array}{l} \text{rot} \\ \text{grün} \\ \text{blau} \end{array} \right.$	- 34	- 5	- 46	- 11	+ 41	- 39	+ 47	- 32	1000 $p_r = +431, +427 - -569, -529$ 1000 $p_b = +517, +490 - -113, -98$
	+ 21	- 4	+ 15	- 4	- 22	- 31	- 16	- 28	
	- 3	+ 37	- 8	+ 35	+ 27	+ 4	+ 33	+ 9	
Δ^r Δ^b	+ 55	+ 0	+ 61	+ 6	- 64	+ 8	- 63	+ 4	bei 100° $\left\{ \begin{array}{l} m_r - 0,832 m' = +0,36 \\ m_b - 1,123 m' = +0,56 \end{array} \right.$ bei 56° $\left\{ \begin{array}{l} m_r - 0,832 m' = -0,46 \\ m_b - 1,123 m' = -0,12 \end{array} \right.$
	+ 24	- 41	+ 23	- 39	- 49	- 35	- 50	- 37	
1000 σ/b_0 $\left\{ \begin{array}{l} \text{rot} \\ \text{grün}^1) \\ \text{blau} \end{array} \right.$	- 267	- 39	- 361	- 86	+ 325	- 310	+ 369	- 251	Aus diesen Gleichungen folgt: bei 100° $m_r = +17; m' = +20; m_b = +23$ bei 56° $m_r = +7; m' = +9; m_b = +10$
	+ 169	- 35	+ 118	- 35	- 176	- 244	- 129	- 220	
	- 23	+ 290	- 63	+ 275	+ 212	+ 31	+ 263	+ 74	
1000 $\Delta^r/b_0^1)$ 1000 $\Delta^b/b_0^1)$	+ 435 + 192	+ 4 - 325	+ 478 + 180	+ 51 - 310	- 502 - 388	+ 67 - 275	- 498 - 392	+ 31 - 294	

Aus dem Gang der Δ für gleiche Temperaturen erkennt man sofort etwaige Unregelmäßigkeiten der Beobachtungen.

Kontrolle der m Werte durch Berechnung der wirklichen Verschiebung (P) in partes.

P (rot)	100° $\left\{ \begin{array}{l} -32^1) + 17 \cdot 153 = 2569 \\ +23 + 20 \cdot 127 = 2573 \\ -41 + 23 \cdot 113 = 2569 \end{array} \right.$	56° $\left\{ \begin{array}{l} +80^2) + 7 \cdot 153 = 1151 \\ +10 + 9 \cdot 127 = 1157 \\ +23 + 10 \cdot 113 = 1158 \end{array} \right.$	1) Mittel aus 178—181 2) „ „ 182—185
P (grün)			
P (blau)			

3. Berechnung der Streifenverschiebung f ; rot und blau reduziert auf grüne Wellenlängen.

Vorbemerkung: Aus den Werten der Verschiebung P in partes ergibt sich unmittelbar die Verschiebung f in grünen Wellenlängen. Alle 3 sich so ergebenden Größen kann man in 2 Teile zerlegen Q_k und Q_l . Q_k ist für alle 3 Farben verschieden, die Abweichungen geben ein Bild von der Genauigkeit der Beobachtungen. Der andere Teil Q_l ist für alle 3 Farben gleich und zwar $= \sigma'_i/b_0$. Diese Zerlegung bedeutet, daß alle Beobachtungen auf denselben Abstand des Scheibchens vom nächsten Streifen, wie im grünen bei der Temperatur t° reduziert werden.

Wir haben die Beziehungen:

f für rot	$P^r/b_0 = m^r/\mu_1 + \sigma_{rk}/b_0 - \sigma_{rl}/b_0 = \{m_r/\mu_1 + \sigma_{rk}/b_0 + \Delta^r/b_0\} - Q_l$	$m_r/\mu_1 = 20,431$ und $8,413$
f für grün	$P^g/b_0 = m' + \sigma'_k/b_0 - \sigma'_l/b_0 = \{m' + \sigma'_k/b_0\} - Q_l$	$m' = 20,000$ und $9,000$
f für blau	$P^b/b_0 = m_b/\mu_3 + \sigma_{bk}/b_0 - \sigma_{bl}/b_0 = \{m_b/\mu_3 + \sigma_{bk}/b_0 + \Delta^b/b_0\} - Q_l$	$m_b/\mu_3 = 20,475$ und $8,902$

Es ergibt sich demgemäß bei Berücksichtigung der Werte der σ und Δ aus 2. in halben grünen Wellen:

	Nr. 178	Nr. 179	Nr. 180	Nr. 181	Nr. 182	Nr. 183	Nr. 184	Nr. 185	
f $\left\{ \begin{array}{l} \text{in rot} \\ \text{grün} \\ \text{blau} \end{array} \right.$	20,168	-0,035	20,120	-0,035	8,805	-0,244	8,813	-0,220	Reduktionsfaktoren: 20° $\left\{ \begin{array}{l} 0,242 \lambda/2 \\ 0,251 \lambda/2 \\ 0,262 \lambda/2 \end{array} \right.$ bei 56° macht 1° aus 100°
	20,165	„	20,118	„	8,824	„	8,871	„	
	20,127	„	20,102	„	8,839	„	8,871	„	
Mittel bei	$\left\{ \begin{array}{l} 20,155 \\ 99,75^\circ \end{array} \right.$	$\left\{ \begin{array}{l} -0,035 \\ 19,46^\circ \end{array} \right.$	$\left\{ \begin{array}{l} 20,113 \\ 99,86^\circ \end{array} \right.$	$\left\{ \begin{array}{l} -0,035 \\ 19,83^\circ \end{array} \right.$	$\left\{ \begin{array}{l} 8,823 \\ 55,80^\circ \end{array} \right.$	$\left\{ \begin{array}{l} -0,244 \\ 19,01^\circ \end{array} \right.$	$\left\{ \begin{array}{l} 8,852 \\ 56,13^\circ \end{array} \right.$	$\left\{ \begin{array}{l} -0,220 \\ 19,27^\circ \end{array} \right.$	
reduziert auf	$\left\{ \begin{array}{l} 20,221 \\ 100^\circ \end{array} \right.$	$\left\{ \begin{array}{l} +0,096 \\ 20^\circ \end{array} \right.$	$\left\{ \begin{array}{l} 20,150 \\ 100^\circ \end{array} \right.$	$\left\{ \begin{array}{l} +0,006 \\ 20^\circ \end{array} \right.$	$\left\{ \begin{array}{l} 8,873 \\ 56^\circ \end{array} \right.$	$\left\{ \begin{array}{l} -0,004 \\ 20^\circ \end{array} \right.$	$\left\{ \begin{array}{l} 8,819 \\ 56^\circ \end{array} \right.$	$\left\{ \begin{array}{l} -0,043 \\ 20^\circ \end{array} \right.$	

4. Reduktion der Dicke der Luftschicht auf 0° und 760 mm, sowie Berechnung der Ausdehnung.

Vorbemerkung: Ist d die aus den Angaben des Dickenmessers abgeleitete Dicke der Luftschicht zwischen Objekt und Deckglasplatte in mm, T und B die berichtigten Angaben des Thermometers und Barometers, dann sind die in Einheiten der grünen Streifenbreiten ausgedrückten Abstände um den Betrag $w = d \cdot k = d(\psi + \psi')$ zu vergrößern. Dabei ist entsprechend den Ableitungen von Pulfrich $\psi = \frac{T \cdot B}{(1 + T/273) \cdot 760} [7,5990 - 10]$;

$\psi' = - (B - 760) [7,1535 - 10]$ (ZS. Instr. 13, 456). $[7,5990 - 10] = \log \left[\frac{2(n-1)\alpha}{\lambda} \right]$; $[7,1535 - 10] = \log \left[\frac{2(n-1)}{\lambda \cdot 760} \right]$ Der Einfluß des Barometers ist wesentlich in ψ' bemerkbar.

1) Die sämtlichen durch b_0 dividierten Werte sind mit 1000 multipliziert.

Zur Vereinfachung ist für die in Frage kommenden kleinen Luftdicken eine Tabelle der k aufgestellt.

$\frac{B}{T}$	720	730	740	750	760	770	780	790
0°	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
10	0,09	0,08	0,07	0,05	0,04	0,03	0,01	0,00
20	0,13	0,11	0,10	0,09	0,07	0,06	0,05	0,03
30	0,16	0,15	0,13	0,12	0,11	0,10	0,08	0,07
40	0,19	0,18	0,16	0,15	0,14	0,13	0,11	0,10
50	0,22	0,20	0,19	0,18	0,17	0,16	0,14	0,13
60	0,24	0,23	0,22	0,21	0,20	0,18	0,17	0,16
70	0,27	0,26	0,24	0,23	0,22	0,21	0,20	0,19
80	0,29	0,28	0,27	0,26	0,25	0,24	0,22	0,21
90	0,31	0,30	0,29	0,28	0,27	0,26	0,25	0,24
100	0,33	0,32	0,31	0,30	0,29	0,28	0,27	0,26

Nach Anbringung dieser Korrektur erhält man die relative Ausdehnung (L) des Körpers gegen den Quarzring von 10082μ Höhe (bei 16°) zunächst in grünen Wellenlängen und dann in μ . Die absolute Ausdehnung A ergibt sich nach Berücksichtigung der Quarzausdehnung Q . Diese ist im Mittel der Ergebnisse von Benoît und Scheel nach der Formel berechnet worden:

$$Q_T = Q_0 + Q_0 \{ 7,1525 \cdot 10^{-6} T + 0,00808 \cdot 10^{-6} T^2 \}.$$

Danach nimmt unser Ring beim Abkühlen von 56° auf 20° um $2,819 \mu$ und von 100° auf 20° um $6,551 \mu$ ab.

Es ergibt sich so

	100°	20°	100°	20°	56°	20°	56°	20°
f	20,221	0,096	20,150	0,006	8,873	-0,004	8,819	-0,043
$+ kd$	0,006	0,001	0,006	0,002	0,004	0,001	0,004	0,001
L in $\lambda/2$	+ 20,130		+ 20,148		+ 8,880		+ 8,865	
L in μ	+ 5,496		+ 5,502		+ 2,425		+ 2,421	
Q in μ	- 6,551		- 6,551		- 2,819		- 2,819	
A in μ	1,055		1,049		0,394		0,398	
für 10065μ								
A für 1° und 1 m	1,310 μ		1,303 μ		1,087 μ		1,098 μ	
bei	60°		60°		38°		38°	

Die Ausdehnung der untergelegten Folien ist hier zu vernachlässigen.

4. Genauigkeit der Beobachtungen und Fehlerquellen.

Die Genauigkeit der Einstellung hängt wesentlich ab von der Gestalt der reflektierenden Flächen. Die von Zeiß zu dem Apparat gelieferten Deck- und Grundplatten geben über die ganze Fläche hin gerade Interferenzstreifen in gleichmäßigem Abstand. Anders ist es aber bei den Objekten. Von ähnlicher unregelmäßiger Beschaffenheit wie der als Beispiel oben behandelte Nickelstahlkörper waren noch einige andere Objekte, welche eine relativ kleine Oberfläche besaßen und welche daher nicht ohne umständliche Bearbeitung die für Interferenzen genügende Planheit erhalten können. Bei diesen traten keine geraden Streifen mehr auf; die Streifen waren meist stark gekrümmt und hatten ungleichmäßigen Abstand. Trotzdem war es stets möglich, auf 0,1 Streifenbreite sicher die Lage des Scheibchens gegen den Schwerpunkt des Streifensystems zu bestimmen; im Mittel der ganzen, 6 solche Bestimmungen umfassenden Reihe war die Einstellung noch erheblich genauer: Da infolge der Benutzung von 3 Farben kein Zweifel über die Zahl der bei der Temperaturänderung gewanderten Streifen bestand, wurde selbst bei ungünstigen

Objekten ohne Häufung der Beobachtungen und ohne besondere Vorsichtsmaßregeln die Ausdehnung auf weniger als $0,02 \mu$ (für einen Grad Temperaturdifferenz bei einer Länge von einem Meter) sicher, wie der Vergleich der Resultate von zwei dasselbe Intervall umfassenden Versuchen zeigt. Für eine mittlere Temperaturdifferenz von 50° entspricht diese Übereinstimmung von $0,02 \mu$ für ein Meterintervall mit Rücksicht auf die Einstellung an beiden Enden einer Einstellung auf $\frac{1}{2} \mu$; also für unsere Objekte von nur 10 mm Höhe einer Einstellung der Streifen auf $0,005 \mu$. Dem entspricht im grünen Licht ein Abstand von nur $\frac{1}{50}$ Streifenbreite.

Eine solche Genauigkeit steht kaum zurück hinter derjenigen, welche bei den besten Einrichtungen zum Messen von Längen durch direkte mikroskopische Einstellung von Strichen, also z. B. bei den Komparatoren in Breteuil oder unserm neuen großen Komparator durch angemessene Häufung der Beobachtungen zu erreichen ist. Bei unserem Komparator, der Objektive mit $3\frac{1}{2}$ facher Vergrößerung (insgesamt 60fache Vergrößerung) und einer Apertur von 0,1 besitzt, sind Längen von einem Meter miteinander bis auf etwa $\pm 0,2 \mu$ zu vergleichen.

Es fragt sich nun allerdings, ob die so ermittelte Ausdehnung bis zu dem angegebenen Betrage von $0,02 \mu$ auch die wirkliche Ausdehnung des Objektes darstellt und nicht durch systematische Fehlerquellen entstellt ist. Eine systematische Unsicherheit ist nun in der Tat dadurch hervorgerufen, daß der Ausgangspunkt der Beobachtungen: die Lage des Streifensystems gegen das Scheibchen bei Zimmertemperatur ($16-20^\circ$) sich langsam in gleichem Sinne während der ganzen Versuchsreihe verändern kann. Das Scheibchen „kriecht“. Bei unserm Beispiel oben finden wir diese Nullage zu $+ 0,096$ (Nr. 179); zu $+ 0,006$ (Nr. 181); $- 0,004$ (Nr. 183); $- 0,043$ (Nr. 185) gemessen in $\lambda/2$ ($0,273 \mu$), dem relativen Maß des Abstandes der Linien des grünen Quecksilberlichtes, der in der Regel gemäß dem Gefälle des Keils, an dem die Interferenzen entstehen, $1\frac{1}{2}$ mm gleich zu setzen ist. Meist waren diese Verschiebungen v noch erheblich größer, selbst wenn vor dem Beginn der Beobachtungen das System öfters auf 100° erhitzt war. Es sind Lagenänderungen der Streifen gegen das Scheibchen von 0,3 Teilen des oben erwähnten Abstandes (entsprechend $\frac{1}{2}$ mm wirklicher Verschiebung) nicht allzu selten bemerkt worden. Das Scheibchen selbst dürfte überwiegend an diesen scheinbaren Bewegungen keinen Anteil haben¹⁾. Bereits beim Zusammensetzen werden (siehe den Abschnitt: Justierung) die Teile unter Druck mit starker Reibung aufeinander gepreßt. Dann ist aber auch ihre Bewegung durch das Festhaften (Ansaugung) nach der ersten Erwärmung, durch die zwischengelegten Metallblättchen und durch

¹⁾ Die Lage des Scheibchens O gegen die Fäden des Mikrometers ist vielfach gerade bei erheblichen Verschiebungen v ungeändert. Etwaige Verrückungen von O lassen sich auf die durch die Anwärkung bedingten Lagenänderungen des Dreifußes gegen den optischen Apparatenteil zurückführen, zumal da sie meist nach der Abkühlung bemerkbar sind. Zu berücksichtigen ist auch, daß durch die unkontrollierbaren Schwankungen in der Beleuchtung, deren Stärke von der Art der Entladung abhängt, das Scheibchen seinen scheinbaren Ort erheblich (bis zu 10 partes) verändern kann.

den nach den Erfahrungen von Prof. Scheel¹⁾ auf die Deckplatte aufgelegten Belastungsring gehemmt.

Die Verschiebung v war erheblicher, wenn der Dampf in starkem Strahl in den noch kalten Mantel der Interferenzkammer einströmte. Es fand aber auch bei jeder Anwärmung dieses Mantels durch den Dampf der Heizflüssigkeit wegen des schroffen Temperaturwechsels der Wände eine einseitige Beeinflussung statt durch Ausbildung nur langsam sich im Interferenzsystem ausgleichender Temperaturdifferenzen. Diese können innere Spannungen der Körper zur Folge haben. An den Berührungsflächen werden durch die inneren Spannungen gegenseitige Zugkräfte ausgelöst, sei es nun wegen der verschiedenen Wärmeleitung und der verschiedenen Ausdehnungsfähigkeit der einzelnen Teile oder wegen der nicht vollkommen symmetrischen Anordnung gegen die Kammerwände. Auch an den freien Oberflächen führt die Temperaturdifferenz in der Oberfläche beim Beginn des Dampfdurchtritts zu Spannungen, die durch die zeitweilige Krümmung der Interferenzstreifen als Krümmungen der Oberfläche zu erkennen sind.

Diese einseitigen Beeinflussungen, diese Oberflächenspannungen brauchen nicht notwendig horizontale Verschiebungen der Teile des Systems zu bewirken. Man kann sich vielmehr vorstellen, daß durch die vorhergehende Behandlung die Teile bereits einen so festen Zusammenhang bekommen haben, daß die durch die Temperaturdifferenzen in den Körpern hervorgerufenen Verschiebungskräfte nicht genügen, ein Gleiten der Teile aufeinander zu bewirken. Der Druck²⁾ auf die Deck- oder Grundfläche ist dann auf der ganzen Fläche nicht mehr gleich. Ring und Objekt werden an einer Seite mehr angepreßt als an der andern. Bei der Temperaturänderung wird, ohne daß das Objekt in seiner Gestalt verändert wird, durch eine Änderung der Druckverteilung ein Kippen der Deckplatte und damit eine Änderung der Dicke der Luftschicht möglich und zwar ebensogut eine Zunahme, wie eine Abnahme, manchmal auch eine durch die Änderung der Streifenbreite bemerkbare Drehung des Keils. Dieser Fall war nur selten und meist nur nach zu heftigem Ansieden zu bemerken. Die bloße Drehung des Keils verursachte keine Verschiebung des Streifensystems gegen das Scheibchen.

Diesen möglichen Druckänderungen entsprechen, wie sich aus der Verschiebung des Scheibchens berechnet, Höhenänderungen des Keils im Betrage von nur etwa $0,1 \mu$. Solche Änderungen können sich auch ohne weiteres bei gewöhnlicher Temperatur allmählich einstellen. Man beobachtet sie z. B., wenn man 2 Spiegelglas-

¹⁾ Abhandl. P. T. R. 4 42.

²⁾ Maßgebend für die Größe der Drucke und inneren Spannungen ist außer der Ausdehnung und Elastizität des Materials wesentlich die Geschwindigkeit, mit der sich in den verschiedenen Zonen des Objektes beim Anwärmen oder Abkühlen die Temperatur ändert (siehe E. Heyn: Stahl u. Eisen 27 1315, 1347, 1907). Es genügen unter Umständen relativ kleine Temperatursprünge, um in den Versuchsstücken dauernde Deformationen, ja sogar Risse hervorzurufen, indem die Elastizitätsgrenze überschritten wird.

platten so aufeinander aufschiebt, daß Farbenringe entstehen, und die Platten dann ruhig liegen läßt.

Scheinbare Verschiebungen des Scheibchens können auch mitten in der Reihe vorkommen. Wir sahen z. B. beim Quarz ein langsames, äußerst geringes Kriechen des Streifensystems; es wurde aber plötzlich stärker, als durch besondere Umstände Alkoholdampf im Vollstrom, ohne vorgeschalteten Lampenwiderstand in den Mantel eingeführt und die Erwärmungsperiode vor Erreichung des Temperaturgleichgewichts stark abgekürzt werden mußte. Jede solche Abkürzung bedingt stets in der Reihe einen Sprung; z. B. finde ich bei Versuchsperiode Nr. 12/17 nach Erwärmung die Lage l des Scheibchens gegen das System zu $+0,347$, darauf nach Erwärmung auf 56° mit geringer Verschiebung zu $+0,256$. Jetzt, nach schneller Anwärmung auf 100° , ergibt sich l zu $+0,064$, entsprechend einer Verschiebung um $0,2 \lambda/2$.

Beim Quarz (Nr. 40/63) ist

$l =$	1,404	1,320	1,368	1,264	1,299	1,304	1,300	1,273	1,274	1,080	1,143
nach Erwärmung auf	100°	100°	100°	56°	56°	34°	34°	64°	64°	80°	80°

Eine ähnliche Verschiebung, wie in diesem Falle bei 80° , ist in Versuchsreihe Nr. 152/161 (Nickelstahl der Ausdehnung 8μ) zu bemerken. Der anfängliche Wert von l ($-0,378$) wird durch Erwärmung auf 100° in $-0,075$ verändert; hier haben alle Teile des Systems nahezu die gleiche Ausdehnung. Bei dem entsprechenden Versuchskörper (Reihe 144/151 und 103/108) war l bemerkenswert konstant. Es wurde gefunden $= 0,354$ (nach 56°); $0,338$ (56°); $0,346$ (34°); $0,334$ (34°) und $0,402$ (100°); $0,362$ (100°); $0,371$ (56°).

Die Verschiebung v beim Anwärmen durch Wasserdampf erreichte meist den dreifachen Betrag der Verschiebung durch Acetondampf. Die Richtung der Verschiebung konnte in beiden Fällen verschieden sein.

Diese Wanderungen wurden ganz unregelmäßig bei Körpern, die Nachwirkungserscheinungen durch starke Temperaturänderungen erfahren können. Die dadurch bedingten bleibenden Änderungen sind um so größer, je schroffer die Temperaturübergänge sind. In erster Linie traten dauernde Längenänderungen des Objekts auf. Dazu kam häufig eine Änderung in der Spannung an der Oberfläche der Körper. Die Oberfläche krümmte sich, wie man an der Form, Änderung und Abstandsänderung der Interferenzstreifen ersah. Doch war aber bei solchen Körpern entweder gar keine oder eine abnorm große Verschiebung v zu bemerken.

Zu diesen Stoffen mit thermischer Nachwirkung¹⁾ gehören einige hier untersuchte Messing- und Bronzelegierungen, sowie die Nickelstähle von niederer Aus-

¹⁾ Thermische Nachwirkung wurde zuerst für Zinkstäbe auf Grund von Beobachtungen an den Besselschen Doppeltoisen von v. Baeyer aufgefunden (vgl. die Arbeiten von Comstock, Börsch und Heinemann — Anhang). Es blieb z. B. eine Verlängerung von 17μ auf 1 m , als ein Stab von -20° auf $+20^\circ$ erwärmt und dann langsam abgekühlt wurde. Ähnliche langsam oder gar

dehnung¹⁾. Aus den Beobachtungen an letzteren seien zunächst einige Resultate herausgegriffen. Es handelte sich um Probestücke, die aus dem Guß stammen, der zur Herstellung des 4-Meterstabes der N. E. K. von H-förmigem Querschnitt gedient hatte²⁾. Dieser französische Stahl besitzt eine Ausdehnung von etwa $1,6 \mu$ für einen Grad und ein Meter. Die Stücke waren nicht getempert³⁾. Durch den mit den Versuchen notwendig verknüpften Wechsel von Erwärmung und Abkühlung trat aber von selbst etwas Temperung ein. Die Verschiebung des Scheibchens ist, wie die Werte von l zeigen, sehr unregelmäßig.

a) Versuch 194/205 $l =$ nach Erwärmung auf	0,358 100°	0,285 100°	0,285 56°	0,272 56°	0,220 34°	0,201 34°		
b) Versuch 222/225 $l =$ nach Erwärmung auf	0,444 100°	0,351 100°	0,394 56°	{0,366 56°	0,394 —	0,412} ⁴⁾ —	0,432 34°	0,436 34°
c) Versuch 252/267 $l =$ nach Erwärmung auf	0,338 100°	0,291 100°	0,158 78°	0,113 78°	0,059 56°	0,030 56°	—0,010 34°	—0,014 34°
d) Versuch 268/283 $l =$ nach Erwärmung auf	0,359 100°	0,264 100°	0,117 65°	0,071 78°	0,013 78°	—0,020 56°	—0,054 56°	—0,047 34°

nicht zurückgehende Längenänderungen sind (an Längen- und Hohlmaßen) nachgewiesen bei Eisen (Erhitzen auf Rotglut), bei gehärtetem Stahl, bei Messing, das reich an Zink ist. Daher können sich infolge Rückgangs der Nachwirkung durch den Guß im Laufe eines Jahres Messingstäbe um $2-3 \mu$ verkürzen. Bronzen mit weniger Zink, aber viel Zinn oder Aluminium zeigen die Erscheinung meist nicht so stark, doch ist sie selbst bei einer 98% Kupfer enthaltenden Phosphorbronze noch merklich. Über die Einzelheiten siehe die Arbeiten von Mathiessen, Glatzel, Le Chatelier, Benoît, N. E. K. (im Anhang). Fast alle Metalle zeigen, wenn auch weniger stark ausgeprägt, solche Nachwirkung, z. B. geben Platin und die zu elektrischen Widerständen und Widerstandsthermometern verwendeten Materialien nach dem Erwärmen merkliche Unterschiede im Widerstandswert (gemäß Untersuchungen von Callendar, Chappuis und Harker).

Am bekanntesten sind die Erscheinungen am Glas, hier sind sie die Ursache der Depression der Thermometer (vgl. die Arbeiten von Mathiessen, Pernet, Weber, Wiebe, Weidmann, Guillaume, Marchis, Baudin — Anhang).

Am Fizeauschen Dilatometer hat Benoît sie für Bronze- und Messingobjekte nachgewiesen; siehe Trav. Mem. Bur. Intern. **6** 113, 182, 1888; vgl. Guillaume: Prov. Verb. Bur. Intern. **17** 153, 1892.

¹⁾ Für Nickelstahl kommen wesentlich die Arbeiten von Guillaume in Betracht: z. B. Recherches sur le Nickel (Paris 1898); Bull. Soc. d'Encourag. **97** 260, 1898; C. R. **124** 176, 752, 1897; **129** 155, 1899.

²⁾ Vgl. die Arbeit von Dr. Thomas in diesem Heft.

³⁾ Durch künstliche Alterung oder Temperung (längeres Erhitzen und langsames Abkühlen in vielfach wiederholter zyklischer Anordnung) sowie durch häufiges Anlassen kann der Zwangszustand der Nachwirkung erheblich verkleinert werden. Dieser ist wesentlich abhängig von der mechanischen Bearbeitung, da er besonders bei gezogenen und gehärteten Materialien vorhanden ist. Alle Maßnahmen, welche die durch die Bearbeitung hervorgerufene molekulare Umwandlung (Bildung allotroper Modifikationen, Übergang von amorpher in krystallinische Struktur) begünstigen, vermindern die Nachwirkung. Diese ist um so geringer, je elastischer und weicher das Material ist. Daher ist weicher Stahl fast frei davon. Bei Bildung neuer Verbindungen wie bei der Erwärmung von gehärtetem Stahl kann als Nachwirkung eine bleibende Verkürzung bemerkbar sein. Durch ständige Erschütterungen kann die für Beseitigung der Nachwirkung erforderliche Umlagerung erheblich beschleunigt werden, wie z. B. beim Nickelstahl. Vgl. S. 47.

⁴⁾ Zur Feststellung, ob Nachwirkung vorhanden, wurde l für Zimmertemperatur mehrere Tage hintereinander gemessen, ohne daß eine neue Erwärmung inzwischen stattfand. Es ist aber keine Änderung zu erkennen.

Auch Nickelstahl aus deutschem Material von 1μ Ausdehnung zeigt das gleiche unregelmäßige, durch Zufälligkeiten beherrschte Verhalten. Bei einer Reihe kann eine ganz erhebliche Änderung von l eintreten, bei einer zweiten mit dem gleichen Material dagegen keine.

a) Versuch Nr. 111/123	$l =$	—0,082	+0,128	+0,189	+0,016	—0,117	—0,214
	Erwärmung auf	100°	100°	100°	56°	56°	56°
b) Versuch Nr. 128/135	$l =$	—0,648	—0,725	—0,649	—0,634		
	Erwärmung auf	100°	100°	56°	56°		

Zur Erläuterung des Verhaltens von bronzeartigen Legierungen seien die Ergebnisse für die Reihe 76—96 angeführt.

a) Versuch Nr. 76/81	$l =$	+0,564	+0,374	+0,447
	Körper <i>MM</i>	100°	100°	56°
b) Versuch Nr. 84/90	$l =$	+0,081	—0,004	—0,007
	Körper <i>MB</i>	100°	56°	56°
c) Versuch Nr. 91/96	$l =$	—0,936	—0,957	—0,864
	Körper <i>ML</i>	100°	100°	56°

Naturgemäß kann man bei derartigen Substanzen nicht erwarten, daß die Fizeausche Methode, deren Zuverlässigkeit auf der Annahme der Konstanz der Lage des Scheibchens bei Rückkehr zur Ausgangstemperatur beruht, hier eindeutige Resultate gibt¹⁾. Die Wanderung des Nullpunktes, die mit der Methode selbst unvermeidlich verknüpft ist, wird von den Wanderungen durch die Nachwirkungserscheinungen nicht getrennt werden können. Immerhin ist doch die Übereinstimmung zwischen 2 Reihen, die die gleiche Temperaturdifferenz umfassen, eine mehr als hinreichende, sobald man so verfährt, daß man nur die Beobachtung bei höherer mit der unmittelbar folgenden bei niedriger Temperatur zusammenfaßt und daraus die Ausdehnung berechnet. In dieser Berechnung steckt die Annahme, daß beim Anwärmen eine mehr oder weniger beträchtliche Lagenänderung des Scheibchens gegen die Streifen auftritt, sei es nun durch Änderung des Auflagedruckes, sei es infolge der Nachwirkung; daß dagegen bei der Abkühlung der Nullpunkt durchaus unbeeinflusst bleibt, indem einseitige Temperaturdifferenzen bei dem allmählich sich vollziehenden Ausgleich mit der Umgebung sich nicht bemerkbar machen werden.

Gegenüber der Unsicherheit, welche durch die Erscheinung des Kriechens der Streifen in die Ausdehnungsbestimmungen hineingetragen wird, verschwindet die Beeinflussung durch die Ungenauigkeiten in der Temperaturbestimmung. Man darf annehmen, daß die für Berechnung der Ausdehnung in Frage kommende

¹⁾ Das hat Benoît in seiner großen Arbeit (Trav. Mem. Bur. Intern. 6 113, 166/171, 182) wiederholt betont.

Temperaturdifferenz nur etwa $\frac{1}{10}$ Grad¹⁾ falsch ermittelt werden kann. Dieser Betrag setzt sich zusammen aus der Unsicherheit in den Bestimmungen der Fehler der Thermometer, der Korrektur wegen des herausragenden Fadens, sowie aus der Unsicherheit infolge eines Restes von Schichtung im Innern der Interferenzkammer und schließlich aus den Abweichungen der Temperatur bei den einzelnen Stücken des Interferenzsystems. Selbst nach sehr lang andauernder Erwärmung dürften wohl noch wegen der großen Unterschiede in der Wärmeleitfähigkeit und dem Strahlungsvermögen der fraglichen Teile Differenzen bestehen bleiben, die in die Hundertel Grad gehen.

Mit der Unsicherheit von $\frac{1}{10}^\circ$ kommt man stets aus. Für die Ermittlung von Ausdehnungen für rein technische Zwecke, wo die Kenntnis der Ausdehnung auf vielleicht 5% gefordert wird, ist diese Unsicherheit überhaupt vollkommen zu vernachlässigen. Aber selbst für die feinsten Untersuchungen, bei denen man den Wert der Ausdehnung auf $\frac{1}{1000}$ ermitteln möchte, fällt er noch nicht stark ins Gewicht. Als gewöhnliches Temperaturintervall, in dem die Messungen stattfinden, kamen 84° ($16-100^\circ$) in Frage. Hier bedeutet die mögliche Genauigkeit von $\frac{1}{10}$ für die hohe Temperatur eine Unsicherheit von $\frac{1}{800}$ in der Temperaturdifferenz und damit in der Ausdehnung. Den Gang der Ausdehnung legt man aber stets durch eine größere Zahl von Zwischenpunkten fest, wobei dann die Ausdehnung selbst durch Ausgleichung der Resultate berechnet wird. Man kann dabei aber stets annehmen, daß sich die Unsicherheiten in ihrer Wirkung gegenseitig aufheben, wie es auch tatsächlich die Messungen am Quarzring lehren.

Mehr als $\frac{1}{1000}$ der Ausdehnung zu ermitteln hat kaum Zweck. Selbst die homogensten Materialien geben in verschiedenen Stücken Differenzen in der Ausdehnung, die weit größer sind als $\frac{1}{1000}$ — man vergleiche die Resultate der Ausdehnungen der Platiniridiummeter untereinander²⁾. Der Ausdehnungskoeffizient wird daher in diesen Grenzen bereits nur noch von individueller Bedeutung sein und nur bei besonderen Anforderungen, wie bei den Prototypmetern und ihren Kopien, wird diese Ermittlung überhaupt in Frage kommen.

Der Wert von $\frac{1}{1000}$ ist auch in der Tat die Grenze der Genauigkeit, welche bei den besten Ausdehnungsbestimmungen an Stäben erreichbar ist. Bei einer Aus-

¹⁾ Einen Anhalt dafür gewährt die im folgenden ausführlich behandelte Quarzausdehnung. Der gefundene Wert weicht von der berechneten Ausdehnung, welche aus den vereinigten Benoit-Scheelschen Resultaten abgeleitet ist, nur um Beträge ab, welche einer derartig geringen Temperaturunsicherheit entsprechen. Das Ergebnis ist überaus günstig im Hinblick auf die Richtigkeit und Sicherheit der Temperaturbestimmung.

²⁾ Trav. Mem. Bur. Intern. **10** B. 40, 1899. Das Maximum der Ausdehnung (für 0°) beträgt $8,674 \mu$ für 1° und 1 m (Stab Nr. 29), das Minimum $8,632 \mu$ (Stab Nr. 4). Die Differenz beträgt also bereits $\frac{5}{1000}$. Die gleiche zusammengesetzte Legierung von 1874 gibt noch größere Differenzen: $8,605$ bis $8,695$ (Trav. Mem. Bur. Intern. **6** 190), also $\frac{1}{100}$ des Wertes; gemessen an kleinen Objekten; die Stäbe geben direkt $8,63 \mu$. Der Einfluß der Bearbeitung zeigt sich darin, daß der von Benoit benutzte Dreifuß aus Platiniridium nur die Ausdehnung $8,60 \mu$ besitzt. Das Material ist der Matheysche Guß, der auch für die Prototype benutzt ist.

dehnung von 10μ für 1° und 1 m müßte bei $1/1000$ Genauigkeit $0,01 \mu$ gesichert sein. Das läßt sich eben erreichen, wenn man bei einer Reihe von Punkten in dem zur Verfügung stehenden Intervall von 40° beobachtet und die Einstellungen auf $0,2 \mu$ sicher werden. Die Temperatur läßt sich, selbst wenn man die Stäbe in so vollkommenen Luftbädern untersucht, wie es die vom Mechaniker Reichel in Gemeinschaft mit Dr. Kösters entworfenen elektrisch geheizten Tröge unseres großen Komparators sind, auf $+ 0,05^\circ$ feststellen. Auch bei Bädern, die ein Einlegen der Stäbe in temperiertes Wasser gestatten, kann man bei der großen seitlichen Erstreckung der Bäder nicht weiter kommen.

Eine bisher wenig hervorgetretene Fehlerquelle für die Ermittlung der Ausdehnung bildet die Verspannung der Oberfläche¹⁾, welche durch Änderungen der Eigenschaften der Walz-, Guß- oder Politurhaut beim Erwärmen bedingt ist. Diesen mit Krümmungen der Oberfläche verbundenen Änderungen entsprechen Änderungen in der Form der Streifen. Sie sind den für die Messungen am Komparator so unangenehmen Biegungen der Stäbe analog. Vorübergehend sind sie bei einigen Stahlproben aufgetreten. Bei Substanzen mit thermischer Nachwirkung¹⁾ bleiben diese Krümmungen erhalten. Charakteristisch verhielt sich in dieser Beziehung eine Nickelstahlprobe aus dem erwähnten Guß für den 4-Meterstab mit $1,6 \mu$ Ausdehnung. Einmal wurde sie untersucht, während sie noch eine ebene Grundplatte besaß. Da ergab sich ein sehr unregelmäßiger Verlauf des Ausdehnungskoeffizienten: $1,37$ bei $26\frac{1}{2}^\circ$, $1,17$ bei $37\frac{1}{2}^\circ$, $1,54$ bei $48\frac{1}{2}^\circ$ und $1,51$ bei $59\frac{1}{2}^\circ$.

Dann wurde die eine Fläche bis auf 3 kleine Füße fortgedreht. Durch diese Zerschneidung der gespannten Oberflächenhaut verschwand, wie man stets bei gespannten Substanzen bemerken kann, die Spannung, und es verwandelten sich die vorher stark gekrümmten Streifen in gerade Linien, so daß nunmehr die Ausdehnung regelmäßig wurde. Für technische Untersuchungen ist aber, sobald es sich nur um Feststellung der Größenordnung handelt, auch diese Unregelmäßigkeit ohne Belang.

Wenig beachtet worden hinsichtlich des Einflusses auf den Ausdehnungskoeffizienten ist bisher die Änderung der Dicke der adsorbierten Gasschicht. Bei höherer Temperatur ist die Dicke dieser Schicht, in welcher die Luft unter sehr großem Druck steht, stets kleiner, als bei niederem. Der größeren Dicke entspricht auch die größere Luftdichte. Man hat nun stets an die gemessene Streifenverschiebung f eine Korrektur $k \cdot d$ anzubringen, welche die Luft auf gleiche Dichte reduziert. Dieses geschieht bei Reduktion aufs Vakuum nach der Formel:

$$f' = - \frac{2(n_0 - 1)}{\lambda} \cdot d \left\{ \frac{B}{760(1 + at)} \right\}^2.$$

¹⁾ Über diese ist bereits das meiste bei der Erörterung der Ursachen der Verschiebung des Streifensystems gesagt worden. Vgl. S. 25 und 26.

²⁾ Scheel: Abhandl. P. T. R. 4 46.

Wir nehmen schätzungsweise an, daß beim Erwärmen auf 100° eine 1μ dicke, unter 100 Atmosphären stehende Luftschicht oder also eine $0,1 \text{ mm}$ dicke Schicht von einer Atmosphäre Druck verschwindet. Für $\lambda/2$ ist etwa $0,3 \mu$; für d : 100μ ; für $\frac{B}{760(1 + \alpha t)}$: 1 und für $n_0 - 1$: $0,0003$ einzusetzen, so folgt f' zu $0,1$ Streifenbreiten (auf vielleicht 25 Streifen). Der Einfluß dürfte also nur ein geringer sein, und zwar ist wohl anzunehmen, daß durch diese Vernachlässigung die Ausdehnung des Normals zu klein gefunden wird. Den Einfluß könnte man aber nur feststellen, wenn die gleiche Substanz einmal im Vakuum und dann in verschiedenen Gasen, deren Brechungsexponenten auf andere Weise genau ermittelt sein müßten, im gleichen Intervall untersucht wird. Das ist bisher noch nicht geschehen. Benoit¹⁾ hat zwar die Ausdehnung seines Normals, eines Dreifußes aus Platiniridium, im Vakuum und in Luft bis 80° sehr ausführlich beobachtet; er hat aber aus diesen Beobachtungen gerade den Brechungsexponenten der Luft mit größter Genauigkeit abzuleiten gesucht.

Unter Annahme des im Vakuum ermittelten Ausdehnungskoeffizienten hat er dann durch relativen Vergleich für die zahlreichen, von ihm untersuchten Objekte die Ausdehnung festgestellt. Zu diesen Objekten gehört auch ein Quarzstück. Da nun dessen Ausdehnung mit der von Scheel auf ganz anderem Wege für ein Stück anderer Herkunft durch Bestimmungen in der Luft²⁾ erhaltenen identisch ist, darf man wohl annehmen, daß die Adsorption³⁾ ohne Bedeutung ist. Immerhin ist es aber noch möglich, daß diese Übereinstimmung ein Zufall ist, da es für Quarz nicht allgemein zutrifft, daß seine Ausdehnung bis auf $1/1000$, unabhängig von den Eigenschaften des betreffenden Stückes, constant ist (siehe den Schluß des nächsten Absatzes).

Zur Entscheidung der Frage, ob beim Quarz ein Einfluß der Adsorption vorhanden ist, reichen die vergleichenden Versuche von Scheel⁴⁾ über die Ausdehnung des Ringes der P. T. R. im Vakuum und in verschiedenen Gasen nicht aus, da auch sie zur Ermittlung der Brechungsexponenten zwischen -190° und $+16^\circ$ dienen mußten. Es ergab sich nur, daß man die aus Beobachtungen in Luft mit bekanntem Brechungsexponenten abgeleitete Ausdehnungsformel, welche für das Intervall $+16^\circ$ bis $+100^\circ$ gültig ist, nicht bis -190° extrapolieren durfte. Sie ergab eine Verlängerung (für 1° und 1 m) zwischen -190° und $+16^\circ$ von 1179μ , während tatsächlich 1074μ bzw. 1069μ für den von Reimerdes früher benutzten

1) Trav. Mem. Bur. Intern. **6** 106, 1888.

2) Unter Annahme des Brechungsexponenten von Kaiser und Runge.

3) Eine einwandfreie Feststellung bezüglich Adsorption erhält man, wenn der Brechungsexponent von Gasen aus Vergleichen in Gas und im Vakuum bei sehr verschiedener Dicke der wirksamen Interferenzschicht abgeleitet wird. Bei größerer Schichtdicke muß offenbar eine Adsorptionsschicht weniger ins Gewicht fallen, als bei kleinerer.

4) Verhandl. Phys. Ges. **9** 3, 23, 1907.

Ring¹⁾ gefunden wurde. Viel genauer stimmt aber die aus den Vakuumbeobachtungen über ein 200° großes Intervall abgeleitete Formel bei ihrer Extrapolation auf höhere Temperaturen: für 16°–56° berechnet sich 306 μ (gegen 309 μ^2) abgeleitet aus den Beobachtungen in Luft für den Ring der P. T. R.) und für 16–100° 681 μ (gegen 679,5 μ^2).

Der Einfluß der Adsorption muß ganz herausfallen beim Vergleich von anderen Substanzen, sei es mit Quarz, sei es mit Platiniridium, wie bei Benoît's Versuchen. Man darf voraussetzen, daß sich für alle Objekte die Dicke der adsorbierten Schicht im wesentlichen gleichmäßig mit der Temperatur ändert. Damit stimmt überein, daß die Ausdehnungswerte, welche an Probestücken von Stäben nach der Fizeauschen Methode gefunden werden, sich nur wenig unterscheiden von den Werten, welche durch Untersuchung der Stäbe selbst am Ausdehnungskomparator der N. E. K. erhalten wurden. So finden wir für ein Stück unseres Meterstabes M_9 aus weichem Stahl am Dilatometer die Werte 11,95 μ (Ausdehnungskoeffizient bei 36°) und 12,23 μ (bei 58°). Die aus Fundamentaluntersuchungen an dem großen Komparator mit den neuen Heiztrögen abgeleitete und für die betreffenden Temperaturen extrapolierte Formel³⁾ gibt in überraschender Übereinstimmung 11,96 μ und 12,19 μ .

Ferner sind in Breteuil zahlreiche Objekte aus Platiniridium gemessen worden, die meist von Stäben abgeschnitten waren, deren Ausdehnung direkt bestimmt ist. Ich führe einige Resultate⁴⁾, die sich auf Material aus der Matheyschen (Prototyp-)Legierung beziehen, für den Ausdehnungskoeffizienten ϵ_0 bei 0° und die Ausdehnung A zwischen 0° und 40° in μ an.

	Stab Type I		Stab Type II		Stab J_2		Prototyp	
	ϵ_0	A	ϵ_0	A	ϵ_0	A	Nr. 1 ϵ_0	Nr. 6 ϵ_0
direkt	8,603	347,5	8,569	347,2	8,595	345,8	8,657	8,593
Fizeau	8,615	348,1	8,593 98	347,5	8,575	346,8	8,632	8,608

Die Abweichungen sind kaum größer als die unvermeidlichen Versuchsfehler. Einen ähnlichen Vergleich gestattet eine Angabe von Scheel⁵⁾ über die Ausdehnung eines Stückes reinen Platins zwischen +16° und –183°. Direkt am Komparator gemessen, wurde eine Längenänderung (bezogen auf 1 m) von 1610 μ

¹⁾ Gemäß l. c. S. 16 und 17. Dieser Ring, an die P. T. R. geliehen, hat eine 1/2% kleinere Ausdehnung.

²⁾ Entsprechend der kleineren Ausdehnung des Rs.-Ringes 307,5 μ und 676 μ ; die Ausdehnung wird also bei 100° in Luft zu klein gefunden.

³⁾ Die Gleichung ist $M_9 = 1 \text{ m} - 202,2 \mu + 11,593 T + 0,00514 T^2$.

⁴⁾ Benoît: Trav. Mem. Bur. Intern. 6 181, 186; 7 C. 46.

⁵⁾ Verhandl. Phys. Ges. 9 449, 1907.

gefunden; nach der Fizeauschen Methode in Wasserstoff untersucht, 1603μ . Noch kleiner war der auf die gleiche Weise, aber an einem Stück anderer Herkunft, gemessene Wert, nämlich 1594μ .

C. Resultate.

I. Die Ausdehnung des Quarzringes.

Der Ring war so gelagert, daß unter demjenigen Fuß, welcher die größte Höhe besaß, 2 Aluminiumfolien und an gleicher Stelle zwischen Ring und Deckplatte eine Folie eingeschoben war. Die Wanderung des Streifensystems wurde bei den Temperaturen 100° , 80° , $63\frac{1}{2}^\circ$, $41\frac{1}{2}^\circ$ und 34° in einer ununterbrochenen Reihe festgestellt. Als Maß der Einstellungsgenauigkeit kann die Übereinstimmung angesehen werden, welche für die Streifenbreiten (b) in den verschiedenen Farben des Quecksilberlichtes erzielt wurde. Die folgende Tabelle gibt eine Übersicht über die beobachteten Werte der 6fachen Streifenbreite, erhalten in partes der Mikrometertrommel.

Nr.	1. in Gelb ($6b_r$)	2. in Grün ($6b_0$)	3. in Violett ($6b_b$)
40	1005	956	760
41	995	955	760
42	1002	956	758
43	1007	944	767
44	1015	957	763
45	998	946	764
46	1010	957	767
47	1001	956	761
48	991	949	762
49	1015	970	750
50	1013	960	761
51	1016	955	748
52	1027	958	758
53	1016	959	763
54	1021	961	762
55	1016	950	761
56	1025	953	750
57	1020	960	762
58	1025	949	753
59	1006	951	768
60	1012	964	768
61	1018	957	778
62	1026	960	768
63	1021	967	775
Mittel:	1012,8	956,5	762,3
berechnet aus b_0 :	1012,1	956,2	763,2

Reduktion
von b_r und b_b
auf Grün
1. $6b_0 = 956,9$
2. $6b_0 = 956,5$
3. $6b_0 = 955,1$
also im Mittel
 $6b_0 = 956,2$

Maximum	Minimum	Δ	%
gelb:			
1027	991	36	3,6
grün:			
970	944	26	2,8
violett:			
778	748	29	3,9

Die Mittelwerte stimmen auf $1/1000$ überein. Die Streuungen gehen bis zu 4% und sind für alle Farben von der gleichen Größenordnung, trotzdem die Ein-

stellung auf die scharfen und viel kontrastreicherer grünen Streifen viel sicherer erschien.

Die nächste Tabelle gibt die Resultate der aus den Beobachtungen abgeleiteten Lagen des Scheibchens gegen das System der Streifen, wobei diejenigen in Gelb und Violett auf Grün reduziert wurden. Einheit: Wellenlänge in Grün.

Nr.	40	41	42	43	44	45	46	47	48	49	50	51
gelb	23,574	0,503	23,477	0,346	23,324	0,322	10,651	0,207	10,777	0,048	4,938	0,081
grün ...	557	503	440	346	251	321	664	208	792	47	962	0,082
violett ..	645	504	408	346	222	320	603	208	734	50	911	0,079
Mittel (δ)	23,592	0,503	23,442	0,346	23,266	0,321	10,639	0,208	10,768	0,048	4,937	0,081
bei	99,88°	14,82°	99,79°	14,81°	99,51°	14,86°	55,65°	14,30°	55,90°	13,94°	33,84°	14,40°

Nr.	52	53	54	55	56	57	58	59	60	61	62	63
gelb	4,788	0,132	12,816	6,805	0,099	6,787	12,696	0,285	17,118	0,339	17,514	0,422
grün ...	830	132	827	861	101	770	695	286	082	340	516	422
violett ..	822	130	810	796	099	747	649	285	119	338	463	420
Mittel (δ)	4,813	0,131	12,818	6,821	0,100	6,768	12,680	0,285	7,106	0,339	17,498	0,421
bei	33,64°	14,47°	63,76°	41,44°	14,60°	41,33°	63,35°	15,02°	79,34°	15,34°	79,99°	15,16°

Sodann sind die eben erhaltenen Mittelwerte zunächst auf gleichen Luftzustand (0°, 760 mm) reduziert worden und dann auf volle Temperaturgrade. Die Reduktion R auf 0° und 760 mm geschah nach der Formel

$$R = k_t d_t = 2d_t/\lambda(n_0 - 1) \left\{ 1 - \frac{B}{760} \cdot \frac{1}{1 + \alpha t} \right\};$$

$$\alpha = 0,00367, \quad n_0 = 1,0002931, \quad \log \lambda/2 = 9,43624,$$

(für 20°; λ kann gleich λ' gesetzt werden).

Für die wirksame Luftschicht wurde als Dicke diejenige des Quarzringes¹⁾ und der wirksamen Dicke der Aluminiumfolien gesetzt, also z. B. bei 16° $d_{16} = 10085 \mu$ $d_{100} = 10092 \mu$. Für die Reduktion auf volle Grade wurde die Benoît-Scheelsche Formel der Quarzausdehnung benutzt. Aus dieser ergibt sich für einen vollen Grad eine Korrektur ε_t in $\lambda'/2$ (halbe grüne Wellenlänge) zu

	0,2731	0,2738	0,2845	0,2893	0,2977	0,3027	0,3121	0,3240
bei	15°	16°	34°	42°	56°	64°	80°	100°

Die Reduktionen (R und ϱ) und die Schlußresultate für die Streifenverschiebung (f) in $\lambda'/2$ ($= 0,27305 \mu$) sind aus der folgenden Zusammenstellung zu entnehmen:

¹⁾ Die Höhe des Ringes wurde sowohl mit dem Dickenmesser durch Vergleich mit einem sorgfältig ausgemessenen Quarzzylinder ermittelt, als auch direkt auf unserer Teilmaschine durch Vergleich mit einer Normalkala. Die Höhe, die an 3 verschiedenen Stellen verschieden ist, dürfte auf $1/2 \mu$ genau bekannt sein.

Datum	Nr.	Temperatur	Barometerstand	R (Reduktion auf 0° und 760 mm)	δ korr.	ρ (Reduktion auf volle ° C)	f	bei	also Ausdehnung
21./2. 06	40	99,88°	759,8	2,908	26,500	0,039	26,539	100°	} 25,135
22./2.	41	14,82°	758,7	0,578	1,081	0,323	1,404	16°	
„	42	99,79°	758,4	2,920	26,362	0,068	26,430	100°	} 25,110
23./2.	43	14,81°	753,3	0,648	0,994	0,326	1,320	16°	
„	44	99,51°	751,0	2,992	26,258	0,159	26,417	100°	} 25,049
24./2.	45	14,86°	747,0	0,735	1,056	0,312	1,368	16°	
„	46	55,65°	748,0	1,979	12,618	0,104	12,722	56°	} 11,458
25./2.	47	14,30°	756,1	0,592	0,800	0,464	1,264	16°	
„	48	55,90°	754,1	1,914	12,682	0,030	12,712	56°	} 11,413
26./2.	49	13,94°	748,1	0,689	0,737	0,562	1,299	16°	
„	50	33,84°	747,9	1,349	6,286	0,046	6,332	34°	} 5,028
27./2.	51	14,40°	742,1	0,786	0,867	0,437	1,304	16°	
„	52	33,64°	741,7	1,423	6,236	0,102	6,338	34°	} 5,038
28./2.	53	14,47°	744,8	0,751	0,882	0,418	1,300	16°	
„	54	63,76°	745,5	2,221	15,039	0,073	15,112	64°	} 13,839
„	55	41,44°	747,1	1,589	8,410	0,162	8,572	42°	
1./3.	56	14,60°	742,2	0,791	0,891	0,382	1,273	16°	} 7,299
„	57	41,33°	744,7	1,615	8,383	0,194	8,577	42°	
„	58	63,35°	745,2	2,214	14,894	0,197	15,091	64°	} 7,303
2./3.	59	15,02°	748,5	0,721	1,006	0,268	1,274	16°	
„	60	79,34°	749,4	2,559	19,665	0,206	19,871	80°	} 13,817
3./3.	61	15,34°	761,3	0,560	0,899	0,181	1,080	16°	
„	62	79,99°	764,2	2,412	19,910	0,093	19,913	80°	} 18,791
4./3.	63	15,16°	765,6	0,495	0,916	0,229	1,145	16°	

Von den in der letzten Reihe stehenden Zahlen für gleiche Intervalle ist das Mittel zu nehmen¹⁾, und in μ umzurechnen.

Man erhält so für das Intervall	die Änderung des Ringes	
	in $\lambda/2$	in μ
1 16—34°	5,033	1,3743
2 16—42°	7,301	1,9935
3 16—56°	11,436	3,1226
4 16—64°	13,828	3,7757
5 16—80°	18,780	5,1278
6 16—100°	25,091	6,8511

Um diese Werte mit den Zahlen früherer Beobachter vergleichen zu können, ist noch der vom Quarz verschiedenen Ausdehnung der Aluminiumfolien von 3μ wirksamer Dicke Rechnung zu tragen. Dieser Unterschied beträgt für die Intervalle 1—6 nacheinander 0,0008, 12, 18, 22 und 29μ . Die so reduzierten Werte sind mit dem Mittelwerte der Ausdehnung wie er sich aus den Formeln von Benoit²⁾ und von Scheel³⁾ ergibt für die gleiche Höhe (10085μ) verglichen.

¹⁾ Wobei 40/41 mit dem halben Gewicht zu rechnen ist.

²⁾ Trav. Mem. Bur. Intern. 6 119, 1888; Formel S. 149 und 190; Platiniridiumdreifuß, dessen Ausdehnung im Vakuum bestimmt ist, als Normal.

³⁾ Abhandl. P. T. R. 4 49, 1904.

Die Benoïtsche Formel lautet: $Q_t = Q_0 (1 + 716,1 \cdot 10^{-8}t + 0,801 \cdot 10^{-8}t^2)$.

Die Scheelsche Formel lautet: $Q_t = Q_0 (1 + 714,4 \cdot 10^{-8}t + 0,815 \cdot 10^{-8}t^2)$.

Nimmt man als Näherungsformel den Mittelwert, so erhält man:

$$Q_t = Q_0 (1 + 715,25 \cdot 10^{-8}t + 0,808 \cdot 10^{-8}t^2).$$

Daraus ergibt sich folgende Tabelle:

Intervall	Ausdehnung in μ beobachtet	Berechnet nach der Mittelwertsformel	Beobachtet — Berechnet		
			in μ	in % der Gesamtausdehnung	in $\lambda/2$ (grün)
16— 34°	1,373	1,372	+0,001	+0,1%	0,006
16— 42°	1,992	1,998	−0,006	−0,3	0,022
16— 56°	3,121	3,120	+0,001	+0,0	0,004
16— 64°	3,773	3,775	−0,002	−0,0	0,004
16— 80°	5,125	5,117	+0,008	+0,1	0,029
16—100°	6,847	6,853	−0,006	−0,1	0,022
			+0,010	+0,3	$\pm 0,015$
			−0,014	−0,4	
			−0,004/6	+0,7/6	
		Mittel:	= −0,001	= $\pm 0,1\%$	

Die Ergebnisse bestätigen die angenommene Formel auf das vollkommenste. Die Abweichungen sind im Zeichen wechselnd und so gering, daß das Mittel nur 0,1% der Ausdehnung beträgt, daß also das Äußerste, was mit dem Dilatometer erreichbar ist, auch erreicht ist.

Man kann aus dieser Übereinstimmung ohne weiteres schließen, daß es keine Schwierigkeit macht, mit dieser Anordnung $1/50$ Streifenbreite bzw. $0,01 \mu$ auf 10 mm oder 1μ auf den Meter sicher zu bestimmen.

Die Bestätigung der Scheel-Benoïtschen Formel ist deswegen von besonderer Bedeutung, weil sich die Untersuchungen dieser Forscher auf Objekte verschiedener Herkunft bezogen. Andererseits zeigen aber Objekte gleicher Herkunft vielfach ganz andere Ausdehnungen, so die ebenfalls aus Jenenser Material angefertigten Ringe von Reimerdes¹⁾, Auffenberg²⁾ und Randall³⁾.

Diese Abweichungen erkennt man bereits an den Ausdehnungsformeln. Für den Ausdehnungskoeffizienten ε_T für die Temperatur T , der sich linear mit der Temperatur (gemäß der Beziehung $\varepsilon_T = \alpha + \beta T$) ändert, sind folgende Werte erhalten worden:

¹⁾ Dissert. S. 18.

²⁾ Dissert. S. 28.

³⁾ Phys. Rev. **20** 34, 1905.

Beobachter	$\alpha \cdot 10^8$	$\beta \cdot 10^8$	Intervall
Fizeau ¹⁾	710,0 ²⁾	1,770 ²⁾	0— 80°
Benoît	711,1 ²⁾	1,712 ²⁾	0— 80°
Reimerdes	716,1	1,602	—
(neu berechnet)	692,5	1,689	0—230°
Scheel	684	1,869	0— 90°
Randall	714,4	1,630	16—100°
Auffenberg	717,0	1,620	0—250°
	707,0	1,580	0—220°
	703	1,65	0—100°

Rechnet man sich aus den Formeln die Ausdehnungen aus, welche ein Meter aus Quarz beim Erwärmen a) von 0°—50°, b) von 0°—100° erfährt, so erhält man folgende Werte:

Fizeau	a) 377,1 μ	b) 798,5 μ	Auffenberg*)	a) 373,3 μ	b) 786,0 μ
Benoît	378,1	796,2	Reimerdes*)	367,4	777,0
Scheel	377,6	795,9	*) für das gleiche Objekt.		
Randall	378,7	798,0			

Die Beobachtungen der 3 letzten Beobachter (Randall, Auffenberg, Reimerdes) sind abgeleitet aus Versuchen in einem größeren Temperaturgebiete. Um ein Maß für die Beobachtungsunsicherheiten zu erhalten, ist es zweckmäßig, die angegebenen ε_T direkt mit den aus der Benoît - Scheelschen Formel berechneten zu vergleichen.

Werte von $\varepsilon_T \cdot 10^8$.

	T	gefunden	ber ₁	ber ₂ (reduziert ³⁾)	d ₁	d ₂	
Reimerdes	30°	740	764	760	—24	—20	4 Beobachtungen
	63°	803	817	813	—14	—10	3 „
	90°	851	861	857	—10	— 6	2 „
Auffenberg	36°	762	773	769	—11	— 7	3 „
	55°	794	804	800	—10	— 6	3 „
Randall	76°	828	838	834	—10	— 6	4 „
	67 ¹ / ₂ °	826	824	—	+ 1	—	2 „
	91°	864	862	—	+ 2	—	2 „

Es ist nun zwar möglich, daß diese die Einstellungsfehler weit überschreitenden Abweichungen reel sind. Hat doch Buisson⁴⁾ gefunden, daß der eine Würfel,

1) C. R. **62** 1101, 1133, 1866; Pogg. Ann. **128** 564, 1866.

2) Gültig für Quecksilberskale, die übrigen Temperaturen beziehen sich auf das Wasserstoffthermometer.

3) Nach den Angaben von Scheel (Verhandl. Phys. Ges. **9** 17) zeigt der Reimerdessa Ring zwischen —192° und +16° eine Änderung von 1075,5 μ (für 1 m) gegen 1080 μ , welche für den P. T. R.-Ring erhalten wurde, also 0,42% weniger. Aus diesem Unterschied sind die Werte ber₂ aus den unter ber₁ stehenden Werten abgeleitet.

4) C. R. **142** 881, 1906.

welchen Guillaume zur Ermittlung des Verhältnisses von Kubikdezimeter zu Liter benutzt hat, einen von allem Obigen abweichenden¹⁾ Ausdehnungskoeffizienten $\varepsilon_T = 695 + 2,20 T$ besitzt, während der andere Würfel der Scheel - Benoîtschen Formel folgt.

Es ist indessen doch wahrscheinlich, daß ein erheblicher Teil der Abweichung auf die Beobachtungsmethode²⁾ geschoben werden kann, und nicht bloß auf die Individualität des Materials. Man sieht ja sofort, daß Auffenberg³⁾, der mit demselben Objekt gearbeitet hat, gerade in der Mitte zwischen Scheel und Reimerdes liegende Werte erhalten hat. Nun hat dieser Beobachter aber entsprechend den Erfahrungen von Reed⁴⁾ in besserer Weise, als es Reimerdes vermochte, die Verbrennungsgase der zur Heizung erforderlichen Brenner aus dem unmittelbaren Bereich der Interferenzkammer entfernt. Ob aber die Luft des Zimmers auch bei ihm die normale Zusammensetzung besaß, ist sehr fraglich, da die Gase nicht aus dem Zimmer entfernt wurden. Randall, der eine elektrische Heizung konstruiert hatte, konnte auf normale Luftbeschaffenheit im Zimmer und in der Kammer rechnen; er erhielt auch die gleichen Werte wie Scheel. Letzterer hat stets für Zuführung frischer Luft gesorgt. Ich selbst habe wegen der elektrischen Heizung keine solche Lüfterneuerung nötig gehabt, zumal das Zimmer nur für die kurze Zeit der Beobachtungen betreten wurde. Außerdem wurde auch noch durch besondere Analyse konstatiert, daß der Kohlensäuregehalt in dem betreffenden Raum normal zu sein pflegt.

Man kann daher annehmen³⁾, daß die auf ganz verschiedenen Wegen übereinstimmend gefundenen Gleichungen von Benoît und Scheel durch zahlreiche Beobachtungen zwischen 0° und 100° gestützt werden und noch durch Randalls und meine Beobachtungen weiter bestätigt werden. Sie stellen die Quarzausdehnung parallel zur Achse bis auf 1% dar. Erst innerhalb dieses Betrages von einem Prozent dürften sich die individuellen Verschiedenheiten der Objekte bemerkbar machen.

