

LEHRBUCH DER PHYSIK

VON

ARNOLD BERLINER

Dritte Auflage

LEHRBUCH DER PHYSIK

IN ELEMENTARER DARSTELLUNG

VON

ARNOLD BERLINER

Dritte Auflage

Mit 734 Abbildungen



Springer-Verlag Berlin Heidelberg GmbH

1924

ISBN 978-3-662-23379-5 ISBN 978-3-662-25426-4 (eBook)
DOI 10.1007/978-3-662-25426-4

ALLE RECHTE, INSBESONDERE DAS DER ÜBERSETZUNG
IN FREMDE SPRACHEN, VORBEHALTEN.

Copyright 1924 by Springer-Verlag Berlin Heidelberg
Ursprünglich erschienen bei Julius Springer in Berlin 1924.
Softcover reprint of the hardcover 3rd edition 1924

Vorwort zur dritten Auflage.

Das Buch hat seinen elementaren Charakter behalten, entsprechend seiner Bestimmung, denjenigen als Einführung zu dienen, die die Physik als Hilfswissenschaft gebrauchen (wie z. B. den Medizinern und den Chemikern). Hieraus erklärt sich Art der Darstellung und Begrenzung des Stoffes. Die elementare Darstellung macht auf der einen Seite eine gewisse Breite, bisweilen sogar eine gewisse Weitschweifigkeit unvermeidlich, verlangt aber auf der andern Seite mancherlei Opfer an Straffheit der Beweisführung und verbietet dabei, über eine gewisse Tiefe hinaus in die einzelnen Gebiete einzudringen. Sie muß vielmehr immer auf die begrenzten Bedürfnisse und Vorkenntnisse des Lernenden Rücksicht nehmen. Wenn das Buch daher den strengsten Anforderungen des Fachphysikers nicht überall gerecht wird, so ist dies in seiner Anlage und in der Gesamtheit seines Aufbaues begründet, die aus didaktischen Gründen im wesentlichen beibehalten werden mußten. Besonderen Dank schuldet der Unterzeichnete Herrn Professor GEIGER und Herrn Professor HENNING, die der neuen Auflage ihre Mitarbeit gewidmet haben. Sie haben die Atomphysik, die Radioaktivität und Teile der Wärme gänzlich umgearbeitet und, soweit sie noch nicht vorhanden waren, neu geschrieben.

Größter Dank gebührt der Verlagsbuchhandlung JULIUS SPRINGER nicht nur für die vortreffliche Ausgestaltung des Buches, sondern vor allem dafür, daß es überhaupt weiter erscheint, nachdem es — obwohl auch in der zweiten Auflage vergriffen — durch die Ungunst der wirtschaftlichen Verhältnisse seine weitere Lebensmöglichkeit fast schon verloren hatte.

Herr Mittelschullehrer C. STERNSTEIN, Magdeburg, hat auch der neuen Auflage seine Fürsorge als umsichtiger Korrektor angedeihen lassen; auch die Anfertigung der synchronistischen Tabelle in der neuen Form hat er in dankenswerter Weise geleistet.

Berlin, im Oktober 1924.

A. Berliner.

Inhaltsverzeichnis.

	Seite
Einleitung	1
Allgemeine Lehre von der Bewegung und der Kraft (Mechanik)	3
A. Vollkommen freie Bewegung	3
1. Was ist Bewegung? Ort eines Punktes relativ zu seiner Umgebung. 2. Längenmessung. Längeneinheit. 3. Nonius. 4. Relativität der Bewegung. 5. Richtung der Bewegung. 6. Zeiteinheit. Gleichförmige und ungleichförmige Bewegung. 7. Geschwindigkeit. Einheit der Geschwindigkeit. „Dimension“ der Geschwindigkeit. 8. Erstes NEWTON'sches Bewegungsgesetz. Trägheitsvermögen. 9. Geschwindigkeit bei ungleichförmiger Bewegung. 10. Beschleunigung und Verzögerung. 11. Geschwindigkeit und Beschleunigung bei krummliniger Bewegung. 12. Masse. Gleichheit von Massen. 13. Zweites NEWTON'sches Bewegungsgesetz. 14. Massenmessung. Masseneinheit. 15. Größe einer Kraft. 16. Dimensionsformel. 17. Kenntnis der Beschleunigung führt zur Kenntnis des ganzen Bewegungsvorganges. 18. Der freie Fall. 19. Schwerkraft. Gewicht. 20. Schwerfeld. Gleichheit der trägen und der schweren Masse. 21. Prüfung der Bewegungsgesetze am Versuch. Fallmaschine von ATWOOD. 22. Momentankraft, Impuls, Bewegungsgröße. Stoß. 23. Drittes NEWTON'sches Bewegungsgesetz. Gleichheit der Wirkung und der Gegenwirkung. 24. Nachweis der Gleichheit der Wirkung und der Gegenwirkung an der Fallmaschine von POGGENDORFF. 25. Scheinbarer Widerspruch zwischen den NEWTON'schen Bewegungsgesetzen und der Wirklichkeit. 26. Gemeinsames Wirken mehrerer Kräfte. Parallelogramm der Bewegungen und der Kräfte. 27. Wurf. 28. Einwirkung der Erdrotation auf die Fallrichtung. 29. Zusammensetzung und Zerlegung von Kräften. Vektor, Skalar. 31. Gleichgewicht von Kräften. Statik. Dynamik. 32. Arbeit. 33. Einheit der Arbeit (Meter-Kilogramm). 34. Erg. Pferdekraft. 35. Energie. Kinetische Energie. Potentielle Energie. 36. Lebendige Kraft. Erhaltung der lebendigen Kraft. 37. Prinzip der Erhaltung der Energie.	
B. Bewegung auf vorgeschriebener Bahn	39
1. Die Bewegung wird durch eine Ebene beschränkt	39
38. Schiefe Ebene. Bewegung auf der schiefen Ebene. Die schiefe Ebene als Maschine. 39. Fall längs der schiefen Ebene. 40. Maschinen. 41. Schraube. Keil. 42. Die Reibung als Bewegungshindernis. 43. Bremsdynamometer von PRONY (PRONY'scher Zaum).	
2. Die Bewegung wird durch eine Achse beschränkt.	46
a) Der drehbare starre Körper in Ruhe	46
44. Bewegungsfreiheit und Bewegungsbeschränkung. 45. Der starre Körper. Seine Drehung. 46. Verlegung des Angriffspunktes einer Kraft. 47. Statisches Moment, Gleichgewicht zweier Kräfte am drehbaren Körper. 48. Parallele gleichgerichtete Kräfte am drehbaren Körper. 49. Parallele, entgegengesetzt gerichtete Kräfte. Kräftepaar. 50. Parallele Verlegung einer Kraft. 51. Der Schwerpunkt als Mittelpunkt paralleler Kräfte. Erhaltung des Schwerpunktes. 52. Stabiles, labiles, indifferentes Gleichgewicht. Bifilar aufgehängter Körper. Gleichgewicht eines bifilar aufgehängten Körpers. 53. Der drehbare starre Körper als Maschine. Die Rolle. Das Rad an der Welle. Der Flaschenzug. 54. Der Hebel. Der Hebel als Werkzeug. 55. Der Hebel als Wage. Dynamometer.	
b) Der drehbare starre Körper in Bewegung	64
56. Rotationszeit. Winkelgeschwindigkeit. Maß für die Größe des Winkels. Bahngeschwindigkeit. 57. Zentripetal- und Zentrifugalkraft. Zur Veranschaulichung der Zentrifugalkraft. 58. Größe der Zentripetalkraft und der Zentrifugalkraft. 59. Erhaltung der Rotationsbahn und der Drehungsachse. 60. Drehung eines starren Körpers um einen festen Punkt. Kreisel. 61. Freie Rotationsachsen.	

	Seite
c) Planetenbewegung. — Allgemeine Massenanziehung	70
62. Zentralbewegung (Planetenbewegung). KOPERNIKUS und KEPLER.	
63. Erstes KEPLERSches Gesetz. (Form der Planetenbahnen.) 64. Zweites	
KEPLERSches Gesetz. (Geschwindigkeit der Planeten.) 65. Gegenseitige	
„Anziehung“ der Sonne und der Planeten. Entstehung des Planeten-	
systems. 66. Drittes KEPLERSches Gesetz (Umlaufzeit der Planeten). Größe	
der Anziehungskraft der Sonne auf die Planeten. 67. Der Umlauf des Mondes	
um die Erde. 68. NEWTONSches Gravitationsgesetz. Allgemeine Massen-	
anziehung. Gravitationskonstante. 69. Prüfung des Gravitationsgesetzes an	
der Erfahrung. Dichte der Erde. Gewicht des Körpers unter und über der	
Erdoberfläche. 70. Ebbe und Flut. 71. Trägheitsmoment. 72. Zu jeder	
Drehungsachse gehört ein Trägheitsmoment. Trägheitshalbmesser. 73. Par-	
allelverschiebung der Drehachse. Trägheitsellipsoid. 74. Bewegungsg-	
leichung. 75. Erhaltung des Drehmoments. Flächensatz. 76. Pendel. Mathe-	
matisches Pendel. 77. Schwingungsdauer des Pendels. 78. Reduzierte Pendel-	
länge. Schwingungspunkt. Reversionspendel. Sekundenpendel. Pendeluhr.	
Metronom. 79. Abhängigkeit des Gewichts von der Achsendrehung der Erde.	
Abplattung der Erde. 80. Niveauflächen. Geoid. Änderung der Schwere.	
81. Drehwage von Eötvös.	
C. Allgemeine Prinzipien der Mechanik	98
82. Allgemeines Prinzip der Statik: Prinzip der virtuellen Verschiebungen. 83. All-	
gemeines Prinzip der Dynamik: das Prinzip von D'ALEMBERT. 84. Relativität	
der Bewegung. 85. Inertialsystem. 86. Relativitätsprinzip der klassischen	
Mechanik. Transformationsformeln. 87. Konstanz der Lichtgeschwindigkeit.	
88. Relativität der „Gleichzeitigkeit“. Relativität der „Zeitbestimmung“. 89. Das	
spezielle Relativitätsprinzip (EINSTEIN). 90. Der relativistische Begriff der Masse.	
Trägheit der Energie. 91. Allgemeines Relativitätsprinzip. 92. Äquivalenzprinzip.	
D. Über einige Eigenschaften der Materie	109
93. Ausgedehnthet. Teilbarkeit. Atome. 94. Kohäsion. Aggregatzustände.	
95. Formänderung der festen Körper. Elastizität. Festigkeit. 96. Elastische Hyste-	
resis. Elastische Nachwirkung. Relaxation. 97. Die verschiedenen Formen der	
Elastizität. 98. Gesetz von HOOKE über Formänderung und formändernde Kraft.	
99. Elastizitätskoeffizient. Elastizitätsmodul. 100. Abweichungen vom HOOKE-	
sehen Gesetz. 101. Elastizitätskonstanten. Kompressionsmodul. 102. Zug und	
Druck und Biegung gerader Stäbe. 103. Homogen, heterogen, isotrop, anisotrop.	
E. Kristallisierter Zustand der Materie	118
104. Symmetriceigenschaften. 105. Kristallsysteme und Kristallklassen. 106. Kri-	
stallographische Grundgesetze. 107. Theorie der Kristallstruktur. (Punktnetz,	
Raumgitter; Zentrierung.) 108. Physikalische Eigenschaften der Kristalle.	
Von den tropfbar flüssigen Körpern	124
A. Druck und Auftrieb	124
109. Starrheit und Flüssigkeit. 110. Ideale und wirkliche Flüssigkeiten. 111. Gleich-	
gewicht einer ruhenden Flüssigkeit. 112. Druckfortpflanzung im Innern einer	
Flüssigkeit. 113. Hydraulische Presse. 114. Zusammendrückbarkeit. Piezometer.	
Prinzip von OERSTEDT. 115. Druck im Innern der Flüssigkeit. 116. Auftrieb.	
117. Bodendruck. 118. Hydrostatisches Paradoxon. 119. Flüssigkeitsstand in	
kommunizierenden Gefäßen. 120. Seitendruck. 121. Archimedisches Prinzip.	
Hydrostatische Wage. 122. Standfestigkeit beim Schwimmen. Metazentrum.	
123. Dichte. Spezifisches Gewicht. 124. Dichtemessung fester Körper (Gewichts-	
aräometer). 125. Dichtemessung von Flüssigkeiten (Mohrsche Wage, Skalen-	
aräometer).	
B. Die Flüssigkeit in Bewegung	139
1. Der Druck in der strömenden Flüssigkeit	139
126. Gleichung von BERNOULLI. 127. Impulssatz der Hydrodynamik. 128. Druck	
und Geschwindigkeit in der strömenden Flüssigkeit. 129. Stauung. 130. Druck-	
messung. Geschwindigkeitsmessung. 131. Ausflüßgeschwindigkeit. Ausflüß-	
menge. (Gesetz von TORRICELLI.)	
2. Die Formen der Flüssigkeitsbewegung	148
132. Stromlinien. 133. Wirbel, Wirbelfaden, Wirbelröhre. 134. Wirbelring.	
135. Zirkulation. 136. Reibung der Flüssigkeiten. Gesetz von POISEUILLE.	

137. REYNOLDSSche Zahl. 138. Turbulenzbewegung. 139. Hemmung fester Körper durch Flüssigkeitsreibung. 140. Wasserwellen. Fortpflanzungsgeschwindigkeit. 141. Wellengruppe. Schiffswellen. 142. Wasserkräfte. Wasserrad. Wasserturbine.	
3. Verschiebung von Flüssigkeitsteilchen durch molekulare Kräfte.	159
143. Molekularbewegung einer Flüssigkeit. 144. Kapillarwirkungen. 145. Grenzschicht. Ihr Druck abhängig von ihrer Krümmung. 146. Oberflächenspannung. 147. Lösung. 148. Diffusion. 149. Osmose. Osmotischer Druck. 150. Diffusionsgeschwindigkeit. Kristalloide. Kolloide.	
Von den gasförmigen Körpern	166
A. Druck und Volumen	166
151. Ausdehnungsbestreben. Zusammendrückbarkeit. Gesetz von BOYLE-MARIOTTE. 152. Abweichung vom Gesetz von BOYLE-MARIOTTE. 153. Mechanische Begründung des Gesetzes von BOYLE-MARIOTTE. 154. Kinetische Gastheorie. Das ideale Gas. 155. Gaskonstante. AVOGADROSche Zahl. 156. Geschwindigkeit der Gasmoleküle. Freie Weglänge. Innere Reibung. Größe der Gasmoleküle. 157. Ergänzung des Gesetzes von BOYLE-MARIOTTE durch VAN DER WAALS. 158. Diffusion der Gase. 159. Auftrieb. 160. Reduktion der Wägung auf den leeren Raum. 161. Luftballon. Luftschiff. Flugzeug. 162. Druck der Atmosphäre. Versuch von TORRICELLI. 163. Barometer. 164. Barometrische Höhenmessung. 165. Submarine barometrische Tiefenmessung in der Taucherglocke. 166. Quecksilberluftpumpe. 167. GAEDE-Pumpe. 168. Kolbenluftpumpe. 169. Flüssigkeitsstrahl- luftpumpen. 170. Kompressionspumpe. 171. Manometer. 172. Verwendung des Druckes zur Arbeitsleistung. 173. Wasseraugpumpe. Wasserdruckpumpe. 174. Heronsball. Feuerspritze. 175. Heber. 176. MARIOTTESches Gefäß. Pipette.	
B. Bewegung von Gasen	190
177. Ausströmung eines Gases unter einem Überdruck. 178. Messung der Dichte der Gase an ihrer Ausflußgeschwindigkeit (BUNSEN). 179. Saugwirkung von Gasstrahlen. 180. Diffusion von Gasen durch poröse Körper. 181. Gesetz der Diffusionsgeschwindigkeit von GRAHAM.	
C. Gase in Berührung mit Flüssigkeiten oder mit festen Körpern	192
182. Löslichkeit der Gase (Gesetz von HENRY). 183. Verdichtung der Gase an festen Körpern.	
Wärme	194
A. Molekulare Wärmetheorie	194
184. Wesen der Wärme. 185. Ältere Theorie der Wärme. 186. Wärmeempfindung. 187. Molekulare Wärmetheorie und Thermodynamik. 188. Definition der Temperatur. Absoluter Nullpunkt. 189. Der erste Hauptsatz. Einheit der Wärme (Kalorie). 190. Mechanisches Wärmeäquivalent. 191. Der zweite Hauptsatz. Perpetuum mobile zweiter Art. 192. Der CARNOTSche Kreisprozeß. 193. Die Entropie. 194. Der dritte Hauptsatz. Wärmetheorem von NERNST.	
B. Thermometrie	216
195. Das Gasthermometer. 196. Absoluter Nullpunkt der Temperatur. 197. Quecksilberthermometer. 198. Verschiedene Thermometerformen.	
C. Veränderung der Körperdimensionen	218
199. Änderung des Volumens der festen Körper mit der Temperatur. 200. Kompensationspendel. Kompensationsunruhe. 201. Änderung des Volumens der Flüssigkeiten mit der Temperatur. 202. Messung der Ausdehnung des Quecksilbers. 203. Volumen- und Dichteänderung des Wassers. 204. Änderung des Volumens der Gase mit der Temperatur.	
D. Kolorimetrie. Spezifische Wärme	226
205. Kalorie. 206. Spezifische Wärme. 207. Allgemeine Charakteristik kalorimetrischer Verfahren. 208. Eisschmelzverfahren. 209. Mischungsverfahren. 210. NERNST-Kalorimeter für sehr tiefe Temperaturen. 211. Atomwärme. Gesetz von DULONG und PETRI. 212. Spezifische Wärme der Gase. 213. Ältere Theorie der spezifischen Wärme. 214. Quantentheorie der spezifischen Wärme.	
E. Änderung des Aggregatzustandes	237
215. Schmelzung. Schmelzpunkt. Latente Schmelzwärme. 216. Einfluß des Druckes auf die Schmelztemperatur. 217. Erstarrung. 218. Auflösung eines	

Seite

festen Körpers. Lösungskälte. 219. Auskristallisierung. Unterkühlung. 220. Verwandlung des flüssigen Zustandes in den gasförmigen. 221. Sieden. 222. Siedepunkt. Abhängigkeit vom Druck. Sättigungsdruck. 223. Dampfdruckmessung. Thermometrische Höhenmessung. 224. Siedeverzug. 225. Destillation. 226. Kolbendampfmaschine. Dampfturbine. 227. Lösungen. Dampfdruckerniedrigung. Siedepunkterhöhung. Gefrierpunkterniedrigung. 228. Der osmotische Druck verdünnter Lösungen und die Gasgleichung. 229. Ermittlung des Molekulargewichtes nach <small>RAOULT</small> . 230. Überhitzter Dampf. Verflüssigung der Gase. 231. Kritische Temperatur. 232. Verflüssigungswärme. Verdunstungskälte. Technische Anwendungen der Verflüssigungswärme und der Verdunstungskälte. 233. Kälte- und Eismaschine. 234. Atmosphärische Niederschläge. 235. Dampfdichte. 236. Messung der Dampfdichte. 237. Beziehung zwischen Dampfdichte und Molekulargewicht.	
F. Thermochemische Vorgänge	267
238. Dissoziation. 239. Verbindungswärme. Wärmetönung. Verbrennungswärme. Regenerativofen von <small>SIEMENS</small> . 240. Verbrennung. Reaktionsgeschwindigkeit. Explosion. 241. Verbrennungskraftmaschinen. 242. Die Flamme (Leuchtflamme, Heizflamme). 243. Die Sonne als allgemeine Wärmequelle.	
G. Wärmeausbreitung	276
244. Ausbreitung der Wärme durch Leitung. 245. Wärmeleitfähigkeit (Gesetz von <small>WIEDEMANN</small> und <small>FRANZ</small>). Maß für die Leitfähigkeit. 246. Technische Anwendungen der guten und der schlechten Wärmeleiter. 247. Wärmeleitfähigkeit der Flüssigkeiten und der Gase. 248. Ausbreitung der Wärme durch Konvektion. 249. Ausbreitung der Wärme durch Strahlung. Der Äther ihr Träger.	
Die Wellenbewegung und die Lehre vom Schall	283
250. Schwingung. 251. Schwingungen einer Reihe elastisch verbundener Punkte. 252. Schwingungen quer zur Punktreihe. Transversalwelle. 253. Entstehung einer Welle aus kreisenden Punkten. 254. Schwingungsdauer. Wellenlänge. Fortpflanzungsgeschwindigkeit. 255. Die gleichförmige Kreisbewegung in zwei gleichzeitige Pendelschwingungen zerlegbar. 256. Schwingungen längs der Punktreihe. 257. Zusammenwirken zweier Transversalschwingungen. 258. Übereinanderlagerung von Schwingungen. Interferenz. 259. Stehende Wellen. Schwingungsknoten und Schwingungsbäuche. 260. Jeder schwingende Punkt ein Erschütterungszentrum. Wellenfläche. 261. Prinzip von <small>HUYGHENS</small> . 262. Fortpflanzungsgeschwindigkeit abhängig von Elastizität und Dichte. 263. Zurückwerfung der Wellen (Reflexion).	
A. Entstehung und Fortpflanzung des Schalles	298
264. Schallempfindung. Schallbewegung. 265. Ein tönender Körper, ein bewegter Körper. 266. Entstehung und Ausbreitung des Schalles. 267. Zurückwerfung der Schallwellen. 268. Geräusch und musikalischer Klang. 269. Tonstärke. Tonhöhe. Klangfarbe.	
B. Tonhöhe	304
270. Schwingungszahl eines Tones (Sirene). 271. Intervall. 272. Tonleiter. 273. Tonleiter: diatonische, Dur und Moll, chromatische, temperierte. 274. Kamerton. 275. Grenze für Hörbarkeit. Grenze für musikalische Verwendbarkeit. 276. Prinzip von <small>DOPPLER</small> .	
C. Klangfarbe	310
277. Klangfarbe. 278. Satz von <small>FOURIER</small> , Gesetz von <small>OHM</small> . 279. Analyse der Klangfarbe. Vokaltheorie von <small>HELMHOLTZ</small> . 280. Einteilung der Musikinstrumente. 281. Resonanz. 282. Phonograph. 283. Gehör. 284. Resonatoren. 285. Empfindliche Flammen.	
D. Tonquellen	318
286. Saiten. 287. Flageolettöne. 288. Stäbe. Stimmgabel. 289. Membranen und Platten. 290. Longitudinal schwingende feste Körper. 291. Luftsäulen. 292. Manometrisches Verfahren (<small>RUDOLF KÖNIG</small>) zum Studium schwingender Luftsäulen. 293. Staubfiguren (<small>KUNDT</small>) zum Studium schwingender Luftsäulen. 294. Die Anregung der Luftsäulen. Lippenpfeifen. Zungenpfeifen. Singende Flamme.	
E. Interferenz und Schwebungen	332
295. Interferenz. 296. Schwebungen. 297. Konsonanz und Dissonanz. 298. Kombinationstöne.	

	Seite
Elektrizität	336
A. Elektrostatik	336
299. Elektrisierung durch Reibung zweier Körper aneinander. 300. Beide Arten Elektrizität entstehen gleichzeitig. 301. Leiter und Nichtleiter. 302. Elektroskop und Elektrometer. 303. COULOMBSches Gesetz. 304. Elektrisches Potential. 305. Einheit der Potentialdifferenz. 306. Flächen gleichen Potentials. Kraftlinien. 307. Beispiele für Kraftlinien. 308. Elektrisierung durch Induktion (Influenz). 309. Dichte der Elektrizität. 310. Bindung und Rückbindung der Elektrizität durch Induktion. 311. FARADAYS Anschauung über die Induktion. 312. Nur die Oberfläche von Leitern enthält Ladung. 313. FARADAYS Eimerversuch. Elektrische Schirmwirkung. 314. Dielektrizitätskonstante. 315. Kondensatoren. 316. Elektrostatische Kapazität. 317. Funkenentladung. 318. Reibungselektriermaschine. 319. Der Elektrophor. 320. Influenzelektriermaschinen.	
B. Elektrokinetik	367
1. Der elektrische Strom.	367
321. Entladung durch Leitung. Elektrischer Strom. 322. Das OHMSche Gesetz. 323. KIRCHHOFFSche Sätze (Erweiterung des OHMSchen Gesetzes). 324. Energie der elektrischen Ladung. 325. Energie des elektrischen Stromes. 326. Erzeugung von Wärme durch den elektrischen Strom. 327. Thermo-elektrizität. 328. Thermoelement. 329. Elektrolyse. 330. Elektrolytische Dissoziation. 331. FARADAYSches Gesetz. 332. Elektrolyse des Wassers. 333. Anwendungen der Elektrolyse. 334. Elektromotorische Wirksamkeit von Ionen. 335. Elektrolytischer Lösungsdruck. 336. Mechanismus des galvanischen Elementes nach NERNST. 337. Die galvanischen Elemente. 338. Zusammenschaltung mehrerer Elemente. 339. Normalelemente. 340. Galvanische Polarisation. 341. Der Akkumulator.	
2. Elektromagnetismus und Magnetismus	401
342. Wechselwirkung zwischen Magnet und stromdurchflossenem Leiter. 343. Wechselwirkung zwischen stromdurchflossenen Leitern. 344. Solenoid. Elektromagnet. 345. Magnetismus. Deklination und Inklination. 346. Kraftwirkung zwischen zwei Magneten. 347. Magnetische Kraftlinien. 348. Magnetische Feldstärke. 349. Die Tangentenbussole. 350. Absolute Strommessung. 351. Galvanometer. 352. Molekulartheorie des Magnetismus. 353. Paramagnetismus. Diamagnetismus. Permeabilität. 354. Magnetische Hysteresis, Remanenz und Koerzitivkraft. 355. Induktion durch einen bewegten Magneten. 356. Volta-Induktion. 357. Telephon und Mikrophon. 358. Induktor und Transformator. 359. Bedingung für die Entstehung der Induktionsströme. LENZsche Regel. Induktionsgesetz. 360. Einheit der elektromotorischen Kraft. 361. Elektrische Widerstände und Widerstandsmessungen. 362. Selbstinduktion. Extrastrom. 363. Wirbelströme. Wechselstrom. 364. Dynamomaschinen. Der Elektromotor. Wechselstrommaschine. Der Wechselstrommotor.	
C. Gasentladungen und Ionisationsvorgänge.	43
365. Allgemeine Erscheinungen. 366. Spannungsverteilung in der Entladung. 367. Eigenschaften und Natur der Kathodenstrahlen. 368. Ablenkung der Kathodenstrahlen im magnetischen Felde. 369. Ablenkung im elektrischen Felde. 370. Folgerungen aus der magnetischen und elektrischen Ablenkbarkeit. 371. Elektronen verschiedenen Ursprungs. 372. Elektronenemission bei hoher Temperatur. 373. Kanalstrahlen. 374. Ionisation der Gase. 375. Messung von Ionisationsströmen. 376. Rekombination und Geschwindigkeit der Ionen. 377. Sättigungsstrom. 378. Elektrische Ladung des Ions. Elementarquantum. 379. Stoßionisation.	
D. Röntgenstrahlen	47
380. Entdeckung und allgemeine Eigenschaften. 381. Reflexion der Röntgenstrahlen an Kristallen. 382. Messung der Wellenlängen von Röntgenstrahlen. 383. Röntgenspektre.	
E. Radioaktivität	47
384. Grundlegende Beobachtungen. 385. Zerfallstheorie. 386. Halbwertszeit und Zerfallskonstante. 387. Radioaktives Gleichgewicht. 388. Bildung einer radioaktiven Substanz aus der Muttersubstanz. 389. Übersicht über die verschiedenen Strahlenarten. 390. Grundlegende Versuche mit α -Strahlen. 391. Zählung von α -Teilchen. 392. Halbwertszeit des Radiums.	

	Seite
F. Aufbau des Atoms	469
393. Allgemeine Grundlagen. 394. Das RUTHERFORDSche Atombild. 395. Bau und Spektrum des Wasserstoffatoms. 396. Röntgenspektren im Licht der BOHRschen Theorie. 397. Kernladungszahl, Ordnungszahl. 398. Isotopie. 399. Die EINSTEINSche Gleichung $eV = h\nu$.	
G. Elektrische Schwingungen	483
400. Grundlegende Versuche. 401. Wesensgleichheit zwischen elektrischen Schwingungen und Licht. 402. Versuche von HEINRICH HERTZ. 403. Funkentelegraphie und Telephonie. 404. Zusammenstellung der elektromagnetischen Wellen verschiedener Frequenz. Wellenlängen und Spektralbezirke des gesamten Spektrums, gemessen in ÅNGSTRÖM-Einheiten.	
Die Lehre vom Licht (Optik)	495
A. Geometrische Optik	495
1. Entstehung und Ausbreitung des Lichtes.	495
405. Lichtempfindung und Licht. 406. Theorien der Entstehung und der Ausbreitung des Lichtes. 407. Fortpflanzungsgeschwindigkeit des Lichtes. 408. Geradlinige Ausbreitung des Lichtes. 409. Schatten.	
2. Helligkeit	501
410. Durchsichtigkeit und Undurchsichtigkeit. 411. Zurückwerfung des Lichtes. 412. Helligkeit. 413. Lichtmessung (Photometrie). 414. BUNSEN-Photometer. 415. Lichteinheit, Normalkerze.	
3. Spiegelung des Lichtes	508
a) Ebene Spiegel	508
416. Spiegelgesetz. 417. Spiegelbilder. 418. Anwendung der Spiegel (Winkelmessung). 419. Winkelmessung mit Spiegel und Skala. 420. Winkelspiegel.	
b) Kugelspiegel	513
421. Hohlspiegel. 422. Paraboloidspiegel. 423. Virtuelles und reelles Bild. 424. Anwendungen der Hohlspiegel. 425. Konvexspiegel.	
4. Brechung und Farbenzerstreuung des Lichtes	517
426. Brechung. 427. Farbenzerstreuung (Dispersion). 428. Spektrum. 429. Regenbogen. 430. Methode der gekreuzten Prismen. 431. Komplementärfarben. 432. FRAUNHOFERSche Linien.	
a) Brechung des Lichtes	522
α) Einfache Brechung	522
433. Brechungsgesetz. 434. Brechungskoeffizient. 435. Umkehrbarkeit der Strahlenwege. 436. Totalreflexion. 437. Total reflektierende Flächen als Ersatz für Spiegel.	
β) Doppelbrechung	528
438. Lichtbrechung durch den isländischen Doppelspat. 439. Brechung durch eine achsensenkrechte Doppelspatplatte. 440. Brechung durch eine achsenparallele Doppelspatplatte. 441. Positiv und negativ einachsige Kristalle. 442. Charakteristische Eigenschaften des doppelt gebrochenen Lichtes. 443. NICOLSches Prisma. 444. Messung der Brechungsquotienten. 445. Methode des in sich zurückkehrenden Strahles. 446. Methode der Minimumablenkung des gebrochenen Strahles. 447. Methode der Totalreflexion. ABBESches Refraktometer. 448. Gang der Dispersion. 449. Dispersionsformel.	
b) Brechung durch Kugelflächen	538
450. Geometrische Beziehungen zwischen Objektabstand und Bildabstand von der brechenden Fläche. 451. Anwendung der Formel für die Brechung an Kugelflächen. 452. Abbildung von unendlich kleinen Objekten. 453. Brechung durch ein zentriertes System. 454. Linsen. Allgemeine Linsenformel. 455. Hauptebenen und Hauptpunkte. Knotenebenen und Knotenpunkte. 456. Geometrische Konstruktion der durch Linsen erzeugten Bilder. 457. Bikonvexlinse. Bikonkavlinse. 458. Achromasie. 459. Achromatische Prismen. 460. Achromatische Linsen.	
5. Die Abbildung und ihre Verwirklichung durch die optischen Instrumente	554
461. Abbildungslehren von GAUSS und von ABBE. 462. Darstellung eines Raumdinges im flächenhaften Bilde. 463. Einstellebene. 464. Perspektive.	

	Seite
465. Strahlenbegrenzung (ABBE). 466. Sphärische Aberration. 467. Astigmatismus. 468. Zweck der Blenden. 469. Begrenzung der Strahlenbündel. 470. Gesichtsfeld und Gesichtsfeldblende. 471. Wirksame Blende eines optischen Systems.	
6. Die optischen Instrumente	569
472. Photographische Kammer. 473. Auge. 474. Brille. 475. Lupe. 476. Mikroskop. 477. Fernrohr.	
B. Physikalische Optik	582
1. Die Interferenzerscheinungen und die Beugung des Lichtes	582
478. Interferenz des Lichtes. 479. FRESNELScher Spiegelversuch. 480. Die Wellennatur des Lichtes. 481. Entstehung von Farben durch Interferenz (Farben dünner Blättchen). 482. Anwendung der Interferenzerscheinungen zu physikalischen Messungen. 483. Beugung des Lichtes durch einen engen Spalt. 484. Beugungsspektrum. Messung der Wellenlänge des Lichtes. 485. Entstehung des Mikroskopbildes durch Beugung (ABBE). Ultramikroskop.	
2. Die Polarisation des Lichtes	594
486. Was heißt „polarisiert“? 487. Die Polarisation des Lichtes durch Doppelbrechung. Transversalität der Wellen. 488. Zerlegung der Lichtwellenschwingung in Komponenten. 489. Polarisation durch Spiegelung und durch Brechung. Polarisationswinkel. 490. Das natürliche Licht. 491. Interferenz polarisierter Lichtstrahlen. 492. Der zirkular polarisierte Lichtstrahl. 493. Drehung der Polarisationsebene. 494. Saccharimeter. 495. Die Halbschattenapparate. 496. Polarisationsapparate.	
3. Absorption und Emission	610
497. Absorption und Emission. 498. Entstehung der Körperfarben durch Absorption. 499. Schwächung des Lichtes durch Absorption. 500. Anomale Dispersion. 501. Phosphoreszenz und Fluoreszenz. 502. Die Strahlung unserer künstlichen Lichtquellen. 503. Wärmestrahlung. 504. Austausch der Wärmestrahlung (Gesetz von PRÉVOST). 505. Verhältnis der Emission zur Absorption (Gesetz von KIRCHHOFF). Schwarzer Körper. 506. Fundamentale Gesetze der schwarzen Strahlung. Strahlungsformel von PLANCK. 507. Verwirklichung des schwarzen Körpers. 508. Das Spektrum der strahlenden Körper. 509. Spektralanalyse. 510. DOPPLERSches Prinzip. 511. Serienspektren. 512. Sonnenspektrum. Ursprung der FRAUNHOFERSchen Linien. 513. Anomale Dispersion der Gase.	
Synchronistische Tabelle	628
Namenverzeichnis	631
Sachverzeichnis	637

Einleitung.

HELMHOLTZ bezeichnet in der Abhandlung über die Erhaltung der Kraft als Aufgabe der physikalischen Naturwissenschaften die Aufsuchung der Gesetze, durch die die einzelnen Vorgänge in der Natur auf allgemeine Regeln zurückgeleitet und aus den Regeln wieder bestimmt werden können. — Um die einzelnen Vorgänge auf allgemeine Regeln zurückzuführen, muß man sie unter möglichst vielfach abgeänderten Bedingungen beobachten. Die Beobachtung lehrt dann, was sich *mit* der Veränderung der Bedingungen an den Erscheinungen selbst ändert, und was *trotzdem* unverändert bleibt. Auf diese Weise lehrt die Erfahrung das Regelmäßige an den Erscheinungen kennen und ebenso das Zufällige, das Regellose. Z. B. die von GALILEI entdeckten Gesetze der Fallbewegung sind derartige Regeln, die aus den Beobachtungen abgeleitet worden sind und die umgekehrt unter gegebenen Voraussetzungen zu bestimmten Behauptungen ermächtigen. Wo man die Zusammengehörigkeit von Vorgängen nicht vollkommen kennt, wie z. B. bei der Mehrzahl der meteorologischen Erscheinungen, kann man auch keine Regel aufstellen und daher auch nicht voraussagen, was unter gegebenen Bedingungen geschehen wird. *Wenn* wir aber das Gesetz erkannt haben, und „wenn wir uns vergewissern können, daß die Bedingungen eingetreten sind, unter denen das Gesetz zu wirken hat, so müssen wir auch den Erfolg eintreten sehen, ohne Willkür, ohne Wahl, ohne unser Zutun mit einer die Dinge der Außenwelt ebensogut wie unser Wahrnehmen zwingenden Notwendigkeit. So tritt uns das Gesetz als eine objektive Macht entgegen, und demgemäß nennen wir es *Kraft*. Wir objektivieren z. B. das Gesetz der Lichtbrechung als eine Lichtbrechungskraft der durchsichtigen Substanzen, das Gesetz der chemischen Wahlverwandtschaften als eine Verwandtschaftskraft der verschiedenen Stoffe zueinander“ (HELMHOLTZ).

„Die Gesetze aufsuchen“ bedeutet also schließlich „die Kräfte aufsuchen“, die die Erscheinung hervorrufen. Die Erscheinungen selbst aber, so vieltalig sie auch sein mögen, lassen sich alle, wenigstens theoretisch, auf eine und dieselbe Form zurückführen: auf Bewegungserscheinungen. Die Körperwelt, an der wir sie wahrnehmen, ist zwar aus den chemischen Elementen aufgebaut, und die chemischen Prozesse haben scheinbar mit Bewegung nichts zu tun, aber wenn wir uns die Körperwelt in die chemischen Elemente aufgelöst denken, so sind die einzigen Veränderungen, die in ihr möglich sind, auch nur räumliche, d. h. Änderungen in der Gruppierung der Elemente. Die Erscheinungen offenbaren sich dadurch unterschiedslos als Bewegungserscheinungen, die Gesetze als Bewegungsgesetze, die Kräfte als Bewegungskräfte¹⁾.

¹⁾ Die Ansicht, daß alle physikalischen Vorgänge sich vollständig auf Bewegungen von unveränderlichen gleichartigen Massenpunkten zurückführen lassen, ist die *mechanische* Naturanschauung. Sie hat seit der Mitte des vorigen Jahrhunderts bis jetzt die Physik am stärksten gefördert. In den letzten zwei Jahrzehnten führt die Entwicklung der Physik von dieser Auffassung weit hinweg. Der Lernende findet aber an dem anthropomorphen Grundgedanken der mechanischen Naturanschauung einen so deutlichen Wegweiser, daß es sehr unzweckmäßig wäre, ihn auf einem andern Wege als dem bisher bewährten und dem Anfänger noch immer erlaubten in die Physik einzuführen.

Wenn nun damit auch das Ziel der Forschung erkannt ist, so ist die Physik als Ganzes doch noch unendlich weit davon entfernt. Aber wo die Zurückführung auf Bewegungsvorgänge noch nicht gelungen ist, haben wir keinen Grund, anzunehmen, daß sie unmöglich ist, sondern nur, daß sie bei dem gegenwärtigen Stande der Wissenschaft noch nicht möglich ist. Es ist z. B. erst im letzten Jahrhundert geglückt, die Vorstellung vom „Wärmestoff“ zu beseitigen und zu beweisen, daß die Wärme eine Art der Bewegung ist. — Die einzelnen Zweige der Physik sind desto vollkommener entwickelt worden, je mehr von den zu ihnen gehörenden Erscheinungen aus Bewegungsgesetzen begreiflich gemacht werden konnten. In der Lehre vom Schall, vom Licht, von der Wärme und von der Elektrizität ist eine große Klasse von Tatsachen als Bewegungserscheinungen einwandfrei erklärbar, wenn wir auch den Bewegungsmechanismus nicht bis in die letzten Einzelheiten verfolgen können. Wir wissen z. B., daß die Gruppierung der einzelnen Massenteilchen im Eise anders ist als im Wasser. Wir wissen sogar, daß sie im Eise regelmäßiger ist. Wir wissen aber nicht, wie die Umgruppierung eingetreten ist, die den Unterschied zwischen Wasser und Eis kennzeichnet, obwohl wir die Bedingungen für die Umwandlung von Wasser in Eis oder von Eis in Wasser gut kennen.

Dem Ziel am nächsten sind diejenigen Zweige der Physik, die sich mit den Vorgängen beschäftigen, die man als Bewegungen messend verfolgen kann. Allen voran steht die Astronomie; die vollkommene Kenntnis eines Vorganges bezeichnet man geradezu als seine „astronomische Kenntnis“. Die Astronomie hat ihre Vollkommenheit auch erst allmählich erreicht, und zwar durch die planmäßige Erforschung der weniger komplizierten Bewegungserscheinungen am Himmel. Auch die astronomische Kenntnis der anderen physikalischen Vorgänge ist, wenn überhaupt, nur durch die vorbereitende Kenntnis einfacher Bewegungsvorgänge zu erreichen. An ihnen, z. B. der Bewegung fallender Körper, hat GALILEI die grundlegenden Begriffe der Lehre von der Bewegung ursprünglich abgeleitet und die Grundlagen der strengen physikalischen Forschung erkannt. Aus diesem Grunde ist *das Studium einfacher Bewegungsvorgänge der natürliche Ausgangspunkt für das Studium der Physik.*

Allgemeine Lehre von der Bewegung und der Kraft (Mechanik).

A. Vollkommen freie Bewegung.

1. Was ist Bewegung? Ort eines Punktes relativ zu seiner Umgebung.

Alle Dinge, die wir als „in Bewegung“ befindlich bezeichnen, sehen wir ihren Ort relativ zu ihrer Umgebung verändern. Wir definieren daher die Bewegung eines Dinges als die Veränderung seines Ortes relativ zu seiner Umgebung. Um die folgenden Betrachtungen zu vereinfachen, stellen wir uns vor, es gebe nur *einen* Körper im Raume, und dieser sei so klein, daß er als Punkt gelten darf. Man nennt ihn einen *materiellen* Punkt. Ehe man von der Änderung seines Ortes relativ zur Umgebung sprechen kann, muß man wissen, wodurch sein Ort überhaupt bestimmt wird, und wodurch ein Ort von einem anderen, den er einnehmen kann, unterschieden wird. — Wir können den Ort eines Punktes relativ zu seiner Umgebung nur dann eindeutig angeben, wenn uns dazu ein *Bezugssystem* zur Verfügung steht, d. h. wenn wir uns auf andere Punkte, Linien und Flächen beziehen können, die bekannt sind und als unverrückbar gelten dürfen, wie z. B. wenn man die geographische Lage eines Punktes danach angibt, ob er nördlich oder südlich vom Äquator, östlich oder westlich vom Nullmeridian, über oder unter dem Meeresspiegel liegt. Hier bilden Äquator, Nullmeridian und Meeresspiegel das Bezugssystem. Wir sind zu dieser „relativen“ Ortsbestimmung berechtigt. Die Erde bewegt sich zwar selbst, aber alles, was sich auf ihr befindet, macht ihre Bewegung mit¹⁾, und daher bleibt der Abstand der einzelnen Dinge vom Äquator, vom Nullmeridian, vom Meeresspiegel und sonst welchen Linien und Ebenen, die lediglich die Erdbewegung mitmachen, unverändert.

Beim Studium mathematischer und physikalischer Probleme bezieht man sich auf ein anderes, willkürlich gewähltes System von Linien und Flächen. Handelt es sich um Punkte in einer Ebene, z. B. in der Druckseite dieses Buches, so zieht man (das ist nur eine von vielen Methoden) zwei zueinander senkrechte Gerade XX und YY (Abb. 1). Sie heißen die Koordinatenachsen, die Abstände der Punkte P von den Achsen — mit den Vorzeichen plus oder minus, je nach ihrer Lage relativ zu den Achsen —

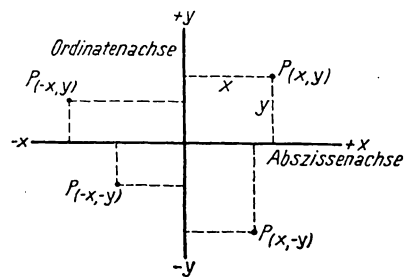


Abb. 1. ⁵ Rechtwinkliges Koordinatensystem als Bezugssystem zur Beschreibung des Ortes eines Punktes P in der Ebene der Koordinatenachsen.

¹⁾ Wie wenig von der Bewegung der Erde in unserem Bewußtsein ist, erkennen wir z. B. daran, daß wir von *Sonnenaufgang*, *Sonnenuntergang*, *Durchgang der Sonne* durch den Meridian u. dgl. sprechen, obwohl wir die Bewegung der Erde als ihre Ursache bezeichnen. Der Widerstand, den die Kopernikanische Lehre von der Bewegung der Erde zuerst gefunden hat, erklärt sich zum großen Teile daraus, wie schwer es ist, sich von dem *sinnlichen Eindruck* freizumachen, daß die Erde stillstehe.

ihre Koordinaten. Das Ganze heißt ein Koordinatensystem. Man beschreibt die Lage eines Punktes P danach, ob er über oder unter XX , und gleichzeitig, ob er rechts oder links von YY liegt. Aber wie *weit* nach rechts oder links? Um das zu erfahren, müssen wir seinen Abstand von ihnen messen können.

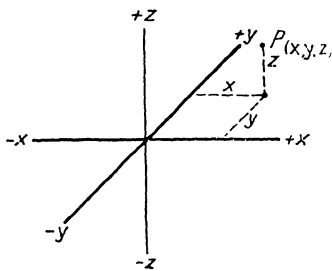


Abb. 2. Rechtwinkliges Koordinatensystem als Bezugssystem zur Beschreibung des Ortes eines Punktes P im Raume durch die Koordinaten xyz .

2. **Längenmessung. Längeneinheit.** Jede Messung ist eine Vergleichung der zu messenden Größe mit einer als Grundmaß festgesetzten Größe derselben Art. Für die Messung des geradlinigen Abstandes zweier Punkte voneinander hat man die Länge des Meters als Grundmaß festgesetzt. Das Meter (m) ist der geradlinige gegenseitige Abstand zweier Strichmarken, auf einem Platinstabe (der die Temperatur des schmelzenden Eises hat) markiert, den das Bureau international des Poids et Mesures zu Paris als Urnormale aufbewahrt und der annähernd den zehnmillionsten Teil des Abstandes eines Erdpoles vom Äquator, längs dem Meridian gemessen, repräsentiert¹⁾. Der hundertste Teil des Meters, das Zentimeter (cm), wird für physikalische Messungen als *Längeneinheit* [cm] benützt. Das Meter ist also eine willkürlich festgesetzte, aber eindeutig bestimmte und durch Kopie der Urnormale als Maßstab herstellbare Norm für Längenmessungen.

3. **Nonius.** Um zuverlässig zu sein, muß ein Maßstab von der Temperatur möglichst wenig abhängig sein und möglichst wenig von der Luftfeuchtigkeit. Materialien für bessere Maßstäbe des alltäglichen Gebrauchs sind — nach *abnehmender* Wärmeausdehnung geordnet — Messing, Silber, Neusilber, Stahl, Glas, Nickelstahl (Invar). Für Maßstäbe gebräuchliche Hölzer sind — geordnet nach *zunehmender Brauchbarkeit* hinsichtlich der hygroskopischen Beschaffenheit — Pappel, Eiche, Mahagoni, Buche, Kiefer, Linde, Ahorn, Fichte. Ganz unbrauchbar ist Nußbaum. — Die kleinste Einheit, in die man die Maßstäbe des alltäglichen Gebrauchs einteilt, ist das Millimeter.

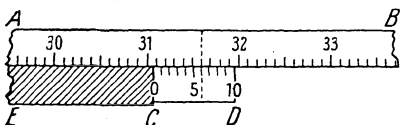


Abb. 3. Nonius. Zur Ermittlung der Zehntelmillimeter bei der Messung mit einem in Millimeter geteilten Maßstabe.

Um Bruchteile davon *genau* ermitteln zu können, benützt man den Nonius (Abb. 3). Das ist ein Hilfsmaßstab, dessen kleinste Einheit um einen bestimmten Bruchteil kleiner ist als die kleinste Einheit des Hauptmaßstabes und der längs des Hauptmaßstabes verschiebbar ist. Um Zehntelmillimeter zu messen, benützt man einen Nonius, in dem 10 Intervalle gleich 9 mm sind, d. h. dessen kleinste Einheit $\frac{1}{10}$ mm kürzer ist als die Hauptteilung. Bei der Messung läßt man den Nullstrich des Hauptmaßstabes mit einem Ende der zu messenden Länge zusammenfallen; fällt das andere Ende, C , zwischen zwei Millimeterstriche hinein, so verschiebt man den Nonius längs des Hauptmaßstabes, bis *sein* Nullstrich mit diesem Ende zusammenfällt, so daß also der Nonius-Nullstrich zwischen denselben zwei Millimeterstrichen liegt. Die Zahl der ganzen Millimeter liest man dann am Hauptmaßstabe ab. Wieviel Zehntelmillimeter liegt nun der Nonius-Nullstrich von diesem abgelesenen Millimeterstrich (310) entfernt? Man sucht denjenigen Teilstrich des Nonius, der mit einem Teilstrich der Hauptteilung zusammenfällt. Ist es z. B. der sechste, so heißt das: der Nullpunkt liegt um $\frac{6}{10}$ mm von jenem abgelesenen Millimeterstrich entfernt. Denn da jedes Noniusintervall um $\frac{1}{10}$ mm kürzer ist als das Intervall des Hauptmaßstabes, so liegt der fünfte Noniusstrich um $\frac{1}{10}$ mm von dem ihm benach-

¹⁾ Die Verfeinerung der physikalischen Beobachtungs- und Meßkunst hat gezeigt, daß dieses Grundmaß der Längeneinheit nur annähernd der Definition entspricht, die es verkörpern soll: das Meter stellt nicht die Länge von $1 \cdot 10^{-7}$ Erdquadrant dar, sondern von $0,999\,914 \cdot 10^{-7}$ Erdquadrant. Aber das ist kein Anlaß, das Grundmaß zu ändern. Für die praktische Anwendung ist die Abweichung belanglos, und für die Wissenschaft ist nur die *Konstanz* des Grundmaßes wichtig.

barten Millimeterstrich der Hauptteilung entfernt, der vierte um $\frac{2}{10}$ von dem ihm benachbarten usw. und der nullte um $\frac{6}{10}$.

4. Relativität der Bewegung. In einem Bezugssystem und mit einem Maßstabe versehen kann man den Ort eines Punktes stets angeben und die Änderung seines Ortes relativ zu seiner Umgebung kontrollieren. Dadurch wird es möglich, die Lehre von der Bewegung mathematisch zu behandeln. Der Ort eines Punktes ist nur relativ zu anderen Punkten vorstellbar, daher auch die *Bewegung*; der Begriff „Bewegung“ verliert ohne Beziehung auf Dinge, relativ zu denen man von Veränderung des Ortes sprechen kann, jeden Sinn. Man denke sich in einem Luftballon — ohne die Möglichkeit eines Blickes nach außen, ohne Meßinstrument, sogar ohne der Einwirkung des Luftzuges ausgesetzt zu sein, oder einer Erschütterung oder irgendeiner anderen Einwirkung der etwaigen Bewegung des Ballons auf den Körper —, woran sollte man merken, ob der Ballon steigt oder fällt, ja ob er sich überhaupt bewegt und von der Erde entfernt hat? Nur „relativ“ zu anderen Punkten kann man also von Bewegung sprechen und ebenso von Ruhe. Der Gegensatz zu „relativ“ ist „absolut“, aber zwischen absoluter und relativer Bewegung zu unterscheiden ist zwecklos — ja sogar sinnlos. Wenn wir von einem Körper behaupten, er ruhe, so betrachten wir ihn dabei immer relativ zu einem großen Raume, der ihn und uns selber umgibt, z. B. relativ zu einem Zimmer. Woran erkennen wir aber, daß dieser ihn und uns umgebende Raum ruht? Wir werden sehen: selbst *wenn* ein Körper existiert, der *wirklich* in Ruhe ist („absolut“ ruht), so haben wir doch kein Kriterium dafür, an dem wir ihn als absolut ruhend *erkennen*. Um das zu verdeutlichen, vor allem um es begrifflich schärfer fassen zu können, müssen wir zunächst einige auf die Bewegung bezüglichen Begriffe erörtern, im besonderen die Richtung der Bewegung, die Geschwindigkeit u. dgl. m. Wir kommen daher erst später auf diese Frage zurück.

5. Richtung der Bewegung. Wenn sich der materielle Punkt zuerst in *A* befunden hat (Abb. 4) und sich später in *B* befindet, so sagen wir, er hat sich von *A* nach *B* bewegt. Die Wege dazu sind unendlich mannigfaltig, aber gleichviel auf welchem Wege er von *A* nach *B* gelangt: wenn er *A* verläßt, so nimmt er zunächst einen Punkt ein, der *A* unmittelbar benachbart ist, d. h. der *A* *unendlich nahe* liegt. Er werde mit *a* bezeichnet. Wir haben ihn uns auf *I* oder *II* oder auf irgendeiner anderen Linie, unendlich nahe bei *A*, — denken. Durch *A* und durch *a* ist die Lage einer geraden Linie eindeutig bestimmt, auf dieser hat sich der materielle Punkt von *A* nach *a* bewegt, und ebenso bewegt er sich von *a* zu einem *a* unmittelbar benachbarten Punkte auf einer geraden Linie usw. Kurz, die ganze Bahn, welche Form sie auch hat, besteht aus unendlich kurzen geradlinigen Strecken (Streckenelementen), und der Endpunkt jeder einzelnen ist der Anfangspunkt jeder folgenden. Das ist allen Bahnen, die der Punkt beschreiben kann, gemeinsam. Was sie voneinander *unterscheidet*, lehren zwei so verschiedene Bahnen wie Abb. 5 und 6.

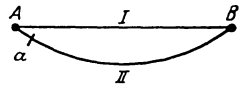


Abb. 4. Bewegung auf gerader und auf krummer Linie.

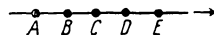


Abb. 5. Zur Bewegung ohne Änderung der Richtung.

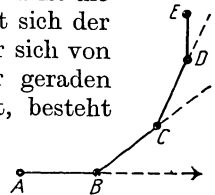


Abb. 6. Zur Bewegung mit Änderung der Richtung.

In der ersten liegt jedes Streckenelement in der Verlängerung, wir sagen „in der Richtung“ des vorhergehenden. In der zweiten hat jedes eine andere Richtung als das vorhergehende; es bildet mit ihm einen Winkel, wie die punktierten Verlängerungen in der Abb. 6 zeigen;

Winkel bedeutet *Richtungsunterschied*. Die Richtung jedes einzelnen Streckenelementes wird durch die der geraden Linie angegeben, von der es selbst ein Teil ist. Diese Gerade, mit einer Pfeilspitze versehen, zeigt zugleich die Richtung, in der der materielle Punkt das Element durchläuft. Wenn sich der Punkt dauernd in derselben Geraden bewegt, so gibt diese Gerade dauernd die Richtung seiner Bewegung an; wenn er nacheinander verschiedene gerade Linien (eine gebrochene Gerade) beschreibt, so gibt jede einzelne, solange er sie durchläuft, seine Richtung an.

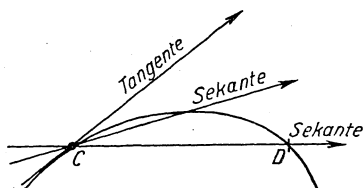


Abb. 7. Die Tangente als Anzeiger der Richtung der Bewegung in einem gegebenen Punkte C der krummlinigen Bahn.

die Sekante zieht und dann D längs der Kurve an C heranrücken läßt. Je näher D an C heranrückt, desto genauer wird die Richtung, die die Kurve in C hat, durch die Richtung der Sekante angegeben; und wenn D *unendlich* nahe an C herangerückt ist, fällt die Richtung der Sekante mit der der Kurve zusammen: die Sekante in dieser Grenzlage, in der sie zwei *unendlich* nahe benachbarte Punkte mit der Kurve gemeinsam hat, heißt Tangente.

Ein materieller Punkt, der sich bewegt, bewegt sich also in jedem Moment in der Richtung einer bestimmten Geraden. Damit er in einem anderen Moment von ihr abweiche, d. h. die Richtung einer *anderen* Geraden einschlage, muß, wie wir in Übereinstimmung mit der Erfahrung annehmen, eine Ursache ihn zu dieser Änderung veranlassen¹⁾. Da aber außer ihm im Raume nichts vorhanden ist, so kann auch keine fremde Ursache vorhanden sein, die auf ihn einwirken kann. Wir dürfen daher von der Möglichkeit der Richtungsänderung absehen und ihn uns auf der Geraden von A nach B gehend vorstellen.

6. Zeiteinheit. Gleichförmige und ungleichförmige Bewegung. Er kann sich aber trotz dieser Einschränkung noch sehr verschiedenartig bewegen: entweder so, daß er in einander gleichen Zeitabschnitten, gleichviel wie groß oder wie klein sie sind, stets einander gleiche Strecken zurücklegt, d. h. *gleichförmig*; oder so, daß er in einander gleichen Zeitabschnitten *nicht* stets einander gleiche Strecken zurücklegt, d. h. *ungleichförmig*. — Um Zeitabschnitte miteinander genau vergleichen zu können, müssen wir jeden einzelnen messen, d. h. mit einem Zeitabschnitt vergleichen können, dessen Größe als unveränderlich gilt. Wir benutzen dazu bekanntlich einen Zeitabschnitt, der uns durch die Drehung der Erde gegeben ist, und vergleichen den zu messenden Zeitabschnitt zwischen zwei Ereignissen mit der Zeit, die die Erde gebraucht, um sich einmal um ihre Achse zu drehen. Die Zeit, die die Erde dazu gebraucht, heißt ein *Tag*. Es ist der Zeitabschnitt zwischen zwei unmittelbar aufeinander folgenden Durchgängen der Sonne durch den Meridian, der *Sonnentag*. Seine Länge wechselt im Laufe des Jahres, weil die Geschwindigkeit wechselt, mit der die Erde

¹⁾ Wodurch er überhaupt eine Richtung empfangen hat, lassen wir vorläufig unerörtert. Die Frage fällt mit der anderen zusammen, wodurch er überhaupt Bewegung erhalten hat. Wir können uns Bewegung nicht vorstellen, ohne uns zugleich eine Richtung der Bewegung vorzustellen. Wir betrachten hier nur den bereits in Bewegung befindlichen materiellen Punkt.

ihre Bahn um die Sonne durchläuft. Man kommt so zum *mittleren Sonnentage*. Der 86 400. Teil davon heißt eine *Sekunde*; er gilt für physikalische Messungen als *Zeiteinheit*. Unter dem Zeitabschnitt von der Größe t verstehen wir t Zeiteinheiten, d. h. in dem üblichen Maßsystem t Sekunden, t [sec].

Durchläuft der materielle Punkt nun in *irgend einer* ganzen Sekunde eine ebenso große Strecke wie in *jeder* anderen ganzen Sekunde und in *irgend einem* Bruchteil einer Sekunde eine ebenso große Strecke wie in jedem anderen gleich großen Bruchteil einer Sekunde, dann ist seine Bewegung gleichförmig. Durchläuft er aber z. B. zwar in *jeder ganzen* Sekunde 1 cm, dabei aber immer

	in der 1. Viertelsekunde	$\frac{1}{16}$ cm,
„	„ 2. „	$\frac{3}{16}$ „
„	„ 3. „	$\frac{5}{16}$ „
„	„ 4. „	$\frac{7}{16}$ „

so ist seine Bewegung ungleichförmig; er legt nicht in jeder beliebigen Viertelsekunde dieselbe Länge zurück. Z. B. ein Uhrpendel, das in einer Sekunde seinen Bogen beschreibt, legt auch in jeder ganzen Sekunde eine und dieselbe Strecke zurück, nämlich seine ganze Bahn, aber keineswegs in jeder 100stel Sekunde den 100. Teil oder in jeder 1000stel Sekunde den 1000. Teil seiner Bahn; seine Bewegung ist ungleichförmig.

Ein materieller Punkt, der sich bewegt, durchläuft in einem bestimmten Zeitabschnitt — er sei so kurz, daß die Bewegung unterdes als gleichförmig gelten kann — eine gewisse Strecke. Damit er im nächstfolgenden gleich langen Zeitabschnitt eine andere (längere oder kürzere) Strecke zurücklegt, muß ihn, wie die Erfahrung lehrt, eine Ursache zu dieser Änderung veranlassen. Ist aber, wie vorausgesetzt, keine vorhanden, so bewegt er sich gleichförmig. Wir kommen also zu dem Schluß: Ein bewegter materieller Punkt, auf den keine äußere Ursache einwirkt, bewegt sich geradlinig und gleichförmig; ändert sich sein Bewegungszustand, d. h. ändert sich die Richtung seiner Bewegung, oder wird die Bewegung ungleichförmig, so muß eine äußere Ursache auf ihn eingewirkt haben. Die Ursache einer *Änderung* des Bewegungszustandes nennt man **Kraft**.

7. Geschwindigkeit. Einheit der Geschwindigkeit. „Dimension“ der Geschwindigkeit. Da wir hier angenommen haben, daß eine fremde Ursache auf den Punkt nicht einwirken kann, dürfen wir ihn uns in geradliniger und gleichförmiger Bewegung in der Richtung von A nach B vorstellen. Trotzdem kann seine Bewegung noch immer verschiedener Art sein: er kann sich nämlich schnell oder langsam bewegen, man sagt, große oder kleine *Geschwindigkeit* haben. Während die Begriffe Gleichförmigkeit und Ungleichförmigkeit die in gleichen Zeiträumen zurückgelegten Strecken nur hinsichtlich ihrer relativen Gleichheit oder Ungleichheit charakterisieren, wendet sich der Begriff *Geschwindigkeit* an ihre Größe. Man versteht unter *Geschwindigkeit* das Verhältnis, in dem die Größe der durchlaufenen Strecke zu der Zeit steht, die zum Durchlaufen der Strecke verbraucht worden ist. Wird, wie es bei der gleichförmigen Bewegung geschieht, in einem bestimmten Zeitabschnitte von bestimmter Größe stets eine Strecke von *derselben* Größe durchlaufen, z. B. in t sec stets eine Strecke s cm, so wird in dem Zeitabschnitt $2t$ sec die Strecke $2s$ cm durchlaufen, in $3t$ sec die Strecke $3s$ cm usw. Das Verhältnis der Weglänge zu der Zeit, die zum Durchlaufen des Weges nötig war, ist, gleichviel wie groß der Zeitabschnitt ist, für den man die Überlegung anstellt, stets dasselbe:

$$\frac{s}{t} = \frac{2s}{2t} = \frac{3s}{3t} = \dots \text{ also stets } \frac{s}{t}.$$

Bezeichnen wir das Verhältnis $\frac{s}{t}$, die *Geschwindigkeit*, mit c , so haben wir:

$$c = \frac{s}{t}.$$

Der Zähler des Bruches bedeutet eine Anzahl Zentimeter, der Nenner eine Anzahl Sekunden. Setzen wir $t = 1$, so bedeutet der Zähler s die in *einer* (beliebigen) Sekunde durchlaufene Strecke, und wir erfahren: Die gleichförmige Geschwindigkeit c wird angegeben durch die in einer Sekunde durchlaufene Strecke in Zentimeter. Von selbst ergibt sich so eine Maßeinheit für die gleichförmige Geschwindigkeit. Da man die Länge nach der Längeneinheit (cm) und die Zeit nach der Zeiteinheit (sec) mißt und der Begriff *gleichförmige Geschwindigkeit* nur die Begriffe Länge und Zeit enthält, definiert man: Die Geschwindigkeitseinheit hat der materielle Punkt dann, wenn er in der *Zeiteinheit* die *Längeneinheit* zurücklegt, d. h. wenn er in 1 sec 1 cm zurücklegt. Er hat eine Geschwindigkeit von 10 Geschwindigkeitseinheiten (GE), wenn er in 1 sec 10 cm zurücklegt. — Die Längeneinheit und die Zeiteinheit (cm, sec) sind willkürlich festgesetzt, die Geschwindigkeitseinheit ist, wie man sieht, aus den bereits festgesetzten Einheiten *abgeleitet*.

Wohlgemerkt: Der Bruch $\frac{s}{t}$ [cm/sec] verknüpft zwei *benannte* Zahlen rechnerisch miteinander, im Zähler stehen Zentimeter, im Nenner Sekunden. Ist das nicht, wie wenn man eine Anzahl Eier durch eine Anzahl Ziegelsteine dividieren wollte? Und ferner: Die durch den Bruch $\frac{\text{Längeneinheit}}{\text{Zeiteinheit}} = \text{Geschwindigkeitseinheit}$ definierte Einheit ist ungleichartig mit den Einheiten, aus denen sie abgeleitet ist; sie ist weder einer Zeit ähnlich noch einer Länge. Hat sie dann überhaupt einen Sinn? Darauf ist zu erwidern: Diese *rechnerische* Verknüpfung von Zentimetern und Sekunden *bekommt* einen Sinn für uns durch unsere Kenntnis des physikalischen Gesetzes, das sie *physisch* miteinander verknüpft und das zu jener rechnerischen Verknüpfung *geführt* hat; und die *Einheit* der *Geschwindigkeit* hat ihren guten Sinn, weil dieselbe besondere *physische* Verknüpfung zwischen den Grundeinheiten möglich ist, aus denen wir die neue Einheit abgeleitet haben. Zwischen Eiern und Ziegelsteinen kennen wir keine physische Verknüpfung, daher ist ihre rechnerische Verknüpfung für uns sinnlos. Daß wir irgendein physisches Verhältnis als meßbare Größe hinstellen, kann nur auf empirischer Kenntnis seines physischen Verhaltens beim Zusammentreffen und Zusammenwirken beruhen. — Die Einheit der Geschwindigkeit ist definiert aus der Einheit der Länge und der Einheit der Zeit, man bezeichnet die erste mit $[l]$, die zweite mit $[t]$, die Einheit der Geschwindigkeit müssen wir also folgerichtig definieren durch $[l] : [t]$. Man bezeichnet sie durch das Symbol $[l t^{-1}]$, im besonderen, wenn man als Grundeinheiten Zentimeter und Sekunde benutzt, durch cm sec^{-1} oder cm/sec . Man beachte: In dieser Formel für die abgeleitete Einheit der Geschwindigkeit spricht sich wieder dasselbe Gesetz aus, das die *Grundeinheiten* der Länge und der Zeit physisch miteinander verknüpft. Der Ausdruck leistet aber noch etwas anderes — rein Gedankliches. Der „Begriff“ Geschwindigkeit — rein logisch genommen — enthält lediglich die Begriffe *Zeit* und *Länge* als Teile. Der Ausdruck $[l \cdot t^{-1}]$ gibt uns nun die Art der *Beziehung* an, in der die Teile des Begriffes *zueinander* stehen und die die Teile logisch zu einem Ganzen *verbindet*. Insofern lehrt sie uns also die Struktur des zusammengesetzten Begriffes kennen; man kann sie geradezu als *Strukturformel* des Begriffes Geschwindigkeit bezeichnen. Wir werden noch viele solcher Strukturformeln physikalischer Begriffe kennen lernen. Man nennt sie *Dimensionsformeln* und sagt z. B. die Geschwindigkeit hat *hinsichtlich der Zeit* die Dimension -1 , hinsichtlich der Länge die Dimension $+1$. Wir kommen darauf später zurück (S. 15). Die Formel $[l t^{-1}]$ macht es uns leicht, eine bestimmte Anzahl von Geschwindigkeitseinheiten, die sich auf ein gewisses System von Grundeinheiten bezieht, auf ein anderes System von Grundeinheiten umzurechnen. Haben wir z. B. 1000 Geschwindigkeitseinheiten in Zentimeter und Sekunden ausgedrückt und wollen wir sie umrechnen in Meter und Minuten, so brauchen wir in $1000 [\text{cm sec}^{-1}]$ nur cm durch m/100 zu ersetzen und sec durch min/60, dann erhält man $1000 \left[\frac{\text{m}}{100} \left(\frac{\text{min}}{60} \right)^{-1} \right] = \frac{1000 \cdot 60}{100} [\text{m min}^{-1}] = 600 [\text{m min}^{-1}]$. Die $1000 [\text{cm sec}^{-1}]$ sind also $600 [\text{m min}^{-1}]$.

Ist die Geschwindigkeit bekannt, so sind alle Größen gegeben, die sich auf die geradlinige, gleichförmige Bewegung des materiellen Punktes beziehen. Ist 1. die Gerade bekannt, der entlang er sich bewegt, 2. die Richtung der Bewegung, 3. die Geschwindigkeit, d. h. die Strecke, um die er sich jede Sekunde weiterbewegt, 4. in welchem Punkte der Geraden er sich in einem bestimmten Zeitpunkt befindet, und wissen wir, daß er irgendeiner Einwirkung nicht unterworfen ist, so besitzen wir von seiner Bewegung „astronomische“ Kenntnis.

8. Erstes NEWTONSches Bewegungsgesetz. Trägheitsvermögen. Wir sehen: Gleichförmigkeit der Bewegung ist nichts anderes als Bewegung ohne Änderung der Geschwindigkeit, wir können daher (unter gleichzeitiger Berücksichtigung des über die Richtungsänderung Gesagten) den Satz aufstellen: Ein bewegter materieller Punkt ändert weder seine Richtung, noch seine Geschwindigkeit, wenn ihn nicht eine äußere Ursache, d. i. eine Kraft, dazu veranlaßt. (Umgekehrt schließen wir, daß eine äußere Einwirkung auf den Punkt stattgefunden hat, wenn er sich *nicht* stets geradlinig und *nicht* stets mit derselben Geschwindigkeit bewegt hat.) In der Wirklichkeit haben wir es zwar *nicht* mit materiellen Punkten zu tun, sondern mit Körpern. Aber wir werden später sehen, daß wir bei derartigen Bewegungsvorgängen einen Körper durch einen materiellen Punkt ersetzt denken dürfen. Wir übertragen daher den soeben gefundenen Satz auf Körper und gelangen so zu *dem ersten NEWTONSchen Gesetze der Bewegung*: Jeder Körper verharrt in seinem Zustande der Ruhe oder dem der geradlinigen gleichförmigen Bewegung, außer wenn er durch äußere Kräfte zu einer Veränderung dieses Zustandes veranlaßt wird. — „Der experimentelle Nachweis der Wahrheit dieses Gesetzes liegt darin, daß wir jedesmal, wenn wir einer Veränderung in dem Bewegungszustande eines Körpers begegnen, diese Veränderung auf irgendeine Wirkung zwischen jenem Körper und einem anderen, d. h. auf eine äußere Kraft, zurückführen können“ (MAXWELL). Die Fähigkeit des Körpers, seinen Bewegungszustand unverändert beizubehalten, wenn nicht eine Kraft auf ihn einwirkt, nennt man sein *Beharrungsvermögen*, sein *Trägheitsvermögen*.

Das Trägheitsvermögen lernt man durch die alltägliche Erfahrung kennen: sitzt man z. B. in einem schnell fahrenden Wagen, und der Wagen hält plötzlich an, so fühlt der Oberkörper einen Ruck in der Fahrtrichtung; er bewegt sich nämlich *noch* in dieser Richtung, während der den Wagen unmittelbar berührende Unterkörper *bereits*, gleichzeitig mit dem Wagen, seine Bewegung aufgegeben hat. Fährt dagegen der Wagen plötzlich los, so fällt der Oberkörper entgegengesetzt der Fahrtrichtung zurück, weil er *noch* in Ruhe ist, der Unterkörper aber *bereits*, gleichzeitig mit dem Wagen, in Bewegung gerät. Ein fahrender Eisenbahnzug bleibt noch einige Zeit in Bewegung, auch wenn der Dampf abgestellt wird, ein schnell fahrendes Zweirad, auch wenn der Fahrer nicht mehr tritt, ein fahrender Kahn, auch wenn er nicht mehr gerudert wird — alle, weil sie die einmal angenommene Bewegung noch eine Zeitlang beibehalten. Warum nur eine „Zeitlang“ und nicht dauernd, wie es das Gesetz fordert, wird sich später zeigen. (S. 24)

9. Geschwindigkeit bei ungleichförmiger Bewegung. Die Erfahrung lehrt aber, daß die Körper der uns umgebenden Erscheinungswelt ihren Bewegungszustand *nicht* unverändert beibehalten, sondern ihre Geschwindigkeit und ihre Richtung ändern, lehrt also, daß Kräfte auf sie wirken. Da wir nun die Kräfte kennen lernen wollen, das aber nur an den Erscheinungen geschehen kann, die wir als ihre Wirkungen ansehen, so suchen wir zunächst diese Erscheinungen, d. h. die Änderungen des Bewegungszustandes (der Richtung und der Geschwindigkeit) näher kennen zu lernen. Wir sehen zunächst noch von der Richtungs-

änderung ab und stellen uns den materiellen Punkt wieder auf der Geraden von A nach B (Abb. 4) bewegt vor, jetzt aber ungleichförmig bewegt, so also, daß er in einander gleichen Zeitabschnitten Strecken zurücklegt, die untereinander *nicht* gleich groß sind. Sind später durchlaufene Strecken länger als früher durchlaufene, so heißt die Bewegung *beschleunigt*; sind die später durchlaufenen Strecken kürzer, als die früher durchlaufenen, so heißt sie *verzögert*. (Daß beides miteinander abwechselt, schließen wir aus.)

In jedem Falle sind dann die in verschiedenen Sekunden zurückgelegten Strecken verschieden lang. Daraus folgt zunächst, daß wir mit der Kenntnis der in *irgendeiner* Sekunde durchlaufenen Strecke nichts anfangen können, um die Streckenlänge zu ermitteln, die der materielle Punkt in irgendeiner früheren Sekunde zurückgelegt hat oder in einer späteren zurücklegen wird. Die Streckenlänge ist eben jede Sekunde anders, und das heißt, die Geschwindigkeit ist jede Sekunde anders. Aber nicht nur von Sekunde zu Sekunde ändert sie sich — Sekunden sind ja willkürlich begrenzte Zeitabschnitte — sondern sie ändert sich jeden Moment. Wir können jetzt, streng genommen, nur von der Geschwindigkeit in einem bestimmten *Zeitpunkt* sprechen. Wenn die Geschwindigkeit von diesem Zeitpunkt an gleichförmig würde, so würde der materielle Punkt jede Sekunde eine Strecke von bestimmter, und zwar unveränderlicher Länge zurücklegen. Diese Größe — sie betrage v cm pro sec — bedeutet die Geschwindigkeit, die der materielle Punkt in jenem Zeitpunkt tatsächlich gehabt hat. Wir definieren allgemein: die Geschwindigkeit der ungleichförmigen Bewegung in einem bestimmten Zeitpunkt ist die Strecke v cm, die der Punkt jede Sekunde von diesem Moment an zurücklegen würde, wenn von ihm an die Bewegung gleichförmig würde. Zu jedem einzelnen Zeitpunkt gehört also ein v von anderer Größe; ist die Geschwindigkeit in einem bestimmten Zeitpunkt — er heiße t — z. B. so groß, daß, wenn sie von ihm an gleichförmig würde, der materielle Punkt jede Sekunde 10 cm zurücklegen würde, so ist für diesen Zeitpunkt $v = 10$ GE. Ist die Geschwindigkeit in einem anderen Zeitpunkt T so groß, daß, wenn sie von ihm an gleichförmig würde, der materielle Punkt jede Sekunde 15 cm zurücklegen würde, so ist für diesen Zeitpunkt $v = 15$ GE usw.

10. Beschleunigung und Verzögerung. Die Differenz 5 GE bedeuten die Geschwindigkeitsänderung. Ist der Zeitpunkt T früher als t , so bedeuten sie eine Abnahme, ist T später als t , eine Zunahme der Geschwindigkeit. Bei der dauernd beschleunigten Bewegung ist die Änderung stets eine Zunahme von einem früheren zu einem späteren Zeitpunkt; bei der dauernd verzögerten Bewegung stets eine Abnahme. (Die beiden Formen der Bewegung brauchen nicht getrennt behandelt zu werden, weil die Abnahme als negative Zunahme aufgefaßt werden kann.) Nimmt die Geschwindigkeit dabei in gleichen Zeiträumen immer um gleichviel zu (ab), so heißt die Bewegung *gleichförmig* beschleunigt (verzögert), sonst ungleichförmig beschleunigt (verzögert).

Daß sich die Geschwindigkeit ändert, läßt auf eine hinter dem Bewegungsvorgange verborgene Kraft schließen; daß sie sich *dauernd* ändert, auf das dauernde Wirken der Kraft. Aus der Art der Geschwindigkeitsänderung (Zu- oder Abnahme) schließen wir, daß die Kraft dauernd beschleunigend oder dauernd verzögernd wirkt, und aus der Größe der Geschwindigkeitsänderung werden wir auf die Größe der Kraft schließen dürfen. Woran soll man aber die Geschwindigkeitsänderung messen? Die Geschwindigkeit kann schnell oder langsam zunehmen. Der Begriff Gleichförmigkeit wendet sich nur an die *Gleichheit* der Zunahme, erst der Begriff *Beschleunigung* an ihre Größe. Man versteht darunter das Verhältnis, in dem die Größe der Geschwindigkeitszunahme zu der Länge

der Zeit steht, in der sie erfolgt ist. Bei einer gleichförmig beschleunigten Bewegung (mit der allein haben wir es zu tun) ist dieses Verhältnis stets dasselbe. Denn bei ihr wächst ja die Geschwindigkeit in gleich großen Zeiträumen um gleichviel Geschwindigkeitseinheiten. Wächst sie z. B. in t sec um v [cm/sec], so wächst sie in $2t$ sec um $2v$ [cm/sec] usw. Das Verhältnis der Geschwindigkeitszunahme zu dem zugehörigen Zeitraum ist stets dasselbe, ist

$$\frac{v}{t} = \frac{2v}{2t} = \frac{3v}{3t}, \quad \text{also stets} \quad = \frac{v}{t} \left[\frac{\text{cm/sec}}{\text{sec}} \right].$$

Wir bezeichnen diesen Bruch, der die Größe der Beschleunigung (acceleratio) angibt, mit a , haben also $a = \frac{v}{t} \left[\frac{\text{cm/sec}}{\text{sec}} \right]$. Setzen wir $t = 1$, so bedeutet der Zähler v cm/sec die Geschwindigkeitszunahme während *einer* Sekunde, und wir haben $a = v/1 = v$ [cm/sec²], und wir erfahren: bei der gleichförmig beschleunigten Bewegung ist die *Beschleunigung* der Geschwindigkeitszuwachs während einer Sekunde. Von selbst ergibt sich daraus die Maßeinheit für die gleichförmige Beschleunigung als diejenige, bei der die Geschwindigkeit in 1 sec um 1 [cm/sec] wächst. — Der Bruch v Geschwindigkeitseinheiten durch t Zeiteinheiten fordert dieselben Betrachtungen heraus wie der Bruch s Längeneinheiten durch t Zeiteinheiten auf S. 8. Naturgemäß ergibt sich die Einheit der Beschleunigung zu $\left[\frac{[l/t]}{[t]} \right] = [l] \cdot [t]^{-2}$. Wir bezeichnen sie mit $[lt^{-2}]$ — und im besonderen mit [cm] und [sec] als Grundeinheiten — mit [cm sec⁻²] oder [cm/sec²]. Die Strukturformel $[lt^{-1}] : [t]$ spiegelt das Gesetz wieder, das Geschwindigkeit und Zeit physikalisch miteinander verknüpft und zugleich die Art der logischen Beziehung zwischen den Begriffen Geschwindigkeit und Zeit, die der Begriff „Beschleunigung“ als Teile umfaßt.

11. Geschwindigkeit und Beschleunigung bei krummliniger Bewegung. Die Definition der Beschleunigung bei krummliniger Bewegung ist wesentlich verwickelter als die der geradlinigen Bewegung und erfordert zu ihrem Verständnis die Kenntnis einiger neuen Begriffe, auf die wir hier nur hinweisen. Bewegt sich der materielle Punkt auf einer Kurve, so fällt die *Richtung* seiner Geschwindigkeit in einem bestimmten Zeitpunkt in die Tangente an dem Kurvenpunkt, an dem er sich gerade befindet; seine Beschleunigung fällt *nicht* in die Richtung der Bahn, sie zerfällt in zwei Komponenten (S. 30), nämlich in die Beschleunigung längs der Tangente des Bahnpunktes und in die dazu senkrechte (normale) Zentripetalbeschleunigung [57.]¹⁾, die gleich dem Quadrat der Geschwindigkeit dividiert durch den Krümmungsradius der Kurve in jenem Punkte ist. Bei der geradlinig beschleunigten Bewegung — das ist die Bewegung mit *gleichbleibender Richtung* — existiert nur die Tangentialbeschleunigung. Wohlgemerkt: jede, nicht geradlinige, obwohl *gleichförmige* Bewegung heißt *beschleunigt*, z. B. wenn ein Kreis mit konstanter Geschwindigkeit durchlaufen wird; dann ändert sich zwar nicht die *Größe*, wohl aber die *Richtung* der Geschwindigkeit.

12. Masse. Gleichheit von Massen. Die Beschleunigung, in GE pro sec ausgedrückt, ist diejenige Zahlengröße, die eine gegebene geradlinige und gleichförmig beschleunigte Bewegung der Größe nach eindeutig bestimmt. Kennen wir sie, so gelangen wir, wie wir sehen werden, erstens zur Kenntnis des ganzen Bewegungsvorganges und zweitens zur Kenntnis der Größe der Kraft, als deren Wirkung sich die Beschleunigung darstellt. Wir zeigen zunächst das zweite, weil es hier das wichtigere ist.

Wir haben gesagt: die Änderung des Bewegungszustandes, hier also die Beschleunigung, ist die Wirkung, die die Kraft zur Ursache hat. Wir müssen nun untersuchen, ob man aus der *Größe* der Beschleunigung auf die *Größe* der

¹⁾ Die Zahlen in eckiger Klammer weisen auf Paragraphen hin, z. B. [57.] auf den Paragraphen 57. *Zentripetal- und Zentrifugalkraft.*

Kraft schließen kann. Angenommen, wir treffen das eine Mal den materiellen Punkt in geradliniger gleichförmig beschleunigter Bewegung mit der Beschleunigung n an, ein anderes Mal mit der Beschleunigung $2n$, so werden wir im zweiten Falle aus der doppelt so großen Wirkung auf eine doppelt so große Ursache, d. h. eine doppelt so große Kraft schließen. Wenn wir ihn dagegen auch in dem zweiten Falle mit der Beschleunigung n antreffen, so werden wir aus der gleich großen Wirkung auf eine gleich große Kraft schließen, weil gleiche Wirkungen unter den gleichen Bedingungen auf gleiche Ursachen schließen lassen. Die Gleichheit der Bedingungen ist hier erfüllt, weil es sich immer um denselben materiellen Punkt handelt. Den gesetzmäßigen Zusammenhang zwischen Ursache und Wirkung kann man aber nur erkennen, wenn man den Bewegungsvorgang unter *abgeänderten* Bedingungen beobachten kann. Die Abänderung kann sich nur auf den materiellen Punkt beziehen. Wir betrachten zu dem Zweck zwei voneinander getrennte materielle Punkte. Wenn sich jeder von ihnen geradlinig und gleichförmig beschleunigt bewegt und die Beschleunigung n hat (gegenseitige Beeinflussung der Punkte schließen wir aus), so werden wir hinter *jedem* auf eine Kraft als Ursache der Beschleunigung schließen. Die Wirkung wird in beiden Fällen als Beschleunigung eines materiellen Punktes wahrgenommen, aber jedesmal an einem *anderen* materiellen Punkt. Nur wenn beide unterschiedslos gleich sind, ist die Gleichheit der Bedingungen erfüllt, die von gleichen Wirkungen auf gleiche Ursachen zu schließen berechtigt.

Inwiefern können die beiden materiellen Punkte überhaupt verschieden sein? Der materielle Punkt ist ein Körper mit unendlich kleinen Dimensionen ohne sonstige Eigenschaften. In der Wirklichkeit gibt es keine materiellen Punkte, sondern nur Körper mit endlichen Dimensionen und mit unterschiedlichen Eigenschaften. Sie haben Form, Farbe, Gewicht, Härte, sind fest, flüssig oder gasförmig, bestehen aus verschiedenen Stoffen, wie Eisen, Glas, Wasser, kurz, sie haben „Eigenschaften“ und dadurch unterscheiden sie sich voneinander. Von allen diesen Eigenschaften können wir hier absehen. Die Körper bestehen „aus irgend etwas“, wir nennen es *Materie* oder *Masse*. Für die abstrakte Lehre von der Bewegung ist ein Körper nichts weiter als „ein Quantum Materie“. Dadurch, daß wir von allen unterscheidenden Eigenschaften der Körper absehen, entkleiden wir die Materie selbst aller Eigenschaften. Nur eine lassen wir ihr, weil wir annehmen müssen, daß sie von ihrem Wesen untrennbar ist: die Eigenschaft, bewegbar zu sein. Für die Lehre von der Bewegung ist die Materie danach einfach ein Etwas, das bewegbar ist. Das Charakteristische der aller ihrer Eigenschaften (bis auf die Bewegbarkeit) entkleideten Materie ist ihr Widerstand, den sie jeder Veränderung¹⁾ ihres Bewegungszustandes entgegengesetzt. Man nennt diese Eigenschaft ihre *Trägheit*, spricht deswegen von *träger Masse* (es wäre deutlicher, nur von *Trägheit der Masse* zu sprechen). Zwischen den zwei materiellen Punkten kann es dann auch keinen qualitativen, sondern nur einen quantitativen Unterschied geben: der eine kann *mehr* Masse enthalten als der andere. — Aber woran erkennt man, ob zwei materielle Punkte gleich große oder verschieden große Massenmengen enthalten? Wir können den Satz von den gleichen Ursachen und den gleichen Wirkungen auch so fassen: wenn gleiche Ursachen gleiche Wirkungen hervorrufen, dann sind auch die Bedingungen gleiche. Die Gleichheit

¹⁾ Der Lernende präge sich ein: Die *Veränderung* des Bewegungszustandes ist das Entscheidende, also die Beschleunigung und die Verzögerung (wozu auch der Übergang aus der Ruhe zur Bewegung und umgekehrt gehört). Das *Trägheitsvermögen* strebt den Bewegungszustand unverändert zu erhalten; ihn zu *verändern*, dazu gehört *Kraft*.

der Bedingungen ist hier erfüllt, wenn die beiden materiellen Punkte quantitativ gleich sind, d. h. wenn sie gleichviel Masse haben. Wir kommen also zu dem Schluß: wenn zwei gleiche Kräfte zwei materiellen Punkten gleich große Beschleunigungen erteilen, so haben die Punkte gleiche Masse.

Jetzt ist zwar eine Beziehung gegeben zwischen gleichen Massen, gleichen Beschleunigungen und gleichen Kräften, aber wir wissen bisher nicht, wann *Kräfte* als gleich anzusehen sind. Benützen können wir daher die Definition der Massengleichheit nur dann, wenn wir annehmen, daß wir über eine Kraft verfügen, die wir unverändert auf die eine oder auf die andere Masse wirken lassen können. Die Forderung „zwei gleiche Kräfte“ ist dann erfüllt durch *eine* unveränderliche Kraft, die zwei verschiedene Male in Tätigkeit tritt. Wenn dann zwei Massen, m_1 und m_2 , gegeben sind, und die Kraft in dem einen Falle der Masse m_1 die Beschleunigung a erteilt, in dem anderen Falle der Masse m_2 ebenfalls die Beschleunigung a , dann nennen wir m_1 und m_2 *gleich große Massen*. — Wie ist aber das Größenverhältnis der Massen zueinander zu beurteilen, wenn die Beschleunigungen verschieden groß sind? Wir wollen einmal annehmen: m_1 erfahre die Beschleunigung a , aber m_2 nur eine halb so große. m_2 beansprucht dann zur Erlangung einer Beschleunigung von gegebener Größe ebensoviel Kraft, wie sie für m_1 zu einer doppelt so großen ausreicht. Darum nennen wir m_2 doppelt so groß wie m_1 .

13. Zweites Newtonsches Bewegungsgesetz. Es zeigt sich also, daß die Größe einer Kraft beurteilt werden muß: nicht allein nach der Größe der *Beschleunigung* der Masse, sondern auch nach der *Größe* der Masse. Und zwar müssen wir nach dem vorangehenden schließen: Ist eine Masse A m mal so groß wie eine Masse B , bewegt sie sich aber trotzdem mit *eben* so großer Beschleunigung wie B , so ist die Kraft, die A treibt, m mal so groß wie die Kraft, die B treibt; wenn sich A aber — trotz des m mal so großen Masseninhaltes — gar mit einer a mal so großen Beschleunigung bewegt wie B , so ist die Kraft, die sie treibt, $m \cdot a$ mal so groß wie die Kraft, die B treibt. Mit anderen Worten: *die Kraft*, die wir als Ursache der Beschleunigung a einer Masse m ansehen, ist sowohl der Masse wie der Beschleunigung proportional (*zweites Newtonsches Bewegungsgesetz*).

Wie groß sie aber nun eigentlich ist, wissen wir damit immer noch nicht, denn wir wissen ja nur, daß sie $m \cdot a$ mal so groß ist wie jene andere, wissen aber nicht, *wie* groß jene andere ist. Es fehlt uns das Maß, das für die Kraftmessung das ist, was das Zentimeter für die Längenmessung und die Sekunde für die Zeitmessung ist. Da wir die Kraft nach der Größe der Beschleunigung beurteilen müssen, die sie hervorgerufen hat, und nach der Größe der Masse, der sie diese Beschleunigung erteilt hat, so setzen wir fest: diejenige Kraft nennen wir die *Krafteinheit*, die der Masseneinheit die Beschleunigungseinheit erteilt.

14. Massenmessung. Masseneinheit. Aber wir wissen bisher nicht, was unter Masseneinheit zu verstehen ist. Man ist dahin übereingekommen, als Masseneinheit — sie ist willkürlich festgesetzt wie die Längeneinheit und wie die Zeiteinheit — diejenige Menge Masse anzusehen, die der Raum eines Kubikzentimeters (1 cm^3) enthält, wenn er mit destilliertem Wasser von 4°C gefüllt ist. Diese Massenmenge nennt man ein Gramm (1 g). Das Verhältnis des so definierten Gramms zu dem Platin-Normalkilogramm in Paris wird *streng* wiedergegeben durch $1 \text{ kg} = 1,000\,027$ Kubikdezimeter Wasser. — Es ist zu beachten, daß ein Gramm ein *Quantum* Masse ist, nicht ein *Gewicht*. Das *Gewicht*, das ein Gramm *hat*, ist die *Kraft*, mit der die Gramm Masse auf eine sie tragende Unterlage *drückt*, oder hängend an einem Faden *zieht*. Diese *Kraft*, das *Gewicht* eines Grammes, hängt ab, wie sich später zeigen wird, von dem Ort, an dem sich

das Gramm befindet: es ist kleiner auf dem Gipfel als am Fuß eines Berges; es ist größer an den Polen der Erdkugel als am Äquator; es ist kleiner an der Oberfläche der Erde, als es an der Sonne wäre. Es ist größer in der Luft als im Wasser, und im leeren Raume größer als in der Luft. Die *Masse* 1 g aber, der Inhalt jenes mit Wasser ausgefüllten Raumes von 1 cm, ist stets dieselbe. Beim Abwiegen mit Gewichten machen wir zwar von der Tatsache Gebrauch, daß gleichgroße Massen an derselben Stelle der Erde gleiche Zugkräfte auf die Wage ausüben — wir sagen „gleiches Gewicht haben“ — und die Wage infolgedessen ins Gleichgewicht bringen, aber der Zweck der Wägung ist der Vergleich der „abzuwägenden“ *Masse* mit der bereits bekannten *Masse* der Gewichtsstücke. Bei dem Einkauf einer Ware „nach Gewicht“ ist uns in Wirklichkeit das *Gewicht* gleichgültig, d. h. die Größe der Kraft, mit der die Ware von der Erde angezogen wird; es kommt uns nur auf das Quantum *Masse* an. Das *Gewicht* eines Körpers spielt im gewöhnlichen Leben für uns nur dann eine Rolle, wenn es sich um die Anstrengung handelt, die man macht, wenn man den Körper *tragen* muß. Für den Sackträger hat das *Gewicht* des Getreides Bedeutung, aber für den Müller, der das Getreide zu Mehl verarbeitet und verkauft, nur das Quantum *Masse*, das das Getreide enthält.

15. Größe einer Kraft. Jetzt, nach der Festsetzung, was die Masseneinheit ist, können wir auch eine Kraft nach Maß und Zahl ausdrücken. Wenn ein materieller Punkt 1 Masseneinheit (g) enthält und sich geradlinig mit der gleichförmigen Beschleunigung 1 [cm/sec] pro sec bewegt, so ist, wie wir (S. 13 Z. 13 v. u.) festgesetzt haben, die Kraft, die auf ihn wirkt, 1 Krafteinheit; sie wird 1 Dyn genannt. Folglich ist die Kraft p , die einen Punkt von der Masse m Gramm mit der Beschleunigung a [cm/sec] pro sec treibt — die ja nach S. 13 $m \cdot a$ mal so groß sein sollte — gleich $m \cdot a$ Krafteinheiten (Dyn). Oder in Worten: es ist

$$\text{Kraft} = \text{Masse mal Beschleunigung, ausgedrückt in Dyn.}$$

Wenn ein Körper, der 50 g Masse enthält, eine Beschleunigung 100 besitzt, d. h. in jeder Sekunde um 100 [cm/sec] an Geschwindigkeit zunimmt, so ist $m = 50$, $a = 100$ und die Kraft, als deren Wirkung wir diese Beschleunigung ansehen, somit $p = 50 \cdot 100 = 5000$ Krafteinheiten (5000 Dyn).

Die Beziehung zwischen der Kraft p , der Masse m und der Beschleunigung a können wir noch anders als durch $p = m \cdot a$ ausdrücken. Die Beschleunigung ist das Verhältnis des Geschwindigkeitszuwachses zu der Zeit, in der der Zuwachs erfolgt ist (S. 11). Hat die Masse mit der Geschwindigkeit 0 begonnen und hat sie mit der Beschleunigung a in t Sekunden die Geschwindigkeit u erreicht, so ist $a = u/t$, also ist auch $p = m \cdot u/t$. Diese Gleichung gibt die Beziehung zwischen der Kraft, der Masse und der *Geschwindigkeit*, die die Kraft der ursprünglich ruhenden Masse in t Sekunden erteilt. Setzen wir hierin $t = 1$, so bedeutet u die Geschwindigkeit, die die ursprünglich ruhende Masse am Ende der 1. Sekunde erreicht hat. Wir wollen sie mit v_1 bezeichnen. Ist $m = 1$ und $v_1 = 1$, so wird $p = 1 \cdot 1 = 1$, also gleich der Krafteinheit.

Wir können somit die Krafteinheit auch als diejenige Kraft definieren, die der ursprünglich ruhenden Masseneinheit, 1 [g], in der *Zeiteinheit*, 1 [sec], die Geschwindigkeitseinheit, 1 [cm/sec], erteilt. Diese Definition der Krafteinheit stimmt mit der S. 13 gegebenen überein, denn wenn eine Geschwindigkeit in einer Sekunde von 0 auf 1 [cm/sec] anwächst, so hat sie die Beschleunigung 1, sie wächst in dieser Sekunde um 1 [cm/sec].

16. Dimensionsformel. Die Einheit der Kraft ist aus der Einheit der Beschleunigung und der Einheit der Masse „abgeleitet“, wie die Einheit der

Beschleunigung aus der Geschwindigkeitseinheit und der Zeiteinheit abgeleitet ist, die Einheit der Geschwindigkeit aus den Grundeinheiten der Länge und der Zeit. Zu den Grundeinheiten der Länge $[l]$ und der Zeit $[t]$ ist nun noch die Einheit der Masse getreten, man bezeichnet sie mit $[m]$. Der Begriff Kraft enthält als *Teile* die Begriffe Beschleunigung und Masse, und zwar in der *Beziehung* Masse mal Beschleunigung. Die Einheit der Kraft wird daher $[m] \cdot [l] \cdot [t]^{-2}$, man bezeichnet sie mit $[mlt^{-2}]$.

Man nennt die Formeln $[lt^{-1}]$, $[lt^{-2}]$, $[mlt^{-2}]$, wie schon erwähnt (S. 8), die *Dimensionsformeln* der Geschwindigkeit, der Beschleunigung, der Kraft und nennt die Exponenten von l , m und t die *Dimension* des betreffenden Begriffes mit Bezug auf die Länge, die Masse, die Zeit. Man sagt also z. B., die Kraft hat mit Bezug auf die Zeit die Dimension -2 .

Die Dimensionsformeln sind *im gewissen Sinne* Strukturformeln wie die Formeln der Chemiker, und sie treten gleichsam als international verständliche Ausdrücke an die Stelle eines Wortes, das einen bestimmten Begriff vertreten soll. Derselbe Begriff, der deutsch mit Geschwindigkeit, englisch mit velocity und in jeder Sprache anders wiedergegeben wird, wird international durch das Symbol $l \cdot t^{-1}$ bezeichnet und international verstanden, genau wie z. B. die Formel H_2O für Wasser. — Aber die Dimensionsformel hat auch praktische Bedeutung. Über ihre Nützlichkeit beim Übergang von einem System von Grundeinheiten zu einem anderen, haben wir schon gesprochen (S. 8 unt.). Sie gestattet aber vor allem eine gewisse Kontrolle bei der Ableitung von Formeln, Gleichungen usw. Um schwerverständliche Allgemeinheiten zu vermeiden, erläutern wir das an dem folgenden Beispiel: Die Schwingungsdauer t eines mathematischen Pendels von der Länge l hängt zusammen mit der Beschleunigung g durch die Erdschwere an dem Ort, an dem das Pendel schwingt, und zwar durch [77.] die Gleichung $t = \pi \sqrt{l/g}$. Auf der linken Seite steht, wie man sieht, eine *Zeit*, eben die Schwingungsdauer; wenn die Formel nicht falsch sein soll, so muß auch die *rechte* Seite offenbar eine *Zeit* darstellen. Schwingungsdauer kann doch nichts anderes sein als *Zeit*. Was stellt die rechte Seite der Gleichung nun dar? Unter dem Wurzelzeichen steht eine Länge, dividiert durch eine Beschleunigung, d. h. $[l]:[l]/[t]^2$. Unter dem Wurzelzeichen steht also das Quadrat einer Zeit. Wir haben somit auf der rechten Seite die Zahl π , multipliziert mit einer Zeit, d. h. eine Anzahl von Zeiteinheiten. Ganz allgemein lehrt uns das: Um „richtig“ zu sein, müssen die beiden Seiten einer Gleichung, wie das soeben besprochene Beispiel erläutert, von derselben Größenart sein; man sagt: in bezug hierauf *homogen* sein¹⁾.

Zusammenstellung einiger Dimensionsformeln und Maßeinheiten der Mechanik.
 λ, μ, τ bedeuten die Potenzexponenten von l, m, t .

	λ	μ	τ	Dimensionsformel	Einheit
Winkel	0	0	0	$\varphi = [l^0]$	Der Winkel, dessen Bogen gleich dem Halbmesser ist; [Winkel von 57,296°.] Dimension = $l/l = 1$, d. h. von den Grundeinheiten unabhängig.
Länge	1	0	0		1 cm.

1) Andererseits führt diese Homogenität der beiden Seiten einer Gleichung gelegentlich zu der Ermittlung einer neuen physikalischen Erkenntnis, so z. B. die Dimension der Gravitationskonstante, des Planckschen Wirkungsquantums, der kritischen Geschwindigkeit „ v_c “.

(Fortsetzung.)

	λ	μ	τ	Dimensionsformel	Einheit
Fläche	2	0	0	$f = [l^2]$	Quadrat über der Längeneinheit.
Volumen	3	0	0	$v = [l^3]$	Würfel über der Längeneinheit.
Masse	0	1	0		1 g.
Dichtigkeit	-3	1	0	$s = [l^{-3} m]$	Körper, der in der Raumeinheit die Masse Eins hat.
Zeit	0	0	1		1 sec.
Geschwindigkeit . .	1	0	-1	$u = [l t^{-1}]$	Die Geschwindigkeit eines Punktes, der in der Zeiteinheit die Längeneinheit zurücklegt.
Beschleunigung . .	1	0	-2	$a = [l t^{-2}]$	Die Beschleunigung, bei welcher die Geschwindigkeit in der Zeiteinheit um Eins wächst.
Kraft	1	1	-2	$k = [l m t^{-2}]$	Die Kraft, welche der Masse Eins in der Zeiteinheit die Geschwindigkeit Eins mitteilt.
Druck	-1	1	-2	$p = [l^{-1} m t^{-2}]$	Der Druck, bei welchem auf die Flächeneinheit die Kraft Eins kommt.
Drehmoment . . .	2	1	-2	$D = [l^2 m t^{-2}]$	Das Drehmoment, in dem die Kraft Eins senkrecht am Hebelarm Eins angreift.
Trägheitsmoment .	2	1	0	$K = [l^2 m]$	Die Masse 1 g im Abstände 1 cm von einer Drehachse.
Arbeit, Energie, lebendige Kraft .	2	1	-2	$Q = [l^2 m t^{-2}]$	Die Arbeit, welche die Kraft Eins verrichtet, wenn sich ihr Angriffspunkt nach ihrer Richtung um die Längeneinheit verschiebt.

17. Kenntnis der Beschleunigung führt zur Kenntnis des ganzen Bewegungsvorganges. Die Beschleunigung führt uns auch zur Kenntnis der quantitativen Seite des Bewegungsvorganges. Bisher wissen wir von der Bewegung des Punktes nur, daß sie geradlinig ist und jede Sekunde um v [cm/sec] wächst. War der Punkt in Ruhe, als die Kraft zu wirken begann, so hat er am Ende der 1. Sekunde die Geschwindigkeit v . Aber wie groß ist der Weg, den er zurückgelegt hat, während seine Geschwindigkeit von 0 auf v gestiegen ist? Wir können uns das allmähliche Anwachsen seiner Geschwindigkeit so vorstellen, daß er jeden einzelnen Geschwindigkeitswert zwischen 0 und v wenigstens während eines sehr kleinen Zeitraumes, z. B. $\frac{1}{1000}$ sec unverändert beibehält und erst mit dem Beginn des folgenden Sekundentausendstel den nächst höheren Geschwindigkeitswert annimmt. (Diese Vorstellung von der Geschwindigkeitsänderung ist analog unserer Vorstellung, daß die Richtungsänderung immer erst mit dem Betreten eines neuen Streckenelementes beginnt.) Mit jeder $\frac{1}{1000}$ Sekunde tritt ein größerer Geschwindigkeitswert, er heiße λ , ein. Er gibt die Strecke an, die der materielle Punkt in einer ganzen Sekunde bei gleichförmiger Geschwindigkeit mit diesem Wert zurücklegen würde, von der er aber nur $\frac{1}{1000}$ zurücklegt. Da nun die Geschwindigkeit von jeder $\frac{1}{1000}$ Sekunde zur nächsten um *gleichviel* zunimmt, so ist jedes λ um *gleichviel* größer als das nächstvorhergehende resp. kleiner als das nächstfolgende; also auch der $\frac{1}{1000}$ Teil jedes λ , d. h. jede während $\frac{1}{1000}$ Sekunde zurückgelegte Weglänge.

Die Weglängen wachsen also von jeder $\frac{1}{1000}$ Sekunde zur nächstfolgenden um die gleiche Länge. Die Wege während der einzelnen $\frac{1}{1000}$ Sekunden bilden somit ihrer Größe nach eine arithmetische Reihe: Ihre Summe ist die Größe des Weges, den der materielle Punkt während der *ganzen* Sekunde zurück-

gelegt hat. Der Wert der *Summe* einer solchen Reihe wird aber nicht geändert, wenn an die Stelle *jeder einzelnen* Größe diejenige Größe gesetzt wird, die genau in der Mitte der ganzen Reihe steht. (Denn symmetrisch zur Mitte, d. h. gleichweit entfernt nach beiden Seiten von der Mitte, stehen je zwei Größen — die eine um ebensoviel *kleiner* als das Mittelglied, um so viel die andere *größer* ist als das Mittelglied — von denen die kleinere also durch die Substitution des Mittelwertes um ebensoviel vergrößert wird, um so viel die größere verkleinert wird.) — In der Mitte steht offenbar die Weglänge, die der Punkt mit derjenigen Geschwindigkeit zurückgelegt hat, die er genau in der Mitte der Sekunde gehabt hat. Diese Geschwindigkeit ist aber leicht zu bestimmen: Da die Geschwindigkeit vom Anfang bis zum Ende der Sekunde in gleichen Bruchteilen der Sekunde um gleichviel zunimmt, so liegt sie in der Mitte der Sekunde genau in der Mitte zwischen 0 und v , ist also $= v/2$. Der Weg, den der Punkt während der 1. Sekunde zurücklegt, in der seine Geschwindigkeit von 0 bis v gestiegen ist, ist also so groß, wie wenn er sich während der *ganzen* 1. Sekunde gleichförmig mit der Geschwindigkeit $v/2$ bewegt hätte, ist also $v/2$.

Jetzt können wir auch den Weg während jeder *anderen* Sekunde berechnen. Am Anfang der 2. Sekunde hat er die Geschwindigkeit v (der Anfang der 2. fällt ja mit dem Ende der 1. Sekunde zusammen), am Ende der 2. Sekunde die Geschwindigkeit $2v$; sein Weg *während* der 2. Sekunde ist also so groß, wie wenn er sich während dieser Sekunde mit dem Mittelwert $3v/2$ gleichförmig bewegt hätte; sein Weg während der 2. Sekunde ist somit $3v/2$. So finden wir analog:

Es ist die Geschwindigkeit am Ende der 1. Sek.	v	der Weg in der 1. Sek.	$v/2$
„ „ „ „ „ „ „ 2. „	$2v$	„ „ „ „ 2. „	$3v/2$
„ „ „ „ „ „ „ 3. „	$3v$	„ „ „ „ 3. „	$5v/2$
„ „ „ „ „ „ „ t .	tv	„ „ „ „ t .	$(2t-1)v/2$

Da wir jetzt den Weg *während jeder einzelnen* Sekunde kennen, können wir auch ausrechnen, welchen Weg der Punkt *in so und soviel* Sekunden zurücklegt.

Der Weg, den er in den ersten 2 Sekunden zurücklegt, ist	$v/2 + 3v/2$	$= 4v/2$
„ „ „ „ „ „ „ 3 „	„ „ „ „ „ „ „ $v/2 + 3v/2 + 5v/2$	$= 9v/2$
„ „ „ „ „ „ „ 4 „	„ „ „ „ „ „ „ „	$= 16v/2$
„ „ „ „ „ „ „ t „	„ „ „ „ „ „ „ „	$= t^2 v/2$

Jetzt kennen wir vollkommen die Bewegung eines materiellen Punktes, der sich geradlinig mit der gleichförmigen Beschleunigung v bewegt. Wenn wir noch die Größe seiner Masse kennen, so kennen wir auch die Größe der auf ihn wirkenden Kraft in Dyn.

18. Der freie Fall. Zu der im vorstehenden charakterisierten Art von Bewegungen gehört der freie Fall der Körper. Ein Körper, der weder unterstützt noch aufgehängt ist, fällt, wie die Erfahrung lehrt, zu Boden („freier“ Fall im Gegensatz zu dem „auf vorgeschriebener Bahn“, z. B. längs einer schiefen Ebene). Unter gewissen einschränkenden Bedingungen darf man den freien Fall als geradlinig und gleichförmig beschleunigt ansehen. Die einschränkenden Bedingungen sind: wir müssen uns die Masse des Körpers in einem materiellen Punkt konzentriert denken, müssen den Einfluß, den die Luft und die Drehung der Erde auf ihn ausüben, ignorieren, und der Weg, den er zurücklegt, muß verschwinden gegenüber den Dimensionen der Erdkugel. — Die gerade Linie, auf der sich der fallende materielle Punkt bewegt, ist dann die durch ihn gehende Vertikale. Auf dieser bewegt er sich gleichförmig beschleunigt abwärts. Die Beschleunigung, mit der er sich bewegt — stets mit g bezeichnet — ist durch Versuche ermittelt worden. Sie beträgt zirka 980 GE pro sec und ist für alle Massen *gleich* groß, da *alle Körper gleich schnell fallen* (S. 19).

Die 3 Formeln auf S. 17, in denen man nur v durch den Wert $g = 980$ cm/sec zu ersetzen braucht¹⁾, belehren über die Einzelheiten des freien Falles. Ein frei fallender Körper, der mit der Geschwindigkeit 0 beginnt, hat am Ende der 1. Sekunde 980 cm/sec Geschwindigkeit, am Ende der 10. Sekunde $10 \cdot 980 = 9800$ cm/sec, d. h. er würde, wenn von da an die Kraft, infolge deren er fällt, zu wirken aufhörte, jede Sekunde 98 m zurücklegen. Die in der t . Sekunde durchlaufene Bahn ist $(2t - 1) \cdot g/2$, die Weglänge beträgt also in der 1. Sekunde, da dann $t = 1$ und $g/2 = 490$ ist, 490 cm usw. Ebenso finden wir aus $s = t^2 \cdot g/2$, wie groß der Weg s ist, den der Körper in einer beliebigen Anzahl Sekunden, vom Beginn der Bewegung an gerechnet, durchfällt.

Er fällt in der 1. Sekunde	($t = 1$)	1 · 490 cm
„ „ „ den ersten 2 Sekunden	($t = 2$)	4 · 490 „
„ „ „ „ „ 10 „	($t = 10$)	100 · 490 „ = 490 m.

Mit welcher Geschwindigkeit kommt ein Körper auf der Erde an, der aus einer gegebenen Höhe, z. B. aus 10 m Höhe, herabstürzt? Man weiß aus $s = t^2 \cdot g/2$, wie *lange* der Körper gefallen ist, um $s = 1000$ cm zu durchfallen. Man findet $1000 = t^2 \cdot 490$, also $t = \sqrt{1000/49} = 10/7$ sec. Der Körper ist also 10/7 Sekunden gefallen. Da er nun nach t Sekunden die Geschwindigkeit gt hat, so hat er nach 10/7 Sekunden die Geschwindigkeit $\frac{980 \cdot 10}{7} = 1400$ GE, d. h.

die Geschwindigkeit, mit der er auf dem Erdboden ankommt, ist so groß, daß er unter der üblichen Voraussetzung jede Sekunde 14 m zurücklegen würde. (Wir können die Frage, welche Geschwindigkeit ein Körper hat, der die Höhe h durchfallen hat, in einer Formel beantworten. Da $h = t^2 \cdot g/2$ ist, der Körper also $t = \sqrt{2h/g}$ Sekunden gefallen ist, er nach t Sekunden aber die Geschwindigkeit $v = gt$ hat, so ist diese Geschwindigkeit $v = g\sqrt{2h/g} = \sqrt{g^2 \cdot 2h/g} = \sqrt{2gh}$).

19. Schwerkraft. Gewicht. Die Fallbewegung ist ein Sonderfall aus der großen Klasse von geradlinig und gleichförmig beschleunigten Bewegungen. Daraus, daß die Bewegung dauernd beschleunigt ist und die Beschleunigung dieselbe Größe g beibehält, schließen wir, daß die Kraft dauernd und mit gleichbleibender Stärke wirkt. Daraus, daß die Bewegung nach der Erde gerichtet ist, schließen wir, daß die Kraft selbst in der Richtung nach der Erde hin wirkt, und zwar stellen wir sie uns als eine Anziehung der Erde auf den fallenden Körper vor. Diese Kraft nennen wir *Schwerkraft*. Sie wirkt auf den fallenden Körper von der Masse m mit der Größe $m \cdot g$, wir nennen sie die Schwere oder das *Gewicht* von m . Mit anderen Worten: das Gewicht P eines Körpers ist gleich seiner Masse m , multipliziert mit der Beschleunigung g durch die Schwerkraft. Es ist die in Dyn ausgedrückte Kraft $P = m \cdot g$, mit der das Schwerefeld (s. weiter unten) an m angreift, wenn es ihr die Beschleunigung g erteilt. Das Gewicht eines Körpers, der 1 g Masse enthält, ist $1 \cdot 980$ Dyn, das Gewicht eines Körpers, der $1 \text{ kg} = 1000$ Masseneinheiten enthält, ist $1000 \cdot 980$ Dyn usw. (Man kann sich danach eine Vorstellung machen, wie groß — oder besser: wie klein — die *Krafteinheit* ist. Da 980 Dyn gleich dem Gewicht von 1 g sind, so ist 1 Dyn gleich dem Gewicht von $1/980$ g, d. h. etwa gleich dem Gewicht von 1 mg.) Ist der Körper unterstützt oder ist er aufgehängt, so kann sich die Anziehung der Erde auf ihn, sein „Gewicht“, nicht darin äußern,

¹⁾ Man lasse sich nicht dadurch beirren, daß wir die Geschwindigkeit v durch den Wert von g , der Beschleunigung, ersetzen: v ist die Geschwindigkeit am Ende der ersten Sekunde und g mit 980 cm/sec ist ebenfalls die *Geschwindigkeit* am Ende der ersten Sekunde, bei deren *Beginn* die Geschwindigkeit Null ist.

daß er fällt, es äußert sich dann darin, daß er auf die Unterlage einen Druck, auf die Aufhängung einen Zug ausübt. Das Gewicht eines Körpers kann man also definieren als die Kraft, mit der die Erde seine Masse anzieht; oder auch als die Kraft, die sich im Fallen des Körpers äußert und ihn mit der Beschleunigung g vertikal nach unten bewegt, wenn er frei ist, und die sich als Druck resp. als Zug des Körpers auf das Bewegungshindernis äußert, wenn er *nicht* frei ist.

20. Schwerefeld. Gleichheit der trägen und der schweren Masse¹⁾. Die Einwirkung der Erde auf den fallenden Körper stellt man sich ähnlich vor wie seit FARADAY die des Magneten auf den von ihm angezogenen Körper. FARADAY stellt sich vor: der Magnet schafft in dem ihn umgebenden Raum einen bestimmten charakteristischen physikalischen Zustand, ein „magnetisches Feld“, das Eisen befindet sich in diesem Feld, das Feld wirkt darauf ein und treibt das Eisen zu dem Magneten hin. Der Hilfsbegriff ist freilich willkürlich, macht aber die theoretische Darstellung der magnetischen Erscheinungen sehr viel übersichtlicher als es ohne ihn möglich ist. Dem magnetischen Feld entsprechend nimmt man nun ein *Schwerefeld* (*Gravitationsfeld*) an. Die Erde erzeugt nach dieser Vorstellung ein Schwerefeld in ihrer Umgebung, dieses wirkt auf den Körper ein und veranlaßt seine Fallbewegung. Die besonderen Eigenschaften, die man dem Gravitationsfeld zuschreiben muß, erschließt man aus den durch die Gravitation verursachten Vorgängen in ihm, z. B. daraus, daß die Stärke der Einwirkung der Erde auf einen Körper nach einem ganz bestimmten Gesetze abnimmt, wenn der Körper weiter und weiter von der Erde entfernt ist. Eine besonders merkwürdige Eigenschaft des Schwerefeldes zeigt sich darin, daß die Körper, die sich lediglich unter seiner Einwirkung in ihm bewegen, *alle die gleiche Beschleunigung* zur Erde hin erfahren, das heißt: daß *alle Körper gleich schnell fallen*. Alle fallen gleich schnell, gleichviel, ob groß oder klein, ob „schwer“ oder „leicht“, ob aus Blei oder aus Glas oder woraus sonst. Die alltägliche Erfahrung scheint dem zwar zu widersprechen, denn eine Flaumfeder fällt scheinbar langsamer als ein Wolleknäuel, und dieses langsamer als ein Stein. Aber in diesen Fällen der alltäglichen Erfahrung wirkt die Luft als Widerstand, und zwar in allen drei Fällen verschieden. Läßt man alle drei im *luftleeren* Raum fallen [162.], wo kein hemmender Widerstand wirkt, so fallen sie gleich schnell.

Die Tatsache, daß alle Körper gleich schnell fallen, heißt nichts anderes, als daß das *Gewicht* jedes Körpers seiner Masse proportional ist. Wir sahen ja soeben, das Gewicht ist gleich $m \cdot g$, d. h. wenn wir $m = 1, 2, 3 \dots$ setzen, ist auch P , das Gewicht 1, 2, 3 ... mal so groß. Das heißt, die doppelt so große Kraft wirkt auf die doppelt so große Masse, die 3 mal so große Kraft auf die 3 mal so große Masse usw., daher ist die Wirkung, d. h. die Beschleunigung, für *alle* Massen dieselbe, für alle $= g$, und das heißt eben: alle Körper fallen gleich schnell. Man hat das stets (seit seiner Entdeckung durch GALILEI) als Tatsache hingenommen, hat aber nicht erkannt, welche große Bedeutung die Tatsache für die Grundlagen der physikalischen Wissenschaft hat. Das hat erst EINSTEIN (1913) erkannt und ausgesprochen. Das Auffallende dieser Tatsache erkennt man durch die folgende Überlegung.

¹⁾ Es ist üblich, von der Gleichheit der *trägen Masse* und der *schweren Masse* eines Körpers zu sprechen. Das verführt den Lernenden zu der Vorstellung, daß der Körper *eine Masse* hat, die träge ist, und *eine Masse*, die schwer ist. Tatsächlich handelt es sich um die Trägheit des Körpers und die Schwere des Körpers, zwei *Eigenschaften* desselben Dinges. Unzweideutig und dabei völlig richtig ist die Aussage: die Trägheit eines Körpers ist gleich der Schwere des Körpers.

Um die Masse eines gegebenen Körpers zu ermitteln, gehen wir so vor, wie wir das S. 12 angedeutet haben. Wir lassen irgendeine Kraft auf den Körper wirken und ermitteln seine Beschleunigung. Wohlgedacht: *irgendeine* Kraft, die ihn in Bewegung setzt, *gleichviel welchen physikalischen Ursprungs!* Wir finden *stets* die Beschleunigung so groß, daß die Größe der Kraft durch die Beschleunigung dividiert, dieselbe Größe m für die Masse ergibt. Die so ermittelte Masse nennen wir die *träge* Masse des Körpers, denn das Charakteristikum der Masse ist, wie schon erwähnt, ihre *Trägheit*, d. h. der Widerstand, den sie einer Veränderung ihres Bewegungszustandes entgensetzt. Die „träge“ Masse eines Körpers hat, wie man sieht, *universelle* Bedeutung, sie bestimmt sein Verhalten gegenüber *allen* auf ihn einwirkenden Kräften. Sie ist dadurch als Attribut der Materie definiert, ohne Bezugnahme auf irgendwelche physikalischen Zustände außerhalb des Körpers. Wir hatten zwar von allen unterscheidenden Merkmalen (S. 12) der Materie abgesehen — bis auf die Bewegbarkeit und die davon untrennbare Trägheit. Aber die verschiedenen Stoffe auf der Erde unterscheiden sich schon durch die Größe ihrer Trägheit voneinander, z. B. eine Kugel aus Platin ist etwa 3 mal so träge wie eine gleich große Kugel aus Eisen; es gehört eine 3 mal so große Kraft dazu, ihr unter denselben Bedingungen dieselbe Geschwindigkeit zu erteilen wie einer Eisenkugel.

Normalerweise ermittelt man die Masse eines Körpers aber nicht so, wie hier beschrieben, d. h. aus ihrer Trägheit, sondern mit der Wage aus ihrer Schwere (als „schwere Masse“). Auf der Wage, und zwar einer Balkenwage [55.], vergleicht man die Kraft, mit der die Erdschwere sie nach unten zieht, mit der Kraft, mit der die Erdschwere die Einheitsmasse nach unten zieht. Das Resultat der Wägung bezeichnet man als „schwere“ Masse. Mit der Wage finden wir auch, daß die „schwere“ Masse der Platinkugel rund 3 mal so groß ist wie die „schwere“ Masse der Eisenkugel, d. h. daß die träge Masse eines Körpers seiner schweren Masse proportional ist. Erfahrungsgemäß ist für *alle* Stoffe die träge Masse proportional der schweren Masse — erfahrungsgemäß nämlich aus der Tatsache, daß alle Körper gleich schnell fallen.

Benutzt man aber eine Wage, die wirklich die *Kraft* im Schwerfeld zu messen gestattet (nicht bloß die Masse, wie die Balkenwage), ein Dynamometer, wie die Briefwage (Federwage) eines ist, und dessen Skala in Dyn geeicht ist, kennt man ferner die Beschleunigung im Schwerfeld und ermittelt man hieraus die „schwere“ Masse, so findet man sie genau gleich der „trägen“ Masse. Das heißt: die *Schwere* der *Masse*, die doch nur *in bezug auf ein ganz spezielles physikalisches Kraftfeld* bezogen ist, nämlich auf das Gravitationsfeld der Erde, ist gleich der als Attribut der Materie *ohne Bezug auf irgendwelche physikalischen Zustände* außerhalb des Körpers definierten Trägheit des Körpers. Diese Gleichheit gehört zu den experimentell am genauesten ermittelten Tatsachen der Mechanik. NEWTON hat sie mit einer Genauigkeit von 1:1000 ermittelt, BESSEL mit einer Genauigkeit von 1:60000 und EÖTVÖS (1894) mit einer Genauigkeit von 1:200 Millionen. Also: die Schwere und die Trägheit eines Körpers sind wirklich einander gleich. EINSTEIN sagt von diesem Satz: Die bisherige Mechanik hat diesen richtigen Satz zwar registriert, aber nicht interpretiert. Eine befriedigende Interpretation kann nur so zustande kommen, daß man einsieht: dieselbe Qualität des Körpers äußert sich je nach Umständen als „Trägheit“ oder als „Schwere“ [91. u. 92.].

21. Prüfung der Bewegungsgesetze am Versuch. Fallmaschine von ATWOOD. Die Fallbewegung (18.) zeigt, daß, wenn man die Beschleunigung einer Bewegung kennt, man zur Kenntnis des ganzen Bewegungsvorganges gelangt, und daß die gleichzeitige Kenntnis der Größe der Masse die Größe der Kraft kennen lehrt, die als Ursache der Bewegung anzusehen ist. Aber Vertrauen zu der Richtigkeit unserer Schlüsse können wir nur dann haben,

wenn wir z. B. eine Kraft von 1000 Dyn auf eine Masse von 500 g wirken lassen und der Formel: Beschleunigung = $\frac{\text{Kraft}}{\text{Masse}}$ entsprechend 2 Beschleunigungseinheiten finden, d. h. eine Beschleunigung, bei der die *Geschwindigkeit* um 2 GE pro sec wächst. Fängt also die Geschwindigkeit mit 0 an, so muß am Ende der 1. Sekunde die Geschwindigkeit 2 GE betragen, d. h. wenn die Kraft von da an zu wirken aufhört, muß die Masse jede Sekunde 2 cm zurücklegen, in der 1. Sekunde muß die Masse 1 cm zurücklegen, in der 2. Sekunde 3 cm, in den ersten 2 Sekunden zusammen 4 cm usw. — Man kann die Richtigkeit dieser Schlüsse experimentell beweisen. Gewöhnlich tut man es mit der Fallmaschine von Atwood (Ende des 18. Jahrhunderts Professor in Cambridge). Man benutzt als treibende Kraft die Schwerkraft in Gestalt des Gewichtes $m \cdot g$ einer bekannten Masse m . Die Bewegung ist aber beim freien Fall viel zu schnell — schon in der 1. Sekunde durchfällt die Masse fast 5 m — als daß man sie in den uns gewöhnlich zur Verfügung stehenden Räumen messen könnte. Man verringert deshalb ihre Beschleunigung künstlich, und zwar dadurch, daß man — das ist der Kunstgriff der Vorrichtung — das Gewicht (die Kraft) $m \cdot g$ dazu benutzt, außer der Masse m noch eine andere Masse, die man gleichsam gewichtslos macht, zu treiben.