2. Die Objekte aus Stahl.

Im ganzen standen mir 7 verschiedene Stahlproben zur Ausdehnungsbestimmung zur Verfügung. Zwei (M und F) stammen aus Material, das zu Maßstäben verarbeitet ist; und zwar ist aus M das Normalmeter M_9 der N. E. K. von der Firma C. Bamberg hergestellt worden. F (Material aus einer süddeutschen Drahtzieherei) hat zu Stäben mit schneidenförmigen Enden, wie sie im Vermessungswesen

1) Bei 34° wird der Wert dem Scheelschen gleich.

2) Von der größeren Unsicherheit in der Temperaturermittlung kann hier abgesehen werden.

3) Nach mündlichen Angaben hat indessen Prof. Scheel den von Reimerdes untersuchten Ring noch einmal geprüft und die Angaben von Reimerdes für gewöhnliche Temperatur bestätigt gefunden.

4) Wied. Ann. 65 715, 1897.

gebraucht werden, umfangreiche Verwendung gefunden. Nach der (unten folgenden) Analyse ist *M* als weicher Flußstahl, wie er für Maßstäbe sehr geeignet ist, anzusehen, *F* hat einen hohen Phosphor- und Schwefelgehalt und relativ viel Mangan. Beides sind Stahlsorten, welche auch sonst in der Eichpraxis viel Verwendung finden dürften. Die andern 5 Objekte sind aus Stahlstangen angefertigt, wie sie zur Herstellung von gehärteten Präzisionsmaßen und Werkzeugen nötig sind. Ihre Herkunft, Eigenschaften und chemische Zusammensetzung ist aus den folgenden Übersichten zu entnehmen:

a)

Bezeichnung der Probe	Herkunft der Probe und Bearbeitung	Verwendungszweck
<i>J_I</i> { Jonas-Colvergußstahl Härtegrad I	Tiegelgußstahl in Stangen gehämmert (nicht gewalzt) aus Sheffield (England)	zur Herstellung besserer Fräser
<i>J_{II}</i> { Jonas-Colvergußstahl Härtegrad II		für Fräser geringerer Qualität
<i>JB</i> { Jonas-Colvergußstahl Marke best		Gewindebohrer, Normal-Kaliberdorne
<i>St</i> { Jonas-Colvergußstahl Marke Stubs	” ” ” (im kalten Zustand gezogen)	Masse mit sphärischen Endflächen
<i>B</i> { Böhlerstahl, extra zäh, hart	Böhlerstahlwerke in Österreich	Fräser besserer Qualität.

b) Elastische Eigenschaften nach Angaben der den Stahl verarbeitenden Firma.

Bezeichnung	Festigkeit kg/qmm	Elastizität kg.qmm	Dehnung in %
<i>J_I</i>	60	29	17
<i>J_{II}</i>	85	52	2
<i>JB</i>	88	46	11
<i>St</i>	73	73	3 ¹ / ₂
<i>B</i>	76	39	14 ¹ / ₂

c) Chemische Zusammensetzung.

Bezeichnung	% C	% Si	% Mn	% P	% S	% Cu
<i>M</i>	0,35	0,12	0,74	0,085	0,071	0,27
<i>F</i>	1,34	0,05	0,92	0,09	0,055	0,20
<i>J_I</i> a)	1,48	0,10	0,35	0,015	0,018	Spur
b)	1,58	0,11	0,30	0,01	0,019	
<i>J_{II}</i> a)	1,39	0,094	0,31	0,023	0,022	„
b)	1,43	0,08	0,36	0,02	0,022	
<i>JB</i> a)	0,99	0,085	0,29	0,023	0,033	„
b)	1,00	0,08	0,27	0,02	0,032	
<i>St</i> a)	1,29	0,10	0,35	0,037	0,020	„
b)	1,28	0,08	0,38	0,03	0,017	
<i>B</i> a)	0,88	0,358	0,23	0,023	0,022	„
b)	0,95	0,33	0,18	0,02	0,023	

Zu den Analysen, die Dr. Fischer ausgeführt hat, ist zu bemerken, daß der Kohlenstoff gewichtsanalytisch nach der Vereinsmethode der Eisenhütten bestimmt worden ist (in Chromschwefelsäure über platinierem Asbest zu Kohlensäure ver-

brannt und in Natronkalkröhren aufgefangen). Phosphor wurde als Magnesiumpyrophosphat, Schwefel nach der Brommethode ermittelt. Mangan wurde als Mangansuperoxyd mittels Bromwasser gefällt, nachdem das Eisen überwiegend mittels Äther (nach Rothe) entfernt und der Rest als basisches Acetat ausgefällt worden war.

Die Analysen unter b) entstammen den Mitteilungen der Firmen.

Die Resultate.

Vorbemerkung: F ist nahezu ein Würfel von 10 mm Kantenlänge, die übrigen Stücke sind Zylinder von 20 mm Durchmesser.

Objekt Höhe (h) Dicke der Luftschicht (d) Mittlere Streifenbreite (b_0)	Reduzierte Temp.	Stellung des Streifensystems in Grün (0°, 760 mm)	Verschiebung durch Er- wärmung in grünen Wellen	Intervall	Ausdehnung A für 1 m (Folien be- rücksichtigt)	Aus- dehnung ϵ für 1° und 1 m	bei
1. M $h = 10014 \mu$ $d = 68 \mu$ $b_0 = 81 \text{ partes}$	100°	-12,527	-12,621	100°-16°	1027,0 μ	12,23 μ	58°
	16°	+ 0,094					
	100°	-12,572	-12,525	100°-16°	477,9 μ	11,95 μ	36°
	16°	- 0,047					
	56°	- 6,101	- 6,106	56°-16°			
	16°	+ 0,005					
56°	- 6,078	- 6,102	56°-16°				
16°	+ 0,024						
2. F $h = 10002 \mu$ $d = 81 \mu$ $b_0 = 149 \text{ pt}$	100°	-11,099	-11,451	100°-16°	998,3 μ	11,89 μ	58°
	16°	+ 0,352					
	56°	- 5,294	- 5,555	56°-16°	463,5 μ	11,59 μ	36°
	16°	+ 0,261					
	100°	-11,460	-11,529 ¹⁾	100°-16°			
16°	+ 0,069						
3. J_I $h = 10006 \mu$ $d = 76 \mu$ $b_0 = 107, 117, 122 \text{ pt}$	100°	- 8,213	- 7,726	100°-16°	896,3 μ	10,67 μ	58°
	16°	- 0,487					
	100°	- 8,070	- 7,762	100°-16°	417,8 μ	10,44 μ	36°
	16°	- 0,308					
	56°	- 4,114	- 3,881	56°-16°			
16°	- 0,233						
4. J_{II} $h = 10003 \mu$ $d = 79 \mu$ $b_0 = 146, 154 \text{ pt}$	100°	- 8,130	- 8,413	100°-16°	914,8 μ	10,89 μ	58°
	16°	+ 0,283					
	100°	- 8,341	- 8,401	100°-16°	422,4 μ	10,56 μ	36°
	16°	+ 0,060					
	56°	- 4,086	- 4,044	56°-16°			
16°	- 0,042						
5. JB $h = 9987 \mu$ $d = 95 \mu$ $b_0 = 250 \text{ pt}$	100°	- 8,977	- 9,199	100°-16°	937,5 μ	11,16 μ	58°
	16°	+ 0,222					
	56°	- 4,366	- 4,584	56°-16°	437,6 μ	10,94 μ	36°
	16°	- 0,218					
6. St $h = 10005 \mu$ $d = 77 \mu$ $b_0 = 149, 168 \text{ pt}$	100°	- 8,226	- 8,018	100°-16°	903,6 μ	10,76 μ	58°
	16°	- 0,208					
	56°	- 4,289	- 4,037	56°-16°	42,19 μ	10,55 μ	36°
	16°	- 0,252					
7. B $h = 9985 \mu$ $d = 100 \mu$ $b_0 = 13,6 \text{ } 140 \text{ pt}$	100°	- 9,337	- 9,283	100°-16°	940,8 μ	11,20 μ	58°
	16°	- 0,054					
	56°	- 4,963	- 4,654	56°-16°	440,0 μ	11,00 μ	36°
	16°	- 0,309					

¹⁾ Mit halbem Gewicht berücksichtigt.

Von den zu Maßen benutzten Substanzen hat *M* eine Ausdehnung von 11,7, *F* von 11,3 μ und *St* von nur 10,4 μ bei Zimmertemperatur (15°).

M und *F*, welche eine erheblich größere Ausdehnung als die übrigen 5 Proben besitzen, zeigen auch einen erheblicheren Mangan-, Kupfer-, Schwefel- und Phosphorgehalt. Die Kohlenstoff- und Siliciummenge scheint die Ausdehnung nicht wesentlich zu beeinflussen.

3. Untersuchung einiger Nickelstahle.

Von den vorhandenen 10 Proben sind 6 aus deutschem Nickelstahl, hergestellt durch die Firma F. Krupp in Essen, und 4 aus französischem Material, gefertigt durch die Société de Commentry-Fourchambault zu Imphy. Das Kruppsche Material wurde erhalten durch Zusammenschmelzen von einem (0,09% C) enthaltenden Eisen, reinstem (99,8%) Nickel und Spiegeleisen (mit 13% Mn und 4% C) im Tiegel. Durch spezielle Angaben sind nur 4 Stücke zu 2 Sorten von deutschem Nickelstahl, Ni 36 (36% Nickel enthaltend) und Ni 44 (mit 44% Ni), gekennzeichnet. Die erste Sorte besitzt eine sehr kleine Ausdehnung (dem Invar entsprechend), die zweite hat Glas- oder Quarzausdehnung. Aus den Güssen wurden je 2 prismatische Stäbe von 22 mm Breite und Höhe hergestellt, die in der Hitze in 2 Phasen fertig geschmiedet wurden. Die eine Reihe (Ni 36,1 und Ni 44,1) wurde bei 650° geglüht und in Asche langsam erkaltet, um eine gleichmäßige Härte zu erzielen. Die andere Reihe (Ni 36,2 und Ni 44,2) wurde bei 870° in Wasser abgelöscht behufs Herstellung gleichmäßigerer Struktur.

Die Zusammensetzung dieser Proben ergibt sich aus den Analysen für:

Ni 36,1	a) zu	0,32% C	0,36% Si	0,57% Mn	0,009% P	0,031% S	0,10% Cu	36,08% Ni
	b) „	0,32	0,39	0,58	<0,01	0,034	0,12	35,9
Ni 36,2	„	0,32	—	—	—	—	—	36,24
Ni 44,1	a) „	0,33	0,39	0,68	0,009	0,035	0,11	43,77
	b) „	0,36	0,38	0,62	<0,01	0,033	0,12	43,7
Ni 44,2	„	0,34	—	—	—	—	—	44,01

Die Analysen unter b) sind uns von der Firma angegeben, während die übrigen von Dr. Fischer ermittelt sind. Zu bemerken ist bei diesen, daß ebenso, wie bei den Stahlproben Drehspäne untersucht worden sind, die wenn möglich von den Probestücken trocken oder, wenn das Material zu weich war, mit Öl abgedreht und dann sorgfältig gereinigt worden waren. C und S wurden, wie bei den Stählen, bestimmt. P wurde nach der Sonnenschein-Finkenerschen Methode als Ammoniumphosphormolybdat abgeschieden. Ni wurde — nach Entfernung des Eisens durch Ausschütteln mit Äther (Rothsche Methode) und Ausfällung des Restes als basisches Acetat — als Hydroxyd durch Bromwasser und Kalilauge gefällt und dann im Wasserstoffstrom zu Metall reduziert¹⁾.

¹⁾ Bei späteren Analysen wurde das Nickel stets direkt nach Brunck durch Fällung mit Dimethylglyoxim bestimmt.

Objekt Höhe (h) Dicke der Luftschicht (d) Mittlere Streifenbreite (b_0)	Reduzierte Tempe- ratur	Stellung des Streifensystems in Grün (bei 0° u. 760 mm)	Verschiebung durch Er- wärmung (in grünen Wellen)	Intervall	Ausdehnung Δ für 1 m (Folien be- rücksichtigt)	Aus- dehnung ϵ für 1° u. 1 m	bei	
8. Ni: Δ (Reihe a) $h = 10049 \mu$ $d = 33 \mu$ $b_0 = 121 \text{ partes}$	100°	19,655	19,842	100°—19°	122,0 μ	1,51 μ	59,5°	
	19°	-0,187						
	100°	20,158	19,828	100°—19°	122,4 μ	1,51 μ	59,5°	
	19°	0,330						
	34°	2,917	3,470	34°—19°	20,1 μ	(1,34 μ)	26,5°	
	19°	-0,553						
	34°	3,041	3,436	34°—19°	21,0 μ	(1,40 μ)	26,5°	
	19°	-0,395						
	56°	9,310	9,164	56°—19°	39,7 μ	(1,07 μ)	37,5°	
	19°	0,146						
	56°	9,113	8,907	56°—19°	46,7 μ	1,26 μ	37,5°	
	19°	0,206						
	78°	14,039	13,844	78°—19°	94,8 μ	(1,61 μ)	48,5°	
	19°	0,195						
	78°	14,288	14,124	78°—19°	87,3 μ	1,48 μ	48,5°	
	19°	0,164						
	(Reihe b) $b_0 = 189 \text{ pt}$	100°	20,316	19,870	100°—18°	127,6 μ	1,56 μ	59°
		18°	0,446					
		100°	20,178	19,825	100°—18°	128,8 μ	1,57 μ	59°
		18°	0,353					
56°		9,535	9,139	56°—18°	47,5 μ	1,25 μ	37°	
18°		0,396						
56°		9,475	9,107	56°—18°	48,3 μ	1,27 μ	37°	
18°		0,368						
18°		0,396	3,803	34°—18°	18,3 μ	1,14 μ	26°	
18°		0,414						
34°		4,237	3,797	34°—18°	18,5 μ	1,16 μ	26°	
18°		0,434						
34°	4,235	3,797	34°—18°	18,5 μ	1,16 μ	26°		
18°	0,438							
8a. Ni: Δ' (Reihe a) (3 Füße) $b_0 = 125 \text{ pt}$	34°	3,732	3,950	34°—16°	29,3 μ	1,63 μ	25°	
	16°	-0,218						
	34°	3,704	4,010	34°—16°	27,7 μ	1,54 μ	25°	
	16°	-0,306						
	56°	9,661	9,047	56°—16°	65,2 μ	1,63 μ	36°	
	16°	0,614						
	56°	9,689	9,098	56°—16°	64,0 μ	1,60 μ	36°	
	16°	0,591						
	78°	15,064	14,544	78°—16°	98,2 μ	1,58 μ	47°	
	16°	0,520						
	78°	15,001	14,558	78°—16°	97,7 μ	1,58 μ	47°	
	16°	0,443						
	100°	19,621	20,079	100°—16°	137,6 μ	1,64 μ	58°	
	16°	-0,458						
100°	19,620	20,087	100°—16°	137,4 μ	1,63 μ	58°		
16°	-0,467							

Objekt Höhe (h) Dicke der Luftschicht (d) Mittlere Streifenbreite (b_0)	Reduzierte Tempe- ratur	Stellung des Streifensystems in Grün (bei 0° u. 760 mm)	Verschiebung durch Er- wärmung (in grünen Wellen)	Intervall	Ausdehnung A für 1 m (Folien be- rücksichtigt)	Aus- dehnung ϵ für 1° u. 1 m	bei	
(Reihe b) $b_0 = 174$ pt	100°	20,250	19,891	100°—16°	141,6 μ	1,69 μ	58°	
	16°	0,359						
	100°	20,142	19,878	100°—16°	141,9 μ	1,69 μ	58°	
	16°	0,264						
	65°	11,360	11,243	65°—16°	78,4 μ	1,60 μ	40,5°	
	16°	0,117						
	78°	14,446	14,375	78°—16°	101,7 μ	1,64 μ	47°	
	16°	0,071						
	78°	14,401	14,388	78°—16°	101,3 μ	1,63 μ	47°	
	16°	0,013						
	56°	9,033	9,053	56°—16°	64,6 μ	1,61 μ	36°	
	16°	-0,020						
	56°	9,006	9,060	56°—16°	64,4 μ	1,61 μ	36°	
	16°	-0,054						
34°	3,929	3,976	34°—16°	28,5 μ	1,58 μ	25°		
16°	-0,047							
9. Ni: B (Reihe a) $h = 10065$ μ $d = 17$ μ $b_0 = 147$ pt	100°	20,090	19,731	100°—18°	132,5 μ	1,62 μ	59°	
	18°	0,359						
	100°	20,035	19,749	100°—18°	131,9 μ	1,61 μ	59°	
	18°	0,286						
	56°	9,055	8,769	56°—18°	58,0 μ	1,53 μ	37°	
	18°	0,286						
	56°	9,027	8,754	56°—18°	58,4 μ	1,54 μ	37°	
	18°	0,273						
	34°	3,804	3,583	34°—18°	24,5 μ	1,53 μ	26°	
	18°	0,221						
	34°	3,788	3,586	34°—18°	24,5 μ	1,53 μ	26°	
	18°	0,202						
	(Reihe b) $b_0 = 122$ pt	100°	20,460	20,121	100°—16°	135,6 μ	1,61 μ	58°
		16°	0,339					
100°		20,394	20,102	100°—16°	136,1 μ	1,62 μ	58°	
16°		0,292						
78°		14,655	14,496	78°—16°	98,7 μ	1,59 μ	47°	
16°		0,159						
78°		14,595	14,481	78°—16°	99,1 μ	1,60 μ	47°	
16°		0,114						
56°		9,187	9,127	56°—16°	62,7 μ	1,57 μ	36°	
16°		0,060						
56°		9,053	9,022	56°—16°	65,6 μ	1,64 μ	36°	
16°		0,031						
34°		3,958	3,967	34°—16°	28,8 μ	1,60 μ	25°	
16°		-0,009						
34°	3,962	3,975	34°—16°	28,6 μ	1,59 μ	25°		
16°	-0,013							
10. Ni: Z_1 $h = 10050$ μ $d = 32$ μ $b_0 = 93$ pt	100°	20,433	20,076	100°—20°	106,4 μ	1,33 μ	60°	
	20°	0,357						
	100°	20,304	20,093	100°—20°	106,0 μ	1,33 μ	60°	
	20°	0,211						
	56°	8,940	8,823	56°—20°	40,8 μ	1,13 μ	38°	
	20°	0,117						
	56°	8,852	8,808	56°—20°	41,2 μ	1,14 μ	38°	
	20°	0,044						

Objekt Höhe (h) Dicke der Luftschicht (d) Mittlere Streifenbreite (b_0)	Reduzierte Tempe- ratur	Stellung des Streifensystems in Grün (bei 0° u. 760 mm)	Verschiebung durch Er- wärmung (in grünen Wellen)	Intervall	Ausdehnung A für 1 m (Folien be- rücksichtigt)	Aus- dehnung ϵ für 1° u. 1 m	bei
11. Ni: Z_2 $h = 10065 \mu$ $d = 17 \mu$ $b_0 = 127 \text{ pt}$	100°	20,227	20,130	100°—20°	104,8 μ	1,31 μ	60°
	20°	0,097					
	100°	20,156	20,148	100°—20°	104,2 μ	1,30 μ	60°
	20°	0,008					
	56°	8,877	8,880	56°—20°	39,2 μ	1,09 μ	38°
	20°	—0,003					
56°	8,823	8,865	56°—20°	39,6 μ	1,10 μ	38°	
20°	—0,042						
12. Ni: Z_3 $h = 10046 \mu$ $d = 40 \mu$ $b_0 = 164 \text{ pt}$	100°	19,433	19,351	100°—18°	142,2 μ	1,73 μ	59°
	18°	0,082					
	100°	19,087	19,345	100°—18°	142,4 μ	1,74 μ	59°
	18°	—0,258					
	56°	8,559	8,387	56°—18°	68,1 μ	1,79 μ	37°
	18°	0,172					
56°	8,575	8,361	56°—18°	68,8 μ	1,81 μ	37°	
18°	0,214						
13. Ni: Z_4 (Reihe a) ohne Unterlage, benutzte Wellen: Hg-gelb, Hg-grün H-rot $b_0 = 195 \text{ u. } 199 \text{ pt}$ $h = 4935 \mu$ $d = 5417 \mu$ (Reihe b) Unterlage eines Quarzes q $q = 5093 \mu$ $z_4 = 4935 \mu$ $d = 54 \mu$ $b_0 = 124 \text{ pt}$	100°	23,947	24,149	100°—15°	68,5 μ	0,81 μ	57,5°
	15°	—0,202					
	100°	23,842	24,013	100°—15°	76,0 μ	0,89 μ	57,5°
	15°	—0,171					
	56°	11,040	11,121	56°—15°	32,2 μ	0,79 μ	35,5°
	15°	—0,081					
	56°	10,965	11,118	56°—15°	32,4 μ	0,79 μ	35,5°
	15°	—0,153					
	100°	10,997	11,344	100°—14°	77,6 μ	0,90 μ	57°
	14°	—0,347					
	100°	11,003	11,354	100°—14°	77,2 μ	0,90 μ	57°
	14°	—0,351					
	56°	4,981	5,378	56°—14°	31,8 μ	0,76 μ	35°
	14°	—0,397					
56°	4,960	5,354	56°—16°	33,0 μ	0,79 μ	35°	
14°	—0,394						
14. Ni 36,1 $h = 10015 \mu$ $d = 70 \mu$ $b_0 = 128, 134, 144 \text{ pt}$	100°	+16,905	17,427	100°—16°	209,0 μ	2,49 μ	58°
	16°	— 0,522					
	100°	+16,677	17,322	100°—16°	211,8 μ	2,52 μ	58°
	16°	— 0,645					
	100°	+16,614	17,336	100°—16°	211,4 μ	2,52 μ	58°
	16°	— 0,722					
	56°	+ 7,153	7,799	56°—16°	98,7 μ	2,47 μ	36°
	16°	— 0,646					
56°	+ 7,045	7,676	56°—16°	102,1 μ	2,55 μ	36°	
16°	— 0,631						

Objekt Höhe (h) Dicke der Luftschicht (d) Mittlere Streifenbreite (b_0)	Reduzierte Tempe- ratur	Stellung des Streifensystems in Grün (bei 0° u. 760 mm)	Verschiebung durch Er- wärmung (in grünen Wellen)	Intervall	Ausdehnung A für 1 m (Folien be- rücksichtigt)	Aus- dehnung ε für 1° u. 1 m	bei
15. Ni 36,2 $h = 9987 \mu$ $d = 95 \mu$ $b_0 = 225, 282, 152,$ $168, 182 \text{ pt}$	100°	+18,392	17,834	100°—16°	198,5 μ	2,36 μ	58°
	16°	+ 0,558					
	100°	+17,345	17,427	100°—16°	209,4 μ	2,49 μ	58°
	16°	— 0,082					
	100°	+17,639	17,511	100°—16°	207,2 μ	2,47 μ	58°
	16°	+ 0,128					
	100°	+17,733	17,544	100°—16°	206,3 μ	2,46 μ	58°
	16°	+ 0,189					
	56°	+ 7,733	7,717	56°—16°	101,3 μ	2,53 μ	36°
	16°	+ 0,016					
	56°	+ 7,598	7,715	56°—16°	101,3 μ	2,53 μ	36°
	16°	— 0,117					
	56°	+ 7,444	7,658	56°—16°	102,9 μ	2,57 μ	36°
	16°	— 0,214					
16. Ni 44,1 (Reihe a) $h = 9970 \mu$ $d = 112 \mu$ $b_0 = 160, 166 \text{ pt}$ (Reihe b) $b_0 = 136, 143 \text{ pt}$	100°	+1,302	1,596	100°—16°	643,7 μ	7,66 μ	58°
	16°	—0,294					
	100°	+1,475	1,691	100°—16°	641,1 μ	7,63 μ	58°
	16°	—0,216					
	56°	—0,037	0,215	56°—16°	307,1 μ	7,68 μ	36°
	16°	—0,252					
	34°	—0,271	0,019	34°—16°	137,4 μ	7,61 μ	25°
	16°	—0,290					
	34°	—0,392	—0,014	34°—16°	137,9 μ	7,66 μ	25°
	16°	—0,378					
	100°	+1,852	1,927	100°—16°	634,4 μ	7,55 μ	58°
	16°	—0,075					
	56°	+0,121	0,309	56°—16°	304,4 μ	7,61 μ	36°
	16°	—0,188					
	56°	+0,035	0,245	56°—16°	306,1 μ	7,65 μ	36°
	16°	—0,210					
17. Ni 44,2 (Reihe a) $h = 9939 \mu$ $d = 143 \mu$ $b_0 = 158 \text{ pt}$ (Reihe b) $b_0 = 120 \text{ pt}$	100°	+2,146	1,735	100°—16°	642,4 μ	7,65 μ	58°
	16°	+0,411					
	100°	+2,072	1,701	100°—16°	643,4 μ	7,66 μ	58°
	16°	+0,371					
	56°	+0,426	0,046	56°—16°	312,8 μ	7,82 μ	36°
	16°	+0,380					
	100°	+2,555	1,821	100°—16°	639,1 μ	7,61 μ	58°
	16°	+0,734					
	56°	+0,440	0,086	56°—16°	311,4 μ	7,79 μ	36°
	16°	+0,354					
	56°	+0,422	0,084	56°—16°	311,5 μ	7,79 μ	36°
	16°	+0,338					
	34°	+0,237	—0,109	34°—16°	140,9 μ	7,83 μ	25°
	16°	+0,346					
	34°	+0,205	—0,129	34°—16°	141,5 μ	7,86 μ	25°
	16°	+0,334					

2 Probestücke A und B sind einem Guß entnommen, der zur Herstellung des obenerwähnten für die N. E. K. beschafften, unter Aufsicht des internationalen Meterbureaus zu Paris angefertigten 4-Meterstabes aus Invar gedient hat. Der Stab selbst ist, wie alle Präzisionsstäbe, nach den Vorschriften von Guillaume¹⁾ getempert, um ihm eine möglichst geringe säkulare und temporäre Änderung zu geben. Die Gußproben sind nicht getempert. Es ist daher von vornherein nicht anzunehmen, daß die an diesen Objekten gemessene Ausdehnung vollständig mit der dem Stabe zukommenden übereinstimmt.

Aus den 6 erwähnten Proben wurden wiederum durch die Firma Schmidt & Haensch Zylinder von 10 mm Höhe und 20 mm Durchmesser mit planparallelen Grundflächen angefertigt. Bei dem Körper A stellte sich, wie bereits oben erwähnt, heraus, daß seine Oberfläche unter großer Spannung stand. Diese verschwand, sobald die Grundfläche so weit ausgedreht worden war, daß nur drei Füße übrig blieben (Beobachtungsreihe A').

4 weitere Proben, Z₁—Z₄, von denen Z₃ aus Kruppschen, die übrigen aus Imphystahl gefertigt waren, sind uns von der Firma Zeiß übersandt worden als Proben von dem Material, das zu feinen Skalen Verwendung gefunden hatte. Alle 4 Körper haben 3 Füße als Grundfläche; Z₁ und Z₂ sind von prismatischer Gestalt (Oberfläche 8 × 11 mm), Z₃ und Z₄ Zylinder von 11 bzw. 20 mm Durchmesser. Z₁, Z₂, Z₃ sind 10, Z₄ ist nur 5 mm hoch.

Z₁ und Z₂ waren so aus dem Material herausgeschnitten, daß die Ausdehnung bei Z₁ in Richtung der Walzhaut, bei Z₂ senkrecht dazu gemessen wurde.

Erörterung der Resultate.

Die vorstehend mitgeteilten Ergebnisse an den metronomisch wichtigen Nickelstählen bestätigen in weitgehendem Maße die Beobachtungen Guillaumes, des Entdeckers dieser merkwürdigen Legierungen²⁾.

Der Umstand, daß manche dieser Legierungen eine so geringe Ausdehnung besitzen, kann man am einfachsten durch einen Gleichgewichtszustand zwischen verschiedenen Gefügebestandteilen³⁾ der Gemische hervorgerufen denken. Dieser

¹⁾ Applications des aciers au Nickel, Paris 1904, p. 14 und Recherches sur le Nickel et ses alliages, 1898, p. 43.

Findet die Temperung nicht oder nicht genügend statt, so erfährt der Invarstahl selbst bei kleinen Temperaturänderungen starke Längenänderungen. Das zeigte sich bei einer Pendelstange, bei Erhöhung von 28° auf 40° war eine Verkürzung (5—6 μ), bei Abkühlung von 16° auf 0° eine Verlängerung von gleicher Größenordnung bemerkbar.

²⁾ Eine eingehende Schilderung ihrer Eigenschaften siehe das bereits erwähnte Buch von Guillaume (Les applications des aciers au Nickel). Über die Entdeckung selbst: Proc. Verb. Bur. Intern. **19** 49 (1895); **20** 131 (1897).

³⁾ Das Vorhandensein der beiden Bestandteile erkennt man aus dem Verhalten bei starker Abkühlung in flüssiger Luft für die 30—36% Ni enthaltenden Gemenge; siehe Guillaume: C. R. **124** 176, 754 (1897) und C. R. **129** 155 (1899) und Dumas: Recherches sur les aciers au nickel

Zustand wird aber nur langsam erreicht durch eine ganz bestimmte Vorbehandlung¹⁾, die cyklische Erwärmung, die gewöhnlich als Temperung oder wie beim Glase, wo ebenfalls dieser Prozeß zur Herstellung einer unveränderlichen Struktur benutzt wird, als künstliche Alterung bezeichnet wird. Auf diesem Wege wird die zunächst stets sehr merkliche thermische Nachwirkung beseitigt. Solange noch nicht der Endzustand vorhanden ist, werden sich die Untersuchungsobjekte beim Erwärmen nicht so stark ausdehnen, und beim Abkühlen nicht so viel zusammenziehen, als sie es nachher tun.

Je weniger eine Legierung getempert ist, um so größer ist die thermische Einwirkung, um so kleiner wird der Ausdehnungskoeffizient²⁾. Nach mehrfacher Erwärmung wird die Nachwirkung bereits geringer und die Ausdehnung wächst. Daher zeigt unmittelbar nach dem Walzen ein nicht gehärteter Stab, der an der Luft allmählich sich abkühlt, eine erheblich kleinere Ausdehnung als nach darauf folgender längerer Erwärmung auf 100°.

Diesen Voraussetzungen entspricht nun auch das Verhalten, das wir an den genau nach Guillaumes Vorschrift in Imphy hergestellten Stahlproben gefunden haben. Die Objekte *A* und *B* sind aus einem Guß herausgeschmiedet, der zur Herstellung eines ungetemperten Einmeterstabes und zur Herstellung des getemperten Viermeterstabes der N. E. K. gedient hat. Ihre Ausdehnung wurde um so konstanter und die Werte näherten sich um so mehr, je öfter die Erwärmung vorgenommen war, je weiter also die Temperung fortschritt³⁾. Die wahre Ausdehnung ist daher den Reihen *b* mit größerer Wahrscheinlichkeit zu entnehmen als den Reihen *a*. Erstere zeigten einen normalen Verlauf und gaben hier beide Körper nahezu gleiche Werte:

Reihe *A'* (*b*): 1,58 (25°); 1,61 (36°); 1,60 (40¹/₂°); 1,63 (47°); 1,69 (58°).

Reihe *B* (*b*): 1,59'; 1,60'; 1,59'; 1,61'.

Wie zu erwarten, bleibt bei dem Körper *B*, dessen Temperung noch nicht so weit vorgeschritten ist, der Wert der Ausdehnung (ϵ_i) um so mehr hinter dem von

Paris 1902, p. 50, 58. Dabei erleidet das Material unter erheblicher Verlängerung eine sichtbare Veränderung, indem unter sprunghafter Störung des Gleichgewichts ein Gefügebestandteil (das unmagnetische Eisen) in einen andern Teil (das magnetische) sich umwandelt. In geringem Umfange findet dieser Übergang, der stets mit elastischen und Volumenänderungen verbunden ist, bei jeder Änderung der äußern Umstände in der Richtung statt, daß die Einwirkung der Temperatur verringert wird.

¹⁾ Über die Temperung bei Metallen (auch Widerstandsspulen und Thermometern) und Glas siehe Anm. 1, S. 26 und 3, S. 27.

²⁾ Guillaume: Applications, p. 20; z. B.:

im Intervall	Verlängerung für 1 m	
0—10°	9,8 μ	} erste Reihe
0—20°	19,3	
0—30°	28,5	
		} zweite Reihe.

³⁾ Wie bei manchen chemischen Reaktionen ist ein gewisser Widerstand, eine Induktionsperiode, zu überwinden, bis die normalen Werte größter Reaktionsgeschwindigkeit, oder in unserem Falle der größten Ausdehnung erreicht werden.

A zurück, je höher die Temperatur ist. Die Reihe *B* (b) fällt zusammen in ihren Werten mit denen der Reihe *A'* (a). Wir finden da nämlich:

Reihe *A'* (a): 1,58' (25°); 1,61' (36°); 1,58 (47°); 1,63' (58°).

Der Unterschied von *A'* (b) gegen *A'* (a), der ein Maß für die Nachwirkung ist, erreicht bei 58° etwa 4 μ (für 1 m umgerechnet).

Für weitere Rechnungen zu verwenden ist nach dem Gesagten allein die Reihe *A'* (b). Gleicht man die erhaltenen Werte aus, so ergibt sich:

$$\epsilon_t = 1,57'' + 0,0036'' (t - 25) = 1,48'' + 0,0036'' \cdot t.$$

Die Abweichungen gegen die Beobachtung betragen:

−0,01 μ (bei 25°); $\pm 0,00$ (36°); +0,02' (40 $\frac{1}{2}$ °); +0,01' (47°) und $\pm 0,00$ (58°).

Für 20° ergibt sich $\epsilon_{20} = 1,55 \mu$ (für 1° und 1 m). Den gleichen Wert, nämlich etwa 1,56 μ (für 20°), hat die direkte Untersuchung des Viermeterstabes ergeben. Dieser wurde von Weymann und Dr. Thomas von Meter zu Meter bei Temperaturen bis zu 30° an unserm neuen großen Komperator mit dem Platiniridiumprototypmeter Nr. 18 verglichen.

Der in dem internationalen Bureau zu Bréteuil untersuchte ungetemperte Stab aus dem gleichen Guß gab, wie zu erwarten, kleinere Werte, nämlich 1,46 μ bei 20°; außerdem blieb infolge der Nachwirkung die Ausdehnung in um so größerem Maße hinter derjenigen der Proben *A* und *B* zurück, je größer das untersuchte Intervall war¹⁾:

Intervall	Aus den Beobachtungen berechnet	Aus der obigen Ausdehnung	Differenz für 1 m
0°—10°	14,8 μ	15,0 μ	−0,2 μ
0°—20°	29,3 μ	30,3 μ	−1,0 μ
0°—30°	43,5 μ	46,0 μ	−2,5 μ

Die Nachwirkung lag also wiederum in der bereits oben angegebenen Größenordnung.

Bei gut getemperten Stücken aus Imphystahl, wie es die direkt von dem zu Skalen verwendeten Material abgeschnittenen Körper *Z*₁, *Z*₂ und *Z*₄ sind, verläuft die Ausdehnung normal. Eine Temperung ist nur bei *Z*₄ bemerkbar. In Reihe (a) steigt bei der zweiten Erwärmung auf 100° die Ausdehnung von 0,81 auf 0,89 μ . Das entspricht dem Verschwinden einer Nachwirkung von 7—8 μ auf 1 m. Die Übereinstimmung der übrigen Werte läßt nichts zu wünschen übrig, trotzdem die Beobachtungsmethode in Reihe (a) von der in (b) vollständig verschieden war. Der Einfluß der Walzhaut ist kaum zu erkennen. Bei *Z*₁, wo die Längenänderung in Richtung der Walzrichtung gemessen wurde, also in einer Richtung, in der sich der Körper freier ausdehnen konnte, ist die Ausdehnung ein wenig größer (nämlich nur

¹⁾ In Übereinstimmung mit den Angaben Guillaumes: Applications, p. 20ff.

0,04 μ)¹⁾ als in der Richtung, in der sich die durch das Walzen hervorgerufene Oberflächenspannung der Ausdehnung widersetzt.

Bei Nickelstahl ist auf die Übereinstimmung der einzelnen aufeinanderfolgenden Werte kein großes Gewicht zu legen, da, wie es bei solchen Zwangszuständen meist der Fall ist, die Annäherung an das richtige Gleichgewicht plötzlich und sprungweise eintreten kann, man bemerkt das auch bei Gläsern. Reihe *A* (a) gibt bei $37\frac{1}{2}^\circ$ ein ε von 1,07 μ , der darauf folgende Wert, welcher eine Annäherung an den Endzustand darstellen muß, springt auf 1,26 μ . Der Endwert selbst ist 1,61 μ (*A'* Reihe b). Solche Sprünge sind für Körper *B* (Reihe b) zu bemerken von 1,57 auf 1,64 μ bei 36° — ein ähnlicher in umgekehrter Richtung ist in Reihe *A'* (a) vorhanden: bei 25° 1,63, darauf 1,54. Sprünge von einem ähnlichen Betrage (7—8 μ auf 1 m) haben sich bei unseren Beobachtungen an Pendelstäben, die aus nicht genügend getempertem Material bestanden, vielfach sehr unliebsam bemerkbar gemacht²⁾.

Ganz eigenartig hat sich der Körper *A* verhalten. Dieser besaß, wie aus der Krümmung der Interferenzstreifen erkannt wurde, von der Bearbeitung herrührende innere Spannungen. Diese verschwanden infolge des Anschneidens der Grundfläche behufs Anbringung von 3 Füßen. Die Streifen werden plötzlich gerade, der Körper konnte sich frei ausdehnen und die Ausdehnung wurde beträchtlich größer als vorher, wobei auch der starke, zum Teil regellose Gang aufhörte.

Die Stücke aus den Kruppschen Nickelstählen sind nicht von der gleichen homogenen Beschaffenheit, wie die aus Imphy Stahl³⁾. Die Legierungen sind nach den Angaben der Firma bloß durch Zusammenschmelzen erhalten und keinem besonderen Knetungsverfahren unterworfen worden, wie es z. B. bei Eisen und Stahl zur Steigerung ihrer magnetischen Eigenschaften vorgenommen wird. Bei diesen Substanzen dürfte selbst durch eine rationelle Temperung die Nachwirkung nicht vollständig zu beseitigen sein.

Wir sehen, daß die Nachwirkung um so größer ist, je größeren Temperaturänderungen das Objekt ausgesetzt wird. Die Ausdehnung wird daher bei höherer Temperatur relativ zu klein gefunden und die Folge davon ist, daß der Koeffizient ε_t ein negatives zweites Glied⁴⁾ hat, also von der Form $\alpha - \beta t$ ist, ähnlich wie es auch für den obenerwähnten ungetemperten Meterstab der Fall war. Dieses negative β zeigen alle Kruppschen Legierungen, sowohl diejenigen mit 1,8 (Reihe 12)

1) Für Z_1 : $E_{60} = 1,33 - E_{38} 1,13$; Z_2 : $E_{60} = 1,30 - E_{38} 1,09$.

2) Wir tempern daher neuerdings solche zu Ausdehnungsbestimmungen eingesandte Nickelstahlstäbe meist selbst noch vor den endgültigen Beobachtungen.

3) Neuerdings hat sich die Firma Deutsche Nickelwerke, vorm. Witte, Fleitmann & Co. in Schwerte in Westfalen der Herstellung von getempertem, für Zwecke der Präzisionsmechanik und Technik geeigneten Invar-Materials angenommen.

4) Analog verhalten sich einige von Prof. Scheel (ZS. Instr. 28 106, 1908) untersuchte Proben. Eine Probe aus Imphy hat bei -88° die Ausdehnung 1,96 μ , bei $+16^\circ$ dagegen nur 1,79 μ ; eine Probe, die Krupp hergestellt, ergab bei -88° +2,86 μ ; bei $+16^\circ$ dagegen +2,13 μ .

und $2,5 \mu$ (Reihe 14/15), wie die mit $4\frac{1}{2} \mu$, die wir direkt als Stab zu untersuchen Gelegenheit hatten, als auch, was besonders auffallend ist, die Legierung mit der Glasausdehnung 8μ (Reihe 16/17). Gerade diese ist nach Guillaume besonders nachwirkungsfrei zu erhalten. Aber hier zeigt sie die größten Unregelmäßigkeiten. Die Ausdehnung nimmt bei der Wiederholung stets ab: von 7,66 auf 7,63 und schließlich auf $7,55 \mu$ (bei 58° , Reihe 16) von 7,65 auf 7,61 (58° , Reihe 17) und von 7,82 auf 7,79 (38° , Reihe 17). Dagegen ist die Legierung mit kleiner Ausdehnung regulär getempert — bei Reihe 14 Steigerung von 2,49 auf 2,52 (nach wiederholtem Temperatursprung von 16° auf 100°) und von 2,47 auf 2,55 (Sprung von 56° — 16°). Ebenso bei Reihe 15 2,36 auf 2,49 (100° — 16°) und 2,53 auf 2,57 (56° — 16°).

Nach Ausschluß dieser ersten durch die Nachwirkung zu sehr beeinflussten Werte erkennt man deutlich das für nicht getemperte oder inhomogene und labile Substanzen charakteristische Bild, daß die Ausdehnung mit steigender Temperatur kleiner wird, und zwar am meisten bei den in Wasser abgelöschten Legierungen 36,2 und 44,2 (Reihe 15 und 17). Wir finden:

Reihe 12: 1,74 (bei 59°); 1,80 (37°).

Reihe 14: 2,52 (bei 58°); 2,55 (36°).

Reihe 15: 2,46 (bei 58°); 2,57 (36°).

Reihe 16b: 7,55 (bei 58°); 7,63 (36°); 7,64 (25°).

Reihe 17b: 7,61 (58°); 7,79 (36°); 7,85 (25°).

Die Art der Behandlung der Legierung macht bei dem Körper der Ausdehnung $2,5 \mu$ nichts Wesentliches aus, da die Werte für Reihe 14 und 15 als gleich anzusehen sind. Anders steht es aber auch hier gerade wieder mit der 44proz. Legierung, und zwar tritt merkwürdigerweise der Unterschied in der Behandlung gerade am stärksten bei den kleineren Temperaturintervallen hervor.

4. Untersuchung einiger Bronze- und Messingproben.

Die 3 auf Ausdehnung untersuchten Legierungen *MM*, *ML*, *MB* stehen den gewöhnlichen Bronzen bzw. dem Messing sehr nahe. Ihre Zusammensetzung ist die folgende:

<i>MM</i> :	96,00%	Cu;	0,45%	Zn;	2,60%	Sn;	0,61%	Mn;	0,22%	Fe;	0,10%	Al;	zusammen	99,98%
<i>ML</i> :	56,44		43,37		fehlt		Spur		0,23		fehlt			100,04
<i>MB</i> :	93,51		fehlt		6,50		Spur		0,09		fehlt			100,10

MM ist wesentlich als Kupfer mit Beimengung von etwas Zinn und Mangan *ML* als Messing, *MB* als Bronze anzusehen. Dementsprechend zeigt *MM* nahezu die Ausdehnung des Kupfers.

Objekt Höhe (h) Dicke der Luftschicht (d) Mittlere Streifenbreite (b_0)	Reduzierte Temperatur	Stellung des Streifensystems in Grün (bei 0° u. 760 mm)	Verschiebung durch Er- wärmung (in grünen Wellen)	Intervall	Ausdehnung A für 1 m	Aus- dehnung ε für 1° u. 1 m	bei	
18. <i>MM</i> (Reihe a) $h = 10000 \mu$ $d = 82 \mu$ $b_0 = 77 \text{ partes}$	100°	-27,334	27,905	100°—16°	1447,8 μ	17,24 μ	58°	
		+ 0,571						
	100°	-27,622	28,003	100°—16°	1450,5 μ	17,27 μ	58°	
		0,381						
	56°	-13,015	13,467	56°—16°	680,0 μ	17,00 μ	36°	
		0,452						
	56°	-13,966	13,536	56°—16°	681,1 μ	17,03 μ	36°	
		- 0,430						
	56°	-14,017	13,544	56°—16°	681,7 μ	17,04 μ	36°	
		- 0,473						
	(Reihe b) $b_0 = 125 \text{ pt}$	100°	-27,501	27,846	100°—16°	1445,5 μ	17,21 μ	58°
		16°	+ 0,345					
	100°	-27,531	27,822	100°—16°	1444,8 μ	17,20 μ	58°	
		+ 0,291						
19. <i>ML</i> (Reihe a) $h = 9988 \mu$ $d = 100 \mu$ $b_0 = 130 \text{ pt}$	100°	-36,019	35,089	100°—16°	1647,7 μ	19,62 μ	58°	
		0,930						
	100°	-36,155	35,204	100°—16°	1650,8 μ	19,65 μ	58°	
		- 0,951						
	56°	-17,810	16,952	56°—16°	776,8 μ	19,42 μ	36°	
		- 0,858						
	56°	-16,283	17,013	56°—16°	778,3 μ	19,46 μ	36°	
		+ 0,730						
	56°	-16,347	17,036	56°—16°	779,1 μ	19,48 μ	36°	
		+ 0,689						
(Reihe b) $b_0 = 210 \text{ pt}$	100°	-34,888	35,397	100°—16°	1655,6 μ	19,71 μ	58°	
	16°	+ 0,509						
20. <i>MB</i> $h = 10005 \mu$ $d = 77 \mu$ $b_0 = 61, 113, 109 \text{ pt}$	100°	-28,949	28,721	100°—16°	1471,1 μ	17,51 μ	58°	
	16°	- 0,228						
	100°	-28,643	28,729	100°—16°	1471,3 μ	17,51 μ	58°	
	16°	+ 0,086						
	100°	-28,708	28,709	100°—16°	1470,8 μ	17,51 μ	58°	
	16°	+ 0,001						
	56°	-13,963	13,961	56°—16°	694,0 μ	17,35 μ	36°	
		- 0,002						

Für reines Kupfer haben wir bei Zimmertemperatur den Wert 16,5—17 μ gefunden, während die jetzt untersuchte Legierung eine Ausdehnung von 16,8 bei 15° zeigen würde. *MB* muß wegen des größeren Zinngehaltes auch eine größere Ausdehnung besitzen — es berechnet sich 17,2 μ . Eine ähnliche Legierung a, allerdings noch mit einem beträchtlichen Zinkgehalt (Zusammensetzung: 81% Cu, 10% Sn, 8½% Zn) hat Benoît untersucht¹⁾. Er fand den Ausdehnungskoeffizienten ε_t zu $(17,55 + 0,00992 t) 10^{-6}$. Für eine analog zusammengesetzte Legierung b anderer Herkunft würde $\varepsilon_t = (17,54 + 0,0111 t) 10^{-6}$. Daraus folgt $\varepsilon_{36} = 17,91$ (a) und 17,94 (b); $\varepsilon_{58} = 18,12$ (a) und 18,19 (b), also, entsprechend dem Einfluß des Zinkes nicht unbeträchtlich höher. Diese, die Ausdehnung erhöhende

¹⁾ Trav. Mem. Bur. Intern. p. 166/171, 1888.

Wirkung des Zinkes trat besonders in der Legierung *ML* zutage. Während gewöhnliches Messing etwa ε_{16} zu 18,5 ergibt, finden wir hier den Wert 19,2. Möglicherweise trägt dazu auch die bei dem Überwiegen von Zink vorhandene chemische Verbindung von Zink und Kupfer (CuZn_2)¹⁾ bei.

Die Probestücke waren von Stäben abgeschnitten, die auf Veranlassung der die Legierungen fabrizierenden Firma durch direkte Messung auf Ausdehnung untersucht worden waren. Bei dieser Prüfung hatte sich aber herausgestellt, daß einwandfreie Visiermessungen nicht durchzuführen waren, da schon bei Temperaturen in der Nähe von 50° sämtliche Stäbe sich stark krümmten. Der Stab aus der Legierung *MB* war bei 75° vollständig geborsten. Solche starke Wirkungen der inneren Spannung, die sich ja auch durch die Leichtigkeit verrät, mit der z. B. gewöhnliches Messing federhart wird, sind allerdings bei den dilatometrischen Untersuchungen nicht aufgetreten. Es ist daher auch nicht überraschend, daß durch die Visiermessungen sehr unregelmäßige und von den optischen Ergebnissen teilweise sehr (bis zu 2μ für das spannungsreichste Material *ML*) abweichende Werte des Ausdehnungskoeffizienten gefunden wurden. Die Wirkungen der inneren Spannung verraten sich aber auch in den optischen Beobachtungen, wenn auch nicht so deutlich wie beim Nickelstahl, durch thermische Nachwirkung. So ist darauf der Umstand zurückzuführen, daß die wegen des großen Zinkgehaltes spröde Legierung *MB* eine mit der Temperatur sehr veränderliche Breite des Interferenzabstandes aufweist. Am deutlichsten tritt die Nachwirkung zutage bei *ML*, der Legierung mit der größten Ausdehnung. Hier sind die Werte bei der Reihe (b) systematisch größer als bei (a). Das ist, wie bei den Nickelstählen, der Temperung zu verdanken, die bei wiederholter Erwärmung und Abkühlung von selbst eintritt. Je öfter man erwärmt, um so weniger groß ist die Nachwirkung und um so größer wird die Ausdehnung. Bei der dem weichen Kupfer am nächsten kommenden Legierung *MM* sind naturgemäß am wenigsten Unregelmäßigkeiten, die sich unmittelbar auf Nachwirkungen zurückführen ließen, zu erkennen. Auffallend sind nur die Schwankungen in den Resultaten in dem Intervall $100^\circ - 16^\circ$.

Daß Messing und messingähnliche Legierungen sehr große Nachwirkungen zeigen, hat bereits Benoît bei seinen dilatometrischen Untersuchungen bemerkt. Er konnte sehr beträchtliche, allerdings in ihrer Größe nicht von der chemischen Zusammensetzung abhängige Wanderungen der Marken gegen das Streifensystem nach jeder Erwärmung nachweisen. Am deutlichsten zeigte diese Erscheinung die obenerwähnte Bronze (b)²⁾. Zu einer Untersuchung über den Einfluß der Behandlung (Walzhaut, Gußhaut, Polieren) auf die Nachwirkung reichte das Material nicht aus.

¹⁾ Le Chatelier (in Contribution à l'étude des alliages, Société d'Encouragement pour l'Industrie nationale, Paris 1901), p. 441; vgl. Hiorns: Les alliages métalliques, Paris 1900, p. 129.

²⁾ Trav. Mem. Bur. Intern. 6 113, 182.

ANHANG.

Literatur.

i. Zur Quarzausdehnung und zum Fizeauschen Dilatometer.

- Fizeau:** 1. C. R. **55** 1237, 1862; Pogg. Ann. **119** 87, 297, 1862.
2. C. R. **58** 923, 1864; Pogg. Ann. **123** 515, 1864.
3. C. R. **60** 1161, 1865; Pogg. Ann. **126** 611, 1865.
4. C. R. **62** 1101, 1133, 1866; Pogg. Ann. **128** 564, 1866.
5. C. R. **64** 314, 771, 1867; Pogg. Ann. **132** 292, 1867.
6. C. R. **66** 1005, 1072, 1868; Pogg. Ann. **135** 372, 1868.
7. C. R. **68** 1125, 1869; Pogg. Ann. **138** 26, 1869.
8. Ann. Chim. Phys. [3] **56** 429, 1862.
9. Ann. Chim. Phys. [4] **2** 143, 1864.
10. Ann. Chim. Phys. [4] **8** 335, 1866.
- Benoît:** 1. Trav. Mem. Bur. Intern. **1** C, 1881.
2. Trav. Mem. Bur. Intern. **6** B, 1888.
3. Trav. Mem. Bur. Intern. **7** C, 1890.
- Pionchon:** C. R. **108** 992, 1889.
- Weidmann:** Wied. Ann. **38** 453, 1889.
- Pulfrich:** 1. ZS. Instr. **13** 365, 401, 437, 1893.
2. ZS. Instr. **17** 239, 1897.
3. ZS. Instr. **18** 261, 1898.
4. ZS. Krystall. **31** 372, 1899.
5. ZS. Instr. **23** 90, 1903.
- Fontana:** Rend. Acc. Lincei [5] **3** 129, 1894.
- Reimerdes:** Inaug.-Dissert. Jena 1896.
- Reed:** Wied. Ann. **65** 712, 1898.
- Auffenberg:** Inaug.-Dissert. Jena 1905.
- Randall, Ayres, Shearers:** Phys. Review **20** 1, 38, 52, 1905.
- Minchin:** Phys. Review **24** 1, 1907; ZS. Instr. **27** 165, 1907.
- Dorsey:** Phys. Review **30** 271, 1910.
- Grenet:** Bull. Soc. d'Encourag. **96** 772, 1897.
- Le Chatelier:** 1. C. R. **128** 1449, 1899.
2. Contributions à l'étude des alliages (Société d'Encouragement pour l'industrie nationale, Paris 1901), p. 387.
- Tassily:** Propriétés physiques des alliages, Paris 1904, p. 95.
- Krupps Laboratorium:** Stahl und Eisen **31** 1629, 1911.
- Tutton:** 1. ZS. Krystall. **30** 529, 1899.
2. ZS. Krystall. **31** 383, 425, 1899.
3. Phil. Transact. **191** A 313, 1898.
4. Proc. Roy. Soc. Lond. **65** 161, 306, 1899.
5. Phil. Mag. [6] **3** 631, 1902.
6. Proc. Phys. Soc. Lond. **18** 182, 1902.
7. Phil. Transact. **202** A 143, 1903.

- Scheel:** 1. Ann. Phys. [4] **9** 837, 1902.
 2. Verhandl. Phys. Ges. **5** 119, 1903.
 3. Abhandl. Phys. Techn. Reichsanstalt **4** 33, 1904.
 4. ZS. Instr. **24** 285, 1904.
 5. ZS. Instr. **26** 119, 1906.
 6. Verhandl. Phys. Ges. **9** 3, 23, 1907.
Scheel u. Heuse: 7. Verhandl. Phys. Ges. **9** 449, 1907.
de Lépinau: Franges d'Interférences, Paris 1902.
Buisson: C. R. **142** 881, 1906.
Chappuis: Trav. Mem. Bur. Intern. **14** B 29, 1910.
de Lépinau, Buisson: Trav. Mem. Bur. Intern. **14** C 40, 123, 1910. —
 a) $\varepsilon = 6,95 + 0,0110 t$. b) $\varepsilon = 7,123 + 0,0084 t$; $t =$ Quecksilberskale.

2. Zur Ausdehnungsermittlung durch Kontaktfühlhebel, sowie durch Roll- und Drehspiegel.

- Lavoisier u. Laplace:** 1785 (nach Biot: Experimentalphysik **1** 266, 1826).
Stappfer: Jahrb. Polyt. Institut **18** 1, 1838; **20** 171, 1839.
Müller: Pogg. Ann. **135** 672, 1868.
Schellen: Carl. Repert. **5** 346, 1869.
Dahlander: Pogg. Ann. **145** 147, 1872.
Glatzel: Pogg. Ann. **160** 497, 1877.
Spring: Bull. Acad. Belg. [3] **6**, 1884; ZS. Instr. **4** 357, 1884.
Weidmann: Wied. Ann. **29** 228, 1886.
Voigt: 1. Wied. Ann. **43** 833, 1891.
 2. Wied. Ann. **49**, 697 1893.
Take: Ann. Phys. [4] **20** 859, 1906.
Williams: Amer. J. Science (Silliman) **28** 180, 1909.
Grüneisen: Ann. Phys. [4] **33** 46, 1910.
Rayner: London Phys. Soc. **23** 198, 1911.
Le Chatelier: 1. C. R. **108** 1046, 1889.
 2. C. R. **129** 331, 1899.
 3. Contributions à l'étude des alliages, p. 394.
Guillaume: Bull. Soc. d'Encourag. **97** 260, 1898.
Coupeau: Bull. Soc. d'Encourag. **97** 1280, 1898.
Charpy u. Grenet: 1. C. R. **134** 540, 598, 1902.
 2. Bull. Soc. d'Encourag. **102** 464, 507, 882, 1903.
Tassily: Propriétés des alliages, p. 103.
Svedelius: 1. Phil. Mag. [5] **46** 173, 1898.
 2. Dingl. Polyt. Journ. **304** 111, 1897.
Martens: Handbuch der Materialkunde. Berlin 1898, p. 478.
Frick (Lehmann): Physikal. Technik (7. Aufl., Braunschweig 1905) **1b**, 1120.
Krupps Laboratorium: Stahl und Eisen **31** 1629, 1911.

3. Über thermische Nachwirkung bei Metallen und Glas.

- v. Baeyer:** 1. Preuß. Küstenvermessung, Berlin 1849, S. 23.
 2. Monatsheft. Berl. Akad. 1867, S. 1.
 3. Maßvergleichen Heft 1 (Berlin 1872), S. 38.
Comstock: Sill. J. **22** 26, 1881.
Börsch: Astr. Nachr. **99** 177, 1881.
Heinemann: Progr. Gymnasium Lyck 1891.

- Thiesen, Scheel, Sell:** Abhandl. Phys. Techn. Reichsanstalt **2** 75, 80, 129, 1895 (Zink).
- Grüneisen:** Ann. Phys. [4] **33** 55, 1910 (Zink).
- Glatzel:** Pogg. Ann. **160** 506, 1877.
- Benoît:** 1. Proc. Verb. Bur. Intern. **11** 36, 1886.
2. Proc. Verb. Bur. Intern. **12** 59, 1887 und Anhang 34, 47, 55.
- Norm.-Eich.-Komm.:** Mitteilungen Reihe I, S. 13, 1886; S. 116, 1889.
- Le Chatelier:** 1. C. R. **108** 1096, 1889.
2. Contributions à l'étude des alliages, Paris 1901, p. 402.
- Guillaume:** 1. Recherches sur le Nickel et ses alliages, Paris 1898, p. 10, 37.
2. Bull. Soc. d'Encourag. **97** 260, 1898.
3. J. de Phys. [3] **8** 553, 1899.
4. C. R. **124** 176, 752, 1897.
5. C. R. **129** 155, 1899.
6. C. R. **152** 189, 1450, 1911.
- National Phys. Laborat.:** Report 1910, 57 (Invar).
- Mathiessen:** Pogg. Ann. **128** 521, 1866.
- Pernet:** 1. Carls. Repert. **11** 257, 1875.
2. Trav. Mem. Bur. Intern. **1**, 1881.
- Weber:** Sitzungsber. Berl. Akad. 1883, 1223.
- Wiebe:** Sitzungsber. Berl. Akad. 1884, 843; 1885, 1021.
- Weidmann:** Wied. Ann. **29** 214, 1886.
- Guillaume:** Traité pratique de thermométrie (Paris 1889), p. 141.
- Baudin:** C. R. **116** 971, 1893.
- Thiesen:** Abhandl. Phys. Techn. Reichsanstalt **280**, 163, 1895.
- Marchis:** Les modifications permanentes du verre, Paris 1898.
- Guillaume:** Les déformations passagères des solides (Congrès international de Physique, Paris 1900),
1, 432.
- Callendar:** Phil. Transact. **178** A 161, 1887.
- Harker u. Chappuis:** Phil. Transact. **194** A 37, 1900.
- Chappuis u. Harker:** Trav. Mem. Bur. Intern. **12** C 26, 1902.
- Chappuis:** Trav. Mem. Bur. Intern. **14** B 101, 1910.
-

ÜBER DIE AUSDEHNUNG

VON

GEHÄRTETEN UND UNGEHÄRTETEN
STAHLKÖRPERN

VON

DR. W. BLOCK

Im Anschluß an die vorstehende Arbeit von Herrn Reg.-R. Dr. Bein, auf die wegen der Bezeichnungen und des Verfahrens im einzelnen zu verweisen ist, soll über eine Ausdehnungsbestimmung von fünf weiteren Stahlproben berichtet werden, welche zu einem von der N. E. K. bestellten und für ihren eigenen Gebrauch bestimmten Satz Endmaß-Normalien aus Stahl mitgeliefert wurden, die von der schwedischen Firma C. E. Johansson in Eskilstuna angefertigt, und in Deutschland durch die Firma Schuchardt & Schütte in Berlin vertrieben werden. Die Stücke, über die man nähere Angaben von A. Spangberg in der Deutschen Mechaniker-Zeitung 1909, S. 41 findet, sind parallelepipedische Körper in Abstufungen von 100, 50, 40, 30, 20, 10, 5, 4, 3, 2, 1,5, 1,4, 1,3, 1,2, 1,1, 1,01, 1,001, 1,000, 0,5 und 23,566 mm. Das letzte Maß ist als Normal für Schrifthöhenmaße für Buchdruckereien bestimmt. Der Querschnitt der Maße von 100 bis 20 mm beträgt etwa 9×35 mm, der von 10 bis 0,5 mm 9×30 mm. Die Maße sind planparallel geschliffen und nur am Rande bis auf wenige Zehntel Millimeter von den Kanten leicht abgerundet, so daß nahezu ihre ganze Oberfläche von 3,0 und 2,7 qcm zu Meßzwecken zur Verfügung steht. An den Meßflächen sind sie gehärtet. Zur Bestimmung der thermischen Ausdehnung der Maße waren von der Firma fünf zylindrische Probekörper von etwa 20 mm Durchmesser und 10 mm Höhe beigegeben. Von diesen Körpern waren drei vollständig ungehärtet und zwei an den beiden Kreisflächen gehärtet, aber alle fünf dem gleichen Temperungsverfahren ausgesetzt, wie die Endmaße.