Abb. 8 gibt nur die notwendigsten Teile des Apparates. A und B sind zwei *gleich* schwere Massen von je M Masseneinheiten. Sie sind durch eine Schnur ACB miteinander verbunden, die über das um die Welle D drehbare Rad gelegt ist. Da A und B gleich schwer sind, so bleibt das Rad in Ruhe, wie ein gleicharmiger Wagebalken, an dessen Enden gleiche Gewichte ziehen. (Das Gewicht der Schnur dürfen wir vernachlässigen.) Man legt, um die Massen zu bewegen, auf A ein „Übergewicht“, gewöhnlich ein stabförmiges Gewicht E (das ist unsere Masse m , deren Gewicht $m \cdot g$ die treibende Kraft ist). A mit dem Übergewicht E sinkt, und B steigt (von der Bewegung des Rades sehen wir ab). An dem Gestell HI ist ein verschiebbarer Ring F angebracht, der zwar A hindurchläßt, nicht aber das Stäbchen E . In dem Moment, in dem die Masse A durch den Ring tritt, wird sie daher des Übergewichtes beraubt, d. h. *die treibende Kraft hört zu wirken auf*. Die ganze bewegte Masse geht von diesem Moment an *nur infolge ihres Trägheitsvermögens* weiter. An HI ist ferner — ebenfalls verschiebbar — eine Platte G angebracht, auf die das Gewicht aufschlägt, um seine Ankunft an einem gegebenen Ort hörbar zu machen. HI ist in Millimeter geteilt. Die Zeiträume, die gemessen werden sollen, werden mit einem Pendel K abgezählt, das Sekunden schlägt. — Nach den früheren Ableitungen ist die eintretende Beschleunigung gleich

$$\frac{\text{Gewicht von } E, \text{ d. i. } mg}{\text{Masse von } A + \text{Masse von } B + \text{Masse von } E}, \text{ also } \frac{mg}{2M + m},$$

sie ist also nur ein Bruchteil von g , den man durch geeignete Wahl von M und m beliebig klein machen kann.

Machen wir z. B. $M = 495 \text{ g}$ und $m = 10 \text{ g}$, so ist die Beschleunigung

$$\frac{10 \cdot g}{990 + 10} = \frac{10}{1000} g = 9,80 \text{ cm}.$$

Also ist — wenn unsere früheren Ableitungen richtig sind — die Geschwindigkeit am Ende der t . Sekunde $= 9,8 \cdot t \text{ cm}$, der *in der t. Sekunde* durchlaufene Weg $= (2t - 1) \cdot 4,9 \text{ cm}$, der *in t Sekunden* durchlaufene Weg $= 4,9 \cdot t^2 \text{ cm}$. — Der Weg, den A in der *ersten* Sekunde durchläuft, müßte also gleich $9,8/2 = 4,9 \text{ cm}$ sein. Mit der Fallmaschine ist die Richtigkeit dieser Voraussagen beweisbar.

22. Momentankraft, Impuls, Bewegungsgröße. Stoß. Der Gesamteffekt einer Kraft auf einen Körper, dem sie Geschwindigkeit erteilt, ist [15.] proportional der Größe der Kraft und der Zeit, während der die Kraft ununterbrochen wirkt. Bisweilen wirkt eine Kraft nur so kurze Zeit, daß wir ihre Dauer einen „Augenblick“, einen „Moment“ nennen können. Eine solche Kraft heißt Momentankraft oder Impuls. Theoretisch könnte man den Impuls wie jede

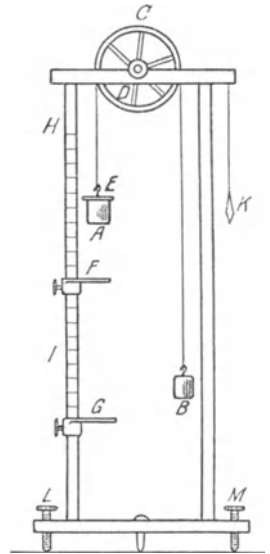


Abb. 8. Fallmaschine von Atwood.

andere Kraft durch die während seiner Dauer eintretende Beschleunigung in einer Sekunde messen. Zweckmäßiger ist es, ihn durch die *ganze* von ihm erzeugte Beschleunigung zu messen, also, wenn die Masse vorher ruhte, durch die *Geschwindigkeit*, die die Masse durch seine Wirkung bekommt. Die Erfahrung lehrt, daß der 2, 3 . . . , n fach so großen Momentankraft die 2, 3 . . . , n fach so große Geschwindigkeit entspricht. Wir kommen so zu dem Impulssatz: Die Geschwindigkeit, die eine Masse durch die Einwirkung eines Impulses erlangt, ist dem Impulse direkt proportional. (Das Produkt aus Masse und Geschwindigkeit heißt auch Bewegungsgröße; sie ist ihrem Zahlenwert nach *gleich* dem erzeugten Impulse.) Man beachte, daß der Impuls eine andere Dimension hat als die Kraft: der Impuls ist eine Masse mal einer Geschwindigkeit, demnach von der Dimension $m \cdot lt^{-1}$; die Kraft, die gleich einer Masse mal einer Beschleunigung ist, aber hat die Dimension $m \cdot lt^{-2}$. Der Impuls ist also im eigentlichen Sinne eine Kraft mal einer Zeit.

Die Momentankräfte sind charakteristisch für den *Stoß* von Körpern gegeneinander. Hier ist die Benutzung der Begriffe Momentankraft, Impuls Bewegungsgröße besonders naheliegend. Es handelt sich beim Vorgang des Stoßens um die momentane Einwirkung zweier Impulskräfte auf zwei Massen, die sich unmittelbar als Aktion und Reaktion (S. 23) offenbart, und deren Wirkungsdauer nach *beiden* Seiten *gleich* groß ist. (Aus dieser Überlegung heraus erfolgt auch die rechnerische Behandlung des Stoßes.) Wenn z. B. zwei auf derselben geraden Linie einander entgegenrollende Kugeln aufeinander treffen (zentraler Stoß), so ist die Wirkung des Zusammenstoßes verschieden, je nachdem der Stoß *elastisch* oder *unelastisch* ist. Der unelastische Stoß ist dadurch charakterisiert, daß die Massen nach dem Stoß zusammenbleiben (also nicht voneinander abprallen) und eine gemeinsame Geschwindigkeit annehmen. Sind die Massen gleich, so ist die Geschwindigkeit nach dem Stoß das arithmetische Mittel der Geschwindigkeiten vor dem Stoß. Sind die Bewegungsgrößen gleich und entgegengesetzt, so ist die gemeinsame Endgeschwindigkeit Null. Der elastische Stoß ist dadurch charakterisiert, daß die beiden Massen *nicht* zusammenbleiben, sondern jede eine neue Geschwindigkeit annimmt. Zwei elastische, auf derselben Geraden einander entgegenrollende Kugeln prallen voneinander ab; wären sie *völlig* elastisch und an Masse *völlig* gleich, so würden sie ihre Geschwindigkeiten *austauschen*, d. h. *nach* dem Stoß jede die Geschwindigkeit der anderen *vor* dem Stoß haben. Sind die Massen ungleich, so gewinnt beim Stoß die eine so viel an Bewegungsgröße wie die andere verliert.

Auf die rechnerische Behandlung des Stoßes gehen wir nicht ein, da sie nur eine Aufgabe der analytischen Mechanik ist.

23. Drittes NEWTONSches Bewegungsgesetz. Gleichheit der Wirkung und der Gegenwirkung. Kennen wir eine Kraft ihrer Richtung und ihrer Größe nach, so kennen wir von ihr alles, was überhaupt von ihr bekannt sein kann. *Daß* sie Wirkungen hervorruft, nehmen wir wahr, nicht aber, *wie* sie sie hervorruft. Unser Kausalitätsbedürfnis verlangt aber wenigstens zu wissen, von *wo* die Kraft ausgeht, als deren Wirkung wir diese oder jene Erscheinung ansehen. Eine Einwirkung auf die Masse können wir uns zunächst nicht anders als in einem direkten Angriff auf sie vorstellen, als Stoß oder als Zug, der von etwas anderem Körperlichen ausgeübt wird. Zu einem Angriffe gehört aber ein *Angriffspunkt*. Solange nur ein materieller Punkt vorhanden ist, ist er natürlich der Angriffspunkt, aber sobald es sich um einen Körper handelt, ist jeder seiner Punkte als Angriffspunkt denkbar.

Erst wenn wir einen anderen Körper *A* als das Einwirkende erkannt haben und als ebenso unerläßlich zum Eintritt der Wirkung wie den Körper *B*, an

dem wir die Erscheinung wahrnehmen, ist unser Kausalitätsbedürfnis befriedigt. Wir sagen dann: *A* übt auf *B* eine Kraft aus. Z. B. den Fall eines Steines schreiben wir einer Kraft zu, die *die Erde* auf den Stein *ausübt*, ebenso sprechen wir von der Kraft, die *der Magnet A* auf das Eisen *B ausübt*; von der Zugkraft, die ein *Pferd A* auf einen Wagen *B ausübt* usw. Wir sehen dabei aber jeden Vorgang nur von der Seite derjenigen der Parteien *A* und *B* an, die uns *vorwiegend* beteiligt erscheint. Die Kräfte in der Natur wirken aber nicht einseitig, sondern sie wirken *wechselseitig zwischen* den Massen. Die Kraft wirkt *zwischen* der Erde und dem Stein, *zwischen* dem Magnet und dem Eisen, *zwischen* dem Pferde und dem Wagen. Wir müssen also schließen, daß die Kraft nicht nur den Stein zur Erde hin, sondern auch die Erde zu dem Stein hin bewegt, wenn auch mit einer Beschleunigung, die dem zweiten Bewegungsgesetz entsprechend in Anbetracht der Größe der Erdmasse so klein sein muß, daß sie für uns nicht wahrnehmbar ist.

Das erste NEWTONsche Bewegungsgesetz spricht von dem Bewegungszustand eines Körpers, auf den *überhaupt* keine Kraft wirkt; das zweite von dem Bewegungszustande, den *eine* Kraft an einem Körper hervorruft. Zu diesen beiden tritt nun, sie ergänzend und abschließend, das dritte Bewegungsgesetz, daß eine Kraft stets *zwischen zwei Körpern* wirkt (und zwar im Sinne des zweiten Bewegungsgesetzes): Zu jeder Wirkung (Aktion) gehört eine gleich große und entgegengesetzte Gegenwirkung (Reaktion), oder mit anderen Worten, die gegenseitigen Einwirkungen zweier Körper aufeinander sind gleich groß und einander entgegengesetzt gerichtet. — Was wir Wirkung und was Gegenwirkung nennen, hängt davon ab, von welchem Standpunkt aus wir den Vorgang ansehen. Das Fallen eines Steines bezeichnen wir als Wirkung der Erde auf den Stein. Dann müssen wir die (uns freilich nicht wahrnehmbare) Bewegung der Erde zum Steine hin als Gegenwirkung bezeichnen, es hindert uns aber nichts, diese Bezeichnungen umzukehren. Gewöhnlich sagt man: die Erde übt auf den Stein eine Kraft aus, und der Stein auf die Erde eine gleich große und entgegengesetzt gerichtete *Reaktionskraft*.

Bei der Anziehung eines Magneten auf Eisen denken wir meist nur daran, daß der Magnet das Eisen anzieht. Ein einfacher Versuch lehrt, daß diese Vorstellung unrichtig ist. Man befestigt einen Magneten und davon getrennt ein Stück Eisen auf einer gemeinsamen Unterlage, etwa einem Brett, das man auf einer Flüssigkeit schwimmen läßt (Abb. 9). Da der Magnet *M* das Eisen *E* anzieht, so wird, da *E* mit dem Brett fest verbunden ist, auf das Ganze im Sinne der Pfeilrichtung ein Bewegungsantrieb ausgeübt. Wir erwarten also, daß das Ganze in der Richtung des Pfeiles wegschwimmen wird. Aber das Brett bleibt in Ruhe. Offenbar wird dem System außer jenem Bewegungsantrieb noch einer erteilt, der den ersten aufhebt. Wir schließen daraus, daß das Eisen den Magneten ebenfalls anzieht, und zwar mit einer Kraft, die derjenigen gleich groß, aber entgegengesetzt gerichtet ist, mit der es selbst vom Magneten angezogen wird. Daß das richtig ist, läßt sich z. B. beweisen, wenn das Eisen auf *einem* Brettchen und der Magnet auf einem anderen befestigt wird und beide in einigem Abstand voneinander auf die Flüssigkeit gesetzt werden. Wird dann das Brettchen, auf dem das Eisen befestigt ist, festgehalten, so schwimmt der Magnet zum Eisen hin.

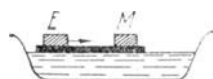


Abb. 9. Zum Gesetz von der Gleichheit der Wirkung und der Gegenwirkung.

Von der quantitativen *Gleichheit* der Wirkung und der Gegenwirkung haben wir eine deutliche Vorstellung bei dem Drucke und Gegendrucke resp. bei dem Zuge und Gegenzuge ruhender Körper. Wenn z. B. ein Körper auf einer horizontalen Tischplatte ruht oder ruhend an einem Faden hängt, so wissen wir, daß der Tisch einen Druck, der Faden einen Zug erfährt, gleich dem Gewichte des Körpers. Wenn der Körper auf unserer Hand ruht, oder wenn wir den Faden in der Hand halten, so empfinden wir den Druck oder den Zug in der Hand. Trotz der Einwirkung der Kraft bleibt der Körper in Ruhe, offenbar erfährt er von dem, was die Bewegung hindert, d. h. von der Tischplatte oder dem Faden, gleichzeitig einen Bewegungsantrieb, der dem ersten gleich groß aber entgegengesetzt gerichtet ist. Er muß gleich groß sein, denn wäre er kleiner, so würde er in die Tischplatte einsinken oder den Faden

ausdehnen, wäre er größer, so würde die Tischplatte ihn in die Höhe heben oder der Faden ihn in die Höhe ziehen. — Am deutlichsten wird uns der von dem Bewegungshindernis ausgeübte Gegendruck oder Gegenzug, wenn unser eigener Körper infolge seines Gewichtes den Druck oder den Zug *ausübt* und infolgedessen den Gegendruck oder den Gegenzug *erfährt*. Wir fühlen den Gegendruck am eigenen Körper, wenn wir beim Liegen, Sitzen, Stehen, Knien usw. mit dem Körper selber einen Druck auf eine Unterlage ausüben; wenn wir uns auf den Barren stützen, mit den Händen fest zufassen, wenn wir uns an ein Bewegungshindernis, z. B. eine Wand, anlehnen usw. Wir fühlen einen Zug nach oben, wenn wir am Reck hängen, fühlen aber, daß er in demselben Moment verschwindet, in dem wir das Reck loslassen, d. h. gleichzeitig mit dem von unserem Körper auf die Reckstange nach unten ausgeübten Zuge — ein überzeugender Beweis für das Gleichzeitige der Wirkung und der Gegenwirkung ([57.] Wahrnehmung der Reaktionskraft als Zentrifugalkraft). Ganz besonders eindringlich erfährt man die Gegenwirkung am eigenen Körper, wenn man ein Gewehr abschießt, dessen Kolben man, wie man beim Zielen tut, gegen die Schulter legt; die Explosion des Pulvers treibt die Kugel zum Lauf hinaus, das Gewehr aber gleichzeitig mit der gleichen Kraft gegen den Körper des Schützen.

24. Nachweis der Gleichheit der Wirkung und der Gegenwirkung an der Fallmaschine von POGGENDORFF. Auch dem dritten NEWTONSchen Gesetze gegenüber wird das Kausalitätsbedürfnis erst dann befriedigt, wenn man sich von der Gleichheit der Wirkung und der Gegenwirkung durch den Versuch und die

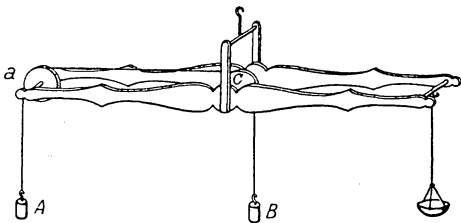


Abb. 10. Fallmaschine von POGGENDORFF.

Messung überzeugt. Man kann das z. B. mit der POGGENDORFFSchen Fallmaschine (Abb. 10), im Grunde genommen einem gleicharmigen Wagebalken, an dem man (wie bei der ATWOOD-Maschine) mit zwei gleich großen Massen und einer dritten als Übergewicht hantiert. Der Faden, der die zwei gleichen Massen A und B verbindet, geht hier über *zwei* leicht drehbare Rollen a und c. Zunächst bringt man den Wagebalken durch Gewichte (in der Wagschale) ins Gleichgewicht. Legt man nun das Übergewicht auf B, so *steigt* A, aber gleichzeitig *sinkt* die linke Wagebalkenhälfte — das bedeutet: in dem Moment, in dem die Masse A einen Zug nach *oben erfährt*, übt sie selber einen nach unten aus. Legt man das Übergewicht auf A, so steigt B, und gleichzeitig schlägt die linke Wagebalkenhälfte nach oben — d. h. also, indem die Masse A einen Zug nach unten *ausübt*, erfährt sie selber einen nach oben. Ändert man die Belastung der Wagschale und stellt dadurch das Gleichgewicht des Wagebalkens her, so kann man sich von der *Gleichheit* der Wirkung und der Gegenwirkung überzeugen.

25. Scheinbarer Widerspruch zwischen den NEWTONSchen Bewegungsgesetzen und der Wirklichkeit. In der Maschine von ATWOOD sind die Voraussetzungen, unter denen die Bewegungsgesetze gelten, fast vollkommen erfüllt, daher finden wir die Gesetze auch bestätigt. Die Bewegungen, die wir aus dem täglichen Leben kennen, scheinen dagegen nicht auf den ersten Blick mit den Bewegungsgesetzen im Einklang. Aber sind denn bei *ihnen* die Voraussetzungen erfüllt, unter denen jene Gesetze aufgestellt worden sind? In der Wirklichkeit haben wir es ja nicht mit materiellen Punkten zu tun, sondern mit Körpern, und zwar unter Verhältnissen, die ihre Bewegbarkeit durch allerhand Widerstände beeinträchtigen. Zu diesen Widerständen gehört vor allem die Reibung. Sogar ein Körper, der eine vollkommen glatte Oberfläche zu haben scheint, wie z. B. eine polierte Glaskugel, und sich über eine ebenso glatte Oberfläche hinbewegt, wird in seiner Bewegbarkeit beeinträchtigt, weil er nicht *vollkommen* glatt ist, und auch die Fläche nicht, auf der er sich bewegt. Es sind stets Rauigkeiten vorhanden, wenn auch für uns nicht wahrnehmbare, die Reibungen verursachen und die die Bewegung verzögern. Die Bedingung für die Geltung des ersten Bewegungsgesetzes sehen wir daher niemals vollkommen erfüllt. — Auch dem zweiten Bewegungsgesetz gegenüber muß man die Reibung berücksichtigen. Um der Masse m die Beschleunigung a zu erteilen, genügt die Kraft $m \cdot a$ Dyn nur dann, wenn der Körper keine Reibung erfährt; unter *Berücksichtigung* der Reibung ist eine Kraft nötig, die um ebensviel

größer sein muß als $m \cdot a$ wie die Reibung zu ihrer Überwindung beansprucht. Wenn die Kraft $m \cdot a$ zu wirken aufhört, würde sich der Körper mit der Geschwindigkeit, die er gerade hat, *dauernd*, wie es das Bewegungsgesetz fordert, weiterbewegen, wenn nicht die Reibung wäre. Da aber mit dem Aufhören der Kraft $m \cdot a$ auch *die* Kraft verschwindet, die die Reibung überwunden hat, so kommt schließlich der Körper eben infolge der Reibung zur Ruhe. Aus diesem Grunde sehen wir z. B. einen von der Lokomotive schon losgehängten, aber noch rollenden Eisenbahnwagen immer langsamer werden und schließlich stillstehen, ebenso einen nicht mehr geruderten, aber noch gleitenden Kahn, ferner einen tanzenden Kreisel langsamer werden und umfallen. — Was von den ersten beiden Bewegungsgesetzen gilt, gilt auch von dem dritten. Wir können uns z. B. bei oberflächlicher Kenntnis des Gesetzes nicht erklären, daß ein Pferd einen Wagen hinter sich herziehen kann, da doch angesichts der *Gleichheit* der Wirkung und der Gegenwirkung zwei aufeinander einwirkende Körper sich nur zueinander *hin* oder voneinander *weg* bewegen können. Das Pferd wird angeblich ebenso stark zu dem Wagen hingezogen, wie der Wagen zu dem Pferde hin. Es zieht aber trotzdem den Wagen hinter sich her: die Gegenkraft äußert sich hier im Rückstoß, den die Erde erleidet. Wir haben nicht bloß die Wirkung und die Gegenwirkung zwischen Pferd und *Wagen*, sondern auch zwischen Pferd und *Erdboden* und zwischen *Wagen* und Erdboden zu berücksichtigen. Die Wirkung zwischen Wagen und Erdboden äußert sich in der tangentialen Reibung am Erdboden, die bewegungshindernd auf den Wagen wirkt. Die Kraft, die das Pferd nach vorwärts auf den Wagen ausübt, soll den Wagen bewegen und seine Reibung überwinden. Die Gegenkraft, die der Wagen nach rückwärts ausübt, soll das Pferd bewegen und soll die Reibung überwinden, die das Pferd am Erdboden erleidet. Das Pferd aber stemmt sich gegen den Erdboden und empfängt einen Gegenstoß (nach vorwärts, genau wie wenn man sich mit einer Ruderstange vom Ufer abstößt). Wenn diese vom Erdboden ausgeübte horizontale Kraft nach vorwärts der vom Wagen auf das Pferd nach rückwärts ausgeübten Kraft gleich ist, dann zieht das Pferd den Wagen mit konstanter Geschwindigkeit hinter sich her; wenn nicht, dann gleitet es aus und fällt gegen den Wagen zurück. Für die Wegbewegung ist also notwendig, daß das Pferd einen kräftigen Stoß *gegen den Erdboden* ausüben kann, um jenen Gegenstoß zu erfahren. Dazu ist die Reibung zwischen dem Pferde und dem Erdboden erforderlich, d. h. eine gewisse Rauigkeit des Bodens.

26. Gemeinsames Wirken mehrerer Kräfte. Parallelogramm der Bewegungen und der Kräfte. Der scheinbare Mangel an Übereinstimmung zwischen den Bewegungen, die sich in der Wirklichkeit abspielen und denen, die wir den Bewegungsgesetzen zufolge erwarten, erklärt sich daraus, daß ein Körper in der Wirklichkeit niemals der Einwirkung von Kräften *gänzlich* entzogen ist und stets der gleichzeitigen Wirkung *mehrerer* Kräfte unterliegt. Man denke z. B. an ein Segelschiff, auf das eine von Nord nach Süd gerichtete Strömung wirkt, gleichzeitig aber auch ein von Ost nach West gerichteter Wind. Notwendig erhebt sich die Frage: wie gestaltet sich die Bewegung eines materiellen Punktes, auf den gleichzeitig mehrere Kräfte einwirken?

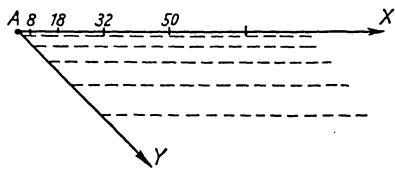


Abb. 11. Zum Parallelogramm der Bewegungen und der Kräfte. Die Richtungen zweier Kräfte, die den materiellen Punkt gleichzeitig angreifen. Könnte er der X-Kraft allein folgen, so würde er am Ende der 2., 3., 4. Sekunde in Punkt 8, 18, 32 sein.

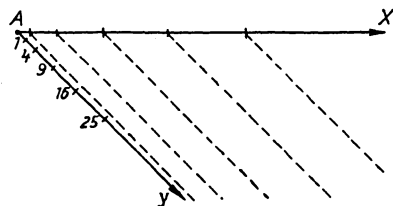


Abb. 12. Zum Parallelogramm der Bewegungen und der Kräfte. Die Richtungen zweier Kräfte, die den materiellen Punkt gleichzeitig angreifen. Könnte er der Y-Kraft allein folgen, so würde er am Ende der 2., 3., 4. Sekunde in Punkt 4, 9, 16 sein.

Unterliegt der Punkt *A* gleichzeitig der Wirkung zweier Kräfte (Abb. 11 und 12), von denen die eine allein ihn in der Richtung *AX*, die andere allein

ihn in der Richtung AY bewegen würde, so kann er sich, wenn beide gleichzeitig auf ihn wirken, weder längs AX noch längs AY bewegen, von AX lenkt ihn die Y -Kraft ab, von AY die X -Kraft. Welchen Weg er tatsächlich einschlägt, ergibt sich so: angenommen, die X -Kraft allein würde ihn mit 4 Beschleunigungseinheiten bewegen, die nach Y gerichtete allein mit 2. Der Punkt würde dann, wenn er der X -Kraft allein folgen könnte, auf der Linie AX entsprechend der Formel $s = t^2 \cdot a/2$ (worin $a = 4$ zu setzen) vom Anfangspunkt A der Bewegung entfernt sein am Ende der 1., 2., 3., 4., . . . , t . Sekunde um 2, 8, 18, 32, . . . , $t^2 \cdot \frac{1}{2}$ cm.

Wenn er dagegen der Y -Kraft allein folgen könnte, so würde er (jetzt ist $a = 2$ zu setzen) längs der Linie AY vom Punkt A entfernt sein

am Ende der 1., 2., 3., 4., . . . , t . Sekunde um 1, 4, 9, 16, . . . , $t^2 \cdot \frac{1}{2}$ cm.

Wir wollen uns nun vorstellen, daß sich der Punkt tatsächlich längs AX bewegt, aber (Abb. 11) die Gerade AX währenddessen parallel zu sich selbst in der Richtung AY verschoben wird, und zwar so, daß ihr mathematischer Anfangspunkt mit derselben Geschwindigkeit sich längs AY bewegt, mit der sich der materielle Punkt längs AX bewegt haben würde, wenn er der Y -Kraft allein hätte folgen können. Die Gerade AX geht dann allmählich aus der Lage AX in die gestrichelten Parallelen der Abb. 11 über, während sich der materielle Punkt auf ihr entlang bewegt. D. h. der materielle Punkt befindet sich stets in einem gegebenen Moment auf einer Geraden, die parallel ist zur Richtung der X -Kraft und die durch denjenigen Punkt geht, in dem sich der materielle Punkt in demselben Moment befunden haben würde, wenn er der Y -Kraft allein hätte folgen können. Und durch eine analoge Überlegung finden wir (wo Y und X miteinander vertauscht sind): der materielle Punkt befindet sich stets in einem gegebenen Moment auf einer Geraden, die (Abb. 12) parallel ist zur Richtung der Y -Kraft und die durch denjenigen Punkt geht, in dem sich der materielle Punkt in demselben Moment befunden haben würde, wenn er der X -Kraft allein hätte folgen können. Konstruiert man für einen beliebigen Zeitpunkt die sich hieraus ergebenden Lagen, die die Geraden AX und AY bei diesen Parallelverschiebungen gleichzeitig einnehmen, so sieht man, daß sich der materielle Punkt stets in der Ecke eines Parallelogramms befindet, deren Gegenecke der Punkt ist, von dem aus die Bewegung begonnen hat (Abb. 13). — Wir wissen nur: als die Bewegung anfang, war er in A , und t Sekunden später ist er an dem auf die beschriebene Weise auffindbaren Orte. Wir wissen aber noch nichts über die Form der Bahn, auf der er dorthin gekommen ist, und nichts über die Geschwindigkeit, mit der er sie durchlaufen hat. Das Resultat der Untersuchung ist: der Punkt bewegt sich dauernd auf der Diagonale AB des Parallelogramms, dessen Form durch die Richtungen AX und AY , d. h. von dem von ihnen eingeschlossenen Winkel, bestimmt ist. Diese Diagonale durchläuft er mit gleichförmig beschleunigter Geschwindigkeit. Man nennt die tatsächlich entstehende Bewegung *zusammengesetzt* aus den Bewegungen, die die Kräfte X und Y jede für sich allein hervorgebracht hätten. Man nennt jede dieser beiden Bewegungen die *Komponenten* der Bewegung, und die tatsächlich entstehende die *resultierende* Bewegung, und die graphische Zusammensetzung der Komponenten zu der resultierenden das *Parallelogramm* der Bewegungen.

Die Größe der Beschleunigung ϱ läßt sich trigonometrisch berechnen. Sind ξ und η die Beschleunigungen der beiden nach X und Y gerichteten Bewegungen, φ der von ihnen eingeschlossene Winkel, so ist (nach dem verallgemeinerten pythagoräischen Lehrsatz)

$$\varrho = \sqrt{\xi^2 + \eta^2 + 2\xi\eta \cos \varphi}.$$

Ist $\varphi = 0^\circ$, d. h. fallen die Beschleunigungen in *dieselbe* Richtung, so ist $\cos \varphi = 1$ und

$$\rho = \sqrt{\xi^2 + \eta^2 + 2\xi\eta} = \xi + \eta,$$

die *resultierende Beschleunigung* ist dann gleich der *Summe der Komponenten*. Ist $\varphi = 180^\circ$, d. h. sind die Beschleunigungen einander diametral entgegengesetzt $y \leftarrow \bullet \rightarrow x$, so ist $\cos \varphi = -1$, also

$$\rho = \sqrt{\xi^2 + \eta^2 - 2\xi\eta} = \xi - \eta$$

die *resultierende*, also gleich der *Differenz der Komponenten* und nach der Seite der Größeren gerichtet.

Da die *Bewegungen* nichts anderes sind als der Ausdruck der Betätigung von *Kräften*, und der materielle Punkt sich gerade so bewegt, wie wenn eine in der Diagonale gerichtete Kraft auf ihn gewirkt hätte, so überträgt man die ganze Vorstellung und Ausdrucksweise unmittelbar auf die Kräfte und nennt die nach X und Y gerichteten Kräfte die *Kraftkomponenten*, die in der Diagonale AB in Abb. 13 angenommene Kraft die *resultierende Kraft* und die graphische Zusammensetzung zweier Kraftkomponenten zu einer resultierenden Kraft das *Parallelogramm der Kräfte*.

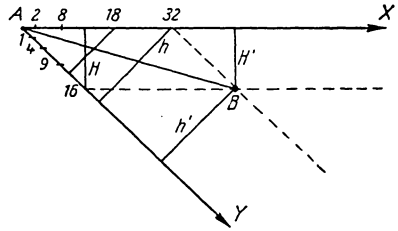


Abb. 13. Zum Parallelogramm der Bewegungen und der Kräfte. Hier kommt die Wirkung jeder der beiden Kräfte für sich und neben der der anderen zum Ausdruck.

Mit Bezug auf die Erreichung des Ortes B , den man durch die Konstruktion findet, ist eine Bemerkung nachzutragen. Wäre (Abb. 13) der materielle Punkt der X -Kraft allein gefolgt, so wäre er zur Zeit $t = 4$ in 32 , d. h. um den senkrechten Abstand h von der Richtung AY entfernt gewesen, wäre er der Y -Kraft allein gefolgt, so wäre er zur *selben* Zeit $t = 4$ in 16 , d. h. um den senkrechten Abstand H von der Richtung AX entfernt gewesen. Er *ist*, während er der Einwirkung beider Kräfte gleichzeitig nachgegeben hat, zu der Zeit *tatsächlich* in B , d. h. *sowohl* um h von AY entfernt, *wie auch* um H von der Richtung AX entfernt. (Es ist $h = h'$ und $H = H'$ als Parallele zwischen Parallelen.) Er hat also *tatsächlich* zwei Bewegungen gleichzeitig ausgeführt, d. h. jede der beiden Bewegungen besteht gleichzeitig neben der anderen und unabhängig von ihr.

Das Ergebnis des Zusammenwirkens der beiden Kräfte ist genau so, wie wenn nur eine einzige Kraft auf den materiellen Punkt wirkte, deren Richtung und Größe in der angegebenen Weise aus denen der Komponenten ermittelt werden können.

27. Wurf. Solange *beide* Kräfte auf den Punkt wirken, sind wir über seine Bewegung vollkommen unterrichtet, da er sich gerade so verhält, wie wenn nur *eine* auf ihn wirkte. Ebenso, wenn *beide gleichzeitig* zu wirken aufhören: er bewegt sich dann infolge des Trägheitsvermögens weiter, d. h. in der Richtung der Diagonale jenes Parallelogramms gleichförmig mit der Geschwindigkeit, die er im Moment des Aufhörens der Kräftewirkung gehabt hat. — Wie aber, wenn nur *eine* der beiden Kräfte zu wirken aufhört? So ist es z. B. beim Wurf. Ein Körper, der geworfen wird, unterliegt der Kraft, die ihn nach der beabsichtigten Richtung schleudert, *und* der Schwerkraft, die ihn zur Erde hintreibt. In dem Moment, in dem der Körper die Schleuder verläßt, hört die schleudernde Kraft auf zu wirken, aber die Schwerkraft wirkt weiter. Die schleudernde Kraft erteilt dem Körper eine gewisse Richtung und eine gewisse Geschwindigkeit. Diese besitzt er in dem Moment, in dem er die Schleuder (Hand, Racket, Geschützlauf usw.) verläßt. Wenn keine Kraft sonst auf ihn wirkte, so würde er sich (infolge seiner Trägheit) von diesem Moment an dauernd

in dieser Richtung und mit dieser Geschwindigkeit weiterbewegen. Aber die Schwerkraft wirkt ja auch auf ihn ein. Solange er noch von der Hand oder von dem Geschützlauf getragen wird, äußert sie sich nur als Druck des Körpers auf seine Unterlage, aber in dem Moment, in dem er sie verläßt, muß er infolge der Einwirkung der Schwerkraft zu fallen beginnen. Von dem Moment an, in dem die Schleuderkraft zu wirken aufhört, während die Schwerkraft weiterwirkt, besitzt der materielle Punkt also zwei Bewegungen, von denen die eine (von der Schwerkraft herrührende) geradlinig mit *gleichförmig beschleunigter Geschwindigkeit*, die andere (Trägheitsbewegung) geradlinig mit *gleichförmiger Geschwindigkeit* verläuft. Zu was für einer Bewegung setzen sich diese beiden zusammen? Für den Winkel, den sie einschließen, läßt die Wurfbewegung alle denkbaren Fälle zu, je nach der Richtung, in der der Körper geworfen wird (horizontal oder schräg nach oben usw.). — Da der freie Fall nur mit gewissen Einschränkungen (S. 17) als geradlinig und gleichförmig beschleunigt gelten darf, nehmen wir auch hier diese einschränkenden Bedingungen als erfüllt an. Namentlich das Vorhandensein der Luft erschwert die Ermittlung der Wurfbahn.

Am leichtesten zu übersehen ist die Bahn des vertikal nach oben geworfenen Körpers. Der Körper würde sich beim Verlassen der Schleuder, wenn er dem Trägheitsvermögen allein folgen könnte, vertikal nach oben bewegen. Er würde sich auch, wenn er beim Verlassen der Schleuder der Schwerkraft allein folgen könnte, vertikal nach unten bewegen. Seine Bahn liegt also dauernd in der Vertikalen, auf der er sich beim Verlassen der Schleuder befindet. Ist er vertikal nach oben geschleudert worden, und ist seine Geschwindigkeit beim Verlassen der Schleuder c , so besitzt er t Sekunden, nachdem er sie verlassen hat, eine Geschwindigkeitskomponente c vertikal nach oben und, da er ja gleichzeitig fällt, eine Geschwindigkeitskomponente $g \cdot t$ vertikal nach unten. Seine resultierende Geschwindigkeit nach oben ist also am Ende der t . Sekunde $c - gt$, die Geschwindigkeit nach oben positiv, nach unten negativ gerechnet. Das Aufsteigen des Körpers wird also *verzögert*. Da nun das subtraktive Glied mit der Zeit t größer wird, so muß es irgend wann einmal, etwa t_1 Sekunden nach Verlassen der Schleuder, gleich c , also $c - gt_1 = 0$ werden, d. h. die resultierende Geschwindigkeit vertikal nach oben ist dann Null; der Körper kann dann nicht weiter steigen, unterliegt vielmehr nur der Schwerkraft und fällt herab. Das tritt ein, wenn $c = gt_1$ ge-

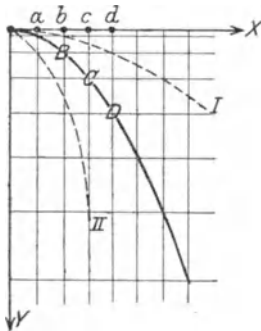


Abb. 14. Die Bahn eines horizontal geworfenen Körpers ist ein Parabelast (I, BCD . . . , II).

dieselbe Richtung haben, und die Strecke, die er in den t Sekunden vertikal nach unten zurückgelegt hat, $ct + g \cdot t^2/2$. Den vertikal nach unten oder oben gerichteten Wurf beschreiben also die beiden Gleichungen $v = c \pm gt$ und $s = ct \pm g \cdot t^2/2$.

Beim Wurf vertikal nach oben bilden Schleuderrichtung und Fallrichtung einen gestreckten Winkel. Beim Wurf nach unten den Winkel Null. Hier war die Vertikale als Wurfbahn als selbstverständlich zu erwarten. Wie aber gestaltet sich die Wurfbahn, wenn Wurfrichtung und Fallrichtung einen anderen Winkel bilden, einen rechten (horizontaler Wurf) oder einen stumpfen (Wurf schräg nach oben) oder einen spitzen (Wurf schräg nach

wegen ist, d. h. wenn die Zeit $t_1 = c/g$ verflossen ist, seit der Körper die Schleuder verlassen hat. — Wie hoch ist der Körper gestiegen? Könnte er beim Verlassen der Schleuder lediglich dem Trägheitsvermögen folgen, so würde er sich, wenn er vom Schleudern her die Geschwindigkeit c cm pro sec vertikal nach oben hat, in t_1 Sekunden um ct_1 cm über den Ausgangspunkt erheben. Da er aber während dieser t_1 Sekunden um $t_1^2 g/2$ cm fällt, so hat er sich nur um $(ct_1 - t_1^2 \cdot g/2)$ cm darüber erhoben, also wenn wir für t_1 den Wert c/g einsetzen, um die Steighöhe $c^2/2g$. Aus dieser Höhe, wir nennen sie h , muß er wieder herabfallen. Um die Höhe h zu durchfallen, verbraucht er (S. 18) die Zeit $t = \sqrt{2h/g}$, also um die Höhe $h = c^2/2g$ zu durchfallen, die Zeit $t = c/g$, d. h. er verbraucht *gleichviel Zeit zum Fallen wie zum Steigen*. Nach t Sekunden Fallzeit hat der Körper die Geschwindigkeit gt , nach c/g Sekunden also die Geschwindigkeit c , d. h. er *kommt mit derselben Geschwindigkeit unten an dem Ausgangspunkt an*, mit der er ihn verlassen hat.

Ist der Körper vertikal nach unten geworfen worden, so ist seine Geschwindigkeit t Sekunden, nachdem er zu fallen begonnen hat, $c + gt$, weil die beiden Komponenten der Bewegung dieselbe Richtung haben, und die Strecke, die er in den t Sekunden vertikal nach unten zurückgelegt hat, $ct + g \cdot t^2/2$. Den vertikal nach unten oder oben gerichteten Wurf beschreiben also die beiden Gleichungen $v = c \pm gt$ und $s = ct \pm g \cdot t^2/2$.

Beim Wurf vertikal nach oben bilden Schleuderrichtung und Fallrichtung einen gestreckten Winkel. Beim Wurf nach unten den Winkel Null. Hier war die Vertikale als Wurfbahn als selbstverständlich zu erwarten. Wie aber gestaltet sich die Wurfbahn, wenn Wurfrichtung und Fallrichtung einen anderen Winkel bilden, einen rechten (horizontaler Wurf) oder einen stumpfen (Wurf schräg nach oben) oder einen spitzen (Wurf schräg nach

unten)? Um den Ort aufzufinden, an dem sich der geworfene Körper dann befindet, erinnere man sich an das, was bereits früher (Abb. 11, 12 und 13) über den Ort gesagt worden ist, an dem sich ein materieller Punkt befinden muß, der gleichzeitig zwei verschiedene Bewegungen ausführt. Abb. 14, die nach demselben Verfahren konstruiert ist, wie Abb. 13 aus Abb. 11 und 12, gibt die Wurfbahn eines horizontal geschleuderten Körpers wieder, die Kurve BCD ist eine Parabel. (Je nach der Größe der horizontalen Schleuderkomponente entsteht die Parabel I oder BCD oder II .) Sie ist ein Kegelschnitt: legt man nämlich durch einen Kegel (Abb. 15), dessen Querschnitt senkrecht zur Achse ein Kreis ist, eine Ebene, parallel zu einer Seite AC des Kegels (Seite ist jede gerade Linie, die von der Spitze ausgeht und auf dem Kegelmantel liegt), so schneidet die Ebene den Kegelmantel in einer Parabel. Abb. 15 zeigt sie perspektivisch. Sie besteht aus zwei symmetrischen Ästen, die vom Scheitel B ausgehen und sich dauernd voneinander entfernen. Bei einem horizontalen Wurf befindet sich der Körper beim Beginn seiner Bewegung auf dem höchsten Punkt, den er während der Bewegung überhaupt einnimmt; er befindet sich im *Scheitel* einer vertikal stehenden Parabel und bewegt sich auf dem einen Parabelast abwärts. Beim schräg nach oben gerichteten Wurf steigt der Körper auf dem einen Parabelast hinauf bis zum Scheitel, um dann längs des anderen Astes herabzufallen. — Näher gehen wir auf den Wurf nicht ein, weil es sich dabei, soweit er elementar behandelt werden kann, weniger um physikalische als um rechnerische Dinge handelt.

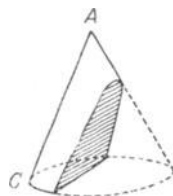


Abb. 15. Eine Ebene durch den Kegel parallel zu einer Kegel­seite (AC) schneidet den Kegelmantel in einer Parabel (perspektivisch).

28. Einwirkung der Erdrotation auf die Fallrichtung. Nur einen Sonderfall des horizontalen Wurfs erwähnen wir, weil er trotz der Besonderheit allgemeine Bedeutung hat. Der freie Fall eines Körpers verläuft in der Wirklichkeit nicht unter den (S. 17) angenommenen einschränkenden Bedingungen. Wir hatten dort auch die Rotation der Erde ausgeschlossen; gerade diese wirkt aber auf den fallenden Körper stets ein. Die Erde rotiert von West über Süd nach Ost und erteilt daher jedem mit ihr fest verbundenen Punkt eine Geschwindigkeit von West nach Ost. Ein Körper z. B., den man von der Spitze eines Turmes frei fallen läßt, ist also, streng genommen, ein nach Osten geworfener Körper. Die Tangentialgeschwindigkeit der Turmspitze ist etwas größer als die Tangentialgeschwindigkeit des vertikal darunterliegenden Punktes der Turmbasis. Die Erdrotation lenkt daher den von der Turmspitze fallenden Körper von der Turmbasis weg nach Osten ab. Er kommt daher nicht im Fußpunkt der Vertikalen an, die durch den Ausgangspunkt der Fallbewegung geht, sondern östlich davon. — Die experimentellen Schwierigkeiten, vor allem die Ermittlung des genauen Lotpunktes und die störungsfreie Auslösung des fallenden Körpers, sind ungeheuer groß, dabei beträgt die Ablenkung für 80 m Fallhöhe nur etwa 1 cm. Der Vergleich der Versuche von HALL (1902) mit 23 m Fallhöhe und der Versuche von FLAMMARION (1903) mit 68 m Fallhöhe, die 3,3% resp. 22% als mittleren Fehler ergeben haben, zeigt, daß man mit *kleinen* Fallhöhen bessere Ergebnisse erzielt. Der Theorie nach ist die östliche Ablenkung proportional dem Produkt aus Fallhöhe und Falldauer. Um trotz der Verkleinerung der Fallhöhe einen gut meßbaren Effekt zu erzielen, muß man daher die Falldauer möglichst vergrößern. Diese Überlegung hat HAGEN in Rom (1912) dazu veranlaßt, die Einwirkung der Erdrotation auf den fallenden Körper an der Atwood'schen Fallmaschine zu studieren. Seine Versuche ergaben bei 23 m Fallhöhe und einer Fallbeschleunigung von etwa $\frac{1}{25} g$ rund 0,9 mm Ablenkung, das ist eine Übereinstimmung mit der Theorie bis auf etwa 1%.

Die Erdrotation bewirkt auch Abweichungen der Geschosse aus der vertikalen Schußebene; auf der nördlichen Halbkugel nach rechts, der südlichen nach links. Bei einem Geschöß von durchschnittlich 600 m/sec muß in mittleren Breiten für ein Ziel in 5 km Abstand die Abweichung einen Zielfehler von über 2 m

ausmachen. Die Versuche, den Fehler nachzuweisen, haben kein einwandfreies Ergebnis gehabt, weil die Abweichungen von anderen Einflüssen (namentlich mit dem Luftwiderstande zusammenhängend) stark überdeckt werden.

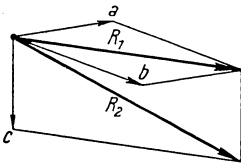


Abb. 16. Zusammensetzung von drei Kräften (a , b , c) zu einer Resultierenden (R_2).

29. Zusammensetzung und Zerlegung von Kräften.

Bisher war nur von *zwei* gleichzeitigen Kräften und zwei gleichzeitigen Bewegungen die Rede. Wirken auf den materiellen Punkt drei Kräfte gleichzeitig ein, a , b und c (Abb. 16), so setzt sich die dritte Kraft c mit der resultierenden R_1 der Kräfte a und b zu einer neuen resultierenden R_2 zusammen. Ebenso setzt sich eine vierte Kraft mit der Resultierenden R_2 aus jenen dreien zusammen usw. (Kräftepolygon). Wirken also beliebig viele Kräfte gleichzeitig auf einen Punkt ein, so ist die resultierende Wirkung genau so, wie wenn nur eine einzige

Kraft auf ihn gewirkt hätte, nämlich die Resultante aus allen jenen Kräften.

Umgekehrt kann man sich z. B. eine Kraft, deren Größe und Richtung durch die Gerade AB veranschaulicht wird (Abb. 17), aus den Kräften AC und AD hervorgegangen denken, aber auch ebensogut aus AE und AF ; über-

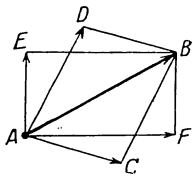


Abb. 17. Zerlegung einer Kraft (AB) in zwei Komponenten (AC und AD oder AE und AF).

haupt aus zwei Kräften, aus denen ein Kräfteparallelogramm mit AB als Diagonale konstruierbar ist. Da jede Komponente selber als Resultierende aufgefaßt werden kann, so kann man sich jede Kraft durch beliebig viele andere ersetzt denken, die gleichzeitig wirken und sich nach dem Parallelogramm der Kräfte zusammengesetzt haben. Wir werden die Zerlegung einer Kraft in mehrere gleichzeitig wirkende Kräfte (und ebenso die Zerlegung einer Bewegung) als wertvolles Hilfsmittel häufig gebrauchen.

Angenommen, es wirkten n Kräfte auf den materiellen Punkt, und $(n-1)$ davon ergäben eine Resultierende, die gerade so groß ist, wie die letzte von den n Kräften, dieser aber entgegengesetzt gerichtet. Dann ist die Einwirkung der n Kräfte zusammen so, wie wenn zwei gleich große, aber entgegengesetzt gerichtete Kräfte auf den Punkt wirkten. Zwei solche Kräfte heben einander aber in ihrer Wirkung auf, weil sie den Punkt nach entgegengesetzten Richtungen, und zwar mit gleich großer Beschleunigung zu bewegen streben. Es ist also genau so, wie wenn überhaupt keine Kraft auf den Punkt einwirkte. An dem Bewegungszustande des Punktes wird mithin durch die n Kräfte nichts geändert: ist er in

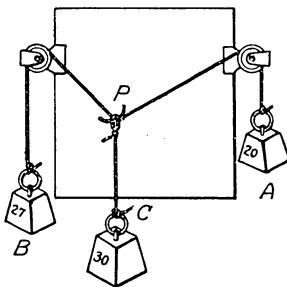


Abb. 18. Punkt P bleibt in Ruhe, weil die drei ihn angreifenden Kräfte einander aufheben.

Ruhe, so bleibt er auch in Ruhe; bewegt er sich geradlinig und mit gleichförmiger Geschwindigkeit, so bleibt auch das bestehen. Wir sehen also: unter gewissen Bedingungen kann trotz der Einwirkung von Kräften ein materieller Punkt seinen Bewegungszustand unverändert beibehalten. Und umgekehrt: ist ein materieller Punkt in Ruhe oder ist er in geradliniger gleichförmiger Bewegung, so folgt daraus noch nicht, daß keine Kraft auf ihn wirkt, sondern nur, daß die Kräfte, die etwa auf ihn wirken, einander in ihrer Wirkung aufheben. Z. B. jedes der drei Gewichte (Abb. 18) sucht den Punkt P nach einer anderen Richtung zu bewegen. Trotzdem bleibt P in Ruhe, und zwar weil, wie die Konstruktion des Parallelogramms der Kräfte zeigen würde, die aus A und B resultierende

Kraft durch C aufgehoben wird. In diesem Falle sagt man von den Kräften, daß sie einander das Gleichgewicht halten. Ein Eisenbahnzug bewegt sich, durch die dauernd wirkende Dampfkraft getrieben, mit *gleichförmiger* Geschwindigkeit, nicht mit *beschleunigter*. Die von der Reibung herrührenden Kräfte sind die $(n - 1)$ Komponenten, die Dampfkraft die n -te. Es tritt nur keine *Änderung* des Bewegungszustandes ein, wenn Gleichgewicht vorhanden ist. Und umgekehrt: ist ein materieller Punkt der Einwirkung von Kräften unterworfen, soll er aber trotzdem seinen Bewegungszustand unverändert beibehalten, so kann er das nur, wenn zu jenen Kräften noch eine Kraft tritt, die die Resultierende daraus unwirksam macht, d. h. ihr gleich groß, aber entgegengesetzt gerichtet ist. Es handelt sich also darum, jenes System von Kräften durch eine andere Kraft ins Gleichgewicht zu bringen.

30. Vektor, Skalar. Das Parallelogramm der Kräfte (und seine Verallgemeinerung) ist das Schulbeispiel für das Schema, nach dem man „gerichtete“ Größen, *Vektorgrößen*, zusammensetzt (und zerlegt). *Vektor* nennt man eine Größe, zu deren vollständiger Charakterisierung eine Zahl, eine Maßeinheit und eine Richtung gehören: Geschwindigkeit, Beschleunigung, Kraft sind Vektoren — sie sind soundso groß und sind irgendwohin gerichtet. Man veranschaulicht sie durch Pfeile, deren Länge die Größe und deren Richtung die Richtung der Geschwindigkeit, der Beschleunigung, der Kraft angibt. Die Bezeichnung Vektor ist hergenommen von dem einfachsten Vertreter der „gerichteten“ Größen, dem Radiusvektor (oder Fahrstrahl), d. h. der von einem festen Punkt nach einem beweglichen Punkt gezogenen Geraden [64.]. Eine Größe, die mit Richtung nichts zu tun hat, also schon durch eine Zahl und eine Maßeinheit vollständig charakterisiert ist, nennt man *Skalar* (HAMILTON, 1853), weil ihr Betrag in gewissen Einheiten, d. h. an einer gewissen Skala, abgemessen wird und damit schon völlig bestimmt ist. Temperatur, Masse, Dichte sind Skalare.

Die Zusammensetzung und die Zerlegung von Vektorgrößen gehören zu den gebräuchlichsten physikalischen Hilfsmitteln, denn die meisten Vorgänge erweisen sich nicht als einfach, sondern als zusammengesetzt. Sie spielen in der ganzen Physik eine große Rolle, z. B. auch in der Elektrizitätslehre, wo man die Wirkung mehrerer elektrischer Felder oder mehrerer magnetischer Felder im Vektordiagramm zusammenaddiert. Das Schema der Addition zweier Vektoren wie 1 und 2 in Abb. 19 ist stets dasselbe: in den Endpunkt des einen Vektors (1) legt man den Anfangspunkt des nächsten (2) mit der ihm zukommenden Richtung; die Seite 3, die vom Endpunkt des zweiten Vektors aus diese beiden ersten zum Dreieck schließt, ist nach Größe und *entgegengesetzter* Richtung der gesuchte resultierende Vektor. Abb. 19 zeigt die Anwendung des Schemas auf die Zusammensetzung zweier Kräfte oder zweier Bewegungen (mit demselben Resultat wie die Parallelogrammkonstruktion). — Bei der Addition einer Vielheit von Kräften erhält man ein offenes räumliches Polygon, das man im Sinne der Richtung der einzelnen Vektoren durchschreitet. Die Seite, welche dieses Polygon schließt, ist dann nach Größe und entgegengesetzter Richtung der gesuchte Vektor. Abb. 20 zeigt die Addition von drei Kräften, sie führt zu demselben Ergebnis wie die aus der Parallelogrammkonstruktion hervorgegangene Abb. 16.

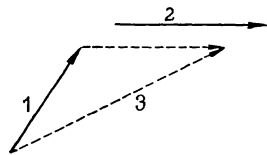


Abb. 19. Addition zweier Vektoren 1 und 2. Ihr Summe ist der Vektor 3.

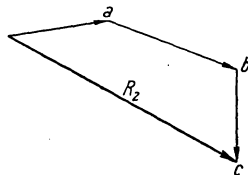


Abb. 20. Addition dreier Vektoren a , b , c . Ihre Summe ist der Vektor R_2 . Die Vektoren vertreten die entsprechenden bezeichneten Kräfte der Abb. 16.

31. Gleichgewicht von Kräften. Statik. Dynamik. Die Lehre vom Gleichgewicht der Kräfte ist der Gegenstand der *Statik*; die Lehre von der Bewegung mit besonderer Berücksichtigung der Kräfte, die die Bewegung hervorgerufen haben, der Gegenstand der *Dynamik*.

Die Erfahrung lehrt uns bei allen mechanischen Verrichtungen die Überwindung von Kräften durch andere Kräfte kennen, am deutlichsten dort, wo unsere eigene Muskelkraft beteiligt ist. Wenn wir einen Körper als Ganzes verschieben, z. B. heben oder ziehen, so fühlen wir, daß wir eine Anstrengung machen müssen; ebenso wenn wir einen Körper zerteilen (zersägen, zerdrücken, zerschlagen usw.) oder wenn wir ihn umformen (dehnen oder zusammendrücken oder biegen usw.). Gleichviel, welche mechanische Verrichtung wir analysieren, überall finden wir zwei Kräfteparteien einander gegenüberstehen, und als das Ziel aller mechanischen Verrichtungen Lagenänderungen. Unter diesen ist auch die Verschiebung von Körperteilchen gegeneinander zu verstehen, wie z. B. beim Biegen oder bei sonstigem Umformen eines Körpers. Die Teilchen eines umgeformten Körpers sind ein System von Massenpunkten, die nach der Umformung des Körpers anders zueinander liegen als vorher.

Von den zwei Kräfteparteien strebt die eine gewisse Lagenveränderungen hervorzurufen — in dem angeführten Beispiel unsere Muskelkraft. Die andere widerstrebt ihnen — in dem angeführten Beispiel die Schwerkraft, die Reibung, die Trägheit, die Festigkeit und andere zwischen den Körperteilchen wirksame Kräfte, die das Wesen der *Kohäsion* ausmachen. Um also die beabsichtigte Lagenveränderung herbeizuführen, müssen die Widerstand bildenden Kräfte wirkungslos gemacht werden. Ist das geschehen, so verhält sich der betreffende Körper so, wie wenn gar keine Kraft auf ihn wirkte.

Man vergegenwärtige sich z. B. die Wechselwirkung der Kräfte an einem Eisenbahnzuge, den man in Bewegung setzen und auf einer gewissen Geschwindigkeit erhalten soll. Beabsichtigt wird eine gleichförmige und, wie wir zur Vereinfachung annehmen wollen, geradlinige Bewegung. Die Kraft, mit der die beabsichtigte Lagenveränderung ausgeführt werden soll, ist die Dampfkraft. Stünde der Eisenbahnzug unter der Einwirkung gar keiner anderen Kraft, so würde die geringste Größe der Dampfkraft schon hinreichen, um ihn in Bewegung zu setzen und allmählich auf die beabsichtigte Geschwindigkeit zu bringen. Die Kraft wäre von diesem Moment an überflüssig, denn der Zug würde die erreichte Geschwindigkeit dauernd beibehalten infolge des Trägheitsvermögens, das ja uneingeschränkt zur Geltung käme. Aber in der Wirklichkeit unterliegt der Zug außer der Dampfkraft noch anderen Kräften, und zwar nur solchen, die der Dampfkraft *entgegengesetzt* wirken: die Reibung der Räder an den Schienen und an den Radachsen, der Widerstand, der durch das Vorhandensein der Luft geschaffen wird usw., bilden ein Kräftesystem mit einer Resultierenden, die eine gewisse Größe und eine gewisse Richtung besitzt, und die die Bewegbarkeit des Zuges einschränkt. Man macht sie dadurch wirkungslos, daß man ihr eine Kraft von gleicher Größe (hier also eine Dampfkraft von gleicher Größe) entgegengesetzt. Schon der geringste *Überschuß* an Dampfkraft genügt dann, den Zug durch das *Andauern* der Einwirkung zu beschleunigen und schließlich die beabsichtigte Geschwindigkeit erreichen zu lassen. Ist diese Geschwindigkeit erreicht, so kann die Dampfkraft wieder *um jenen Überschuß* verringert werden; dann wirken auf den Zug nur jene zwei Kräfte, die einander gerade aufheben. Die Geschwindigkeit erhält sich infolge des Trägheitsvermögens, das uneingeschränkt zur Geltung kommt. — Was hier von der Dampfkraft und dem Eisenbahnzuge gesagt worden ist, können wir an uns selber wahrnehmen, wenn wir eine Last in Bewegung setzen und dann in Bewegung erhalten, z. B. wenn wir etwas vor uns herschieben oder hinter uns herziehen; wir müssen uns mehr anstrengen, um die Bewegung einzuleiten (Trägheit und Reibung zu überwinden), als die Bewegung zu unterhalten (die Reibung allein zu überwinden). Aus demselben Grunde ist es für ein Pferd anstrengender, einen Wagen in Bewegung zu *bringen* als in Bewegung zu *erhalten*.

32. Arbeit. Wie bei dem hier geschilderten Vorgänge, so geschehen bei *allen* mechanischen Verrichtungen Lagenveränderungen und stehen, wie hier, zwei Kräfteparteien einander gegenüber, deren eine die Lagenveränderung

zu hindern sucht. Man nennt diese Partei *Widerstand* oder auch *Last*; die Überwindung des Widerstandes nennt man *Arbeit*. „Arbeit ist der Akt der Hervorbringung einer Veränderung in der Konfiguration eines Systems entgegen einer Kraft, die dieser Veränderung widerstrebt.“ (MAXWELL: Substanz und Bewegung.) Von einer Überwindung kann, streng genommen, nur die Rede sein, wenn die eine Partei stärker ist als die andere; solange das der Fall ist, wächst die Geschwindigkeit. Ist dagegen ein Gleichgewichtszustand eingetreten, so ist keine der beiden Parteien die überwindende oder die überwundene im sprachgebräuchlichen Sinne. Die Kraft verhindert den Widerstand, die bereits erreichte Geschwindigkeit zu verringern, der Widerstand verhindert die Kraft, eben diese Geschwindigkeit zu vergrößern. Die Arbeit, die die Kraft leistet, nachdem die Bewegung eine Trägheitsbewegung geworden ist, besteht also in der Unschädlichmachung des Widerstandes.

Der physikalische Begriff *Arbeit* ist von der Arbeit der Menschen und der Tiere hergenommen worden. Seine verallgemeinerte Bedeutung in der Physik und die Faktoren, nach denen man die Größe einer Arbeit beurteilen muß, sind leicht verständlich, wenn man dabei an die Arbeit denkt, die die menschliche Muskelkraft leistet. Wenn man z. B. eine am Boden liegende Masse vermöge seiner Muskelkraft hebt, so *leistet* man *Arbeit*. Die Arbeit leistende Kraft ist die Muskelkraft; sie strebt, die Masse von der Erde zu entfernen, und ist beim Heben *vertikal nach oben* gerichtet. Die Widerstand leistende Kraft ist die Kraft, mit der die Masse von der Erde angezogen wird, und die *vertikal nach unten* gerichtet ist. Diese Kraft ist uns geläufig als das Gewicht der Masse. Wir werden, um (S. 13 unten) Mißverständnisse auszuschließen, das *Gewicht* eines Kilogramms mit 1 kg^* bezeichnen, die *Masse* eines Kilogramms mit 1 kg und entsprechend g^* , mg^* usw. schreiben, ferner g , mg usw.

Die Größe der Kraft, die nötig ist, die Masse in gleichförmiger Bewegung vertikal nach oben zu erhalten, muß gleich der Kraft sein, mit der die Erde die Masse nach unten zu ziehen strebt. Will man also 1 kg Masse mit gleichförmiger Geschwindigkeit vertikal nach oben bewegen, so muß man darauf eine Kraft wirken lassen, die ebenso stark nach oben, wie ihr Gewicht nach unten wirkt, d. h. eine Kraft von der Größe des *Gewichtes* eines Kilogramms ($1000 \cdot g \text{ Dyn}^1$). Um $m \text{ kg}$ Masse mit gleichförmiger Geschwindigkeit vertikal nach oben zu bewegen, ist eine nach oben wirkende Kraft von $m \text{ kg}^*$ erforderlich.

33. Einheit der Arbeit (Meter-Kilogramm). Hat man z. B. 1 kg Masse um 1 m gehoben, so hat man eine gewisse Arbeit geleistet. Will man dieselbe Masse um ein zweites, ein drittes Meter usw. heben, so muß man dieselbe Arbeit für jedes *weitere* Meter *noch* einmal leisten; im ganzen also für die Hebung um $h \text{ m}$ h mal so viel Arbeit, wie für die Hebung um *ein* Meter. (Die Erdschwere setzt der Hebung um jedes Meter denselben Widerstand entgegen für die hier in Frage kommenden Erhebungen über die Erdoberfläche.) Kurz: die bei der *Hebung* der Masse *geleistete* Arbeit ist *proportional* der *Höhe*, um die die Masse gehoben worden ist, oder mit anderen Worten, sie ist proportional der Länge der Strecke, auf der die *Last* überwunden worden ist. Die Arbeit, die erforderlich ist, 1 kg^* längs der Strecke von 1 m zu überwinden (wir sagen kurz: um 1 kg Masse 1 m zu „heben“) heißt ein *Meterkilogramm* (1 mkg^*).

Bisher war nur von der Hebung *eines* Kilogramms die Rede. Um ein zweites, dann ein drittes Kilogramm usw. um dieselbe Höhe zu heben, also denselben

¹ Man beachte: Der Buchstabe g bedeutet hier nicht Gramm (g), sondern die Schwerebeschleunigung.

Widerstand ein zweites, ein drittes Mal zu überwinden, muß man dieselbe Arbeit für jedes weitere Kilogramm noch einmal leisten, für die Überwindung des Gewichtes von p kg (d. h. für die Überwindung eines p mal so großen Widerstandes) also p mal so viel Arbeit, wie für die Überwindung des Gewichtes eines Kilogramms längs derselben Höhenstrecke. Also: die Größe der beim Heben geleisteten Arbeit ist auch proportional dem *Gewicht* der gehobenen Masse, d. h. *proportional der Widerstand leistenden Kraft*, gegen die die Arbeit geleistet wird. Da wir nun die Arbeit, die nötig ist, 1 kg um 1 m zu „heben“, = 1 gesetzt haben, nämlich = 1 mkg*, und somit bereits das Meterkilogramm* als „Einheit“ für die Größe der Arbeit festgesetzt haben, so müssen wir die Arbeit, die nötig ist, p kg um 1 m zu „heben“ (da sie p mal so groß ist) = p mkg*, und die Arbeit, die nötig ist, p kg um h m zu „heben“ (da sie h mal so groß wie die letzte ist) = $p \cdot h$ mkg* setzen. Kurz: um p kg h m hoch zu heben, ist eine Arbeit von $p \cdot h$ mkg* erforderlich; mit anderen Worten: *diese Arbeit ist gleich der Größe des Widerstandes, der überwunden werden muß, multipliziert mit der Weglänge, auf der er überwunden werden muß.*

Wir haben nur vom *Widerstand* gesprochen, den das Gewicht bildet, und von der Strecke, längs deren er überwunden werden soll, also den Vorgang von der Seite des Widerstandes aus betrachtet. Wir können aber auch dasselbe ausdrücken, wenn wir von der arbeitleistenden *Kraft* sprechen; sie ist gleich der widerstandleistenden (stets gleichförmige Bewegung während der Verschiebung vorausgesetzt). Die Verschiebung der Masse um h m während der Arbeitsleistung bedeutet auch eine Verschiebung des *Angriffspunktes* der arbeitleistenden Kraft um h m, da die Masse als materieller Punkt mit dem Angriffspunkt zusammenfällt. Wir können daher die Größe der Arbeitsleistung auch dadurch angeben, daß wir sagen: *die Größe einer Arbeit ist gleich dem Produkt aus der arbeitleistenden Kraft und der Länge, um die sich ihr Angriffspunkt während der Arbeitsleistung verschiebt.*

34. Erg. Pferdekraft. Die Definition des mkg* enthält eine Unbestimmtheit: das Gewicht eines Kilogramms (1 kg*) ist verschieden, je nach dem Punkte der Erdoberfläche, an dem sich die Masse befindet. Für die Technik, die das Meterkilogramm* benutzt, um die unbequemen Zahlen zu vermeiden, die sich aus der Anwendung von Zentimeter und Gramm* ergeben, ist diese Verschiedenheit zu geringfügig, nicht aber für die strenge Physik. Sie definiert daher: die Einheit der Arbeit ist diejenige Arbeit, die die *Krafteinheit* (Dyn) leistet, wenn sie den Angriffspunkt um eine *Längeneinheit* verschiebt. Diese Arbeitseinheit heißt: 1 Erg. Eine Krafteinheit war ungefähr gleich dem Gewicht eines Milligramms, ein Erg ist also die Arbeit, die geleistet wird, wenn etwa 1 mg 1 cm hoch gehoben wird. — Um 1 mkg* in Erg ausdrücken zu können, muß man 1 kg* in Krafteinheiten (Dyn) umrechnen. Da $1 \text{ g}^* = 980 \text{ Dyn}$ ist an einem Punkte der Erdoberfläche, wo die Beschleunigung durch die Erdschwere 980 cm/sec^2 beträgt, so ist dort $1 \text{ kg}^* = 1000 \cdot 980 = 98 \cdot 10^4 \text{ Dyn}$, und da $1 \text{ m} = 100 \text{ cm}$ ist, so ist $1 \text{ mkg}^* = 98 \cdot 10^6 \text{ Erg}$.

Die in der *Zeiteinheit* getane Arbeit nennt man *Leistung* — die *Einheit* der Leistung ist 1 Erg pro Sekunde. In der Technik bemißt man Leistungen nicht nach Erg pro Sekunde, sondern nach *Pferdestärken*, wobei 1 Pferdestärke (1 PS) gleich 75 mkg* pro Sekunde ist, d. h. 7350 Millionen Erg pro Sekunde.

Warnung: Die Hebung einer Masse benützen wir nur deswegen als Beispiel für die Arbeit, weil sie jedem bekannt ist. Man darf sie aber nicht für eine Arbeit besonderer Art ansehen. „Hebung einer Masse“ bedeutet nichts weiter als „Überwindung einer Kraft, von der die Masse nach einer gegebenen Richtung gezogen wird“. Hier wirkt diese Kraft

zufällig vertikal nach unten, und deswegen lassen wir die Muskelkraft vertikal nach oben wirken. Darin liegt aber nichts Spezielleres, als wenn z. B. eine Kraft den Körper nach Norden zu treiben sucht, und wir unsere Muskelkraft aufwenden, um ihn nach Süden zu bewegen. Bei jeder Arbeit wird eine Masse verschoben und stellt sich eine Kraft dieser Verschiebung als Widerstand entgegen. Ob aber die Widerstand leistende Kraft vertikal von oben nach unten wirkt und die arbeitleistende darum von unten nach oben wirken muß, darauf kommt es nicht an. Für die Größe der geleisteten Arbeit kommt lediglich in Frage die Größe der Widerstand leistenden Kraft und die Strecke, um die die Masse von der arbeitleistenden verschoben worden ist. Stets ist die geleistete Arbeit gleich der Größe der Kraft multipliziert mit der Größe der Verschiebung; man muß die Kraftgröße in Dyn und die Verschiebung in Zentimeter ausdrücken, um die Arbeitsleistung in Erg zu erhalten. Da $100\,000 \cdot g \text{ Erg} = 1 \text{ mkg}^*$ sind, so kann man natürlich jede Arbeit, die man in Erg kennt, auch in mkg^* ausdrücken und dadurch veranschaulichen, wieviel Kilogramm* man mit dieser Arbeit z. B. um 1 m, hätte heben können.

35. Energie. Kinetische Energie. Potentielle Energie. Wir haben Arbeit geleistet, was haben wir dafür eingetauscht? Vor dem Beginn der Arbeit lag die Masse am Boden, während der Arbeit ging sie in die Höhe, und nach Beendigung der Arbeit liegt sie um eine gewisse Strecke über dem Boden. Dem Aufwenden entspricht die Aufwärtsbewegung der Masse, dem Endergebnis ihre neue Lage relativ zum Boden. Dadurch, daß sie sich über dem Boden befindet, ist sie in der Lage, auch wieder fallen zu können. Nun wissen wir aus der Erfahrung, daß fallende Massen (Wassermassen, Gewichte) Arbeit leisten können. Dadurch also, daß sich die Masse über dem Erdboden befindet, besitzt sie die Fähigkeit, Arbeit zu leisten: diese Fähigkeit nennt man *Energie*. Für unsere Arbeit eingetauscht haben wir also die Energie der gehobenen Masse, die Arbeitsfähigkeit der Masse — aber nur fallend kann sie wirklich Arbeit leisten. Ein Rammblock, so schwer er sein und so hoch er gehoben sein mag, leistet nicht die geringste Arbeit, wenn er nicht fällt. Die Fähigkeit, Arbeit zu leisten, hat die Masse also in dem ersten wie in dem zweiten Zustande, aber sie muß aus dem der Ruhe in den der Bewegung, hier der Fallbewegung, übergehen, um die Arbeitsleistung zu verwirklichen. Die Masse gleicht in dem ersten Zustande einem Arbeitsspeicher, aber einem Speicher, dessen Inhalt erst in dem zweiten Zustande verwertbar ist.

Aber nicht nur fallende, sondern überhaupt bewegte Massen können erfahrungsgemäß Arbeit leisten: die bewegte Luft als Wind oder als Sturm, die Windmühlen und Segelschiffe treibt, fliegende Geschosse, fahrende Eisenbahnzüge u. dgl. mehr. Woher kommt es, daß Bewegtheit der Masse überhaupt Arbeitsfähigkeit der Masse repräsentiert? (Die Arbeitsfähigkeit, die die Masse infolge ihres Bewegtseins hat, heißt *kinetische* Energie, die Energie, die sie vermöge ihrer Lage hat, wie die über den Erdboden gehobene und zu fallen fähige Masse, *potentielle* Energie.) — Der Grund wird verständlich, wenn man sich klar macht, daß die Bewegung einer Masse überhaupt das Resultat der Arbeitsleistung einer Kraft ist. Wo bisher von der Arbeit einer Kraft die Rede war, unterhielt die Kraft, obwohl sie dauernd wirkte, nur eine gleichförmige Bewegung der Masse. Die Beschleunigung wurde dadurch verhindert, daß der arbeitleistenden Kraft diametral entgegengesetzt eine andere Kraft wirkte. Die Arbeit bestand eben darin, jene andere Kraft nicht zur Wirkung kommen zu lassen. Jetzt erhebt sich die Frage: wenn jene andere Kraft nicht vorhanden ist oder plötzlich zu wirken aufhört, so erteilt die arbeitleistende der Masse natürlich Beschleunigung — kann dann aber noch von einer Arbeitsleistung der bewegenden Kraft die Rede sein? Ja. Infolge ihres Trägheitsvermögens strebt die Masse ihren momentanen Bewegungszustand beizubehalten. Soll also die Masse beschleunigt bewegt werden, so muß ihr Trägheitsvermögen auf jedem Punkte der Bahn überwunden werden, also

eine Arbeit dagegen geleistet werden. Auch bei *dieser* Arbeit handelt es sich um eine Verschiebung der Masse um eine gewisse Strecke. Nennen wir die Arbeit leistende Kraft P , die Verschiebung der Masse in der Richtung dieser Kraft h , so ist die Größe der Arbeit, die die Kraft geleistet hat, $P \cdot h$ (Erg, wenn P in Dyn, h in Zentimeter gegeben ist). — Die Leistung, die mit dieser Arbeit $P \cdot h$ erzielt worden ist, besteht darin, daß die Masse m mit Beschleunigung um die Strecke h cm verschoben worden ist. Als die Kraft zu wirken anfing, möge m die Geschwindigkeit 0 gehabt haben, und als sie sich um h verschoben hatte, die Geschwindigkeit v , die zum Durchlaufen der Strecke erforderlich gewesene Zeit sei t sec. Um die Arbeit auszurechnen, die erforderlichlich gewesen ist, unter diesen Bedingungen m um h zu verschieben, müssen wir die Kraft und die Länge der Verschiebung h in bereits bekannten Größen ausdrücken. Wir wissen bereits (S. 17 oben), die während der Zeit t , d. h. während die Geschwindigkeit gleichförmig von 0 auf v stieg, zurückgelegte Strecke ist so groß, wie wenn sich m während der Zeit t mit der gleichförmigen Geschwindigkeit $v/2$ bewegt hätte, d. h. die Strecke h ist gleich $v/2 \cdot t$. Ferner wissen wir: die Geschwindigkeit ist in t sec gleichförmig um die Geschwindigkeit v gestiegen, also in 1 sec um den t^{ten} Teil, um v/t . D. h. die Beschleunigung ist v/t , und die Kraft, die auf m gewirkt hat, mithin $m \cdot v/t$. Die Arbeit, die nötig gewesen ist, m den Geschwindigkeitszuwachs v zu erteilen, ist:

$$\text{Kraft} \cdot \text{Weg} = m \frac{v}{t} \cdot \frac{v}{2} t = \frac{1}{2} m v^2 .$$

Diese Arbeit ist die bereits mit $P \cdot h$ bezeichnete: wir haben somit

$$P \cdot h = \frac{1}{2} m v^2 .$$

36. Lebendige Kraft. Erhaltung der lebendigen Kraft. Man nennt $\frac{1}{2} m v^2$ die lebendige Kraft der Masse m . Was haben wir für den Aufwand an Arbeit eingetauscht? Vor dem Beginn der Arbeit hat die Masse die Geschwindigkeit 0, am Ende die Geschwindigkeit v . Dem Arbeitsaufwand entspricht die Geschwindigkeitszunahme. Die Endgeschwindigkeit der Masse ist mithin als das Ergebnis der Arbeit anzusehen. Angenommen, der Kraft P , die der Masse m die Geschwindigkeit v erteilt hat, wirke eine Kraft Q entgegen. Q würde, wenn m nicht in Bewegung wäre, der Masse eine gewisse Bewegung in der Richtung erteilen, nach der sie selbst wirkt. Da aber m in Bewegung ist, so kann Q nichts weiter tun, als die Bewegung der Masse verzögern. Ihre Geschwindigkeit wird sich zwar dabei verringern, aber sie wird sich zunächst noch in der alten Richtung weiterbewegen. Die Gegenkraft Q repräsentiert also einen Widerstand, der von der bewegten Masse überwunden wird. Allmählich sinkt die Geschwindigkeit auf Null, und dann, aber *erst* dann, ist ihre Arbeitsfähigkeit erschöpft. Die Arbeit, die die Kraft P an der Masse geleistet hat und die gewissermaßen auch wie in einem Speicher bis zu der Größe $\frac{1}{2} m v^2$ angesammelt worden war, wird dabei allmählich wieder völlig ausgegeben.

Der Ausdruck $\frac{1}{2} m v^2$ gibt auch die Arbeit, die die Masse m vermöge ihrer Geschwindigkeit v leisten kann. Wir werfen die Masse m z. B. mit der Geschwindigkeit v in die Höhe. Sie besitzt dann anfangs die Energie $\frac{1}{2} m v^2$. Sie steigt bis zur Höhe $v^2/2g$ und überwindet die Schwerkraft auf dieser Strecke. Die Kraft, von der sie nach unten gezogen wird, ist ihr Gewicht mg . Die Masse leistet also vermöge ihrer Bewegung, bis sie die Geschwindigkeit 0 erreicht hat, die Arbeit: Weg \cdot Kraft $= \frac{v^2}{2g} \cdot mg = \frac{1}{2} m v^2$. Ihre kinetische Energie, mit der

sie die Hand verläßt, ist also in der Tat so groß, wie die Arbeit, die sie vermöge ihrer Bewegung leisten kann. — Diese *von* der bewegten Masse geleistete Arbeit, während ihre Geschwindigkeit von v auf 0 sank, ist genau so groß wie die Arbeit, die man *an* ihr leisten mußte, um ihr die Geschwindigkeit v zu erteilen. Die Masse hat, wenn sie fallend unten wieder ankommt, wieder die Geschwindigkeit v erreicht. Diese Geschwindigkeit ist das Ergebnis der Arbeit, die die Schwerkraft, mit der Größe mg auf die Masse m längs des Weges $v^2/2g$ einwirkend, geleistet hat; diese Arbeit ist

$$\text{Kraft} \cdot \text{Weg} = mg \cdot \frac{v^2}{2g} = \frac{1}{2} m v^2,$$

d. h. eine genau ebenso große Arbeit, wie sie die *Masse vermöge ihrer Geschwindigkeit* v leisten kann (wie vorhin gezeigt).

Wir wollen zur Verdeutlichung der kinetischen Energie noch eine andere Rechnung durchführen. Wenn *wir* vermöge unserer Muskelkraft die Masse m Gramm, die das Gewicht mg Dyn hat, vom Erdboden aus auf die Höhe h cm gehoben haben, *so haben wir eine Arbeit* mgh *Erg geleistet*. Lassen wir m aus der Höhe h wieder auf den Erdboden fallen, so kommt sie mit der Geschwindigkeit $\sqrt{2gh}$ an (S. 18), sie hat also die kinetische Energie $\frac{1}{2} m \cdot 2gh = mgh$, d. h. *sie kann vermöge dieser Geschwindigkeit eine Arbeit* mgh *Erg leisten*, d. h. eine Arbeit, die genau so groß ist, wie die, die *wir* auf die Masse verwendet haben. Von der Arbeit, die *wir* auf die Masse verwendet haben, ist nichts verloren gegangen; die Masse hat sie zurückerstattet, wenngleich in anderer Form. Ob *wir* die zurückerstattete Arbeit *nutzbringend verwerten* können oder nicht, ist belanglos. *Wenn* wir es könnten, so würden wir den verausgabten Arbeitsaufwand unverkürzt zurückerhalten.

37. Prinzip der Erhaltung der Energie. Um die allgemeinen Begriffe zu verdeutlichen, die hier in Frage kommen, betrachten wir eine ganz andere Art der Arbeitsleistung neben der des Hebens und sehen, was beiden gemeinsam ist. Will man mit einer Armbrust einen Bolzen abschießen, so muß man zunächst die Sehne „spannen“. Dabei leisten wir Arbeit, und zwar um so mehr, je „straffer“ die Sehne ist, und je weiter wir sie aus ihrer Anfangslage entfernen. Das *Resultat* der Arbeit ist die neue Form, die die Sehne angenommen hat, die neue Lage, in die sie übergegangen ist. Lassen wir sie wieder los, so schnellt sie in die Anfangslage zurück und erteilt dabei dem Bolzen Bewegung; sie leistet dabei an dem Bolzen eine Arbeit, da sie seine Trägheit überwinden muß, um ihm eine gewisse Geschwindigkeit zu erteilen. Wir sehen: genau so wie die Arbeit, die das Gewicht im Fallen leisten kann, *vorher* auf das Gewicht durch Heben übertragen worden ist, genau so ist die Arbeit, die die Sehne im Zurückschnellen leisten kann, *vorher* auf die Sehne durch *Spannen* übertragen worden. Wie das *fallende* Gewicht seine Arbeitsfähigkeit von dem *zuvor gehobenen* Gewicht hat, so hat sie die sich *entspannende* Sehne von der *zuvor gespannten* übernommen. Um Arbeit leisten zu können, hat das Gewicht also erst „in die Lage“ versetzt werden müssen, fallen zu können, die Sehne „in die Lage“ zurückschnellen zu können. Der Ausdruck: „in der Lage“ sein, etwas zu leisten, entspricht dem physikalischen Hergange. Man nennt die Energie (Arbeitsfähigkeit), die ein Körper vermöge seiner Lage in dem geschilderten Sinne besitzt, seine *potentielle Energie*, auch *Energie der Lage*.

Die aus einer gegebenen Höhe fallende Masse kann ebensoviel Arbeit leisten, wie zu ihrer Hebung auf jene Höhe erforderlich gewesen ist. Wir würden auch bei dem Vorgang des Spannens und Zurückschnellens der Sehne zu demselben Ergebnis gelangen, wenn wir ihn ebenso vollkommen ver-

folgen könnten. Die Arbeit, die nötig war, um die Sehne zu spannen, wird vollkommen von der Sehne zurückerstattet, indem sie sich entspannt und dem Bolzen eine Geschwindigkeit erteilt, die ihn befähigt, selbst so viel Arbeit zu leisten, wie nötig war, ihm jene Geschwindigkeit zu erteilen. Vermöge seiner Geschwindigkeit kann der Bolzen beträchtliche Widerstände überwinden. Wo sich die Überwindung der Widerstände in deren Zertrümmerung ausspricht, ist die Arbeitsleistung auch anschaulich. Aber wenn die zum Zertrümmern erforderliche Arbeit berechnet werden könnte, würde sie *nicht* ganz gleich der Arbeitsfähigkeit des Bolzens herauskommen, die er beim Auftreffen auf den Widerstand gehabt hat, sondern *kleiner*. Der gewöhnlichen Anschauung scheint also doch ein Teil der Arbeit verloren gegangen zu sein. Aber eine weitere Untersuchung würde zeigen: das Einschlagen des Bolzens in jenen Widerstand hat neben der Zertrümmerung noch eine andere Wirkung hervorgerufen, nämlich eine *Temperaturerhöhung*, d. h. der Bolzen selbst und seine Umgebung sind wärmer geworden — er hat also jene sichtbare *mechanische* Arbeit geleistet und außerdem Wärme entwickelt. Wir werden später sehen, daß man durch mechanische Arbeit Wärme planmäßig erzeugen kann, und daß ein *bestimmtes* Quantum Arbeit stets ein *bestimmtes* Quantum Wärme erzeugt. Die Arbeit ist der Aufwand, den man leistet, und die Wärme das, was man dafür eintauscht. Man sagt: das erzeugte Wärmequantum ist jener Arbeitsmenge *äquivalent* oder: jenes Quantum aufgewandter (verschwundener) mechanischer Arbeit hat sich „in Wärme verwandelt“. Unter Berücksichtigung dieser *Äquivalenz* zwischen Wärme und Arbeit würde man finden, daß *von der Arbeitsfähigkeit des Bolzens tatsächlich nichts verloren gegangen ist*, sondern daß die mechanische Arbeit des Zertrümmerns plus der zur Wärmeerzeugung verwandten Arbeit des Bolzens *gleich* der ursprünglichen Arbeitsfähigkeit des Bolzens ist. Die potentielle Energie der gespannten Sehne ist verschwunden, dafür ist die kinetische des fliegenden Bolzens entstanden, und diese hat sich wieder umgesetzt in die kinetische Energie der auseinandergesprengten Stücke jenes Widerstandes und in ein Quantum Wärme, das man ebensogut in kinetischer wie in potentieller Energie messen kann. Von der durch Spannen des Bogens in das System durch uns hineingelegten Energie ist *nichts* verloren gegangen; was an potentieller Energie verschwunden ist, ist als kinetische zum Vorschein gekommen. Nur *umgewandelt* hat sich eine Energieform in die andere — als Ganzes ist die Energie ungeschmälert erhalten geblieben.

Wir haben soeben die *Wärme* an der Stelle eines Quantums mechanischer Arbeitsfähigkeit entstehen sehen, d. h. an der Stelle eines Quantums Energie, die bestimmt *nicht Wärme* war, und konnten sagen: die Arbeit hat sich in Wärme *verwandelt*, man nennt daher die Wärme eine *Energieform*. Es gibt noch andere *Energieformen*. Wie die Wärme, so stehen auch Licht, Magnetismus, Elektrizität, die chemischen Kräfte zu der mechanischen Energie in engster Beziehung. In der *gesamten Natur* ist ein gewisser Arbeitsvorrat vorhanden, der, gleichviel ob er sich als chemische oder thermische oder elektrische Erscheinung bekundet, zum Teil in kinetischer, zum Teil in potentieller Energie besteht. Wenn irgendwo ein Quantum potentieller Energie *verschwindet*, so tritt dafür ein gleich großes an kinetischer *auf*. Jede der beiden Energieformen kann sich zwar in beliebigen Quantitäten in die *andere Form verwandeln*, aber nicht die geringste Menge einer von beiden kann untergehen. „Aus einer . . . Untersuchung aller . . . bekannten physikalischen und chemischen Prozesse geht hervor, daß das Naturganze einen Vorrat wirkungsfähiger Kraft¹⁾ besitzt, welcher in keiner Weise weder vermehrt

¹⁾ Was HELMHOLTZ hier als wirkungsfähige Kraft bezeichnet, nennen wir heute Energie.

noch vermindert werden kann, daß also die Quantität der wirkungsfähigen Kraft in der unorganischen Natur ebenso ewig und unveränderlich ist wie die Quantität der Materie“ (HELMHOLTZ). Das ist *das Gesetz von der Erhaltung der Energie*. Die Möglichkeit seiner allgemeinsten Gültigkeit sprach zuerst ein schwäbischer Arzt, Dr. JULIUS ROBERT MAYER, im Jahre 1842 aus. (Bemerkungen über die Kräfte der unbelebten Natur, in LIEBIGS Annalen.) *Der Satz von der Erhaltung der Energie ist ein Erfahrungssatz; seine Richtigkeit hat sich bisher stets erwiesen, an welchen Vorgängen er auch bisher geprüft worden ist.* „In der Tat ist die Lehre von der Erhaltung der Energie der große allgemeine Grundsatz, der in Übereinstimmung mit den Tatsachen nicht nur der Physik, sondern aller Wissenschaften steht. Einmal aufgefaßt, wird sie dem Physiker zum *Prinzip*, an welches er alle übrigen bekannten Gesetze über physikalische Wirkungen anknüpft, und durch welches er in die Lage versetzt wird, die gesetzmäßigen Beziehungen solcher Wirkungen in neuen Zweigen seiner Wissenschaft zu entdecken. Aus diesen Gründen wird jene *Lehre* allgemein als *Prinzip* der Erhaltung der Energie bezeichnet.“ (MAXWELL: Substanz und Bewegung, Art. 73.)

Aus dem Satze von der Erhaltung der Energie folgt, daß die Menge Arbeit, die eine Maschine leisten kann, vorher der Maschine in genau derselben Menge in irgendeiner Form (z. B. als Energie des gespannten Dampfes) mitgeteilt werden muß, weil eine Maschine Arbeit nur umwandeln und weitergeben, nicht erzeugen kann. Von dem Energievorrat, der in der Natur überhaupt vorhanden ist, bringen wir einen Teil in die Maschine hinein, und genau so viel, wie ihr gegeben worden ist, gibt die Maschine wieder her. Wirtschaftlich *verwertbar* ist aber *nicht* genau soviel, weil durch Reibung und sonstige Widerstände ein Teil der in die Maschine hineingesteckten Energie nicht *nutzbringend verwertet* werden kann, aber dieser Teil ist nicht etwa vernichtet worden, sondern er ist nur *für uns* in diesem Falle *wertlos*. — Der Satz von der Erhaltung der Energie hat auch die Frage erledigt, warum ein Perpetuum mobile unmöglich ist, d. h. eine Maschine, die, „ohne daß sie aufgezogen würde, ohne daß man, um sie zu treiben, fallendes Wasser, Wind oder andere Naturkräfte anzuwenden brauchte, von selbst fortdauernd in Bewegung bliebe, indem sie ihre Triebkraft unaufhörlich aus sich selbst erzeugte“ (HELMHOLTZ). Man glaubte früher in der Existenz der Menschen und der Tiere Beweise für die Möglichkeit eines Perpetuum mobile zu sehen; aber Menschen und Tiere bedürfen zu ihrer Existenz der Nahrung, und *Nahrungszufuhr* ist mit *Energiezufuhr* identisch.

B. Bewegung auf vorgeschriebener Bahn.

1. Die Bewegung wird durch eine Ebene beschränkt.

38. *Schiefe Ebene. Bewegung auf der schiefen Ebene. Die schiefe Ebene als Maschine.* Wir haben bei dem Heben einer Masse gesehen, von welchen Faktoren die Größe der geleisteten Arbeit abhängt, aber die Richtung der Bewegung (vertikal nach oben) und die Richtung der Last (Gewicht vertikal nach unten) fallen hier in dieselbe Gerade und sind einander diametral entgegengesetzt, die beiden Richtungen bilden miteinander einen Winkel, der eine Sonderstellung unter den Winkeln einnimmt, einen *gestreckten*. Im allgemeinen hat jener Winkel irgendeine andere Größe; dann wirkt nur ein *Bruchteil* der Last als Widerstand gegen die Verschiebung, nur dieser Bruchteil braucht überwunden zu werden. Angenommen z. B., die Masse befinde sich auf einer schiefen Ebene CD und solle durch eine Kraft bergan be-

wegt werden, die parallel CD wirkt. Eine schiefe Ebene ist eine gegen die Horizontalebene geneigte, z. B. eine bergan führende Straße (Abb. 21); für ihre Neigung ist der Neigungswinkel α maßgebend. Die Richtung der beabsichtigten Bewegung steht schief zu der Schwerkraft-

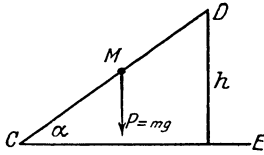


Abb. 21. Schiefe Ebene. CD ihre Länge, h ihre Höhe, α ihr Neigungswinkel.

richtung MP . Was nimmt die Masse für eine Bewegung an, wenn sie sich selbst überlassen wird, d. h. ohne Reibung nur der Einwirkung der Schwerkraft unterliegt? MP stellt die Schwerkraft ihrer Größe und Richtung nach vor, sie erteilt der Masse einen Antrieb vertikal nach unten. In dieser Richtung kann sich die Masse aber nicht bewegen, sie übt infolgedessen auf die schiefe Ebene als das Bewegungshindernis — man denke sich darunter eine geneigt aufgestellte Tafel — einen

Druck aus. Der Antrieb MP äußert sich aber zugleich auch darin, daß er die Masse *bewegt*, wenn auch in anderer Richtung, als es ohne die Tafel der Fall gewesen wäre. Der Antrieb MP wird nämlich vollkommen ersetzt durch die zwei gemeinsam wirkenden Kräfte MR und MQ (Abb. 22). Der Kraft MR kann die Masse folgen, da die Tafel eine Bewegung längs ihrer Oberfläche nicht hindert. Die Kraft MQ wirkt als Druck gegen die Tafel. Die Tafel widersteht ihm infolge ihrer Festigkeit und erwidert ihm mit einem gleich großen und entgegengesetzt gerichteten Gegendruck und macht ihn dadurch unwirksam. MR aber erzeugt Bewegung (Fall längs der schiefen Ebene) und muß auf andere Weise, z. B. von irgendeiner anderen Kraft aufgehoben werden, wenn die Bewegung ver-

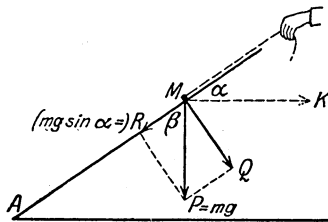


Abb. 22. Die schiefe Ebene als Maschine. Der Last mg hält parallel zur Länge der schiefen Ebene eine Kraft $mg \cdot \sin \alpha$ das Gleichgewicht, parallel zur Basis der schiefen Ebene eine Kraft $mg \cdot \cos \alpha$.

hindert werden soll. Nur ein Teil der Schwerkraft, die Komponente MR , sucht die Masse bergab zu treiben, und nur dieser Komponente muß das Gleichgewicht gehalten werden. Wie groß ist sie? Es ist $MR/MP = \cos \beta$, also $MR = MP \cdot \cos \beta$. Da MP das Gewicht der Masse ist und $\cos \beta$ ein echter Bruch, so ist MR gleich dem mit einem echten Bruch multiplizierten Gewicht der Masse, d. h. *kleiner* als das Gewicht der Masse. Bezeichnen wir das Gewicht der Masse mit mg und berücksichtigen wir, daß $\cos \beta = \sin \alpha$ ist, so haben wir $MR = mg \cdot \sin \alpha$. (D. h.: an der schiefen Ebene ist die Kraft, die erforderlich ist, einer Last das Gleichgewicht zu halten, gleich der Last mal dem Sinus des Neigungswinkels.) Und nur so groß wie

diese Komponente MR , aber ihr entgegengesetzt, d. h. bergauf gerichtet, braucht die kompensierende Kraft zu sein, um die Masse auf der schiefen Ebene in Ruhe (oder falls sie in Bewegung war, in gleichförmiger Bewegung) zu erhalten. (Soll aber die Kraft, die die Masse daran hindern soll, sich längs der schiefen Ebene hinabzubewegen, parallel der *Basis* der schiefen Ebene wirken, wie in Abb. 22 angedeutet, dann muß sie größer sein als $mg \sin \alpha$. Denn von einer Kraft K , die parallel zur Basis gerichtet ist, fällt nur die Komponente $K \cos \alpha$ in die Länge der schiefen Ebene; damit $K \cos \alpha = mg \sin \alpha$ wird, muß daher $K = mg \cdot \tan \alpha$ werden.) Die Komponente, die als Druck auf die schiefe Ebene wirkt, wird durch deren Festigkeit wirkungslos gemacht. Die schiefe Ebene erweist sich somit als eine Vorrichtung, *unter deren Mitwirkung* man einer Kraft durch eine *kleinere* das Gleichgewicht halten kann. Vorrichtungen zu diesem Zweck werden *Maschinen* genannt, wir kommen darauf zurück.

39. Fall längs der schiefen Ebene. Hebt man die Komponente MR in Abb. 22 nicht auf, so bewegt sich die Masse bergab; man sagt: sie fällt längs der schiefen Ebene. Die Beschleunigung, die die Komponente $MR = mg \sin \alpha$ ihr erteilt, folgt aus der Beziehung: Beschleunigung = $\frac{\text{Kraft}}{\text{Masse}}$. Sie ist: $\frac{mg \cdot \sin \alpha}{m} = g \cdot \sin \alpha$.

Der Fall längs der schiefen Ebene vom Neigungswinkel α ist also eine geradlinige Bewegung mit der Beschleunigung $g \cdot \sin \alpha$. Wenn wir auf S. 17 in den Gleichungen v durch $g \cdot \sin \alpha$ ersetzen, können wir alle auf diesen Fall bezüglichen Fragen beantworten. Man findet z. B. die Geschwindigkeit am Ende der t^{ten} Sekunde: $v_t = g \cdot t \cdot \sin \alpha$ (beim freien Fall $g \cdot t$). Man kann also die Geschwindigkeit beliebig klein machen, wenn man α klein genug macht, d. h. die Ebene nur sehr wenig gegen die Horizontalebene neigt (GALILEI: Zum Beweise der Fallgesetze).

Die Geschwindigkeit einer freifallenden Masse, die die Strecke s durchfallen hat, ist $v = \sqrt{2gs}$. Längs der schiefen Ebene mit dem Neigungswinkel α ist sie $v_1 = \sqrt{2g \sin \alpha \cdot s}$. Wir lassen nun die Masse vom Punkte D aus (Abb. 21) auf die Horizontalebene, in der die Basis der schiefen Ebene liegt, herunterfallen, und zwar *einmal* frei längs h und ein zweites Mal längs der schiefen Ebene und fragen: Mit welcher Geschwindigkeit kommt die Masse in jedem der beiden Fälle unten an?

Im ersten Falle müssen wir s durch h ersetzen, also ist $v = \sqrt{2 \cdot g \cdot h}$.

Im zweiten Falle müssen wir s durch l ersetzen, also ist $v_1 = \sqrt{2g \sin \alpha \cdot l}$, da aber $h/l = \sin \alpha$, also $l = h/\sin \alpha$ ist, so ist $v_1 = \sqrt{2g \sin \alpha \cdot h/\sin \alpha} = \sqrt{2gh} = v$, d. h. die Masse kommt mit derselben Geschwindigkeit auf der Horizontalebene an, gleichviel ob sie frei durch die *Höhe* der schiefen Ebene oder *längs* der schiefen Ebene herunterfällt.

40. Maschinen. Wir sahen: die schiefe Ebene ist eine Vorrichtung, *unter deren Mitwirkung* man einer Kraft durch eine kleinere das Gleichgewicht halten kann. Wenn wir z. B. unsere Muskelkraft anwenden, eine Last vom Boden auf einen Wagen zu befördern, so brauchen wir uns weniger anzustrengen, wenn wir sie längs eines schräg an den Wagen gestellten Brettes hinaufschieben, als wenn wir sie (vertikal) frei in die Höhe heben. Je sanfter geneigt das Brett ist, desto kleiner ist die bergab treibende Kraft, die dabei zu überwinden ist. Aber der *Weg*, den die Masse längs der schiefen Ebene zurückzulegen hat, ist dafür in demselben Verhältnis *länger*, als wenn sie vertikal hinaufgehoben wird. Was wir an Kraft sparen, müssen wir deswegen an *Arbeitsweg* opfern. Ist die Höhe h , der Neigungswinkel α , so ist die Länge der schiefen Ebene $l = h/\sin \alpha$. Während also die (größere) Kraft P ihren Angriffspunkt nur um die (kleinere) Länge h zu verschieben braucht, d. h. im ganzen die Arbeit $P \cdot h$ leistet, muß die kleinere Kraft $P \cdot \sin \alpha$ ihren Angriffspunkt um die größere Länge $l = h/\sin \alpha$ verschieben und die Arbeit $P \cdot \sin \alpha \cdot h/\sin \alpha = P \cdot h$ leisten wie vorher, d. h. wir *ersparen* tatsächlich an *Arbeit* nichts. Aber — und darin liegt die Bedeutung für die Praxis — wir können unter Mitwirkung der schiefen Ebene eine Arbeit leisten, für die unsere Muskelkraft allein nicht hingereicht hätte, und können durch geeignete Neigung der schiefen Ebene die zur Arbeitsleistung erforderliche Kraft *beliebig klein* machen. Die schiefe Ebene charakterisiert sich dadurch als eine der Vorrichtungen, die wir Maschinen nennen, und zwar *einfache* Maschinen im Gegensatz zu den (aus den einfachen) zusammengesetzten. — Indem wir uns lediglich auf die Eigenschaften berufen, die für die Wirksamkeit der schiefen Ebene als Maschine *wesentlich* sind, definieren wir eine *Maschine* allgemein als: eine *widerstandsfähige Vorrichtung, die es ermöglicht, einer Kraft von gegebener Größe durch eine kleinere Kraft das Gleichgewicht zu halten*. — Die Forderung der Widerstandsfähigkeit bedeutet: die Maschine darf

selber durch die beiden Kräfteparteien nicht verändert werden, eine Kraft also nur *übertragen*, für sich selber davon aber nichts verbrauchen. Diese Forderung ist in der Praxis nicht erfüllbar, namentlich infolge der Deformierbarkeit der sog. festen Körper und infolge der Reibung.

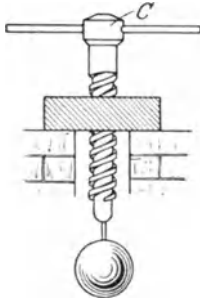


Abb. 23. Die Schraube als Maschine.

Jede schrägstehende Leiter bildet eine schiefe Ebene, jede bergan führende Straße, jede Treppe. Ein Anwendungsgebiet von unbegrenzter Ausdehnung findet die schiefe Ebene ferner als Grundlage für zwei andere einfache Maschinen: die Schraube und den Keil. Wir benutzen die Schraube z. B. in den sog. Schraubenpressen (auch der primitiven Kopierpresse) und in Vorrichtungen, bei denen man mit Hilfe von Schrauben, wie z. B. in Abb. 23, Lasten hebt, den Keil (Abb. 24) an jedem schneidenden Instrument, an Messer, Schere und Axt und in Fällen, in denen man ihn unter eine Last treibt, um sie zu heben.



Abb. 24. Der Keil.

41. Schraube. Keil. Daß die Schraube eine schiefe Ebene ist, lehrt Abb. 25: Ein rechtwinkliges Dreieck um

einen Zylinder von kreisförmigem Querschnitt herumgelegt, so daß es ihn fest umschließt, beschreibt mit der Hypotenuse AB auf ihm eine Schraubenslinie. Ein biegsamer Stab an Stelle von AB (z. B. von quadratischem Querschnitt), der bei der Umwindung die Schraubenslinie deckt, bildet auf dem Zylindermantel einen schraubenförmigen vorspringenden Rand, das Schraubengewinde. Die Schrauben haben stets mehrere Schraubengänge (Abb. 23), die alle in derselben Weise entstanden zu denken sind. Ist die Länge CB gleich dem Zylinderumfang, so daß, nachdem das Dreieck ABC um den Zylinder herumgelegt worden ist, Punkt B auf Punkt C fällt, so heißt die Länge des Schraubengewindes ein Schraubengang. Die Linie AB ist offenbar eine schiefe Ebene mit AC als Höhe, AB als Länge und BC als Basis. — Kräfte übertragen kann die Schraube aber erst durch die Schraubenmutter: man schneidet in die Wand eines Hohlzylinders von kreisförmigem Querschnitt und dem Durchmesser des Zylinders der Abb. 25 dasselbe Gewinde, das auf dem Zylinder ein Hochrelief darstellt, als Tiefrelief ein. Das ist die Schraubenmutter. Wird die Schraube in die Schraubenmutter eingeführt, also die *eine* schiefe Ebene auf die *andere* gelegt (Abb. 23) und der Wirkung der Schwere überlassen, so gleitet sie mit ihrem Gewinde in dem Schraubengewinde der Mutter entlang. (Vorausgesetzt ist, daß keine Reibung zwischen beiden besteht. In der Praxis kann sie niemals vollkommen beseitigt werden.) Soll die Wirkung der Schwerkraft aufgehoben werden, so muß ihr, wie an der schiefen Ebene, eine Kraft entgegenwirken. Diese Kraft kann man hier (Abb. 23) an dem Umfange C der Schraube wirken lassen, d. h. wie in Abb. 22 parallel zur Basis der schiefen Ebene, aus der die Schraube hervorgegangen ist. Die Kraft, die zur Aufrechterhaltung des Gleichgewichts nötig ist, ist in demselben Verhältnis kleiner als diejenige, der das Gleichgewicht gehalten werden soll, wie wir es an der schiefen Ebene gefunden haben.

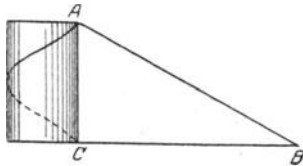


Abb. 25. Die Schraube als schiefe Ebene.

In ähnlichen Beziehungen zueinander wie die Kräfte, die einander an der schiefen Ebene und an der Schraube das Gleichgewicht halten, stehen die Kräfte, die einander am Keil das Gleichgewicht halten. Der Keil ist ein dreiseitiges Prisma (Abb. 24), in dem der eine Körperwinkel im Vergleich mit den beiden anderen sehr spitz ist. Die beiden Ebenen, die den spitzen Winkel einschließen, heißen die *Seiten*, die dritte Ebene heißt der *Rücken* und die dem Rücken gegenüberliegende Kante die *Schneide* des Keiles. Hat der Keil einen Körper auseinandergetrieben, so üben die auseinandergerissenen Teile einen Druck auf ihn aus und treiben ihn, wenn die Reibung zwischen ihm und den ihm anliegenden Körperteilen klein genug ist, wieder hinaus, sobald die Kraft zu wirken aufhört, die ihn *hineingetrieben* hat. Auch beim Keil spielt die Reibung eine große Rolle. Ein Beil, das man in einen Holzpflöck getrieben hat, wird, auch *ohne daß* eine Kraft auf den Rücken des Beiles wirkt, keineswegs aus dem Holzpflöck hinausgetrieben. *Wenn* aber die Reibung gänzlich (oder nahezu) ausgeschlossen werden könnte, so würde es infolge des Druckes, den die auseinandergetriebenen Holzteile auf seine Seiten ausüben, hinausgeschleudert werden. Um den Keil dann

trotz dieses Druckes in seiner Lage zu erhalten, müßte auf seinen Rücken eine darauf abzielende Kraft wirken. Aber es genügt eine desto kleinere dazu, je schärfer der Keil ist. — Alle schneidenden Instrumente, wie Messer, Meißel, Hobel usw. beruhen auf der Wirksamkeit des Keiles.

In welchem Verhältnis die Kräfte zueinander stehen, die am Keil einander das Gleichgewicht halten, sieht man an Abb. 26 und 27. Ein rechteckiger Keil ist unter einen Balken getrieben worden, der die Mauer stützen soll, um sie zu verhindern, nach rechts umzustürzen. Die Mauer drückt gegen den Balken, und dieser gegen den Keil und würde ihn parallel zum Erdboden hinausschleudern, wenn die Reibung das nicht verhinderte. Wir nehmen nun den Idealfall an, daß zwischen dem Keil und dem Erdboden keine Reibung stattfindet. Man muß dann gegen den Rücken des Keiles parallel zum Erdboden eine Kraft ausüben, um den Keil in Ruhe zu erhalten. Wie groß muß im Verhältnis zu dem Druck L des Balkens diese Kraft sein? Der Druck L wirkt senkrecht zu der Keilseite AB , aber nur die zu BC senkrechte Komponente l sucht den Keil hinauszutreiben. Die zum Erdboden senkrechte spielt für den Vorgang gar keine Rolle (der Widerstand des Erdbodens hebt sie auf). Die Kraft P , die man von außen senkrecht gegen den Keilrücken wirken lassen muß, muß man also gleich l machen. Die Abbildung zeigt, daß $l/L = BC/BA$ ist, daß also l desto kleiner ist, je niedriger die Kathete BC im Verhältnis zur Hypotenuse ist, d. h. je spitzer der Keil ist — wie die alltägliche Erfahrung bestätigt an Messer, Beil, Nadel, Nagel u. dgl., die desto leichter eindringen, je spitzer sie sind.

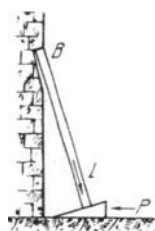


Abb. 26. Eine Anwendung des Keiles.

42. Die Reibung als Bewegungshindernis. Bei der Beantwortung der Frage: wie groß muß die angreifende Kraft sein, um *unter Mitwirkung der Maschine* einer Last das Gleichgewicht halten zu können? — haben wir von der Reibung abgesehen. In der Wirklichkeit aber macht die Reibung ihren Einfluß überall geltend. Z. B. ein Körper auf einer schiefen Ebene gleitet keineswegs ohne weiteres herunter. Für gewöhnlich bleibt er liegen, außer wenn die schiefe Ebene ziemlich steil ist oder der Körper eine entsprechende Form hat. Er wird infolge der *Reibung* auf der schiefen Ebene festgehalten. Je vollkommener aber die Oberfläche ist, sowohl der schiefen Ebene wie des daraufliegenden Körpers, desto weniger steil braucht die schiefe Ebene zu sein, desto kleiner ist also der Neigungswinkel der schiefen Ebene, auf der der Körper von selbst herabgleitet. Eine Methode, die Größe der *Reibung* zu messen, beruht geradezu darauf, den *Neigungswinkel* der schiefen Ebene zu messen, bis zu dem man eine Ebene von der Horizontalebene abweichen lassen kann, ohne daß der darauf befindliche Körper heruntergleitet.

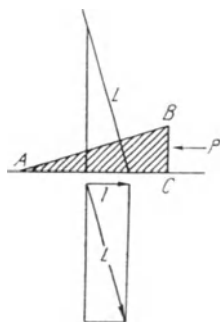


Abb. 27. Zur Bedingung, unter der Kräfte am Keil einander das Gleichgewicht halten.

Versucht man, die Masse m (Abb. 28) an der Schraubenfeder auf der horizontalen Unterlage T entlang zu ziehen, so muß man die Feder bis zu einem gewissen Grade spannen — der nicht etwa dem zweiten NEWTONSchen Bewegungsgesetz entspricht, sondern größer ist — ehe sich m zu bewegen anfängt. Man kann die Spannung wie an der Briefwaage durch ein Gewicht messen. Ist m z. B. 1000 g und muß man dann das Gewicht von 600 g auf die Spannung der Feder aufwenden, ehe sich m bewegt, so heißt das: Man muß $3/5$ der Kraft, mit der die Masse auf die Unterlage drückt, dazu aufwenden, um die Reibung

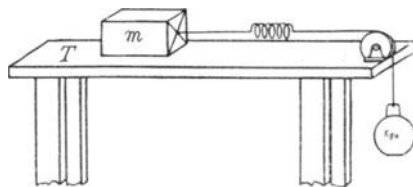


Abb. 28. Überwindung der Reibung durch ein Gewicht.

von m an T zu überwinden (die Zahl $3/5$ heißt *Haftungskoeffizient* oder Reibungskoeffizient der Ruhe). Man findet dieselbe Zahl, wenn man m auf die schiefe Ebene legt und untersucht, welchen Neigungswinkel man der Ebene geben kann, ehe m herabzugleiten anfängt. Von diesem Winkel hängt auch der Haftungswinkel [Böschungswinkel] ab, unter dem sich Sandhaufen, Haufen von Getreidekörnern u. dgl. stehend erhalten.) Um die in Bewegung geratene Masse m in Bewegung zu halten, reicht eine wesentlich geringere Spannung der Feder aus, vielleicht die einem Gewicht von 200 g entsprechende, d. h. $2/5$ des Gewichtes von m . Diese Zahl heißt der *Reibungskoeffizient*. Die Reibungskoeffizienten sind nicht nur für verschiedene Stoffpaare sehr verschieden, auch für dasselbe Stoffpaar ändert sich der Koeffizient je nach der Beschaffenheit der Oberflächen. Schmiermittel zwischen den Flächen (Öl, Graphit, Fett u. dgl.) verkleinern ihn wesentlich.

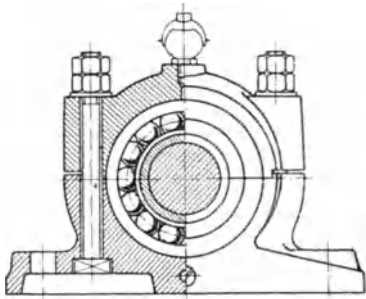


Abb. 29. Kugellager.

Von allen Bewegungsarten und Bewegungsmechanismen findet das Rollen auf gut geschmierten Rädern den geringsten Reibungswiderstand. Der Reibungskoeffizient ist hier viel kleiner als beim Gleiten. Ein Wagenrad hat am Umfange rollende, an der Achse gleitende Reibung. Um auch hier die Reibung in rollende zu verwandeln, verwendet man die *Kugellager* (Abb. 29). Wenn man die aneinander gleitenden Flächen stärker und stärker gegeneinander preßt, so wird die Reibung wesentlich größer. Bewegung hervorzurufen erfordert dann viel größere Kraft, und im Gange befindliche Bewegung wird dadurch stark verlangsamt.

Hierauf besonders beruht die Anwendung der Bremse an den Gefährten aller Art.

Man wendet die Reibung absichtlich und unabsichtlich im alltäglichen Leben und auf Schritt und Tritt an. Man würde sich nicht fortbewegen können, nicht zu Fuß noch sonst wie, wenn nicht die Reibung verhinderte, daß man an Ort und Stelle ausgleitet, und man würde aber auch nicht beim Sitzen oder Liegen oder Stehen in Ruhe bleiben können, wenn nicht die Reibung das Abgleiten an der Unterlage verhinderte. Die Entzündung des Streichholzes an der Reibfläche infolge seiner Erwärmung durch die Reibung — neuerdings der Reibzylinder mit AUERSCHEM Cer-Eisen oder Cer-Magnesium — zählt schon zu den bewußt technischen Anwendungen. Die Technik selber wendet die Reibung planmäßig in tausenderlei Vorrichtungen an, z. B. auch in den sog. Bremsdynamometern, um die Leistung einer Maschine zu messen.

43. Bremsdynamometer von PRONY (PRONYSCHER ZAUM). Im Bremsdynamometer, z. B. in dem Zaum von PRONY, wendet der Techniker die Reibung an, um die Leistung einer Arbeitsmaschine (bei einer gegebenen Tourenzahl) an einer rotierenden Welle zu messen. Er *ersetzt* die von der Maschine für gewöhnlich zu leistende Arbeit durch die Überwindung eines berechenbaren Widerstandes — nämlich eines Reibungswiderstandes — und sorgt dafür, daß die so belastete Welle die normale Tourenzahl [56.] macht. Er mißt dann die zur Überwindung des Widerstandes notwendige Arbeit während einer gewissen Zeit, und erfährt so die Größe der Leistung der Maschine bei dieser Tourenzahl. Der Zaum soll also 1. die zu messende Maschine *belasten*, 2. die Belastung *messen*. Die beiden Funktionen sind *unabhängig* voneinander. — Der Zaum

(Abb. 30) besteht aus zwei zur Welle symmetrischen Teilen M und M' , die man wie beim Eisenbahnwagen als Bremsbacken benützt, um die Maschine zu belasten. Der Hebelarm an dem oberen Bremsklotz zwischen den zwei Hubbegrenzungen mit der Wagschale und den Gewichten dient dazu, das Drehmoment [47.] der rotierenden Welle zu messen. Um die Maschine zu belasten, zieht man die Schrauben V der Backen soweit an, bis die beabsichtigte Tourenzahl erreicht ist. Die Welle dreht sich dann mit starker Reibung zwischen den angepreßten Bremsbacken. Die zu ihrer Drehung aufgewendete Energie, die die Tourenzahl n erzeugt, reicht gerade aus, die Reibung zu überwinden. (Würde man die Kraftzufuhr zur Maschine unterbrechen, so würde diese sofort stehen bleiben.) Hierauf belastet man die Wagschale, bis der Hebelarm zwischen den beiden Anschlagleisten im Gleichgewicht ist. Wodurch kommt das Gleichgewicht zustande? In jedem Punkt, in dem Welle und Zaum einander berühren, wirkt die Reibung. Die Reibungskräfte rund um die ganze Welle suchen die rotierende Welle zu hemmen, sie wirken also alle in demselben Drehungssinne. Wir können sie uns daher zueinander addiert denken und ihre Summe durch eine Kraft ersetzt, die irgendwo an dem Wellenumfange angreift. Nennen wir sie F , den Radius der Welle r und [56.] ihre Winkelgeschwindigkeit ω , so legt ein Punkt der Wellenoberfläche in 1 Sekunde den Weg $r\omega$ zurück. Der ganze Wellenumfang überwindet die Reibungskraft F , d. h. den Belastungswiderstand, auf dem Wege $r\omega$, leistet also hierbei die Arbeit $A = Fr\omega$. Das ist somit die Größe der nutzbringenden Arbeit pro Sekunde, die die Maschine sonst zu leisten imstande ist. Da der Zaum im Gleichgewicht (in Ruhe) bleibt, so muß (nach den in der Abb. 30 angegebenen Längen) das von der Welle ausgeübte Drehmoment Fr

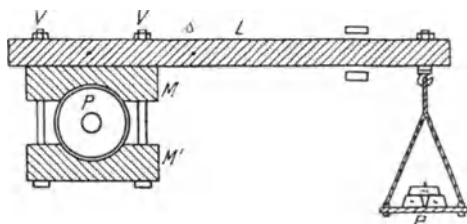


Abb. 30. PRONYscher Zaum.

gleich sein dem von den Gewichten P in der Wagschale und dem Eigengewicht p des Zaumes zusammen ausgeübten, d. h. es muß $Fr = PL + pd$ sein, wo d der Abstand des Schwerpunktes s des Zaumes [51.] von der Achse der Welle ist. Die pro Sekunde geleistete Arbeit ist also (die Länge ist in Meter, die Belastung in Kilogramm gemessen zu denken) $A = \omega(PL + pd)$ mkg. Ist n die Tourenzahl pro Minute, so ist, da ω die Winkelgeschwindigkeit ist,

$$\omega = \frac{2\pi n}{60}. \text{ Daher ist } A = \frac{2\pi n}{60}(PL + pd) \text{ mkg oder } = \frac{2\pi n}{60 \cdot 75}(PL + pd)$$

Pferdestärken.

Man braucht also die Größe der Reibung zwischen Welle und Zaum gar nicht zu kennen, sie fällt bei der Berechnung heraus. Denn die Welle sucht die Bremse so \curvearrowright herumzudrehen, die belastete Bremse sucht die Welle so \curvearrowleft herumzudrehen. Die Reibung beansprucht sowohl die Wellenoberfläche wie die der Bremse. Die Kräfte, die sich infolge der Reibung an jeder der beiden geltend machen, sind völlig die gleichen und offenbar auch die Drehmomente, die sie ausüben, da weder die Gewichte den Gang der Welle stören, noch die Welle den Hebelarm aus dem Gleichgewicht bringt. Das Drehmoment des Zaumes ist also gleich dem der Reibungskräfte, die die Welle an ihm erzeugt, und das Drehmoment der Welle gleich dem der Reibungskräfte, die der Zaum an ihr erzeugt. Die Drehmomente der Reibungskräfte an der Bremse und an der Welle sind einander aber gleich und einander entgegengesetzt und fallen deswegen heraus.

2. Die Bewegung wird durch eine Achse beschränkt.

a) Der drehbare starre Körper in Ruhe.

44. Bewegungsfreiheit und Bewegungsbeschränkung. Die schiefe Ebene interessiert uns jetzt nicht weiter als *Maschine*, aber sie interessiert uns aus einem anderen Grunde. Ein Körper, der auf die schiefe Ebene gebracht und dann der Einwirkung der Schwerkraft überlassen wird, bewegt sich die schiefe Ebene entlang mit der Beschleunigung $g \cdot \sin \alpha$. Wäre die schiefe Ebene nicht da gewesen, so hätte er sich ganz anders bewegt — vertikal nach unten mit der Beschleunigung g . Er hat sich also von der schiefen Ebene eine Bahn vorschreiben, gleichsam seine Bewegungsfreiheit einschränken lassen. Zuwege bringt die schiefe Ebene diese Einschränkung, indem sie von der auf den Körper einwirkenden Kraft (der Schwerkraft) eine Komponente auslöscht (die Druckkomponente MQ , Abb. 22) und eine Komponente übrig läßt (die bergab gerichtete Komponente MR), der der Körper nun folgt. Gerade dadurch, daß sie einen Teil jener Kraft aufhebt, kann sie als Maschine im Sinne der Definition (S. 41) mitwirken. Die Beschränkung der Bewegung war nur insofern eine Beschränkung, als der Körper nicht jede beliebige Bahn einschlagen konnte; er konnte sich nur auf einer ihm *vorgeschriebenen* Bahn bewegen. Aber er hat sich doch als Ganzes von seiner Anfangslage weg bewegt, er befindet sich am Ende der Bewegung ganz wo anders als am Anfang, keiner seiner Punkte hat seinen ursprünglichen Ort relativ zu seiner Umgebung beibehalten.

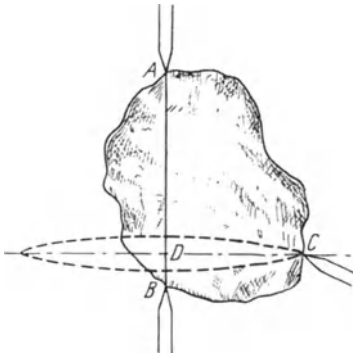


Abb. 31. Starrer Körper, an drei Punkten festgehalten, die nicht in gerader Linie liegen, daher unbewegbar. Werden nur A und B festgehalten, so ist er um AB als Achse drehbar. (Entsprechendes gilt für A und C , ebenso für B und C .)

Die größte Bewegungsbeschränkung ist offenbar die, bei der alle Punkte des Körpers an ihrem Ort festgehalten werden, d. h. infolge deren der Körper sich überhaupt nicht bewegen kann. Um das zu erreichen, braucht man nur drei Punkte des Körpers, die nicht in gerader Linie liegen, festzuhalten, wie z. B. in Abb. 31 durch drei feststehende Spitzen, die in den Körper eingreifen. Was für eine Kraft ihn auch angreift, sie wird durch die Befestigungsvorrichtungen aufgehoben, die das Bewegungshindernis bilden. Halten wir nur *zwei* Punkte fest, so ist die Bewegung möglich, die wir *Drehung um eine feste Achse* nennen, halten wir nur *einen* fest, diejenige, die man *Drehung um einen festen Punkt* nennt (Beispiele: Drehung eines Wind-

mühlenflügels und Drehung eines Kreisels). Das Studium der Drehung um eine feste Achse ist unsere nächste Aufgabe; sie wird uns außer neuen Bewegungserscheinungen auch eine neue Klasse von Maschinen kennen lehren. Unsere Vorstellung von dem Körper, der nur aus einem Punkt besteht, reicht nun nicht mehr aus. Wir müssen jetzt den materiellen Körper einführen, der aus einer Vielheit von materiellen Punkten besteht, und zwar den *starr*en Körper.

45. Der starre Körper. Seine Drehung. Wir verstehen darunter ein System von zusammengehörigen Massenpunkten, die dauernd denselben Abstand voneinander haben. Die Körper der Wirklichkeit sind nicht *vollkommen* starr, sie verändern unter dem Angriff einer Kraft ihre Form mehr oder weniger, aber die Änderung erreicht schließlich eine Grenze, und von da an ist der Körper wirklich als starrer anzusehen. Für die folgenden Untersuchungen wollen wir die vollkommene Starr-

heit als vorhanden annehmen. Um uns die Unveränderbarkeit der gegenseitigen Abstände mechanisch zu veranschaulichen, denken wir uns die einzelnen Punkte wie m_1 und m_2 untereinander durch starre unveränderbare gerade Linien verbunden; oder auch jeden Punkt (Abb. 32) von gleich großen und entgegengesetzt gerichteten Kräften angegriffen, deren Richtungen in die Verbindungsgerade der Punkte fallen, wie wenn die Punkte einander gleichzeitig und gleich stark anzögen und abstießen. Aus der Unveränderbarkeit der Abstände folgt unmittelbar, daß, wenn sich auch nur *ein* Massenpunkt des Körpers bewegt, sich auch die anderen Massenpunkte bewegen, weil sie ja ihren Abstand dauernd voneinander, also auch von jenem bewegten Punkte, unverändert bewahren sollen. Kurz: die einzelnen Massenteilchen können sich nicht gegeneinander verschieben, d. h. der Körper muß dauernd seine Form beibehalten — das unterscheidet den starren Körper von dem flüssigen und dem gasförmigen.

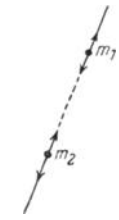


Abb. 32. Der gegenseitige Abstand der Massenpunkte m_1 und m_2 eines starren Körpers ist unveränderlich.

Werden A , B und C festgehalten (Abb. 31), so ist es unmöglich, den Körper überhaupt zu bewegen. Werden nur A und B festgehalten, so kann sich wenigstens C bewegen, aber nur so, daß er aus der Ebene der Zeichnung heraustritt (davor oder dahinter). Da sein Abstand von A und von B unveränderlich ist, also auch sein senkrechter Abstand CD von der Geraden AB , so kann er nur mit CD als Radius um D einen Kreis beschreiben (Abb. 33), der senkrecht auf AB steht, aber keine andere Bewegung. Was von C gilt, gilt von jedem Punkt außerhalb der Geraden AB . Da die Punkte sich nicht anders bewegen können als in Kreisen, deren Ebenen senkrecht auf AB stehen, können auch nur solche Kräfte Bewegung hervorrufen, deren Richtungen in Ebenen liegen, die senkrecht auf AB stehen. Die Kräfte müssen also graphisch durch gerade Linien *in diesen Ebenen* veranschaulicht werden können. Die Richtung einer Bewegung ist mit der der bewegendenden Kraft resp. Kraftkomponente identisch, die Richtung einer Kreisbewegung in jedem Punkte mit der der Tangente in dem Punkte (S. 6), daher müssen die Kräfte Tangenten an die bei der Bewegung möglichen Kreise sein. Sie können also in der zur Achse senkrechten Ebene nicht radial verlaufen, d. h. die Achse nicht schneiden, sondern nur an ihr vorbeigehen. Andere Kräfte äußern sich zwar als Druck oder als Zug, werden aber teils durch die Starrheit des Körpers aufgehoben, teils durch die Widerstände der Vorrichtung, die die Punkte A und B festhält. — Man nennt die Gerade AB eine Achse, die Punkte A und B ihre *Pole*, die Bewegung *Drehung* um die Achse und die dabei beschriebenen Kreise *Parallelkreise* (einander parallel, weil sie alle senkrecht auf derselben Geraden AB sind).

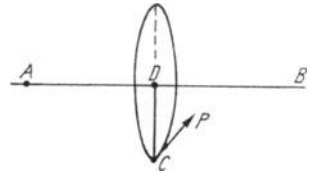


Abb. 33. Zur Drehung eines starren Körpers um eine festliegende Achse. AB ist die Achse, P die den Körper angreifende Kraft, C ein Punkt des Körpers. Er beschreibt den Kreis um D , dessen Ebene auf der Achse senkrecht steht.

Der Körper werde in den Punkten A und B von zwei unverrückbaren Spitzen festgehalten (Abb. 34) und sei um AB als Achse, die wir vertikal annehmen, drehbar — vertikal, weil dann die Schwerkraft parallel der Achse, also auf die Bewegung des Körpers ohne Einfluß ist. In D greife den Körper eine Kraft an. Wir legen durch D senkrecht zur Achse eine Ebene durch den Körper und legen sie in die Ebene der Zeichnung (Abb. 35). C bedeutet ihren Durchschnitt mit der

Achse AB , B ist dann senkrecht über, A senkrecht unter C der Ebene der Abb. 35 zu denken. P sei die Komponente, deren Richtung in den durch D senkrecht zur Achse gelegten Schnitt fällt. Sie erzeugt Bewegung, weil sie in einer zur Drehungsachse senkrechten Ebene wirkt und die Achse nicht schneidet. Der Bewegungszustand des Körpers aber bleibt, *infolge seiner Starrheit*, derselbe — wir werden das sofort beweisen — ob wir P in D angreifen lassen oder ob wir P auf ihrer Richtungslinie verschieben, so daß ihr Angriffspunkt an einen anderen Punkt der Richtungslinie fällt. Wir betrachten beide Fälle, um die Bedeutung des *statischen Momentes* daran hervortreten zu lassen, das für die Drehung eines Körpers wichtig ist.

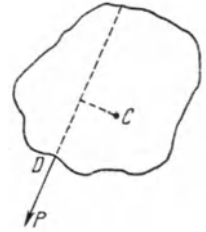
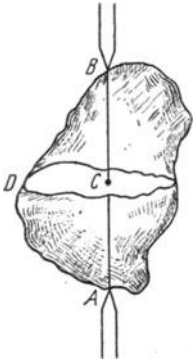


Abb. 34. Zur Drehung des starren Körpers um eine festliegende Achse. AB ist die Achse, D ein Punkt seiner Oberfläche. Durch D ist ein ebener Schnitt senkrecht zur Achse gelegt. Er schneidet die Achse in C .

46. Verlegung des Angriffspunktes einer Kraft.

Durch seine Starrheit ist der Körper in seinem Bewegungszustand davon unabhängig, an welchem Punkte ihn eine Kraft angreift, vorausgesetzt, daß dieser Punkt auf der Richtungslinie der Kraft liegt. Es ist z. B. gleichgültig, ob (Abb. 36) die Kraft P in A oder in B der Geraden PC angreift. Wir können nämlich in B zwei Kräfte P_1 und P_2 wirken lassen, die einander gleich groß sind und einander entgegengesetzt gerichtet: denn sie heben einander auf. Machen wir nun jede gleich P und lassen wir sie längs der Geraden wirken, in der P wirkt, so können wir P und P_2 beseitigen, ohne an dem Zustand des Körpers etwas zu ändern, denn sie heben einander auf, weil sie A und B , die starr miteinander verbunden sind, d. h. die starre Gerade AB , nach entgegengesetzten Richtungen und gleich stark zu bewegen streben. Somit bleibt nur die Kraft P_1 im Punkte B bestehen, die dieselbe Richtung wie P hat, und dieselbe Größe, da wir P_1 gleich P gemacht haben. D. h. aber: P hat ihren Angriffspunkt auf ihrer Richtungslinie von A nach B verlegt. — Man denke sich unter dem starren Körper etwa einen auf Rädern fahrbaren Rahmen (in Abb. 37 von oben gesehen) und unter den Kräften P, P_1, P_2 drei gleich starke Pferde. Die soeben angestellte Überlegung lehrt dann: es ist gleichgültig, ob wir das Pferd P in A oder ob wir es in B anspannen.

Abb. 35. Der in Abb. 34 genannte Schnitt ist hier in die Zeichnungsebene gelegt. Die Richtung der Kraft P fällt in diese Ebene.

bewegen streben. Somit bleibt nur die Kraft P_1 im Punkte B bestehen, die dieselbe Richtung wie P hat, und dieselbe Größe, da wir P_1 gleich P gemacht haben. D. h. aber: P hat ihren Angriffspunkt auf ihrer Richtungslinie von A nach B verlegt. — Man denke sich unter dem starren Körper etwa einen auf Rädern fahrbaren Rahmen (in Abb. 37 von oben gesehen) und unter den Kräften P, P_1, P_2 drei gleich starke Pferde. Die soeben angestellte Überlegung lehrt dann: es ist gleichgültig, ob wir das Pferd P in A oder ob wir es in B anspannen.

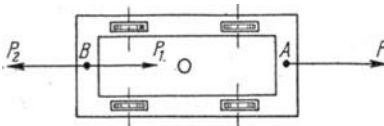
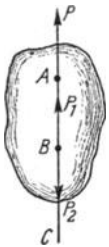


Abb. 36.

Abb. 37.

Es ist zulässig, den Angriffspunkt einer Kraft, die einen starren Körper angreift, in der Krafrichtung zu verschieben, also den Angriffspunkt der Kraft P von A nach B zu verlegen.

47. Statisches Moment, Gleichgewicht zweier Kräfte am drehbaren Körper.

Wir untersuchen zunächst, warum P in D angreifend Bewegung erzeugt. P ist (Abb. 38) in zwei Komponenten DR und DT zerlegbar. DR verläuft radial, erzeugt also keine Bewegung; sie könnte höchstens den Körper als Ganzes verschieben, und

das verhindert die Unverrückbarkeit von A und B (Abb. 34), oder sie könnte die Starrheit des Körpers. DT steht auf dem Radius CD senkrecht in D , ist also in D Tangente an die Kreisbahn, die D bei der Drehung des Körpers durchläuft, wirkt somit an D in der Richtung der Bahn, die D durchlaufen kann. Sie erzeugt daher Bewegung des Punktes D und dadurch die Drehung des ganzen Körpers.

Wir hätten P nicht zu zerlegen brauchen, um das zu erkennen. Die Richtung von P ist Tangente an den Kreis, den man mit dem senkrechten Abstände CE

als Radius um C beschreibt. Wird der Angriffspunkt der Kraft P von D nach E verlegt, so wirkt P am Punkte E in der Richtung der Bahn, die E bei der Drehung des Körpers um die Achse durchläuft; P muß dann Bewegung von E und somit Drehung des Körpers erzeugen. Die Wirkung der Kraft $DT (= T)$, die tangential in D angreift, ist gleich der Wirkung von P , die tangential in E angreift. Die Gleichheit erkennt man aus den rechtwinkligen Dreiecken CED und DTP . Sie sind einander ähnlich, weil ihre Winkel untereinander bezüglich gleich sind, und deswegen ist:

$$T/P = p/t \quad \text{oder} \quad Tt = Pp,$$

d. h. die Produkte aus den Kräften und ihren senkrechten Abständen von der Achse sind einander gleich. Wir können also eine drehende Kraft, P , in ihrer Wirkung durch eine kleinere, T , ersetzen; nur müssen wir den Abstand der kleineren Kraft von der Achse in einem bestimmten Verhältnis größer machen, als den der größeren. In welchem Verhältnis, lehrt die Gleichung.

Die Produkte Tt und Pp heißen die *statischen Momente* oder *Drehungsmomente* von T und von P in bezug auf die Achse AB . Man kann von dem statischen Moment einer Kraft nur mit Bezug auf eine Drehungsachse sprechen. In bezug auf ein und dieselbe Achse lassen sich Kräfte durcheinander also ersetzen, wenn ihre statischen Momente in bezug auf diese Achse gleich groß und gleich gerichtet sind, so daß jede den Körper in demselben Sinne zu drehen strebt. Wirkt nun an dem um die Achse AB drehbaren starren Körper im Punkt D die Kraft P , soll der Körper aber trotzdem in Ruhe bleiben, so muß außer P offenbar noch eine Kraft wirken, die die Wirkung von P aufhebt (Abb. 39). Wir fragen nun nach der Größe und der Richtung einer Kraft, die dazu imstande ist. Wir brauchen von P natürlich nur wieder ihre Tangentialkomponente T zu berücksichtigen. Die Tangentialkomponente der Kraft, die P in ihrer Wirkung aufheben soll, sie heiße Q , muß offenbar den Körper im Sinne des Pfeiles II zu drehen streben. Angenommen, sie greife bei F an. Bei der Drehung würde F mit FC um C einen Kreis beschreiben. Tangente an diesem Kreise im Punkte F ist die Gerade, die auf CF in F senkrecht steht. In diese Gerade muß die Tangentialkomponente von Q fallen, und zwar von F aus in der Richtung nach U , um im Sinne des Pfeiles II zu wirken. Soll der Körper trotz der Einwirkung beider Kräfte in Ruhe bleiben, so muß die Resultante der beiden Tangentialkomponenten die Achse schneiden, d. h. durch C gehen. Diese Resultante muß aber auch durch den Schnittpunkt N gehen (die

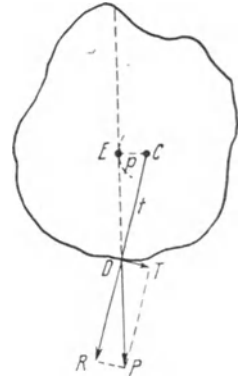


Abb. 38. Zur Erläuterung des statischen Moments einer Kraft. Ebener Schnitt durch den starren Körper senkrecht zur Drehungsachse. C sein Durchschnitt mit der Achse.

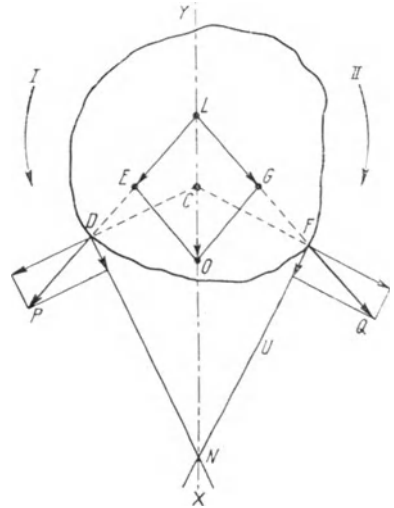


Abb. 39. Die Kräfte P und Q suchen beide gleichzeitig den Körper zu drehen. Punkt C ist der Durchschnitt der Drehungsachse mit der Ebene der Zeichnung.

Angriffspunkte beider kann man dorthin verlegen, indem man die Kräfte auf ihren Richtungslinien verschiebt [46.]), weil sie mit ihren Komponenten den Angriffspunkt gemein hat. Die Resultante der Tangentialkomponenten fällt also in die Gerade XY , die durch N und C geht. Wir nehmen ihren Angriffspunkt in L an, dem Durchschnitt mit der Richtung der Kraft P , und verlegen auch den der Kraft Q nach L , so daß P durch LE dargestellt wird. Aber auch die Kraft Q , die ihren Angriffspunkt in F haben soll, muß durch L gehen, weil sie ja mit der in L angreifenden zusammen eine Resultante liefert, die in Richtung LN liegt. Ihre Richtung wird also durch die Gerade, die durch L und F geht, bestimmt. Von den drei in L angreifenden Kräften ist die Komponente $P (= LE)$ der Größe und Richtung nach bekannt, die Komponente Q der Richtung nach, weil sie auf LF liegen muß, und die Resultante — sie heiße R — der Richtung nach, weil sie auf XY liegen muß. Das genügt, um das Kräfteparallelogramm $LEOG$ zu konstruieren, die Größe der Komponente $Q = LG$ und die Größe der Resultante $R = LO$ zu finden. Die Kraft Q erscheint in ihrer Richtung nach L verlegt. Wir brauchen sie nur auf ihrer Richtungslinie nach F zu verlegen, um schließlich zu erkennen, was für eine Kraft in F angreifen muß, um der Kraft in D das Gleichgewicht zu halten. — Die Resultante R äußert sich in einem Druck auf die Achse und wird durch die Starrheit des Körpers wirkungslos gemacht.

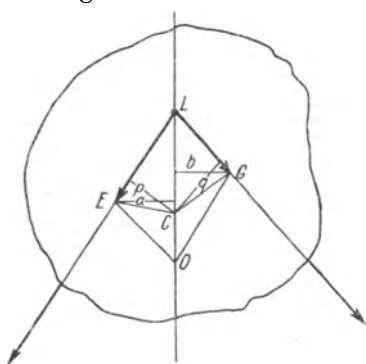


Abb. 40. Wiederholung der Abb. 39 in anderer Form.

Um die Beziehung zwischen P und Q zu ermitteln, ziehen wir in Abb. 40 (die auf die notwendigen Linien beschränkte Abb. 39) CE und CG .

Wir erhalten dadurch die Dreiecke CLE und CLG mit $LE = P$ und $LG = Q$ als Seiten. Wir wollen ihren Flächeninhalt berechnen. Füllen wir von C aus $p \perp LE$ und $q \perp LG$, so ist:

$$\triangle LEC = \frac{1}{2} LE \cdot p, \quad \triangle LGC = \frac{1}{2} LG \cdot q.$$

Fällen wir $a \perp LC$ und $b \perp LC$, so ist:

$$\triangle LEC = \frac{1}{2} LC \cdot a, \quad \triangle LGC = \frac{1}{2} LC \cdot b.$$

Es ist $a = b$, wie aus der Flächengleichheit der (als Parallelogrammhälften) kongruenten Dreiecke LOE und LOG folgt, also $\triangle LEC = \triangle LGC$. Daher ist: $\frac{1}{2} LE \cdot p = \frac{1}{2} LG \cdot q$, d. h. wenn man LE und LG durch P und Q ersetzt, $P \cdot p = Q \cdot q$. Die Senkrechten p und q messen den Abstand der Kräfte P und Q von der Drehungsachse, die Produkte Pp und Qq bedeuten also die statischen Momente der Kräfte P und Q in bezug auf diese Drehungsachse.

Wir kommen also zu dem Resultat: Sollen P und Q einander das Gleichgewicht halten, so müssen sie *entgegengesetzte* Drehung hervorzurufen streben und gleiche statische Momente in bezug auf die Drehungsachse haben. Pp hat denselben Zahlenwert wie Qq . Die Kräfte P und Q sind — in dem Drehungsinne, den jede hat — *einander entgegengesetzt* gerichtet, die Zahlen P und Q stehen daher einander gegenüber wie zwei Zahlen mit entgegengesetzten Vorzeichen. p und q sind zwei Längen, die durch zwei Zahlen ausgedrückt werden und durch kein Vorzeichen voneinander unterschieden sind. $P \cdot p$ und $Q \cdot q$ sind also zwei Zahlen, die gleich groß sind und entgegengesetztes Vorzeichen haben. Die Summe dieser zwei Zahlen ist also 0. Die Summe von Größen mit verschiedenen Vorzeichen nennt man eine „algebraische Summe“. Die Gleichgewichtsbedingung $Pp = Qq$ oder $Pp - Qq = 0$ faßt man daher in die Worte: P und Q halten einander das Gleichgewicht, wenn die algebraische Summe ihrer statischen Momente in bezug auf die Drehungsachse Null ist.

Wenn beliebig viele Kräfte $P_1 P_2 P_3 \dots$ und $Q_1 Q_2 Q_3 \dots$ an dem Schnitt angreifen (Abb. 39), unter deren gleichzeitiger Einwirkung der Körper in Ruhe bleibt, und der Drehungssinn der Kräfte $P \dots$ in den Abständen $p \dots$ von der Achse entgegengesetzt ist dem Drehungssinn der Kräfte $Q \dots$ in den Abständen $q \dots$, so läßt sich beweisen, daß Gleichgewicht vorhanden ist, wenn $P_1 p_1 + P_2 p_2 + \dots = Q_1 q_1 + Q_2 q_2 + \dots$, d. h. wenn die algebraische Summe der statischen Momente sämtlicher Kräfte Null ist.

Aus $P \cdot p = Q \cdot q$ folgt $Q/P = p/q$ und, je nachdem man diese Gleichung in der Form $\frac{n \cdot Q}{n \cdot P} = \frac{p}{q}$ oder in der Form $\frac{Q}{P} = \frac{n \cdot p}{n \cdot q}$ oder in der Form $nP \cdot \frac{p}{n} = \frac{P}{n} \cdot n p = nQ \cdot \frac{q}{n} = \frac{Q}{n} \cdot n q$ schreibt, folgt: 1. so lange die Abstände p und q unverändert bleiben, dürfen, wenn der Körper in Ruhe bleiben soll, die Kräfte nur so verändert werden, daß wenn die eine verdoppelt, verdreifacht ... wird, auch die andere verdoppelt, verdreifacht ... werden muß; 2. so lange die Kräfte P und Q ihrer Größe nach unverändert bleiben, dürfen, wenn der Körper in Ruhe bleiben soll, die senkrechten Abstände der Kräfte von der Achse nur so verändert werden, daß, wenn der Abstand der einen verdoppelt, verdreifacht ... wird, auch der der anderen verdoppelt, verdreifacht ... werden muß; 3. jede Kraft P oder Q darf durch ihren n^{ten} Teil ersetzt werden, wenn dieser n^{te} Teil in n mal so

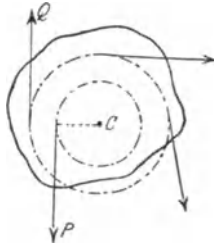


Abb. 41.

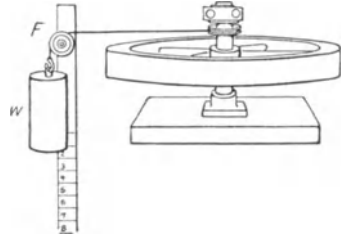


Abb. 42.

Änderung der Richtung einer Kraft mit Hilfe einer drehbaren Scheibe.

großem Abstände von der Achse wirkt usw. Das ist der Inhalt der Gleichung $P/Q = q/p$, der sich natürlich viel kürzer in die Worte fassen läßt: *Gleichgewicht ist vorhanden, wenn die Kräfte entgegengesetzten Drehungssinn haben und sich ihrer Größe nach zueinander umgekehrt verhalten, wie ihre Abstände von der Achse.*

Beschreibt man mit p und q Kreise um C und legt man die Geraden, die die Kräfte P und Q darstellen, in irgendwelchen Punkten der zugehörigen Kreise als Tangenten an (Abb. 41), so verändert sich weder der Achsenabstand, noch die Größe, noch den Drehungssinn der Kräfte, also auch nicht ihren Gleichgewichtszustand. Man kann sie so in die mannigfachsten Lagen zueinander bringen, z. B. sie so richten, daß C nicht mehr (wie bisher doch immer) *zwischen* ihnen liegt. Eine Scheibe, die um eine zu ihrer Ebene senkrechte Achse drehbar ist, ist daher eine bequeme Vorrichtung, um die Richtung einer Kraft zu ändern, wie z. B. in Abb. 42 die Scheibe F , mit deren Hilfe der vertikal nach unten gerichtete Zug des Gewichtes W in einen horizontal gerichteten verwandelt wird.

48. Parallele gleichgerichtete Kräfte am drehbaren Körper. Auch parallele Kräfte können eine Resultante von bestimmter Größe und Richtung haben; das ist sehr bemerkenswert, denn parallele Kräfte haben, da ihnen parallele Geraden entsprechen, anscheinend keinen gemeinsamen Angriffspunkt, an dem sie sich zu einer Resultierenden zusammensetzen können.

A und B seien (Abb. 43) zwei Punkte eines starren Körpers, die eine starre Gerade AB verbindet, P und Q zwei parallele Kräfte, AP und BQ liegen in derselben Ebene; wir machen sie zur Ebene der Zeichnung. Der Bewegungszustand von A und B bleibt offenbar derselbe, auch wenn man in A und in B je eine Kraft P' und Q' wirken läßt, deren Richtung in die starre Gerade AB fällt, und die beide gleich groß ($P' = Q'$), aber einander entgegengesetzt ge-

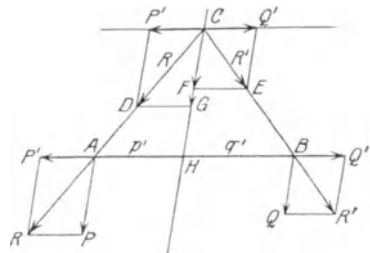


Abb. 43. Zusammensetzung paralleler Kräfte (P und Q) zu einer Resultierenden ($P+Q$).

richtet sind. P und Q werden auf diese Weise durch R und R' in ihrer Wirkung ersetzt. Man kann R und R' , da sie nicht parallel sind und *in derselben Ebene* liegen, auf ihren Richtungslinien verschieben, bis ihre Angriffspunkte in C zusammenfallen. CD und CE stellen dann die Kräfte R und R' dar, und von denen kann jede in dieselben Komponenten *zerlegt* werden, aus denen sie entstanden ist, d. h. R in P' und $P(=CG)$, R' in Q' und $Q(=CF)$. Die Kräfte P' und Q' heben einander auf, weil sie gleich groß und einander entgegengesetzt sind. P und Q fallen in dieselbe Richtung, summieren sich also zu $P+Q(=CG+CF)$. Die Kräfte R und R' sind auf diese Weise durch *eine* Kraft von der Größe $P+Q$ ersetzt, und da R' und R der Ersatz für P und Q waren, so sind *diese* beiden durch die Kraft $P+Q$ ersetzt. CG ist, das geht aus der Konstruktion hervor, P und Q parallel. Auf ihr können wir nun die Resultierende $P+Q$ verschieben, so daß ihr Angriffspunkt nach H fällt.

Wenn diese Kraft, deren Richtung mit der von P und Q parallel ist und durch H geht, tatsächlich die Resultante der beiden Kräfte ist, so muß die Wirkung von P und von Q vollkommen aufgehoben werden, wenn man in H eine Kraft ($P+Q$) wirken läßt, die der Richtung von P und Q parallel ist, aber nach der entgegengesetzten Richtung wirkt (Abb. 44). Das ist nun in der Tat der Fall:

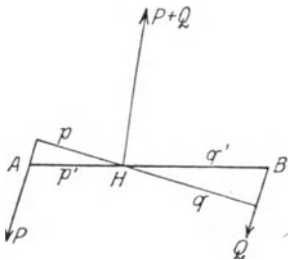


Abb. 44. Zur Zusammenfassung der parallelen Kräfte P und Q .

Die Wirkung von P und von Q besteht 1. darin, daß sie die starre Gerade AB in der Ebene, in der sie wirken, als Ganzes fortzubewegen suchen. Das verhindert offenbar die Kraft ($P+Q$), denn sie ist gleich groß und entgegengesetzt gerichtet der Kraft, die den Punkt H nach der Richtung zu bewegen sucht, nach der P und Q selbst gerichtet sind; darum bleibt Punkt H in Ruhe, und deswegen kann sich 1. *die Gerade nicht als Ganzes bewegen*.

Die Wirkung von P und von Q besteht 2. darin, daß sie die Gerade in der Ebene, in der sie liegt, um den festgehaltenen Punkt H zu drehen streben, d. h.

darin, daß sie die Gerade AB in der Ebene, in der sie wirken, um eine Achse zu drehen streben, die im Punkte H senkrecht durch die Ebene geht. Aber H teilt die Gerade AB in die Abschnitte p' und q' , und es läßt sich aus Abb. 43 leicht beweisen (aus der Ähnlichkeit der Dreiecke CFE und CHB einerseits, der Ähnlichkeit der Dreiecke CGD und CHA andererseits und der Gleichheit von P' und Q'), daß $p'/q' = Q/P$. Ferner ist in den beiden rechtwinkligen Dreiecken der Abb. 44 $p'/q' = p/q$, also ist $Q/P = p/q$ und daher $Qq = Pp$. Die Längen p und q messen die senkrechten Abstände der Kräfte P und Q von der Drehungsachse. Die Produkte Pp und Qq sind also die statischen Momente von P und von Q mit Bezug auf die Drehungsachse, und da die statischen Momente gleich sind, und die Kräfte P und Q entgegengesetzten Drehungssinn haben, so *kommt 2. auch keine Drehung zustande*. Die (Abb. 44) in H angreifende Kraft ($P+Q$) hebt also die Wirkung von P in A und von Q in B auf. Die Kraft $P+Q$, die in H angreift und der Richtung von P und Q nach derselben Richtung parallel ist, ist also tatsächlich die Resultante von P und Q .

Man nennt sie *die Resultierende (Mittelkraft) der parallelen Kräfte* und ihren Angriffspunkt auch wohl *den Mittelpunkt der parallelen Kräfte*.

49. Parallele, entgegengesetzt gerichtete Kräfte. Kräftepaar. Sind P und Q parallel, aber *einander entgegengesetzt* gerichtet, so findet man — vorausgesetzt, daß sie nicht etwa *gleich* groß sind — durch eine ähnliche Konstruktion, wie

Abb. 43, daß auch sie einen Mittelpunkt und eine Mittelkraft haben, daß die Mittelkraft gleich der *Differenz* von P und Q ist, der Richtung von P und Q parallel ist und nach der Richtung der größeren von beiden gerichtet ist. Der Mittelpunkt der Kräfte liegt wieder so, daß, wenn man durch ihn senkrecht zur Ebene der Zeichnung eine Achse legt, die im Raume festgehalten wird, das ganze System in Ruhe bleibt. — Sind aber die *entgegengesetzt gerichteten* Kräfte P und Q an Größe *einander gleich*, so haben sie *keine* Mittelkraft, also auch *keinen* Mittelpunkt, und es ist unmöglich, ihre Wirkung durch eine einzige Kraft aufzuheben. Man nennt (Abb. 45) diese Kombination von *gleich* großen, parallelen, *entgegengesetzt* gerichteten Kräften ein *Kräftepaar*, ihren senkrechten Abstand p den Arm des Paares, das Produkt aus der Kraftgröße und dem Arm, Pp , das *Moment* des Paares. — Die an dem Drehwerk ziehenden Pferde in Abb. 46 bilden ein Kräftepaar.

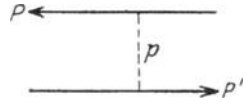


Abb. 45. Die Kräfte P und P' bilden ein Kräftepaar. p ist der Arm des Kräftepaars.

50. Parallele Verlegung einer Kraft. Wir brauchen auf die Kräftepaare nicht näher einzugehen, aber ihre Anwendung für das folgende ist wichtig: Der Bewegungszustand des Körpers (Abb. 47) unter Einwirkung der bei A angreifenden Kraft P bleibt unverändert, wenn man in irgendeinem anderen seiner Punkte die zu P parallelen Kräfte P_1 und P_2 anbringt. P und P_2 bilden dann ein Kräftepaar, dessen Arm p ist, und P_1 ist offenbar die Kraft, deren Angriffspunkt von A nach O verlegt worden ist. Das bedeutet: man darf eine *Kraft*, die in einem Punkte A (Abb. 48) angreift, von diesem Angriffspunkt A wegnehmen und *parallel* mit sich zu einem anderen, B , verlegen, wenn man gleichzeitig ein *Kräftepaar* PP_2 an dem Körper anbringt, wie es sich aus der soeben angegebenen Konstruktion von selbst ergibt. Das Kräftepaar PP_2 strebt die Walze (Abb. 48) in der Vertikalebene herumdrehen, wird aber aufgehoben, weil die Welle in den Lagern festliegt. — Die Parallelverschiebung einer Kraft ist ein Seitenstück zu der mehrfach erwähnten Verlegung einer Kraft in ihrer Richtungslinie (Abb. 36). Die Berechtigung, Kräfte zu anderen Angriffspunkten desselben Körpers zu verschieben, ist für die Lösung gewisser Aufgaben *allen* Kräften *dieselbe* Operation schließlich alle Kräfte, die an behaben, an einem einzigen Punkt

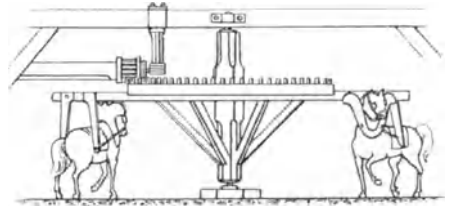


Abb. 46. Die Pferde am Göpel bilden ein Kräftepaar. Ihr (diametral gemessener) Abstand ist der Arm des Paares.

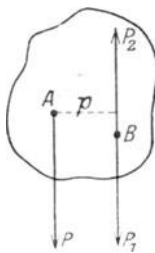


Abb. 47. Verlegung einer Kraft AP parallel mit sich selbst (nach BP_1). Vgl. Abb. 56.

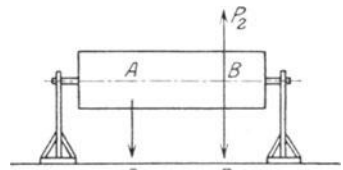


Abb. 48.

Die *Größe der Mittelkraft* hängt, wie (S. 52) der Ausdruck $P + Q$ zeigt, *nur* davon ab, wie *groß* P und Q sind, die *Lage ihres Angriffspunktes*, wie $p/q = Q/P$ zeigt, *nur* von dem *Verhältnis* der Größen P und Q . Die Größe der Mittelkraft

und die Lage von H auf AB (Abb. 44) ändern sich daher nicht, wenn man P und Q in die Lagen P_1 und Q_1 oder P_2 und $Q_2 \dots$ dreht (Abb. 45), *wenn nur ihre Größe und der Parallelismus gewahrt werden*. Die *Richtung* der Mittelkraft wird zwar dabei anders, weil sie der Richtung der parallelen Kräfte parallel sein muß, aber *nicht* ihre Größe und *nicht* der Ort ihres Durchschnittes mit der Geraden AB . Mit anderen Worten: die parallelen Kräfte P und Q haben eine Mittelkraft von *eindeutig* bestimmter Größe und nur *einen* Mittelpunkt. (Das Resultat steht im Einklang mit dem S. 51 (Mitte) gefundenen: Kräfte, die einander an einem um eine Achse drehbaren Körper das Gleichgewicht halten, können unter Wahrung des Abstandes von der Achse anders gerichtet werden. Aber hier wird nicht der Abstand jeder einzelnen Kraft, sondern das *Verhältnis* ihrer Abstände gewahrt.)

Greift außer P und Q eine dritte parallele Kraft, S , an, so haben die Mittelkräfte von $P + Q$ und S ebenfalls eine Mittelkraft: ihre Größe ist $P + Q + S$, und ihr Angriffspunkt bestimmt sich wieder aus der Bedingung, daß er auf der starren Geraden liegen muß und sein Abstand von H zum Abstand von S im umgekehrten Verhältnis von $P + Q$ und S stehen muß. Wieviele parallele Kräfte auch die starre Gerade angreifen, sie lassen sich durch eine Mittelkraft ersetzen; ihre *Größe* ist gleich der Summe der Einzelkräfte, ihre *Richtung* parallel der Richtung der Einzelkräfte, ihr *Angriffspunkt* der Mittelpunkt der parallelen Kräfte. Um die Wirkung der parallelen Kräfte aufzuheben, muß in ihrem Mittelpunkt eine Kraft angreifen, die an Größe der Summe der Einzelkräfte gleich ist, und die den Kräften parallel, aber entgegengesetzt gerichtet ist.

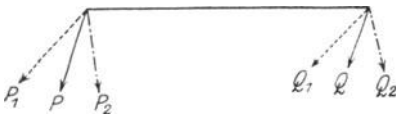


Abb. 49. Zur Lage des Mittelpunktes paralleler Kräfte.

Dieselben Folgerungen, die für *zwei* getrennte Punkte und dann für beliebig viele Punkte *einer starren Geraden* gelten, lassen sich auf beliebig viele Massenpunkte ausdehnen, die *beliebig zueinander* liegen; sie müssen nur zu einem *starreren Körper* verbunden sein.

51. Der Schwerpunkt als Mittelpunkt paralleler Kräfte. Als Mittelkraft einer Vielheit von einander parallelen Kräften kann man das *Gewicht* eines starren Körpers auffassen. Jedes seiner Massenteilchen wird von der Schwerkraft nach dem Mittelpunkt der Erde hingezogen, die Dimensionen des Körpers sind im Verhältnis zu seinem Abstände vom Erdmittelpunkt verschwindend klein, daher kann man die Richtungen aller dieser einzelnen Kräfte als parallel ansehen. Haben die einzelnen Massenpunkte die Massen m_1, m_2, m_3, \dots , so werden sie von den Kräften m_1g, m_2g, m_3g, \dots vertikal nach unten gezogen. Die Wirkung *aller* dieser Kräfte wird ersetzt durch *eine* Kraft, die gleich $m_1g + m_2g + m_3g + \dots = g(m_1 + m_2 + m_3, \dots)$ ist. Der Ausdruck in der Klammer ist die Masse M des Körpers, die Mittelkraft also gleich Mg , d. h. gleich dem Gewicht der Masse. Die Wirkung der Schwerkraft auf den Körper äußert sich danach gerade so, wie wenn seine Masse in *einem einzigen* materiellen Punkt, der die Masse M hat, dem *Schwerpunkt*, enthalten wäre, und nur dieser Punkt von der Schwerkraft angegriffen würde. (Aus diesem Grunde nennt man den Schwerpunkt auch *Massenmittelpunkt*.)

Die rechnerische Behandlung von Fragen, in denen der Schwerpunkt eine Rolle spielt, vereinfacht sich oft sehr wesentlich, wenn man den Schwerpunkt zum Anfang des Koordinatensystems macht. Daher ist das folgende beachtenswert [73.]. Wenn wir im Raume zwei Punkte mit den Koordinaten $x_1 y_1 z_1$ und $x_2 y_2 z_2$ haben, dann sind die Koordinaten des Mittelpunktes der Verbindungslinie $x_0 = \frac{x_1 + x_2}{2}$, $y_0 = \frac{y_1 + y_2}{2}$, $z_0 = \frac{z_1 + z_2}{2}$. Ganz

allgemein findet man: sind n Punkte $x_i y_i z_i$ gegeben (i durchläuft alle ganzen Zahlen von 1 bis n), so hat der Mittelpunkt des Punktsystems die Koordinaten:

$$x_0 = \frac{\sum x_i}{n}, \quad y_0 = \frac{\sum y_i}{n}, \quad z_0 = \frac{\sum z_i}{n}.$$

Neben diesen *geometrischen* Mittelpunkt stellen wir nun den *Massenmittelpunkt*. Denken wir uns in den Punkten $x_i y_i z_i$ Massen m_i angebracht, dann wollen wir einen Punkt definieren durch

$$\xi = \frac{\sum m_i x_i}{\sum m_i}, \quad \eta = \frac{\sum m_i y_i}{\sum m_i}, \quad \zeta = \frac{\sum m_i z_i}{\sum m_i}.$$

Setzen wir noch $\sum m_i = \mu$, dann haben wir:

$$\mu \xi = \sum m_i x_i, \quad \mu \eta = \sum m_i y_i, \quad \mu \zeta = \sum m_i z_i.$$

Diese Definition des Massenmittelpunktes scheint an ein bestimmtes Bezugssystem gebunden zu sein, *scheint* sich also mit dem System zu ändern, tut das aber tatsächlich *nicht* (den Beweis übergehen wir. Die Gleichung $\mu \xi = \sum m_i x_i$ drückt eine Beziehung des Massensystems zur yz -Ebene aus und gilt für *jedes* System, also auch für *jede* yz -Ebene.

Wir denken uns nun den Anfangspunkt eines Koordinatensystems in den Massenmittelpunkt verlegt. Die Formeln für die Koordinaten des Schwerpunktes sollen für jedes System gelten, müssen also auch für dieses gelten. Da wir den Massenmittelpunkt zum Anfangspunkt gemacht haben, muß $\xi = 0$, $\eta = 0$, $\zeta = 0$ sein. Da $\xi = \frac{\sum m_i x_i}{\sum m_i}$, $\eta = \frac{\sum m_i y_i}{\sum m_i}$, $\zeta = \frac{\sum m_i z_i}{\sum m_i}$ und $\sum m_i$ nicht Null ist, so muß sein: $\sum m_i x_i = 0$, $\sum m_i y_i = 0$, $\sum m_i z_i = 0$.

Größe und Richtung der Mittelkraft, die wir das Gewicht nennen, kennen wir, aber wo liegt ihr *Angriffspunkt*, der Schwerpunkt? Man kann — wenigstens bei gewissen Körperformen — die Körperform und die Massenverteilung im Körper durch eine Formel ausdrücken und kann dann die Frage durch eine Rechnung beantworten. Aber auch experimentell kann man ihn ermitteln gemäß der Vorstellung (s. oben), daß die ganze Masse des Körpers im Schwerpunkt konzentriert ist und nur er Gewicht hat. Hängen wir den Körper an einer Schnur auf (Abb. 50), so wird er stets eine solche Lage annehmen, daß der Schwerpunkt auf der vertikalen geraden Linie liegt, die die Schnur bildet.

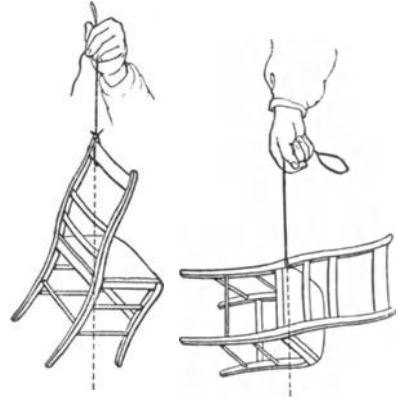


Abb. 50. Zur Ermittlung des Schwerpunktes.

Hängen wir also den Körper nacheinander in zwei verschiedenen Lagen auf, so muß sein Schwerpunkt auf dem Durchschnitte jener zwei Geraden liegen, die als Verlängerung der gestreckten Schnur *durch den Körper* gehen — denn er muß ja auf *jeder* der beiden Geraden liegen.

Erhaltung des Schwerpunktes. Wir sind zum Begriff des Schwerpunktes gekommen durch Zusammenfassung sämtlicher Massenteilchen m , die den starren Körper ausmachen. Zerlegen wir den Körper durch irgendeine Fläche in zwei Teile A_1 und A_2 , so hat A_1 einen Schwerpunkt und A_2 einen Schwerpunkt. Aber der Schwerpunkt von A_1 und A_2 zusammengenommen ist wieder der des starren Körpers, der Gesamtschwerpunkt. Dieselbe Überlegung gilt auch, wenn wir uns den Körper durch ideale geometrische Flächen in beliebig viele Teile zerlegt denken: der ihnen allen gemeinsame Schwerpunkt ist immer der des starren Körpers, aus dem sie durch die ideale Teilung hervorgegangen sind. Man stelle sich nun vor, der Körper *zerfalle* infolge einer in ihm selber liegenden Ursache (also nicht durch eine von außen wirkende Kraft) tatsächlich in eine Vielheit einzelner Teile, er „explodiere“ etwa wie eine Granate: trotzdem bleibt der Schwerpunkt dieser Vielheit von Teilen derselbe, er bewegt sich, solange keiner der Teile durch äußere Kräfte beeinflusst wird, so wie er sich auch dann bewegt haben würde, wenn der Körper *nicht* zerfallen wäre. Mit

anderen Worten heißt das, die inneren Kräfte des Systems haben auf den Bewegungszustand des Schwerpunktes keinen Einfluß. Man spricht in diesem Sinne von der *Erhaltung des Schwerpunktes*.

Daß zwei Massen nicht durch Wechselwirkung aufeinander ihren gemeinsamen Schwerpunkt verschieben können, ist auch durch die Rechnung leicht einzusehen. In a und b befinden sich zwei Massen $2m$ und m , ihr gemeinsamer Schwerpunkt ist S , wobei $bS = 2aS$ ist. Die Massen sollen wechselseitig aufeinander wirken und einander abstoßen, die Beschleunigungen, die sie einander gegenseitig erteilen, verhalten sich umgekehrt wie die Massen. Wenn also $2m$ den Weg ad zurücklegt, so legt m den Weg $bc = 2ad$ zurück. S bleibt dabei noch immer der Schwerpunkt, da $cS = 2dS$ ist. Betrachtet man mehrere



Abb. 51. Zur Erhaltung des Schwerpunktes.

irgendwie im Raume verteilte Massen, so erkennt man, wie je zwei und zwei solcher Massen ihren Schwerpunkt nicht verschieben können, d. h. der Schwerpunkt des ganzen Systems nicht durch die Wechselwirkung der Massen verschoben werden kann. Die Bewegung des Schwerpunktes eines Systems wird danach nur durch die *äußeren* Kräfte bestimmt, die inneren Kräfte bringen nur solche Wirkungen hervor, die einander aufheben.

Die Beschleunigung des Schwerpunktes nach einer gegebenen Richtung erhalten wir, wenn wir sämtliche Kräfte, die nach derselben Richtung wirken, summieren und durch die Gesamtmasse dividieren. Der Schwerpunkt des Systems bewegt sich so, als ob alle Massen und alle Kräfte in ihm vereinigt wären. Wie eine Masse ohne eine äußere Kraft keine Beschleunigung annimmt, so hat der Schwerpunkt eines Systems ohne äußere Kräfte keine Beschleunigung.

52. Stabiles, labiles, indifferentes Gleichgewicht. Bifilar aufgehängter Körper.

Um zu erfahren, wie die Schwerkraft den Bewegungszustand einer Masse beeinflusst, braucht man nur den Bewegungszustand ihres Schwerpunktes zu untersuchen. Wir denken uns dabei die ganze Masse des Körpers in seinem Schwerpunkt konzentriert. Wir wissen z. B.: *trotz der Einwirkung der Schwerkraft*

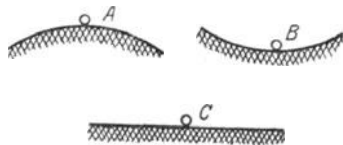


Abb. 52. Die drei verschiedenen Arten des Gleichgewichtes. Das Gleichgewicht in A ist labil, in B stabil, in C indifferent.

bleibt ein Körper in Ruhe, wenn er horizontal unterstützt (oder vertikal aufgehängt) wird, weil er dann vertikal nach oben denselben Antrieb erfährt, den ihm die Schwerkraft vertikal nach unten erteilt. Der Körper ist im „Gleichgewicht“. Aber das Gleichgewicht kann verschiedener Art sein: In Abb. 52 bedeutet A den höchsten, B den tiefsten Punkt eines Kreisbogens, C irgendeinen Punkt der Horizontalebene. In jedem der drei Orte *kann* die Masse in Ruhe sein, denn in A und B hat der Kreisbogen dieselbe Richtung wie die *horizontale* Tangente. Entfernt man den Körper auch nur um ein Minimum — die Reibung sei verschwindend klein — längs des Kreisbogens aus A , so fällt er längs des Bogens herunter und kehrt nie wieder von selbst in die alte Gleichgewichtslage zurück. Entfernt man ihn aus B , so fällt er *auch* längs des Bogens herunter, aber er sucht die alte Gleichgewichtslage zurückzugewinnen. Entfernt man ihn aus C , so bleibt er in Ruhe, wo er auch hingebacht wird. Sehr begreiflich: eine horizontale Unterlage, und nur eine solche, hebt die Wirkung der Schwerkraft vollkommen auf. Auf der Kurve kann der Körper dort in Ruhe sein, wo die Tangente horizontal ist, also nur in A und B , an den anderen Punkten wird die Wirkung der Schwerkraft nur zum Teil aufgehoben, und dem nicht-aufgehobenen folgt der Körper, bis er zum tiefsten Punkt gefallen ist, den er erreichen kann. Die Gleichgewichtslage in A nennt man *labil*, die in B *stabil*, die in C *indifferent*.

Eine ähnliche Betrachtung verlangt auch der Schwerpunkt eines der Schwere unterworfenen starren Körpers. Durch den Bewegungszustand des Schwerpunktes wird aber der des ganzen Körpers bestimmt, daher hat je

nach Lage des Schwerpunktes derselbe Körper verschiedene Gleichgewichtszustände. Ist z. B. eine Kugel vertikal aufgehängt wie ein Pendel und in Ruhe, so ist sie in stabilem Gleichgewicht: aus der Gleichgewichtslage entfernt und der Schwerkraft überlassen, strebt sie stets in die alte Gleichgewichtslage zurück, weil ihr Schwerpunkt dort am tiefsten liegt. Wird sie auf einer Spitze balanciert, so ist sie im labilen Gleichgewicht: bei der kleinsten Störung fällt sie herab. Ist sie, wie z. B. ein Globus, um eine festliegende Achse drehbar, die durch ihren Schwerpunkt geht (der mit dem Kugelmittelpunkt zusammenfällt), so ist sie im indifferenten Gleichgewicht, weil der Schwerpunkt im Raume festgehalten wird, also seine Lage überhaupt nicht ändern kann; in welche Lage auch die Kugel gedreht wird, sie bleibt in jeder in Ruhe. Die Stabilität der Gleichgewichtslage eines *unterstützten* Körpers (Abb. 53) ist verschiedener Grade fähig (während labile Gleichgewichtslagen voneinander und indifferente Gleichgewichtslagen voneinander *nicht* gradweise verschieden sind). Die Gleichgewichtslage des Balkens kann so sein, wie sie *I* zeigt, oder so, wie sie *II* zeigt. In beiden bedeute *S* den Schwerpunkt. Wird der Balken aus der Lage *I* um die durch *A* gehende horizontale Kante als Achse gedreht, so gelangt er bei *III* offenbar in die labile Gleichgewichtslage. In diese gelangt er auch, wenn er von *II* aus um diese Achse gedreht wird. Er gelangt aber leichter von *II* aus als von *I* aus in die labile Lage, d. h. *II* ist weniger stabil als *I*. Er wird schwerer aus *I* in *II* als aus *II* in *I* übergehen. Die Standfestigkeit ist also desto größer, je tiefer der Schwerpunkt liegt, d. h. je höher er gehoben werden muß, ehe der Körper die labile Gleichgewichtslage erreicht. Ein homogenes, schweres, dreiachsiges Ellipsoid, das auf einer horizontalen Ebene ruht, ist, wenn es auf dem Endpunkt der kleinsten Achse ruht, im stabilen Gleichgewicht, denn jede Verschiebung *hebt* den Schwerpunkt; ruht es auf dem Endpunkt der großen Achse, ist das Gleichgewicht labil. Eine homogene Kugel, ein homogener Kreiszylinder auf einer horizontalen Ebene sind im indifferenten Gleichgewicht.

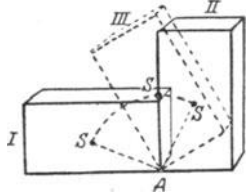


Abb. 53. Stabilität des Gleichgewichtes. *I* ist stabiler als *II*.

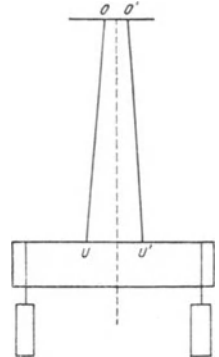


Abb. 54. Bifilar aufgehängter Körper.

Gleichgewicht eines bifilar aufgehängten Körpers. Stabil ist auch das Gleichgewicht eines bifilar aufgehängten Körpers. Hängt man einen Körper an zwei Fäden auf, wie z. B. in Abb. 54, so befindet sich der Körper im Gleichgewicht und ist in Ruhe, solange die beiden Fäden in derselben *Vertikalebene* liegen und wenn die Verbindungsgeraden ihrer oberen (OO') und ihrer unteren Enden (UU') parallel sind. Ist das erste nicht erfüllt, so schwingt er wie eine bifilar aufgehängte Schaukel, ist das zweite nicht erfüllt, so führt er Drehschwingungen aus. Sein Schwerpunkt liegt im Ruhezustande, so tief er liegen kann. Dreht man den Körper um die Vertikale durch den Schwerpunkt, so hebt sich der Schwerpunkt, und zwar um so mehr, je weiter man den Körper aus der Ruhelage herausdreht. Losgelassen strebt der Körper daher mit entsprechender Kraft in seine Ruhelage zurück, schießt darüber hinaus, wird langsamer, kommt zur Ruhe, kehrt um usw. — kurz, er schwingt um die Vertikale, die durch seinen Schwerpunkt in der Ruhelage geht, hin und her und kommt schließlich wieder in seiner ursprünglichen Lage zur Ruhe. Die bifilare Aufhängung hat also dem Körper ein ausgesprochen stabiles Gleichgewicht verschafft. Man verwendet sie z. B. in Magnetometern, wo man einen Magnetstab in der Horizontalebene um eine Vertikale drehend schwingen lassen will oder zur Aufhängung von Galvanometerspulen, wie z. B. in dem Elektrodynamometer von WEBER. Je nach der erforderlichen Empfindlichkeit des Instrumentes richtet man den Abstand der Aufhängefäden ein. Bei der bifilaren Aufhängung ruft die Schwerkraft die rückdrehende Kraft hervor, bei der unifilaren, z. B. bei der Drehwaage von EÖRVÖS, die Torsionselastizität des Aufhängefadens.

53. Der drehbare starre Körper als Maschine. Die Rolle. Das Rad an der Welle. Der Flaschenzug. Wir kehren zurück zu der Bedingung, unter der zwei Kräfte an einem drehbaren starren Körper einander das Gleichgewicht halten. Wir werden den drehbaren starren Körper dabei als Maschine kennen lernen. Mit einer Scheibe, die um eine zu ihrer Ebene senkrechte Achse drehbar ist,

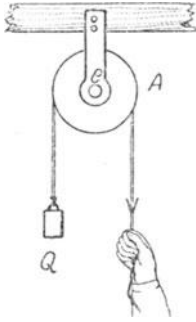


Abb. 55. Feste Rolle. Sie ist keine Maschine. Man kann mit ihr nur die Richtung einer Kraft ändern.

kann man die Richtung einer Kraft ändern, besonders einfach mit einer kreisförmigen Scheibe, deren Drehungsachse durch den Mittelpunkt geht. Die Krafrichtung ist dann stets Tangente an den Kreis, der Abstand von der Drehachse stets gleich dem Radius des Kreises; das statische Moment der Kraft bleibt also unverändert. Eine Scheibe, wie Abb. 55 sie zeigt, heißt eine *Rolle*, und zwar eine *feste*, weil ihre Achse festliegt. Sie besteht aus einem Rade *A*, in dessen Peripherie eine ringsum laufende Nute eingeschnitten ist. Das Rad ist drehbar um den Stift *e*, der senkrecht zur Ebene des Rades durch den Mittelpunkt geht. Die Nute der Rolle dient zur Aufnahme einer Schnur, an der die Kräfte wirken. Um den Zug der Hand durch den eines Gewichtes, *P*, zu ersetzen, muß man *P* so groß machen wie *Q*, weil Gleichgewicht nur dann vorhanden ist, wenn $Pp = Qq$ ist, *p* aber hier gleich *q* ist, nämlich gleich dem Radius der Kreisscheibe. Die feste Rolle für sich allein kann also nur zur Änderung der Krafrichtung dienen, *nicht* aber zur *Kraftersparnis*. Im Sinne unserer früheren

Definition ist sie für sich allein also keine Maschine. Aber sie ist es nur deswegen nicht, weil die an der Rolle angreifenden Kräfte alle nur im *selben* Abstände von der Drehungsachse angreifen können. Befestigt man aber auf dem Zylinder *A*, der die Stelle der Rolle vertritt, eine zweite Rolle *B*, wie in Abb. 56, und zwar von einem größeren Durchmesser, so daß sich *A* und *B* nur *gemeinsam* drehen können, so kann der Kraft *Q* an der kleineren Rolle eine *kleinere* Kraft *P* an der größeren Rolle das Gleichgewicht halten. — In dieser Weise wirkt das *Rad an der Welle* (Abb. 56). Aus $Pp = Qq$ folgt $P = q/p \cdot Q$; je größer man im Vergleich mit *q* den Abstand *p* von der Achse wählt, in dem *P* angreift, desto kleiner ist die Kraft *P*, die der Kraft *Q* das Gleichgewicht hält.

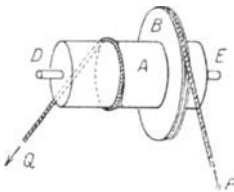


Abb. 56. Das Rad an der Welle als Maschine.

Die Kräfte *P* und *Q* wirken hier zwar nicht in derselben Drehungsebene, aber wir dürfen (S. 53) jede parallel mit sich dahinein verlegen, wenn wir ein entsprechendes Kräftepaar hinzufügen. Der Drehungssinn des dabei auftretenden Kräftepaars ist derart — es strebt die Welle *DE* um eine zu ihr senkrechte Achse herumzudrehen —, daß es durch die (bei *D* und *E* zu denkenden) Lager der Welle, wie in Abb. 48, wirkungslos gemacht wird.

Eine Rolle kann, wie in Abb. 42 oder in Abb. 55, nur die *Richtung* einer Kraft ändern, sie kann aber als *Maschine* wirken im Sinne der Definition (S. 41), wenn man sie als *Ganzes bewegbar* macht (lose Rolle, Abb. 57). Man denke sie sich an einer in die Nute gelegten Schnur von den Händen gehalten, so daß die beiden Schnurhälften parallel sind, und an der Welle eine Kraft *Q* vertikal nach unten wirkend, z. B. ein Gewicht *Q*. Die Rolle selbst betrachten wir lediglich als ein geometrisches gewichtsloses Gebilde. Die Kraft *Q* können wir ersetzt denken durch zwei Kräfte, jede gleich $Q/2$ parallel zu *Q* und an der Peripherie der Rolle angreifend. In jeder Schnurhälfte zieht dann das Gewicht mit der Kraft $Q/2$ nach unten. Um die Rolle im Gleichgewicht zu halten, muß also jede Hand in ihrer Schnurhälfte mit der Kraft $Q/2$ nach oben ziehen. Befestigt man das eine Ende statt an der Hand so, wie es Abb. 57 a zeigt, so hat die andere Hand nur noch eine Kraft $Q/2$ nach oben zu leisten, d. h. am Umfange

der Rolle wirkend, genügt die Kraft $Q/2$, um der Last Q an der Achse das Gleichgewicht zu halten. Führt man das freie Ende über eine feste Rolle, so erhält man den *Flaschenzug* (Abb. 57 b). Führt man es an die Welle einer zweiten losen Rolle, die, wie die erste von einem Seile getragen wird, so kann auch die Hälfte von $Q/2$, also $Q/4$, dadurch aufgehoben werden, daß das eine Seilende befestigt wird. An dem freien Seilende der zweiten losen Rolle braucht dann nur $Q/4 = Q/2^2$ zu wirken, um der Last Q das Gleichgewicht zu halten. Führt man das freie Ende der zweiten losen Rolle zur Welle einer dritten, so genügt dann $Q/8 = Q/2^3$, wenn man n lose Rollen benutzt, so genügt am freien Seilende der n^{ten} Rolle die Kraft $Q/2^n$. Der Potenz wegen nennt man diesen Flaschenzug *Potenzflaschenzug* (Abb. 57 c).

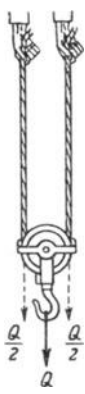


Abb. 57. Lose Rolle als Maschine.

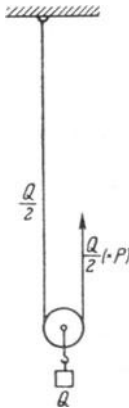


Abb. 57 a. Flaschenzug.

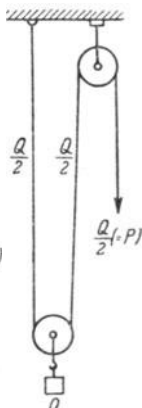


Abb. 57 b. Potenzflaschenzug.

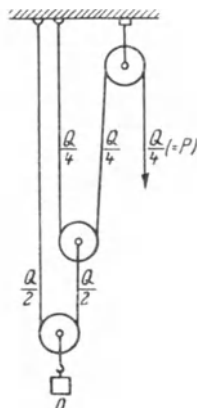


Abb. 57 c. Potenzflaschenzug.

Beträgt Q in Abb. 57 b z. B. 200 kg, so genügen an dem freien Ende 100 kg zum Gleichgewicht des Flaschenzuges, man kann ihn dann leicht in Bewegung setzen, die Masse von 100 kg sinkt, die von 200 kg steigt. Aber wohlgemerkt: man muß die Masse von 100 kg um eine doppelt so lange Strecke herunterziehen, wie die Masse von 200 kg in die Höhe steigt. Und 100 kg · 1 m sind ebensogut 100 mkg wie 200 kg · $\frac{1}{2}$ m. Man spart also nichts an Arbeitskraft. Auch der Flaschenzug erleichtert also nur die Anstrengung für den Augenblick, aber in demselben Maße, in dem er sie erleichtert, verlängert er sie auch.

Gemeinsam ist allen Flaschenzügen die Verbindung von festen und losen Rollen. Abb. 58 zeigt den *gemeinen Flaschenzug*. In ihm sind die Rollen, hier je 3, zu einer *Flasche* verbunden. Im Zustande des Gleichgewichts muß jede Rolle einzeln in Ruhe bleiben, mithin müssen, wenn man davon absieht, daß die verschiedenen Schnüre nicht genau parallel laufen, die zu beiden Seiten einer Rolle ziehenden Kräfte einander gleich sein, d. h. $Q_1 = Q_2$, $Q_2 = Q_3$, $Q_3 = Q_4$ sein. Mit anderen Worten, der Zug, den Q nach unten ausübt, verteilt sich gleichmäßig auf sämtliche Seilabschnitte, und da ebensoviel Seilabschnitte wie Rollen da sind, so ist die Kraft P , die der Last Q das Gleichgewicht hält, gleich Q/n . — Am häufigsten benützt man den *Differentialflaschenzug* (Abb. 59). Die feste Rolle ist aus zwei verschieden großen Rollen zusammengesetzt; die Differenz ihrer Radien ist bestimmend für das Verhältnis von P zu Q . Um die Last zu heben, zieht man an dem mit P bezeichneten Seilteile (s. Prinzip der virtuellen Geschwindigkeiten).

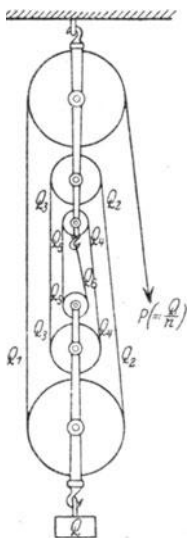


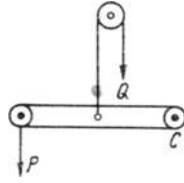
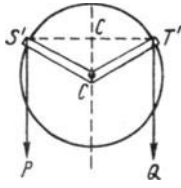
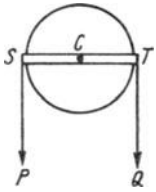
Abb. 58. Gemeiner Flaschenzug.



Abb. 59. Differentialflaschenzug.

54. Der Hebel. Wird die Scheibe (Abb. 60) auf den Stab SCT reduziert, so entsteht der *Hebel*, und zwar ein *gerader Hebel*, im Gegensatz zum *Winkelhebel* $S'CT'$ (Abb. 61). Der Abstand des Angriffspunktes (S, T) von der Achse heißt Hebelarm — beim geraden Hebel SC und TC , beim Winkelhebel $S'C$ und $T'C$ — der Hebel selbst *zweiarmig*, wenn C , wie in Abb. 60 und 61, zwischen den Angriffspunkten S und T liegt; sonst *einarmig* (Abb. 62). Die Gleichgewichtsbedingung ist dieselbe wie für jeden um eine feste Achse drehbaren starren Körper: die Kräfte müssen entgegengesetzten Drehungssinn haben, und ihre statischen Momente müssen gleich sein, die Kräfte P und Q also wieder

die Gleichung $Pp = Qq$ erfüllen. Den Stab ST nennt man einen *physischen* Hebel, im Gegensatz zu dem *mathematischen*. Denkt man sich den Stab ST durch



Die um eine festliegende Achse C drehbare Scheibe auf einen Stab reduziert.

Abb. 60. Zweiarmiger gerader Hebel.

Abb. 61. Winkelhebel.

Abb. 62. Einarmiger Hebel.

eine starre gewichtslose Gerade ersetzt, so gelangt man zur Vorstellung des mathematischen Hebels. Seine Einführung an Stelle des physischen gewährt gewisse Vorteile. Ein physischer Hebel ist der Schwerkraft unterworfen; wir dürften also eigentlich seine Achse nur vertikal und ihn nur in der Horizontalebene drehbar annehmen, denn sonst müßten wir die Wirkung der

Schwerkraft auf ihn berücksichtigen. Dazu reichen aber unsere bisherigen Ausführungen nicht aus. Um in dieser Richtung nicht behindert zu sein, ersetzen wir erforderlichenfalls den physischen Hebel durch den mathematischen.

Der Hebel als Werkzeug. Wir hätten die Scheibe ebensogut wie auf einen Stab (Abb. 60), auf eine andere Form reduzieren können. Im Grunde genommen wird jeder um eine Achse drehbare Körper, wenn er die für die beabsichtigte Arbeitsleistung geeignete Form hat, zum Hebel. In



Abb. 63. Der zweiarmige Hebel als Hebebaum.

jeder wirkt er der Gleichung $Pp = Qq$ gemäß. Um in einem gegebenen Falle seine Wirkung zu übersehen, muß man fragen: wo liegt die Drehungs-

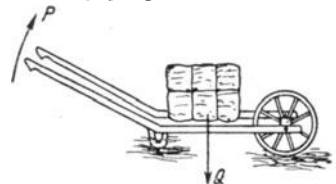


Abb. 64. Der einarmige Hebel als Karre.

achse, an welchen Punkten greifen P und Q an, und nach welcher Richtung suchen sie den Hebel zu drehen? In Abb. 63 bildet der Hebel z. B. eine gerade unbiegsame Stange, die dazu dient, das Gewicht des Blockes zu überwinden; er wirkt als *Hebebaum*. Um der Kraft P das Gleichgewicht zu halten, muß P in dem Sinne des Pfeiles wirken. Drehungsachse, Länge der Hebelarme und Drehungssinn sind deutlich. Je länger der Hebebaum ist, desto kleiner kann P sein, um der Last Q das Gleichgewicht zu halten. — Die Karre Abb. 64 mit der Last Q ist ebenfalls ein Hebel, ein einarmiger. Die Drehungsachse ist die Radachse. Je länger die Handhaben sind, und je näher Q am Rade liegt, je kleiner also q ist, desto weniger Kraft gehört dazu, die Karre in die zum Wegschieben erforderliche Lage zu bringen. — Viele unserer Werkzeuge sind Hebel, sehr häufig Zusammensetzungen von mehreren.

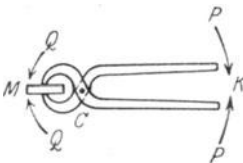


Abb. 65. Die Verbindung zweier zweiarmiger Hebel als Zange.

Aus zwei Hebeln zusammengesetzt ist die Zange (Abb. 65). Man braucht sich die Scheibe (Abb. 60), anstatt auf einen Winkel oder eine Stange nur auf eine der Zangenhälften reduziert zu denken, um die Wirksamkeit der Zange aus der Verbindung zweier Hebel zu verstehen. Die Pfeile zeigen die Richtung der Kräfte, ausgeübt von der die Zange zusammendrückenden Hand. — Die meisten der im Skelett aneinanderstoßenden Knochen sind durch Gelenke bewegbar miteinander zu Hebeln verbunden. Ihre Bewegungen relativ zueinander, z. B. die des Unterarmes relativ zum Oberarm (Abb. 66), wenn er sich im Ellenbogengelenk einer Türangel vergleichbar bewegt, sind durch die Form der Gelenke bedingt: es sind Drehungen. Die Drehungsachse ist die Achse des Gelenkes, und die um die Gelenkachse drehbaren Knochen sind Hebelarme. Hervorgerufen werden die Bewegungen der Knochen durch die Muskeln. Die Muskelfasern sind zwischen zwei voneinander unabhängigen Punkten ausgespannt, in Abb. 66 bei A und bei P . Indem sie sich zusammenziehen, drehen sie den Unterarm zu dem Oberarm hin. Man hat hier einen einarmigen

Hebel vor sich; die Angriffspunkte der Last W und der Kraft P liegen beide auf derselben Seite der durch F gehenden Achse. Wie bei jeder gezwungenen Bewegung (S. 48) kommt auch hier nur die Tangentialkomponente PG der Muskelkraft für die Bewegung zur Geltung. Die Radialkomponente Ph äußert sich als Druck auf die Gelenkfläche. Die wirksame Kraftkomponente wächst mit dem Fortschreiten der Bewegung, wie Abb. 67 zeigt.

55. Der Hebel als Wage. Dynamometer. Auf der Wirksamkeit des Hebels beruht die Balkenwaage. Man kann mit ihr ermitteln, wie groß die Masse (*nicht* das Gewicht) eines Körpers ist, d. h. wieviel Gramm sie enthält, und vergleicht zu dem Zwecke die abzuwiegende Masse M_x mit einer Masse M , deren Grammzahl man *kennt*. Die Masse M entnimmt man einem Gewichtssatz, richtiger: Massensatz, der aus Massen von bekannter Größe, z. B. 50, 20, 10, 5, 2, 1 g besteht. Man vergleicht die unbekannte Masse M_x mit der bekannten M , indem man (Abb. 68) M_x an den einen und M an den anderen Arm eines zweiarmigen Hebels, des Wagebalkens, hängt, der um eine horizontale Achse drehbar ist. An dem einen Hebelarme zieht dann das Gewicht der Masse M_x , d. h. die Kraft $M_x \cdot g$, an dem anderen die Kraft $M \cdot g$. Hängen wir M_x um die Strecke l_x von der Achse entfernt auf, M um die Strecke l , so ist der Hebel im Gleichgewicht, wenn $M_x g \cdot l_x = M g \cdot l$. Hängen wir M_x und M *gleich* weit von der Achse auf, d. h. machen wir $l_x = l$, kurz, machen wir den Wagebalken *gleicharmig*, so reduziert sich die Gleichgewichtsbedingung auf $M_x = M$. Die abzuwiegende Masse ist dann so groß, wie die dem Gewichtssatz entnommene. — Macht man l_x nicht gleich l , d. h. hängt man die beiden Massen *verschieden* weit von der Achse auf (Abb. 69), so ist die Gleichgewichtsbedingung $M_x \cdot l_x = M \cdot l$. Macht man z. B. $l = 10 l_x$, d. h. hängt man die bekannte Masse M 10 mal so weit von der Achse auf wie die abzuwiegende M_x , so hat man $M_x \cdot l_x = M \cdot 10 l_x$, d. h. $M_x = 10 \cdot M$. Man kann also eine große Masse auch mit einem verhältnismäßig kleinen Gewicht abwiegen (s. Brückenwaage S. 63).



Abb. 66. Der einarmige Hebel als Unterarmknochen.

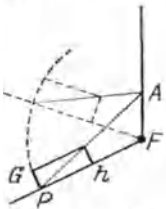


Abb. 67. Zur Mechanik des Ellenbogengelenks.

Je nach dem Grade der Genauigkeit, je nach der Größe der abzuwiegenden Masse usw. wird die Wage anders gebaut. Das Prinzip der Hebelwagen ist aber stets das gleiche: die Gleichheit der statischen Momente.

Zu Präzisionswägungen dient vor allem die Wage Abb. 70. Um zuverlässig zu sein, muß sie eine Reihe von Bedingungen erfüllen. 1. soll der Wagebalken, wenn er unbelastet ist, im Gleichgewicht sein, so daß der Zeiger Z auf Null steht. Die Balkenarme und die Schalen P und Q müssen daher in jeder Beziehung einander möglichst gleich sein, um gleiche statische Momente in bezug auf die Drehungsachse zu haben. Durch Drehen der Schraubenköpfe K und L , d. h. durch die dadurch bewirkte Änderung ihres Abstandes von der Achse, kann man die statischen Momente der Balkenhälften korrigieren. 2. sollen Gewichte, und zwar nicht zu kleine, die auf den Schalen einander das Gleichgewicht halten, miteinander vertauscht werden können, ohne den Ausschlag von Z zu verändern (ein Zeichen dafür, daß die Arme gleich lang sind). 3. soll der Wagebalken stabiles Gleichgewicht haben [52.], d. h. er soll von selbst in seine Gleichgewichtslage zurückkehren, wenn man ihn daraus entfernt und dann sich selbst überläßt. Daher muß der Schwerpunkt des Balkens *senkrecht unter der Achse* liegen. (Läge er *darüber*, so würde der Wagebalken bei der geringsten Abweichung von der Gleichgewichtslage umschlagen. Läge er *in der Achse selbst*, so würde der Balken, wenn beide Arme gleich belastet sind, in *jeder* Lage im Gleichgewicht sein, bei ungleicher Belastung aber nach der Seite der größeren hin gänzlich umschlagen, da er seinen Schwerpunkt möglichst tief zu legen sucht.) Die Stabilität soll aber nicht größer als irgend nötig sein, weil sie sonst die „Empfindlichkeit“ der Wage verkleinert, der



Abb. 68. Zweiarmiger Hebel als Krämerwaage.

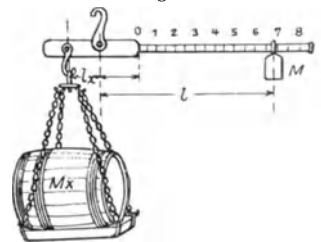


Abb. 69. Zweiarmiger Hebel als Schnellwaage.

Schwerpunkt soll deswegen möglichst nahe unter der Drehachse (Mittelschneide) liegen. Denn 4. soll die Wage „empfindlich“ sein, d. h. schon bei *geringer* Ungleichheit der Belastung weit ausschlagen. Empfindlichkeit einer Wage heißt der Winkel, um den sie — beiderseits gleich belastet — von der Gleichgewichtslage ausschlägt, wenn man die eine Schale (mit „Eins“) z. B. mit 1 mg mehr belastet; sie nimmt im allgemeinen mit steigender Belastung ab, außer

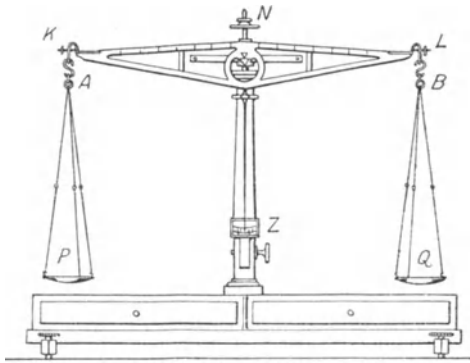


Abb. 70. Präzisionswage (Laboratoriumswage).

Nur dann geht die Resultierende aus den bei *b* und *c* wirkenden Kräften auch beim Ausschlag des Balkens durch die unverrückbar gelagerte tragende Kante der Schneide *a* und ist ohne Einfluß auf den Ausschlag des Balkens.

Neben der Empfindlichkeit ist die Symmetrie der beiden Hälften einer gleicharmigen Wage das Haupterfordernis. Um einen etwaigen Mangel an Symmetrie der Balkenhälften und Wagschalen aus dem Wägungsergebnis auszuschließen, benützt man die (gewöhnlich nach BORDA benannte) *Methode der doppelten Wägung*: Der abzuwiegende Körper wird in die eine Wagschale gelegt, und in die andere Sand, Schrot oder dgl., bis Gleichgewicht herrscht. Hierauf wird der Körper durch Gewichtstücke ersetzt. Die abzuwiegende Masse wird so mit den Gewichtstücken an *demselben* Hebelarm und in *derselben* Wagschale verglichen, also unabhängig von der Symmetrie.

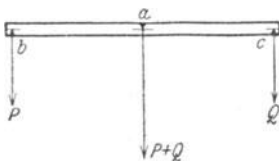


Abb. 71. Zur Gleichgewichtsbedingung der Wage.

In der *Schnellwage* (Abb. 69) verschiebt man das Laufgewicht *M* bis zum Gleichgewicht mit der an dem kurzen Hebelarm hängenden Last. In der Wage Abb. 72, einer *Zeigerwage* (automatischen Wage), hebt sich das Gewicht *S* durch das Auflegen der Last auf die Wagschale so lange und vergrößert dabei seinen Abstand von der durch



Abb. 72. Zeigerwage (automatische Wage).

die Achse gehenden Vertikalen so lange, bis sein statisches Moment gleich dem der Last ist. Das Resultat der Wägung liest man an einer Skala ab.

Große Lasten wiegt man auf *Brückenwagen* (Abb. 73 und 74) (*Dezimal- oder Zentesimalwagen*). Um richtig zu wiegen, muß die Brückenwage vor allem zwei Bedingungen erfüllen: 1. das Wägungsergebnis muß unabhängig davon sein, auf welcher Stelle der Brücke die Last liegt; 2. das Gewicht in der Wagschale muß zu der im Gleichgewicht erhaltenen Last auf der Brücke genau in dem vorgeschriebenen Verhältnisse stehen (bei der Dezimalwage im Verhältnisse 1 : 10).

Die Brückenwage (Abb. 74) ist aus drei Hebeln zusammengesetzt, einem zweiarmigen *ACD* und den zwei einarmigen *HK* und *EF*. Der zweiarmige ist der Wagebalken; an ihm hängt bei *A* die Wagschale, bei *B* (unter Vermittlung der Stange *BH*) die *Brücke HK*, auf der die abzuwiegende Last liegt. Die Brücke *HK* ist der eine der einarmigen Hebel,

bei den in Abb. 71 erfüllten Bedingungen. Die Empfindlichkeit ist — auf den Beweis gehen wir hier nicht ein — desto größer, je länger die Balkenarme sind, je leichter sie sind, und je näher der Schwerpunkt des Balkens an der Drehungsachse liegt. (Die Schraubenmutter *N* dient dazu, ihr den Schwerpunkt mehr oder weniger zu nähern. Die Formel für die Empfindlichkeit (*C*) ist (KOHLEAUSCH: Lehrb. d.

prakt. Physik) $C = \frac{L}{M a + M' a'} \cdot \frac{z}{s}$. Hierin

bedeutet *M* die Masse des Balkens, *M'* die Masse der Schalen und ihrer Belastungen, *a* den Abstand der Drehachse vom Schwerpunkt, *a'* den Abstand der Drehachse von der (Abb. 71) Ebene, in der die Endschneiden liegen, *z* die Länge des Zeigers, *s* die des Skalenteiles. 5. soll die Empfindlichkeit bei *jeder* Belastung der Wage die gleiche sein. Das ist nur dann erfüllbar, wenn (Abb. 71) die tragenden Kanten der drei Schneiden *bac* in *derselben* Ebene liegen.

seine Drehungsachse geht durch K . Sie liegt nicht unverrückbar fest, sondern sie liegt auf dem einarmigen Hebel EF , dessen Drehungsachse durch F geht und unverrückbar festliegt. Die Last L wird einzig von den Punkten H und K aufgenommen, sie verteilt sich in irgendeiner Weise, die wir aber nicht diese beiden Punkte. Wir wollen beide (bei H ziehend und bei K mit q bezeichnen (also $L = p + q$ Punkte K , das am Hebelarm aber, wenn wir den Hebelarm ein Gewicht q/n im Punkte E angebracht, wirkt es am gen Hebels. Machen wir den können wir das Gewicht q/n im Punkte E durch ein n mal so großes Gewicht q im Punkte B ersetzen — dann wirken aber p und q beide am selben Hebelarm CB . Die Last auf der



Abb. 73. Brückenwaage (Dezimal-, Zentesimalwaage).

zu kennen brauchen, auf den Anteil, mit dem sie auf drückend) wirkt, mit p und setzen. Das Gewicht q im KF wirkt, können wir uns $EF = n \cdot KF$ machen, durch ersetzt denken. Im Punkte Hebelarm CD des zweiarmligen Hebelarm $CD = n \cdot CB$, so

wo sie liegt, gerade so, wie wenn sie am Punkt B hinge. (Damit die Wägung unabhängig davon ist, auf welcher Stelle der Brücke die Last liegt, ist also erforderlich, daß, wenn $EF = n \cdot KF$ ist, auch $DC = n \cdot BC$ ist, kurz, daß $EF : KF = DC : BC$ ist.) — Machen wir dann noch $AC = 10 \cdot BC$, so ist auch die zweite Bedingung erfüllt, daß das Gewicht 10 mal so weit von der Drehungsachse hängt wie die Last, und somit im Gleichgewichtszustande das Gewicht zur Last im Verhältnis 1:10 steht.

Die Hebelwagen können nur die Masse des Körpers (Gramm) ermitteln, nicht aber das Gewicht (Dyn): die Bedingung für das Gleichgewicht der Hebelwagen war $M_x g \cdot l_x = M g \cdot l$. Nun ist aber g am Äquator kleiner als am Pol, derselbe Körper M_x also am Äquator leichter als am Pol. Eine Masse, die unter 45° Breite genau 1 kg wiegt, wiegt am Pol 2,6 g mehr, am Äquator 2,6 g weniger.) Die Hebelwaage zeigt das aber nicht an, denn eine Veränderung von g verändert beide Seiten der Hebelwaage in derselben Weise: $M_x g \cdot l_x$ genau so wie $M g \cdot l$; d. h. die drehenden Kräfte an beiden Seiten des Wagebalkens bleiben an

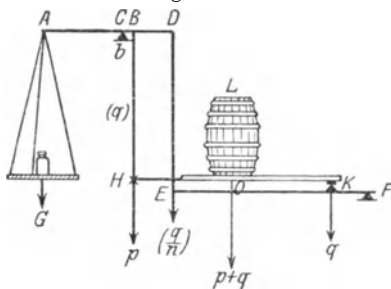


Abb. 74. Zur Wirksamkeit der Brückenwagen. Der einarmige Hebel, dessen Drehungsachse durch F geht, und der einarmige, dessen Drehungsachse durch K geht, übertragen zusammen die abzuwiegende Last auf den einen Arm CD des zweiarmligen Hebels ACD , an dessen anderem Arm die ausgleichenden Gewichte wirken.

derselben Masse am Äquator also weniger tief als am Pol oder als an einem Ort zwischen beiden, weil g , also auch $M \cdot g$ vom Äquator nach dem Pol hin wächst. Bewegt sich dabei eine Marke an einer Skala S entlang, während man Massen von bekannter Größe aus einem Gewichtssatz anhängt, und kennt man die Größe g für den betreffenden Ort der Erde, an dem man die Eichung vornimmt, so kann man sich für das Abwiegen eine nach Kräfteinheiten geeichte Skala schaffen. — Eine derartige Vorrichtung (mit entsprechender

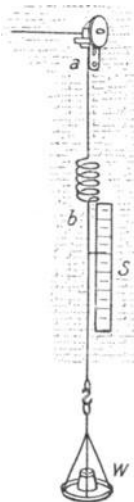


Abb. 75. Die Federwaage, ein Dynamometer.

Um das Gewicht eines Körpers zu messen, d. h. die Anzahl Kräfteinheiten (Dyn), mit denen die Erde ihn anzieht, kann man eine Federwaage (Briefwaage, Abb. 75) benutzen, eine Sprungfeder (von der Form der in den Sprungfeder-matratzen benutzten), deren eines Ende a festliegt, das andere Ende b bewegbar ist. Eine solche Feder verlängert (oder verkürzt) sich, wenn in der Richtung ab ein Zug (oder ein Druck) auf sie wirkt, und zwar um so mehr, je größer der Zug (oder der Druck) ist, und nimmt wieder die ursprüngliche Form an, sobald die Kraft zu wirken aufhört. (Diese Fähigkeit der Feder nennt man ihre Elastizität.) Hängt man daher eine Masse W an ihr auf, so bewegt sich b nach unten, und zwar desto tiefer, je größer das Gewicht der Masse ist — unter dem Zug

Um das Gewicht eines Körpers zu messen, d. h. die Anzahl Kräfteinheiten (Dyn), mit denen die Erde ihn anzieht, kann man eine Federwaage (Briefwaage, Abb. 75) benutzen, eine Sprungfeder (von der Form der in den Sprungfeder-matratzen benutzten), deren eines Ende a festliegt, das andere Ende b bewegbar ist. Eine solche Feder verlängert (oder verkürzt) sich, wenn in der Richtung ab ein Zug (oder ein Druck) auf sie wirkt, und zwar um so mehr, je größer der Zug (oder der Druck) ist, und nimmt wieder die ursprüngliche Form an, sobald die Kraft zu wirken aufhört. (Diese Fähigkeit der Feder nennt man ihre Elastizität.) Hängt man daher eine Masse W an ihr auf, so bewegt sich b nach unten, und zwar desto tiefer, je größer das Gewicht der Masse ist — unter dem Zug

Abänderung) kann jeden Zug und jeden Druck messen, z. B. den Zug eines Pferdes am Wagen, wenn man sie zwischen Strang und Wagen einschaltet, so daß sie einen Teil des Stranges bildet. Solche Instrumente heißen, da sie Kräfte messen, *Dynamometer*.

b) Der drehbare starre Körper in Bewegung (vgl. S. 46).

56. Rotationszeit. Winkelgeschwindigkeit. Maß für die Größe des Winkels. Bahngeschwindigkeit. Der um eine feste Achse drehbare Körper bleibt nur dann in Ruhe, wenn die Resultante der ihn angreifenden Kräfte die Achse schneidet. Greift die Resultierende an einem Punkt außerhalb der Achse an, so versetzt sie den Körper in Drehung (S. 47, Mitte). Beim Beginn der Drehung fangen *alle* seine Punkte *gleichzeitig* ihre Kreise zu durchlaufen an, und beim Aufhören der Drehung kommen *alle gleichzeitig* zur Ruhe. Wenn also auch nur *ein* Punkt des Körpers seinen Kreis einmal ganz durchlaufen hat, so ist der Körper schließlich wieder in derselben Lage wie beim Beginn der Drehung. Der Zeitabschnitt T zwischen Anfang und Ende einer vollen

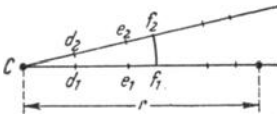


Abb. 76. Zur Winkelmessung.

Umdrehung heißt *Rotationszeit*. Je weiter ein Punkt von der Achse absteht, einen desto größeren Kreis beschreibt er während T ; daher hat er auch eine desto größere Geschwindigkeit. Die Wege und die Geschwindigkeiten der verschiedenen weit von der Achse entfernten Punkte werden aber dadurch, daß der Körper starr ist, in gesetzmäßigen Zusammenhang gebracht. Die Starrheit des Körpers zwingt z. B. Punkte, die *während der Ruhe* auf einer Geraden liegen, auch *während der Drehung* darauf zu bleiben. Wenn (Abb. 76) bei der Drehung z. B. Punkt f aus der Lage f_1 in die Lage f_2 übergegangen ist, und e , d und alle anderen Punkte, die mit f auf *derselben* senkrecht durch die Achse C gehenden Geraden liegen, gleichzeitig in e_2 , $d_2 \dots$ übergegangen sind, dann liegen auch e_2 , $d_2 \dots$ auf *derselben* Geraden, die durch f_2 und senkrecht durch die Achse geht. D. h.: für alle Punkte derselben Geraden ist der Winkel, den ihre senkrechten Achsenabstände f_1c , e_1c , d_1c , \dots während dieses Zeitraumes beschreiben, *derselbe*. Denselben Winkel beschreiben aber, weil der Körper starr ist, währenddessen auch die senkrechten Achsenabstände *aller anderen* Punkte, d. h.: der *ganze Körper* hat in diesem Zeitraum seine Lage um diesen Winkel gedreht. Die Geschwindigkeit, mit der er das tut, d. h. das Verhältnis der Größe eines Winkels zu der Zeit, in der er ihn beschreibt, heißt seine *Winkelgeschwindigkeit*. Wir kommen darauf zurück.

Die Größe eines *Winkels* wird gemessen durch die zwischen den Schenkeln liegende *Länge* eines um den Scheitel beschriebenen *Kreisbogens* im Verhältnis zur Länge des zugehörigen *Kreisradius*: hier das Verhältnis von f_1f_2 zu f_1c oder e_1e_2 zu e_1c . Da $\frac{f_1f_2}{f_1c} = \frac{e_1e_2}{e_1c} = \dots$ ist, so hat dieses Verhältnis für denselben Winkel einen eindeutigen Wert. Deswegen darf man es als Maß für die Winkelgröße benutzen. — In demselben Verhältnis, in dem f_1f_2 zu f_1c usw. steht, steht auch die Bogenlänge, die der Radius 1 cm um C beschreibt, zu dem Radius 1 cm selbst. Nennt man diese Bogenlänge φ , so ist $\frac{f_1f_2}{f_1c} = c \dots \frac{\varphi}{1} = \varphi$, d. h. die Größe des Winkels wird durch die Länge des Kreisbogens gemessen, der, mit dem Radius 1 cm um den Scheitel beschrieben, zwischen den Schenkeln des Winkels liegt, die Größe des Winkels von 360° also durch den ganzen Kreisumfang, der mit 1 cm Radius um den Scheitel beschrieben ist. Danach entspricht dem

Winkel 360°	der Bogen 2π ,
„ 180°	„ „ π ,
„ 90°	„ „ $\pi/2$,
„ 45°	„ „ $\pi/4$,
	usw.

Die Länge der Kreisbögen $f_1 f_2$, $e_1 e_2$ usw., auf diesen Bogen φ bezogen, ist: $f_1 f_2 = f_1 c \cdot \varphi$, $e_1 e_2 = e_1 c \cdot \varphi$ usw.

Der Weg, den ein Punkt m_r im Achsenabstand r durchläuft, ist r mal so groß wie der Weg φ , den ein Punkt m_1 im Achsenabstande 1 im selben Zeitraum zurücklegt. Daher hat m_r eine r mal so große Geschwindigkeit wie m_1 . Die Geschwindigkeit des Punktes m_1 wird gemessen durch die Länge des von ihm durchlaufenen Bogens φ im Verhältnis zu der Zeit, die er dazu braucht. Dieser Bogen ist aber zugleich das Maß für den Winkel ω , um den sich der Körper während desselben Zeitraumes gedreht hat. Die Länge des Kreisbogens, den ein Punkt im Achsenabstande 1 durchläuft, im Verhältnis zu der Zeit, die er dazu verbraucht, ist also zugleich das Maß für die Geschwindigkeit, mit der der *ganze Körper* den Winkel beschrieben hat, d. h. für seine *Winkelgeschwindigkeit*.

Hat der Körper eine ganze Umdrehung gemacht, so hat er den Winkel 2π beschrieben (s. oben). Ist seine Rotationszeit T sec, so beschreibt er also in 1 sec den Winkel $2\pi/T$. In 1 sec beschreibt er aber den Winkel ω — nach der Definition für seine Winkelgeschwindigkeit —, es ist also $\omega = 2\pi/T$. Macht er in 1 sec n Umdrehungen, ist also $T = 1/n$ sec, so ist $\omega = 2\pi \cdot n$. Man nennt n seine Tourenzahl (auch Drehzahl oder Periodenzahl) pro Sekunde.

Nach den früheren Auseinandersetzungen über Gleichförmigkeit der Geschwindigkeit und der Beschleunigung ist klar, was mit Gleichförmigkeit der Winkelgeschwindigkeit und der Winkelbeschleunigung gemeint ist. Dieselben Betrachtungen, die für geradlinige Strecken gelten, gelten hier für Kreisbögen. Beschreibt der Punkt im Achsenabstande 1 cm mit gleichförmiger Winkelgeschwindigkeit in der *Zeiteinheit* immer den Bogen von der Länge ω , so ist ω die Winkelgeschwindigkeit des Körpers. Ist die *Winkelgeschwindigkeit* des Körpers bekannt, so ist auch die Bahngeschwindigkeit jedes Punktes, dessen Achsenabstand bekannt ist, bekannt, nämlich gleich dem Produkt aus ω und diesem Achsenabstand.

Es ist zu unterscheiden zwischen der *Winkelgeschwindigkeit* und der *Bahngeschwindigkeit* eines Punktes. Die Bahngeschwindigkeit ist die Länge des durchlaufenen Bogens $r\omega$ im Verhältnis zu der dazu verbrauchten Zeit t . Die Winkelgeschwindigkeit *irgendeines* Punktes stimmt in jedem Moment mit der Winkelgeschwindigkeit jedes anderen Punktes d. h. *des ganzen Körpers* überein. Die Bahngeschwindigkeit dagegen ist desto größer, je größer r ist, d. h. je weiter der Punkt von der Achse absteht.

57. Zentripetal- und Zentrifugalkraft. Dreht sich der Körper unter der Einwirkung einer Kraft, z. B. im Sinne des Uhrzeigers, so dreht er sich auch, wenn die Kraft zu wirken aufhört, in diesem Sinne weiter, und zwar mit der Winkelgeschwindigkeit, die er in dem Moment hat, in dem die Kraft zu wirken aufhört. Die Drehung mit gleichförmiger Winkelgeschwindigkeit ist also einer Trägheitsbewegung vergleichbar: der Körper behält seinen Bewegungszustand nach Drehungssinn und Winkelgeschwindigkeit bei, wenn ihn nicht eine äußere Kraft daran hindert (was wir ausdrücklich ausschließen). Aber diese quasi-Trägheitsbewegung ist von der *wirklichen* Trägheitsbewegung wesentlich verschieden: die einzelnen Massenpunkte bewegen sich zwar mit gleichförmiger Geschwindigkeit, aber sie bewegen sich nicht geradlinig, sondern *im Kreise*. Da sich aber ein Punkt *anders* als geradlinig *nur* unter der Einwirkung einer Kraft bewegen kann, so müssen wir *annehmen*, daß auf jeden einzelnen Massenpunkt, obwohl seine Geschwindigkeit *gleichförmig* ist, eine Kraft wirkt, die ihn von der geraden Linie ablenkt, die er beschrieben haben *würde*, wenn er seinem Trägheitsvermögen hätte folgen dürfen — und zwar radial ablenkt *zu* dem Zentrum des von ihm beschriebenen Kreises *hin*; man sagt *zentripetal*.

Dem Zwange dieser ablenkenden Kraft setzt aber der Punkt infolge seines Trägheitsvermögens einen Widerstand entgegen, der geradezu in Widerstreit mit der ablenkenden Kraft tritt: er wirkt ihr diametral entgegengesetzt, d. h. er strebt die Annäherung des Massenpunktes an den Mittelpunkt jenes Kreises zu verhindern, er wirkt *auch* radial, aber vom Zentrum *weg*; man sagt: *zentrifugal*. Die *Zentrifugalkraft* — so nennt man den Widerstand gegen die ablenkende Kraft — hat also nur Bedeutung relativ zu der gleichzeitig wirkenden *Zentripetalkraft*, sie ist die Reaktionskraft dazu, wenn man die zentripetale als Aktionskraft ansieht, sie ist, wie stets bei der Aktion und der Reaktion, immer gleichzeitig mit ihr, sie muß also gleichzeitig mit ihr auftreten und gleichzeitig mit ihr verschwinden und muß aus demselben Grunde auch gleich groß sein. Kurz, die Zentrifugalkraft ist eine Kraft, die den Massenpunkt angreift, der Zentripetalkraft an Größe gleich, ihr aber (radial) entgegengesetzt gerichtet ist. Um zu erkennen, worin sie sich äußert, muß man sich die Beziehungen eines Massenpunktes zu dem Zentrum seiner Bahn vergegenwärtigen. Abb. 77 bedeute eine Ebene senkrecht durch die Achse des Körpers, Punkt *C* ihren Schnittpunkt mit der Achse, der Kreis die Bahn eines Massenpunktes, der gebogene Pfeil den Drehungssinn. Der *Massenpunkt* strebt infolge seines Trägheitsvermögens geradlinig auf der Tangente weiterzugehen, das *Zentrum*, als ein Punkt der *festliegenden* Achse, liegen zu bleiben. Beide gehören aber zu demselben starren Körper und können daher ihren Abstand voneinander nicht ändern. — Das Zentrum unterliegt so dem Zwange, *liegen bleiben zu müssen* und seinen Abstand von dem Massenpunkt nicht ändern zu können, der Massenpunkt dem Zwange, seinen Abstand vom Zentrum nicht ändern zu können und doch *vorwärts gehen zu müssen*. Der umlaufende Massenpunkt strebt daher das Zentrum (unter Einhaltung seines ursprünglichen Abstandes von ihm) zu verschieben.

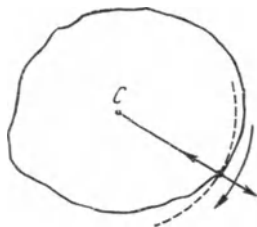


Abb. 77. Gleichzeitigkeit der Zentripetal- und der Zentrifugalkraft.

Die Zentrifugalkraft strebt aber auch — man darf ja ihren Angriffspunkt an irgendeinen Punkt ihrer Richtung verlegt denken — die Massenpunkte, die zwischen dem umlaufenden Punkte und dem Zentrum liegen, und den umlaufenden Punkt selber von dem Zentrum zu entfernen. Sie tritt so in Wettbewerb mit den Kräften, die die Starrheit des Körpers bedingen und seine *Kohäsion* bestimmen. Wäre der Körper vollkommen starr, so würde seine Starrheit die Zentrifugalkraft völlig wirkungslos machen, aber ein vollkommen starrer Körper existiert nicht. Die Massenpunkte verschieben sich daher unter der Einwirkung einer genügend großen Zentrifugalkraft mehr oder weniger, d. h. der Körper gibt nach, er verzerrt sich, er kann sogar zerreißen. Wir können uns diese für die Drehung des starren Körpers wesentlichen Kräfte (Zentripetalkraft, Zentrifugalkraft, Angriff auf das Zentrum, Wettbewerb mit den Kohäsionskräften) *sinnfällig* an einem Vorgang vergegenwärtigen, der zwar von der Starrheit absieht, aber die *wesentlichen* Punkte des Drehungsvorganges verwirklicht enthält. Schwingt man mit der Hand einen schweren Körper an einer Schnur im Kreise, Abb. 78, so strafft sich die Schnur, sie verändert ihre Form infolge des zentrifugalen Zuges, und die Hand fühlt einen Zug zu dem Körper hin. Sie muß sich anstrengen und stark



Abb. 78. Gleichzeitigkeit der Zentripetal- und der Zentrifugalkraft.

dem Zentrum liegen, und den umlaufenden Punkt selber von dem Zentrum zu entfernen. Sie tritt so in Wettbewerb mit den Kräften, die die Starrheit des Körpers bedingen und seine *Kohäsion* bestimmen. Wäre der Körper vollkommen starr, so würde seine Starrheit die Zentrifugalkraft völlig wirkungslos machen, aber ein vollkommen starrer Körper existiert nicht. Die Massenpunkte verschieben sich daher unter der Einwirkung einer genügend großen Zentrifugalkraft mehr oder weniger, d. h. der Körper gibt nach, er verzerrt sich, er kann sogar zerreißen. Wir können uns diese für die Drehung des starren Körpers wesentlichen Kräfte (Zentripetalkraft, Zentrifugalkraft, Angriff auf das Zentrum, Wettbewerb mit den Kohäsionskräften) *sinnfällig* an einem Vorgang vergegenwärtigen, der zwar von der Starrheit absieht, aber die *wesentlichen* Punkte des Drehungsvorganges verwirklicht enthält. Schwingt man mit der Hand einen schweren Körper an einer Schnur im Kreise, Abb. 78, so strafft sich die Schnur, sie verändert ihre Form infolge des zentrifugalen Zuges, und die Hand fühlt einen Zug zu dem Körper hin. Sie muß sich anstrengen und stark

nach innen (zentripetal) ziehen, um nicht selber nach außen (zentrifugal) gerissen zu werden. Schwingt man den Körper schneller und schneller, macht man also die Zentripetalkraft größer und größer, so wird auch die Zentrifugalkraft immer größer. Der Zug, den die Hand spürt, wird immer größer, die Schnur immer straffer, und endlich reißt sie, die Kreisbewegung und der Zug an der Hand enden im *selben* Moment, und der Körper fliegt davon.



Abb. 79. Zentrifugalregulator der Dampfmaschine.

Zur Veranschaulichung der Zentrifugalkraft. Hat die Schnur die Länge des Sekundenpendels [78.] und umkreist der Körper die Hand zehnmal in der Sekunde, so wird die Schnur 400 mal so stark beansprucht, wie wenn der Körper an ihr hängt. Die Zentrifugalkraft ist (S. 68)

$$F = 4\pi^2 \cdot \frac{r m}{T^2}.$$

Ist die Länge des

Sekundenpendels l , so ist $r = l$ zu setzen. Ist das Gewicht des Körpers P , so ist $m = P/g$ zu setzen, und da $g = \pi^2 l$ ist (nach der Pendelgleichung), ist $m = P/\pi^2 l$. Ist ferner $T = 1/10$ Sekunde, so ist schließlich $F = 400 P$. Wird also die Rotationsgeschwindigkeit groß genug, so wird die Zentrifugalkraft

stets so groß werden, daß sie die Kohäsionskräfte des Körpers überwindet, d. h. ihn zerreißt.

Zwischen dem starren Körper, den die Zentrifugalkraft gar nicht verändert, und dem Körper, den sie zerreißt, steht der Körper, den sie nur auseinanderzerrt, deformiert. Ein gutes Beispiel dafür — wenigstens in den wesentlichen Punkten — bietet der Zentrifugalregulator der Dampfmaschine, den JAMES WATT (1784) erfunden hat, um den Dampfzufluß zu der Maschine zu regeln, Abb. 79. Der vertikal angeordneten Welle sind mit leicht beweglichen Gelenken Arme angegliedert, die unten in schweren Kugeln enden; dreht sich die Welle mit angemessener Geschwindigkeit, so entfernen sich die Kugeln zentrifugal von ihr. Die sich hebenden Arme ziehen eine auf der Welle verschiebbare Hülse mit sich und betätigen auf diese Weise das Dampfventil, das durch ein Gestänge mit der Hülse verbunden ist. — Die Auseinanderzerrung durch die Zentrifugalkraft wird besonders anschaulich an einer Flüssigkeitskugel. Eine Flüssigkeit, die dem Einfluß der Schwerkraft entzogen ist und sich vollkommen in Ruhe und Gleichgewicht befindet, bildet eine Kugel [111.]. Läßt man eine solche Kugel um eine ihrer Achsen rotieren, Abb. 80, z. B. Kugeln aus Olivenöl, die (PLATEAUScher Versuch) in einem bestimmten Gemisch aus Alkohol und Wasser schweben, so verwandelt sich die Kugel in ein Ellipsoid. Die aus der Rotation entspringenden Zentrifugalkräfte treten in Konkurrenz mit den sehr geringen Kohäsionskräften, die die Flüssigkeit zusammenhalten, und bringen die Umformung zustande, indem sie die einzelnen Massenpunkte von der Achse weg nach außen treiben. Unter den Punkten, die auf einem Meridian der Kugel liegen — jeder Meridian verwandelt sich während des Rotierens aus einem Kreise in eine Ellipse — werden die am Äquator liegenden am weitesten nach außen getrieben, die an den Polen liegenden gar nicht. Die zwischen Äquator und Pol liegenden je ihrem Abstände von der Achse entsprechend weit (das hängt mit der Größe der Zentrifugalkraft an den einzelnen Punkten zusammen). Die Kugel wird also senkrecht zur Achse auseinandergezerrt. Infolgedessen nähern sich die Pole einander, die Kugel plattet sich an den Polen ab und geht in das Rotationsellipsoid über (die Erde, der Mond, die Planeten sind alle fast kugelförmig, sind aber an den Polen abgeplattet. Man schließt daraus, daß sie früher einmal plastisch gewesen sind.) — Ähnlich erklärt sich die Umformung der Oberfläche einer Flüssigkeit in einem Gefäß, das um seine vertikale Achse rotiert, Abb. 81. Die

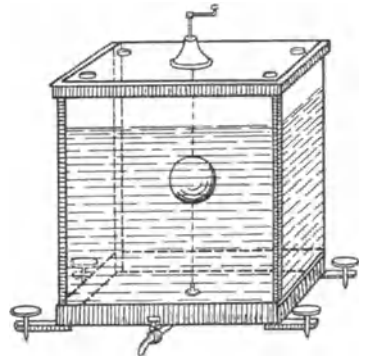


Abb. 80. Anordnung des Versuches von PLATEAU zur Rotation einer Flüssigkeitskugel.

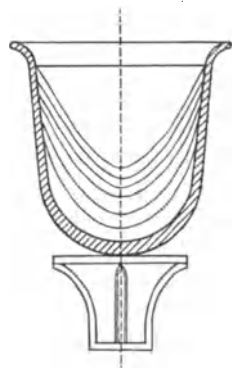


Abb. 81. Umformung der Oberfläche einer Flüssigkeit infolge der Rotation des Flüssigkeitsbehälters.

ursprünglich horizontale freie Oberfläche der Flüssigkeit formt sich bei der Rotation zu einem Paraboloid um (mit der Drehungsachse als Symmetrieachse). Die Kraft, die jeden ihrer Punkte angreift, ist die Resultierende aus der Zentrifugalkraft und der Schwerkraft. Die Oberfläche muß sich so formen, daß sie in jedem ihrer Punkte senkrecht zu der sie dort angreifenden Kraft steht. Nur dann ist die Oberfläche beständig; hätte die Kraft eine dazu senkrechte Komponente (tangential) so würde die Flüssigkeit dieser folgen, so lange, bis die Oberfläche zu der herrschenden Kraft senkrecht steht.

In einem Körper, der um eine durch ihn hindurchgehende Achse rotiert — gleichviel ob seine Kohäsion groß oder klein ist — sind die umlaufenden Punkte stets körperlich mit dem Zentrum verbunden. Die Zentrifugalkraft muß sich stets an dieser verbindenden Brücke äußern. Wir werden aber auch Drehungen kennen lernen, in denen zwar eine anziehende Kraft zwischen dem Zentrum und den umlaufenden Punkten wirkt, aber, wie z. B. bei dem Umlauf des Mondes um die Erde, keine materielle Verbindung wahrnehmbar ist. Wir kommen bei den betreffenden Bewegungsvorgängen darauf zurück.

58. Größe der Zentripetalkraft und der Zentrifugalkraft. Um die Größe der Zentripetalkraft zu berechnen, geht man davon aus, daß (vgl. S. 65) die Zentripetalkraft den Massenpunkt von der Geraden

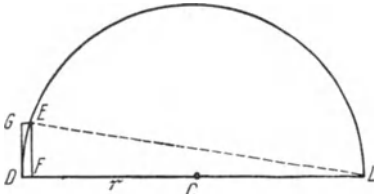


Abb. 82. Zur Berechnung der Zentripetalbeschleunigung.

den Massenpunkt von der Geraden wegzieht, die er beschrieben haben würde, wenn er seinem Trägheitsvermögen hätte folgen können. Würde dieser Zug in dem Moment aufgehoben, in dem der Massenpunkt in D ankommt, so würde sich der Punkt von D aus auf der Tangente mit der Geschwindigkeit, die er in D hat, fortbewegen. Aber da der Zug fortbesteht, wird er von ihr abgelenkt und geht auf dem Kreise weiter.

Aus der Größe seiner Ablenkung während eines Zeitraumes t kann man die Größe der Zentripetalkraft berechnen.

Der Massenpunkt stehe von der Achse um r ab, die Winkelgeschwindigkeit ist gleichförmig und gleich ω , seine Bahngeschwindigkeit ist dann $v = r \cdot \omega$, das ist also die Geschwindigkeit, mit der er (Abb. 82) von D aus tangential gleichförmig weiterzugehen strebt. Geht er während des Zeitabschnittes t von D bis E, so ist der Bogen DE gleich $t \cdot v$ (weil er in der Zeit 1 die Strecke v zurücklegt). Der Zeitabschnitt t sei so klein, daß der Bogen DE als mit der Sehne DE identisch gelten darf, dann ist die Sehne $DE = t \cdot v$. Die Abweichung von der Tangente während t ist die Strecke GE, oder auch, wenn man durch E eine Parallele zu GD zieht, DF (= GE). Die Kraft, die diese Abweichung bewirkt, sie heiße F, wirkt dauernd auf den Massenpunkt, also beschleunigend. Der Punkt habe die Masse m , er erfährt dann die Beschleunigung F/m , legt also während t die Strecke $\frac{1}{2} \cdot \frac{F}{m} \cdot t^2$ zurück. Das ist die GE gleiche Strecke DF.

Nach einem bekannten Satze der Planimetrie ist $\overline{DE}^2 = 2r \cdot DF$, also $v^2 t^2 = 2r \cdot \frac{1}{2} \frac{F}{m} t^2$, also $F = m \frac{v^2}{r}$, oder da $v = r\omega$ ist, ist $F = m r \omega^2 = \frac{4\pi^2}{T^2} m r$, wenn man (S. 64) die Rotationszeit T einführt und berücksichtigt, daß ein Punkt im Achsenabstande r in der Zeit T den Weg $2\pi r$, in der Zeit 1 also den Weg $2\pi \frac{r}{T}$ zurücklegt, der Weg in der Zeit 1 aber auch durch $r\omega$ angegeben wird, also $r\omega = 2\pi \frac{r}{T}$ ist. Die Größe der Zentripetalkraft, die den Massenpunkt in der Kreisbahn erhält, hängt also von der Masse, dem Kreisradius, d. h. dem Achsenabstande, und der Geschwindigkeit des Punktes ab.

59. Erhaltung der Rotationsbahn und der Drehachse. Die hier beschriebene Bewegung ist eine quasi-Trägheitsbewegung, jeder einzelne Massenpunkt behält daher infolge seines Trägheitsvermögens nicht nur seine Geschwindigkeit bei, sondern auch, weil die Zentrifugalkraft unverändert bleibt, seine Kreisbahn, er strebt infolgedessen auch danach, die Lage der dazu gehörenden Drehungsachse im Raume unverändert zu erhalten. Da die Massenpunkte des starren Körpers sich alle um dieselbe Achse drehen, so streben sie sämtlich, dieselbe Achse im Raume unverändert zu erhalten. Ist es dann überhaupt nötig, die Achse im Raume künstlich festzuhalten, wenn der Körper in Drehung ist und keine äußere Kraft auf ihn wirkt? — Die Zentrifugalkraft versucht das Bahnzentrum (S. 66) oder vielmehr, da dieses ein Punkt der Achse ist, die Achse zu verschieben. Solange A und B (Abb. 34) festgehalten werden, ist die Verschiebung unmöglich, aber die Zentrifugalkraft ist als Zug an der Achse tätig (auch nachweisbar, wie z. B. in dem in Abb. 78 beschriebenen Falle). Der Zug, den sie ausübt, wirkt senkrecht zur Achse, denn ihre Richtung fällt ja in den Radius der Kreisbahn, und diese steht senkrecht zur Achse (S. 47). Denkt man sich die Spitze, die den Körper in B hält, beseitigt, so erkennt man, daß z. B. die an C ziehende Zentrifugalkraft die Achse um A zu drehen, d. h. den Körper umzuwerfen strebt; man erkennt aber auch, daß das verhindert wird, wenn *gleichzeitig* in C eine der ersten entgegengesetzt gerichtete gleich große Kraft angreift. Nun zeigt der Ausdruck $m r \omega^2$ (der ja auch die Größe der Zentrifugalkraft angibt, da sie der Zentripetalkraft gleich ist), daß Massenpunkte, die gleich große Massen m und gleich große Abstände r von der Achse haben, gleich große Zentrifugalkraft ausüben (die Winkelgeschwindigkeit ω ist ja für alle Massenpunkte desselben Körpers dieselbe). Liegen also zwei Massenpunkte von gleicher Masse gleich weit von der Achse, und zwar so, daß ihre Verbindungsgerade die Achse senkrecht schneidet, liegen sie z. B. an den entgegengesetzten Enden des Diameters eines Kreises, wie M_1 und M_2 (Abb. 83), so heben ihre Zentrifugalkräfte einander auf. Sind daher die Form und die Verteilung der Masse des Körpers derartig symmetrisch zur Achse, daß auf *jeder* durch die Achse gehenden Senkrechten *jedem* Massenpunkt auf der *einen* Seite (von der Achse aus gerechnet) ein gleich großer in dem *gleichen* Abstände auf der *entgegengesetzten* Seite entspricht, so heben die Zentrifugalkräfte je zweier derartig symmetrischen Punkte — und andere kommen ja um diese Achse herum nicht vor — einander auf. Um eine solche *Symmetrieachse* können die Zentrifugalkräfte gar keine Wirkung äußern; und man darf, immer vorausgesetzt, daß die Achse vertikal (S. 47, unten) steht und keine äußere Kraft auf den Körper wirkt, die obere Spitze entfernen, ohne daß die Achse, sie heißt dann eine *freie* Achse, umfällt. Der starre Körper wird dann nur noch an *einem* Punkte festgehalten, er tanzt als *Kreisel* auf seiner Spitze.

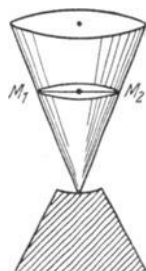


Abb. 83.
Kräftefrei rotierender, Kreisel.

60. Drehung eines starren Körpers um einen festen Punkt. Kreisel. Was geschieht, wenn eine äußere Kraft auf den Körper wirkt? Nur einen besonderen Fall beschreiben wir, der jedem bekannt ist und der zugleich erkennen läßt, warum wir vorausgesetzt haben, daß die Achse vertikal steht. Steht ein tanzender Kreisel schief (Abb. 84), so fällt er nicht sofort um, sondern er dreht sich weiter. Seine Achse beschreibt dabei um die Vertikale einen Kegelmantel, dessen Spitze der festgehaltene Punkt ist. Allmählich wird die Drehung langsamer, die Abweichung der Achse von der Vertikalen *dabei immer größer*, schließlich hört die Drehung ganz auf, und der Kreisel fällt um — die Folge der Einwirkung äußerer Kräfte auf den Kreisel. Die Luft setzt der Drehung des Körpers Widerstand entgegen und verlangsamt allmählich die Winkelgeschwindigkeit, und ebendahin wirkt die

Reibung der Spitze an der Unterlage. Diese Verminderung der Geschwindigkeit, die alle Massenpunkte gleichmäßig trifft, *vermindert* das Bestreben, die *Achse* zu erhalten. Sobald die Achse nur im geringsten abweicht, *übt* die Schwerkraft eine drehende Kraft auf den Körper aus — an einem Hebelarm, der dem Abstände des Schwerpunktes vom Unterstützungspunkte entspricht, denn der Schwerpunkt eines derartig symmetrischen Körpers liegt in der Achse. Die daraus resultierende Bewegung besteht darin, daß die Achse (d. h. der Kreisel) zwar nicht umfällt, wie es die Schwerkraft allein bewirken würde, und auch nicht im Raume erhalten bleibt, wie es das Trägheitsvermögen allein bewirken würde, sondern daß sie (Abb. 84) einen Kegelmantel beschreibt. Man nennt diese Bewegung die *Präzession* der Achse. Die mit ihr im allgemeinen verbundene Schwankung des Kegelwinkels heißt *Nutation*. [Auch die Erde ist ein Kreisel, eine Umdrehung dauert einen Tag, ein Präzessionsumlauf der Achse 26 000 Jahre, in dieser Zeit geschehen 14 000 äußerst kleine Nutationen (ca. 8'').]

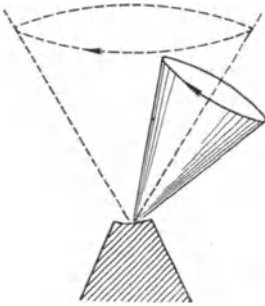


Abb. 84. Präzession der Achse des rotierenden Kreisels als Wirkung der Schwerkraft. Die Kreiselachse beschreibt einen Kegelmantel um die Vertikale.

61. Freie Rotationsachsen. Die Bewegungserscheinungen von Körpern, die um *freie* Achsen rotieren, während äußere Kräfte die Lage der Achsen im Raume ändern, wie z. B. bei der Bewegung der Kreiselachse, sind außerordentlich verwickelt und ohne höhere Mathematik nur unvollkommen zu beschreiben. Jede Symmetrieachse kann eine *freie* Achse werden. Aber auch

in einem Körper, der *keine* Symmetrieachse besitzt, gibt es freie Achsen. Es läßt sich beweisen, daß jeder Körper mindestens drei hat, die sämtlich durch den Schwerpunkt gehen und senkrecht aufeinander stehen.

Aus dem Vermögen rotierender Körper, die Richtung der freien Rotationsachse zu erhalten, erklärt sich auch, warum symmetrisch gebaute Körper, z. B. ein Reifen, ein Rad, ein Zweirad, eine Münze, vertikal auf den Rand gestellt, um die horizontale Symmetrieachse fortgerollt werden können ohne umzufallen: solange die Rotationsebene vertikal ist, ist der Schwerpunkt vertikal unterstützt und die Schwerkraft ohne Einfluß auf die Achsenrichtung; die Trägheit der einzelnen Massenpunkte kommt ungehindert zur Wirkung, und die Achse, die ursprünglich horizontal war, *bleibt* es auch. In der Technik wendet man den Kreisel vielfach an: beim Torpedo, um den Geradlauf zu erzielen, auf Schiffen, um die Roll- und Stampfbewegungen zu vermindern, als Schiffskreisel, neuerdings aber ganz besonders als Kompaß (Kreiselkompaß).

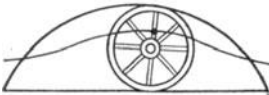


Abb. 85. Entstehung der Zykloide.

Wenn sich ein Körper um eine freie Achse dreht, diese Achse aber selbst eine Bewegung ausführt, beschreiben die einzelnen Massenpunkte natürlich *nur in bezug auf die freie Achse* Kreisbahnen. Z. B. die Punkte eines rollenden Rades beschreiben Kreise *in bezug auf die Radachse*, aber in bezug auf die *Horizontalebene*, auf der das Rad rollt, Zykloiden (Abb. 85).

c) Planetenbewegung. — Allgemeine Massenanziehung.

62. Zentralbewegung (Planetenbewegung). KOPERNIKUS UND KEPLER. Solange der Punkt mit der Achse starr verbunden ist, kann er keine andere Bahn beschreiben als einen Kreis. Wird aber die Verbindung während der Drehung unterbrochen, so fliegt er in der Tangente davon, wie der im Kreise geschwungene Stein, wenn die Schnur reißt. Würde der Stein, *obwohl* sie zerrissen ist, *fortfahren* sich um die Hand zu bewegen, so müßten wir die Ursache dafür in einer

Kraft suchen, die ihn von der Tangente weg und zur Bewegung um die Hand zwingt. Würde der Stein von der Masse m weiter einen Kreis vom Radius r mit gleichförmiger Geschwindigkeit in der Zeit T um sie beschreiben, so würden wir, gestützt auf die bereits erlangte Kenntnis, sagen, „der Stein bewegt sich, wie wenn die Hand eine Zentripetalkraft von der Größe $4\pi^2 rm/T^2$ auf ihn ausübte“. — Das würden wir aber nur *dann* sagen können, wenn der Stein in der Zeit T einen *Kreis* beschriebe, und zwar mit *gleichförmiger* Geschwindigkeit. Ohne eine starre Verbindung zwischen ihm und der Hand könnte er, wenn er sich überhaupt um sie bewegte, irgendeine andere ebene Bahn beschreiben. Wir würden dann zwar immer noch eine Kraft zwischen ihm und ihr als Ursache seiner Bewegung um sie als Zentrum ansehen — man nennt eine solche Bewegung *Zentralbewegung*. Um aber über Größe und Richtung der Kraft etwas sagen zu können, müßten wir erst die Form der Bahn kennen, die er beschreibt, und seine Geschwindigkeit oder seine Geschwindigkeitsänderung, während er sie durchläuft, denn bisher kennen wir Größe und Richtung der Zentripetalkraft nur an der *gleichförmigen Kreisbewegung*.

Zentralbewegungen, d. h. Bewegungen von Körpern um einen anderen als Zentrum, ohne daß eine sichtbare Verbindung mit ihm besteht, sind z. B. die Bewegungen der Planeten. KOPERNIKUS (1473—1543) erklärte die täglich beobachtete Wanderung der Gestirne *um die Erde*, die von der Erde aus beobachteten Bewegungen der Planeten gegeneinander und gegen die Sonne, den Auf- und den Untergang der Gestirne über resp. unter den Horizont u. a. m. als eine Folge der *Drehung der Erde* um einen ihrer Durchmesser als Achse (Rotation) und als eine Folge der *Bewegung der Erde* und der anderen Planeten *um die Sonne* als Zentrum (Revolution). Er hielt die Planetenbahnen für exzentrische Kreise um die Sonne. Aber KEPLER (1571—1630) entdeckte, gestützt auf TYCHO BRAHES (35 Jahre lang ausgeführte) Beobachtungen der Marsstellungen, daß die Marsbahn eine Ellipse sei, und daß in dem einen Brennpunkt der Ellipse die Sonne stehe.

63. Erstes KEPLERSches Gesetz. (Form der Planetenbahnen.) Er fand bald darauf, daß für die übrigen Planeten dasselbe gilt, nämlich: *Alle Planeten bewegen sich um die Sonne in Ellipsen; allen diesen Ellipsen ist ein Brennpunkt gemeinsam, und in diesem gemeinsamen Brennpunkt steht die Sonne.* (Erstes KEPLERSches Gesetz.)

Die *Ellipse* (Abb. 86) ist eine ebene Kurve, die z. B. dann entsteht, wenn ein Kegel, dessen Querschnitt *senkrecht* zur Achse ein *Kreis* ist, *schief* zur Achse und den Seiten von einer Ebene durchschnitten wird (Abb. 87). Charakteristisch für die Ellipse ist die Beziehung jedes ihrer Punkte zu ihren zwei *Brennpunkten* (S und S'), zwei Punkten, die auf der längsten Ellipsensehne, der *großen Achse*, liegen, gleich weit von der Achsenmitte C , dem *Mittelpunkt der Ellipse*. Für jeden Punkt der Ellipse hat die Summe seiner Abstände von den Brennpunkten dieselbe Größe; es ist

$$mS + mS' = nS + nS' = pS + pS' = \dots$$

Die ovale Form der Ellipse zeigt, daß bei der Bewegung in einer Ellipse der Planet der Sonne S bald näher und bald ferner steht, daß er in A , dem der Sonne fernerer Endpunkte der großen Achse, den größten Abstand (Aphel), an dem anderen, P , den kleinsten Abstand (Perihel) von der Sonne hat. Bedeutet $r (= CA = CP)$ die *halbe große Achse* und $e (= CS = CS')$ den Abstand eines Brennpunktes, also auch den Abstand der Sonne S von C , der Achsenmitte, so ist der größte Abstand des Planeten von der Sonne $r + e$, der kleinste $r - e$, also der *mittlere* gleich r , d. h. gleich der halben großen Achse.

Der Abstand $SC (= S'C)$ der Brennpunkte vom Mittelpunkt bestimmt die *Ovalität* der Ellipse. Je kleiner er im Verhältnis zur halben großen Achse ist, also je kleiner e/r ist, die *Exzentrizität*, desto ähnlicher ist sie dem Kreise und desto kleiner auch der Unterschied

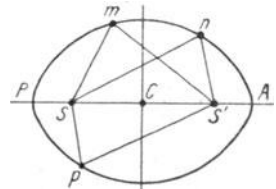


Abb. 86. Ellipse. Es ist $mS + mS' = nS + nS' = pS + pS'$ usw.

zwischen dem *größten* Abstände $r + e$ (resp. dem kleinsten $r - e$) und dem mittleren Abstand r der Planeten von der Sonne. Desto kleiner ist auch der Fehler, den man begeht, wenn man den (veränderlichen) Abstand eines Planeten von der Sonne stets durch seinen

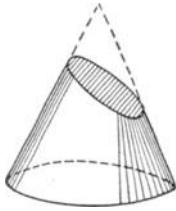


Abb. 87. Eine Ebene durch den Kreiskegel schief zur Achse und zu den Seiten schneidet den Mantel in einer Ellipse (perspektivisch) (vgl. Abb. 15).

mittleren Abstand r ersetzt denkt, also den Planeten auf einem Kreise mit dem *mittleren* Abstand r als Radius um die Sonne als Zentrum gehend denkt. Die meisten Planetenbahnen weichen so wenig von Kreisen ab (am meisten die Merkurbahn, am wenigsten die Venusbahn), daß man sie, wenn es sich nicht um astronomische Rechnungen handelt, durch Kreise ersetzt denken darf. — Die Exzentrizität ist z. B. für Merkur: 0,2056; Venus: 0,0068; Erde: 0,0167. Das bedeutet: Der Abstand Brennpunkt—Mittelpunkt der Ellipse beträgt für Merkur 20 %, für Venus 0,6 %, für die Erde 1,67 % der halben großen Achse, oder auch: der Unterschied zwischen dem kleinsten und dem größten Abstand Planet—Sonne, ausgedrückt in Prozenten des größten Abstandes beträgt für Merkur 40 %, Venus 1,2 %, die Erde 3,34 %. Die mittleren Abstände Planet—Sonne betragen für Merkur 58, Venus 108, Erde 149 Millionen Kilometer.

64. Zweites KEPLERSCHES GESETZ. (Geschwindigkeit der Planeten.) Bei der Untersuchung, ob der Mars seine Bahn gleichförmig schnell durchläuft — d. h. ob er in gleich großen Zeiträumen gleich große Bogen beschreibt — oder nicht, entdeckte KEPLER ein zweites Gesetz, das er ebenfalls für alle Planeten geltend

fand. Er fand (Abb. 88): Sind \widehat{AB} , \widehat{CD} , \widehat{EF} Bogen, die der Planet in gleich großen Zeiträumen durchläuft, dann ist der Sektor SAB gleich dem Sektor SCD gleich dem Sektor SEF usw. Das ist das *zweite KEPLERSCHE GESETZ*. In Worten: *In gleichen Zeitabschnitten überstreicht der Radiusvektor — die Gerade von der Sonne zu dem Planeten — gleiche Flächenräume — die Ellipsensektoren.* Diese

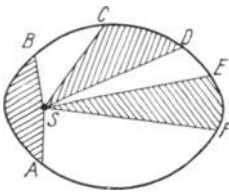


Abb. 88. Zum zweiten KEPLERSCHEN GESETZ (Flächensatz). Die Sektoren SAB , SCD , SEF sind einander gleich.

Tatsache beantwortet die Frage, ob der Planet die Ellipsenbahn mit gleichförmiger Geschwindigkeit zurücklegt oder nicht. Die Form der Ellipse zeigt, daß, wenn SEF an Fläche gleich SAB sein soll, \widehat{AB} größer sein muß als \widehat{EF} (weil SE und SF länger sind als SA und SB). Da nun der Planet der Beobachtung nach \widehat{EF} und \widehat{AB} in *gleichen* Zeitabschnitten durchlaufen hat, so muß er den Bogen \widehat{AB} (er liegt der Sonne näher als \widehat{EF}) schneller durchlaufen haben als \widehat{EF} ; d. h. der Planet bewegt sich mit *ungleichförmiger* Geschwindigkeit, mit desto *größerer*, je *näher* er der Sonne ist.

65. Gegenseitige „Anziehung“ der Sonne und der Planeten. Entstehung des Planetensystems. Denkt man

sich die Ellipsenbahnen durch Kreise ersetzt (s. oben), so treten an die Stelle der Ellipsensektoren *Kreissektoren*. Zu gleich großen *Kreissektoren* gehören aber stets gleich große *Kreisbögen*. Man muß dann also auch die Annahme machen, daß der Planet in gleich großen Zeitintervallen gleich große *Kreisbögen* beschreibt, d. h. die *ungleichförmige* Geschwindigkeit in der Ellipse durch eine *gleichförmige* in der angenommenen *Kreisbahn* ersetzt denken. Die Planeten und die Sonne sind im Verhältnis zu ihren Abständen voneinander so klein, daß sie im Vergleich dazu wie Punkte erscheinen. (Der Durchmesser der Sonne ist z. B. rund der 108. Teil des mittleren Abstandes der Erde von ihr, und ihr Rauminhalt etwa 1 300 000 mal so groß wie der der Erde.) Der Planet in der angenommenen *Kreisbahn* um die Sonne ist dann *anzusehen* als ein materieller Punkt, der um einen anderen als Zentrum mit *gleichförmiger* Geschwindigkeit einen Kreis beschreibt. — genau wie ein außerhalb der Achse liegender Punkt des rotierenden starren Körpers um sein Bahnzentrum.