Die thermische Ausdehnung dieser fünf Körper wurde, wie auch bei den in der vorhergehenden Arbeit behandelten Proben am Fizeauschen Dilatometer der N. E. K. vorgenommen, in genau der gleichen Anordnung wie dort. In dessen wurden an Stelle der Wasserstoff-Quecksilber-Spektralfarben nur Heliumfarben zur Beleuchtung verwendet. Das Heliumlicht wurde in einer einfachen Geißlerschen Röhre für gerade Durchsicht von Fueß - Steglitz erzeugt. Diese Lichtquelle hat den Vorzug, daß sie einmal eine größere Reihe verschiedener Spektrallinien aussendet, die außerdem in ihren Intensitäten verschieden sind, so daß man sich je nach der Oberflächenbeschaffenheit der betreffenden Probekörper die in ihrer Intensität am geeignetsten Linien aussuchen kann, um möglichst scharfe, schwarze Interferenzstreifen zu erhalten. Außerdem entfällt das lästige Anwärmen der Quecksilberöhre, das leicht zu einer Zerstörung der Röhre führt und auch Unterbrechungen in der Einstellung hervorrufen kann, wenn das Licht mitten in einer Beobachtungsreihe aussetzt. Die im Dilatometer verwendbaren Wellenlängen λ von Helium sind folgende in Milliontel Millimeter ($\mu\mu$):

rotgelb:	$\lambda = 667,8147 \mu\mu$,	$\frac{\lambda}{2} = 333,907 \mu\mu$,	$\log \frac{\lambda}{2} = 2,523 6255$
gelb:	587,5623	293,781	468 0237
gelbgrün:	501,5678	250,784	399 2998
blaugrün:	492,1928	246,096	391 1046
blau:	471,3142	235,657	372 2804
violett:	447,1480	223,574	349 4213

Die Werte der Wellenlängen gelten für 0° und 760 mm Druck. Über die Werte selbst vgl. z. B. Zeitschrift für Instrumentenkunde 1909, S. 379. Die in nachstehendem verwendeten Quotienten der Wellenlängen sind folgende:

$$\begin{aligned} \frac{\text{gelb}}{\text{rotgelb}} &= 0,879 828 & \log &= 9,944 3978 \\ \frac{\text{gelb}}{\text{gelbgrün}} &= 1,171 450 & &= 10,068 7238 \\ \frac{\text{gelb}}{\text{blau}} &= 1,246 647 & &= 10,095 7435 \\ \frac{\text{gelbgrün}}{\text{rotgelb}} &= 0,751 058 & \log &= 9,875 6735 \\ \frac{\text{gelbgrün}}{\text{blau}} &= 1,064 190 & &= 10,027 0192 \\ \frac{\text{gelbgrün}}{\text{violett}} &= 1,121 705 & &= 10,049 8786 \end{aligned}$$

Die zur Verbesserung der Abstände des Silberscheibchens von dem Schwerpunkt des Streifensystems wegen Luftdruck und Temperatur erforderlichen Zahlen habe ich unter der Annahme eines Brechungsexponenten der Luft von 1,000 2921 für die gelbe und 1,000 2936¹⁾ für die gelbgrüne Heliumlinie und eines Ausdehnungskoeffizienten von 0,003 67 für Luft neu berechnet, wobei für die in der vorigen Abhandlung mit k bezeichnete Größe folgende Werte erhalten wurden:

I. Einheit: eine Streifenbreite in Gelb.

Temp.	Barom. 730	740	750	760	770	780 mm
0° C	+ 0,04	+ 0,03	+ 0,01	+ 0,00	— 0,01	— 0,03
10	7	6	5	4	+ 0,02	+ 0,01
20	10	9	8	7	6	4
30	13	12	11	10	9	8
40	16	15	14	13	12	10
50	19	18	17	15	14	13
60	21	20	19	18	17	16
70	23	22	21	20	19	18
80	26	25	24	23	22	21
90	28	27	26	25	24	23
100	30	29	28	27	26	25

¹⁾ Kayser u. Runge: Ber. d. Berl. Akad. 1893, S. 153.

II. Einheit: eine Streifenbreite in Gelbgrün.

Temp.	Barom. 730	740	750	760	770	780 mm
0° C	+ 0,05	+ 0,03	+ 0,02	+ 0,00	- 0,02	- 0,03
10	9	7	6	4	+ 0,03	+ 0,01
20	12	11	9	8	7	5
30	16	14	13	12	10	9
40	19	18	16	15	14	12
50	22	21	19	18	17	16
60	25	24	22	21	20	19
70	28	26	25	24	23	22
80	30	29	28	27	25	24
90	33	31	30	29	28	27
100	35	34	33	31	30	29

Die gesamte Rechnung habe ich nicht nach dem strengen Schema in der vorhergehenden Arbeit, sondern nach dem einfacheren Pulfrichschen¹⁾ Schema ausgeführt, das ich hier in äußerster Kürze wiederholen will.

Beobachtet ist bei den Temperaturen T_1 (Zimmertemperatur), T_2 (hohe Temperatur).

Mikrometerablesungen	Farbe 1	2	3	Wellenlängen $\lambda', \lambda, \lambda''$
	l'_1	l_1	l''_1	} bei den Temperaturen T_1 und T_2 .
	l'_2	l_2	l''_2	
	l'_3	l_3	l''_3	
	l'_s	l_s	l''_s	
	l'_4	l_4	l''_4	
	l'_5	l_5	l''_5	

Man berechnet:

$$l'_0 = \frac{1}{5}(l'_1 + l'_2 + l'_3 + l'_4 + l'_5), \quad l_0 = \frac{1}{5}(l_1 + l_2 + l_3 + l_4 + l_5), \quad l''_0 = \frac{1}{5}(l''_1 + l''_2 + l''_3 + l''_4 + l''_5)$$

(Schwerpunkte der Streifensysteme.)

$$\sigma' = l'_s - l'_0, \quad \sigma = l_s - l_0, \quad \sigma'' = l''_s - l''_0.$$

(Abstand des Scheibchens vom nächsten Streifen.)

Berechnung der Anzahl der vorübergewanderten Streifen:

Man hat die Streifenabstände

$$\begin{matrix} \delta'_{T_2}, & \delta_{T_2}, & \delta''_{T_2}, \\ \delta'_{T_1}, & \delta_{T_1}, & \delta''_{T_1}. \end{matrix}$$

Man bildet

$$\begin{matrix} (\delta'_{T_2} - \delta'_{T_1}), & (\delta_{T_2} - \delta_{T_1}), & \delta''_{T_2} - \delta''_{T_1}, \\ (\delta'_{T_2} - \delta_{T_1}) \frac{\lambda}{\lambda'}, & & (\delta_{T_2} - \delta_{T_1}) \frac{\lambda}{\lambda''}, \end{matrix}$$

$$\varrho' = (\delta'_{T_2} - \delta'_{T_1}) - (\delta_{T_2} - \delta_{T_1}) \frac{\lambda}{\lambda'}, \quad \varrho'' = (\delta''_{T_2} - \delta''_{T_1}) - (\delta_{T_2} - \delta_{T_1}) \frac{\lambda}{\lambda''}.$$

Mittels der Werte ϱ' und ϱ'' kann man dann aus den nachstehenden Tabellen die Anzahl der vorübergegangenen ganzen Streifen m', m und m'' entnehmen.

¹⁾ ZS. Instr. 13 365, 1893.

I. Rotgelbe, gelbe und gelbgrüne Heliumlinien.

He gelb <i>m</i>	He rotgelb		He gelbgrün		He gelb <i>m</i>	He rotgelb		He gelbgrün		Dickenänderung der Luftschicht in μ
	<i>m'</i>	<i>e'</i>	<i>m''</i>	<i>e''</i>		<i>m'</i>	<i>e'</i>	<i>m''</i>	<i>e''</i>	
—30	—27	0,61	—36	0,86	+30	+26	0,39	+35	0,14	8,81
—29	—26	48	—34	03	+29	+25	52	+33	97	
—28	—25	36	—33	20	+28	+24	64	+32	80	
—27	—24	24	—32	37	+27	+23	76	+31	63	
—26	—23	12	—31	54	+26	+22	88	+30	46	
—25	—22	0,00	—30	0,71	+25	+22	0,00	+29	0,29	
—24	—22	0,88	—29	0,89	+24	+21	0,12	+28	0,11	5,88
—23	—21	76	—27	06	+23	+20	24	+26	94	
—22	—20	64	—26	23	+22	+19	36	+25	77	
—21	—19	52	—25	40	+21	+18	48	+24	60	
—20	—18	0,40	—24	0,57	+20	+17	0,60	+23	0,43	
—19	—17	0,28	—23	0,74	+19	+16	0,72	+22	0,26	4,41
—18	—16	16	—22	91	+18	+15	84	+21	09	
—17	—15	04	—20	09	+17	+14	96	+19	91	
—16	—15	92	—19	26	+16	+14	08	+18	74	
—15	—14	0,80	—18	0,43	+15	+13	0,20	+17	0,57	
—14	—13	0,68	—17	0,60	+14	+12	0,32	+16	0,40	2,94
—13	—12	56	—16	77	+13	+11	44	+15	23	
—12	—11	44	—15	94	+12	+10	56	+14	06	
—11	—10	32	—13	11	+11	+9	68	+12	89	
—10	—9	0,20	—12	0,29	+10	+8	0,80	+11	0,71	
—9	—8	0,08	—11	0,46	+9	+7	0,92	+10	0,54	1,47
—8	—8	96	—10	63	+8	+7	04	+9	37	
—7	—7	84	—9	80	+7	+6	16	+8	20	
—6	—6	72	—8	97	+6	+5	28	+7	03	
—5	—5	0,60	—6	0,14	+5	+4	0,40	+5	0,86	
—4	—4	0,48	—5	0,31	+4	+3	0,52	+4	0,69	
—3	—3	36	—4	49	+3	+2	64	+3	51	
—2	—2	24	—3	66	+2	+1	76	+2	34	
—1	—1	12	—2	83	+1	0	88	+1	17	
0	—0	0,00	0	0,00	0	0	0,00	0	0,00	

Die Tabellen geben die Werte:

$$m \frac{\lambda}{\lambda'} = m' + (\delta'_{T_2} - \delta'_{T_1}) - (\delta_{T_2} - \delta_{T_1}) \frac{\lambda}{\lambda'} = m' + e'$$

und

$$m \frac{\lambda}{\lambda''} = m'' + (\delta''_{T_2} - \delta''_{T_1}) - (\delta_{T_2} - \delta_{T_1}) \frac{\lambda}{\lambda''} = m'' + e''.$$

Man erhält auf diese Weise die drei Werte m' , m , m'' .

Dann bildet man:

$$[m' + (\delta'_{T_2} - \delta'_{T_1})] \cdot \frac{\lambda'}{\lambda}, \quad [m + (\delta_{T_2} - \delta_{T_1})], \quad [m'' + (\delta''_{T_2} - \delta''_{T_1})] \frac{\lambda''}{\lambda}.$$

II. Rotgelbe, gelbe und blaue Heliumlinien.

He gelb	He rotgelb		He blau		He gelb	He rotgelb		He blau		Dickenänderung der Luftschicht in μ
m	m'	e'	m''	e''	m	m'	e'	m''	e''	
—30	—27	0,61	—38	0,60	+30	+26	0,39	+37	0,40	8,81
—29	—26	48	—37	85	+29	+25	52	+36	15	
—28	—25	36	—35	09	+28	+24	64	+34	91	
—27	—24	24	—34	34	+27	+23	76	+33	66	
—26	—23	12	—33	59	+26	+22	88	+32	41	
—25	—22	0,00	—32	0,83	+25	+22	0,00	+31	0,17	
—24	—22	0,88	—30	0,08	+24	+21	0,12	+29	0,92	5,88
—23	—21	76	—29	33	+23	+20	24	+28	67	
—22	—20	64	—28	57	+22	+19	36	+27	43	
—21	—19	52	—27	82	+21	+18	48	+26	18	
—20	—18	0,40	—25	0,07	+20	+17	0,60	+24	0,93	
—19	—17	0,28	—24	0,31	+19	+16	0,72	+23	0,69	
—18	—16	16	—23	56	+18	+15	84	+22	44	
—17	—15	04	—22	81	+17	+14	96	+21	19	
—16	—15	92	—20	05	+16	+14	08	+19	95	
—15	—14	0,80	—19	0,30	+15	+13	0,20	+18	0,70	
—14	—13	0,68	—18	0,55	+14	+12	0,32	+17	0,45	2,94
—13	—12	56	—17	79	+13	+11	44	+16	21	
—12	—11	44	—15	04	+12	+10	56	+14	96	
—11	—10	32	—14	29	+11	+ 9	68	+13	71	
—10	— 9	0,20	—13	0,53	+10	+ 8	0,80	+12	0,47	
— 9	— 8	0,08	—12	0,78	+ 9	+ 7	0,92	+11	0,22	
— 8	— 8	96	—10	03	+ 8	+ 7	04	+ 9	97	
— 7	— 7	84	— 9	27	+ 7	+ 6	16	+ 8	73	
— 6	— 6	72	— 8	52	+ 6	+ 5	28	+ 7	48	
— 5	— 5	0,60	— 7	0,77	+ 5	+ 4	0,40	+ 6	0,23	
— 4	— 4	0,48	— 5	0,01	+ 4	+ 3	0,52	+ 4	0,99	0,00
— 3	— 3	36	— 4	26	+ 3	+ 2	64	+ 3	74	
— 2	— 2	24	— 3	51	+ 2	+ 1	76	+ 2	49	
— 1	— 1	12	— 2	75	+ 1	+ 0	88	+ 1	25	
0	0	0,00	0	0,00	0	0	0,00	0	0,00	

Diese drei Werte müssen innerhalb der Beobachtungsfehler gleich sein. Ihr Mittel ist die Anzahl der vorübergewanderten Streifen in Einheiten der Streifen der Farbe von der Wellenlänge λ . Dieses Mittel mit $\frac{\lambda}{2}$ multipliziert ergibt dann die Dickenänderung der Luftschicht in metrischem Maß. Diese wird nach den obigen Tabellen wegen Luftdruck und Temperatur korrigiert. Aus der Höhe und der Ausdehnung des Quarzringes berechnet man dann die Dickenänderung des Quarzringes für das Temperaturintervall von T_1 bis T_2 . Die Summation beider Werte

III. Rotgelbe, gelbgrüne und blaue Heliumlinien.

He gelbgrün <i>m</i>	He rotgelb		He blau		He gelbgrün <i>m</i>	He rotgelb		He blau		Dickenänderung der Luftschicht in μ
	<i>m'</i>	<i>e'</i>	<i>m''</i>	<i>e''</i>		<i>m'</i>	<i>e'</i>	<i>m''</i>	<i>e''</i>	
—30	—23	0,47	—32	0,07	+30	+22	0,53	+31	0,93	7,52
—29	—22	22	—31	14	+29	+21	78	+30	86	
—28	—22	97	—30	20	+28	+21	03	+29	80	
—27	—21	72	—29	27	+27	+20	28	+28	73	
—26	—20	47	—28	33	+26	+19	53	+27	67	
—25	—19	0,22	—27	0,40	+25	+18	0,78	+26	0,60	
—24	—19	0,97	—26	0,46	+24	+18	0,03	+25	0,54	5,02
—23	—18	73	—25	52	+23	+17	27	+24	48	
—22	—17	48	—24	59	+22	+16	52	+23	41	
—21	—16	23	—23	65	+21	+15	77	+22	35	
—20	—16	0,98	—22	0,72	+20	+15	0,02	+21	0,28	
—19	—15	0,73	—21	0,78	+19	+14	0,27	+20	0,22	
—18	—14	48	—20	84	+18	+13	52	+19	16	3,76
—17	—13	23	—19	91	+17	+12	77	+18	09	
—16	—13	98	—18	97	+16	+12	02	+17	03	
—15	—12	0,73	—16	0,04	+15	+11	0,27	+15	0,96	
—14	—11	0,49	—15	0,10	+14	+10	0,51	+14	0,90	
—13	—10	24	—14	17	+13	+ 9	76	+13	83	
—12	—10	99	—13	23	+12	+ 9	01	+12	77	2,51
—11	— 9	74	—12	29	+11	+ 8	26	+11	71	
—10	— 8	0,49	—11	0,36	+10	+ 7	0,51	+10	0,64	
— 9	— 7	0,24	—10	0,42	+ 9	+ 6	0,76	+ 9	0,58	
— 8	— 7	99	— 9	49	+ 8	+ 6	01	+ 8	51	
— 7	— 6	74	— 8	55	+ 7	+ 5	26	+ 7	45	
— 6	— 5	49	— 7	61	+ 6	+ 4	51	+ 6	39	1,25
— 5	— 4	0,24	— 6	0,68	+ 5	+ 3	0,76	+ 5	0,32	
— 4	— 3	0,00	— 5	0,74	+ 4	+ 3	0,00	+ 4	0,26	
— 3	— 3	75	— 4	81	+ 3	+ 2	25	+ 3	19	
— 2	— 2	50	— 3	87	+ 2	+ 1	50	+ 2	13	
— 1	— 1	25	— 2	94	+ 1	+ 0	75	+ 1	06	
0	0	0,00	0	0,00	0	0	0,00	0	0,00	

liefert die Dickenänderung des Probekörpers und die Division dieses Wertes durch $T_2 - T_1$ seinen Ausdehnungskoeffizienten für die Temperatur $\frac{1}{2}(T_1 + T_2)$.

Auf Seite 62—65 werden noch die Tabellen mitgeteilt, die ich zur einfachen Bestimmung der Anzahl der vorübergegangenen Streifen berechnet habe. Einer Erläuterung bedürfen sie nach Obigem nicht, außerdem schließen sie sich genau an die in der oben zitierten Abhandlung von Pulfrich mitgeteilte Tabelle an.

IV. Rotgelbe, gelbgrüne und violette Heliumlinien.

He gelbgrün <i>m</i>	He rotgelb		He violett		He gelbgrün <i>m</i>	He rotgelb		He violett		Dickenänderung der Luftschicht in μ
	<i>m'</i>	<i>e'</i>	<i>m''</i>	<i>e''</i>		<i>m'</i>	<i>e'</i>	<i>m''</i>	<i>e''</i>	
—30	—23	0,47	—34	0,35	+30	+22	0,53	+33	0,65	7,52
—29	—22	22	—33	47	+29	+21	78	+32	53	
—28	—22	97	—32	59	+28	+21	03	+31	41	
—27	—21	72	—31	71	+27	+20	28	+30	29	
—26	—20	47	—30	84	+26	+19	53	+29	16	
—25	—19	0,22	—29	0,96	+25	+18	0,78	+28	0,04	
—24	—19	0,97	—27	0,08	+24	+18	0,03	+26	0,92	5,02
—23	—18	73	—26	20	+23	+17	27	+25	80	
—22	—17	48	—25	32	+22	+16	52	+24	68	
—21	—16	23	—24	44	+21	+15	77	+23	56	
—20	—16	0,98	—23	0,57	+20	+15	0,02	+22	0,43	
—19	—15	0,73	—22	0,69	+19	+14	0,27	+21	0,31	
—18	—14	48	—21	81	+18	+13	52	+20	19	
—17	—13	23	—20	93	+17	+12	77	+19	07	
—16	—13	98	—18	05	+16	+12	02	+17	95	
—15	—12	0,73	—17	0,17	+15	+11	0,27	+16	0,83	
—14	—11	0,49	—16	0,30	+14	+10	0,51	+15	0,70	2,51
—13	—10	24	—15	42	+13	+9	76	+14	58	
—12	—10	99	—14	54	+12	+9	01	+13	46	
—11	—9	74	—13	66	+11	+8	26	+12	34	
—10	—8	0,49	—12	0,78	+10	+7	0,51	+11	0,22	
—9	—7	0,24	—11	0,90	+9	+6	0,76	+10	0,10	
—8	—7	99	—9	03	+8	+6	01	+8	97	
—7	—6	74	—8	15	+7	+5	26	+7	85	
—6	—5	49	—7	27	+6	+4	51	+6	73	
—5	—4	0,24	—6	0,39	+5	+3	0,76	+5	0,61	
—4	—3	0,00	—5	0,51	+4	+3	0,00	+4	0,49	
—3	—3	75	—4	63	+3	+2	25	+3	37	
—2	—2	50	—3	76	+2	+1	50	+2	24	
—1	—1	25	—2	88	+1	+0	75	+1	12	
0	0	0,00	0	0,00	0	0	0,00	0	0,00	

In welcher Weise sich nun die gesamte Rechnung gestaltet, soll an einem aus den Beobachtungen ausgewählten Beispiel gezeigt werden:

Nr. III.

Höhe des Quarzringes $100\ 82\ \mu$, des Objektes $9999\ \mu$, Dicke der Luftschicht $83\ \mu$.

	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Temperatur T	$16,45^\circ$	$99,67^\circ$	$16,69^\circ$	$99,85^\circ$	$17,08^\circ$	$56,13^\circ$	$16,84^\circ$	$56,33^\circ$	$16,27^\circ$
Barometer b mm	759,6	760,0	764,1	764,0	763,9	762,7	762,7	760,1	769,0
δ' (rotgelb)	—0,277	—0,315	—0,338	—0,328	—0,400	+0,259	—0,445	+0,196	—0,392
δ (gelb)	+0,311	+0,340	+0,265	+0,295	+0,130	+0,312	+0,089	+0,276	+0,193
δ'' (gelbgrün)	+0,180	—0,150	+0,094	—0,194	—0,025	—0,486	—0,050	—0,553	+0,017

$\delta'_{T_2} - \delta'_{T_1}$ (rotgelb)	-0,008	+0,041	+0,682	+0,615
$\delta_{T_2} - \delta_{T_1}$ (gelbgrün)	-0,287	-0,229	-0,448	-0,536
$\delta''_{T_2} - \delta''_{T_1}$ (gelb)	+0,052	+0,097	+0,202	+0,135
$(\delta_{T_2} - \delta_{T_1}) \frac{\lambda}{\lambda'}$	+0,046	+0,085	+0,178	+0,119
$(\delta_{T_2} - \delta_{T_1}) \frac{\lambda}{\lambda''}$	+0,061	+0,114	+0,237	+0,158
$\varrho' \left(\frac{\text{rotgelb}}{\text{gelb}} \right)$	-0,054 [+0,95] ¹⁾	-0,044 [+0,96] ¹⁾	+0,504	+0,496
$\varrho'' \left(\frac{\text{gelbgrün}}{\text{gelb}} \right)$	-0,348 [+0,65] ¹⁾	-0,343 [+0,66] ¹⁾	-0,685 [+0,31] ¹⁾	-0,694 [+0,31] ¹⁾
m' (rotgelb)	-7			-4
m (gelb)	-8			-4
m'' (gelbgrün)	-9			-4
$[m' + (\delta'_{T_2} - \delta'_{T_1})] \frac{\lambda'}{\lambda}$	-7,965	-7,910	-3,771	-3,847
$[m + (\delta_{T_2} - \delta_{T_1})]$	-7,948	-7,903	-3,798	-3,865
$[m'' + (\delta''_{T_2} - \delta''_{T_1})] \frac{\lambda''}{\lambda}$	-7,928	-7,878	-3,797	-3,872
Korrekt. wegen k_2	0,27	0,26	0,17	0,17
T u. b : k_1	0,06	0,05	0,06	0,05
$k_2 - k_1$	0,21	0,21	0,11	0,12
$d(k_2 - k_1)$	+0,018	+0,017	+0,009	+0,010
Anzahl der vorübergeg. Streifen (korr.)	-7,929	-7,880	-3,780	-3,851
In μ umgerechnet	-2,3294	-2,3150	-1,1105	-1,1314
Dickenänd. d. Quarzes (μ)	+6,7785	+6,7705	+3,0575	+3,1037
Dickenänd. des Körpers	+9,1079	+9,0855	+4,1680	+4,2351
Temperaturdifferenz	83,10°	82,96°	39,17°	39,77°
Ausdehnung für 1°	0,1096	0,1095	0,1064	0,1065
Ausdehnungskoeffizient	10,96 · 10 ⁻⁶	10,95 · 10 ⁻⁶	10,64 · 10 ⁻⁶	10,65 · 10 ⁻⁶
für die Temperatur	58,1°	58,4°	36,5°	36,4°

Wie man sieht, ist die gesamte zu bewältigende Rechenarbeit nicht sonderlich groß, besonders wenn man noch mechanische Rechenhilfsmittel heranzieht.

Auf diese oben beschriebene Weise wurden nun alle fünf Körper auf Ausdehnung untersucht. Die Ergebnisse sind in nebenstehender Übersicht (S. 67) zusammengestellt.

Zu dieser Zusammenstellung bemerke ich folgendes: die Oberflächen der Maße waren sehr gut eben geschliffen, so daß die Interferenzstreifen vollständig geradlinig verliefen, soweit sie im Gesichtsfeld des Fernrohrs sichtbar waren. Bei der Erwärmung trat stets eine geringfügige Krümmung der Streifen ein, die wohl die Einstellung der Streifen etwas erschwerte, aber sie nicht wesentlich störte. Diese Erscheinung deutet darauf hin, daß die Ausdehnung der Probekörper am Rande eine etwas andere ist, als in der Mitte der Zylinder, ein Unterschied, der durch ein wenig ungleichmäßige Härtung am Rand und in der Mitte wohl erklärlich ist. Die Oberflächen der Körper waren nahezu auf Hochglanz poliert, so daß die Streifen alle stets recht matt und verwaschen erschienen; da sie indessen für die zu erzielende Genauigkeit ausreichten, wurde daran nichts geändert.

¹⁾ Die in eckige Klammern gesetzten Zahlen sind die Ergänzungen zu 1 für die nebenstehenden. Bei negativen ϱ sind diese zur Feststellung der m aus den vorhergehenden Tabellen zu verwenden.

Körper Nr.	Benutzte Farben	Vorübergewanderte Streifen berechnet für die mittlere Farbe, unkorrigiert	Temperaturdifferenz	Ausdehnung für 1° und 1 m in 10 ⁻⁶	Temperatur, für welche die Ausdehnung gilt
I	$\left. \begin{array}{l} \text{rotgelb} \\ \text{gelb} \\ \text{gelbgrün} \end{array} \right\}$	— 12,999	84,93°	12,64	57,4°
		— 13,075	85,36°	12,64	57,2°
		— 6,566	41,97°	12,38	35,6°
		— 6,412	40,67°	12,42	35,3°
IV	$\left. \begin{array}{l} \text{rotgelb} \\ \text{gelb} \\ \text{blau} \end{array} \right\}$	— 16,070	82,03°	13,92	58,5°
		— 16,033	81,86°	13,92	58,7°
		— 7,576	38,54°	13,58	36,7°
IV wiederholt	$\left. \begin{array}{l} \text{rotgelb} \\ \text{gelb} \\ \text{gelbgrün} \end{array} \right\}$	— 16,423	83,49°	13,92	57,4°
		— 16,332	83,50°	13,89	57,6°
		— 16,237	83,19°	13,87	57,5°
		— 8,074	41,47°	13,50	34,5°
J ₂	$\left. \begin{array}{l} \text{rotgelb} \\ \text{gelb} \\ \text{gelbgrün} \end{array} \right\}$	— 8,274	42,31°	13,52	34,9°
		— 7,726	84,12°	10,83	57,3°
		— 7,765	83,95°	10,85	57,6°
		— 3,850	41,19°	10,54	36,1°
II	$\left. \begin{array}{l} \text{rotgelb} \\ \text{gelb} \\ \text{blau} \end{array} \right\}$	— 3,862	40,99°	10,56	36,0°
		— 8,098	82,46°	11,04	58,7°
		— 8,112	82,44°	11,04	58,8°
		— 4,026	39,11°	10,83	37,0°
III	$\left. \begin{array}{l} \text{rotgelb} \\ \text{gelb} \\ \text{gelbgrün} \end{array} \right\}$	— 4,051	39,01°	10,85	36,6°
		— 7,947	83,10°	10,96	58,1°
		— 7,897	82,96°	10,95	58,4°
		— 3,789	39,17°	10,64	36,5°
III wiederholt	$\left. \begin{array}{l} \text{rotgelb} \\ \text{gelbgrün} \\ \text{blau} \end{array} \right\}$	— 3,861	39,77°	10,65	36,4°
		— 9,201	82,80°	10,93	58,0°
		— 9,276	83,05°	10,95	58,0°
		— 4,780	40,50°	10,75	36,4°

Die Körper I und IV besaßen an der Grundfläche drei kleine ausgearbeitete Füßchen, mit denen sie allein aufstanden, die andern waren voll gearbeitet und lagen mit der ganzen Unterfläche auf der Quarzplatte auf. Schwierigkeiten haben sich in beiden Fällen nie ergeben. Nachträglich wurde Körper III ebenfalls mit drei solcher Füßchen versehen, um einen etwaigen Einfluß der Änderung der Oberfläche auf die Ausdehnung festzustellen, das Ergebnis zeigt die als „III wiederholt“ bezeichnete Reihe, die also eine Änderung der Ausdehnung nicht sicher erkennen läßt. Die Ausdehnungsbestimmung von IV wurde wiederholt, um ein etwaiges Versehen aufzuklären. Der Körper wurde dazu neu justiert. Die Reihen liefern beide das gleiche Ergebnis. Die erste Reihe war also einwandfrei. Dickenänderungen der Probekörper und thermische Nachwirkungen sind nicht beobachtet worden.

Faßt man nun die doppelten Reihen zusammen, so ergeben sich für die Ausdehnung und ihre Abhängigkeit von der Temperatur folgende Gleichungen:

$$\text{Körper I: } \varepsilon = 12,01 \mu + 0,0110 \cdot T \mu$$

$$\text{IV: } \varepsilon = 12,96 \mu + 0,0163 \cdot T \mu$$

$$\text{J}_2: \varepsilon = 10,06 \mu + 0,0136 \cdot T \mu$$

$$\text{II: } \varepsilon = 10,51 \mu + 0,0091 \cdot T \mu$$

$$\text{III: } \varepsilon = 10,28 \mu + 0,0115 \cdot T \mu$$

Wie man sofort sieht, besteht ein deutlicher Unterschied in der Ausdehnung der Körper I und IV und der der übrigen. Dieser Unterschied wird dadurch erklärlich, daß diese beiden Körper nach der bei der Fabrikation der Endmaße üblichen Methode gehärtet und dann getempert sind. In welcher Weise dieses geschieht, wurde als Fabrikationsgeheimnis nicht mitgeteilt. Die drei anderen Maße sind ungehärtet. Als Mittelwert der Ausdehnung für die gehärteten Maße erhalten wir nun:

$$\varepsilon = 12,48 \mu + 0,014 \cdot T \mu$$

$$\varepsilon_{20^\circ} = 12,76 \mu$$

und für die ungehärteten:

$$\varepsilon = 10,28 \mu + 0,011 \cdot T \mu$$

$$\varepsilon_{20^\circ} = 10,50 \mu .$$

Man sieht also, daß bereits in niedrigen Temperaturen der gehärtete Stahl eine ganz beträchtlich größere Ausdehnung besitzt, als im allgemeinen für Stahl angenommen wird. Im ungehärteten Zustand besitzt diese Stahlsorte — es handelt sich um schwedischen Tiegelstahl normaler Zusammensetzung — eine recht niedrige Ausdehnung gegenüber den neueren Stahlsorten, die im allgemeinen Ausdehnungskoeffizienten von $11,0$ bis $12,0 \cdot 10^{-6}$ aufweisen. Da alle Körper aus dem gleichen Material hergestellt sind, so liefern die Versuche auch einen direkten Beweis dafür, daß gehärteter Stahl eine größere Ausdehnung besitzt wie ungehärteter. Der Unterschied ist so groß, wie er meines Wissens noch nicht beobachtet ist.

Die Ergebnisse der Versuche zeigen weiter, daß, obwohl die Körper aus dem gleichen Guß stammen, die gehärteten und auch die ungehärteten untereinander in ihren Ausdehnungen ganz beträchtlich abweichen. Besonders bei I und IV ist die Ausdehnung verschieden, was auch erklärlich ist, da die Härtung der Maße von der Oberfläche aus erfolgt und also nicht ohne weiteres anzunehmen ist, daß sie in verschiedenen Stücken gleich weit fortgeschritten ist. Dementsprechend ist auch die Ausdehnung bei den drei ungehärteten Stücken in besserer Übereinstimmung.

Es handelt sich nun darum, aus den oben gefundenen Werten an den Probekörpern die Ausdehnung der Maße selbst abzuleiten. Dabei ist zu beachten, daß die Härtung nicht allein wie oben von der Ausführung dieser Operation, sondern auch von der Dicke des zu härtenden Stückes abhängt. Also werden die größeren

Maße nur oberflächlich gehärtet sein, und die Härtung wird erst bei den kleineren Maßen so weit fortgeschritten sein, daß man diese als vollständig gehärtet ansehen kann. Nebenher sei bemerkt, daß erst ein großes Stück hergestellt wird, das in seiner Dicke etwa der Dicke der anzufertigenden Maße entspricht; dieses wird gehärtet und dann erst auf das übliche Format zugeschnitten. So wird die ungleichartige Härtung vom Rande her, und damit ein Verziehen der Maße vermieden. Es ist danach also klar, daß die einzelnen Maße nicht gleiche Ausdehnungskoeffizienten besitzen, sondern daß dieser Koeffizient bei ganz großen Maßen dem der ungehärteten Probekörper gleichkommen, bei dem 100-mm-Maß ein wenig größer sein wird, als bei den ungehärteten Probekörpern, und dann bei den kleineren Maßen noch größer wird, bis er bei den kleinsten endlich den Wert der voll gehärteten Maße erreicht. Für die praktische Anwendung der Maße hat man nun zu berücksichtigen, daß ein genauere Ausdehnungskoeffizient nur für die längeren Maße von Bedeutung ist. Man hat auch keinen Anhalt zu beurteilen, wie etwa die Änderung des Ausdehnungskoeffizienten bei den einzelnen Maßen verläuft; es dürfte sich infolgedessen empfehlen, runde Werte für die Ausdehnungen anzunehmen. Der Ausdehnungskoeffizient des 100-mm-Maßes muß größer als $10,5 \cdot 10^{-6}$ sein, dürfte also wohl mit einer nur geringen Unsicherheit zu dem runden Wert von $11 \cdot 10^{-6}$ anzusetzen sein, ein Wert, der vom wahren wohl um höchstens $0,2 \cdot 10^{-6}$ abweichen wird. Für 50 mm bis 20 mm wird $11,5 \cdot 10^{-6}$ als wahrscheinlicher Wert anzunehmen sein, von 20 abwärts genügt $12 \cdot 10^{-6}$. Für 10 mm müßte der Wert tatsächlich $12,8 \cdot 10^{-6}$ sein oder $0,128 \mu$ pro Grad, eine Änderung gegenüber $0,120$, die bei den geringen Temperaturänderungen, bei denen die Maße gebraucht werden, schon recht belanglos ist. Weitere Unterteilungen erscheinen bei der Unsicherheit aller dieser Annahmen nicht zweckmäßig, und für die praktische Anwendung der Maße auch entbehrlich zu sein. Die Unsicherheit, die bei diesen Annahmen in dem Längenwert der Maße entsteht, kann man jedenfalls danach immer von Fall zu Fall abschätzen. Eine noch größere Unterteilung dürfte unpraktisch und mit Rücksicht auf alle Unsicherheiten ihrer Grundlagen unangebracht sein, es sind deswegen für die Ausdehnungswerte auch nur runde Beträge gewählt.

ÜBER DIE BESTIMMUNG
DER
THERMISCHEN AUSDEHNUNG
VON FESTEN KÖRPERN
MITTELS DER SPIEGELMETHODE
UND ÜBER
EINIGE DABEI ERHALTENE RESULTATE

VON

DR. W. BLOCK

Die Messung der thermischen Ausdehnung von festen Körpern zu metronomischen Zwecken, also bei Temperaturen im Bereich von etwa 0° bis $+50^{\circ}\text{C}$, erfolgt im allgemeinen, von den Methoden mittels Schwingungsbeobachtungen und mittels hydrostatischer Wägungen abgesehen, nach drei verschiedenen Methoden. Die am meisten verwendete Methode ist die mikrometrische am Komparator. Sie besteht darin, daß der zu untersuchende Körper, am besten in Stabform, mit Strichen versehen und seine Länge bei verschiedenen Temperaturen gegenüber der eines Normals mikrometrisch verfolgt wird. Diese Messung kann so vorgenommen werden, daß das Normal dauernd auf konstanter Temperatur gehalten wird, — man findet dann sofort die absolute Ausdehnung des Körpers — oder daß beide stets zur gleichen Temperatur erwärmt und abgekühlt werden, man findet dann die Ausdehnungsdifferenz beider, die relative Ausdehnung des Körpers. Diesen Methoden sind nun insofern gewisse Grenzen gesetzt, als sich auf vielen Materialien für Mikrometermessungen brauchbare Striche nicht unmittelbar ziehen lassen. Auch ein Versilbern oder Platinieren der zum Aufbringen der Striche bestimmten Stellen ist nicht immer in geeigneter Weise ausführbar; und ein Umlegen von Ringen oder Einsetzen von Pfropfen und Ähnliches ist ein immerhin bedenkliches Mittel, besonders bei Untersuchungen höherer Genauigkeit, da die Gefahr vorliegt, daß diese Stücke locker werden und sich verschieben, und da es schwierig ist, festzustellen, ob der auf ihnen gemessene Strichabstand auch der Länge des untersuchten Stabes gleichkommt. Weiterhin steht in vielen Fällen das Material nicht in genügender Länge zur Verfügung, so daß bei kurzen Proben die zu messende Längenänderung zu klein ist, um mit ausreichender Genauigkeit mikrometrisch ausgewertet zu werden, ganz abgesehen davon, daß im allgemeinen die Konstruktion der Komparatoren die Verwendung zu kurzer Proben verbietet, da die beiden Mikroskope einander nicht genügend genähert werden können.

In diesen Fällen wird die mikrometrische Methode meist durch die zweite, grundlegend verschiedene, die rein optische Methode mittels des Fizeauschen Dilatometers ersetzt, bei welcher der Unterschied der Ausdehnungen des Probekörpers gegen einen Normalkörper — in der Regel ein Ring aus kristallinischem Quarz — mittels optischer Interferenzen gemessen wird. Im allgemeinen wird diese Methode nur für Stücke bis etwa 10—20 mm Höhe angewendet. Sie hat damit

den Nachteil, daß man den bei einer kleinen Probe oder einzelnen Proben erhaltenen Ausdehnungskoeffizienten mit dem eines vielfach recht langen Stückes identifiziert. Es ist indessen recht wohl möglich, die Methode auch für größere Probekörper umzugestalten, besonders wenn man den kristallinen Quarz des Normalkörpers, der in den erforderlichen großen Stücken recht teuer ist, durch geschmolzenen Quarz ersetzt, der sich bekanntlich — es sei nur die Herstellung eines Normalmeters ersten Ranges im National Physical Laboratory in Teddington bei London erwähnt¹⁾ — thermisch durchaus gut verhält, da er eine sehr kleine Temperatúrausdehnung von rund $0,5 \cdot 10^{-6}$ besitzt und praktisch frei von thermischer Nachwirkung ist. Lichtwellen von ausreichender Homogenität sind in den Helium- und Neonlinien ebenfalls bekannt.

Die dritte und bei weitem älteste Methode zur Messung der Ausdehnung, die sowohl bei langen als auch bei kurzen Proben, von ganz kurzen vielleicht abgesehen, Verwendung finden kann und auch das Ziehen von Strichen nicht erforderlich macht, besteht darin, daß die Längenänderung des zu untersuchenden Stückes gegenüber dem Normal durch Fühlhebel usw., oder mittels der Gauß - Poggen dorffschen Spiegelablesung vergrößert wird. Unter der großen Zahl der Verfahren seien folgende als die wichtigsten hervorgehoben. Lavoisier und Laplace²⁾ verwenden als Normal den Abstand zweier fester Anschläge an einem Mauerpfeiler. An dem einen liegt der zu untersuchende Stab an, sein anderes Ende berührt einen Fühlhebel, der an dem zweiten Anschlag drehbar befestigt ist. Dieser Fühlhebel trägt ein Fernrohr, das auf eine ferne Skala visiert und so die Längenänderungen wesentlich vergrößert erscheinen läßt. Eine ganze Reihe von Beobachtern verfuhr dann so, daß sie Normal und Probestab gemeinsam drehend auf eine Rolle wirken ließen, z. B. Musschenbroek³⁾ in der primitivsten Anordnung in der Weise, daß er beide Stäbe an einem Ende in einem geringen Abstand voneinander fest verband, sie am andern Ende an den Innenseiten mit Zahntrieben versah und beide auf ein Zahnrad wirken ließ, das dann gemäß der Ausdehnungsdifferenz beider gedreht wurde. Der Ersatz des Zahnrades mit Zahntrieb durch eine einfache zylindrische Rolle führt dann zu den Methoden von Ellicot⁴⁾ und Bauschinger. Diese Methoden sind natürlich ganz allgemein zur Messung geringer Längenänderungen verwendbar, unabhängig davon, wodurch diese entstehen. So findet die Methode von Bauschinger im Materialprüfungswesen ausgedehnte Anwendung zur Messung von elastischen Längenänderungen und wird dort so benutzt, daß von dem zu untersuchenden Körper eine bestimmte Länge durch die Rolle von wenigen Millimetern Durchmessern und eine feste Schneide abgegrenzt wird.

¹⁾ G. W. C. Kaye: Proc. Roy. Soc. London (A) **85**, 430, 1911.

²⁾ Die Methode ist zuerst veröffentlicht in Biot: *Traité de Physique*. Deutsch von Fechner. **1**, 265.

³⁾ *Introductio ad Philosophiam naturalem* **2**, 610.

⁴⁾ Phil. Transact. **39**, 297, 1738.

An diesen beiden Hilfsgliedern wird mittels geeigneter Klemmvorrichtungen ein Metallstab befestigt, der während der Versuchsdauer als unveränderlich angesehen wird. Verändert dann der Probekörper durch Druck oder Zug seine Dimensionen, so dreht sich die Rolle, und diese Drehung wird mittels eines an der Rolle angebrachten Spiegels gemessen. Da ein reines Rollen ohne Gleiten aber nicht immer zu erzielen war, hat man die Rolle durch eine Doppelschneide ersetzt, einen kleinen Stahlkörper mit rhombischem Querschnitt, der zwischen Probekörper und Metallstab aufrecht eingefügt wurde. Dieses konnte um so unbedenklicher geschehen, als es sich immer nur um ganz kleine Drehungen von wenigen Graden handelte. Das Schema der Anordnung kann man der Figur auf S. 78 entnehmen. Über die Einzelheiten der Ausführungen sei u. A. auf die Werke von Martens: Materialienkunde im Maschinenbau, und Wawrziniok: Materialprüfungswesen verwiesen.

Während bis in die neueste Zeit im Materialprüfungswesen diese Methoden, soweit bekannt ist, nur für elastische Längenänderungen Verwendung fanden, sind sie neuerdings auch für thermische Ausdehnungsbestimmungen bis zu 450°C benutzt worden¹⁾.

In der Metronomie hat diese Methode in kleinen Temperaturintervallen in der Normal-Eichungskommission für thermische Ausdehnungsbestimmungen seit etwa 10 Jahren Anwendung gefunden. Es dürfte vielleicht von Interesse sein, über die dabei gemachten Erfahrungen zu berichten.

Bevor indessen auf spezielle Fälle eingegangen wird, muß noch ein Punkt genauer erörtert werden. Man muß zwischen absoluten und relativen Messungen unterscheiden. Bei jenen bleibt, wie schon hervorgehoben, das Normal auf konstanter Temperatur, so daß also alle Fehler der Temperaturmessung in die errechneten Ausdehnungskoeffizienten eingehen. Bei diesen wird Normal und zu prüfender Stab stets auf gleicher Temperatur sich befinden, und damit gehen die Fehler der als bekannt vorausgesetzten, bzw. aus anderen Messungen her bekannten Ausdehnung des Normals mit vollem Betrage in das Ergebnis ein. Dieser Fall trifft für die Spiegelmethoden zu. Bei Messung der thermischen Ausdehnung mittels der Rolle oder der Doppelschneide werden stets beide Stäbe gleichmäßig der gleichen Temperatur ausgesetzt.

Man kann nun bei der Auswahl der Normale bekannter Ausdehnung zwei Wege einschlagen. Man kann ein Normal verwenden, das möglichst geringe Ausdehnung hat, also z. B. geschmolzenen Quarz, dessen Ausdehnungskoeffizient bereits genügend genau bekannt ist, so daß man ihn nicht gesondert zu bestimmen braucht, sondern ihn für die meisten Fälle als bekannt voraussetzen darf. In diesem Fall hängt die Genauigkeit des Resultats in allererster Linie — von den Fehlern der Methode abgesehen — von der Bestimmung der Temperatur ab. Jeder Fehler

¹⁾ Mitt. a. d. Kgl. Materialprüfungsamtes zu Groß-Lichterfelde 29, 381, 1911.

in der Temperaturmessung geht proportional in das Resultat ein. Abgesehen von einer guten Temperierung der Maßstäbe muß also auch die absolute Höhe der Temperatur recht genau gemessen werden.

Anders liegt es, wenn man ein Normal verwendet, das in seiner Ausdehnung mit dem zu untersuchenden Material möglichst übereinstimmt. Stimmt dann die Temperierung der beiden Stäbe hinreichend überein, so ist eine verhältnismäßig rohe Temperaturlesung ausreichend, um einen recht genauen Ausdehnungskoeffizienten zu erhalten. Vergleichen wir z. B. zwei Stahlstäbe miteinander, so wird, wenn wir etwa $1 \cdot 10^{-6}$ als nahezu höchsten Unterschied beider Ausdehnungskoeffizienten annehmen, eine Temperaturmessung auf $0,4^\circ$ genügen, um $0,01 \cdot 10^{-6}$ im Ausdehnungskoeffizienten richtig zu erhalten, also eine Genauigkeit, die nur bei Messungen ersten Ranges erzielt werden kann.

Welche beider Anordnungen man wählt, dürfte nicht allgemein entschieden werden können. Die zweite hat vielleicht gewisse Vorzüge, setzt indessen voraus, daß man eine Reihe Normalien zur Verfügung hat, so daß man sich für die Versuche stets das geeignete aussuchen kann.

In der Normal-Eichungskommission sind die Versuche mit den Drehspiegelmethoden im Jahre 1903 von dem damaligen ständigen Mitarbeiter Reg.-R. Dr. Domke begonnen und bei gelegentlichen Untersuchungen angewendet. Er benutzte dabei zuerst einen Zylinder an Stelle der Doppelschneide, also die Bauschingersche Anordnung. Von den vielfachen Versuchsreihen, die er angestellt hat, sei eine mitgeteilt, die zeigt, mit wie einfachen Mitteln man eine bereits recht beträchtliche Genauigkeit erzielen kann. Er maß die Ausdehnungsdifferenz eines Stahl- und Bronzestabes von je etwa 0,5 m Länge in folgender Anordnung:

Abstand vom Spiegel zur Skala 1,73 m;

Abstand vom Spiegel bis zur festen Auflagerung am andern Stabende 0,485 m.

Zylinderdurchmesser 2,00 mm.

Skala: 1 ps = 20 mm.

Die Temperatur wurde an einem neben den Stäben befindlichen Thermometer gemessen. Der Zweck der Messung war, die Übereinstimmung zwischen dem Gang der Ausdehnung und dem der Thermometer in geringen Temperaturgrenzen nachzuprüfen.

In der nebenstehenden Tabelle sind die Ergebnisse der Beobachtungen mit den erforderlichen Bemerkungen zusammengestellt, sowie die nach einer Ausgleichung berechneten Temperaturen und deren Abweichungen gegen die beobachteten aufgenommen.

Datum	Zeit	Skalen- ablesung A	Temperatur korr. T	Temperatur berechnet	Tempera- turdifferenz berechnet — beobachtet in $0,01^\circ$	Bemerkungen
21. IX. 03	10 ^h 01 ^m	3,86	17,33	17,35	+ 2	Von früh ab geheizt. Um 1 ^h 0 ^m Heizung abgestellt und bleibt geschlossen.
	58	3,72	17,68	17,70	+ 2	
	12 01	3,49	18,21	18,19	— 2	
	58	3,46	18,42	18,43	+ 1	
	1 58	3,53	18,40	18,37	— 3	
22. IX. 03	9 ^h 57 ^m	4,46	16,65	16,69	+ 4	Heizung von früh ab geschlossen. Um 9 ^h 04 ^m Fenster geöffnet. Um 11 ^h 01 ^m Fenster geschlos- sen. 1 ^h 0 ^m Heizung geöffnet und bleibt offen.
	11 00	4,40	16,67	16,61	— 6	
	12 01	4,235	16,92	16,90	— 2	
	1 00	4,17	17,04	17,04	0	
	2 00	4,02	17,31	17,32	+ 1	
23. IX. 03	9 ^h 59 ^m	3,795	17,89	17,88	— 1	Heizung von früh ab geöffnet. Um 12 ^h 01 ^m Heizung abgestellt; bleibt geschlossen.
	11 00	3,72	18,08	18,11	+ 3	
	12 00	3,70	18,17	18,19	+ 2	
	1 00	3,70	18,21	18,22	+ 1	
	2 00	3,715	18,20	18,19	— 1	
24. IX. 03	10 ^h 00 ^m	4,01	17,51	17,53	+ 2	Heizung während des ganzen Tages geschlossen.
	11 00	3,98	17,59	17,59	0	
	12 00	3,935	17,68	17,68	0	
	1 00	3,90	17,76	17,75	— 1	
	2 00	3,875	17,82	17,82	0	

Ausgeglichene Formel: $T_i = \alpha A_i + \beta \cdot (T_i - T_{i-1}) + \gamma(T_{i+1} - T_i)$
 $0,01^\circ$ entspricht einer Änderung der Längendifferenz von $0,057 \mu$.

Die Ausdehnungsdifferenz beider Stäbe ergab sich zu $11 \cdot 10^{-6}$.

Trotz der ganz primitiven Versuchsanordnung ist die Übereinstimmung zwischen Beobachtung und Rechnung vorzüglich. Man sieht, daß das Thermometer den Temperaturänderungen langsamer folgt als die Stäbe.

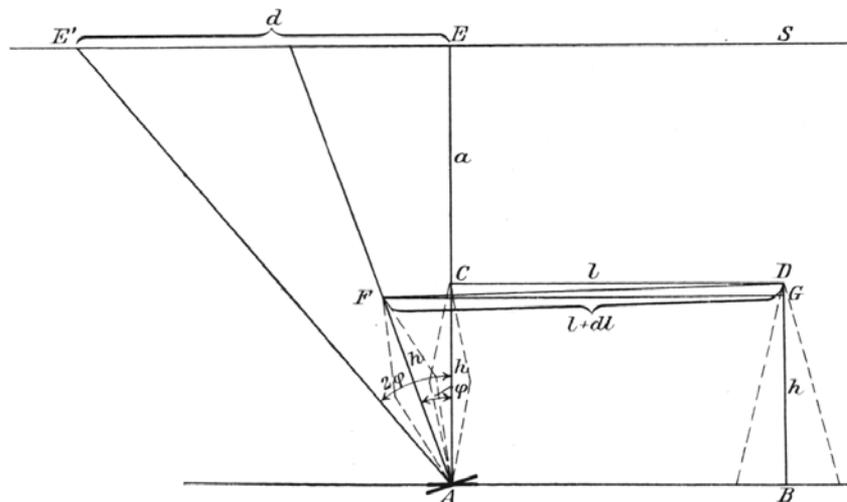
Die Verwendung einer Rolle hat insofern immer etwas Bedenkliches, als man nie sicher ist, ob nicht neben den reinen Drehbewegungen auch gleitende Bewegungen auftreten, die natürlich ein zuverlässiges Resultat unmöglich machen. Späterhin wurde deswegen auch nach dem Vorschlage des ständigen Mitarbeiters der N. E. K. Dr. Kösters die Doppelschneide angewendet, die nun in allen nachstehend beschriebenen Versuchen dauernd benutzt wurde.

Während bisher, wie z. B. im Materialprüfungswesen, die Doppelschneide nur zu Messungen geringerer Genauigkeit verwendet wurde, ging Dr. Kösters bei seinem Vorschlage von dem Gedanken aus, daß eine Schneide infolge des konzentrierten Druckes möglichst in ihrer Stelle beharrt und darum auch zu Präzisionsmessungen ersten Ranges verwendet werden kann. Daß sie dafür überhaupt verwendbar ist, sieht man bei der Anwendung der Schneiden bei feinsten gleicharmigen Wagen, wo der Schwerpunkt des schwingenden Systems nur mehrere Tausendstel Millimeter unter der Mittelschneide liegt, eine Entfernung, die trotz des vielfachen Aufsetzens der Schneide auf die Pfanne vorzüglich konstant bleibt, wie man aus der

Konstanz der Empfindlichkeit beurteilen kann. Beispiele der Auflagerung und Befestigung der Stäbe und Schneiden bei verschiedenen Formen des Querschnitts, sowie eine Zeichnung der ganzen Versuchsanordnung findet man in der Beschreibung des großen Komparators von Dr. Kösters im gleichen Bande.

Bevor auf einzelne Versuchsreihen eingegangen wird, soll zunächst eine kurze Theorie der Methode gegeben werden.

In der nachstehenden Figur sei AB das Normal bekannter Ausdehnung, CD der zu untersuchende Stab. BD ist eine feststehende Schneide, die mit dem Normal fest verbunden oder an CD angearbeitet ist; AC ist die bewegliche Doppelschneide, die senkrecht zu der Richtung AC einen Spiegel trage. Steht AC senkrecht zu AB , so erhalte man an der Skala S in der Entfernung a von AB die Ablesung E , und bei einer Temperaturänderung die Ablesung E' ; die Höhe der Schneide AC



Schema der Doppelschneidenmethode.

sei gleich BD und werde mit h bezeichnet. Die anderweitig gemessene Entfernung $AB = CD$ mit l , die Längenänderung von CD bei Temperaturänderung mit dl , der entsprechende Drehwinkel der Doppelschneide mit φ , und die dabei auftretende Neigung des Stabes CD mit ε . Dann ist:

$$\sin \varepsilon = \frac{h(1 - \cos \varphi)}{l + dl}, \quad \cos \varepsilon = \frac{l + h \sin \varphi}{l + dl},$$

woraus sich nach Vernachlässigung von kleinen Größen zweiter Ordnung ergibt

$$dl = h \sin \varphi + \frac{h^2}{l} (1 - \cos \varphi).$$

Der zweite Summand ist ein Korrektionsglied, das in fast allen Fällen seiner Kleinheit wegen praktisch bedeutungslos ist; ob man es vernachlässigen kann, lehrt dann stets eine einfache Überschlagsrechnung.

Wie man sich diese Formel für eine praktische Rechnung bequemer gestalten kann, soll hier nicht erörtert werden, es ist dieses auf verschiedene Weise möglich.

Auf etwas muß indessen noch geachtet werden. Bei der Auflagerung auf den beiden Schneiden biegt sich natürlich der zu untersuchende Stab durch; Bedingung

für die Anwendung der Methode ist nun, daß diese Durchbiegung bei Erwärmung sich nicht ändert. Nach der Besselschen Formel¹⁾ ist die Längenänderung infolge Durchbiegung zu einem Teil proportional $\frac{1}{E^2}$, zum andern proportional $\frac{1}{E}$, wobei E den Elastizitätskoeffizienten bedeutet, dessen Temperaturkoeffizient bei den meisten in Frage kommenden Materialien in der Nähe von $3 \cdot 10^{-4}$ liegt. Nehmen wir z. B. den Fall eines Messingmeters von 1 cm Höhe, so beträgt nach jener Formel die Längenänderung der Mittelschicht bei Auflagerung an den Enden etwa 5μ , die Längenänderung der unteren Schicht infolge der Drehung der Querschnitte bei der Durchbiegung etwa 40μ ²⁾. Bei 1° Temperaturänderung ändern sich diese Beträge um $5 \cdot (3 \cdot 10^{-4})^{-2}$ bzw. um $40 \cdot (3 \cdot 10^{-4})^{-1}$. Jene Temperaturänderung ist also im ersten Falle bedeutungslos, verursacht aber im zweiten eine scheinbare Längenänderung von $0,012 \mu$, ein Betrag der also bei längeren Proben in einem Temperaturbereich von 30 bis 40 Grad bereits merkbar wird. Eine geeignete Auflagerung des Stabes kann ihn indessen wesentlich verringern.

Liegt die Drehlinie der Schneide nicht in der Spiegelebene, so sind die Ableasungen nach bekannten Formeln zu verbessern.

Zuvor jedoch soll ein anderer Lösungsversuch kurz dargestellt werden, der indessen einstweilen noch zu keinem abschließenden Resultat geführt hat, aber doch nicht ohne Interesse ist: Eine Doppelschneide kann leicht Verrückungen erfahren, so daß es vielleicht zweckmäßig wäre, sie durch eine andere unverrückbare Vorrichtung zu ersetzen. Deshalb ist von dem kürzlich verstorbenen Mechaniker C. Reichel ein Ersatz der Schneiden durch Kugeln angeregt und ein Dreikugelkippstück ausgeführt. Die eine Schneide wurde durch zwei kleine gleiche Kugeln ersetzt, die andere Schneide durch eine etwa gleich große Kugel. Der Durchmesser der drei Kugeln war etwa 1 mm, die Höhe des ganzen Stückes etwa 5 mm. Zur Aufnahme der Kugeln waren geeignete Auflagestücke konstruiert, die an den Innenflächen von H-förmigen Maßstäben festgeklemmt werden konnten. Die feste Auflagerung für den zu prüfenden Stab bildeten zwei Spitzen; an dem andern Ende lag er unter Zwischenschaltung eines geeigneten Hilfsstücks auf der einzelnen Kugel auf, die beiden andern Kugeln ruhten auf dem am Normal befestigten Auflagestück. Alle drei Kugeln ruhten in sorgfältig geschliffenen Kugelpfannen. Die Ausmessung des Kugelkippstückes wurde an einem Zeißschen Dickenmesser der N. E. K. vorgenommen; seine wirksame Höhe bildet seine Gesamthöhe, abzüglich der Radien der unteren und der oberen Kugeln. Die Vergrößerung der Ausdehnungsdifferenz konnte aber noch auf anderem Wege bestimmt werden. Die festen Auflegespitzen waren durch eine Mikrometerschraube in der Stabrichtung verschiebbar. Durch Verschiebung dieser Spitzen und damit des oben liegenden Stabes konnten dann Drehungen des Kippstückes künstlich hervorgerufen und an der Ableseskala beob-

¹⁾ Vergl. z. B. Weinstein: Physikalische Maßbestimmungen II 176.

²⁾ Mitt. d. K. N. E. K. I 304.

achtet werden. Wurde dann auf den Stab eine kleine Skala gelegt, auf die ein geeignetes Mikrometernikroskop gerichtet war, so konnte direkt der Zusammenhang zwischen Skalenablesung und Längenänderung der Stäbe gemessen werden, ohne daß es erforderlich war, das Kippstück auszumessen.

Die Drehung des Kippstückes erfolgt in dieser Anordnung um die Verbindungslinie der Mittelpunkte der beiden unteren Kugeln und um die hierzu parallele Achse durch den Mittelpunkt der oberen Kugel. Bei den Versuchen zeigte sich aber, daß der beabsichtigte Erfolg nicht eintrat. Vielmehr drehte sich das Kippstück nicht einwandfrei um die durch die Kugelmittelpunkte gehenden Achsen, so daß die Einstellungen unzuverlässig waren. Es zeigte sich deutlich in den Ablesungen ein systematischer Gang, je nachdem die betreffende Temperatur durch Ansteigen oder Abfallen der vorhergehenden Temperatur erreicht war. Wenn die Unterschiede auch nicht groß waren, so waren sie doch deutlich vorhanden und bewiesen, daß neben den normalen Kippbewegungen noch andere auftraten. Da die Versuche kein Ergebnis hatten, soll hier auf die Mitteilung von Beobachtungsdaten verzichtet werden. Weitere Versuche mit diesem Kugelkippstück sollen noch ausgeführt werden.

In den übrigen Fällen ist also bei derartigen Ausdehnungsbestimmungen dauernd die Doppelschneide verwendet. Von den vielfachen Prüfungen, die nach dieser Methode angestellt sind, soll zunächst eine erwähnt werden. Es handelte sich um die Ausdehnungsbestimmung von 3 Telegraphendrähten aus verzinktem Eisen. Die Drähte waren etwa 50 cm lang. Eine Beobachtungsreihe mit der angeschlossenen Berechnung sei im Original mitgeteilt:

Draht Nr. 1. $l = 493$ mm, $a = 1442$ mm, $h = 3,054$ mm. Normal: Stahlmeter M 9, Intervall 500—1000 mm.

Thermometer		Temperaturmittel T korr.	Skalenablesung d in mm	$d - 29,7 = d'$	Für die Berechnung benutzte runde Temperatur T'	$d' \cdot T'$	T'^2	$d - 29,7 = d'$		Differenz μ
Nr. 885	Nr. 335							Beobachtet in μ	Berechnet in μ	
15,90	15,85	15,79	30,6	+0,9	16	14,4	256	+0,9	+0,9	0,0
30,50	30,40	30,26	29,7	0,0	30	0,0	900	0,0	0,0	0,0
28,19	28,10	27,96	29,9	+0,2	28	5,6	284	+0,2	+0,1	+0,1
23,28	33,22	23,08	30,1	+0,4	23	9,2	529	+0,4	+0,4	0,0
18,10	18,10	17,98	30,4	+0,7	18	12,6	324	+0,7	+0,7	0,0
				+2,2	115	41,8	2793			

$$\left. \begin{array}{l} +2,2 - 5d' - 115b = 0 \\ 41,8 - 115d' - 2793b = 0 \end{array} \right\} \text{Normalgleichungen.}$$

$$b = -0,06 \text{ pt} = -0,063 \mu. \text{ Ausdehnungsdifferenz beider Stäbe für } 1^\circ \text{ C.}$$

$$d' = +9,1.$$

$$\text{Nr. 1} - \text{M9} = -0,127 \text{ T } \mu. \text{ Ausdehnungsdifferenz für ein Meter.}$$

$$\text{Ausdehnung von M9} = 11,781 \mu \text{ bei } +18^\circ.$$

$$\text{Ausdehnung von Nr. 1} = 11,65 \mu. \text{ Ausdehnung für 1 m und } 1^\circ \text{ C bei } +18^\circ.$$

In dieser einfachen Weise wurde die Ausdehnung aller drei Drähte bestimmt. Eine einzelne Beobachtung bedarf also an Zeit nur der erforderlichen Zeit zur Ablesung zweier Thermometer und der Skala, ein Minimum, das aber ausreicht, um eine recht hohe Genauigkeit zu erhalten.

Als Ausdehnung für 1°C und 1 m Länge für alle drei Drähte wurde für 18°C gefunden.

Nr. 1	11,65 μ
Nr. 2 (Lage I)	11,75 μ
Nr. 2 (Lage II)	11,66 μ
Nr. 2 (Lage I) (Normal umgedreht)	11,78 μ
Nr. 3	11,71 μ

Bei Nr. 2 wurde bei der zweiten Reihe der Draht um seine Längsachse um 180° gedreht, infolge des Zinküberzuges bietet der Ausdehnungsunterschied keine Überraschung. Bei der dritten Reihe war statt der Strecke 500—1000 des Normals die Strecke 0—500 gewählt; es geht also aus den Messungen hervor, daß bei diesem in Ausdehnungsunterschied in seinen beiden Hälften in größerem Betrage nicht vorhanden ist.

Eine weitere nicht uninteressante Reihe bezog sich auf einen Ebonitstab von 20 cm Länge, die jedoch wegen der bekannten Eigenart des Materials nur mit Vorbehalt mitgeteilt wird. Die Bestimmung seiner Ausdehnung (von dem ständigen Mitarbeiter Herrn Dr. Kramer ausgeführt) war insofern mit Schwierigkeiten verbunden, als er bei Temperaturen über etwa $+25^\circ$ bereits plastisch wurde und sich durchbog. Die eine Reihe bezog sich auf das Temperaturintervall $12,5^\circ$ bis 21° und lieferte $13,5 \mu$ für 1° und 193,5 mm Länge, die zweite für das Intervall 21° bis 40° lieferte $19,3 \mu$; beide Reihen kombiniert geben das hieraus nur unsicher bestimmbare quadratische Glied der Ausdehnung von $+0,2 \mu$. Die weitere rechnerische Behandlung gab dann als definitiven Wert der Ausdehnung $+94 \mu$ für 1° und 1 m bei $+20^\circ$, ein Resultat, das mit dem von Kohlrausch¹⁾ gefundenen von 77μ bei $+21^\circ$ und 84μ bei 30° sehr gut zusammenpaßt. Im übrigen ist es nach den Versuchen von Russner²⁾ bekannt, daß die Ausdehnung von Ebonit individuell sehr verschieden ist, nach seinen Angaben schwankt sie zwischen 80μ und 170μ . Gerade in solchen Fällen ist eine Methode wie die Spiegelmethode sehr wertvoll, wo jede Materialprobe einzeln untersucht werden muß, da sie mit einem Minimum an Arbeit sehr genaue Resultate liefert.

Endlich soll noch über eine vom Verf. vorgenommene Ausdehnungsbestimmung dreier Proben Leichtmetall verschiedener Herkunft berichtet werden, die insofern größeres Interesse hat, als neuerdings Leichtmetall sehr viel zur Konstruktion von Apparaten, besonders für die Zwecke der Luftschiffahrt, Verwendung findet. Ihre chemische Analyse, die der ständige Mitarbeiter der N. E. K. Dr. Fischer ausgeführt hat, gab die Zusammensetzung.

	I		IV		VII
Aluminium	88,81%	Aluminium	94,00%	Aluminium	93,31%
Kupfer	7,23%	Kupfer	4,93%	Kupfer	4,38%
Zink	2,90%	Silizium	0,55%	Mangan	0,72%
Silizium	0,41%	Eisen	0,44%	Magnesium	0,58%
Eisen	0,40%			Silizium	0,56%
				Eisen	0,31%

¹⁾ Kohlrausch: Pogg. Ann. **149**, 577, 1873.

²⁾ Russner: Carls Repert. **18**, 152, 1882.

Man kann also I als technisches Aluminium mit 10% Messing, IV als technisches Aluminium mit 5% Kupfer und VII als technisches Aluminium mit 4% Kupfer und je 0,5% Mangan und Magnesium legiert bezeichnen.

Als Normal wurde wiederum das Stahlmeter M 9 benutzt, die Schneiden waren bei allen Versuchen 280,93 mm voneinander entfernt. Die Schneidenhöhe war 3,056 mm, der Skalenabstand 1768 mm. Die Temperaturen wurden an zwei Thermometern abgelesen. In der nachfolgenden Zusammenstellung sind die korrigierten Temperaturmittel und die Skalenablesungen in Millimetern angegeben. Aus den ursprünglichen beobachteten Werten wurde zunächst ein angenäherter mittlerer Wert für die Ausdehnungsdifferenz berechnet und damit die einzelnen Beobachtungen auf ganze Grade reduziert.

I.

Datum	Zeit	Temperaturmittel korr.	Skalenablesung mm	Angenäherte Ausdehnungsdifferenz für 1°	Skalenablesung reduziert auf folgende ganze Grade	Reduzierter Skalenwert für nebenstehende runde Temperatur
15. V. 11	9 ^h 40 ^m	15,23°	460,8	3,65	16°	485,1
	6 0	34,635	388,0		35	386,7
17. V. 11	9 50	16,485	452,1	3,39	16	453,8
	9 ^h 59 ^m	16,475	415,4		16	417,1
17. V. 11	2 50	36,185	353,4	3,55	36	354,0
	19. V. 11	11 45	16,37		16	424,3
19. V. 11	1 45	16,285	423,2	3,55	16	424,2
	2. VI. 11	1 ^h 25 ^m	16,29		16	274,3
3. VI. 11	9 20	34,63	206,8	3,55	35	205,5
	10 20	34,64	206,9		35	205,6
6. VI. 11	10 30	16,24	272,9	Mittel: 3,55	16	273,8

IV.

20. V. 11	9 ^h 15 ^m	15,96	284,7	3,64	16	284,8
	2 30	34,695	215,8		35	214,7
22. V. 11	9 20	15,845	283,4	3,68	16	282,9
	2 30	35,035	211,1		35	211,2
24. V. 11	2 50	35,035	211,0	3,68	35	211,1
	10 30	15,635	280,6		16	279,3
				Mittel: 3,66		

VII.

29. V. 11	9 ^h 20 ^m	15,76	202,4	3,44	16	201,6
	2 0	34,865	137,8		35	137,3
31. V. 11	2 40	34,86	137,5	3,50	35	137,0
	9 10	16,13	203,0		16	203,5
31. V. 11	2 10	35,03	136,8	3,50	35	136,9
	2 40	35,07	136,9		35	137,1
2. VI. 11	8 40	16,34	202,2	Mittel: 3,47	16	203,5

Einer Verlängerung der Stäbe um 1μ entspricht in dieser Anordnung eine Änderung der Skalenablesung von rund $1,16 \text{ mm}$. Man sieht nun, daß bei I anscheinend gewisse Nachwirkungserscheinungen vorhanden sind, wobei allerdings auch betont sein muß, daß es Verschiebungen im ganzen Beobachtungsarrangement sein können; das ist insofern nicht ganz unwahrscheinlich, als die dritte Reihe eine solche Änderung nicht aufweist. Bei IV sind aber sicher Nachwirkungen oder dauernde Verlängerungen durch die Erwärmung vorhanden. Bei VII nur ganz geringfügige. Es sei auch noch erwähnt, daß die untersuchten Stücke etwa 30 cm lang, 2 cm breit und $1,5 \text{ cm}$ hoch waren. Sie waren auf Platten herausgeschnitten und wurden ohne jede Bearbeitung verwendet. Sie waren deswegen nicht ganz gerade gestreckt, die Flächen nicht sehr glatt und teilweise nicht eben, sondern gekrümmt und gewunden. Trotzdem hat die Messung gut übereinstimmende Resultate gegeben. Die Weiterführung der obigen Rechnung gab dann folgendes:

I.

Verlängerung in μ	Auf 1 m Länge umgerechnet in μ	Ausdehnungs- differenz gegen M 9 in μ	Giltig für die Temperatur	Absolute Ausdehnungen bei dieser Temperatur für 1° und 1 m in μ
59,37	211,3	11,12	25,5	22,98
58,19	207,1	10,36	26	22,22
59,14	210,5	11,08	25,5	22,94

} 22,7 μ bei 26°

IV.

59,69	212,5	11,18	25,5	23,04
60,39	215,0	11,32	25,5	23,18

} 23,1 μ bei $25,5^\circ$

VII.

56,33	200,4	10,56	25,5	22,42
57,28	203,9	10,73	25,5	22,59

} 22,5 μ bei $25,5^\circ$

Die Ausdehnung aller drei Proben ist also, trotz der verschiedenen Zusammensetzung der Materialien recht gleichartig. Sie liegt etwas niedriger als die Ausdehnung von Aluminium, die man wohl zu $23,5 \mu$ veranschlagen kann. Die Beimengungen, die alle, von Zink und Magnesium abgesehen, niedrigere Ausdehnungskoeffizienten haben, setzen diesen etwas herab, wobei indessen auffällig ist, daß alle es etwa in der gleichen Weise tun. Bei IV und VII bewirkt anscheinend der Kupfergehalt die Herabsetzung der Ausdehnung, bei I kann man wohl annehmen, daß die Legierung als aus Aluminium und Messing bestehend anzusehen ist, was auch mit Rücksicht auf die Schmelzpunkte der Metalle nicht unmöglich ist. Da Messing etwa den gleichen Ausdehnungskoeffizienten wie Kupfer besitzt, so ist damit auch die Ausdehnung von I erklärlich gemacht. Es soll indessen nicht weiter darauf

eingegangen werden, da es ja hinlänglich bekannt ist, daß keine Proportionalität zwischen den Komponenten der Legierungen und ihren Ausdehnungskoeffizienten besteht.

Das Ergebnis der Arbeit kann man vielleicht kurz so zusammenfassen, daß die Methode zur Ausdehnungsbestimmung von festen Stoffen mittels des Drehspiegels und der Doppelschneide eine sehr einfache und bequeme ist, die mit wenig Arbeit in sehr kurzer Zeit recht genaue Resultate ergibt, für ganz verschiedenartig gestaltete Körper anwendbar ist und bei geeigneter Anordnung sehr zuverlässige Resultate liefert.

DER GROSSE KOMPARATOR
DER KAISERLICHEN NORMAL-
EICHUNGSKOMMISSION

VON

DR. W. KÖSTERS

Für Längenmessungen feinsten Art und speziell für Metervergleichen diente in der Normal-Eichungskommission bisher der Repsoldsche Komparator. Dieser ist zwar in seinen einzelnen Teilen hervorragend gearbeitet, genügt jedoch hinsichtlich seines Systems (bewegliche Mikroskope) und seiner Temperierungseinrichtungen schon lange nicht mehr. Es war daher der Bau eines neuen Komparators von ganz anderem System nicht zu umgehen.

Der neue von Wahnschaff begonnene und von H. Heele beendete Komparator unterscheidet sich hauptsächlich dadurch von dem alten, daß die Mikroskope fest und die Stäbe beweglich sind. Es fallen damit alle jene Störungen weg, welche durch Veränderung der Lage der Mikroskope gegeneinander infolge ungeeigneter Führung und Verbiegung ihres Trägers bei dem Übergang von einem Stabe zum anderen hervorgerufen werden. Der zweite wesentliche Unterschied beruht in der verschiedenen Art der Temperierung. Bei dem alten Repsoldschen Komparator erfolgte die Temperierung durch Heizen des im übrigen hinsichtlich der Temperatur „leicht beweglichen“ Raumes, während die Tröge durch ihre Trägheit nur zum Schutze gegen schnelle Schwankungen dienten. Beim neuen Komparator (wenigstens dem für 1 m Vergleichung) ist die Heizung in die Tröge verlegt und der Raum für die Beobachtungen ausgesprochen temperaturträge und um Konstanz zu erzielen, teilweise in die Erde verlegt. Außerdem enthält der neue Komparator eine photographische Einwirkung zur Aufnahme der Längendifferenzen. Mit der Beschreibung dieses Raumes wollen wir beginnen.

Der Beobachtungsraum.

Der Raum (der Komparatorsaal) liegt zum Schutze gegen die Einwirkungen des Wetters (Schwankungen der Außentemperatur, Wind) inmitten des Dienstgebäudes der Normal-Eichungskommission. Er ist der weiteren Wärmeisolation halber von zwei starken Mauersystemen umgeben, die wie zwei Glocken übereinander stehen. Die Zeichnungen Fig. 1 und 2 geben in Grundriß und Aufriß eine getreue Darstellung des Saales. Seine Sohle liegt etwa $2\frac{1}{2}$ m unter dem Erdboden. Der Beobachter befindet sich auf einem siebartig durchlöcherten eisernen Fußboden, der 85 cm unter dem Erdboden, von einem besonderen Eisengerüst getragen wird. Der Saal hat keine Fenster und ist durch zwei gegenüberliegende Doppeltüren abgeschlossen.

Diese Isolation gegen Wärme und die gute Verbindung mit dem Erdboden bringen eine ausgezeichnete Gleichmäßigkeit der Temperatur im Raume hervor. Die Tagesschwankungen der Außentemperatur liegen im Innern an der Grenze der Beobachtung. Die Jahresschwankungen bewegen sich zwischen 5° und 17° C. Bei der Langsamkeit der Temperaturbewegung ist eine merkliche Differenz zwischen Thermometer und Instrument nicht zu befürchten.

Um jedoch auch den Raum auf beliebige höhere Temperatur bringen zu können, ist noch eine Heizung angebracht. Diese besteht in vier gewöhnlichen Gasöfen an symmetrisch gelegenen Stellen des Raumes unter dem Eisengerüst. Sie sind mit großen schrägen Blechplatten überdacht, welche die aufsteigende warme Luft in

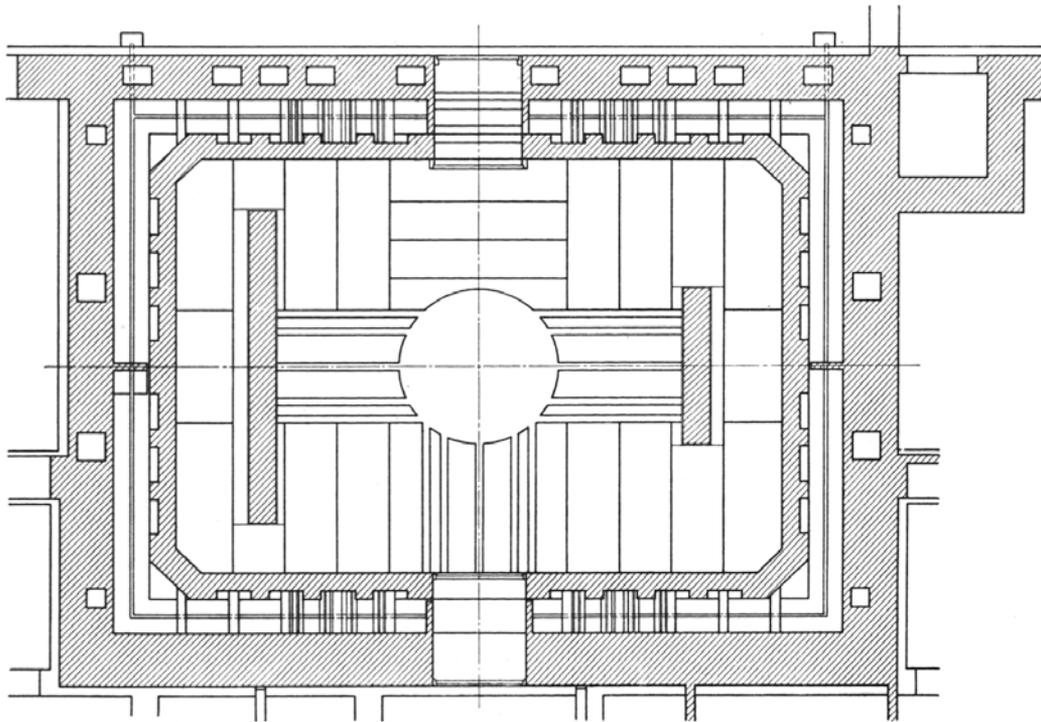


Fig. 1. Komparatorsaal (Grundriß).

breitem Strome gegen die Wand leiten. Hier steigt sie hoch, noch verteilt durch das Eisengerüst, von dem unten weiter die Rede sein wird, und senkt sich in langsamer Zirkulation durch die Mitte nach unten. Hierdurch wird es erreicht, daß selbst bei den höchsten Temperaturen zwischen unten und oben nur $0,2$ bis $0,3^{\circ}$ Unterschied vorhanden sind.

Die Regulierung des Gasstroms und dadurch der Heiztätigkeit geschieht durch einen einfachen Regulierhahn, dessen Durchlaß nach dem erfahrungsgemäßen Wärmeverlust des Saales eingestellt wird, nachdem mit voller Kraft bis zu der gewünschten Temperatur geheizt ist. Auf besondere Thermostaten ist wegen der Verschiedenheit der Wärmeträgheit zwischen Raum und Apparat und der dadurch bedingten wellenförmigen Schwankungen, wegen des Zeitverlustes beim Anheizen

und wegen der Unzuverlässigkeit dieser Apparate verzichtet worden. Bei der Trägheit und Wärmeisolation des Raumes genügen zur Konstanterhaltung kleine Gasmengen, die mit genügender Genauigkeit zugeführt werden können. Der Gasdruck wurde durch einen in die Hauptleitung eingeschalteten Druckregler auf gleicher Höhe gehalten.

Die durch die Beschaffenheit des Raumes bedingte große Wärmeträgheit und -kapazität bringt es allerdings auch mit sich, daß der Raum außerordentlich langsam auskühlt. Nach einer ordentlichen Erwärmung braucht er etwa eine Woche, um innerhalb eines Grades auf seine Anfangstemperatur zu kommen.

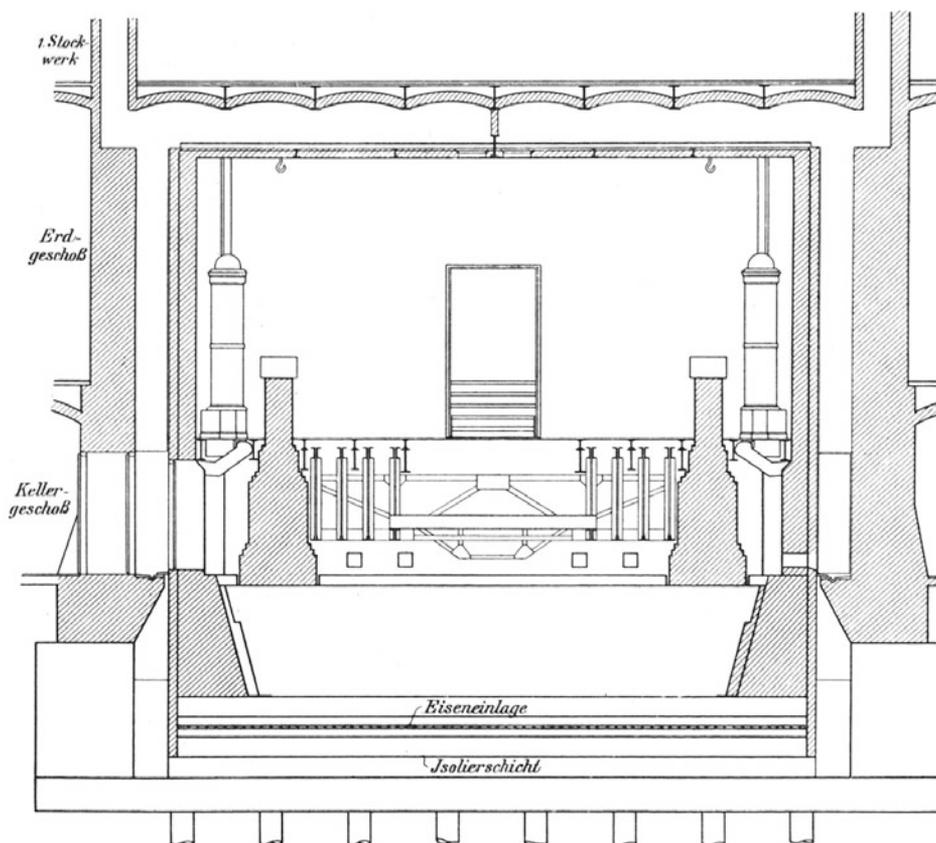


Fig. 2. Komparatorsaal (Aufriß).

Der Abfall der Temperatur ist dabei ein außerordentlich gleichmäßiger. Zur Beschleunigung der Abkühlung ist nun in der unteren Wand ein Ventilator von $\frac{1}{2}$ PS aufgestellt, welcher 10 cbm Luft in der Minute fördern kann. Indessen ist leicht einzusehen, daß selbst dieser starke Luftzug keine bedeutende Beschleunigung der Abkühlung erzielen kann, wenigstens nicht im Verhältnis zu dem Aufwand. Denn der Hauptgrund für die langsame Abkühlung ist die schlechte Wärmeleitung und hohe Kapazität der Mauern. Bei der Art der Arbeiten in der Normal-Eichungskommission ist die langsame Abkühlung als Vorzug anzusehen und meistens erwünscht. Es wird nur selten von der schnellen Abkühlung Gebrauch gemacht.

Geradezu ideal werden aber diese Eigenschaften des Raumes, wenn man, wie es hier auch geschehen ist, die Heizung in die Tröge verlegt.

Zu erwähnen wären nun noch die Einrichtungen der Feuchtigkeitsisolation und vor allem der Erschütterungsfreiheit. Der Raum selbst steht auf sumpfigem Grunde, welcher erst durch Einrammen von Pfählen befestigt werden mußte. Die Elastizität dieses Grundes wurde sodann durch eine starke Sandschüttung gedämpft. Auf dieser Sandschicht ruht ein riesiger Betonklotz in Form einer Wanne, auf deren Rändern die inneren Umfassungsmauern stehen. Diese Wanne ist nach allen Seiten von Feuchtigkeitsisolationsschichten durchzogen, und im Innern mit trockenem geglühtem Sande gefüllt. Auf diesem Sande stehen die pyramidalen gemauerten Pfeiler, welche die Mikroskope und die photographische Einrichtung tragen.

Ganz isoliert von allem und besonders fundamentierte sind die äußeren Umfassungsmauern des Saales, welche mit dem Gebäude in Verbindung stehen. Der eiserne Fußboden, auf dem der Beobachter sich bewegt, und alle Führungen sind in der äußeren Umfassungsmauer verankert, um Übertragung von Erschütterungen auf die Meßinstrumente zu vermeiden.

Durch diese Einrichtungen wird eine Übertragung der Erschütterungen nicht vollkommen verhindert, der Rest ist aber ohne Bedeutung, wie denn überhaupt die Störung durch Erschütterung bei der ganzen Art der Vergleichung kaum noch in Betracht kommt.

Allgemeines.

System der Vertauschung der Stäbe.

Der wichtigste Unterschied zwischen dem neuen Komparator und den älteren Konstruktionen in der Normal-Eichungskommission ist wie bemerkt der, daß bei dem neuen Komparator die Mikroskope fest auf Pfeilern montiert und die Stäbe beweglich sind. Die Vorteile dieses Systems liegen auf der Hand; die eigentliche Vergleichslänge, der Abstand der Mikroskope bleibt konstant. Es gibt nun bereits eine Reihe Konstruktionen nach dieser Idee, bei denen aber meistens die Mikroskope auf getrennten Pfeilern montiert sind. Bei diesen ist wieder die Gefahr einer Veränderung der gegenseitigen Lage der Mikroskope nahegerückt. Um beim neuen Komparator alle Störungen dieser Art möglichst auszuschließen, sind beide Mikroskope auf einem gemeinsamen gemauerten Pfeiler montiert, der noch mit einer einzigen mächtigen Sandsteinplatte von 50×30 cm Querschnitt bedeckt ist. Hierdurch und durch die übrige Konstruktion ist eine korrekte Kuppelung der Mikroskope gewährleistet. In der Tat ist eine Veränderung des Mikroskopabstandes während der Beobachtung durch Versuche nicht nachweisbar.

Die Vertauschung geschieht nun folgendermaßen (siehe Schema Fig. 3). Die Tröge, in denen die Stäbe sich befinden, stehen auf Wagen, welche ihrerseits auf Schienen

laufen. Die Schienen erstrecken sich von den Pfeilern bis auf eine in der Mitte des Saales befindliche horizontale Drehscheibe. In einem gewissen Stadium stehen der Wagen I vor den Pfeilern, der Wagen II auf der Drehscheibe. Soll vertauscht

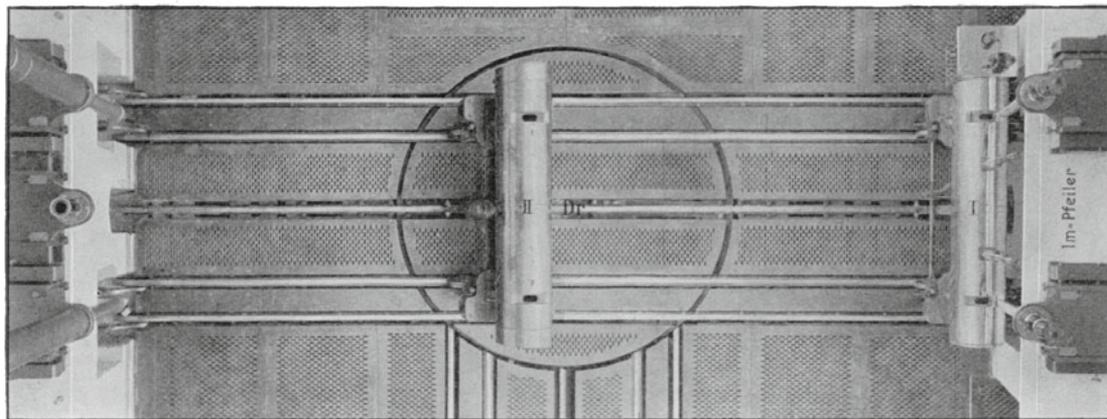


Fig. 3. Schienen, Pfeiler und Wagen (von oben gesehen).

werden, so fährt der Wagen I auf die Drehscheibe, diese dreht sich um 180° , II tritt dadurch an Stelle von I und fährt vor den Pfeiler. Nun kann nach geschehener Beobachtung das Spiel rückwärts beginnen.

Für die Vertauschung zweier in demselben Trog liegender Maßstäbe ist noch eine besondere Einrichtung getroffen, welche gestattet, einen der Tröge auf dem unter dem Mikroskope stehenden Wagen hin und her zu schieben (s. u.).

Um nun noch tunlichst Verbiegungen der Pfeiler und Veränderungen der relativen Lage der Stäbe durch das Gewicht der Beobachter oder der Wagen und Tröge zu vermeiden, sind die Lagerungen für sie unabhängig fundiert.

Die Einrichtung der Drehscheibe im Saale ist so getroffen, daß sie gleichzeitig für einen 1 m-Komparator und einen 4 m-Komparator dient. Zwei Pfeiler (Schema Fig. 1) von ca. $1\frac{1}{2}$ m und 5 m Länge stehen parallel und gegenüber, in der Mitte die gemeinsame Drehscheibe. Der kleine Pfeiler trägt zwei Mikroskope in einem Meter Abstand, der große fünf in Abständen von je einem Meter. Der letztere ist für Längenvergleichung von 2—4 m bestimmt, insbesondere für geodätische Maße. Doch kann er auch für Vergleichen von 1 m benutzt werden und trägt darum auch die photographischen Einrichtungen.

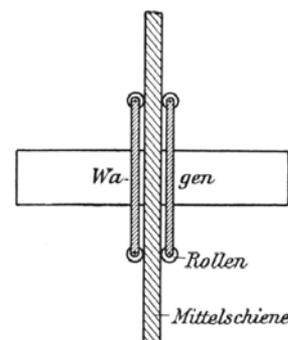


Fig. 4. Wagenführung an der Mittelschiene.

Die Mittel der Vertauschung.

Wagen, Schienen und Drehscheibe.

Für den Transport der Tröge dienen vier Wagen, zwei kleinere für 1 m-Vergleichen, zwei größere für 4 m-Vergleichen. Die ersteren laufen auf Schienen

von 1 m Spurweite, die letzten auf solchen von 1,5 m. Die Wagen sind sämtlich gleich gebaut. Die Führung auf den Schienen geschieht nicht wie gewöhnlich durch eine Kante an den Radkränzen, sondern durch eine besondere Mittelschiene, um eine präzisere Rückkehr der Wagen in ihre Lage herbeizuführen. Die Kanten der Mittelschiene werden, wie Fig. 4 schematisch andeutet, umfaßt von vier an zwei Armen des Wagens befestigten, um eine vertikale Achse drehbaren Kugelrollen, die so justiert werden können, daß sie die Mittelschiene genau zwischen sich nehmen. Die Drehscheibe dreht sich um eine Achse, die einer Theodolitenachse nicht unähnlich ist (Fig. 5). Die Scheibe ruht in einem halbkugeligen Lager *K*, um dessen Mittelpunkt sie sich zunächst frei bewegen kann. Die Achse wird sodann durch ein zylindrisches Lager *R* festgelegt. Um ein Verbiegen der Scheibe beim Auffahren

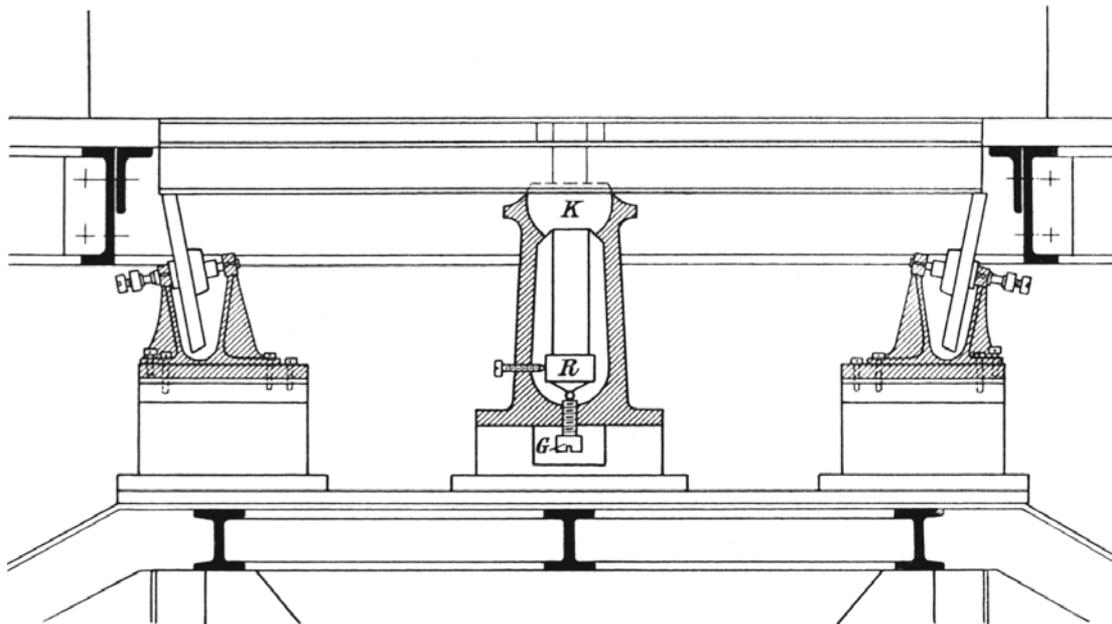


Fig. 5. Schematischer Achsenschnitt durch die Drehscheibe.

der schweren Wagen auszuschließen, sind an der Peripherie noch fünf Unterstützungsräder angebracht, welche genau justiert werden müssen.

Die Wagenbewegung.

Die Photographie der kleinen Wagen zeigt Fig. 6 und 11, Fig. 9 liefert dazu die genaue Werkzeichnung. Die Wagen laufen auf vier Rädern, von denen zwei durch eine Stange *Rw* fest gekuppelt sind. In der Mitte dieser Stange greift an einem besonderen Triebad *A* (Fig. 6 und 9) eine Schraube ohne Ende an, die nach einer weiteren Zahnradübertragung durch einen Elektromotor *B* betrieben werden kann. Das Rad ist aus Vulkanfiber und geht mit verstellbarer Reibung, die gegebenenfalles für Handbetrieb des Wagens ganz ausgeschaltet werden kann, zwischen zwei Stahl-

scheiben (Fig. 6). Der Strom wird zugeführt durch vier Kupferschienen (bei *D* ist eine sichtbar; Fig. 6) mit den Kontakten *C*, *C*₁. Die vier Schienen und dementsprechend vier Zuleitungen dienen für die Vor- und Rückwärtsbewegung des Wagens. Bei *E* sind die Anschläge. Diese sind gebildet aus den Kugelköpfen zweier stellbarer Schrauben, mit welchen der Wagen gegen zwei an den Schienen befestigte Arme (*H*) stößt. Die Bewegung der Wagen und der Drehscheibe kann nun sowohl mit

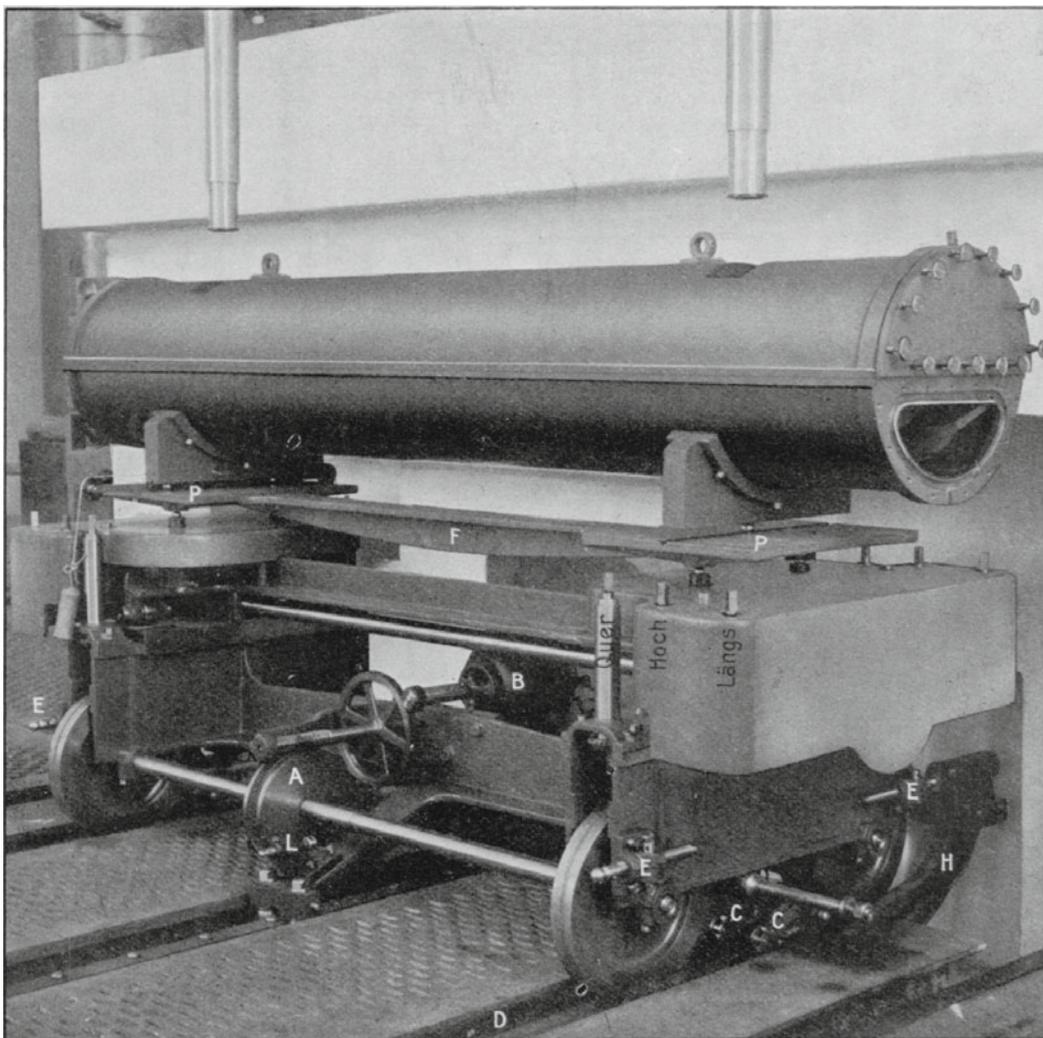


Fig. 6. Wagen.

Hilfe der elektrischen Einrichtungen als auch mit der Hand betrieben werden. Die elektrische Einrichtung ist folgendermaßen angeordnet: Ist der Wagen an dem Bestimmungsort, dem Pfeiler oder der Drehscheibe, angekommen, so stößt er mit dem verstellbaren Stifte *L* (Fig. 6), deren je einer auf jeder Seite des Wagens vorgesehen ist, gegen einen elektrischen Kontakt. Dieser läßt sich so lange zurückschieben, bis ein von einer Nase abrutschender Hebel den Strom plötzlich unterbricht. Soll der Wagen wieder abfahren, so kann der Strom durch eine besondere

Leitung wieder eingeschaltet werden. Solcher automatischen Kontakte sind je einer an dem Pfeiler und zwei an der Drehscheibe angebracht. Zum Anhalten der Drehung der Scheibe sind zwei ähnliche Kontakte vorhanden. Diese besorgen

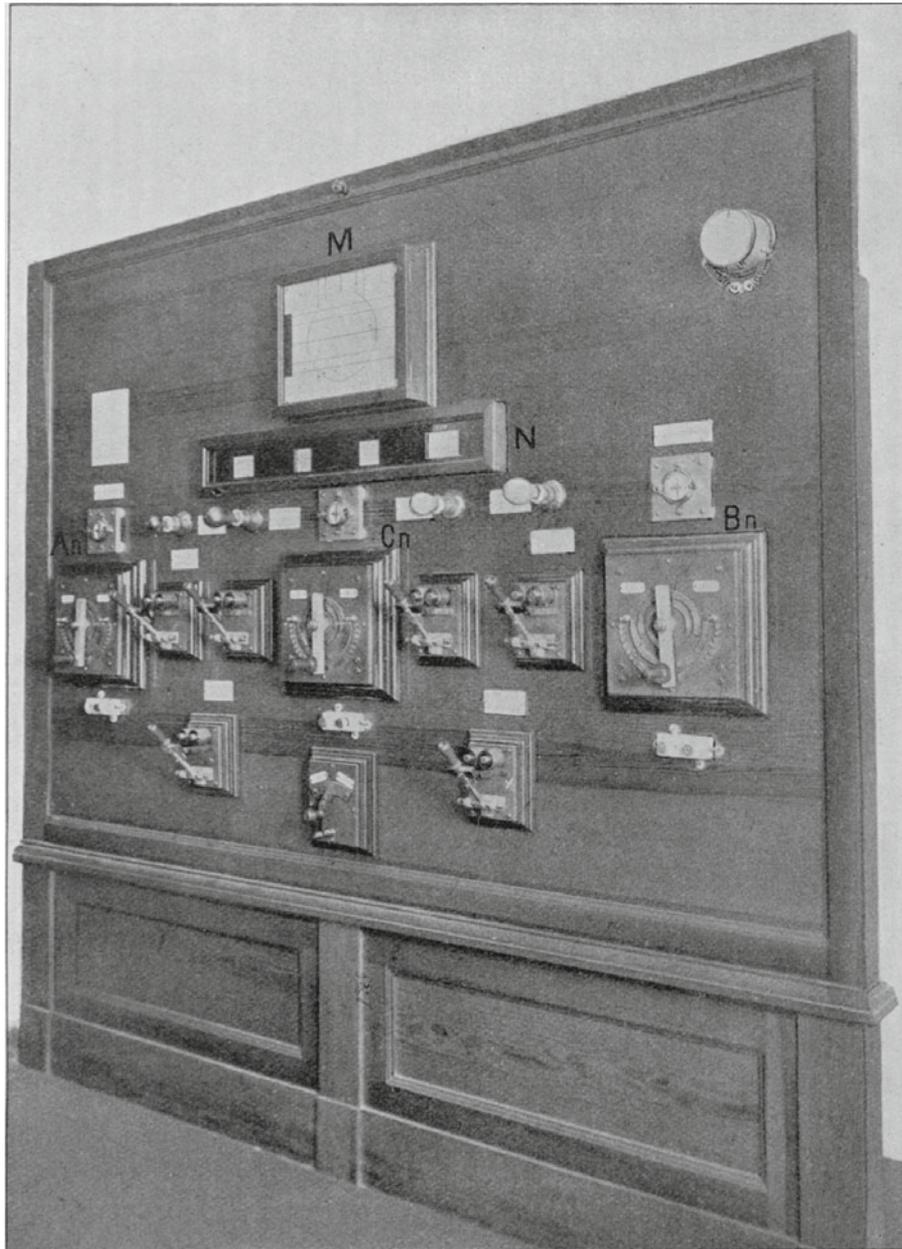


Fig. 7. Schaltbrett.

gleichzeitig das Einklinken der Drehscheibe. Auch hier wird durch eine besondere Leitung der Arbeitsstrom wieder eingeschaltet und die Klinke gelöst.

Die Anlage des Schaltbretts zeigt Fig. 7 im Bilde. *An* und *Bn* sind die Anlaßschalter für die Wagen, *Cn* für die Drehscheibe, dazwischen befinden sich die Schalter für die automatische Wiedereinschaltung des Stromes.

Das Schaltbrett ist in einem Nebenraume untergebracht, so daß der die Bewegung von Wagen und Drehscheibe leitende Beobachter nicht im Saale zu sein braucht, was den Vorteil hat, daß er weder durch Bewegung noch durch Ausstrahlung stören kann. Damit er jedoch jederzeit weiß, wo sich die Wagen befinden und wie er zu schalten hat, ist das Schema *M* und *N* auf dem Schaltbrett angebracht.

Das Schema *M* der Drehscheibe (Fig. 7) ist mechanisch so mit der Drehscheibe verbunden, daß es sich genau so dreht, wie die Scheibe selbst. Diese Vorrichtung ist in Fig. 8 schematisch dargestellt. Auf die Drehscheibe ist ein exzentrischer Kranz aufgesetzt von der in der Figur dargestellten Form, deren Rand sich proportional dem Umdrehungswinkel der Scheibe von dem Mittelpunkte entfernt. Gegen diesen Rand stößt ein Schlitten mit einer Rolle am Ende, welcher durch ein Gewicht gegengepreßt wird. Die Verlängerung des Schlittens bildet ein straff gespanntes Drahtseil, das am anderen Ende in die Gänge einer zylindrischen Schraube gelegt ist. Auf diese Weise wird das Modell gedreht, und die Verhältnisse sind so abgepaßt, daß die Bewegungen von Modell und Scheibe gleich sind.

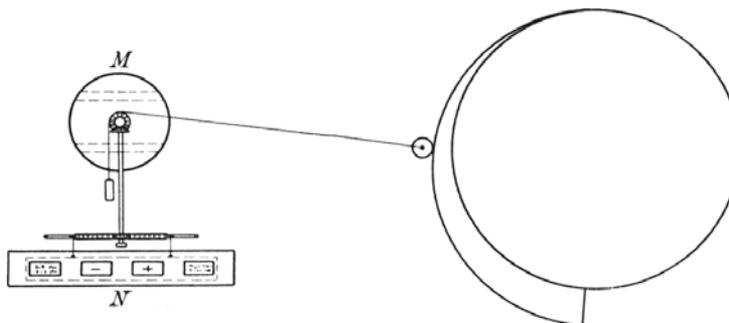


Fig. 8. Schema des Drehscheibenanzeigers.

Das Modell treibt nun seinerseits durch Zahnradübertragung das Schema *N*. Dieses gibt die Lage der Drehscheibe und damit auch die Stellung der auf der Drehscheibe befindlichen Automaten für die Wagen an, und da derselbe Wagen immer auf denselben automatischen Einschalter kommt, auch die Stellung der Wagen. Durch die Bewegung des Tableaus *N* treten Inschriften vor z. B.: „zum kleinen Pfeiler (Heiztrog)“, welche angeben, wie man zu schalten hat. Die vortretenden Zeichen + und – geben außerdem an, welche der beiden Auslösungen der Drehscheibe + oder – zu betätigen ist. Auf dem Schaltbrette sind nun noch vier Glühlampen angebracht, welche durch ihr Aufleuchten anzeigen, daß der betreffende Automat den Strom eingeschaltet hat. Brennt die Lampe nicht, so hat der Automat ausgeschaltet, der Wagen steht an der Stelle des Automaten. Brennen z. B. alle Lampen, so sind die Wagen sämtlich auf der Strecke usf.

Die Anlage wird mit Gleichstrom von 65 Volt betrieben.

Innere Einrichtung und Verstellbarkeit der Wagen.

Die gewählte Vertauschungseinrichtung hat neben ihren geschilderten Vorzügen den Nachteil, daß sie einerseits zeitraubend und umständlich ist, andererseits ein

völlig genaues Zurückkehren der Wagen und Stäbe unter die Mikroskope nicht zuläßt. Durch die beschriebene Einrichtung kehren die Stäbe auf etwa 0,1 bis 0,2 mm zurück. Es muß daher vor jeder Beobachtung unter dem Mikroskop neu eingestellt werden. Indessen scheint es fraglich, ob dies ein unbedingter Nachteil ist, sicher werden durch die jedesmalige Neujustierung systematische Fehler der Einstellung vermieden.

Es sind nun an dem Wagen selbst Einrichtungen getroffen, um die Tröge mit den Stäben nach jeder Richtung hoch, längs, quer zu verstellen. In welcher Weise diese Feinstellung gemacht ist, läßt sich in übersichtlicher Weise an den Figuren 9 und 9a erkennen.

Auf den Achsen des Wagens ruht zunächst ein starker gußeiserner Rahmen *Ug*, dieser trägt die Schrauben *Os*, durch die die darauf liegenden Schlitten *S'* quer verschiebbar sind. Auf diesen Schlitten ist das Obergestell *Og* auf Rollen *R*, *R₁* längs verschiebbar. Transportiert wird dieses Obergestell durch die Längsschraube *Sp*. Die Höhenverstellung geschieht durch vier Schrauben *Hs*, *Hs*, die durch Kuppelung zu zweien an jeder Seite in genau gleicher Weise hochschrauben. Auf den Köpfen der Schrauben, die mit Kugeln versehen sind, liegt die Platte *Pl* von  förmigem Horizontalschnitt, die Schraubenköpfe sind einzeln so justiert, daß die Platte auf den vier Punkten ohne Klappern aufliegt. Völlig fest liegt die Platte dann dadurch an, daß ihr Mittelstück *F* federt. Sämtliche Verstellungen sind, durch Zahnräder *Wq* und *Sr*

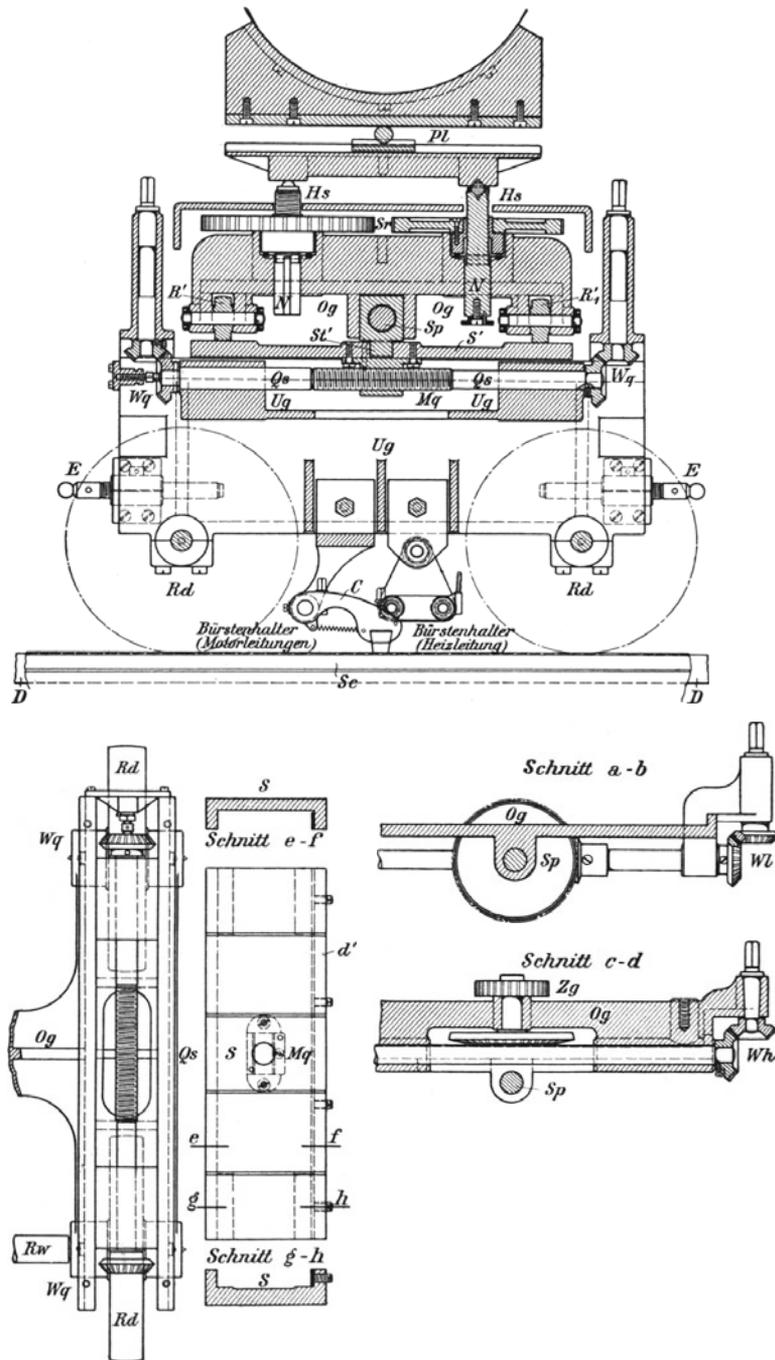


Fig. 9a.

Auf den Köpfen der Schrauben, die mit Kugeln versehen sind, liegt die Platte *Pl* von  förmigem Horizontalschnitt, die Schraubenköpfe sind einzeln so justiert, daß die Platte auf den vier Punkten ohne Klappern aufliegt. Völlig fest liegt die Platte dann dadurch an, daß ihr Mittelstück *F* federt. Sämtliche Verstellungen sind, durch Zahnräder *Wq* und *Sr*

übertragen, von oben auszuführen. Die Zahnradübertragung ist ferner so ausgeführt, daß alle Bewegungen an allen vier Ecken des Wagens ausführbar sind.

Über die Einzelheiten der Konstruktion gibt die Werkzeichnung in Fig. 9 und 9a, eine genaue Übersicht, die äußere Ansicht ist aus den photographischen Abbildungen Fig. 6 und 11 zu entnehmen. Durch die Zahnradübertragung nach oben muß leider etwas toter Gang mit in Kauf genommen werden.

Die Tröge des Einmeterkomparators.

Auf die Tröge des Einmeterkomparators ist ganz besondere Sorgfalt verwendet worden. Es handelte sich zunächst um die Frage, ob Flüssigkeits- oder Lufttemperierung anzuwenden sei. Die Flüssigkeitstemperierung hat ja verschiedene Vorzüge, sie gestattet ein rasches Temperieren, einen guten Ausgleich und eine gute Bestimmung der Temperatur. Allein aus anderen Gründen war sie hier nicht anwendbar. Es ist in hohem Grade bedenklich, gute Maßstäbe ersten Ranges in Wasser zu legen, insbesondere dürfte man das Prototyp dieser Gefahr nicht aussetzen, auch kann man ja der Brechung halber nicht durch die Flüssigkeit beobachten und muß deshalb zu zweifelhaften Mitteln greifen, z. B. die Flüssigkeit nur bis zur oberen Kante des Stabes aufzufüllen, wobei die Temperatur des Stabes unbestimmbar wird wegen der Oberflächenverdunstung, des nur mangelhaft möglichen Rührens oder dergleichen. Oder man muß sich mit Aufkitten von Röhrchen auf den Stab helfen, wobei eine Beschädigung feiner Stäbe kaum auszuschließen ist.

Aus allen diesen Gründen war eine Temperierung der Stäbe in Luft geboten. Diese Lufttemperierung läßt sich aber nur durchführen, wenn die Stäbe von allen Seiten mit einer gleichmäßig temperierten Hülle von hoher Wärmekapazität umgeben sind.

Diese Überlegungen führten zu folgender Konstruktion (Fig. 10, 6 und 11).

Der Trog hat die Form eines Doppelzylinders aus Messing, dessen Zwischenraum mit Wasser angefüllt ist. Der äußere Zylindermantel hat 25, der innere 12,5 cm Durchmesser. Im inneren Hohlraume liegen die Stäbe in der Luft, sind also von allen Seiten von einer 6—6,5 cm dicken Wasserschicht umgeben. Damit man nun bequem zu den Stäben gelangen kann, ist der Trog durch einen Achsenschnitt schnitt in zwei gleiche Hälften geschnitten, so daß jede Hälfte einen Behälter für sich bildet.

Die Heizung des Troges geschieht elektrisch und zwar auf folgende eigentümliche Art:

Konaxial zu den Zylinderflächen des Troges sind in beiden Hälften zylindrische Messingbleche von 1 mm Stärke isoliert von dem übrigen Trog angebracht. Sie stecken nämlich in langen Schieferleisten *Sl*, *Sl*, und zwar so, daß sie dem Messing

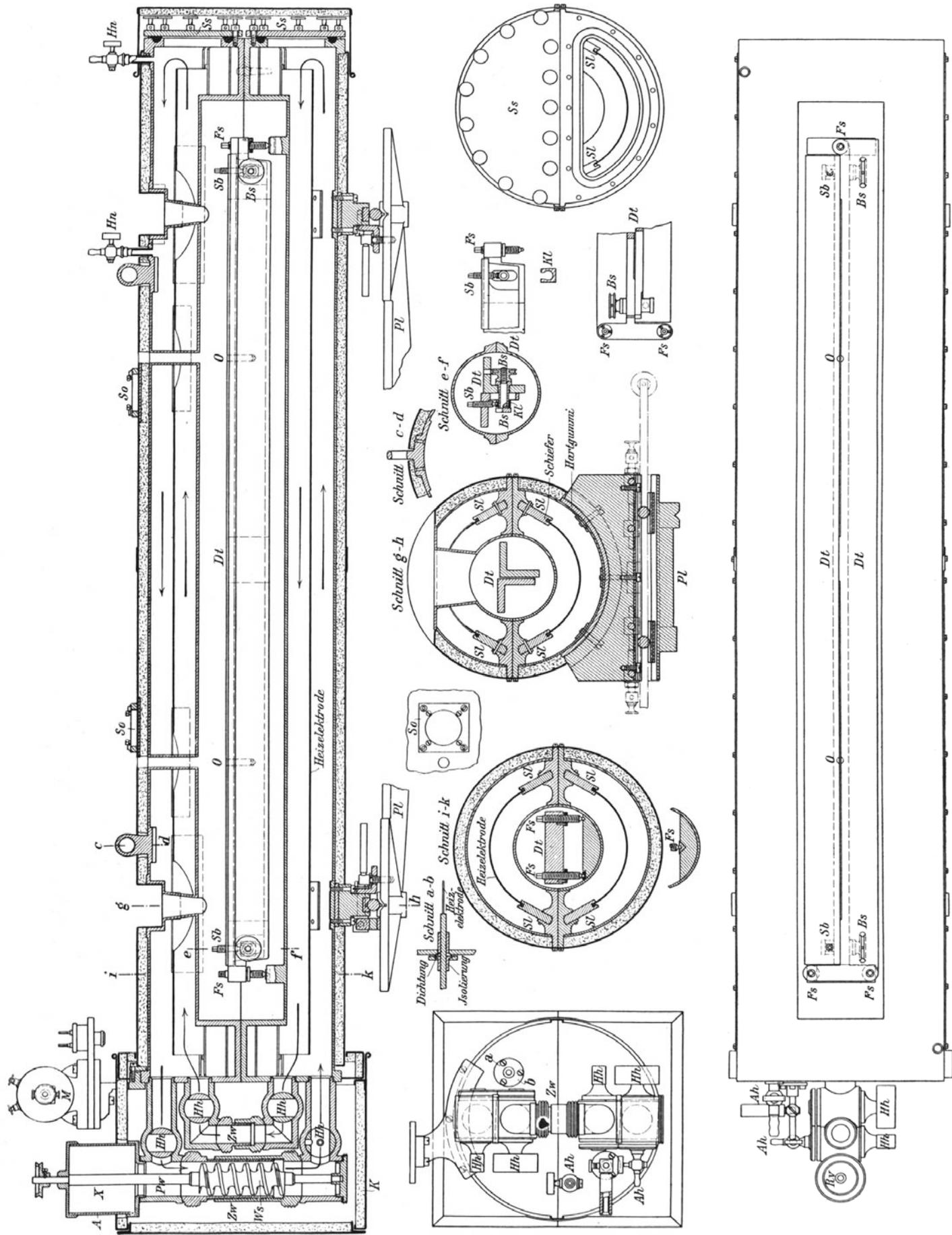


Fig. 10. Der Heiztrogt für Meterstäbe.

nirgendwo näher kommen, als auf die halbe Dicke der Wasserschicht. Diese Bleche werden mit der Wechselstromleitung von 120 Volt der Charlottenburger Zentrale verbunden. Der Strom fließt von da gleichmäßig zur Trogwandung, von dort in die zweite Messinghälfte des Troges und dann zum zweiten Blech. Das Wasser dient bei dieser Anordnung als Widerstand, es wird so von dem Strom gleichmäßig nach allen Seiten hin erwärmt. Diese Art der Erwärmung hat den großen Vorzug, daß an keiner Stelle eine bedeutend höhere Temperatur als die Mittel-

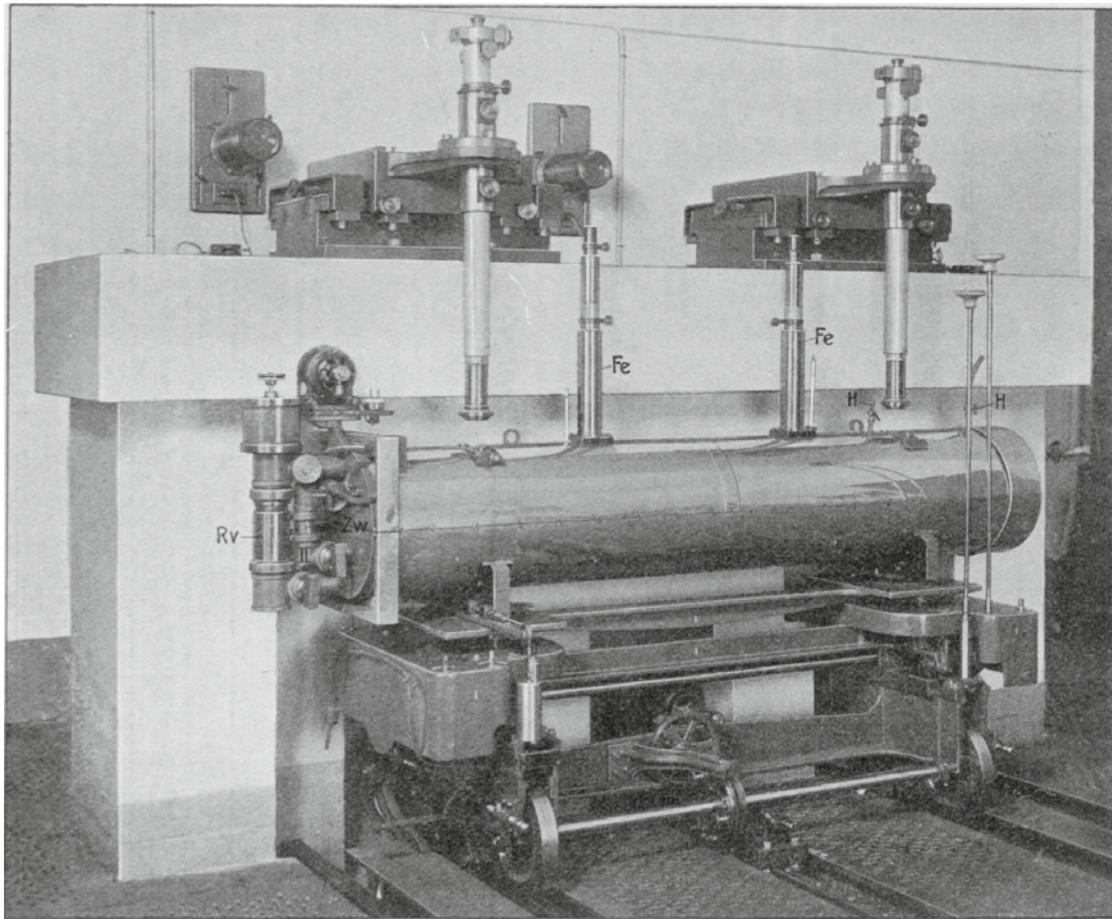


Fig. 11. Wagen und Trog am Pfeiler.

temperatur entsteht, also starke lokale Differenzen von vornherein vermieden werden. Die Fläche der Blechstreifen ist so abgestimmt, daß die Widerstände, also der Heizeffekt, in beiden Hälften gleich wurden. Als Füllung dienen 50 Liter Wasser, zur Hälfte aus destilliertem, zur anderen Hälfte aus gewöhnlichem Leitungswasser bestehend. Der Wasserwiderstand hält sich befriedigend konstant. Knallgaszersetzung tritt nicht auf, dagegen macht sich bei längerem Gebrauch ein geringer eigentümlicher Metallschlamm bemerkbar, der weiter nicht schadet. Anscheinend besteht er aus fein verteiltem Messing und entsteht durch die fortwährende Oxydation und Desoxydation des Metalls.

Der Trog ist durch seine natürliche Beschaffenheit mit der Erde verbunden; dies schützt gleichzeitig den Beobachter vor elektrischen Einwirkungen, so daß er frei hantieren kann. Ein Abnehmen des Trogdeckels ist durch eine besondere Vorrichtung unmöglich, solange die Leitung nicht abgenommen ist, so daß der Beobachter vollkommen geschützt ist. Der Erdschluß des Troges schließt natürlich einen zweiten Erdschluß aus. Da jedoch die Leitung der Zentrale Erdschluß hat, so war es nötig, einen Transformator vorzuschalten, nur zu dem Zwecke, einen unabhängigen Stromkreis zu erzeugen. Das Übersetzungsverhältnis ist 120:120 Volt.

Die durch die Heizung schon bewirkte gleichmäßige Verteilung der Temperatur macht eine gute Rührvorrichtung gleichwohl nicht überflüssig. Es wurde deshalb folgende wirksame Rührung angebracht: Durch die Heizbleche sind die beiden Troghälften schon wiederum in zwei Längshälften zerlegt, diese Räume stehen mit den äußeren Verbindungsstücken *Rv* und *Zw* in Verbindung, und zwar so, daß eine in *Rv* befindliche Wasserschraube *Ws* das Wasser durch den unteren Teil der unteren Hälfte, den oberen Teil der unteren Hälfte, das Verbindungsstück *Zw* und dann in derselben Weise aber umgekehrt durch den Deckel des Troges treibt, so daß überall Gegenstrom in der Längsrichtung des Troges herrscht. Die beiden äußeren Verbindungsstücke sind mit Hähnen *Hh*, *Hh* versehen, die jede Troghälfte abschließen können; die Zwischenstücke *Zw* und *Rv* bestehen in auseinanderschraubbaren Zylindern (Fig. 11 und Zeichnung Fig. 10), mit Endkugelflächenzonen, die auf die Ansatzstücke eingeschliffen sind mit einem Radius gleich der Länge der Zwischenstücke. Mit ein wenig Fett und einigen Schraubendrehungen wird leicht ein vollkommener Abschluß erzielt. Die Pumpe in dem äußeren Zwischenstücke wird mit dem kleinen Motor *M* betrieben. Die ganzen Ansätze sind von einem wärmeisolierenden Kasten umgeben. Soll der Trogdeckel abgehoben werden, so werden die Heizleitungen entfernt, dadurch wird der Kasten abnehmbar, das Wasser aus den Zwischenstücken nach Entfernung der Pumpe abgelassen und nun kann abgehoben werden.

Die Wasserfüllung bleibt dauernd im Troge, zum Ablassen der letzten Spuren Luft dienen die Hähne *Hn*, *Hn*, das Gefäß *X* dient zum Aufnehmen des sich bei der Heizung ausdehnenden Wassers. Die Stirnseiten der Tröge sind abnehmbar, der Verschluss erfolgt vollkommen zuverlässig durch viele Klemmschrauben und einen zwischengelegten Gummiring.

Der ganze Trog ist im Äußern 1,50, im Innern 1,25 m lang. Zur Beobachtung

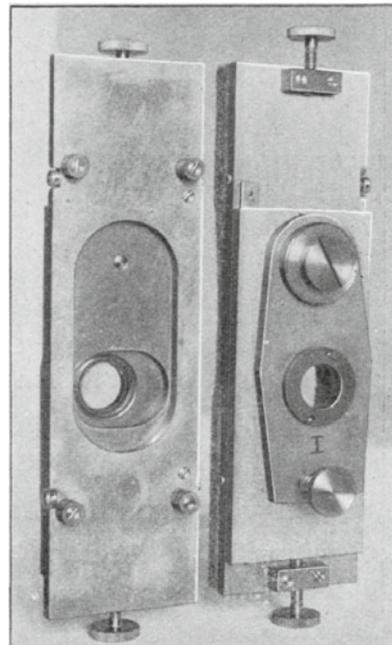


Fig. 12. Trogverschlüsse.

ist die obere Trogwand in ovalen, sich nach innen verjüngenden Öffnungen in 1 m Abstand durchbrochen, die gerade so groß sind, daß die Strahlenkegel des Objektivs auch bei Verschiebung des Troges eben eingefast werden. Die Öffnungen sind wieder verschlossen mit zwei Verschlüssen (Fig. 12), welche eine justierbar angebrachte kreisförmige Öffnung enthalten, die gerade den Strahlenkegel eines Beobachtungsmikroskops einfaßt. Diese Öffnung ist mit einem Glimmerblatte von so geringer Dicke verschlossen, daß die optische Brechung unschädlich ist, die Luftzirkulation aus dem Innern aber verhindert wird.