Wir ziehen daher aus der Bewegung der Planeten in einer Kreisbahn dieselben Schlüsse, die wir aus der gleichförmigen Kreisbewegung der Punkte eines starren Körpers gezogen haben, d. h. wir müssen annehmen: 1. daß sich der Planet tangential zur Kreisbahn vom Zentrum der Kreisbahn zu entfernen sucht; 2. daß er daran verhindert wird, weil er von einer nach dem Zentrum gerichteten Kraft angegriffen wird; 3. daß er dem Zwange, den diese nach dem Zentrum gerichtete Kraft auf ihn ausübt, eine gleich große und entgegengesetzt gerichtete Kraft entgegensetzt. Woher er seine (tangentielle) Bewegung hat, wissen wir nicht. Die KANT-LAPLACESCHE Hypothese von der Entstehung des Planetensystems (KANT 1755, LAPLACE 1796) versucht die Frage zu beantworten.

Die *Nebularhypothese* von KANT und von LAPLACE folgt für die Glieder des Planetensystems einen einheitlichen Ursprung aus der Ähnlichkeit ihrer Bewegungen, aus der kleinen Exzentrizität ihrer Bahnen und aus den geringen Neigungen ihrer Bahnen gegeneinander — sowohl der Planeten wie ihrer Monde. Die Stoffe, die jetzt das Planetensystem bilden, existierten ihr zufolge als ein linsenförmiger Nebel aus sehr verdünntem Gas, der ursprünglich infolge außerordentlich großer Temperatur als Atmosphäre der Sonne noch über die (gegenwärtige) Bahn des entferntesten Planeten hinausreichte. Dieser Nebel rotierte um eine auf den jetzigen Planetenbahnen senkrechte Achse. Das Gas kühlte sich *von der Oberfläche* aus ab: dadurch wurde es *in der Mitte* dichter. Infolge seiner Kontraktion stieg seine Rotationsgeschwindigkeit (nach dem Gesetz von der Erhaltung des Rotationsmomentes oder der Flächen), und seine Randteile trennten sich von den der Achse näheren Teilen als ein Ring ab (s. S. 67, PLATEAUSCHER Versuch). Weitere Abkühlung bewirkte *weitere* Kontraktion, *noch* größere Rotationsgeschwindigkeit und die Lostrennung eines zweiten Ringes. Die Ringe zerrissen dann und ballten sich zu Planeten zusammen, während der zentrale Kern die Sonne bildete. Die Hypothese beruft sich zu ihrer Unterstützung auf die Ringe des Saturn und auf die Entstehung der Monde als Wiederholung des Sonnensystems im kleinen. Eine Entwicklung, die der von der Nebularhypothese angenommenen im allgemeinen ähnelt, wird auch heute noch als für die Entstehung des Planetensystems für ziemlich wahrscheinlich gehalten.

Wir wissen auch nicht, wodurch die Kraft auf den Planeten übertragen wird, die ihn hindert, seinem Trägheitsvermögen zu folgen. Aber wir müssen schließen¹⁾, daß diese Kraft stets nach der Sonne hin gerichtet ist, und darum sehen wir die Sonne als Ursache der Zentralbewegung der Planeten an, als den Sitz einer „anziehenden“ Kraft, die die Planeten hindert, sich ins Unendliche von ihr zu entfernen. Dann müssen wir auch die Sonne als den Angriffspunkt der von den Planeten auf das Zentrum (in dem ja die Sonne steht) ausgeübten Kraft ansehen. Das heißt, wir schließen aus der Zentralbewegung der Planeten um die Sonne auf eine *gegenseitige* „Anziehung“ der Sonne und der Planeten, die beiderseits gleich stark ist. Die Größe der Kraft (die der Zentripetal- und der Zentrifugalkraft vergleichbar ist) wird durch $F = 4\pi^2 \cdot \frac{m r}{T^2}$ ausgedrückt, wenn T die Umlaufzeit, m die Masse, r (der mittlere Abstand, d. i. die halbe große Ellipsenachse) den Radius der Kreisbahn des Planeten bedeuten. — Die Größe der Kraft, die der Planet von der Sonne erfährt, hängt also, abgesehen von seiner Masse m und seinem Abstände r von der Sonne, *anscheinend* auch von seiner Umlaufzeit T ab.

66. **Drittes KEPLERSCHES GEsETZ (Umlaufzeit der Planeten). Größe der Anziehungskraft der Sonne auf die Planeten.** Aber von der Umlaufzeit hängt sie, wie sich sofort zeigen wird, *nur scheinbar* ab. Wären die Planeten mit der Sonne starr verbunden, so müßten *alle*, wie die Punkte eines starren rotierenden Körpers, ihre Bahnen in derselben Umlaufzeit T durchlaufen. Sie sind aber frei beweglich, und jeder hat eine andere Umlaufzeit, wie die Beobachtungen lehren, und zwar eine desto größere, je größer sein mittlerer Ab-

1) Dieser Schluß folgt nicht nur unter der Annahme der Planetenbahn als Kreisbahn, sondern (NEWTON) auch für die (tatsächliche) Ellipsenbahn.

stand von der Sonne ist. In dem Ausdruck für die Zentripetalkraft hat daher T für jeden Planeten einen anderen Wert.

Sind m_1 und m_2 die Massen, r_1 und r_2 die mittleren Abstände, T_1 und T_2 die Umlaufzeiten zweier Planeten, die wir (1) und (2) nennen wollen, so wirkt auf (1) die Zentripetalkraft $F_1 = 4\pi^2 \cdot \frac{m_1 r_1}{T_1^2}$ und auf (2) die Kraft $F_2 = 4\pi^2 \cdot \frac{m_2 r_2}{T_2^2}$.

Wie sich die beiden Kräfte der Größe nach zueinander verhalten, erfährt man durch Division der ersten Gleichung durch die zweite. Es ist:

$$\frac{F_1}{F_2} = \frac{m_1}{m_2} \cdot \frac{r_1}{r_2} \cdot \frac{T_2^2}{T_1^2}.$$

Zwischen den Umlaufzeiten T und den mittleren Abständen r entdeckte aber KEPLER die Gleichung $\frac{T^2}{r^3} = \frac{r_2^3}{r_1^3}$, d. h. die Quadrate der Umlaufzeiten verhalten sich wie die Kuben der mittleren Abstände von der Sonne (drittes KEPLERSches Gesetz). Zwischen den entsprechenden Zahlen für die Erde und für die Venus besteht z. B. die Gleichung

$$\left(\frac{T_{\text{Erde}}}{T_{\text{Venus}}}\right)^2 = \left(\frac{r_{\text{Erde}}}{r_{\text{Venus}}}\right)^3.$$

Man darf also $\frac{T_2^2}{T_1^2}$ durch $\frac{r_2^3}{r_1^3}$ ersetzen und findet so $\frac{F_1}{F_2} = \frac{m_1}{m_2} \cdot \frac{r_2^2}{r_1^2}$, d. h. unabhängig von den Umlaufzeiten T_1 und T_2 . Schreibt man diese Gleichung in der Form

$$\frac{F_1}{m_1} = \frac{F_2}{m_2} \cdot \frac{r_1^2}{r_2^2}$$

und vergegenwärtigt man sich, daß (1) und (2) zwei beliebige Planeten bedeuten, so erkennt man, daß dieselbe Gleichung auch für je zwei andere beliebige Planeten gilt, also der Bruch F/r^2 für jeden Planeten dieselbe Größe hat. Nennen wir sie μ , so ist

$$\frac{\text{Zentripetalkraft zur Sonne}}{\text{Masse des Planeten}} = \frac{F}{m} = \mu, \quad \text{also} \quad F = \frac{m}{r^2} \cdot \mu,$$

Quadrat seines mittleren Abstandes r^2

wo μ für alle Planeten dieselbe Größe hat. Gäbe es einen Planeten von der Masse $m = 1$ im Abstand $r = 1$ von der Sonne, so wäre $F = \mu$. Das heißt: μ ist die Größe der Kraft, mit der die Masseneinheit angezogen wird, wenn sie sich im Abstände der Längeneinheit von der Sonne befindet.

Hätte jeder Planet die Masse m und den Abstand r von der Sonne, so würde F für jeden denselben Wert haben. Aber die Massen sind verschieden und ebenso die Abstände, daher hat F für jeden Planeten einen anderen Wert. Er beträgt für die 2-, 3-, ... n mal so große Masse 2-, 3-, ... n mal soviel wie für die Masse 1 und beträgt in dem 2-, 3-, ... n mal so großen Abstände $\frac{1}{4}$, $\frac{1}{9}$, ... $1/n^2$ der Kraft im Abstand 1. Kurz: Die anziehende Kraft der Sonne ist proportional der Größe der Masse des Planeten und umgekehrt proportional dem Quadrat seines Abstandes von der Sonne.

67. Der Umlauf des Mondes um die Erde. Auch die Bewegungen der Trabanten um die Planeten, des Mondes um die Erde, der Jupitermonde um den Jupiter usw. sind Zentralbewegungen. NEWTON stellte daher die Hypothese auf, daß die Zentralbewegungen aller Gestirne Wirkungen einer und derselben Kraft

seien, daß z. B. die Kraft, die die Erde auf den Mond ausübt, gleichartig ist mit der, die die Sonne auf die Planeten ausübt, daß dieselbe Kraft, die den Mond von der Mondbahntangente weg zum Erdmittelpunkt hinzieht, gleichartig ist mit der Kraft, die die Körper in der Nähe der Erdoberfläche in der Richtung zum Erdmittelpunkte hin „zur Erde fallen“ macht, also schließlich die Schwere der Körper auf der Erde und die Zentralbewegung der Gestirne Betätigungen einer und derselben Kraft seien.

Der Mond wird von der Erde angezogen — warum fällt er nicht zu ihr hin? Er *fällt* zu ihr hin nach NEWTONS Ansicht, aber nur den $60^2 = 3600^{\text{sten}}$ Teil so schnell wie z. B. ein Apfel vom Baume fällt, weil er 60 mal so weit vom Erdmittelpunkt entfernt ist — 60 Erdhalbmesser, der Apfel aber nur *einen* — und daher nur den 3600^{sten} Teil so stark angezogen wird wie eine gleich große Masse an der Erdoberfläche.

Ist M die Masse des Mondes, v seine (gleichförmig angenommene) Geschwindigkeit in seiner (kreisförmig angenommenen) Bahn um die Erde, r der Radius seiner Bahn, so ist die Kraft F , mit der die Erde ihn von der Tangentialrichtung wegzieht, um ihn in seiner Bahn zu erhalten, $F = M \cdot \frac{v^2}{r}$. Die Kraft, mit der eine der Mondmasse M gleiche Masse auf der Erdoberfläche angezogen wird, ist ihr Gewicht P , also die Kraft $P = M \cdot g$. Wenn NEWTONS Ansicht richtig ist, muß ungefähr $P = 3600 \cdot F$ sein. Setzt man die bekannten Zahlenwerte für r , g und v ein in die Gleichung $\frac{P}{F} = \frac{r \cdot g}{v^2}$, so sieht man, daß das zutrifft.

Der Mond fällt also zur Erde hin, wenn auch nur den 3600^{sten} Teil so schnell wie ein Körper nahe der Erdoberfläche — in der ersten *Stunde* (3600 Sekunden) nur so weit wie dieser in der ersten *Minute*. [Seine der Erde nächstliegenden Teile werden am stärksten angezogen, streben also am schnellsten zu fallen, die der Erde fernstliegenden am langsamsten, jedes Teilchen seinem Abstand entsprechend. Da sie aber alle starr zusammenhängen, ist das Ergebnis gerade so, wie wenn sie alle im Mittelpunkt als dem Schwerpunkt (S. 54) konzentriert wären, und nur dieser zur Erde hinfiel.] Warum kommt er uns nicht schließlich näher? Weil er außer der Bewegung zur Erde hin noch eine Bewegung senkrecht dazu ausführt wie der im Kreise geschwungene Stein (Abb. 78), der zur Hand hingezogen wird und ihr doch nicht näher kommt, weil er sich auch *senkrecht* zu der Zugrichtung seiner Trägheit gemäß zu bewegen sucht. Denkt man sich in Abb. 82 in C die Erde und den Kreis als Mondbahn — die Schnur der Abb. 78 wird durch die Anziehung (Gravitation, s. u.) ersetzt — so versteht man, warum der Mond, obwohl er sich längs eines Radius seiner Bahn auf die Erde zu bewegt, ihr doch nicht näherkommt: er bewegt sich („fällt“) dauernd von derjenigen Geraden weg, auf die ihn diese zweite Bewegung, nämlich sein Trägheitsvermögen verweist, weg zum Mittelpunkt der Erde hin; aber er fängt gleichsam jeden Moment von neuem zu fallen an längs eines anderen Radius seiner Bahn, sein Fallen hat nur den Effekt, daß er von der sich kontinuierlich anders richtenden Tangente senkrecht wegstrebt und sich auf dem Kreise erhält. Fiele er *nicht*, so würde er nicht etwa konstanten Abstand von der Erde behalten, sondern im Gegenteil: seine Trägheit würde ihn auf der Tangente an dem Punkte der Kreisbahn, in dem er sich gerade befindet, geradlinig in den Weltraum hinausführen und ihn von der Erde entfernen; er *behält* konstanten Abstand von der Erde, weil er dauernd zu ihr hin *fällt*.

68. NEWTONSches Gravitationsgesetz. Allgemeine Massenanziehung. Gravitationskonstante. Aus der Stärke der Anziehung des Mondes durch die Erde im Vergleich mit der Erdanziehung der Körper, ihrer *Schwere* an der Erdoberfläche schloß NEWTON: *Die Schwere der irdischen Massen hat dieselbe Ursache wie die Erhaltung des*

Mondes in seiner Bahn um die Erde und wie die Erhaltung der Planeten in ihren Bahnen um die Sonne. Schwere besitzen aber *alle* Körper auf der Erde — wieviel, hängt nur davon ab, *wieviel* Materie sie enthalten, nicht von deren besonderen, z. B. chemischen Eigenschaften. — *Schwere, d. h. die Fähigkeit, von der Erde angezogen zu werden, ist daher eine Eigenschaft der Materie.* Diese Anziehung ist aber wechselseitig, die Körper ziehen die Erde ebenso stark an, wie sie von ihr angezogen werden. Die Fähigkeit, die Erde anzuziehen, muß daher ebenfalls zu den Eigenschaften der Materie gehören, und die Materie muß die beiden Eigenschaften, die Erde anzuziehen und von ihr angezogen zu werden, in gleicher Stärke besitzen. Die Erde besteht aber selber aus derselben Materie wie die anderen Körper, folglich ist die Schwere eine Betätigung der *gegenseitigen Anziehung* von Materie. Die Schwere auf der Erde, die Anziehung zwischen Sonne und Planeten, die Anziehung zwischen Erde und Mond — sie alle sind Betätigungen einer und derselben Kraft. Und hieraus schloß NEWTON auf die gegenseitige Massenanziehung, die *Gravitation* der Materie, *im ganzen Universum.*

Er schloß: „Anziehung“ ist eine der Materie innewohnende Eigenschaft, d. h. je zwei Massenpunkte ziehen einander an, und zwar ist die anziehende Kraft f den einander anziehenden Massen m und m' *direkt* proportional und *umgekehrt* proportional dem Quadrat ihres gegenseitigen Abstandes r , so daß $f = \frac{m \cdot m'}{r^2} \cdot K$ ist (NEWTONSches Gravitationsgesetz,

1683). Enthält jede der beiden einander anziehenden Massen die *Masseneinheit*, d. h. ist $m = m' = 1$ g, und sind sie um eine *Längeneinheit*, d. h. um $r = 1$ cm voneinander entfernt, so ist $f = K$ Dyn. Die Anziehungskraft zweier Massen von je 1 g aufeinander im gegenseitigen Abstand von 1 cm ist meßbar und ist gleich $6,68 \cdot 10^{-8}$ Dyn gefunden worden. Die Zahl K heißt die *Gravitationskonstante*. Ihre Dimension ist, wie die Gleichung für f ergibt, $\text{cm}^3 \text{g}^{-1} \text{sec}^{-2}$.

Rechnet man mit $K = 6,68 \cdot 10^{-8} [\text{cm}^3 \text{g}^{-1} \text{sec}^{-2}]$, so findet man z. B., daß zwei Massen von je 1 kg Masse im Abstand von 10 cm einander mit einer Kraft anziehen, die dem Gewichte von 0,00068 mg* gleich ist.

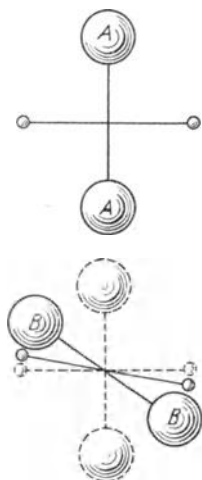


Abb. 89. Von CAVENDISH stammende Versuchsanordnung zur Prüfung des NEWTONSchen Gesetzes der Massenanziehung.

69. Prüfung des Gravitationsgesetzes an der Erfahrung.

Dichte der Erde. Gewicht des Körpers unter und über der Erdoberfläche. NEWTON hat das Gesetz nur aus kosmischen Erscheinungen abgeleitet und auch nur an solchen kontrolliert. Er hat z. B. gezeigt, daß die KEPLERSchen Gesetze und Ebbe und Flut Konsequenzen daraus sind. Erst CAVENDISH (1798) hat die gegenseitige

Massenanziehung auch am Laboratoriumsversuch bewiesen und gemessen. Sein Apparat (Abb. 89) bestand im wesentlichen aus zwei kleinen Metallkugeln (je 730 g) an den Enden eines horizontalen, an einem Faden aufgehängten Holzstabes und aus zwei großen Bleikugeln (von je 158 kg) auf einem drehbaren Gerüst, die den kleinen Kugeln beliebig nahe gebracht werden konnten. Sind die großen Kugeln (von oben gesehen) in der Lage AA, so bleiben die kleinen in Ruhe, weil sie mit gleich großer Stärke nach entgegengesetzten Richtungen gezogen werden. Bringt man aber die großen Kugeln z. B. in die Lage BB, so bewegen sich die kleinen zu ihnen hin. Die Ablenkung des Holzstabes dient zur Messung. — Aus den Messungen kann man auch berechnen, *wieviel Masse der Erdkörper* enthält. Hat die eine Kugel die Masse m , die andere die Masse m' , und ist a der Abstand der Mittelpunkte, die man (S. 77, unten) als die eigentlichen Anziehungspunkte ansehen darf, so erleidet m' von m die Anziehung $f = \frac{m \cdot m'}{a^2} \cdot K$. Von der Erde, deren (unbekannte) Masse mit M und deren Radius mit R bezeichnet werde, erleidet m' die An-

ziehung $\frac{M \cdot m'}{R^2} \cdot K$. Die Anziehung, die m' von der Erde erfährt, wird aber auch durch das Gewicht von m' , d. h. durch $m'g$ ausgedrückt. Also ist $m'g = \frac{M \cdot m'}{R^2} \cdot K$. Daraus folgt unmittelbar $\frac{f}{m'g} = \frac{m \cdot R^2}{M \cdot a^2}$.

Außer f und M sind sämtliche Größen bekannt, f ist aber aus den Versuchen von CAVENTISH bestimmbar, also die Erdmasse M berechenbar. Da außerdem das Volumen der Erde bekannt ist, läßt sich ihre Dichte berechnen: sie enthält etwa 5—6 mal so viel Masse wie ein gleich großes Volumen Wasser. — Aus derartigen Versuchen ist auch die Gravitationskonstante K ermittelt worden.

Mit einer der JOLLYSchen Doppelwaage ähnlichen Anordnung (s. weiter unten), einer Balkenwaage, haben RICHARZ und KRIGAR-MENZEL (1898) die Erddichte zu 5,51 ermittelt; ihre Versuche gelten als die genauesten. Sie verglichen die Gewichte von zwei nahezu gleichen Kugeln miteinander, von denen die eine, A , an dem einen Arme über und die andere, B , an dem anderen Arme unter einer Bleimasse von 100 000 kg hing (Abb. 90). Die anziehende Wirkung der Masse von 100 000 kg vergrößerte das Gewicht von A um ebensoviel, wie sie das von B verkleinerte; der Ausschlag der Waage entsprach somit dem doppelten Betrage der Anziehung. Ließ man A und B ihre Plätze wechseln, so schlug die Waage im entgegengesetzten Sinne aus.

Nach der NEWTONSchen Hypothese ist die Schwere eines Körpers auf der Erde die Resultante der Anziehung eines jeden Massenpunktes der Erde auf jeden Massenpunkt des Körpers.

Die Größe der Kraft, mit der die Erde einen Körper anzieht, d. h. das Gewicht des Körpers, muß also seiner Masse proportional sein, wie es ja auch der Fall ist. — Der NEWTONSchen Hypothese zufolge muß das Gewicht eines Körpers abnehmen — um eine berechenbare Größe — wenn der Körper über die Erdoberfläche gehoben wird, weil dadurch ihr gegenseitiger Abstand größer wird. Auch das trifft zu: derselbe Körper wiegt hoch über der Erde weniger, als er dicht an der Erdoberfläche wiegt. In einem Turm wurde 25 m über der Basis eine Waage aufgestellt, an jeder Wagschale hing — 21 m unter ihr, also nahe der Basis des Turmes — noch eine Wagschale. Die Waage zeigte bei einer Belastung von 5 kg noch 0,01 mg an. Dieselben 5 kg Quecksilber wogen in der Höhe des Turmes 31,685 mg* weniger als an der Basis; die Theorie fordert 33,059 mg* (JOLLY, München).

Wie ändert sich das Gewicht des Körpers, wenn er unter die Erdoberfläche, z. B. auf den Boden eines Schachtes, gebracht wird? Zur Beantwortung benützen wir (aber ohne Beweis) zwei von NEWTON entdeckte Sätze. Man denke sich ein Quantum Materie zu einer überaus dünnen homogenen Kugelschale geformt, einer kugelförmigen homogenen Massenhaut oder Massenblase; wie stark zieht diese Kugelschale einen Massenpunkt an? Antwort: Liegt der Punkt außerhalb der Kugelschale, so ist die Anziehung genau so groß, wie wenn die ganze Masse der Kugelschale im Mittelpunkt der Kugel konzentriert wäre; liegt der Punkt im Innern der Kugelschale, so ist die Anziehung gleich Null. — Da man sich nun eine homogene [103.] Vollkugel und ebenso eine homogene dicke Kugelschale, wie sie in der Wirklichkeit existieren, aus lauter sehr dünnen konzentrischen homogenen Kugelschalen zusammengesetzt vorstellen kann, so kommt man zu dem Resultat: Eine homogene Vollkugel zieht einen außerhalb liegenden Punkt ebenso stark an, wie wenn ihre ganze Masse in ihrem Mittelpunkt konzentriert wäre, und die Anziehung einer Kugelschale auf einen von ihr umschlossenen Massenpunkt ist Null.

Unter der Voraussetzung, daß die Erde eine homogene Kugel ist, kommt man so zu dem Resultat (Abb. 91): der Punkt M im Innern der Erdkugel erfährt von der Schale MA gar keine Anziehung, und von der Kugel mit dem Radius OM dieselbe Anziehung, wie wenn

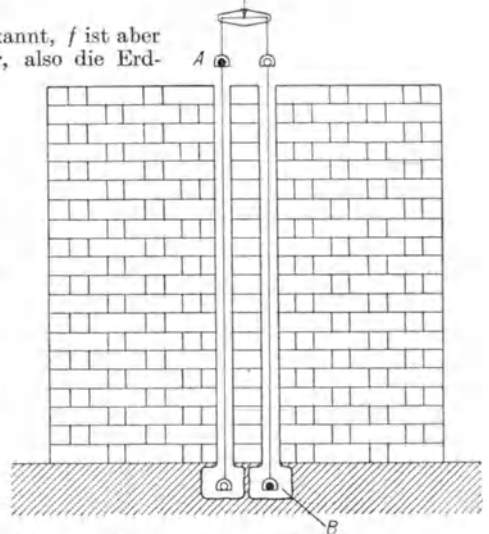


Abb. 90. Anordnung des Verfahrens von RICHARZ und KRIGAR-MENZEL zur Messung der Erddichte (Maßstab 1:40).

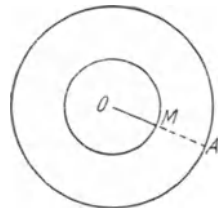


Abb. 91. Zur Anziehung der Erdkugel auf einen Punkt M im Innern.

die Masse dieser Kugel im Erdmittelpunkte O konzentriert wäre. Die Rechnung ergibt, daß die Anziehung auf M dem Radius, d. h. dem Abstände vom Erdmittelpunkte proportional ist. Das heißt aber: das *Gewicht* der Masse ist an der *Erdoberfläche* am *größten*, nimmt nach dem Mittelpunkt hin ab proportional der Annäherung an ihn und ist *im Mittelpunkt Null*. Die Voraussetzung, daß die Erdkugel homogen ist, trifft aber nicht zu. Die tieferen Erdschichten sind im allgemeinen wesentlich dichter als die Schichten unmittelbar an der Oberfläche. Tatsächlich ist g auf der Basis von tiefen Schächten größer als an der Erdoberfläche (Pendelversuche, s. [79]).

70. Ebbe und Flut. An der Seeküste und an gewissen Flußmündungen sieht man das Wasser zweimal am Tage sinken und wieder steigen — das nennt man *Ebbe und Flut*, beide zusammen *Gezeiten*. Der Zeitpunkt des Hochwassers — von dem einen zum nächsten vergehen im Mittel 12 Stunden 25 Minuten — steht in naher Beziehung zum Durchgange des Mondes durch den Meridian, und seine Höhe auch zu der Phase des Mondes, d. h. der gleichzeitigen Mondstellung relativ zu Erde und Sonne. Um die Zeiten des Voll- und des Neumondes, wo Sonne Erde und Mond in gerader Linie liegen, ist der Unterschied zwischen dem höchsten und dem tiefsten Wasserstand am größten (*Springflut*, in Portsmouth z. B. etwa 4,1 m), beim ersten und beim letzten Viertel, wo Sonne und Mond mit der Erde als Scheitel einen rechten Winkel

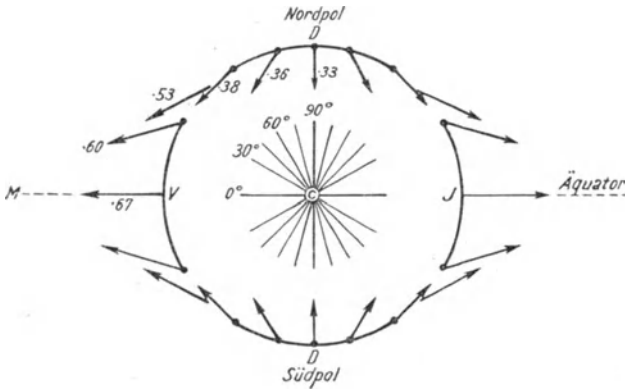


Abb. 92. Fluterzeugende Kraft.

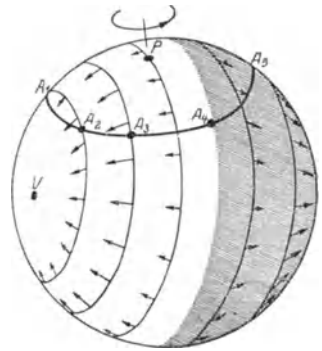


Abb. 93. Horizontalkomponente der fluterzeugenden Kraft. $A_1 \dots A_5$ ein Breitenkreis. (Perspektivisch)

bilden, am kleinsten (*Nippflut*, in Portsmouth z. B. etwa 2,3 m). Die Theorie der fluterzeugenden Kraft stammt von NEWTON (1687), sie ist eine der stärksten Stützen der Gravitationstheorie, und alle nachfolgenden Arbeiten über Ebbe und Flut fußen auf ihr, weil sie die Gezeiten befriedigend aus der durch Mond und Sonne ausgeübten Anziehung erklärt. Zu ihrer Darlegung sehen wir vorläufig Erde und Mond als allein vorhanden an — die Entstehung der Sonnenflut erklärt sich von selbst, sobald die der Mondflut begriffen ist — und kehren zurück zu der Anziehung des Mondes durch die Erde. — Erde und Mond ziehen einander *gegenseitig* an: wie der Mond, von der Erde angezogen, zur Erde hin strebt (S. 75), so *strebt die Erde*, vom Monde angezogen, *zum Monde hin*. Die Erde ist nämlich nicht etwa ein relativ zur Mondbahn feststehendes Zentrum, und der Mond kreist, streng genommen, nicht „um die Erde“, sondern Mond und Erde kreisen gemeinsam — in einem *Monat* ein ganzes Mal — um den ihnen gemeinsamen Massenmittelpunkt (S. 54). [Dieser Punkt liegt, da die Erde 80 mal so viel Masse enthält wie der Mond, dem Mittelpunkt der Erde sehr nahe (nur um $\frac{1}{4}$ des Erdradius von ihm entfernt), nahe genug, um uns zu berechtigen, den Umlauf der Erde um ihn sehr oft zu ignorieren, und vom Umlaufe des Mondes „um die Erde“ wie um ein feststehendes Zentrum zu sprechen; für die Entstehung der Gezeiten spielt jedoch der Umlauf der Erde um diesen Punkt gerade die Hauptrolle, weil die *daraus* entspringenden Zentrifugalkräfte eine Komponente der fluterregenden Kraft liefern.] Auf diesen Punkt also strebt die Erde zu, wie der Mond von der entgegengesetzten Seite her auf ihn zustrebt, ohne ihm jedoch näher zu kommen (S. 75). Ihre dem Monde zugewendeten nächstliegenden Teile (59 Erdradien von ihm entfernt) werden *stärker* zum Monde hingezogen als ihr Mittelpunkt (60 Erdradien von ihm entfernt), ihre dem Monde abgewendeten fernstliegenden Teile (61 Erdradien von ihm entfernt) *schwächer* als ihr Mittelpunkt; jene streben also schneller, diese dagegen langsamer zum Monde hin zu fallen als der Mittelpunkt ebendahin zu fallen strebt.

Der *starre* Teil des Erdkörpers reagiert natürlich nur als Ganzes auf die Anziehung, anders aber das Meer. Die Wasserteilchen geben infolge ihrer leichten Verschiebbarkeit jedes für sich der Anziehung nach. Der Mond zieht das Wasser bei V *mehr* an als C , strebt

es also von C wegzuziehen, d. h. das Meer über V zu erhöhen; zugleich zieht er C mehr an als das Wasser bei J , sucht also den Mittelpunkt der Erde von J wegzuziehen, d. h. das Meer unter J zu vertiefen, und entsprechend an den anderen Teilen des Erdkörpers das Meer umzufornen. Aber die Anziehung ist nicht die einzige Kraft, die auf das Wasser einwirkt. Auf jedes einzelne Wasserteilchen wirkt auch noch die Zentrifugalkraft, die aus dem Umlauf der Erde um das dem Mond und der Erde gemeinsame (Revolutions-)Zentrum entspringt. (Die aus der Achsendrehung, Rotation der Erde entspringenden Zentrifugalkräfte lassen wir unberücksichtigt.) Die Resultierende aus diesen beiden Kräften (Mondanziehung und Zentrifugalkraft) verschiebt die Wasserteilchen, sie ist die fluterzeugende Kraft. Abb. 92, das Diagramm der fluterzeugenden Kräfte, zeigt sie an verschiedenen Punkten eines Meridians: der Kreis bedeutet den Durchschnitt der Erde in einem Meridian, DD sind die Pole, durch V und J geht der Äquator, der Mond steht in großem Abstände in der Richtung von M , die Pfeile geben durch ihre Richtung und ihre Größe die fluterzeugende Kraft nach Richtung und Größe wieder. Aber nur die horizontale Komponente, d. h. die der Erdoberfläche parallele Komponente kommt in Betracht, nur diese bringt ein Fluten des Wassers hervor; die vertikale Komponente kann zwar das Wasser bei V und J etwas leichter und bei D etwas schwerer erscheinen lassen, aber sie ist nicht groß genug, um die Schwerkraft zu überwinden und zur Bewegung des Wassers beizutragen. Wir lassen daher aus dem Diagramm Abb. 92 die zur Erdoberfläche vertikalen Komponenten weg und bekommen so, wie Abb. 93 perspektivisch andeutet, über die Erde verteilt, das System von Kräften, die das Wasser horizontal nach den beiden Endpunkten V und J des Erddurchmessers zu treiben streben, in dessen Verlängerung der Mond steht. In V und J erhebt sich das Wasser über den umgebenden Ozean, und auf demjenigen Meridian durch DD , der senkrecht auf dem Durchmesser VJ steht, sinkt gleichzeitig rings um die ganze Erde das Meer unter das normale Niveau. (Man beachte, daß in den Punkten V und J selber, zu denen das Wasser hingetrieben wird und über denen die Flutwelle am höchsten ist, die horizontale Komponente Null ist und ebenso an den Polen D . Ferner beachte man, daß die Seite, die die Erde dem Monde zuwendet, infolge der Achsendrehung stetig wechselt, die Konfiguration, die Abb. 92 wiedergibt, sich daher stetig innerhalb der Erde verschiebt.)

Man gewinnt nun so zwar eine deutliche Vorstellung von dem Ursprung, der Größe und der Richtung der fluterzeugenden Kraft, aber für eine Voraussage des wirklichen Verlaufes von Ebbe und Flut, z. B. für die Vorherbestimmung des Zeitpunktes, zu dem an einem gegebenen Punkt des Ozeans Hochwasser eintreten wird, ist damit noch nicht viel gewonnen: die Erdoberfläche ist ja doch nicht — wie hier stillschweigend angenommen — überall und auch nicht gleich tief vom Meere bedeckt, und vor allem kommt der Ozean auch nicht jeden Augenblick in diejenige dem Diagramm Abb. 92 entsprechende Gleichgewichtslage, die er annehmen würde, wenn den in Fluß gebrachten Wassermassen Zeit genug dazu gelassen würde. Trotzdem ist es geglückt, auf Grund der Theorie und der Beobachtung für einen gegebenen Ort Gezeitentafeln zu berechnen, die die Zeit des Eintrittes und die Höhe der Flut sehr genau vorhersagen. Eine der erfolgreichsten Methoden dazu ist die *harmonische Analyse* der Gezeiten (WILLIAM THOMSON: 1872): nicht nur der Mond, sondern auch die Sonne hat Anteil am Steigen und Fallen des Ozeans — die Höhe der Sonnenflut ist halb so groß wie die der Mondflut — und auch noch andere periodisch wiederkehrende Einflüsse, die berücksichtigt werden müssen, wirken darauf ein. Die Flutwelle, die zu einer gegebenen Zeit einen gegebenen Ort passiert, ist daher aus der Übereinanderlagerung mehrerer *Partialwellen* entstanden. Kennt man den Zeitpunkt des Hochwassers und die Höhe einer der Partialwellen an irgendeinem Tage an einem gegebenen Ort, so kann man die Wasserhöhe, soweit sie von dieser Welle allein herrührt, mit Gewißheit für jeden Zeitpunkt für diesen Ort voraussagen. „Für eine gegebene zusammengesetzte Welle gibt es keine Alternative in der Auswahl, denn sie kann nur auf eine Weise aufgebaut werden. Wir haben hier (s. Klangfarbe) eine vollkommene Analogie mit den musikalischen Tönen; ein musikalischer Ton beliebiger Art baut sich aus dem Grundton und dessen „Obertönen“ Oktave, Duodezime usw., auf. Ebenso wird die unregelmäßig gewordene Flutwelle als aus einer Fundamentalfut mit „Oberfluten“ von einer halben, einer drittel Wellenlänge usw. bestehend angesehen. Die Perioden dieser Oberfluten betragen ebenfalls die Hälfte und ein Drittel von derjenigen der Fundamentalfut. — Die Vorhersage auf Grund der Vorstellung von den Partialflutwellen in den Gezeiten muß unvermeidlich fehlschlagen, wenn wir nicht auf die wahren Ursachen gestoßen sind, wenn z. B. die Partialflutwelle von bestimmter Periode nur in unserer Vorstellung existiert, ihr in Wirklichkeit aber keine physikalische Realität entspricht. Der Erfolg der Vorhersage ist daher eine Bürgschaft für die Wahrheit der Theorie. Wenn wir bedenken, daß die unaufhörliche Veränderung der Gezeitenkräfte, die komplizierten Umriss, unserer Küsten, die Tiefe des Meeres und die Rotation der Erde alle in dem Problem enthalten sind, so dürfen wir in einer guten Vorherbestimmung der Gezeiten einen der größten Triumphe der Theorie der allgemeinen Gravitation erblicken“ (G. H. DARWIN: Ebbe und Flut).

71. Trägheitsmoment. Die S. 64 besprochene Drehung des Körpers hatte gleichförmige Winkelgeschwindigkeit. Dreht sich der Körper aber unter der andauernden Wirkung einer Kraft, so wird seine Winkelgeschwindigkeit beschleunigt. Wie wir früher aus der Größe der Beschleunigung die der Kraft ermittelt haben — wir mußten dazu den Begriff Masse einführen — so fragen

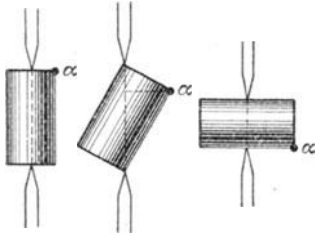


Abb. 94. Zum Trägheitsmoment. Dieselbe Masse (derselbe starre Körper), jedesmal um eine andere Achse drehbar gemacht, ist jedesmal anders um die jeweilige Achse herum angeordnet.

wir jetzt nach den Beziehungen zwischen der Winkelbeschleunigung und der Größe der drehenden Kraft. Es erhebt sich dabei eine Schwierigkeit, die aus der Natur der Drehung entspringt. Ist der starre Körper frei beweglich, so haben alle seine Punkte die gleiche Geschwindigkeit. Wir brauchten die einzelnen Massenpunkte nicht zu berücksichtigen, konnten die ganze Masse des Körpers in einem beliebigen seiner Punkte konzentriert annehmen — in welchem Punkte war gleichgültig, denn alle waren ja für den Bewegungsvorgang gleichwertig — und mit diesem Punkte so operieren wie mit dem ganzen Körper. Ganz anders, wenn der Körper um eine Achse drehbar ist. Dann hängt die Geschwindigkeit jedes seiner Punkte von seinem Abstand von der Achse ab: sie ist in der Achse Null und am Rande des Körpers am größten. Wir dürfen keineswegs die ganze Masse in einem beliebigen Punkt konzentriert denken, müssen vielmehr jeden Punkt einzeln berücksichtigen. — Es kommt aber noch etwas anderes hinzu. Solange es sich um eine bestimmte Drehungsachse handelt, hat jeder einzelne Massenpunkt einen eindeutig bestimmten Abstand von der Achse. Eine Achse ist aber irgendeine Gerade, die durch zwei festgehaltene Körperpunkte bestimmt wird. Werden das eine Mal diese, ein anderes Mal jene zwei Körperpunkte festgehalten, so ist die Achse jedesmal eine andere, und jeder einzelne Massenpunkt, z. B. Punkt α in Abb. 94, hat einen anderen Abstand von der jeweiligen Achse. Kurz: Im rotierenden Körper muß man die Lage jedes einzelnen Massenpunktes relativ zur jeweiligen Drehungsachse berücksichtigen. Wir kommen daher mit dem einfachen Begriff der Masse hier nicht aus, sondern müssen einen neuen einführen, der für die Drehung dieselbe Rolle spielt wie die Masse für die einfache Verschiebung (Translation). Dieser Begriff ist das *Trägheitsmoment* (die Bezeichnung stammt von EULER). Es ist eine physikalisch meßbare Größe und ist für einen Körper, der um eine gegebene Achse drehbar ist, gerade so charakteristisch wie

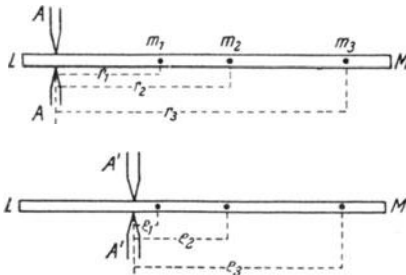


Abb. 95. Dieselben Massenpunkte m stehen von der *einen* Achse um r , von der *anderen* um ϱ ab. Diese Verschiedenheit der Anordnung drückt sich aus in der Verschiedenheit der Summe $\sum m r^2$ resp. $\sum m \varrho^2$. Diese Summe heißt Trägheitsmoment.

der Begriff Masse. Da der Körper um unendlich viele Achsen drehbar gemacht werden kann, hat er natürlich unendlich viele Trägheitsmomente. Die Ermittlung ist — wie die der Masse durch Wägung — in jedem einzelnen Falle Sache einer experimentellen (hier nicht zu erörternden) Methode. Für Körper, deren Form durch eine Formel ausdrückbar ist, z. B. den Zylinder, die Kugel, das Ellipsoid kann man das Trägheitsmoment *berechnen*.

Wir kommen zum Begriff des Trägheitsmomentes durch folgende Betrachtung: LM (Abb. 95) bedeutet eine mathematische starre Gerade, die um eine vertikale Achse, also in der Horizontalebene, drehbar ist; $m_1 m_2 m_3$ bedeuten Massenpunkte auf ihr in unveränderbarem Abstand voneinander und in den Abständen $r_1 r_2 r_3$ von der Achse. LM habe durch irgendeine Ursache, von der Ruhelage aus, am Ende der 1. Sekunde bei gleichförmig beschleunigter Bewegung die Winkelgeschwindigkeit ω erreicht (habe also die Winkelbeschleunigung ω) und werde dann sich selbst überlassen. Die 3 Punkte haben dann die Bahngeschwindigkeiten $r_1 \omega, r_2 \omega, r_3 \omega$, d. h. wenn sie in diesem Moment frei beweglich wären, würden sie sich mit diesen Geschwindigkeiten tangential zu den so eben beschriebenen Kreisbogen weiter bewegen. Da sie, mit der Geschwindigkeit Null beginnend, diese Geschwindigkeit am Ende der 1. Sekunde erreicht haben, so bedeuten $r_1 \omega$ usw. ihre Bahnbeschleunigungen, also bedeuten $m_1 \cdot r_1 \omega, m_2 \cdot r_2 \omega, m_3 \cdot r_3 \omega$ die Kräfte, die während dieser Sekunde auf sie gewirkt haben.

Die Kräfte $m_1 r_1 \omega$ usw. sind drehende. Jede einzelne kann in entsprechendem Achsenabstande (S. 49, oben) durch eine andere Kraft von beliebiger Größe ersetzt werden. Nun lassen sich aber — wir wollen es als bewiesen annehmen — auch mehr als zwei gleichzeitig und gleichsinnig drehende Kräfte durch eine einzige ersetzen, wenn das Drehmoment dieser einen gleich der Summe der Drehmomente jener mehreren ist. Die Summe der Drehmomente, um die es sich hier handelt, ist: $m_1 r_1 \omega \cdot r_1 + m_2 r_2 \omega \cdot r_2 + m_3 r_3 \omega \cdot r_3$, oder anders geschrieben: $\omega \cdot (m_1 r_1^2 + m_2 r_2^2 + m_3 r_3^2)$, oder noch anders:

$$\omega \cdot \sum_{n=1}^{n=3} m_n r_n^2 .$$

Der Index n bedeutet jede einzelne Zahl der Reihe 1, 2, 3, 4 usw. von 1 bis zu der Zahl, die angibt, wieviel Massenpunkte m (und Abstände r von der Achse) vorhanden sind; er durchläuft hier die Zahlenreihe von $n = 1$ bis $n = 3$. Das Zeichen \sum bedeutet, daß die $m_n r_n^2$ summiert werden sollen.

Wenn diese Summe von Drehmomenten durch das Drehmoment einer einzigen Kraft R ersetzt werden soll, muß R in einem solchen Abstände a von der Achse angreifen, daß Ra die Bedingungen erfüllt:

$$R \cdot a = \omega \cdot \sum_{n=1}^{n=3} m_n r_n^2 .$$

Wir wollen nun noch festsetzen, daß die Kraft nicht im Abstände a , sondern im Abstände 1 cm von der Drehungsachse angreifen soll. Sie muß dann eine diesem Abstände entsprechende andere Größe, R_1 , bekommen. Wir kommen so zu dem Ergebnis: Damit die starre Gerade mit den 3 Massenpunkten $m_1 m_2 m_3$ am Ende der Zeiteinheit die Winkelgeschwindigkeit ω erreicht, wenn sie sich um die Achse AA dreht, muß im Abstände 1 cm von der Achse eine Kraft R_1 angreifen, deren Größe gegeben ist durch die Gleichung:

$$R_1 = \omega \cdot \sum_{n=1}^{n=3} m_n r_n^2 .$$

72. Zu jeder Drehungsachse gehört ein Trägheitsmoment. Damit ist die Beziehung zwischen der drehenden Kraft und der Winkelbeschleunigung ω klar gestellt, aber nur mit Bezug auf die Achse AA . — Wir wollen jetzt annehmen, die Drehung dieser selben starren Geraden mit diesen selben Massenpunkten $m_1 m_2 m_3$ geschehe wieder mit der Winkelbeschleunigung ω , aber um die Achse $A'A'$. In bezug auf diese Achse haben die 3 Massenpunkte die Abstände $\varrho_1 \varrho_2 \varrho_3$,

und wenn wir die Betrachtung nun noch einmal mit Bezug auf die Achse $A'A'$ durchführen, finden wir: Damit die starre Gerade mit den 3 Massenpunkten $m_1 m_2 m_3$ in der Zeiteinheit die Winkelbeschleunigung ω erreicht, wenn sie sich um die Achse $A'A'$ dreht, muß im Abstände 1 cm von der Achse $A'A'$ eine Kraft P_1 angreifen, deren Größe gegeben ist durch die Gleichung:

$$P_1 = \omega \cdot \sum_{n=1}^{n=3} m_n \varrho_n^2.$$

Stellen wir die auf die 2 Achsen A und A' bezüglichen Resultate nebeneinander, so sehen wir: die Verschiedenheit der beiden Bewegungsvorgänge spricht sich in der Verschiedenheit der Ausdrücke

$$\sum m_n r_n^2 \quad \text{und} \quad \sum m_n \varrho_n^2$$

aus. Es sind *dieselben* Massenpunkte m , die sich beide Male bewegen, aber jedesmal um eine andere Achse: sie haben das eine Mal die Abstände r , das andere Mal die Abstände ϱ von der Achse. In der Verschiedenheit dieser Summenausdrücke offenbart sich die Verschiedenheit der Gruppierung der Massenpunkte desselben Körpers mit Bezug auf verschiedene Drehungsachsen. In dem Beispiel von der starren Geraden bezieht sich die Summe nur auf drei Massenpunkte und auf zwei Achsen. Bei einem Körper von beliebigem Masseninhalt muß man sie für die Gesamtheit aller Massenpunkte des Körpers bilden und stets für die betreffende Achse, um die der Körper gerade drehbar gemacht wird. Dieser Summenausdruck ist das Trägheitsmoment des Körpers mit Bezug auf die jeweilige Drehungsachse.

Trägheitshalbmesser. Das Trägheitsmoment $\sum m r^2$ des Körpers von der Gesamtmasse $\sum m = M$ kann man sich immer ersetzt denken durch das Trägheitsmoment eines Ringes, der — mit der Masse μ und dem Radius ϱ — dasselbe Trägheitsmoment,

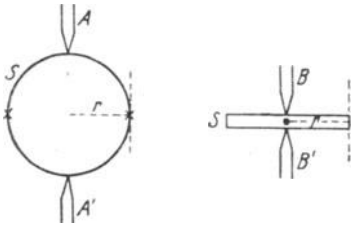


Abb. 96. Zum Trägheitsmoment desselben Körpers um (4) verschiedene Achsen. Die durch die Spitzen gegebenen gehen durch den Schwerpunkt. Die punktierten Geraden bedeuten Achsen, die parallel zu den Schwerpunktsachsen durch den Rand gehen.

(Abb. 96). Wollen wir die Scheibe S als Ganzes verschieben, so interessiert uns nur, wieviel Kilogramm Masse sie enthält. Wenn wir aber zwei Punkte davon festhalten und die Scheibe um die dadurch bestimmte Gerade als Achse drehen wollen, so interessiert uns auch, welche zwei Punkte festgehalten werden — mit anderen Worten: es interessiert uns auch, wie die M Kilogramm Masse um die Achse herum verteilt sind. Um die durch A und A' gegebene sind sie ganz anders verteilt, als um die durch B und B' gegebene. Ist der Radius der Scheibe r cm, so ist z. B. beide Male der größte Abstand, den ein Massenpunkt von der Achse haben kann, r cm; aber wenn AA' Achse ist, haben ihn nur zwei Punkte (**) der Scheibe, wenn BB' Achse ist, haben ihn sämtliche Randpunkte der Scheibe; und während im ersten Falle so viele Massenpunkte den Achsenabstand Null haben, also in Ruhe bleiben, wie ein Durchmesser $2r$ der Scheibe enthält, bleiben im zweiten Falle sehr viel weniger Punkte in Ruhe. Kurz — hinsichtlich der Massenverteilung um die Achse ist die Scheibe im ersten Falle ein ganz anderer Körper als im zweiten (und so in jedem Falle, in dem eine andere Achse in Frage

ist dann konstant $\sum m r^2$. Aber der Faktor μ ist verschieden, je nachdem wir ϱ wählen (und ϱ anders, je nachdem wir μ wählen). Die für ein bestimmtes ϱ sich ergebende Masse nennt man „reduzierte Masse“. Derjenige Wert von ϱ , für den die reduzierte Masse gleich M ist, heißt *Trägheitshalbmesser*, wir bezeichnen ihn mit k . Es ist also stets: $\sum m r^2 = M \cdot k^2$. — Dieselbe Überlegung berechtigt uns auch, die Gesamtmasse in *einen Punkt* im Abstände k von der Achse vereinigt zu denken.

Um uns das Trägheitsmoment noch näher zu bringen, erläutern wir es an einem bestimmten Körper

kommt). Das drückt sich darin aus, daß das Trägheitsmoment $\sum m r^2$ — wir übergehen hier, wie man es ausrechnet — im ersten Falle $M \cdot \frac{r^2}{4}$ ist, im zweiten *doppelt* so groß: $M \cdot \frac{r^2}{2}$. — Was bedeuten die Zahlen? Antwort: Die Scheibe werde in Drehung versetzt dadurch, daß 1 cm von der Achse eine Kraft von einer gewissen Größe sie angreift; sie nimmt eine bestimmte Winkelbeschleunigung an. Denkt man sich dann ihre Masse durch *einen einzigen Massenpunkt ersetzt* im Abstände 1 cm von der Achse, so muß man — damit die Kraft diesem *Massenpunkte* dieselbe Winkelbeschleunigung erteilt, die sie der *Scheibe* erteilt hat — in diesem Punkte im ersten Falle $M \cdot \frac{r^2}{4}$ kg Masse konzentriert denken, im zweiten $M \cdot \frac{r^2}{2}$ kg; ist z. B. $M = 5$ kg und $r = 5$ cm, im ersten Falle 31,25 kg, im zweiten 62,5 kg.

73. Parallelverschiebung der Drehachse. Das Trägheitsmoment um *jede* Achse steht in einfachster Beziehung zu dem Trägheitsmoment um die dazu *parallele* Achse durch den *Schwerpunkt*. Wir denken uns der Einfachheit halber den Körper als sehr dünne Scheibe (Abb. 97). Er drehe sich um die durch O senkrecht zur Abbildung gehende Achse. Die Abstände der Massenpunkte von ihr nennen wir ρ ; sein Trägheitsmoment in bezug auf sie ist dann $T_O = \sum m \rho^2$. Dreht er sich um die dazu *parallele* durch den Schwerpunkt S gehende Achse, und nennen wir die Abstände der Massenpunkte mit Bezug auf die Schwerpunktsachse r , so ist sein Trägheitsmoment in bezug auf sie $T_S = \sum m r^2$. Der Figurenkonstruktion nach ist $\rho^2 = r^2 + a^2 + 2ax$, also $\sum m \rho^2 = \sum m r^2 + a^2 \sum m + 2a \sum m x$. Es ist aber $\sum m x = 0$, weil sich die Abstände x auf den Schwerpunkt beziehen und die Summe der linearen Momente $m x$ in bezug auf jede durch den Schwerpunkt gehende Ebene Null ist (S. 55). Daher ist $T_O = T_S + M a^2$, d. h. das Trägheitsmoment um irgendeine Achse A ist gleich dem Trägheitsmoment um die dazu *parallele* Schwerpunktsachse, vermehrt um das Trägheitsmoment der im Schwerpunkt konzentrierten Gesamtmasse M um die Achse A . Das Trägheitsmoment um die Schwerpunktsachse selber ist also ein Minimum. — Bei der in Abb. 96 dargestellten Scheibe geht die Achse durch den Schwerpunkt. Denken wir sie uns in die punktiert gezeichneten Geraden verlegt, so vergrößert sich in beiden Fällen das Trägheitsmoment um $M r^2$, wird also im ersten Falle aus $M r^2/4$ zu $5 M r^2/4$, im zweiten aus $M r^2/2$ zu $3 M r^2/2$. Es verfünffacht sich im ersten und verdreifacht sich im zweiten.

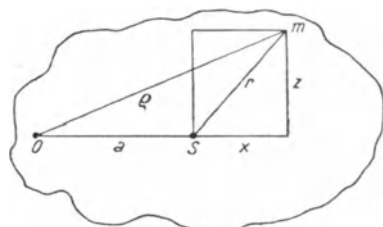


Abb. 97. Zur Beziehung des Trägheitsmoments um irgendeine (senkrecht zur Zeichnung durch O gehende) Achse zu der parallel dazu durch den Schwerpunkt (S) gehenden.

Trägheitsellipsoid. Unter allen durch einen Punkt gehenden Achsen ist eine, für die das Trägheitsmoment ein Maximum, und eine auf ihr senkrechte, für die es ein Minimum ist. Diese Achsen und eine dritte auf beiden senkrechte heißen Hauptträgheitsachsen des Körpers, die auf sie bezüglichen Trägheitsmomente die Hauptträgheitsmomente des Körpers. Trägt man, von diesem Punkt aus, auf den Hauptachsen Strecken ab, die den reziproken Quadratwurzeln der entsprechenden Trägheitsmomente ($1/\sqrt{T}$) proportional sind und konstruiert man das zugehörige Ellipsoid, so ergibt irgendein Durchmesser die reziproke Quadratwurzel des Trägheitsmomentes des Körpers um diesen Durchmesser als Achse. Dasjenige Trägheitsellipsoid, das den Schwerpunkt zum Mittelpunkt hat, heißt Zentralträgheitsellipsoid, die betreffenden Achsen und Momente Hauptträgheitsachsen und Hauptträgheitsmomente des Schwerpunktes.

74. Bewegungsgleichung. An die Stelle der starren Geraden trete nun ein beliebiger, um *irgendeine gegebene Achse* drehbarer Körper. Wir wissen: Besitzt der Körper in bezug auf *diese* Drehungsachse das Trägheitsmoment $\sum m r^2$ und soll er *in der Zeiteinheit bei gleichförmiger Beschleunigung* die Winkelgeschwindigkeit ω erhalten von einer Kraft R , die im Abstand a von der Drehungsachse angreift, so muß die Bedingung erfüllt sein:

$$R \cdot a = \omega \sum m r^2.$$

Die Gleichung leistet für die Rotation das, was uns die Gleichung $P = M \cdot v$ für die Translation leistet, und die Ähnlichkeit beider führt zu einer leicht ver-

ständlichen Deutung des Trägheitsmomentes: Wenn die Kraft, die dem Körper die Winkelbeschleunigung ω (um die Achse mit dem Trägheitsmoment $\sum mr^2$) erteilt hat, im Abstände l von der Achse angreift, so wissen wir, daß ihre Größe $R_1 = \omega \cdot \sum mr^2$ sein muß. Die Analogie mit der Formel $P = v \cdot M$ tritt nun noch schärfer hervor: R_1 und P bedeuten jede eine Kraft, ω und v jede eine Beschleunigung. Wir wissen, eine Kraft ist gleich *Masse* mal Beschleunigung, und die Formel $P = M \cdot v$ drückt das klar aus. Das zwingt uns geradezu, auch $\sum mr^2$ als *Symbol* für eine *Masse* von der Größe $\sum mr^2$ anzusehen. Wir nennen sie μ und haben dann $R_1 = \omega \cdot \mu$. Das heißt, die Kraft R_1 hat der Masse μ die Bahngeschwindigkeit ω in der *Zeiteinheit* (S. 14, unten) erteilt. Diese Bahngeschwindigkeit ω hat aber ein Massenpunkt nur, wenn er 1 cm von der Achse liegt. Somit haben wir uns die Masse μ dort konzentriert zu denken und die Kraft R_1 dort angreifend. Wir können also in $\sum mr^2$ den Zahlenausdruck für eine Masse sehen, die, in einem Punkt konzentriert, 1 cm von der Achse absteht und starr mit ihr verbunden ist. Das Symbol $\sum mr^2$ leistet uns für die Lösung von Rotationsproblemen denselben Dienst wie das Symbol $\sum m$ ihn uns für Translationsprobleme geleistet hat. — Die *Einheit* des Trägheitsmomentes um eine gegebene Achse hat die punktförmige Masse 1 g in 1 cm Abstand von der Achse.

75. Erhaltung des Drehmoments. Flächensatz. Wir knüpfen an die Bewegungsgleichung $Ra = \omega \sum mr^2$ für die Rotation des starren Körpers um eine festliegende Achse an. Wir hatten die Analogie mit der Gleichung $P = v \cdot M$ erwähnt. Ganz deutlich wird sie dadurch, daß $\sum mr^2$ durch eine Masse ersetzbar ist und R im Abstand l von der Achse angreifen kann, die Gleichung also zu $R_1 = \omega \cdot \mu$ werden kann. Unter der Winkelbeschleunigung ω verstanden wir die am Ende einer Sekunde erreichte Winkelgeschwindigkeit. Ersetzen wir ω durch das Verhältnis der in irgend-einem Zeitabschnitt erreichten

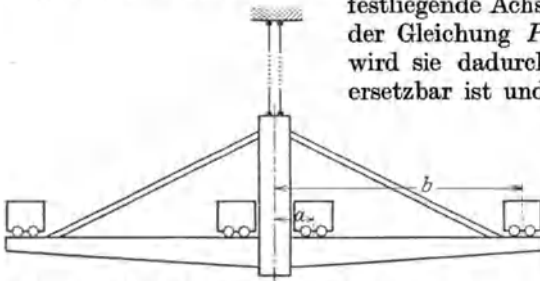


Abb. 98. Zur Erhaltung des Drehmoments. Der Isotomeograph im Zentrifugalfeld der Erde.

Winkelgeschwindigkeit Ω zu der Länge des Zeitabschnittes, also durch Ω/t , und denken wir uns t von der Größenordnung eines „Augenblicks“, so heißt das: der drehbare Körper bekommt einen *momentanen* Anstoß und wird dann sich selber überlassen — von außen wirkt nichts auf ihn ein. Dieselben Betrachtungen, die wir S. 21, unten durchgeführt haben, führen uns dann zum Impulsmoment Rt und zum Drehimpuls $\Omega\mu$ (wie früher zum Impuls, Kraft \times Zeit, und zur Bewegungsgröße, Masse \times Geschwindigkeit). Aber sie führen auch zu der Frage: Was geschieht, wenn während der Rotation — ohne daß von außen eine Kraft auf das System wirkt — die Massenpunkte sich gegeneinander verschieben, also das Trägheitsmoment μ sich ändert? (Bei der Massenverschiebung *ohne* Drehung konnte die Frage nicht auftauchen, die „Masse“ hing dort nur von der *Anzahl* ihrer Massenpunkte ab, nicht von deren gegenseitiger Lage.) Die mathematische Analyse des Vorganges führt zu der Gleichung $\Omega\mu = \text{konstans}$ — dem Satz von der Erhaltung des Impulsmomentes (Drehmomentes, Drehimpulses). Er besagt: In demselben Verhältnis, in dem das Trägheitsmoment kleiner (oder größer) wird, wird die Winkelgeschwindigkeit größer (oder kleiner). Ohne auf den Beweis dafür einzugehen, erläutern wir den Sinn des Satzes zunächst an der im folgenden beschriebenen Vorrichtung:

Ein völlig symmetrischer Balken ist wagerecht bifilar aufgehängt, Abb. 98, an ihm entlang und symmetrisch zu seiner Aufhängung sind zwei völlig gleiche Massen bewegbar, die sich beide gleichzeitig von den Balkenenden zur Mitte oder entgegengesetzt verschieben können. Der Balken hat, wenn er auch relativ zu seiner Umgebung ruht, dennoch Rotationsgeschwindigkeit, denn er nimmt ja doch, genau wie seine Umgebung, teil an der Achsendrehung der Erde. (Hinge die Vorrichtung über dem Nordpol, fiel die Aufhängung also in die Erdachse, so wäre die Winkelgeschwindigkeit des Apparates mit der der Erde identisch, unter irgendeinem Breitengrade stimmt sie nur mit einer *Komponente* der Erdwinkelgeschwindigkeit überein.) Der Balken hänge in Ruhe mit den beweglichen Massen an den Balkenenden. Seine Winkelgeschwindigkeit sei ω und sein Trägheitsmoment A , das Impulsmoment also $A\omega$. Werden nun die Massen plötzlich zur Balkenmitte hin verschoben, so wird das Trägheitsmoment plötzlich zu A' , und die Winkelgeschwindigkeit wird zu $\omega' = \frac{A}{A'}\omega$, da ja das Produkt aus

Winkelgeschwindigkeit und Trägheitsmoment konstant $A\omega$ bleiben muß. Die Vorrichtung nimmt also plötzlich eine andere Winkelgeschwindigkeit an, als sie die Umgebung hat, und infolgedessen dreht sie sich im ersten Augenblick deutlich wahrnehmbar *relativ gegen die Umgebung*. [Die Drehung wird sofort von dem rücktreibenden Moment der bifilaren Aufhängevorrichtung beeinflusst und gibt zu horizontalen Drehschwingungen des Balkens Veranlassung (S. 57, unten). Diesen Apparat, Isotomeograph, hat HAGEN in Rom mit großem Erfolg (1910, 1919) zum Nachweis der Erdrotation benutzt.]

Auch das zweite KEPLERSche Gesetz ist eine Form des Satzes von der Erhaltung des Drehmomentes. Man kommt vom NEWTONschen Gravitationsgesetz aus unter gewissen Voraussetzungen zu den KEPLERSchen Gesetzen. Man kann so z. B. das zweite KEPLERSche Gesetz theoretisch ableiten. Wenn ein Punkt von der Masse m (Planet) sich unter dem Einfluß einer nach dem festen Zentrum (Sonne) gerichteten Kraft bewegt, so bewegt sich der Punkt um das Zentrum in einer ebenen Kurve, deren Ebene durch das Zentrum geht. Und zwar bewegt er sich mit konstanter Flächengeschwindigkeit, d. h. der Radiusvektor (Sonne-Planet) überstreicht in gleichen Zeitabschnitten gleich große Flächen. Hieraus folgt — und darauf kommt es uns hier an — die Winkelgeschwindigkeit des Planeten ist jeden Moment umgekehrt proportional dem Quadrat seines Abstandes vom Zentrum, also auch umgekehrt proportional seinem Trägheitsmoment, denn die umlaufende Masse darf ja als Massenpunkt gelten, und sie ist ja die einzige, die vorhanden ist. Winkelgeschwindigkeit und Trägheitsmoment ändern sich also gleichzeitig so, daß ihr Produkt konstant bleibt. Der Flächensatz spricht also tatsächlich nichts anderes aus als den Satz von der Erhaltung des Drehmomentes für einen Rotationsvorgang unter besonderen Bedingungen. [Die Bedingung, daß die Richtung der Kraft immer durch denselben Punkt der Ebene geht, in der die Bewegung verläuft, genügt, damit der Flächensatz gilt. Ist sie erfüllt, so ist es einerlei, ob sich die Kraft kontinuierlich oder diskontinuierlich ändert, ob sie immer im selben Sinne oder plötzlich entgegengesetzt wirkt. Die von dem Radiusvektor beschriebenen Flächenräume sind immer den Zeiten proportional, in denen sie beschrieben werden.]

Während ein Planet seine Bahn um die Sonne beschreibt, geht die Richtung der gegenseitigen Wirkung beider Körper durch ihren gemeinsamen Massenmittelpunkt als Zentrum der Bewegung. Das Drehmoment eines jeden von beiden um den gemeinsamen Massenmittelpunkt ist daher konstant, solange bloß diese beiden Körper in Frage kommen. Durch die Wirkung anderer Planeten kann

es beeinflußt werden. Schließen wir aber alle Planeten in das System ein, dann bleibt die Summe der Drehmomente um den gemeinsamen Massenmittelpunkt konstant, welche Wirkungen sie auch aufeinander ausüben. Vorausgesetzt ist nur, daß keine Kraft von außen her auf das Sonnensystem wirkt oder auf die verschiedenen Teile des Systems etwa mit verschiedener Stärke einwirkt.

Hierher gehört auch noch das folgende: Die Erde unterliegt der Anziehung durch die Sonne, den Mond und die anderen Planeten. Wäre die Erde eine homogene Kugel, so würden — wir wollen das einmal als bewiesen annehmen — die anderen Himmelskörper keine äußeren Drehmomente, die von der Gravitation herrühren, auf sie ausüben können. Aber die Erde ist nicht homogen, und sie unterliegt daher äußeren Drehmomenten. Dem Flächensatz entsprechend zeigt ihre Bewegung gewisse Abweichungen von der einfachen Achsendrehung. Zu deren Konsequenzen gehören die Präzession und die Nutation der Erdachse (S. 70). Ihre Theorie ist viel zu verwickelt, um elementar darstellbar zu sein. Die Erscheinung besteht darin, daß die Erdachse im Laufe der Jahrhunderte und Jahrtausende nicht sich parallel bleibt. Infolge der Nutation beschreibt sie am Fixsternhimmel kleine Kreise mit einer Periode von ca. 19 Jahren. Diese Erscheinung kommt ausschließlich unter der Einwirkung des Mondes zustande. Infolge der Präzession beschreibt die Erdachse am Fixsternhimmel einen großen Kreis mit einer Periode von ca. 26 000 Jahren. Sie kommt durch Einwirkung von Sonne, Mond und Planeten zustande. Infolge der Präzession wird nach 12 000 Jahren α Lyrae den Namen Polarstern führen müssen.

76. Pendel. Mathematisches Pendel. Wir hatten früher (S. 47, unten) die Drehachse vertikal angenommen, d. h. die Schwerkraft parallel zur Achse wirkend

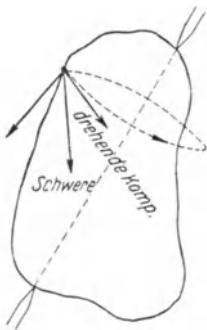


Abb. 99. Starrer Körper, um eine nicht vertikal stehende Achse drehbar. Die Drehung daher von der Schwerkraft beeinflusst.

(Abb. 34), um ihre Einwirkung auf die Drehung auszuschließen. Stellen wir die Achse schief (Abb. 99), so wirkt eine Komponente der Schwerkraft senkrecht zur Achse und kann den Körper drehen. Die Komponente ist um so größer, je mehr sich der Winkel zwischen der Achse und der Schwerkraftrichtung einem rechten nähert. Wir legen jetzt die Achse horizontal, so daß die ganze Schwerkraft senkrecht zur Achse wirkt. Damit sie Drehung hervorrufen kann, darf sie aber nicht die Achse schneiden, ihr Angriffspunkt, der Schwerpunkt des Körpers, darf also weder senkrecht über, noch senkrecht unter, noch in der Achse liegen.

In diesen 3 Fällen (Abb. 100) ist die Drehung unmöglich: bei *a* ist die Gleichgewichtslage indifferent, bei *c* labil. In *b* liegt

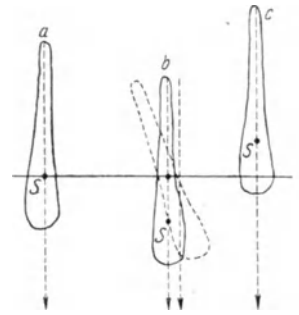


Abb. 100. Der um eine horizontale feste Achse drehbare starre Körper als physisches Pendel (*b*).

der Schwerpunkt senkrecht unter der Achse, also im tiefsten Punkt, in dem er in diesem Falle überhaupt liegen kann. Ist der Körper dabei in Ruhe, und wirkt nur die Erdschwere auf ihn, so *bleibt* er auch in Ruhe, und wirkt nur die Erdschwere auf ihn, so *bleibt* er auch in Ruhe. Die Erdschwere *allein* kann also die Drehung nicht einleiten. Wird der Körper aber durch eine *andere Kraft* zur Seite gedreht, in die punktiert angedeutete Lage, und dann losgelassen, so unterliegt er der drehenden Wirkung der Schwerkraft, weil jetzt (punktiert angedeutet) die Schwerkraft die Achse nicht mehr schneidet. Der Schwerpunkt

geht dadurch seiner tiefsten Lage wieder entgegen, erreicht sie mit einer gewissen Geschwindigkeit und geht infolge des Trägheitsvermögens darüber hinaus; allmählich verliert er dabei seine Geschwindigkeit, bleibt stehen und fällt wieder seiner Ruhelage entgegen, geht *wieder* darüber hinaus — er „pendelt“. Dasselbe tun auch die anderen Punkte des *Pendels* auf parallel liegenden Kreisbögen (den Parallelkreisen S. 47, unten entsprechend).

Den um eine horizontale Achse unter dem Einfluß der Schwerkraft drehbar gemachten Körper (Abb. 100 b) nennt man *physisches Pendel* oder auch zusammengesetztes, im Gegensatz zum *mathematischen* oder einfachen (das allerdings nur mathematisch vorstellbar ist, aber uns dazu verhilft, das Gesetz zu formulieren, nach dem die wirklichen Pendel schwingen). Denkt man sich die Masse des physischen Pendels in einen einzigen Massenpunkt S konzentriert und diesen durch eine starre gewichtlose Gerade SC , die seinen senkrechten Achsenabstand darstellt, mit der Achse verbunden, so haben wir das mathematische Pendel (Abb. 101).

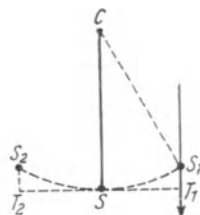


Abb. 101. Mathematisches Pendel.

Ein in der Vertikalebene um die horizontale Achse drehbarer, aus einem einzigen Massenpunkte bestehender starrer Körper ist nur ein mathematisches Bild; aber es ist zweckentsprechend und enthält *alle* für das Pendel charakteristischen Züge. Die starre Gerade SC weist dem Massenpunkt S seinen Abstand von der Achse an und zwingt ihn zur Kreisbewegung um die horizontal liegende Achse, d. h. zur Beschreibung eines selbst *vertikal* stehenden *Kreisbogens*, dessen Radius SC ist. Auf diesem Kreisbogen bewegt sich S auch, von irgendeinem Punkt aus (nur nicht gerade dem tiefsten) eines vertikal stehenden Kreisbogens vom Radius SC . Wir können uns also das einfache Pendel so vorstellen, wie in Abb. 101, oder auch wie in Abb. 102.



Abb. 102. Die Bewegung des Pendelkörpers ist eine Bewegung auf vorgeschriebener Bahn, vergleichbar der Bewegung eines materiellen Punktes auf der konkaven Seite eines Kreisbogens.

Angenommen, der Pendelkörper sei bis S_1 gehoben und dann losgelassen worden. Er fällt in die Ruhelage zurück, kommt dort mit einer gewissen Geschwindigkeit an und schwingt infolgedessen auf dem Kreisbogen darüber hinaus. — *Wie weit* schwingt er darüber hinaus, d. h. *wie hoch* steigt er auf dem Kreisbogen? Das hängt offenbar von der Geschwindigkeit ab, mit der er in S ankommt. Auf dem Wege von S_1 nach S durchläuft er die einzelnen geradlinigen Kurvenelemente, in die man jede krumme Linie (S. 5) zerschnitten denken kann; er bewegt sich also in jedem Augenblicke längs einer schiefen Ebene, deren Neigung gegen den Horizont durch die Tangente in dem Punkt angegeben wird, in dem er sich gerade befindet. Die Geschwindigkeit, mit der ein Körper auf der Basis einer schiefen Ebene ankommt, hängt lediglich von der Höhe der schiefen Ebene ab und ist gleich der Geschwindigkeit, mit der er, die Höhe frei durchfallend, in der Horizontalebene ankommt (S. 41, Mitte). Das Pendel durchläuft eine Reihe ineinander übergehender schiefer Ebenen, deren Gesamthöhe $S_1 T_1$ ist. Die Geschwindigkeit, mit der es in S ankommt, ist also gleich der Geschwindigkeit, die es, frei durch $S_1 T_1$ fallend, erlangt haben würde. (Beim Übergange von der einen schiefen Ebene auf die nächste ändert sich zwar die Richtung, aber diese Richtungsänderung wird kontinuierlich durch die Zentripetalkraft bewirkt und ist darum auf die Geschwindigkeit des Pendels ohne Einfluß.) Und diese Geschwindigkeit reicht aus, es um die $S_1 T_1$ gleiche Strecke $S_2 T_2$ des linken Kreis-

bogens emporzuheben, so daß $SS_2 = SS_1$ ist. (Die Richtungsänderung des aufsteigenden Körpers wird wieder von der Zentripetalkraft bewirkt.) Das Pendel kann also, wenn sich nicht Reibungswiderstände geltend machen, niemals zur Ruhe kommen. Die einzigen Punkte, in denen es in Ruhe bleiben *könnte*, sind der vertikal *über* der Achse liegende Punkt — den erreicht es aber nicht, da es auf der anderen Seite nicht höher steigen kann, als es auf der ersten herabgefallen ist; und der vertikal *unter* der Achse liegende Punkt — den erreicht es aber stets mit einer von 0 verschiedenen Geschwindigkeit, so daß es stets darüber hinausgehen muß, immer wieder zu Punkten, in denen es nicht in Ruhe bleiben *kann*.

Daraus, daß das Pendel nach beiden Seiten gleich weit schwingt, d. h. seine *Steighöhe* gleich seiner *Fallhöhe* ist, folgt, daß auch seine *Steigzeit* gleich seiner *Fallzeit* ist, d. h. daß es ebensoviel Zeit braucht, um von S_1 nach S zu kommen, wie von S nach S_2 oder von S_2 nach S oder von S nach S_1 . Der Weg zwischen den Umkehrpunkten S_1 und S_2 heißt die *Schwingungsweite* oder *Amplitude*, die Zeit, die das Pendel braucht, um einmal von S_1 nach S_2 oder umgekehrt zu gehen, die *Schwingungsdauer*. Da sie immer dieselbe Größe hat, dient sie zur *Zeitmessung*: man zählt, wievielmals während der zu messenden Zeit das Pendel seine Bahn zwischen seinen Umkehrpunkten zurücklegt. Aus der Anzahl der Schwingungen und der Dauer einer einzelnen ergibt sich dann, wieviel Zeit vom Beginn der ersten Schwingung bis zur Beendigung der letzten verfließen ist. — Um die zu messende Zeit in Sekunden ausdrücken zu können, muß man erst wissen, wie groß die Schwingungsdauer des Pendels ist. Ihre Berechnung ist die nächste Aufgabe.

77. Schwingungsdauer des Pendels. Wir gehen dazu von der allgemeinen Gleichung

$R = \frac{\omega \cdot \sum m r^2}{a}$ aus (S. 83, unten). R ist die Größe der drehenden Kraft;

wie groß ist sie hier? — Ist m die Masse des Pendelkörpers S , so ist die Kraft, mit der die Erdschwere sie angreift, gleich $m \cdot g$, in Abb. 103 die Gerade S_1V . Ihre Radialkomponente S_1K vernichtet der Widerstand der Aufhängung, ihre Tangentialkomponente S_1T ist die drehende Kraft R . Aus $\triangle S_1TV$ ergibt sich $S_1T/S_1V = \sin \alpha$, also $S_1T = S_1V \cdot \sin \alpha$, oder, wenn wir S_1T mit R bezeichnen und S_1V durch mg ersetzen, $R = mg \cdot \sin \alpha$, d. h. die Größe der m drehenden Kraft ist jeden Augenblick gleich dem Gewicht von m mal dem Sinus des Winkels, den das Pendel in dem Augenblick mit der Ruhelage bildet ($\alpha = \angle S_1VT = \angle S_1CS$). — Die Summe $\sum m r^2$ besteht, da nur *ein* Massenpunkt vorhanden ist, aus dem Produkt $m l^2$, wo l die Pendellänge ist. Da nur *ein* Massenpunkt vorhanden ist, ist er auch der Schwerpunkt, also der Angriffspunkt der drehenden Kraft. Daher ist $a = l$ zu setzen, und die allgemeine Gleichung $R = \frac{\omega \cdot \sum m r^2}{a}$ geht über in $mg \cdot \sin \alpha = \frac{\omega \cdot m l^2}{l}$. In dieser

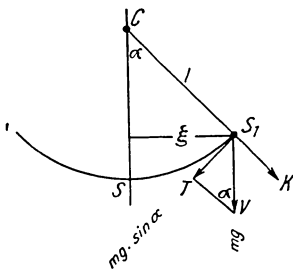


Abb. 103. Zur Schwingungsdauer des mathematischen Pendels.

Gleichung steht links die schwere Masse, rechts die träge Masse, beide setzen wir einander gleich. Wir erhalten jetzt $\omega = \frac{g}{l} \cdot \sin \alpha$. Die Beschleunigung ω , d. h. die *Änderung* der Pendelgeschwindigkeit in irgendeinem Punkte seiner Bahn, hängt von dem Sinus des Winkels ab, den es gerade mit der Ruhelage SC

ildet. Der Winkel α , also auch $\sin \alpha$, ändert sich aber von Moment zu Moment, *folglich auch die Beschleunigung* ω . Sie ist am größten, wenn α am größten ist, d. h. an einem Umkehrpunkt; sie ist am kleinsten, wenn α am kleinsten ist, d. h. wenn das Pendel durch die Ruhelage S geht. — Wohlmerkt: die Beschleunigung, d. h. die *Änderung* der Geschwindigkeit, nicht die *Geschwindigkeit selbst!* Von dem Umkehrpunkt aus und mit 0 beginnend, wächst die Geschwindigkeit des Pendels, während es nach S hin fällt, ständig. Die Zunahme wird aber desto kleiner, je näher es S kommt; und in S selbst ändert sich die Geschwindigkeit überhaupt nicht. Da bis zur Ankunft in S die Geschwindigkeit fortwährend gewachsen ist, ist sie im Moment des Durchganges durch S am größten, entsprechend der Geschwindigkeit, die ein fallender Körper in tiefsten Punkt seines Falles hat. Von S an nimmt die Geschwindigkeit wieder ab, da die Erdschwere ihn zurückzuziehen sucht, die Verzögerung erfolgt nun genau so, wie die Beschleunigung erfolgt war.

Bei der *Winkelbeschleunigung* ω hat der Pendelkörper im Achsenabstand l die *tangentiale Bahnbeschleunigung* $l\omega = g \sin \alpha$. Da $\sin \alpha = \frac{\xi}{l}$, so ist $l\omega = \frac{g}{l} \cdot \xi$.

Die Beschleunigung g eines frei fallenden Körpers durch die Erdschwere und die Pendellänge l sind aber konstant, nur der senkrechte Abstand ξ des Pendelkörpers von der Ruhelage ändert sich. Die Beschleunigung $l\omega$ nach der Ruhelage hin hängt also nur von dem senkrechten Abstände des Pendelkörpers von der Ruhelage SC ab und ist ihm proportional. — (Von der Masse m des Pendels ist sie unabhängig. Das steht im Einklang mit der Tatsache, daß alle Körper gleich schnell fallen, d. h. die Anziehung durch die Erde allen Massen dieselbe Beschleunigung erteilt. Auf die Folgerungen hieraus kommen wir zurück.)

Wir wissen jetzt: die Beschleunigung des Pendelkörpers, folglich auch die Größe der ihn treibenden Kraft, ist proportional seinem senkrechten Abstände ξ von der Ruhelage des Pendels, ist im Abstände 2ξ , 3ξ also 2-, 3 mal so groß wie im Abstände ξ . Die *Richtung* seiner Beschleunigung, folglich auch der ihn drehenden *Kraft* wird in jedem Punkte der Bahn durch die Tangente an dem betreffenden Punkt angegeben, ist also in jedem Moment anders gerichtet. Der Bewegungsvorgang ist somit sehr verwickelt, und wir müssen, um die Schwingungsdauer des Pendels elementar berechnen zu können, die vereinfachende Voraussetzung machen, daß der Kreisbogen S_1S_2 so klein ist, daß er mit der Sehne identisch gelten darf (der Winkel S_1CS_2 darf nicht größer sein als $8-9^\circ$). Wir dürfen dann die Bahn des Pendelkörpers als geradlinig ansehen und die auf ihn wirkende Kraft stets in dieser Geraden nach demselben Punkt gerichtet. Unter dieser Voraussetzung kommen wir zu dem Resultat: *die Beschleunigung des Pendelkörpers*, folglich auch die auf ihn wirkende Kraft, ist *proportional seinem senkrechten Abstände* von seiner Ruhelage und stets nach demselben Punkte gerichtet. Die Abstände ξ messen wir also auf derselben Geraden (Abb. 103), nämlich auf der Sehne, die wir anstatt des Bogens als Schwingungsbahn annehmen.

Dieses Ergebnis gestattet an ein früher gefundenes anzuknüpfen. Ein Punkt von der Masse m , der einen Kreis vom Radius r mit der gleichförmigen Winkelgeschwindigkeit ω beschreibt, wird vom Zentrum mit einer Kraft

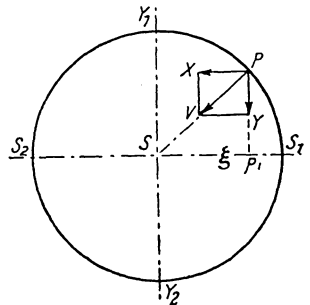


Abb. 104. Zur Schwingungsdauer des mathematischen Pendels.

$F = m r \omega^2$ angezogen, erfährt also dauernd eine Beschleunigung $F/m = r \omega^2$ zum Zentrum hin. Wir zerlegen die Zentripetalbeschleunigung PV (Abb. 104) in die Komponenten PX und PY und berechnen PX . Es ist

$$\frac{PX}{PV} = \frac{\xi}{r}, \text{ also } PX = \frac{PV}{r} \cdot \xi,$$

d. h. die Beschleunigung von P zu $Y_1 Y_2$ hin ist seinem Abstände von $Y_1 Y_2$ proportional wie bei dem Pendelkörper. Wenn also P' , der Fußpunkt, jeden Moment eine seinem Abstände von $Y_1 Y_2$ proportionale Beschleunigung hat, bleibt er dauernd auf dem Durchmesser $S_1 S_2$ senkrecht unter P , er durchläuft dann den Durchmesser $S_1 S_2$ hin in derselben Zeit, in der P den oberen Halbkreis durchläuft, und zurück in derselben Zeit, in der P den unteren Halbkreis durchläuft. Er durchläuft den Durchmesser also beide Male in derselben Zeit, da ja P gleichförmige Geschwindigkeit hat, d. h. beide Halbkreise in gleichen Zeiten durchläuft.

Der Pendelkörper bewegt sich infolge unserer einschränkenden Voraussetzung genau so, wie sich P' bewegen muß, um dauernd senkrecht unter P zu bleiben. Wir können somit in jedem Augenblick den Pendelkörper mit dem Fußpunkt P' identifizieren und schließen: der Pendelkörper braucht genau so viel Zeit, um geradlinig von S_1 durch S nach S_2 und zurück zu schwingen, wie ein Punkt gebraucht, um die Peripherie des mit SS_1 als Radius um S geschlagenen Kreises einmal gleichförmig mit dem Pendelkörper als Fußpunkt zu umlaufen. Wir können diese Umlaufzeit berechnen und so die Schwingungsdauer des Fußpunktes, d. h. des Pendelkörpers, ermitteln. Wir haben vorhin $PX = \frac{PV}{r} \cdot \xi$ gefunden. Für PX ist jetzt $\frac{g}{l} \cdot \xi$ zu setzen, denn das war ja die Beschleunigung des Pendelkörpers nach der Ruhelage hin. Wir bekommen also die Gleichung

$$\frac{g}{l} \cdot \xi = \frac{PV}{r} \cdot \xi \quad \text{also} \quad PV = \frac{g}{l} \cdot r.$$

Mit dieser Beschleunigung wird P' zu dem Zentrum hingetrieben. Da diese aber auch (S. 68, unten) $4\pi^2 r/T^2$ ist, so haben wir

$$\frac{g}{l} \cdot r = \frac{4\pi^2 r}{T^2} \quad \text{oder} \quad \frac{T^2}{4\pi^2} = \frac{l}{g}, \quad \text{also} \quad T = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g}}.$$

T ist die Zeit, in der Punkt P die Kreisperipherie einmal durchläuft, ist also auch die Zeit, in der sein Fußpunkt P' , der Pendelkörper, seine Bahn einmal hin und einmal zurück durchläuft. Die Schwingungsdauer des Pendels, d. h. die Zeit für einen Hingang oder für einen Rückgang, ist also die Hälfte, d. h. $t = \pi \sqrt{l/g}$. Die Schwingungsdauer hängt somit lediglich von der Beschleunigung durch die Erdschwere g und von der Pendellänge l ab, nicht von der Masse des Pendelkörpers, nicht einmal von der Größe des Ausschlagswinkels, solange er (der einschränkenden Annahme gemäß) klein genug bleibt. Die Schwingungszeit ist daher immer dieselbe, gleichviel, wie weit das Pendel innerhalb dieser Grenzen ursprünglich aus seiner Ruhelage abgelenkt worden ist. — Die völlige Unabhängigkeit vom Ausschlagwinkel besteht aber nur für unendlich kleine Schwingungen. Im übrigen hängt die Schwingungszeit vom *Elongationswinkel* ab, d. h. dem größten Winkel zwischen Pendel und Ruhelage.

Wie die Massenpunkte aller Körper, die sich um eine Achse drehen (vgl. S. 69), so haben auch die des *Pendels* infolge ihrer Trägheit das Bestreben, die Lage ihrer Kreisbahnen im Raum

unverändert zu erhalten. Sie ist identisch mit der Lage der Pendelschwingungsebene. Das Trägheitsvermögen der Massenpunkte des Pendels muß sich also darin äußern, daß die Lage der Schwingungsebene *im Raume unverändert* bleibt, wenn nicht eine äußere Kraft eine Änderung erzwingt. In dieser *Erhaltung der Schwingungsebene* des Pendels erkannte FOUCAULT die Grundlage eines experimentellen Beweises für die Achsendrehung der Erde. Denkt man sich ein Pendel über dem Pol der Erde aufgehängt und in der Ebene eines bestimmten Meridians, z. B. über dem Nullmeridian schwingend, so wird ein Beobachter im Nullmeridian dort das Pendel direkt *auf sich zu* kommen und ebenso *von sich weg* gehen sehen. Nach einem Viertelstage, d. h. nachdem jeder Punkt auf der Erde den vierten Teil seines Kreises in der Richtung von West über Süd nach Ost um die Achse vollendet hat, ist der Beobachter in eine um 90° von der ersten verschiedene Stellung gekommen: Das Pendel aber schwingt, da ja keine Kraft außer der Schwerkraft darauf wirkt, unverändert in seiner ursprünglichen Schwingungsebene. Der Beobachter sieht es jetzt *von rechts nach links und von links nach rechts vor sich vorbeischieben* und hat infolgedessen den *Eindruck*, daß die *Schwingungsebene* des Pendels sich während des Viertelstages im Sinne des Uhrzeigers gedreht hat. Der Beobachter am Pol würde die *Schwingungsebene* sich in 24 Stunden einmal um die Ruhelage des Pendels drehen sehen, die am Pol mit der Lage der Erdachse identisch ist. Ihre tatsächliche Erklärung findet die Erscheinung aber darin, daß sich die *Erde und mit ihr* der Beobachter in 24 Stunden um die Achse dreht.

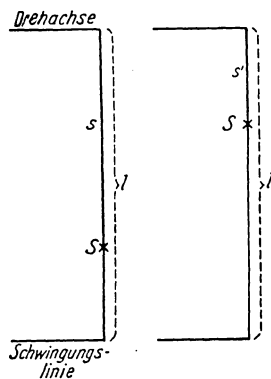


Abb. 105. Zur Vertauschbarkeit von Drehachse und Schwingungslinie des physischen Pendels. Dreht man die linke Hälfte der Abbildung um 180° in der zur Zeichnungsebene senkrechten Ebene, die die Zeichnungsebene in *l* schneidet, so entsteht die rechte Hälfte: die Gerade, die *vorher* Schwingungslinie (Drehachse) war, wird zur Drehachse (Schwingungslinie).

Die scheinbare Drehung der Schwingungsebene in irgend-einem Punkt der Erdoberfläche ist dem Sinus der geographischen Breite proportional. Sie ist daher desto kleiner, je näher dem Äquator der Punkt liegt; sie beträgt z. B. in Berlin in 24 Stunden nur 285° 36', gebraucht also zu einer vollen scheinbaren Umdrehung 30 Stunden 15'. Am Äquator selbst ist sie Null. — FOUCAULT benützte für seine Versuche (Paris 1851) eine 28 kg schwere Kupferkugel an einem 17 m langen Stahldraht mit einer Schwingungsdauer von 16,40''.

78. Reduzierte Pendellänge. Schwingungspunkt. Reversionspendel. Sekundenpendel. Pendeluhr. Metronom.

Das Resultat $t = \pi \sqrt{l/g}$ bezieht sich auf das mathematische Pendel. In der Wirklichkeit haben wir es aber mit physischen Pendeln aus unendlich vielen Massenpunkten zu tun, von denen jeder einzelne die Berücksichtigung seines Achsenabstandes (am mathematischen Pendel mit *l* bezeichnet) erfordert. Jeder einzelne für sich betrachtet, repräsentiert ein mathematisches Pendel. Die Formel $t = \pi \sqrt{l/g}$ zeigt, daß er langsamer oder schneller schwingt, je nachdem er um mehr oder weniger als *l* von der Achse absteht. Das physische Pendel stellt also eine unendliche Anzahl von mathematischen Pendeln dar, die, den Achsenabständen der Massenpunkte entsprechend, verschiedene Schwingungszeiten haben. Da sie aber demselben starren Körper angehören, *müssen* sie ihre Schwingungswege alle in derselben Zeit durchlaufen: Ein gegebenes *physisches* Pendel muß eine bestimmte Schwingungsdauer τ haben. Offenbar gibt es aber auch ein *mathematisches* Pendel, dessen Schwingungsdauer mit der Schwingungsdauer τ jenes physischen Pendels übereinstimmt. Um die Schwingungsdauer τ zu haben, muß es eine Länge λ haben, die mit τ zusammen die Gleichung

$$\tau = \pi \sqrt{\frac{\lambda}{g}}$$

erfüllt, d. h. die Länge $\lambda = g \cdot \frac{\tau^2}{\pi^2}$. Man nennt sie die *reduzierte Pendellänge*

jenes physischen Pendels. — Derjenige Punkt des physischen Pendels, dessen Abstand von der Achse gleich der reduzierten Pendellänge ist, in dem also seine Masse konzentriert sein könnte, ohne daß seine Schwingungsdauer anders würde, heißt *Schwingungspunkt*, die durch den Schwingungspunkt zur Achse parallele Gerade *Schwingungslinie*. Alle auf ihr liegenden Punkte des Körpers haben die Schwingungsdauer τ , sie schwingen gerade so, wie sie auch schwingen würden, wenn jeder für sich, von den anderen Punkten des Körpers isoliert, in demselben Abstände von der Drehungsachse wie bisher an einem gewichtslosen unausdehnbaren Faden schwingen würde. (Diese Schwingungslinie kann man zur *Drehungsachse* machen, ohne daß die Schwingungsdauer des Pendels anders wird. Wir kommen darauf zurück.)

Es bleibt uns noch die Aufgabe, zu einem gegebenen physischen Pendel die reduzierte Pendellänge zu berechnen. Zu dem Zweck kehren wir zu der allgemeinen Gleichung $R = \frac{\omega \cdot \sum mr^2}{a}$ zurück. R ist durch $Mg \sin \alpha$ zu ersetzen (S. 88, unten), wo M die Gesamtmasse des physischen Pendels ist; wir denken uns M im Schwerpunkt, dem Angriffspunkte der Schwerkraft, konzentriert und wollen annehmen, daß er um die Strecke s von der Achse abstehe, wir haben dann $a = s$ zu setzen. $\sum mr^2$ bedeutet das (als bekannt anzunehmende) Trägheitsmoment. Wir bezeichnen es mit Θ und haben dann

$$Mg \sin \alpha = \frac{\omega \cdot \Theta}{s} \quad \text{oder} \quad g \sin \alpha = \omega \frac{\Theta}{s \cdot M}.$$

Die entsprechende Gleichung für das mathematische Pendel von der Länge l war (S. 88, unten):

$$g \sin \alpha = \omega \cdot l.$$

Das bedeutet: Die Winkelbeschleunigung eines *physischen* Pendels vom Trägheitsmoment Θ und der Masse M , dessen Schwerpunkt den Achsenabstand s hat, ist in jedem Moment gleich der Winkelbeschleunigung eines (um denselben Winkel α von der Ruhelage abgelenkten) *mathematischen* Pendels von der Länge

$$l = \frac{\Theta}{s \cdot M}.$$

Die reduzierte Pendellänge l ist größer als der Achsenabstand s des Schwerpunktes. Wir legen durch den Schwerpunkt S eine Achse parallel zur Drehungsachse und nennen das Trägheitsmoment um die Schwerpunktsachse Θ_s . Dann ist $\Theta = \Theta_s + Ms^2$ (S. 83, Mitte), d. h.: $\Theta > Ms^2$ also $\frac{\Theta}{M \cdot s} > s$, d. h. $l > s$, der Schwingungspunkt liegt tiefer als der Schwerpunkt. Eine einfache Rechnung zeigt, daß $l = s + \frac{k^2}{s}$, wo s der Achsenabstand des Schwerpunktes ist und k der Trägheitsradius (S. 82, unten). [Es ist $\Theta = \sum mr^2 + Ms^2 = Mk^2 + Ms^2 = M(k^2 + s^2)$, also ist $l = \frac{M(k^2 + s^2)}{sM} = \frac{k^2}{s} + s$, daher auch: $(l - s)s = k^2$, also $ss' = k^2$, wenn wir $l - s = s'$ setzen.] — Aus dem Ausdruck $l = s + \frac{k^2}{s}$ für den Abstand zwischen Drehungsachse und Schwingungslinie folgt etwas sehr Wichtiges und Interessantes: man kann die Schwingungslinie zur Drehungsachse machen, ohne daß die Schwingungsdauer des Pendels sich ändert. D. h.: die Gerade, die bisher Drehungsachse war, wird zur Schwingungslinie (Abb. 105). Bezeichnet man nämlich die zu der neuen Schwingungsachse gehörige reduzierte Pendellänge mit l' und den dazu gehörigen Schwerpunktabstand mit s' , so findet man $l' = s' + \frac{k^2}{s'}$ und da $ss' = k^2$, so ist $l' = \frac{k^2}{s} + s = l$.

Durch diese Beziehung bekommt auch der Trägheitsradius k für uns eine anschaulichere Bedeutung als wir sie bisher von ihm hatten: Wählt man in einer durch den Schwerpunkt gehenden Vertikalebene zwei Achsen derart, daß der abwechselnd um die eine oder die andere Achse schwingende Körper immer dieselbe Schwingungsdauer hat, so müssen beide Achsen (gleich weit vom Schwerpunkt oder) in Abständen liegen, deren Produkt gleich k^2 ist. Denn aus $s + \frac{k^2}{s} = s' + \frac{k^2}{s'}$ folgt $s - s' = \frac{k^2(s - s')}{s s'}$. Ist nun $s - s'$ von Null verschieden, so kann man beide Seiten dadurch dividieren und bekommt, wie oben, $ss' = k^2$. D. h., der Abstand der beiden Achsen ist die Länge des mit dem physischen Pendel *gleich* schnell schwingenden (synchrone) mathematischen Pendels. Das bietet ein praktisches Mittel, um diese Länge zu messen. Ein Pendel, das mit Rücksicht hierauf eingerichtet ist (Abb. 106), hat *zwei* prismatische Aufhängevorrichtungen: die eine oben als jeweilige Drehungsachse, die andere unten durch den Schwingungspunkt. Es hängt mit der Schneide des Prismas auf einer entsprechenden Unterlage. Man braucht es nur umzudrehen, d. h. nur oben in unten zu verwandeln, um die Drehungsachse zur Schwingungslinie zu machen, und den Schneidenabstand so lange zu variieren, bis das Pendel in beiden Lagen die gleiche Schwingungsdauer hat. Diese Pendel heißen *Reversionspendel* (KATER, BOHNENBERGER); sie dienen zur Bestimmung der Länge des *Sekundenpendels* (S. 93, unten). Ein solches Pendel macht die Kenntnis eines Trägheitsmomentes unnötig, auch die der Massenverteilung; der gegenseitige Abstand der Schneiden ist allein maßgebend.

Da das Pendel zu jeder Schwingung *gleichviel* Zeit verbraucht, dient es zur Zeitmessung. Gebraucht ein gegebenes Pendel z. B. 1 Sekunde für eine Schwingung und *zählt* man, *wieviele* Schwingungen es in dem Zeitabschnitt, der gemessen werden soll, macht, so gibt die gefundene

Zahl die Länge dieses Zeitabschnittes in Sekunden. — Die *Pendeluhren* (HUYGHENS) benützen ebenfalls die *Gleichheit* der Pendelschwingungen, und zwar um die fortlaufende Bewegung eines Räderwerks nach *gleich* großen Zeitabschnitten immer für einen Moment zu hemmen. Die „Hemmung“ ist die Seele der Uhr (Abb. 107). Die Uhren haben die Aufgabe, einen Zeiger (wir denken hier nur an *einen*, etwa den Minutenzeiger) vor einem Zifferblatt in gleich großen Zeitabschnitten um gleich große Winkel zu drehen. An der Größe des von der Zeigerspitze zurückgelegten Bogens erkennt man die Länge der verflossenen Zeit. Der Zeiger sitzt auf der Welle eines hinter dem Zifferblatt befindlichen Rades *R*, er kann sich also nur dann in gleichen Zeiten um gleiche Winkel drehen, wenn das *Rad* es tut. Bewegt wird das Rad durch ein Gewicht (in der Abbildung weggelassen), das an einer um die Welle gewickelten Schnur hängt. Das Gewicht fällt und dreht dadurch das Rad und mit ihm den Zeiger. Säßen Rad und Zeiger ohne weitere Vorrichtung auf der Welle, so würde das Gewicht bis zu dem tiefsten erreichbaren Punkt fallen und dabei den Zeiger anfangs langsam, dann schneller und schneller vor dem Zifferblatt herumdrehen — eine Messung wäre unmöglich. Diese beschleunigte

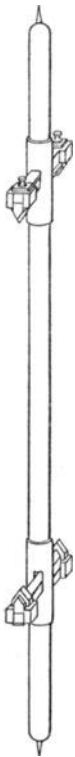


Abb. 106. Reversionspendel.

Bewegung des Rades verhindert man, und zwar dadurch, daß man es, kurz nachdem es sich zu drehen begonnen hat, also solange noch seine Geschwindigkeit sehr klein ist, wieder anhält („hemmt“), sofort wieder losläßt, wieder hemmt usw. D. h. man erlaubt ihm immer nach Ablauf eines kurzen Zeitabschnittes, und zwar immer *desselben*, die Drehung von *neuem* zu beginnen. Die *Gleichheit* der Zeitabschnitte, nach denen man das Rad hemmt, bewirkt in den *Pendeluhren* ein schwingendes Pendel: Man macht das Rad zu einem *Zahnrad* und versieht das Pendel mit einer Vorrichtung *n m*, der Hemmung, die, mit dem Pendel durch das Gestänge *ab o* fest verbunden, dessen Schwingungen mitmacht und am Ende jeder Schwingung zwischen die Zähne des Rades greift. Die Hemmung greift ein, sobald das Pendel in einem Umkehrpunkt ankommt. In diesem Moment wird das Rad, und mit ihm das Gewicht, angehalten. Nur während das Pendel von einem Umkehrpunkt zum anderen geht, kann sich das Rad drehen. Es dreht sich dabei nur um *einen* Zahn weiter; *währenddessen* bewegt es sich zwar beschleunigt, aber diese Zeit ist so kurz, daß es sich *nahezu* gleichförmig, der Zeiger sich also auch *nahezu* gleichförmig bewegt, d. h. in gleichen Zeiten gleiche Winkel beschreibt. — Die Gleichheit der Pendelschwingungen verwandelt also die sonst beschleunigte Bewegung des Räderwerks in eine *nahezu* gleichförmige.

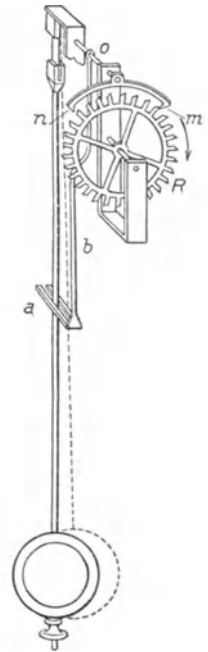


Abb. 107. Pendeluhr.

In den *Pendeluhren* *hört* man die Ankunft des Pendels in einem Umkehrpunkt durch das „Ticken“ der Hemmung. Man kann dadurch auch *mit dem Ohre* die Gleichheit von Zeitabschnitten auffassen. Bei der Uhr wird das meistens kaum berücksichtigt, im *Metronom* dagegen ist es Zweck. Das *Metronom*, das den Takt „schlägt“ und auf das sich der Musiker bisweilen bezieht, um für die Wiedergabe von Musikstücken ein Vortragtempo zu normieren und notfalls zahlenmäßig auszurücken, ist ein sehr laut tickendes Pendel, dessen Pendelkörper längs der Stange verschiebbar ist. Durch die Verschiebung ändert sich der Abstand seines Schwerpunktes von der Achse, also die Länge des reduzierten Pendels, das mit jenem physischen gleich schnell schwingt, d. h. die Schwingungsdauer des *Metronoms*, sein „Tempo“, ändert sich.

Die Länge des Pendels mit der Schwingungsdauer 1 Sekunde (Sekundenpendel) ist genau bekannt, daher ist aus $t = \pi \sqrt{l/g}$ auch g sehr genau meßbar. Ist das Sekundenpendel l_1 cm lang, so ist, da $t = 1$ Sekunde zu setzen ist: $1 = \pi \sqrt{l_1/g}$, und $g = \pi^2 \cdot l_1$ cm. Die Beschleunigung des Pendelkörpers durch die Erdschwere ist also unabhängig von seiner Masse; auch *das* heißt nur: alle Massen fallen gleich schnell. Die Identität von g für alle Massen ist experimentell, wie die Formel $g = \pi^2 \cdot l_1$ zeigt, erwiesen, da die Länge des Sekundenpendels — natürlich wieder die reduzierte Pendellänge — für jeden Pendelkörper dieselbe bleibt. Durch Pendelbeobachtungen kann man daher leicht die Identität der Erdschwere für alle Massen nachweisen, leichter als durch Fallversuche.

79. Abhängigkeit des Gewichts von der Achsendrehung der Erde. Abplattung der Erde. Die Erfahrung hat gelehrt, daß das Sekundenpendel nicht an allen Punkten der Erde dieselbe Länge hat. Es ist z. B.

am Äquator (Meeresspiegel)	99,100 cm
unter 45° Breite	99,357 „
in Potsdam	99,424 „

Daraus folgt: g , die Beschleunigung durch die Erdschwere, ist

am Äquator	978,06 cm
unter 45° Breite	980,61 „
in Potsdam	981,27 „

Die Beschleunigung g , also auch das Gewicht eines Körpers wächst somit vom Äquator nach den Polen hin. Die Erklärung dafür liegt in folgendem: Nicht die ganze Anziehungskraft der Erde auf die Masse kann sich als Druck der Masse auf ihre Unterlage äußern, ein Teil davon wird durch die Zentrifugalkraft aufgehoben, die durch die Achsendrehung der Erde verursacht wird. Die Zentrifugalbeschleunigung ist, wenn r den Radius der Erdkugel bezeichnet:

am Äquator (Breitengrad 0) $f_0 = \frac{4\pi^2 r}{T^2}$,

im Breitengrade φ (mit $r \cdot \cos \varphi$ als Radius des Parallelkreises) $f_\varphi = \frac{4\pi^2 r}{T^2} \cos \varphi = f_0 \cdot \cos \varphi$,

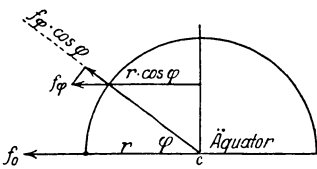


Abb. 108. Die Schwerkraft an einem Punkte der Erdoberfläche hängt ab von der geographischen Breite des Punktes.

worin T die Zeitdauer einer vollen Umdrehung der Erde um ihre Achse bedeutet. Am Äquator (Abb. 108), fällt die ganze Beschleunigung f_0 in die Gerade, längs deren C eine Masse anzieht. Im Breitengrade φ dagegen, wie die Zerlegung der Kräfte zeigt, von f_φ nur die Komponente $f_\varphi \cdot \cos \varphi = f_0 \cos^2 \varphi$. Angenommen die Erde *stehe still* und ihre Anziehung auf eine Masse an ihrer Oberfläche, vorausgesetzt, daß sie eine *vollkommene* Kugel und ihre Anziehung auf jeden Punkt der Oberfläche gleich groß ist, betrage G . Während der Drehung wirken f_0 und $f_\varphi \cdot \cos \varphi$ verkleinernd auf G , da sie ja G entgegengesetzt gerichtet sind. Infolgedessen ist, wenn g_0 und g_φ die Beschleunigungen durch die Erdschwere während der Drehung bedeuten:

am Äquator $g_0 = G - f_0$,
 im Breitengrade φ $g_\varphi = G - f_0 \cdot \cos^2 \varphi$, folglich, da $G = g_0 + f_0$,
 $g_\varphi = g_0 + f_0 \cdot \sin^2 \varphi$.

Das heißt: Die Schwerkraft wächst vom Äquator zu den Polen hin im Verhältnis des Quadrats des Sinus der geographischen Breite. Setzt man in $f_0 = \frac{4\pi^2 r}{T^2}$ für r den Äquatorradius in Metern und für T die Rotationszeit der Erde in Sekunden, so ergibt die Rechnung $f_0 = 34 \text{ mm} \cdot \text{sec}^{-2}$, also $g_0 = G - 34 \text{ mm} \cdot \text{sec}^{-2}$, d. h. am Äquator verkleinert sich die Beschleunigung (durch die Erdschwere) infolge der Zentrifugalkraft um $34 \text{ mm} \cdot \text{sec}^{-2}$. Die Pendelbeobachtungen am Äquator geben $g_0 = 9,7806 \text{ m} \cdot \text{sec}^{-2}$.

Da f_0/G sehr nahe $1/289$ ist, beträgt die Verminderung f_0 am Äquator $1/289 \cdot G$; die anziehende Kraft der Erde auf eine Masse am Äquator wird also um $1/289$ des wahren Gewichtes der Masse verkleinert. Wäre die Verkleinerung 289 mal so groß, wie sie wirklich ist, so wäre die Masse gewichtslos. Damit aber f_0 , d. h. die Zentrifugalbeschleunigung 289 mal so groß werden könnte, wie sie wirklich ist, müßte (S. 68) das Quadrat der Winkelgeschwindigkeit der Erde 289 mal so groß sein, d. h. die Winkelgeschwindigkeit 17 mal so groß sein, wie sie wirklich ist, der „Tag“ also nur ca. 1 Stunde 25 Minuten unseres Zeitmaßes dauern.

Benutzt man das Resultat $f_0/G = 1/289$, um zu berechnen, wie die Länge des Sekundenpendels sich mit der geographischen Breite ändert, so kommt man zu einem anderen Resultat als beim Versuch. Aus den Pendelversuchen findet man Längen, die zu $f_0/G = 1/192$ führen (nicht $1/289$). (Wir können diesen Unterschied so veranschaulichen: wäre die Zentrifugalkraft allein die Ursache für die Veränderung der Schwere, so müßte g am Äquator um $34 \text{ mm} \cdot \text{sec}^{-2}$ kleiner sein als an den Polen, aus den Pendelversuchen geht aber hervor, daß sie um $52 \text{ mm} \cdot \text{sec}^{-2}$ kleiner ist.) Der Grund für die Abweichung: die Erde ist keine vollkommene Kugel, wie wir angenommen haben, sondern ist an den Polen abgeplattet. Die Gradmessungen ergeben, daß der Polardurchmesser um etwa $1/298$ kürzer ist als der Äquatorialdurchmesser. — Man erklärt die Vergrößerung des Äquatorialdurchmessers gegenüber

lem Polardurchmesser ebenfalls daraus, daß die Zentrifugalkraft am Äquator größer ist als an den Punkten zwischen dem Äquator und dem Pol, und aus der Wirkung der Zentrifugalkraft auf die Erdmasse, als sie noch plastisch und deformierbar war. Auf diese Weise konnte sich die Kugel in ein Rotationsellipsoid umwandeln.

80. Niveaulflächen. Geoid. Änderung der Schwere. Auch ein Rotationsellipsoid ist die Erde nur *annähernd*, und die Schwere ändert sich an der Erdoberfläche nicht nur längs eines Meridians. Schon Gesteinsmassen, wie Berge und Gebirge, lenken das Pendel aus der Richtung ab, die es ohne ihr Dasein annehmen würde, und beeinflussen seine Schwingungsdauer. Ferner: Theoretisch wächst die Schwerkraft polwärts mit dem Quadrat des Sinus der geographischen Breite. Danach müßten die Linien gleicher Schwerkraft (Isogammen) auf der Erdoberfläche wie die Breitenparallelen verlaufen, aber das tun sie nicht. Auf den ozeanischen Inseln z. B. ist das Sekundenpendel länger, die Schwerkraft also größer als an den Küsten oder im Innern des Festlandes, obwohl die die Inseln umgebenden Wassermassen nicht halb so dicht sind wie die Bodenschichten unter den Beobachtungsorten an den Küsten und auf dem Festlande. Daher kann die Erde auch ein Rotationsellipsoid nur annähernd sein. Die Erhebungen und Vertiefungen der sog. physischen Erdoberfläche — Berge und Täler, Kontinente und Meere — sind im Vergleich zur Größe der Erde zwar so klein, daß die Erde im Verhältnis dazu glatt wie ein Apfel ist und man die physische Erdoberfläche mit großer Annäherung durch eine theoretische ersetzt denken darf. Aber durch eine mathematische Formel ist sie nicht zu fassen, man muß sie punktweise ermitteln. Als theoretische Erdoberfläche nimmt man eine solche an, die in allen ihren Teilen horizontal ist, d. h. in jedem ihrer Punkte *senkrecht* auf der zugehörigen *Lotrichtung*. Man nennt eine solche Fläche eine *Niveaulfläche*. (Der Ausdruck ist von den Eigenschaften der Flüssigkeiten hergenommen. Die freie Oberfläche einer Flüssigkeit, die der Schwerkraft und der Zentrifugalkraft unterliegt, stellt sich stets senkrecht zu der resultierenden Kraft. Und zwar *deswegen*: stünde die Resultierende schief dazu, so würde eine Komponente davon *in* die Oberfläche fallen und eine Strömung erzeugen, die so lange andauert, bis sich die Masse so verschoben hat, daß die seitliche Komponente verschwunden ist.)

Natürlich kann man sich in jeder beliebigen Höhe über der Erdoberfläche Niveaulflächen konstruieren, also auch *außerhalb* derjenigen, die mit der Erdoberfläche zusammenfällt. Die Niveaulflächen umschließen einander wie die Schalen einer Zwiebel. Wo die Erdschwere g größer ist, liegen sie enger beisammen, und wo g kleiner ist, treten sie weiter auseinander. Sie berühren einander nirgends. Die an einem gegebenen Punkt des Schwerfeldes herrschende Richtung der Schwerkraft ist *normal* zu der durch den Punkt gehenden Niveaulfläche der Erde.

Wo die einander folgenden Flächen nicht parallel zueinander sind, wechselt daher die Normale ihre Richtung relativ zu ihrer Umgebung so, daß sie die Niveaulflächen stets rechtwinklig durchsetzt. Durch diese dauernde Richtungsänderung entsteht eine krumme Linie, die *in jedem ihrer Punkte* durch ihre Tangente die dort herrschende Krafttrichtung anzeigt. Sie heißt *Kraftlinie*. Die Abb. in [306.] zeigt die Niveaulflächen und die Kraftlinien in einem elektrischen Felde. Wir brauchen uns hier nicht näher damit zu beschäftigen und kommen in der Lehre von der Elektrizität und dem Magnetismus darauf zurück.

Nehmen wir die Erde als homogene Masse an und sehen wir von ihrer Rotation ab, so finden wir als Niveaulfläche der Erde die Kugel; berücksichtigen wir ihre Rotation, so finden wir ein Rotationsellipsoid; berücksichtigen wir auch, daß sie nicht homogen ist und nach innen an Dichte stark zunimmt, so kommt man zu einer viel verwickelteren Fläche (Rotations-sphäroid oder Niveausphäroid). Aber die wirkliche Erdoberfläche ist überhaupt in keine Flächenklasse einzuordnen, sie steht für sich allein; man nennt sie *Geoid*. Es ist diejenige unter den Niveaulflächen, die in ihren sichtbaren Teilen mit der Meeresoberfläche zusammenfällt, sie ist durch dieses Zusammenfallen vor allen anderen kenntlich gemacht. Wohlge-merkt: Die Niveaulflächen sagen an jedem ihrer Punkte nur etwas aus über die *Richtung* der Schwerkraft, nichts über deren *Größe*.

Unter den Methoden zur Ermittlung des Geoides stehen die Schweremessungen obenan. Auch die sorgsamst konstruierten Pendel stehen dabei zurück hinter der Drehwaage von Eörvös (1848—1919). Sie mißt nicht die Schwerkraft selbst, sondern den Unterschied der Schwerkrafttrichtung an zwei ganz nahe beieinander liegenden Punkten. Die Drehwaage von Eörvös, Abb. 109 u. 110, ist für die reine wie für die angewandte Physik von ungewöhnlich

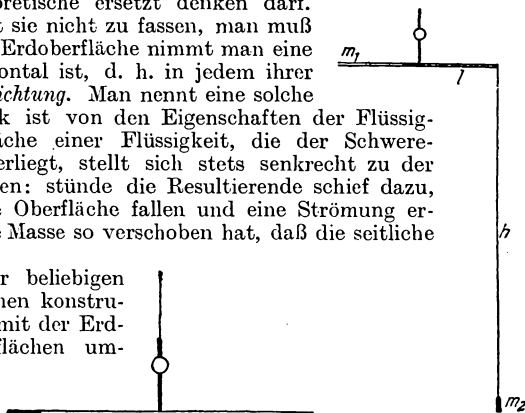


Abb. 109.
Drehwaage von Eörvös.
Erste Form.

Abb. 110.
Zweite Form.

großem Wert: für die reine, denn ihre Empfindlichkeit gegen die Verschiedenheit der Schwerkraftrichtungen hat es ermöglicht 1. die Gleichheit der trägen und der schweren Masse mit einer Genauigkeit von $1 : 2 \cdot 10^8$ nachzuweisen und 2. die Unterschiede in der Richtung und der Größe der Schwerkraft an Punkten von einigen Dezimeter gegenseitigem Abstand (Balkenlänge) zu ermitteln, d. h. durch Beobachtungen an einem und demselben Beobachtungsort; für die angewandte, denn durch ihre Empfindlichkeit gegen die Verschiedenheit der Schwerkraftrichtungen ist sie für den praktischen Geologen bei der Erforschung des Inneren der Erdrinde ein unentbehrliches, durch kein anderes ersetzbares Instrument geworden.

81. Drehwaage von Eötvös. Um das Verhalten der Eötvösschen Drehwaage (Abb. 109) im Schwerefeld zu verstehen, denke man sich selber an ihrer Stelle hängend als gegen die Variation der Schwerkraft unendlich empfindlichen Beobachter, die Arme diametral wagerecht ausgestreckt, von dem äußersten Fingerende beiderseits je ein überaus empfindliches Senkel herabhängend — beide genau gleich lang. Jedes Senkel stellt sich in die an seinem Aufhängungspunkt herrschende Schwerkraftichtung (es zeigt dadurch zugleich die Lage der auf ihm senkrechten Niveauläche an). Man vergegenwärtige sich nun die Vertikalebene, in der die ausgestreckten Arme und das *eine* der beiden Senkel liegen — wir nennen sie *Normalebene*. Liegt das andere Senkel dann *auch* in der Normalebene, so wirkt auch am Ende *dieses* Armes die ganze Schwerkraft *in* der Normalebene. Jede Hand fühlt dann einen Zug nach unten, abgesehen hiervon bemerkt der Beobachter sonst nichts. Fällt das andere Senkel aber *nicht* in die Normalebene, sondern bildet sie einen Winkel mit ihr, so fühlt (dieser Winkel ist für die Empfindlichkeit maßgebend) diese Hand einen Zug *seitlich* (schräg) nach unten: nicht die *ganze* Schwerkraft fällt dann in die Normalebene, eine Komponente von ihr fällt vielmehr in die Horizontalebene, in der die ausgestreckten Arme liegen, zieht in dieser Ebene senkrecht zu den ausgestreckten Fingern, dreht den Beobachter (um den Aufhängedraht als Achse) aus der ursprünglichen Ruhelage heraus und tordiert den Aufhängedraht um einen gewissen Winkel. Je kleiner der Winkel der Schwerkraftichtung mit der Normalebene ist, bei dem die Drehung eintritt, desto „empfindlicher“ nennt man diese Vorrichtung.



Abb. 111. Zum Verhalten der Drehwaage von Eötvös. E das Balkenende (von einem Auge gesehen, das in der Verlängerung des Balkens liegt), S die Schwerkraftichtung, die mit der Normalebene einen Winkel bildet, S_v ihre vertikale Komponente, die in die Normalebene fällt, S_h ihre Horizontalkomponente, die den Balken senkrecht in der Horizontalebene angreift und aus der Ruhelage herausdreht. Der Winkel zwischen S und S_v ist der, um den die Schwerkraft von der Normalebene abweicht. (In der Abbildung sehr übertrieben.)

Die Drehwaage von Eötvös — der Form nach die von COULOMB für elektrostatische Untersuchungen benützte [302] — ist ein Balken mit verhältnismäßig großem Trägheitsmoment, der horizontal an einem möglichst dünnen Metalldraht von möglichst beständiger Elastizität — der Draht ist die Seele des Instruments. Der Balken (Abb. 109) ist ein 40 cm langes Aluminiumrohr, an den Enden mit Gewichten von je etwa 30 g beschwert, der Draht ein besonders vorbehandelter Platin-Iridiumdraht von 0,04 mm Durchmesser. Der Balken trägt die für die Skalenablesung mit dem Fernrohr bestimmten Spiegel. Die Schwingungsdauer der Waage ist sehr groß (ca. $\frac{1}{2}$ Stunde). Welches ist der Gegenstand der eigentlichen Messung, die man mit der Waage ausführt? Wir denken uns durch den Mittelpunkt des Balkens die Niveauläche gelegt. Bringt man den Balken in einen Hauptschnitt der Niveauläche — diesen Begriff müssen wir als bekannt voraussetzen —, so bleibt er in Ruhe. Dreht man ihn aber in einen Winkel dazu, so tritt eine Komponente auf, die den Winkel zu verkleinern sucht. Dadurch wird der Draht um einen gewissen Winkel gedreht, *diesen* Winkel mißt die Waage; wie man das tut, darauf gehen wir nicht im einzelnen ein. Es geschieht durch Beobachtung der Schwingungen des Balkens (mit Fernrohr, Spiegel und Skala, s. POGGENDORFF).

Die Drehwaage in dieser Form reagiert nur auf Unterschiede in der *Richtung* der Schwerkraft; in der Form der Abb. 110 — das eine Gewicht liegt 65 cm tiefer als das andere — reagiert sie auch auf Unterschiede in der *Größe* der Schwerkraft. (Um das gut zu übersehen, muß man sich über die Lage des Balkens und der Gewichte zu den Niveaulächen klar werden und sich den Sinn der Niveaulächen und der auf ihnen senkrechten Kraftlinien als *Richtungsanzeiger der Kraft* in den einzelnen Punkten vergegenwärtigen.) Wir beschreiben das *Verhalten* der so belasteten Waage wieder an dem im Schwerefeld hängenden Beobachter (s. oben). Wir hatten bestimmt: die beiden Senkel sollen gleich lang sein. Man denke zurück an den Fall, in dem die (gleich langen) Senkel *beide* in der Vertikalebene lagen. Daraus schlossen wir, daß die Schwerkraft dort keine Horizontalkomponente hat, sondern mit ihrer ganzen

Größe in der Normalebene wirkt. Machen wir nunmehr, der Abb. 110 entsprechend, das Senkel viel länger, so daß das eine Gewicht viel tiefer als das andere liegt, dann spürt die Hand von dem längeren Senkel wieder einen Zug *seitlich* (schräg) nach unten, und der Beobachter wird wieder aus der Ruhelage herausgedreht. An dem Orte des tiefer unten hängenden Gewichtes ist die Richtung der Schwerkraft etwas anders als an dem Ort des anderen. Die *Richtungsänderung* der auf die tiefer hängende Masse wirkenden Schwerkraft kann man durch die Vorstellung *deuten*, daß die an diesem Balkenende wirkende Kraft *größer* ist als am anderen, nämlich um eine Horizontalkomponente, die die Schwere an jenem Ende der Größe wie der Richtung nach ändert und dadurch die Drehung bewirkt.

Die Eötvössche Drehwage, in der zweiten Form angewendet, liefert Angaben darüber, wie sich die Schwerkraft in der Horizontalebene nordsüdwärts oder ostwestwärts ändert. Die Resultierende dieser beiden Daten ergibt Richtung und Größe der größten Änderung des *Gradienten*, das ist um wieviel cm, g, sec -Einheiten, um wieviel Dyn die Kraft zunimmt, wenn man sich in dieser Richtung in der Horizontalen um 1 cm vorwärts bewegt. Die Werte sind so klein, daß man sie in $1 \cdot 10^{-9} \text{ c g s}$ -Einheiten, ausdrückt.

In der ersten Form reagiert die Wage auf Unterschiede in der Schwerkraftrichtung. Solche Unterschiede, wie sie z. B. schon dadurch gegeben sind, daß die Niveaulächen des Schwerfeldes der Erde infolge der Rotation von der Kugel abweichen, werden im kleinen auch durch störende Massen (Berge, Gebirge) hervorgebracht; sie deformieren die Niveaulächen. Die Drehwage in der ersten Form gibt daher ein Kriterium für die Gestalt der Niveaulächen und damit für das Vorhandensein störender Massen. In der zweiten Form gibt die Wage an, ob die störenden Massen leichter oder schwerer sind; am größten ist der horizontale Gradient am *Rande* einer störenden Masse, z. B. eines Salzhorstes unter der Erdoberfläche, die Grenzen eines solchen Horstes lassen sich horizontal auf etwa 50 m genau bestimmen. Mit der Drehwage in der ersten Form hat Eötvös die Gleichheit der Anziehung der Erde auf Stoffe der verschiedensten Art geprüft. Die Überlegung, von der er sich leiten ließ, war die: Die Schwerkraft an einem Punkte der Erdoberfläche resultiert aus der dort herrschenden Anziehung durch die Erde und der Zentrifugalkraft, einer Trägheitskraft. In Abb. 112 ist NF die Erdachse, APN ein Meridian, P ein Punkt der Erdoberfläche, PC die (übertrieben gezeichnete) Zentrifugalkraft, der Pfeil PG bedeutet die Anziehungskraft auf den Punkt P und Pg die Resultierende beider, die Schwere. Man sieht: unter dem Einfluß der Zentrifugalkraft weicht die Anziehungskraft aus ihrer ursprünglichen Richtung südwärts ab. (Man denke sich im Punkte P stehend mit dem Blick nach Norden N . Am Äquator und am Nordpol verschwindet diese Abweichung, am größten ist sie unter 45° in Budapest, $47^\circ 28'$, beträgt sie $5' 56''$). Ist die Wirkung der Erdschwere auf verschiedene Stoffe bei P verschieden, so muß die aus der Anziehung durch die Erde herrührende Komponente verschieden sein, d. h. größer oder kleiner als PG . Sie sei etwa PG' , dann ist Pg' die Resultierende: ihre *Richtung* weicht von der *Richtung* Pg ab. Das bedeutet: wirkt die Anziehungskraft auf verschiedene Stoffe verschieden ein, so muß sich die *Richtung* der Schwerkraft ändern. Diese Änderung müßte sich mit der Drehwage nachweisen lassen. — Das eine Ende des Balkens trug ständig ein Platingewicht, das andere Ende den zum Vergleich dienenden Stoff, z. B. ein Kupfergewicht. Man stellt das Instrument stets so ein, daß der Balken in ostwestlicher Lage senkrecht auf dem Meridian steht; besäße die Schwerkraft für Platin und für Kupfer eine verschiedene Richtung, so müßte, wenn man das ganze Instrument um 180° dreht, der Balken eine von der ersten verschiedene Lage

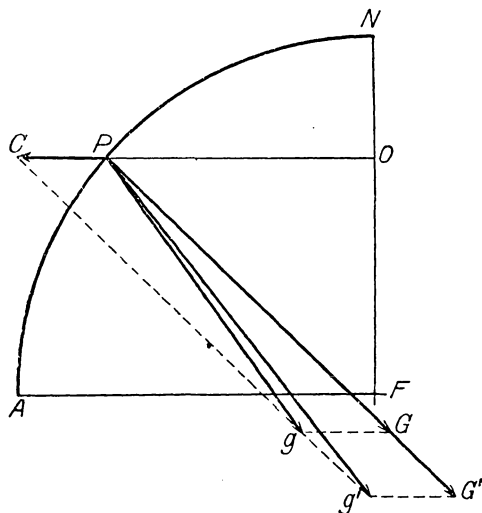


Abb. 112. Zum Nachweise, daß die Schwere der trägen Masse proportional ist. Die Schwerkraft Pg ist die Resultierende aus der Anziehungskraft PG der Erde und der Zentrifugalkraft PC einer Trägheitskraft. Zeigt die Wage *konstante* Richtung der Schwerkraft Pg an, so heißt das: selbst *wenn* sich PG geändert hat, so hat sich PC in *demselben* Verhältnis geändert; denn *nur dann* hat die Diagonale in dem neuen Parallelogramm dieser zwei Kräfte dieselbe Richtung wie in dem vorigen.

haben. Die Richtungsabweichung ist nach EÖRTVÖS' Versuchen — falls sie überhaupt besteht — sicherlich kleiner als $\frac{1}{60000}$ Bogensekunde, das entspräche einer Abweichung in der Massenanziehung — von weniger als $1:2 \cdot 10^8$.

C. Allgemeine Prinzipien der Mechanik.

Bisher haben wir besprochen, wie sich der starre Körper bewegt, wenn *zwei* seiner Punkte festliegen. Streng genommen müßte nun folgen, wie er sich bewegt, wenn nur *einer* festliegt (Kreiselbewegung). Das kann man aber nicht elementar behandeln; noch weniger, wie er sich bewegt, wenn *keiner* seiner Punkte festgehalten wird. Er kann sich dann, während er sich dreht, beliebig durch den Raum bewegen, wie z. B. die Erde, die sich um ihre Achse dreht (Rotation) und gleichzeitig um die Sonne geht (Revolution). Dazu kann noch die weitere Verwicklung treten, daß er sich nicht immer um dieselbe Achse dreht, die Achse vielmehr ihre Lage in ihm ändert. — Jedoch alle diese Bewegungen, wie verwickelt sie auch seien, lassen sich auf Drehung und auf gleichzeitige bloße Verschiebung (Translation) zurückführen. Aber die elementare Mechanik ist außerstande, sie zu untersuchen.

Es ist Aufgabe der höheren Mechanik, den Bewegungszustand einer Vielheit von zusammengehörigen Massenpunkten zu untersuchen: wenn 1. ihr Zusammengehörigkeit mathematisch formulierbar ist, d. h. wenn das innere Band bekannt ist, das das System — wir wollen es stets als starr ansehen — zusammenhält, wenn 2. die Bedingungen bekannt sind, die die Bewegbarkeit des Systems beschränken, und 3. die Kräfte, die es angreifen. Und zwar ist es die *Aufgabe der Statik*, die Bedingungen aufzusuchen, denen die Kräfte genügen müssen, um einander das Gleichgewicht zu halten, d. h. das System in Ruhe zu erhalten, und die *Aufgabe der Dynamik* ist es, die Bewegung des Systems zu untersuchen, die eintritt, wenn die Kräfte einander *nicht* das Gleichgewicht halten.

Die Statik löst ihre Aufgabe durch das *Prinzip der virtuellen Verschiebungen*; die Dynamik durch das *Prinzip von D'ALEMBERT*, es führt die Vorgänge der

Dynamik auf statische Beziehungen zurück.

82. Allgemeines Prinzip der Statik: Prinzip der virtuellen Verschiebungen. *Virtuelle Verschiebung* eines Punktsystems nennt man seinen Übergang

aus einer Lage, die mit den Bedingungen für seine Bewegbarkeit *verträglich* ist, in eine zweite, der ersten *unendlich* nahe ebensolche Lage, d. h. in eine Lage, die *möglich*, virtuell ist. (Zur Erläuterung dient (Abb. 115) das Beispiel des Hebels.)

Bei diesem Übergange (Abb. 113) legt jeder Punkt m des Systems einen *unendlich* kleinen und deshalb als geradlinig geltenden Weg mm' zurück, seine virtuelle Verschiebung, man bezeichnet sie mit δs . Es handelt sich hier nicht darum, daß der Punkt diese Bewegung tatsächlich ausführt, sondern nur darum, daß er sie ausführen *kann*. (Durch die Vorstellung der *möglichen* Verschiebung bekommt man eine anschauliche Vorstellung von dem Einfluß, welchen die die Bewegung *beschränkenden* Bedingungen und die *Zusammengehörigkeit* der Punkte des Systems auf den Bewegungsvorgang haben. Es wird an den Beispielen später deutlich hervortreten.)

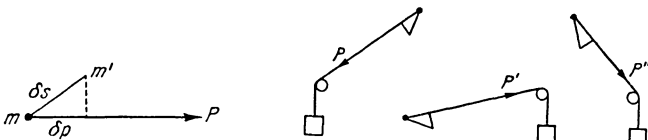


Abb. 113 und 114. Zum Prinzip der virtuellen Verschiebungen. δs ist eine mögliche Verschiebung des Massenpunktes m und δp ihre Projektion auf die Richtung der m angreifenden Kraft P .

Auf einen Massenpunkt m wirke die Kraft P , und δs ($= m m'$) sei eine virtuelle Verschiebung. Projizieren wir δs auf die Richtungslinie, durch die P dargestellt wird, und ist δp diese Projektion, so heißt $P \cdot \delta p$ das *virtuelle Moment* von P für die virtuelle Verschiebung δs . Das Prinzip der virtuellen Verschiebungen (JOH. BERNOULLI, 1717) lautet nun: *Enthält ein System n materielle Punkte m_i , und wirkt auf jeden eine Kraft P_i , so halten die Kräfte einander dann das Gleichgewicht, wenn die Summe der virtuellen Momente für alle virtuellen Verschiebungen des Systems verschwindet, d. h. wenn*

$$\sum_{i=1}^{i=n} P_i \delta p_i = 0 \quad \text{ist.}$$

Eigentlich beweisen kann man das Prinzip nicht; man kann es nur *auf gewisse Axiome zurückführen*; die Statik ist darauf aufgebaut, wie die Geometrie auf ihre Axiome. Allerdings bleibt seine Anschaulichkeit weit hinter der der geometrischen Axiome zurück, aber sie wächst erheblich, wenn man sich vergegenwärtigt, daß $P \cdot \delta p$ das Produkt aus einer *Kraft* und einem *Wege* ist, also eine *Arbeit* bedeutet. Man stelle sich nun vor, daß $A, B, C \dots$ zusammengehörige materielle Punkte seien (worin sich die Zusammengehörigkeit offenbart, lassen wir dahingestellt). $P, P_1, P_2 \dots$ seien die angreifenden Kräfte, $p, p_1, p_2 \dots$ die Projektionen unendlich kleiner miteinander verträglicher Verschiebungen. Für den Fall des Gleichgewichts ist: $P \cdot p + P_1 \cdot p_1 + P_2 \cdot p_2 + \dots = 0$. Das ist nicht anschaulich. Aber nun denke man sich (Abb. 114) die Kräfte durch entsprechende Gewichte ersetzt, die über Rollen in der Richtung der Kräfte wirken, so sagt der Ausdruck: der Schwerpunkt des ganzen Systems von Gewichten liegt so tief, als es mit den Bedingungen des Punktsystems verträglich ist; in demselben Maße nämlich, in dem ein Teil der Gewichte tiefer sinken würde, würde ein anderer Teil entsprechend in die Höhe gehen (die algebraische Summe der $P \delta p$ bliebe Null), aber der Schwerpunkt bliebe in Ruhe.

Die Anwendung des Prinzips läßt sich am einfachsten am Hebel erläutern. An den Endpunkten einer starren Geraden mn (Abb. 115), die in der Ebene der Zeichnung um den Punkt O , der festgehalten wird, drehbar ist, wirken zwei parallele und gleichgerichtete Kräfte P_1 und P_2 senkrecht zu der Geraden: Wie formuliert man die Bedingung des Gleichgewichts? — „Mit den Bedingungen für die Bewegbarkeit des Systems verträglich“ sind hier nur zwei Verschiebungen. Die Bewegung kann ja nur eine *Drehung* sein, und zwar um den *festgehaltenen* Punkt O , und nur in der Ebene der Zeichnung. Möglich sind also nur eine Drehung im Uhrzeigersinn und eine im entgegengesetzten Sinne. Betrachten wir den in der Abbildung dargestellten Fall, wo m das Kreiselement δp_1 , n das Element δp_2 beschreibt. Die Strecken δp_1 und δp_2 können als geradlinig gelten, ferner als mit der Richtung von P_1 resp. P_2 zusammenfallend — sie sind also auch identisch mit ihren Projektionen auf die Richtungen von P_1 und P_2 . Das virtuelle Moment von P_1 für die virtuelle Verschiebung δp_1 ist daher $-P_1 \delta p_1$; negativ, weil die Richtung der Kraft P_1 und die Richtung der *Bewegung* einander entgegengesetzt sind. Das virtuelle Moment von P_2 für die virtuelle Verschiebung δp_2 ist $+P_2 \delta p_2$. Nach dem Prinzip der virtuellen Verschiebungen halten sich P_1 und P_2 dann das Gleichgewicht, wenn die Summe

$$P_2 \delta p_2 - P_1 \delta p_1 = 0$$

ist. Nun sind aber die beiden virtuellen Verschiebungen infolge der Bedingungen für die Bewegbarkeit des Systems (*Drehung* um die feste Achse, *Starrheit* der Geraden) nicht unabhängig voneinander. Aus der Abbildung ergibt sich unmittelbar: $\delta p_1 / \delta p_2 = p / q$. Daher geht die Gleichung über in: $P_1 p = P_2 q$, *dasselbe Gesetz für das Gleichgewicht der Kräfte am Hebel, das wir früher auf ganz anderem Wege gefunden haben*. Zu demselben Resultat gelangt man, wenn man eine unendlich kleine Drehung im entgegengesetzten Sinne annimmt.

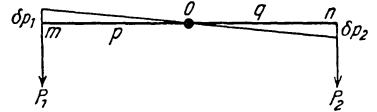
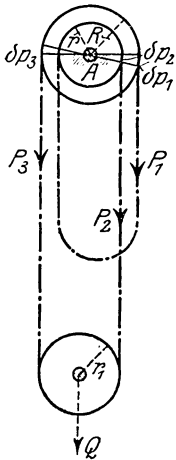


Abb. 115. Das Prinzip der virtuellen Verschiebungen erläutert am Hebel.

Ein anderes Beispiel. Wir leiten die Gleichgewichtsbedingung für den Differentialflaschenzug (Abb. 116) ab. Die Kraft P der Abb. 116 — wir nennen sie hier P_1 — und die Last Q sollen einander das Gleichgewicht halten; welche Bedingung besteht dann zwischen ihnen und den Abständen R und r ? Die Last Q verteilt sich gleichmäßig auf die beiden die lose Rolle haltenden Seile, sie liefert also die beiden gleichen Kräfte P_2 und P_3 ; die mit der Bewegbarkeit des Systems verträglichen Verschiebungen ihrer Angriffspunkte zeigt die Abbildung. Das virtuelle Moment von P_3 für die virtuelle Verschiebung δp_3 ist $-P_3 \delta p_3$, negativ, weil die Richtung der Kraft und die Richtung der virtuellen Bewegung einander entgegengesetzt sind. Nach dem Prinzip der virtuellen Verschiebungen ist daher:



$$P_1 \delta p_1 + P_2 \delta p_2 - P_3 \delta p_3 = 0.$$

Es ist aber

$$1. \delta p_3 = \delta p_1; \quad 2. \frac{\delta p_2}{\delta p_1} = \frac{r}{R},$$

also
$$\delta p_2 = \frac{r}{R} \delta p_1; \quad 3. P_3 = P_2.$$

Die obige Gleichung heißt danach

$$P_1 \delta p_1 + P_2 \frac{r}{R} \delta p_1 - P_2 \delta p_1 = 0,$$

also ist

$$P_1 + P_2 \cdot \frac{r}{R} = P_2,$$

$$P_1 = P_2 \left(1 - \frac{r}{R}\right),$$

also schließlich

$$P = \frac{Q}{2} \frac{R - r}{R}.$$

Abb. 116. Das Prinzip der virtuellen Verschiebungen erläutert am Differentialflaschenzuge.

Man kann auf diesem Wege die Gesetze der gesamten Statik ableiten.

83. Allgemeines Prinzip der Dynamik: das Prinzip von D'ALEMBERT. Die Dynamik löst ihre Aufgaben mit Hilfe des Prinzips von D'ALEMBERT: es führt die Dynamik auf statische Beziehungen zurück — jedes bewegte System auf ein im Gleichgewicht befindliches. Wir erläutern nur die allgemeinen Begriffe, mit denen es operiert, an einem Beispiele, einer punkartigen, frei beweglichen Masse auf einer schiefen Ebene (Abb. 117).

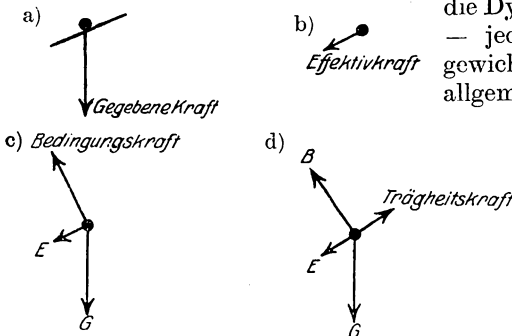


Abb. 117. Zur Erläuterung der im Prinzip von D'ALEMBERT benutzten Kräfte.

es frei beweglich wäre, und eine Kraft von bestimmter Größe und bestimmter Richtung darauf wirkte, die *Effektivkraft*, E . Die Bewegung des Punktsystems resultiert tatsächlich aus der *Gleichzeitigkeit* der Kraft G und jenen Bedingungen, wir können daher E als die Resultante (Abb. 117 c) von G und einer zweiten Kraft, der *Bedingungskraft*, B , ansehen, die die einschränkenden Bedingungen *ersetzt*. Ließe man an M *gleichzeitig* mit der Effektivkraft E eine

Ein bewegliches Punktsystem M (ein starrer Körper) erfahre die Wirkung von *gegebenen Kräften*, G , und seine Bewegbarkeit sei durch irgendwelche *bekanntenen Bedingungen* eingeschränkt (Abb. 117 a). Es nimmt dann eine gewisse Bewegung an: es bewegt sich gerade so (Abb. 117 b), wie wenn

gleich große, aber entgegengesetzt gerichtete Kraft angreifen (Abb. 117d), so würde sie die Bewegung von *M* *aufheben*; diese Kraft nennen wir *Trägheitskraft*. Die Einführung der Trägheitskraft ist das Mittel, ein bewegtes System auf ein im Gleichgewicht befindliches zurückzuführen. — Wir gehen auf das Prinzip nicht weiter ein, da eine elementare Behandlung zu seinem Verständnis nicht hinreicht.

84. Relativität der Bewegung. Wir verlassen hier die Bewegungserscheinungen der starren Körper, die wir unmittelbar als Veränderung des Ortes der Dinge relativ zu ihrer Umgebung wahrnehmen, und erörtern nunmehr die Frage der Relativität der Bewegung, die wir ganz im Anfang erwähnen mußten (S. 5), deren Erörterung wir aber verschieben mußten, bis uns etliche auf die Bewegung bezüglichen Begriffe geläufig geworden sein würden.

Wir nehmen die dort angedeutete Erörterung über Ruhe und Bewegung wieder auf und beschreiben zu dem Zweck zunächst einen leicht vorstellbaren Bewegungsvorgang. Angenommen, ein Schiff laufe mit 1 Meter/Sekunde von Nord nach Süd und ein Passagier gehe auf dem Deck mit 1 Meter/Sekunde von Süd nach Nord, so bleibt er am selben Ort — aber doch nur relativ zur *Erdoberfläche* am selben Ort, denn mit der Erdoberfläche geht er um die Erdachse, und mit der Erde (mit 30 km pro Sekunde) um die Sonne, und mit der Sonne und dem Sonnensystem durch den Fixsternhimmel. Aber auf Vorgänge in dem Schiffe ist das ohne Einfluß, und die Änderung seines Abstandes von den verschiedenen Teilen des Schiffes ist das einzige, was dem auf dem Deck Gehenden zum Bewußtsein kommt. Liegt das Schiff vor Anker und ruht der Passagier auf dem Deck, so macht er noch immer alle Bewegungen der Erde mit — aber ohne es zu merken. Wenn sich das Sonnensystem nach einem bestimmten Punkte des Weltalls hin bewege, der *absolut* in Ruhe ist, so würde der Passagier mit demselben Rechte behaupten können, er sei in Ruhe und jener Punkt bewege sich auf das Sonnensystem zu, mit dem ein Beobachter an jenem Punkte von *sich* behaupten könnte, er sei in Ruhe und das Sonnensystem komme auf *ihn* zu. — Beobachten wir das Schiff selber relativ zum Wasser. Wenn es sich mit 1 Meter/Sekunde durch das Wasser zu bewegen scheint, das *Wasser* sich aber gleichzeitig mit derselben Geschwindigkeit entgegengesetzt bewegt (etwa infolge der

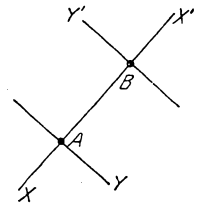


Abb. 118. Zur Relativität der Bewegung.

Flut oder einer sonstigen Gegenströmung), so bleibt das Schiff *relativ zum Ufer* in Ruhe, aber die Wechselwirkung zwischen dem Schiff und dem Wasser ist dieselbe, wie wenn das Wasser wirklich in Ruhe und das Schiff in Bewegung wäre. Das eine kann mit demselben Rechte behauptet werden wie das andere. Diese Beispiele sollen nur zeigen, was man unter *Relativität* der Bewegung versteht. Um die Begriffe schärfer zu fassen, benutzen wir wieder (Abb. 118) einen materiellen Punkt und ein rechtwinkliges Koordinatensystem als Bezugssystem (anstatt des Schiffes oder anstatt des Wassers resp. des Ufers). *A* und *B* seien zwei materielle Punkte, die sich auf der durch sie hindurchgehenden Geraden zueinander hin bewegen mit der *gleichförmigen* Geschwindigkeit *v*, außer ihnen sei nichts im Raume vorhanden. In jedem sei ein punktförmiger Beobachter. Jeder von beiden sieht, daß sein Abstand von dem anderen abnimmt. Der Abstand zur Zeit Null sei *a*, er verkleinert sich in dem Zeitabschnitt *t* um *vt*. Der Beobachter in *A* wird sagen: er selber ruhe, *B* bewege sich auf ihn zu, und indem er seinen Ort als Anfangspunkt eines Koordinatensystems benützt und die Gerade, auf der er sich bewegt, als *X*-Achse, wird er die Bewegung von *B*

beschreiben durch die Gleichung $x = a - vt$. Der Beobachter in B wird, indem er *seinen* Ort als Anfangspunkt eines Koordinatensystems benützt, *genau* dasselbe sagen (mit gleichem Recht): *er* ruhe, A bewege sich auf *ihn* zu, und er wird die Bewegung von A beschreiben durch die Gleichung $x = a - vt$. Kurz: Die Gerade, von der die Strecke a ein Teil ist, kann als gemeinsame Abszissenachse zweier rechtwinkliger Koordinatensysteme dienen, zu denen die Achsen Y und Y' gehören; die Abszissenachsen X und X' fallen zusammen, die Achsen Z und Z' stehen senkrecht auf der Ebene der Zeichnung. Wir haben dann zwei Koordinatensysteme, deren Anfangspunkte sich geradlinig mit der gleichförmigen Geschwindigkeit v gegeneinander verschieben. Jeder Beobachter kann mit dem gleichen Rechte behaupten: „*Ich* ruhe mitsamt meinem Koordinatensystem, *die Dinge*, die ich ihren Ort verändern sehe, *bewegen sich*“ — und er *kann* auch nicht entscheiden, ob das Gegenteil richtig ist.

85. Inertialsystem. Und nicht nur an *diesem* Bewegungsvorgange kann er es nicht — an *keinem* kann er es. Welches auch der Ort des Beobachters ist, welcher Art der Bewegungsvorgang, den er wahrnimmt — *deuten* läßt sich jeder ebenso widerspruchlos durch die Vorstellung, daß *er* ruht und die Dinge ihren Ort verändern, wie durch die entgegengesetzte Annahme. *Irgendeinen* Standpunkt und *irgendein* Koordinatensystem müssen wir aber zugrunde legen, wenn wir einen Bewegungsvorgang beschreiben wollen — welchen Standpunkt und welches Koordinatensystem, hängt von unserer Willkür ab. Aber wir müssen ein Koordinatensystem wählen, *in dem das Trägheitsgesetz erfüllt ist*; nur in bezug auf ein solches beanspruchen die Gesetze der klassischen Mechanik Gültigkeit. Der Satz: „Ein sich selbst überlassener materieller Punkt bewegt sich geradlinig und gleichförmig“ enthält zwar keine in Worte gebrachte Beziehung auf ein bestimmtes Koordinatensystem, aber dem *Sinne* nach ist diese Beziehung darin enthalten. Man nennt ein Koordinatensystem, in dem das Trägheitsgesetz *erfüllt* ist, ein GALILEISCHES oder auch ein *Inertialsystem*. Die Natur liefert uns kein Koordinatensystem, in bezug auf das eine *absolut* geradlinige gleichförmige Bewegung möglich wäre. Denn verbinden wir ein Koordinatensystem mit einem Körper (Erde, Sonne) — und erst das gibt ihm physikalische Bedeutung —, so ist die Voraussetzung des Trägheitsgesetzes, die Freiheit von äußeren Einflüssen, wegen der Massenanziehung der Körper aufeinander nicht mehr erfüllt. Die reine Trägheitsbewegung ist also eine durch Abstraktion gewonnene Vorstellung — eine Fiktion. Aber die Koordinatensysteme, die die klassische Mechanik benutzt, dürfen trotzdem nahezu als „Inertialsysteme“ gelten. Existiert irgendwo im Weltraum unendlich weit weg von irgendwelchen Massen ein Koordinatensystem, in dem ein materieller Punkt frei von äußeren Einflüssen ist, so erfüllt er das Trägheitsgesetz. Dieses System ist ein Inertialsystem. Und auch jedes andere Koordinatensystem ist es, das sich geradlinig und gleichförmig relativ zu diesem Inertialsystem bewegt. Die Bewegung der Erde darf man für die Vorgänge, mit denen es die klassische Mechanik zu tun hat, als geradlinig und gleichförmig ansehen, und daher darf ein mit der Erde fest verbundenes Koordinatensystem *annähernd* als Inertialsystem gelten. Die Tatsache, daß wir z. B. von der Translationsbewegung der Erde an keinem Bewegungsvorgang etwas merken, spricht auch für die Berechtigung dieser Annahme.

86. Relativitätsprinzip der klassischen Mechanik. Transformationsformeln. Aus den NEWTONSchen Gesetzen läßt sich beweisen, daß man alle Bezugssysteme, die sich geradlinig und gleichförmig gegeneinander bewegen, mit dem *gleichen* Rechte benutzen kann, um die mechanischen Vorgänge in ihnen zu deuten, in allen verlaufen sie in der gleichen Weise. Das ist das *Relativitätsprinzip der*

klassischen Mechanik. Nur muß man in der Lage sein, die Koordinaten $x'y'z'$, die sich auf *ein* bestimmtes Koordinatensystem beziehen, in die Koordinaten xyz des *anderen* Systems umzurechnen. Die Umrechnung geschieht für zwei sich mit konstanter Geschwindigkeit v längs der X -Achse gegeneinander verschiebende Systeme durch die *Transformationsformeln*

$$x' = x - vt \quad y' = y \quad z' = z \quad t' = t.$$

(Man beachte: Die Zeitkoordinate ist stets dieselbe ($t' = t$), gleichviel, wie sich die Raumkoordinate ändert. Hierin zeigt sich, daß die Zeitmessung von dem Bewegungszustande des Koordinatensystems des Beobachters als unabhängig galt.) Die *Form* der NEWTONSchen Bewegungsgleichungen bleibt unverändert, wenn man auf Grund der Transformationsformeln die Koordinaten xyz durch $x'y'z't'$ ersetzt, also von *einem* Koordinatensystem XYZ zu einem *anderen* $X'Y'Z'$ übergeht. Und darin zeigt es sich, daß von zwei gleichförmig und geradlinig gegeneinander bewegten Koordinatensystemen keines von beiden vor dem anderen etwas voraus hat. Man kann von zwei so bewegten Systemen das eine als bewegt und das andere als ruhend ansehen; aber *welches* von beiden man z. B. als das ruhende ansieht, ist gleichgültig — *gleichgültig* im wirklichen Wortsinne, die *eine* Festsetzung gilt genau soviel wie die andere, und die Mechanik hat kein Mittel, um zu entscheiden, *welches* System ruht oder sich gleichförmig bewegt.

87. Konstanz der Lichtgeschwindigkeit. Solange man *alle* physikalischen Vorgänge durch die klassische Mechanik darstellen zu können glaubte, hielt man auch das Relativitätsprinzip der klassischen Mechanik für *alle* physikalischen Vorgänge für gültig. Aber das Studium der elektrodynamischen Vorgänge — auch die optischen Erscheinungen sind solche — in bewegten Körpern zeigte, daß das Relativitätsprinzip hier versagt. Die Geschwindigkeit, mit der sich die elektrodynamischen Vorgänge ausbreiten, wir sagen kurz: die Lichtgeschwindigkeit (c), spielt eine entscheidende Rolle dabei und hat es notwendig gemacht, das Relativitätsprinzip der klassischen Mechanik durch ein umfassenderes zu ersetzen. Hierauf müssen wir näher eingehen.

Ein Koordinatensystem XYZ und ein Koordinatensystem $X'Y'Z'$ mögen sich *relativ zueinander bewegen* mit der geradlinigen gleichförmigen Geschwindigkeit v . Die Geschwindigkeit, mit der sich irgendein Vorgang abspielt, kommt bei der Messung, die man auf XYZ bezieht (infolge der Bewegung der Systeme), anders heraus als bei der Messung, die man auf $X'Y'Z'$ bezieht. Nur von einem Vorgang, der sich mit *unendlich* großer Geschwindigkeit abspielt, nahm man von vornherein an, daß die Geschwindigkeit auf jedes der beiden Systeme bezogen, mit dem *gleichen* Betrage herauskommen würde, nämlich unendlich groß. Ein berühmt gewordener Versuch von MICHELSON aber hat gezeigt: das Licht breitet sich — *unabhängig von der etwaigen fortschreitenden Bewegung des Bezugssystems des Beobachters* — nach allen Richtungen gleichmäßig aus, im Vakuum stets mit $c = 3 \cdot 10^{10}$ cm pro sec, *unabhängig vom Bewegungszustande der Lichtquelle*.

88. Relativität der „Gleichzeitigkeit“. Relativität der „Zeitbestimmung“. Diese Tatsache der Konstanz der Lichtgeschwindigkeit widerspricht handgreiflich dem für die Mechanik geltenden Relativitätsprinzip¹⁾. Aber EINSTEIN

¹⁾ Hier setzt die EINSTEINSche Relativitätstheorie ein. Es gehört nicht zu den Aufgaben dieses Buches, sie darzustellen; nur das besprechen wir, was sie zur Klärung und zur Vertiefung gewisser Begriffe geleistet hat, die auch in der elementaren Mechanik eine fundamentale Bedeutung haben.

zeigte (durch eine neue Analyse der Begriffe Raum und Zeit), daß das Relativitätsprinzip mit dem Ausbreitungsgesetz des Lichtes *nicht* unvereinbar ist. Nur muß man dazu den Begriff „Gleichzeitigkeit“ widerspruchlos definieren und sich darüber klar werden, daß der Begriff „Gleichzeitigkeit“ ein relativer ist. Was das heißt, erklären wir an einem von EINSTEIN („Über die spezielle und die allgemeine Relativitätstheorie. Gemeinverständlich“) zur Erläuterung benützten Vorgange.

Was heißt das: an zwei *weit* voneinander liegenden Stellen *A* und *B* eines *geradlinigen* Eisenbahndammes (Abb. 119) schlägt der Blitz „gleichzeitig“ ein? Für den *Physiker* existiert ein Begriff erst dann, wenn er im *konkreten* Fall

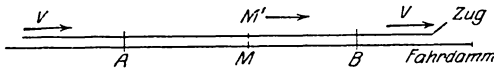


Abb. 119. Zur Analyse des Begriffes „Gleichzeitigkeit“.

herausfinden kann, ob der Begriff zutrifft oder nicht. Erforderlich ist also eine *solche* Definition der „Gleichzeitigkeit“, die eine Methode an die Hand gibt, nach der man im vorliegenden Falle aus

Versuchen entscheiden kann, ob beide Blitzschläge „gleichzeitig“ erfolgt sind oder nicht. *Einstein* kommt zu einer ihn befriedigenden Definition auf folgendem Wege: die Strecke *AB* wird ausgemessen, in der Mitte *M* wird der Beobachter aufgestellt, mit einem optischen Instrument versehen, in dem er beide Ort *A* und *B* *nebeneinander* sieht. *Sieht* er dann die beiden Blitzschläge gleichzeitig, so *sind* sie gleichzeitig.

Und nun zur *Relativität* der „Gleichzeitigkeit“! Parallel zu dem Bahndamm fahre ein langer Zug mit gleichförmiger Geschwindigkeit. Sind die beiden Blitzschläge, die *in bezug auf den Bahndamm* gleichzeitig sind, auch *in bezug auf den Zug* gleichzeitig? Nein! Aus folgendem Grunde. „Die Blitzschläge *A* und *B* sind in bezug auf den Bahndamm gleichzeitig“ bedeutet: die von den Blitzorten *A* und *B* ausgehenden Lichtstrahlen begegnen einander im Mittelpunkt *M* der Bahndammstrecke *AB*. Nun sei *M'* der Mittelpunkt der Strecke *AB* des Zuges. Im Augenblick der Blitzschläge fällt er — vom Bahndamm aus beurteilt — mit dem Punkt *M* zusammen, er bewegt sich aber mit der Geschwindigkeit des Zuges *nach rechts*. Würde ein Beobachter bei *M'* diese Geschwindigkeit *nicht* haben, also dauernd in *M'* bleiben, dann würden die von den Blitzorten ausgehenden Lichtstrahlen einander bei ihm begegnen, ihn „gleichzeitig“ erreichen. In Wahrheit aber läuft er (vom Bahndamm aus beurteilt) dem von *B* kommenden entgegen und vor dem von *A* kommenden *weg*, er *sieht* daher das von *B* ausgehende Licht früher als das von *A* ausgehende, er *erklärt* daher den Blitz in *B* für früher, den in *A* für später, also anders als der auf dem Bahndamm bei *M* stillstehende Beobachter. Das offenbart die „Relativität der Gleichzeitigkeit“: Ereignisse, die *in bezug auf den Bahndamm* gleichzeitig sind, sind *in bezug auf den fahrenden Zug nicht* gleichzeitig — und umgekehrt. In diesem Sinne *hat jeder Bezugskörper seine besondere Zeit*. Berücksichtigt man das, so zeigt sich das Prinzip der Relativität mit der Tatsache der Konstanz der Vakuumlichtgeschwindigkeit in Übereinstimmung. (Wir gehen darauf nicht näher ein.) EINSTEIN stellte *die Tatsache der Konstanz der Lichtgeschwindigkeit* als Fundamentalprinzip der Natur neben das Prinzip der Relativität, beide zusammen bilden die Grundpfeiler der speziellen Relativitätstheorie!

Die vorhin gegebene Definition der Gleichzeitigkeit führt auch zu einer Definition des „Zeitpunktes“ eines physikalischen Ereignisses. Man denke sich in den Punkten *A* und *B* identisch hergestellte und identisch gehende Uhren und die Zeiger so gestellt, daß die Stellungen — im Sinne der obigen Definition —

gleichzeitig dieselben sind. Dann versteht man unter der „Zeit“ eines *Ereignisses* die Zeitangabe (Zeigerstellung) derjenigen dieser Uhren, die dem Ereignis räumlich unmittelbar benachbart ist. Die Aussage: „Die Sonne geht an einer bestimmten Stelle der Erde um 5 Uhr 10 Min. 6 Sek. auf“ bedeutet danach: das Aufgehen der Sonne (oder: das Eintreffen der ersten Sonnenstrahlen) an einer bestimmten Stelle der Erde ist gleichzeitig mit dem Eintreten der Uhrzeigerstellung 5 Uhr 10 Min. 6 Sek. an jener Stelle der Erde. Kurz: Die Ermittlung des *Zeitpunktes* für das Eintreten eines Ereignisses ist die Ermittlung der *Gleichzeitigkeit* des Eintretens *zweier* Ereignisse, von denen das eine das Eintreten einer bestimmten Uhrzeigerstellung am Beobachtungsort ist. Der Begriff „Gleichzeitigkeit“ ist aber relativ und eine Angabe darüber, ob zwei Ereignisse gleichzeitig sind oder nicht, hat nur einen Sinn, wenn man die Angabe auf denselben Beobachter oder ein zu ihm ruhendes Koordinatensystem bezieht. Dasselbe gilt also nun auch für die Angabe der „Zeit“ eines Ereignisses.

89. Das spezielle Relativitätsprinzip (EINSTEIN). Die Notwendigkeit, das Relativitätsprinzip mit der Tatsache der Konstanz der Lichtgeschwindigkeit in Einklang zu bringen, hat aber andere Transformationsformeln als die der klassischen Mechanik notwendig gemacht. Das von EINSTEIN formulierte Relativitätsprinzip lautet nunmehr: Zur Beschreibung *aller* Naturvorgänge sind gleichförmige geradlinige gegeneinander bewegte Systeme gleichwertig. Die Transformationsgleichungen für den Übergang von den Koordinaten *eines* solchen Systems zu denen eines *anderen* lauten daher, wenn sich die Systeme parallel zu ihren X-Achsen mit der Geschwindigkeit v bewegen, nicht mehr

$$x' = x - vt \quad y' = y \quad z' = z \quad t' = t,$$

sondern

$$x' = \frac{x - vt}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \quad y' = y \quad z' = z \quad t' = \frac{t - \frac{v}{c^2}x}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$

(c ist die Lichtgeschwindigkeit im Vakuum).

Die Beziehung zwischen den beiden Systemen von Transformationsformeln springt in die Augen: ist v so klein gegen c , daß man v^2/c^2 gegenüber den übrigen Gliedern vernachlässigen darf, (man darf es in *allen* Fällen, mit denen es die klassische Mechanik zu tun hat), so gehen die neuen Transformationsgleichungen in die früheren über.

(Nur wenn die Geschwindigkeit v so ungeheuer groß wird, daß man sie der Lichtgeschwindigkeit gegenüber *nicht* vernachlässigen darf, werden die Unterschiede wahrnehmbar, die in der Verschiedenheit der früheren und der neuen Transformationsformeln liegen. So schnelle Bewegungen kennen wir nur an Elektronen, bei anderen Bewegungen sind die Abweichungen von den Gesetzen der klassischen Mechanik viel zu gering, um sich praktisch bemerkbar zu machen. Die Maßstäbe und die Uhren, mit denen wir hantieren, bleiben davon unberührt; nur wenn sie ihren Ort im Raum mit einer Geschwindigkeit verändern würden, die sich der Lichtgeschwindigkeit nähert, würden wir ihre Angaben im Sinne der neuen Formeln verändern müssen.)

Daß die neuen Transformationsformeln der Konstanz der Lichtgeschwindigkeit wirklich gerecht werden, ist leicht einzusehen. Ein Lichtsignal werde parallel der X-Achse ausgesendet, seine Geschwindigkeit ist c , es ist also $x = ct$. Wie groß ist seine Geschwindigkeit, bezogen auf das Koordinatensystem $x' y' z' t'$?

Setzen wir in der ersten und in der vierten Transformationsgleichung $x = ct$ ein, so ist

$$x' = t \frac{c - v}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \quad \text{und} \quad t' = t \frac{1 - \frac{v}{c}}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}.$$

Durch Division beider erhalten wir $\frac{x'}{t'} = \frac{c - v}{1 - \frac{v}{c}} = c$. Die Lichtgeschwindigkeit

kommt also in beiden Koordinatensystemen mit demselben Betrage heraus.

90. Der relativistische Begriff der Masse. Trägheit der Energie. Die neue Formulierung des Relativitätsprinzips hat auch zu einer neuen Formulierung des Massenbegriffes geführt. EINSTEIN bezeichnet das sogar als „das wichtigste Ergebnis allgemeiner Art, zu dem die spezielle Relativitätstheorie geführt hat.“ Wir müssen uns aber darauf beschränken, die Formeln anzugeben, auf die es ankommt. Die kinetische Energie eines materiellen Punktes der Masse m und der Geschwindigkeit v ist jetzt nicht mehr $\frac{mv^2}{2}$, sondern: $\frac{mc^2}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} = mc^2 + m\frac{v^2}{2} + \dots$

(Dieser Ausdruck wird unendlich, wenn v der Lichtgeschwindigkeit gleich wird: v bleibt also offenbar stets kleiner, wieviel Energie man auch auf die Beschleunigung verwendet. Die Lichtgeschwindigkeit spielt danach in der Natur die Rolle einer Grenzgeschwindigkeit.) Schon das dritte Glied der Reihenentwicklung darf man für gewöhnlich vernachlässigen, das erste enthält v nicht, spricht also nicht mit in der Frage, wie die Energie des Massenpunktes von seiner Geschwindigkeit v abhängt. Was bedeutet es?

Das neue Relativitätsprinzip und die Entwicklung der Elektrodynamik führten zu der Erkenntnis: jeder Energie kommt Trägheit zu. Das ist so zu verstehen: Ein Massenpunkt, der, ohne dabei seine Geschwindigkeit zu ändern, ihm zugestrahlte *Energie* — z. B. als Licht oder als Wärme — aufnimmt, oder der selber *Energie* ausstrahlt, gewinnt oder verliert dabei zugleich an *Trägheit*. Fliegt er mit der Geschwindigkeit v , hat er die Masse m und nimmt er etwa

die Energie E_0 dabei auf, so wird seine Energie zu $\frac{\left(m + \frac{E_0}{c^2}\right)c^2}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$. Er hat dann

dieselbe kinetische Energie wie ein mit der Geschwindigkeit v bewegter Körper von der Masse $m + \frac{E_0}{c^2}$. Nimmt also ein Körper die Energie E_0 auf, so wächst seine träge Masse um E_0/c^2 : die Trägheit (oder: die träge Masse) eines Körpers ist danach keine Konstante, sondern je nach seiner Energieänderung veränderlich. Schreibt man $\left(m + \frac{E_0}{c^2}\right)c^2$ in der Form $(mc^2 + E_0)$, so sieht man: mc^2 ist die Energie, die der Körper schon besaß — von einem mitbewegten Bezugssystem aus beurteilt —, ehe er die Energie E_0 aufnahm. Eine Prüfung dieses Schlusses an der Erfahrung ist vorläufig unmöglich. Die Energieänderung E_0 , die wir einem ponderablen Körper erteilen können, ist nicht groß genug, um an der Änderung der Trägheit seiner Masse wahrnehmbar zu sein. E_0/c^2 ist

viel zu klein im Vergleich zur Masse m , die schon vorhanden war¹⁾. — Der von jeher bekannte Erfahrungssatz von der Erhaltung der Masse fällt jetzt mit dem Satz von der Erhaltung der Energie zusammen. Daß man ihn selbständig entdecken konnte und daß er erfahrungsgemäß stets zutrifft, hat seinen Grund darin, daß die Energieänderung unnachweisbar klein ist im Verhältnis zur Masse m .

91. Allgemeines Relativitätsprinzip. Durch Energieaufnahme vermehrt sich der neuen Auffassung gemäß die Trägheit eines Körpers. Je nach seinem Energieinhalt hat er danach eine andere Trägheit, ohne daß sich aber seine Schwere verändert hätte. Das steht im Widerspruch zu der *Gleichheit* der Trägheit und der Schwere eines Körpers — einer Tatsache, die weitaus zu den sichersten der ganzen Physik gehört. Aber auch dieser Widerspruch ist nur scheinbar. Wie EINSTEIN den Widerspruch zwischen dem Relativitätsprinzip und der Konstanz der Lichtgeschwindigkeit durch die Erweiterung des klassischen Relativitätsprinzips gelöst hat, so hat er *diesen* Widerspruch durch Erweiterung des neuen von ihm aufgestellten Relativitätsprinzips gelöst durch die Aufstellung eines Relativitätsprinzips, das sich auf die Relativität *aller* Bewegungen bezieht (nicht mehr nur die geradlinigen und gleichförmigen). Hier setzt die allgemeine Relativitätstheorie ein.

Die enge Beziehung des Satzes von der Gleichheit der Trägheit und der Schwere zu dem verallgemeinerten Relativitätsprinzip kann man sich in der folgenden Weise näher bringen. Auf einem rotierenden Körper sind Zentrifugalkräfte wahrnehmbar, mit ihrer Hilfe kann man, *auch ohne die Gegenwart anderer Körper*, seine Rotation beweisen. Rein kinematisch betrachtet, unterscheidet sich aber die Rotation der Erde gar nicht von der Translation, wir *beobachten* auch hier nur *Relativbewegungen* gegen andere Körper, und wir können diese Relativbewegung ebensogut deuten als Rotation (in entgegengesetzter Richtung) dieser anderen Körper um die ruhende Erde. (Das Kopernikanische System läßt sich nicht *beweisen*, sondern nur *rechtfertigen* durch seine Einfachheit, Klarheit und Widerspruchslosigkeit.) Schon E. MACH hat nicht nur die kinematische, sondern auch die *dynamische* Gleichwertigkeit beider Vorgänge behauptet; mit anderen Worten: er hat behauptet, die auf der rotierenden Erde auftretenden Zentrifugalkräfte würden genau so auf der *ruhenden* auftreten, und zwar als Äußerung der *Massenanziehung*, wenn die sämtlichen Körper des Weltalls um die ruhende Erde kreisen würden.

Nach der bisherigen Auffassung werden die *Zentrifugalkräfte* durch die *Trägheit* des rotierenden Körpers hervorgerufen, genauer: der Massenpunkte des Körpers, die ihrer Trägheit zu folgen suchen und daher in der Tangente der ihnen aufgezwungenen Kreisbahn davonzufliegen streben. Das Zentrifugalfeld ist also ein *Trägheitsfeld*.

Von *Kraftfeldern* spricht man dann, wenn die betreffende Kraft von Ort zu Ort stetig veränderlich ist und an jedem Ort durch den Wert einer Funktion des Ortes gegeben wird. Die Zentrifugalkräfte im Innern und an der Oberfläche eines rotierenden Körpers haben eine solche feldmäßige Verteilung über das ganze Volumen des Körpers, und es steht nichts im Wege, dieses Feld auch über die Oberfläche des Körpers hinaus fortgesetzt zu denken, z. B. über die Oberfläche der Erde hinaus in ihre Atmosphäre. Man wird also kurz von dem Zentrifugalfeld der Erde sprechen; und da die Zentrifugalkräfte nach den bisherigen Anschauungen nur durch die *Trägheit* der Körper bedingt sind und nicht durch ihre *Schwere*,

¹⁾ Bei den masselosen Elektronen täuscht die Trägheitsänderung geradezu eine *Masse* vor.

so ist dieses Feld ein *Trägheitsfeld* im Gegensatz zum *Schwerefeld*, unter dessen Einfluß alle Körper, die nicht unterstützt oder aufgehängt sind, auf der Erde „fallen“.

Auf der Erde überlagern sich demgemäß die Wirkungen mehrerer Kraftfelder: die Wirkung des *Schwerefeldes*, das von der Gravitation der Massenteilchen der Erde aufeinander herrührt und das zum Erdzentrum hingerrichtet ist; die Wirkung des *Zentrifugalfeldes*, welches nach EINSTEIN auch als ein *Schwerefeld* aufgefaßt werden kann, und dessen Kraftwirkung parallel der Ebene der Breitenkreise nach außen gerichtet ist; schließlich die Wirkung des *Schwerefeldes* der verschiedenen Himmelskörper, in erster Linie der Sonne und des Mondes.

92. **Äquivalenzprinzip.** Behaupten wir nun die Relativität der Rotation auch in *dynamischer* Hinsicht, nehmen wir also an, daß die Gesamtheit der den ruhenden Körper umkreisenden Massen durch ihre Gravitationswirkung auf ihn die *Zentrifugalkräfte* auslösen, so heißt das, wir fassen dasselbe Zentrifugalfeld als *Schwerefeld* auf. Berechtigt werden wir zu dieser Auffassung durch die Tatsache der *Gleichheit* der Trägheit und der Schwere eines Körpers. Was diese Tatsache für die Grundlagen der Mechanik bedeutet, erläutert EINSTEIN durch folgendes Gedankenexperiment:

An einem Orte des leeren Weltraumes, an dem das Trägheitsgesetz in aller Strenge gilt, befindet sich in einem allseitig abgeschlossenen Kasten ein Beobachter. Auf den Kasten wirkt eine Kraft, die ihn in der Richtung von den Füßen zum Kopf des Beobachters in beschleunigte Bewegung versetzt. Der Beobachter fühlt die Beschleunigung als Druck gegen seine Füße, er steht in dem Kasten wie sonst im Zimmer auf dem Fußboden. Hält er einen Körper in der Hand, so überträgt sich auch auf diesen die Beschleunigung des Kastens, sobald er aber den Körper losläßt und die Beschleunigung sich nicht mehr auf ihn überträgt, bewegt sich der Körper beschleunigt zum Boden des Kastens hin. Der Beobachter findet die Beschleunigung stets gleich groß, mit was für einem Körper er auch den Versuch anstellt. Er wird also, gestützt auf seine früheren Kenntnisse eines Schwerefeldes, behaupten, daß er sich in einem konstanten Schwerefeld befindet. Die Möglichkeit seiner Auffassung beruht auf der ihm bekannten Fundamenteigenschaft des Schwerefeldes, allen Körpern dieselbe Beschleunigung zu erteilen. Er kann den Kasten, obwohl dieser gegen den GALILEISCHEN Raum beschleunigt ist, als ruhend ansehen.

Hängt er an der Kastendecke einen Körper an einer Schnur auf, so hängt die Schnur in gespanntem Zustande vertikal herab. Die Ursache der Spannung erklärt der Beobachter im Kasten so: der aufgehängte Körper erfährt in dem Schwerefeld eine Kraft nach unten, sie hält der Schnurspannung das Gleichgewicht; maßgebend für *die Größe der Schnurspannung ist die Schwere des aufgehängten Körpers*. — Ein Beobachter aber *außerhalb* des Kastens, der die beschleunigte Bewegung des Kastens wahrzunehmen imstande ist, wird dagegen urteilen: die Schnur ist gezwungen, die beschleunigte Bewegung des Kastens mitzumachen und überträgt diese auf den daran befestigten Körper. Die Schnurspannung ist so groß, daß sie die Beschleunigung des Körpers gerade zu bewirken imstande ist; maßgebend für *die Größe der Schnurspannung ist die Trägheit des Körpers*. — Die Interpretation des Satzes von der Gleichheit der Schwere und der Trägheit der Masse liegt also darin, daß sich *dieselbe* Eigenschaft des Körpers *als Trägheit oder als Schwere* äußert, je nachdem, von welchem Bezugssystem man den Vorgang beurteilt.

Schwere und Trägheit sind also untrennbar voneinander, und deswegen ist das bisher an der Spitze der Mechanik stehende Trägheitsgesetz unvollständig,

weil es die Schwere nicht mit berücksichtigt. Darum stellt EINSTEIN an die Stelle des bisherigen Trägheitsgesetzes ein neues, das die Trägheit *und* die Schwere gleichzeitig umfaßt. Daß sich dieselbe Eigenschaft eines Körpers als Trägheit oder als Schwere äußert, je nachdem von welchem Bezugssystem aus man den Vorgang betrachtet, wird nun zur Grundlage eines weit umfassenden Äquivalenzprinzips, das an die Spitze der *allgemeinen* Relativitätstheorie tritt.

Das Äquivalenzprinzip läßt sich etwa so formulieren: Eine etwaige Veränderung, die ein Beobachter im Ablauf eines Vorganges als Wirkung eines Gravitationsfeldes wahrnimmt, würde er genau so wahrnehmen, wenn das Gravitationsfeld nicht vorhanden wäre, er — der Beobachter — aber sein Bezugssystem in die für die Schwere an seinem Beobachtungsorte charakteristische Beschleunigung versetzte.

D. Über einige Eigenschaften der Materie.

Wir haben bisher angenommen, daß ein Körper aus „Materie“ besteht und „starr“ ist, haben aber alle anderen Eigenschaften ausgeschlossen. In der abstrakten Dynamik ist das zulässig, nicht aber in der Wirklichkeit: Körper, die im Sinne der Definition vollkommen starr sind, existieren nicht, und die Materie ist nicht eigenschaftslos. Wir kennen sie nur aus dem, was wir ihre Eigenschaften nennen, und was wir mit Eigenschaftswörtern belegen, wie: fest, flüssig, gasförmig, hart, weich, zähe, spröde, elastisch usw.

Man kann als *Eigenschaften der Materie* bezeichnen: ihre *Fähigkeit*, unter gegebenen Bedingungen gewisse Wirkungen zu entfalten. Wir nennen die Wirkungen Eigenschaften, wenn wir jene Bedingungen als selbstverständlich — oder besser: als bekannt — voraussetzen und deswegen unausgesprochen im Sinne haben. Wir nennen z. B. einen Körper *elastisch* und verstehen unter seiner *Elastizität* seine Fähigkeit, seine Form zu verändern, wenn er gedrückt oder gezogen wird, aber die alte Form wieder anzunehmen, wenn der Druck oder der Zug aufhört; wir nennen einen Körper *schwer* und verstehen unter seiner *Schwere* seine Fähigkeit, infolge seiner Anziehung durch die Erde auf eine Unterlage zu drücken oder an einer Aufhängung zu ziehen. Das Einwirken von formändernden Kräften in dem einen Falle, die Anziehung des Körpers durch die Erde im anderen sind die Bedingungen, unter denen sich die Eigenschaften Elastizität und Schwere entfalten, ohne daß man sie aber besonders nennt, wenn man einen Körper elastisch und schwer nennt.

Wir können die *Eigenschaften der Materie* auch bezeichnen als: *ihre Fähigkeit*, auf gegebene Kräfte in charakteristischer Art und Weise zu *reagieren*; in den angeführten Fällen z. B. auf formändernde Kräfte und auf die Anziehung durch die Erde. In diesem Sinne analysiert, erkennt man die Eigenschaften der Materie als so abhängig voneinander, daß man die Unmöglichkeit einsieht, eine *einzelne* Eigenschaft erschöpfend zu beschreiben, ohne ihre Beziehungen zu den anderen zu berücksichtigen. Die Beschreibung einer *einzelnen* Eigenschaft kann daher immer nur oberflächlich sein und sich nur auf Fälle beziehen, in denen die Materie *besonders* charakteristische Züge entfaltet. Außerdem folgt aus dieser Definition, daß die *Zahl der Eigenschaften der Materie unbegrenzt ist*, und die Entdeckung einer unbekannt gewesenen Kraft auch stets neue, d. h. unbekannt gewesene, Eigenschaften der Materie kennen lehren wird. Man denke an die Entdeckung der Röntgenstrahlen und an das Verhalten der Stoffe ihnen gegenüber und an die Entdeckung der radioaktiven Stoffe selber. Man ersieht aus alledem, wie

schwer es ist, die so verschiedenartigen Eigenschaften der Materie einwandfrei in Gruppen einzuteilen.

93. Ausgedehtheit. Teilbarkeit. Atome. Da die Materie den *Raum* erfüllt, so besitzt sie, wie der Raum selbst, *Ausdehnung*, d. h. jeder Körper ist nach drei Dimensionen ausgedehnt, besitzt endliche, nach Maß und Zahl angebbare Länge, Breite und Tiefe. Sie ist *teilbar*, d. h. man kann jeden Körper in kleinere Körper zerlegen. Der *Atomtheorie der Materie* zufolge, zu der hauptsächlich die Feinstruktur der Kristalle berechtigt, gelangt man bei der fortgesetzten Teilung der Materie schließlich zu den *Atomen*, den kleinsten Materienteilchen, denen selbständige Existenz zuzuschreiben ist, und die als Strukturelemente der Materie anzusehen sind¹⁾. Es ist schwer vorstellbar, wie außerordentlich klein die Atome sind. Überlegungen, die an die kinetische Gastheorie und an gewisse optische Erscheinungen anknüpfen, zeigen, daß etwa 10 Millionen Atome, dicht aneinandergereiht, eine Länge von 1 mm ausmachen würden.

Die chemische Analyse hat gelehrt, daß die Körper aus verschiedenen Stoffen bestehen, und daß diese Stoffe sich aus gewissen Grundstoffen, den *Elementen*, z. B. Eisen, Zink, Sauerstoff (die Chemie kennt ungefähr 90) zusammensetzen, die wir als *einfache* ansehen müssen, weil wir sie nicht noch weiter zerlegen können. Das zwingt uns zu der Annahme, daß es soviel verschiedene Arten von Atomen gibt, wie es verschiedene Arten von chemisch einfachen Substanzen gibt. Das soll aber nicht heißen, daß die Atome selbst nicht weiter teilbar sind. Es wäre z. B. wohl denkbar, daß sich ein Goldatom zerteilen läßt, aber die Teile können dann jedenfalls nicht mehr als Gold angesprochen werden. Die Phantasie der Naturforscher hat sich stets mit der Frage beschäftigt, ob nicht die Atome der verschiedenen Elemente selbst wieder aus einer einzigen Substanz — einer Art Urmaterie — aufgebaut sind. Erst die Entdeckung der Radioaktivität und der Röntgenstrahlen (Ende der neunziger Jahre des 19. Jahrhunderts) hat Licht auf diese Fragen geworfen und ein neues Forschungsgebiet — die Atomphysik — eröffnet. Diese lehrt uns, daß die Atome aller Elemente aus zwei Urbestandteilen elektrischer Art aufgebaut sind; den masselosen, negativ geladenen *Elektronen* und den massetragenden, positiv geladenen *Kernen*. In den Atomen sind diese Urbestandteile in verschiedener Zahl und Anordnung zu ungeheuer festen Gebilden zusammengefügt, die auch den stärksten physikalischen und chemischen Kräften widerstehen. All die zahlreichen Eigenschaften der verschiedenen Elemente, die wir oben besprochen haben, sind schließlich nur Unterschiede, die durch die Zahl und die besondere Anordnung der Kerne und Elektronen in den Atomen bedingt sind. Trotz der Festigkeit ihres Gefüges dürfen wir uns in den Atomen die Urbestandteile nicht etwa dicht zusammengepackt vorstellen. Das, was wir ein Atom nennen, ist nur zum kleinsten Teil mit Kernen und Elektronen erfüllt; diese bewegen sich dauernd mit großer Geschwindigkeit gegeneinander und grenzen so einen relativ großen Raum, das Atomvolumen ab, etwa in derselben Weise, wie ein in rascher Rotation befindliches Schwungrad einen Raum einnimmt, der erheblich größer ist als das Volumen der bewegten Metallmasse. Ebenso wie das Schwungrad durch seine Rotation das Eindringen anderer Körper in den zwischen seinen Speichen befindlichen Raum verhindert, so grenzen auch die an der Peripherie des Atoms *umlaufenden* Elektronen ein bestimmtes Volumen ab. Der Atomdurchmesser ist daher nichts anderes als ein Maß für die Grenze des äußersten Wirkungsbereichs aller von dem Atom ausgehenden elektrischen Kräfte. Trotz der Leere der Atome bleibt daher die Un-

¹⁾ Siehe hierzu das Kapitel über Atomphysik.

durchdringlichkeit der Materie bestehen, die uns ja auch von der Erfahrung täglich gelehrt wird. Wir kennen keine Kräfte, die imstande wären, zwei Atome trotz ihres weitmaschigen Gefüges so gegeneinander zu drücken, daß sie ineinander eindringen. Sollten wir aber doch Mittel und Wege hierfür finden — und die allerneueste Atomforschung hat uns solche Möglichkeiten eröffnet — so würde es zu einer Katastrophe für diese Atome führen, wie ja auch ein ähnliches Unternehmen mit dem Schwungrad in derselben Weise enden müßte. Während aber hier Eisentrümmer die Folge des Ineinanderdringens wären, wären es dort Elektronen und Kerne, d. h. das Atom wäre zerstört oder in ein anderes umgewandelt.

In diesem Sinne nennt man die Materie *undurchdringbar*. Die Ausdrucksweise: ein Körper dringt „in einen *anderen*“ ein, ist unzulässig, der eindringende Körper dringt in den *Raum* ein, aus dem er den ersten verdrängt, ein Beil z. B. in den Raum, der *vor* seinem Eindringen vom Holz eingenommen war. Die Undurchdringbarkeit ist gewissermaßen eine Kraft, mit der ein Körper den von ihm besetzten Raum gegen das Eindringen eines *anderen* Körpers in eben diesen Raum schützt, also eine abstoßende Kraft, die an der Grenze des Körpers wirkt.

94. Kohäsion. Aggregatzustände. Daß die Atome miteinander zusammenhängen und Körper bilden, können wir uns nur durch die Annahme einer Kraft erklären, die zwischen den Atomen als Anziehung wirkt, und die einer gewalt-samen Trennung der Atome voneinander (d. h. einer Zerteilung des Körpers) Widerstand leistet. Diese Kraft ist bedingt durch die Anziehung zwischen den elektrischen Bestandteilen der einzelnen Atome. Man bezeichnet sie allgemein als *Kohäsion* und erklärt durch ihre verschiedene Stärke die sog. Aggregatzustände fest, flüssig, gasförmig. Die Kleinheit der in den Atomen befindlichen Elektronen und Kerne macht es begreiflich, daß die Anziehung zwischen Atomen *nur* in unmittelbarer Nähe der Atomperipherie wirksam sein kann und daß sie längst erloschen ist, wenn der Abstand eine sinnlich wahrnehmbare Größe erreicht hat. Es ist auch nicht erstaunlich, daß man nicht einmal zwei polierte Glasstücke in so vollkommene Berührung miteinander bringen kann, daß sie wie *ein* Körper zusammenhalten. Andererseits versteht man aber auch, daß feste und flüssige Körper sich nur ganz wenig zusammendrücken lassen. Die Atome liegen in ihnen so nahe beieinander, daß die elektrischen Kräfte, welche die Atome aneinanderketten, sich jeder weiteren Annäherung auf das stärkste widersetzen.

Wäre alle Kohäsion derart, wie wir sie bei der Definition des starren Körpers vorausgesetzt haben, so gäbe es *nur* starre Körper: sie besitzt aber die verschiedensten Grade und verursacht dadurch jene Unterschiede, die uns veranlassen, die Körper *fest*, *flüssig* oder *gasförmig* zu nennen. Eine scharfe Abgrenzung dieser Begriffe ist nicht möglich, weil sich in der Natur von der Starrheit bis zur Gasförmigkeit alle *Abstufungen* der Kohäsion in ganz allmählichem Übergange vorfinden.

Der Unterschied zwischen den Aggregatformen wird hauptsächlich charakterisiert durch den *Grad der Beweglichkeit der Massenteilchen gegeneinander*. Sie ist am größten bei den *gasförmigen* Körpern — so groß, daß man die Gase in ein allseitig begrenztes Gefäß einschließen muß, wenn die Gasteilchen sich nicht ganz voneinander trennen und im Raume verlieren sollen — sie ist geringer bei den *Flüssigkeiten* und am geringsten bei den *starren* Körpern, aber nirgends *so* gering, wie die Definition des starren Körpers der theoretischen Mechanik sie annimmt. Auch bei den festen Körpern sind Formänderungen möglich, und das ist besonders wichtig, weil man damit überall rechnen muß, wo man sie für technische Zwecke verwendet.

95. Formänderung der festen Körper. Elastizität. Festigkeit. Die Kräfte, die das Wesen der Kohäsion ausmachen, sind also nicht unendlich groß, sie können vielmehr überwunden werden, und *wenn* sie überwunden sind, so zerfällt der sogenannte feste Körper, zerreißt, zerbricht od. dgl. Der Widerstand, den er dem entgegengesetzt, wird *Festigkeit* genannt. Der Körper zerfällt auch nicht plötzlich, wenn seine Kohäsionskräfte nachgeben, sondern er ändert vorher seine Form. Die Kohäsionskräfte streben das zu verhindern — sie stellen infolgedessen die Form so weit wie möglich wieder her, wenn die formändernden Ursachen zu wirken aufgehört haben. Aber das gelingt nur mehr oder weniger vollkommen: *fast vollkommen* aber auch nur — *fast*, wir kommen darauf zurück —, wenn die *Formänderung* eine gewisse Grenze noch nicht überschritten hatte, sonst nur *unvollkommen*, d. h. das Resultat der Formänderung bleibt zum Teil bestehen. Die Eigenschaft, vermöge deren sich ein Körper von der Formänderung wieder erholt, nennt man *Elastizität*¹⁾. (Bei Flüssigkeiten und Gasen geht nur die Volumänderung zurück; sie haben nur „Volumelastizität“. Feste Körper haben außer dieser auch „Gestaltelastizität“.) Die Praxis des Alltags benützt die Elastizität der verschiedensten Materialien (der Metalle, der Hölzer, des Leders, des Gummis usw.) ausgiebig. Jene Grenze der Formänderung, die bei festen Körpern nicht überschritten werden darf, nennt man die *Elastizitätsgrenze*. Die Körper werden für Beanspruchungen *bis* zu dieser Grenze *vollkommen elastisch*, für Beanspruchungen *darüber* hinaus *unvollkommen elastisch* genannt. — Die Elastizitätsgrenze ist keine endgültige mathematische Größe, weil ihr Zahlenwert von der Genauigkeit der Messung der bleibenden Veränderung abhängt. Könnte man die allerkleinsten Veränderungen feststellen, so würde man sie vielleicht schon nach der kleinsten Beanspruchung bleibend finden. In der Praxis ersetzt man die Elastizitätsgrenze daher durch die besser ausgeprägte *Streckgrenze*, das ist die Spannung, bei der man zuerst erhebliche Formänderung ohne nennenswerte Kraftsteigerung erhält.

96. Elastische Hysteresis, elastische Nachwirkung. Relaxation. Ein elastischer Körper, den man *belastet* und dann allmählich wieder *entlastet*, müßte, wenn er *vollkommen* elastisch wäre, die Reihe von Formen, die er bei der *Belastung* und dann rückläufig bei der *Entlastung* annimmt, immer identisch durchlaufen: unter einer gegebenen Last müßte er stets dieselbe Form annehmen. Das tut er aber nicht (d. h. der Vorgang ist *irreversibel*); denselben Lasten entsprechen während der Entlastung stets größere Deformationen als bei der Belastung. Es bleibt also ein Deformationsrest zurück. Ein Teil davon verschwindet allmählich, wenn man ihm Zeit genug läßt. Die Verzögerung des Rückganges dieses Teiles der Deformation nennt man *elastische Nachwirkung*. Der andere — oft sehr beträchtliche — Teil des Deformationsrestes aber bleibt bestehen: die Verschiedenheit der Gleichgewichtsdeformation bei Belastung und Entlastung nennt man *Hysteresis* (WARBURG). Der irreversible Vorgang umfaßt somit zwei Erscheinungen. Ihre Wirkungen sind praktisch sehr schwer zu trennen, weil die nachwirkende Deformation sehr langsam vor sich geht und bisweilen noch nach Wochen zu merken ist. — Man hat das mit der inneren Reibung der einzelnen Teilchen erklären wollen. Dieser Deutung widersprechen aber die Erscheinungen der *Relaxation*. Man versteht darunter folgendes: Man halte einen Draht, der mit dem einen Ende irgendwie festgeklemmt ist, mit einer bestimmten Dehnung gespannt und messe die Kraft, die notwendig ist, die Dehnung *konstant* zu halten. Dann beobachtet man: Um diesen Dehnungszustand

¹⁾ ἐλαίνω = treibe.

aufrecht zu erhalten ist im ersten Moment eine gewisse Kraft notwendig; bei konstant gehaltener Dehnung nimmt der Kraftbedarf allmählich ab, d. h. der Draht „entspannt sich“ ohne sich zu rühren. Und daher paßt die Relaxation nicht zur inneren Reibung; denn zur Erklärung der verzögerten Deformation muß man annehmen, daß die innere Reibung lediglich von der *Deformationsgeschwindigkeit* abhängt. — Eine durchaus befriedigende Theorie der Nachwirkungserscheinungen existiert bisher noch nicht. — Die übrigbleibenden Formänderungen fallen bei der Verwendung der festen Körper im Bau- und im Maschinenwesen schwer ins Gewicht, da es sich ja hier immer um dauernde Beanspruchung handelt.

97. Die verschiedenen Formen der Elastizität. Die Gestalt der Formänderung hängt natürlich, abgesehen von der ursprünglichen Form des Körpers selbst, davon ab, ob die formändernde Ursache danach strebt, den Körper *zusammenzudrücken* oder *auseinanderzuziehen*, oder zu *verbiegen* oder zu *verdrehen* oder sonstwie umzuformen. Je nachdem spricht man daher von *Druckelastizität*, *Biegungselastizität* usw. und ebenso von *Druckfestigkeit*, *Zugfestigkeit*, *Biegungsfestigkeit* usw. — Ein und derselbe Körper kann *gleichzeitig verschiedenen* formändernden Ursachen unterworfen sein, z. B. in der einen Richtung zusammengedrückt, nach einer anderen gleichzeitig ausgedehnt werden. Wir nehmen hier aber an, daß er zur Zeit immer nur der Einwirkung *einer* dieser Ursachen unterliegt und beschränken uns auf die Betrachtung eines prismatischen (oder auch eines zylinderförmigen) stabförmigen Körpers.

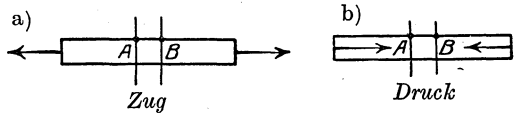


Abb. 120. Zur Beanspruchung eines Körpers durch Druck und Zug.

1. Der Körper wird von Kräften angegriffen, die, nach außen *ziehend* (Abb. 120 a), danach streben, ihn zu verlängern und schließlich zu zerreißen: sein Widerstand dagegen heißt *Zugelastizität* und *Zugfestigkeit*.

2. Der Körper wird von Kräften angegriffen, die, nach innen *drückend* (Abb. 120 b), danach streben, ihn zu verkürzen und schließlich zu zerdrücken: sein Widerstand dagegen heißt *Druckelastizität* und *Druckfestigkeit*, auch rückwirkende Festigkeit. — Legt man 2 Querschnitte A und B senkrecht zur Längsachse durch den Stab, so erkennt man, daß die Formänderung des Stabes durch Zug jene beiden Querschnitte voneinander entfernt, durch Druck einander nähert.

3. Der Körper wird von Kräften angegriffen, die (Abb. 121, 122) danach streben, einen Teil von ihm über den anderen Teil *hinwegzuschieben*. Der Widerstand dagegen heißt *Schubelastizität* und *Schubfestigkeit* (auch *Scher-, Gleitelastizität* und *-festigkeit*).

Wie der Körper sich dabei umformt, veranschaulicht man sich, wenn man sich ihn aus einzelnen sehr dünnen, parallelen Schichten zusammengesetzt denkt, man denke z. B. an einen prismaförmigen Stoß aufeinander gelegter Papierblätter (Abb. 121), die nur mit der gewöhnlich vorhandenen Reibung aneinander haften. Man wandelt den Stoß in die punktiert angedeutete Form um, wenn man z. B. die Hand auf ihn drückt und dann parallel zur Basis bewegt, d. h. eine Kraft in der Richtung des Pfeiles ausübt. Jedes einzelne Blatt verschiebt sich gegen jedes andere — parallel mit ihm bleibend — in der Richtung der umformenden Kraft, und zwar um so mehr, je weiter es von der Basis entfernt ist. Der Stoß *Papierblätter* behält die ungeformte Gestalt bei, auch nachdem man die Hand wieder entfernt hat. Benützt man aber ein Prisma aus *Gummi*, das an seiner Basis auf dem Tisch befestigt ist, so erfolgt die Umformung genau in der beschriebenen Weise, d. h. jeder Querschnitt wird gegen jeden anderen verschoben, wenn auch um eine *sehr* kleine Größe, geht aber wieder *zurück*, wenn das Gummiprisma losgelassen wird, weil eben Gummi *elastisch* ist.

Die Schubelastizität und die Schubfestigkeit spielen z. B. überall da eine Rolle, wo man mit einer Schere schneidet (Abb. 122). Die Klingen s und s' schieben, indem man sie einander zu nähern sucht, die eine Körperhälfte über die andere hinweg. Noch deutlicher zeigt das die Blechschere (Abb. 123) der Blechbearbeitungsindustrie. Die kreisrunden, etwas konisch geformten Scheiben S und S'

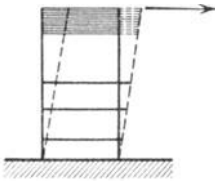


Abb. 121.

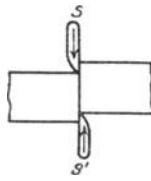


Abb. 122.

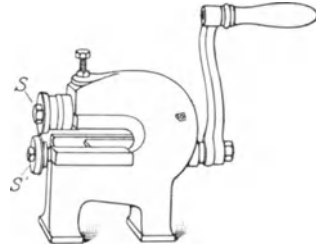


Abb. 123.

Zur Beanspruchung eines Körpers durch Schub.

berühren einander mit den messerartig zugeschärften Rändern und vertreten die Klingen einer Schere. Man dreht sie, und zwar in einander entgegengesetztem Sinne, und führt das Blech zwischen ihren Rändern hindurch. Die obere Scheibe drückt nach unten, die untere nach oben auf das Blech, so wie es Abb. 122 an einer Schere zeigt, beide zusammen schneiden es durch an der Stelle, an der die beiden Drucke angreifen. Auch bei vielen anderen Arbeiten in der Maschinentechnik beansprucht man die Materialien auf Schubfestigkeit (Scherfestigkeit), z. B. wenn man Löcher in Bleche stanzt oder bohrt.

4. Der Körper wird von Kräften angegriffen, die danach streben (Abb. 124), ihn zu *verbiegen* und schließlich zu zerbrechen. Sein Widerstand dagegen heißt

Biegungselastizität und Biegungsfestigkeit. — Die beiden oben erwähnten Querschnitte A und B (senkrecht zur Längsachse durch den noch nicht deformierten Körper) sind *nach* der Deformation nicht mehr parallel zueinander, sie haben sich in gewissen Punkten einander genähert, in anderen voneinander entfernt. Man denke sich auf dem Stabe im undeformierten Zustande (Abb. 124, unten) parallel zu A und B die Geraden ab, cd, \dots gezogen und Querschnitte hindurch gelegt: *nach* der Deformation haben sie die Lagen $a'b', c'd'$ usw. angenommen. Die Abstände ac, ce, \dots haben sich verkürzt, die Abstände bd, df, \dots verlängert; d. h. die dem Krümmungsmittelpunkt zugewendeten Fasern des Stabes werden gedrückt, die äußeren werden gezogen. Zwischen CD und EF muß es natürlich eine Schicht geben, die sich weder verkürzt noch ausgedehnt hat, die also lediglich ihre Form verändert hat, die „neutrale Schicht“. Sie geht in jedem Querschnitt des Stabes, den sie durchschneidet, durch den Schwerpunkt des Querschnittes.

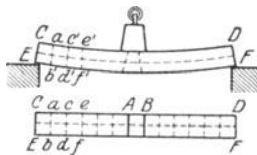


Abb. 124. Zur Beanspruchung eines Körpers durch Biegung.

5. Der Körper wird von Kräften P und Q angegriffen, die (Abb. 125) ihn nach entgegengesetzter Richtung drehen und danach streben, ihn zu *verdrehen* und schließlich zu *zerdrehen*. Sein Widerstand dagegen heißt *Drehungselastizität* und Drehungsfestigkeit (gewöhnlich *Torsionselastizität* und Torsionsfestigkeit). Die beiden Querschnitte A und B (senk-

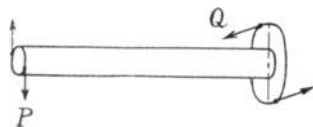


Abb. 125. Zur Beanspruchung eines Körpers durch Torsion.

recht zur Längsachse durch den Körper) sind *nach* der Deformation zwar noch parallel, haben sich aber gegeneinander verdreht; jeder hat sich ein wenig um die Längsachse des Stabes gedreht, der eine im *Sinne* des Uhrzeigers, der andere *entgegengesetzt*. — Die Formänderung dabei beschreibt noch deutlicher (Abb. 126) folgendes Beispiel: ein Zylinder aus Gummi, dessen Basis unverrückbar festliegt, erfahre an seinem oberen Ende parallel zur Basis eine Drehung. Sie überträgt sich durch den Gummizylinder bis zu der Basis. Infolgedessen verdreht sich der ganze Zylinder um seine Längsachse: Schnitte, die *vor* der Formänderung parallel zur Basis waren, sind es auch *nachher*. Die festliegende Basis dreht sich gar nicht, das obere Ende des Zylinders am meisten, jeder Querschnitt in dem Verhältnis seines Abstandes von der Basis. Das heißt: Ist die Drehung im Abstände 1 cm von der Basis φ , so ist sie 2 cm davon 2φ usw. — Erkennbar wird die Wirkung der Drehung auf dem Zylindermantel, und zwar daran, daß Punkte, die *vor* der Formänderung auf einer Geraden parallel zur Achse gelegen haben, *nach* der Formänderung auf einer schraubenförmig um die Achse gewundenen Linie liegen.

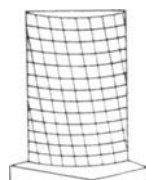


Abb. 126. Zur Beanspruchung eines Körpers durch Torsion.

98. Gesetz von HOOKE über Formänderung und formändernde Kraft. Den Zusammenhang zwischen der Größe der umformenden Kraft und der Größe der hervorgerufenen Umformung formuliert *innerhalb der Elastizitätsgrenze* (S. 112) das HOOKESCHE Gesetz: die Größe der *Deformation* ist der Größe der *deformierenden Ursache proportional* (ut tensio sic vis. ROBERT HOOKE, 1676). Mit anderen Worten: Bewirkt eine Kraft von gegebener Größe eine gewisse Verlängerung (oder Verkürzung oder Verdrehung), so bewirkt eine *doppelt* so große Kraft eine *doppelt* so große Verlängerung (oder Verkürzung oder Verdrehung) — immer vorausgesetzt, daß die Formänderungen die Elastizitätsgrenze *nicht* erreichen. Das HOOKESCHE Gesetz macht es möglich, die Beziehung zwischen der Kraft und der Formänderung zu *messen* und an dem *Elastizitätskoeffizienten* ein Maß für die Elastizität abzuleiten.

Innerhalb der Elastizitätsgrenze ist die Längenzunahme eines Drahtes durch Dehnung der Belastung proportional. Von vielen Stoffen ist die Elastizitätsgrenze aber annähernd bekannt. Ein gezogener, nicht ausgeglühter Silberdraht von 1 mm^2 Querschnitt z. B. kann mit $11,2 \text{ kg}^*$ belastet werden (Abb. 127), ehe er die Elastizitätsgrenze erreicht. Ein Draht von 1 m Länge verlängert sich, so belastet, um $1,5 \text{ mm}$; mit 1 kg^* belastet, also um $\frac{1,5}{11,2} = 0,134 \text{ mm}$, d. h. etwa um den 7400^{sten} Teil seiner *ursprünglichen* Länge (von 1 m).

99. Elastizitätskoeffizient. Elastizitätsmodul. Dieser Bruch $\frac{1}{7400}$ heißt der *Elastizitätskoeffizient* des Silbers. Wir definieren: Der *Elastizitätskoeffizient* (α) ist der Bruchteil, um den sich ein Draht von 1 mm^2 Querschnitt bei der Dehnungsbeanspruchung durch das Gewicht von 1 kg^* verlängert.

Das ist für alle Materialien nur ein sehr kleiner Bruch; man benutzt deshalb für Zahlenangaben aus Bequemlichkeitsgründen den *Elastizitätsmodul* (Dehnungsmodul, YOUNG'SCHER Modul), den folgendes Zahlenbeispiel erklärt. Der Silberdraht wird durch 1 kg^* um $\frac{1}{7400} \text{ m}$ ausgedehnt, 7400 kg^* würden ihn also, wenn die Elastizitätsgrenze weit genug entfernt läge (das HOOKESCHE Gesetz so

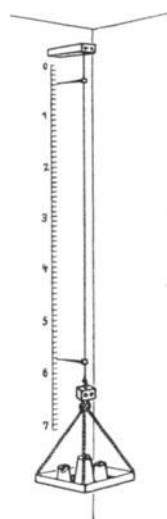


Abb. 127. Zur Messung des Elastizitätskoeffizienten eines Drahtes.

weit reichte), um 1 m ausdehnen, d. h. seine Länge *verdoppeln*. Die 7400 kg*, den reziproken Wert von $1/7400$, nennt man den Elastizitätsmodul. Wir definieren: Der *Elastizitätsmodul* ($E = 1/\alpha$) gibt die Anzahl Kilogramm* an, deren Gewicht einen Draht von 1 mm² Querschnitt um seine eigene Länge ausdehnen würde, wenn das HOOKESCHE Gesetz für die ganze Deformation gültig wäre (und das Material diese Beanspruchung aushielte).

100. Abweichungen vom HOOKESCHEN Gesetz. Mit dem HOOKESCHEN Gesetz ist offenbar die elastische Nachwirkung nicht in Einklang zu bringen: Sie zeigt, daß überhaupt keine eindeutige und wechselseitige Beziehung zwischen Kraftwirkung und Deformation besteht. Beim Verschwinden der Spannung verschwindet die Deformation eben *nicht* gleichzeitig, sondern sie durchläuft den Bereich bis zum ursprünglichen Nullwert nach einer bisher unbekanntem Gesetzmäßigkeit. Auch die rein elastischen Formänderungen gehorchen dem HOOKESCHEN Gesetz nur annähernd, wie die fortschreitende Verfeinerung der Beobachtungs- und Meßkunst gelehrt hat. — Beträchtlich sind die Abweichungen bei Gußeisen, bei vielen Gesteinen, bei den technisch wichtigen Bindemitteln (Zement, Beton).

101. Elastizitätskonstanten. Kompressionsmodul. Die elastische Dehnung durch Zug ist stets mit einer Kontraktion senkrecht zur Dehnung verbunden, der Querkontraktion; sie ist der Dehnung proportional. Hat ein Stab die Länge l und den Durchmesser d und dehnt er sich um die Länge λ — man nennt λ/l die relative Dehnung — so erfährt sein Durchmesser die relative Verkürzung δ/d .

Die Erfahrung lehrt, daß: $\frac{\delta}{d} = \nu \cdot \frac{\lambda}{l}$, wo ν für jeden Stoff eine Konstante ist.

Diese Konstante (POISSON), die *Elastizitätszahl*, liegt erfahrungsgemäß zwischen 0,2 und 0,5.

Innerhalb der Elastizitätsgrenze ist die Deformation der Belastung proportional. Nach der Mannigfaltigkeit der Deformationsmöglichkeiten erwartet man zunächst sehr viele Proportionalitätsfaktoren zu finden — man nennt sie im allgemeinen Elastizitätskonstanten. Aber für isotrope Stoffe (S. 118), d. h. solche, bei denen alle Richtungen gleichwertig sind, kann der Theorie nach ihre Anzahl nicht größer als 2 sein. Diese zwei sind der „Dehnungskoeffizient“ α und der „Schiebungskoeffizient“ β . Zwischen α , β und ν , der POISSONSCHEN Elastizitätszahl, die das Verhältnis der Längsdehnung zur Querkontraktion angibt, besteht

aber die Beziehung $\alpha = \frac{\beta}{2(1 + \nu)}$. Ein isotroper Körper hat daher nur *zwei* unabhängige Elastizitätskoeffizienten. (Ein Kristall des kristallinen Systems, der allgemeinste anisotrope Körper, hat 21.)

Neben den Dehnungsmodul $E = 1/\alpha$ und den Gleitmodul $G = 1/\beta$ ($= \mu$) tritt der Kompressionsmodul. Hat man es mit einem allseitig gleichem Druckzustand zu tun und nennt man den allseitigen Druck p und die spezifische Volumänderung $\frac{\Delta V}{V}$, so wird $p = \left(\lambda + \frac{2}{3}\mu\right) \frac{\Delta V}{V}$. Der Faktor $\lambda + \frac{2}{3}\mu$ heißt der

Kompressibilitätsmodul K , und $k = \frac{1}{K}$ die Kompressibilität. Es ist $K = \frac{1}{3} \frac{E}{1 - 2\nu}$, woraus man auf $0 < \nu < 0,5$ schließt. Wäre $\nu > 0,5$, dann wäre K negativ, d. h. der Körper würde sich durch Zug zusammenziehen, durch Druck ausdehnen, was der Erfahrung widerspricht.

102. Zug und Druck und Biegung gerader Stäbe. Streng mathematisch behandeln kann man die Elastizitätsprobleme nur in einigen einfachen Fällen. Man muß sich meist mit angenäherten Lösungen begnügen. Einfache Lösungen erhält man z. B. für dünne Stäbe und für dünne Platten. Für die technische Festigkeitslehre reichen diese Annäherungslösungen

fast vollkommen aus. — 1. *Zug und Druck gerader Stäbe.* Die Änderung Δl der Länge l ist proportional der Zugkraft P und der Länge l und umgekehrt proportional dem Querschnitt F und dem Elastizitätsmodul E . Wir finden: $\Delta l = P l / FE$. Der Zug ist von einer Verminderung des Querschnittes begleitet, der Druck von einer Vergrößerung. — Die Längenänderung durch die Dehnung kann man überaus genau messen: mit dem Kathetometer direkt ablesen bis etwa 0,02 mm; mit Spiegel und Skale bis etwa 0,0005 mm; mit der Interferenzmethode bis zu $30 \mu\mu$ ($1 \mu\mu = 10^{-6}$ mm).

2. *Biegung der Stäbe.* Die stark gezeichnete Mittellinie ist die neutrale Schicht. Teilt der Querschnitt QQ' (Abb. 128) den Stab in 2 Teile, so müssen offenbar diese Teile miteinander im Gleichgewicht sein. Die nach rechts wirkenden Spannungen K müssen den äußeren Kräften P , die z. B. links vom Querschnitt angreifen, das Gleichgewicht halten, d. h. demjenigen Drehmomente (dem Biegemomente) gleich sein, das durch die biegende Kraft erzeugt wird, wenn der gebogene Stab im Gleichgewicht ist. — Nennt man den Krümmungsradius einer Faser der neutralen Schicht R , so ist $1/R$ ihre Krümmung. Sie ist proportional dem sog. Trägheitsmoment des Querschnittes und dem Elastizitätsmodul. — Der Begriff Trägheitsmoment des Querschnittes bedeutet folgendes: Abb. 129 sei ein Querschnitt durch den Stab, OO_1 die Achse, um die man den Stab biegt, df ein punktförmig kleines Flächenelement des Querschnittes, y sein Achsenabstand, dann ist die Summe $\sum y^2 df$ (über den ganzen Querschnitt) das Trägheitsmoment des Querschnittes mit Bezug auf die Achse OO_1 . (Das Produkt aus Trägheitsmoment des Querschnittes und Elastizitätsmodul heißt auch *Biegesteifigkeit*.) — Biegeversuche eignen sich unmittelbar zur Messung des Elastizitätsmoduls, besser als Zugversuche, weil bei ähnlichen Querschnittsabmessungen und mäßigen Kräften beim Biegeversuche die Verschiebungen größer sind.

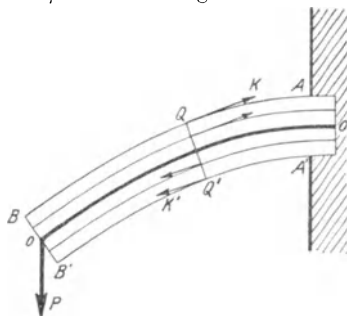


Abb. 128. Gebogener Stab im Gleichgewicht.

Wird die Elastizitätsgrenze überschritten, so bleibt die Gestaltsänderung. Je nach der Natur des Stoffes und der Art seiner Beanspruchung ist sie sehr verschieden nach Form und Größe bis zu der Grenze, bei der der Körper schließlich zerreißt, zerbricht usw., kurz — zerfällt. In diesem Gebiete zwischen der Elastizitätsgrenze und der Grenze, bei der der Körper zerfällt, offenbaren die Stoffe die hundertfältigen Eigenschaften, derentwegen wir sie dehnbar, hämmerbar, walzbar, spröde, bröcklig, hart, weich usw. nennen — die Eigenschaften, für die es eindeutige Definitionen nicht gibt, noch weniger genaue Maße.

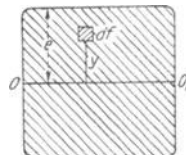


Abb. 129. Zum Begriff: Trägheitsmoment eines Querschnitts.

103. **Homogen, heterogen, isotrop, anisotrop.** Faßt man die Körper als aus materiellen Punkten zusammengesetzt auf, aus *Volumenelementen*, und nimmt man dabei jedes Element *für sich*, so erfährt man, daß ein Körper entweder so beschaffen sein kann, daß jedes Volumenelement die gleiche Dichte (S. 136) hat oder so, daß die verschiedenen Volumenelemente verschieden dicht sind. Körper der ersten Art heißen *homogen*, der zweiten *heterogen*. Für die meisten Zwecke können viele Stoffe als homogen gelten (z. B. Wasser, Glas), aber vollkommen *homogen* ist tatsächlich keiner, wie gewisse physikalische Erscheinungen, z. B. die Farbenzerstreuung des Lichtes, beweisen.

Wir nehmen für gewöhnlich an, daß Wasser vollkommen homogen ist, daß also jedes Kubikmillimeter gleichviel Wassermolekeln enthält. Aber WILLIAM THOMSON schließt aus gewissen Tatsachen: wenn die Wassermenge, die das Volumen eines Fußballes auszufüllen ausreicht, auf eine Kugel von der Größe des Erdballes verteilt würde — oder anders ausgedrückt: eine Wasserkugel von der Größe eines Fußballes zur Größe der Erdkugel erweitert würde — dann würden die einzelnen Wassermolekeln durch Zwischenräume voneinander getrennt sein, die zwischen dem Durchmesser der feinsten Schrotkugeln und dem eines Fußballes variieren.

Wir werden aber in Zukunft alle Körper, mit denen wir es zu tun haben, als homogen und isotrop (s. u.) ansehen, wenn wir nicht das Gegenteil sagen.

Noch ein anderer durchgreifender Unterschied besteht zwischen den verschiedenen Stoffen: Entweder ein Stoff hat das, was wir „Struktur“ nennen, oder er ist strukturlos (*amorph*). Strukturlos sind z. B. Luft, Wasser, Glas, das aus dem flüssigen Zustand in den festen ganz langsam übergegangen ist. Struktur haben vor allem die *Kristalle*. Ein Kristall hat von der Natur geschaffene Ebenen, Kanten, Ecken, kurz — eine bestimmte (von der Kugel abweichende) *Form*, ein Zeichen, daß nicht alle Richtungen, nach denen er ausgedehnt ist, die *gleiche* Bedeutung haben. In der Luft, im Wasser, im Glase aber ist keine Richtung vor der anderen bevorzugt. Denken wir uns an irgendeinen Punkt eines von Luft erfüllten Raumes versetzt und gehen wir von diesem Punkte aus, so finden wir, gleichviel nach *welcher* Richtung wir gehen, immer dieselben Verhältnisse — qualitativ und quantitativ: *dieselbe* Kohäsion der Teilchen, *dieselbe* Elastizität, *dieselbe* Leitfähigkeit für Wärme, *dieselbe* Leitfähigkeit für Elektrizität, *dieselbe* Ausdehnbarkeit durch die Wärme — kurz, eine Gleichheit in *jeder* Beziehung. Einen so beschaffenen Stoff nennt man *isotrop*¹⁾. — Ganz anders ein Kristall. Gehen wir von einem Punkt im Innern eines Kristalls aus, so finden wir im allgemeinen auf jeder Richtungslinie eine *andere* Kohäsion der Teilchen, *andere* Leitfähigkeit für Elektrizität usw. Wollen wir z. B. von diesem Punkte aus den Kristall, etwa einen Steinsalzkristall, *zerspalten*, so gelingt das nur dann *vollkommen*, wenn wir es *parallel* zu der *einen* von drei ganz *bestimmten*, aufeinander senkrechten Ebenen in dem Kristall tun. Auf den *dadurch* bestimmten Richtungslinien ist die Kohäsion der Teilchen anders als auf anderen Richtungslinien, ebenso die Elastizität, das Leitungsvermögen für die Wärme oder für die Elektrizität usw. — Solche und ähnliche Körper heißen *anisotrop*.

E. Kristallisierter Zustand der Materie.

104. Symmetrieeigenschaften. Ein Kristall scheint zunächst ein Naturspiel, eine Merkwürdigkeit, aber genaue Beobachtung und fortschreitende Erkenntnis lehren: Der *gewöhnliche* Zustand des festen Körpers ist der kristallinische Zustand, der feste Körper ist anisotrop. Feste Körper, die für isotrop (*amorph*) gelten, wie z. B. langsam aus der Schmelze erstarrendes, langsam abgekühltes Glas oder ein ebensolches Metall *scheinen* nur isotrop: sie *sind* kristallinisch aufgebaut und täuschen die Isotropie dadurch vor, daß ihre aus Kriställchen bestehenden Bausteine nach allen möglichen Richtungen orientiert sind, also keine Richtung vor der anderen bevorzugen. Beschreibt man in einem solchen „isotropen“ Körper um einen Punkt eine Kugel mit einem Radius, der groß ist im Verhältnis zum Abstand zweier Nachbarmoleküle, so liegen auf jedem Radius gleich viel Moleküle, die nach allen möglichen Richtungen orientiert sind. [Aber die Anisotropie, das Charakteristikum der Kristalle, ist nicht auf den festen Zustand beschränkt, es gibt auch *flüssige* Kristalle (OTTO LEHMANN, 1889). Wir beschränken uns darauf, sie zu erwähnen.]

Also weder die Zahl, noch die Anordnung der Moleküle gibt irgendeiner Richtung in dem isotrop erscheinenden Körper eine Sonderstellung. Vollständige Unregelmäßigkeit in der Anordnung der Moleküle reicht dazu aus. Ganz anders der Kristall. Die Anordnung seiner Moleküle zeigt strenge Regelmäßigkeit, und seine Gestalt liefert uns Aufschluß über den inneren Aufbau. Seine geometrische Form bildet sich nur dann aus, wenn er ungestört wächst. Sie ist nur *eines* unter

¹⁾ ἴσος = gleich; ῥοτό = drehe.

den Kennzeichen des kristallisierten Zustandes, aber das Greifbarste und so auffällig, daß man die Kristalle äußerlich danach beschreibt und gruppiert.

Man wählt einen Punkt im Kristall zum Anfangspunkt eines Koordinatensystems und legt durch ihn 3 Ebenen parallel zu drei beliebigen, eine Ecke bildenden Kristallflächen. Diese Ebenen heißen *Achsenebenen*, ihre Schnittlinien *Achsen*, die Winkel der Achsen miteinander *Achsenwinkel*. Kongruenz und spiegelbildliche Symmetrie spielen die Hauptrolle in der Erkenntnis des Kristallaufbaues. Es gibt Symmetrie gegen eine Achse, gegen eine Ebene, gegen einen Punkt. Kann man einen Kristall um eine Gerade als Achse von einer Anfangslage aus um einen gewissen Winkel $— 360/n^\circ$, wo n eine ganze Zahl ist — in eine andere Lage drehen, die mit der Anfangslage identisch ist (bis auf die durch die Drehung bewirkte Veränderung des Ortes der einzelnen Punkte), so heißt die Achse *Symmetrieachse*. Den Würfel z. B. kann man um die Gerade durch die Seitenmitten als Achse um 90° (d. i. $360/4$) in eine solche andere Lage drehen. Sind die Ebenen nicht irgendwie unterscheidbar gemacht, so ist die *vollendete* Drehung nicht erkennbar. — Je nachdem n gleich 2, 3, 4 oder 6 ist, d. h. der Kristall nach der Drehung je um $180, 120, 90, 60^\circ$ immer wieder so liegt wie in der Anfangsstellung („mit sich selbst zur Deckung gebracht ist“) heißt die Achse *zwei-, drei-, vier- oder sechszählig*. Ein Kristall besitzt Symmetrie, wenn er durch die eben beschriebene Drehung um eine Achse oder durch Spiegelung an einer Ebene oder durch Drehung in Verbindung mit Spiegelung mit sich selbst zur Deckung gebracht werden kann. Die Spiegelebene heißt *Symmetrieebene*. Derjenige Punkt, der alle durch ihn gezogenen und durch die Kristallflächen begrenzten Geraden halbiert, heißt *Symmetriezentrum*.

105. Kristallsysteme und Kristallklassen. Man teilt die Kristalle (Abb. 130) nach ihrer Symmetrie in 32 Klassen, die sich auf 7 Systeme verteilen.

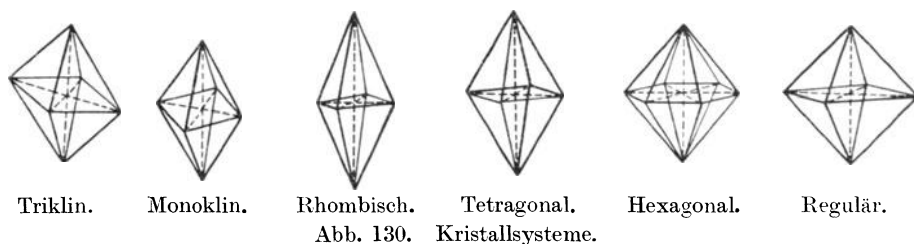


Abb. 130. Kristallsysteme.

Die sieben Kristallsysteme sind:

Das *trikline System* mit drei schiefwinkligen ungleichen Achsen (Borsäure, Kupfersulfat, Traubensäure).

Das *monokline System* mit zwei schiefwinkligen Achsen und einer auf deren Ebene Senkrechten, alle drei ungleich (Blutlaugensalz, Eisensulfat, Gips, Glaubersalz, Glimmer, Milchzucker, Rohrzucker, Schwefel, Soda, Weinsäure).

Das *rhombische System* mit drei ungleichen aufeinander senkrechten Achsen (Bittersalz, Kalisalpeter, Topas, Schwefel, Jod).

Das *rhomboedrische System*, vom hexagonalen abgetrennt (Antimon, Arsen, Eis, Graphit, Kalkspat, Korund, Natronsalpeter, Quarz, Wismut, Zinnober).

Das *tetragonale System* mit drei Hauptachsen und zwei auf ihr und aufeinander senkrechten, untereinander gleichen Nebenachsen (Bor, Zinn, Zirkon).

Das *hexagonale System* mit einer Hauptachse und drei auf ihr senkrechten gleichwertigen Nebenachsen, Winkel von 60° miteinander bildend (Beryll, Zink).

Das *kubisch-reguläre System* mit drei aufeinander senkrechten gleichwertigen Achsen als kristallographischem Achsensystem (Alaun, Blei, Diamant, Eisen, Gold, Granat, Kupfer, Platin, Quecksilber, Salmiak, Silber, Steinsalz, Sylvin).

Jedes Kristallsystem enthält eine gewisse Anzahl von Unterabteilungen. Sie entstehen aus der obersten, der Holoedrie (Ganzflächigkeit) dadurch, daß man gewisse ihrer

Symmetrieelemente tilgt. Je nach der Ausbildung aller oder nur einer Hälfte oder eines Viertels der Grenzebenen unterscheidet man so die Holo-, die Hemi- und die (seltener) Tetartoedrie. Je nach der vorhandenen oder nicht vorhandenen Gleichwertigkeit *beider* Richtungen derselben Achse erhält man die Holo- oder die Hemimorphie. Abb. 131 zeigt eine Hemiedrie: der Fünfeck-Zwölfflächner ist die hemiedrische Form des Vierundzwanzigflächners. — Von großem Interesse sowohl für gewisse physikalische (Drehung der Polarisationssebene) wie auch gewisse stereochemische Fragen ist die Enantiomorphie: Man nennt zwei Kristalle, wie Abb. 132, enantiomorph. Sie sind spiegelbildlich gleich. Jeder besitzt dieselben Elemente wie der andere, kann aber in keiner Stellung mit ihm zur Deckung gebracht werden.

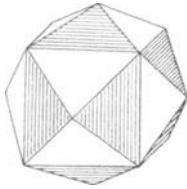


Abb. 131. Der Fünfeck-Zwölfflächner ist die hemiedrische Form des Vierundzwanzigflächners.

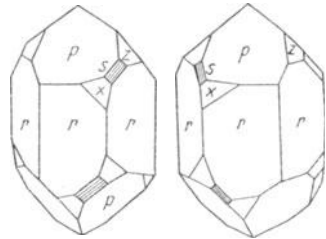
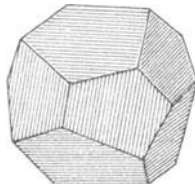


Abb. 132. Zwei enantiomorphe Kristalle. (*év-antios* = entgegengesetzt.)

106. Kristallographische Grundgesetze. Die Erfahrung hat zwei kristallographische Grundgesetze kennen gelehrt, das Symmetriegesetz und das Gesetz der rationalen Indizes. Das Symmetriegesetz sagt aus: Die Symmetrieachsen sind stets zwei-, drei-, vier- oder sechszählig. Das Gesetz der rationalen Indizes bezieht sich auf folgendes: Jede Fläche des Kristalles — wir benennen sie mit einem Index n — schneidet jede der 3 Achsen a, b, c in irgendeinem Abstände a_n, b_n, c_n vom Anfangspunkt des Systems (die zu einer Achse *parallele* Fläche schneidet die Achse im Abstand unendlich). Das Gesetz bezieht sich auf diese Abstände a_n, b_n, c_n . Man setzt den Abstand $b_n = 1$ und untersucht, in welchem Verhältnis die Abstände a_n und c_n zu ihm stehen. Es handelt sich dabei nur um die *Richtung* der Kristallflächen, daher kommt es nur auf die Verhältnisse $a_n : b_n : c_n$ an, die ja konstant bleiben, wenn man die Ebene *parallel* mit sich relativ zum Anfangspunkt des Achsensystems verschiebt. Angenommen, man habe für die folgenden, mit den Indizes 1, 2, 3, 4 bezeichneten Ebenen gefunden:

$$\begin{aligned} a_1 &: 1 : c_1, \\ a_2 &: 1 : c_2, \\ a_3 &: 1 : c_3, \\ a_4 &: 1 : c_4. \end{aligned}$$

Das Gesetz der rationalen Indizes bezieht sich dann auf die Brüche $\frac{a_1}{a_2}, \frac{a_1}{a_3}, \frac{a_1}{a_4}, \frac{c_1}{c_2}$ usw. Schreiben wir diese Brüche so: $\frac{1}{a_2/a_1}, \frac{1}{a_4/a_1}$ usw., so sagt das Gesetz: *Die Nenner sind kleine ganze Zahlen.* Haben sich z. B. für a_1/a_2 und c_1/c_2 die Brüche $\frac{1}{2}$ und $\frac{1}{4}$ ergeben, so haben wir $a_2/a_1 = 2$ und $c_2/c_1 = 4$, also für die zweite Fläche die Brüche $\frac{1}{2}, \frac{1}{4}$ und $\frac{1}{4}$. Bringt man diese Brüche auf ganze Zahlen, so erhält man die Verhältniszahlen 2, 4, 1. Diese Zahlen nennt man die *Indizes* der Fläche 2. Es sind einfache rationale Zahlen. Das gleiche gilt für jede Fläche des Kristalls.

107. Theorie der Kristallstruktur. (Punktnetz, Raumgitter, Zentrierung). Die mathematische *Theorie der Kristallstruktur* folgert die Gesetze der Kristallsubstanz aus der einzigen Grundannahme: die Schwerpunkte der Kristallbausteine, also der Atome, sind regelmäßig im Raume angeordnet. Man denkt sie sich an demjenigen Ort, der der mittleren Lage entspricht, um den die Molekeln infolge ihres Wärmehaltes schwingen. Diese Grundannahme

führt mit Notwendigkeit auf die kristallographischen Grundgesetze (Symmetriegesetz, Gesetz der rationalen Indizes), insbesondere führt sie zu den 32 Kristallgruppen, in die wir die Kristalle nach ihrer Symmetrie einteilen. MAX v. LAUES Entdeckung hat (1912) die Grundannahme, auf der die Theorie beruht, vollständig bestätigt [381.].

Nach dieser Annahme ist die Anordnung der Molekeln in einem Kristall nach parallelen Richtungen immer die gleiche. In den Geraden, die einer und derselben Richtung angehören, liegen die Punkte, als die man sich die Molekeln denkt, in gleichen Abständen. Der Abstand der Nachbarmolekeln ist in einer Punktreihe überall gleich und ebenso groß wie in *parallelen* Punktreihen. Für Punktreihen in *anderer* Richtung ist er anders. Die Scharen von parallelen Geraden $\{g\}$ und $\{h\}$ zerlegen (Abb. 133) die Ebene in kongruente Parallelogramme (ihre Ecken denken wir uns als Kristallmolekeln), ihre Gesamtheit nennen wir ein *Netz* von Parallelogrammen, ihre sämtlichen Ecken bilden ein *Punktnetz*. Man nennt OA und OB *erzeugende Netzstrecken*, das Parallelogramm $OACB$ die *Stammfigur* des Netzes N und OAB das *Stammdreieck*. — Ein solches Punktnetz hat eine Anzahl charakteristischer Eigenschaften, von denen wir zwei, aber ohne Beweis, angeben: 1. das Netz geht durch Verschiebung längs der Verbindung zweier Netzpunkte in sich selbst über (Deckschie-

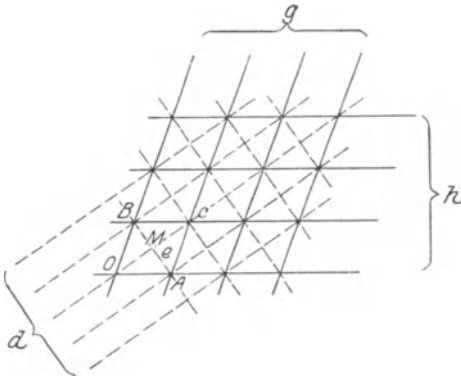


Abb. 133. Zur Anordnung der Molekeln in einem Kristall. Ein Punktnetz.

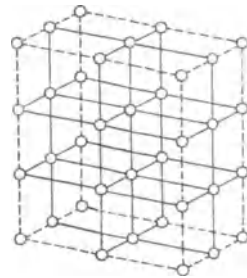


Abb. 134. Zur Anordnung der Molekeln in einem Kristall. Ein Raumgitter.

bung); 2. jedes Lot, das man in einer Ecke, einer Flächenmitte oder einer Seitenmitte auf der Netzebene errichtet, ist eine zweizählige Symmetrieachse des Netzes. — Man kann die Scharen $\{g\}$ und $\{h\}$ des Netzes auch durch die Scharen $\{g\}$ und $\{d\}$ ersetzen: durch jeden Netzpunkt geht ja je eine Gerade g und eine Gerade d . Die Hauptsache am Netz sind eben die *Punkte* selbst, nicht die Geradenscharen, diese sind mannigfach wählbar. Man kann Parallelogramme und Dreiecke, die nur an den Ecken Netzpunkte enthalten, als Stammfiguren wählen und ihre Seiten als erzeugende Netzstrecken.

Die Scharen $\{d\}$ und $\{e\}$ erzeugen *auch* ein Netz. Durch jeden Netzpunkt von N geht eine Gerade d und eine Gerade e . Das durch d und e erzeugte Netz enthält also alle Punkte von N . Es enthält aber noch mehr — nämlich die Flächenmitte eines jeden Netzparallelogramms von N , es ist also ein *neues* Gitter, wir nennen es N' . Man kann es aus N erzeugen, indem man die Mittelpunkte der durch $\{g\}$ und $\{h\}$ gebildeten Parallelogramme hinzufügt, man sagt: N' geht hervor aus N durch *Zentrierung*. Man nennt es deshalb ein *zentriertes Netz*.

Das gewöhnliche Netz N mit dem beliebigen Parallelogramm als Stammfigur war durch Deckschiebung und durch Drehung um 180° in sich selbst überführbar, es hat also nur eine zweizählige Symmetrieachse. Aber es gibt Netze mit zwei-, drei-, vier- und sechszähliger Achse. Man nennt sie *symmetrische* Netze. Ihre Stammfiguren sind Rechteck, Rhombus, Quadrat und der aus zwei gleichseitigen Dreiecken bestehende Rhombus. Es gibt also vier Arten symmetrischer Netze. Das rechteckige und das rhombisch symmetrische Netz haben auch Symmetrieachsen, die dem allgemeinen Netz nicht zukommen, nämlich Achsen, die *in der Netzebene* selbst liegen. Ist das Rechteck Stammfigur, so ist jede Gerade, die in eine Rechteckseite fällt, eine solche zweizählige Achse, ebenso jede zu den Seiten parallele Mittelgerade. Beim Rhombus ist jede Diagonale eine solche zweizählige Achse.

Die an den Punktnetzen durchgeführten Betrachtungen lassen sich auf den Raum übertragen. Man kommt so zu dem *Raumgitter*, es entsteht aus drei Scharen von parallelen Ebenen, von denen jede einzelne Schar einer Achsenebene parallel ist. Diese Ebenenscharen

zerlegen den Raum in lauter kongruente parallelgestellte Parallelepipede. Die Gesamtheit ihrer Eckpunkte nennt man ein *Punktgitter*. Die Stammfigur ist hier ein von drei Paaren

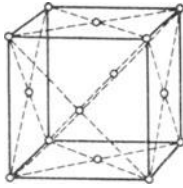


Abb. 135.
Flächenzentrierte
Stammfigur eines
Raumgitters.

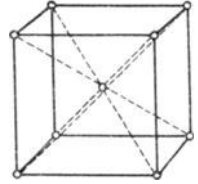


Abb. 136. Zen-
trierte Stamm-
figur eines Raum-
gitters.

die Körpermitte der Stammfigur, es entsteht das körperzentrierte oder kürzer, *das zentrierte Gitter*.

Jedem Gitter kommen zwar unendlich viele Deckschiebungen und unendlich viele Symmetriezentren zu, aber im *allgemeinen* keine Symmetrieachsen. Ein Gitter, das auch Symmetrieachsen besitzt, nennt man ein *symmetrisches Gitter*. Es läßt sich zeigen (die Darlegung würde hier zu weit führen), daß es sechs Gattungen symmetrischer Gitter gibt. Ihre Symmetrieachsen sind nur zwei-, drei-, vier-, sechszählig. Schon das rechtfertigt es, die Gitter für den Aufbau der Kristallsubstanz zugrunde zu legen. Die sechs symmetrischen Gittertypen entsprechen zusammen mit dem allgemeinen unsymmetrischen Gitter den sieben empirisch bekannten Kristallsystemen: Es gibt zwei Gitter vom monoklinen Typus, vier Gitter vom rhombischen, ein rhomboedrisches, zwei Gattungen tetragonaler Gitter, ein Gitter vom hexagonalen Typus und drei Gitterarten vom kubischen Typus — insgesamt 14 verschiedene Arten von Punktgittern, wenn wir den triklinen Typus ohne Symmetrieachse, aber mit Symmetriezentrum hinzunehmen. Aus diesen 14 Raumgittern, d. h. aus ihnen einzeln oder aus ihren Kombinationen bauen sich sämtliche Kristallklassen und Kristallsysteme auf. Die einzelnen Punkte enthalten die Atome (*nicht* Moleküle). — Das ist im wesentlichen die Raumgittertheorie, die durch von LAUES Entdeckung aus der Hypothese zur Wirklichkeit geworden ist. Anordnung und gegenseitiger Abstand der Atome im Kristall hat man in vielen Fällen bereits ermitteln können. Der NaCl-Kristall zum Beispiel, (Abb. 137)

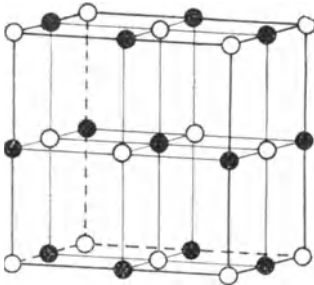


Abb. 137. Das Raumgitter
des NaCl-Kristalls.
● Chlorionen, ○ Natriumionen.

baut sich auf aus zwei ineinandergestellten kubischen Gittern, sie sind flächenzentriert und um eine halbe Würfelkante gegeneinander verschoben. Die Punkte des einen sind die Na-Atome, die des anderen die Cl-Atome. In dem Kristall ist also jedes Na an 6 Cl und jedes Cl an 6 Na gebunden. Ihr gegenseitiger Abstand ist $2,8 \cdot 10^{-8}$ cm.

Spaltbarkeit. Man kann die Kristallmolekeln in vielen verschiedenen Raumgittern anordnen; aber gemeinsam ist ihnen allen das Volumen des Stammparallelepipeds. Denn alle Gitter haben dieselbe Anzahl Punkte (gleich der Anzahl der Körpermoleküle), also auch *dieselbe Anzahl* Stammparallelepipede. Und dabei nehmen sie alle denselben Raum ein. Daher ist auch das Volumen jedes einzelnen dasselbe. Es ist eine für den Körper charakteristische Konstante Ω . Liegen die Moleküle in einer Netzebene sehr nahe beieinander, ist das Stammparallelogramm σ also sehr klein, so ist der Abstand d von der nächsten Ebene größer, damit $\sigma d = \Omega$ bestehen bleibt. Die molekularen Kräfte nehmen aber mit der Zunahme des Abstandes sehr schnell ab, daher kann man die beiden Ebenen leicht trennen. So erklärt sich in den Kristallen das Vorhandensein von Ebenen bevorzugter Spaltbarkeit, die einander bei einer gegebenen Substanz unter konstantem Winkel, im Kalkspat z. B. unter $105^\circ 5'$, schneiden, das Stammparallelepiped des Raumgitters bildet also ein Rhomboeder mit diesem Winkel.

Konstanz der Winkel. Gewisse Netzebenen bilden die Grenzflächen des Kristalles. Wenn der Kristall wächst, so legen sich neue Parallelepipede in parallelen Schichten über die schon vorhandenen, die äußeren Flächen des Polyeders werden stets durch dasselbe System von Ebenen gebildet. Man sieht hieraus, daß ein Kristall durch die Winkel bestimmt ist, die die Seitenflächen des Polyeders miteinander einschließen, nicht durch dessen Größe. —

Die Konstanz der Winkel bei aller sonstigen Mannigfaltigkeit der Kristalle hat ROMÉ DE L'ISLE entdeckt (1783).

108. Physikalische Eigenschaften der Kristalle. Den *physikalischen* Eigenschaften nach reduziert sich die Anzahl der Kristallklassen (32) und der Systeme (7) beträchtlich. Naturgemäß

interessieren uns die elastischen Eigenschaften der Kristalle besonders, denn der kristalline Zustand ist ja der gewöhnliche Zustand des festen Körpers. Der Elastizitätsmodul eines Kristalles ist nach den verschiedenen Richtungen verschieden groß. Stellt man ihn durch Vektoren *von einem Zentrum aus* dar, so erhält man daher keine Kugel, sondern eine andere Fläche. Abb. 138 gibt sie für einen regulären Kristall (Steinsalz), Abb. 139 für einen rhombischen (Baryt).

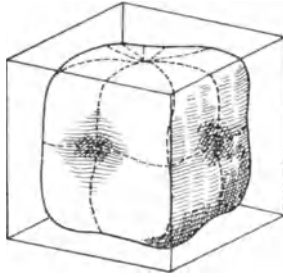


Abb. 138. Steinsalz.

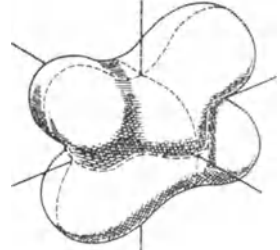


Abb. 139. Baryt.

Die Fläche veranschaulicht die Verschiedenheit des Elastizitätsmoduls eines Kristalles in den verschiedenen Richtungen.

Um die elastischen Eigenschaften eines Kristalles zu charakterisieren, genügen daher nicht, wie es beim isotropen Körper der Fall war, 2 Elastizitätskonstanten (Dehnungsmodul, Schubmodul). Schon das reguläre System fordert 3, das triklone 21; je weniger symmetrisch das Kristallsystem ist, desto mehr Konstanten erfordert es.

Charakteristisch für die Kristalle und im besonderen für die physikalische Verschiedenheit der geometrisch verschiedenen Richtungen in ihnen ist ihr Verhalten hindurchfallendem Licht gegenüber, das zeigt sich besonders deutlich in dem Auftreten gewisser optischer Erscheinungen. Die wesentliche Ursache für die Entstehung der sehr merkwürdigen kristalloptischen Erscheinungen — wir können sie hier nur andeutend erwähnen — liegt darin, daß das Licht sich in den Kristallen in verschiedenen Richtungen verschieden schnell fortpflanzt. (Wir müssen es hier notwendig vorwegnehmen, daß das Licht Zeit gebraucht, um von der Lichtquelle aus zu einem anderen Punkt des Raumes zu gelangen.) Es gibt drei *Hauptlichtgeschwindigkeiten*, nämlich die Geschwindigkeiten längs den Achsen. Im regulären System sind die Hauptlichtgeschwindigkeiten alle drei einander gleich, in den Kristallen des tetragonalen und des hexagonalen Systems sind zwei einander gleich, die dritte entspricht dann derjenigen Symmetrieachse, nach der der Kristall *optisch-einachsig* heißt, in den anderen Kristallen sind alle drei verschieden, sie sind *optisch-zweiachsig*. Markiert man die Fortpflanzungsgeschwindigkeit der von einem Punkt im Innern nach allen Richtungen ausgehenden Strahlen wieder durch Vektoren, so bilden ihre Endpunkte eine Fläche, die *Strahlenfläche*. In isotropen Körpern ist (weil die Lichtgeschwindigkeiten einander gleich sind) keine Richtung von der anderen unterschieden, hier ist die Strahlenfläche daher eine Kugel. Auch in Kristallen des regulären Systems ist sie eine Kugel, man nennt sie daher *optisch-isotrop*.

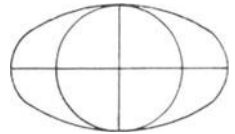


Abb. 140. Durchschnitt durch die Strahlenfläche eines optisch (negativ) einachsigen Kristalles (beim positiven umschließt der Kreis die Ellipse).

Anders in den optisch-anisotropen Kristallen, den optisch-einachsigen und den optisch-zweiachsigen. In ihnen pflanzen sich in *jeder* Richtung (ausgenommen sind nur die optischen Achsen) zwei Strahlen fort, die physikalisch völlig verschieden sind, der *ordentliche* und der *außerordentliche* Strahl. Alle ordentlichen Strahlen laufen gleich schnell, die außerordentlichen verschieden schnell. Die Strahlenfläche eines optisch-anisotropen Kristalles besteht daher stets aus zwei Schalen, die eine Schale ist den ordentlichen, die andere den außerordentlichen zugeordnet. In den optisch-einachsigen ist den ordentlichen Strahlen eine Kugel zugeordnet, den außerordentlichen ein dazu konzentrisches Rotationsellipsoid, dessen Rotationsachse in die kristallographische Hauptachse fällt, Abb. 140. In zweiachsigen

Kristallen ist die Strahlenfläche überaus kompliziert, eine sog. Fläche vierten Grades. Abb. 141 zeigt die Hauptschnitte: in zwei Hauptschnitten Kreis und Ellipse, ohne Berührung miteinander, im dritten schneiden sie einander. Die Kreispunkte, deren Tangenten zugleich die Ellipse tangieren, sind die Durchstoßungspunkte der optischen Achse. Der Winkel der optischen Achsen ist für jeden optisch-zweiachsigen Kristall charakteristisch. Optisch-einachsige sind z. B. Beryll, Eis, Kalkspat, Korund, Natriumnitrat, Quarz, Turmalin, Zinnober, Zirkon. Optisch-zweiachsige sind: Borax, chloresaures Kali, Eisenvitriol, essigsaures Blei, Gips, Glimmer, kohlenensaures Natron, Kupfersulfat, Rohrzucker, salpetersaures Silber.

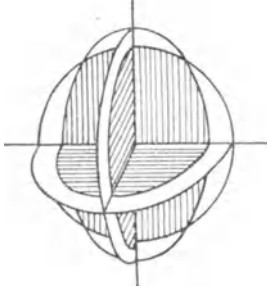


Abb. 141. Die drei Hauptschnitte durch die Strahlenfläche eines optisch zweiachsigen Kristalles.

Auch gegenüber der Wärme, der Elektrizität, dem Magnetismus verhalten sich die Kristalle anders als isotrope Körper. Auch hier läßt sich der Zusammenhang zwischen der Intensität des Vorganges und der jeweiligen Richtung im Kristall durch ein Ellipsoid veranschaulichen. Die Kohäsionseigenschaften der Kristalle, wie Spaltbarkeit und Härte — auch die Kristalle des regulären Systems verhalten sich hierin anisotrop — lassen sich theoretisch bisher noch nicht erfassen.

Von den tropfbar flüssigen Körpern.

A. Druck und Auftrieb.

109. **Starrheit und Flüssigkeit.** Wir unterscheiden an den Stoffen die drei Aggregatformen: Starrheit, Flüssigkeit, Gasförmigkeit und lassen uns dabei von der handgreiflichen Verschiedenheit des Zusammenhanges (Kohäsion) ihrer einzelnen Teile leiten. Aber eine scharfe Grenze zwischen Starrheit und Flüssigkeit besteht nicht. In der Natur finden sich von der Starrheit bis zur Flüssigkeit alle Abstufungen der Kohäsion.

Selbst die sog. „festen (starren)“ Körper sind nicht *vollkommen* starr, auch sie verändern ihre Form, wenn sie von Kräften angegriffen werden. Wenn die Formänderung jedoch die Elastizitätsgrenze nicht übersteigt, ist sie bald *beendet*, obwohl die Kraft weiter an dem Körper wirkt. In diesem deformierten Zustande kann der „feste“ Körper daher, solange *nur diese* Kraft auf ihn wirkt, als vollkommen starr gelten. Ein Körper aber, der durch eine Kraft eine Formänderung erfährt, die mit der Zeit fortschreitet, ist nicht starr; man nennt ihn „zähe“. Aber — und hierin unterscheidet sich der flüssige Körper vom festen — wenn zu dieser fortschreitenden Formänderung schon die *kleinste* Kraft genügt, falls sie nur *lange* genug wirkt, dann nennt man ihn eine zähe *Flüssigkeit*, wie hart er auch erscheint. Wenn aber die dazu erforderliche Kraft eine gewisse Größe haben muß (nicht jede *beliebige* kleine Kraft ausreicht), dann nennt man ihn immer noch „fest“, wenn er auch sehr *weich* sein sollte.

„Ein Talglicht ist viel weicher als eine Siegelackstange. Aber wenn man das Licht und die Siegelackstange horizontal hinlegt und nur an den Enden unterstützt, so biegt sich im Sommer die Siegelackstange in einigen Wochen infolge ihres eigenen Gewichtes, während das Talglicht gerade bleibt. Das Talglicht ist daher ein fester Körper, wenn auch ein weicher, und der Siegelack eine Flüssigkeit, wenn auch eine sehr zähe. — Um die Form eines weichen festen Körpers dauernd zu ändern, ist eine große Kraft erforderlich, und diese ruft, wenn sie angewendet wird, ihre Wirkung sofort hervor. Handelt es sich um eine zähe Flüssigkeit, so ist Zeit erforderlich; schon die aller kleinste Kraft ruft eine merkbare Wirkung an ihr hervor, wenn ihr Zeit genug gelassen wird — eine Wirkung, zu der eine sehr große Kraft erforderlich ist, wenn sie nur ganz kurz wirkt.“ — „Ein Block Pech kann so hart sein, daß man keinen Eindruck machen kann, wenn man mit den Fingerknöcheln dagegen schlägt, und doch plattet er sich im Laufe der Zeit durch sein eigenes Gewicht ab und gleitet bergab wie Wasser“ (MAXWELL: Wärmethorie).

Die Einordnung von Pech und ähnlichen Stoffen unter die Flüssigkeiten rechtfertigt z. B. der folgende Versuch (OBERMEYER, 1877): Legt man ein Stück Pech auf eine Rinne, auf deren Boden unter dem Pech ein Korkpfropfen liegt, und auf das Pech einen Kieselstein, so ist nach einigen Tagen das Pech in die Rinne geflossen, an der es sich genau abgeformt hat; der Kiesel aber ist in die Rinne gefallen und der Kork an die Oberfläche gekommen.

110. Ideale und wirkliche Flüssigkeiten. An was für eine Flüssigkeit soll man aber denken, wenn schlechtweg von „Flüssigkeit“ die Rede ist? An eine, die so zähe ist wie Pech, oder an eine, die es so wenig ist, daß sie mit Zähigkeit überhaupt nichts zu tun zu haben scheint, wie Wasser oder Alkohol? Das „zähe“ macht bereits eine „Eigenschaft“ der Flüssigkeit kenntlich. Denkbar ist also auch eine Flüssigkeit ohne Zähigkeit. — Wir haben gesagt: „Handelt es sich um eine zähe Flüssigkeit, so ist Zeit erforderlich; schon die aller kleinste Kraft ruft eine merkbare Wirkung an ihr hervor, wenn ihr Zeit genug gelassen wird.“ Frei von Zähigkeit, d. h. eine *ideale* Flüssigkeit, wird mithin diejenige sein, die auf eine beliebig kleine Kraft *sofort* mit einer Formänderung reagiert. Daraus folgt, daß bei einer *idealen* Flüssigkeit die *Bewegbarkeit* der einzelnen Flüssigkeitsteile vollkommen sein muß, zur Verschiebung der einzelnen Flüssigkeitsteilchen *keine Arbeit erforderlich* ist. (Auf *diesen* Punkt kommen wir bald zurück.) In der Wirklichkeit ist sie aber stets durch die Reibung der Flüssigkeitsteilchen aneinander beeinträchtigt. Das nennen wir innere *Reibung* oder *Zähigkeit*. Aus ihrem Vorhandensein erklärt sich z. B. das bekannte Verhalten einer Flüssigkeit, die man in einem Gefäß in Drehung versetzt und dann sich selbst überläßt: die Flüssigkeit verlangsamt allmählich ihre Bewegung und kommt schließlich zuerst am Rande (infolge ihrer Reibung an der Gefäßwand) und dann nach und nach auch in dem Innern des Gefäßes zur Ruhe.