Zur Beobachtung der Temperatur des Innern sowie der Hülle dienen zwei senkrecht durch die Trogwandung dicht eingeführte Thermometer in dem günstigsten Abstände von 78 cm. Diese Thermometer können mit ihrem Quecksilbergefaß bis in eine Bohrung der gleich zu beschreibenden Maßstabtische eingeführt werden, so daß es möglich ist, die Temperatur der Maßstabtische, der Luft im Innern und der Trogwandungen gesondert zu bestimmen. Hierdurch ist eine gute Kontrolle der gleichmäßigen Temperierung gegeben. Als Beweis für die gute Temperierung möge dienen, daß es gelang, bei den beiden in 78 cm Entfernung im Troge steckenden Thermometern eine Differenz von $0,02^\circ$ gegen die Fehlertafel nachzuweisen, welche sich bei der Nachprüfung im Thermometerprüfapparat als reell erwies. Um eine Fadenkorrektion möglichst zu vermeiden, wird bei den Vergleichen eine Kollektion Thermometerpaare benutzt, welche in ihrer Länge für verschiedene Temperaturen so abgepaßt sind, daß eine Fadenkorrektion entfällt. Zum Ablesen der Thermometer dienen die Fernrohre *Fe*, *Fe* von etwa siebenfacher Vergrößerung. Sie enthalten vor dem Objektiv ein total reflektierendes Prisma, damit von oben beobachtet werden kann.

Zur Isolation gegen Wärme ist der ganze Trog mit dickem Filz umkleidet, und darüber mit vernickeltem Messingblech zur Verhinderung der Strahlung. Gleichzeitig ist dadurch eine wirksame Schutzhülle gegen Nässe und dergleichen geschaffen.

Dieser hier beschriebene Trog ist für Heizung eingerichtet, der zweite bis auf die Heiz- und Rührvorrichtung ganz gleich gebaute Trog für Füllung mit Eis oder Wasser, wobei auch das Innere bis an die Stäbe mit Eis angefüllt werden kann.

Die Heizregulievorrichtung des Heitztrog.

Der zur Heizung erforderliche elektrische Strom wird dem Heitztroge durch eine Schnur von der Decke zugeführt, die Schaltung geschieht in dem schon erwähnten Nebenraume (dem Schaltraume). Auf besondere Thermostaten ist auch hier verzichtet worden. Das Regulierverfahren ist vielmehr folgendes: Man heizt mit voller Kraft bis zur gewünschten Temperatur unter ständigem Rühren, läßt temperieren, bis die Temperaturen der Trogwand und des Tisches im Innern gleich

sind und schaltet sodann zur Konstanthaltung der Temperatur die aus einer Tabelle zu entnehmende Anzahl Watt ein, die an einem Wattmesser abzulesen sind. Man wartet sodann ab, ob sich noch etwas ändert in der Temperatur und kann dann beobachten. Nach dem Anheizen, was etwa bis zu einer Stunde dauern kann, kommt die Temperatur des Tisches langsamer nach und während nun die des Troges fällt, wird auf $0,01^\circ$ genau beobachtet, wann beide gleich sind. Das Verfahren liefert, wie die Beobachtungen zeigen, sehr zuverlässige Temperaturbestimmungen. Das Schema der Heizleitung zeigt Fig. 13. Zum Anheizen wird der Kurzschlußschalter K geschlossen, die Stromstärke beträgt im Anfange entsprechend dem Widerstande des Wassers etwa 10 Amp. und steigt im Laufe der Erwärmung von

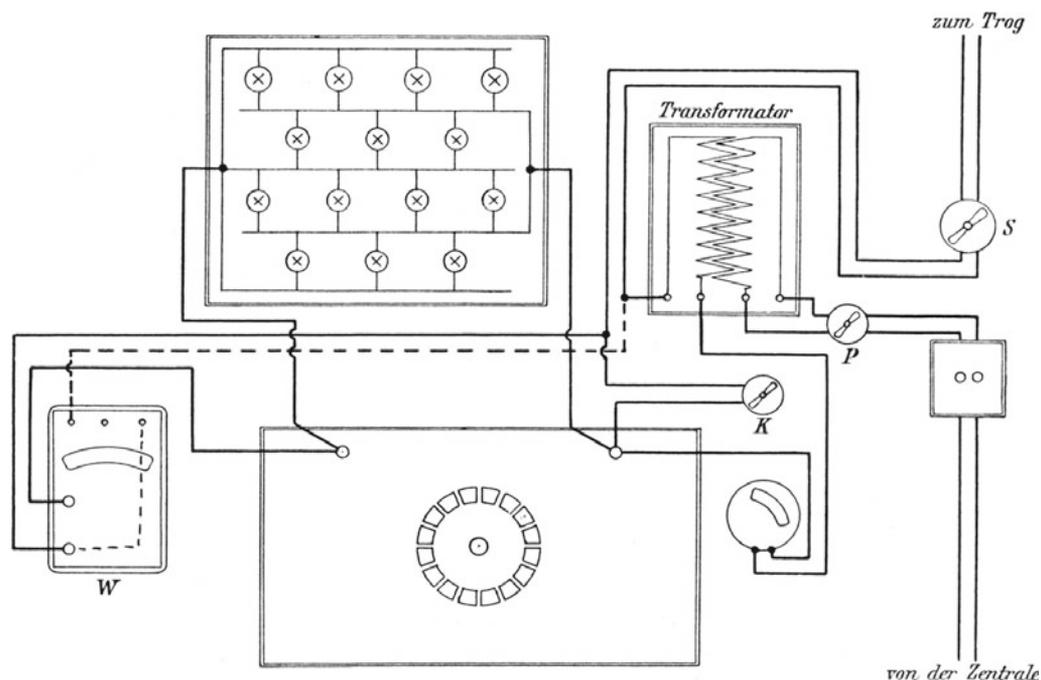


Fig. 13. Schema der Heizleitung.

$40-50^\circ$ auf etwa 25 Amp. Zum Ablesen der Watt dient der Wattmesser W , welcher natürlich so geschaltet ist, daß er die im Troge verbrauchten Watt angibt. Zum Abgleichen der Wattzahl dient der Glühlampenwiderstand, mit dem erst roh eingestellt wird, während die Feinstellung durch die dem Glühlampenwiderstand parallel geschalteten Drahtwiderstände erfolgt.

Zur Bestimmung der zur Konstanterhaltung bei irgendeiner Temperatur erforderlichen Wattzahl dient folgendes Verfahren. Ist C die Wärmekapazität des Troges, t die Temperatur über der Umgebung, z die Zeit, c eine Konstante, so ist der Temperaturverlust in der Zeiteinheit:

$$\frac{dt}{dz} = c \frac{t}{C}$$

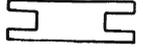
also

$$z = \int \frac{C}{c} \cdot \frac{dt}{t}$$

eine Stellschraube Sb , wodurch die Nebenplatte des Tisches gegen die tragende Platte verstellt werden kann. Die Tischplatten sind durch Schaben geebnet; auf ihnen liegen die Stäbe. Will man diese auf den Besselschen Punkten auflagern, so kann man eine entsprechende kleine Vorrichtung auf die Tische legen. Der einfache und der Doppeltisch sind in den Trögen vertauschbar, der Doppeltisch dient zum Vergleiche zweier Stäbe bei gleicher Temperatur.

Um bei der letzteren Vergleichsweise die in demselben Trog nebeneinander liegenden Stäbe vertauschen zu können, ist, wie bemerkt, noch eine Einrichtung getroffen, den Heiztrog auf dem Wagen hin und her schieben zu können. Diese Einrichtung ist ebenfalls aus Fig. 10 zu ersehen. Schnitt $g-h$ zeigt die Form der Trogfüße. Diese haben unten eine ebene Bahn, deren eine mit einer Grabennute von 120° Winkel versehen ist, gleich den beiden in die Oberfläche der Platte P eingearbeiteten parallelen Quernuten. In der einen der letzteren liegen zwei Kugeln, 180 mm voneinander entfernt, in der anderen eine Kugel. Auf diesen drei Kugeln, welche ein gleichschenkliges Dreieck bilden, ruht der Trog; mit seiner Grabennute auf den zwei die Basis bildenden, und mit seiner ebenen Fläche auf der dritten, die Spitze des Dreiecks darstellenden. Es ergibt sich hieraus eine zwangfreie Anordnung des Troges zur Platte P und eine leicht bewegliche hin und her gehende Abrollung, welche durch stellbare Anschläge begrenzt wird.

Die Pfeiler und Mikroskope.

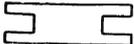
Die Pfeiler sind oben bereits beschrieben worden. Ihr massives Mauerwerk, die Sandsteinplatte, läßt eine Einwirkung inkonstanter Temperatur während der kurzen Zeit der Beobachtung nicht zu. Dasselbe gilt auch für die starken gußeisernen Träger der Mikroskope. Die Konstruktion ersieht man aus Fig. 11. Auf der Sandsteinplatte liegen zunächst gewaltige gußeiserne Platten von 1 bis 2 Zentner Gewicht von  förmigem Querschnitt. Vier Schrauben, die in den Sandstein eingepist sind, halten die Platten fest. Auf diesen Platten ist durch Stellschrauben von vier Seiten ein Schlitten beweglich, welcher, selbst schwer, eine zweite Platte mit dem Mikroskop trägt, welche durch Anzieh- und Abstoßschrauben beweglich ist und gestattet, die Mikroskopachse senkrecht zu stellen. Auf diese Weise sind die Mikroskope nach allen Richtungen verschiebbar. Da meistens Meterstäbe von gleicher Länge geprüft werden, so können diese Justiereinrichtungen wochen- und monatelang unangetastet bleiben. Die ganze Einrichtung vermeidet den schädlichen Einfluß von Verbiegungen und inkonstanter Temperatur durch ihre große Massigkeit, ein Prinzip, das sich gut bewährt hat.

Die an diesen Haltern befestigten Mikroskope unterscheiden sich von den gebräuchlichen auch durch ihre Größe. Das Rohr der Mikroskope ist ungefähr 70 cm lang und hat 5 cm Durchmesser bei 0,5 cm Wandstärke. Diese Größe war

eine Stellschraube Sb , wodurch die Nebenplatte des Tisches gegen die tragende Platte verstellt werden kann. Die Tischplatten sind durch Schaben geebnet; auf ihnen liegen die Stäbe. Will man diese auf den Besselschen Punkten auflagern, so kann man eine entsprechende kleine Vorrichtung auf die Tische legen. Der einfache und der Doppeltisch sind in den Trögen vertauschbar, der Doppeltisch dient zum Vergleiche zweier Stäbe bei gleicher Temperatur.

Um bei der letzteren Vergleichsweise die in demselben Trog nebeneinander liegenden Stäbe vertauschen zu können, ist, wie bemerkt, noch eine Einrichtung getroffen, den Heiztrog auf dem Wagen hin und her schieben zu können. Diese Einrichtung ist ebenfalls aus Fig. 10 zu ersehen. Schnitt $g-h$ zeigt die Form der Trogfüße. Diese haben unten eine ebene Bahn, deren eine mit einer Grabennute von 120° Winkel versehen ist, gleich den beiden in die Oberfläche der Platte P eingearbeiteten parallelen Quernuten. In der einen der letzteren liegen zwei Kugeln, 180 mm voneinander entfernt, in der anderen eine Kugel. Auf diesen drei Kugeln, welche ein gleichschenkliges Dreieck bilden, ruht der Trog; mit seiner Grabennute auf den zwei die Basis bildenden, und mit seiner ebenen Fläche auf der dritten, die Spitze des Dreiecks darstellenden. Es ergibt sich hieraus eine zwangfreie Anordnung des Troges zur Platte P und eine leicht bewegliche hin und her gehende Abrollung, welche durch stellbare Anschläge begrenzt wird.

Die Pfeiler und Mikroskope.

Die Pfeiler sind oben bereits beschrieben worden. Ihr massives Mauerwerk, die Sandsteinplatte, läßt eine Einwirkung inkonstanter Temperatur während der kurzen Zeit der Beobachtung nicht zu. Dasselbe gilt auch für die starken gußeisernen Träger der Mikroskope. Die Konstruktion ersieht man aus Fig. 11. Auf der Sandsteinplatte liegen zunächst gewaltige gußeiserne Platten von 1 bis 2 Zentner Gewicht von  förmigem Querschnitt. Vier Schrauben, die in den Sandstein eingegipst sind, halten die Platten fest. Auf diesen Platten ist durch Stellschrauben von vier Seiten ein Schlitten beweglich, welcher, selbst schwer, eine zweite Platte mit dem Mikroskop trägt, welche durch Anzieh- und Abstoßschrauben beweglich ist und gestattet, die Mikroskopachse senkrecht zu stellen. Auf diese Weise sind die Mikroskope nach allen Richtungen verschiebbar. Da meistens Meterstäbe von gleicher Länge geprüft werden, so können diese Justiereinrichtungen wochen- und monatelang unangetastet bleiben. Die ganze Einrichtung vermeidet den schädlichen Einfluß von Verbiegungen und inkonstanter Temperatur durch ihre große Massigkeit, ein Prinzip, das sich gut bewährt hat.

Die an diesen Haltern befestigten Mikroskope unterscheiden sich von den gebräuchlichen auch durch ihre Größe. Das Rohr der Mikroskope ist ungefähr 70 cm lang und hat 5 cm Durchmesser bei 0,5 cm Wandstärke. Diese Größe war

geboten durch den erforderlichen Arbeitsabstand von 15 cm, hat aber auch sonst leicht bemerkbare Vorteile. Die Optik ist entsprechend. Die Objektive haben eine Brennweite von 12 cm und bringen eine Vergrößerung von $3\frac{1}{2}$ hervor. Hierzu kommen Okulare von 10 und 20facher Vergrößerung zum Auswechseln, so daß eine 35 und 70fache Gesamtvergrößerung resultiert. Die 70fache bezeichnet ungefähr ein Günstigkeitsmaximum für die vorliegenden Verhältnisse feinsten Maßstabvergleichung. Die numerische Apertur der Mikroskope ist besonders groß, größer als sie an Mikrometern zu sein pflegt, nämlich 0,1. Daß diese hohe Apertur besondere Vorteile, zumal für die Fokussierung bietet, braucht kaum hervorgehoben zu werden.

Über die Mikrometer ist wenig zu sagen. Sie sind eine ältere Konstruktion, bei der ein Schlitten in der Mitte durch die Schraube und durch einen Rahmen geführt wird und die Schraube mit der Spitze gegen eine Platte stößt. Über die Mängel dieser Konstruktion ist schon vieles geschrieben. Gegenwärtig werden Versuche mit anderen Konstruktionen gemacht.

Die Beleuchtung der Mikroskope geschieht durch eine 0,2 mm dicke, unter 45° gegen die Rohrachse geneigte Glasplatte. Die Platte steckt in einem Kästchen von quadratischem Querschnitte, das senkrecht zur Achse unter dem Okular in das Rohr eingeschoben werden kann. Das Licht wird zugeführt durch einen Kondensator, der in etwa $1\frac{1}{2}$ m Entfernung an der Wand justierbar befestigt ist, und das Bild einer Fokusglühlampe (optisch genommen) in der Fadenebene des Mikroskops entwirft. Die Lampe selbst kann vom Mikroskopbeobachter ein und ausgeschaltet werden, und soll nur unmittelbar während der Beobachtung brennen. Diese Beleuchtungsweise ist bei allen Stabformen und sowohl bei matten als auch bei glänzend polierten Stäben anwendbar und hat sich ausgezeichnet bewährt.

Spezialeinrichtungen des Einmeterkomparators.

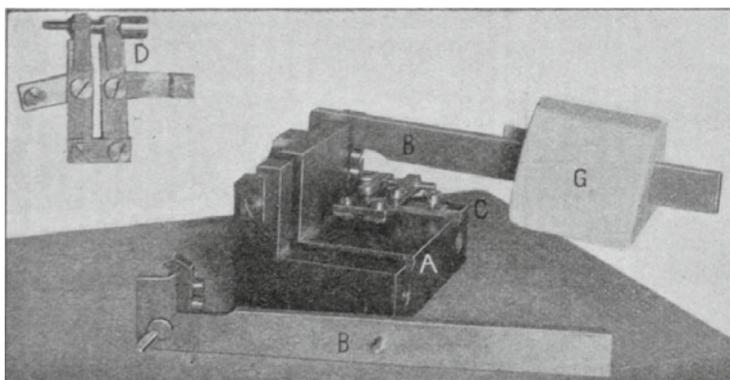


Fig. 14. Bandmaßspannvorrichtung.

Hier sind noch zwei kleinere Einrichtungen zu erwähnen.

Die Bandmaßspannvorrichtung

ist eine Einrichtung, welche gestattet, in den Einmetertrögen Bandmaße unter bestimmter konstanter Spannung auf Ausdehnung durch

Wärme zu prüfen. Diese Einrichtung zeigt Fig. 14. An den Maßstabdoppeltisch ist ein Winkelstück aus Messing *A* anzuschrauben. Dieses trägt die Schneiden

zweier rechtwinkliger Winkelhebel B , auf deren einem Schenkel ein Gewicht G ruht und durch Vermittelung je eines kleinen Schlittens C eine oder zwei Bandmaßproben je nach Bedarf spannen kann. D zeigt die kleine Vorrichtung zur Justierung der Lage des Bandmaßes gesondert. Die Vorrichtung ist so kompensiös, daß sie in dem inneren Trograume Platz hat.

Die Doppelschneideneinrichtung.

Diese dient zur Bestimmung der relativen Ausdehnung zweier Stäbe (vgl. Arbeit III). Sie besteht in einem ganz einfachen kleinen Apparat, Fig. 15, be-

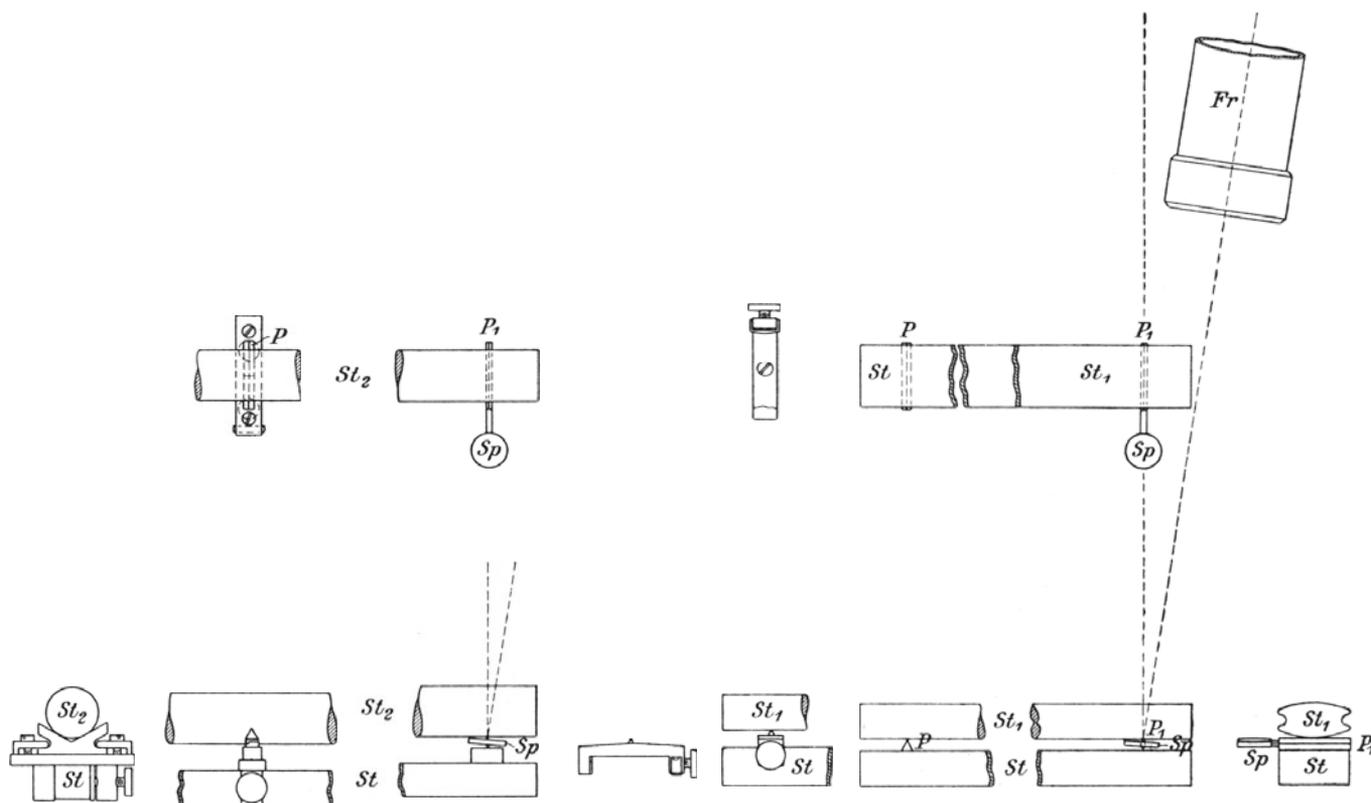


Fig. 15. Doppelschneideneinrichtung.

stehend aus einer Doppelschneide P' mit einem Spiegel Sp . Diese Vorrichtung wird in der skizzierten Weise zwischen zwei Stäbe gelegt, während das andere Ende durch eine Spitze, Winkelschneide oder dergleichen (s. Fig.) festgelegt wird. Wird die Vorrichtung erwärmt, so dreht sich der Spiegel; die Drehung wird mit Fernrohr und Skala abgelesen. Die Beobachtung geschieht im 1-m-Heiztroge durch die eine der Beobachtungsöffnungen bei horizontaler Skale und senkrecht blickendem Fernrohre. Die Beobachtungsgenauigkeit ist eine erstaunliche. $0,1 \mu$ Genauigkeit der Einzelbeobachtung wird ohne weiteres erreicht, bei Vergrößerung der optischen Mittel wird man wohl noch weiter kommen. Man sieht hieran so recht die Überlegenheit der guten reinen Kontaktmethode gegenüber der optischen Methode an Genauigkeit. Selbstverständlich

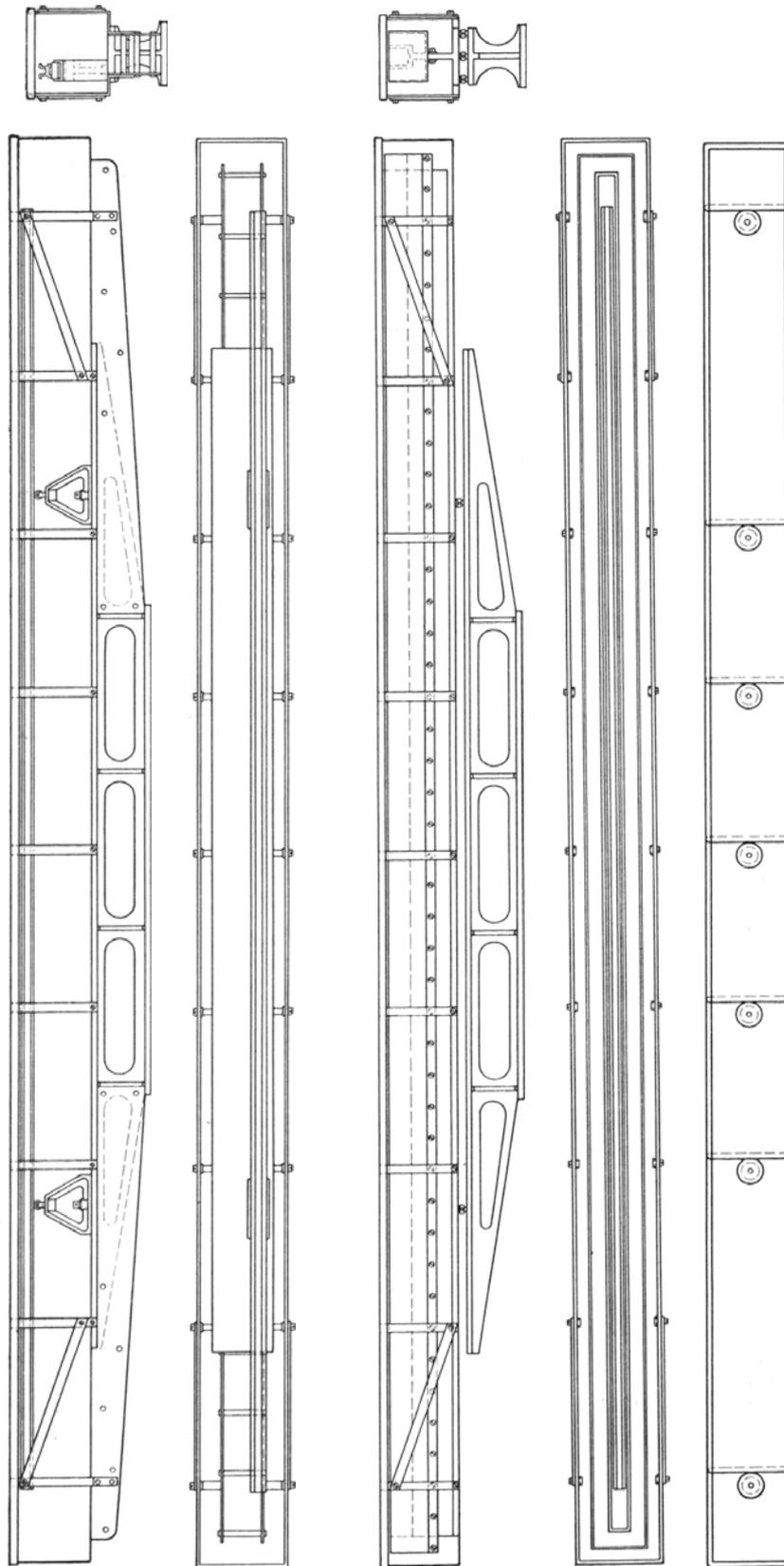


Fig. 16. Die Tröge für Viermeterstäbe.

kann man mit der Doppelschneidenmethode ganz rohe Materialien, so z. B. ein Stück rohen Telegraphendraht, ein Stück Kupferprofildraht, St_2 , St_1 Fig. 15, und

dergleichen mit großer Genauigkeit messen. Besonders ist noch die Geschwindigkeit dieser Methode zu betonen.

Diese Doppelschneide gestattet auch eine eigentümliche und genaue Kontrolle der Temperaturverteilung in den Trögen. Untersucht man z. B. zwei Stäbe von hoher aber gleicher Ausdehnung mit der Doppelschneide, so muß bei gleicher Temperatur dieselbe Ablesung der Skale erzielt werden. Die geringste Differenz zwischen den Stäben macht sich durch andere Ablesung bemerkbar. Die Beobachtungen zeigen jedenfalls, daß die Methode der Temperaturbestimmung, in Tisch und Trogwand gesondert, sehr zuverlässig ist.

Die Tröge des Viermeterkomparators.

Der Viermeterkomparator soll insbesondere für die Bestimmung geodätischer Maßstäbe dienen. Diese hier zu vergleichenden Stäbe bringen in der Regel sowohl eigene Auflagerungs- als auch Temperierungseinrichtungen mit, mit denen sie bei der Vergleichung verbunden bleiben müssen. Es war deshalb nicht möglich, bei der Verschiedenheit dieser zugehörigen Einrichtungen schon von vornherein eine für alle Fälle ausreichende Einrichtung der Tröge des Viermeterkomparators gleich beim Bau des Apparates herzustellen. Dieses war nur möglich für das Viermeternormal der Kommission. Dementsprechend ist für den zu vergleichenden Stab nur ein einfacher kastenförmiger Trog von 25×25 cm Querschnitt und 4,5 m Länge angefertigt, der lediglich zur Temperaturverteilung und Abhaltung der Strahlung und Konvektion aus Messingblech besteht (Fig. 16). Die Messingblechwandung ist zerlegbar und erweiterungsfähig¹⁾.

In diesem Troge sind verschiebbare und verstellbare Träger für Maßstäbe, um diese an den Besselschen Punkten auflegen zu können. Fig. 16 oberer Teil zeigt die Einrichtung im Aufriß, Grundriß und Querschnitt. Die Zeichnung ist ohne Erläuterung verständlich.

Der zweite Viermetertrog dient zur Aufnahme des Normals. Dieses Normal ist ein Stab von 4 m Länge von Hförmigem Querschnitte (4×4 cm Kantenlänge) und ist in der neutralen Schicht geteilt.

Der Trog zur Aufnahme dieses Stabes hat denselben Querschnitt wie der erste Fig. 16 unterer Teil. Von außen nach innen hat er folgende Hüllen: mit Isoliermaterial angefüllte Blechkästen, die einzeln abnehmbar sind, eine Wasser- oder Eisschicht und einen Kasten von 5×5 cm innerem Querschnitt, in dem der Stab gelagert werden kann, entweder auf den Besselschen Punkten oder auf der unteren planen Fläche. Die den Trog deckenden Isolierkästen sind so ausgeführt, daß von $\frac{1}{2}$ zu $\frac{1}{2}$ m beobachtet werden kann. Entsprechend der erforderlichen geringeren Genauigkeit sind diese Trogeinrichtungen einfacher ausgeführt.

¹⁾ Über den späteren Einbau von 3 Viermetertischen in diesen Trog vgl. die Abhandlung von Dr. Thomas über den Besselschen Basismessapparat S. 115 dieses Bandes.

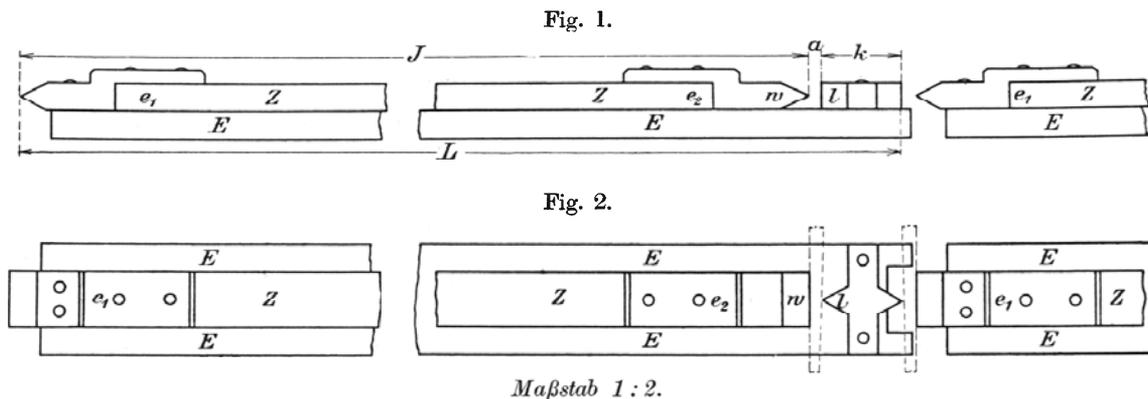
UNTERSUCHUNGEN
AM
BESSELSCHEN BASISMESSAPPARAT

VON

DR. P. THOMAS

Einleitung.

Die erste wichtigere Anwendung des zur großen Komparatoreinrichtung der Kaiserlichen Normal-Eichungskommission gehörigen Viermeter-Komparators bestand in einer eingehenden Untersuchung des Besselschen Basismeßapparates. Dieser Apparat wird bekanntlich von der Königlich Preussischen Landesaufnahme zur Messung der Grundlinien der Landes-Triangulation benutzt und ist seit 1834 für diesen Zweck in Gebrauch. Bessel hat ihn in seinem Werke „Gradmessung in Ostpreußen“¹⁾ S. 4 bis 6 beschrieben²⁾. Er besteht im wesentlichen aus vier, je 2 Toisen (3,898 m) langen Eisenstangen mit schneidenförmigen Enden, welche bei Benutzung unter Zwischenlegung von Glaskeilen aneinander



gesetzt werden. Die Länge dieser Eisenstangen E (vgl. Fig. 1 und 2) als Funktion der Temperatur ist in Beziehung gesetzt zur Länge von etwas kürzeren Zinkstangen Z , welche auf den Eisenstangen liegen und an einem Ende e_1 mit ihnen unverrückbar verbunden sind, am anderen Ende e_2 dagegen eine (wagerechte) Schneide w tragen, deren veränderlicher Abstand a von einer auf der Eisenstange befestigten (lotrechten) Gegenschneide l durch Zwischenschieben eines Meßkeiles gemessen werden kann. Da die thermische Ausdehnung der Zinkstangen fast dreimal so groß ist wie diejenige der Eisenstangen, ändert sich der Abstand a bei Temperaturänderung fast doppelt so stark wie die Länge der Eisenstangen selbst und erscheint daher als Argument für eine auf diese Beziehungen auf-

¹⁾ Berlin 1838. In Kommission bei F. Dümmler.

²⁾ Eine Beschreibung neueren Datums findet sich in der Abhandlung von W. Jordan, „Die Basismessung der Preussischen Landesaufnahme bei Göttingen im August 1880.“ ZS. f. Vermessungswesen **9**, S. 378—381. 1880.

gebaute Längengleichung wohl geeignet — unter der Voraussetzung freilich, daß die Beziehungen zwischen Temperatur und Längen der Stangen eindeutige sind.

Bessel hat sich damit begnügt, die Länge der Stangen durch die einfache lineare Gleichung

$$L = l - a \cdot m \dots \dots \dots (1)$$

darzustellen, in welcher l und m durch Versuche zu bestimmende Konstanten sind.

Oberstleutnant Schreiber, welcher den Apparat auch in vielen technischen Einzelheiten verbessert hat¹⁾, führte nach eingehenden Prüfungen im Jahre 1880 die quadratische Gleichung

$$L = l - (a - 1,4) m - (a - 1,4)^2 \varrho + \alpha \cdot h \dots \dots \dots (2)$$

ein²⁾, welche noch heute zur Berechnung der Basismessungen in Gebrauch ist und sich von der alten Besselschen nicht nur durch das quadratische Glied mit einer neuen Konstanten ϱ unterscheidet, sondern auch durch ein weiteres Glied αh , in dem h ebenfalls eine Konstante, α aber die stündliche Änderung von a bezeichnet. Die Bedeutung dieses Gliedes, welches bei konstanter Temperatur in Wegfall kommt, wird später näher besprochen werden.

Schreiber hat die Konstanten der Gleichung (2) für die 4 Basisstangen aus besonderen Versuchsreihen ermittelt, welche 1880 nach der Göttinger Basismessung ausgeführt wurden. Seitdem sind noch die Grundlinien bei Meppen (1883), bei Bonn (1892), bei Schubin (1903), bei Gumbinnen (1906) und endlich (1908) bei Berlin mit dem Besselschen Apparat gemessen worden.

Vor Messung der Berliner Basis trat die Trigonometrische Abteilung der Königlichen Landesaufnahme mit der Kaiserlichen Normal-Eichungskommission wegen Nachprüfung der Meßstangen des Bessel-Apparates sowie der auch schon bei Gumbinnen benutzten Invar-Meßdrähte (von 24 m Länge) in Verhandlung.

Einrichtungen zur Ausführung der Messungen.

Zur Ausführung der gewünschten Untersuchungen waren umfangreiche Neueinrichtungen erforderlich, für die Prüfung der Besselschen Basisstangen im besonderen die Ausstattung des genannten Viermeter-Komparators mit einer Einrichtung für Vergleichung von End- und Strichmaßen, welche zunächst hier beschrieben werden soll. Sie ist von dem wegen seiner hervorragenden Leistungen weiten Kreisen ehrenvoll bekannten, inzwischen leider verstorbenen Präzisionsmechaniker C. Reichel, der lange Jahre als Berater an der Behörde segensreich gewirkt hat, entworfen und von der Firma O. Toepfer & Sohn in Potsdam ausgeführt worden.

¹⁾ Vgl. hierüber „Die Kgl. Preußische Landestriangulation. Hauptdreiecke, VI. Teil“ (Berlin 1894. Zu beziehen durch E. S. Mittler & Sohn), S. 181—182, sowie auch die angeführte Abhandlung von Jordan, S. 379—380.

²⁾ Vgl. Schreiber, „Die Resultate der Basismessung bei Göttingen.“ ZS. f. Vermessungswesen **11**, S. 1—17. 1882.

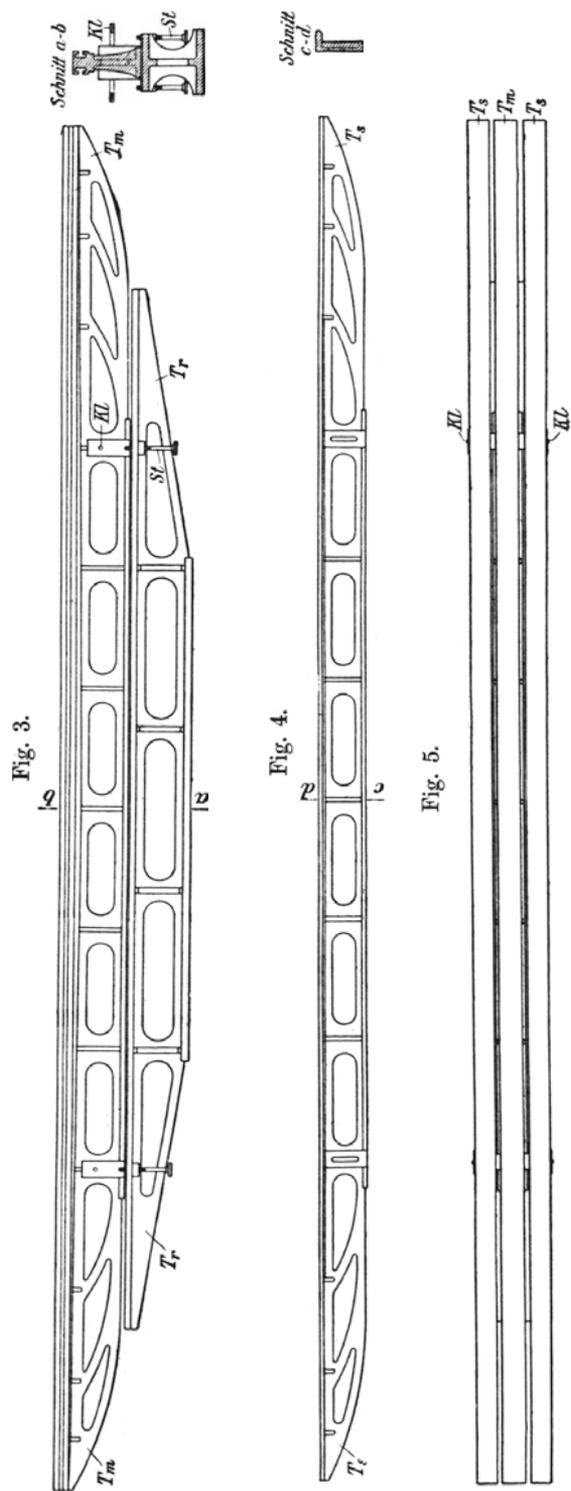
Es empfahl sich, die Herstellung dieser Einrichtung mit der Beschaffung von drei gußeisernen Viermeter-Tischen zu verbinden, deren Aufstellung in dem einen der Viermeter-Tröge des Komparators (vgl. die Beschreibung von Dr. Kösters, S. 109 dieses Heftes) schon vorher beabsichtigt war.

Die Gestalt dieser Tische, welche von der Firma Aichele & Bachmann, Berlin, gegossen und von L. Loewe bearbeitet worden sind, ist aus den Fig. 3 bis 5 zu ersehen.

Der auf der Tragschiene Tr des Viermeter-Wagens ruhende Mitteltisch T_m ist in Fig. 3 in Seitenansicht und Querschnitt dargestellt. In Fig. 4 sieht man ebenso einen der in der Höhe verstellbaren Seitentische T_s , welche durch die Stellschrauben St gestützt und durch die Schrauben Kl seitlich an den Mitteltisch festgeklemmt werden. Fig. 5 endlich zeigt den Mitteltisch mit angesetzten Seitentischen im Grundriß.

Die ungefähr 3,898 m langen Basisstangen sollten durch Hinzufügen kleiner End-Strichmaße (Anschiebezylinder) zu Strichmaßen von ungefähr 4 m Länge ergänzt und diese dann in gewöhnlicher Weise unter den festen Mikroskopen des Viermeter-Komparators mit einem Viermeter-Strichnormal verglichen werden.

Die hierfür benutzte besondere Einrichtung ist in den Fig. 6 bis 13 dargestellt. Az in Fig. 7, 8 und 9 sind die erwähnten Anschiebezylinder. Sie tragen in einer Ausfräsung Silberskalen und an ihren den Basisstangen zugewandten Enden kleine Querzylinder aus hartem Stahl, die eigentlichen Kontaktzylinder. Die Skalen sind so tief eingelassen, daß ihre Teilungsmittellinien mit den Achsen der Anschiebezylinder zusammenfallen.



Maßstab 1 : 25,9.

stützen *Gl* so gelagert, daß die statischen Verhältnisse genau dieselben bleiben wie bei der gewöhnlichen Lagerung in den Holzkästen.

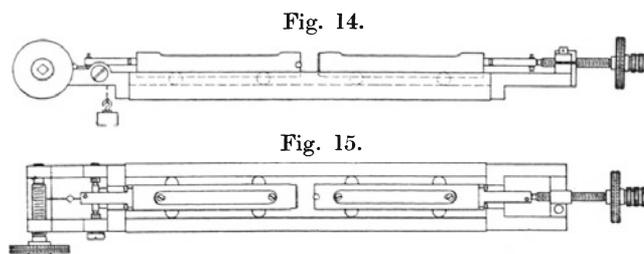
Für die genaue Einlagerung der Stangen zwischen den Anschiebezylindern dienen noch einige Hilfsgeräte, deren Beschreibung übergangen werden kann.

Zur besseren Anpassung an die Verhältnisse bei der praktischen Benutzung des Bessel-Apparates wurden bei den Messungen zwischen die Endschneiden der Stangen und die Kontaktzylinder noch kleine, ungefähr 3 mm starke Zwischenplatten aus Glas oder Quarz eingeschaltet, welche in den Zeichnungen nicht mit abgebildet sind.

Um die Anschiebezylinder während der Messungen unter stets gleichem (geringem) Druck mit den Endschneiden der Basisstangen bzw. den dazwischen aufgehängten Glasplättchen in Berührung zu halten, wird auf sie mittels der an ihrem hinteren Ende befestigten Kuppelstangen *k* (Fig. 7 bis 9) der Zug eines kleinen, an dem Faden *f* hängenden Gewichtes *g* übertragen. Der Faden *f* läuft über eine kleine Rolle *r* nach der Schraube *ws*, welche als Winde dient. Um seine Bewegung auf den Anschiebezylinder zu übertragen, wird er in den am unteren Ende des Schraubchens *s* befindlichen Schlitz gelegt und die Kupplung dann durch Drehung dieses Schraubchens bewirkt. Wird dann durch Drehung der Schraube *ws* der Faden abgewickelt, so zieht das Gewicht *g* den Anschiebezylinder vorwärts. Damit beim Eintritt des Kontaktes der Faden hinter *s* nicht locker wird und aus den Windungen von *ws* herausspringt, ist die kleine Bleikugel *b* aufgeschoben.

Von den beschriebenen Teilen der Einrichtung sind je 2 Paar hergestellt worden, so daß je 2 Basisstangen gleichzeitig gemessen werden können. Bei den bisher ausgeführten Messungen ist indessen nur die eine Hälfte der Einrichtung benutzt worden, weil bei dem größten Teil dieser Messungen gleichzeitig Anschlüsse des als Normal benutzten Viermeter-Stabes an das Meterprototyp des Deutschen Reiches ausgeführt wurden und zu diesem Zweck der eine Seitentisch freigehalten werden mußte.

Es gehört außerdem noch zur Einrichtung ein längeres Kugelbett, welches zur Bestimmung der Summe der an die Basisstangen angefügten Zusatzlängen der Anschiebezylinder dient. Dieses Ku-



Maßstab 1 : 5.

gelbett, das in den Fig. 14 und 15 abgebildet ist, wird auf einen Tisch eines Longitudinal-Komparators — der Repsoldschen Teilmaschine der Kommission — aufgelegt, die Anschiebezylinder werden unter Zwischenschaltung einer Glas- oder Quarzplatte durch Gewichtsdruck ebenso wie an der Haupteinrichtung zusammengeschoben, und der Abstand der benutzten Skalenstriche wird dann wie die Länge eines gewöhnlichen Strichmaßes gemessen.

Die Ausführung der Messungen.

Die Ausführung der Basisstangenmessungen mit den beschriebenen Einrichtungen gestaltet sich wie folgt:

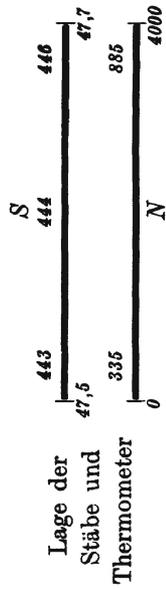
Nach Wagerechtstellung der Mitteltischoberfläche und Ausrichtung der 5 Mikroskope nach einem dünnen, in Höhe der Teilung des aufzulegenden Normals ausgespannten Draht wird das als Vergleichsnormal dienende Viermeter-Strichmaß aufgelegt und nach den Mikroskopen gerade gerichtet. Dann werden die Einrichtungen mit den Kugelbetten für die Anschiebezylinder angesetzt und in geeignetem Längsabstande durch schwaches Anziehen der Schraube *ms* befestigt. Die Anschiebezylinder werden aufgelegt und nach einer Aufsatzlibelle mittels der Schrauben *rs* wagerecht gestellt. Nach Scharfeinstellung der Endmikroskope auf die Endstriche des Normals wird der Wagen verschoben, so daß die Teilungen der Anschiebezylinder unter die Mikroskope kommen und durch Höhenverstellung mit der Schraube *h* scharf eingestellt werden können. Darauf wird die zu messende Basisstange mit ihrem Tisch auf die Gabelstützen aufgelegt, welche verschiebbar auf dem Seitentisch *T*, des Komparators ruhen. Ihre Höheneinstellung geschieht durch die Stellschrauben *St*. Nach Aufhängung der S. 117 erwähnten Zwischenplatten vor den Schneiden werden die Anschiebezylinder angeschoben. Es folgt eine Nachprüfung aller Einstellungen. Dann werden die Thermometer aufgelegt. Diese werden mit ihren Quecksilbergefaßen in Hülsen aus Messing oder Kupfer geschoben, deren Gestalt einen möglichst guten thermischen Anschluß an die Maßstäbe gewährt. Stäbe und Thermometer werden dann mit Nickelpapier größtenteils zugedeckt, der die Viermeter-Tische umgebende Trog wird durch Deckplatten verschlossen und das Ganze nach Ausführung einer Probemessung, bei welcher die Anschläge für die Wagenbewegung eingestellt werden, wenigstens einige Stunden zur Temperierung stehen gelassen¹⁾.

Die Messung selbst, welche stets von zwei Beobachtern gemeinschaftlich ausgeführt wird, beginnt mit Ablesung der Quecksilberthermometer und Bestimmung des Abstandes *a* am Metallthermometer mittels des Temperaturkeils. Nach leichten Erschütterungen des Apparates wird dann der Wagen zunächst so gestellt, daß die Striche des Normals im Gesichtsfeld der Mikroskope erscheinen und

¹⁾ Eine möglichst gute Temperaturlausgleichung zu erzielen, war für die Sicherheit der thermometrischen Temperaturbestimmung von Wichtigkeit. Die Nachteile mangelhafter Temperierung können zwar durch Erhöhung der Zahl der benutzten Thermometer eingeschränkt werden, mit gutem Erfolg aber nur, wenn auch Vorkehrungen getroffen werden, welche verhüten, daß während der dann länger dauernden Ablesung der Thermometer die von den Beobachtern ausgehende Wärmestrahlung Störungen verursacht. Bei den in Frage stehenden Messungen war es aus verschiedenen Gründen erwünscht, von der Benutzung besonderer Einrichtungen für die Thermometerablesungen absehen zu können und mit der Lesung von 4 bis höchstens 6 Thermometern auszukommen. Zur Kontrolle der Temperaturlausgleichung wurden besondere Beobachtungen ausgeführt.

Großer Komparator.

Vergleichung von $S =$ Besselsche Basisstange Nr. II
mit $N = J_4$



Da- tum und Zeit	Keil- lesung α	Links Mikrometer 1, Trommel rechts						Rechts Mikrometer 2, Trommel rechts																
		Be- zeich- nung der Stab	Be- zeich- nung der Thermometer	Le- sung der Thermometer	Korrek- tionen	Tem- pera- turen t	Beobachter	Sti- ch	Mikro- meter- Lesung l	Ver- besse- rte Mittel l	Be- zeich- nung der Thermometer	Le- sung der Thermometer	Korrek- tionen	Tem- pera- turen t	Beobachter	Sti- ch	Mikro- meter- Lesung r	Ver- besse- rte Mittel r	$l - r = \Delta$	$S - N = \Delta S - \Delta N$	$S - N$ in μ	Mittel		
1. VI. 08. 1278	Keil 11 1,807 08	N	335	335	14,90	-0,09	14,81	Bl.	0	4,734 32	4,733	885	15,01	-0,10	14,91	Th.	4000	7,828 26	7,827	-3,094	+0,867	+57,51		
			443	443	14,95	-0,07	14,88		47,5	4,660 70	4,665	446	14,97	-0,05	14,92		47,7	6,892 92	6,892	-2,227				
			444	444	14,95	-0,05	14,90		47,5	3,160 62	3,161	446	15,03	-0,05	14,98		47,7	5,388 92	5,390	-2,229	+0,880	+57,9	14,90	14,86
			443	443	15,02	-0,07	14,95		0	3,186 94	3,190	885	15,01	-0,10	14,91		4000	6,298 300	6,299	-3,109				
1236	Keil 11 1,803 03	N	335	335	14,89	-0,09	14,80																	

Mittlere verbesserte Keillesung $\alpha = 1,8058$.

1. VI. 08. 231	Keil 11	Stab	Be- zeich- nung der Stab	Be- zeich- nung der Thermometer	Le- sung der Thermometer	Korrek- tionen	Tem- pera- turen t	Beobachter	Sti- ch	Mikro- meter- Lesung l	Ver- besse- rte Mittel l	Be- zeich- nung der Thermometer	Le- sung der Thermometer	Korrek- tionen	Tem- pera- turen t	Beobachter	Sti- ch	Mikro- meter- Lesung r	Ver- besse- rte Mittel r	$l - r = \Delta$	$S - N = \Delta S - \Delta N$	$S - N$ in μ	Mittel	
																								231
		S	443	443	15,07	-0,07	15,00		47,5	3,208 12	3,210	446	15,08	-0,05	15,03		47,7	5,464 66	5,465	-2,255				
		S	444	444	15,04	-0,05	14,99		47,5	4,711 19	4,715	446	15,09	-0,05	15,04		47,7	6,964 70	6,967	-2,252	+0,913	+60,57		
249	1,804 03	N	335	335	15,00	-0,09	14,91		0	4,715 17	4,716	885	15,11	-0,10	15,01	4000	7,880 82	7,881	-3,165					

Mittlere verbesserte Keillesung $\alpha = 1,8048$.

zwischen den Fäden der Mikrometer eingestellt werden können. Dann erfolgt die Verschiebung des Wagens und Einstellung der Striche in den Antriebszylindern, deren Kontakt durch vorsichtiges Abziehen und Wiederanschieben kontrolliert wird. Darauf Längsverschiebung des Wagenobergestells, in der Regel um ungefähr den Wert einer halben Mikrometerumdrehung, und nach abermaliger Erschütterung des Apparates zweite Einstellung auf die Antriebszylinder und schließlich wieder auf das Normal. Zuletzt zweite Lesung des Temperaturkeils und der Quecksilberthermometer. Nach einer längeren, dem Ausgleich der durch die Beobachtungen verursachten Temperierstörungen dienenden Pause wird die geschilderte Doppelmessung unter Vertauschung der Beobachter wiederholt.

Das Protokoll einer solchen vollständigen Vergleichung zeigt S. 119. Die während der Messung eingetragenen Zahlenwerte sind durch schräge Schrift hervorgehoben. Die Berechnung ergibt die Längenunterschiede $S_t - N_t$ zwischen dem gemessenen Strichmaß und dem Vergleichsnormal bei den mittleren Temperaturen t_s und t_N in Graden der internationalen hundertteiligen Wasserstoffskala sowie der mittleren Lesung des Metallthermometers (Keillesung) a . Hierbei sind die Mittelwerte für a aus allen Keillesungen gebildet, die Temperaturmittel dagegen nur aus den Thermometerlesungen am Anfang jeder Doppelmessung, da sich die Thermometer unter dem Einfluß der von den Beobachtern ausgehenden Wärmestrahlung erfahrungsgemäß viel schneller ändern als die größeren Massen der Stäbe selbst.

Um aus den Werten $S_t - N_t$ die Längen der Basisstangen selbst zu erhalten, müssen die Längen N_t des Vergleichsnormals hinzugefügt, außerdem aber die Zusatzlängen D_t der Antriebszylinder und der Zwischenplatten in Abzug gebracht werden. Die Bestimmung der Längen D_t geschieht, wie schon erwähnt, auf einem anderen Komparator unter Benutzung des oben beschriebenen längeren Kugelbettes. Dabei wird die eine von den benutzten Zwischenplatten zwischen den Antriebszylindern mit gemessen. Die Dicke der anderen wird besonders bestimmt.

Übersicht über die ausgeführten Messungen und Erläuterungen zu den Tabellen.

Die von der Normal-Eichungskommission in der geschilderten Weise am Bessel-Apparat ausgeführten Messungen zerfallen in drei Abschnitte:

Der erste Untersuchungsabschnitt umfaßt die Messungen, welche im Juni 1908 noch vor der Berliner Basismessung kurz nach Fertigstellung der Prüfungseinrichtung ausgeführt wurden. Diese Messungen erstreckten sich nur auf Zimmertemperatur (15 bis 16°). Beobachter waren die Herren Dr. Thomas und Dr. Block.

Als Vergleichsnormal diente der Invar-Viermeterstab J_4 (aus 36%igem Nickelstahl), dessen Länge kurz nach den Messungen durch Vergleichen mit dem Meterprototyp nachgeprüft und für das Intervall von 0 bis 4000 mm gleich $4\text{ m} - 66,7\ \mu + 6,25(t - 18)\ \mu$ gefunden wurde. Die Zusatzlänge D_t der Antriebszylinder bis zu den auf ihnen eingestellten Strichen und einschließlich der Dicke der beiden Zwischenplatten betrug $101,9182\text{ mm} + 1,56(t - 15)\ \mu$. Zur Lesung des Metallthermometers wurde der der Trigonometrischen Abteilung der Königlich-Preussischen Landesaufnahme gehörige, nach Pariser Linien geteilte Glaskeil Nr. 11 benutzt.

Die Messungen des zweiten Abschnittes wurden von denselben Beobachtern wie die des ersten bei möglichst niedriger Temperatur des Beobachtungsraumes im März 1909 ausgeführt. Auch bei diesen Messungen diente J_4 als Vergleichsnormal. Seine kurz vorher nachgeprüfte Länge entsprach damals der Gleichung $L_t = 4\text{ m} - 112,4\ \mu + 6,25(t - 9)\ \mu$. Die Antriebszylinder waren inzwischen mit neuen Skalen versehen worden. Die benutzte Zusatzlänge D_t betrug $102,1046\text{ mm} + 1,56(t - 9)\ \mu$. Die Bestimmungen von a geschahen mit dem nach Doppelmillimetern geteilten Keil Nr. 4 der Trigonometrischen Abteilung.

Für die weiteren, bei künstlich erhöhten Temperaturen ausgeführten Messungen mußte erst ein Vergleichsnormal aus gutem gewöhnlichen Stahl beschafft werden, da das Nickelstahlnormal J_4 nach inzwischen gesammelten Erfahrungen als hierfür geeignet nicht angesehen werden konnte. Hierdurch und durch den Umstand, daß das neue Normal zunächst mit unbrauchbaren Strichen geliefert wurde, trat eine bedeutende Verzögerung der Messungen ein, so daß deren Hauptteil erst im Februar und März 1910 durchgeführt werden konnte. Dieser dritte und letzte Untersuchungsabschnitt umfaßte Messungen bei ungefähr 12° , 16° , 38° , 27° und wieder 16° . Die Messungen bei 12° dienten zur Einübung eines neuen Beobachters und sind im Folgenden nicht mit verwertet. Zur Ausführung aller dieser Messungen mußte der ganze Raum, in dem sich der Viermeter-Komparator befindet, entsprechend angeheizt werden. Die Stangen waren dabei ungefähr je eine Woche lang jeder Messungstemperatur ausgesetzt. Die Prüfung des neuen Viermeter-Normals S_4 fand gleichzeitig durch Vergleichen mit dem Meterprototyp statt und ergab für das benutzte Intervall von $+0,4$ bis $4000,0$ mm die Länge $4\text{ m} - 392,8\ \mu - 44,32t\ \mu - 0,024t^2\ \mu$. Die Zusatzlänge D_t betrug bei diesen Messungen $102,3145\text{ mm} + 1,56(t - 15)\ \mu$. Für die Metallthermometerlesung wurde wieder der Millimeterkeil Nr. 4 benutzt. Beobachter waren die Herren Dr. Dinter und Dr. Block.

Die Ergebnisse der in diesen drei Untersuchungsabschnitten ausgeführten Messungen sind in den Tabellen S. 122—124 und 129 zusammengestellt.

In Tabelle I sind in Spalte 10 die durch Doppelmessungen ermittelten Stangen-

Tabelle I.

Nummern der Stangen	Datum der Messungen	Mittlere verbesserte Keillängen a		Mittlere Temperaturen ¹⁾		Differenzen $S_t - N_t$ in mm	Normalängen N_t in mm	Zusatzlängen D_t in mm	Stangenlängen L in mm
		in Linien	in mm	t_s	t_y				
I	2. VI. 08.	1,7705		15,17	15,13	+ 0,0136	3999,9154	101,9185	3898,0105
	"	7703		27	24	0185	9161	9186	0160
	6. III. 09.		4,5387	9,15	9,12	- 0,0514	3999,8885	102,1048	3897,7323
	"		5359	185	12	0497	8885	1049	7339
	3. III. 10.		4,0161	15,545	15,53	+ 0,0237	4000,3014	102,3154	3898,0097
	"		0159	55	545	0240	3020	3154	0106
	9. III. 10.		2,0800	38,43	38,535	+ 0,0250	4001,3513	102,3510	3899,0253
	"		0722	445	54	0267	3516	3510	0273
	"		0683	645	61	0282	3548	3514	0316
	17. III. 10.		2,9702	27,295	27,36	+ 0,0223	4000,8380	102,3337	3898,5266
	"		9710	28	305	0230	8356	3337	5249
	24. III. 10.		3,9835	15,655	15,64	+ 0,0234	4000,3064	102,3155	3898,0143
	"		9837	605	615	0239	3052	3154	0137
II	1. VI. 08.	1,8058		14,90	14,86	+ 0,0579	3999,9137	101,9180	3898,0536
	"	8048		15,01	94	0598	9142	9182	0558
	5. III. 09.		4,5562	9,15	9,08	+ 0,0128	3999,8881	102,1048	3897,7961
	"		5512	23	14	0151	8885	1050	7986
	1. III. 10.		4,0356	15,455	15,445	+ 0,0843	4000,2976	102,3152	3898,0667
	"		0364	49	465	0852	2985	3153	0684
	11. III. 10.		2,2045	36,835	36,93	+ 0,1120	4001,2772	102,3486	3899,0406
	"		2076	76	865	1115	2743	3484	0374
	15. III. 10.		3,0974	25,975	26,06	+ 0,0954	4000,7787	102,3315	3898,5426
	"		1014	915	25,98	0959	7751	3315	5395
	22. III. 10.		4,0149	15,465	15,44	+ 0,0924	4000,2974	102,3152	3898,0746
	"		0153	465	425	0935	2967	3152	0750
	"		0109	55	455	0955	2980	3154	0781

¹⁾ in Graden der internationalen hundertteiligen Wasserstoffskale.

Tabelle I (Fortsetzung).

Nummern der Stangen	Datum der Messungen	Mittlere verbesserte Keilleisungen a		Mittlere Temperaturen		Differenzen $S_t - N_t$ in mm	Normalängen N_t in mm	Zusatzlängen D_t in mm	Stangenlängen L in mm
		in Linien	in mm	t_s	t_N				
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
III	5. VI. 08.	1,7703		16,07	16,02	+0,1037	3999,9209	101,9199	3898,1047
	6. VI. 08.	7725		00	15,96	1017	9205	9198	1024
	8. III. 09.		4,5533	9,17	9,15	+0,0127	3999,8886	102,1049	3897,7964
	"		5507	21	16	0129	8887	1049	7967
	2. III. 10.		4,0354	15,56	15,54	+0,0889	4000,3018	102,3154	3898,0753
	"		0354	58	58	0890	3036	3154	0772
	10. III. 10.		1,9940	39,94	40,025	+0,1142	4001,4202	102,3533	3899,1811
	"		9922	00	92	1137	4191	3533	1795
	16. III. 10.		2,9592	27,996	27,996	+0,0999	4000,8671	102,3347	3898,6323
	"		9597	95	95	0992	8653	3347	6298
	23. III. 10.		4,0010	15,68	15,64	+0,0934	4000,3064	102,3156	3898,0842
	"		3,9988	725	725	0941	3081	3156	0866
	"		9966	72	79	0929	3100	3157	0872
	IV	4. VI. 08.	1,7695		15,76	15,73	+0,0687	3999,9191	101,9194
"		7695		81	74	0693	9192	9195	0690
9. III. 09.			4,5253	9,305	9,27	-0,0040	3999,8894	102,1051	3897,7803
"			5213	365	30	0017	8896	1052	7827
28. II. 10.			4,0191	15,65	15,65	+0,0697	4000,3068	102,3155	3898,0610
"			0157	795	74	0720	3109	3157	0672
"			0145	79	74	0721	3109	3157	0673
12. III. 10.			2,2117	37,36	37,40	+0,1047	4001,2990	102,3494	3899,0543
"			2097	405	425	1055	3001	3495	0561
14. III. 10.			2,9917	27,465	27,49	+0,0903	4000,8440	102,3339	3898,6004
"			3,0049	35	40	0897	8399	3338	5958
"			0093	315	33	0861	8368	3337	5892
17. III. 10.			3,0154	27,32	27,36	+0,0893	4000,8381	102,3337	3898,5937
"			0140	38	37	0907	8386	3338	5955
21. III. 10.		3,9262	16,44	16,44	+0,0713	4000,3424	102,3167	3898,0970	
"		9276	39	365	0707	3390	3167	0930	

Tabelle II.

Nummern d. Stangen und Messungen	Datum der Messungen	Mittlere verbesserte Keillesungen a		Gemessene Stangentemperaturen t_S ¹⁾	Bei den Temperaturen t_S und Keillesungen a gemessene Stangenlängen L in mm	Für die Keillesungen a nach Schreiber ²⁾ berechnete Stangenlängen L_a in mm	Differenzen $\Delta_a = L - L_a$ in μ	Für die Temperaturen t_S nach Ausgleichung berechnete Stangenlängen L_t in mm	Differenzen $\Delta_t = L - L_t$ in μ	Nachwirkungsdifferenzen $-(a-a')$ in μ	Reihenfolge der Messungen
		in Linien	in mm								
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
I, 1	2. VI. 08.	1,7704	3,9937	15,220	3898,0133	3898,0268	-13,5	3897,9957	+17,6		
2	6. III. 09.	2,0114	4,5373	9,168	3897,7331	3897,7302	+ 2,9	3897,7334	- 0,3	-14	0
3	3. III. 10.	1,7803	4,0160	15,548	8,0102	8,0148	- 4,6	8,0101	+ 0,1	0	4
4	9. III. 10.	0,9192	2,0735	38,507	9,0281	9,0239	+ 4,2	9,0279	+ 0,2	-17	5
5	17. III. 10.	1,3169	2,9706	27,288	8,5258	8,5680	-42,2	8,5262	- 0,4	+72	12
6	24. III. 10.	1,7659	3,9836	15,630	8,0140	8,0322	-18,2	8,0136	+ 0,4	+26	17
II, 1	1. VI. 08.	1,8053	4,0724	14,955	3898,0547	3898,0469	+ 7,8	3898,0509	+ 3,8		
2	5. III. 09.	2,0186	4,5537	9,190	3897,7974	3897,7813	+16,1	3897,7980	- 0,6	-12(18)	0
3	1. III. 10.	1,7892	4,0360	15,473	8,0676	8,0668	+ 0,8	8,0737	- 6,1	0	2
4	11. III. 10.	0,9779	2,2060	36,798	9,0390	9,0360	+ 3,0	9,0388	+ 0,2	+14(8)	7
5	15. III. 10.	1,3740	3,0994	25,945	8,5411	8,5706	-29,5	8,5420	- 0,9	+73(67)	10
6	22. III. 10.	1,7793	4,0137	15,493	8,0759	8,0790	- 3,1	8,0746	+ 1,3	+27(21)	15
III, 1	5. u. 6. VI. 08.	1,7714	3,9960	16,035	3898,1036	3898,0907	+12,9	3898,0979	+ 5,7		
2	8. III. 09.	2,0179	4,5520	9,190	3897,7966	3897,7799	+16,7	3897,7969	- 0,3	-15	0
3	2. III. 10.	1,7889	4,0354	15,573	8,0763	8,0687	+ 7,6	8,0774	- 1,1	0	3
4	10. III. 10.	0,8835	1,9931	39,930	9,1803	9,1824	- 2,1	9,1803	0,0	+20	6
5	16. III. 10.	1,3119	2,9594	27,950	8,6311	8,6611	-30,0	8,6314	- 0,3	+70	11
6	23. III. 10.	1,7727	3,9988	15,732	8,0860	8,0891	- 3,1	8,0845	+ 1,5	+24	16
IV, 1	4. VI. 08.	1,7695	3,9917	15,785	3898,0687	3898,0798	-11,1	3898,0678	+ 0,9		
2	9. III. 09.	2,0052	4,5233	9,335	3897,7815	3897,7763	+ 5,2	3897,7802	+ 1,3	- 6	0
3	28. II. 10.	1,7805	4,0164	15,745	8,0652	8,0658	- 0,6	8,0660	- 0,8	0	1
4	12. III. 10.	0,9800	2,2107	37,383	9,0552	9,0616	- 6,4	9,0558	- 0,6	+11	8
5	14. III. 10.	1,3308	3,0020	27,377	8,5951	8,6320	-36,9	8,5933	+ 1,8	+71	9
6	17. III. 10.	1,3364	3,0147	27,350	8,5946	8,6250	-30,4	8,5921	+ 2,5	+60	13
7	21. III. 10.	1,7408	3,9269	16,415	8,0950	8,1164	-21,4	8,0960	- 1,0	+36	14

längen L und in den Spalten 3 bis 9 die diesen Werten zugrunde liegenden Beobachtungsdaten eingetragen.

Tabelle II enthält in den Spalten 3 bis 6 die Mittelwerte der in den Spalten 3, 4, 5 und 10 der Tabelle I angegebenen Beobachtungswerte für die bei nahe gleicher Temperatur und zu nahe gleicher Zeit ausgeführten Messungen (meist 2), in den übrigen Spalten dagegen berechnete Stangenlängen und weitere durch Rechnung

¹⁾ in Graden der internationalen hundertteiligen Wasserstoffskale.

²⁾ d. h. nach der Formel $L_a = l - (a - 1,4) m - (a - 1,4)^2 \rho + 0,0520$ mm unter Benutzung der in „Hauptdreiecke. VI. Teil“, S. 196 angegebenen Zahlenwerte für die Konstanten.

abgeleitete Zahlenwerte. Die Längen L_a in Spalte 7 sind nach der Schreiberschen Gebrauchsgleichung (2) unter Benutzung der in „Die Königlich Preußische Landestriangulation. Hauptdreiecke, VI. Teil“¹⁾, S. 196 angegebenen Zahlenwerte²⁾ für die Konstanten und unter Berücksichtigung der nach dem Vorwort zu diesem Werke erforderlichen Korrektur berechnet, entsprechen also den Längen, welche in der Praxis zur Bestimmung der Basislängen in Anwendung gekommen sind. Die Stangenlängen L_t in Spalte 9 dagegen sind nach Gleichungen von der Form $L_t = L_{20} + A(t - 20) + B(t - 20)^2$ berechnet, deren Konstanten durch Ausgleichung aus den Beobachtungswerten ermittelt wurden. In den Spalten 8 und 10 sind die Differenzen zwischen diesen berechneten Längen L_a und L_t und den beobachteten Längen L der Spalte 6 eingetragen.

Tabelle III endlich enthält Zusammenstellungen nur über die bei ungefähr 15 bis 16° (Zimmertemperatur) erhaltenen Messungsergebnisse und aus ihnen weiter abgeleitete Zahlenwerte.

Die Genauigkeit der Messungsergebnisse.

Es seien bezeichnet als Anschlußfehler die Fehler, welche bei der Vergleichung der zu messenden Längen mit den Normalen begangen werden, als absolute Fehler dagegen die Summen aus den Anschlußfehlern und den Fehlern, durch welche sich die angenommenen Werte der Normale von ihren wahren metrischen Längen unterscheiden.

Nach bereits zu Beginn der Untersuchungen ausgeführten Schätzungen konnte angenommen werden, daß die Anschlußfehler der durch vollständige Vergleichungen ermittelten Stangenlängen, also die Fehler, welche bei Vergleichung der in ein und demselben Untersuchungsabschnitt erhaltenen Stangenlängenergebnisse untereinander in Frage kommen, sowie auch die entsprechenden Fehler der

¹⁾ Vgl. Anm. ¹⁾ zu S. 114.

²⁾ Bei Benutzung dieser Zahlenwerte ist Folgendes zu beachten: Die ursprünglich von Schreiber ermittelten, in dessen Abhandlung (vgl. Anm. ²⁾ zu S. 114) auf S. 3 und 9 angegebenen Werte gelten, wenn alle Längen in Linien ausgedrückt werden. Sollen die Stangenlängen in einer anderen Maßeinheit berechnet werden, welche sich zur Linie verhält wie $\varepsilon:1$, so muß jedes Glied der Schreiberschen Gleichung durch ε dividiert werden, und man erhält:

$$\frac{L}{\varepsilon} = \frac{l}{\varepsilon} - (a - 1,4) \cdot \frac{m}{\varepsilon} - (a - 1,4)^2 \cdot \frac{\varrho}{\varepsilon} + \alpha \cdot \frac{h}{\varepsilon}$$

oder

$$\frac{L}{\varepsilon} = \frac{l}{\varepsilon} - \left(\frac{a}{\varepsilon} - \frac{1,4}{\varepsilon} \right) \cdot m - \left(\frac{a}{\varepsilon} - \frac{1,4}{\varepsilon} \right)^2 \cdot \varrho \cdot \varepsilon + \frac{\alpha}{\varepsilon} \cdot h.$$

Hieraus ersieht man ohne weiteres:

Sind die Abstände a in Linien gegeben, und man will die Stangenlängen in Millimetern erhalten, so müssen die ursprünglichen Zahlenwerte von l , m , ϱ und h vor Benutzung noch durch $\varepsilon = 0,4432901$ dividiert werden.

Sind aber die Abstände a bereits in Millimetern gemessen worden, so erhält man die Stangenlängen richtig in Millimetern, wenn man l und $1,4$ durch ε dividiert, m und h unverändert läßt, ϱ aber mit ε multipliziert.

Keillesungen den Betrag von $+2\mu$ im allgemeinen nicht überschreiten würden¹⁾).

Es würde zu weit führen, auf die Grundlagen und Einzelheiten dieser Fehlerschätzung hier näher einzugehen. Ihre Richtigkeit ist durch weitere Erfahrungen und bezüglich der Stangenlängen auch durch die Ergebnisse der später ausgeführten Ausgleichungen bestätigt worden.

Größeren Schwierigkeiten begegnet die Abschätzung der absoluten Fehler der Stangenlängen. Es kann sein, daß sie die Anschlußfehler um nicht mehr als 1μ überragen. Ihr als möglich anzusehender Höchstbetrag muß aber auf $+5\mu$ veranschlagt werden. In diesem Betrage sind die Fehler der Zusatzlängen D_i mit eingeschlossen.

Die absoluten Fehler der Keillesungen dürften im allgemeinen $\pm 3\mu$ nicht überschreiten.

Schlußfolgerungen aus den Differenzen zwischen den gemessenen und den nach den Schreiberschen Formeln berechneten Stangenlängen.

Sehen wir uns nun zunächst die in Spalte 8 von Tabelle II verzeichneten Differenzen Δ_a zwischen den gemessenen und den nach den Schreiberschen Gleichungen berechneten Stangenlängen etwas näher an.

Die Differenzen Δ_a sind zum Teil sehr bedeutende, weit die Grenzen der Messungsunsicherheit überschreitende. Daraus geht hervor, daß im Verhältnis zwischen den Abständen a und den zugehörigen äußeren Längen der Stangen seit 1880 erhebliche Änderungen eingetreten sein müssen.

Die Differenzen Δ_a sind verschieden sowohl bei den verschiedenen Stangen, als auch bei einer und derselben Stange bei verschiedenen Temperaturen, ja auch bei einer und derselben Stange bei ungefähr denselben Temperaturen (15 bis 16°) zu verschiedenen Zeiten. Außerdem fällt auf, daß die höchsten Werte von Δ_a sich bei allen Stangen nach den Messungen bei höchster Temperatur finden.

Die Verschiedenheit der Werte Δ_a bei den verschiedenen Stangen läßt auf ungleiche Änderungen der Längenverhältnisse bei den verschiedenen Stangen schließen.

Die Verschiedenheit bei verschiedenen Temperaturen würde für sich allein auch eine Änderung des Verhältnisses der thermischen Ausdehnungen seit 1880 vermuten lassen.

Die Verschiedenheiten aber, welche die Werte Δ_a bei denselben Temperaturen und Stangen zu verschiedenen Zeiten zeigen, lassen noch bestimmtere Schlußfolgerungen zu.

¹⁾ Die Zuverlässigkeit der Keillesungen wurde dadurch etwas beeinträchtigt, daß die freien Enden der Zinkstangen übermäßig viel Spielraum für seitliche Bewegung hatten. Es wurden die Lagen der Zinkstangen als maßgebende angenommen, bei welchen die größten Keillesungen erhalten wurden.

Alle Stangen sind dreimal bei Temperaturen von ungefähr 15 bis 16° — sie sollen im Folgenden kurz als Zimmertemperatur bezeichnet werden — gemessen worden. Die ersten Messungen bei Zimmertemperatur erfolgten im Jahre 1908 kurz vor der Berliner Basismessung, die zweiten Messungen fanden 1910 kurz vor den Erwärmungen auf höhere Temperaturen statt und die dritten kurz nach diesen Erwärmungen.

Zwischen den ersten und zweiten Messungen bei Zimmertemperatur lag also die Berliner Basismessung. Die Änderung der Werte Δ_a zwischen diesen Messungen kann daher erklärt werden durch die Annahme, daß die Stangenlängen durch Abnutzung oder sonstige mechanische Einwirkungen bei der Berliner Basismessung bleibende Änderungen erfahren haben.

Eine solche Erklärung ist aber nicht möglich für die Änderungen der Werte Δ_a zwischen den zweiten und dritten Messungen bei Zimmertemperatur. Die Stangen befanden sich in dieser Zeit dauernd im Komparatorssaal der Normal-Eichungskommission. Eine Beeinflussung durch Abnutzung oder ähnliche mechanische Einflüsse ist nicht gut denkbar. Die Änderungen der Werte Δ_a zwischen den zweiten und dritten Messungen müssen daher Längenänderungen zugeschrieben werden, welche andere Ursachen hatten. Da nun in dieser Zeit die Erhitzungen auf 40° stattfanden, ist es naheliegend, in diesem Umstand die Ursache für die Änderungen zu suchen, und da außerdem alle Änderungen der Werte Δ_a , welche die letzten Messungen bei Zimmertemperatur ergeben haben, gleiches Vorzeichen aufweisen und die höchsten Beträge von Δ_a bei allen Stangen nach Rückkehr von den höchsten Temperaturen auf ungefähr 27° erhalten wurden, war schon aus diesem Teil der Beobachtungsergebnisse der Schluß zu ziehen, daß das Verhältnis zwischen den gemessenen Stangenlängen und den gemessenen Abständen a durch Erscheinungen beeinflusst wurde, welche den Charakter thermischer Nachwirkung tragen.

Das Vorkommen erheblicher thermischer Nachwirkungen ist aber für die Möglichkeit der Aufstellung zuverlässiger Gebrauchsgleichungen in Form der bisher verwendeten von ausschlaggebender Bedeutung. Eine eingehendere Untersuchung dieser Erscheinungen stellte sich daher als nächste und wichtigste Aufgabe der weiteren Bearbeitung des vorhandenen Beobachtungsmaterials dar.

Nähere Untersuchung auf thermische Nachwirkung.

Zur Erleichterung des Ausdrucks soll im Folgenden mit Außenlänge (L) einer Stange ihre Länge zwischen den Endschneiden bezeichnet werden, mit Innenlänge (J) dagegen die Länge zwischen der wagerechten Endschneide und der wagerechten Innenschneide (vgl. Fig. 1). Die Außenlänge ist also die bei den Untersuchungen gemessene Länge der Eisenstange einschließlich der an ihr be-

festigten Endschneidenstücke. Die Innenlänge dagegen ist die Länge der Zinkstange einschließlich der an ihr befestigten Schneidenstücke.

Aus den Änderungen der Differenzen Δ_a konnte nur das Vorhandensein von Nachwirkungen erkannt werden, nicht aber festgestellt werden, in welchem Teile des Apparates sie sich geltend machten, ob in den Zinkstangen oder in den Eisenstangen oder etwa in beiden. Nähere Feststellungen darüber sind erst möglich durch genauere Vergleichung der beobachteten Stangenlängen und Keillesungen mit den gleichzeitig beobachteten Temperaturen der Stangen.

Schlußfolgerungen aus den Messungsergebnissen bei Zimmertemperatur vor und nach den Erwärmungen.

Wurden bei gleichen Temperaturen vor und nach den Erwärmungen nur verschiedene Abstände a , die Außenlängen aber unverändert gefunden, so wäre daraus der Schluß zu ziehen, daß lediglich bei den Zinkstangen thermische Nachwirkungen eingetreten sind. Wurden aber auch die Außenlängen verschieden groß erhalten, so kommen Nachwirkungen bei den Eisenstangen in Frage, und zur Feststellung, ob und in welchem Umfange Nachwirkungen auch bei den Zinkstangen sich geltend gemacht haben, muß dann erst der Anteil der eingetretenen Außenlängenänderungen an den Änderungen der Abstände a in Abzug gebracht werden. Denn zwischen Außenlängen, Innenlängen und Keillesungen besteht die Beziehung

$$L = J + a + k, \quad \dots \dots \dots (3)$$

wobei k die Länge des auf dem einen Ende der Eisenstange befestigten Zweischnneidenstückes ist.

Hierbei ist allerdings k als konstant vorausgesetzt und von der Möglichkeit, daß sich diese Länge z. B. durch Drehung verkleinern könne, abgesehen. Und es ist auch bei den vorhergehenden Schlußfolgerungen die Möglichkeit einer Beeinflussung der Werte a sowie der Innen- und Außenlängen durch Änderungen im Zusammenhang zwischen den Stangen und den an ihnen befestigten Schneidenstücken außer Betracht gelassen. Diese Möglichkeiten werden im besonderen Falle später noch in Erwägung gezogen werden. Im allgemeinen fallen sie wenig ins Gewicht. Insbesondere Änderungen im Zusammenhang zwischen den Eisenstangen und den an ihnen befestigten Schneidenstücken sind technisch wenig wahrscheinlich und würden, wenn sie wirklich vorkommen sollten, wohl vereinzelte Unregelmäßigkeiten, nicht gut aber regelmäßig abgestufte Änderungen vom Charakter thermischer Nachwirkung zu erklären vermögen. Etwas näher liegend erscheint zwar die Möglichkeit, daß im Zusammenhang zwischen den Zinkstangen und den an diesen befestigten Schneidenstücken Änderungen infolge von Temperaturschwankungen eintreten. Allein auch diese Änderungen, welche übrigens nur für die Beurteilung der Innenlängen in Frage kommen, sind nicht gut in einer Form denkbar, welche ein richtiges Bild thermischer Nachwirkung ergeben könnte.

Rechnet man nun die bei Zimmertemperatur gemessenen Außenlängen mit Ausdehnungskoeffizienten, welche sich aus den S. 130 und 131 angeführten Gleichungen ergeben, zunächst aber auch in Annäherung aus den Ergebnissen bei 9 und 27° ermittelt werden können, auf gleiche Temperatur, nämlich 16° um, so erhält man die reduzierten Außenlängen L_{16} , welche in Tabelle III in Spalte 10 eingetragen sind.

Tabelle III.

Stangennummern	1	2	Mittlere verbesserte Keilleisungen a		Gemessene Stangentemperaturen t_s ¹⁾	Gemessene Außenlängen der Stangen L in mm	Berechnete Außenlängen der Stangen ²⁾ L_a in mm	Differenzen $\Delta a = L - L_a$ in μ	Änderungen von Δa in μ	Auf +16° reduzierte Außenlängen L_{16} in mm	Änderungen von L_{16} in μ	Auf 16° reduzierte Keilleisungen a_{16} in mm	Änderungen von a_{16} in μ	Änderungen der Zinkstangenzlängen in μ	Zeit seit Beendigung der Erwärmung		
			3	4											15	16	
I		2. VI. 08.	1,7704	3,9937	15,220	3898,0133	3898,0268	-13,5	+ 8,9	3898,0473	-17,4	3,9308	+ 48,7	-66			
		3. III. 10.	1,7803	4,0160	15,548	0102	0148	-4,6	-13,6	0299	+ 0,2	3,9795	-25,7	+26			
		24. III. 10.	1,7659	3,9836	15,630	0140	0322	-18,2		0301		3,9538				12	7
II		1. VI. 08.	1,8053	4,0724	14,955	3898,0547	3898,0469	+ 7,8	- 7,0	3898,1009	-10,0	3,9879	+ 5,5	-16			
		1. III. 10.	1,7892	4,0360	15,473	0676	0668	+ 0,8	- 3,9	0909	+ 7,4	3,9934	-20,7	+27			
		22. III. 10.	1,7793	4,0137	15,493	0759	0790	- 3,1		0983		3,9727		(+ 21)		10	5
III		5. u. 6. VI. 08.	1,7714	3,9960	16,035	3898,1036	3898,0907	+ 12,9	- 5,3	3898,1021	- 6,9	3,9988	+ 2,6	-10			
		2. III. 10.	1,7889	4,0354	15,573	0763	0687	+ 7,6	-10,7	0952	+ 2,7	4,0014	-23,9	+24			
		23. III. 10.	1,7727	3,9988	15,732	0860	0891	- 3,1		0979		3,9775				11	6
IV		4. VI. 08.	1,7695	3,9917	15,785	3898,0687	3898,0798	-11,1	+10,5	3898,0783	- 1,7	3,9746	+21,6	-23			
		28. II. 10.	1,7805	4,0164	15,745	0652	0658	- 0,6	-20,8	0766	- 0,2	3,9962	-36,3	+36			
		21. III. 10.	1,7408	3,9269	16,415	0950	1164	-21,4		0764		3,9599				9	4

¹⁾ in Grad der internationalen hundertteiligen Wasserstoffskale.

²⁾ Berechnung nach der Formel $L_a = l - (a - 1,4) m - (a - 1,4)^2 e + 0,0520 \text{ mm}$ unter Benutzung der in „Hauptdreiecke. VI. Teil“, S. 196 angegebenen Zahlenwerte für die Konstanten.

Vergleicht man diese reduzierten Außenlängen L_{16} miteinander, so findet man zwischen den zweiten und dritten Messungen bei Zimmertemperatur (den vor und nach den Erwärmungen ausgeführten Messungen) nur bei Stange II eine größere, die angenommenen Grenzen der Messungsunsicherheit überschreitende Verschiedenheit im Betrage von $7,4 \mu$. Bei Stange III ergeben sich nur $2,7 \mu$ und bei den Stangen I und IV nur Bruchteile eines Mikron als Änderung der Außenlängen. Schon hieraus ist für die Basisstangen I, III und IV der Schluß zu ziehen, daß die Eisenstangen mit erheblicher thermischer Nachwirkung nicht behaftet sein können.

Diese Schlußfolgerung findet auch Bestätigung, wenn man versucht, die Außenlängen der Stangen als quadratische Funktionen der Temperatur darzustellen. Es wurden zu diesem Zwecke die Konstanten der Gleichung

$$L_t = L_{20} + A(t - 20) + B(t - 20)^2 \quad (4)$$

aus den Beobachtungswerten der Spalten 5 und 6 von Tabelle II durch Ausgleichung nach kleinsten Fehlerquadraten bestimmt und so folgende Temperaturgleichungen für die Außenlängen der Stangen I, III und IV erhalten:

$$L_I = 3898,2047 \text{ mm} + 43,87(t - 20) \mu + 0,033(t - 20)^2 \mu, \quad . . . (5)$$

$$L_{III} = 3898,2741 \text{ mm} + 44,61(t - 20) \mu + 0,043(t - 20)^2 \mu, \quad . . . (6)$$

$$L_{IV} = 3898,2576 \text{ mm} + 45,21(t - 20) \mu + 0,041(t - 20)^2 \mu. \quad . . . (7)$$

In Spalte 9 von Tabelle II sind die nach diesen Gleichungen für die Temperaturen t_s berechneten Stangenlängen L_t und in Spalte 10 die Differenzen Δ_t zwischen diesen berechneten und den beobachteten Stangenlängen eingetragen. Diese Spalte gibt ein ganz anderes Bild als die Spalte 8 mit den Werten Δ_a . Nur die vor der Basismessung erhaltenen Längen ergeben größere Abweichungen, die 1909 und 1910 gemessenen Längen stimmen dagegen mit den berechneten innerhalb der Messungsgenauigkeit überein. Dies könnte nicht der Fall sein, wenn auch die Eisenstangen erheblichen thermischen Nachwirkungen unterworfen wären.

Auch für Stange II, bei welcher die Außenlänge bei Zimmertemperatur nach den Erwärmungen um $7,4 \mu$ größer gefunden worden ist als vor den Erwärmungen, ist die Ausgleichung durchgeführt worden. Sie hat eine Bestätigung für das Vorhandensein thermischer Nachwirkung beim Eisen dieser Stange nicht erbracht, vielmehr die Wahrscheinlichkeit ergeben, daß die am 1. März 1910 vor der Erwärmung ausgeführte Messung II, 3 infolge besonderer Ursachen ein Ausnahmeergebnis geliefert hat. Die Ausgleichung ist wiederholt worden, einmal unter Weglassung der vor der Erwärmung ausgeführten Messung bei Zimmertemperatur und ein zweites Mal unter Weglassung der letzten Messung. Im ersten Falle ergab sich ein mittlerer Fehler von $\pm 1,9 \mu$ für die Rechnungseinheit, im letzten Falle stellte er sich auf $\pm 3,5 \mu$. Auch ergab sich im letzten Falle ein unverhältnismäßig hohes quadratisches Glied. Unter diesen Umständen ist die bei Weglassung der

vor der Erwärmung ausgeführten Messung sich ergebende Gleichung für die Außenlänge von Stange II

$$L_{II} = 3898,2748 \text{ mm} + 44,64(t - 20) \mu + 0,050(t - 20)^2 \mu \quad . . . \quad (8)$$

als die wahrscheinlich richtigere angesehen und zur Berechnung der Werte der Spalten 9 und 10 von Tabelle II benutzt worden.

Die Ursachen für das Herausfallen der Messung II, 3 festzustellen, deren Abweichung sich hiernach auf -6μ stellt, ist leider nicht gelungen. Eine tatsächliche Verkürzung und Wiederverlängerung anzunehmen, dürfte, auch wenn man sie durch Verschiebung der Schneidestücke erklärt, nur gerechtfertigt sein, wenn man voraussetzt, daß die Verkürzung durch einen mechanischen Zwang (Stoß) verursacht worden ist. Näher liegend war zunächst, an außergewöhnliche Messungsfehler zu denken, und es sind selbstverständlich auch eingehende Prüfungen darüber angestellt worden, ob sich die Ausnahme durch solche Fehler erklären lasse. Indessen die Durchsicht der Beobachtungspapiere hat keinerlei Anhalt für eine derartige Erklärung ergeben, und auch durch allerlei Annahmen über etwa denkbare systematische Fehler konnte eine Aufklärung nicht gewonnen werden.

Zur Bestimmung der bei den Erwärmungen eingetretenen Änderungen der Innenlängen sollen nun die beobachteten Keillesungen a ebenfalls auf gleiche Temperatur (16°) reduziert werden, d. h. es sollen die Keillesungen berechnet werden, welche beobachtet worden wären, wenn die Temperatur bei den Messungen genau 16° betragen hätte. Die erforderlichen Reduktionsbeträge für die Keillesungen können aus den Reduktionen der Außenlängen berechnet werden. Denn zwischen letzteren und ersteren besteht mit hinreichender Genauigkeit die aus der Schreiberschen Hauptgleichung leicht abzuleitende Beziehung

$$\frac{L' - L}{a - a'} = m + 2 \left(\frac{a + a'}{2} - 1,4 \right) \varrho = v, \quad \quad (9)$$

welche für ungefähr 16° ($a = 1,77''$) unter Benutzung der in „Hauptdreiecke, VI. Teil,“ S. 196 angegebenen Zahlenwerte für m und ϱ folgende Verhältnisse ergibt:

Einer Änderung der Außenlänge um $+1 \mu$ entspricht

eine Änderung der Keillesung bei Stange	I	um	$-1,85 \mu$,
„ „ „ „ „ „	II	„	$-1,83 \mu$,
„ „ „ „ „ „	III	„	$-1,80 \mu$ und
„ „ „ „ „ „	IV	„	$-1,77 \mu$.

Die mittels dieser Beziehungen auf 16° reduzierten Keillesungen sind in Spalte 12 der Tabelle III eingetragen. Sie zeigen bei allen Stangen zwischen den vor und nach den Erwärmungen ausgeführten Messungen bedeutende Abnahmen, welche in Spalte 13 verzeichnet sind. Bei Stange I sind es 26μ , bei Stange II 21μ , bei Stange III 24μ und bei Stange IV sogar 36μ .

Bei den Stangen I, III und IV, deren Außenlängen vor und nach den Erwärmungen gleich groß gefunden worden sind, können diese Beträge ohne weiteres als identisch mit den eingetretenen Vergrößerungen der Innenlängen angesehen werden. Die Möglichkeit einer Beeinflussung durch Änderungen im Zusammenhang zwischen Eisenstange und den an ihr befestigten Schneidestücken ist hier so fernliegend, daß von ihrer näheren Erörterung ganz abgesehen werden darf.

Anders bei Stange II. Bei dieser Stange muß erst untersucht werden, ob und in welcher Weise die Vergrößerung der Außenlänge, die sich zwischen den Messungen vor und nach Erwärmung ergeben hat, die gefundene Keillesungsänderung beeinflußt haben kann. Das Ergebnis dieser Untersuchung ist ein verschiedenes, je nach der Erklärung, welche wir für die Außenlängenänderung annehmen.

Nehmen wir an, die Außenlängenänderung sei durch eine tatsächliche vorübergehende Verkürzung der Stange bei der (vor der Erwärmung ausgeführten) Messung II, 3 entstanden — möge sie sich nun auf die Eisenstange in ihrer ganzen Länge erstreckt haben oder nur durch Längsverschiebung der an ihr befestigten Schneidestücke verursacht worden sein —, so muß die Keillesung dadurch offenbar bei der fraglichen Messung um ebensoviel¹⁾ verkleinert worden sein wie die Außenlänge selbst. Wäre die Unregelmäßigkeit nicht eingetreten, so würden wir nicht nur statt L die größere Länge L_t gemessen, sondern auch statt a die um den gleichen Betrag größere Keillesung a_t gefunden haben. Wir müssen daher in diesem Falle, um die Änderung der Innenlänge zu erhalten, den Betrag der vorübergehenden Außenlängenverkürzung (6μ) zu der oben berechneten Keillesungsverkleinerung noch hinzufügen und erhalten für letztere (statt 21μ) 27μ .

Diese Korrektur der ermittelten Keillesungsänderung würde aber nicht vorzunehmen sein, wenn wir annehmen, daß das Herausfallen des Ergebnisses der Messung II, 3 durch einen Messungsfehler verursacht worden ist. Wir setzen dabei voraus, daß der Fehler nicht bei der Temperaturbestimmung, sondern bei der Längenmessung selbst begangen worden ist. Die größere Wahrscheinlichkeit würde für dies letztere sprechen. Bei Vermeidung des Messungsfehlers würde in diesem Falle bei derselben Temperatur dieselbe Keillesung und nur statt der Länge L die Länge L_t gefunden worden sein. Die vor und nach den Erwärmungen erhaltenen Außenlängen würden sich dann nur um den innerhalb der wahrscheinlichen Messungsunsicherheit liegenden Betrag von $1,4\mu$ unterscheiden haben, und wir würden daher ohne weiteres — wie bei den anderen Stangen — die oben

¹⁾ Nur wenn statt einfacher Längsverschiebungen auch Verdrehungen der Schneidestücke als Ursache für die eingetretene Außenlängenänderung in Betracht kämen, könnte der Einfluß auf die Außenlänge einerseits und die Keillesung andererseits ein nach Größe und nach Richtung verschiedener sein. Derartige Verdrehungen der Schneidestücke in einem Maße, daß die dadurch entstehenden Längenänderungen ins Gewicht fallen, sind aber noch viel weniger wahrscheinlich als schon Längsverschiebungen derselben Einflußstärke.

ermittelte Änderung der reduzierten Keillesungen (21μ) als identisch mit der eingetretenen Änderung der Innenlänge anzusehen haben.

Es ist nun noch zu entscheiden, ob die ermittelten Innenlängenänderungen Verlängerungen der Zinkstangen zuzuschreiben sind oder ob sie etwa auch durch Änderungen im Zusammenhang der Zinkstangen mit den an ihnen befestigten Schneidestücken erklärt werden könnten. Hierzu kann kurz gesagt werden: Im Hinblick auf die Gleichartigkeit der Änderungen bei allen 4 Stangen erscheint das letztere völlig ausgeschlossen. Der ganze Verlauf der Erscheinungen spricht unzweifelhaft dafür, daß die Innenlängenänderungen durch thermische Nachwirkung in den Zinkstangen verursacht worden sind.

Bei Vorhandensein von thermischer Nachwirkung gewöhnlicher Art nimmt das Material erst nach langer Einwirkung einer Temperatur die dieser Temperatur entsprechende Länge an. Die Annäherung an diese Länge erfolgt ähnlich wie die der Äste einer Hyperbel an ihre Asymptoten. Vergleichen wir nun die berechneten Beträge der Innenlängenänderungen (Tab. III, Sp. 14) mit den seit den Erwärmungen bis zu den letzten Messungen bei Zimmertemperatur vergangenen Zeiten (Sp. 15 u. 16). Allerdings sind die zu vergleichenden Änderungen an verschiedenen Stangen erhalten worden. Da aber nach Bessels Angabe („Gradmessung in Ostpreußen“ S. 4) alle Zinkstangen aus einem Stück herausgeschnitten worden sind und seitdem wohl auch nicht wesentlich verschiedene Behandlung erfahren haben, darf dennoch erwartet werden, daß, wenn überhaupt thermische Nachwirkung die Ursache der Änderungen war, die Nachwirkungsbeträge bei den verschiedenen Stangen sich zu den verschiedenen Zeiten nicht sehr erheblich voneinander unterschieden haben. In der Tat erweist sich die Übereinstimmung mit dem bei thermischer Nachwirkung zu erwartenden Verlauf als eine ausreichende, ja sogar als eine gute, wenn man für Stange II den Wert in Betracht zieht, welcher sich unter der Annahme einer tatsächlichen Außenlängenänderung bei dieser Stange ergeben hat (27μ). Mit dem unter Voraussetzung eines Messungsfehlers für diese Stange berechneten Nachwirkungsbetrag (21μ) erfährt das Bild des Abklingens der Nachwirkung eine Verschlechterung. Man kann diesen Umstand als eine Bestätigung dafür ansehen, daß das Ausnahmeergebnis der Messung II,3 durch tatsächliche Längenänderung, nicht durch einen Messungsfehler verursacht worden ist.

Schlußfolgerungen aus den übrigen Messungsergebnissen.

Die bisherigen Schlußfolgerungen über die thermische Nachwirkung bei den Zinkstangen sind lediglich aus den bei Zimmertemperatur erhaltenen Messungsergebnissen gezogen worden. Da bei der Ausführung der Prüfungen die Untersuchung auf thermische Nachwirkung nicht beabsichtigt war, ist, außer bei Zimmertemperatur, nur einmal eine Stange an verschiedenen Tagen bei derselben Tem-

peratur gemessen worden, nämlich Stange IV am 14. und 17. März 1910 bei 27°. Die Ergebnisse dieser Messungen lassen die thermische Nachwirkung der Zinkstange ebenfalls deutlich erkennen. Aus Spalte 9 der Tabelle II entnehmen wir, daß die der Temperaturdifferenz (27,377 bis 27,350°) entsprechende Außenlängenänderung $-1,2\mu$ beträgt. Die tatsächlich beobachtete Außenlängenverminderung war $0,5\mu$, wick also nur unerheblich vom Sollbetrage ab. Die der Temperaturdifferenz entsprechende Keillesungsänderung müßte $\frac{+1,2}{v} = \frac{1,2}{0,551} = +2,2\mu$ sein. Statt dessen betrug sie tatsächlich $+12,7\mu$, also $10,5\mu$ mehr, als der Temperaturverschiedenheit entspricht. Es unterliegt keinem Zweifel, daß dieser Mehrbetrag durch die thermische Nachwirkung der Zinkstange hervorgerufen ist, deren Länge bei der ersten Messung noch mehr von der vorangegangenen Erwärmung auf 40° beeinflußt war, als 3 Tage später bei der zweiten.

Auch im übrigen Beobachtungsmaterial kann der Einfluß der thermischen Nachwirkung weitgehend nachgewiesen werden, allerdings nur indirekt, durch Vergleichung mit den von Schreiber erhaltenen Messungsergebnissen.

Schon am Anfange unserer Erörterungen haben wir aus den Differenzen Δ_a zwischen den von uns gemessenen und den nach den Schreiberschen Formeln berechneten Längen nicht nur den allgemeinen Schluß gezogen, daß im Verhältnis zwischen Keillesungen und Außenlängen seit 1880 Änderungen eingetreten sein müssen, sondern auch aus der Verschiedenheit der Werte Δ_a bei den verschiedenen Temperaturen bedingungsweise auf Änderungen im Verhältnis der thermischen Ausdehnungen der Zink- und Eisenstangen geschlossen. Nachdem wir durch die Vergleichung der Ergebnisse der vor und nach den Erwärmungen bei ungefähr gleicher Temperatur ausgeführten Messungen das Vorhandensein thermischer Nachwirkung bei den Zinkstangen genauer festgestellt haben, stellt sich uns die Verschiedenheit der Werte Δ_a bei den verschiedenen Beobachtungstemperaturen als selbstverständliche Folge der Zinknachwirkung dar. Denn nur, wenn der Einfluß dieser Nachwirkung auf die Längenergebnisse bei allen in Frage kommenden Temperaturen bei unseren Messungen und den von Schreiber ausgeführten der gleiche gewesen oder um einen konstanten Betrag verschieden gewesen wäre, hätten sich konstante Differenzen Δ_a ergeben können. Nach den in der Literatur¹⁾ enthaltenen Angaben ist aber anzunehmen, daß der Einfluß der Nachwirkung bei unseren Messungen und den Schreiberschen ein sehr verschiedener war.

Bei den maßgebenden, von Schreiber in der Zeit vom 4. November bis 22. Dezember 1880 ausgeführten Messungen wurden an je einem Tage 2 vollständige Vergleichungen einer Stange bei einer Temperatur ausgeführt, die erste bei

¹⁾ „Hauptdreiecke. VI. Teil“, S. 181—196.

Schreiber, „Die Resultate der Basismessung bei Göttingen“. ZS. f. Vermessungswesen **11**, S. 3 u. 8. 1882.

möglichst konstanter Temperatur, die zweite gleich darauf bei starker Temperaturbewegung. Alle Stangen wurden so zunächst bei ungefähr 9° gemessen, dann bei 17° , bei 25° , bei 33° und bei 41° . Dies erforderte 20 Tage. In weiteren 20 Tagen erfolgte Wiederholung aller dieser Vergleichen.

Während aber bei unseren Messungen die Stangen den ungefähr von Woche zu Woche veränderten Temperaturen andauernd ausgesetzt waren — weil der ganze Beobachtungsraum geheizt werden mußte —, wurden sie 1880 den Beobachtungstemperaturen einzeln nur so lange ausgesetzt, als zur Erlangung hinreichender Temperaturgleichförmigkeit und für die Ausführung der zwei Doppelvergleichen erforderlich war, also vermutlich mehrere Stunden. Zwischen den Messungen (während der Messung der anderen Stangen) unterlag jede Stange wieder der Temperatur des Beobachtungsraumes.

Man muß unter diesen Umständen annehmen, daß alle Schreiberschen Messungsergebnisse vorwiegend von der Nachwirkung der Aufbewahrungstemperaturen beeinflußt wurden. Höchstens könnte man noch eine merkliche Beeinflussung der bei tiefster Temperatur ausgeführten Messungen der Wiederholungsreihe durch die in der ersten Reihe erfolgten Temperaturerhöhungen erwarten. Die tatsächlichen Verschiedenheiten der nach der Ausgleichung übrig bleibenden Fehler der Beobachtungsergebnisse („Hauptdreiecke, VI. Teil“, S. 191) lassen indessen diese Beeinflussung mit Sicherheit nicht erkennen.

Im Gegensatz hierzu sind unsere Messungsergebnisse in bedeutendem Maße auch von der Nachwirkung der Beobachtungstemperaturen beeinflußt worden. Die dadurch entstandenen Unterschiede der Nachwirkungsbeträge sind die Ursache für den Gang der Differenzen Δ_a . Es soll im Folgenden versucht werden, sie näher festzustellen.

Wir bezeichnen mit a' die Keillesungen, welche wir erhalten haben würden, wenn bei allen unseren Messungen der Nachwirkungszustand der Zinkstangen derselbe gewesen wäre wie bei den Schreiberschen Messungen. Die in Frage stehenden Nachwirkungsunterschiede werden dann durch die Differenzen $-(a - a')$ dargestellt.

Wären die Basisstangen seit 1880 unverändert geblieben, so würden wir entweder die Keillesungen a' direkt aus der Gleichung

$$L = l - (a' - 1,4) m - (a' - 1,4)^2 \varrho$$

berechnen und mit den von uns beobachteten Keillesungen a vergleichen können oder aber, da unsere Werte L_a aus den beobachteten Keillesungen a nach der Gleichung

$$L_a = l - (a - 1,4) m - (a - 1,4)^2 \varrho$$

berechnet sind, die Differenzen $a - a'$ aus der Beziehung

$$L - L_a = \Delta_a = (a - a') \left[m + 2\varrho \left(\frac{a + a'}{2} - 1,4 \right) \right]$$

ermitteln können.

Da aber wahrscheinlich ist, daß seit 1880 Änderungen der Stangenlängen, sowohl der Außen- als auch der Innenlängen, eingetreten sind, deren Beträge wir nur nicht ohne weiteres feststellen können, weil uns die Temperaturen, bei denen die Schreiberschen Ergebnisse erhalten wurden, nicht bekannt sind, so können die fraglichen Nachwirkungsunterschiede nicht so einfach ermittelt werden, und es wird sich sogar zeigen, daß eine strenge Berechnung überhaupt nicht möglich ist.

Wir müssen annehmen, daß infolge der eingetretenen Änderungen die Konstanten l , m und ϱ der Schreiberschen Gleichungen andere Werte angenommen haben, können aber die eingetretenen Änderungen auch dadurch in Rechnung stellen, daß wir $l + \lambda$ statt l und $a - (1,4 + \alpha')$ statt $a - 1,4$ einsetzen, wodurch die Schreibersche Gleichung in die Form

$$L = l + \lambda - (a - 1,4 - \alpha') m - (a - 1,4 - \alpha')^2 \varrho \dots \dots (2a)$$

mit nur zwei neuen Unbekannten übergeht und zum Ausdruck gebracht wird, daß bei derselben Temperatur t_0 , bei welcher 1880 die Außenlänge einer Stange l und die Keillesung 1,4 betrug, jetzt die Außenlänge $l + \lambda$ und die Keillesung $1,4 + \alpha'$ beträgt¹⁾.

Die Beziehungen zwischen den gesuchten Keillesungen α' und den von uns gemessenen Außenlängen L werden somit durch die Gleichung

$$L = l + \lambda - (\alpha' - 1,4 - \alpha') m - (\alpha' - 1,4 - \alpha')^2 \varrho$$

richtig dargestellt.

Wäre nun bei unseren Untersuchungen jede Basisstange wenigstens bei zwei verschiedenen Temperaturen unter Bedingungen gemessen worden, welche die Annahme zuließen, daß der Nachwirkungszustand derselbe war wie bei den entsprechenden Schreiberschen Messungen, so könnten die Unbekannten λ und α' bestimmt werden. Unser Beobachtungsmaterial enthält aber für jede Stange

¹⁾ Daß m und ϱ in der abgeänderten Schreiberschen Gleichung (2a) dieselben Werte darstellen, wie in der ursprünglichen, läßt sich genauer dadurch nachweisen, daß man einerseits in der Gleichung

$$L = J + a + k, \dots \dots \dots (3)$$

andererseits in der aus dieser Gleichung durch Einsetzung der anzunehmenden Längenänderungen entstehenden Gleichung

$$L + \lambda = J + \iota + a + \alpha' + k + \varkappa \dots \dots \dots (3a)$$

die Längen L , J und k , bzw. $L + \lambda$, $J + \iota$ und $k + \varkappa$ unter Einführung der thermischen Ausdehnungen als Funktionen der Temperatur darstellt und mit Hilfe des Lagrangeschen Reversions-theorems die nach Potenzen der Temperatur fortschreitende Reihe für die thermische Längenänderung in eine nach Potenzen der Keillesungen fortschreitende umformt. Man erhält in beiden Fällen

$$m = \frac{l \cdot \alpha_e}{J_0 (\alpha_z - \alpha_e)}$$

und

$$\varrho = \frac{l [\alpha_e (\beta_z - \beta_e) - 4 \beta_e (\alpha_z - \alpha_e)]}{4 J_0^2 (\alpha_z - \alpha_e)^3},$$

wobei α_e , β_e und α_z , β_z die Koeffizienten der linearen und quadratischen Glieder der thermischen Ausdehnung der Eisen- und Zinkstangen bezeichnen.

nur bei einer Temperatur Messungen, für welche die fragliche Gleichsetzung des Nachwirkungszustandes angenähert zulässig erscheint. Das sind die 1910 vor den Erwärmungen bei Zimmertemperatur ausgeführten Messungen. Bezeichnen wir die bei diesen Messungen erhaltenen Außenlängen und Keillesungen durch die Kennziffern 3, die von den übrigen Messungen mit n , so gilt also, unter der Voraussetzung, daß $a'_3 = a_3$,

$$L_3 = l + \lambda - (a_3 - 1,4 - \alpha') m - (a_3 - 1,4 - \alpha')^2 \varrho$$

und

$$L_n = l + \lambda - (a'_n - 1,4 - \alpha') m - (a'_n - 1,4 - \alpha')^2 \varrho.$$

Bilden wir nun die Differenz dieser beiden Gleichungen, so kommt λ in Wegfall und wir erhalten:

$$L_n - L_3 = (a_3 - a'_n) m + [(a_3 - 1,4 - \alpha')^2 - (a'_n - 1,4 - \alpha')^2] \varrho$$

oder nach einigen Umformungen:

$$a_3 - a'_n = \frac{L_n - L_3}{m + \varrho(a_3 + a'_n - 2,8 - 2\alpha')} = \frac{L_n - L_3}{v - 2\varrho\alpha'} \dots \dots (9a)$$

Diese Gleichung unterscheidet sich von der aus den ursprünglichen Schreiberischen Gleichungen abgeleiteten

$$a_3 - a'_n = \frac{L_n - L_3}{m + \varrho(a_3 + a'_n - 2,8)} = \frac{L_n - L_3}{v} \dots \dots (9)$$

nur durch das Glied $2\varrho\alpha'$, und man sieht sofort, daß der Einfluß der Unbekannten α' in ihr ein verhältnismäßig geringer ist.

Bei näherer Prüfung zeigt sich aber doch, daß wir diesen Einfluß nicht ganz vernachlässigen dürfen. Schreiben wir:

$$\frac{L_n - L_3}{v - 2\varrho\alpha'} = \frac{L_n - L_3}{v \left(1 - \frac{2\varrho\alpha'}{v}\right)} = \frac{L_n - L_3}{v} \left[1 + \frac{2\varrho\alpha'}{v} + \left(\frac{2\varrho\alpha'}{v}\right)^2 + \dots\right],$$

so stellt der Ausdruck

$$\frac{L_n - L_3}{v} \left[\frac{2\varrho\alpha'}{v} + \left(\frac{2\varrho\alpha'}{v}\right)^2 + \dots\right]$$

den Fehler dar, welcher bei Vernachlässigung von α' begangen wird.

Setzen wir in diesem Ausdruck die für Stange I gültigen Werte $L_4 - L_3 = 1,0$ mm, $v = 0,52$, $\varrho = 0,011$ ¹⁾ und $\alpha' = 0,1$ mm ein, so erweist sich das quadratische Glied als vernachlässigbar, und wir erhalten als größten für unsere Berechnungen in Frage kommenden Fehler 8μ . Da nun Beträge von $0,1$ mm und noch höhere für α' durchaus nicht unmöglich erscheinen, die Berechnung der Keillesungen α' aber ohne Vernachlässigung von α' nicht ausführbar ist, werden wir bei der Beurteilung der Ergebnisse die durch diese Verhältnisse bedingte Unsicherheit nicht außer acht lassen dürfen.

¹⁾ Die von Schreiber ermittelten Werte ϱ sind hier noch mit $\varepsilon = 0,4433$ (dem Verhältnis zwischen Millimeter und Linien) zu multiplizieren. Vgl. Anm. ²⁾ zu S. 125.

Zur Ausführung der Berechnung der Keillesungen a' , welche nach Gleichung (9) am besten im Näherungsverfahren geschieht, ist noch Folgendes zu bemerken:

Um die Beeinträchtigung des Nachwirkungsbildes durch die zufälligen Beobachtungsfehler, welche hier infolge von Summierung einen verhältnismäßig sehr hohen Einfluß erlangen können, tunlichst einzuschränken, empfiehlt es sich, nicht die gemessenen Längen L , sondern die ausgeglichenen Werte L_i in Rechnung zu stellen.

Ferner ist bei Stange II entsprechend den S. 132 ausgeführten Erwägungen verschieden zu verfahren, je nach den Erklärungen, welche man für das Herausfallen des Messungsergebnisses vom 1. März 1910 als richtig voraussetzt. Wird angenommen, daß das Ausnahmeergebnis dieser Messung durch eine tatsächliche, vorübergehende Verkürzung der Außenlänge verursacht worden ist, so muß von den Werten a_3 vor ihrer Benutzung erst die Differenz Δ_i in Abzug gebracht werden. Wird dagegen zur Erklärung das Vorkommen eines groben Messungsfehlers angenommen, so ist diese Korrektur nicht auszuführen.

Die mit den so nach Gleichung (9) berechneten Werten a' gebildeten Nachwirkungsdifferenzen $a' - a$ sind in Spalte 11 der Tabelle II zusammengestellt.

Sehen wir uns das aus dem Inhalt dieser Spalte sich ergebende Bild der Nachwirkungsdifferenzen näher an, so finden wir, daß es im allgemeinen dem zu erwartenden nicht schlecht entspricht. Bei derselben Temperatur zeigen sich bei allen Stangen angenähert gleich hohe Nachwirkungsunterschiede. Gleich dürfen sie nicht sein, denn die Nachwirkungsbedingungen waren bei den meisten unserer Messungen für die verschiedenen Stangen auch bei gleichen Temperaturen verschieden, je nach der Reihenfolge, in welcher die Messungen erfolgten.

Daß die höchsten Nachwirkungsunterschiede bei 27° sich ergeben haben, erklärt sich dadurch, daß zwischen den Messungen bei 27° und den letzten bei Zimmertemperatur ausgeführten eine dreitägige Unterbrechung stattgefunden hat, welche durch die langsame Abkühlung des Beobachtungsraumes notwendig wurde. Hätten die letzten Messungen bei Zimmertemperatur sofort an die bei 27° erfolgten angeschlossen werden können, so würden die bei Zimmertemperatur erhaltenen Nachwirkungsunterschiede die bei 27° voraussichtlich noch ganz bedeutend übertroffen haben.

Andererseits entspricht es den noch kurzen Einwirkungszeiten der hohen Temperaturen, daß die Beträge bei den höchsten Temperaturen verhältnismäßig niedrig sind. Stange I wurde bei diesen Temperaturen zuerst gemessen. Es war deshalb zu erwarten, daß bei ihr der Unterschied gegen die bei den Schreiberschen Messungen vorhandene Nachwirkung am geringsten ausfallen würde. Daß sich hier aber ein negativer Betrag ergeben hat, ist nicht ohne weiteres verständlich. Denn vor den entsprechenden Schreiberschen Messungen war die Stange dem Einflusse der höheren Temperatur noch weniger lang ausgesetzt als vor

unseren Messungen. Hier könnte der Einfluß der Vernachlässigung der Keillesungsänderung α' zur Erklärung herangezogen werden. Setzt man z. B. für Stange I $\alpha' = -0,3$ mm ein, so erhält man bei Rechnung nach Gleichung (9a) die Reihe $-17, 0, +8, +78, +26$, welche den zu erwartenden Nachwirkungsunterschieden viel besser entspricht.

Auch bei den anderen Stangen könnte man durch entsprechende Wahl von α' noch einige Verbesserungen im Gange der Nachwirkungsunterschiede erreichen, und man könnte so auch versuchen, umgekehrt aus dem Nachwirkungsbild und den zu seiner Berichtigung erforderlichen Beträgen α' Rückschlüsse auf die seit 1880 eingetretenen, sonst unbestimmbaren Stangenlängenänderungen zu machen. Indessen würde dieses hier zu weit führen.

Die durchgängig negative Abweichung der Nachwirkungsunterschiede bei 9° endlich ist begreiflich, wenn man bedenkt, daß unsere Messungen bei dieser Temperatur als fast völlig nachwirkungsfrei anzusehen sind, und die Annahme macht, daß die Aufbewahrungstemperatur der Stangen bei den Schreiberschen Messungen höher lag, nahe bei Zimmertemperatur.

Nachwirkungsstörungen bei früheren Messungen. Einfluß der Nachwirkung auf die innere Übereinstimmung bei Basismessungen.

Daß bei den maßgebenden, von Schreiber zur Ermittlung der Konstanten l , m und ρ ausgeführten Messungen Nachwirkungsunterschiede sich nicht bemerkbar gemacht haben, fand im vorigen Kapitel seine Erklärung in dem Umstande, daß infolge der stets nur kurz dauernden Einwirkung der Beobachtungstemperaturen auch die Messungsergebnisse der Wiederholungsreihen in praktisch gleichem Maße von der vorwiegenden Nachwirkung der Temperatur des Aufbewahrungsraumes beeinflußt wurden wie die Ergebnisse der ersten Messungsreihen. Es würde aber schwer zu verstehen sein, wenn der Einfluß der Zinknachwirkung sich nicht doch auch schon früher bei mancher Gelegenheit bemerkbar gemacht hätte durch Störungen, deren Aufklärung Schwierigkeiten bereitete.

In der Tat findet sich in der Literatur mancher Beleg dafür, daß solche Störungen vorgekommen sind. Ich beschränke mich darauf, nur einige hier zu besprechen, welche in Berichten der hervorragendsten Kenner des Apparats, Bessel und Schreiber, zu finden sind.

Bessel berichtet in seinem Werke „Gradmessung in Ostpreußen“¹⁾ über eingehende Vergleichen, welche er zwischen den Angaben der Metallthermometer und denen von Quecksilberthermometern ausgeführt hat. Er spricht sich ausführlich über die Schwierigkeiten dieser Vergleichen aus und macht über seine Wahrnehmungen S. 23 u. a. folgende Angaben: Bei Vergleichung des Metallthermometers mit dem im Kasten jeder Stange befindlichen Quecksilberthermometer zeigte

¹⁾ Vgl. Anm. ¹⁾ zu S. 113.

sich, „daß beide keinen übereinstimmenden Gang hatten, so daß oft, wenn ein schon einmal beobachteter Stand des Metallthermometers wiederkehrte, das Quecksilberthermometer nicht zugleich auf seinem früheren Stande war, sondern mehr oder weniger beträchtlich davon abwich. Man konnte leicht bemerken, daß dieses jenem im Ganzen voreilte, also eine größere Wärme zeigte, wenn die Wärme in dem nördlichen Saale der Sternwarte, wo die Meßstangen sich befanden, im Zunehmen war, eine kleinere, wenn sie abnahm; allein auch zur Zeit des täglichen Maximums der Wärme fand sich keine völlige Gleichförmigkeit des Ganges beider Thermometer.“ Und etwas weiter unten heißt es: „Selbst an trüben Tagen des Spätherbstes und Winters, an welchen die Temperatur in der Sternwarte während des ganzen Tages kaum verändert wird, fanden sich Unterschiede, welche die möglichen Beobachtungsfehler beträchtlich überstiegen; wenn die Angabe des einen Thermometers einer früheren wieder gleich wurde, war die des anderen oft um einige Zehntel eines Reaumurschen Grades von seiner früheren verschieden. Aus dieser Erfahrung geht unzweifelhaft hervor, daß die Temperatur der die Meßstangen umgebenden Luft, selbst wenn sie nicht merklich wächst oder abnimmt, von der Temperatur der Meßstangen merklich verschieden sein kann.“

Bessel schreibt also die Abweichungen, welche er zwischen den Angaben der Metallthermometer und der Quecksilberthermometer gefunden, wirklichen Temperaturverschiedenheiten zu, welche trotz aller Vorsichtsmaßregeln noch zwischen den Stangen und den Quecksilberthermometern bestanden haben sollen. Auch auf S. 30 wird diese Erklärung für die wahrgenommenen Unstimmigkeiten wiederholt. Nach unseren Feststellungen dürfte es aber keinem Zweifel unterliegen, daß mindestens ein großer Teil dieser Abweichungen durch die Nachwirkung der Zinkstangen verursacht worden ist.

Einige Angaben in der Abhandlung Schreibers „Die Resultate der Basismessung bei Göttingen“¹⁾ lassen in dieser Hinsicht bestimmtere Schlußfolgerungen zu.

Wie schon in der Einleitung erwähnt wurde, hat Schreiber die Gleichung für die Basisstangen nicht nur dadurch verbessert, daß er die lineare Funktion von a in eine quadratische umwandelte, er hat auch noch ein Glied αh hinzugefügt, welches Abweichungen ausgleichen soll, die bei schnell sich ändernder Temperatur beobachtet worden waren, und als deren Ursache er ein thermisches Voraneilen der Zinkstangen gegenüber den Eisenstangen annahm. Zur Ermittlung der Konstanten h dieses αh -Gliedes dienten die im vorigen Kapitel erwähnten, immer kurz nach den Hauptmessungen der Stangen ausgeführten Vergleichen bei starker Temperaturbewegung.

Schreiber sucht nun die zwischen Hin- und Rückmessung der Göttinger Basis erhaltenen Unterschiede lediglich durch das thermische Voraneilen der

¹⁾ Vgl. Anm. ²⁾ zu S. 114.

Zinkstangen zu erklären, indem er (S. 14 seiner Abhandlung) darauf hinweist, „daß bei der ersten Messung fast immer bedeckter Himmel, bei der zweiten aber fast immer Sonnenschein und folglich Temperaturzunahme viel vorherrschender war, als bei der ersten Messung“. Daß die Unterschiede auch bei Anwendung der Formel mit dem αh -Glieder nur erheblich herabgemindert werden (von durchschnittlich $9,8 \mu$ auf $6,1 \mu$ für die Stangenlänge), nicht aber völlig verschwinden, erklärt er damit, „daß der Erwärmungsvorgang der Stangen bei Feldgebrauch ein ganz anderer ist, als auf dem Komparator“.

Daß diese Erklärung Schreibers nicht unbegründet ist, versteht man sofort, wenn man bedenkt, daß wenigstens beim täglichen Temperaturanstieg die Wärme, infolge der Sonnenstrahlung, von oben mehr als von unten zuströmt, und daß die bei weitem meisten Messungen auf der Göttinger Basis bei steigender Temperatur ausgeführt worden sind. Es erscheint aber dennoch zweifelhaft, ob die Erklärung Schreibers ausreicht. Deshalb möge hier gezeigt werden, daß man einen großen Teil der entstandenen Differenzen ganz gut auch durch den Einfluß der thermischen Nachwirkung erklären kann.

Im Gegensatz zu den von Schreiber ins Auge gefaßten Wirkungen von im Gange befindlichen Temperaturänderungen ist der Einfluß der thermischen Nachwirkung abhängig von vergangenen Temperaturverhältnissen, von der Dauer der Einwirkung einer Temperatur, der Größe ihres Abstandes von der Beobachtungstemperatur und von der seit der Temperaturänderung vergangenen Zeit. Diese Umstände sind maßgebend für den zu irgend einer Zeit herrschenden Nachwirkungsstand.

Es ist ferner zu unterscheiden zwischen den den täglichen Temperaturschwankungen entsprechenden Nachwirkungsunterschieden und den Änderungen der durchschnittlichen Nachwirkung, welche als Folge lange anhaltender oder aber häufig wiederholter Temperaturänderungen sich allmählich einstellen. Die ersteren sind beim Bessel-Apparat noch nicht nachgewiesen worden und müssen, nach den Ergebnissen der Schreiberschen Messungen zu urteilen, verhältnismäßig klein und vernachlässigbar sein. Von den letzteren dagegen muß nach den gesammelten Erfahrungen angenommen werden, daß sie im Verlaufe von Basismessungen wohl ins Gewicht fallen können. Der Nachwirkungsstand der Stangen muß sich ändern, wenn der Basisapparat aus kühleren Aufbewahrungsräumen herauskommt und auf der Basis höheren Temperaturen ausgesetzt wird. Anfangs sind noch die Temperaturen, bei denen die Stangen aufbewahrt wurden, vorwiegend maßgebend. Dann macht sich aber die Einwirkung der höheren Basistemperaturen mehr und mehr geltend und führt eine allmähliche Änderung des Nachwirkungsstandes herbei in dem Sinne, daß die Keillesungen sich mehr und mehr verkleinern und mithin die aus ihnen berechneten Stangenlängen mehr und mehr größer werden.

Allein aus diesen Gründen kann man, wenn die Temperaturverhältnisse bei einer Basismessung sich nicht ändern, die vorangegangene Aufbewahrung des Apparates aber den oben gemachten Annahmen entspricht, im allgemeinen erwarten, daß die Rückmessung zu einem etwas größeren Längenergebnis führen wird als die Hinmessung. Ändern sich die Temperaturverhältnisse auch noch im Laufe der Basismessung, so können dadurch weitere Nachwirkungsunterschiede hervorgerufen werden.

Daß bei der Göttinger Basismessung wenigstens ein Teil der Differenz zwischen Hin- und Rückmessung durch das allmähliche Zurücktreten der Nachwirkung der Aufbewahrungstemperatur des Apparates verursacht worden ist, halte ich für recht gut möglich. Der Eintritt heißeren Wetters mag die Differenz im Sinne der Schreiberschen Erklärung noch vergrößert haben; für die Änderung des Nachwirkungseinflusses kann er, nach den in „Hauptdreiecke, VI. Teil“, S. 198/99 enthaltenen Temperaturangaben zu urteilen, von erheblicher Bedeutung nicht gewesen sein.

Von besonderem Interesse ist nun, daß auch der umgekehrte Einfluß der thermischen Nachwirkung, welcher nach der Göttinger Basismessung sich einstellen mußte, von Schreiber beobachtet worden ist. Auf S. 12 seiner Abhandlung weist Schreiber auf zwei größere Mißstimmigkeiten hin, welche ihm in den Ergebnissen der zahlreichen von ihm ausgeführten Messungen begegnet sind. Stange IV ist im Vergleich zu Stange I in zwei aufeinanderfolgenden Meßgruppen um fast $0,02''$ verschieden gefunden worden, und zwischen der 4. und 5. Gruppe hat sich sogar für die mittlere Länge aller Stangen eine Zunahme von $0,01''$ ergeben. Über die Ursachen der zwischen den Stangen IV und I gefundenen Änderung lassen sich aus den mitgeteilten Beobachtungsdaten Schlüsse nicht ziehen. Bezüglich der Zunahme der mittleren Stangenlänge zwischen der 4. und 5. Meßgruppe verdient aber der Umstand Beachtung, daß die 4. Gruppe vom 15. September bis 8. Oktober, also nicht lange nach der Basismessung ausgeführt worden ist, die 5. Gruppe dagegen erst vom 4. November bis 22. Dezember. Im Hinblick auf diese Zeitverhältnisse findet man zwei Gründe, welche den thermischen Nachwirkungs Zustand der Stangen beide in der Richtung beeinflussen mußten, daß Zunahme der Keillesungen im Verhältnis zu den Außenlängen entstand, mithin Zunahme der Außenlängen bezogen auf die Keillesungen erhalten werden mußte. Einerseits ist anzunehmen, daß die auf die Stangen zur Zeit der Vergleichen vorwiegend einwirkenden Temperaturen des Beobachtungsraumes zwischen der 4. und 5. Meßgruppe eine erhebliche Erniedrigung erfahren haben, andererseits aber ist auch nicht unwahrscheinlich, daß der Einfluß der höheren Temperaturen, welche während — vielleicht auch noch einige Zeit nach — der Basismessung auf die Stangen gewirkt haben, bei den Messungen der 4. Gruppe noch ins Gewicht fiel, bei den Messungen der 5. Gruppe aber viel weniger oder überhaupt nicht mehr.