Wir setzen zunächst eine ideale, d. h. vollkommen reibungslose Flüssigkeit voraus. Wir können es um so eher, als die Abweichung von der Vollkommenheit nur dann eine Rolle spielt, wenn es sich um die Bewegung der Flüssigkeit handelt, wir es bis auf weiteres aber nur mit der ruhenden Flüssigkeit zu tun haben.

Die *ideale* Flüssigkeit ist schon dadurch charakterisiert, daß sie ihre Gestalt ändert, wenn auch nur die aller kleinste Kraft selbst nur kurze Zeit auf sie wirkt. Sie besitzt aber noch eine andere charakteristische Eigenschaft: sie ist nicht zusammendrückbar. Das Wasser — dieses meinen wir hier, wenn wir von Flüssigkeit schlechtweg sprechen; daher auch die Bezeichnung *Hydrostatik* und *Hydrodynamik* für die Mechanik der flüssigen Körper — ist zwar elastisch und unter sehr hohem Druck komprimierbar, aber selbst bei dem höchsten praktisch erreichbaren Druck so wenig, daß wir das ignorieren dürfen. Wir dürfen deshalb die ideale Flüssigkeit als inkompressibel ansehen.

111. Gleichgewicht einer ruhenden Flüssigkeit. Wenn schon die kleinste Kraft ausreicht, die Teilchen einer Flüssigkeit zu bewegen, und da mindestens die *Schwerkraft* immer und überall wirkt, so erhebt sich die Frage, wieso Flüssigkeiten überhaupt in Ruhe sein können; daß sie es sein können, lehrt z. B. jeder ruhende Wasserspiegel und jeder ruhende Wassertropfen.

Man stelle sich vor (Abb. 142), die Flüssigkeit *A* sei in Ruhe, obwohl eine Kraft auf sie wirkt, und *P* sei die Kraft, die ein Teilchen der Oberfläche angreift.

Eine *parallel* zur Oberfläche wirkende Kraft würde das Flüssigkeitsteilchen in der Oberfläche verschieben. Damit die Flüssigkeit in Ruhe sein kann, ist also

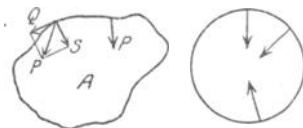


Abb. 142. Zur Bedingung der Ruhe einer Flüssigkeit.

unerläßlich, daß die Kraft P keine zur Oberfläche parallele Komponente hat, also senkrecht zu der Oberfläche wirkt, denn *nur* in diesem Falle hat sie keine zu der Oberfläche parallele Komponente (Q). Kurz: Die Oberfläche einer ruhenden Flüssigkeit muß in jedem Punkte senkrecht zu der Richtung der dort wirkenden resultierenden Kraft sein. — Damit stimmt überein, daß die freie (d. h. nicht mit einer Gefäßwand zusammenfallende) Oberfläche einer ruhenden Flüssigkeit (in einem Gefäß, einem Teich), die nur der Wirkung der Schwere unterliegt, horizontal ist, d. h. senkrecht zur Schwerkraft; ferner daß Flüssigkeitsmassen, die man der Schwerkraft entzieht, wie im PLATEAUSCHEN Versuch (S. 67), vollkommene Kugeln bilden (Abb. 142).

112. Druckfortpflanzung im Innern einer Flüssigkeit. Der eminenten Beweglichkeit ihrer Teilchen verdanken die Flüssigkeiten die Eigenschaft, den Druck, der irgendwo auf sie wirkt, von hier aus nach allen Richtungen in gleicher Stärke (auf die einzelnen Flüssigkeitsteilchen) zu übertragen, so daß die Flüssigkeitsteilchen sich verschieben, wo nicht ein gleich großer Gegendruck den Druck aufhebt. Man *mißt* den Druck durch die senkrecht auf 1 cm^2 wirkende Kraft. — Diese Art der *Druckfortpflanzung* unterscheidet die Flüssigkeiten von den starren Körpern ebenso deutlich, wie es schon die Freiheit der *Beweglichkeit* ihrer Massenteilchen tut: Wirkt ein Druck z. B. auf das obere Ende eines starren zylindrischen Körpers etwa durch ein Gewicht, so pflanzt er sich von Schicht zu Schicht zwar auf die Basis fort und kommt als Gewichtsvergrößerung zum Vorschein, aber eine *seitliche* Wirkung auf den Zylindermantel wird nicht wahrnehmbar. Anders schon, wenn der Zylinder nicht massiv ist, sondern aus lose zusammengehäuften Körnern (Schrot, Sand oder dgl.) besteht, die durch einen zylindrischen Mantel wie von einem Gefäß zusammengehalten werden. Die dem Gewicht benachbarten Körperchen suchen dem von oben wirkenden Drucke auszuweichen, schieben sich zwischen ihre Nachbarn, übertragen dabei den Druck auf sie, diese wieder auf andere, und so pflanzt sich der Druck nach allen Richtungen fort, von Teilchen zu Teilchen bis zur Gefäßwand und von da wieder zurück. Ist die Gefäßwand elastisch, so wölbt sie sich und zeigt dadurch den auf sie ausgeübten Druck an, und wird sie irgendwo durchbohrt, so zeigt sie ihn noch deutlicher dadurch an, daß die Körperchen durch die Öffnung hinausgeschleudert werden. — Was hier von den immerhin doch unvollkommen frei beweglichen festen Körperchen gilt, gilt erst recht von den vollkommen frei beweglichen Flüssigkeitsteilchen. Der Druck, den eine Stelle der Gefäßwand von innen her oder eine Stelle im Innern der Flüssigkeit in folgedessen erleidet, ist natürlich um so größer, je größer die Stelle selbst ist, weil sie dann dem Andrängen

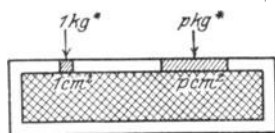


Abb. 143. Zur allseitigen Druckfortpflanzung in einer Flüssigkeit.

einer um so größeren Anzahl von Teilchen zu widerstehen hat. Der Innendruck ist offenbar an *gleich* großen Stellen gleich groß, an *verschieden* großen also der Größe der gedrückten Stelle proportional; im übrigen ist er natürlich der Größe des von außen her wirkenden Druckes proportional.

Drückt z. B. auf das *bewegbar zu denkende* Oberflächenstück von 1 cm^2 Oberfläche (Abb. 143) 1 kg^* , so erfährt jedes Flächenstück von 1 cm^2 Inhalt, gleichviel ob im Innern oder in der Wand, eine Kraft von 1 kg^* , das *bewegbar zu denkende* Oberflächenstück von $p \text{ cm}^2$ Inhalt also eine Kraft von $p \text{ kg}^*$. Man muß es mit $p \text{ kg}^*$ belasten, um den Gleichgewichtszustand zu erhalten. Von dem Drucke, den die Flüssigkeit in folge ihres eigenen Gewichtes ausübt, sehen wir vorläufig ab.

113. Hydraulische Presse. Belastet man z. B. den bewegbaren Kolben P von 1 cm^2 Oberfläche (Abb. 144) mit 1 kg^* , so kann man ihm an dem Kolben P' von 100 cm^2 Oberfläche nur durch 100 kg^* das Gleichgewicht halten. Beträgt das Gewicht auf P' weniger als 100 kg^* , so wird durch von P her ausgeübten Überdruck das Gewicht auf P' in die Höhe gehoben. — Das Prinzip der Druckfortpflanzung wird technisch verwertet, z. B. in der hydraulischen Presse (Abb. 145) (erfunden von PASCAL; verbessert, durch Verbesserung der Kolbendichtung, von BRAMAH, 1795): Den kleinen Kolben a drückt man mit dem einarmigen Hebel O auf das Wasser in dem Stiefel A , der Druck pflanzt sich durch das Wasser in dem punktiert gezeichneten Rohr auf den großen Kolben C fort und schiebt ihn in die

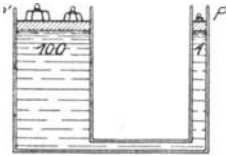


Abb. 144. Prinzip der hydraulischen Presse.

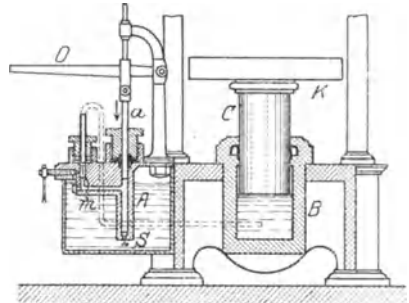


Abb. 145. Hydraulische Presse.

Höhe bis an ein Widerlager. C erfährt nach oben einen Druck, der sich zu dem auf a verhält, wie der Querschnitt von C zu dem von a . (Ein Sicherheitsventil verhindert, daß der Druck in dem Rohr die zulässige Grenze überschreitet.) — Wirkt z. B. an O eine Kraft von 2 kg^* , und ist der lange Hebelarm zehnmal so lang wie der

kurze, so wird a mit 20 kg^* nach unten gedrückt. Ist der Querschnitt von C dabei zehnmal so groß, wie der von a , so erfährt C eine Kraft von 200 kg^* . (Die hydraulische Presse dient zu den verschiedensten technischen Arbeiten, z. B. zum Auspressen des Öles und des Zuckersaftes in Ölmühlen und in Rübenzuckerfabriken, aber auch zum Pressen von Metallstücken, die man sonst durch Gießen hergestellt hat, auch zum Glattpressen von Tüchern in der Weberei u. dgl. Hier werden die zu pressenden Arbeitsstücke mit dem Kolben K in die Höhe geschoben und gegen das Widerlager gepreßt.)

114. Zusammendrückbarkeit. Piézometer. Prinzip von OERSTEDT. Das Wasservolumen verkleinert sich trotz des großen Druckes kaum wahrnehmbar, so daß das Wasser als inkompressibel gelten darf. Die Raumverminderung beträgt (CAILLETET, 1872) z. B. für Wasser von 8° — bei einem Drucke von 705 Atmosphären (s. d.) — nur 47 Millionstel des ursprünglichen Rauminhaltes für den Überdruck um je eine Atmosphäre. Die tropfbaren Flüssigkeiten überhaupt sind nur um sehr geringe Bruchteile ihres ursprünglichen Volumens zusammendrückbar. Das für diese Messungen benützte Piézometer (пиэзометр = drücken) besteht im wesentlichen aus einem starkwandigen, thermometerförmigen Glasgefäß für die zu untersuchende Flüssigkeit, einer damit verbundenen Druckpumpe und einem Thermometer. Es ist von OERSTEDT (1822) eingeführt und seitdem wesentlich verbessert worden. Abb. 146 zeigt das *Wesentliche* eines Verfahrens (OERSTEDT), die Zusammendrückbarkeit des Wassers zu messen. Das thermometerförmige Gefäß A ist ursprünglich ganz mit luftfreiem Wasser gefüllt und taucht mit der Kapillare in Quecksilber. Dieses und das Gefäß A sind ganz in Wasser eingetaucht. Mit einer Kompressionspumpe übt man auf dieses Wasser einen großen Druck aus. Er überträgt sich auf das Quecksilber und durch dieses auf das Wasser in A , drückt es zusammen und treibt infolgedessen Quecksilber in die Kapillare hinein. Ist A 1 l und hat die Kapillare 1 mm^2 Querschnitt, hat ferner das (luftfreie) Wasser 0° , so steigt der Quecksilberfaden beim Druck einer Atmosphäre um 5 cm (nach einem von MACH mitgeteilten Versuch von GRASSI mit einem von REGNAULT konstruierten Apparat).

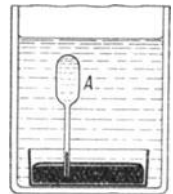


Abb. 146. Zur Messung der Zusammendrückbarkeit des Wassers.

115. Druck im Innern der Flüssigkeit. So lange eine ideale Flüssigkeit in Ruhe ist, behält sie nicht nur als Ganzes ihre Gestalt, sondern auch jedes ihrer Teilchen behält seinen Ort relativ zu den anderen. Hierin verhält sie sich wie ein starrer Körper, und Kräfte, die von außen her auf sie wirken — und zum mindesten die Schwerkraft wirkt ja immer auf sie und die Wand des einschließenden Gefäßes — müssen dann, um im Gleichgewicht zu sein, den allgemeinen Gleichgewichtsbedingungen für Kräfte am starren Körper genügen. Aber sie müssen *noch* eine Bedingung erfüllen, nämlich eine, die für den flüssigen Körper

charakteristisch ist. Wir erklären sie an Abb. 147. Wir grenzen aus der Flüssigkeitsmasse einen Teil durch eine geschlossene Fläche ab, die wir uns als eine unendlich dünne starre Wand vorstellen. Nur die beiden Flächenelemente df und df' seien, und zwar in der zu ihnen normalen Richtung, verschiebbar, so daß sie sich wie in einem sehr kurzen Kanal vom Querschnitt df resp. df' senkrecht zur Wand verschieben können, wenn eine entsprechend gerichtete Kraft auf sie wirkt. Das Element df' liege horizontal, das *vereinfacht* eine später anzustellende Überlegung, ohne den Vorgang zu verändern; das Element df sei irgendwie im Raume orientiert. Das Flächenelement df werde nun um δn nach innen gedrängt, während df' gleichzeitig so weit nach außen tritt — die Flüssigkeit ist ja inkompressibel — daß $df \cdot \delta n = df' \cdot \delta n'$ ist. Das sind „mit den Bedingungen des Systems verträgliche“ Bewegungen, *virtuelle*, wie wir sie S. 98 genannt haben, die ausführbar *sind*, wenn sie auch nicht ausgeführt *werden*. Die Eigenschaft der Flüssigkeit, einer Gestaltsänderung durch äußere Kräfte keinen Widerstand entgegenzusetzen, heißt dann nichts anderes als (das ist die

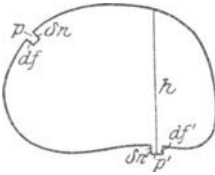


Abb. 147. Zur Berechnung des Druckes auf ein Flächenelement an einem Punkte der Flüssigkeit.

für die Flüssigkeit charakteristische zweite Bedingung, von der wir soeben gesprochen haben): die Summe der Arbeitsleistungen der äußeren Kräfte ist für alle virtuellen Bewegungen Null. Die Änderung der Konfiguration der zu der Flüssigkeitsmasse vereinigten Massenpunkte besteht lediglich darin, daß sich die *Grenzen* der Flüssigkeitsmasse an den Stellen df und df' verschieben; im *Innern* wird jedes Flüssigkeitsteilchen durch ein anderes gleichwertiges ersetzt. Wir brauchen also nur den Vorgang an den Stellen df und df' ins Auge zu fassen.

Wir wissen bereits: Die Oberfläche einer ruhenden Flüssigkeit muß in jedem Punkte senkrecht zur Richtung der dort wirkenden Kraft sein. Nennen wir p die Kraft auf die Flächeneinheit von df und p' die Kraft, die wir auf die Flächeneinheit von df' wirken lassen müssen, um das Gleichgewicht zu erhalten, dann sind die virtuellen Arbeiten der beiden Kräfte $p df \cdot \delta n$ und $- p' df' \cdot \delta n'$ (die zweite negativ, weil die virtuelle Verschiebung $\delta n'$ und die Kraft p' einander entgegengesetzte Richtung haben). Wäre die Flüssigkeit dem Einfluß der Schwere entzogen — man kann eine Flüssigkeit „schwerelos“ *machen* (S. 67) — dann würden wir fortfahren: da die Summe der virtuellen Arbeiten Null sein soll, muß $p df \cdot \delta n = p' df' \cdot \delta n'$ sein, und da $df \delta n = df' \delta n'$ ist, so muß $p' = p$ sein. — Aber außer p und p' wirkt gewöhnlich noch die Schwere der Flüssigkeit. Liegt über df' eine Flüssigkeitssäule von der Höhe h und ist das spezifische Gewicht der Flüssigkeit, d. h. die Schwere der Volumeneinheit, gleich γ , so übt die Schwerkraft auf df' den Druck $h\gamma$ vertikal nach unten aus, ihre virtuelle Arbeit an df' ist $h\gamma df' \delta n'$, und wir haben die Gleichung $p df \delta n + h\gamma df' \delta n' - p' df' \delta n' = 0$, und da $df \delta n = df' \delta n'$ ist, so ist $p' = p + h\gamma$. Die Richtung der Flüssigkeitselemente df und df' kommt dabei gar nicht ins Spiel. Wir sehen daher: 1. der Druck auf ein Flächenelement an einem gegebenen Punkte in der Flüssigkeit ist unabhängig von der Orientierung des Flächenelementes im Raume, 2. der Druck ist an allen Punkten einer Horizontalebene durch die Flüssigkeit, d. h. in gleicher Tiefe, derselbe und wächst mit zunehmender Tiefe proportional dem Tiefenunterschied.

116. Auftrieb. Die gleichmäßige Fortpflanzung einer Druckwirkung von der Druckstelle aus durch die Flüssigkeit hindurch ist eine von den Flüssigkeiten untrennbare Eigenschaft (S. 126). Auch wenn die Flüssigkeit nur der Einwirkung der Schwerkraft überlassen ist und die oberen Schichten durch ihr Gewicht auf

die unteren drücken, muß sich der Druck, den ein horizontaler Querschnitt der Flüssigkeit dadurch vertikal von oben erfährt, nach allen Richtungen und mit der gleichen Stärke fortpflanzen, d. h. mit der *Kraft*, die er selbst *pro cm²* erfährt. Trotzdem wird an keiner Stelle der Flüssigkeit das Gleichgewicht gestört. Der Druck wird daher offenbar überall durch einen gleich großen und ihm entgegengesetzt, d. h. vertikal nach oben gerichteten Druck, den *Auftrieb*, aufgehoben. Man kann den *Auftrieb* z. B. in der durch Abb. 148 angedeuteten Weise veranschaulichen. *B* ist ein beiderseits offenes Glasrohr. Um sein unteres Ende durch die Platte *CD* zu verschließen, muß man die Platte dagegen drücken, man kann es z. B., indem man den Faden strafft zieht. Senkt man aber das Rohr mit der angedrückten Platte tief genug in das Wasser, so bleibt die Platte auch ohne diesen Zug angedrückt. Wie groß der Druck auf sie von unten her ist, folgt daraus, daß man das aus dem Rohr und der Platte gebildete Gefäß fast bis zur Höhe des Niveaus *EF* mit Wasser füllen kann, ehe die Platte abfällt. Sie fällt erst, wenn das Gewicht der Wassersäule über ihr und ihr eigenes Gewicht zusammen größer sind als der von unten gegen sie wirkende Auftrieb.

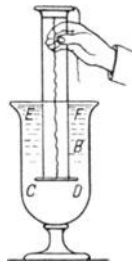


Abb. 148.
Zum Beweise des Vorhandenseins
des Auftriebs.

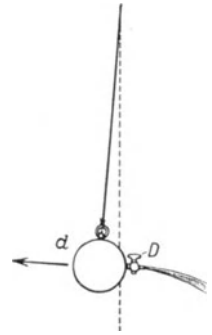
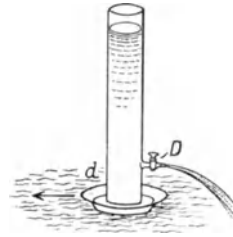


Abb. 149.
Zur Darstellung des Gegendrucks
des Gegendrucks.

Der Druck pflanzt sich auch auf die Gefäßwand fort, aber *wahrnehmbar* ist er nur dort, wo man den *Gegendruck* der Wand aufhebt, indem man sie öffnet, z. B. bei *D* (Abb. 149).

Die Flüssigkeit wird dann in kräftigem Strahl aus der Öffnung hinausgeschleudert. Wäre kein Druck vorhanden, so würde sie, wie bei einem überlaufenden Gefäße, an der Wand herabrinnen. Die gleichzeitig in der diametral entgegengesetzten Richtung bei *d* auf die Wand ausgeübte Wirkung wird gleichzeitig, und zwar dadurch wahrnehmbar, daß sie das ganze Gefäß in Bewegung setzt, vorausgesetzt, daß es leicht genug beweglich ist, z. B. auf einem Schwimmer ruht oder pendelartig aufgehängt ist (Abb. 149). Praktisch angewendet wird diese Art Bewegung hervorzurufen, und zwar rotierende, z. B. in dem bekannten rotierenden Gartensprengapparat.

117. Bodendruck. Der Druck¹⁾ ist also an *jeder* Stelle der Flüssigkeit hauptsächlich vorhanden; wie groß er in einem Horizontalschnitt ist, wissen wir schon aus der Formel $p' = p + h\gamma$ (S. 128). — Wenn sich der Druck nur in der Richtung der ihn erzeugenden Kraft, d. h. der Schwerkraft fortpflanzt, so würde jede Fläche nur den Druck des Gewichtes der vertikal über ihr liegenden Flüssigkeit erfahren, also z. B. in dem Horizontalschnitt HH (Abb. 150) die Stelle *a* den Druck des Gewichtes der Säule *aα*, die Stelle *A* den des Gewichtes der Säule *AB* usw. Aber die obere Endfläche der Säule *aα* erfährt *auch* einen Druck vertikal von oben, obwohl vertikal über ihr keine Flüssigkeit steht. Denn auf jede Flächeneinheit

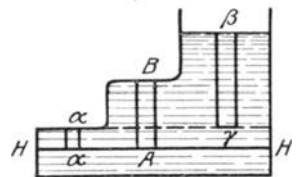


Abb. 150. Druck in einer ruhenden Flüssigkeit.

¹⁾ Man bedenke stets: den *Druck* mißt man durch die Kraft, die senkrecht auf die Flächeneinheit wirkt. Wo man z. B. von „Bodendruck“ kurzweg spricht, dabei aber die auf den *ganzen* Boden wirkende Kraft meint, drückt man sich ungenau aus.

der Flüssigkeitsebene, von der α ja doch ein Teil ist, wirkt der Druck vom Gewicht der auf γ stehenden Flüssigkeitssäule $\gamma\beta$, und dieser pflanzt sich auch auf die Stelle α fort. Die Basis a erfährt also außer dem Drucke des Gewichtes der Säule $a\alpha$ noch einen Druck, wie wenn auf α eine Säule von der Höhe $\gamma\beta$ stände, d. h. wie wenn auf ihr selbst, auf a , eine Flüssigkeitssäule stände, die von ihr bis zum Flüssigkeitsspiegel hinaufreicht. Daraus folgt:

1. Der Druck an einem Punkt der Flüssigkeit hängt nur davon ab, wie tief der Punkt unter dem druckfreien Flüssigkeitsspiegel liegt (vom Luftdruck abgesehen), der Druck nimmt mit der Tiefe zu und ist auf dem Boden am größten.

2. Punkte, die gleich tief unter dem druckfreien Flüssigkeitsspiegel liegen, erfahren gleich großen Druck; ein horizontaler Querschnitt der Flüssigkeit erfährt also eine Gesamtkraft, die gleich ist der Kraft auf 1 cm^2 multipliziert mit der Anzahl seiner Quadratcentimeter.

Ist in Abb. 150 die Flüssigkeit Wasser, liegt der Querschnitt HH 50 cm unter dem Flüssigkeitsspiegel und enthält er 800 cm^3 , so ist die Kraft auf 1 cm^2 gleich dem Gewicht von 50 cm^3 Wasser, d. h. 50 g^* , und die Kraft auf den ganzen Querschnitt ist $50\text{ g}^* \cdot 800 = 40\text{ kg}^*$. Ist die Flüssigkeit Quecksilber,

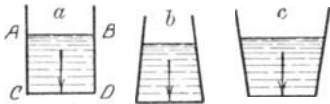


Abb. 151. Zum Bodendruck. Trotz Gleichheit der Böden und Gleichheit der Tiefen der Gefäßfüllung ist der Bodendruck in b größer, in c kleiner als das vorhandene Gewicht, geteilt durch die Bodenfläche und beide Male gleich dem Gewicht der Flüssigkeit in a , dividiert durch die Bodenfläche. (*Druck* ist die Kraft *pro Flächeneinheit*, s. S. 16.)

so ist die Kraft auf die Flächeneinheit $50 \cdot 13,56\text{ g}^*$ und auf den ganzen Querschnitt $50 \cdot 13,56 \cdot 800\text{ g}^* = 542,4\text{ kg}^*$. — Die Kraft ist also so groß, wie wenn der ganze Querschnitt eine vertikale Flüssigkeitssäule zu tragen hätte, die bis zum Flüssigkeitsspiegel reicht und überall denselben horizontalen Querschnitt hat. Bestimmend für die Größe der Kraft auf den Querschnitt ist danach nur die Größe des Querschnittes, das „spezifische“ Gewicht, d. h. das Gewicht von 1 cm^3 der Flüssigkeit, und die Tiefe des Querschnittes unter dem Flüssigkeitsspiegel — aber nicht die Menge der über dem Querschnitt tatsächlich vorhandenen Flüssigkeit. Dasselbe gilt natürlich auch von dem Druck auf den wagerechten Boden eines Gefäßes, dem *Bodendruck*.

In allen 3 Fällen der Abb. 151 wirkt auf den ganzen Boden — das spezifische Gewicht, die Bodengröße und die Flüssigkeitstiefe immer als dieselben vorausgesetzt — eine Kraft, die gleich dem Gewicht der Flüssigkeitssäule $ABCD$ ist.

118. Hydrostatisches Paradoxon. Die Bodenkraft ist also im zweiten Falle größer, im dritten Falle kleiner als das Gewicht der vorhandenen Flüssigkeit, und ist nur dann gleich dem Gewicht der vorhandenen Flüssigkeit, wenn die Seitenwände vertikal sind. (*Hydrostatisches Paradoxon*, STEVIN, 1587.) Es erscheint paradox, daß eine ruhende Flüssigkeit, die nur unter der Einwirkung der Schwerkraft steht, auf den Boden des Gefäßes eine andere Kraft ausüben kann, als man ihrem Gewicht nach erwarten sollte, und daß trotzdem eine gewöhnliche Wage das Gewicht des Gefäßes mit der Flüssigkeit stets richtig angibt. Das Paradoxe verschwindet, wenn man bedenkt, daß sich auf die Wagschale nicht nur die Bodenkraft überträgt, sondern auch die Kräfte, die die mit dem Boden starr verbundenen Seitenwände erfahren. Der Druck auf die Seitenwände liefert ja in dem nach unten verengten Gefäß c eine Komponente nach unten, ihre Wirkung addiert sich also zu der der Bodenkraft; in dem nach oben verengten Gefäß b liefert er eine Komponente nach oben, ihre Wirkung subtrahiert sich daher von der der Bodenkraft. Die auf die Wagschale wirkende Kraft, die aus Bodenkraft und Seitenkraft resultiert, wird dadurch dem Gewicht

der Flüssigkeit stets *gleich*. — Der Druck auf die Gefäßwand wird durch einen Gegendruck von der Gefäßwand erwidert [vgl. hydraulischer Schwimmer und hydraulisches Pendel (Abb. 149)] und — vorausgesetzt, daß das Gefäß fest genug ist — in seiner Wirkung aufgehoben. Ist das Gefäß dagegen nicht fest genug, so wird seine Festigkeit von dem Flüssigkeitsdruck überwunden, und es platzt auseinander, wie z. B. die Tonne, die PASCAL (1647) mit Hilfe eines dünnen, aber 100 m hohen Rohres durch Wasserdruck auseinandergesprengt hat.

Bleiben Bodenfläche, Flüssigkeitstiefe und spezifisches Gewicht unverändert, so ist die Bodenkraft in der Tat stets dieselbe, und zwar gleich dem Gewicht der Flüssigkeit, die senkrecht über dem Boden steht. Das ist beweisbar. Das in Abb. 152 dargestellte Gefäß hat einen horizontalen Boden *a*, der mit den Seitenwänden nicht starr verbunden ist, sondern nur gegen den unteren Rand der Wandung angepreßt wird, nämlich durch den von dem Gewicht auf der Wagschale her nach oben wirkenden Druck. Man verfügt also über ein Gefäß, dessen Festigkeit man je nach der Größe des Gewichtes auf der Wagschale beliebig ändern kann.

Solange das Gewicht dasselbe bleibt, muß man das Gefäß, gleichviel ob *M* oder *P* oder *Q*, stets bis zur selben Höhe füllen, ehe der Boden abgedrückt wird, wenn er nur immer denselben Flächeninhalt hat. An einem Gefäß mit vertikalen Seitenwänden, das überall einen dem Boden kongruenten Horizontalschnitt hat, findet man, daß die Bodenkraft gleich dem Gewicht der Flüssigkeit in diesem Gefäß ist. Natürlich muß man dieses Gewicht auf einer Wage ermitteln. Die Anordnung Abb. 152 kann man nur dann als Wage benutzen, wenn man den Boden mit dem Gefäß starr verbindet und das Gefäß als Wagschale an dem Wagebalken aufhängt (mit ihm beweglich macht).

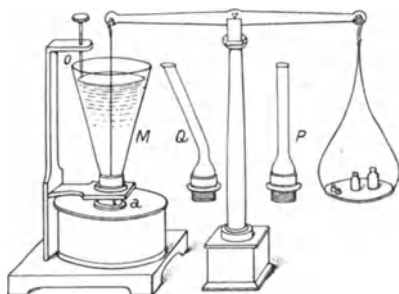


Abb. 152. Auswertung der Bodenkraft durch Gewichtsstücke.

119. Flüssigkeitsstand in kommunizierenden Gefäßen. Jetzt ist auch klar, warum in sog. kommunizierenden Gefäßen (Abb. 153), die dieselbe Flüssigkeit enthalten, die Flüssigkeit in allen gleich hoch steht. (*Kommunizierende Gefäße* sind solche, die durch Kanäle unter der Oberfläche der Flüssigkeit miteinander verbunden sind.) Die lediglich unter der Einwirkung der Schwere befindliche ruhende Flüssigkeit fordert, um im Gleichgewicht zu bleiben, nur, daß der Druck auf alle Flächen (Dyn/cm²) desselben horizontalen Querschnittes gleich groß ist. Die Größe der Kraft auf eine einzelne Flächeneinheit hängt aber nur davon ab, wie tief sie unter der freien Oberfläche liegt (S. 130, oben). Mit anderen Worten: das, was für das Bestehen des Gleichgewichtes den Ausschlag gibt, ist von der Anzahl der Flächeneinheiten, d. h. der Weite und der Form des Gefäßes unabhängig (von kapillaren Röhren ist hier abzusehen, s. d.). Auf jede Flächeneinheit desselben Horizontalschnittes muß nur dieselbe Kraft wirken, z. B.

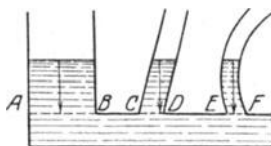


Abb. 153.

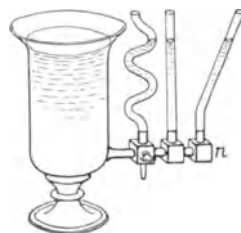


Abb. 154.

Flüssigkeiten vom selben spezifischen Gewicht stehen gleich hoch in kommunizierenden Gefäßen.

bei *AB* wie bei *CD* wie bei *EF* usw. Da nun dieser Druck numerisch gleich dem Produkt aus Flächeneinheit, Höhe und spezifischem Gewicht ($1 \cdot h \cdot s$) ist, und da Flächeneinheit und spezifisches Gewicht (S. 130, Mitte) in allen Gefäßen dieselben sind, so kann $1 \cdot h \cdot s$ nur dann immer dieselbe Größe haben, wenn auch *h* immer dieselbe Größe hat, d. h. die Flüssigkeit über jeder Flächeneinheit des Querschnittes, d. h. in allen Gefäßen gleich hoch steht. Die miteinander ver-

bundenen Gefäße bilden also, im Grunde genommen, nur ein einziges Gefäß; ihre freien Oberflächen liegen in derselben Horizontalebene.

Darauf beruht z. B. die Verwendbarkeit der Wasserstandgläser an den Dampfkesseln. Das Wasserstandglas ist ein mit dem Kessel kommunizierendes Glasrohr; die Höhe des

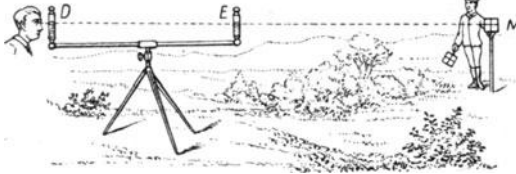


Abb. 155. Kommunizierende Gefäße als Visierinstrument.

Wasserstandes in dem Glasrohr zeigt die Höhe des Wasserstandes im Kessel an. Darauf beruht ferner die Verwendbarkeit zweier kommunizierenden, mit derselben Flüssigkeit gefüllten Gefäße als Visierinstrument (Kanalwage der Feldmesser), mit dem man Punkte (in Abb. 155 Punkt *M*) fixiert, die außerhalb des Instrumentes in der den freien Oberflächen *D* und *E* gemeinsamen Horizontalebene liegen. Man kann mit der Kanalwage und einem Maßstabe Höhenunterschiede messen.

Aber die freien Oberflächen liegen nicht in derselben Horizontalebene, sondern liegen *verschieden* hoch, mit anderen Worten: die kommunizierenden Gefäße können *nicht* als ein Gefäß gelten, wenn die freien Oberflächen zu Flüssigkeiten von verschiedenem spezifischen Gewicht gehören; und zwar liegt eine Oberfläche desto niedriger relativ zu den anderen, je größer das spezifische Gewicht

der von ihr begrenzten Flüssigkeit ist. Das ist leicht zu beobachten.

Man gießt (Abb. 156) in ein U-förmiges Rohr (dessen Schenkel ja kommunizierende Gefäße bilden), z. B. Wasser und dann auf die freie Oberfläche in *S*₁ eine Flüssigkeit, die leichter ist als Wasser und sich mit ihm nicht mischt, z. B. Öl. In dem Querschnitt *α* berühren beide einander. Die freie Oberfläche im Schenkel *S*₂ begrenzt dann Wasser, in *S*₁ Öl, und das Ölniveau *O* liegt höher als das Wasserniveau *W*. Da Gleichgewicht herrscht, ist der Druck (Dyn/cm²) auf die Fläche *f* bei *α* gleich dem Druck auf die Fläche *f* bei *β*. Der Druck der Ölsäule (ihre Höhe ist *h*₁, ihr spezifisches Gewicht *s*₁) bei *α* ist *h*₁ · *s*₁, der Druck der Wassersäule (*h*₂ und *s*₂) bei *β* ist *h*₂ · *s*₂; also muß

$$h_1 \cdot s_1 = h_2 \cdot s_2$$

d. h. $\frac{h_1}{h_2} = \frac{s_2}{s_1}$ sein. Die Höhen über der Horizontalebene, in der die Trennungsebene liegt, verhalten sich also umgekehrt zueinander wie die spezifischen Gewichte. Man kann das benützen, um spezifische Gewichte miteinander zu vergleichen. DULONG und PETIT haben so das spezifische Gewicht des Quecksilbers bei verschiedenen Temperaturen gemessen.

120. Seitendruck. Die Größe des Druckes auf ein ebenes *nicht* horizontales Flächenstück, des *Seitendruckes*, wird durch Rechnung ermittelt: Jeder Punkt hat eine bestimmte Tiefe unter dem Flüssigkeitsspiegel, er erfährt daher einen dieser Tiefe entsprechenden Druck (den Druck, den jeder Punkt erfährt, der auf demselben horizontalen Querschnitt liegt). Auf das Flächenstück wirkt also eine Vielheit von verschieden großen, parallelen und gleich gerichteten Kräften, deren Größen und deren Angriffspunkte bekannt sind. Die Resultierende dieser parallelen Kräfte mißt die Größe des Druckes auf das Flächenstück. Die Aufgabe lautet also: aus den bekannten Einzelkräften sind Größe und Angriffspunkt dieser Resultierenden zu berechnen (S. 54).

Wir verdeutlichen den Sinn der Aufgabe, namentlich die Frage nach dem Angriffspunkt an einem Beispiel. (Ihre strenge Ausführung fällt in das Gebiet der Infinitesimalrechnung.) Ein Hohlwürfel (Abb. 157) ist bis zum Rande mit Wasser gefüllt. Wir fragen:

Wie groß ist der Flüssigkeitsdruck auf die vertikale Seitenwand AB , und in welchem Punkte muß man von außen gegen die Wand drücken, um sie, falls sie frei beweglich ist, also nicht mit dem Boden und den Seitenwänden starr verbunden ist, dem von innen her wirkenden Druck entgegen in ihrer Lage zu erhalten? — Die Rechnung ergibt: Die Größe der Resultierenden, das ist der Druck auf das (*nicht* horizontale!) Flächenstück, ist gleich dem Drucke, den es dann erfahren würde, wenn es horizontal läge, und zwar in demjenigen Horizontalschnitt der Flüssigkeit, in dem bei seiner tatsächlichen Stellung sein *Schwerpunkt* liegt. — Die Lage des Angriffspunktes der Resultierenden, des Mittelpunktes des Druckes ist nicht so einfach zu formulieren. Er liegt tiefer als der Schwerpunkt des Flächenstückes und muß besonders berechnet werden. Er kann nicht identisch sein mit dem Schwerpunkt, denn der Schwerpunkt ist der Mittelpunkt *gleich* großer paralleler Kräfte; hier sind aber die Kräfte *nicht* gleich groß (S. 130, Zeile 6 v. o.). Die Lösung der an Abb. 157 gestellten Aufgabe ist: Da die Wand ein Quadrat ist, so erleidet sie denselben Druck, wie der Horizontalquerschnitt, der durch ihren Mittelpunkt S geht — er ist ja genau so groß, wie die Wand, weil das Gefäß ein Würfel ist — also der das Gefäß horizontal halbiert, und auf den von oben die Hälfte der Flüssigkeit drückt. Die Größe der Druckkraft ist somit gleich der Hälfte des Gewichtes der Flüssigkeit. — Der Angriffspunkt der Druckkraft K liegt vertikal unter der Mitte der Wand, sein Abstand von dem Boden ist ein Drittel der Kantenlänge. Dort also muß man die Wand von außen andrücken, und zwar mit einem dem halben Flüssigkeitsgewicht entsprechenden Druck.

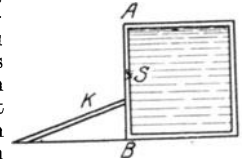


Abb. 157. Zum Seiten-
druck einer ruhenden
Flüssigkeit.

121. Archimedisches Prinzip. Hydrostatische Wage. Grundlegend für die Physik der Flüssigkeiten ist der Auftrieb (S. 128). Aus dem Auftriebe erklärt sich z. B. das natürliche *Schwimmen* der Körper, d. h. der Bewegungszustand von Körpern, die von einer ruhenden Flüssigkeit getragen werden. [*Natürliches* Schwimmen im Gegensatz zu *künstlichem*, das nur durch *Schwimmbewegungen* möglich wird, und das, wie z. B. das Schwimmen eines künstlich schwimmenden Menschen, ein dauernder Kampf gegen das Untersinken ist. Rudern und Segeln sind Methoden, um natürlich schwimmende Körper zu verschieben. — Die Einschränkung „*ruhend*“ in der Definition darf man nicht übersehen; ein Körper kann auch von einem nach oben gerichteten Wasserstrahl getragen werden. Er schwimmt dann aber nicht, er „*tanzt*“ auf dem Strahl und wird am Fallen verhindert durch die von der nach oben bewegten Flüssigkeit ihm erteilte Bewegung.] Ein Körper, der in einer ruhenden Flüssigkeit frei beweglich ist, wird von der Schwerkraft vertikal nach unten gezogen und von dem Auftrieb vertikal nach oben gestoßen. Sein Verhalten hängt von dem Größenverhältnisse beider ab. Ist sein Gewicht größer als der Auftrieb, dann fällt er, er sinkt unter; ist es kleiner als der Auftrieb, dann steigt er in die Höhe; ist es gleich dem Auftrieb, dann kann er weder steigen noch fallen, er schwimmt (*schwebt*).

Wie sich Körpergewicht und Auftrieb ihrer Größe nach zueinander verhalten, wenn sie in einer gegebenen Flüssigkeit an einem gegebenen Körper wirken, lehrt die folgende Überlegung. Wir nehmen, um die Darstellung zu vereinfachen, an, der Körper (Abb. 158) sei ein vierkantiges, rechteckiges Prisma und seine Grundflächen liegen horizontal, dem Flüssigkeitsspiegel parallel. (Die Behandlung beliebig geformter und beliebig liegender Körper ist nur mit der Infinitesimalrechnung möglich.) *Jeder* Punkt der Prismenoberfläche erleidet von der umgebenden Flüssigkeit einen Druck, der seiner Tiefe unter dem Spiegel entspricht. Aber der Druck auf die Seitenwände ist wirkungslos, weil in demselben Horizontalschnitt die Druckkräfte gleich groß sind und jede einzelne durch eine ihr entgegengesetzt gerichtete aufgehoben wird. Nur die Druckwirkungen auf die Horizontalflächen kommen in Frage. Der Druck auf die obere Endfläche ist $q \cdot h \cdot s$,

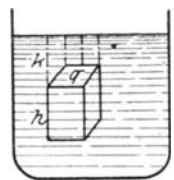


Abb. 158. Zum
Archimedisches
Prinzip.

der auf die untere $q \cdot (k + h) \cdot s$, das Gewicht des Körpers $q \cdot h \cdot S$ — wenn q der Querschnitt des Prismas ist, h die Höhe, k die Tiefe der oberen Grundfläche unter dem Flüssigkeitsspiegel, s das Gewicht der Volumeneinheit der Flüssigkeit und S das Gewicht der Volumeneinheit des Prismas. Also treten miteinander in Wechselwirkung vertikal nach unten die Kraft $q \cdot k \cdot s + q \cdot h \cdot S$ und vertikal nach oben die Kraft $q \cdot (k + h) \cdot s$. Das Resultat hängt davon ab, ob $(q \cdot k \cdot s + q \cdot h \cdot S) \geq q \cdot (k + h) \cdot s$, d. h. ob $q \cdot h \cdot S \geq q \cdot h \cdot s$ ist. Es ist $q \cdot h \cdot S$ das Gewicht des Prismas, $q \cdot h \cdot s$ das Gewicht eines Körpers, der das Volumen $(q \cdot h)$ des Prismas, aber das spezifische Gewicht der Flüssigkeit hat, d. h. $q \cdot h \cdot s$ ist das Gewicht eines Volumens *Flüssigkeit*, das gleich dem Volumen des *Prismas* ist. Das Prisma mußte aber, um den Platz in der Flüssigkeit einnehmen zu können, ein seinem eigenen Volumen gleich großes Volumen Flüssigkeit von diesem Platze verdrängen: qhs ist also das Gewicht der durch den eingetauchten Körper verdrängten Flüssigkeit. $qhS \geq qhs$ heißt somit:

Gewicht des eingetauchten Körpers \geq Gewicht der von ihm verdrängten Flüssigkeit.

Ein *diesem* Flüssigkeitsgewicht *gleicher* Druck wirkt also als Auftrieb dem Körpergewicht entgegen, infolgedessen verliert der Körper in der Flüssigkeit an Gewicht so viel, wie die von ihm verdrängte Flüssigkeit wiegt (*Archimedisches Prinzip*). — Wir haben ein rechtwinkliges Prisma gewählt, weil wir an einer einfachen Körperform das Prinzip am einfachsten veranschaulichen können. Es läßt sich aber theoretisch und experimentell zeigen, daß es für ganz beliebig geformte Körper gilt, wir können unter $q \cdot h = V$ das Volumen *irgendeines* Körpers verstehen.

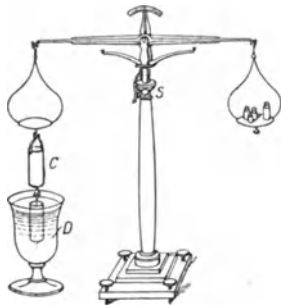


Abb. 159. Hydrostatische Waage.

Bewiesen wird das Archimedische Prinzip mit einer hydrostatischen Waage. Es ist eine gleicharmige Balkenwaage von besonderer Form (Abb. 159). Der abzuwiegende Körper hängt unter der Wagschale und taucht vollständig in die Flüssigkeit ein, in der man seinen Gewichtsverlust ermitteln will. C ist ein Hohlzylinder, dessen Hohlraum genau gleich dem Volumen des Vollzylinders D ist. Man bringt zunächst die Waage ins Gleichgewicht, während D von Luft umgeben und C leer ist. Stellt man dann das Gefäß mit Flüssigkeit unter D , so daß D vollkommen eintaucht, so schlägt die Waage nach rechts aus, d. h. D hat an Gewicht verloren. Füllt man dann C bis zum Rande mit derselben Flüssigkeit, in der sich D befindet, so stellt sich das Gleichgewicht wieder her. Der Gewichtsverlust wird also aufgewogen durch das

Gewicht eines Volumens Flüssigkeit, das gleich dem Volumen des Zylinders D ist, also gleich dem Gewicht der Flüssigkeit, die D in dem Gefäße verdrängt hat, um sich an ihren Platz zu setzen.

Ist $qhS > qhs$, d. h. ist der Körper schwerer als die von ihm verdrängte Flüssigkeit, so überwiegt die nach unten wirkende Kraft: der Körper sinkt unter.

Ist $qhS = qhs$, d. h. ist der Körper ebenso schwer wie die von ihm verdrängte Flüssigkeit, so sind die beiden Kräfte einander gleich: der Körper *schwebt* in der Flüssigkeit.

Ist $qhS < qhs$, d. h. ist der Körper leichter als die von ihm verdrängte Flüssigkeit, so überwiegt die nach oben wirkende Kraft: der Körper steigt empor. Er ragt schließlich zum Teil aus der Flüssigkeit heraus und verdrängt dann weniger Flüssigkeit als vorher, wo er ganz eingetaucht war. Um das Volumen, um das er herausragt, vermindert sich das Volumen, folglich auch das Gewicht der von ihm verdrängten Flüssigkeit, kurz, der Auftrieb qhs . Und wenn er nur noch

so weit eintaucht, daß die von dem eintauchenden *Körperteil* verdrängte Flüssigkeit nur noch ebensoviel wiegt wie der *ganze* Körper, dann wird er weder nach unten, noch nach oben getrieben: er *schwimmt an* der Oberfläche.

Um zu zeigen, daß die von dem eintauchenden *Körperteil* verdrängte Flüssigkeit ebensoviel wiegt wie der *ganze* schwimmende Körper, füllt man das Gefäß *V* (Abb. 160) bis zur Öffnung *o* mit Flüssigkeit und bringt dann einen Körper *A* in das Gefäß, der auf der Flüssigkeit schwimmt. Durch Wägung überzeugt man sich, daß die durch den Körper verdrängte (übergelaufene) Flüssigkeit und der Körper selber gleich viel wiegen.

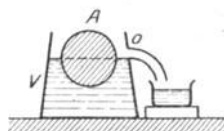


Abb. 160. Die vom schwimmenden Körper verdrängte Flüssigkeitsmenge.

Man kann daher sogar einen Stoff, der spezifisch schwerer ist als die Flüssigkeit, zum Schwimmen bringen, wenn man ihm die geeignete *Form* gibt, nämlich eine Form, in der er ein so großes Flüssigkeitsvolumen verdrängt, daß schon die von einem *Körperteil* verdrängte Flüssigkeit so viel wiegt wie der *ganze* Körper. Ein massiver Eisenblock schwimmt auf Wasser nicht, weil, selbst wenn man ihn *ganz* eintaucht, das von ihm verdrängte Wasservolumen weniger wiegt als er selber wiegt. Aber zu einem Schiffskörper geformt, schwimmt er, weil die Wölbung des Schiffsrumpfes dafür sorgt, daß der eintauchende Teil so viel Wasser verdrängt, daß das verdrängte Wasser (Displacement) so viel wie das ganze Schiff wiegt.

Der lebende menschliche Körper ist spezifisch etwas schwerer als Wasser (wiegt mehr als das von ihm verdrängte Wasservolumen; von seinen Hohlräumen kann man hierbei absehen), er sinkt deshalb im Wasser unter. Er kompensiert sein Sinken durch *Schwimmbewegungen*, die durch einen Druck nach unten infolge des Widerstandes des Wassers den Körper heben; unser Schwimmen ist somit *künstlich* (S. 133). Der tote menschliche Körper ist, hauptsächlich durch die Fäulnisgase in den Hohlräumen, spezifisch leichter als Wasser und schwimmt *natürlich*. Vögel schwimmen *natürlich*. Das Schweben der Fische im Wasser ist *künstlich*: der Muskeldruck auf die Schwimmblase ist dazu — ebenso zum Aufsteigen und Niedersteigen in der Flüssigkeit — notwendig, wie daraus hervorgeht, daß tote Fische (auch noch *nicht* verwesende) an der Oberfläche des Wassers *natürlich* schwimmen.

Es gibt Fische, die schwerer sind als das Wasser (die Fische ohne Schwimmblase, vor allem Haie und Rochen) und Fische, deren Gewicht dem der verdrängten Wassermasse gleich ist, weil sie das Übergewicht des Körpers durch die luftgefüllte Schwimmblase ausgleichen (die überwiegende Mehrzahl der Knochenfische). Die ersten, z. B. die Haie, sinken zu Boden, wenn sie sich nicht von der Stelle bewegen (wie ein Flugzeug), die zweiten können im unbewegten freien Wasser ruhig an einer Stelle stehen, z. B. ein Goldfisch, ein Karpfen (wie ein Luftschiff). Ein Knochenfisch kann beliebig langsam schwimmen, ein Hai braucht eine Mindestgeschwindigkeit, um mit seiner Vorwärtsbewegung einen Wasserwiderstand gegen seine Unterfläche zu erzeugen, dessen aufwärts gerichtete Komponente sein Übergewicht ausgleicht und ihn so zu tragen vermag — dieselben Unterschiede wie beim Luftschiff und beim Flugzeug.

122. Standfestigkeit beim Schwimmen. Metazentrum. Eigengewicht und Auftrieb wirken auf den schwimmenden Körper andauernd. Der Körper unterliegt also dauernd der Einwirkung von zwei Kräften, die gleich groß und einander entgegengesetzt gerichtet sind. Ihre Gleichheit macht nur fortschreitende Bewegung (hier nach oben oder nach unten) unmöglich, läßt aber drehende zu. Damit er *in Ruhe bleibt*, müssen die Kräfte *noch* eine Bedingung erfüllen. Wir erläutern sie an einem Beispiel (Abb. 161 und 162).

Das Gewicht des schwimmenden Körpers ist durch eine Kraft ersetzt, die an Größe (in Dyn) gleich dem Gewicht des Körpers ist, in seinem Schwerpunkt *G* angreift und *vertikal*

nach unten gerichtet ist. Ihre Größe werde durch die Gerade Gt dargestellt. Der Auftrieb ist an Größe gleich dem Gewicht der Flüssigkeit, die der eintauchende Körperteil verdrängt hat. Dieses Gewicht können wir uns durch eine entsprechende Kraft ersetzt denken. Liegt der Schwerpunkt der Flüssigkeit, die vorher die Stelle des eintauchenden Körperteils eingenommen hat, in A , so wird der schwimmende Körper gleichzeitig in A von einer Kraft AB ($= Gt$) angegriffen, die *vertikal nach oben* gerichtet ist. Damit er trotzdem in Ruhe bleibt, müssen die Kräfte AB und Gt in dieselbe Gerade fallen; mit anderen Worten, der Schwerpunkt des schwimmenden Körpers und der Angriffspunkt des Auftriebs müssen vertikal übereinander liegen (Abb. 161a und Abb. 162a), sonst bilden Gewicht und Auftrieb ein Kräftepaar (S. 53) und suchen den Körper zu drehen.

Denken wir ihn uns aus einer Ruhelage, etwa durch einen momentanen Windstoß, in die Lage Abb. 161b oder 162b gebracht, dann liegen G und A nicht mehr vertikal übereinander. Der Schwerpunkt G behält mit Bezug auf den Körper seine Lage selbstverständlich bei, der Angriffspunkt des Auftriebs aber nicht. Denn in der neuen Lage des Körpers hat der eintauchende Körperteil ja eine andere Form als vorher — infolgedessen ist auch die Form der verdrängten Flüssigkeitsmasse anders (ihr Gewicht ist natürlich dasselbe, da das ja immer gleich dem Gewicht des schwimmenden Körpers sein muß), also auch die Lage ihres Schwerpunktes anders als vorher. Er liege jetzt in A' . Die Kräfte Gt und $A'B'$ bilden dann je ein Kräftepaar und suchen den Körper zu drehen. Die beiden Fälle Abb. 161b und 162b sind

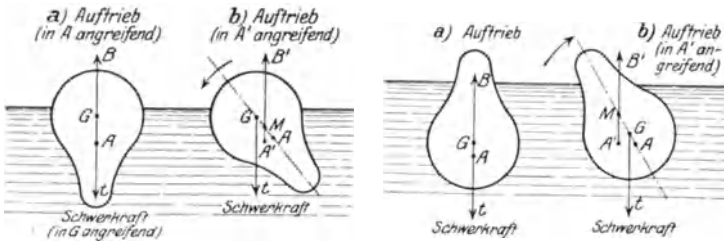


Abb. 161 und 162. Standfestigkeit des schwimmenden Körpers. Sie hängt ab von der gegenseitigen Lage des Schwerpunktes des Körpers und des Schwerpunktes des verdrängten Flüssigkeitsvolumens (Angriffspunkt des Auftriebes). G Schwerpunkt, A oder A' Angriffspunkt des Auftriebs, M Metazentrum.

Schiff labil, wie Abb. 161a, so würde es der leiseste Windstoß umwerfen (zum „Kentern“ bringen). Es ist unerlässlich, daß es stabil schwimmt, wie Abb. 162a.

Die Bedingung dafür, daß ein Körper stabil schwimmt, läßt sich so formulieren: Man lege in dem aus der Ruhelage abgelenkten Körper (Abb. 161b und 162b) durch den Schwerpunkt G und durch den früheren Angriffspunkt A des Auftriebes eine Gerade. Sie schneidet (im abgelenkten Körper) die Richtungslinie des Auftriebs in M , dem sog. *Metazentrum*. Bei stabilem Gleichgewicht liegt der Schwerpunkt des Körpers tiefer, bei labilem höher als das Metazentrum. Um ein Schiff möglichst stabil schwimmend zu machen, muß man daher seinen Schwerpunkt möglichst tief legen (z. B. durch Ballast), damit er auch bei sehr schiefer Lage des Schiffes tiefer liegt als das Metazentrum.

Ist ein Körper so geformt, daß in jeder Lage, die man ihm gibt, sein eintauchender Teil in Form und Volumen mit dem (in der Ruhelage) verdrängten Flüssigkeitsvolumen übereinstimmt, so ist er in jeder dieser Lagen im indifferenten Gleichgewicht, denn dann behält ja auch der Angriffspunkt des Auftriebes seine Lage in bezug auf ihn dauernd bei. Schwerpunkt und Angriffspunkt des Auftriebes liegen dann in jeder seiner Lagen vertikal übereinander. So ist z. B. eine schwimmende homogene Kugel in jeder Lage im Gleichgewicht, ein homogenes Ellipsoid, wenn seine Rotationsachse horizontal liegt, ein horizontaler Kreiszylinder, wenn seine Rotationsachse horizontal liegt.

123. Dichte. Spezifisches Gewicht. Die Körper erleiden in Flüssigkeiten durch den Auftrieb einen meßbaren Gewichtsverlust. Das führt zu einer Methode, ihre *Dichte* zu messen. Man versteht unter der Dichte eines Körpers das Verhältnis seiner Masse zu seinem Volumen. Je nachdem er mehr oder weniger Gramm pro Kubikzentimeter enthält, nennt man ihn mehr oder weniger dicht. Um seine Dichte zu ermitteln, muß man also erstens seine Masse in Gramm ermitteln, zweitens sein Volumen in Kubikzentimeter, drittens die Grammzahl

ganz verschieden voneinander. Im zweiten Falle sucht das Kräftepaar den Körper in die Ruhelage zurückzudrehen, d. h. wieder aufzurichten, im ersten noch weiter davon zu entfernen, d. h. umzuwerfen. Im ersten ist somit das Gleichgewicht labil, im anderen stabil (S. 56). Schwämme ein

durch die Kubikzentimeterzahl dividieren. Seine Masse in Gramm bestimmt man, indem man ihn wie gewöhnlich wiegt; sein Volumen aber, falls es nicht aus den Abmessungen zu ermitteln ist, auf einem Umwege: Man bestimmt zunächst, wieviel er an Gewicht verliert, wenn er gewogen wird, während er ganz in Flüssigkeit taucht (Abb. 159). Wir zeigen das an einem Beispiel.

Wiegt ein Stück Kupfer (in der Luft) 11,378 g, in destilliertem Wasser von 4° C aber 10,100 g, so ist sein Gewichtsverlust in dem Wasser 1,278 g. Es hat also 1,278 g Wasser von 4° C, d. h. 1,278 cm³ Wasser verdrängt, hat also selbst ein Volumen von 1,278 cm³. Die 1,278 cm³ Kupfer enthalten 11,378 g, 1 cm³ Kupfer somit $11,378/1,278 = 8,903$ g. Die Zahl 8,903 g pro Kubikzentimeter ist die Dichte des Kupfers.

Von dem Begriff der Dichte des Körpers ist ganz verschieden der des *spezifischen Gewichtes*. Das spezifische Gewicht eines Körpers ist das Verhältnis seiner Dichte zu der Dichte des Wassers als „Bezugs substanz“. Das spezifische Gewicht ist also das Verhältnis von zwei Größen derselben Art. Es ist daher eine unbenannte Zahl und hat dieselbe Größe, welche Einheiten man auch zugrunde legt, um sie zu ermitteln (Kubikzoll, Kubikzentimeter). Die Aussage: „Das spezifische Gewicht des Hg ist etwa 13,5“ bedeutet: ein Volumen Hg enthält etwa 13,5 mal so viel Masse als ein gleiches Volumen Wasser. Und diese Tatsache ist unabhängig davon, wie wir die Masse oder das Volumen der Flüssigkeit messen. Bedeuten also s und d spezifisches Gewicht und Dichte eines Stoffes, d_w die Dichte des Wassers, so ist $s = d/d_w$. Die Dichte d_w des Wassers ist die in 1 cm³ enthaltene Masse von 4° C. Die sollte aber (S. 13) gleich 1 gesetzt werden (1 g). Wir müssen also auch $d_w = 1$ setzen, woraus folgt: $s = d$. Das auf *Wasser* bezogene spezifische Gewicht eines Stoffes ist also dem Zahlenwert nach gleich seiner Dichte, so daß in einer Tabelle der spezifischen Gewichte die Zahlen ebensogut Dichte wie spezifisches Gewicht (relativ zum Wasser) bedeuten. Aber nur die Zahlenwerte sind dieselben, nicht die beiden Begriffe!

124. Dichtemessung fester Körper (Gewichtsäräometer). Man kann die Dichte der Körper auf verschiedenen Wegen bestimmen. Sie unterscheiden sich

im wesentlichen darin voneinander, wie man den Gewichtsverlust des Körpers in der Flüssigkeit mißt, mit anderen Worten: darin, wie man sein Volumen ermittelt. Man benutzt dazu entweder eine hydrostatische Wage oder eine Senkwage (Gewichtsäräometer) oder ein Pyknometer (Gefäßäräometer).



Abb. 163.
Feder-
wage
von
JOLLY.

1. Mit der hydrostatischen Wage (Abb. 159) ermittelt man den Gewichtsverlust, indem man den Körper einmal wie gewöhnlich wiegt, und einmal, während er ganz in die Flüssigkeit taucht. — Auch die Federwaage von JOLLY ist eine hydrostatische Wage (Abb. 163), eine Federwaage, an deren Schale eine zweite hängt. Diese taucht in die Flüssigkeit, in der der Körper gewogen wird. Das untere Ende der Feder trägt eine Marke, die sich bei der Wägung längs einer Skala bewegt. Legt man den Körper in die obere Wagschale, so rückt die Marke vor eine gewisse Skalenstelle. Man ermittelt hierauf 1. wieviel Gewichtsstücke anstatt des Körpers man in die obere Schale legen muß, um die Marke vor dieselbe Skalenstelle zu bringen — dadurch erfährt man, wieviel Gramm der Körper in Luft wiegt — und 2. um wieviel Gewichtsstücke *mehr* man hineinlegen muß, wenn der Körper in der unteren Schale liegt, also durch den Auftrieb an Gewicht verloren hat.

2. Das Gewichtsäräometer¹⁾ (Abb. 164) ist ein Schwimmer B aus zwei starr miteinander verbundenen Wagschalen A und C vertikal übereinander, die untere (wie bei der

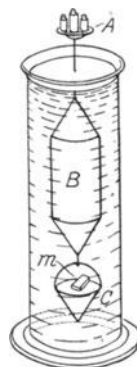


Abb. 164. Ge-
wichtsärä-
ometer von
NICHOLSON.

¹⁾ ἀραιός = dünn.

Federwage von JOLLY) in der Flüssigkeit, die obere in der Luft. Zwischen *A* und *B* befindet sich eine Marke *O*, die man durch Tarierung des Schwimmers gerade in das Niveau der Flüssigkeit bringt. Die beiden Wägungen werden wie mit der Wage von JOLLY ausgeführt.

3. Das Pyknometer¹⁾ (oder Gefäßaräometer) ist ein Fläschchen, das man bis zum Rande mit der Flüssigkeit füllt. Bringt man den Körper dann hinein, so drängt er ein Volumen Flüssigkeit heraus, das seinem eigenen gleich ist. Macht man also 1. eine Wägung, bei der das Pyknometer bis zum Rande Flüssigkeit enthält und der Körper *daneben* auf derselben Wagschale liegt, 2. eine Wägung, während es auch bis zum Rande Flüssigkeit enthält, aber der Körper sich *darin* befindet, so erfährt man aus dem Unterschied der beiden Wägungen, wieviel Gramm Flüssigkeit der Körper aus dem Gefäß verdrängt hat. Aus der Grammzahl der verdrängten Flüssigkeit erfährt man ihr Volumen, also auch das Volumen des Körpers, ferner durch eine gewöhnliche Wägung das Gewicht des Körpers. — Um zuverlässige Zahlen zu liefern, erfordert das Verfahren (besonders für sehr kleine Körper benützt) verschiedene Korrekturen, namentlich Temperaturkorrekturen.

125. Dichtemessung von Flüssigkeiten (MOHRsche Wage, Skalenaräometer).

Man kann nach diesen Methoden auch die *Dichte einer Flüssigkeit* messen. Man

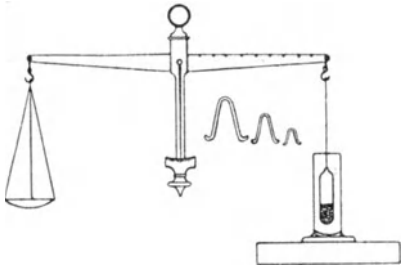


Abb. 165. MOHRsche Wage zur Bestimmung der Dichte von Flüssigkeiten.

ermittelt den Gewichtsverlust eines festen Körpers erst in *Wasser*, dann in der betreffenden *Flüssigkeit*. Sein Gewichtsverlust im Wasser ergibt sein Volumen (S. 137). Sein Gewichtsverlust in der Flüssigkeit, der ja gleich dem Gewicht der verdrängten Flüssigkeit ist, ergibt daher das Gewicht eines (durch die erste Messung) bekannten Volumens dieser Flüssigkeit. Man kann stets denselben Körper benutzen (in



Abb. 166. Gewichtsaräometer von FAHRENHEIT.

Abb. 165 und 166 ein kleines Glasgefäß, das Quecksilber enthält und zugeschmolzen ist), braucht also seinen Gewichtsverlust in Wasser, d. h. sein Volumen, nur einmal zu bestimmen, um das Volumen der bei der zweiten Messung verdrängten Flüssigkeit ein für allemal zu kennen. Die Messung der Dichte einer Flüssigkeit reduziert sich so auf die Ermittlung des Gewichtsverlustes des Glaskörpers in dieser Flüssigkeit. Man benützt auch zu diesen Messungen eine hydrostatische Wage oder die Federwage von JOLLY oder ein Gewichtsaräometer, auch sog. Skalenaräometer.

Zur Bestimmung der Dichte von Flüssigkeiten dient z. B. die MOHRsche Wage (Abb. 165). Die Wägung des Glaskörpers zur Bestimmung seines Gewichtsverlustes geschieht durch die Verschiebung von Reitergewichten auf dem (in 10 gleiche Teile) geteilten Hebelarm.

Ein Gewichtsaräometer für die Dichte von Flüssigkeiten ist das Aräometer von FAHRENHEIT (Abb. 166), ein Schwimmer aus Hohlglas, der (anstatt der unteren Wagschale mit der bei allen Wägungen unveränderten Belastung) eine Quecksilbermasse trägt, meist die Kugel eines Thermometers, da man die Temperatur der Flüssigkeit berücksichtigen muß. Das Instrument wird bei jeder Messung so belastet, daß es bis zu einer bestimmten Marke am Halse eintaucht. Wiegt es in der Luft P g und muß es, im Wasser schwimmend, noch mit p g belastet werden, um bis zur Marke einzutauchen, so erleidet es im Wasser einen Auftrieb von $(P + p)$ g (da das verdrängte Wasservolumen ebenso schwer ist wie der schwimmende Körper), verdrängt also $(P + p)$ g, d. h. $(P + p)$ cm³ Wasser, taucht also mit einem Volumen von $(P + p)$ cm³ ein. Muß es in der zu messenden Flüssigkeit schwimmend mit p' g belastet werden, um bis zur Marke — also wieder mit einem Volumen von $(P + p)$ cm³ — einzutauchen, so verdrängt es $(P + p')$ g der Flüssigkeit. $(P + p)$ cm³ enthalten also $(P + p')$ g der Flüssigkeit; 1 cm³ enthält demnach $\frac{P + p'}{P + p}$ g.

¹⁾ πυκνός = dicht.

Die *Skalenaräometer* unterscheiden sich von den *Gewichtsaräometern* ungefähr so, wie sich die automatischen Wagen von den nichtautomatischen unterscheiden: sie erfordern nur die Ablesung einer Skala. Ein Skalenaräometer (Abb. 167) — immer ein thermometerförmiger Schwimmer — ist ein Aräometer mit einer empirisch geteilten und bezifferten Skala. Man läßt es in der zu messenden Flüssigkeit schwimmen und liest die Ziffer bei dem Skalenstrich ab, bis zu dem es infolge seines Gewichtes eintaucht. (Also immer das gleiche *Gewicht* Flüssigkeit wird verdrängt.) — Die an der Skala abgelesene Ziffer bedeutet aber nicht immer die Dichte. Ihre Bedeutung hängt vielmehr von dem Zweck ab, für den das betreffende Aräometer *geeicht* ist. Skalenaräometer werden z. B. geeicht als *Alkoholometer* zur Bestimmung der *Gewichtsprocente* an absolutem Alkohol in einem Gemisch von Alkohol und Wasser (Spiritus, Branntwein); dann bedeutet die abgelesene Ziffer nicht die Dichte des Alkoholgemisches, sondern die Zahl der *Gewichtsprocente*, die das Alkoholgemisch bei dieser Dichte enthält. Sie werden ferner geeicht als *Alkoholometer* zur Bestimmung der in einem Alkoholgemisch enthaltenen *Volumentprocente* an absolutem Alkohol (GAY-LUSSACsches Aräometer), ferner als *Alkalimeter* zur Bestimmung des Alkaligehaltes in Laugen, als *Laktometer* zur Bestimmung des Wassergehaltes in Milch usw.

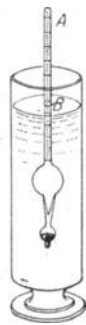


Abb. 167.
Skalen-
aräometer.

Außerdem gibt es Skalenaräometer mit ganz willkürlicher Teilung, wie z. B. das BAUMÉSche Aräometer. Z. B. die konzentrierte Schwefelsäure soll 66° B. haben, d. h. ihre Dichte soll so sein, daß das BAUMÉSche Aräometer in ihr bis zum Teilstrich 66 einsinkt; die Dichte der Salpetersäure des Handels soll 36° B. entsprechen. Um „Grade B“ in Dichte zu übersetzen, muß man eine Tabelle benutzen. Bedeutet n die Anzahl Grade und d die Dichte, so ist, je nachdem die Flüssigkeit (bei 12,5° C) schwerer oder leichter als Wasser ist:

$$d = \frac{146}{146 - n} \quad \text{und} \quad d = \frac{146}{146 + n}.$$

B. Die Flüssigkeit in Bewegung.

1. Der Druck in der strömenden Flüssigkeit.

Bisher hatten wir es mit dem Druck der *ruhenden* Flüssigkeit auf die Gefäßwand zu tun oder mit dem Druck der *ruhenden* Flüssigkeitsteilchen aufeinander. Sobald der Druck der ruhenden Masse sich in Beschleunigung der Masse umsetzt, also die Flüssigkeit strömt, hängt der Druck an einer bestimmten Stelle von der dort herrschenden Geschwindigkeit ab: er wächst, wenn die Geschwindigkeit abnimmt; er nimmt ab, wenn sie wächst. Ihm wenden wir uns jetzt zu. — Zunächst eine kurze Bemerkung über die Art und Weise, wie wir die Bewegung einer Flüssigkeit verfolgen.

Man pflegt nicht ein einzelnes Flüssigkeitsteilchen zu verfolgen, sondern nur zu untersuchen, wie sich Geschwindigkeit und Druck an einem Raumpunkt in der Flüssigkeit mit der Zeit ändern. Man findet an jedem Raumpunkt eine Geschwindigkeit von bestimmter Größe und Richtung, und im allgemeinen an jedem eine andere. Man stellt sie dar durch die *Stromlinien*: das sind Kurven, deren Tangenten in jedem Punkte die Richtung der Geschwindigkeit bezeichnen. Eine schlauchartig zusammenhängende Fläche, die nur Stromlinien enthält, nennt man eine *Stromröhre*, ihren Flüssigkeitsinhalt einen *Stromfaden*. Der Stromfaden fließt in der Stromröhre wie in einem von festen Wänden begrenzten Kanal — die Flüssigkeit geht ja nur *längs* den Stromlinien, nicht quer dazu. Tritt durch jeden Querschnitt der Röhre in jedem Moment gleich viel Flüssigkeit ein und aus, d. h. hängt die Geschwindigkeit an einer Stelle nicht von der Zeit ab, dann heißt die Strömung *stationär*. Die *Stromstärke* — die pro Sekunde durch einen Querschnitt gehende Flüssigkeitsmenge — ist dann dem Faden entlang an jedem Querschnitt dieselbe, daher verhalten sich an verschie-

denen Stellen des Fadens die Geschwindigkeiten umgekehrt wie die Querschnitte: je kleiner der Querschnitt, desto größer im selben Verhältnis die Geschwindigkeit.

Denkt man sich den Flüssigkeitsraum in sehr dünne Stromröhren zerteilt, so hat man ein Momentbild der Strömung, das freilich fortwährend wechseln kann. Nur bei der *stationären* Bewegung ist das Strömungsbild unabhängig von der Zeit, behalten also die Stromröhren ihre Gestalt. Bei der elementaren Behandlung muß man sich im allgemeinen darauf beschränken, einen einzelnen Stromfaden zu behandeln: entweder man behandelt einen, der mittlere Verhältnisse aufweist, oder man betrachtet die ganze Strömung als Faden und bewertet dann die Ergebnisse als Mittelwerte. Die Dichteänderungen kann man vernachlässigen, da die Zusammendrückbarkeit der Flüssigkeit viel zu klein ist, um ins Gewicht zu fallen. Die Reibung der Flüssigkeit muß man bei der elementaren Behandlung ignorieren, aber das Wasser hat eine so kleine Reibung, daß man für die elementare Darstellung auch die unter diesen beschränkenden Voraussetzungen gefundenen Ergebnisse auf die Wirklichkeit übertragen kann.

126. Gleichung von BERNOULLI. Um uns über den Druck in der strömenden Flüssigkeit klar zu werden, betrachten wir in dem Stromfaden (Abb. 168), den

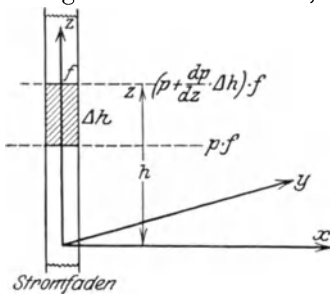


Abb. 168. Zur Ableitung der BERNOULLISCHEN Gleichung.

wir uns wie in einem Kanal hinaufgleitend vorstellen, und den wir uns der Einfachheit halber vertikal denken, das abgegrenzte Zylinderchen von der Höhe Δh und dem Querschnitt f und der Masse ρ der Volumeinheit. In dem Moment, in dem f in der Höhe h über der xy -Ebene liegt, sei die Geschwindigkeit dort v . Der Druck bei f , über den wir uns unterrichten wollen und von dem wir wissen, daß er von z abhängt, aber nicht wissen, wie er davon abhängt, sei p [Dyn/cm²]. Ändert er sich längs der Vertikalen auf einer Strecke dz um dp , also auf der Strecke 1 um dp/dz , so ändert er sich auf der Strecke Δh um $dp/dz \cdot \Delta h$. In dem um Δh höheren Niveau herrscht also der Druck $(p + dp/dz \cdot \Delta h)$. Steigt der Flüssigkeitszylinder, so erfährt er in der Bewegungsrichtung die Druckkraft $f \cdot p$ und ihr entgegen die größere Druckkraft $f \cdot (p + dp/dz \cdot \Delta h)$, es bleibt also die nach unten gerichtete Druckkraft $f dp/dz \cdot \Delta h$ übrig. Außer dem Druck wirkt auf die Flüssigkeit noch die Schwere mit der Größe $\rho \cdot f \cdot \Delta h \cdot g$. Steigt das Teilchen um dz , so ist die Arbeit, die der Druck und die Schwere zusammen an ihm leisten, gleich $f dp/dz \cdot \Delta h \cdot dz - \rho f \Delta h \cdot g dz$. Diese Arbeit ist gleich der Änderung der lebendigen Kraft des Teilchens. Seine Geschwindigkeit ist v , seine Masse $\rho f \cdot \Delta h$, seine lebendige Kraft also $\rho \cdot f \Delta h \cdot \frac{v^2}{2}$. Die Änderung seiner lebendigen Kraft, während es um dz steigt und seine Geschwindigkeit sich von v auf $v + dv$ ändert, ist dann $d \left(\rho f \Delta h \cdot \frac{v^2}{2} \right)$. [Wir bezeichnen die Änderung der lebendigen Kraft durch das vor den Ausdruck gesetzte d]. Es ist also:

$$d \left(\rho f \Delta h \cdot \frac{v^2}{2} \right) = \frac{f dp}{dz} \cdot \Delta h \cdot dz - f \Delta h \rho g dz.$$

Die weitere Behandlung dieser Gleichung ist nur der Differential- und Integral-

rechnung möglich. Sie führt zu der endgültigen Gleichung $\rho \cdot \frac{v^2}{2} + \rho g z + p = \text{const}$ oder umgeformt $\frac{v^2}{2g} + \frac{p}{\gamma} + z = \text{const}$, wenn wir mit $\rho g = \gamma$ das Gewicht der Volumeinheit der Flüssigkeit bezeichnen. Das ist die sogenannte **BERNOULLISCHE** Gleichung (auch *Druckgleichung*); sie ist für die Hydrodynamik grundlegend.

Man nennt $\frac{v^2}{2g}$ die *Geschwindigkeitshöhe*, die Höhe, die ein Körper frei durchfällt, bis er die Geschwindigkeit v bekommt, p/γ die *Druckhöhe*, die Höhe einer Flüssigkeitssäule, die durch ihr Gewicht den hydrostatischen Druck p erzeugt, z die *Ortshöhe*, die Höhe des betrachteten Punktes der Flüssigkeit über einer als Bezugs ebene festgesetzten Horizontalebene. Die **BERNOULLISCHE** Gleichung sagt dann aus: Die Summe dieser drei Höhen längs einer Strömungslinie ist konstant. Beziehen wir die Höhensumme auf eine horizontale Ebene (Abb. 169), so sagt die **BERNOULLISCHE** Gleichung aus, die Endpunkte der die Höhensummen darstellenden Geraden liegen auf einer zu der ersten Ebene parallelen Ebene. Die technische Praxis rechnet mit dieser Beziehung nicht nur für einzelne Stromfäden, sondern für Stromröhren mit endlichem Querschnitt, indem sie für die drei Höhen Mittelwerte bildet.

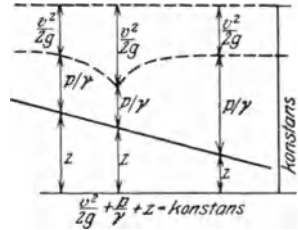


Abb. 169. Graphische Darstellung des Inhalts der **BERNOULLISCHEN** Gleichung.

127. Impulssatz der Hydrodynamik. Wie für jede andere Kraft gilt auch für den Druck der strömenden Flüssigkeit das Gesetz: Kraft = Masse · Beschleunigung, oder auch in der Form: Kraft = Änderung der Bewegungsgröße (wobei „Bewegungsgröße“ oder „Impuls“ = Masse · Geschwindigkeit der Größe und Richtung nach). Die Masse, um die es sich dabei handelt, ist eine irgendwie abgegrenzte *stationär* bewegte Flüssigkeitsmenge m , die zur Zeit t einen Raum R einnimmt (Abb. 170). Dieser Raum sei ein Teil einer Stromröhre. Die *Änderung* der Bewegungsgröße der durch R abgegrenzten Wassermenge besteht darin: nach der Zeit dt ist (in der Pfeilrichtung) an dem einen Ende von R von der Masse m ein Element $dm = \rho f_A v_A dt$ verschwunden. Wir setzen es negativ in Rechnung, da es durch sein Verschwinden die Masse m verkleinert, es wird natürlich durch andere Flüssigkeitsteilchen ersetzt, diese gehören aber nicht mehr zu m . An dem anderen Ende ist ein Element $dm = \rho f_B v_B dt$ erschienen, es ist aus R durch f_B ausgetreten. Alles übrige von m befindet sich noch im Raume R ; in diesem Teil hat sich nichts weiter geändert, als daß jedes Flüssigkeitsteilchen durch ein anderes ersetzt ist, das dessen Geschwindigkeit angenommen hat; nach außen tritt eine Mitwirkung dieses Teiles überhaupt nicht in Erscheinung. Bemerkbar macht sich der Vorgang *nur* an den Grenzen f_A und f_B . Die Geschwindigkeiten v_A und v_B sind auch nach dt dieselben geblieben, die einzige Änderung der Bewegungsgröße (Masse · Geschwindigkeit) — wir bezeichnen ihre Änderung mit $d(m \cdot v)$ — des Wasserkörpers in R während der Zeiteinheit kommt demnach darauf hinaus, daß an einem Ende die Impulsmenge $-\frac{dm}{dt} v_A = -\rho f_A v_A^2$ in der Richtung v_A eintritt, und am anderen Ende $\frac{dm}{dt} v_B = \rho f_B v_B^2$ in der Richtung v_B austritt. Die Bewegungsgröße hat sich im ganzen also nur um den Betrag geändert, um den der austretende Impuls $\rho f_B v_B^2$ den eintretenden $\rho f_A v_A^2$ übertrifft. Die Änderung der gesamten Bewegungsgröße, welche durch die (vektorielle) Differenz dieser beiden Impulsmengen gegeben ist, muß der Größe und Richtung nach gleich der Resultierenden der äußeren Kräfte sein. Wir kommen damit zu dem Impulssatz der Hydrodynamik: Die Resultierende der äußeren auf einen beliebigen abgegrenzten Flüssigkeitsraum wirkenden Kräfte ist der Größe und Richtung nach gleich dem Überschuss des austretenden über den eintretenden Impuls in der Zeiteinheit. Die Einzelheiten des Vorganges *innerhalb* der Flüssigkeitsmasse m kennen wir nicht, aber es genügt, die Zustände an ihren Grenzflächen zu kennen, um die *gesamte* Kraftwirkung berechnen zu können.

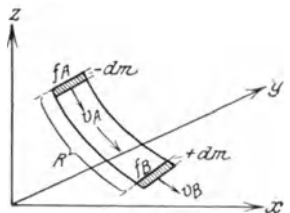


Abb. 170. Zum Impulssatz der Hydrodynamik.

Die BERNOULLISCHE Gleichung und der Impulssatz lehren uns zahlreiche hydrodynamische Erscheinungen verstehen. Sie lassen auch mancherlei Anwendungen zu, sowohl zur *Messung* von Druck und Geschwindigkeit strömender Flüssigkeiten, wie auch zur technischen *Ausnutzung* des Druckes strömender Flüssigkeiten.

128. Druck und Geschwindigkeit in der strömenden Flüssigkeit. Wir haben, um die Darstellung zu vereinfachen, die Strömung vertikal abwärts angenommen, aber auch ohne diese Einschränkung ergibt sich die BERNOULLISCHE Gleichung. Wir halten daran fest, daß die Strömung stationär ist. In jedem Zeitpunkt geht dann durch jeden Querschnitt gleich viel Flüssigkeit. Die pro Zeiteinheit durch den Querschnitt gehende Menge, d. h. die Geschwindigkeit der Flüssigkeit, ist dann dem Querschnitt umgekehrt proportional. Wir fassen nun zwei verschiedene Querschnitte ins Auge. Die auf den einen Querschnitt bezüglichen Größen versehen wir durchweg mit dem Index 0. Wir benutzen ihn notfalls als Bezugsquerschnitt oder „Anfangsquerschnitt“. Im Querschnitt f_0 sei die Geschwindigkeit v_0 , der Druck p_0 und die Höhe über der Bezugsebene z_0 .

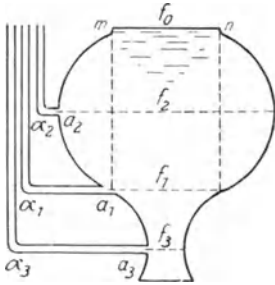


Abb. 171. Zur Veranschaulichung des Zusammenhanges zwischen Druck und Geschwindigkeit in der strömenden Flüssigkeit: in f_3 ist die Geschwindigkeit am größten, der Druck am kleinsten; in f_2 ist die Geschwindigkeit am kleinsten, der Druck am größten.

Im Querschnitt f sind die entsprechenden Größen v und p und z . Für jeden der beiden Querschnitte lautet die BERNOULLISCHE Gleichung

$$p + \varrho g z + \varrho \frac{v^2}{2} = \text{const}$$

und
$$p_0 + \varrho g z_0 + \varrho \frac{v_0^2}{2} = \text{const}$$

das gibt
$$p - p_0 + \varrho g (z - z_0) + \frac{\varrho}{2} (v^2 - v_0^2) = 0.$$

Da $f v = f_0 v_0$ ist, können wir auch die Querschnitte in die Gleichung einführen. Die Beziehungen zwischen den hier vorkommenden Größen untersuchen wir an dem Gefäß (Abb. 171) von der Form eines Rotationskörpers mit vertikaler Achse; die Größe der Querschnitte ist dann sehr übersichtlich. Das Gefäß ist mit (reibungloser) Flüssigkeit gefüllt, sein Spiegel bleibt konstant bei mn , dadurch, daß oben gleichzeitig so viel Flüssigkeit einströmt, wie unten abfließt. Vertikale Abstände vom Spiegel rechnen

wir *nach unten* positiv. Wir hatten bisher die entsprechenden Abstände *nach oben* positiv gezählt, wir müssen darauf Rücksicht nehmen und nunmehr $-\varrho g (z - z_0)$ schreiben. Es wird also

$$p - p_0 = \varrho g (z - z_0) - \frac{\varrho}{2} (v^2 - v_0^2).$$

Wir legen nun den Querschnitt f_0 in den Spiegel, dort ist $z_0 = 0$ und $p_0 = 0$. Es wird daher $p = \varrho g z - \frac{\varrho}{2} (v^2 - v_0^2)$ oder auch, da $f v = f_0 v_0$ ist: $p = \varrho g z - \frac{\varrho}{2} v^2 \left(1 - \frac{f^2}{f_0^2}\right)$,

Das *zweite Glied* lehrt uns: wenn $\left. \begin{array}{l} v \geq v_0 \\ f \leq f_0 \end{array} \right\}$ ist, dann ist $p \leq \varrho g z$. In einem

bestimmten Querschnitt f ist der Druck p der mit der Geschwindigkeit v hindurchströmenden Flüssigkeit also zusammengesetzt aus dem (hydrostatischen) Druck der *ruhenden* Flüssigkeit und einem *von der Geschwindigkeit abhängenden*

Druck. *Dieser* Druck verkleinert oder vergrößert den hydrostatischen, je nachdem der Querschnitt f kleiner oder größer als der Spiegel f_0 ist.

Im Querschnitt f_1 ist $f = f_0$, die Klammergröße also Null, daher $p = \rho g z$,
 „ „ f_2 „ $\left(\frac{f}{f_0}\right)^2 > 1$, „ „ „ negativ, „ $p > \rho g z$,
 „ „ f_3 „ $\left(\frac{f}{f_0}\right)^2 < 1$, „ „ „ positiv, „ $p < \rho g z$.

Die Gleichung zeigt also an dem $\left\{ \begin{matrix} \text{kleinsten} \\ \text{größten} \end{matrix} \right\}$ Querschnitt, d. h. also: dort, wo die Geschwindigkeit am $\left\{ \begin{matrix} \text{größten} \\ \text{kleinsten} \end{matrix} \right\}$ ist, ist der Druck am $\left\{ \begin{matrix} \text{kleinsten} \\ \text{größten} \end{matrix} \right\}$.

Aber auch ohne Rechnung lehrt das schon folgende einfache Betrachtung: Durch die sich nach rechts verengende horizontale Röhre (Abb. 172) ströme stationär in der Pfeilrichtung die Flüssigkeit, wie immer inkompressibel und reibungslos. Durch jeden Querschnitt muß pro Zeiteinheit dieselbe Flüssigkeitsmenge strömen. Die Strömungsgeschwindigkeit wird daher an den Stellen größeren Querschnitts am kleinsten, an den Stellen kleinsten Querschnittes am größten. Die *Geschwindigkeit* der Flüssigkeitsteilchen ist also bei L am kleinsten und wächst *gegen R hin stetig*. Diese Beschleunigung können die Flüssigkeitsteilchen nur durch die auf sie wirkenden Druckkräfte erfahren. Damit das momentan zylindrische Flüssigkeitsteilchen F nach rechts beschleunigt sei, muß auf seine Rückfläche ein größerer Druck wirken als auf seine Vorderfläche, der *Druck* in B also kleiner sein als der in A . Durch Wiederholung dieses Schlusses ergibt sich, daß in der Röhre der Druck von L nach R hin stetig abnimmt. [Wir finden dieselbe Druckverteilung (Abnahme des Druckes von L nach R) durch analoge Betrachtung auch bei umgekehrter Strömung der Flüssigkeit. Das Flüssigkeitsteilchen F geht dann *verzögert* von R nach L .] Das Flüssigkeitsteilchen kann eine Beschleunigung also nur erlangen, wenn es sich von Punkten höheren zu Punkten niedrigeren Druckes bewegt, kurz: wenn im Bewegungssinne der Druck abnimmt.

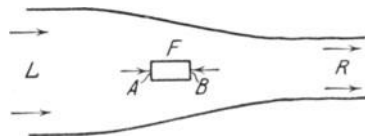


Abb. 172. Zusammenhang des Druckes und der Geschwindigkeit in strömender Flüssigkeit.

129. **Stauung.** Denken wir uns einmal in einem weiteren und einem darauf folgenden engen Querschnitt den Druck *gleich* groß, so erfahren die Flüssigkeitsteilchen in dem engeren Querschnitt keine Beschleunigung, sie entweichen nicht schnell genug, „stauen“ sich vor dem engeren Querschnitt, und es entsteht vor diesem Querschnitt sofort die entsprechende *Druckerhöhung*. Diese Druckerhöhung ist besonders bemerkenswert, wenn sich in einer gleichförmigen Flüssigkeitsströmung (Geschwindigkeit v_0) ein Hindernis befindet. Dann bildet sich an seiner Vorderseite eine „Stauung“, innerhalb deren sich die Strömung nach allen Richtungen verteilt (Abb. 173). In der Mitte der Stauung, dem *Staupunkt*, ist die Geschwindigkeit (v) gleich Null. Wenden wir unsere

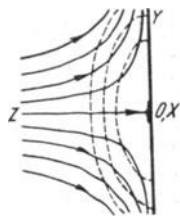


Abb. 173. Zur Erläuterung des Begriffes Staupunkt.

Gleichung $p - p_0 = \frac{\rho}{2}(v_0^2 - v^2)$ auf diesen Fall $v = 0$ an (die Ortshöhe ist in dem horizontalen Rohre konstant, das darauf bezügliche Glied der Gleichung daher Null), so ist der dort herrschende Druck $p = p_0 + \frac{\rho}{2}v_0^2$.

Gleichung $p - p_0 = \frac{\rho}{2}(v_0^2 - v^2)$ auf diesen Fall $v = 0$ an (die Ortshöhe ist in dem horizontalen Rohre konstant, das darauf bezügliche Glied der Gleichung daher Null), so ist der dort herrschende Druck $p = p_0 + \frac{\rho}{2}v_0^2$.

Man nennt diese Druckerhöhung ($p - p_0$) den *Staudruck* (auch Geschwindigkeitsdruck). Man benutzt diese Beziehung oft zur Messung von Strömungsgeschwindigkeiten, die dazu bestimmten Meßinstrumente nennt man *Staugeräte* (s. S. 145).

Wir kommen also auch hier zu dem Ergebnis: in dem $\left\{ \begin{array}{l} \text{kleinsten} \\ \text{größten} \end{array} \right\}$ Querschnitt, also dort, wo die Geschwindigkeit am $\left\{ \begin{array}{l} \text{größten} \\ \text{kleinsten} \end{array} \right\}$ ist, ist der Druck am $\left\{ \begin{array}{l} \text{kleinsten} \\ \text{größten} \end{array} \right\}$. Macht man z. B. (Abb. 171), ohne f_0 und v_0 zu ändern, den Querschnitt f eng genug, so kann man entsprechend der dann eintretenden Zunahme der Geschwindigkeit den Druck beliebig klein machen.

Durchbohrt man die Wand bei a_1 und a_2 und a_3 , so berühren dort die Luft und die Flüssigkeit einander. Man setze in die Bohrstellen die Röhren α , die über den Spiegel emporreichen, schließe das Gefäß unten und unterbreche die Zufuhr der Flüssigkeit oben. Das Gefäß ist dann bis zum Spiegel mn mit ruhender Flüssigkeit gefüllt und bis *eben* dahin die Röhren gemäß dem Gesetze der kommunizierenden Gefäße.

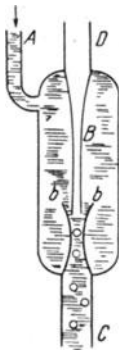


Abb. 174. Wasserluftpumpe von BUNSEN. Ihre Saugwirkung beruht auf der plötzlichen Verkleinerung (bei bb) des Querschnitts des Wasserstromes.

Läßt man die Flüssigkeit dann wieder genau wie zuvor strömen, so wirkt auf die Flüssigkeit in den Röhren einerseits wieder der Luftdruck, andererseits vom Gefäß her der Druck der strömenden Flüssigkeit. Nur bei a_1 haben wir Gleichgewicht der beiden Drucke und nur in α_1 Flüssigkeit *bis zum* Spiegel, beiderseits ist der Druck *ogz*, hier drücken die strömende Flüssigkeit und die Luft gleich stark aufeinander. In α_2 herrscht von der strömenden Flüssigkeit her ein Überdruck, dem größeren Querschnitt (also der kleineren Geschwindigkeit) entsprechend; hier drückt die strömende Flüssigkeit stärker auf die Luft, als die Luft auf die Flüssigkeit, und daher steigt in dem Rohr das Wasser bis *über den* Spiegel des Gefäßes. In α_3 herrscht dem kleineren Querschnitt (und der größeren Geschwindigkeit entsprechend) ein Unterdruck. Hier drückt die Luft stärker auf die Flüssigkeit, als die Flüssigkeit auf die Luft, und das Wasser im Rohr steht *unter dem* Flüssigkeitsspiegel des Gefäßes. Entfernt man die Röhren, so spritzt bei a_2 die Flüssigkeit unter Druck weit hinaus, bei a_3 strömt Luft in das Gefäß hinein und wird in Blasen von der Flüssigkeit mitgerissen, bei a_1 geschieht keines von beiden, die Öffnung in der Wand ist hier belanglos.

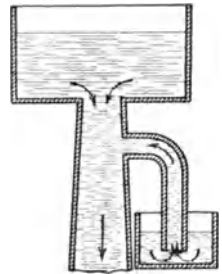


Abb. 175. Schema der Entwässerung eines Sumpfes durch die Saugwirkung des Abflusses aus einem hochliegenden See (VENTURI).

Der Vorgang bei a_3 bietet besonderes Interesse. Durch angemessene Verengung des Querschnittes kann man den Druck der strömenden Flüssigkeit soweit unter den Luftdruck erniedrigen, daß man die dadurch eintretende Saugwirkung technisch verwerten kann (Abb. 174, 175). Das tut man z. B. in der BUNSENSCHEN Wasserluftpumpe, in der SPRENGELSCHEM Quecksilberluftpumpe und in diesen ähnlichen Vorrichtungen.

Der Vorgang bei a_3 bietet besonderes Interesse. Durch angemessene Verengung des Querschnittes kann man den Druck der strömenden Flüssigkeit soweit unter den Luftdruck erniedrigen, daß man die dadurch eintretende Saugwirkung technisch verwerten kann (Abb. 174, 175). Das tut man z. B. in der BUNSENSCHEN Wasserluftpumpe, in der SPRENGELSCHEM Quecksilberluftpumpe und in diesen ähnlichen Vorrichtungen.

130. Druckmessung. Geschwindigkeitsmessung. Die BERNOULLISCHE Gleichung zwischen Druck und Geschwindigkeit erlaubt auch, erstens die *Geschwindigkeit zu berechnen*, wenn man den Druck *messen* kann, und zweitens den *Druck zu berechnen*, wenn man die Geschwindigkeit messen kann. Man kann den Druck im Innern der strömenden Flüssigkeit messen, z. B. indem man eine „Stauung“

in ihr erzeugt. Ein Hindernis (Abb. 173) in einer gleichförmigen Flüssigkeitsströmung (Geschwindigkeit v_0) bewirkt, wie S. 143 erwähnt, an seiner Vorderseite eine Stauung. Von ihr aus zerteilt sich die Strömung nach allen Richtungen; in ihrer Mitte ist die Geschwindigkeit relativ zum Hindernis Null. Der Druck p im *Staupunkt* ist daher, wenn p_0 der Druck der ungestörten Flüssigkeit ist und kein Höhenunterschied vorhanden ist, wie in einem horizontalen Rohr (Abb. 172)

$p = p_0 + \rho \frac{v_0^2}{2}$. Das bekannteste Staugerät (Abb. 176) ist die PITOTSche

Röhre (1730). Man stellt den einen Rohrschenkel parallel und zur Strömung entgegengesetzt, den anderen Schenkel vertikal nach oben gerichtet. In dem Rohrschenkel, dessen Mündung der Strömung *entgegen* sieht, kommt die Strömung zur Ruhe, daher steigert sich hier der Druck. Das mit v_0 herankommende Wasser drückt die bis zum Wasserspiegel reichende Wassersäule in der Röhre um Δ empor, das mit der Geschwindigkeitshöhe $v_0^2/2g$ in der BERNOULLISchen Beziehung steht. Die Höhe Δ würde mit $v_0^2/2g$ *völlig* übereinstimmen, wenn nicht die am Rande der unteren Rohröffnung seitlich ausweichenden Teilchen den Druck in der Öffnung (Staudruck) ändern würden. Den genauen Zusammenhang muß man durch Eichung ermitteln, entweder durch Vergleich mit einem anderen zuverlässigen Geschwindigkeitsmesser oder durch Beobachtung der Druckhöhe in einer Wasserströmung von *bekannter* Geschwindigkeit.

In dem vertikalen Rohr, dessen Öffnung parallel zur Strömung liegt, steht die Flüssigkeit bis zum Wasserspiegel. Um die Ablesung der (gewöhnlich kleinen) Höhendifferenz Δ , die unmittelbar über dem Wasserspiegel sehr unbequem wäre, zu erleichtern, saugt man in beiden Röhren gleichzeitig die Flüssigkeit in eine zur Ablesung bequeme Augenhöhe. Abb. 176 zeigt ein PITOT-Rohr nach PRANDTL. Das Rohr *a* ist das eigentliche Staurohr, durch die der Strömung entzogenen Öffnungen in dem anderen Rohr tritt das Wasser bis zur Höhe des Wasserspiegels.



Abb. 176. PITOT-Rohr (nach PRANDTL), ein Staugerät zur Messung des Druckes in strömender Flüssigkeit.

Von sonstigen Meßvorrichtungen erwähnen wir nur noch die Venturidüse zur Messung der Geschwindigkeit in einer Rohrleitung mit Hilfe der Verengung des Rohrquerschnittes: Den verengerten Querschnitt bilden zwei entgegengesetzt konische Rohre. Muß die Flüssigkeit durch die Verengung strömen, so vergrößert sich ihre Geschwindigkeit im Verhältnis des Einstromungsquerschnittes f gegenüber dem verengten Querschnitt f_0 , so daß im engsten Querschnitt

$$p - p_0 = \frac{\rho}{2}(v_0^2 - v^2) = \frac{\rho}{2}v^2\left(\frac{f^2}{f_0^2} - 1\right).$$

Die Messung dieser Druckdifferenz kann man ebenfalls zur Geschwindigkeitsmessung benutzen.

131. Ausflußgeschwindigkeit. Ausflußmenge. (Gesetz von TORRICELLI.) Die Gleichung (auf S. 142) $p - p_0 = \rho g(z - z_0) - \frac{\rho}{2}(v^2 - v_0^2)$ oder, was dasselbe ist, $p - p_0 = \rho g(z - z_0) - \frac{\rho}{2}v^2\left(1 - \frac{f^2}{f_0^2}\right)$, enthält den vollständigen theoretischen Ausdruck für die Geschwindigkeit, mit der die Flüssigkeit durch den unteren Querschnitt eines oben offenen Gefäßes (Abb. 177) austritt, wenn die konstante

Höhe $(z - z_0)$ und der Unterschied der Drucke am oberen und am unteren Querschnitt gegeben sind. Beziehen sich $p z f$ auf den unteren, $p_0 z_0 f_0$ auf den oberen Querschnitt, und ist f sehr klein gegen f_0 , also nur eine im Verhältnis

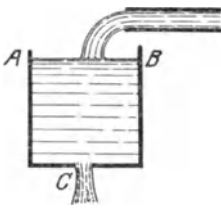


Abb. 177. Aus einem Flüssigkeitsbehälter, dessen Inhalt man konstant erhält, strömt Flüssigkeit durch eine im Verhältnis zur Ausdehnung des Spiegels kleine Öffnung mit der Geschwindigkeit $v = \sqrt{2gh}$, worin h die Tiefe der Öffnung (C) unter dem Spiegel (AB) ist.

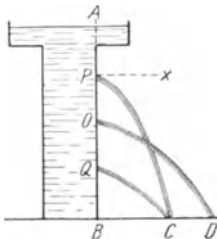


Abb. 179. Zur Prüfung der Formel $v = \sqrt{2gh}$ an ausströmender Flüssigkeit (Flüssigkeitstiefe konstant, Ausflußöffnung sehr klein). Man mißt $(h =) PA, OA, QA$, berechnet hieraus die Geschwindigkeit v , mit der die Flüssigkeit hinausgeworfen wird, und vergleicht die hieraus berechneten Parabelwurfbahnen mit den experimentell ermittelten (PC, OD, QC).

horizontal aus dem Gefäße (Abb. 179) austreten. Sie verhält sich dann vom Moment ihres Austrittes an wie ein mit bekannter Anfangsgeschwindigkeit horizontal geworfener Körper — mit bekannter, weil sie aus $v = \sqrt{2gh}$ berechenbar ist, nachdem man h mit dem Maßstab gemessen hat. Man prüft die Formel, indem man die Dimensionen der entstehenden Parabel mit den berechneten Dimensionen vergleicht. An Wassersäulen von 2–6 m Höhe hat man die beobachtete Ausflußgeschwindigkeit sehr nahe gleich der berechneten gefunden, aber

zur Fläche f_0 des Spiegels sehr kleine Öffnung im Boden des Gefäßes, so ist $(f/f_0)^2$ gegen 1 zu vernachlässigen, also gleich Null zu setzen. Ferner ist $p = p_0$, da sowohl oben wie unten nur der Druck der Luft auf die Flüssigkeit wirken, und der an den beiden Stellen als gleich anzusehen ist. Für $(z - z_0)$ setzen wir die Höhe h des Gefäßes. Wir erhalten also

$$\rho gh - \frac{\rho}{2} v^2 = 0$$

und somit

$$v = \sqrt{2gh},$$

was schon TORRICELLI (1641) gefunden hat: Die Flüssigkeit fließt unten so schnell aus, wie wenn sie vom Spiegel an die Höhe h frei durchfallen hätte. Die Geschwindigkeit hängt nur von der Höhe h ab, also auch nicht von der Richtung, in der der Strahl

austritt. [Sind p und p_0 nicht gleich groß, sondern ist $p - p_0$ ein Überdruck auf dem Wasserspiegel und ist v_0 die mittlere Geschwindigkeit des Wasserspiegels, so finden wir

$$v = \sqrt{v_0^2 + 2 \left(gh + \frac{p - p_0}{\rho} \right) } .]$$

Ein vertikal nach unten aus einer kreisförmigen Ausflußöffnung austretender Strahl (die Form der Öffnung beeinflusst die Form des Strahles) gleicht dicht hinter dem kleinsten Querschnitt einem massiven, durchsichtigen Zylinder; weiter davon weg wird er trübe und zeigt abwechselnd Anschwellungen und Einschnürungen. Diese *Knoten und Bäuche* (SAVART) sind nachweisbar nur eine optische Täuschung: der Strahl bildet dort nämlich kein zusammenhängendes Gefüge mehr, sondern er zerfällt infolge der immer größer werdenden Fallgeschwindigkeit in einzelne Tropfen, und diese ändern im Fallen fortwährend ihre Form, sie pendeln um die Kugelform hin und her (Abb. 178). Das bloße Auge kann aber die einander sehr schnell folgenden Tropfen und Formen nicht voneinander trennen und sieht Knoten und Bäuche.

Die Unabhängigkeit der Ausflußgeschwindigkeit von der Richtung führt zu einer Versuchsanordnung, um die Formel

$$v = \sqrt{2gh}$$

an der Erfahrung zu prüfen. Man läßt die Flüssigkeit (Abb. 179) austreten. Sie verhält sich dann vom Moment ihres Austrittes an wie ein mit bekannter Anfangsgeschwindigkeit horizontal geworfener Körper — mit bekannter, weil sie aus $v = \sqrt{2gh}$ berechenbar ist, nachdem man h mit dem Maßstab gemessen hat. Man prüft die Formel, indem man die Dimensionen der entstehenden Parabel mit den berechneten Dimensionen vergleicht. An Wassersäulen von 2–6 m Höhe hat man die beobachtete Ausflußgeschwindigkeit sehr nahe gleich der berechneten gefunden, aber

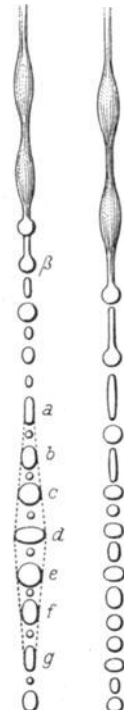


Abb. 178. Der Anblick eines Flüssigkeitsstrahles (Knoten und Bäuche) und seine wahre Beschaffenheit (Tropfen, die periodisch ihre Form ändern; a bis g Phasen der Form).

stets etwas kleiner infolge der Reibung der Flüssigkeit an der Gefäßwand und an der Luft und infolge der inneren Reibung der Flüssigkeit.

Der Formel $v = \sqrt{2gh}$ zufolge hängt v nur von h ab, fließen also alle Flüssigkeiten aus dieser Öffnung gleich schnell aus, wenn h immer dieselbe Größe hat (wie alle Körper gleich schnell fallen, also beim Durchfallen derselben Höhe alle dieselbe Geschwindigkeit erreichen). Das tun die Flüssigkeiten aber nicht. Wir hatten nämlich stillschweigend angenommen, daß sich die Arbeit, die die Schwerkraft an der abfließenden Flüssigkeit leistet, ganz in kinetische Energie der Flüssigkeit verwandelt, haben also nicht berücksichtigt, daß die Flüssigkeitsteilchen sowohl an der Gefäßwand als auch aneinander Reibung erfahren und daher in ihrer Bewegung gehemmt werden. Je zäher aber eine Flüssigkeit ist, desto größer ist die Hemmung, und desto größer muß h sein, damit v denselben Wert erreicht (desto kleiner ist v , wenn h immer denselben Wert behält). Daher weicht die wirkliche Ausflußgeschwindigkeit von der theoretischen desto mehr ab, je dicker die Flüssigkeit ist, z. B. bei Rizinusöl mehr als bei Alkohol.

Wenn man *mißt*, wieviel Gramm Flüssigkeit z. B. in 1 Sekunde ausfließen, und wieviel der Geschwindigkeit $v = \sqrt{2gh}$, der Größe der Öffnung und dem spezifischen Gewicht der Flüssigkeit nach ausfließen *sollten*, so bekommt man im Mittel nur etwa zwei Drittel davon. Bei der Berechnung nimmt man nämlich an, daß der Strahl (Abb. 177) überall so dick ist, wie die Öffnung weit ist. Tatsächlich aber (Abb. 180) zieht er sich dicht hinter der Ausflußöffnung zusammen; sein kleinster Querschnitt bei cd ist nur etwa 0,7 des Querschnittes in der Öffnung (Vena contracta). Die Flüssigkeit strömt nämlich von allen Seiten zur Öffnung hin (wie experimentell leicht zu veranschaulichen). Die einzelnen Stromfäden werden erst in einem gewissen Abstand von der Öffnung parallel. — [Eine bemerkenswerte Rolle spielt bei diesem Vorgange die Oberflächenspannung (S. 162). Die äußerste Schicht Wasserteilchen wirkt wie ein elastischer Ring um den Strahl an der Ausflußstelle. Der Einfluß der Oberflächenspannung zeigt sich z. B., wenn man in der Nähe des Strahles Alkohol oder Äther verdampft. Die Ausflußgeschwindigkeit wird dann beträchtlich größer, weil sich die Oberflächenspannung verkleinert.] — Wesentlich verändert wird die Form des Strahles wie auch die Ausflußmenge durch einen Ansatzstutzen an der Ausflußöffnung (Abb. 181). Ein zylindrisches Ansatzrohr verhindert den Strahl, sich zusammenzuziehen und macht die Ausflußmenge fast gleich der berechneten.

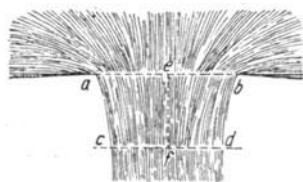


Abb. 180. Vena contracta.

Beeinflußt schon ein *Ansatzstutzen* das Ausfließen, so noch mehr ein langes Rohr. Die TORRICELLISCHE Formel versagt dann ganz, man ist völlig auf die Erfahrung angewiesen.



Abb. 181. Ein Stutzen an der Ausflußöffnung beeinflusst die Ausflußmenge.

Vor allem macht sich da der Reibungswiderstand geltend: er ist größer, je größer die Wandfläche des Rohres ist, und je schneller die Flüssigkeit ausströmt. Ein Teil des Druckes, unter dem die Flüssigkeit steht, wird zur Überwindung dieses Widerstandes verwendet. Daher ist die Ausflußgeschwindigkeit kleiner, als sie gewesen wäre, wenn der ganze Druck zur Erzeugung von Geschwindigkeit verwendet worden wäre. Wenn Wasser z. B. aus einem Gefäß durch eine lange Röhre ausströmt, so tritt es mit einer viel kleineren Geschwindigkeit aus, als der Druckhöhe entspricht.

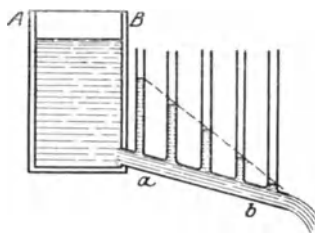


Abb. 182. Druckänderung im Ausflußrohr mit dem Abstande von der Ausflußöffnung.

Man sieht das an der Parabel, die die Flüssigkeit beim Austritt aus der Rohrmündung beschreibt. — Der Druck, unter dem das Wasser steht, während es fließt, ist an einer gegebenen Stelle des Rohres desto kleiner, je weiter die Rohrstelle von dem Gefäße absteht. Man sieht das, wenn man das Rohr a b mit vertikalen Röhren versehen (Abb. 182). Solange b geschlossen ist, steht das Wasser in allen Röhren gleich hoch — so hoch wie in dem Gefäß selber. Sobald man b aber öffnet, geschieht das, was die Abb. 182 veranschaulicht.

2. Die Formen der Flüssigkeitsbewegung.

132. Stromlinien. Bisher hat uns an der Bewegung der Flüssigkeit nur der Druck in ihr beschäftigt. Um ein deutliches Bild von der Bewegung selber zu bekommen, müßte man die einzelnen Flüssigkeitsteilchen auf ihren Bahnen verfolgen können, oder verfolgen können, was sich an einem bestimmten Raumpunkt im Laufe der Zeit abspielt. Die theoretische Behandlung dieser Frage, d. h. die Frage nach den Geschwindigkeits- und Druckzuständen der Flüssigkeit in einem gegebenen Zeitpunkt, gehört zu den verwickeltsten mathematischen Aufgaben. An die ganz großen Fortschritte auf diesem Gebiet knüpfen sich Namen wie EULER, LAGRANGE, HELMHOLTZ, WILLIAM THOMSON. Die elementare Darstellung muß sich auf Beschreibung einiger Formen der Flüssigkeitsbewegung beschränken. Die Abbildungen 183 beschreiben mit Hilfe von Stromlinien — man kann sie in der Flüssigkeit sichtbar machen — die wichtigsten Formen.

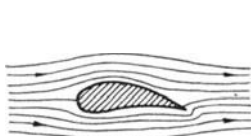


Abb. 183 a. Strömung ohne Zirkulation.

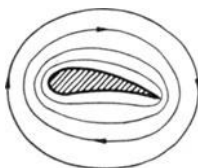


Abb. 183 b. Zirkulation allein.

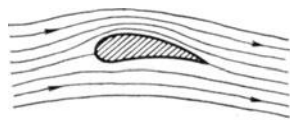


Abb. 183 c. Strömung mit Zirkulation.

133. Wirbel, Wirbelfaden, Wirbelröhre. Von grundlegender Bedeutung für die Flüssigkeitsbewegung ist der Wirbel, von so entscheidender, daß man die Flüssigkeitsbewegungen einteilen kann in wirbelfreie Bewegungen und Wirbelbewegungen. Nicht jede drehende Bewegung der Flüssigkeit ist eine *Wirbelbewegung*, so z. B. nicht die Bewegung einer Flüssigkeit, die um eine Achse rotiert (Abb. 81), weil der Flüssigkeitsbehälter als Ganzes mit gleicher Winkelgeschwindigkeit aller Teilchen es auch tut, und ebensowenig ist es die Bewegung einer Flüssigkeit, die durch einen kreisförmigen Kanal fließt. Bei diesen Bewegungen rotiert nicht *jedes einzelne* Flüssigkeitselement um eine eigene Achse, es wendet der gemeinsamen Rotationsachse nicht stets *dieselbe* Körperhälfte zu, wie z. B. der Mond bei seinem Lauf um die Erde es tut, weil er sich, während er einmal um die Erde geht, einmal um seine Achse dreht. Bei der Wirbelbewegung dagegen rotiert *jedes* an der Wirbelbewegung beteiligte Flüssigkeitselement um eine *eigene* Achse.

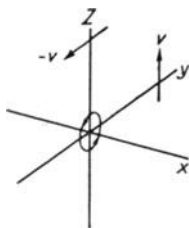


Abb. 184. Drehung eines Flüssigkeitselementes. Die Komponenten der mittleren Drehung sind für die drei Koordinatenachsen gesondert zu berechnen. Die Drehung um die X -Achse wird erhalten aus der Z -Bewegung der Teilchen auf der Y -Achse und der Y -Bewegung der Teilchen auf der Z -Achse.

Was verstehen wir unter der Drehung eines Flüssigkeitselementes? Man grenze in der Flüssigkeit eine kleine Kugel ab. Der Mittelwert der Winkelgeschwindigkeiten, mit denen die Teilchen um den Mittelpunkt laufen, gibt die Drehung an; es genügt, die Mittelwerte von drei aufeinander senkrechten Richtungen zu nehmen (Abb. 184). Um die Drehung vollständig zu beschreiben, muß man außer der Größe der Geschwindigkeit auch die Richtung der Achse angeben.

Man kann sich die Wirbelbewegung der Flüssigkeit so veranschaulichen: Man ermittelt für jede Stelle die Richtung der Achse und behandelt sie als Tangente einer Kurve wie bei den Stromlinien. Diese Kurven, die die Flüssigkeit so durchziehen, daß ihre Richtung überall mit der der augenblicklichen Achse der auf ihnen liegenden Wasserteilchen zusammenfällt, heißen *Wirbellinien*. Legt man durch alle Punkte

des Umfanges eines Flächenelementes die entsprechenden Wirbellinien, so bildet die so herausgeschnittene Wassermasse eine *Wirbelröhre*, ihr Inhalt einen *Wirbelfaden* oder kurz einen *Wirbel* (Abb. 185). Den Wirbellinien und den Wirbelfäden verleiht die Bewegung der sie konstituierenden Teilchen höchst merkwürdige Eigenschaften, und diese machen sie zu Gebilden von großer und (angesichts des Stoffes, aus dem sie bestehen) sonderbarer Beständigkeit. Die Kompliziertheit des Gegenstandes zwingt hier dazu, die Erscheinungen und die durch die Theorie und die Erfahrung erzielten Ergebnisse lediglich zu beschreiben.

Das erste Bemerkenswerte ist: eine Wirbellinie besteht stets aus denselben Wasserteilchen, auch wenn sie sich in der Flüssigkeit bewegt, also z. B. weschwimmt. Es ist ein „Individuum“, es kann einem Schlauch vergleichbar seine Lage ändern, seine Form, nicht aber seine materielle Zusammensetzung. Vor allem behält es die Eigenschaft, die es als Wirbellinie charakterisiert: die Tangente an irgendeinem Punkt ist identisch mit der Rotationsachse der dort befindlichen Teilchen. Ferner: Verändert ein Wasserteilchen seinen Abstand von seinen Nachbarn in der Wirbellinie, rücken die Flüssigkeitsteilchen der Wirbellinie z. B. auseinander, so wächst die Wirbelgeschwindigkeit in demselben Verhältnisse, in dem jener Abstand wächst. — Das kann man noch anschaulicher so beschreiben: Wir legen durch alle Punkte des Umfanges einer unendlich kleinen Fläche Wirbellinien, erhalten so einen unendlich dünnen Wirbelfaden und achten dann auf ein unendlich kurzes Stück davon. Das Volumen dieses Stückes, das (s. oben) immer von denselben Teilchen erfüllt ist, muß (auch bei der Fortbewegung) konstant bleiben, sein Querschnitt sich also im umgekehrten Verhältnis wie seine Länge ändern. Danach kann man also den soeben ausgesprochenen Satz auch so formulieren: Das Produkt aus Wirbelgeschwindigkeit und Querschnitt eines Wirbelfadens bleibt konstant. — Dazu tritt ergänzend noch der Satz: Das Produkt aus der Wirbelgeschwindigkeit und dem Querschnitt — das „Moment“ des Wirbelfadens — ist in der ganzen Länge desselben Wirbelfadens konstant. Und ferner: Ein Wirbelfaden endet niemals innerhalb der Flüssigkeit, sondern er reicht entweder bis an ihre Grenzen, oder er läuft ringartig in sich zurück.

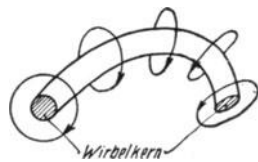


Abb. 185. Wirbelfaden.

Diese Eigenschaften der Wirbelbewegung folgert — wenigstens für die bildliche Vorstellung — die theoretische Physik aus den Grundgleichungen der Hydrodynamik. Aber sie folgert sie für völlig reibungslose elastische Flüssigkeiten, diese Eigenschaften haben aber die in der Natur vorkommenden Flüssigkeiten nicht. Daher verläuft die Wirbelbewegung in der Wirklichkeit nicht ganz so wie in der Theorie. Nach HELMHOLTZ, der (1858) die Wirbelbewegung zuerst bahnbrechend behandelt hat, ist der *Theorie* zufolge nicht nur die Wirbelintensität (Wirbelgeschwindigkeit mal Fadenquerschnitt) eine unveränderliche und unzerstörbare Eigenschaft des Wirbels, sondern der Wirbel ist überhaupt unzerstörbar; er ist entweder stets vorhanden oder niemals. In der *Wirklichkeit* aber ist die Wirbelintensität nicht unveränderlich und vor allem können — eben als Wirkung der Reibung — Wirbel entstehen und vergehen.

Die beiden wichtigsten Formen der Wirbelbewegung sind der geradlinige Wirbelfaden und der Wirbelring.

134. Wirbelring. Ein einzelner Wirbelfaden erteilt sich selber keine fortschreitende Geschwindigkeit, er bleibt an seinem Ort. *Zwei* parallele Fäden

rotieren mit gemeinschaftlicher Winkelgeschwindigkeit in konstantem Abstand um ihren „Schwerpunkt“. Wirbeln sie gleichsinnig, so liegt der Schwerpunkt zwischen den beiden Fäden, wirbeln sie entgegengesetzt, so liegt der Schwerpunkt außerhalb, und zwar auf der Seite des Fadens mit dem größeren Moment. Ihre gemeinschaftliche Winkelgeschwindigkeit erfolgt im Sinne des Wirbelfadens mit dem größeren Moment. Sind die Momente einander gleich und entgegengesetzt, so rückt der „Schwerpunkt“ ins Unendliche, die Winkelgeschwindigkeit der gemeinsamen Rotation wird 0, und die beiden Wirbelfäden bewegen sich zusammen in der Richtung der zwischen ihnen hindurchgehenden Stromlinien. — In einem Wirbelfaden vom Radius R und der überall gleichförmigen Rotationsgeschwindigkeit ξ (auch zeitlich konstant) rotiert die Flüssigkeit mit der Rotationsgeschwindigkeit ξ wie ein starrer Körper. An der Oberfläche, wo die wirbelnde an die wirbelfreie Flüssigkeit grenzt, verhält sich die Geschwindigkeit durchaus stetig. Hier hat die Geschwindigkeit ein Maximum, sie fällt nach innen und nach außen zu Null ab. Der Druck im äußeren wirbelfreien

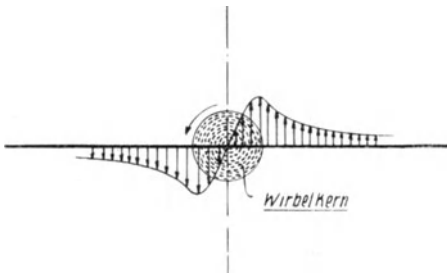


Abb. 186. Geschwindigkeitsfeld eines geradlinigen physikalischen Wirbels mit kreissymmetrischer Verteilung der Wirbelintensität über den Kernquerschnitt. Die Pfeile zeigen die Größe der Geschwindigkeit in den verschiedenen Abständen vom Mittelpunkt. (Physikalischer Wirbel im Gegensatz zur Wirbellinie.)

Flüssigkeitsraume nimmt mit Annäherung an den Wirbel ab und von der Wirbeloberfläche weiter bis zur Mitte, wo er am kleinsten ist (Abb. 186).

Ein einzelner geradliniger Wirbelfaden bleibt an seinem Ort, aber ein zum Ringe geschlossener, ein *Wirbelring* (Abb. 187), schwebt davon, in der Richtung rechtwinklig zu seiner Ebene, im Sinne der durch seine Mitte gehenden Stromlinien, und zwar desto schneller, je enger er ist und je schneller er wirbelt. Gehen zwei einander parallele Wirbelringe, etwa gleich große und von gleichem Moment, konaxial hintereinander her, so wirken sie aufeinander ein: die Wirbelelemente des einen Ringes werden von den Stromlinien beeinflusst, die der andere erzeugt. Der vorangehende Ring erweitert sich infolgedessen und wird langsamer, der nachfolgende verengt sich, wird schneller, holt den ersten ein und wird durch ihn hindurchgezogen. Dann kehrt sich der Vorgang um: der durchgeschlüpfte Ring erweitert sich und verlangsamt sich wieder, der zurückgebliebene verengt sich wieder, bis schließlich beide wieder gleich groß und der Abstand derselbe geworden ist usw.

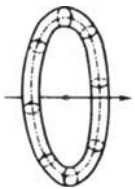


Abb. 187. Wirbelring.

Im Wasser entstehen Wirbelfäden z. B. bei der Strömung um einen Körper, etwa hinter einem langen zylindrischen Stab, den man mit geradliniger, gleichförmiger Geschwindigkeit durch ruhendes Wasser führt. Aus dem entstehenden Wirbelsystem spalten sich rechts und links Wirbel ab, die dem Stabe folgen. — Kreisförmige Wirbelringe erzeugt man (nach HELMHOLTZ) leicht im Wasser, indem man eine halb eingetauchte Kreisscheibe oder die ungefähr halbkreisförmig begrenzte Spitze eines Löffels schnell eine kurze Strecke längs der Oberfläche der Flüssigkeit hinführt und dann schnell herauszieht; dann bleiben halbe Wirbelringe in der Flüssigkeit zurück, deren Achse in der freien Oberfläche liegt.

Charakteristisch für die wirbelfreie Flüssigkeitsbewegung ist ein bestimmter mathematischer Zusammenhang ihrer Geschwindigkeitskomponenten: sie haben ein *Geschwindigkeitspotential*¹⁾. Elementar gesprochen heißt das: bezeichnend für diese Flüssigkeitsströmung ist ein *ähnlicher* Zustand, wie die Temperatur ihn für die Wärmeströmung darstellt. Nämlich so: wie die Wärme nur zwischen Punkten strömt, die *verschiedene* Temperatur haben, und die Wärme nur von Punkten *höherer* Temperatur *weg* zu Punkten niedrigerer Temperatur *hin* strömt (nicht umgekehrt!), so strömt die Flüssigkeit nur von Punkten höheren zu Punkten niedrigeren „Geschwindigkeitspotentials“. Auch die Stromlinien gehen demzufolge stets vom höheren zum niedrigeren Geschwindigkeitspotential.

135. Zirkulation. Die allgemeine Gleichung für die Bewegungsformen der Flüssigkeit enthält auch diejenige besondere Bewegungsform, bei der die Flüssigkeit im Kreise fließt (zirkuliert), ohne aber eine Wirbelbewegung zu sein. Für diese besondere Form unter den wirbelfreien Flüssigkeitsbewegungen ist es bezeichnend, daß die Stromlinien in sich zurücklaufen. Eine Flüssigkeit kann z. B. in einer kreisringförmigen Röhre strömen: die Rotationsgeschwindigkeit der Flüssigkeit ist dabei Null, obwohl die Flüssigkeit sich „im Kreise“ bewegt. Die Flüssigkeit rotiert eben nicht wie ein starrer Körper, sondern sie deformiert sich bei der Zirkulation, ihre Winkelgeschwindigkeit wird weiter weg von der Achse immer kleiner. Die Winkelgeschwindigkeit der *Zirkulation* hängt vom Krümmungsradius der Bahn der Flüssigkeit ab, die Winkelgeschwindigkeit der Rotation lediglich von der Drehung des einzelnen Teilchens.