Schreiber hat den erwähnten Mißstimmigkeiten große Bedeutung bei-

gemessen und sich auf S. 13 seiner Abhandlung über die verbürgbare Genauigkeit der mit dem Besselschen Apparat ausgeführten Messungen entsprechend kritisch geäußert. Seine Bedenken sind auch im offiziellen Bericht der Trigonometrischen Abteilung der Kgl. Landesaufnahme (Hauptdreiecke, VI. Teil) zum Ausdruck gebracht, in welchem S. 210 gesagt wird: „Hinsichtlich der Genauigkeit des Ergebnisses der Basismessung ist von vorneherein zu bemerken, daß von einer strengen Berechnung derselben nicht die Rede sein kann, da es nicht gelungen ist, die Ursachen der bei den Vergleichen der Stangenlängen hervorgetretenen erheblichen Schwankungen festzustellen und zu beseitigen. Im Besonderen ist konstatiert, daß die Beziehungen zwischen den Angaben des Metallthermometers und den Stangenlängen von verschiedenen Umständen in hohem Grade abhängig sind. Dergleichen Umstände dürften u. a. sein: die Art der Erwärmung der Stangen, die Reihenfolge der Temperaturen, die Beschaffenheit und Lage der Umgebungsflächen des erwärmten Raumes, in dem die Stangen sich befinden u. s. w. Danach dürften die schließlichen Ergebnisse sowohl der einzelnen Strecken, als der ganzen Basis mit konstanten Fehlern behaftet sein, welche die zufälligen Fehler voraussichtlich nicht unerheblich übersteigen und deren Vorhandensein jede Berechnung des Gesamtfehlers der Basismessung als völlig illusorisch erscheinen läßt.“

Für den Nachweis, daß Unstimmigkeiten, welche sich durch Einflüsse der thermischen Nachwirkung erklären lassen, auch schon früher bemerkt und beachtet worden sind, dürften die vorstehenden Darlegungen genügen.

Mutmaßlicher Einfluß der Nachwirkung auf die absoluten Ergebnisse von Basismessungen.

Der Einfluß, welchen die thermische Nachwirkung der Zinkstangen auf die innere Übereinstimmung bei Basismessungen ausüben kann, ist bereits im vorigen Kapitel erörtert worden. Es soll nun noch kurz der mutmaßliche Einfluß besprochen werden, welchen die thermische Nachwirkung auf das absolute Längenergebnis von Basismessungen, welche mit dem Bessel-Apparate ausgeführt worden sind, gehabt haben kann.

Offenbar ist dieser Einfluß gleich der durchschnittlichen Differenz zwischen den Nachwirkungsbeträgen, welche während einer Basismessung bei den einzelnen Stangenlegungen die Keillesungen beeinflußt haben, und denjenigen, welche bei den gleichen Temperaturen während der im November und Dezember 1880 von Schreiber ausgeführten Stangenmessungen sich geltend gemacht haben. Es erweist sich aber als sehr schwierig, die Größe dieser Differenz zahlenmäßig anzugeben. Würde man sie in Annäherung einfach proportional setzen der Differenz zwischen den Durchschnittstemperaturen, welche einerseits während der Basismessung und einige Zeit vorher, andererseits während der Schreiberschen Messungen und einige Zeit vorher auf die Stangen gewirkt haben, so würde sie in-

folge der Nichtberücksichtigung des Umstandes, daß höhere Temperaturen den Nachwirkungszustand viel stärker beeinflussen als niedrigere, in der Regel viel zu klein erhalten werden. Eine rechnerische Berücksichtigung des stärkeren Einflusses der höheren Temperaturen — etwa dadurch, daß man die Quadrate der Temperaturen in Rechnung stellt — ist aber praktisch sehr schwer durchführbar.

Ist es indessen richtig, daß — wie wir in einem früheren Kapitel als wahrscheinlich hingestellt haben — der Nachwirkungszustand der Stangen bei den Schreiberschen Messungen vorwiegend von der Temperatur des Aufbewahrungsraumes bestimmt wurde und daß diese Temperatur eine nicht hohe Zimmertemperatur war, so dürfte wohl die Schätzung zutreffend sein, daß das Vorzeichen des Nachwirkungseinflusses bei den meisten, vielleicht allen, Basismessungen positiv gewesen ist, — weil infolge höherer Temperaturen größere Zinkstangenlängen sich einstellten, deshalb kleinere Keillesungen beobachtet wurden, mithin größere Stangenlängen berechnet wurden.

Über die zahlenmäßige Größe des Einflusses der Nachwirkung kann auf Grund der von uns gesammelten Erfahrungen nur die Vermutung ausgesprochen werden, daß sie den Betrag von rund 5 : 1 000 000 der gemessenen Längen bei den eingangs erwähnten Basismessungen schwerlich überschritten haben dürfte. Um die tatsächliche Größe des Nachwirkungseinflusses genauer abschätzen zu können, würde eine eingehendere Durcharbeitung des Beobachtungsmaterials von früheren Basismessungen, welche mit dem Bessel-Apparat ausgeführt wurden, unerläßliche Vorbedingung sein. Eine Beurteilung lediglich durch Vergleich mit den Temperaturverhältnissen und Nachwirkungsergebnissen der in der Normal-Eichungskommission ausgeführten Prüfungen würde schon deshalb nicht als ausreichend zuverlässig angesehen werden können, weil nicht bekannt ist, wie sich bei den Zinkstangen des Bessel-Apparates der Einfluß einer einmaligen Erwärmung von längerer Dauer verhält zu demjenigen häufig wiederholter Erwärmungen von kürzerer Dauer.

Es wird sich empfehlen, die Richtigkeit der zu ziehenden Schlüsse durch weitere, systematische Beobachtungen über die Änderungen des Verhältnisses von Temperatur und Keillesungen zu kontrollieren. Es sind hierzu nur einfache Vergleichen der zu verschiedenen Zeiten und unter verschiedenen Bedingungen erhaltenen Keillesungen mit den durch Quecksilberthermometer zu messenden Stangentemperaturen erforderlich, Vergleichen, welche bei wenig bewegter Temperatur auch während der Basismessungen ausgeführt werden können.

Längenänderungen an den Basisstangen, welche nicht durch thermische Nachwirkung zu erklären sind.

Es ist gezeigt worden, daß ein sehr bedeutender Teil der Änderungen der Differenzen Δ_a , mit deren Betrachtung wir unsere Erörterungen begannen, durch die thermische Nachwirkung der Zinkstangen zu erklären ist, nämlich alle Ände-

rungen, welche bei den 1909 und 1910 ausgeführten Messungen eingetreten sind. Es erweist sich aber als nicht möglich, auch die zwischen 1908 und 1910 eingetretenen Änderungen der Werte Δ_a lediglich durch Nachwirkung zu erklären, da diese Änderungen bei den verschiedenen Stangen sehr ungleich sind und Gründe für so verschiedene Änderungen der Nachwirkung nicht bestehen. Die Verschiedenheit dieser Änderungen zwingt zu der Annahme, daß die Basisstangen zwischen 1908 und 1910 auch noch andere Längenänderungen erlitten haben, welche wir im Gegensatz zu den durch Nachwirkung verursachten als bleibende Änderungen bezeichnen wollen.

Auch zwischen den 1908 von uns und den 1880 von Schreiber ausgeführten Messungen müssen solche bleibende Änderungen erfolgt sein, denn auch die seit 1880 eingetretenen Änderungen der Werte Δ_a (welche mit den von uns erhaltenen Beträgen Δ_a selbst identisch sind) zeigen zu bedeutende Unterschiede, um lediglich durch Annahme von Änderungen der Nachwirkung erklärt werden zu können.

Über Art, Größe und Richtung der seit 1908 erfolgten bleibenden Änderungen können weitere Schlußfolgerungen dadurch ermöglicht werden, daß man die 1908 und 1910 bei Zimmertemperatur erhaltenen Messungsergebnisse auf genau gleiche Temperatur (16°) umrechnet, wie das für die 1910 erhaltenen Werte schon oben zum Zwecke der Untersuchung auf Nachwirkung geschehen ist.

Für die seit 1880 eingetretenen Änderungen ist dies nicht möglich, da nicht genauer bekannt ist, welche Temperaturen 1880 den beobachteten Außenlängen und Keillesungen entsprochen haben. Die Einzelheiten dieser Änderungen würden — darauf wurde schon im siebenten Abschnitt (S. 143) hingewiesen — nur dann zahlenmäßig festgestellt werden können, wenn bei unseren Untersuchungen jede Stange bei wenigstens zwei Temperaturen unter Bedingungen gemessen worden wäre, welche eine Gleichsetzung des Nachwirkungszustandes mit demjenigen, welcher bei den Schreiberschen Messungen herrschte, zugelassen hätten. Für diese Änderungen kann nur der Einfluß angegeben werden, welchen sie auf die Größe der aus den beobachteten Keillesungen berechneten Stangenlängen gehabt haben, und auch dieses wiederum nur, wofern es sich um Messungen handelt, für welche die fragliche Gleichsetzung des Nachwirkungszustandes zulässig erscheint. Unter der Voraussetzung z. B., daß der Nachwirkungszustand bei unseren 1910 bei Zimmertemperatur vor den Erwärmungen ausgeführten Messungen ungefähr derselbe war wie bei den maßgebenden 1880 von Schreiber ausgeführten Messungen, kann die Folgerung gezogen werden, daß der Einfluß der seit 1880 eingetretenen bleibenden Änderungen auf unsere berechneten Längen L_a durchschnittlich ein sehr geringer gewesen ist, einfach weil die Differenzen $L - L_a$, also die Werte $\Delta_a = -5, +1, +8, -1 \mu$ (vgl. Tab. III, Sp. 8), bei diesen Messungen für alle vier Stangen nur die Summe $+3 \mu$ liefern. Daß aus diesem

Umstände aber nicht der Schluß gezogen werden darf, daß die an den Stangen eingetretenen Änderungen an sich gering waren, wird aus dem Folgenden näher zu erkennen sein.

Auch die Änderungen der Werte Δ_a , welche sich zwischen unseren 1908 und den eben erwähnten, 1910 bei Zimmertemperatur ausgeführten Messungen ergeben (+9, -7, -5, +10 μ), haben eine verhältnismäßig kleine Summe (+7 μ), aus der man auf eine nur wenig ins Gewicht fallende Änderung der berechneten Stangenlängensummen schließen könnte, wenn man annehmen dürfte, daß die Nachwirkungsbeträge bei den Messungen 1908 und 1910 dieselben waren. Reduziert man aber die gemessenen Außenlängen auf gleiche Temperatur (Tab. III, Sp. 10) und führt die diesen Reduktionen entsprechenden Keillesungsreduktionen aus (Sp. 12), so zeigt sich, daß sich tatsächlich die Außenlänge der vier Stangen um $17 + 10 + 7 + 2 = 36 \mu$ verkleinert hat, die Keillesungen aber um 49, 5, 3 und 22 μ , in Summe also um 79 μ größer geworden sind. Es sind also ganz beträchtliche Änderungen der Stangenlängen eingetreten, und die verhältnismäßig geringe Änderung der Summe Δ_a ist lediglich dadurch zustande gekommen, daß Keillesungen und Außenlängen sich zufällig nahe in dem durch die thermischen Ausdehnungen der Zink- und Eisenstangen bedingten Verhältnis 1 : m geändert haben.

Als Ursachen für diese zwischen 1908 und 1910 eingetretenen Änderungen kommen, wenn man von Verschiebungen der Schneidenstücke und vorläufig auch von Nachwirkungsunterschieden bei den Zinkstangen absieht, hier nicht nur Änderungen der Stangen in ihrer ganzen Länge in Betracht, sondern, da es sich um Verkürzungen handelt und in der Zwischenzeit die Berliner Basismessung stattfand, auch Abnutzungen an den Schneiden.

Ohne Rücksicht auf die Möglichkeit von Schneidenabnutzung würde man die in Sp. 14 eingetragenen Längenänderungen (66, 15, 10, 23 μ , Summe = 114 μ), welche man durch Abzug der Keillesungsänderungen von den Außenlängenänderungen erhält, als wirklich eingetretene Änderungen der Zinkstangenlängen ansehen können. Ist aber ein gewisser Betrag von den eingetretenen Außenlängenverkleinerungen durch Schneidenabnutzung entstanden, so hat dieser Betrag an den eingetretenen Keillesungsänderungen keinen Anteil gehabt und darf daher zur Ermittlung der Zinkstangenänderungen nicht mit in Rechnung gestellt werden. Andererseits müßten Abnutzungsverkürzungen, welche etwa an den Innenschneiden (den Schneiden des Metallthermometers) eingetreten sind, von den Keillesungsänderungen noch besonders in Abzug gebracht werden.

Da aus unserem Beobachtungsmaterial bestimmte Schlüsse darüber, ob und in welchem Betrage Abnutzungen der Schneiden vorgekommen sind, nicht gezogen werden können, sind genauere Angaben über die zwischen 1908 und 1910 eingetretenen Zinkstangenänderungen nicht möglich. Man wird aber wohl als

wahrscheinlich annehmen dürfen, daß die in den Zahlen der Sp. 14 infolge der Nichtberücksichtigung der Schneidenabnutzungen enthaltenen Fehler den Betrag von 0,01 mm nicht überschreiten.

Es bleibt noch zu untersuchen, ob etwa ein Teil der berechneten Zinkstangenänderungen durch Nachwirkungsverschiedenheiten verursacht ist, welche zwischen den Messungen 1908 und 1910 anzunehmen wären. Daß die Änderungen durch Nachwirkung allein nicht erklärt werden können, ist schon zu Anfang dieses Kapitels aus den bedeutenden Verschiedenheiten gefolgert worden, welche die Änderungen der Werte Δ_a aufweisen. Vor unseren im Juni 1908 ausgeführten Messungen waren die Stangen schon längere Zeit Temperaturen von 15 bis 16° ausgesetzt gewesen, bei den Messungen Februar/März 1910 dagegen wurden sie erst durch Heizung des Komparatorsaales von ungefähr 12° aus auf die Messungstemperatur gebracht. Es ist daher anzunehmen, daß die Zinkstangen bei den zweiten Messungen infolge der Nachwirkung tieferer Temperaturen etwas kürzer gewesen sind als bei den ersten. Das Vorzeichen dieses Nachwirkungseinflusses stimmt also in der Tat mit dem der ermittelten Zinkstangenänderungen überein. Die Größe der entsprechenden Zinkstangenverkürzungen kann aber auf nicht mehr als höchstens 0,01 mm veranschlagt werden. Dieser Betrag kann bei Mitberücksichtigung der bezüglich der Schneidenabnutzung bestehenden Unsicherheit zwar zur Deutung der für die Zinkstangen II und III erhaltenen Verkürzungen ausreichen, nicht aber zur Erklärung der viel größeren Änderungen der Stangen IV und I. Diese sind nur durch Annahme bleibender Änderungen zu verstehen.

Zusammenfassung der Ergebnisse.

Die in den Jahren 1908, 1909 und 1910 von der Kaiserlichen Normal-Eichungskommission ausgeführten Untersuchungen am Besselschen Basismessapparat haben zu folgenden Ergebnissen geführt:

1. Die Angaben der Metallthermometer stehen nicht in eindeutiger Beziehung zu den Beobachtungstemperaturen, wie die bisher benutzten Gebrauchsgleichungen voraussetzen, sondern sind, infolge von thermischer Nachwirkung bei den Zinkstangen, auch abhängig von vorangegangenen Temperaturverhältnissen.

2. Es ist anzunehmen, daß die Berechnung der mit dem Bessel-Apparat seit 1880 ausgeführten Basismessungen infolge des Einflusses der thermischen Nachwirkung etwas zu große Längen ergeben hat.

3. Folgende bleibenden Änderungen der Stangenlängen konnten nachgewiesen werden:

a) Änderungen der Außenlängen zwischen den 1908 und 1910 (vor und nach der Berliner Basismessung) ausgeführten Prüfungen, insbesondere eine Verkürzung um rund 0,02 mm bei Stange I;

b) Änderungen der Zinkstangenlängen zwischen 1908 und 1910, nämlich eine Verkürzung um mutmaßlich 0,05 bis 0,06 mm bei Stange I und eine Verkürzung um mutmaßlich 0,01 bis 0,02 mm bei Stange IV;

c) nicht zahlenmäßig feststellbare Längenänderungen, welche seit den im Jahre 1880 von Schreiber ausgeführten Bestimmungen eingetreten sein müssen.

DIE NACHPRÜFUNG
DER
LÄNGENHAUPTNORMALE
DER
EICHUNGS-AUFSICHTSBEHÖRDEN
UND DIE
THERMISCHE AUSDEHNUNG
VON MESSING

VON

DR. G. F. K. LANGBEIN

I. Gegenstand, Zweck und ursprünglicher Plan der Nachprüfung.

Die den Gegenstand dieser Untersuchung bildenden Hauptnormale der Längenmaße sind Messingstäbe von etwas über 1 m Länge, mit rechteckigem Querschnitt von etwa 2 cm Breite und 1 cm Höhe. Die Einteilung befindet sich auf einem nahe der einen Kante eingelassenen, mit dem Messing fest verbundenen Silberstreifen. Zur Charakterisierung der Messingsorte, aus der die Maßstäbe bestehen dürften, sind von dem im Besitz der N. E. K. befindlichen dazu gehörenden Hauptnormal 6 zwei Proben von je etwa 5 g an den beiden Enden abgenommen und von Herrn Dr. Fischer analysiert worden. Die Analysen haben folgendes ergeben:

	Probe I	Probe II	Im Mittel
Cu	65,94%	65,81%	65,87%
Zn	33,40%	33,48%	33,44%
Pb	0,45%	0,47%	0,46%
Fe	0,14%	0,15%	0,14%
Sn	Spuren	Spuren	<u>Spuren</u>
			99,91%

Der Maßstab besteht also im wesentlichen aus 2 Teilen Kupfer auf einen Teil Zink. In ihrer Mehrzahl sind die Maßstäbe im Jahre 1869 beschafft, 1870—1873 zum ersten Male bestimmt, 1882—1884 zum ersten Male nachgeprüft worden und 1908, 1909 zum zweiten Male zum Teil mit neuen Normalen, neuen Messungshilfsmitteln und nach neuen Messungsmethoden. An den Beobachtungen haben die Herren Weymann, Dr. Langbein, Dr. Kerkhof, Dr. Reimerdes, Dr. Block und bei dem erst 1910 in etwas abweichender Weise bestimmten Hauptnormal 87 die Herren Dr. Reimerdes und Dr. Dinter teilgenommen. An den Rechnungen sind die Herren Weymann, Dr. Langbein, Dr. Kerkhof, Dr. Block, Dr. Reimerdes, Dr. Lanzrath, Dr. Dinter und Regierungsrat Dr. Stadthagen beteiligt gewesen.

Die Ergebnisse der ersten Nachprüfung sind in der von der N. E. K. herausgegebenen Schrift „Die Herstellung und die wiederkehrende Prüfung der Hauptnormale und Kontrollnormale nach den Festsetzungen der Kaiserlichen Normal-Eichungskommission“ (Berlin, W. Möser, 1886) niedergelegt. Zahlenmäßige Angaben über die Messungen im einzelnen sind in dieser Abhandlung allerdings nicht enthalten. Sie werden deshalb im Folgenden an denjenigen Stellen, wo sie zum Vergleich mit den jetzt gewonnenen Resultaten herangezogen werden müssen, nachgetragen werden.

Bei der jetzigen Nachprüfung handelte es sich einmal um Feststellung der Konstanz oder Inkonstanz dieser im Gebäude des praktischen Messungswesens die Grundpfeiler bildenden und seit nahezu 40 Jahren in guter Verwahrung gewesenen Maße, sodann noch um Untersuchung ihres thermischen Verhaltens. Der erste Zweck war verhältnismäßig leicht zu erreichen, wenn man sich die hier in Frage kommenden Fehlergrenzen vor Augen hielt; dienen doch die Hauptnormale zur Sicherung und Kontrolle auch der Kontrollnormale für Präzisionsmaße zu 1 m, deren Fehlergrenzen 0,01 mm betragen, sowie für die Ausführung feinerer Arbeiten durch die Eichungs-Aufsichtsbehörden, so daß die Sicherheit der Bestimmungen immerhin wenige Tausendstel Millimeter erreichen muß. Für die zweite Absicht fand die Genauigkeit eigentlich nur in den zur Verfügung stehenden Meßmitteln sowie in der Beschaffenheit der Maße selbst ihre Grenzen.

Nach dem ersten Plan für die Ausführung der Nachprüfung sollten zunächst die Gesamtlängen der Maßstäbe in dem Zustande, in dem sie nach größtenteils mehr als zwanzigjähriger Frist seit der ersten Nachprüfung wieder eingegangen waren, bei Zimmertemperatur gemessen werden. Dann sollten die Maßstäbe gereinigt, die Gesamtlängen neu bestimmt und die alten Ausdehnungsformeln und die Teilungsfehler kontrolliert werden.

II. Das Prüfungsverfahren am neuen Einmeterkomparator.

Für die Gesamtlängen- und Ausdehnungsbestimmungen stand in dem neuen von Herrn Dr. Kösters beschriebenen Einmeterkomparator der Kaiserlichen Normal-Eichungskommission ¹⁾ ein Hilfsmittel von hervorragender Güte zur Verfügung. Dieser Apparat gestattet Längenbestimmungen guter Maße mit guten Endstrichen in Meterabstand bei 0°, bei der Temperatur des Raumes, die im Winter leicht bis + 8° C. heruntergehen kann, und bis hinauf zu mehr als 30° C. durch eine einmalige volle Vergleichung auf etwa $\pm 0,001$ mm genau auszuführen. Wegen der Konstruktionseinzelheiten des Komparators kann auf die Arbeit des Herrn Dr. Kösters verwiesen werden. Es genügt hier eine kurze Beschreibung des Prüfungsverfahrens selbst. Die Maßstäbe befanden sich meistens zu je vieren auf einem der plan geschabten Auflagetische je nach Bedarf im Eistrog oder im Heiztrog, während auf dem Tisch im anderen Trog die als Vergleichsnormale dienende Bronzekopie *Bs* des Prototyps ²⁾ ruhte. Das Normal wurde durchweg in der Temperatur des umgebenden Raumes gehalten, welche allerdings in dem langen Zeitraum, über den die gesamten Messungen sich erstreckten, erhebliche Schwankungen erfuhr. Indessen ist vermöge der großen Temperaturträgheit des Raumes und der guten Eigenschaften der Tröge die Temperatur des Normals innerhalb einer einzelnen Messungsreihe als nahezu konstant anzunehmen, auch ohne daß die

¹⁾ Diese Abh. 8, 1912.

²⁾ Näheres über Material und Form des Normals siehe Wissensch. Abh. d. K. N. E. K. Heft 1, Seite 51.

Durchbruchöffnungen in den Trogdeckeln geschlossen werden. Aber auch bei den Beobachtungen der Maßstäbe im Heizzrog ist durch die vorzügliche Regulierung des Heizstromes eine große, längere Zeit andauernde Temperaturkonstanz innerhalb des Troges zu erzielen, die sich in der geringen Differenz zwischen einem mit der Quecksilberkugel in den Tisch versenkten und einem in der Luft dicht über den Stäben frei befindlichen Thermometer kund gibt, und die die Temperatur der Maßstäbe bei einiger Sorgfalt der Temperierung auf wenige Hundertstel Grad genau bestimmt erscheinen läßt. Der in dem weiter unten angeführten Beispiel, das aus der Reihe der Beobachtungen ohne Wahl herausgegriffen ist, vielleicht auffallende Umstand, daß die Lufttemperatur immerhin um mehrere Hundertstel Grade höher ist, als die Tischtemperatur, findet seine Erklärung dadurch, daß erstens die Beobachtungen durchweg bei ansteigender Temperatur gemacht wurden, der die Tischtemperatur natürlich langsamer folgt, und zweitens darin, daß infolge des für die Dauer der Beobachtungen nötigen Abstellens der Rührung das Luftthermometer eine stärkere Wärmezufuhr erhält und also vorseilte. Bei der großen Auflagefläche der messingenen Maßstäbe durfte als deren Temperatur ohne weiteres die Tischtemperatur angenommen werden. Daß die Tischtemperatur, da die Tische nicht fest mit den Trögen verbunden sind, sondern innerhalb derselben nur auf drei Schrauben ruhen, eigentlich auch eine Lufttemperatur ist, und derselben nur mit größerer Trägheit folgt, mag hier noch nebenher erwähnt werden, um etwaige Bedenken wegen der Temperaturbestimmung der Maßstäbe mit Hilfe eines einzigen Thermometers zu zerstreuen.

Der Verlauf einer Beobachtungsreihe.

Der Gang der Beobachtungen ist aus dem umstehenden Beispiel ersichtlich.

Zuerst wird an dem unter den Mikroskopen liegenden Normal die Temperatur abgelesen, alsdann werden, von zwei Beobachtern gleichzeitig, die Mikrometereinstellungen auf die zur Vergleichung geeigneten Striche des Normals zweimal gemacht. Dann wird mit Hilfe der Drehscheibe der Normaltrog mit dem Stabtrog vertauscht (das Fahren der Wagen und die Bewegung der Drehscheibe wird, da bei diesen Beobachtungen die Beobachter ohnehin im Raume bleiben, ohne elektrischen Antrieb, einfach von Hand bewirkt), die Stabtemperatur abgelesen und alsdann werden der Reihe nach die einzelnen Maßstäbe je zweimal eingestellt. Zur Fokussierung dienen dabei die von den Beobachtern mit Hilfe langer Schlüssel zu betätigenden Stellvorrichtungen der Wagen, auf denen die Tröge mit den Stäben ruhen. Nach einer kleinen Pause und nach Erschütterung der Pfeiler und Mikroskope (um etwa vorhandene Spannungen auszulösen) werden diese Messungen in umgekehrter Reihenfolge wiederholt. Die Dauer einer solchen vollen Messung läßt sich bei 4 Maßstäben mit einiger Übung, wenn alles glatt geht, bis unter eine Viertelstunde herabdrücken und beträgt selten mehr als 20 Minuten.

.....Einmeter.....-Komparator.

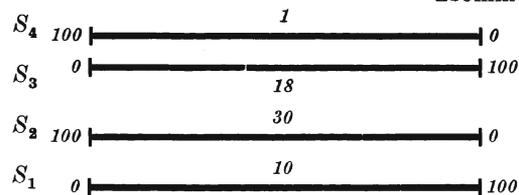
Vergleichung von $S_1, S_2, S_3, S_4 = 10, 30, 18, 1$
mit $N = Bs$

Mikroskop Nr. ...4... links, 1 U = 57,47 μ Mikroskop Nr. ...5... rechts, 1 U = 57,56 μ

Trommel ...rechts.....

Trommel ...rechts.....

Lage der Stäbe:



Datum	Zeit	Stab	Nr. des Thermometers	Lesung	Temperatur des Stabes	Beob.	Lesung links	Mittl. Lesung A_1	Nr. des Thermometers	Lesung	Temperatur des Stabes	Beob.	Lesung rechts	Mittl. Lesung A_2	$S - N$		
															$A_1 - A_2$	in partes	in μ
17. IV.	120	N	F IV Tisch	12,70	12,28,5	Rs	264 260	262				Lgb	41 39	40	222		
		S_1	R 338 Tisch	29,61,5	29,55,5		5672 5672	5672	R335 Luft	29,74	29,64,5		40 54	47	5625	5403	+310,5
		S_2					6022 6034	6028					69 83	76	5952	5730	+329,3
		S_3					5680 5684	5682					98 88	93	5589	5367	+308,4
		S_4					5710 5716	5713					87 83	85	5628	5406	+310,7
140		S_4					5700 5694	5697					47 65	56	5641	5440	+312,6
		S_3					5668 5652	5660					61 41	51	5609	5408	+310,8
		S_2					5972 5980	5976					8 10	9	5967	5766	+331,4
		S_1	R 338 Tisch	29,62	29,56		5632 5640	5636	R335 Luft	29,80	29,70		29 31	30	5606	5405	+310,6
		N	F IV Tisch	12,71,5	12,30		230 230	230					22 36	29	201		

Beobachtungen bei erhöhter Temperatur.

Bei den höheren Temperaturen muß der Heiztrog natürlich zum besseren Ausgleich der Temperatur ganz geschlossen werden und es hat sich herausgestellt, daß auch für die Dauer der Beobachtungen ein vollständiger Abschluß durch Glimmerverschlüsse sich ermöglichen läßt und zweckmäßig ist. Es wird durch diese nur wenige Hundertstel Millimeter dicken Glimmerplättchen das Aufsteigen warmer Luft aus dem Trog und damit die Bildung von Luftschlieren im Mikroskop verhindert und, wie besondere Versuche ergeben haben, der Strahlengang nur ganz

unwesentlich verändert, so daß die Beobachtungen mit Glimmerplatten ohne weiteres mit denen ohne solche kombiniert werden können.

Beobachtungen bei 0°.

Ein etwas geringerer Grad von Genauigkeit muß den Beobachtungen im Eistrog zuerkannt werden. Die verhältnismäßig hohe Raumtemperatur von 14° C gestattete nicht, sich dem Nullpunkt hinreichend zu nähern, wenn nur der Mantel des Troges mit Eis gefüllt wurde. Es mußte auch um den Tisch herum Eis gepackt werden. Das verursachte aber eine schnell fortschreitende Wasserkondensation auf den Staboberflächen, wodurch die Strichbilder nach kurzer Zeit verändert wurden. Dieser Beschlag wurde zwar immer kurz vor der Beobachtung wieder entfernt — andere einfache Mittel wie Aufbringen von dünnen Fettschichten usw. wollten nicht verfangen —, bildete sich aber doch auch während der Messungen stets von neuem, so daß hierdurch, wie auch durch den Umstand, daß die gemessenen Tischtemperaturen vom Nullpunkt im Durchschnitt noch 0,04° C. entfernt waren, während, mit als Folge vom Abheben des Trogdeckels, die Lufttemperatur im Mittel + 0,21° C. betrug, die Beobachtungen als die unsichersten anzusehen sind.

Die Striche der Stäbe und die mikrometrischen Messungen.

Infolge der nicht mehr guten Strichbilder vergrößerte sich die Einstellungsungenauigkeit auch insofern, als die Helligkeit der Bilder, die ohnehin infolge der zur Förderung des Temperatenausgleichs im Inneren aufgesetzten Glimmerverschlüsse teils durch Abblendung teils durch Reflexion herabgesetzt war, noch mehr nachließ. Eine Steigerung oder überhaupt Variation der Helligkeit gestattete die vorgesehene Art der zentralen Beleuchtung nicht. Die Beschaffenheit der Strichbilder in den etwa 80fach vergrößernden Mikroskopen war bei den 30 μ und mehr breiten Teilstrichen überhaupt nicht besonders gut und blieb jedenfalls weit unter der Güte der auf den Platin-Iridium-Pflöcken des Normals gezogenen Striche von etwa 15 μ Breite zurück, die, wie hier nebenbei erwähnt sein mag, jetzt auch nicht mehr zu den besten gehören. Da jedoch bei einem nutzbaren Gesichtsfeld von 1,2 mm Breite der ganze Strichabschnitt zwischen den zwei parallelen, senkrecht zu ihm in 1 mm Abstand gezogenen Längsstrichen, die mit einer Ausnahme auf allen Maßstäben vorhanden sind, im Gesichtsfelde lag, war es möglich, ein einheitliches Bild von ihm aufzufassen und unter Absehen von den zufälligen Unebenheiten der Strichgrenzen die Einstellungs-genauigkeit für einen Beobachter im allgemeinen unter 1 μ zu halten. Indem weiter, abgesehen von einigen Fällen, in denen zunächst bloße Ausdehnungsbestimmungen beabsichtigt waren, stets mit Vertauschung der Beobachter gearbeitet worden war, sind die persönlichen Fehler der Strichauffassung nach Möglichkeit immer sogleich innerhalb zweier gleichartigen vollen Beobachtungen eliminiert worden.

III. Die Messungsergebnisse.

I. Bestimmung einer linearen Form für die thermischen Ausdehnungsgleichungen.

Erste Prüfung der Gesamtlängen bei $+15^{\circ}\text{C}$.

Beobachter: Weymann und Dr. Langbein.

Die Gesamtlängen von 23 Hauptnormalen — Nr. 3 ist nicht nachgeprüft worden, Nr. 6 gehört nicht in die Reihe der übrigen Maßstäbe, weil es unser eigenes Normal ist, Nr. 87 ist erst 1910 und in etwas abweichender Weise bestimmt worden, — wurden zunächst bei Raumtemperatur (nahezu $+15^{\circ}\text{C}$) je zweimal bestimmt. Die silbernen Teilflächen waren zwar stellenweise verschrammt und ziemlich stark angelaufen, konnten aber doch im ganzen als gut erhalten angesprochen werden. Auch machte sich diese Oberflächenbeschaffenheit nur insofern als störend bemerkbar, als die Helligkeit der Bilder etwas herabgesetzt wurde.

Einzelne volle Ausdehnungsbestimmungen zwischen $+11^{\circ}$ und $+31^{\circ}\text{C}$.

Beobachter Dr. Kerkhof und Dr. Langbein.

Nach der Reinigung der Maßstäbe wurde zunächst für 6 derselben (2, 11, 12, 19 und 7, 8) in der für zwei Temperaturen üblichen Weise aus je 8 vollen Einzelbeobachtungen zwischen der Zimmertemperatur $+11^{\circ}\text{C}$. und der Temperatur $+31^{\circ}\text{C}$. die Ausdehnung bestimmt. Auch hierbei handelte es sich um Messungen der Gesamtlängen bei den beiden Temperaturen, nur wurden sie ohne Vertauschung der Beobachter und ohne Abnehmen der Glimmerverschlüsse ausgeführt. Das gewöhnliche Verfahren besteht darin, daß die im Heiztrog liegenden Maßstäbe zunächst je zweimal bei Zimmertemperatur mit dem im ungefüllten Eistrog bei Zimmertemperatur befindlichen Normal verglichen werden. Alsdann wird der Heiztrog angeheizt und nach Regulierung und Ausgleich der Temperatur werden am nächsten Tage zwei Vergleichen bei der höheren Temperatur ausgeführt. Die Temperatur wird dann meist durch einen vorübergehenden Kurzschluß des Heizstroms noch etwas gesteigert und es werden nach einer kurzen Pause noch zwei Messungen ausgeführt. Alsdann werden nach ein- bis zweitägiger Abkühlungszeit (durch Abheben des Heiztrogdeckels, wofür ein Flaschenzug vorgesehen ist, läßt sich der Temperatenausgleich etwas beschleunigen) die ersten Messungen bei Zimmertemperatur wiederholt. Die Beobachtungen weisen in sich eine recht gute Übereinstimmung auf, namentlich ist die zu vermutende thermische Nachwirkung nach der Erwärmung auf 31°C ., wenn auch erkennbar, doch nur unerheblich. Sie betrug für die 6 Maßstäbe

H 19	$-0,4 \mu$
H 12	$-0,2 \mu$
H 11	$-0,8 \mu$
H 2	$-1,0 \mu$
H 8	$+0,3 \mu$
H 7	$+0,5 \mu$
im Mittel	$-0,27 \mu$,

machte sich also durch eine geringe Kontraktion, ausgelöst durch die vorausgegangene Erwärmung geltend. Die gleichzeitig vorgenommenen Messungen der Gesamtlängen dieser Maßstäbe bei Zimmertemperatur (11°C.) weichen allerdings von den bei derselben Temperatur mit Glimmerverschluß erhaltenen Werten nicht unerheblich einseitig ab, und zwar bis 2μ , im Mittel um $1,4\mu$; doch dürfte das wesentlich darin begründet sein, daß die Ausdehnungsbestimmungen ohne Vertauschung der Beobachter vorgenommen sind, wo dann solche Differenzen durch die Verschiedenartigkeit der Strichauffassung sich erklären lassen.

Messungen der übrigen Maßstäbe bei Zimmertemperatur und bei etwa 30°C.

Beobachter: Dr. Reimerdes und Dr. Langbein.

Da diese nach dem für zwei Temperaturen üblichen Schema ausgeführten Ausdehnungsbestimmungen mit ihren 8 vollen Einzelbeobachtungen immerhin etwas zeitraubend waren und da den Betrag von 1μ überschreitende Längenänderungen der Maßstäbe durch die erfolgte Temperaturerhöhung nicht eingetreten waren, erschien es angängig, außer den beiden erforderlichen Gesamtlängenbestimmungen bei Zimmertemperatur, die von 8°C. , bis zu welchem niedrigen Stande sie inzwischen gefallen war, allmählich bis 12°C. stieg, nur noch zwei Gesamtlängenbestimmungen bei 30°C. zu machen (diese allerdings, wie oben bereits angedeutet, mit Glimmerverschluß des Heiztroges) und daraus die Ausdehnung zu berechnen. Die für 30° zu erwartende größere Ungenauigkeit konnte dabei wohl in den Kauf genommen werden, da diese Temperatur bei der Anwendung der Maßstäbe kaum erreicht werden dürfte. Demgemäß wurden zunächst die Messungen der übrigen Maßstäbe bei Zimmertemperatur hintereinander vorgenommen und sodann dieselben Maßstäbe hintereinander im Heiztrog bei 30°C. mit dem Normal, das bei Zimmertemperatur im Eistrog lag, verglichen. Das zeitraubende jedesmalige Anheizen und Abkühlen des Heiztroges wurde auf diese Weise erspart.

Berechnete lineare Ausdehnungskoeffizienten.

Hatten schon die Ausdehnungsbestimmungen der 6 Maßstäbe von denen bei fünf (mit anderen zusammen) 1885 der Mittelwert 18,6 für die Ausdehnung angenommen worden war, um 0,3 bis 0,4 höhere Werte ergeben, so zeigten sich diese Vergrößerungen bei den aus den Beobachtungen bei Zimmertemperatur und bei 30°C. ausgerechneten Werten gleichfalls und zum Teil in noch höherem Grade, wie aus der nachfolgenden Tabelle hervorgeht.

Linearer Ausdehnungskoeffizient für 1 m und 1°C. in 0,001 mm.

Maßstab	alte Werte	neu berechnet	zwischen den Temperaturen
1	18,8	19,1	$12^{\circ}-30^{\circ}$
2	18,6	19,0	$11^{\circ}-31^{\circ}$
4	18,3	18,6	$11^{\circ}-30^{\circ}$
5	18,3	19,0	$8^{\circ}-30^{\circ}$

Maßstab	alte Werte	neu berechnet	zwischen den Temperaturen
6		18,7	12°—30°
7	18,8	18,9	11°—31°
8	18,6	19,0	11°—31°
9	18,6	19,1	8°—30°
10	18,6	19,0	12°—30°
11	18,6	18,9	11°—31°
12	18,6	19,0	11°—31°
13	18,6	19,0	11°—30°
14	18,6	19,0	11°—30°
14*	18,4	18,8	12°—30°
15	18,6	18,9	8°—30°
16	18,2	18,6	11°—30°
17	18,6	19,0	8°—30°
18	18,6	18,9	12°—30°
19	18,6	19,0	11°—31°
20	18,6	18,9	11°—30°
21	18,4	18,8	11°—30°
22	18,2	18,6	11°—30°
30	18,0	18,7	12°—30°
693	17,8	18,5	11°—30°
87	18,0		

Berechnete Längen bei 0°.

Wenn auch ein Teil dieser Änderungen ohne weiteres auf die geringere Zuverlässigkeit der alten Bestimmungen geschoben werden konnte, so lag doch die Vermutung nahe, daß sie zum Teil dadurch veranlaßt sein konnten, daß die neuen Werte für eine weit höhere Mitteltemperatur (19°—21° C.) gelten mußten wie die alten Werte. Die Wahl einer solchen höheren mittleren Temperatur hatte sich aus dem durchschnittlichen Temperaturbereich bei der praktischen Benutzung der Maßstäbe ergeben, nur hatte man von vornherein das Auftreten so bedeutender Abweichungen von den alten Werten nicht vermutet. Wollte man nun gar mit diesen neuen linearen Ausdehnungskoeffizienten die Längen der Maßstäbe bei 0° berechnen, so kam man zu Werten, die von den geltenden, wie die folgende Zusammenstellung zeigt, in deutlich einseitiger Richtung bis zu 9 μ abwichen.

Maßstab	Fehler bei 0°		II—I
	I alte Werte	II neu berechnet	
1	—27 μ	—28 μ	—1 μ
2	—20	—24	—4
4	—20	—20	0
5	—18	—25	—7
6	—17	—19	—2
7	—24	—23	+1
8	—18	—21	—3
9	—31	—32	—1
10	—20	—26	—6
11	—18	—24	—6
12	—32	—37	—5
13	—25	—28	—3
14	—23	—27	—4

Maßstab	Fehler bei 0°		II—I Differenz
	I alte Werte	II neu berechnet	
14*	— 8	— 8	0
15	—27	—27	0
16	—17	—21	—4
17	—18	—20	—2
18	—21	—24	—3
19	—23	—27	—4
20	—24	—26	—2
21	—22	—27	—5
22	—17	—23	—6
30	+ 10	+ 1	—9
693	— 8	—17	—9
87	+ 12		

2. Bestimmung einer quadratischen Form für die Ausdehnungsgleichungen.

Bestimmungen bei 0°.

Beobachter: Dr. Block und Dr. Langbein.

Diese großen und einseitigen Abweichungen von den alten Werten ließen sich nur durch die Annahme eines ziemlich großen quadratischen Gliedes für die Ausdehnung erklären. Um die Koeffizienten dieses quadratischen Gliedes und auch die tatsächlichen Abweichungen bei 0° festzustellen, wurden sämtliche Maßstäbe auch noch hintereinander in dem mit Eis gefüllten Eistrog mit dem diesmal im Heiztrog liegenden Normal verglichen. Über die bei diesen Bestimmungen auftretenden Mängel ist oben bereits einiges angeführt.

Aufstellung der ersten quadratischen Gleichung.

Aus den nunmehr für alle Maßstäbe bei je drei verschiedenen Temperaturen vorliegenden Gesamtlängenmessungen wurden die Längen bei 0°, der lineare Ausdehnungskoeffizient bei 0° und der Koeffizient des quadratischen Gliedes ausgerechnet. Die Ergebnisse sind in der folgenden Tabelle zusammengestellt.

Maßstab	Gleichung bei der Temperatur T			aus der Nachprüfung	
1	—21,6 μ	+ 18,31 $T \mu$	+ 0,0188 $T^2 \mu$	+ 18,77 $T \mu$	+ 0,0049 $T^2 \mu$
2	—20,5	+ 18,66	+ 0,0080		
4	—17,0	+ 18,24	+ 0,0081		
5	—22,5	+ 18,61	+ 0,0108		
6	—14,0	+ 18,09	+ 0,0136		
7	—19,9	+ 18,59	+ 0,0086		
8	—19,3	+ 18,90	+ 0,0032		
9	—25,5	+ 18,02	+ 0,0272	+ 18,54	+ 0,0113
10	—22,3	+ 18,57	+ 0,0095		
11	—19,3	+ 18,47	+ 0,0104		
12	—33,5	+ 18,62	+ 0,0092		
13	—25,1	+ 18,60	+ 0,0085		
14	—23,0	+ 18,49	+ 0,0112		
14*	— 5,5	+ 18,41	+ 0,0082		

Maßstab	Gleichung bei der Temperatur T			aus der Nachprüfung	
15	— 22,4	+ 18,22	+ 0,0188		
16	— 19,4	+ 18,36	+ 0,0047		
17	— 17,8	+ 18,55	+ 0,0110		
18	— 20,5	+ 18,51	+ 0,0091		
19	— 22,7	+ 18,46	+ 0,0122		
20	— 20,8	+ 18,26	+ 0,0161		
21	— 26,3	+ 18,73	+ 0,0025	+ 18,44	+ 0,0106
22	— 16,9	+ 17,85	+ 0,0173		
30	+ 4,6	+ 18,36	+ 0,0091		
693	— 16,8	+ 18,53	+ 0,0003	+ 18,34	+ 0,0079
87	+ 2,9	+ 18,45	+ 0,0067 ₅		

Nachprüfung der Ausdehnung bei 4 Maßstäben.

Beobachter: Dr. Block und Dr. Langbein.

Der Umstand, daß für die Mehrzahl der Maßstäbe der Koeffizient des quadratischen Gliedes nur wenig um einen Mittelwert (0,01) schwankt, legte die Vermutung nahe, daß die zum Teil nicht unerheblichen Abweichungen von diesem Wert durch Beobachtungsfehler verursacht sein möchten. Zur Untersuchung dieser Frage wurden daher nochmals 4 Maßstäbe, je zwei der nach beiden Seiten am stärksten abweichenden, einer erneuten Ausdehnungsbestimmung unterzogen, diesmal stets mit Glimmerverschluß und unter Belassung der Maßstäbe auf demselben Auflagetisch sowie auch unter Benutzung eines anderen Normals aus Nickelstahl von kleiner Ausdehnung, dessen Variationen also ohne Belang blieben. Ein Vergleich der in die vorige Tabelle mit aufgenommenen Resultate dieser bei 15°, 30°, 0° und 15° C ausgeführten Messungen mit den zuerst erhaltenen Werten läßt erkennen, daß die vorhandenen Schwankungen in der Tat wohl wesentlich durch Beobachtungsfehler zu erklären und ohne längere Untersuchungen die Koeffizienten des quadratischen Gliedes für die einzelnen Maßstäbe kaum mit größerer Sicherheit festzustellen sein werden. Aus diesen 4 Bestimmungen würde sich übrigens der Koeffizient des quadratischen Gliedes im Mittel zu 0,0087 ergeben, wie auch der auf die gleiche Weise im Jahre 1910 ermittelte Wert für H 87 mit seinem Betrage von 0,00675 erheblich kleiner als 0,01 ist.

Auch bei diesen Messungen machte sich eine nicht ganz unerhebliche Einwirkung der thermischen Behandlung der Stäbe bemerkbar; die Werte nach der Erwärmung auf 30° C. und Abkühlung auf 0° weichen von den vorhergehenden

bei H 693 um	— 0,7 μ
bei H 21 um	— 1,1 μ
bei H 9 um	— 1,2 μ
bei H 1 um	— 0,2 μ
Im Mittel um	— 0,8 μ

ab und zwar im selben Sinne einer Kontraktion wie oben Seite 156 angegeben.

Der ausschlaggebende Grund für die Differenzen in der Größe der Koeffizienten des quadratischen Gliedes dürfte voraussichtlich darin zu suchen sein,

daß die Maßstäbe nicht in der neutralen Schicht, sondern auf der Oberfläche geteilt sind. Werden, namentlich bei den plangeschabten Tischen auch nicht einmal der Größenordnung nach die Messungsdifferenzen erreicht werden, die sich bei diesen Maßstäben für Unterstützung in der Mitte oder an den Enden allein im Betrage von 63μ ergeben, so können doch immerhin bereits unter den Maßstäben liegende Staubkörner oder auch vielleicht durch die Temperaturänderungen veranlaßte Durchbiegungen der Auflagetische die Abstände der Endstriche um meßbare Beträge verändern.

Einführung eines Mittelwertes für den Koeffizienten des quadratischen Gliedes.

Somit erschien es am zweckmäßigsten, den Mittelwert 0,01 als Koeffizienten für das quadratische Glied aller Maßstäbe anzunehmen. Durch diese Annahme werden natürlich die linearen Ausdehnungskoeffizienten etwas modifiziert. Daß diese Änderungen aber nicht erhebliche Beträge erreichen und namentlich auch die Längenangaben bei mittleren Temperaturen im wesentlichen unverändert lassen, zeigt schon eine Vergleichung der Werte, die sich für die linearen Ausdehnungskoeffizienten für die Temperaturen 15°C . und 21°C . bei den mehrfach untersuchten Maßstäben aus den beiden Bestimmungen mit ihren doch recht erheblich differierenden Ergebnissen sowie auch aus den Bestimmungen bei Zimmertemperatur und 30°C . allein errechnen.

		Lineare Ausdehnungskoeffizienten			
Maßstab:		1	9	21	693
ϵ_{15}	I	18,87	18,84	18,81	18,53
	II	18,92	18,88	18,76	18,58
ϵ_{21}	I	19,10	19,16	18,84	18,54
	II	18,98	19,01	18,89	18,67
	III	19,08 ϵ_{21}	19,06 ϵ_{19}	18,83 $\epsilon_{20,5}$	18,53 $\epsilon_{20,5}$

I aus der ersten quadratischen Gleichung;

II aus der Nachprüfung;

III aus den Bestimmungen bei Zimmertemperatur und erhöhter Temperatur allein berechnet.

Aufstellung der endgültigen quadratischen Gleichung.

Die gute Übereinstimmung der aus der quadratischen Formel für die Temperatur 15°C abgeleiteten Längen mit den vor der Reinigung der Maßstäbe erhaltenen Werten, sowie der Umstand, daß das inzwischen wieder erfolgte Beschlagen mancher Silberoberflächen das Strichbild nicht modifiziert hatte, führte dazu, die vor der Reinigung erhaltenen Werte bei 15°C . für die Aufstellung der definitiven quadratischen Gleichungen mit in Rechnung zu ziehen. Es geschah das in der Weise, daß aus der zuerst ermittelten quadratischen Gleichung die Längen bei 15° berechnet und diese mit dem eben erwähnten zu einem Mittelwert vereinigt wurden. Dann wurden mit Hilfe des angesetzten Koeffizienten des quadratischen Gliedes 0,01 aus dem ebenfalls aus der ursprünglichen quadratischen Gleichung errechneten linearen Ausdehnungskoeffizienten für 15° der neue lineare Ausdehnungs-

koeffizient für 0° und daraus dann die Länge der Maßstäbe bei 0° bestimmt. Die Ergebnisse sind die folgenden:

Maßstab	Gleichung bei der Temperatur T			aus der Nachprüfung	
	$-22,8 \mu$	$+ 18,57 T \mu$	$+ 0,01 T^2 \mu$	$+ 18,62 T \mu$	$+ 0,01 T^2 \mu$
1					
2		$+ 18,60$	„		
4		$+ 18,18$	„		
5		$+ 18,63$	„		
6		$+ 18,20$	„		
7		$+ 18,55$	„		
8		$+ 18,70$	„		
9		$+ 18,54$	„	$+ 18,58$	$+ 0,01$
10		$+ 18,56$	„		
11		$+ 18,48$	„		
12		$+ 18,60$	„		
13		$+ 18,56$	„		
14		$+ 18,53$	„		
14*		$+ 18,36$	„		
15		$+ 18,48$	„		
16		$+ 18,20$	„		
17		$+ 18,58$	„		
18		$+ 18,48$	„		
19		$+ 18,53$	„		
20		$+ 18,44$	„		
21		$+ 18,51$	„	$+ 18,46$	$+ 0,01$
22		$+ 18,07$	„		
30		$+ 18,33$	„		
693		$+ 18,24$	„	$+ 18,29$	$+ 0,01$
87		$+ 18,35$	„		

Man sieht auch hier wieder die verhältnismäßig gute Übereinstimmung der Nachprüfungswerte. Mit ihnen gerechnet ergeben sich, von den gleichen Längswerten bei 0° ausgehend, welcher Ausgangspunkt die Abweichungen ja besonders groß erscheinen läßt, die Differenzen bei 30° für die 4 Maßstäbe zu $+ 1,5 \mu$; $+ 1,2 \mu$; $- 1,5 \mu$ und $+ 1,5 \mu$.

Die aus den so erhaltenen Gleichungen ermittelten Werte schließen sich sämtlichen Beobachtungszahlen mit großer Genauigkeit an, so daß die Abweichungen nur in wenigen Fällen 1μ übersteigen.

Die nachstehende Zusammenstellung enthält die übrig bleibenden Fehler zwar nicht sämtlicher — das würde zu weit führen — aber der für die einzelnen Temperaturen zu Mittelwerten vereinigten Beobachtungszahlen.

Maßstab	0°	ca. 11°	15°	ca. 30°
1	$+ 1,2$	(11,6) $- 0,7$	$+ 0,7$	(29,6) $+ 1,0$
2	(0,1) $- 0,3$	(11,5) $+ 0,0$	$- 0,1$	(31,2) $- 0,3$
4	$- 0,6$	(11,4) $- 0,1$	$+ 0,1$	(30,3) $- 0,4$
5	$+ 0,4$	(8,0) $- 0,1$	$- 0,4$	(30,2) $- 1,3$
6	$+ 1,4$	(11,9) $+ 0,6$	$- 0,5^1$	(29,7) $+ 1,2$
7	(0,1) $- 0,4$	(11,6) $- 0,1$	$+ 0,2$	(30,8) $- 0,3$
8	(0,1) $- 0,3$	(11,6) $+ 1,0$	$- 1,1$	(30,8) $- 0,6$

¹⁾ Abw. von dem geltenden Wert, scheidet aus.

Maßstab	0°	ca. 11°	15°	ca. 30°
9	+ 3,3 ¹⁾	(8,0) + 0,3	+ 0,6	(30,2) + 3,2 ¹⁾
10	— 0,0	(11,6) + 0,0	0	(29,6) — 0,1
11	+ 0,4	(11,5) + 0,3	— 0,4	(31,2) + 0,5
12	(0,1) — 0,3	(11,5) — 0,1	+ 0,1	(31,2) — 0,3
13	0	(11,4) + 0,2	— 0,4	(30,3) — 0,2
14	+ 0,6	(11,3) + 0,3	— 0,3	(29,7) + 0,6
14*	— 0,7	(11,9) — 0,4	+ 0,4	(29,7) — 0,7
15	+ 1,7	(8,0) + 0,2	+ 0,1	(30,2) + 2,0
16	— 0,9	(11,4) + 0,2	— 0,3	(30,3) — 0,9
17	+ 0,8	(8,0) + 0,6	— 0,5	(30,2) + 0,9
18	— 0,3	(11,6) — 0,1	— 0,0	(29,6) — 0,3
19	+ 1,0	(11,5) + 0,4	— 0,4	(31,2) + 0,8
20	+ 1,3	(11,3) + 0,0	+ 0,0	(29,7) + 1,3
21	— 1,0	(11,3) + 0,4	— 0,5	(29,7) — 1,2
22	+ 1,0	(11,4) — 0,5	+ 0,5	(30,3) + 1,0
30	— 0,4	(11,6) — 0,2	+ 0,1	(29,6) — 0,4
693	— 1,4	(11,3) + 0,7	— 0,7	(29,7) — 1,2

Die eingeklammerten Zahlen geben die genaueren Werte der mittleren Temperaturen der Maßstäbe an.

Aufstellung einer linearen Gleichung.

Für die Zwecke der Eichungsaufsichtsbehörden konnte alsdann aus der quadratischen Ausdehnungsformel noch eine lineare berechnet werden, die nun natürlich die beobachteten Werte nicht mehr mit so guter Übereinstimmung aber immer noch mit hinreichender Genauigkeit wiedergibt. Die Formeln sind, weil von geringerer allgemeiner Bedeutung, hier nicht angegeben. Daß diese berechneten Werte nicht mehr so gute Resultate liefern können, geht aus der einfachen Überlegung hervor, daß der Einfluß des quadratischen Gliedes, von der Mitteltemperatur 15° aus gerechnet, bei 0° und 30° je 2,25 μ ausmacht. Indessen ist das ein durch die jetzigen Beobachtungen zwar mit einiger Sicherheit nachgewiesener, aber immerhin ziemlich kleiner und namentlich für die praktische Benutzung der Maßstäbe nicht ins Gewicht fallender Betrag. Andererseits werden die Beobachtungen durch die quadratische Formel so wesentlich besser dargestellt, daß, wie das ja auch von anderen Beobachtern und bei anderen Materialien festgestellt ist, die Existenz eines quadratischen Gliedes auch durch die vorliegenden Messungen als festgestellt angesehen werden muß. Man darf sich allerdings nicht verhehlen, daß sein Koeffizient bei dem immerhin geringen Temperaturbereich von 30° nicht mit großer Genauigkeit bestimmt werden kann, wie dies auch die für die einzelnen Maßstäbe, namentlich für die doppelt untersuchten, erhaltenen Werte zeigen.

IV. Die Ergebnisse der Ausdehnungsbestimmungen.

1. Das Verhältnis der Messungen zu den älteren Bestimmungen der Maßstäbe.

Zum Zwecke der Vergleichung der alten Bestimmungen mit den jetzt erhaltenen Werten dürften sich am besten die für die Temperatur 15° C. sich ergebenden

¹⁾ Das hier angezeigte weit größere quadratische Glied ist durch die Nachprüfung nicht bestätigt worden.

Längen eignen. In der folgenden Tabelle stehen unter I die aus den alten Gleichungen berechneten Werte; diese Gleichungen basieren auf sämtlichen Messungen von 1872 und 1882—87. Unter II ist an diese Werte die Korrektur angebracht, die der Abweichung der damaligen normalen Temperaturskala des Thermometers 101 (T_{101}) gegen die jetzt gültige internationale Temperaturskala (T_H) Rechnung trägt. Es ist nämlich

$$T_{101} - T_H]_{\text{für } 15^\circ} = +0,096^{(1)},$$

also die Länge L der messingenen Hauptnormale

$$L_{15^\circ}]_{101} = L_{14,904^\circ}]_H$$

und demnach

$$L_{15^\circ}]_H = L_{15^\circ}]_{101} + \varepsilon_{15} \cdot 0,096,$$

wo ε_{15} den mittleren Ausdehnungskoeffizienten bei 15° bedeutet.

Bei dieser Gelegenheit sei gleich bemerkt, daß, auf die Skale von 101 bezogen, die linearen Ausdehnungskoeffizienten der neuen Gleichungen sich um 0,14 verringern, die Koeffizienten des quadratischen Gliedes um 0,001 vergrößern würden; das müßte bei einer Vergleichung der alten Ausdehnungskoeffizienten mit den jetzigen mit in Rechnung gezogen werden; doch ist eine solche Vergleichung bei der Unsicherheit der alten Messungen namentlich hinsichtlich der Temperaturbestimmung und bei der mangelhaften Kenntnis von Ausdehnung und Länge der benutzten Normale — es handelt sich da um relative Bestimmungen, während man die jetzigen Messungen, bei denen im wesentlichen nur die Temperatur der untersuchten Maßstäbe variiert wurde, als absolute bezeichnen kann — sowie auch mit Rücksicht darauf, daß die alten Beobachtungen zum Teil nur einen geringen Temperaturbereich umfassen, wenig erfolgversprechend.

Unter III stehen die jetzt vor der Reinigung der Maßstäbe bei 15° erhaltenen Werte.

Unter IV sind dann die aus der ursprünglichen quadratischen Gleichung berechneten Werte aufgenommen, die, wie oben bereits ausgeführt, mit denen unter III zusammen für die definitiven Gleichungen Verwendung gefunden haben. Eine Vergleichung der Differenzreihen III — II und III — IV zeigt, daß von einer etwa zu vermutenden gleichmäßigen Änderung sämtlicher Maßstäbe nicht gesprochen werden kann.

Maßstab	Fehler bei 15° C				III—II	III—IV
	I	II	III	IV		
1	256 μ	257,8 μ	258,8 μ	257,3 μ	+ 1,0 μ	+ 1,5 μ
2	259	260,8	260,8	261,1	0	— 0,3
4	255	256,8	258,7	258,5	+ 1,9	+ 0,2
5	257	258,8	258,4	259,1	— 0,4	— 0,7
6	259	260,8		260,2		
7	258	259,8	261,4	261,1	+ 1,6	+ 0,3
8	261	262,8	262,7	264,9	— 0,1	— 2,2
9	248	249,8	252,2	250,9	+ 2,4	+ 1,3
10	259	260,8	258,3	258,3	— 2,5	0

¹⁾ Vgl. Wiss. Abh. I 44, 1895.

Maßstab	Fehler bei 15° C				III—II	III—IV
	I	II	III	IV		
11	261	262,8	259,2	260,0	—3,6	—0,8
12	247	248,8	248,1	247,9	—0,7	+0,2
13	254	255,8	255,0	255,8	—0,8	—0,8
14	256	257,8	256,2	256,9	—1,6	—0,7
14*	268	269,8	273,6	272,6	+3,8	+1,0
15	252	253,8	255,4	255,1	+1,6	+0,3
16	257	258,8	256,3	257,0	—2,5	—0,7
17	261	262,8	261,9	262,9	—0,9	—1,0
18	258	259,8	259,1	259,2	—0,7	—0,1
19	256	257,8	256,0	256,9	—1,8	—0,9
20	255	256,8	256,7	256,7	—0,1	0
21	253	254,8	254,1	255,1	—0,7	—1,0
22	255	256,8	255,8	254,7	—1,0	+1,1
30	279	280,8	282,2	281,9	+1,4	+0,3
693	259	260,8	259,6	261,1	—1,2	—1,5
87	282	283,8		281		

2. Vergleichung mit anderen Bestimmungen der Messingausdehnung.

Durch das Vorstehende erscheint festgestellt, daß die Längen messingener Meterstäbe sich zwischen 0° und 30° C. mit für Bestimmungen bis auf $\pm 1 \mu$ hinreichender Genauigkeit durch eine Gleichung darstellen lassen, deren quadratisches Glied den Koeffizienten 0,01 hat. Diese Größe ist dabei nur als Abrundungszahl zu betrachten. Sie ließe sich mit den vorhandenen Hilfsmitteln durch ad hoc angestellte systematische Beobachtungen an Maßstäben von geeigneterer Form und besseren Strichen unter Berücksichtigung einiger jetzt vernachlässigter weil geringfügiger Korrekturen wohl noch etwas genauer ermitteln.

Der Wert 0,01 ist nicht unerheblich größer als die besten in der Literatur vorliegenden Werte von Benoit¹⁾, der für 5 Messingsorten folgende Werte erhielt:

1. 17,939 + 0,00456 *t*
2. 18,453 + 0,00519 *t*
3. 18,839 + 0,00533 *t*
4. 18,759 + 0,00555 *t*
5. 18,377 + 0,00584 *t*

Die zweite dieser Proben hatte übrigens nahezu dieselbe Zusammensetzung wie unser Hauptnormal 6, nämlich:

Cu 63,41 %
Zn 33,71 %
Pb 2,02 %
Sn 0,22 %
Fe 0,38 %

Wenn man wohl bei einer Vergleichung der für die Messingausdehnung gewonnenen Werte von den älteren Bestimmungen von Fizeau²⁾, der für ein Messing von ca. 72% Cu und 28% Zn in seinem Dilatometer

$$18,59 + 0,0098 t$$

¹⁾ Trav. Mem. 6 190, 1888.

²⁾ C. R. 68, S. 1125, Pogg. Ann. 138 26, 1869.

fand, und von Matthiessen¹⁾, der durch Wasserwägung die Ausdehnung eines 71% Cu und 29% Zn enthaltenden Messings zu

$$17,20 + 0,0186 t$$

bestimmte, absehen muß, so sind doch auch in der neueren Literatur noch größere Werte angegeben, wie z. B. von Voigt²⁾

$$17,44 + 0,020 t$$

für die Konstante seines Apparates, eine Messingschiene, und Dittenberger³⁾

$$17,476 + 0,008767 t,$$

für Messing von 0° bis 375° gültig.