Besonderes Interesse verdient ein Körper in der Strömung, um den herum sich eine Zirkulation über die Potentialbewegung lagert, so daß Abb. 183 a und 183 b sich zu Abb. 183 c kombinieren. Der Körper sei etwa ein Flügel wie an einem Flugzeuge — die Luftströmung verhält sich in den hier in Frage kommenden Punkten wie die Wasserströmung. Man sieht: *über* dem Körper *summieren* sich die Strömungen, die Geschwindigkeit muß daher wachsen und der Druck entsprechend fallen (Saugwirkung); *unter* dem Körper *subtrahieren* sich die Strömungen, die Geschwindigkeit muß daher abnehmen und der Druck entsprechend wachsen (Druckwirkung). So entsteht der Auftrieb auf den Flügel; die Saugwirkung kann den Messungen zufolge das dreifache der Druckwirkung betragen.

Ähnliches bewirkt man an Tennisbällen, am base ball u. dgl., wenn man ihnen eine sehr schnelle Rotation um eine zur Wurfriechtung senkrechte Richtung gibt: das lenkt den Ball beim Flug durch die Luft stark ab. Richtig angeschlagen kann er durch den Auftrieb die Schwere auf eine erhebliche Strecke überwinden.

136. Reibung der Flüssigkeiten. Gesetz von POISEUILLE. Starken Einfluß auf die Form der Flüssigkeitsbewegung hat die Reibung der Flüssigkeitsteilchen aneinander (innere Reibung) und an den Wänden des Gefäßes (äußere Reibung); in vielen Fällen so großen Einfluß, daß, wenn man die Reibung außer Acht lassen wollte, Theorie und Erfahrung unvereinbar wären.

Die innere Reibung der Flüssigkeitsteilchen bei ihrer Bewegung kann man sich *so* vorstellen: Man denke sich die Flüssigkeit zwischen zwei horizontalen Grenzflächen in Bewegung, und ihnen parallel in horizontale Schichten geteilt (*Laminarbewegung*, von lamina, die Schicht, zum Unterschied von der *Turbulenzbewegung*, S. 154). — Nun nehme man an: die Flüssigkeitsteilchen *derselben* Schicht haben alle die *gleiche* Bewegung, so daß Verschiebung nur eintreten kann zwischen einer ganzen *Schicht* von Flüssigkeitsteilchen relativ zu darüber- und darunterliegenden *Schichten*. Drei Schichten a , a_1 , a_2 sollen zur Zeit $t = t_1$ die Lage 1 haben (Abb. 188) und sich von links nach rechts mit ungleicher Geschwindigkeit bewegen, und zwar so, daß sie zur Zeit $t = t_2$ die Lage 2 haben. Auf a_1 wirkt a hemmend, a_2 fortziehend. Beides sind Äußerungen der *Reibung*. Die Größe ihrer Wirkung nehmen wir am einfachsten proportional dem Geschwindigkeitsunterschiede an und proportional der Fläche der aneinander vorbeigleitenden

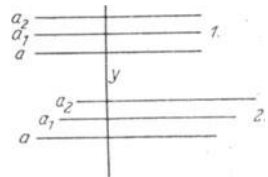


Abb. 188. Zur inneren Reibung der Flüssigkeiten. Laminarbewegung.

¹⁾ Für den der Differentialrechnung Kundigen heißt das: sie sind die ersten partiellen Differentialquotienten einer Funktion nach den Koordinatenachsen.

Schichten. (Die Annahme erweist sich durch die Erfahrung als berechtigt.) Nennen wir du den Geschwindigkeitsunterschied zweier um dy voneinander entfernten Schichten, so ändert sich die Geschwindigkeit auf der Längeneinheit um du/dy . Diesem *Geschwindigkeitsgefälle* und der Fläche s der aneinander vorbeigleitenden Schichten setzen wir unserer Annahme gemäß die Kraft τ — es ist eine Schubspannung (S. 113), die die Schichten aufeinander übertragen — *proportional*, d. h. wir setzen $\tau = \mu \cdot s \cdot \frac{du}{dy}$, wo μ ein Proportionalitätsfaktor ist.

Dieser Proportionalitätsfaktor heißt *Koeffizient der inneren Reibung*, auch *Zähigkeitskoeffizient*. Er ist gleich der Kraft, die der Bewegung einer Flüssigkeitsschicht von der *Flächeneinheit* entgegenwirkt, wenn die Schicht sich mit der stationären Geschwindigkeit l im Abstände l vor einer ruhenden Schicht parallel vorbeibewegt. Seine Dimension ist

$$\mu = \frac{\text{Kraft}}{\text{Fläche} \cdot \text{Geschwindigkeit/Längeneinheit}} = \frac{mlt^{-2}}{l^2 \cdot lt^{-1}/l} = l^{-1}mt^{-1}, \text{ also } [\text{cm}^{-1}g \text{sec}^{-1}].$$

Der Reibungskoeffizient nimmt mit steigender Temperatur stark ab, mit steigendem Druck im allgemeinen etwas zu. Bei 18° ist für

Wasser	$\mu = 0,0105 \text{ cm}^{-1}g \text{sec}^{-1}$,
Äthylalkohol	124
Quecksilber	156
Glyzerin (86 proz.)	9,7100

Grundlegend für dieses Gebiet sind die Arbeiten von POISEUILLE (1846) über die Bewegung von Flüssigkeiten in langen engen zylindrischen Röhren (bis 0,6 mm Durchmesser). Für das in der Zeiteinheit durch solche Röhrchen fließende Volumen gilt das Gesetz von POISEUILLE: Die Durchflußmenge Q ist dem Druckgefälle pro Längeneinheit $\frac{p_1 - p_2}{l}$ und der vierten Potenz des Rohrradius r

proportional. Es ist $Q = \frac{\pi r^4}{8\mu} \cdot \frac{p_1 - p_2}{l}$. Diese Beziehung liefert die genauesten Zahlen für den Reibungskoeffizienten. Die Bewegung in dem Röhrchen ist eine Laminarbewegung, und daß die Flüssigkeit an der Rohrwand haftet, an ihr *ruht*, ist als mit *aller Genauigkeit erwiesen* anzusehen.

Das POISEUILLESche Gesetz gilt aber nur für enge Röhrchen (für alle praktisch erreichbaren Geschwindigkeiten). In weiteren Röhren ändert sich plötzlich bei einer bestimmten Geschwindigkeit die Bewegungsform (der bis dahin klare Strahl wird plötzlich milchig trübe). In diesem Moment hört die Zulässigkeit der Annahme auf, daß die Flüssigkeitsteilchen sich sämtlich nur parallel der Röhrenachse bewegen. Die Bewegung hört auf, Laminarbewegung zu sein, sie wird *turbulent*. Die kritische Geschwindigkeit für den Eintritt der Turbulenz wird charakterisiert in Röhren von kreisförmigem Querschnitt (Radius r , mittlere Geschwindigkeit v) durch eine bestimmte Größe der REYNOLDSSchen Zahl. Was bedeutet die REYNOLDSSche Zahl?

137. REYNOLDSSche Zahl. Angenommen, man verfüge über ein betriebsfähiges *Modell* eines Unterseebootes, das in einem Versuchsbassin erprobt worden ist, und man wolle nach dem Modell das Boot bauen. Gelten die an dem Modell gemachten Beobachtungen und Meßergebnisse, z. B. über Energieaufwand und erzielte Geschwindigkeit, ohne weiteres auch für das Boot? Nein. Selbst wenn die Abmessungen des Modells durchweg in dem vorgeschriebenen Maßstab identisch vergrößert worden sind, und selbst wenn das Modell aus denselben

Materialien hergestellt ist wie das Boot, so sind doch die *physikalischen* Verhältnisse, unter denen sich das Modell in dem Versuchsbassin bewegt, ganz andere als die entsprechenden am Schiff im Meere. Geschwindigkeit, Tiefe unter dem Wasserspiegel, Temperatur und Dichte des Wassers, die von dem Boot aufgeworfenen Wellen sind anders — kurzum, viele Bedingungen, in denen der Tankversuch von dem Betrieb in der Wirklichkeit notgedrungen mehr oder weniger weit abweichen *muß*. Alle diese Faktoren wirken zusammen, die Trägheitskräfte und die Reibungskräfte, die an dem Boot und an dem Modell wirksam sind, entscheidend zu beeinflussen. Und hier erhebt sich die Frage: Das Boot und das Modell sind einander *geometrisch* ähnlich; unter welchen Umständen sind die physikalischen Vorgänge an ihnen auch *mechanisch* ähnlich? Die Antwort lautet: Die Vorgänge sind dann mechanisch ähnlich, wenn die Trägheitskräfte zu den Reibungskräften an dem Modell in *demselben* Verhältnis stehen, wie an dem Boot, wenn (auf das Modell und auf das Boot bezogen) das Verhältnis $\frac{\text{Trägheitskräfte}}{\text{Reibungskräfte}} = \text{const}$ ist. Eine Überlegung, die an die Dimensionsformeln der Trägheitskräfte und der Reibungskräfte anknüpft, gibt Aufschluß darüber, wie die für die beiden Kräftegruppen maßgebenden Faktoren der Reibungskoeffizient μ , die Dichte ρ , die Geschwindigkeit v und die Länge l (irgendeine charakteristische Länge der Anordnung) *zusammentreten* müssen, um eine unbenannte, d. h. eine dimensionslose Zahl zu ergeben. Aus den genannten Größen läßt sich wirklich eine dimensionslose Zahl bilden, und zwar nur in *einer einzigen* Weise, nämlich durch den Ausdruck $\rho v l / \mu$. Er heißt nach ihrem Entdecker die REYNOLDSSche Zahl oder kurz die *Kennzahl* der Flüssigkeitsbewegung. Die Dimension von $\frac{\rho v l}{\mu}$ ist $\frac{m l^{-3} \cdot l t^{-1} \cdot l}{l^{-1} m t^{-1}} = [0]$, es ist also in der Tat eine unbenannte Zahl.

Wir können den Sinn der Kennzahl nun kurz so charakterisieren: Von einem Versuch unter bestimmten hydrodynamischen Verhältnissen kann man *dann* und *nur* dann mit Sicherheit auf einen geometrisch ähnlichen Fall schließen, wenn die Kennzahl beide Male dieselbe ist. Auf den Modellversuch angewandt heißt das: man kann zuverlässig von dem kleinen Modell auf das wirkliche Unterseeboot schließen, wenn man entweder das Modell mit einer um so viel höheren Geschwindigkeit bewegt, als der Verkleinerung des Maßstabes entspricht, oder wenn man die Versuche in einer Flüssigkeit von kleinem kinematischen Reibungskoeffizienten — so nennt man μ/ρ , das ist Zähigkeit/Dichte — anstellt, wobei eine kleinere Geschwindigkeit zur völligen Anpassung an den wirklichen Bewegungsvorgang genügt. — Zur Ergänzung dient noch folgendes: Es ist auch dasselbe, ob ein bestimmter Versuch in Luft oder in Wasser oder in einer anderen Flüssigkeit angestellt wird, wenn nur die Abmessung oder die Geschwindigkeit so geändert werden, daß die REYNOLDSSche Zahl wieder dieselbe wird. Die einzige Materialkonstante, die vorkommt, ist der kinematische Reibungskoeffizient $\mu/\rho = \nu$. Er ist z. B. für Luft etwa 14 mal so groß wie für Wasser. Ein im Wasser angestellter Versuch gibt darum einen streng richtigen Aufschluß über einen Vorgang in der Luft, wenn etwa in der Luft die Körperabmessung das Doppelte, die Geschwindigkeit das Siebenfache der im Wasser verwendeten beträgt.

Und nun zurück zu der Turbulenzbewegung in dem engen zylindrischen Rohre.

138. Turbulenzbewegung. Wie schon erwähnt, verwandelt sich bei einer kritischen Geschwindigkeit die laminare Bewegung in turbulente. Dient für ein

Rohr mit Kreisquerschnitt der Ausdruck $v d / \nu$ als Kennzahl (v mittlere Geschwindigkeit, d Rohrdurchmesser), so endet die Gültigkeit des POISEUILLESchen Gesetzes etwa bei der Kennzahl $R = 2000$, und hier tritt die Turbulenz ein. In einem Rohr von 1 cm Durchmesser, durch das Wasser von 10°C strömt, gehört zu $R = 2000$ eine mittlere Geschwindigkeit von 26 cm/sec. Eine langsamere Strömung in diesem Rohr, wie jede Strömung mit kleinerer Kennzahl, verläuft laminar (schleichend). Steigt die Geschwindigkeit bis zu diesem Wert oder erreicht man ihn durch Vergrößerung des Rohrdurchmessers oder durch Erwärmung des Wassers (Verkleinerung von μ), so tritt der Umschlag ein. Die Durchflußmenge bei gegebenem Druckgefälle wird dann kleiner als es der POISEUILLESchen Formel entspricht, der Strömungswiderstand wird also größer. Die Ursachen der Turbulenz sind bisher noch nicht völlig befriedigend aufgeklärt.

139. Hemmung fester Körper durch Flüssigkeitsreibung. Ist die REYNOLDSsche Zahl *sehr klein*, so heißt das: Die Reibungskräfte überwiegen die Trägheitskräfte bei weitem. So ist es z. B., wenn eine schwere Kugel in einer Flüssigkeit fällt. Die beschleunigende Wirkung der Schwere wird sehr bald durch die Gegenkraft der Reibung kompensiert, und von da an fällt die Kugel mit der *konstanten*

Geschwindigkeit (STOKES) $v = \frac{2}{9} \cdot \frac{\rho_1 - \rho}{\mu} \cdot r^2 g$. Hierin ist v die Geschwindigkeit, r der Radius, ρ_1 die Dichte der Kugel, ρ die der Flüssigkeit, g die Beschleunigung durch die Schwere, μ der Reibungskoeffizient. Die Formel gilt nur für REYNOLDSSche Zahlen, die klein gegen 1 sind. Für Wassertröpfchen in Luft ist $v = 1,3 \cdot 10^{-6} \cdot r^2$, wo r in cm einzusetzen ist; die Formel gilt für Tröpfchen, deren Radius kleiner als 0,02 mm ist.

Die Trägheitskräfte sind belanglos gegenüber den Reibungskräften auch bei der Bewegung des Schmiermittels zwischen einer rotierenden Welle und ihrem Lager. Das Schmieröl ist in einer der POISEUILLESchen Strömung verwandten Bewegung, weil die Welle die ihr anhaftende Flüssigkeitsschicht mitnimmt, das Lager die ihm anhaftende zur Ruhe zwingt. Die Reibung in der Flüssigkeit überträgt eine gewisse Schubspannung vom Lager auf den Zapfen. Die innere Reibung des Öles wirkt zwar der Bewegung entgegen, aber sie ist sehr viel kleiner als die unmittelbare Reibung der Welle an dem Lager wäre. Auf der Verkleinerung dieser Reibung beruht die Wirkung des Schmiermittels.

Eine sehr große REYNOLDSSche Zahl bedeutet dagegen: die Reibungskräfte treten ganz zurück. Aber nur dort tun sie das, wo keine Wand ist; dort nur verhält sich die wenig reibende Flüssigkeit fast wie eine reibungslose. An der Wand selbst haftet sie, hier bildet sich unter dem Einfluß der Reibung eine „Grenzschicht“ aus — eine desto dünnere, je kleiner die Reibung ist. Die Grenzschichten sind für die ganze Hydrodynamik von grundlegender Bedeutung (PRANDTL). Unter bestimmten Bedingungen lösen sich Teile der Grenzschicht von der Wand los, schieben sich als Trennungsschichten in die freie Flüssigkeit hinaus und veranlassen die Ablösung der Strömung von der Wand und die Entstehung von Wirbeln.

Entscheidenden Einfluß hat die Reibung auch auf den Widerstand, den ein in der strömenden Flüssigkeit befindlicher Körper, und zwar infolge der Trägheit der Strömung, findet. Der Widerstand besteht aus den bei der Umströmung des Körpers entstehenden Druckdifferenzen und Reibungskräften. Er ist proportional der Flächenausdehnung f des Körpers quer zur Bewegungsrichtung, der Dichte der Flüssigkeit ρ und dem Quadrat der Geschwindigkeit v , d. h. proportional $\rho f v^2$. Die *eigentlichen Widerstandsvorgänge spielen sich aber hinter dem Körper*

ab, bei der Formung der rückwärtigen Körperteile muß man das besonders beachten.

140. Wasserwellen. Fortpflanzungsgeschwindigkeit. Der Widerstand, den der allseitig von Flüssigkeit umgebene bewegte Körper findet, läßt sich immer in zwei Teile zerlegen. Denn jede von der Flüssigkeit auf den Körper übertragene Kraftwirkung läßt sich in eine Normal- und eine Tangentialkomponente zerlegen. Die ersten zusammen genommen bilden den Druckwiderstand (Formwiderstand), die zweiten den Reibungswiderstand (Oberflächenwiderstand). Bei Körpern, die sich an der freien Oberfläche der Flüssigkeit bewegen, kommt noch der *Wellenwiderstand* hinzu, den die von dem Körper erzeugten Wellen verursachen. Für diesen Widerstand gilt ein anderes als das REYNOLDSSCHE Ähnlichkeitsgesetz, das von FROUDE. Die Kennzahl enthält zwar auch hier die Geschwindigkeit v und eine charakteristische Länge l , hier aber tritt zu den beiden, da die Wellen sich unter dem Einfluß der Erdschwere bilden, die Erdschwere g . Die drei Größen bilden zusammen die dimensionslose Zahl v^2/gl , die FROUDESche Zahl.

Den Mechanismus, durch den eine *Welle* entsteht, beschreiben wir erst später ausführlich; hier bringen wir nur das augenblicklich zu wissen Notwendige. Stört man eine ruhende Wasserfläche z. B. durch einen hineingeworfenen Stein, so laufen „Wellen“, die sich nach außen kreisförmig erweitern, von der gestörten Stelle aus über den Spiegel. Der Wellenkreis wird immer größer, während der Mittelpunkt schon wieder in Ruhe ist; die Wellen werden dabei immer niedriger, je mehr sie sich vom Mittelpunkt entfernen, und verschwinden schließlich. Die höchsten Stellen des Wellenzuges nennt man Wellenberge, die tiefsten Wellentäler, den Abstand je zweier Nachbargipfel (auch zweier Nachbartäler) *Wellenlänge*. Die Wasserteilchen, die die Welle bilden, laufen nicht etwa mit der Welle weg, sie laufen um ihren ursprünglichen Ort in ganz engen vertikalen Kreisen, die nahezu geschlossen und in der Richtung der Wellenbewegung nur ganz wenig offen sind, so daß sie sich ganz wenig dort vorschieben. Was sich als „Welle“ wegbewegt, ist nur eine *Form der Oberfläche*, eine Form, die sich andauernd aus anderen Wasserteilchen bildet. Wir besprechen [253.], wie die Wellen entstehen und wie der Anschein einer *fortschreitenden* Bewegung zustande kommt.

Die Länge der Wasserwellen ist — von Wellenberg zu Wellenberg gemessen — sehr verschieden. Von den Wellen an, die ein fallender Tropfen erzeugt, bis zu den Kielwellen eines Ozeandampfers und den Meereswogen kommt jede Länge vor. Nach der Tiefe zu nimmt die Bewegung sehr rasch ab, schon in der Tiefe einer halben Wellenlänge ist sie (bis auf etwa 4%) so gut wie beendet.

Die Theorie führt für die Fortpflanzungsgeschwindigkeit der Wellen, falls auch die Wirkung der Oberflächenspannung (S. 162) berücksichtigt wird, auf

den Ausdruck $c = \sqrt{\frac{g\lambda}{2\pi} + \frac{T \cdot 2\pi}{\rho\lambda}}$. Hierin bezieht sich das zweite Glied auf die Oberflächenspannung. T ist die Kapillaritätskonstante, d. h. die Spannung, die auf der Längeneinheit in der Oberfläche wirkt. Falls sie vernachlässigt werden darf, wird das zweite Glied unter dem Wurzelzeichen Null. Die Fortpflanzungsgeschwindigkeit der Oberflächenwellen hängt also in bestimmter Weise von der Wellenlänge ab. Bei großen Wellenlängen darf man die Kapillarität ignorieren, dann ist $c = \sqrt{\frac{g\lambda}{2\pi}}$, die Geschwindigkeit also der Wurzel aus der Wellenlänge proportional, d. h. die langen Wellen laufen schneller als die kurzen. Be-

rücksichtigt man auch die Kapillarität, so überwiegt für große λ das erste, für kurze das zweite Glied unter der Wurzel. Durch das Zusammenwirken von Kapillarität und Schwere kann die Fortpflanzungsgeschwindigkeit nicht *unter* einen Minimalwert (c_{\min}) sinken. Für (die kleinste Wellenlänge) $\lambda_{\min} = 2\pi\sqrt{\frac{T}{g\rho}}$ hat die Geschwindigkeit den kleinsten Wert $c_{\min} = \sqrt[4]{\frac{4gT}{\rho}}$. Bei Wasser mit freier Oberfläche wird $c_{\min} = 23,2$ cm/sec und $\lambda_{\min} = 1,73$ cm. Wellen, die länger sind als λ_{\min} , heißen *Schwerewellen*, die kürzer sind *Kapillarwellen*. Die Fortpflanzungsgeschwindigkeit hängt auch von der Tiefe der Flüssigkeit ab. (Wir haben den darauf bezüglichen Faktor des zweiten Gliedes unter dem Wurzelzeichen weggelassen.) Ist diese aber groß gegenüber der Wellenlänge, so verschwindet ihr Einfluß, und die Fortpflanzungsgeschwindigkeit ist, wenn wir von der Kapillarität absehen dürfen, einfach proportional der Wurzel aus der Wellenlänge, und daran halten wir uns für das folgende.

Bei der oben erwähnten Störung der Wasseroberfläche, die zu der Entstehung der sich kreisförmig erweiternden Wellen führt, entstehen *gleichzeitig* Wellen von sehr verschiedener Länge. Die langen Wellen laufen schneller als die kurzen, daher trennen sich die verschieden langen Wellen voneinander. Man nennt diese Trennung *Dispersion* und die Formel für die Fortpflanzungsgeschwindigkeit *Dispersionsformel* oder Dispersionsgesetz. Man sieht außen die langen Wellen, innen die kurzen über den Wasserspiegel laufen; die Kapillarwellen sind kaum wahrnehmbar, so schnell verschwinden sie wieder infolge der Reibung der Flüssigkeit. Sind die Wellen alle sehr lang im Vergleich zur Tiefe h des Gewässers, so ist die Dispersion klein, und sind sie sehr viel länger, als das Gewässer tief ist, so verschwindet sie ganz, die Wellen laufen dann alle mit der Geschwindigkeit \sqrt{gh} , d. h. mit der Geschwindigkeit, die eine Masse hat, wenn sie eine Strecke gleich der halben Kanaltiefe zu durchfallen hat (seicht oder tief zu nennen ist ein Gewässer nur im Verhältnis der sich darauf fortplanzenden Welle; für die bei Ebbe und Flut entstehende ist der Ozean seicht.)

141. Wellengruppe. Schiffswellen. Die langen Wellen lassen also die kürzeren hinter sich. Die kürzeren folgen nach — je kürzer, desto langsamer, und die Wellenprozession, wie wir diese *Gruppe* von zusammen erzeugten Wellen nennen wollen, verlängert sich auf eine gewisse Strecke in der Fortpflanzungsrichtung. Vor ihrer Front und hinter ihrem Ende ist die Flüssigkeitsoberfläche in Ruhe. Die Prozession rückt als Ganzes vorwärts. Die Geschwindigkeit der *Wellengruppe* ist also wohl zu unterscheiden von der Fortpflanzungsgeschwindigkeit einer einzelnen Welle. Das „Vorrücken“ kommt dadurch zustande, daß vorn Wellen entstehen, hinten Wellen verschwinden. Die Wellengruppe als Ganzes enthält die Energie, die zu ihrer Erzeugung aufgewendet worden ist. Unter der Geschwindigkeit der *Gruppe* hat man also die Geschwindigkeit zu verstehen, mit der die *Energie* fortschreitet. Es läßt sich beweisen, daß die Gruppengeschwindigkeit der Schwerewellen halb so groß ist wie die Geschwindigkeit der Einzelwelle. Auf der Theorie der Geschwindigkeit von Wellengruppen beruht im wesentlichen die Erklärung des Wellenwiderstandes (S. 155).

Die Wellenprozessionen sind von größter Bedeutung für den Wellenwiderstand gegen ein in Fahrt befindliches Schiff, gleichviel ob in einem Kanal oder auf der See. Dem Schiffe A folgt eine immer länger werdende Prozession von Wellen. Auf offener See ist das von den sich übereinander lagernden (interferierenden)

Wellen gebildete Muster durch zwei gerade Linien AD und AB begrenzt (Abb. 189), die vom Vorderteil des Schiffes ausgehen und beiderseits um $19^\circ 28'$ gegen die Kiellinie AC geneigt sind. Der Theorie nach ist zwar eine Störung der Wasseroberfläche auch *vor* dem Schiff und *seitlich* nach allen Richtungen vorhanden, sie ist aber belanglos und nicht wahrnehmbar. — Einem Schiffe im Kanal folgt ebenfalls die Wellenprozession. Ihr Ende bewegt sich mit der Hälfte der Geschwindigkeit des Schiffes, wenn das Wasser sehr tief ist (die Tiefe wenigstens der Länge einer Welle gleich ist); oder anders ausgedrückt: die Prozession verlängert sich relativ zum Schiffe nach rückwärts mit der Hälfte der Schiffsgeschwindigkeit. Ein beträchtlicher Teil der Energie, die zur Bewegung des Schiffes erforderlich ist, steckt in dieser Wellengruppe, und so lange das Schiff von ihr begleitet ist, muß ein beträchtlicher Teil der zum Antriebe des Schiffes erforderlichen Energie andauernd auf die Unterhaltung dieses Wellensystems verwendet werden. Die Wellengruppe *verschwindet* (nach einer Entdeckung von SCOTT RUSSELL) bei einer bestimmten Geschwindigkeit. Die Wellen vernichten einander dann durch Interferenz. Nähert sich die Geschwindigkeit dem Werte \sqrt{gh} , wo h die Kanaltiefe ist, so wird die Prozession immer kürzer, die Wellen aber werden immer höher, und bei einer *noch* etwas höherliegenden Geschwindigkeit verschwinden die Wellen vollkommen, der Widerstand sinkt auf ein Minimum, und das Boot ist mit einem geringen Aufwande von Energie auf einer beträchtlichen Geschwindigkeit zu erhalten (fly-boat).

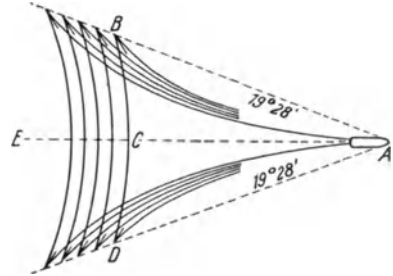


Abb. 189. Wellengruppe hinter einem Schiffe.

142. Wasserkräfte. Wasserrad. Wasserturbine. Das bewegte Wasser zur Arbeitsleistung zu verwenden, ist eine der wichtigsten Aufgaben der Technik. Von größter praktischer Bedeutung ist für uns daher die Bewegung des *Wassers* in Flüssen und Kanälen, gedeckten Aquädukten und geschlossenen Röhren. Der Schwerkraft folgend, bewegt es sich in einer gegen den Horizont mehr oder weniger geneigten Leitung. Welche große Arbeit bewegtes Wasser leisten kann, zeigen z. B. die Zerstörungen bei Überschwemmungen und beim Eisgange. Es ist die Energie, die ihm vermöge seines Bewegtseins innewohnt, die die Arbeit leistet. Die Geschwindigkeit bekommt es dadurch, daß es fällt, eine um so größere, in je größere Tiefe es fällt. Um fallen zu können, muß es vorher gehoben worden sein. Wer hat es gehoben? Die meteorologischen Vorgänge. Von der Oberfläche der Meere, Seen und Flüsse verdunstet es dauernd, gelangt als Wasserdampf in die Atmosphäre, verwandelt sich in Wasser zurück und fällt in der Form von Niederschlägen als Nebel, Regen, Schnee wieder herunter. Sammeln sich die Niederschläge auf der Höhe eines Berges, so bilden sie einen Vorrat an potentieller Energie; man verwendet ihn zur Arbeit, indem man das Wasser auf vorgeschriebenem Wege herablaufen läßt, d. h. die potentielle Energie der Quelle in kinetische des Wasserlaufs verwandelt.

Um die Energie des fallenden Wassers zur Arbeitsleistung auszunützen, benützt man das *Gewicht* des Wassers und den *Stoß* des schnell fließenden Wassers, um ein Rad um eine festliegende Welle zu drehen, von dem aus man die Energie überträgt (wie von dem Schwungrad einer Dampfmaschine). Früher verwendete man bei Wasserkraftanlagen ausschließlich hölzerne oder eiserne *Wasserräder*. Heute sind diese nur noch bei den allerkleinsten Anlagen berechtigt. Seit etwa drei Jahrzehnten wendet man allgemein die Wasserturbine an. Wir erwähnen die Wasserräder nur der Vollständigkeit halber. Das Gewicht des Wassers

benützt man in den oberflächigen (eigentlich: oberflächigen) Wasserrädern (Abb. 190). Das Wasser fällt aus einer Leitung auf das Rad in diejenigen Kästen, deren augenblickliche Stellung das zuläßt. Die Belastung der Kästen dreht das Rad, bringt immer andere Kästen unter die Mündung der Leitung, während die ersten Kästen in Stellungen kommen, bei denen sie das Wasser ausgießen. Ein solches Wasserrad ist nur dort



Abb. 190. Oberflächiges Wasserrad. Das Wasser bewegt das Rad durch einseitige Belastung.

anwendbar, wo ein *Gefälle* vorhanden ist, dessen Höhe mindestens gleich dem Durchmesser des Rades ist. Ist das Gefälle nicht groß genug, aber die Menge und die Geschwindigkeit des Wassers groß genug, um einen kräftigen Stoß auszuüben, so ist ein *unterschläch-* *tiges* Wasserrad zu verwenden (Abb. 191). Das Wasser stößt gegen die eintauchenden Schaufeln. Die tangentialen Komponente des Stoßes dreht das Rad und bringt ständig andere Schaufeln in eine zur Aufnahme des Stoßes geeignete Stellung.

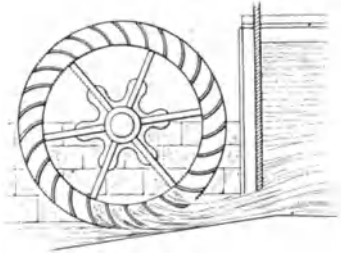


Abb. 191. Unterschlächtiges Wasserrad. Das Wasser bewegt das Rad durch tangentialen Stoß.

Die Wasserräder gehören der Vergangenheit an, denn sie nutzen die ihnen zugeführte Energie ganz unvollkommen aus. Das Wasser hat, wenn es das Rad verläßt, immer noch

eine gewisse Geschwindigkeit, das Rad hat also keineswegs seine ganze kinetische Energie ihm abgenommen, eine beträchtliche Menge Wasser spritzt überdies an ihm vorbei usw. Die moderne Maschinenteknik nützt dagegen in den Turbinen und in den Wassermotoren die Energie der Wasserkraft sehr vollkommen aus. In den Wassermotoren (Wassersäulenmaschinen) läßt man den Druck einer Wassersäule mit Hilfe einer Steuervorrichtung abwechselnd auf die eine und andere Seite eines Kolbens wirken, der in einem Zylinder sehr langsam (30–50 cm/sec) hin und her geht.

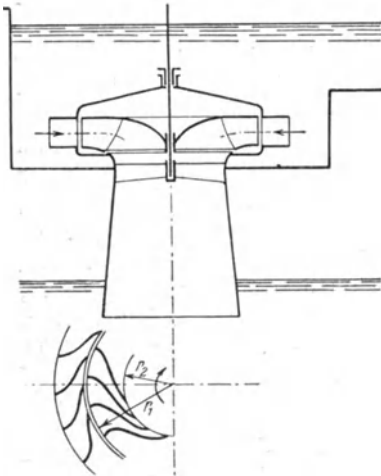


Abb. 192. Francisturbine. Links unten die Leitschaufeln (außen), die kranzartig das Laufrad umgeben.

Eine Wasserturbine besteht aus einem Laufrade, das meist um eine vertikale Welle drehbar ist, und einem feststehenden Leitapparat. Bei der heute fast durchweg verwendeten Francisturbine besteht der Leitapparat aus einer Reihe von Leitschaufeln, die das Laufrad kranzartig umgeben. Die Kanäle zwischen den Leitschaufeln sind so geformt, daß die zur Verfügung stehende Gefälleenergie des Wassers sich in ihnen zum größten Teil in Geschwindigkeitsenergie umsetzt. Das Wasser tritt mit hoher Geschwindigkeit in radialer Richtung, also wagerecht, in das drehbare Laufrad ein und wird hier durch die gekrümmten Laufschaufeln aus seiner Bahn abgelenkt. Dadurch gibt es seine Geschwindigkeitsenergie an das Laufrad ab, d. h. die Geschwindigkeitsenergie setzt sich um in Energie,

die man direkt von der Turbinenwelle abnimmt, oder — wie meistens — durch einen elektrischen Generator in elektrische Energie verwandelt. Das Wasser tritt unten aus dem Laufrad der Turbine nahezu in der Richtung der Turbinenachse aus. In dem sich trichterförmig erweiternden Saugrohr wird die beim Austritt aus dem Laufrad noch vorhandene Wassergeschwindigkeit

allmählich verringert, so daß das Wasser ohne Stoß in den Unterwassergraben tritt. Die Leitschaukeln sind jede für sich um eine Achse drehbar und gestatten so den Durchtrittsquerschnitt des Leitapparates der vorhandenen Wassermenge anzupassen. Die heutigen Turbinen erreichen einen Wirkungsgrad von 75–80%, d. h. sie gestatten, 75–80% der im Wasser enthaltenen Gefälleenergie in andere Energie umzusetzen. Die Wasserturbinen spielen für die Erzeugung elektrischer Energie eine wichtige Rolle (Walchensee-Kraftwerk, Niagara). — Die neueste Entwicklung der Turbinen geht dahin, keinen Leitapparat mehr zu verwenden und die Laufräder nach Art der Schiffs- oder Luftpropeller zu gestalten.

3. Verschiebung von Flüssigkeitsteilchen durch molekulare Kräfte.

143. Molekularbewegung einer Flüssigkeit. Die Flüssigkeiten beweisen, daß sie nicht ohne Kohäsion sind, schon dadurch, daß sie Tropfen bilden, eine Eigenschaft, die sie von den starren wie von den gasförmigen Körpern scheidet, und nach der sie *tropfbar* flüssig heißen (die Gase *elastisch* flüssig). Sie bilden aber nur dann Tropfen, wenn sie selbst und die sie begrenzenden Körper gewisse Bedingungen erfüllen. Eine Flüssigkeitsmenge, so groß wie „ein Tropfen“, auf einer Unterlage, die sie nicht benetzt, d. h. über die sie hingeleitet, ohne Spuren darauf zurückzulassen, wie z. B. Wasser auf Fett, Quecksilber auf Glas, formt sich zu einem kugelförmigen Tropfen, und zwar desto vollkommener, je kleiner der Tropfen ist. Je größer er ist, d. h. je mehr Masse er enthält, desto mehr plattet er sich ab. Macht man aber eine Flüssigkeit von der Schwerkraft unabhängig, wie z. B. Olivenöl, wenn man es in die PLATEAUSche Flüssigkeit bringt, so bildet sie Kugeln, die bis 10 cm Durchmesser haben können. (An solchen Olivenölkugeln zeigte PLATEAU [1843] Rotationserscheinungen, ähnlich denen, die nach der KANT-LAPLACESchen Hypothese die Entstehung des Planetensystems erklären sollen, S. 67.)

Daß die Flüssigkeit die Unterlage nicht benetzt, sondern sich zu einem selbständigen Gebilde formt, zeigt, daß ihre Kohäsion größer ist als ihre Adhäsion an die Unterlage, daß also die einzelnen Flüssigkeitsteilchen *einander* stärker anziehen als die Massenteilchen der Unterlage die Flüssigkeitsteilchen. Wenn sich die Flüssigkeit dagegen auf der Unterlage ausbreitet, z. B. Wasser oder Alkohol auf einer reinen Glasfläche, so zeigt das, daß die Flüssigkeitsteilchen einander schwächer anziehen, als die Massenteilchen der Unterlage die Flüssigkeitsteilchen. Sehr auffallend breitet sich Öl auf Wasser aus. Sobald es das Wasser berührt, breitet es sich aus, bis es die ganze Oberfläche bedeckt hat. Die Zusammenballung der Flüssigkeit zum Tropfen in dem einen Falle, ihre Ausbreitung in dem anderen sind Wirkungen derselben Ursachen, aber unter verschiedenen Bedingungen. Die Kohäsion der Flüssigkeiten und ihre Adhäsion an *andere* Körper treten hier in sichtbare Wechselwirkung.

144. Kapillarwirkungen. Dieselbe Wechselwirkung zeigt sich aber noch anders. *AB* in Abb. 193 sei eine ruhende Wasseroberfläche, *CD* eine ruhende Quecksilberoberfläche; beide Oberflächen sind, weil in Ruhe, horizontal. *E* und *F* seien zwei enge zylindrische Glasrohre, 1–2 mm weit und an beiden Enden offen. Taucht man sie mit dem einen Ende ein, so steigt das Wasser darin bis zu einer

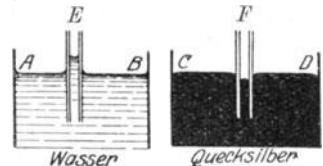


Abb. 193. Zur Kapillaritätswirkung.

gewissen Höhe über das ursprüngliche Niveau und ist oben von einer Wölbung, einem *Meniscus*¹⁾, begrenzt, der nach oben *konkav* ist; das Quecksilber dagegen sinkt in dem Rohre bis zu einer gewissen Tiefe unter das ursprüngliche Niveau und ist oben von einer Wölbung begrenzt, die nach oben *konvex* ist. Ebenso steht an der Gefäßwand und der Außenwand des Rohres das Wasser über, das Quecksilber unter der horizontalen Flüssigkeitsoberfläche. Stehen zwei ebene Glasplatten sehr nahe einander in der Flüssigkeit, so tritt auch zwischen ihnen das Wasser über und das Quecksilber unter das äußere Flüssigkeitsniveau. Die Flüssigkeitsoberfläche bildet mit der Wand daher einen Winkel, den *Randwinkel*. Er hängt, wie Erfahrung und Theorie lehren, lediglich von der Kohäsion der Flüssigkeiten und ihrer Adhäsion an die Wand ab — auch nicht von der Form des Gefäßes — und ist darum für dieselbe Flüssigkeit und dieselbe Substanz der Gefäßwand eine konstante Größe.

Die Ursache dieser und ähnlicher Erscheinungen — man nennt die engen Rohre *Kapillarrohre* (*capilla* = Haar) und die Erscheinungen *Kapillaritätserscheinungen* — liegt wieder in der Wechselwirkung der Kohäsion der Flüssigkeit und ihrer Adhäsion an die Wand. Berührt das Wasser die Glaswand, so wird die Kohäsion der Wasserteilchen überwunden von ihrer größeren Adhäsion an die Glaswand; die Teilchen an der Wand werden in die Höhe gezogen, und die ursprünglich horizontale Wasserfläche wird umgeformt in eine nach oben konkave Fläche. Die Krümmung ist sichtbar desto stärker, je enger das Rohr ist. — Das ist die primäre Wirkung; das Steigen des Wassers ist (S. 161, Mitte) erst die Wirkung dieser Umformung. Und analog: bei der Berührung des Quecksilbers mit der Glaswand wird die Adhäsion der Quecksilberteilchen an die Wand von der größeren Kohäsion der Quecksilberteilchen überwunden; dadurch formt sich das Quecksilber im Rohre oben wie zu einem Tropfen und formt dabei die ursprünglich horizontale Quecksilberebene in eine nach oben konvexe Fläche um. Auch hier ist die Umformung die primäre Wirkung, das Sinken des Quecksilbers in dem Rohre erst die Wirkung der Umformung.

145. Grenzschicht. Ihr Druck abhängig von ihrer Krümmung. Worin unterscheiden sich physikalisch die nach oben konkave und die nach oben konvexe Flüssigkeitsoberfläche gegenüber der ursprünglichen Ebene? Wir gehen von der

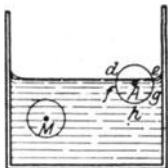


Abb. 194. Zur Erklärung des Binnendruckes.

Annahme aus, daß sich nur zwischen unmittelbar benachbarten Teilchen die gegenseitige Anziehung der Flüssigkeitsteilchen äußert, und daß jedes Teilchen dabei von allen Nachbarn gleich stark angezogen wird. Den Abstand, bis zu dem von einem bestimmten Teilchen aus die Anziehung wirkt, nennt man den Radius der molekularen Wirkungssphäre. — Man denke sich nun um ein Teilchen (Abb. 194) *mitte* in der Flüssigkeit, z. B. um *M*, als Zentrum eine Kugelfläche vom Radius der Wirkungssphäre, d. h. seine Wirkungssphäre dargestellt.

Die ganze Wirkungssphäre ist von Teilchen ausgefüllt, *M* hat nach allen Richtungen hin Nachbarn; je zwei ihm diametral entgegengesetzt benachbarte Teilchen, quasi Antipoden, ziehen es nach zwei diametral entgegengesetzten Richtungen gleich stark, es verhält sich daher, wie wenn gar keine Kraft darauf wirkte. Anders die Teilchen dicht unter und die Teilchen in der Oberfläche. Die Wirkungssphäre von *A*, dessen Abstand von der Oberfläche kleiner ist als der Radius der Wirkungssphäre, reicht über die

¹⁾ $\mu\eta\eta$ = Mond.

Oberfläche hinaus, ist also nicht ganz von Flüssigkeitsteilchen ausgefüllt. Den Teilchen in dem Abschnitt *fgh* fehlen die Antipoden, die Anziehung dieser Teilchen auf *A* erzeugt daher einen nach dem Innern der Flüssigkeit gerichteten Druck. Das gilt für jedes Teilchen, dessen Abstand von der Oberfläche kleiner ist als der Radius seiner Wirkungssphäre, die ganze Flüssigkeitsschicht dicht unter der Oberfläche, die *Grenzschicht* muß also einen Druck auf die Flüssigkeit ausüben. — Dieser Druck und der Anteil, den die Teilchen *in* der Oberfläche daran haben, ist nun (Abb. 195), je nach der Form der Oberfläche, verschieden. In der Wirkungssphäre eines Teilchens fehlen, wenn die Oberfläche eben ist, $d_1 l_1$, einer gewissen Anzahl Teilchen die Antipoden, nämlich die, die in dem außen liegenden Kugelsegment Platz hätten; ist nun die Oberfläche nach außen konvex, $d l$, so fehlen sie einer größeren Anzahl, und das veranlaßt einen größeren Druck nach innen; ist sie dagegen nach außen konkav, $d_2 l_2$, so fehlen sie einer kleineren Anzahl, und das veranlaßt einen kleineren Druck nach innen als bei $d_1 l_1$. Kurz: der Druck einer Grenzschicht auf die von ihr umschlossene Flüssigkeit ist dort, wo sie nach außen konvex ist, größer, dort, wo sie nach außen konkav ist, kleiner als dort, wo sie eben ist. Dieser Druckunterschied (zwischen der ebenen Grenzschicht außen und der gekrümmten in dem Kapillarrohre, Abb. 193) treibt das Wasser in dem einen Rohr hinauf und das Quecksilber in dem anderen hinab. Der Höhenunterschied innen und außen ist, wenn die Bewegung zu Ende ist, desto größer, je enger das Kapillarrohr ist (je enger das Rohr, desto stärker die Krümmung der umschlossenen Fläche, desto größer also der Druckunterschied zwischen innen und außen). Als Kapillaritätswirkung erklärt sich z. B. das Aufsteigen von Flüssigkeit in porösen Körpern, im Zucker, im Schwamm, im Löschpapier, im Lampendocht usw.

Die Teilchen in der Oberfläche selber vermehren den Druck der Grenzschicht, wenn sie konvex ist, und vermindern ihn, wenn sie konkav ist. Daß eine nach außen konvexe Flüssigkeitsschicht an und für sich einen Druck nach

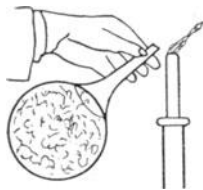


Abb. 196. Wirkung der Oberflächenspannung einer Seifenblase.

innen ausübt, d. h. ohne auch an Flächen zu grenzen, denen gegenüber von Druckdifferenz die Rede sein könnte, ist z. B. an Seifenblasen beweisbar. Eine Seifenblase ist eine sehr dünne Flüssigkeitshaut (aus Wasser, das durch aufgelöste Seife eine gewisse Zähigkeit bekommen hat), die von zwei in demselben Sinne gekrümmten Wölbungen begrenzt ist. Die beiden Oberflächen unterstützen einander daher in ihrer Druckwirkung.

An dem einen Ende eines Röhrechens

hänge eine Seifenblase, verschließt man das andere Ende, dann bleibt die Seifenblase stehen; öffnet man das Rohr, so zieht sie sich zusammen und treibt die Luft mit wahrnehmbarem Druck aus dem Rohre hinaus (Abb. 196). In einer ebenen Oberfläche heben die Anziehungskräfte der einem Teilchen *entgegen* benachbarten Teilchen einander auf. Daraus folgt aber nicht, daß keine Kraft in ihr wirkt, sondern nur, daß die Kraft an einer ruhenden ebenen Oberfläche nicht wahrnehmbar ist. Wahrnehmbar wird sie, sobald man den Gleichgewichtszustand der Oberflächenteilchen in bestimmter Weise stört: taucht man z. B. den zum Viereck (Abb. 197) gebogenen ebenen Drahtrahmen in Seifenwasser,

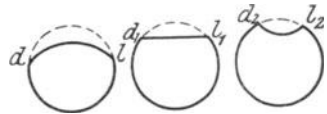


Abb. 195. Zur Erklärung der Wirkungssphäre.

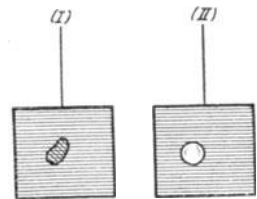


Abb. 197. Zum Nachweis der in der ebenen Seifenlamelle vorhandenen Spannung.

dann umschließt er, herausgezogen, eine ebene Flüssigkeitshaut. Legt man eine Schlinge aus einem leichten Faden darauf, so bildet sie irgendeine geschlossene Kurve. Durchsticht man die Haut innerhalb der Kurve, so formt sich die Schlinge zu einem Kreise — ein Beweis, daß die Flüssigkeitsebene rings um den Faden einen Zug ausübt, der auf jeden Punkt, in dem der Faden die Flüssigkeitshaut berührt, gleich stark ist (VAN DER MENSBRUGHE).

146. Oberflächenspannung. Die Oberfläche mit der Grenzschicht darunter umschließt die Flüssigkeitsmasse wie eine darumgespannte Haut. Die *Oberflächenspannung*, d. h. die Spannung, die, wie in Abb. 197, die Oberflächenteilchen in der Oberfläche selbst nach allen Richtungen hin mit gleicher Stärke ausüben, ist meßbar. (Von allen reinen Flüssigkeiten, abgesehen von Quecksilber, hat destilliertes Wasser die größte Oberflächenspannung.) Sie ist am größten bei der Gefrier-temperatur, nimmt beim Ansteigen der Temperatur schnell ab und verschwindet ganz bei der sog. kritischen Temperatur, bei der der flüssige und der gasförmige Zustand kontinuierlich ineinander übergehen. — Aus dem Vorhandensein der Oberflächenhaut erklärt sich z. B. die Tropfenbildung, ferner, daß eine Metallnadel, leicht eingefettet (um nicht benetzt zu werden), vorsichtig auf Wasser gelegt, schwimmt, daß manche Insekten, weil ihre Beine mit einer Fettschicht bedeckt sind, auf Wasser laufen können, ohne die Wasseroberfläche zu durchbrechen u. a. m.

147. Lösung. Eine Flüssigkeit verliert an Zähigkeit (von Temperatursteigerung sehen wir ab), wenn man sie mit einer weniger zähen mischt, Teer z. B., wenn man ihn mit Terpentinöl mischt. Das Gemisch wird desto dünnflüssiger, je mehr Terpentinöl man zu dem Teer mischt. Man sagt: die zähe Flüssigkeit ist durch die weniger zähe *verdünnt* worden. Durch eine noch weniger zähe Flüssigkeit (als Terpentinöl) kann man die Zähigkeit noch weiter vermindern. Man hat es hier mit einem *physikalischen Gemisch* von verschiedenen Flüssigkeiten zu tun. Man nennt solche flüssigen Gemische: *Lösungen*.

Es gibt nicht nur Gemische von Flüssigkeiten miteinander, sondern auch Gemische fester Körper mit Flüssigkeiten. Es sind physikalische Gemische, nicht mechanische, deren einzelne Bestandteile sich voneinander mechanisch trennen lassen, bisweilen sogar mit dem Auge (unter dem Mikroskop) sich unterscheiden lassen. [Wenn man Öl mit Wasser kräftig durcheinanderschüttelt und das Gemisch dann sich selbst überläßt, so trennt die Schwerkraft sie wieder voneinander in zwei Schichten, das Wasser am Boden und das leichtere Öl darüber, und ähnlich, wenn man dasselbe mit feinem Sand und mit Wasser tut. Hier haben wir es mit einem *mechanischen* Gemisch zu tun: das eine Mal einer Flüssigkeit mit einer Flüssigkeit, das andere Mal einer Flüssigkeit mit einem festen Körper.] — Wenn man dagegen z. B. Essigsäure mit Wasser, oder Zucker mit Wasser mischt, so entsteht ein *physikalisches* Gemisch, eine Lösung, aus der eine Absonderung der Teile auf *mechanischem* Wege unmöglich ist: die Stoffe haben sich molekular vermischt. Solche Gemische lassen sich aber nicht aus zwei beliebigen Flüssigkeiten oder aus jeder beliebigen Flüssigkeit und jedem beliebigen festen Körper herstellen, vielmehr ist das *Lösungsvermögen* einer Flüssigkeit, sowohl für andere Flüssigkeiten wie für feste Körper beschränkt. (Aber zwei beliebige Gase können sich molekular miteinander vermischen.) Die lösende Flüssigkeit heißt das *Lösungsmittel*, die gelöste Flüssigkeit und den gelösten festen Körper nennen wir *löslich*. Das Lösungsvermögen einer Flüssigkeit wächst mit der Temperatur, ist aber für jede Temperatur begrenzt. Die Flüssigkeit nimmt dabei von einem bestimmten Körper eine bestimmte maximale Menge auf — aber nicht mehr. Hat die Lösung diesen Zustand erreicht, so heißt sie *gesättigt*,

sonst *verdünnt*. — Der Unterschied zwischen einem mechanischen Gemisch und einem physikalischen, d. h. einer Lösung, zeigt sich deutlich in den Mitteln, die nötig sind, um das Gemisch wieder in seine Bestandteile zu zerlegen. Der gelöste feste Körper trennt sich von dem Lösungsmittel, wenn man die Lösung erhitzt; dann verwandelt sich die Flüssigkeit in Dampf, der Dampf entweicht, und der feste Körper bleibt zurück; oder wenn man die Lösung abkühlt bis *unter* die Temperatur, bei der sie mit der vorhandenen Menge gelöster Substanz gerade gesättigt ist, bei der niedrigeren Temperatur ist sie dann *übersättigt*, sie behält daher nur so viel in sich gelöst, daß sie bei dieser Temperatur gerade gesättigt ist, das übrige scheidet sie als Kristalle aus. Das Abdampfen und das Auskristallisieren erfordert verhältnismäßig viel Energie. Die Lösungen beanspruchen zur Zerlegung in ihre Bestandteile größere Arbeitsleistungen als die Gemische. — Bisweilen erfolgt die Abscheidung nicht sofort, d. h. die Lösung scheidet nichts aus, obwohl sie übersättigt ist, aber nur, wenn sie vollkommen in Ruhe ist. Wird die Ruhe gestört, sei es, daß selbst nur ein Stäubchen hineinfällt oder dgl., so erfolgt die Ausscheidung ganz plötzlich unter Erwärmung der Flüssigkeit.

Die Kenntnis des Verhaltens verdünnter Lösungen hat in den letzten vier Jahrzehnten eine ungemein große Bedeutung gewonnen, zunächst durch die Arbeiten von VAN'T HOFF, ARRHENIUS, NERNST und OSTWALD. Der Gegenstand gehört in die „physikalische Chemie“. Hier besprechen wir nur zwei der wichtigsten Erscheinungen in verdünnten Lösungen: die Diffusion und die Osmose.

148. Diffusion. Bringt man z. B. auf eine Lösung von Kaliumbichromat in Wasser destilliertes Wasser, so daß in dem Gefäß unten eine Schicht Salzlösung und auf ihr, sie berührend, das Wasser liegt, so steigt aus der unten liegenden Schicht das Salz trotz der Wirkung der Schwerkraft allmählich nach oben in das Wasser. Man kann den Prozeß fortschreiten sehen, weil die Salzlösung gelbrot ist, und das ursprünglich farblose Wasser von Tag zu Tag mehr die Farbe der Salzlösung annimmt. Die ursprüngliche Lösung verdünnt sich dabei, und zwar so lange, bis das Salz in der gesamten Flüssigkeit gleichmäßig verteilt ist (man sagt: bis die Lösung überall in dem Gefäß dieselbe *Konzentration* hat). Die beiden Flüssigkeiten (Lösung und Wasser) haben sich molekular gegenseitig durchdrungen, sind ineinander diffundiert. Die *Diffusion* ist ein Transport (nicht von meßbaren, greifbaren, wägbaren Massen, sondern) von Molekeln. — Verläuft er zwischen zwei Flüssigkeiten, die in Ruhe sind, so ist er sehr langsam; sehr schnell dagegen, wenn man die Flüssigkeiten durcheinanderwirbelt, z. B. das Gefäß schüttelt oder den Inhalt umrührt. Der Zucker süßt vom Boden eines Gefäßes aus den gesamten Inhalt (Tee, Kaffee u. dgl.) des Gefäßes auch ohne Umrühren — aber nur allmählich; aber sehr schnell, wenn man den Inhalt umrührt. Denn durch solche Bewegungen vermehrt und vergrößert man die Flächen, längs deren die Flüssigkeiten einander berühren, sehr erheblich und dadurch die Gelegenheit zum Übertritt aus der einen Flüssigkeit in die andere. — Es ist hier immer von wässrigen Lösungen und reinem Wasser die Rede, aber die Erscheinungen sind im wesentlichen dieselben für alle miteinander (physikalisch) mischbaren Flüssigkeiten. Wir beziehen auch die ferneren Betrachtungen auf wässrige Lösungen.

149. Osmose. Osmotischer Druck. Bei der Diffusion geht das Salz so lange aus der Lösung in das Lösungsmittel, bis es in der vorhandenen Flüssigkeit gleichmäßig verteilt ist. Wird dann aufs neue Wasser hinzugefügt, so setzt das Salz seine Wanderung auch dahinein fort. Es hat stets das Bestreben, zu wandern und den Widerstand, den die Flüssigkeit dem entgegensetzt, zu überwinden —

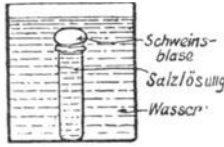


Abb. 198. Veranschaulichung der Wirkung des osmotischen Druckes.

es besitzt also eine gewisse Energie. Wo sie sich nicht als Bewegung äußern kann, tut sie es als Druck. Diesen Druck kann man nachweisen, wenn man die Bewegung des Salzes vollständig hemmt, z. B. so: ein bis zum Rande mit konzentrierter Salzlösung gefülltes Gefäß wird mit einer Membran aus Schweinsblase luftdicht abgeschlossen, so daß die Membran die Lösung berührt, und wird dann aufrecht in reines Wasser ganz untergetaucht. Dann wölbt sich die Membran allmählich wie eine Kuppel (Abb. 198). In die Poren der Scheidewand tritt nämlich von der einen Seite her das reine Lösungsmittel ein, von der anderen die Lösung. In den Poren treten sie in Wechselwirkung miteinander, die wir uns als Anziehung vorstellen können, resultierend aus dem Bestreben der festen Teilchen, sich mit dem Lösungsmittel zu vereinigen. Die Membran ist aber nur *halbdurchlässig* (semipermeabel) — d. h.: sie läßt

zwar das Lösungsmittel durch ihre Poren hindurch, nicht aber den gelösten Körper. Die gegenseitige Anziehung der festen und der flüssigen Teilchen äußert sich von der Seite der festen Teilchen daher als Druck gegen die Membran. Infolge des Druckes wölbt sie sich, da sie elastisch ist, nach außen und vergrößert den Raum, in dem sich die Lösung befindet. In den erweiterten Raum tritt nun durch die Poren neues Lösungsmittel, das von der Membran ja durchgelassen wird. Also durch die trennende Membran hat Diffusion stattgefunden. Man nennt sie Osmose und den Druck, den der gelöste Körper ausübt, den *osmotischen Druck*.

Eine von VAN'T HOFF stammende Darstellung macht die Wirkung des osmotischen Druckes besonders anschaulich (Abb. 199). *AB* ist ein Rohr, *M* eine vollkommen „semipermeable“ Membran, die, dicht an die Wandung anschließend, in dem Rohr ohne Reibung verschiebbar ist, *L* eine Zuckertlösung, *W* reines Wasser. Wäre der Druck der Wassersäule *W* auf *M* größer als der nach oben gerichtete osmotische Druck von *L*, so würde *M* herabgeschoben werden, die Lösung also konzentrierter werden (da ja Wasser von der unteren Seite durch die Poren hindurch nach der oberen Seite von *M* gelangen würde). Wäre der Druck von *W* kleiner als der von *L*, so würde *M* in die Höhe geschoben werden, also mehr Wasser von der oberen Seite nach der unteren Seite von *M* gelangen und *L* sich verdünnen. In beiden Fällen geht die Verschiebung von *M* so lange vor sich, bis der osmotische Druck nach oben und der Wassersäulendruck nach unten einander das Gleichgewicht halten.

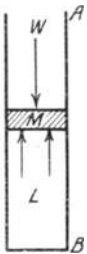


Abb. 199. Veranschaulichung der Wirkung des osmotischen Druckes.

Die Gesetze des osmotischen Druckes bilden eines der wichtigsten Kapitel der physikalischen Chemie, und die Erörterung gehört dorthin. Hier erwähnen wir darüber nur das Folgende. Die Gesetze betreffen die Fragen, wie der osmotische Druck abhängt 1. von der Konzentration der Lösung, 2. von der Temperatur, 3. von der Natur des gelösten Körpers, 4. von der Natur des Lösungsmittels. Die Fragen sind natürlich nur durch die Erfahrung zu beantworten. Die überwältigende Anzahl von Messungen des osmotischen Druckes unter den mannigfaltigsten Bedingungen hat ergeben (VAN'T HOFF): Der osmotische Druck ist unabhängig von der Natur des Lösungsmittels und gehorcht im übrigen den Gasgesetzen. Das heißt folgendes: Der osmotische Druck einer Lösung ist derselbe wie der Gasdruck, den die Molekeln ausüben würden, wenn das Lösungsmittel nicht vorhanden wäre, sondern der von ihm eingenommene Raum allein von jenen Molekeln im Gaszustande erfüllt würde. Die Gasgesetze lernen wir erst später kennen.

Entdeckt wurde die Osmose (Abbé NOLLET, 1748) an einem bis zum Rande mit Alkohol gefüllten und mit Schweinsblase zugebundenen Gefäß, das einige

Stunden unter Wasser gehalten worden war, um den Alkohol vor dem Zutritt der Luft zu schützen. Die Blase hatte das Wasser in das Gefäß hinein-, aber nur sehr wenig Alkohol hinausgelassen. Als Wasser und Alkohol miteinander vertauscht wurden, d. h. das mit Schweinsblase verschlossene Gefäß Wasser enthielt und mehrere Stunden unter Alkohol gehalten wurde, wölbte sich die Schweinsblase konvex nach dem Innern des Wassergefäßes. Sie hatte das Wasser hinaus- und nur sehr wenig Alkohol dafür hineingelassen. — Besonderes Interesse hat die physikalische Chemie an osmotischen Vorgängen in verdünnten Lösungen, d. h. an der Osmose durch eine Scheidewand, deren eine Seite an eine verdünnte Lösung und deren andere Seite an das reine Lösungsmittel grenzt.

Die beschriebenen Vorgänge (Zuckerlösung und Wasser, Alkohol und Wasser) erläutern zwar, was man unter Osmose und osmotischem Druck versteht, klären aber nicht über die Größe des Druckes auf. Unerlässlich ist dazu eine Membran, die das Lösungsmittel durch ihre Poren hindurchläßt, den gelösten Stoff aber *ganz* zurückhält. Eine tierische Haut, wie Schweinsblase es ist, ist nicht *vollkommen* halbdurchlässig (semipermeabel). Bei dem Versuch geht auch tatsächlich etwas Zucker durch die Poren hindurch. Aber man kennt vollkommen halbdurchlässige Scheidewände, natürliche und künstliche, vor allem die TRAUBESCHE (1867) Membran aus Ferrozyankupfer, die sich als Niederschlag bildet an der Grenzfläche, an der sich eine Lösung von gelbem Blutlaugensalz mit einer Lösung von Kupfervitriol berührt. Sie ist nach TRAUBES Versuchen durchlässig für Wasser, aber undurchlässig für viele in Wasser lösliche Stoffe, z. B. für Rohrzucker. PFEFFER (1877) hat damit den osmotischen Druck gemessen (Abb. 200). Er benützte hierzu eine Zelle *Z* aus ungebranntem Ton, erzeugte den Ferrozyankupfer-Niederschlag in den Poren der Wandung (indem er die Zelle mit Kupfervitriollösung füllte und in eine Lösung von gelbem Blutlaugensalz tauchte), füllte die Zelle ganz und gar mit Rohrzuckerlösung, versah sie mit einem Quecksilbermanometer *M* und senkte das Ganze, fest verschlossen, in ein Gefäß *W* mit Wasser. Das Quecksilber des Manometers wurde allmählich in dem einen Schenkel hinabgedrückt und stieg in dem anderen in die Höhe, weil von außen Wasser durch die Membran in das Gefäß drang. Nach einigen Wochen hatte das Quecksilber seine maximale Höhe erreicht. Die Höhe, um die es in dem einen Schenkel höher stand als in dem anderen, gab ein Maß für den osmotischen Druck in Atmosphären (s. d.).

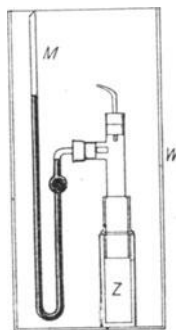


Abb. 200. Messung des osmotischen Druckes am Manometer (PFEFFER).

150. Diffusionsgeschwindigkeit. Kristalloide. Kolloide. Die Diffusionsgeschwindigkeit der einzelnen Stoffe ist sehr verschieden. Nennt man die Zeit, die eine gewisse Menge von Salzsäure zur Diffusion in Wasser (bei 10° C) verbraucht, 1, so beträgt sie zur Diffusion gleich großer Mengen von Kochsalz 2,33, Zucker 7, Magnesiumsulfat 7 (GRAHAM). — Die in Lösung befindlichen Stoffe zerfallen in zwei Gruppen. Sie unterscheiden sich dadurch voneinander, daß die Diffusionsgeschwindigkeit der einen Gruppe auffallend klein ist, dazu gehören z. B. Eiweiß und Karamel mit den Diffusionszeiten 49 und 98. GRAHAM fand, daß in die Klasse mit großer Diffusionsgeschwindigkeit die leicht kristallisierenden Stoffe gehören — die *Kristalloide*; in die zweite die, die nicht, oder so gut wie gar nicht, kristallisieren — er nannte sie nach dem Hauptrepräsentanten der Gruppe, dem Leim (colla), *Kolloide*. Zu ihnen gehören z. B. Stärkemehl, Dextrin, Gummi, Tannin, ferner Kieselsäure, Eisenoxyd und viele andere Metalloxyde. Ein wesentlicher Unterschied zwischen den *Lösungen* der Kolloide und der Kristalloide besteht nicht. (Früher hielt man eine kolloide Lösung nur für eine Emulsion, nicht für eine wirkliche Lösung.) Aber die Langsamkeit der Diffusion der Kolloide läßt auf kleinen osmotischen Druck schließen und auf großen Widerstand, den die Moleküle bei ihrer Fortbewegung im Wasser erfahren. Beides läßt sich aus der Annahme erklären, daß die Kolloide ungewöhnlich hohes Molekulargewicht haben. Tatsächlich ergeben die an kolloidalen Lösungen angestellten Versuche (PFEFFER) sehr kleine Werte des osmotischen Druckes.

Der Unterschied in der Diffusionsgeschwindigkeit der Kristalloide und der Kolloide zeigt sich bei der Osmose. Pergamentpapier z. B. läßt Kristalloide in hinreichend langer Zeit hindurch, hält aber Kolloide fast ganz zurück. Man kann Kolloide und Kristalloide durch *Dialyse* trennen (GRAHAM). Bringt man ein Gemisch beider auf einen mit Pergamentpapier bespannten Rahmen (*Dialysator*) und taucht ihn in Wasser, so diffundieren die Kristalloide nach hinreichend langer Zeit durch das Pergamentpapier in das Wasser, die Kolloide bleiben zurück. — Das Verfahren ist z. B. für die gerichtliche Medizin wichtig. Die starken Gifte sind fast alle Kristalloide und sind von den Kolloiden, mit denen sie gemischt sind, wenn sie sich im Darminhalt vorfinden, leicht und vollständig durch *Dialyse* trennbar. — Die Osmose durch halbdurchlässige Wände beherrscht viele physiologische Vorgänge, pflanzenphysiologische wie tierphysiologische; der Säfte-austausch durch die Zellwände und die Blutgefäßwände geschieht durch Osmose.

Von den gasförmigen Körpern.

A. Druck und Volumen.

151. Ausdehnungsbestreben. Zusammendrückbarkeit. Gesetz von BOYLE-MARIOTTE. Die leichte Verschiebbarkeit der Teilchen ist auch den Gasen eigentümlich. Die Gase haben daher die unmittelbar aus ihr folgende Grundeigenschaft mit den Flüssigkeiten gemein: die allseitig gleichmäßige Druckfortpflanzung und den hieraus folgenden Auftrieb. Aber die Beweglichkeit der Gasteilchen ist so viel größer als die der Flüssigkeitsteilchen, daß sich jene Grundeigenschaften hier ganz anders äußern: Die einzelnen Gasteilchen verbreiten sich vermöge der Bewegung, die sie (wie die einzelnen Massenteilchen jeder Art Materie) haben, in dem ganzen Raum, in dem sie sich gerade befinden. Dieses *Expansionsbestreben* zwingt uns, den Behälter, in dem wir ein Gas aufbewahren wollen, allseitig zu begrenzen. (Die Flüssigkeiten haben dieses Bestreben nicht, die Gefäße für sie können oben offen sein.) Das Expansionsbestreben der Gase kennt jeder z. B. von der Verbreitung des ausströmenden, aber nicht angezündeten Leuchtgases in einem Zimmer, oder von dem Duft eines anderen riechenden Gases, das an jedem Punkte des Raumes durch den Geruch wahrnehmbar ist. Wir sehen schon hier, ein Gas kann sich in einem Raume ausbreiten, in dem bereits ein anderes, die Luft, vorhanden ist. Wir kommen bei der Diffusion der Gase darauf zurück.

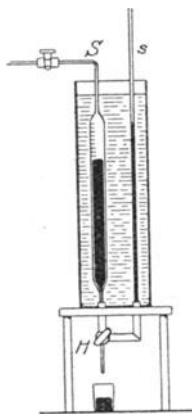


Abb. 201. Zur Ermittlung des Zusammenhangs zwischen Druck und Volumeneines Gases (Gesetz von BOYLE-MARIOTTE).

Noch mehr unterscheiden sich die Gase von den Flüssigkeiten durch ihre *Zusammendrückbarkeit*. Man kann die Zusammendrückbarkeit geradezu eine Grundeigenschaft der Gase nennen.

Der Apparat Abb. 201 zeigt die gesetzmäßigen Beziehungen zwischen dem Druck und dem Volumen der Gase bei Drucken zwischen 1 und 2 Atmosphären. Der oben durch einen Hahn verschließbare Schenkel *S* — er ist unten durch den Hahn *H* sowohl gegen den Schenkel *s* wie auch gegen die Atmosphäre verschließbar — wird mit dem Gase gefüllt, der Schenkel *s* mit Quecksilber. Verbindet man *S* und *s* durch den Hahn *H*, so erfüllt das Quecksilber zum Teil auch den Schenkel *S* und drückt durch sein Gewicht das Gas zusammen. Die Größe des Druckes und die des dabei vorhandenen Gasvolumens werden an den entsprechend kalibrierten Röhren abgelesen. Der Apparat wird, um dieselbe Temperatur zu behalten, von Wasser umspült.

Den Zusammenhang zwischen Druckwirkung und Volumenänderung der Gase formuliert das BOYLE-MARIOTTESche Gesetz¹⁾. Ist v_0 das Volumen des Gases unter dem Drucke p_0 , erfährt darauf das Gas den Druck p_1 , und wird sein Volumen dann v_1 , so ist

$$\frac{v_1}{v_0} = \frac{p_0}{p_1} \quad \text{oder} \quad v_1 p_1 = v_0 p_0 \quad \text{oder} \quad \frac{v_0 p_0}{v_1 p_1} = 1.$$

Macht man z. B. $p_1 = 2 p_0$, d. h. verdoppelt man den ursprünglichen Druck, so wird $v_1 = \frac{1}{2} v_0$, d. h. das ursprüngliche Volumen wird auf die Hälfte verkleinert — *jedoch nur dann*, wenn das Gas unter dem Druck p_1 *dieselbe Temperatur* hat, die es unter dem Drucke p_0 gehabt hat. Die Kompression ist aber stets mit einer Temperatursteigerung des Gases verbunden. Erst nachdem die Temperatur des komprimierten Gases wieder auf die ursprüngliche gesunken ist, besteht die Beziehung. Wir kommen darauf zurück, wenn wir die Wirkung der Wärme auf die Gase besprechen.

152. Abweichung vom Gesetz von BOYLE-MARIOTTE. Tatsächlich ist das Gesetz von BOYLE nur eine (allerdings sehr große) *Annäherung* an die Wirklichkeit. Bestände es in aller Strenge, so würden zusammengehörige Drucke und Volumina die Gleichung $\frac{v_0 p_0}{v_1 p_1} = 1$ *streng* erfüllen. Bei einem Drucke zwischen 1 und 30 Atmosphären und bei mittlerer Temperatur ist der Bruch aber für alle Gase außer Wasserstoff und Helium größer als 1, für Wasserstoff und für Helium kleiner als 1. Für diese Gase ist es ein echter Bruch, also $v_1 p_1$ größer als $v_0 p_0$, d. h. v_1 ist größer, als es wäre, wenn das BOYLESche Gesetz in aller Strenge bestünde. Wasserstoff und Helium sind somit weniger zusammendrückbar, als es das BOYLESche Gesetz fordert, alle anderen Gase sind es mehr. Und zwar sind sie es, wie die Erfahrung lehrt, desto mehr, d. h. der Bruch weicht immer mehr von 1 ab, je näher sie durch den Druck dem Punkte kommen, in dem sie flüssig werden. Er beträgt bei 0° für:

Helium	0,99955
Wasserstoff	0,99922
Stickstoff	1,00074
Sauerstoff	1,00097
Stickoxyd	1,00117
Chlorwasserstoff	1,00737
Ammoniak	1,01499
Schweflige Säure	1,02341.

Die Abweichung von 1 ist so gering, daß man sie gewöhnlich vernachlässigen kann.

Das Verhalten eines Gases, das noch weit genug vom Verflüssigungspunkt entfernt ist, *und dessen Temperatur konstant gehalten wird* (s. oben), beschreibt man darum immer so: Die Volumina v_0 und v_1 , die ein und dasselbe Gas unter den beiden Drucken p_0 und p_1 einnimmt, verhalten sich umgekehrt zueinander wie die Drucke. Da $v_0 p_0 = v_1 p_1 \dots = v_n p_n$ ist, also gleich einem konstanten Wert C , so ist $v = C \cdot \frac{1}{p}$. Wir können das Verhalten des Gases daher auch so beschreiben: Das Volumen eines Gases ist dem Druck, unter dem es steht, umgekehrt proportional.

Der Druck ändert nur das Volumen der Gasmasse, nicht die Anzahl der Massenteilchen. Die Drucksteigerung ist daher von einer Vergrößerung der Dichte begleitet, die Druckverminderung von einer Verdünnung des Gases. Einer Verdoppelung, Verdreifachung usw. des *Druckes* folgt also eine Verdoppelung, Verdreifachung usw. der *Dichte*. Die Dichte wächst also dem Drucke proportional, d. h. es ist stets $d_1 : d_2 = p_1 : p_2$. Natürlich gilt auch dieser Satz

¹⁾ Nicht MARIOTTE (1679), sondern BOYLE (1662) ist der Entdecker des Gesetzes.

nur so weit wie das BOYLE-MARIOTTESche Gesetz und (s. oben) bei konstanter Temperatur.

153. Mechanische Begründung des Gesetzes von BOYLE-MARIOTTE. Die *kinetische Theorie der Gase* erklärt das Gesetz aus der Hypothese, daß Gase keine wahrnehmbare Kohäsion besitzen, und daß die Gasteilchen mit großer Geschwindigkeit geradlinig durch den Raum schießen. Sie erklärt daraus zunächst, was unter dem Druck eines Gases zu verstehen ist, und woher die im BOYLESchen Gesetz formulierte Beziehung zwischen Druck und Volumen stammt: Die Gasteilchen stoßen gegen jedes Hindernis auf ihrem Wege, stoßen gegeneinander, prallen voneinander ab, schlagen eine neue Bahn ein, bis zum nächsten Anprall und so fort. Die Teilchen stoßen natürlich auch gegen die Wand des sie einschließenden Behälters, und die Gesamtheit ihrer Stöße gegen sie äußert sich als Druck des Gases gegen die Wand. (Was für die Wand gilt, gilt natürlich auch für einen Körper im Innern des Gefäßes.) — Mit Hilfe einiger vereinfachender Annahmen läßt sich aus dieser Vorstellung das BOYLESche Gesetz ableiten. Das Gas sei in einem Würfel von der Kantenlänge a (dem Volumen a^3) enthalten, und die „molekulare“ Geschwindigkeit sei so groß, daß sie die Gasmolekel pro Sekunde zwischen zwei einander gegenüberliegenden Wänden n -mal hin und n -mal zurückführt, jede Molekel stößt dann pro Sekunde n -mal an dieselbe Wand. (Wir sehen ab von den Zusammenstößen der Gasmolekeln miteinander und nehmen an, daß die Molekeln nur zwischen je zwei einander gegenüberliegenden Wänden hin und her gehen, und zwar senkrecht zu ihnen — Annahmen, die zwar abweichen von der Wirklichkeit, die aber nicht widersinnig sind. Der Würfel werde nun zusammengedrückt, und zwar so, daß ein Würfel von der Kantenlänge $a/2$ (dem Volumen $a^3/8$) entsteht. Die molekulare Geschwindigkeit reicht jetzt zu $2n$ -maligem Hingang und zu $2n$ -maligem Hergange in der Sekunde aus. Jede Wand erfährt daher doppelt so viele Stöße wie vorher, sie hat jetzt aber nur ein Viertel der ursprünglichen Fläche, die Anzahl der Gasmolekeln, die gegen sie stößt, ist aber dieselbe geblieben. Das Bombardement derselben Anzahl Molekeln richtet sich jetzt also gegen eine viermal kleinere Wand als vorher und wiederholt sich dabei *doppelt* so oft, ist also pro cm^2 achtmal so intensiv wie vorher, d. h. die Wand hat jetzt einen achtmal so großen Druck auszuhalten. Der Raum aber ist nur ein Achtel des anfänglichen Raumes. Das Resultat entspricht also dem BOYLESchen Gesetz.

Die Gastheorie verschafft uns noch weit tiefere Einblicke in das Wesen der Gase, wenn wir den Begriff der Temperatur einführen — näher behandeln können wir ihn erst später [188.] —, um aber Nutzen daraus ziehen zu können, müssen wir über das Wesen der Temperatur eine Annahme machen, die zunächst willkürlich anmutet, die aber hinterher durch die vollkommene Bestätigung der aus ihr gezogenen Folgerungen gerechtfertigt wird. Wir nehmen an: die kinetische Energie $\frac{1}{2}mc^2$ (m Masse, c Geschwindigkeit der Molekel) der Gasmolekel ist der *absoluten* Temperatur T des Gases proportional. Da jedes Gasmolekül seine Geschwindigkeit fortwährend wechselt, und da in dem Gase alle möglichen Geschwindigkeiten *gleichzeitig* vertreten sind, so setzen wir, genauer ausgedrückt, den *Mittelwert* der kinetischen Energien aller Moleküle der absoluten Temperatur proportional. Man zählt die absolute Temperatur vom *absoluten Nullpunkt der Temperatur* aus, d. h. dem Punkte, der $273,20^\circ\text{C}$ tiefer liegt als der Schmelzpunkt des Eises, es ist daher $T = t + 273,20^\circ$, wenn t die Temperatur in gewöhnlicher Zählung bedeutet.

154. Kinetische Gastheorie. Das ideale Gas. Ein rechtwinkliges Prisma mit den Kantenlängen x , y , z , also dem Volumen $v = x \cdot y \cdot z$, enthalte N gleiche

Gasmoleküle. Jedes Molekül habe die Masse m , so daß die in V enthaltene Gesamtmasse Nm und seine Dichte $\rho = \frac{Nm}{V}$ ist. In Wirklichkeit wechseln alle Moleküle ständig ihre Geschwindigkeit nach Richtung und nach Größe. Um die Darstellung zu vereinfachen, machen wir eine hiervon abweichende Annahme; wie eine *ohne* diese Annahme streng durchgeführte Rechnung lehrt, beeinflußt sie das Ergebnis nicht. Wir nehmen an: Von den N -Molekülen bewege sich je $\frac{1}{3}$ parallel zu je einer der drei Prismenkanten und alle Moleküle mit der gleichen Geschwindigkeit c . Ferner nehmen wir an, das Gas ist ein *ideales*, d. h. seine Moleküle sind punktiert (ohne Ausdehnung) und beeinflussen einander nicht durch irgendwelche Kräfte. Prallt ein Molekül auf die Prismenwand $x \cdot y$, so ändert sich seine Bewegungsgröße mc um den Betrag $2mc$, denn bei dem Stoß ändert die Geschwindigkeit ihre *Richtung um 180°* , und wenn die Bewegungsgröße *vor* dem Stoß $+mc$ war, so ist sie *nach* dem Stoß $-mc$. Jedes der $N/3$ -Moleküle, die parallel der Kante z senkrecht auf die Prismenwand xy auftreffen, macht den Weg $2z$ zwischen zwei aufeinander folgenden Stößen gegen dieselbe Fläche in $2z/c$ Sekunden. Das heißt: Jedes der $N/3$ -Moleküle trifft in einer Sekunde $c/2z$ mal auf die Prismenwand und überträgt auf sie die Bewegungsgröße $2mc$. Im ganzen empfängt also die Prismenwand in 1 sec die Bewegungsenergie $\frac{c}{2z} \cdot \frac{N}{3} \cdot 2mc = \frac{N}{3} \frac{mc^2}{z}$. Das ist aber die auf die ganze Prismenwand xy wirkende Kraft. Der Druck auf die Prismenwand (die Kraft auf die Flächeneinheit) ist also

$$p = \frac{N}{3} \frac{mc^2}{z} \cdot \frac{1}{xy} = \frac{N}{3} \frac{mc^2}{V}.$$

Es ist somit:

$$pV = \frac{N}{3} mc^2. \quad (1)$$

Die kinetische Energie des einzelnen Moleküls ist $\frac{1}{2} mc^2$. Das ist bei unseren vereinfachten Annahmen (S. 168) zugleich der *Mittelwert* für die kinetische Energie *aller* Moleküle, den wir der Temperatur T des Gases proportional setzen wollten. Nennt man den Proportionalitätsfaktor $\frac{2}{3}k$, so ist

$$\frac{m}{2} c^2 = \frac{2}{3} k T \quad (2)$$

und

$$pV = N \cdot k \cdot T. \quad (3)$$

Der Nullpunkt dieser Temperatur T liegt aber nicht, wie wir es sonst gewöhnt sind, am Schmelzpunkt des Eises, sondern dort, wo die Körper überhaupt keine Wärme mehr enthalten, d. h. wo alle kinetische Energie aufhört (absoluter Wärmepunkt); bei der Temperatur des schmelzenden Eises enthält ein Körper noch beträchtliche Energiemengen.

Gleichung (3) enthält die wichtigsten „Gasgesetze“. Diese sind alle empirisch an wirklichen Gasen ermittelt worden. Sie gelten streng genommen nur angenähert, gelten aber um so genauer, je verdünnter die Gase sind. Sehr verdünnt ist ein Gas (mechanisch betrachtet) dann, wenn der Raum, in dem es sich befindet, so wenig Moleküle enthält, daß die gegenseitigen Molekülabstände im Mittel sehr groß sind gegen die Abmessungen der Moleküle. Dann dürfen die Moleküle als punktiert gelten, wie wir es für ein ideales Gas angenommen hatten. Aber auch die zweite Bedingung des idealen Gases, daß die Moleküle aufeinander keine Kräfte ausüben, kann dann als erfüllt gelten, da bei großem gegenseitigen Abstand von Massenpunkten ihre Einwirkung aufeinander (nach dem NEWTONSchen Gesetz)

als äußerst gering angesehen werden darf. Die beiden Bedingungen, die (der Annahme nach) ein ideales Gas erfüllen sollte, sind dann erfüllt. — Eine Theorie des idealen Gases muß auf die sog. Gasgesetze führen. Gleichung $pV = NkT$ enthält keine Beziehung auf ein *bestimmtes* Gas; die Masse m des Moleküls, die wir anfangs eingeführt hatten, und die für jedes Gas anders ist, ist ja bei Einführung der Temperatur verschwunden. Die Gleichung gilt also für jedes ideale Gas, gleichviel von welchem Molekulgewicht m . Sie besagt: Alle idealen Gase befolgen bei konstanter Temperatur T das BOYLE-MARIOTTESche Gesetz $pV = \text{konst.}$ Ist der Druck p konstant, so wächst (entsprechend dem Gesetz von GAY-LUSSAC, [204.]) das Volumen des Gases proportional der Temperatur T . Ist dagegen das Volumen V konstant, so wächst (entsprechend dem Gesetz von CHARLES, [204.]) der Druck proportional der Temperatur T . Endlich enthält Gleichung (3) auch die AVOGADROSche Hypothese (s. später): Ein gegebenes Volumen V irgendeines Gases enthält bei gegebenem Druck p und gegebener Temperatur T stets dieselbe Anzahl Moleküle. Das bedeutet: Der Raum eines Liters enthält z. B. bei 0°C und 1 Atm. dieselbe Anzahl Moleküle, gleichviel, ob er Wasserstoff oder Sauerstoff oder Stickstoff oder was sonst für ein Gas enthält.

155. Gaskonstante. AVOGADROSche Zahl. Die Größen p , V und T sind meßbar, der Faktor $N \cdot k$ also berechenbar. Man nennt $N \cdot k$ die Gaskonstante (und bezeichnet sie mit R), wenn die Zahl N der Moleküle so groß ist, daß ihre gesamte Masse $N \cdot m$ in Gramm gemessen gleich der Molekulargewichtszahl des Gases ist. Diese Masse heißt ein Mol und wird mit M bezeichnet. Unter einem Mol Wasserstoff versteht man danach 2 g Wasserstoff, unter einem Mol Sauerstoff 32 g Sauerstoff usw. Nach unseren Bezeichnungen ist allgemein $M = Nm$. Die Molmassen der chemischen Elemente stehen also im Verhältnis der Massen ihrer Moleküle zueinander. Daher ist N , die Zahl der Moleküle im Mol, für alle Elemente dieselbe Größe. Gleichung (3) besagt danach: Bei gegebenem Druck p und gegebener Temperatur T ist das Volumen V , das die Masse eines Mols enthält, für alle Gase das gleiche. 2 g Wasserstoff erfüllen bei 0°C und 1 Atm. den Raum 22,41 l, und denselben Raum erfüllen unter denselben Bedingungen 32 g Sauerstoff usw. Dieses Volumen heißt Molvolumen. Es beträgt also bei 1 Atm. Druck und der Temperatur des schmelzenden Eises 22,41 l. N heißt die AVOGADROSche Zahl. Die Konstante $k = \frac{R}{N}$ (4)

(BOLTZMANNsche Konstante) ist also gleich der Gaskonstante durch die AVOGADROSche Zahl. Ebenso wie N hat auch die Gaskonstante R für alle Gase denselben Wert. Führt man R in Gleichung (3) ein, so erhält man

$$pV = RT. \quad (5)$$

Das ist die allgemeine Gasgleichung für den Fall, daß das Volumen V ein Mol des Gases enthält. Für den Eispunkt ist $T = T_0 = 273,20$ (S. 168). Somit erhält man nach Einsetzung des für diese Temperatur und den Druck $p = 1$ Atm. gültigen und soeben genannten Wertes von V

$$R = \frac{pV}{T} = \frac{1 \cdot 22,41}{273,2} = 0,0820 \text{ Literatmosphären pro Grad}$$

oder allgemein

$$pV = 0,0820 \cdot T \text{ Literatmosphären.}$$

Eine Literatmosphäre ist eine Arbeit, wie 1 Meterkilogramm es ist. Es ist die Arbeit, die man z. B. leisten muß, um einen Stempel von 1 dm^2 Querschnitt,

der in einem Zylinder verschiebbar ist und auf den 1 Atm. drückt, *gegen* diesen Druck um 1 dm zu verschieben, die man also leisten muß, um den Druck von 1 Atm. über den Raum von 1 l zu überwinden.

Man kann die Literatmosphäre auch durch jede andere Arbeitseinheit ersetzen, z. B. durch das Erg oder das Joule (die „Wattsekunde“, s. d.) Der Druck 1 Atm. ist gleich dem Gewicht einer 76 cm hohen Quecksilbersäule auf 1 cm², also gleich $76 \cdot 13,596 \cdot 980,6 = 1013200 = 0,10132 \cdot 10^7$ Dyn pro cm². Daher ist 1 Literatmosphäre = $1000 \cdot 0,10132 \cdot 10^7 = 101,32 \cdot 10^7$ Erg = 101,32 Wattsekunden. Somit ist die Gaskonstante $R = 0,0820 \cdot 101,32 \cdot 10^7 = 8,313 \cdot 10^7$ Erg/Grad = 8,313 Wattsek./Grad.

156. Geschwindigkeit der Gasmoleküle. Freie Weglänge. Innere Reibung. Größe der Gasmoleküle. Aus den bisher entwickelten Vorstellungen über die Natur der Gase lassen sich Schlüsse auf die Größenverhältnisse bei der Bewegung der Moleküle ziehen.

Gleichung (1) gestattet eine Schätzung der *Geschwindigkeit* der Moleküle. $N \cdot m$ ist die gesamte Gasmasse in dem Volumen V und $\frac{Nm}{V} = \rho$ die Dichte des Gases. Nach Gleichung (1) ist daher $c^2 = \frac{3p}{\rho}$. Mißt man den Druck p in Dyn pro cm² (der Druck 1 Atm. = $1,0133 \cdot 10^6$ Dyn/cm²) und die Dichte ρ in g pro cm³, so erhält man c in cm pro sec. Man findet, wenn man für ρ die durch Messung gefundenen Zahlen einsetzt, bei 0° und 1 Atm. für

	c	G		c	G
Stickstoff	492	(425)	Wasserstoff	184,4	(169,2)
Sauerstoff	461	(454)	Helium	130,3	(120,4)

Die Geschwindigkeit der Gasmoleküle kommt also der der Geschosse aus den neuzeitlichen Feuerwaffen gleich. Die Zahlen für c sind die Quadratwurzeln aus den Mittelwerten der Geschwindigkeitsquadrate. Sie stimmen mit den Mittelwerten G der Geschwindigkeit selbst nicht ganz überein.

Trotz ihrer großen Geschwindigkeit durchlaufen die Moleküle in einer und derselben Richtung nur ganz kurze Wege. Sie prallen unablässig mit Nachbarmolekülen zusammen und werden unablässig von ihrem Weg abgelenkt. Die Anzahl z der Stöße, die ein Molekül im Mittel pro Sekunde erleidet, also auch die Strecke $l = G/z$, die *mittlere freie Weglänge*, die es im Mittel ohne anzustoßen in einer bestimmten Richtung zurücklegt, läßt sich aus der Diffusion, der Wärmeleitung oder der Reibung der Gase berechnen. [Unter Diffusion versteht man die Ausbreitung eines Gases in einem anderen (S. 173). Die Geschwindigkeit der Diffusion ist proportional der Wegstrecke, die die Gasteilchen zurücklegen können, ohne vom Wege abgelenkt zu werden, d. h. sie ist der mittleren freien Weglänge proportional. — Die Wärmeleitung kann man auffassen als Diffusion zweier Volumina Gas derselben Art, aber verschiedener Temperatur. Das kältere Gas breitet sich in dem wärmeren aus und umgekehrt. Daher muß sich die Wärme mit einer Geschwindigkeit übertragen, die der mittleren freien Weglänge l proportional ist.]

Die Reibung betrachten wir etwas näher. Stellt man einer ruhenden Scheibe (aus irgendeinem Material) eine bewegbare ihr parallel dicht gegenüber, so erfordert die Bewegung der beweglichen Scheibe (parallel zur ersten) eine größere Kraft, wenn der Zwischenraum zwischen beiden Gas enthält, als wenn er leer ist. Das Gas hemmt die Bewegung wie bei einem grob mechanischen Reibungsvorgang, und die Größe der Hemmung der „Gasreibung“ hängt von der Art des Gases ab. Das Material der Scheiben ist belanglos, denn beide bedeckt eine Gashaut, die die Bewegung der Scheiben mitmacht, die Reibung geschieht also nur zwischen Gasschichten, die sich relativ zueinander verschieben. Durch eine Überlegung, ähnlich der auf S. 151 angestellten, werden wir auch hier zu einem Reibungskoeffizienten geführt. Der Reibungskoeffizient η des Gases hängt mit den molekularen Eigenschaften des Gases zusammen, nämlich so: zwischen benachbarten horizontalen Schichten, die sich horizontal zueinander verschieben, findet ein Austausch von Molekülen statt. Die benachbarten Schichten werden auf diese Weise gewissermaßen miteinander verzahnt, sie suchen ihren horizontalen Bewegungsunterschied aufzuheben. Die kinetische Theorie ergibt für den Reibungskoeffizienten η die Beziehung

$$\eta = 0,350 \cdot \rho \cdot G \cdot l.$$

Reibungskoeffizient η und Dichte ρ sind meßbar. Die Geschwindigkeit G haben wir bereits berechnet, die mittlere freie Weglänge l ist also auf diese Weise zu ermitteln. Aus der Division der mittleren Molekulargeschwindigkeit G durch die mittlere freie Weglänge l folgt dann die

Anzahl Z der Stöße, die die Moleküle im Mittel pro Sekunde erfahren. Man findet bei 0° und 1 Atm. Druck für

Stickstoff	95,5 · 10 ⁻⁷ cm	4,8 · 10 ⁹
Sauerstoff	102 · 10 ⁻⁷ „	4,2 · 10 ⁹
Wasserstoff	180 · 10 ⁻⁷ „	9,4 · 10 ⁹
Helium	283 · 10 ⁻⁷ „	4,3 · 10 ⁹

Die freie Weglänge rechnet also nach hunderttausendstel cm, und die Stoßzahl in der Sekunde nach Milliarden.

Mit der Stoßzahl und der mittleren freien Weglänge kann man den Durchmesser der Moleküle, sowie ihre Anzahl im Mol in Zusammenhang bringen. Zwei Moleküle vom Durchmesser σ stoßen zusammen, wenn ihre Mittelpunkte sich bis auf σ einander nähern. Durchläuft der Mittelpunkt eines Moleküls in 1 sec die Strecke G (korrekter: wenn der Mittelpunkt des Moleküls 1 sec lang seine Richtung beibehält, also die ganze Strecke G durchläuft usw.), so überstreicht das Molekül, da sein Wirkungsquerschnitt $\sigma^2\pi$ ist, den Raum $G \cdot \sigma^2\pi$. Innerhalb dieses Raumes stößt das Molekül mit jedem andern darin vorhandenen zusammen. Kennt man die Anzahl A der Moleküle in diesem Raume, so ergibt sich die gesuchte Stoßzahl zu $Z = A$. Das Molvolumen V enthält N Moleküle, der Raum $G \cdot \sigma^2\pi$, daher $A = G \cdot \sigma^2\pi \cdot N/V$. Das ist also auch die Stoßzahl Z . Die genaue Rechnung ergibt:

$$Z = \sqrt{2} \frac{N}{V} \cdot G \cdot \sigma^2\pi \quad \text{und} \quad l = \frac{V}{N} \frac{1}{\sqrt{2} \cdot \sigma^2\pi}. \quad (6)$$

Das Gesamtvolumen b der N kugelförmigen Moleküle im Mol ist

$$N \cdot \frac{4}{3} \pi \left(\frac{\sigma}{2}\right)^3 \quad \text{oder} \quad N \cdot \frac{1}{6} \cdot \pi \sigma^3.$$

Man kann daher schreiben $l = \frac{V \cdot \sigma}{6 \cdot \sqrt{2} b}$. Daraus folgt der Moleküldurchmesser

$$\sigma = \frac{6 \cdot \sqrt{2} b \cdot l}{V}.$$

Da für 0° und 1 Atm. Druck l bereits bekannt ist, so kann man unter denselben Bedingungen auch die Raumerfüllung b/V der Moleküle ermitteln. Man weiß: Sauerstoff von 0° und 1 Atm. Druck hat im cm³ 0,001429 g Masse. Ferner haben gewisse Messungen ergeben: Sauerstoff hat im Augenblick der Erstarrung, also in einem Zustand, in dem seine Moleküle schon sehr dicht beieinander liegen, die Dichte 1,27. Die 0,001429 g erfüllen dann das Volumen $\frac{0,001429}{1,27} = 0,001124$ cm³. In Wirklichkeit wird das Eigenvolumen der Moleküle noch

kleiner sein, man darf daher $b/V = 0,001124$ cm³ nur als obere Grenze ansehen. Mit $l = 102 \cdot 10^{-7}$ cm für Sauerstoff (s. oben) ergibt sich für seinen Moleküldurchmesser als obere Grenze $\sigma = 0,97 \cdot 10^{-7}$ cm. Eine strengere Theorie der Raumerfüllung liefert $\sigma = 0,29 \cdot 10^{-7}$ cm. — Für andere Gase ergeben sich Moleküldurchmesser derselben Größenordnung, d. h. alle einige hundertmal kleiner als die mittlere freie Weglänge bei 0° und 1 Atm. Druck.

Kennt man die mittlere freie Weglänge l und den Moleküldurchmesser σ , so ergibt Gleichung (6) die Anzahl N der Moleküle im Mol zu

$$N = \frac{V}{l} \cdot \frac{1}{\sqrt{2} \cdot \sigma^2\pi}.$$

Bei 0° und 1 Atm. Druck ist (S. 170) $V = 22410$ cm³. Für Sauerstoff z. B. ist daher (mit Benutzung der für l und für σ gefundenen Zahlen) $N = 59 \cdot 10^{22}$. Als wahrscheinlichste Zahl gilt zur Zeit $N = 60,6 \cdot 10^{22}$. Sie hat sich auf Grund sehr verschiedener Theorien in den verschiedensten Gebieten der Physik und aus vielen Beobachtungen stets im gleichen Betrage ergeben und ist auf etwa 1% genau. Damit hat zugleich die molekularkinetische Theorie der Materie eine starke Stütze erhalten. Die Zahl N hat zum erstenmal der österreichische Physiker LOSCHMIDT berechnet, sie sollte daher LOSCHMIDTSche Zahl heißen, nicht wie üblich AVOGADROSche Zahl.

Aus Gleichung (4) kann man schließlich noch die BOLTZMANNsche Konstante k berechnen. Setzt man für die Gaskonstante R ihren Wert in Erg/Grad ein, so erhält, man

$$k = \frac{8,313 \cdot 10^7}{60,6 \cdot 10^{22}} = 1,37 \cdot 10^{-16} \text{ Erg/Grad.}$$

157. Ergänzung des Gesetzes von BOYLE-MARIOTTE durch VAN DER WAALS.

Auch die Abweichungen von dem BOYLESchen Gesetze lassen sich aus der kinetischen Gastheorie erklären (VAN DER WAALS, 1873). Den Molekeln steht für ihr Hin- und Herfahren nicht der ganze Raum des Behälters zur Verfügung, denn sie nehmen ja selber einen gewissen Raum ein. Solange es sich um Drucke handelt, bei denen die Dichtigkeit der Gase eine gewisse Grenze nicht übersteigt, macht sich das Eigenvolumen der Molekeln gegenüber dem Raume des Behälters nicht fühlbar — wohl aber, wenn der Druck sehr gesteigert, der Gesamtraum also sehr stark eingeengt wird. VAN DER WAALS hat das berücksichtigt, ebenso auch, daß die Molekeln bei sehr starker Verdichtung einander anziehen, und hat für die Abhängigkeit des Volumens von dem Druck eines Gases eine Formel aufgestellt, die von der BOYLESchen abweicht. Die aus ihr berechneten Zahlen stimmen mit den gemessenen ausgezeichnet überein. Die Formel heißt: $\left(p + \frac{a}{v^2}\right)(v - b) = RT$.

Hierin ist b die sog. „Volumkorrektion“, a trägt der Molekularattraktion Rechnung. R bedeutet die Gaskonstante, T die absolute Temperatur.

158. Diffusion der Gase. Die unmittelbare Folge der molekularen Bewegung der Gasteilchen ist die *Diffusion* der Gase: der Vorgang, bei dem zwei Gase, die miteinander in Berührung kommen, sich vollkommen miteinander vermischen, *selbst wenn beide denselben Druck haben*.

Man füllt ein Gefäß mit Kohlensäure, ein zweites mit Wasserstoff, jedes unter demselben Druck, und verbindet beide in der durch Abb. 202 angedeuteten Weise (DALTON). Man findet nach einer gewissen Zeit erstens: jedes der beiden Gefäße enthält ebensoviel Wasserstoff und ebensoviel Kohlensäure wie das andere, die Gase haben sich also vollständig miteinander gemischt — gleichviel ob die Kohlensäure, die 22 mal schwerer ist als Wasserstoff, ursprünglich im oberen oder im unteren Gefäße gewesen ist. (Infolge der *vollkommenen* Vermischung der Gase durch Diffusion hat die atmosphärische Luft überall die gleiche Zusammensetzung, obwohl die Gase, aus deren Gemisch die Atmosphäre besteht, ganz verschieden schwer sind.) Wir finden zweitens in jedem der beiden Gefäße am Ende des Vorganges denselben Druck wie am Anfang. Das heißt: jedes der beiden Gase hat sich in dem ganzen Raum ausgebreitet, wie wenn das andere nicht vorhanden wäre. Natürlich ist der damit verbundenen Volumenvergrößerung entsprechend der Druck jedes *einzelnen* Gases gesunken. Aber der Druck beider Gase *zusammen* ist, wie die Erfahrung lehrt, so groß, wie der Druck jedes einzelnen Gases am Anfang war. Daher das DALTONsche Gesetz: Ein Gemisch mehrerer Gase, die chemisch nicht aufeinander wirken, hat einen Druck gleich der Summe der Drucke, die die verschiedenen Gase einzeln hätten, wenn jedes das ganze Volumen einnehmen würde. — Natürlich reicht auch das DALTONsche Gesetz nur ebenso weit wie das BOYLESche.

Mit der Molekulargeschwindigkeit der Luft von 485 m/sec scheint es unvereinbar, daß sich z. B. eine Rauchwolke (Zigarrenrauch im Zimmer), und der Geruch eines Gases in ruhiger Luft, d. h. bei Windstille, nur sehr langsam durch Diffusion verbreiten. Aber die Gasmolekeln prallen fortwährend gegeneinander und lenken einander ab. Daher muß es sehr lange dauern, bis eine einzelne Molekel den Raum durchlaufen hat und zur Verbreitung des Gases merkbar beitragen kann. — Daß sich die Erdatmosphäre trotz der großen Geschwindigkeit der Luftteilchen nicht von der Erde entfernt und sich im Weltraume verteilt, ist der Anziehung der Erde auf die Gasteilchen der Atmosphäre, d. h. ihrem Gewicht zuzuschreiben. Die Luft hat tatsächlich, wie jeder andere Körper und wie jedes andere Gas, Gewicht.

Das kann man mit der Wage beweisen. Ein hermetisch verschließbares Gefäß wiegt *luftleer* weniger als wenn es Luft oder sonst ein Gas enthält. Die Gase sind daher, wie alle anderen Körper, ihrer Masse nach durch Wägung mit-

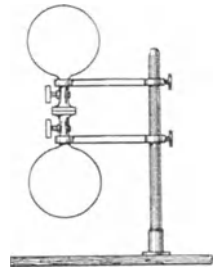


Abb. 202. Zur Diffusion der Gase.

einander vergleichbar. Wieviel Masse, d. h. wieviel Gramm ein mit Gas gefülltes Gefäß in jedem einzelnen Falle einschließt, hängt wesentlich von dem Drucke und von der Temperatur des Gases ab. Die Wägungen müssen daher, um miteinander vergleichbar zu sein, stets auf eine Normaltemperatur und einen Normaldruck bezogen werden. Bei 0° C und 760 mm Quecksilberdruck (S. 171) enthält

1 Liter atmosphärische Luft . . .	1,293 g
1 „ Wasserstoff	0,0898 g [1 Krith ¹⁾ genannt]
1 „ Sauerstoff	1,429 g
1 „ Kohlensäure	1,977 g

FARADAY hat die große Ungleichheit des Gewichtes der Gase so gezeigt: Hängt man zwei Bechergläser *A* und *B*, das eine mit der Öffnung nach oben, das andere mit der Öffnung nach unten, an eine Wage, und bringt man sie ins Gleichgewicht, so kann man in das erste die Kohlensäure von oben, in das zweite den Wasserstoff von unten eingießen. Beide Male schlägt die Wage im Sinne des Pfeiles aus (Abb. 203).

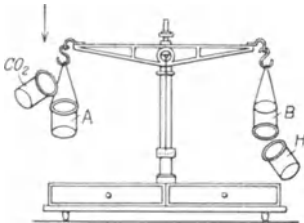


Abb. 203. Zum Nachweis der Verschiedenheit des Gewichtes von Kohlensäure (CO_2) und von Wasserstoff (H_2) an der Wage.

1 cm³ Luft enthält 0,001293 g, die Zahl 0,001293 gibt somit die Dichte der Luft an (wie immer) auf Wasser bezogen. Um die un bequem kleinen Zahlen zu vermeiden, bezieht man die *Dichte der Gase* gewöhnlich auf Wasserstoff, das leichteste Gas, oder auf *atmosphärische Luft von der Temperatur und dem Druck* des betreffenden Gases. Die Dichte eines Gases, auf Wasserstoff (oder Luft) bezogen, gibt also nicht die

in 1 cm³ enthaltenen Gramm an, sondern sie gibt an, *wieviel mal* soviel Gramm in 1 cm³ dieses Gases enthalten sind, wie in 1 cm³ Wasserstoff (oder Luft) bei gleichem Druck und bei gleicher Temperatur.

Dichte von	bezogen auf Wasser	bezogen auf Luft	bezogen auf Wasserstoff
Luft	0,001 293	1,000	14,445
Wasserstoff	0,000 089	0,069	1,000
Sauerstoff	0,001 429	1,105	15,964
Kohlensäure	0,001 977	1,529	21,95

Die Dichte der Gase kann man durch direkte Wägung eines Gasvolumens von bekannter Größe bestimmen oder auch nach einer anderen von BUNSEN stammenden Methode [178.].

159. Auftrieb. Da die Gase Gewicht haben, oben liegende Gasmassen somit auf unten liegende drücken, und da die Gase außerdem mit den tropfbaren Flüssigkeiten die allseitige Druckfortpflanzung gemein haben, so haben sie auch den *Auftrieb* mit ihnen gemein. Uns interessiert nur der Auftrieb der uns umgebenden Atmosphäre. Verfolgen wir denselben Gedankengang wie (S. 128) bei der Besprechung des Auftriebes in tropfbaren Flüssigkeiten, so kommen wir zu dem Schluß: Jeder Körper verliert in der Luft so viel Gewicht, wie die von ihm verdrängte Luft wiegt. Daraus folgt 1., derselbe Körper ist in der Luft leichter als im luftleeren Raum, und 2., zwei Körper, die in der Luft *gleich* schwer sind, *die aber ungleich groß sind*, sind im luftleeren Raum *verschieden* schwer. Das läßt sich mit dem *Baroskop* (OTTO VON GUERICKE) beweisen: Eine große Kugel und eine kleine Kugel, die in der Luft gleich viel wiegen, halten im luftleeren Raum (Glocke einer Luftpumpe) an einer empfindlichen Wage einander *nicht*

¹⁾ *κριθή* = Gerstenkorn.

das Gleichgewicht. Denn im Vakuum wiegt die große Kugel um das Gewicht eines großen Luftvolumens mehr als in der Luft, die kleine Kugel um das Gewicht eines kleineren Luftvolumens; der Wagebalken sinkt daher nach der Seite der großen Kugel.

160. Reduktion der Wägung auf den leeren Raum. Die in der Luft vorgenommenen Wägungen erfordern, wenn sie wissenschaftlichen Wert haben sollen, eine Korrektion, die den Gewichtsverlust berücksichtigt. (Reduktion der Wägung auf den leeren Raum.) Für gewöhnliche Wägungen ist sie belanglos.

Nennt man

m das scheinbare Gewicht des Körpers in der Luft, d. h. die Gewichtsstücke, die ihn in der Luft äquilibrieren;

λ die Dichte der Luft ($\lambda = 0,0012$ im Mittel);

s die Dichte des Körpers;

σ die Dichte der Gewichtsstücke (Messing = 8,4),

so ist das Gewicht M im leeren Raume

$$M = m \left(1 + \frac{\lambda}{s} - \frac{\lambda}{\sigma} \right).$$

Zu dem scheinbaren Gewicht m ist also hinzuzufügen $m \lambda (1/s - 1/\sigma)$. Zum Beispiel beträgt die Korrektion des scheinbaren Gewichtes w einer mit Messinggewichten ($\sigma = 8,4$) gewogenen Wassermenge: $w \cdot 0,0012 (1/1 - 1/8,4) = w \cdot 0,00106$, d. h. 1,06 mg auf jedes Gramm.

161. Luftballon. Luftschiff. Flugzeug. Wie in den Flüssigkeiten, so bestimmt auch in der Luft das Verhältnis der Stärke des Auftriebes zum Körpergewicht den Bewegungszustand eines Körpers relativ zur Umgebung. Ist der Auftrieb auf den Körper größer als sein Gewicht, so steigt der Körper in der Luft in die Höhe. Auf der Verwirklichung dieses Gedankens beruht die Konstruktion des *Luftballons*.

Die Steigkraft des Ballons ist offenbar um so größer, je größer sein Volumen und je kleiner gleichzeitig sein Gewicht ist. Um sein Gewicht möglichst gering zu machen, füllt man ihn mit Wasserstoff. Unter gewöhnlichen Temperatur- und Druckverhältnissen wiegt 1 m^3 Luft etwa $1,29 \text{ kg}^*$ und 1 m^3 Wasserstoff etwa $0,09 \text{ kg}^*$. Ein mit Wasserstoff gefüllter Ballon von 100 m^3 Inhalt erfährt vermöge seines Volumens also einen Auftrieb von $129 - 9 = 120 \text{ kg}^*$. (Ein 5000 m^3 enthaltender Ballon erfährt danach einen Auftrieb von rund 6000 kg^* .) Einen Teil davon verbraucht man, um die Ballonausrüstung zu heben (Hülle, Netzwerk, Gondel usw.). Das Gewicht von Hülle und Netzwerk wächst proportional der Oberfläche des Ballons, annähernd auch das der Gondel, daher ist ceteris paribus hinsichtlich der Tragfähigkeit ein großer Ballon praktischer als ein kleiner, weil das tote Gewicht nach nur einen kleineren Teil des Gesamtauftriebes ausmacht. Durch die Hülle (doppeltes Baumwollstoffgewebe mit dazwischenliegender Gummischicht) diffundiert das Gas dauernd, wenn auch langsam, da kein Stoff völlig gasdicht ist; die Tragfähigkeit sinkt also allmählich. Auch hierin ist ein großer Ballon einem kleinen überlegen, denn ein Kugelballon z. B., der den doppelten Durchmesser hat, enthält achtmal soviel Gas, erleidet aber nur den vierfachen Gasverlust wie jener, da seine Oberfläche nur viermal so groß ist. — Steigt der Ballon allmählich in Luftschichten von geringerem Druck, so dehnt sich sein Gas aus. Um die Hülle vor dem Zerreißen zu schützen, läßt man den schlauchartigen Füllansatz unten am Ballon offen, um das Gas austreten zu lassen. (Ebenso wie die Druckabnahme wirkt die Erwärmung durch die Sonnenstrahlen.) In der Höhe ist das Gewicht der verdrängten Luft kleiner als in der Tiefe, während des Steigens verliert also der Ballon an Auftrieb, und schließlich ist sein Auftrieb nur noch *gleich* seinem Gewicht — er schwebt dann im Gleichgewicht. Um ihn weiter steigen zu machen, muß man „Ballast“ auswerfen, gewöhnlich in Säcken mitgeführten Sand. — Um *lenkbar* zu werden, muß der Ballon eine Eigenbewegung bekommen, sonst würde er nur vom Winde mitgenommen werden, und zwar muß seine Eigengeschwindigkeit größer sein als die Strömungsgeschwindigkeit der Luft, wenn er dagegen anfangend noch vorwärts kommen soll. (Ein Lenkballon, der an 90% der Tage im Jahre soll fahren können, muß mindestens 14 m/sec Eigengeschwindigkeit haben.) Die Frage nach der Lenkbarkeit fällt also im wesentlichen mit der Frage zusammen, ob man über eine Maschine verfügt, deren Leistung für die erforderliche Propellerbewegung *groß* genug ist und deren Gewicht dabei *klein* genug ist, um für einen Luftballon von praktisch möglichen Dimensionen verwendbar zu sein. Vor 60–70 Jahren, als man dem Problem näherzutreten anfang, kamen nur Dampfmaschinen in Frage, und im günstigsten Falle kamen auf 1 Pferdekraft 250 kg^*

Material. Ein Ballon mit zwei Motoren von je 75 PS würde damals also allein durch die Motoren mit 37500 kg* belastet gewesen sein. Die Einführung des Benzinmotors (DAIMLER, 1883) und die Verbilligung des Aluminiums (1890) zeigten neue Wege für die Lösung der Aufgabe: es gibt jetzt brauchbare Motoren, bei denen auf 1 PS knapp 2 kg* Material kommen. Dieser Fortschritt hat es ermöglicht, das Luftschiff lenkbar zu machen. [Am 4. und 5. August 1908 machte Graf FERDINAND VON ZEPPELIN die erste große Luftfahrt von Friedrichshafen nach Mainz. Der Tragkörper des Luftschiffes faßte 15000 m³, es enthielt zwei Daimler-Motoren von je 110 PS im Gewicht von 560 kg*.] — Wichtig für die Lenkbarkeit des Ballons ist seine Form. In der Fahrtrichtung soll der Widerstand, den der bewegte Ballon hervorruft, möglichst klein sein; dieser Widerstand hängt in erster Linie von dem Querschnitt

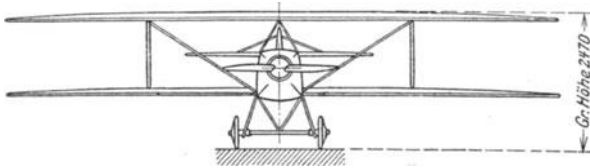


Abb. 204. Doppeldecker-Flugzeug.

des Ballons ab, daher ist die Kugelform unzweckmäßig, man gibt ihm jetzt Zigarrenform. Der Luftballon steigt wie jede Gasblase durch den seinem Volumen zukommenden Auftrieb. Am Erdboden muß man ihn mit Gewalt festhalten, um ihn am Steigen zu verhindern, und wäre seine Hülle völlig gasdicht, so würde er, oben angekommen, dauernd oben bleiben (aerostatischer Auftrieb). Das Schweben des Ballons ist dem natürlichen Schwimmen eines Körpers vergleichbar (s. S. 133 und 135). Wie es ein künstliches Schwimmen gibt, das ein dauernder Kampf gegen das Untersinken ist, und das nur durch Schwimmbewegungen möglich ist (man denke an die Schwimmbewegungen des Menschen mit Armen und Beinen), so gibt es auch ein künstliches Fliegen: auch dieses ist ein dauernder Kampf gegen das Untersinken, d. h. gegen das Herunterstürzen, und ist nur durch Flugbewegungen möglich. Im Fluge von einem Geschöß getroffen und an der Flügelbewegung verhindert, fällt ein Vogel wie jeder andere schwere Körper herunter. Nur durch die Arbeit, die er leistet, kommt er vom Erdboden los und in die Höhe und hält er sich oben (aerodynamischer Auftrieb). — Erteilt man einem Drachen eine Geschwindigkeit relativ zu der über den Erdboden streichenden Luft, indem man mit ihm gegen den Wind läuft, und gibt man ihm dabei die passende Stellung schräg dazu, so wird er nach oben gedrückt. Ist seine Fläche groß genug, so kann er dabei ein beträchtliches Gewicht heben. OTTO LILIENTHAL, der Begründer der Flugtechnik, der erste Mensch, der wirklich geflogen ist, fand, einen Abhang gegen den Wind hinablaufend, daß etwa 14 m² Fläche ausreichen, um einen Menschen von mittlerem Körpergewicht zu heben. Um den Apparat handlicher und stabiler zu machen, zerlegte er die Fläche in zwei übereinanderliegende Flächen, d. h. in einen Doppeldecker, der seitdem,

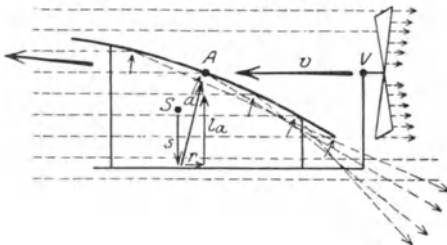


Abb. 205. Entstehung des Auftriebes unter dem Flugzeugflügel.

namentlich durch die Brüder WRIGHT, zur Flugmaschine geworden ist (Abb. 204). Sie wird in der Luft durch Propeller, die von Motoren in Rotation versetzt werden, vorwärts getrieben. Abb. 205 zeigt an einer Drachenfläche, wie der aerodynamische Auftrieb und der Vorwärtstrieb zustande kommen: Der vom Propeller V nach rechts getriebene Luftstrom (Aktionsstoß) bewirkt den Antrieb v nach links (als Reaktionsstoß). Dadurch wird die Luft unter der Drachenfläche auszuweichen gezwungen. Sie erzeugt dabei den Auftrieb a senkrecht zu der Fläche in A: seine Komponente l_a äußert sich wirklich als Auftrieb, während die Komponente r den Vortrieb v etwas schwächt. Um die Fläche zu heben, muß l_a größer sein als das Gewicht, das im Schwerpunkt S als nach unten gerichtete Kraft s zu denken ist. Der Überschuß von l_a über das Gewicht hebt den Apparat in die Höhe, der Vortrieb v und der Überschuß $l_a - s$ zusammen treiben den Flieger schräg in die Höhe und vorwärts.

162. Druck der Atmosphäre. Versuch von TORRICELLI. Da die Luft Gewicht hat, so drückt sie auf die Erdoberfläche. Als Schulbeweis für das Dasein des Luftdruckes benutzt man den TORRICELLISCHEN Versuch: Man füllt ein geradliniges Glasrohr, das etwa 90 cm lang und an dem einen Ende geschlossen ist, ganz mit Quecksilber (so daß es keine Luft enthält), verschließt es dann auch

an dem anderen Ende und taucht es mit diesem Ende aufrecht in ein Gefäß, das ebenfalls mit Quecksilber gefüllt ist. Öffnet man nun das Rohrende, das in das Quecksilbergefäß taucht, so fällt das Quecksilber in dem Rohre zwar hinab, aber nur, bis das obere Ende der Quecksilbersäule zwischen 70 und 80 cm über dem Niveau des weiteren Gefäßes liegt. Dann bleibt es stehen (Abb. 206). — Man erkennt die ganze Bedeutung des Vorganges, wenn man ihn mit dem Verhalten von zwei Flüssigkeiten vergleicht, deren spezifische Gewichte verschieden sind und die in kommunizierenden Gefäßen stehen (vgl. S. 132, Mitte). Die beiden Flüssigkeiten sind hier Quecksilber und Luft; die ihnen gemeinsame Trennungsebene ist der Quecksilberspiegel des weiten Gefäßes (Abb. 207), den kommunizierenden Gefäßen entsprechen das Rohr und die freie Atmosphäre. Über der gemeinsamen Trennungsebene steht erstens die Quecksilbersäule, die eine meßbare Höhe hat, und zweitens die Luftsäule, deren Höhe zwar nicht mit dem Metermaß meßbar ist, von der wir aber wissen, daß sie bis zur Grenze der Atmosphäre reicht. Die Luftsäule erfährt also von oben keinen Druck, da über ihr



Abb. 206.
Zum Ver-
such von
TORRI-
CELLI.

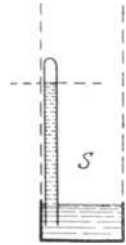


Abb. 207.
Zur Erklä-
rung des Ver-
suches von
TORRICELLI.

nichts mehr vorhanden ist. Und die Quecksilbersäule? Der Raum über dem Quecksilber in dem Rohre war ursprünglich *auch* mit Quecksilber gefüllt, und zwar *nur* mit Quecksilber. Das Quecksilber hat den Raum aber verlassen und ihn ganz leer zurückgelassen, als ein *Vakuum*, d. h. als einen Raum, in dem sich überhaupt nichts befindet. Auch der Druck auf die Quecksilbersäule in dem Rohre ist daher Null. Die Luftsäule von der Höhe der Atmosphäre und jene Quecksilbersäule von meßbarer Höhe halten somit einander das Gleichgewicht, d. h. der Druck dieser *Luftsäule* auf das Quecksilberniveau *S* ist gleich dem Druck jener *Quecksilbersäule* auf *S*. (Man sagt geradezu: Der Luftdruck „beträgt“ soundso viel „Zentimeter Quecksilber.“) — Die Luft drückt demnach z. B. auf 1 cm^2 , wenn die Quecksilbersäule h cm hoch ist, mit dem Gewicht von $h \text{ cm}^3$ Quecksilber; also wenn ρ das spezifische Gewicht des Quecksilbers ist, mit dem Gewicht von $h \cdot \rho$ Gramm*. Am Meeresspiegel steht normal das Quecksilber 76 cm hoch; ρ ist 13,596. Die Atmosphäre drückt dort auf 1 cm^2 mit 1,033 kg*; z. B. auf die Oberfläche des erwachsenen, menschlichen Körpers, die etwa 1 m^2 ist, mit etwa 10 000 kg*. Aber wir fühlen von dem Druck für gewöhnlich nichts, weil er, in welcher Richtung er auch wirkt, zugleich auch in der *entgegengesetzten* Richtung, und zwar mit derselben Stärke, wirkt. (Im Innern einer Flüssigkeit, die nur der Schwere ausgesetzt ist, verursacht der Druck der Flüssigkeit ja auch keine Störung des Gleichgewichtes, weil er sich selbst durch einen gleich großen, entgegengesetzten Druck wirkungslos macht.) Aber eine plötzliche, sehr starke Änderung des Luftdruckes, und auch eine *einseitige* fühlen wir, z. B. die einseitige Druckvergrößerung durch eine Explosionswelle oder durch einen Sturm.

Ändert sich der Luftdruck, so zeigt die Quecksilbersäule das dadurch an, daß sie ihre Länge ändert. Der Luftdruck sei z. B. so groß, daß ihm 76 cm Quecksilber das Gleichgewicht halten. Steigt er nun, so reicht das Gewicht der 76 cm hohen Säule nicht hin, um den größeren Druck zu äquilibrieren. Der Überdruck der Luft treibt daher das Quecksilber in dem Rohr in die Höhe, bis so viel darin steht, daß sein Gewicht dazu hinreicht. Sinkt dagegen der Luftdruck, so ist er nicht in stande, dem Gewicht des in dem Rohre stehenden Queck-

silbers das Gleichgewicht zu halten. Das Quecksilber fällt daher in der Röhre herunter, bis nur noch so viel darin steht, daß der *Luftdruck* dazu ausreicht, ihm das Gleichgewicht zu halten. Die *TORRICELLISCHE* Versuchsanordnung bildet so die Grundlage für den Bau der Geräte, die den Druck im Luftmeer messen, der *Barometer*, und zwar der *Quecksilberbarometer*.

163. Barometer. Die wesentlichsten Formen der Quecksilberbarometer zeigen die Abb. 208 a, b, c. Ihre Verschiedenheit wird durch die Verschiedenheit der Genauigkeit bedingt, mit der man die Höhe der Säule über dem äußeren Quecksilberspiegel messen will. Ändert sich nämlich die Höhe der Quecksilbersäule, so verschiebt sich auch das Niveau des unteren Spiegels, und zwar um so stärker, je enger das Gefäß im Verhältnis zu dem Rohr ist. In dem *Phiolenbarometer* a berücksichtigt man das nicht, wohl aber in dem *Gefäßbarometer* b und in dem *Heberbarometer* c. In dem Gefäßbarometer dadurch, daß man, ehe man die Skala abliest, durch eine (leicht zu bewerkstelligende) Formänderung des Gefäßes den Spiegel bis zum Nullpunkt der Skala verschiebt; im Heberbarometer dadurch, daß man die *Skala* der Quecksilbersäule entlang verschiebt, bis ihr *Nullpunkt* im Niveau des Spiegels liegt. — Um ganz genau zu messen, muß man aber allerlei Korrekturen an der Zahl anbringen, die man als Höhe der Quecksilbersäule abliest. Man muß z. B. berücksichtigen, wieviel von der Länge der Quecksilbersäule der Temperatur zuzuschreiben ist, die soundso viel Grad über oder unter Null liegt. So muß man z. B., wenn man 760 mm abliest, die Temperatur aber 20° C beträgt, ca. 2,5 mm abziehen, um auf 0° C zu reduzieren. Ferner: der Raum über der Quecksilbersäule ist nicht *vollkommen* leer, er enthält etwas Quecksilberdampf, der einen gewissen Druck auf die Säule ausübt und sie etwas niedriger (bei 20° C um etwa 0,002 mm) macht, als sie wäre, wenn der Raum über ihr wirklich leer wäre, usw.

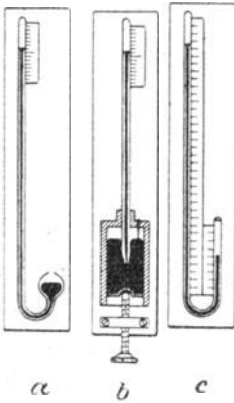


Abb. 208. a Phiolen-, b Gefäß-, c Heber-Barometer.



Abb. 209. Aneroidbarometer.

Ein Quecksilberbarometer ist daher ein nicht leicht zu behandelndes Instrument. Begnügt man sich mit einer weniger genauen Messung, so kann man das *Aneroidbarometer* benutzen (VIDI, 1847, *a* = nicht, *μηρός* = feucht). Sein wesentlichster Teil ist ein allseitig luftdicht geschlossener dünnwandiger Hohlkörper aus Metall, der luftleer gemacht ist, gewöhnlich eine ganz flache Dose oder ein gebogenes Rohr (Abb. 209 bei *r, r*). Je nachdem der Luftdruck zu- oder abnimmt, nimmt der Druck auf den Hohlkörper zu oder ab und drückt ihn mehr oder weniger zusammen. Die dabei eintretende Bewegung seiner Wand überträgt sich (durch einen Hebel vergrößert) auf einen Zeiger, der sich vor einer Skala im Kreise dreht. Geeicht wird die Skala, indem man das Aneroidbarometer mit einem Quecksilberbarometer vergleicht. — Die Aneroidbarometer (als Zimmerbarometer bekannt) sind bequem zu handhaben und sind empfindlich, sind aber weniger zuverlässig, weil die Elastizität des Metalls sich allmählich verändert; sie müssen daher von Zeit zu Zeit neu geeicht werden.