Auch das Bureau Intern.⁴⁾ hat z. B. an einem Maßstab, von dem die oben angeführte Probe 2 stammt, den von dem dort gefundenen erheblich abweichenden Wert

$$18,352 + 0,0095 t$$

ermittelt, allerdings nur in dem engen Temperaturintervall von 1,3° bis 25°.

Ebenso sind von der N. E. K. verschiedenartige Werte für das quadratische Glied erhalten worden, z. B. 1892 für das bis dahin als wichtiges Normal benutzte Meter 1605⁵⁾

$$18,71 + 0,0425 t$$

und für das an die Physikalisch-Technische Reichsanstalt abgegebene Hauptnormal 3 im Jahre 1895 die Werte

$$18,388 + 0,0101 t$$

und

$$18,177 + 0,0155 t.$$

Diese letzteren Resultate sind allerdings sämtlich das Ergebnis relativer Vergleichen und daher mit den Unsicherheiten der Koeffizienten der mit den Stäben gleichzeitig ausgedehnten Normale behaftet.

Es ist oben bereits darauf hingewiesen, daß die Benoitsche Ausdehnung der Materialprobe 2 von der des zugehörigen Maßstabes erheblich abweicht; und wenn auch die Bestimmungen nach der Fizeauschen Methode einen weit höheren Grad der Messungsgenauigkeit zu besitzen scheinen, so wird es zunächst für Maßstäbe doch vorzuziehen sein, den direkt ermittelten Wert zu benutzen, da dieser die Längen, die der Maßstab bei verschiedenen Temperaturen hat, doch immerhin besser darstellen wird. Es ist dabei zu bedenken, daß die weit erheblichere Temperatursteigerung, der die Proben im Fizeauschen Apparat unterworfen worden sind, in bedeutend stärkerem Maße eine Kontraktion der Proben herbeigeführt hat, wie das bei geringerer Temperaturerhöhung der Fall ist. Der Verlauf der Benoitschen

¹⁾ Pogg. Ann. **130** 50, 1867.

²⁾ Wied. Ann. **49** 701, 1893.

³⁾ ZS. V. d. Ing. **46** 1532, 1902.

⁴⁾ Procès verb. d. Com. Int. p. 128, 1885.

⁵⁾ Wiss. Abh. **1** 103, 1895.

Zahlen, die eine Gesamtkontraktion (auf das Meter umgerechnet) von 2 bis 4μ bei 2 bis 4 maligem Temperaturhin- und -rückgang aufweisen, deutet darauf hin, und es wird nicht ohne weiteres statthaft sein, bei Temperaturerhöhungen bis ca. 85°C . und Abkühlungen bis gegen 0° den Verlauf dieser Kontraktion einfach der Zeit proportional anzusetzen. Bei den vorliegenden Versuchen, die allerdings auch nur bis ca. 30°C . gingen, welche Temperatur für Maßstäbe im Gebrauch ja wohl auch im allgemeinen die obere Grenze bilden wird, ist die für 8 Maßstäbe bestimmte mittlere Verkürzung nur $0,5 \mu$ und daher wohl von weit geringerem Einfluß auf die Koeffizienten.

EXPERIMENTELLE BESTIMMUNG
DER
OBERFLÄCHENSPANNUNG
VON
ALKOHOL-WASSERMISCHUNGEN

NACH DER KAPILLARWELLENMETHODE

VON

PROF. DR. LEO GRUNMACH

1. Einleitung.

Die im folgenden mitgeteilten Bestimmungen der Oberflächenspannung von Alkohol-Wassermischungen sind eine Fortsetzung der vom Verfasser nach der Kapillarwellenmethode ausgeführten Kapillaritätsuntersuchungen, die im III. und im VII. Heft der Wissenschaftlichen Abhandlungen der Kaiserlichen Normal-Eichungskommission veröffentlicht sind¹⁾. Sie bilden nur einen Teil der umfangreichen experimentellen und theoretischen Kapillaritätsuntersuchungen, die durch die Fundamentalversuche zur Feststellung der aräometrischen Prototype und Normale bei der Behörde für die verschiedensten Gruppen von Flüssigkeiten veranlaßt worden sind, um bei den Dichteermittelungen die von den Kapillaritätserscheinungen herrührenden Unsicherheiten in den Angaben der Aräometerskalen zu beseitigen und die Umrechnung ihrer Angaben für Flüssigkeiten gleicher Dichte, aber verschiedener Oberflächenspannung in exakter und sicherer Weise zu ermöglichen.

Ausgedehnte Kapillaritätsuntersuchungen an Alkohol-Wassermischungen sind insbesondere schon vor langer Zeit an der Normal-Eichungskommission ausgeführt worden; ihre Ergebnisse sind in den Metronomischen Beiträgen Nr. 6²⁾ veröffentlicht und haben ihre praktische Verwertung bei der Feststellung der alkoholometrischen Urnormale gefunden. Sie sind ausschließlich nach der Steighöhenmethode ausgeführt worden. Nun scheint, wie bekannt, der Wert, den das Experiment für die Oberflächenspannung einer Flüssigkeit ergibt, nicht ganz unabhängig zu sein von der Messungsmethode, durch die er ermittelt ist. Die sichere Kenntnis der Kapillarkonstanten der Alkohol-Wassermischungen ist aber nicht nur für die praktische Alkoholometrie von großem Interesse, sondern hat auch erhöhte Bedeutung gewonnen für die wissenschaftliche Erforschung gewisser Fragen der Molekularphysik; deshalb erschien es wünschenswert, die Bestimmung der Oberflächenspannung von Alkohol-Wassermischungen verschiedener Konzentration neben der Anwendung anderer Messungsmethoden auch nach der Kapillarwellenmethode auszuführen.

¹⁾ L. Grunmach, *Wissenschaftl. Abhandl. d. Kaiserl. Normal-Eichungskommission* III, S. 101—198, Berlin 1902. Vgl. ferner: L. Grunmach, *Annal. d. Phys.* (4), 9, 1263, 1202; *Verhandl. d. Deutschen Physik. Gesellsch.* 4, 279, 1902.

L. Grunmach, *Wissenschaftl. Abhandl. d. Kaiserl. Normal-Eichungskommission* VII, S. 43—130, Berlin 1908. Vgl. ferner: L. Grunmach, *Annal. d. Phys.* (4), 28, 217, 1909.

²⁾ B. Weinstein, *Metronomische Beiträge* Nr. 6. Berlin 1889.

2. Die untersuchten Flüssigkeiten und die Beobachtungsmethode.

Der Untersuchung unterworfen wurden, abgesehen von destilliertem Wasser und von absolutem Alkohol, deren Oberflächenspannung schon früher vom Verfasser¹⁾ in mehreren Versuchsreihen bestimmt worden war, 9 Alkohol-Wassermischungen verschiedener, von 90 bis zu 10 Prozent um je 10 Gewichtsprocente an Alkoholgehalt fortschreitender Konzentration, die in großen Mengen aus reinstem mehrfach destilliertem Wasser und aus absolutem Alkohol (von C. A. F. Kahlbaum) hergestellt worden waren. Ihre Dichte wurde vor und nach Ausführung der Messungen ihrer Oberflächenspannung aräometrisch bestimmt. Die Meßmethode, Apparatur und Versuchsanordnung waren dieselben wie bei den früher vom Verfasser²⁾ ausgeführten und in den Wissenschaftlichen Abhandlungen III und VII mitgeteilten Untersuchungen. Als erregende Stimmgabel diente die mit P. T. R. II. 38 bezeichnete, deren Schwingungszahl durch die Gleichung gegeben ist:

$$n_t = 253,13 - 0,025(t - 19^\circ,1)^3 .$$

Für jede der 9 untersuchten Alkohol-Wassermischungen wurden je 5 unabhängige Beobachtungsreihen ausgeführt, deren jede wieder aus mindestens 10 gut untereinander übereinstimmenden Einzelbeobachtungen bestand. Die Messungen der Längen der Kapillarwellen erfolgten, wie früher, bei beständig sich erneuernder Flüssigkeitsoberfläche stets in der Achse des Hyperbelsystems und symmetrisch zur Mittellinie.

Zur Erläuterung der im folgenden ausführlich mitgeteilten Beobachtungen ist noch zu bemerken: Die am Anfang jeder Messungsreihe mitgeteilten Werte der Spitzenentfernung der Stimmgabel in Mikrometerteile sind die Mittelwerte der Messungen, welche vor und nach den Messungen der Wellenlängen λ ausgeführt wurden. Diese Spitzenentfernung war andererseits mit dem Horizontalkomparator gemessen und gleich 2,035 cm gefunden worden. Die mittlere Temperatur t ist der korrigierte Mittelwert aus mehreren während jeder Beobachtungsreihe an einem in $0,1^\circ$ C. geteilten Quecksilberthermometer gemachten Ablesungen. σ_t ist die aräometrisch bestimmte Dichte der untersuchten Flüssigkeitsmischung bei der Beobachtungstemperatur t , bezogen auf die Dichte von Wasser bei $+4^\circ$ C. als Einheit. $\frac{\lambda^2 \sigma}{4 \pi^2}$ ist das von der Schwere herrührende Korrektionsglied der zur Berechnung der Oberflächenspannung α in Gramm/Zentimeter dienenden allgemeinen Gleichung

$$\alpha = \frac{1}{2 \pi g} n^2 \lambda^3 \sigma - \frac{\lambda^2 \sigma}{4 \pi^2} ,$$

¹⁾ L. Grunmach, l. c. III, S. 147 u. ff.

²⁾ L. Grunmach, l. c. III, S. 111 u. ff.

³⁾ In Heft III der Wissenschaftlichen Abhandlungen ist auf S. 112 als Temperaturkoeffizient der Schwingungszahl infolge eines Druckfehlers 0,0025 anstatt 0,025 angegeben.

in der für die Erdbeschleunigung g der Wert $981,28 \text{ cm/sec}^2$ angenommen ist, und n , λ , σ die vorhin angegebene Bedeutung haben.

Es folgt nunmehr die Mitteilung der Beobachtungen und der Berechnung.

3. Die eigentlichen Beobachtungen und deren Berechnung.

I. Alkohol-Wassermischung von 89,8 Gewichtsprozenten.

1. Beobachtungsreihe. Spitzenentfernung = $1526,6 \text{ p}$ (Mikrometerpartes) = $2,035 \text{ cm}$.

	$8 \text{ Intervalle} = 8 \cdot \frac{\lambda}{2} = 412,3 \text{ p}$
	410,1
Mittlere Temper. $t = 18,58^\circ \text{ C}$.	411,8
Dichte d. Alkohol-Wassermisch. $\sigma_t = 0,8198$	410,5
Schwingungszahl $n_t = 253,14$	411,8
Schwere-Korrektion $\frac{\lambda^2 \sigma_t}{4 \pi^2} = 0,0004$	412,0
	414,4
	414,6
	413,8
	409,2
	<hr/>
Mittel = $412,05 \text{ p}$.	

Bemerkung: Die Mischung war einige Tage vorher von Herrn Dr. Fischer aus chemisch reinem absoluten Alkohol und reinem destillierten Wasser hergestellt worden und wurde in die sorgfältigst gereinigte und mit absolutem Alkohol ausgespülte Woolfsche Flasche hineingegossen. Aus dieser wurde sie mittels des Preßluftballs durch den Doppeltrichterapparat, der vorher absoluten Alkohol enthielt, längere Zeit hindurchgepreßt und blieb in dem Apparat bis zum Tage der Beobachtung, vor Staub geschützt, stehen. Vor den Messungen floß die Mischung wieder längere Zeit durch den ganzen Doppeltrichterapparat. Das Durchströmen findet während der ganzen Beobachtungsreihe statt und wird nur für die Einstellungen auf ganz kurze Zeit unterbrochen.

$$\alpha = 0,0217 \text{ g/cm.}$$

2. Beobachtungsreihe. Spitzenentfernung = $1562,1 \text{ p}$.

	$8 \text{ Intervalle} = 8 \cdot \frac{\lambda}{2} = 418,8 \text{ p}$
	420,9
Mittlere Temper. $t = 17,83^\circ \text{ C}$.	420,7
Dichte d. Alkohol-Wassermisch. $\sigma_t = 0,8205$	419,6
Schwingungszahl $n_t = 253,16$	423,2
Schwere-Korrektion $\frac{\lambda^2 \sigma_t}{4 \pi^2} = 0,0004$	420,4
	419,7
	421,0
	419,4
	422,3
	418,5
	418,9
	<hr/>
Mittel = $420,03 \text{ p}$.	

Bemerkung: Die Mischung war im Apparat geblieben und wurde vor Beginn der Messungen wieder längere Zeit durch den ganzen Doppeltrichterapparat geleitet. Nur während der Einstellungen wird das Durchströmen unterbrochen, sonst finden die Beobachtungen bei beständig sich erneuernder Oberfläche statt. Dies gilt auch für die folgenden Messungsreihen.

$$\alpha = 0,0214 \text{ g/cm.}$$

Alkohol-Wassermischung von 89,6 Gewichtsprozenten.

3. Beobachtungsreihe.

Spitzenentfernung = 1573,8 p.

8 Intervalle = $8 \cdot \frac{\lambda}{2} =$	422,8 p
	420,5
Mittlere Temper. $t = 18,18^\circ \text{C}$.	419,1
Dichte d. Alkohol-Wassermisch. $\sigma_t = 0,8205$	421,6
Schwingungszahl $n_t = 253,15$	421,4
Schwere Korrektion $\frac{\lambda^2 \sigma_t}{4 \pi^2} = 0,0004$	421,7
	422,8
	422,5
	422,3
	420,3

Bemerkung: Da die vorhandene Mischung für einige noch auszuführenden Beobachtungsreihen nicht mehr hinreichte, so wurde eine neue Mischung von nahezu derselben Konzentration hergestellt. Sie fiel zwar etwas schwächer aus, nämlich zu 89,6 Gewichtsprozenten, wurde aber doch zu dem in der Woolfschen Flasche noch befindlichen Rest der vorigen Mischung hinzugegossen und längere Zeit durch den Doppeltichterapparat hindurchgeleitet, bevor mit den Messungen begonnen ward.

Mittel = 421,50 p.

$$\alpha = 0,0212 \text{ g/cm.}$$

4. Beobachtungsreihe.

Spitzenentfernung = 1574,2 p.

8 Intervalle = $8 \cdot \frac{\lambda}{2} =$	424,2 p
	421,7
Mittlere Temper. $t = 19,08^\circ \text{C}$.	424,5
Dichte d. Alkohol-Wassermisch. $\sigma_t = 0,8197$	424,9
Schwingungszahl $n_t = 253,13$	423,6
Schwere-Korrektion $\frac{\lambda^2 \sigma_t}{4 \pi^2} = 0,0004$	426,7
	424,0
	425,2
	424,1
	423,3

Mittel = 424,22 p.

$$\alpha = 0,0216 \text{ g/cm.}$$

5. Beobachtungsreihe. Spitzenentfernung = 1592,63 p.

	8 Intervalle = $8 \cdot \frac{\lambda}{2} = 426,5$ p
	430,4
Mittlere Temper. $t = 18,83^\circ$ C.	426,5
Dichte d. Alkohol-Wassermisch. $\sigma_t = 0,8201$	428,9
Schwingungszahl $n_t = 253,14$	429,1
Schwere-Korrektion $\frac{\lambda^2 \sigma_t}{4 \pi^2} = 0,0004$	429,9
	429,1
	430,9
	428,8
	429,6
	431,0
	431,1
	432,3
	430,5
	431,0
	429,1
	429,6
	429,8
	427,0
	430,7
	430,9
	431,9
	432,2
	430,6
	431,3

Mittel = 429,9 p.

$\alpha = 0,0217$ g/cm.

II. Alkohol-Wassermischung von 80,1 Gewichtsprozenten.

1. Beobachtungsreihe. Spitzenentfernung = 1596,4 p.

	8 Intervalle = $8 \cdot \frac{\lambda}{2} = 438,4$ p
	437,6
Mittlere Temper. $t = 18,48^\circ$ C.	434,5
Dichte d. Alkohol-Wassermisch. $\sigma_t = 0,8445$	435,8
Schwingungszahl $n_t = 253,14$	435,2
Schwere-Korrektion $\frac{\lambda^2 \sigma_t}{4 \pi^2} = 0,0004$	440,0
	436,6
	439,4
	435,9
	435,6

Bemerkung: Die Flüssigkeit fließt beständig, auch während der Einstellungen, über. Dies gilt auch für die folgenden Messungsreihen.

Mittel = 436,90 p.

$\alpha = 0,0233$ g/cm.

2. Beobachtungsreihe. Spitzenentfernung = 1595,35 p.

	432,8 p
8 Intervalle = $8 \cdot \frac{\lambda}{2}$	433,3
Mittlere Temper. $t = 18,43^\circ \text{C}$.	438,0
Dichte d. Alkohol-Wassermisch. $\sigma_t = 0,8446$	434,0
Schwingungszahl $n_t = 253,15$	437,8
Schwere-Korrektion $\frac{\lambda^2 \sigma_t}{4\pi^2} = 0,0004$	439,4
	435,9
	436,0
	435,5
	<u>433,6</u>

Mittel = 435,63 p.

$\alpha = 0,0231 \text{ g/cm.}$

3. Beobachtungsreihe. Spitzenentfernung = 1592,7 p.

	437,9 p
8 Intervalle = $8 \cdot \frac{\lambda}{2}$	436,9
Mittlere Temper. $t = 19,27^\circ \text{C}$.	438,3
Dichte d. Alkohol-Wassermisch. $\sigma_t = 0,8438$	437,2
Schwingungszahl $n_t = 253,13$	438,8
Schwere-Korrektion $\frac{\lambda^2 \sigma_t}{4\pi^2} = 0,0004$	438,8
	439,1
	439,0
	436,3
	437,5
	439,0
	442,9
	435,8
	<u>434,0</u>

Bemerkung: Die meteorologischen Verhältnisse im Beobachtungsraum waren recht ungünstige.

Beim Anschlagen der Stimmgabel mittels des Gummihammers berührte dieser die Flüssigkeitsoberfläche.

Mittel = 437,90 p.

$\alpha = 0,0236 \text{ g/cm.}$

4. Beobachtungsreihe. Spitzenentfernung = 1592,2 p.

	432,0 p
8 Intervalle = $8 \cdot \frac{\lambda}{2}$	434,5
Mittlere Temper. $t = 17,83^\circ \text{C}$.	435,2
Dichte d. Alkohol-Wassermisch. $\sigma_t = 0,8451$	436,6
Schwingungszahl $n_t = 253,16$	437,5
Schwere Korrektion $\frac{\lambda^2 \sigma_t}{4\pi^2} = 0,0004$	434,4
	437,2
	436,3
	440,4
	<u>436,1</u>

Mittel = 436,02 p.

$\alpha = 0,0233 \text{ g/cm.}$

5. Beobachtungsreihe.

Spitzenentfernung = 1589,6 p.

8 Intervalle = $8 \cdot \frac{\lambda}{2} =$	437,0 p
	438,7
Mittlere Temper. $t = 18,38$ C.	439,5
Dichte d. Alkohol-Wassermisch. $\sigma_t = 0,8446$	434,6
Schwingungszahl $n_t = 253,15$	434,0
Schwere-Korrektion $\frac{\lambda^2 \sigma_t}{4\pi^2} = 0,0004$	441,1
	438,9
	436,0
	434,5
	441,9

Bemerkung: Die Flüssigkeit fließt nicht mehr beständig über, sondern nur kurz vor der Beobachtung und Einstellung, weil sonst nicht die genügende Menge Flüssigkeit für die ganze Messungsreihe geblieben wäre.

Mittel = 437,62 p.

 $\alpha = 0,0237$ g/cm.

III. Alkohol-Wassermischung von 69,9 Gewichtsprozenten.

1. Beobachtungsreihe.

Spitzenentfernung = 1593,9 p = 2,035 cm.

8 Intervalle = $8 \cdot \frac{\lambda}{2} =$	435,5 p
	432,6
Mittlere Temper. $t = 17,43$ ° C.	435,9
Dichte d. Alkohol-Wassermisch. $\sigma_t = 0,8701$	436,2
Schwingungszahl $n_t = 253,17$	438,0
Schwere-Korrektion $\frac{\lambda^2 \sigma_t}{4\pi^2} = 0,0004$	433,4
	438,0
	435,2
	436,1
	435,3

Bemerkung: Die neue Alkohol-Wassermischung wird, nachdem vorher der ganze Doppeltrichterapparat sorgfältigst mit ihr ausgespült worden war, wieder längere Zeit durch ihn hindurchgetrieben, bevor mit den eigentlichen Messungen begonnen wird. Die Flüssigkeit fließt beständig, auch während der Messungen, in schwachem Strome über. Dies gilt auch für die folgenden Messungen.

Mittel = 435,62 p.

 $\alpha = 0,0239$ g/cm.

2. Beobachtungsreihe.

Spitzenentfernung = 1590,8 p.

8 Intervalle = $8 \cdot \frac{\lambda}{2} =$	439,3 p
	435,0
Mittlere Temper. $t = 17,38$ ° C.	440,0
Dichte d. Alkohol-Wassermisch. $\sigma_t = 0,8701$	435,1
Schwingungszahl $n_t = 253,17$	433,3
Schwere-Korrektion $\frac{\lambda^2 \sigma_t}{4\pi^2} = 0,0004$	434,1
	436,3
	434,4
	434,2
	437,1

Mittel = 435,88 p.

 $\alpha = 0,0241$ g/cm.

3. Beobachtungsreihe. Spitzenentfernung = 1584,5 p.

8 Intervalle = $8 \cdot \frac{\lambda}{2} = 431,1$ p	431,1
	433,6
Mittlere Temper. $t = 18,93^\circ \text{C}$.	437,7
Dichte d. Alkohol-Wassermisch. $\sigma_t = 0,8688$	437,5
Schwingungszahl $n_t = 253,14$	438,1
Schwere-Korrektion $\frac{\lambda^2 \sigma_t}{4 \pi^2} = 0,0004$	434,2
	436,2
	432,4
	433,5
	438,8
Mittel = 435,31 p.	

$$\alpha = 0,0242 \text{ g/cm.}$$

4. Beobachtungsreihe. Spitzenentfernung = 1577,9 p.

8 Intervalle = $8 \cdot \frac{\lambda}{2} = 430,0$ p	430,0
	432,3
Mittlere Temper. $t = 19,18^\circ \text{C}$.	437,3
Dichte d. Alkohol-Wassermisch. $\sigma_t = 0,8683$	431,2
Schwingungszahl $n_t = 253,13$	434,5
Schwere-Korrektion $\frac{\lambda^2 \sigma_t}{4 \pi^2} = 0,0004$	433,2
	437,6
	438,2
	435,0
	433,9
Mittel = 434,32 p.	

Bemerkung: Die Flüssigkeit fließt beständig über, nur während der Einstellung auf die Kurven wird der den Zufluß regulierende Hahn geschlossen.

$$\alpha = 0,0243 \text{ g/cm.}$$

5. Beobachtungsreihe. Spitzenentfernung = 1601,1 p.

8 Intervalle = $8 \cdot \frac{\lambda}{2} = 431,1$ p	431,1
	437,0
Mittlere Temper. $t = 18,98^\circ \text{C}$.	432,8
Dichte d. Alkohol-Wassermisch. $\sigma_t = 0,8687$	437,1
Schwingungszahl $n_t = 253,13$	437,6
Schwere-Korrektion $\frac{\lambda^2 \sigma_t}{4 \pi^2} = 0,0004$	440,5
	438,2
	435,7
	437,7
	434,7
Mittel = 436,24 p.	

Bemerkung: Die Fernrohreinstellung war geändert worden. Nach Beendigung dieser Messungsreihen wurden Prozentgehalt und Dichte der Mischung von neuem bestimmt und gefunden 69,6 Gewichtsprocente an Alkohol und $\sigma_{15,15} = 0,8736$, während beim Beginn der Messungsreihen der Prozentgehalt an Alkohol zu 69,9 und die Dichte zu 0,8729 bestimmt worden war. Während der Dauer der 5 Messungsreihen (22 Tage) hatte die Dichte der Mischung (infolge von Verdunstung des Alkohols) um 7 Einheiten der 4. Dezimale zugenommen.

$$\alpha = 0,0236 \text{ g/cm.}$$

IV. Alkohol-Wassermischung von 59,8 Gewichtsprozenten.

1. Beobachtungsreihe.

Spitzenentfernung = 1915,0 p.

8 Intervalle = $8 \cdot \frac{\lambda}{2} = 532,6$ p	532,6	Bemerkung: Behufs Messung der Spitzenentfernung mittels des Komparators war die Stimmgabel nach dem Schluß der vorhergehenden Messungsreihe aus dem Stativ genommen und hernach wieder in demselben befestigt worden. Neue Aufstellung und Einstellung des Fernrohrs. Füllung mit neuer Mischung vom Prozentgehalt 59,8 und der Dichte $\sigma_{15/15} = 0,8965$.
	532,0	
Mittlere Temper. $t = 19,23^\circ \text{C}$.	530,5	
Dichte d. Alkohol-Wassermisch. $\sigma_t = 0,8923$	529,9	
Schwingungszahl $n_t = 253,13$	534,0	
Schwere-Korrektion $\frac{\lambda^2 \sigma_t}{4\pi^2} = 0,0005$	529,6	
	535,6	
	529,7	
	532,3	
	529,1	

Mittel = 531,53 p.

 $\alpha = 0,0257 \text{ g/cm.}$

2. Beobachtungsreihe.

Spitzenentfernung = 1915,6 p.

8 Intervalle = $8 \cdot \frac{\lambda}{2} = 534,2$ p	534,2
	531,7
Mittlere Temper. $t = 19,88^\circ \text{C}$.	533,7
Dichte d. Alkohol-Wassermisch. $\sigma_t = 0,8917$	529,4
Schwingungszahl $n_t = 253,11$	529,6
Schwere-Korrektion $\frac{\lambda^2 \sigma_t}{4\pi^2} = 0,0004$	529,0
	533,4
	530,2
	528,2
	530,2

Mittel = 530,96 p.

 $\alpha = 0,0255 \text{ g/cm.}$

3. Beobachtungsreihe.

Spitzenentfernung = 1914,7 p.

8 Intervalle = $8 \cdot \frac{\lambda}{2} = 530,2$ p	530,2	Bemerkung: Nur unmittelbar vor den einzelnen Einstellungen wird der den Zufluß regulierende Hahn geschlossen, sonst fließt die Flüssigkeit beständig über.
	529,6	
Mittlere Temper. $t = 19,48^\circ \text{C}$.	529,1	
Dichte d. Alkohol-Wassermisch. $\sigma_t = 0,8920$	528,0	
Schwingungszahl $n_t = 253,12$	532,7	
Schwere-Korrektion $\frac{\lambda^2 \sigma_t}{4\pi^2} = 0,0004$	532,0	
	533,6	
	534,4	
	530,7	
	529,1	

Mittel = 530,94 p.

 $\alpha = 0,0256 \text{ g/cm.}$

4. Beobachtungsreihe. Spitzenentfernung = 1916,8 p.

8 Intervalle = $8 \cdot \frac{\lambda}{2} =$	527,7 p	Bemerkung: Flüssigkeit fließt beständig, auch während der Einstellungen, über.
	527,1	
Mittlere Temper. $t = 19,48^\circ \text{C}$.	531,9	
Dichte d. Alkohol-Wassermisch. $\sigma_t = 0,8920$	528,9	
Schwingungszahl $n_t = 253,12$	533,3	
Schwere-Korrektion $\frac{\lambda^2 \sigma_t}{4 \pi^2} = 0,0004$	528,5	
	527,9	
	528,1	
	529,0	
	529,3	
Mittel =	529,17 p.	
	$\alpha = 0,0252 \text{ g/cm.}$	

5. Beobachtungsreihe. Spitzenentfernung = 1914,1 p.

8 Intervalle = $8 \cdot \frac{\lambda}{2} =$	531,1 p	Bemerkung: Am Schluß der Messungsreihen ergab die Untersuchung der Alkohol-Wassermischung, nachdem einige Tropfen Wasser versehentlich hineingeflossen waren, einen Prozentgehalt an Alkohol von 59,5 und die Dichte $\sigma_{15,15} = 0,8972$, während vor Beginn der Messungsreihen Prozentgehalt und Dichte zu 59,8 und 0,8965 bestimmt worden waren. Die Dichte der Mischung hatte in 40 Tagen durch Verdunsten des Alkohols um 7 Einheiten der 4. Dezimale zugenommen.
	530,6	
Mittlere Temper. $t = 19,28^\circ \text{C}$.	530,3	
Dichte d. Alkohol-Wassermisch. $\sigma_t = 0,8922$	533,1	
Schwingungszahl $n_t = 253,12$	533,6	
Schwere-Korrektion $\frac{\lambda^2 \sigma_t}{4 \pi^2} = 0,0004$	535,6	
	526,3	
	525,4	
	530,1	
	532,1	
Mittel =	530,82 p.	
	$\alpha = 0,0256 \text{ g/cm.}$	

V. Alkohol-Wassermischung von 50,0 Gewichtsprozenten.

1. Beobachtungsreihe. Spitzenentfernung = 1914,7 p.

8 Intervalle = $8 \cdot \frac{\lambda}{2} =$	532,6 p	Bemerkung: Neue Füllung mit neuer Mischung vom Prozentgehalt 50,0 an Alkohol und der Dichte $\sigma_{15,15} = 0,9186$. Nur während der einzelnen Einstellungen wird der den Zufuß regulierende Hahn abgeschlossen, sonst findet beständig Überfließen der Mischung statt.
	535,3	
Mittlere Temper. $t = 19,48^\circ \text{C}$.	531,1	
Dichte d. Alkohol-Wassermisch. $\sigma_t = 0,9143$	531,9	
Schwingungszahl $n_t = 253,12$	535,9	
Schwere-Korrektion $\frac{\lambda^2 \sigma_t}{4 \pi^2} = 0,0005$	533,0	
	531,1	
	529,8	
	529,6	
	532,4	
Mittel =	532,27 p.	
	$\alpha = 0,0264 \text{ g/cm.}$	

2. Beobachtungsreihe. Spitzenentfernung = 1914,5 p.

8 Intervalle = $8 \cdot \frac{\lambda}{2} =$	536,1 p
	533,6
Mittlere Temper. $t = 18,98^\circ \text{C}.$	530,6
Dichte d. Alkohol-Wassermisch. $\sigma_t = 0,9147$	533,4
Schwingungszahl $n_t = 253,13$	532,1
Schwere-Korrektion $\frac{\lambda^2 \sigma_t}{4\pi^2} = 0,0005$	532,6
	529,2
	529,2
	531,7
	<u>533,3</u>
Mittel =	532,18 p.

$$\alpha = 0,0264 \text{ g/cm.}$$

3. Beobachtungsreihe. Spitzenentfernung = 1914,5 p.

8 Intervalle = $8 \cdot \frac{\lambda}{2} =$	530,1 p
	528,9
Mittlere Temper. $t = 18,78^\circ \text{C}.$	528,4
Dichte d. Alkohol-Wassermisch. $\sigma_t = 0,9148$	532,3
Schwingungszahl $n_t = 253,14$	532,9
Schwere-Korrektion $\frac{\lambda^2 \sigma_t}{4\pi^2} = 0,0005$	535,6
	534,7
	532,8
	528,8
	<u>534,2</u>
Mittel =	531,87 p.

$$\alpha = 0,0264 \text{ g/cm.}$$

4. Beobachtungsreihe. Spitzenentfernung = 1913,4 p.

8 Intervalle = $8 \cdot \frac{\lambda}{2} =$	531,8 p
	529,3
Mittlere Temper. $t = 18,78^\circ \text{C}.$	533,3
Dichte d. Alkohol-Wassermisch. $\sigma_t = 0,9148$	534,4
Schwingungszahl $n_t = 253,14$	528,0
Schwere-Korrektion $\frac{\lambda^2 \sigma_t}{4\pi^2} = 0,0005$	534,0
	529,8
	533,0
	527,6
	528,8
	530,8
	<u>530,7</u>
Mittel =	530,96 p.

$$\alpha = 0,0263 \text{ g/cm.}$$

5. Beobachtungsreihe. Spitzenentfernung = 1914,2 p.

	528,1 p
8 Intervalle = $8 \cdot \frac{\lambda}{2}$	533,4
Mittlere Temper. $t = 19,08^\circ \text{C}$.	531,8
Dichte d. Alkohol-Wassermisch. $\sigma_t = 0,9146$	529,7
Schwingungszahl $n_t = 253,13$	536,6
Schwere-Korrektion $\frac{\lambda^2 \sigma_t}{4 \pi^2} = 0,0005$	529,4
	528,5
	534,7
	527,0
	528,3
	529,4
	531,8
	530,3

Mittel = 530,69 p.

$\alpha = 0,0262 \text{ g/cm.}$

VI. Alkohol-Wassermischung von 39,81 Gewichtsprozenten.

1. Beobachtungsreihe. Spitzenentfernung = 1914,2 p.

	541,8 p
8 Intervalle = $8 \cdot \frac{\lambda}{2}$	537,7
Mittlere Temper. $t = 20,62^\circ \text{C}$.	543,2
Dichte d. Alkohol-Wassermisch. $\sigma_t = 0,9351$	540,4
Schwingungszahl $n_t = 253,09$	542,0
Schwere-Korrektion $\frac{\lambda^2 \sigma_t}{4 \pi^2} = 0,0005$	541,4
	540,9
	544,5
	541,0
	541,9

Mittel = 541,48 p.

$\alpha = 0,0285 \text{ g/cm.}$

2. Beobachtungsreihe. Spitzenentfernung = 1913,5 p.

	546,2 p
8 Intervalle = $8 \cdot \frac{\lambda}{2}$	542,1
Mittlere Temper. $t = 17,58^\circ \text{C}$.	541,7
Dichte d. Alkohol-Wassermisch. $\sigma_t = 0,9374$	545,5
Schwingungszahl $n_t = 253,17$	545,0
Schwere-Korrektion $\frac{\lambda^2 \sigma_t}{4 \pi^2} = 0,0005$	540,4
	546,9
	545,8
	547,8
	545,8
	541,7
	544,0
	541,5
	543,1
	548,6

Mittel = 544,44 p.

$\alpha = 0,0291 \text{ g/cm.}$

3. Beobachtungsreihe. Spitzenentfernung = 1913,45 p.

	$8 \text{ Intervalle} = 8 \cdot \frac{\lambda}{2} = 546,5 \text{ p}$
	540,7
Mittlere Temper. $t = 19,48^\circ \text{ C.}$	548,8
Dichte d. Alkohol-Wassermisch. $\sigma_t = 0,9360$	548,6
Schwingungszahl $n_t = 253,12$	540,6
Schwere-Korrektion $\frac{\lambda^2 \sigma_t}{4 \cdot \pi^2} = 0,0005$	548,0
	544,7
	540,0
	548,3
	543,7
	540,7
	542,7
	540,8
	545,8
	544,2
	546,0
	542,0
	543,0
	542,7

Mittel = 544,29 p.

$$\alpha = 0,0290 \text{ g/cm.}$$

4. Beobachtungsreihe. Spitzenentfernung = 1914,25 p.

	$8 \text{ Intervalle} = 8 \cdot \frac{\lambda}{2} = 542,6 \text{ p}$
	541,5
Mittlere Temper. $t = 17,38^\circ \text{ C.}$	540,7
Dichte d. Alkohol-Wassermisch. $\sigma_t = 0,9375$	540,0
Schwingungszahl $n_t = 253,17$	543,4
Schwere-Korrektion $\frac{\lambda^2 \sigma_t}{4 \cdot \pi^2} = 0,0005$	542,4
	545,7
	544,6
	544,8
	543,4
	543,4
	543,7
	542,9
	542,7
	545,0

Mittel = 543,12 p.

$$\alpha = 0,0288 \text{ g/cm.}$$

5. Beobachtungsreihe.

Spitzenentfernung = 1914,0 p.

8 Intervalle = $8 \cdot \frac{\lambda}{2} = 543,4$ p	543,4
	546,0
Mittlere Temper. $t = 19,58^\circ \text{C}$.	541,9
Dichte d. Alkohol-Wassermisch. $\sigma_t = 0,9359$	542,5
Schwingungszahl $n_t = 253,12$	544,1
Schwere-Korrektion $\frac{\lambda^2 \sigma_t}{4 \pi^2} = 0,0005$	543,2
	545,4
	541,1
	545,5
	<u>539,7</u>

Bemerkung: Die Alkohol - Wassermischung hatte am Schluß der Beobachtungsreihen die Dichte $\sigma_{15,15} = 0,9409$, während sie beim Beginn 0,9401 betrug; sie hatte während der Dauer der 5 Messungsreihen (18 Tage) um 8 Einheiten der 4. Dezimale zugenommen.

Mittel = 543,28 p.

$\alpha = 0,0288 \text{ g/cm.}$

VII. Alkohol-Wassermischung von 30,0 Gewichtsprozenten.

1. Beobachtungsreihe.

Spitzenentfernung = 1916,7 p.

8 Intervalle = $8 \cdot \frac{\lambda}{2} = 565,8$ p	565,8
	564,0
Mittlere Temper. $t = 18,98^\circ \text{C}$.	561,1
Dichte d. Alkohol-Wassermisch. $\sigma_t = 0,9544$	562,6
Schwingungszahl $n_t = 253,13$	563,4
Schwere-Korrektion $\frac{\lambda^2 \sigma_t}{4 \pi^2} = 0,0005$	564,4
	568,0
	566,2
	556,2
	563,0
	<u>563,0</u>

Bemerkung: Die Dichte der Mischung war kurz vor Beginn der Messungen zu $\sigma_{15,15} = 0,9577$ bestimmt worden.

Mittel = 563,43 p.

$\alpha = 0,0326 \text{ g/cm.}$

2. Beobachtungsreihe. Spitzenentfernung = 1913,7 p.

	8 Intervalle = $8 \cdot \frac{\lambda}{2} = 568,3$ p
Mittlere Temper. $t = 18,89^\circ$ C.	570,1
Dichte d. Alkohol-Wassermisch. $\sigma_t = 0,9545$	564,5
Schwingungszahl $n_t = 253,13$	561,7
Schwere-Korrektion $\frac{\lambda^2 \sigma_t}{4 \pi^2} = 0,0005$	564,9
	563,6
	566,7
	562,6
	561,4
	562,7
	561,7
	561,5
	562,7
	562,0
	561,0
	563,0
	562,0
	564,3
	563,3

Mittel = 563,58 p.

$$\alpha = 0,0328 \text{ g/cm.}$$

3. Beobachtungsreihe. Spitzenentfernung = 1919,4 p.

	8 Intervalle = $8 \cdot \frac{\lambda}{2} = 559,7$ p
Mittlere Temper. $t = 19,35^\circ$ C.	564,1
Dichte d. Alkohol-Wassermisch. $\sigma_t = 0,9542$	560,1
Schwingungszahl $n_t = 253,12$	567,4
Schwere-Korrektion $\frac{\lambda^2 \sigma_t}{4 \pi^2} = 0,0005$	561,1
	561,1
	563,5
	559,3
	561,0
	559,3
	560,3
	563,8
	560,5
	560,5
	563,4
	564,4
	564,6
	561,2
	561,2
	562,6
	562,6

Mittel = 561,99 p.

$$\alpha = 0,0322 \text{ g/cm.}$$

4. Beobachtungsreihe. Spitzenentfernung = 1917,4 p.

	8 Intervalle = $8 \cdot \frac{\lambda}{2} = 564,5$ p	
Mittlere Temper. $t = 20,18^\circ \text{C}$		563,7
Dichte d. Alkohol-Wassermisch. $\sigma_t = 0,9536$		560,6
Schwingungszahl $n_t = 253,10$		564,6
Schwere-Korrektion $\frac{\lambda^2 \sigma_t}{4 \pi^2} = 0,0005$		565,7
		564,2
		560,1
		564,2
		558,2
		560,7
		564,0
		562,0
		566,7
		563,7
		<hr/>
	Mittel = 563,07 p.	

$$\alpha = 0,0325 \text{ g/cm.}$$

5. Beobachtungsreihe. Spitzenentfernung = 1917,6 p.

	8 Intervalle = $8 \cdot \frac{\lambda}{2} = 566,8$ p	
Mittlere Temper. $t = 21,47^\circ \text{C}$.		564,4
Dichte d. Alkohol-Wassermisch. $\sigma_t = 0,9528$		568,4
Schwingungszahl $n_t = 253,07$		564,3
Schwere-Korrektion $\frac{\lambda^2 \sigma_t}{4 \pi^2} = 0,0005$		564,4
		566,0
		566,1
		565,7
		565,7
		561,9
		565,7
		566,7
		<hr/>
	Mittel = 565,51 p.	

Bemerkung: Während der ersten fünf Einstellungen strömte die Flüssigkeit beständig über, hernach nur kurz vor der jedesmaligen Einstellung. Die meteorologischen Verhältnisse im Beobachtungsraum waren während dieser Messungsreihe ungünstige.

Nach Abschluß dieser Messungsreihen zeigte die Alkohol-Wassermischung die Dichte $\sigma_{15/15} = 0,9584$ (und dementsprechend den Prozentgehalt 29,56), sie hatte in 16 Tagen um 7 Einheiten der 4. Dezimale zugenommen.

$$\alpha = 0,0329 \text{ g/cm.}$$

VIII. Alkohol-Wassermischung von 20,1 Gewichtsprozenten.

1. Beobachtungsreihe.

Spitzenentfernung = 1913,2 p.

8 Intervalle = $8 \cdot \frac{\lambda}{2} = 578,6$ p	Bemerkung: Die Dichte der Mischung war kurz vor Beginn der Messungen zu $\sigma_{15,15} = 0,9715$ bestimmt worden.
Mittlere Temper. $t = 20,67^\circ$ C.	582,9
Dichte d. Alkohol-Wassermisch. $\sigma_t = 0,9682$	583,6
Schwingungszahl $n_t = 253,09$	578,5
Schwere-Korrektion $\frac{\lambda^2 \sigma_t}{4 \pi^2} = 0,0006$	581,7
	581,4
	583,5
	582,8
	582,4
	579,0
	583,6
	582,6
	579,7
	583,0
	582,9
	582,6
	577,4
	581,6
	580,3
	583,4

Mittel = 581,57 p.

 $\alpha = 0,0366$ g/cm.

2. Beobachtungsreihe.

Spitzenentfernung = 1914,8 p.

8 Intervalle = $8 \cdot \frac{\lambda}{2} = 579,5$ p	586,7
Mittlere Temper. $t = 20,10^\circ$ C.	583,2
Dichte d. Alkohol-Wassermisch. $\sigma_t = 0,9685$	583,5
Schwingungszahl $n_t = 253,10$	584,7
Schwere-Korrektion $\frac{\lambda^2 \sigma_t}{4 \pi^2} = 0,0006$	582,7
	581,0
	583,0
	578,2
	582,7
	579,7
	580,8
	581,9
	579,5
	585,9
	583,2
	579,9
	581,2
	581,4
	583,4

Mittel = 582,10 p.

 $\alpha = 0,0366$ g/cm.

3. Beobachtungsreihe. Spitzenentfernung = 1914,8 p.

8 Intervalle = $8 \cdot \frac{\lambda}{2} = 590,8$ p	590,8
	590,5
Mittlere Temper. $t = 17,98^\circ$ C.	586,9
Dichte d. Alkohol-Wassermisch. $\sigma_t = 0,9695$	586,0
Schwingungszahl $n_t = 253,16$	587,8
Schwere-Korrektion $\frac{\lambda^2 \sigma_t}{4 \pi^2} = 0,0006$	582,7
	585,3
	584,7
	580,2
	588,3
	583,3
	584,3
	582,1
	581,7
	584,1
	<u>583,5</u>

Mittel = 585,13 p.

$\alpha = 0,0373$ g/cm.

4. Beobachtungsreihe. Spitzenentfernung = 1912,8 p.

8 Intervalle = $8 \cdot \frac{\lambda}{2} = 584,4$ p	584,4
	584,6
Mittlere Temper. $t = 18,68^\circ$ C.	588,0
Dichte d. Alkohol-Wassermisch. $\sigma_t = 0,9691$	583,6
Schwingungszahl $n_t = 253,14$	581,0
Schwere-Korrektion $\frac{\lambda^2 \sigma_t}{4 \pi^2} = 0,0006$	582,5
	581,1
	581,1
	583,2
	584,8
	584,5
	584,8
	584,8
	583,7
	581,7
	586,8
	586,3
	580,6
	583,0
	<u>583,2</u>

Mittel = 583,68 p.

$\alpha = 0,0371$ g/cm.

5. Beobachtungsreihe.

Spitzenentfernung = 1913,3 p.

	$8 \text{ Intervalle} = 8 \cdot \frac{\lambda}{2} = 583,0 \text{ p}$
	582,4
Mittlere Temper. $t = 18,53^\circ \text{ C.}$	580,0
Dichte d. Alkohol-Wassermisch. $\sigma_t = 0,9692$	582,1
Schwingungszahl $n_t = 253,14$	587,5
Schwere-Korrektion $\frac{\lambda^2 \sigma_t}{4 \pi^2} = 0,0006$	580,6
	581,5
	580,1
	582,4
	582,0

Bemerkung: Am Ende dieser Messungsreihen ergab sich für die Dichte der Alkohol-Wassermischung der Wert $\sigma_{15,15} = 0,9720$ (entsprechend einem Gehalt an Gewichtsprozenten Alkohol von 19,7); beim Beginn betrug sie 0,9715; sie hatte während der Dauer der 5 Messungsreihen (14 Tage) um 5 Einheiten der 4. Dezimale zugenommen.

Mittel = 582,16 p.

 $\alpha = 0,0368 \text{ g/cm.}$

IX. Alkohol-Wassermischung von 10,0 Gewichtsprozenten.

1. Beobachtungsreihe

Spitzenentfernung = 1916,6 p.

	$8 \text{ Intervalle} = 8 \cdot \frac{\lambda}{2} = 638,6 \text{ p}$
	636,7
Mittlere Temper. $t = 19,78^\circ \text{ C.}$	634,0
Dichte d. Alkohol-Wassermisch. $\sigma_t = 0,9820$	638,3
Schwingungszahl $n_t = 253,11$	635,4
Schwere-Korrektion $\frac{\lambda^2 \sigma_t}{4 \pi^2} = 0,0007$	632,3
	636,2
	632,2
	632,8
	630,6
	631,4
	633,6
	631,6
	629,9
	632,1
	634,4
	632,1
	631,9
	629,9
	629,4
	632,1
	631,6
	633,1
	628,1
	630,1
	631,1
	631,6
	631,2

Bemerkung: Die Dichte dieser Alkohol-Wassermischung war kurz vor Beginn der Messungsreihen zu $\sigma_{15,15} = 0,98391$ bestimmt worden. — Auch bei den folgenden Messungsreihen findet meistens beständiges Überfließen der Mischung in schwachem Strome während der Beobachtungen statt, nur manchmal wird das Überfließen auf ganz kurze Zeit während der Einstellung unterbrochen.

Mittel = 632,78 p.

 $\alpha = 0,0477 \text{ g/cm.}$

190 Experimentelle Bestimmung der Oberflächenspannung von Alkohol-Wassermischungen.

2. Beobachtungsreihe. Spitzenentfernung = 1916,5 p.

8 Intervalle = $8 \cdot \frac{\lambda}{2} = 630,1$ p	626,1
	630,7
Mittlere Temper. $t = 22,87^\circ$ C.	627,4
Dichte d. Alkohol-Wassermisch. $\sigma_t = 0,9812$	627,5
Schwingungszahl $n_t = 253,03$	627,1
Schwere-Korrektion $\frac{\lambda^2 \sigma_t}{4 \pi^2} = 0,0007$	628,9
	630,3
	625,8
	629,9
	630,8
	625,9
	628,5
	626,5
	624,3
	627,8
	628,1
	626,6
	627,2
	628,0

Mittel = 627,87 p.

$\alpha = 0,0465$ g/cm.

3. Beobachtungsreihe. Spitzenentfernung = 1913,7 p.

8 Intervalle = $8 \cdot \frac{\lambda}{2} = 629,0$ p	627,0
	634,3
Mittlere Temper. $t = 20,67^\circ$ C.	626,8
Dichte d. Alkohol-Wassermisch. $\sigma_t = 0,9818$	633,9
Schwingungszahl $n_t = 253,09$	633,3
Schwere-Korrektion $\frac{\lambda^2 \sigma_t}{4 \pi^2} = 0,0007$	633,4
	630,2
	627,5
	626,9
	627,9
	630,6
	628,5
	626,7
	626,2
	625,8
	625,4
	624,6
	624,2
	625,9

Mittel = 628,405 p.

$\alpha = 0,0469$ g/cm.

4. Beobachtungsreihe.

Spitzenentfernung = 1913,1 p.

	8 Intervalle = $8 \cdot \frac{\lambda}{2} = 628,0$ p	
Mittlere Temper. $t = 20,25^\circ \text{C}$.		627,6
Dichte d. Alkohol-Wassermisch. $\sigma_t = 0,9819$		628,8
Schwingungszahl $n_t = 253,10$		625,5
Schwere-Korrektion $\frac{\lambda^2 \sigma_t}{4 \pi^2} = 0,0007$		631,3
		628,3
		626,0
		627,0
		627,4
		631,4
		628,5
		628,8
		626,1
		626,2
		629,7
		632,1
		627,1
		627,4
		628,0
		628,6

Bemerkung: In der Werkstatt wurde während dieser Beobachtungsreihe stark gehämmert. Dadurch wurden Erschütterungen hervorgerufen, die die Schärfe der Einstellung beeinträchtigten.

Mittel = 628,21 p.

 $\alpha = 0,0469 \text{ g/cm.}$

5. Beobachtungsreihe.

Spitzenentfernung = 1913,8 p.

	8 Intervalle = $8 \cdot \frac{\lambda}{2} = 625,9$ p	
Mittlere Temper. $t = 19,15^\circ \text{C}$.		625,7
Dichte d. Alkohol-Wassermisch. $\sigma_t = 0,9822$		627,2
Schwingungszahl $n_t = 253,13$		629,0
Schwere-Korrektion $\frac{\lambda^2 \sigma_t}{4 \pi^2} = 0,0007$		627,8
		628,7
		627,0
		624,0
		625,9
		625,0
		628,0
		628,6
		624,0
		630,7
		630,6

Bemerkung: Am Schluß dieser Messungsreihen betrug die Dichte der Alkohol-Wassermischung $\sigma_{13} = 0,9844$ (der Prozentgehalt an Alkohol dementsprechend 9,6), während sie beim Beginn der Messungen 0,9839 war; sie hat während der Dauer der Messungsreihen (in 18 Tagen) um 0,0005 zugenommen.

Mittel = 627,21 p.

 $\alpha = 0,0466 \text{ g/cm.}$

4. Zusammenstellung der Messungsergebnisse an Alkohol-Wassermischungen.

Beobachtungs- temperatur t in °C.	Zugehörige Dichte σ_t	Zugehörige Ober- flächenspannung α_t in g/cm
---	---------------------------------	---

I. Alkohol-Wassermischung von 89,8 Gewichtsprozenten.

18,58	0,8198	0,0217
17,83	0,8205	0,0214
18,18	0,8205	0,0212
19,08	0,8197	0,0216
18,83	0,8201	0,0217
Mittel: 18,50	0,8201	0,0215

II. Alkohol-Wassermischung von 80,1 Gewichtsprozenten.

18,48	0,8445	0,0233
18,43	0,8446	0,0231
19,27	0,8438	0,0236
17,83	0,8451	0,0233
18,38	0,8446	0,0237
Mittel: 18,48	0,8445	0,0234

III. Alkohol-Wassermischung von 69,9 Gewichtsprozenten.

17,43	0,8701	0,0239
17,38	0,8701	0,0241
18,93	0,8688	0,0242
19,48	0,8683	0,0243
18,98	0,8687	0,0236
Mittel: 18,44	0,8688	0,0240

IV. Alkohol-Wassermischung von 59,8 Gewichtsprozenten.

19,23	0,8923	0,0257
19,88	0,8917	0,0255
19,48	0,8920	0,0256
19,48	0,8920	0,0252
19,28	0,8922	0,0256
Mittel: 19,47	0,8920	0,0255

V. Alkohol-Wassermischung von 50,0 Gewichtsprozenten.

19,48	0,9143	0,0264
18,98	0,9147	0,0264
18,78	0,9148	0,0264
18,78	0,9148	0,0263
19,08	0,9146	0,0262
Mittel: 19,02	0,9146	0,0263

Beobachtungs- temperatur t in °C.	Zugehörige Dichte σ_t	Zugehörige Ober- flächenspannung α_t in g/cm
---	---------------------------------	---

VI. Alkohol-Wassermischung von 39,81 Gewichtsprozenten.

20,62	0,9351	0,0285
17,58	0,9374	0,0291
19,48	0,9360	0,0290
17,38	0,9375	0,0288
19,58	0,9359	0,0288
Mittel: 18,93	0,9364	0,0288

VII. Alkohol-Wassermischung von 30,0 Gewichtsprozenten.

18,98	0,9544	0,0326
18,89	0,9545	0,0328
19,35	0,9542	0,0322
20,18	0,9536	0,0325
21,47	0,9528	0,0329
Mittel: 19,77	0,9539	0,0326

VIII. Alkohol-Wassermischung von 20,1 Gewichtsprozenten.

20,67	0,9682	0,0366
20,10	0,9685	0,0366
17,98	0,9695	0,0373
18,68	0,9691	0,0371
18,53	0,9692	0,0368
Mittel: 19,19	0,9689	0,0369

IX. Alkohol-Wassermischung von 10,0 Gewichtsprozenten.

19,78	0,9820	0,0477
22,87	0,9812	0,0465
20,67	0,9818	0,0469
20,25	0,9819	0,0469
19,15	0,9822	0,0466
Mittel: 20,54	0,9818	0,0469

5. Diskussion und Ergebnisse der Beobachtungen.

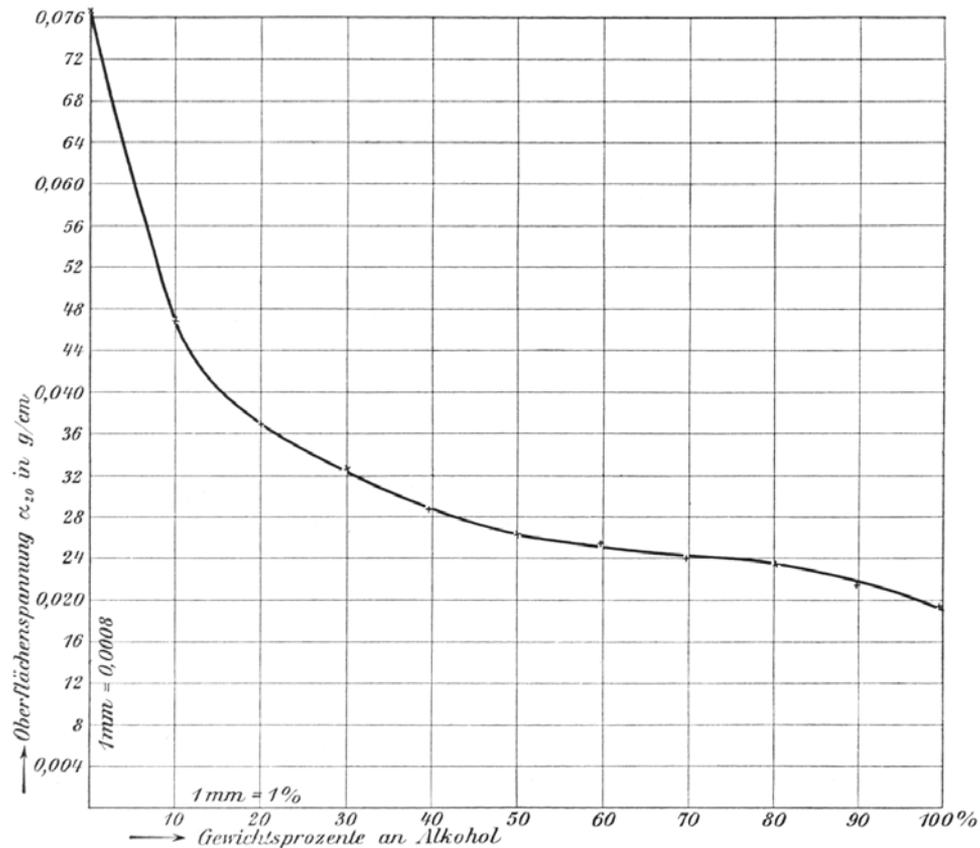
Reduziert man die in der vorhergehenden Zusammenstellung mitgeteilten, bei den Beobachtungstemperaturen t gefundenen Mittelwerte der Oberflächenspannungen unter Anwendung des in den Metronomischen Beiträgen Nr. 6, S. 33¹⁾ als mittleren Temperaturkoeffizienten der Oberflächenspannung von Alkohol-Wassermischungen angenommenen Wertes 0,00155 auf die einheitliche Temperatur von 20° C., so erhält man, wenn man noch für destilliertes Wasser den bei meinen früheren Untersuchungen²⁾ gefundenen Wert der Oberflächenspannung 0,0766 g/cm

¹⁾ B. Weinstein, Metronomische Beiträge Nr. 6, Kapillaritäts-Untersuchungen und ihre Verwertung bei der Bestimmung der alkoholometrischen Normale. Berlin 1889. S. 33.

²⁾ L. Grunmach, Wissenschaftl. Abhandl. d. Kaiserl. Normal-Eichungskommission, III. S. 152. 1902, ferner L. Grunmach, Annal. d. Phys. (4), 9, 1265 u. ff., 1902.

und ferner für absoluten Alkohol (99,7%) den damals gefundenen Wert 0,0195 hinzufügt, in den Kolonnen 1 und 2 folgende tabellarische Zusammenstellung der Oberflächenspannungen für die nach wachsendem Prozentgehalt an Alkohol geordneten Alkohol-Wassermischungen:

1. Prozentgehalt an Alkohol	2. Oberflächenspannung α_{20} in g/cm nach der Kapillarwellen- methode (Grunmach)	3. Oberflächenspannung α_{20} in g/cm nach der Steighöhen- methode (Weinstein)
0,0	0,0766	0,0729
10,0	0,0469	0,0517
20,1	0,0368 ₅	0,0409
30,0	0,0326	0,0350
39,8	0,0288	0,0316
50,0	0,0263	0,0294
59,8	0,0255	0,0280
69,9	0,0239	0,0268
80,1	0,0233	0,0257
89,8	0,0214 ₅	0,0243
99,7	0,0195	0,0228



Die obenstehende Kurve veranschaulicht die durch die Kolonnen 1 und 2 gegebene Abhängigkeit der Oberflächenspannung der Alkohol-Wassermischungen von ihrem Prozentgehalt an Alkohol. In Kolonne 3 der Zusammenstellung sind

zum Vergleich die entsprechenden nach der Steighöhenmethode gewonnenen Werte hinzugefügt. Aus dieser Zusammenstellung ist ersichtlich, daß für reines Wasser der nach der Kapillarwellenmethode gewonnene Wert der Oberflächenspannung größer ist, als der nach der Steighöhenmethode ermittelte, daß aber für absoluten Alkohol und für sämtliche Alkohol-Wassermischungen die nach der Kapillarwellenmethode gewonnenen Werte der Oberflächenspannung kleiner sind, als die nach der Steighöhenmethode gewonnenen. Dies stimmt auch mit meinen eigenen früheren Beobachtungen überein: denn für die Oberflächenspannung von absolutem Alkohol hatte ich vor kurzem bei Anwendung meines neuen Plattenapparats zur Bestimmung der Kapillarkonstanten nach der Steighöhenmethode¹⁾ den Wert 0,0213 g/cm, bei Anwendung der Kapillarwellenmethode dagegen den Wert 0,0195 g/cm gefunden. Ein ähnliches Ergebnis lieferten meine Kapillaritätsuntersuchungen an Essigsäure-Wassermischungen²⁾. Während die Messungen nach der Kapillarwellenmethode für Mischungen, die reicher an Essigsäure als an Wasser sind, kleinere Werte für deren Oberflächenspannung ergaben, als die Messungen nach der Steighöhen- und nach der Stäbchenmethode, ist das Umgekehrte der Fall für Messungen an Mischungen, die reicher an Wasser als an Essigsäure sind. Für die Oberflächenspannung dieser Mischungen liefert die Kapillarwellenmethode größere Werte als die Steighöhen- und die Stäbchenmethode. Für reine Flüssigkeiten von hoher Kapillarspannung, z. B. für Quecksilber, Wasser, liefert die Kapillarwellenmethode größere, für reine Flüssigkeiten von geringer Kapillarspannung, z. B. absoluten Alkohol, Essigsäure, kleinere Werte für deren Oberflächenspannung als die Steighöhenmethode. Dies verschiedene Verhalten läßt sich wahrscheinlich in ungezwungener Weise wie folgt erklären: Bei Flüssigkeiten von hoher Kapillarspannung, wie Quecksilber, Wasser, bewirken die geringsten Verunreinigungen, Spuren von Fett, Absorption von Luft, Adsorption von Wasserdampf eine Verkleinerung der Kapillarspannung, die naturgemäß bei den stagnierenden Flüssigkeitsoberflächen in kapillaren Räumen leicht in Erscheinung tritt. Bei Anwendung der Kapillarwellenmethode und des Doppeltrichterapparats findet die Beobachtung bei beständig sich erneuernder Oberfläche statt, deshalb liefert sie höhere Werte für die Oberflächenspannung als die Steighöhenmethode. Bei Flüssigkeiten von geringer Kapillarspannung, wie absolutem Alkohol, Essigsäure, wird die Kapillarspannung durch Absorption von Luft, Adsorption von Wasserdampf an der stagnierenden Oberflächenschicht in den kapillaren Räumen vergrößert, demgemäß liefert die Kapillarwellenmethode, weil bei beständig sich erneuernder Oberfläche beobachtet wird, in solchem Falle umgekehrt kleinere

¹⁾ L. Grunmach, Verhandl. der Deutschen Physikal. Gesellsch. **12**, S. 855 u. ff. 1910. Vortrag in der Sitzung der physik. Abteil. der 82. Versamml. Deutscher Naturforscher u. Ärzte zu Königsberg am 21. September 1910.

²⁾ L. Grunmach, Wissenschaftl. Abhandl. d. Kaiserl. Normal-Eichungskommission, VII, S. 46 u. 83 u. ff., 1908.

Werte für die Oberflächenspannung, als die Steighöhenmethode, was tatsächlich durch meine Untersuchungen bestätigt wird.

In der vorliegenden Abhandlung ist von einer Vergleichung unserer Messungsergebnisse mit denen anderer Forscher abgesehen worden; es sollten hier zunächst nur die bei der Behörde nach der Steighöhen- und nach der Kapillarwellenmethode ausgeführten Messungen behandelt werden. Die Diskussion und kritische Vergleichung derselben mit denen anderer Forscher soll den Gegenstand einer besonderen Abhandlung bilden.