164. Barometrische Höhenmessung. Der Luftdruck ist nicht konstant, wie wir daran sehen, daß das Barometer an demselben Ort bald höher, bald tiefer steht (wir sagen: das Barometer ist gestiegen oder ist gefallen). Im Meeresniveau beträgt der mittlere Druck in unseren Breitengraden ca. 760 mm. Ferner lehrt die Erfahrung: Das Barometer steht verschieden hoch, je nach der Höhe des Beobachtungsortes über dem Meeresspiegel. Die Luftsäule zwischen dem Quecksilberspiegel *S* der Abb. 207 und der Grenze der Atmosphäre ist offenbar verschieden hoch, je nachdem sich der Quecksilberspiegel z. B. am Meeresstrande oder darüber befindet — allgemein: je nach der Höhe des Quecksilberspiegels über dem Meeresspiegel. Die Luftsäule ist offenbar am höchsten vom Meeresspiegel aus, ist gleich Null an der oberen Grenze der Atmosphäre und hat, von irgendeiner anderen Stelle zwischen diesen beiden Grenzen des Luftmeeres an gemessen, eine andere Höhe, also auch ein anderes Gewicht, fordert also auch zu ihrer Äquilibration eine Quecksilbersäule von anderer Höhe. Daher kommt es, daß, wenn man die *TORRICELLISCHE* Versuchsanordnung z. B. vom Keller eines Hauses auf das Dach trägt, die Quecksilbersäule auf dem Dache niedriger steht, als sie im Keller stand. (Die Anzahl Meter, um die man das Barometer heben muß, damit es

um 1 mm sinkt, beträgt für 0° C Mitteltemperatur im Tiefland rund 11 m; in der Höhe von 3000 m etwa 15 m.) Der Höhenunterschied der Beobachtungsorte und der Längenunterschied der beiden Quecksilbersäulen hängen gesetzmäßig zusammen. Schon 1686 hat HALLEY das Hauptgesetz gefunden: nehmen die Höhen in arithmetischer Reihe zu, so nehmen die Luftdrucke in geometrischer Reihe ab. Zur Erläuterung dienen die folgenden Beobachtungsergebnisse (mit korrigierter Barometerablesung):

Höhe in Meter	Barometerstand in Millimeter
$h_1 = 0$	$B_1 = 760$
$h_2 = 100$	$B_2 = 750,5 = 760 \left(\frac{750,5}{760}\right)^1$
$h_3 = 200$	$B_3 = 741,1 = 760 \left(\frac{750,5}{760}\right)^2$
$h_4 = 300$	$B_4 = 731,9 = 760 \left(\frac{750,5}{760}\right)^3$

Man kann den Höhenunterschied der beiden Beobachtungsorte A_1 und A_2 aus den beiden Barometerständen berechnen, durch Barometerablesungen also z. B. ermitteln, wie hoch A_2 über dem Meeresspiegel oder über A_1 liegt. Wenn h_1 und h_2 allgemein die Höhen über dem Meeresspiegel bedeuten, B_1 und B_2 die Barometerstände in der unteren und der oberen Station, so ist die Grundformel der barometrischen Höhenmessung:

$$h_2 - h_1 = 18\,400 (\log B_1 - \log B_2) \text{ Meter.}$$

Die Formel (HALLEY, 1686) ist nur eine Näherungsformel; sie gilt nur für Höhen bis zu 700 oder 800 m und nur, wenn die Lufttemperatur dem Nullpunkt nahe liegt. Die genaue Formel (sie enthält die obige als ihr Hauptglied) berücksichtigt allerlei Korrekturen, die durch die Temperatur und die Feuchtigkeit der Luft gefordert werden, und ferner dadurch, daß die Erdschwere an Orten über dem Meeresspiegel kleiner ist als am Meeresspiegel, und daß sie unter verschiedenen Breitengraden verschieden groß ist. Bei windstillem Wetter — starker Wind kann die Messungen fast wertlos machen — ist die barometrische Höhenmessung ebenso genau wie die geodätische. In sehr vielen Fällen ist sie die einzig anwendbare.

165. Submarine barometrische Tiefenmessung in der Taucherglocke. Das Barometer kann in einer Taucherglocke auch die Tiefe eines Punktes *unter dem Meeresspiegel* messen. Eine Taucherglocke im Wasser veranschaulicht man sich an einem Trinkglas, das man, mit der Mündung nach unten, vertikal in das Wasser taucht. Wie tief man es auch nach unten drückt — das Wasser füllt es niemals ganz an, es bleibt immer ein Luftraum darin übrig. Wäre das Glas leer, so würde es sich ganz mit Wasser füllen, da es aber Luft enthält, so kann das Wasser nur so weit eindringen, so weit es die Luft durch seinen Druck (er wird durch das Gewicht der Wassersäule gemessen, die bis zum Wasserspiegel hinaufreicht) zusammendrücken kann. — Genau so wie in dem Trinkglase verhält sich die Luft in der Taucherglocke. Der Druck der Wassersäule verkleinert ihr Volumen, erhöht dadurch ihren Druck und bringt dadurch ein Barometer in der Taucherglocke zum Steigen, und zwar desto höher, je tiefer die Glocke unter den Meeresspiegel sinkt.

Ist das Barometer, wenn es in der (unbekannten) Tiefe D angelangt ist, gegen den ursprünglichen Barometerstand im Meeresniveau um h cm gestiegen, so bedeutet das, wenn ρ die Dichte des Quecksilbers und g die Erdschwere bezeichnen: die Zunahme des Luftdruckes in der Taucherglocke ist gleich dem Quecksilbergewicht $g \cdot \rho \cdot h$. Aber dieselbe Druckzunahme kann auch noch anders berechnet werden. Sie ist nämlich auch gleich dem Gewicht der Wassersäule, die von der Glockenmündung bis zum Meeresniveau reicht. Diese Säule ist D cm lang. Wenn nun σ die Dichte des Meereswassers bedeutet und g wieder die Erdschwere, so ist das Gewicht dieser Wassersäule $g \cdot \sigma \cdot D$. Um diesen Betrag hat also der Druck in der Glocke gegenüber dem früheren Druck zugenommen. Das Quecksilbergewicht $g \cdot \rho \cdot h$ und das Wassergewicht $g \cdot \sigma \cdot D$ geben also dieselbe Druckzunahme wieder. Es ist daher: $D \cdot g \cdot \sigma = h \cdot g \cdot \rho$, also: $D \cdot \sigma = h \cdot \rho$, d. h. $D = h \cdot \rho / \sigma$, die Tiefe somit gleich dem Barometeranstieg mal dem Verhältnis der beiden Dichten. Diese Rechnung ist wesentlich einfacher als die, die zur Formel für die barometrische Höhenmessung führt, weil sich die Dichte des Wassers mit der Tiefe kaum nachweisbar ändert. (Für Salzwasser ist σ nicht gleich 1, deswegen ist die Dichte in der Formel enthalten.)

Der TORRICELLISCHE Versuch lehrt uns also das Vorhandensein des Luftdruckes kennen und im Barometer auch seine Größe und Veränderbarkeit. Ferner aber beweist er, daß es möglich ist, einen Raum völlig luftleer zu machen:

der Teil des Glasrohres über der Quecksilbersäule ist ein „Vakuum“, bis auf eine Spur Quecksilberdampf. (Bis zur Entdeckung dieser Tatsache hatte man einen *leeren* Raum für unmöglich gehalten, da die Natur den *horror vacui* habe.) — Die Möglichkeit, einen Raum luftleer zu machen, oder auch nur den Luftdruck in einem Raume beliebig weit unter den Druck der Atmosphäre herabzusetzen, ist für viele wissenschaftliche und technische Dinge von größter Bedeutung, z. B. für so verschiedenartige Dinge wie die elektrische Glühlampe, die Vakuumbremse, die WEINHOLDSchen Gefäße (Thermosflaschen), die Kondensatoren der Dampfmaschinen, die Elektronenröhren, und ebenso für hundert andere Dinge.

166. Quecksilberluftpumpe. Der TORRICELLISCHE Versuch bildet selber die Grundlage einer der wirksamsten Methoden, einen Raum luftleer zu machen (zu „evakuieren“); deswegen besprechen wir sie unmittelbar im Anschlusse an das vorhergehende. Ihr Grundgedanke ist der folgende. Man erzeugt über einer Quecksilbersäule ein Vakuum *A* (ähnlich wie im TORRICELLISCHEN Versuch), hierauf verbindet man den Raum *B*, der luftleer werden soll, mit *A* (durch einen Hahn), so daß die Luft, die vorher auf den Raum *B* beschränkt war, sich auf den Raum *A* + *B* ausbreitet, sich also verdünnt. Hierauf trennt man *A* und *B* wieder voneinander und beginnt von neuem, d. h. man stellt *wieder* das Vakuum *A* nach der TORRICELLISCHEN Art her, verbindet dann *wieder* *B* mit *A* und so fort. Der zu entleerende Raum *B* wird immer aufs neue mit dem bereits leer gemachten Raum *A* verbunden. Man kann so die Luft in *B* so weit *verdünnen*, daß man den Raum schließlich „luftleer“ nennen kann. — Das hier beschriebene Prinzip wird in der allerersten Quecksilberluftpumpe verwirklicht (GEISSLER, 1857). Sie hat jetzt nur noch historische Bedeutung, sie ist aber für die Entwicklung der Quecksilberluftpumpe und für die Technik, die auf sie angewiesen war, von grundlegender Bedeutung gewesen. Abb. 210 zeigt ihre wesentlichsten Teile: Das Rohr *C* mit der Erweiterung *A* ist ca. 80—90 cm lang; es entspricht dem Barometerrohr der TORRICELLISCHEN Anordnung. Unten ist es durch einen Schlauch mit einem Quecksilberbehälter *E* verbunden, oben bei *A* mit einem Hahn *o* versehen, der, je nachdem man ihn stellt, das Gefäß *A* entweder (durch das Rohr *d*) mit dem zu entleerenden

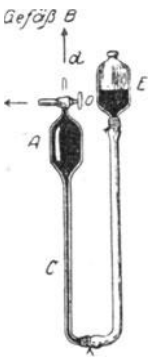


Abb. 210.
Zum Prinzip
der Quecksilber-
luftpumpe
von GEISSLER.

Gefäß *B* oder mit der äußeren Luft verbindet oder gegen beide gleichzeitig absperirt. Um das Gefäß *B* leer zu pumpen, verfährt man so: Man stellt den Hahn *o* so, daß *A* mit der Atmosphäre verbunden ist, hebt den Behälter *E* so hoch, daß das Quecksilber in *C* und in *A* in die Höhe steigt, alle Luft daraus (durch den Hahn *o* ins Freie) verdrängt und schließlich den Hahn *o* selbst erreicht, wie es Abb. 210 zeigt. Darauf schließt man den Hahn und senkt das Gefäß *E*. Das Quecksilber im Rohr *C* fällt dann, wie beim TORRICELLISCHEN Versuch, so tief herunter, wie es dem Barometerstande entspricht; über der Quecksilbersäule befindet sich dann ein luftleerer Raum *A* von ansehnlicher Größe. Hierauf dreht man den Hahn *o* so, daß *B*, der zu entleerende, und *A*, der bereits leere Raum, miteinander verbunden sind. Die bisher auf *B* beschränkte Luft verbreitet sich nun auch in den Raum *A* und das Rohr *C* und drückt das Quecksilber, dem dadurch eintretenden Druck entsprechend, herunter. Darauf dreht man den Hahn so, daß *A* von *B* wieder getrennt, dagegen mit der Atmosphäre verbunden ist, hebt das Gefäß *E* von neuem, treibt die Luft aufs neue aus *A* ins Freie, stellt durch Senken des Gefäßes *E* das

TORRICELLISCHE Vakuum aufs neue her — kurz, wiederholt den ganzen Her- gang, und zwar andauernd. Die Verdünnung in B wächst natürlich desto schneller, je kleiner B und je größer A ist.

Wie schnell die Verdünnung in B wächst, lehrt eine einfache Überlegung. Anfangs hat die Luft in B denselben Druck wie die umgebende Atmosphäre, er sei p_0 , wie der augenblickliche Barometerstand. Wird B mit dem leer gemachten Raum A verbunden, so verbreitet sich die bisher auf B beschränkte Luft auf den Raum $A + B$ und verdünnt sich. Nennen wir den (uns noch unbekannt)en Druck, den sie dann hat, p_1 , so ist nach dem BOYLE- schen Gesetz

$$\frac{p_1}{p_0} = \frac{B}{A+B} \quad \text{und daher} \quad p_1 = \frac{B}{A+B} \cdot p_0.$$

p_1 ist der Druck in B , nachdem er das erstmal mit A verbunden worden ist. Ist nach dem zweitenmal der Druck auf p_2 gesunken, so ist aus demselben Grunde

$$\frac{p_2}{p_1} = \frac{B}{A+B} \quad \text{und daher} \quad p_2 = \frac{B}{A+B} \cdot p_1 = \left(\frac{B}{A+B}\right)^2 \cdot p_0.$$

Nach dem n ten Pumpenzuge ist der Druck gesunken auf

$$p_n = \left(\frac{B}{A+B}\right)^n \cdot p_0.$$

Die GEISSLER-Pumpe ist der Ausgangspunkt für eine Unzahl ähnlicher Pumpen geworden. Besondere Erwähnung verdient die TÖPLER-Pumpe, weil sie statt des Hahnes o ein selbsttätiges Ventil besitzt, das das zu evakuierende Gefäß und das TORRICELLISCHE Rohr abwechselnd verbindet und trennt. Aber alle diese und ähnliche Quecksilberpumpen hat die rotierende Quecksilberpumpe von GAEDE (1906) ganz in den Hintergrund gedrängt.

167. GAEDE-Pumpe. Die rotierende Quecksilberpumpe von GAEDE (1905) besitzt weder Hähne noch Ventile. Wie bei der GEISSLER-Pumpe füllt man auch bei ihr ein Gefäß zunächst ganz mit Quecksilber, wobei das eintretende Quecksilber die Luft aus dem Gefäß herausdrängt — es ist nur wenig, der Hauptanteil ist vorher durch eine Hilfspumpe (Wasserstrahlpumpe, Stiefelpumpe oder dgl.) entfernt worden — und entleert es hierauf wieder, um es luftleer mit dem auszupumpenden Rezipienten zu verbinden; und genau wie dort wiederholt man dieses Spiel so oft, bis der Rezipient leer ist. Nur ist es bei der GAEDE-Pumpe nicht immer *dasselbe* Gefäß, das man abwechselnd füllt und entleert, sondern es sind drei, die abwechselnd an derselben Stelle in Aktion treten, ungefähr wie wenn in Abb. 210 nicht bloß ein Gefäß A vorhanden wäre, sondern drei da wären, die im Winkel von 120° wie Windmühlenflügel aneinandersäßen und abwechselnd zwischen das Rohr C und den Rezipienten träten. Und das Quecksilber wird auch nicht so, wie dort angedeutet, eingefüllt und wieder entleert: das Gefäß ist vielmehr einem Eimer vergleichbar, der sich — fast wie bei einer Baggermaschine — vollschöpft und wieder ausgießt, aber so ausgießt, daß zuerst der Raum *am Boden* des Eimers leer wird und der vom Quecksilber verlassene, also leere Raum nur mit dem Rezipienten in Verbindung treten kann. Der charakteristische Teil der GAEDE-Pumpe (Abb. 211) ist die Trommel T (Porzellan, Stahl), die in drei Kammern W geteilt ist, und die um ihre horizontale Achse in dem Quecksilber rotiert (ca. 30 Touren in der Minute). Beim Rotieren füllen und entleeren sich die Kammern zyklisch durch die spaltförmigen Kanäle Z und kommen zyklisch durch die Öffnungen L mit dem vom Rezipienten kommenden Rohr R in Verbindung. Durch die Spalten Z drückt das sich aus den Kammern ausgießende Quecksilber die dem Rezipienten entzogene Luft in das vorher mit einer Hilfspumpe evakuierte Gehäuse G , aus dem es durch R' von der Hilfspumpe entfernt wird. — Die Pumpe gehört zu den besten überhaupt existierenden, aber GAEDE hat sie

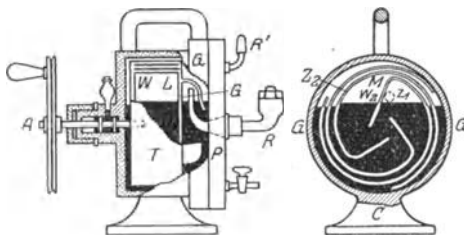


Abb. 211. Rotierende Quecksilberpumpe von GAEDE.

Vertikalschnitt (längs) durch die Rotationsachse. Vertikalschnitt rechtwinklig zum dem vorigen.

selber durch andere Luftpumpen eigener Bauart (Molekularluftpumpe, Diffusionspumpe), die auf anderen physikalischen Vorgängen beruhen, weit überflügelt.

Daß die Vakuumpumpe die Luft wirklich beseitigt, kann man z. B. daran erkennen, daß aus dem mit der arbeitenden Pumpe verbundenen Raume der Widerstand der Luft gegen fallende Körper abnimmt, der Druck der Luft abnimmt usw. Körper von handgreiflich verschiedener Masse — eine Flaumfeder, ein Stück Papier, eine Münze — fallen in dem Raum gleich schnell, das Baroskop (S. 174, unten) ist in dem Raume nicht mehr im Gleichgewicht, es neigt sich nach der Seite, an der der größere Körper hängt; das Quecksilber des Barometers sinkt in dem Raume usw.

168. Kolbenluftpumpe. Die Quecksilberluftpumpe ist nur eine Sonderbauart unter den Luftpumpen. Das Prototyp der „Luftpumpe“ schlechtweg — und der Luftpumpe der Großindustrie zur Bewältigung großer Luftmassen — ist die Kolbenluftpumpe (deren Erfindung auf OTTO v. GUERICKE zurückgeführt wird). Ihr wesentlichster Teil ist ein Zylinder *S*, der Stiefel, in dem der luftdicht hineinpassende Kolben *K* hin und her verschiebbar ist. Der Stiefel *S* vertritt die Stelle des Barometerrohres der Quecksilberpumpe und der Kolben *K* die Stelle des Quecksilbers. Das Schema (Abb. 212) genügt, um das Wesen einer Kolbenluftpumpe zu erläutern: Wie bei der Quecksilberluftpumpe (Abb. 210) das Gefäß *A*, so wird bei der Kolbenluftpumpe der Stiefel *S* abwechselnd mit dem zu entleerenden Gefäß verbunden und wieder von ihm getrennt, und zwar entweder durch einen *Dreiwegehahn* (wie der Hahn *o* bei der GEISSLER-Pumpe und *H* in Abb. 201) oder durch ein Ventil oder einen *Schieber*. Je nachdem heißt die Pumpe *Hahn-* oder *Ventil-* oder *Schieberluftpumpe*. Der Vorgang

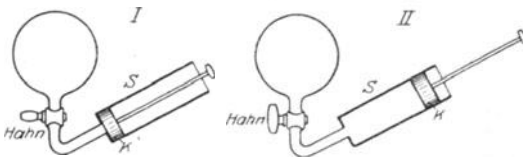


Abb. 212. Schematische Zeichnung einer Kolbenluftpumpe.

ist der folgende: Man stellt den Hahn so, daß der Stiefel mit der äußeren Luft verbunden ist, und schiebt den Kolben in die Stellung *I*; dadurch drängt man alle Luft aus dem Kolben ins Freie. Darauf schließt man den Hahn und bringt den Kolben in die Stellung *II*; dadurch entsteht

zwischen dem Kolben und dem Zylinderboden ein *annähernd* (wir kommen darauf zurück) leerer Raum. Jetzt verbindet man das zu entleerende Gefäß durch den Hahn mit dem Stiefel; dadurch verbreitet sich die vorher auf das Gefäß beschränkte Luft auch in den luftleeren Stiefel — sie verdünnt sich daher. Darauf schließt man das Gefäß durch den Hahn gegen den Stiefel, verbindet den Stiefel mit der Atmosphäre und bringt den Kolben wieder in die Stellung *I* — kurz, man wiederholt den ganzen Vorgang. Die bereits verdünnte Luft des Gefäßes verdünnt sich also noch weiter. — Von der Sorgfalt, mit der die einzelnen Teile der Pumpe gearbeitet sind, namentlich die Kolben, Hähne, Ventile, die Kolbendichtung, die das luftdichte Anschließen des Kolbens an den Stiefel bewirken soll usw., hängt es ab, wie nahe die Verdünnung der Luftleere kommt. — Niemals aber kann eine solche „trockene“ Luftpumpe eine Quecksilberpumpe erreichen. Der Grund: In beiden wird das zu entleerende Gefäß zeitweilig mit einem angeblich leeren Raum verbunden. Bei der Quecksilberpumpe ist er *wirklich* leer, bei der Kolbenluftpumpe aber nicht. Das Quecksilber füllt nämlich den Raum, in den es (wie der Kolben einer Kolbenluftpumpe, und zwar wie ein mit dem Stiefelraum vollkommen kongruenter Kolben) hineingetrieben wird, *in allen Fugen* aus und läßt infolgedessen, wenn es zurückgeht,

einen vollkommen leeren Raum zurück — nicht so der Kolben. Seine Kongruenz mit dem Stiefelende ist niemals *vollkommen*. Zwischen beiden bleibt immer ein, wenn auch *noch* so kleiner Raum, der „schädliche Raum“. Geht der Kolben zurück, so füllt sich der Stiefel daher mit der Luft, die vorher auf den schädlichen Raum beschränkt war. Je kleiner dieser im Verhältnis zum ganzen Stiefel ist, desto mehr verdünnt sich die Luft des schädlichen Raumes hierbei, desto mehr nähert sich also jene durch das Zurückgehen des Kolbens bewirkte *Verdünnung* der *Luftleere* — aber vorhanden ist und bleibt dieser Luftrest, so klein er auch sein mag.

Von der Kleinheit des schädlichen Raumes hängt zum großen Teil die Leistungsfähigkeit der Luftpumpe ab. Die besten trockenen (Schieber-)Luftpumpen erreichen eine Verdünnung von $\frac{1}{2}$ mm Quecksilber. Am kleinsten ist der schädliche Raum in den sog. Ölpumpen, Kolbenpumpen (meist mit Ventilen), in denen der Kolben im Stiefel eine dünne (nicht verdampfende) Ölschicht mit sich schleppt, so daß er, von ihr umgeben, sich der Zylinderwand und dem Zylinderboden sehr vollkommen anschmiegt. Verdünnungen von 0,01 mm Quecksilber sind für diese Kolbenpumpen als normal anzusehen. Aber auch die beste Kolbenpumpe bleibt sehr weit hinter der Quecksilberpumpe zurück. Hier rechnet die erreichbare Verdünnung nach Hunderttausendsteln eines Millimeters und weniger. Die Menge Luft, die in einem mit der Quecksilberdiffusionspumpe (S. 181) von GAEBDE ausgepumpten Gefäß zurückbleibt, verhält sich zu der ursprünglich darin befindlichen ungefähr so wie eine Sekunde zu mehr als drei Jahrhunderten.

169. Flüssigkeitsstrahlluftpumpen. Der Vollständigkeit halber ist noch ein Luftpumpenprinzip zu erwähnen, das von dem beschriebenen ganz verschieden ist: Ein dünner Flüssigkeitsstrahl, Wasser in der BUNSENSchen Wasserluftpumpe (1869), Quecksilber in der SPRENGELschen Quecksilberpumpe (1865), der durch ein ziemlich enges, geradliniges, vertikal stehendes Rohr herabfällt, reißt durch seinen Fall die Luft um sich herum mit und schafft dadurch einen luftverdünnten Raum um sich herum, so daß die Luft aus dem zu entleerenden Gefäß sich in ihn hinein verbreitet und dadurch fortschreitend verdünnt. Abb. 213 zeigt die SPRENGEL-Pumpe. Das Fallrohr (aus Glas) ist etwa 2–3 mm weit; an der Eintrittsstelle des Quecksilbers ist es zu einer Düse verengt, so daß das Quecksilber in einem sehr feinen Strahl eintritt. Das seitliche Ansatzrohr, an dessen Mündung das Quecksilber vorbeifällt, kommt von dem zu entleerenden Gefäß her. Solange noch viel Luft in dem Rohre vorhanden ist, bilden die Quecksilbertropfen kleine Kolben (s. Abb. 213), die in dem Fallrohr hinabgleiten — infolge des Widerstandes, den sie an der Luft und an der Rohrwand finden, gar nicht sehr schnell — und zwischen sich die Luft hinausbefördern. Die Pumpen sind zwar eigentlich nur Laboratoriumsinstrumente, wurden aber, bis sie durch die Ölpumpen und die GAEBDE-Pumpen verdrängt wurden, zu Tausenden in den Glühlampenfabriken benützt. — Die BUNSENSche Wasserluftpumpe (Abb. 174) dient im Laboratorium dazu, z. B. das Filtrieren zu beschleunigen. Man erzeugt mit ihr einen luftverdünnten Raum und läßt durch den Überdruck der Atmosphäre die abzufiltrierende Flüssigkeit in ihn hineintreiben. Die Flüssigkeit durchdringt dann das Filter schneller, als wenn sie nur mit ihrem Gewicht darauf drückt.



Abb. 213.
SPRENGEL-
Pumpe.
Quecksilberstrahl-
Luftpumpe.

170. Kompressionspumpe. Die Kolbenluftpumpen dienen auch dazu, die Gase zu *verdichten*. Die verdichtete Luft spielt z. B. (nur ein Beispiel unter hunderten von Anwendungen) für den Betrieb der Rohrpost eine große Rolle. In einem zylindrischen Rohr (von einigen Zentimeter Durchmesser) befinden sich zylindrische, in dem Rohr wie Kolben gleitende Büchsen mit den Briefen. An dem einen Ende des Rohres wird die Luft verdichtet, so daß der Briefbehälter von der einen Seite her einen Überdruck erfährt; infolgedessen gleitet er im Rohr entlang. — Das Gas zur Beleuchtung der Eisenbahnzüge, das jeder Zug in Gasbehältern mit sich führen muß, verdichtet man, um möglichst viel Gas in einem möglichst kleinen Raum unterzubringen. Verdichtete Kohlensäure wird zum Betriebe der Bierdruckapparate benutzt, komprimierter Sauerstoff,

Wasserstoff, Stickstoff dienen zu mannigfachen technischen Vorrichtungen. — Die *Kompressionspumpen* werden zwar anders gebaut als die Vakuumpumpen, schon weil sie ganz andere Drucke aushalten müssen. Aber ihre Wirksamkeit ist auch aus der schematischen Zeichnung (Abb. 212) zu ersehen. Um die Luft in dem Gefäß zu verdichten, dreht man, wenn der Kolben die Stellung *II* hat, den Hahn so, daß der nach außen führende Weg geschlossen ist und der in das Gefäß führende offen; bringt man den Kolben dann in die Stellung *I*, so wird die Luft aus dem Stiefel in das Gefäß gepreßt. Hierauf dreht man den Hahn so, daß der Stiefel von dem Gefäß getrennt ist und mit der Atmosphäre kommuniziert. Führt man dann den Kolben nach *II* zurück, so strömt durch den Hahn Luft in den Stiefel. Das Kolbenspiel wiederholt man andauernd.

171. Manometer. Die Verdichtung resp. die Verdünnung der Gase (im besonderen der Luft) mißt man daran, um wieviel der Druck der *verdichteten* Gase den der Atmosphäre übersteigt, resp. um wieviel der Druck der *verdünnten* Gase unter dem der Atmosphäre liegt. Der Druck der Atmosphäre ist das willkürlich gewählte Niveau, von dem aus man die Drucke mißt (wie die Temperatur des schmelzenden Eises das willkürlich gewählte Niveau ist, von dem aus man Temperaturen mißt). Da aber der Druck der Atmosphäre (Barometerstand) selbst schwankt, so muß man einen *bestimmten* Atmosphärendruck als „Normaldruck“ festsetzen. Man benützt dazu den Druck, den die Atmosphäre bei einem Barometerstande von 760 mm Quecksilber von der Temperatur 0° C ausübt, und der (S. 177, Mitte) mit 1,033 kg* auf 1 cm² drückt. Man nennt den Normaldruck kurzweg „eine Atmosphäre“ und gibt den Druck, den ein Gas ausübt (oder, was dasselbe ist, unter dem es steht), als Druck von soundsoviel Atmosphären oder auch in soundsoviel „Zentimeter Quecksilber“ an. Wenn man sagt: „Das Gas in einem Gasbehälter hat einen Druck von 2 Atmosphären“, so heißt das: Je 1 cm² der Wand des Gasbehälters erfährt einen Druck, wie wenn es mit 2 · 1,033 kg* belastet wäre. — Ein Dampfkessel ist auf einen Druck von 15 Atmosphären geprüft, heißt: Er ist darauf geprüft, ob er für je 1 cm² der Kesselwand einen Druck aushält, der dem Gewicht einer 15 · 76 cm hohen Quecksilbersäule von 1 cm² Querschnitt gleichkommt, d. h. 15 · 1,033 kg* usw. Es ist ohne weiteres verständlich, was ein Druck von $\frac{1}{3}$, $\frac{1}{4}$, $\frac{1}{10}$ Atmosphäre usw. bedeutet — es handelt sich hier um Verdünnung (dort um Verdichtung).

Die Instrumente für diese Messungen heißen *Manometer*¹⁾. Man benützt besondere für Verdichtungen und besondere für Verdünnungen. Die Manometer, mit denen man nur nach *einer* Richtung vom Normaldruck aus messen kann, entsprechen Thermometern, mit denen man nur Temperaturen über Null oder Temperaturen unter Null messen könnte. Die einzige Ausnahme bildet das gewöhnliche Barometer, das die nur wenige Zentimeter zählenden Schwankungen des Normaldruckes angibt und daher bald über, bald unter 760 mm steht.

In der einfachsten und leichter herstellbaren Form besteht ein Manometer für Verdichtungen aus einem vertikal stehenden U-förmigen, an beiden Enden offenen Glasrohr, das bis zu einer gewissen Höhe mit Quecksilber (oder für sehr geringe Drucke mit einer leichteren Flüssigkeit, gewöhnlich mit Wasser oder Schwefelsäure oder Glyzerin) gefüllt ist. Das eine Ende wird mit dem Gefäß verbunden, in dem der Druck gemessen werden soll, das andere mit der Atmosphäre, so daß also auf das Quecksilber in dem einen Schenkel das Gas, in dem anderen die Luft drückt. Hat das Gas denselben Druck wie die Luft, eine Atmosphäre, so steht das Quecksilber in beiden Schenkeln gleich hoch; ist der Druck im Gasbehälter höher, so wird das Quecksilber in dem mit ihm verbundenen Schenkel hinuntergedrückt und in dem anderen in die Höhe getrieben. Die Höhe der Säule, um die es in dem offenen Schenkel höher steht als in dem mit dem Gasbehälter verbundenen, gibt an, um wieviel

¹⁾ *μανός* = dünn.

der Gasdruck den Luftdruck übersteigt. Steht das Quecksilber im offenen Schenkel um $1 \cdot 76$ cm oder um $2 \cdot 76$ cm usw. höher als in dem anderen, so heißt das: der Gasdruck übertrifft den Luftdruck um 1, 2... Atmosphären, beträgt also 2, 3... Atmosphären. In beiden Schenkeln drücken 2, 3... Atmosphären auf das Quecksilber: in dem mit dem Gasbehälter verbundenen 2, 3... Atmosphären Gasdruck, und im offenen 1 Atmosphäre Luftdruck, vermehrt um den Druck von 1, 2... Quecksilbersäulen von je 76 cm Länge, von denen jeder einer Atmosphäre entspricht. — Dieses Manometer muß, um auch nur für den Druck weniger Atmosphären auszureichen, sehr lang sein. Um das zu vermeiden, verschließt man den nach der Luft zu offenen Schenkel. Von dem Überdruck im Gasreservoir getrieben, steigt dann das Quecksilber in dem geschlossenen Schenkel zwar auch in die Höhe, verdichtet aber dabei die über ihm befindliche Luft, wie es das BOYLEsche Gesetz fordert, erfährt dadurch einen Gegendruck und steigt nur so lange, bis dieser Gegendruck plus dem Druck, der durch die Höhendifferenz bei der Quecksilbersäule gemessen wird, gleich dem (zu messenden) Gasdruck ist. Man kommt so mit einem Glasrohr von 60–80 cm Länge aus. Die beiden Manometer sind nur Laboratoriumsinstrumente, für technische Zwecke verwendet man ganz andere: man läßt den Gasdruck wie im Aneroidbarometer auf einen elastischen Körper wirken und macht seine Formänderung mit einem Zeiger vor einer Skala sichtbar. In einem der gebräuchlichsten Manometer biegt der Gasdruck eine elastische Platte mehr oder weniger durch. Die Skala wird mit einem der bereits beschriebenen Manometer geeicht.

Den Druck verdünnter Gase mißt man mit Manometern, die den Barometern ähnlich sind — und zwar gebraucht man als Barometerflüssigkeit meist Quecksilber (oder auch Glycerin). Da es sich dabei um niedrigen Druck handelt, so ist die Quecksilbersäule, deren Gewicht dem Druck das Gleichgewicht hält, viel niedriger, als es der Barometerhöhe entspricht: in Wirklichkeit ist ein solches Vakuummeter ein verkürztes Barometer (Abb. 214). Die Verkürzung erklärt sich so: Man denke sich an einem gewöhnlichen Barometer das Glasrohr *unmittelbar* über der Quecksilberkuppe zugeschmolzen, so daß das Quecksilber beim Barometerstande von 76 cm die Glaswand oben gerade berührt. Das Barometer kann dann zwar keinen *höheren* Druck als 76 cm messen, wohl aber jeden Druck von einer Atmosphäre *abwärts*. Ist aber der größte Druck, den es messen soll, noch nicht einmal $\frac{1}{4}$ Atmosphäre, dann sind 76 cm eine unnötige Länge, denn verbindet man den offenen Schenkel mit einem Gefäß, in dem ein Druck von $\frac{1}{4}$ Atmosphäre herrscht, so fällt das Quecksilber im geschlossenen Schenkel so weit herunter, daß es nur um 19 cm höher steht als in dem anderen. Schmilzt man das geschlossene Rohr dann dicht über der Quecksilbersäule ab, so daß es also bei einem Druck von $\frac{1}{4}$ Atmosphäre die Glaskuppe gerade berührt, so kann es zwar keinen Druck messen, der größer ist als $\frac{1}{4}$ Atmosphäre, wohl aber jeden, der kleiner ist. Das ursprüngliche Barometer von 76 cm kann man für derartige Zwecke verkürzen. (Ein verkürztes Barometer ist, da es nur von einem bestimmten Druck an mißt, einem Fieberthermometer vergleichbar, das auch verkürzt ist und erst von einer bestimmten Temperatur an mißt.) An einer Millimeterskala liest man die Höhendifferenz zwischen den beiden Quecksilbersäulen ab. Man kann sie leicht in Bruchteile einer Atmosphäre umrechnen.

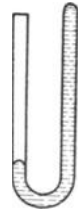


Abb. 214.
Verkürztes
Barometer.

172. Verwendung des Druckes zur Arbeitsleistung. Die Möglichkeit, den Druck der Luft in einem abgegrenzten Raume beliebig zu verkleinern oder zu vergrößern gegenüber dem Druck der Atmosphäre auf die einschließenden Wände, läßt uns mit dem Druck der Luft planmäßig Arbeit leisten. Die Wirksamkeit aller Vorrichtungen dazu ist stets so erklärbar: In einem zylindrischen Rohre (Abb. 215) RR sei ein Kolben K wie in der Luftpumpe (Abb. 212), luftdicht der Rohrwand entlang verschiebbar. Verdünnt man in dem Raum B die Luft, läßt den Raum A aber mit der Atmosphäre verbunden, so erfährt der Kolben von A her einen Überdruck und verschiebt sich daher in der Richtung des Pfeiles (wir sehen ab von seiner Reibung an der Wand). Wird dagegen in B die Luft *verdichtet*, während A mit der Atmosphäre verbunden bleibt, so erfährt K von B her einen Überdruck und bewegt sich daher in der entgegengesetzten Richtung. Im ersten Falle wird schon der normale Atmosphärendruck zum

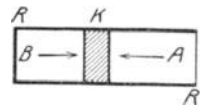


Abb. 215.
Zur Arbeitsleistung
mit Hilfe des Luft-
druckes.

Überdruck, man spricht dann von *Saugwirkung* (infolge der Verdünnung), im anderen Falle von einer *Druckwirkung* (infolge der Verdichtung); oft werden beide Wirkungen miteinander kombiniert.



Abb. 216. Zur physikalischen Erklärung des physiologischen Saugvorganges.

Eine Saugwirkung ist es z. B., durch die man eine Flüssigkeit durch ein Rohr so emporzieht, wie es Abb. 216 zeigt. Das Rohr vertritt den Stiefel, die Flüssigkeitssäule darin den Kolben des Schemas Abb. 215. — Man umschließt das Ende des Rohres fest mit den Lippen und erweitert den Brustkasten, wie man es beim Atemholen tut (aber ohne durch die Nase zu atmen). Die Erweiterung des Brustkastens verdünnt die Luft in ihm; die Luft, die vorher nur den aus der Flüssigkeit herausragenden Teil des Rohres einnahm, verbreitet sich daher durch die Mundhöhle nach dem Brustkasten hin. Die Luft über der Flüssigkeitssäule wird dadurch verdünnt. Das obere Ende der Säule erfährt daher einen Druck, der kleiner ist als der Atmosphärendruck, das untere dagegen den von außen wirkenden Druck

der Atmosphäre, und dieser treibt daher die Flüssigkeit in dem Rohr in die Höhe.

173. Wassersaugpumpe. Wasserdruckpumpe. Genau dasselbe spielt sich in der Wassersaugpumpe ab (Abb. 217). Das Grundwasser bei *T* vertritt das Wasser in dem Gefäß der Abb. 216, das Steigrohr *A* und der Stiefel *L*, in den das Steigrohr mündet (von dem es aber zeitweilig die *nur* nach *oben* drehbare Klappe *S* trennt), den Brustkasten; das Erweitern des Brustkastens ist hier ersetzt durch die Aufwärtsbewegung des Kolbens *O*. Die Pumpe wirkt so: Anfangs steht der Kolben auf dem Boden des Stiefels. Wird er gehoben, so verdünnt sich die Luft unter ihm und verkleinert den Druck auf die Klappe *S*. Diese erfährt daher von unten einen stärkeren Druck als von oben und hebt sich. Die bisher auf das Steigrohr beschränkte Luft verbreitet sich dadurch in den Stiefel und verdünnt sich ebenfalls unter den Atmosphärendruck. Infolgedessen erfährt das Wasser im Steigrohr von oben einen geringeren Druck als das Grundwasser bei *T*, daher wird es in dem Rohr in die Höhe getrieben, und zwar so hoch, bis der Druck der dadurch entstehenden Säule plus dem Druck der noch in dem Rohr und dem Stiefel stehenden Luft gleich ist dem Atmosphärendruck bei *T*. Über der Wassersäule herrscht dann bis zum Kolben hin überall der gleiche Druck; die Klappe fällt daher infolge ihres Gewichts wieder herunter und schließt das Steigrohr *A* wieder ab. (Damit braucht aber das Wasser noch nicht bis in den Pumpenstiefel gelangt zu sein.) Wird der Kolben nun hinunter bewegt, so wird die Luft zwischen ihm und der (wieder geschlossenen) Klappe *S* zusammengedrückt. Ihr Druck öffnet das in dem Kolben befindliche, nach oben sich öffnende Ventil (ebenfalls eine Klappe), und die Luft strömt in die Atmosphäre. Jetzt beginnt das Spiel der Pumpe von neuem. Die Luft, die sich noch über der Wassersäule im Rohr befindet, wird noch weiter verdünnt und das Wasser durch den Überdruck der Atmosphäre weiter in die Höhe getrieben, bis es schließlich in den Stiefel gelangt. Wird dann der Kolben niedergedrückt, so drückt das Wasser die Klappe, die die Kolbendurchbohrung oben abschließt, in die Höhe, gelangt auf die obere Seite des Kolbens, wird bis zum Ausflußrohr emporgehoben und läuft ab.

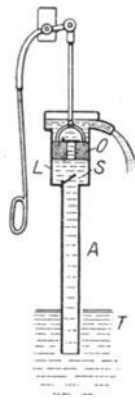


Abb. 217. Wassersaugpumpe.

Die Höhe, bis zu der man das Wasser so über den Grundwasserspiegel saugen kann, ist begrenzt. Der Atmosphärendruck hält einer Quecksilbersäule von 76 cm Höhe das Gleichgewicht, also einer Wassersäule von $13,6 \cdot 76 \text{ cm} = 10 \text{ m}$.

Er kann das Wasser also nur um 10 m über den Grundwasserspiegel heben (wie er Quecksilber nicht um mehr als 76 cm über den Quecksilberspiegel heben könnte). Die Saugpumpen sind aber nicht sorgfältig genug gebaut, um 10 m zu erreichen, sie heben nur etwa 8 m. Wo das Grundwasser tiefer liegt, muß man es anders heben, gewöhnlich so, wie es Abb. 218 oder Abb. 219 andeutet. Man hebt das Wasser mit einer Saugpumpe so hoch, als es möglich ist, und richtet das Ausflußrohr der Saugpumpe nach oben. In dieses Rohr drängt man das Wasser mit dem Kolben hinein. In den Stiefel zurückfallen kann es nicht, denn zwischen Rohr und Stiefel sitzt eine Klappe, die sich nach dem Rohre zu öffnet, nach dem Stiefel zu schließt. Da jeder neue Kolbenhub Wasser in das Rohr drückt, wird das Wasser darin allmählich bis zu dem Ablaufrohr hinaufgeschoben.

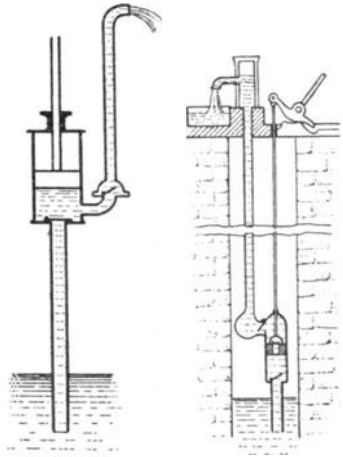


Abb. 218. Wassersaug- Abb. 219. Druckpumpe.

Der Druck der Luft leistet in diesen Pumpen nicht mehr als in den gewöhnlichen Saugpumpen: die größere Höhe erreicht das Wasser nur dadurch, daß der Kolben es schiebt. Anders aber in der *Feuerspritze*. Hier treibt tatsächlich der Druck der Luft das Wasser zu Höhen, die viel größer sind als die maximale Saughöhe von 8 m. Aber die Luft ist vorher zusammengedrückt und auf einen Druck gebracht worden, der weit über dem einer Atmosphäre liegt, und deswegen kann sie das Wasser so hoch schleudern. Der wesentlichste Teil der Feuerspritze ist der sog. Windkessel. Er beruht auf demselben Prinzip wie der Heronsball Abb. 220, dessen Beschreibung wir hier daher anschließen.

174. Heronsball. Feuerspritze. Man füllt eine Flasche zum Teil mit Flüssigkeit, verschließt sie luftdicht mit einem Stopfen und führt durch diesen Stopfen luftdicht ein Rohr hindurch bis unter den Flüssigkeitsspiegel. Der Flüssigkeitsspiegel wird so in zwei Teile zerlegt, den (größeren) *EC* — er ist mit der Luft in Berührung, die in der Flasche eingeschlossen ist — und den (kleineren) *a* — er begrenzt die Flüssigkeitssäule in dem Rohre und ist mit der Außenluft in Berührung. Der Heronsball tritt in Wirksamkeit, d. h. er schleudert wie ein Springbrunnen die Flüssigkeit durch das Rohr hinaus, wenn die über *EC* befindliche Luft auf die von ihr berührte Flüssigkeit erheblich stärker drückt als die Atmosphäre auf die von ihr berührte Flüssigkeit in dem Rohr *ab*. Man kann diesen Druckunterschied dadurch hervorrufen, daß man durch das Rohr Luft von außen in die Flasche treibt, z. B. mit einer Kompressionspumpe oder auch nur mit dem Munde. Auf diese Weise wird gewaltsam Luft in den Raum über *EC* getrieben und der Druck der dort bereits befindlichen Luft vergrößert. Hört man mit dieser gewaltsamen Luftentreibung auf und gibt man das Rohr wieder frei, so treibt der Druck auf *EC*, weil er jetzt größer ist als der der Atmosphäre, die Flüssigkeit durch das Rohr in die Höhe und so lange aus dem Gefäß hinaus, bis die in dem Gefäß enthaltene Luft ein so großes Volumen einnimmt, daß ihr Druck bis auf den Atmosphärendruck herabgesunken ist, also von innen derselbe Druck auf *EC* herrscht wie von außen auf die Flüssigkeitssäule in dem Rohr. — Ein Heronsball ist z. B. die Siphonflasche für moussierende Getränke. Der Druck der entweichenden Kohlensäure, die sich über der Flüssigkeit sammelt, ist stärker als der Druck der Atmosphäre. Öffnet man den Verschuß des in die Flüssigkeit hinabreichenden Rohres, so treibt er daher die Flüssigkeit hinaus. Auch die Spritzflasche der Chemiker (Abb. 221) ist ein Heronsball, in den man aber der Bequemlichkeit wegen die Luft durch ein besonderes Rohr, das über dem Flüssigkeitsspiegel endet, hineintreibt.

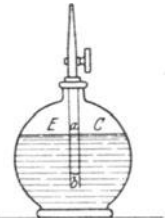


Abb. 220. Heronsball. Man preßt Luft durch das Rohr in den Raum über der Flüssigkeit und setzt die Flüssigkeit so unter einen von dorthier wirkenden Überdruck.



Abb. 221. Der Heronsball als Spritzflasche.

Einen Heronsball benützt man auch in der Feuerspritze. Nur wird der Druck in ihm — dem Windkessel — nicht dadurch vergrößert, daß man

noch weiter *Luft* hineinpreßt, sondern dadurch, daß man die in ihm enthaltene Luftmenge auf ein kleines Volumen zusammenpreßt, indem man noch weiter *Wasser* mit der Druckpumpe hineinpreßt. Den Windkessel bedienen zwei zusammengehörige Pumpen, die gleichzeitig und zwar so arbeiten, daß, während der eine Kolben hinaufgeht, der andere hinuntergeht, so daß der Wasserstrahl ununterbrochen hinausgeschleudert wird — nicht stoßweise, wie das bei einer gewöhnlichen Wasserpumpe der Fall ist, aus der das Wasser nur beim Heben oder nur beim Senken des Kolbens ausfließt.

175. Heber. Eine einzigartige Saugpumpe, ohne Klappen, Ventile oder dgl. ist der *Heber* (Abb. 222), eigentlich nichts weiter als ein Rohr, das einen Winkel

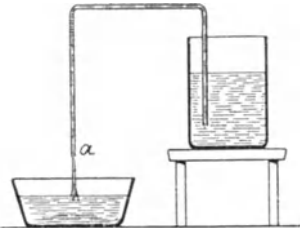


Abb. 222. Der Heber.

mit ungleich langen Schenkeln bildet, und gerade so gut, wie aus Glas, Metall, Holz oder dgl., aus einem Schlauch geformt werden kann. Abb. 222 stellt ihn dar, den kürzeren Schenkel — er vertritt das Saugrohr der Saugpumpe — in dem mit Flüssigkeit gefüllten Gefäß, dessen Niveau gewissermaßen den Grundwasserspiegel vertritt. Aber die gewöhnliche Saugpumpe wirft das gehobene Wasser *über* dem Grundwasserspiegel *T* aus, der Heber dagegen arbeitet nur dann, wenn die Ausflußöffnung *a* *unter* dem Grundwasserspiegel liegt. Um den Heber in

Tätigkeit zu setzen, saugt man bei *a* die Flüssigkeit an — ungefährliche Flüssigkeiten etwa mit dem Munde, gefährliche anders (*Giftheber*) — bis das ganze Rohr bis *a* hin gefüllt ist. Überläßt man das Rohr sich selbst, so läuft die Flüssigkeit bei *a* in einem Strahl ab. Wie lange, darüber später. —

Den Vorgang versteht man am besten, wenn man den Heber vor seinen Augen entstehen läßt: Die Gefäße (Abb. 223) *A* und *B* enthalten Wasser bis zum Niveau α resp. β . Unerlässlich ist — warum, wird später begründet — daß das eine Niveau (hier α) höher liegt. Über das Niveau ragt, von einem oben geschlossenen Rohr begrenzt und vom Luftdruck getragen, die Wassersäule *a* resp. *b* empor. Beide sind kürzer, als es der Luftdruck gestatten würde, also kürzer als 10 m (Quecksilbersäulen würden wir kürzer als 76 cm wählen). Um sie vollkommen frei von Luft im Wasser aufzurichten, verfährt man wie beim TORRICELLISCHEN Versuch (S. 176, unten). Die beiden Röhren werden nachher die Schenkel des Heberröhrens bilden, müssen daher miteinander verbunden werden. Zu diesem Zweck werden wir sie später bei *c* und *d* durchbohren und durch eine vollkommen mit Wasser gefüllte, von Luft freie Röhre *e* verbinden. Zunächst aber fragen wir: Wie groß ist der Druck, den die Flüssigkeit

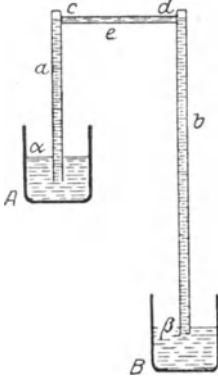


Abb. 223. Zur Erklärung der Hebertätigkeit.

in den Säulen *a* und *b* an den Punkten *c* und *d* auf die Wand ausübt?

Der Druck, den die Flüssigkeitssäulen an ihrer Basis auf die umgebende Rohrwand ausüben, ist gleich dem Atmosphärendruck p . An irgendeinem Punkte darüber ist er kleiner, und zwar um das Gewicht der Flüssigkeitssäule zwischen dem Niveau dieses Punktes und der Basis. Bei *c* ist er daher gleich p vermindert um den Druck der Säule *a*, und bei *d* ist er gleich p vermindert um den *größeren* Druck der *höheren* Säule *b*, bei *c* herrscht also gegen *d* ein Überdruck, und *dieser* setzt den Heber in Tätigkeit. Werden nämlich, wie vorhin angekündigt, *c* und *d* durch die mit Wasser gefüllt zu denkende Röhre *e* verbunden, so erfährt das Wasser den Überdruck von *c* nach *d*, bewegt sich in dieser Richtung und schiebt sich und das vor ihm in *b* befindliche Wasser hinaus. Der Heber läuft also. In

dem Moment, in dem bei c der Überdruck das Wasser von c wegschiebt, ist bei c die Vorbedingung für die Bildung eines leeren Raumes geschaffen. Aber in demselben Moment befördert auch schon der auf α wirkende Druck der Atmosphäre durch das Rohr a Wasser in den bei c frei werdenden Raum. Die Druckdifferenz zwischen c und d bleibt dadurch *dauernd* erhalten und der Heber *dauernd* in Tätigkeit. — Verschwindet die Druckdifferenz aber, so hört der Heber zu arbeiten auf. Während er arbeitet, schafft er Wasser aus A nach B . Daher sinkt der Spiegel in A und steigt in B . Liegen die Spiegel schließlich in der gleichen Ebene, so gibt es keine Druckdifferenz mehr zwischen c und d ; der Heber hört zu laufen auf. — Sinkt aber gar der Spiegel in A unter die Rohröffnung, noch ehe diese Niveaugleichheit eintreten kann, so tritt Luft in den Saugschonkel des Hebers und treibt die ganze Flüssigkeit hinaus. Der Ausflußschonkel des

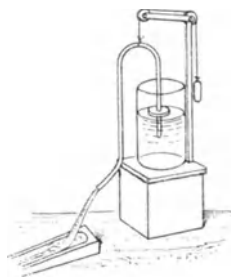


Abb. 224. Zur Konstanterhaltung der Ausflußgeschwindigkeit aus dem (mit der aus einem Flüssigkeit sinkenden) Heber.

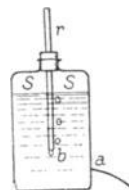


Abb. 225. aus einem (MARIOTTESchen) Gefäß.

Hebers braucht natürlich nicht in einem mit Flüssigkeit gefüllten Gefäß zu münden (wir haben das nur, um die Darstellung zu vereinfachen, angenommen), er kann auch frei in die Atmosphäre münden. — Der Druck, der das Wasser aus dem Heber hinaustreibt, hängt von der Längendifferenz der Flüssigkeitssäulen a und b ab, diese Differenz wird aber in dem Maße kleiner, in dem der Flüssigkeitsspiegel α sinkt (und β steigt). Daher verkleinert sich der Druck und daher auch die Ausflußgeschwindigkeit des Hebers, während der Spiegel sinkt. Man kann sie trotzdem konstant halten, wenn man dafür sorgt, daß der Heber gleichzeitig mit dem Spiegel sinkt. Zu dem Zweck läßt man den Heber z. B. mit Hilfe der Vorrichtung Abb. 224 auf dem Spiegel schwimmen.

176. MARIOTTESches Gefäß. Pipette. Auch das MARIOTTESche Gefäß (Abb. 225) erhält die Ausflußgeschwindigkeit einer Flüssigkeit konstant. Es entsteht, wenn man am Heronsball (Abb. 220) in der Wand eine Öffnung a anbringt, die tiefer liegt als das untere Rohrende. Wird a geöffnet, so tritt die Flüssigkeit aus, denn von außen wirkt bei a nur der Druck der Luft, von innen aber der ebenso große Druck (der Luft über dem Flüssigkeitsspiegel), vermehrt um den Druck der Flüssigkeit zwischen S und a . Infolge der Verminderung der Flüssigkeit in der Flasche kann sich die darin vorhandene Luft ausdehnen, und ihr Druck sinkt. Wenn er so weit gesunken ist, daß er und der Druck der von S bis zum Niveau von b (der Rohrmündung) reichenden Wassersäule zusammen von dem (Atmosphären-) Druck der *in dem Rohr* stehenden Luft übertroffen werden, so tritt bei b dauernd Luft ein und steigt durch die Flüssigkeit hinauf über den Spiegel. Bei b herrscht infolgedessen *dauernd* der Druck der Atmosphäre, d. h. derselbe wie bei a . Der Überdruck, unter dem die Flüssigkeit abfließt, ist also der Druck der Flüssigkeit zwischen dem Niveau von b und dem von a . Er bleibt *konstant*, bis die Flüssigkeit auf das Niveau von b gesunken ist, also auch die *Ausflußgeschwindigkeit* bleibt bis dahin *konstant*. Man kann diesen Druck vergrößern oder verkleinern, wenn man das Rohr hinauf- oder hinunterschiebt und so die Säule verlängert oder verkürzt. Schiebt man das Rohr bis auf das Niveau der Ausflußöffnung hinab, so hört das Fließen auf, da die Höhe der Säule dadurch gleich Null wird. — Das Abfließen hört auch dann auf, wenn man das Rohr oben verschließt und so das Eintreten der Luft verhindert, der von innen auf a wirkende Druck ist dann bald um so viel kleiner, als der von außen auf a wirkende Atmosphärendruck, daß das Ausfließen unmöglich wird. Die MARIOTTESche Flasche verhält sich in diesem Zustande genau wie eine Pipette (Abb. 226), die man durch

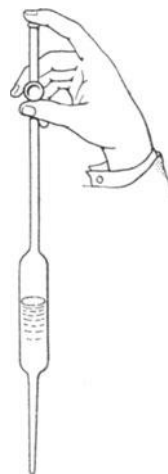


Abb. 226. Gleichgewicht der angesaugten Flüssigkeit in der Pipette.

Ansaugen zum Teil gefüllt und dann verschlossen hat. Auch hier wird das Ausfließen dadurch verhindert, daß der von innen nach außen wirkende Druck der (durch das Saugen) verdünnten Luft und der Flüssigkeitssäule zusammen den von außen wirkenden Luftdruck nicht übersteigt.

B. Bewegung von Gasen.

Bei der Beschreibung der Luftpumpe haben wir gesagt, daß man das auszupumpende Gefäß B mit einem Raume A verbindet, der vorher luftleer gemacht worden ist, und daß sich die vorher auf das Gefäß B beschränkte Luft in dem größeren Raume $A + B$ ausbreitet und sich verdünnt. An diesem Vorgange hat uns nur das Ergebnis interessiert, der Grad der Verdünnung. Um die *Bewegung* des Gases, während es sich ausdehnt und durch den verbindenden Kanal von B nach A strömt, haben wir uns nicht gekümmert. — Wir wenden uns jetzt der (molaren) Bewegung der Gase selbst zu.

Solange in einem gaserfüllten Raume der Druck an allen Punkten gleich groß ist, gibt es natürlich keine *Strömung* von einem Punkte zum anderen. Es gibt in einem Gase nach der kinetischen Theorie zwar keine Ruhe im eigentlichen Sinne, aber einen Gleichgewichtszustand: Durch eine Ebene, die man sich durch den Gasraum gelegt denkt, gehen pro Sekunde ebensoviel Teilchen von A nach B (Abb. 227), wie von B nach A gehen, so daß an keiner Stelle die Gasmolekeln

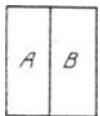


Abb. 227.

auf Kosten einer anderen Stelle des Raumes vermehrt werden; mit anderen Worten: Der Schwerpunkt der Gesamtheit der Teilchen bleibt in Ruhe. Das alles stimmt aber nur, solange in dem Raum die *Druckgleichheit* herrscht. Ist die Ebene, die A von B trennt, keine geometrische (die ja für die Gasteilchen kein Hindernis ist), sondern eine wirkliche Scheidewand, und ist aus irgendeiner Ursache der Druck in A größer als in B , so erfährt die Wand von A her einen Überdruck. Wird sie durchbohrt, so strömt Gas von A nach B , bis der Druck auf beide Seiten der Wand gleich groß ist. Dadurch wird in B der Gasinhalt auf Kosten von A vermehrt, es treten also mehr Gasteile von A nach B als von B nach A . Der Schwerpunkt des Gases verschiebt sich ebenfalls von A nach B .

177. Ausströmung eines Gases unter einem Überdruck. Die Geschwindigkeit v , mit der das Gas aus einem Raum ausströmt, wird an dem Volumen gemessen, das in einer gegebenen Zeit aus einer Öffnung von gegebener Größe austritt; v hängt von dem spezifischen Gewicht σ des Gases ab und von dem Überdruck $p - p_0$, unter dem es ausströmt. Hier ist p der Druck in dem Gefäß, aus dem es ausströmt, und p_0 der Druck in dem Raum, in den es einströmt. Sind p und p_0 nur wenig voneinander verschieden, so ist

$$v = \sqrt{2g \cdot \frac{p - p_0}{\sigma}},$$

worin g die Beschleunigung durch die Erdschwere bedeutet — ähnlich der Beziehung zwischen der Ausflußgeschwindigkeit einer Flüssigkeit und der Druckhöhe. Diese Gleichung gilt nur, wenn der Überdruck $p - p_0$ sehr klein ist, und wenn die Ausflußöffnung im Verhältnis zum Gasbehälter sehr klein ist, und auch dann gibt sie die Ausflußgeschwindigkeit nur annähernd wieder. Sie ist aber trotzdem wertvoll: Die Beziehung zwischen der Ausflußgeschwindigkeit v und der Dichte des Gases σ liefert eine sehr einfache Methode, die Dichte σ zu messen, ohne daß man die Größe der Ausflußgeschwindigkeit zu kennen braucht.

178. Messung der Dichte der Gase an ihrer Ausflußgeschwindigkeit (BUNSEN). Ist v die Geschwindigkeit, mit der ein Gas von der Dichte σ unter dem Überdruck $p - p_0 = P$

aus dem Gefäß ausfließt, und v_1 die Geschwindigkeit, mit der ein anderes Gas von der Dichte σ_1 unter denselben Bedingungen ausfließt, so hat man

$$v = \sqrt{\frac{2g \cdot P}{\sigma}} \quad \text{und} \quad v_1 = \sqrt{\frac{2g \cdot P}{\sigma_1}}$$

und hieraus

$$\frac{v}{v_1} = \sqrt{\frac{\sigma_1}{\sigma}} \quad \text{oder} \quad \frac{v^2}{v_1^2} = \frac{\sigma_1}{\sigma},$$

d. h. die Gasdichten verhalten sich zueinander umgekehrt wie die Quadrate ihrer Ausströmungsgeschwindigkeiten. Ist z. B. $v_1 = 2v$, so ist

$$\frac{v^2}{4v^2} = \frac{\sigma_1}{\sigma}, \quad \text{d. h.} \quad \sigma_1 = \frac{\sigma}{4}.$$

Das Gas von der Dichte σ_1 hat somit nur $\frac{1}{4}$ der Dichte des Gases von der Dichte σ , mit anderen Worten: das Gas, das doppelt so schnell ausfließt, wie ein anderes (unter sonst gleichen Bedingungen), hat ein viermal kleineres spezifisches Gewicht. GRAHAM hat diesen Satz aus der Erfahrung abgeleitet, und BUNSEN hat darauf eine Methode gegründet, das spezifische Gewicht eines Gases zu bestimmen, er mißt mit einem für den Zweck konstruierten Apparat aber nicht die Ausflußgeschwindigkeit, sondern die Zeit, die ein gegebenes (für beide Gase gleich großes) Gasquantum gebraucht, um auszuströmen. Da das Gas mit der doppelt so großen Ausströmungsgeschwindigkeit nur halb so viel Zeit zum Ausströmen gebraucht wie das andere, so kommen wir zu dem Satz: die Gasdichten verhalten sich zueinander wie die Quadrate der Zeitabschnitte, t und t_1 , in denen gleich große Volumina ausströmen:

$$\frac{\sigma_1}{\sigma} = \frac{t_1^2}{t^2}.$$

Braucht z. B. ein Quantum Luft — das Gas mit der Dichte σ — die Zeit $t_1 = 36,9$ Sekunden, und ein gleich großes Volumen Kohlensäure — das Gas mit der Dichte σ_1 — unter denselben Bedingungen die Zeit $t_1 = 45,3$ Sekunden, so ist

$$\frac{\sigma_1}{\sigma} = \left(\frac{45,3}{36,9}\right)^2 = 1,507,$$

d. h. die Dichte der Kohlensäure σ_1 ist 1,507 mal so groß wie die der Luft.

Die Methode ist zuverlässig und beansprucht nur wenige Kubikzentimeter Gas, ein Vorteil, der für alle gasometrischen Arbeiten wertvoll ist. Sie ist besonders bequem für technische Zwecke, wie z. B. für die Messung der Dichte des Leuchtgases.

179. Saugwirkung von Gasstrahlen. Der aus einem Behälter tretende Gasstrom zieht infolge seiner Geschwindigkeit die Umgebung, in die er eintritt, in Mitleidenschaft, reißt bei sehr großer Geschwindigkeit z. B. die ihm benachbarte Luft mit sich fort und erzeugt um sich herum eine Saugwirkung wie der Flüssigkeitsstrahl in der BUNSEN-Pumpe. Bläst man durch ab einen Luftstrom in der Richtung des Pfeiles (Abb. 228), so steigt in dem linken Schenkel des Manometerrohres f die Flüssigkeit — ein Zeichen, daß in dem Rohre der Druck geringer ist als draußen. Man benützt die saugende Wirkung eines Luftstromes in dem bekannten Inhalationsapparate, durch den man Wasser zerstäubt (Abb. 229). Im

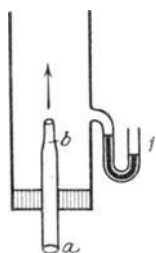


Abb. 228.
Saugwirkung
eines Gas-
stromes.

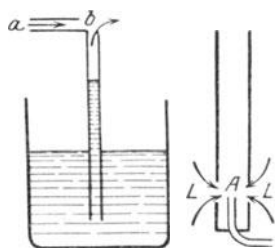


Abb. 229. Abb. 230.
Saugwirkung eines Gas- Saugwirkung eines Gas-
stromes stromes
(im (im
Flüssigkeits- Bunsen-
zerstäuber). brenner).

Bunsenbrenner saugt der bei A austretende Gasstrahl durch die Öffnungen L die Luft an, mit der er sich vermischt, ehe er oben entzündet wird (Abb. 230).

In allen Vorrichtungen, in denen der Gasstrahl *saugend* wirkt, hat der Raum, in den der Gasstrahl eintritt, einen größeren Querschnitt als die Öffnung, durch die er austritt, um in den Raum zu gelangen, wie in Abb. 229 und Abb. 230. Wenn

man durch die in Abb. 228 veranschaulichte Anordnung einen Luftstrom in der dem Pfeil entgegengesetzten Richtung hindurchbläst, steigt die Flüssigkeit in dem rechten Schenkel des Manometers f — ein Beweis, daß im Innern des Rohres der Druck größer ist als draußen, also eine Verdichtung eingetreten ist: Durch den größeren Querschnitt tritt sehr viel mehr Luft in das Rohr ein, als in derselben Zeit durch ab entweichen kann (Staudruck).



Abb. 231. Vorrichtung (unglasiertes Tongefäß) zum Nachweis des Unterschiedes der Diffusionsgeschwindigkeit von Luft und Wasserstoff.

180. Diffusion von Gasen durch poröse Körper. Die Geschwindigkeit, mit der Gas aus einem Gefäß ausströmt, hängt in hohem Grade von der Ausflußöffnung ab. Zu den einschränkenden Bedingungen, unter denen die Formel (S. 190, unten) gilt, tritt noch die, daß die Öffnung sich in einer sehr dünnen Wand befindet, also das Gas wirklich nur durch eine Öffnung, nicht durch einen Kanal strömt. (In dem BUNSENSCHEN Apparat strömt es durch ein Loch in einem dünnen Platinblech.) — Fließt das Gas durch ein Kapillarrohr ab (Transpiration), so gilt jene Formel überhaupt nicht mehr; eine neue Gesetzmäßigkeit tritt ein (O. E. MEYER), wenn die Länge des Kapillarrohres ungefähr das Viertausendfache des Durchmessers beträgt. Wenn ein Teil der Gefäßwand aus einer porösen Platte besteht, einer Graphitplatte, einer unglasierten Tonplatte oder dgl., so daß das Gas durch eine große Anzahl von kapillaren Kanälen gehen kann, dann *diffundiert* es durch die Platte. Durch eine solche poröse Platte als Scheidewand zwischen zwei voneinander getrennten Gasen treten die Gase ineinander über, *ohne daß eine Druckdifferenz* zwischen ihnen zu bestehen braucht.

181. Gesetz der Diffusionsgeschwindigkeit von GRAHAM. Die Geschwindigkeit, mit der ein Gas durch eine poröse Platte geht, ist unter sonst gleichen Bedingungen der Quadratwurzel aus der Dichte umgekehrt proportional (GRAHAM, 1830); sie beträgt z. B. für Sauerstoff, der 16 mal so dicht ist wie Wasserstoff, nur den 4. Teil der Geschwindigkeit, mit der Wasserstoff hindurchgeht. — Den Unterschied in der Diffusionsgeschwindigkeit zwischen *Luft* und Wasserstoff kann man z. B. an einer unglasierten Tonzelle

(Abb. 231) zeigen: Man leitet Wasserstoff durch die (luftdicht eingesetzte) Röhre und die Tonzelle, bis die Luft vollkommen verdrängt ist, und schließt dann den Hahn; die Tonwand grenzt dann innen an Wasserstoff, außen an

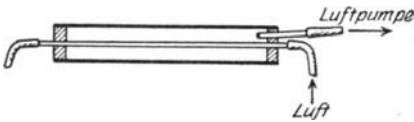


Abb. 232. Vorrichtung zur Erhöhung des Sauerstoffgehaltes der Luft durch Anwendung der Verschiedenheit der Diffusionsgeschwindigkeit von Stickstoff und Sauerstoff.

Luft. Der Wasserstoff diffundiert sehr viel schneller heraus, als Luft hineindiffundiert, daher sinkt im Innern der Druck, wie die aufsteigende Flüssigkeit anzeigt. — Die Verschiedenheit ihrer Diffusionsgeschwindigkeit kann auch zwei vermischte Gase voneinander trennen, wenn die Gase in der Dichte verschieden sind. So kann man z. B. die atmosphärische Luft, im wesentlichen ein Gemisch von 21% Sauerstoff und ca. 79% Stickstoff,

deren Dichten sich wie 16:14 verhalten, an Stickstoff dadurch ärmer machen, daß man sie in einem unglasierten Tonrohr durch einen luftleeren Raum (Abb. 232) leitet (Atmolyse). — Gewisse Gase können durch eine dünne Membran von Kautschuk hindurchgehen, und manche Gase, namentlich Wasserstoff, durch rotglühende Metalle.

C. Gase in Berührung mit Flüssigkeiten oder mit festen Körpern.

182. Löslichkeit der Gase (Gesetz von HENRY). Die Vermischung zweier Gase (S. 173) durch Diffusion infolge der Bewegung der Gasteilchen ist am Ende stets vollkommen, sie ist geradezu unvermeidlich, wenn zwei Gase einander berühren. — Grenzt ein Gas an eine *Flüssigkeit*, so wird stets ein Teil des Gases gelöst. Wieviel,

das hängt von der Natur beider ab, besonders aber von dem Druck, unter dem das Gas steht. Hat die Flüssigkeit von dem Gase so viel aufgenommen, wie sie bei dem Druck, unter dem das Gas auf ihre Oberfläche drückt, davon aufnehmen kann, mit anderen Worten: Besteht Gleichgewicht zwischen der Lösung und dem Gase über ihr, so gilt das (von HENRY 1803 entdeckte) Gesetz: Die pro 1 cm³ der Flüssigkeit gelöste Menge Gas ist dem Druck des Gases proportional. Kohlensäure drücke z. B. auf Wasser (einer bestimmten Temperatur). Drückt sie auf das Wasser im Gleichgewichtszustand mit 2, 3, . . . *n* Atmosphären, so sagt das HENRYsche Gesetz aus: Das Wasser enthält 2, 3, . . . *n* mal soviel Gramm Kohlensäure gelöst, als wenn der Druck nur 1 Atmosphäre betrüge. Das *Volumen* Kohlensäure (in cm³), das das Wasser aufgelöst enthält, ist demnach im Gleichgewichtszustande *stets* dasselbe. Denn nach dem BOYLESchen Gesetz nimmt die unter dem Druck *einer* Atmosphäre stehende Menge Kohlensäure dasselbe Volumen ein wie die *n* mal so große (die bei *n* Atmosphären gelöst wird) unter dem Druck von *n* Atmosphären. Das Volumen (in cm³) Gas, das in 1 cm³ der Flüssigkeit löslich ist, heißt nach BUNSEN der *Absorptionskoeffizient*. Er ist z. B. für

	in Wasser (20° C)	(25° C)
Stickstoff	0,01545	0,01434
Sauerstoff	0,03103	0,02845
Kohlensäure	0,878	0,759
Schwefelwasserstoff	2,582	2,282
Schweflige Säure	39,374	32,786
Chlorwasserstoff	442,00	426,00
Ammoniak	702,00	629,00

Mit steigender Temperatur nehmen die Zahlen schnell ab.

Das unter einem bestimmten Druck gelöste Quantum Gas bleibt nur solange in der Lösung, solange jener Druck besteht. Wird er verringert, so entweicht Gas aus der Lösung, bis das Gleichgewicht sich wiederhergestellt hat, d. h. die in der Lösung zurückbleibende Gasmenge dem neuen kleineren Gasdruck entspricht. Öffnet man z. B. eine Flasche Selterswasser, so drückt auf die Oberfläche des Wassers nur die umgebende Luft, d. h. eine Atmosphäre. Die Kohlensäure ist aber unter viel größerem Druck in dem Wasser aufgelöst und in der geschlossenen Flasche in Lösung erhalten worden. Deswegen entweicht sie unter stürmischem Aufbrausen, sobald die Flasche geöffnet wird.

Die Menge Gas, die 1 cm³ der Flüssigkeit von einem bestimmten Gase bei bestimmter Temperatur und unter bestimmtem Druck löst, ist stets dieselbe, *gleichviel, ob noch ein anderes Gas in der Lösung vorhanden ist* oder nicht. Berührt ein *Gasgemisch* die Flüssigkeit, so nimmt die Flüssigkeit von jedem einzelnen Gase gerade so viel auf, wie wenn das andere nicht da wäre (DALTON, 1807). Aber sie nimmt auch nicht *mehr* auf; nur so viel, wie seinem Absorptionskoeffizienten entspricht. Hat z. B. Wasser bei einem *gewissen* Druck so viel Kohlensäure gelöst, als es *dabei* lösen kann, und vergrößert man den Druck dann dadurch, daß man ein anderes Gas, etwa Luft, in den Raum über der Lösung zu der dort befindlichen Kohlensäure preßt, so löst das Wasser doch nichts weiter von der Kohlensäure auf, sondern nur die in der Luft enthaltenen Gase ihren Koeffizienten entsprechend. Denn der Druck der Kohlensäure ist ja derselbe geblieben, der Druckzuwachs nur durch die Luft verursacht worden. — Der Tabelle zufolge löst Wasser doppelt so viel Sauerstoff wie Stickstoff; im Wasser aufgelöst ist Luft daher verhältnismäßig reicher an Sauerstoff als für gewöhnlich. (Für die im Wasser durch Kiemen atmenden Tiere wichtig.) — Die Auflösung eines Gases in einer Flüssigkeit hat etwas von dem Charakter eines chemischen Vorganges. Daraus

erklärt sich zum Teil, daß dasselbe Gas unter sonst gleichen Bedingungen in verschiedenen Flüssigkeiten verschieden stark löslich ist, z. B. Kohlensäure in Alkohol dreimal so stark wie in Wasser.

183. Verdichtung der Gase an festen Körpern. Die Berührung *fester* Körper mit Gasen führt zu deren *Adsorption*. Sie kann als Seitenstück zu der Auflösung der Gase in Flüssigkeiten gelten. Die Gase werden an der Oberfläche der festen Körper *verdichtet*, sie bilden eine festhaftende Gashaut darauf. Je ausgedehnter die Oberfläche ist, desto mehr Gas adsorbiert sie. Am stärksten adsorbieren daher die porösen Körper, denn die Innenwände der Poren gehören auch zur Oberfläche und machen sie im Verhältnis zum Rauminhalt ungeheuer groß. Besonders stark adsorbiert frisch ausgeglühte *Holzkohle* (Buchsbaum, Kokosnuß). Ein Volumen adsorbiert z. B. bei gewöhnlicher Temperatur von:

Ammoniak	90	Volumina
Salzsäure	85	„
Kohlensäure	35	„
Wasserstoff	1,75	„

Die Gase, die sich am leichtesten im Wasser lösen, werden auch am meisten adsorbiert. — Sehr stark adsorbiert ferner *Platinmoor* (feinstes Platinpulver). Es verdichtet namentlich Wasserstoff so energisch, daß es sich stark erhitzt, ins Glühen kommt und den Wasserstoff entzündet (DÖBEREINERSches Feuerzeug). Ähnlich wirkt die Zündpille der modernen Gasselbstzünder.

Die Porosität der Oberfläche ist nicht unbedingt notwendig zur Adsorption des Gases. Glas ist selbst im Vakuum und stark erhitzt nur sehr schwer von anhaftendem Gas zu befreien. — Gewisse Körper verdichten auf ihrer Oberfläche namentlich den *Wasserdampf* der Luft und nehmen ihn in sich auf (hygroscopische Körper), so z. B. Phosphorsäureanhydrid, Pottasche, Chlorcalcium, konzentrierte Schwefelsäure. — Wird Platin in einer Wasserstoffatmosphäre erhitzt, so *okkludiert* es (GRAHAM) große Mengen des Gases und hält sie sogar im Vakuum fest (Okklusion). Noch größere Mengen okkludiert *Palladium*. GRAHAM fand, daß ein Stück geschmiedetes Palladium pro 1 cm³ bei gewöhnlicher Temperatur 376 cm³ Gas adsorbiert. Sogar noch bei sehr hoher Temperatur werden Gase festgehalten. Schmiedeeisen, Gußeisen und Stahl enthalten im Innern stets Gase, die sie sogar im Vakuum erst bei etwa 800° C abgeben.

Wärme.

A. Molekulare Wärmetheorie.

184. Wesen der Wärme. Bewegungen, die wir mit mechanischen Mitteln erzeugen können, und die sichtbar sind, bleiben, auch nachdem die bewegenden Kräfte zu wirken aufgehört haben, im allgemeinen noch eine Zeitlang sichtbar, aber man sieht sie *langsamer* werden und schließlich aufhören, z. B. die Bewegung eines von der Lokomotive losgehängten, aber noch rollenden Eisenbahnwagens, die Bewegung eines nicht mehr geruderten, aber noch gleitenden Kahnens usw. — eine Wirkung der Reibung. Aber die Bewegung hat nur *sichtbar* zu sein aufgehört; in Wirklichkeit hat sie sich in eine Bewegung verwandelt, die zwar nicht mehr *sichtbar* ist, aber doch in ihrer *Wirkung* erkennbar ist: die aneinander geriebenen Flächen haben sich *erwärmt*, d. h. sowohl der Körper, dessen Bewegung anscheinend *vernichtet worden ist*, wie auch der andere, der anscheinend die Bewegung vernichtet hat, hat sich erwärmt. Der gewöhn-

lichen Vorstellung erscheint die *sichtbar* zu Ende gegangene Bewegung *verschwunden, vernichtet*. Und im allgemeinen, z. B. in den angeführten Fällen, ist die Erwärmung auch nicht so groß, um ohne weiteres wahrnehmbar zu sein. Aber unter gewissen Bedingungen ist sie es, z. B. wenn eine *sehr schnelle* Bewegung einer Masse *plötzlich* aufgehoben oder plötzlich stark verlangsamt wird. An einem Eisenbahnwagen, der gebremst wird, erhitzen sich die Bremsklötze an den Rädern und die Räder selbst so stark, daß die Erwärmung der betastenden Hand als „Temperaturerhöhung“ fühlbar wird; die Meteore, die in die Atmosphäre der Erde schießen, werden durch die Reibung an der Luft plötzlich verlangsamt und erhitzen sich dabei an ihrer Oberfläche so stark, daß sie aufleuchten; ein fliegendes Geschloß, das in einem Widerstand leistenden Stoffe aufgehalten wird, kann sich so stark erhitzen, daß es oberflächlich schmilzt u. a. m.

Die bei der Verwandlung in Wärme *scheinbar* vernichtete Bewegung *ist* aber nicht vernichtet. Sie ist auf die kleinsten Teile der Materie, die Moleküle und Atome übergegangen. Die Moleküle sind zwar nicht unmittelbar wahrnehmbar, aber mittelbar in der *Brownschen* Bewegung; so genannt nach einer Entdeckung des Botanikers BROWN (1827) an der Bewegung von Blütenstaubpollen im Wasser. Löst man z. B. den gelben Farbstoff Gummigutt in Wasser, so erhält man eine Emulsion, in der Moleküle (1000 und mehr) zu so großen Gebilden zusammengeballt sind, daß sie mit dem Mikroskop wahrnehmbar sind. Die im Wasser (zwischen 2 Deckgläsern) vorhandenen kugelförmigen Gebilde sieht man in ständiger Bewegung, und genaue Messungen ergeben, daß die Stärke der Bewegung mit steigender Erwärmung zunimmt. Wir erklären das heute durch die Annahme, daß die Moleküle des Wassers ständig gegen die festen Teilchen stoßen, und daß diese in Bewegung geraten, wenn sie in *einer* Richtung von besonders starken Stößen getroffen werden. Je kleiner die Teilchen sind, um so wahrscheinlicher ist es, daß eine Stoßrichtung besonders bevorzugt ist und dann starke Bewegung eintritt. Denn ist eine Fläche so klein, daß nur wenige Moleküle gleichzeitig auf sie treffen können, so werden einzelne besonders starke oder besonders schwache Stöße weniger leicht ausgeglichen, als wenn die Fläche so groß ist, daß sie gleichzeitig die Stöße vieler Moleküle empfängt.

Auch die Wassermoleküle werden untereinander solche Stöße austauschen und dadurch in einen Zustand völlig ungeordneter Bewegung geraten. Ein einzelnes Molekül beschreibt sicherlich infolge des Zusammenstoßes mit anderen Molekülen eine zickzackförmige Bahn aus kürzeren und längeren geradlinigen Strecken, die es mit wechselnder Geschwindigkeit durchläuft. Eine bestimmte Stelle der Flüssigkeit wird sicherlich in wechselnder Richtung von Molekülen wechselnder Geschwindigkeit durchlaufen. Keine Richtung ist irgendwie bevorzugt, es herrscht eine sog. ideale Unordnung. Bezeichnend für den Zustand des Mediums ist nur der *Mittelwert der Geschwindigkeiten* (oder richtiger der Mittelwert des Quadrates der Geschwindigkeiten) aller Moleküle. Wie die mittlere Geschwindigkeit der sichtbaren Gummiguttkörnchen im Wasser mit steigender Erwärmung zunimmt, so wird auch die mittlere Geschwindigkeit der stoßenden — nicht sichtbaren — Wassermoleküle mit wachsender Erwärmung zunehmen.

Erwärmt man Wasser durch Reibung mit Hilfe eines rotierenden Rührwerks wie in Abb. 233, so wird die sichtbare, mechanische Drehung, die *geordnete* Bewegung ist, da alle Wassermoleküle durch das Rührwerk zu der gleichen Hauptbewegung veranlaßt werden, zur Erhöhung der mittleren Geschwindigkeit der Wassermoleküle verwendet, also in ungeordnete Bewegung verwandelt.

Wie in dem hier als Beispiel benützten Wasser, so ist es auch in Gasen und in festen Körpern. Die Moleküle sind in ungeordneter Wärmebewegung und mit um so größerer Geschwindigkeit (oder besser um so größerem Energieinhalt), je höher der Körper erwärmt ist. Die Erzeugung von Wärme aus mechanischer Arbeit ist allgemein als Umwandlung geordneter in ungeordnete Bewegung aufzufassen.

Für die Theorie der Gase, die unter geringem Drucke sehr einfachen Gesetzen gehorchen, hat sich die Vorstellung von der molekularen Wärmebewegung der Moleküle besonders fruchtbar erwiesen, und in jedem Falle hat sich zwischen den theoretischen Voraussagen und den Messungen so weitgehende Übereinstimmung gezeigt, daß auch ohne Kenntnis der Brownschen Bewegung, die übrigens auch an den Staubteilchen in der Luft wahrnehmbar ist, kein Zweifel an der Richtigkeit der kinetischen Auffassung der Wärme bestehen kann.

Die Moleküle der festen Körper können sich — anders als in Flüssigkeiten und in Gasen — nicht mehr frei bewegen, sondern sind an bestimmte Ruhelagen gebunden, um die sie nur schwingen können.

185. Ältere Theorie der Wärme. Bis zum Beginn des 19. Jahrhunderts herrschte die Ansicht: „Wärme“ ist ein Stoff (Phlogiston), die Erwärmung eines Körpers besteht im Aufnehmen, die Abkühlung im Abgeben des Wärmestoffes, der Gehalt daran bestimmt die Temperatur des Körpers, und da der Körper trotz der Veränderung seines Gehaltes an Wärmestoff sein Gewicht nicht ändert, ist der Wärmestoff gewichtlos (d. h. man zählte ihn, wie Elektrizität und Magnetismus, zu den „Imponderabilien“).

Diese Anschauung wurde unhaltbar, als RUMFORD (1798) die Bedeutung der Tatsache nachdrücklich betonte, daß man *Wärme* „durch Bewegung“ in beliebiger Menge erzeugen könne. RUMFORD benutzte beim Ausbohren eines Kanonenrohres die Wärme, die bei der *Reibung* des Bohrers an der Rohrwand entstand, dazu, Wasser bis zum Sieden zu erhitzen und zu verdampfen. Er zeigte, daß durch beliebig lange fortgesetzte Arbeit beliebig viel Wasser verdampft, also *Wärme durch unbegrenzt fortgesetzte Arbeit in unbegrenzter Menge* dem Wasser zugeführt werde. (Um die Arbeit beliebig lange fortsetzen zu können, benutzte RUMFORD einen *stumpfen* Bohrer.) Daraus schloß er: Wärme kann unmöglich ein *Stoff* sein, denn das Kanonenrohr und der Bohrer sind ihren Dimensionen nach *begrenzt*, können also nicht Wärmestoff in *unbegrenzter Menge enthalten* und abgeben; der in das Wasser eintretende Wärmestoff muß daher *erzeugt* worden sein, *Materie* kann aber ebensowenig *erzeugt* wie vernichtet werden. Dagegen wird auf den Apparat fortwährend *Bewegung übertragen* und die Wärme solange erzeugt, solange die Übertragung der Bewegung dauert, die Wärme kann daher selbst nur eine Wirkung der Bewegung, muß also *selbst* Bewegung sein, eine Bewegung der *Molekeln* des Körpers, die durch Reibung erzeugt worden ist. (Genau gesprochen, wird auf den Apparat fortwährend *Energie* übertragen und die Wärme solange erzeugt, solange die Übertragung der Energie dauert, die Wärme kann daher nur eine *Form der Energie* sein, der Energie, wie sie *jede* Masse, also auch eine Molekel, eben *infolge* ihres Bewegungszustandes besitzt.)

RUMFORDS Ansichten wurden durch viele Versuche und Erfahrungen unterstützt, namentlich dadurch (DAVY), daß Eisstücke, die aneinander gerieben werden, ohne äußere Wärmezufuhr schmelzen. Aber endgültig verschwand die Wärmestofftheorie (Phlogistontheorie) erst in der Mitte des 19. Jahrhunderts, als bewiesen worden war, daß ein *bestimmtes* Quantum Arbeit stets eine und dieselbe *bestimmte* Menge Wärme erzeugt (wir kommen darauf zurück, wie man eine Menge Wärme mißt), und daß umgekehrt diese Menge Wärme eine ebenso

große *Arbeit leisten* kann; kurz, als die *Äquivalenz von Wärme und Arbeit* bewiesen worden war. Man nennt die Anschauung, nach der Wärme eine Form der Energie ist, die *mechanische Wärmetheorie*.

186. Wärmeempfindung. Wenn wir aber von Wärme und Erwärmung, überhaupt in Ausdrücken sprechen, die sich auf den „Wärme“-Zustand eines Körpers beziehen, denken wir stets an die Wirkung der Wärme *auf unser* Nervensystem. Wo wir von dem Wärmezustand eines Körpers *unmittelbar* etwas wahrnehmen, geschieht es stets durch unsere Tastorgane, und je nach ihrer *Empfindung* nennen wir den Körper heiß, warm, lau, kühl usw. Wir schreiben so dem Körper Eigenschaften zu, die nur in *unserer* Vorstellung da sind. Der Körper *ist* an sich weder warm noch kalt, er ist nur in einem Zustande, der, wenn er sich *uns* überhaupt *unmittelbar* wahrnehmbar macht, es dadurch tut, daß er in uns das Gefühl der Erwärmung hervorruft. Und weil er sich uns unmittelbar eben *nur* dadurch wahrnehmbar macht, lassen wir uns verleiten, *dieser* Wärmewirkung eine Bedeutung beizulegen, die ihr in Wirklichkeit gar nicht zukommt. Die Angaben unseres Nervensystems über den „thermischen“ Zustand des Körpers sind für die Beurteilung des wahren Zustandes tatsächlich unbrauchbar. Denn sie hängen nicht nur von dem Zustande jenes Körpers, sondern auch von dem unseres *eigenen* Körpers ab. *Denselben* Körper findet die betastende Hand warm oder kalt, je nachdem sie selbst *vor* der Berührung damit kälter oder wärmer war: war sie *kälter*, so findet sie den Körper *warm*, weil sie sich an ihm erwärmt, war sie *wärmer*, so findet sie ihn *kalt*, weil sie sich an ihm abkühlt. Obendrein *erscheinen* unter Umständen der Hand Körper, die *gleiche* „Temperatur“ haben, *verschieden warm*: ein *metallener* Gegenstand bei Zimmertemperatur kälter als ein *hölzerner* unter sonst gleichen Bedingungen (z. B. die Klinge eines Messers kälter als das anstoßende hölzerne Heft), weil das Metall *der Hand schneller* Wärme *entzieht*, als es das Holz tut. Unsere Sinnesempfindungen sind also ungeeignet, uns über die tatsächlichen Wirkungen der Wärme aufzuklären. Wir lassen daher die „physiologischen“ Wirkungen *hier* unbeachtet und halten uns nur an die Wirkungen der Wärme auf unbelebte Körper. Sie äußern sich im wesentlichen in der Veränderung der Körperdimensionen, in Änderungen des Aggregatzustandes und in der Hervorbringung optischer, chemischer und elektrischer Erscheinungen.

Führt man einem Körper Energie in Form von Wärme zu, so verteilt sie sich auf alle Moleküle. Die kinetische Energie eines Moleküls wird im Durchschnitt um so größer, je größer die zugeführte Wärmemenge ist und je weniger Moleküle vorhanden sind. Das Maß für die *durchschnittliche* kinetische Energie ist die *Temperatur* des Körpers. Wird also die gegebene Wärmemenge einem Körper mit vielen (wenigen) Molekülen zugeführt, so kommt auf jedes einzelne verhältnismäßig wenig (viel) Energie, und die *Temperatur* bleibt verhältnismäßig niedrig (wächst verhältnismäßig stark). Man sagt in diesem Falle: Der Körper besitzt ein großes (kleines) Fassungsvermögen für Wärme (Wärmekapazität).

Berühren zwei Körper von verschiedener Temperatur einander, so gleichen sich die Bewegungsenergien zwischen den Molekülen beider aus. Dabei fließt ein Wärme- oder Energiestrom von dem wärmeren zu dem weniger warmen Körper. Die Richtung des Stromes hängt nur von der *Temperatur* der Körper ab, die sie vor ihrer Berührung besaßen, nicht von der *Wärmemenge*.

Das Verhältnis von Wärme und Temperatur läßt sich an einem mit Wasser gefüllten Gefäß veranschaulichen. Die Wassermenge entspricht der Wärmemenge, die Standhöhe des Wassers im Gefäß der Temperatur. In einem engen Gefäß steht dieselbe Wassermenge höher als in einem weiten, wie dieselbe Wärmemenge einen Körper von geringer Wärmekapazität auf höhere Temperatur bringt als einen von großer Wärmekapazität. Ver-

bindet man zwei Gefäße, in denen das Wasser verschieden hoch steht, miteinander, so fließt das Wasser so lange von dem Gefäß mit dem höheren Wasserstand zum anderen, bis es in beiden gleich hoch steht, geradeso, wie der Wärmeausgleich zwischen zwei verschieden temperierten Körpern so lange anhält, bis beide gleiche Temperatur haben. — Aber der Vergleich versagt in einer Beziehung. Die Wärme ist nicht einer unzerstörbaren Masse vergleichbar wie das Wasser, sie ist eine Energieform, die aus einer anderen Energieform entstehen und in eine andere Energieform übergehen kann.

Das Bindeglied zwischen der Temperatur eines Körpers und der Wärmemenge, die er enthält, ist die Wärmekapazität des Körpers, je *größer* sie ist, desto *weniger* erhöht sich seine Temperatur, wenn er eine bestimmte Wärmemenge aufnimmt. Aber wohlgemerkt: bei gewissen Vorgängen, z. B. bei der *Verdampfung* von Wasser, erhöht sich trotz Wärmeaufnahme seine Temperatur *nicht*. Es wäre falsch, daraus zu schließen: das Wasser besitzt dann eine unendlich große Wärmekapazität. Vielmehr dient die Wärme dann dazu, den Aggregatzustand zu ändern. Da sie sich nicht durch Erhöhung der Temperatur des Körpers bemerkbar macht, nennt man sie verborgen oder „latent“. Wir werden eine Anzahl solcher Vorgänge kennenlernen.

187. Molekulare Wärmetheorie und Thermodynamik. Die molekulare Wärmetheorie sieht die Wärme als mechanischen Vorgang an, der in der Bewegung der den Körper zusammensetzenden Moleküle besteht und der den Gesetzen der Mechanik gehorcht. Die Molekülbewegungen sind nicht selber wahrnehmbar, sondern nur an ihren Wirkungen erkennbar. Der Vorgang im Mikrokosmos des Moleküls läßt sich nur aus der Gesamtwirkung aller Moleküle erschließen. So erscheint uns *die Summe der ungeordneten Bewegungen* der unendlich vielen Moleküle nicht als Bewegung, sondern als Wärme; die Gesamtheit der Stöße der Gasmoleküle gegen eine Wand erscheint uns nicht als Stoß und Rückstoß der *einzelnen Moleküle*, sondern als *Druck* auf die *Wand*. Der Raum, in dem sich die Moleküle bewegen, das Körpervolumen, bildet für das Verhalten der *Gesamtheit* der Moleküle ein wichtiges Bestimmungsstück, spielt aber in der Mechanik des *einzelnen* Moleküls keine nennenswerte Rolle. *Temperatur* ist ein Begriff, der nur für die *makroskopische* Gesamtheit Bedeutung hat, auf das einzelne Molekül aber gar nicht anwendbar ist, nur durch den Mittelwert der kinetischen Energie *aller* Moleküle ist er bestimmt, und mit dem ständig wechselnden Momentanwert der kinetischen Energie eines *einzelnen* Moleküls kann man ihn gar nicht in Beziehung bringen. Die Thermodynamik, die Wissenschaft von der Arbeitsleistung durch Wärme, knüpft alle Schlüsse an die *makroskopisch* wahrnehmbaren Erscheinungen: Wärme, Temperatur, Druck, Volumen usw. Die molekulare Wärmetheorie lehrt die Erscheinungen auf dem Gebiet der Wärmelehre rein *mechanisch* verstehen, indem sie uns in den *Mikrokosmos* der Molekularbewegungen führt.

Die Thermodynamik stellt an ihre Spitze die sog. Hauptsätze (erster, zweiter und dritter Hauptsatz), die in der Erfahrung wurzeln und die alle Erscheinungen, die bei der Verwandlung von Arbeit in Wärme und von Wärme in Arbeit auftreten, in der kürzesten Form beschreiben; alle thermodynamischen Vorgänge lassen sich aus den Hauptsätzen ableiten. Die molekulare Wärmelehre sucht die Hauptsätze aus den Gesetzen der Mechanik zu *beweisen*. Für den ersten Hauptsatz, es ist das Gesetz von der Erhaltung der Energie in seiner Anwendung auf die Wärmelehre, ist der Beweis leicht geführt. Der Beweis des zweiten Hauptsatzes aber, der die *Richtung* einer thermodynamischen Umwandlung bestimmt (Arbeit in Wärme oder Wärme in Arbeit), erfordert es, die gewöhnliche Mechanik durch die statistische zu ergänzen (Verhalten großer Mengen gleichartiger Körper). Dem dritten Hauptsatz gegenüber — er handelt von den thermodynamischen Eigenschaften der Materie, wenn ihr Gehalt an kinetischer

Energie sehr gering ist — versagt die klassische Mechanik ganz, sie muß in sehr wesentlichen Punkten durch die Quantentheorie ergänzt werden.

188. Definition der Temperatur. Absoluter Nullpunkt. Die Temperatur T in der allgemeinen Gasgleichung entspricht nicht derjenigen Größe, die man gewöhnlich als Temperatur bezeichnet. Beide unterscheiden sich (S. 168) um eine additive Konstante. Ausgehend von den Grundanschauungen der molekularen Wärmetheorie setzte man — willkürlich — die Temperatur T proportional mit der mittleren kinetischen Energie der Moleküle eines idealen Gases an — es war das einfachste. Man hätte aber die mittlere kinetische Energie der Gasmoleküle ebensogut proportional dem *Quadrat* der Temperatur oder irgendeiner beliebigen anderen Funktion der Temperatur ansetzen können.

Jede Eigenschaft der Materie, die mit der Temperatur quantitativ in Beziehung zu setzen ist, ist zur Definition einer Temperatur geeignet, so z. B. die Länge eines Körpers, die mit der Temperatur im allgemeinen wächst. Da sich aber nicht alle Körper gleich stark bei gleichem Temperaturanstieg ausdehnen, so muß man das Material willkürlich wählen. Wie gelangt man nun aber zu Zahlenwerten für die Temperatur? Zunächst muß man einen Anfangspunkt festsetzen, einen „Nullpunkt“, von dem aus man zählt. Man benützt dazu im Alltagsleben die Temperatur des unter dem Druck von 1 Atmosphäre schmelzenden Eises. Der Druck beeinflußt die Schmelztemperatur des Eises so wenig, daß diese Festsetzung allen Ansprüchen an Genauigkeit genügt. Ferner muß man die Größe „ein Grad“, festsetzen, d. h. man muß angeben, wieviel Grad man zwischen dem Nullpunkt und einem zweiten Festpunkt annehmen will. NEWTON nahm als zweiten Festpunkt die normale Bluttemperatur des Menschen an, CELSIUS (1742) dagegen die Temperatur des unter dem Druck einer Atmosphäre siedenden Wassers, genauer: die Temperatur des Dampfes, der aus dem unter 1 Atm. Druck siedenden Wasser aufsteigt. [Der Siedepunkt hängt stark von dem Druck ab, man muß daher den gerade herrschenden Luftdruck messen und die Beobachtung auf den *normalen* Druck umrechnen. Zur Umrechnung auf den Druck genau einer Atmosphäre ist die Siedetemperatur pro 1 mm Quecksilber über oder unter dem Normaldruck um $0,037^\circ$ zu erniedrigen oder zu erhöhen.] Von CELSIUS stammt auch die noch heute gebräuchliche Festsetzung „100 Grad“ als Temperaturunterschied zwischen Siede- und Eispunkt des Wassers.

Es bleibt noch festzusetzen — ebenfalls willkürlich —, nach welcher Regel man die Temperaturen innerhalb und außerhalb des Bereiches zwischen den beiden Festpunkten messen soll. Am einfachsten nimmt man eine lineare Beziehung an zwischen der betreffenden Körpereigenschaft, also in unserem Beispiel der Länge, und der Temperatur. Bezeichnet man die Länge bei 0° mit l_0 , bei 100° mit l_1 , ferner die Länge bei der gesuchten Temperatur t mit l , so ist bei einer linearen Beziehung zwischen Länge und Temperatur

$$l = a + bt \quad (1)$$

zu setzen. Die Konstanten a und b findet man aus den für $t = 0^\circ$ und $t = 100^\circ$ geltenden Beziehungen

$$\begin{aligned} l_0 &= a; & l_1 &= a + b100 \\ \text{also} & & a &= l_0; & b &= \frac{l_1 - l_0}{100}, \end{aligned} \quad (2)$$

so daß die Gleichung (1) übergeht in:

$$l = l_0 + \frac{l_1 - l_0}{100} t \quad (3) \quad \text{oder} \quad t = \frac{l - l_0}{l_1 - l_0} 100. \quad (4)$$

Statt der von CELSIUS angenommenen 100-Gradeinteilung zwischen Eis- und Siedepunkt des Wassers wählte RÉAUMUR die Einteilung in 80 Grade. FAHRENHEIT bezeichnete den Gefrierpunkt des Wassers (auf den anderen Skalen mit 0 bezeichnet) mit 32, den Siedepunkt (auf den anderen Skalen mit 100 resp. 80 bezeichnet) mit 212, teilte den Abstand in 180 gleiche Teile und setzte die Teilung unter dem Gefrierpunkt des Wassers fort: Den Punkt 32 Grade unter dem Gefrierpunkt nennt er Null. Für wissenschaftliche Angaben benutzt man die Celsiusskala, nur in England und in Amerika benutzt man noch die Fahrenheitskala. Die Réaumurskala ist nur noch bei Zimmer- und Badethermometern zu finden. Temperaturgrade über Null bezeichnet man mit + oder ohne Vorzeichen, die darunter mit -. Diese Vorzeichen bezeichnen nicht etwa einen Gegensatz von Wärmegraden und Kältegraden, sie bezeichnen nur die Lage der betreffenden Temperatur mit Bezug auf eine andere Temperatur, die Temperatur des schmelzenden Eises. Sie sind auch weder additiv noch subtraktiv gemeint. Die Temperatur von 30° ist auch nicht etwa doppelt so hoch wie die von 15°. Der Nullpunkt ist lediglich ein willkürlich gewählter Temperaturpunkt, von dem an wir zählen, und den wir Null *nennen* — ein relativer Nullpunkt. Wir können, um an ähnliches zu erinnern, einen Soldaten, der nach der früher üblichen Bezeichnung der Soldatenlänge „10 Zoll“ hat, ja auch nicht doppelt so lang nennen, wie einen, der nur 5 Zoll hat; hier ist der Punkt, der 5 Fuß über den Fußsohlen liegt, bekanntlich der willkürlich festgesetzte Punkt, von dem an gezählt wird. Von der Temperatursohle — um in dem Bilde zu bleiben — oder dem absoluten Nullpunkt der Temperatur wurde bereits gelegentlich der kinetischen Gastheorie gesprochen.

Statt der linearen Beziehung zwischen Länge l und Temperatur t könnte man mit demselben Recht eine beliebige andere Funktion zwischen beiden Größen wählen. Man braucht auch nicht die Zahl ihrer Konstanten auf zwei zu beschränken, doch müßte man zur Ermittlung jeder weiteren Konstanten auch einen weiteren Festpunkt wählen. Dieses widerspräche indessen dem Prinzip der Einfachheit, das ohne zwingenden Grund zu durchbrechen sehr unzumutbar wäre.

Lange hat man die Temperatur gemäß Gleichung (4) bestimmt, wenn man für l die Länge eines Quecksilberfadens einführt, wie ihn das gewöhnliche Quecksilberthermometer enthält. Da sich aber mit steigender Temperatur nicht nur das Quecksilber, sondern auch das Glasrohr ausdehnt, so gründet sich hier die Messung auf die Ausdehnungsverschiedenheit von Quecksilber und Glas. Die Verfeinerung der Meßtechnik lehrt, daß die Temperaturangaben der Quecksilberthermometer sogar von der Art des Glases abhängen. Für die Messung von Temperaturen unter dem Erstarrungspunkt des Quecksilbers und in der Nähe seines Siedepunktes wurde die Beschaffung anderer Meßinstrumente unerlässlich. Man benutzt für strenge Untersuchungen die Gase als Thermometersubstanz. Als Normalthermometer hat man fast stets ein Gasthermometer von konstantem Volumen verwendet, bei dem, dem Gesetz von CHARLES entsprechend, der *Druck* p des Gases mit steigender Temperatur wächst. Nach Gleichung (4) ist in diesem Fall zu setzen

$$t = \frac{p - p_0}{p_1 - p_0} \cdot 100. \quad (5)$$

Bei der Gasthermometrie spielt die Ausdehnung des Gefäßes wegen der verhältnismäßig starken Druckänderung des Gases mit der Temperatur eine sehr geringe Rolle, und alle Gase führen gemäß Gleichung (5) sehr nahe zu gleichen Zahlen — und praktisch zu *völlig* gleichen Zahlen, wenn man die Gase sehr verdünnt anwendet, d. h. nahezu im Zustand der idealen Gase. Nach Gleichung (3) des Abschnittes 153 ist für ein Gasthermometer konstanten Volumens der Druck p proportional der Temperatur T . Nennt man den Proportionalitätsfaktor A , so darf man $p = AT$ setzen. Führt man das in Gleichung (5) ein, so erhält man

$$t = \frac{T - T_0}{T_1 - T_0} \cdot 100. \quad (6)$$

Führt man denselben Gradwert in beiden Temperaturskalen (t und T) ein, so muß man $T_1 - T_0$, d. h. die Differenz zwischen den Temperaturen des Wasser-

siedepunktes und des Eispunktes, gleich 100 setzen, und man erhält $t = T - T_0$ (7). Hier bedeutet T_0 die Temperatur des Eispunktes in der T -Skala. Die Größe von T_0 erhält man, wenn man wieder p proportional mit T , also $p_0 = AT_0$ und $p_1 = AT_1$ setzt, aus der Beziehung

$$\frac{T_0}{T_1 - T_0} = \frac{p_0}{p_1 - p_0}.$$

Hieraus folgt nach einfacher Umformung

$$T_0 = 100 \frac{p_0}{p_1 - p_0}.$$

Die wirklich ausgeführten Messungen der Drucke p_0 beim Eispunkt und p_1 beim Wassersiedepunkt liefern für Gase unter geringem Druck (idealer Gaszustand):

$$T_0 = 273,20^\circ. \quad (8)$$

Man nennt T gewöhnlich die *absolute Temperatur* und ihren Nullpunkt, bei dem die kinetische Energie der Moleküle verschwindet, den *absoluten Nullpunkt*. Die Temperatur $T_0 = 273,20^\circ$, die mit dem Nullpunkt der gewöhnlichen Temperaturskala (t) zusammenfällt, heißt die *absolute Temperatur des Eispunktes*. Den Zusammenhang zwischen den Zahlenwerten beider Skalen gibt die Beziehung

$$T = 273,20 + t.$$

Die Angaben der Gasthermometer mit verschiedenen Gasen stimmen nur dann überein, wenn die Gase sehr verdünnt sind. Die Ausführung der Messungen mit sehr verdünnten Gasen ist aber schwierig, weil die zu messenden Gasdrucke dann un bequem klein sind. Weniger verdünnte Gase weichen aber in ihren Temperaturangaben voneinander ab — bis zu mehreren Zehntel Grad —, je nach dem Füllgase und nach seiner Verdünnung. Für die Praxis ist das meist belanglos, aber nicht für die wissenschaftliche Präzisionsmessung. Im Jahre 1886 hat man (international) ein mit Wasserstoff gefülltes Gasthermometer konstanten Volumens, das am Eisschmelzpunkt einen Druck von 1000 mm Quecksilber besitzt, als Normalthermometer festgelegt. Mit diesem Normalinstrument wurden im internationalen Bureau zu Paris vier Quecksilberthermometer zwischen 0 und 100° aufs genaueste verglichen und korrigiert, um ihre Angaben in volle Übereinstimmung mit der Skala des Wasserstoffthermometers zu bringen. Diese vier Quecksilberthermometer, an die zahlreiche gleichartige Instrumente angeschlossen und in alle Kulturländer versandt wurden, stellen die eigentliche internationale Wasserstoffskala dar.

In sehr tiefer und sehr hoher Temperatur ist die Wasserstoffskala nicht verwendbar, weil Wasserstoff bei höherer Temperatur jedes Gefäßmaterial entweder angreift oder durchdringt und weil bei tiefer Temperatur der Wasserstoff flüssig wird. Helium würde als Thermometersubstanz die Schwierigkeiten zwar etwas hinausschieben, aber nicht beseitigen. Endgültig ist die Frage der Temperaturskala und ihrer Verwirklichung nur durch die Thermodynamik, und zwar im Anschluß an den zweiten Hauptsatz lösbar. Wissenschaftlichen Untersuchungen bleibt es vorbehalten, die Angaben der Gebrauchsthermometer auf die thermodynamische Skala zurückzuführen.

189. Der erste Hauptsatz. Einheit der Wärme (Kalorie). Der erste Hauptsatz der Thermodynamik umfaßt nur die Erfahrungstatsachen, die sich auf die Größe der umgewandelten Energie beziehen, sei es die Umwandlung einer Energieform in Wärme, sei es die Umwandlung der Wärme in eine andere Energie-

form. Andere Fragen, z. B. die Frage nach den Bedingungen, unter denen sich überhaupt Energie umwandelt, gehören nicht hierher.

Man kann den ersten Hauptsatz in verschiedenen Formen aussprechen. Die gebräuchlichste ist: Eine bestimmte Menge mechanischer Arbeit liefert, in Wärme umgesetzt, unter allen Umständen dieselbe Wärmemenge, und umgekehrt liefert eine bestimmte Menge Wärme, in mechanische Arbeit umgesetzt, stets die gleiche mechanische Arbeit. Einer bestimmten Arbeitsgröße ist somit stets (z. B. gleichviel, ob die Umsetzung bei 0° oder bei 1000° erfolgt) dieselbe Wärmemenge „äquivalent“ und umgekehrt. Nach Zahl und Maß kann man die Beziehung zwischen Wärme und Arbeit oder zwischen Wärme und einer anderen Energieform nur dann angeben, wenn man festsetzt, in welchen Einheiten man die Energien mißt. Die mechanischen Einheiten für die Energie sind Erg und Meterkilogramm, auch die Wattsekunde usw. Für die Wärme müssen wir sie erst festsetzen.

Als Einheit der Wärme hat man die Kalorie festgesetzt: diejenige Wärmemenge, die nötig ist, um 1 g reinen Wassers um 1° (genauer von $14,5$ auf $15,5^\circ$) zu erwärmen. Die so definierte Kalorie ist ein willkürlich festgesetztes Wärme-maß. Eine Wärmeeinheit ließe sich auch durch jede andere Wirkung der Wärme definieren, z. B. durch Verdampfung einer bestimmten Menge Wasser oder einer anderen Flüssigkeit, durch Schmelzung einer bestimmten Menge Eis usw. Aber die oben definierte verdient den Vorzug; sie ermöglicht besonders genaue Messungen.

Eine Wärmemenge beträgt k Kalorien, wenn sie ausreicht, um k g Wasser von $14,5$ auf $15,5^\circ$ zu erwärmen. Da aber die Wärmemenge, die nötig ist, die Temperatur einer gegebenen Wassermenge um 1° zu erhöhen, erfahrungsgemäß für jede Wassertemperatur nahezu die gleiche ist, so genügt es fast immer, eine Wärmemenge k dadurch zu messen, daß man feststellt, *um wieviel Grad Δt sich m g Wasser durch sie erwärmen lassen.* Es ist dann $k = m \cdot \Delta t$ Kalorien. Die Technik rechnet meist mit der Kilogrammkalorie (kcal), der 1000 fachen Wärmemenge der soeben definierten Kalorie oder Grammkalorie (cal). Eine Kilogrammkalorie ist diejenige Wärmemenge, die 1 kg Wasser um 1° — genauer von $14,5$ auf $15,5^\circ$ — erwärmt.

190. Mechanisches Wärmeäquivalent. Die Anzahl *mechanischer* Energieeinheiten, die einer Kalorie *äquivalent* sind, heißt das *mechanische Wärmeäquivalent*. Hierbei drückt man die mechanische Energie gewöhnlich in Metergramm* oder in Meterkilogramm* aus, je nachdem es sich um die Gramm- oder die Kilogrammkalorie handelt. Dann ist der Zahlenwert des Wärmeäquivalentes unabhängig von der Wahl der Wärmeeinheit.

Um zu ermitteln, wie groß die Wärmemenge ist, die durch eine Arbeit von gegebener Größe, z. B. ein Meterkilogramm*, erzeugt wird, kann man verschiedene Methoden anwenden. Wir beschreiben eine der von JOULE stammenden. Sie benutzt die durch Arbeit erzeugte Wärme dazu, die Temperatur einer in Kilogramm *gemessenen* Menge Wasser um eine *meßbare* Anzahl von Graden zu steigern. Die *Arbeit* wird in Meterkilogramm* gemessen. Abb. 233 zeigt die Versuchsanordnung.

Das Wasser befindet sich in dem zylindrischen Gefäß *A*, in dem Wasser eine Welle *a* mit Schaufelarmen *b*; sie wird durch einen Schnurlauf, an dem ein Gewicht hängt, in Drehung versetzt. Um zu bewirken, daß dabei die Schaufelarme das Wasser nicht in einfache Rotationsbewegung versetzen, sondern sich mit möglichst viel *Reibung* hindurcharbeiten, das Wasser aber möglichst an der Wirbelbewegung verhindert wird, sind in das Gefäß Scheidewände eingesetzt — der Längsschnitt (Abb. 233) ist durch zwei solche Scheidewände gelegt — mit Einschnitten, durch die die Schaufelarme mit geringem Spielraum hindurchgehen.

Dadurch wird zwischen den Schaufelarmen und dem Wasser selbst eine große Reibung erzeugt. — Das Gewicht G fällt und versetzt die Welle in Drehung. Ist es so weit gefallen, wie es die Schnur zuläßt, dann hat es die gesamte Arbeit, die es leisten konnte, geleistet; es kann nur dadurch von neuem Arbeit leisten, daß es wieder in die Höhe gezogen wird. Man kann so eine beliebige Arbeit auf das Schaufelwerk und das Wasser übertragen. Bei einem der Versuche z. B. hat JOULE die Operation 20 mal hintereinander ausgeführt.

Die Reibung zwischen den Flügelarmen und dem Wasser erzeugt Wärme, die Wärme erhöht die Temperatur des Wassers, und die Temperaturerhöhung zeigt das Thermometer an. (Die Erwärmung des Apparates selbst und der Wärmeverlust nach außen müssen bei Berechnung der erzeugten Wärmemenge berücksichtigt werden.) Die Größe des fallenden Gewichtes in kg^* , multipliziert mit der Fallhöhe in Metern, gibt die zur Drehung der Schaufeln aufgewendete Arbeit in Meterkilogramm*.

— Aus einer großen Reihe von Versuchen fand JOULE, daß bei einer Aufwendung von 426 mkg^* Arbeit eine Kilogrammkalorie erzeugt wird (also eine Pferdekraft, die ja 75 mkg^* pro Sekunde beträgt, 0,176 Kilogrammkalorien pro Sekunde erzeugt), d. h. daß eine *Arbeitsleistung von 426 mkg^** , auf das Wasser übertragen, dasselbe bewirkt, was die Aufnahme einer *Wärmemenge von einer Kilogrammkalorie* bewirkt. Es ist daher die Arbeit von 426 mkg^* „äquivalent“ einer Kilogrammkalorie. — Diese Zahl, welche angibt, wieviel Meterkilogramm* Arbeit einer Kilogrammkalorie äquivalent sind, nennt man **das mechanische Äquivalent der Wärme**; sie ist nach den verschiedensten Methoden ermittelt worden. JOULE z. B. hat sie auch ermittelt aus der Arbeit, die nötig war, Wasser durch Kapillarrohre zu pressen, und aus der infolge der Reibung dabei eintretenden Erhöhung der Wassertemperatur; ferner aus der Arbeit, die nötig war, die Luft in einem Behälter bis zu einem bestimmten Druck zu komprimieren, und aus der dabei eintretenden Erhöhung der Lufttemperatur; JULIUS ROBERT MAYER aus der Ausdehnung eines erwärmten Gases: *es ist die erste überhaupt zur Berechnung benützte Methode*; QUINTUS ICILIUS (1857) aus der elektrischen Stromwärme. Gleichviel auf welchem Wege und aus welchem Prozesse — immer hat sich für das mechanische Wärmeäquivalent annähernd dieselbe Zahl von Meterkilogramm* Arbeit ergeben. **Als wahrscheinlichster Wert gilt heute 426,7 mkg^* .**

Da $1 \text{ kcal} = 426,7 \text{ mkg}^*$ und $1 \text{ mkg}^* = 9,81 \cdot 10^7 \text{ Erg} = 9,81 \text{ Joule}$ („Wattsekunden“), so ist $1 \text{ cal} = 4,186 \cdot 10^7 \text{ Erg} = 4,186 \text{ Joule}$ und ferner $10^7 \text{ Erg} = 0,239 \text{ cal}$. Früher (S. 171) fanden wir die Gaskonstante $R = 8,313 \cdot 10^7 \text{ Erg/Grad}$. Ersetzen wir hierin das mechanische Arbeitsmaß durch das Wärmemaß, so finden wir $R = 8,313 \cdot 0,239 \text{ cal/Grad} = 1,98 \text{ cal/Grad}$.

Daß Wärme durch Arbeit erzeugt werden kann, ist jedem bekannt, und wäre es auch nur von der Reibung eines Streichholzes an der Reibfläche, an der sich die Streichholzkuppe bis zur Entzündungstemperatur erwärmt. Bei jeder mechanischen Arbeit, beim Drehen, Bohren, Feilen usw. erwärmen sich der bearbeitete und der arbeitende Teil. Jeder Maschinenteil, der sich bewegt, erwärmt sich an seinen Lagern und seinen Reibungsflächen und leitet von dort aus die Wärme nach anderen Teilen hin; die so erzeugte Wärme, die ja durch *Arbeitsverbrauch* entstanden ist und also Arbeit — und zwar *nutzlos* verbrauchte — bedeutet, muß möglichst vermindert werden und wird vermindert durch Schmiermittel, die

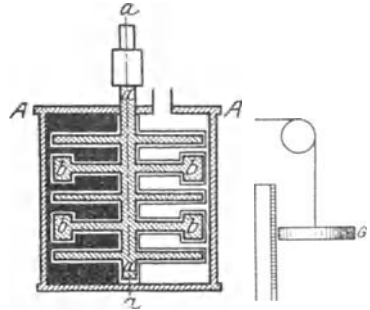


Abb. 233. JOULES rotierende Schaufelvorrichtung zur Umwandlung mechanischer Arbeit in Wärme. Längsschnitt durch die Rotationsachse.

man auf die Reibungsflächen bringt. „Jeder Eisenbahnarbeiter, der mit seiner Kanne voll gelben Fettes umhergeht und die Wagenachsen untersucht, erläutert, ohne es zu wissen, eines der Grundgesetze, wodurch die Welt zusammengehalten wird“ (TYNDALL). Daß also *Arbeit* in *Wärme* verwandelt werden kann, ist leicht wahrzunehmen; und auch daß, wenn ein *gegebenes* Quantum an Arbeit verbraucht wird, eine *bestimmte* Wärmemenge entsteht, ist experimentell, z. B. so wie es JOULE getan hat, nachweisbar. Auch daß Arbeit tatsächlich *verschwindet*, ist durch den Fall der Gewichte veranschaulicht; dem Gewichte, das bis zu dem tiefsten ihm erreichbaren Punkte gefallen ist, ist der ganze Arbeitsvorrat *genommen* worden. — Wie steht es nun umgekehrt mit der Verwandlung von *Wärme in Arbeit*? Daß Wärme Arbeit *leisten* kann, ist seit HERON von Alexandrien bekannt (um 100 v. Chr.), der gezeigt hat, daß der aus dem Wasser durch Wärme erzeugte Dampf einen Körper in Drehung setzen kann, und wird durch die Dampfmaschinen deutlich genug bewiesen. Aber *verschwindet* die Wärme dabei tatsächlich? Hört sie auf, als Wärme zu existieren?

Die Gleichwertigkeit von Wärme und Arbeit hat zuerst (S. 203) der Arzt JULIUS ROBERT MAYER aus Heilbronn (1842) behauptet. Den Anstoß gab seine in Java gemachte Beobachtung (bei Aderlässen), daß das venöse Blut dort auffallend hellrot ist, während das der Europäer — infolge beträchtlichen Gehaltes an Kohlensäure — dunkelrot ist. Schon damals wußte man, daß die animalische Wärme (ähnlich der einer Verbrennung) das Ergebnis einer Oxydation der Nahrungsmittel sei, und daß bei ihrer langsamen Verbrennung auch Kohlensäure entsteht. Hiervon ausgehend, erklärte MAYER seine Beobachtung daraus, daß der menschliche Körper, um seine Temperatur stets auf gleicher Höhe zu erhalten, in dem heißen Klima, in dem er weniger Wärme abgibt, auch weniger Wärme zu entwickeln braucht, und daher auch weniger Kohlensäure entwickelt. Ihm verdanken wir die Vorstellung, daß sich die Oxydationswärme der Nahrungsmittel — gemäß dem ersten Hauptsatz — in mechanische Energie umwandelt. HELMHOLTZ hat (1847) unabhängig von MAYER die Gleichwertigkeit von Wärme und Arbeit in ganz allgemeiner Form ausgesprochen und in seiner berühmten Arbeit „Über die Erhaltung der Kraft“ mathematisch formuliert. — Zahlreiche Versuche über die Äquivalenz von Wärme und Arbeit hat der Kolmarer Ingenieur HIRN Mitte des vorigen Jahrhunderts angestellt. Er zeigte z. B., daß Wasserdampf, der unmittelbar in den Kondensator einer Dampfmaschine strömt, mehr Wärme abgibt, als wenn er unter sonst gleichen Bedingungen vorher den Kolben der Dampfmaschine bewegt, also Arbeit geleistet hat. Andere seiner Beobachtungen knüpfen an die Überlegungen von JULIUS ROBERT MAYER an. Er ermittelte an einer Versuchsperson in einem völlig abgeschlossenen Raum die von ihr verbrauchte Menge Sauerstoff und die von ihr erzeugte Wärme. In völliger Ruhe entwickelte die Versuchsperson pro Gramm verbrauchten Sauerstoff 5,2 kcal. Stieg sie ein Tretrad hinauf, leistete sie also Arbeit, die einen Teil der Oxydationswärme verbrauchte, so sank die Zahl auf 2 kcal; sie stieg über 5,2 kcal hinaus, wenn die Versuchsperson unter Arbeitsgewinn das Tretrad hinabstieg.

Die Äquivalenz von Wärme und Arbeit, die *in der Natur* überall vorhanden ist, unabhängig von *menschlichen* Festsetzungen und besonderen physikalischen Anordnungen, und die uns berechtigt, die eine für die andere zu setzen, ist ein zwingender Beweis für *die innere Verwandtschaft von Arbeit und Wärme* und für die Berechtigung der Auffassung, daß beide nur Formen eines und desselben Etwas sind, der *Energie*.

Eine zweite Form des ersten Hauptsatzes (aus der ersten ableitbar und ihr gegenüber nichts wesentlich Neues enthaltend) besagt: Der gesamte Energieinhalt U eines Körpers ist eindeutig durch den Zustand bestimmt, in dem sich der Körper befindet. Der gesamte Energieinhalt ist die Energie, die der Körper, z. B. in Form von Wärme, abgeben kann, wenn man ihn auf den absoluten Nullpunkt abkühlt und gleichzeitig dem Druck Null aussetzt. Je nach dem *Zustand* des Körpers am Anfang ist der gesamte Energieinhalt verschieden, er ist z. B. für 1 g *Dampf* von 100° anders als für 1 g *Wasser* von 100° . Der Zustand eines Körpers wird nicht allein durch seinen Aggregatzustand — ob es ein Gas oder eine Flüssigkeit oder ein fester Körper ist — charakterisiert, sondern auch durch seine Temperatur, seinen Druck und seine Dichte. Es müssen so viele Stücke zu seiner Bestimmung angegeben werden, daß eine Verwechslung mit einem anderen Zustand unmöglich ist. Oft genügen zwei: z. B. genügt die Angabe Luft von 0°C und 1 Atm. Druck. Zweifellos handelt es sich um den Gaszustand der Luft, und der Zusatz, daß die Luft das spezifische Gewicht 0,001293 haben soll, ist überflüssig, da es eindeutig feststeht, wenn ihre Temperatur und ihr Druck bekannt sind.

Die zweite Form des ersten Hauptsatzes behauptet, daß mit dem Zustand des Körpers zugleich sein Energieinhalt bestimmt sei. Macht z. B. ein Gas irgendwelche Zustandsänderungen durch, d. h. Veränderungen von Temperatur und Druck, und kommt es zum Schluß wieder in den Anfangszustand zurück, d. h. zu der Anfangstemperatur und dem Anfangsdruck, so ist sein Energieinhalt schließlich wieder derselbe wie er zu Anfang war. Einen solchen Prozeß, der zum Anfangszustand zurückgekehrt — im übrigen aber ganz beliebig verlaufen kann —, nennt man Kreisprozeß. Wir können den ersten Hauptsatz nun auch so aussprechen: Durchläuft ein Körper einen Kreisprozeß, so besitzt er zum Schluß die gleiche Energie wie am Anfang, und die Energieabgaben und Energieaufnahmen während des Kreisprozesses müssen sich gerade aufheben.

Die Hoffnung auf das Perpetuum mobile beruht auf der Annahme, daß man (entgegen dem ersten Hauptsatz) andauernd Energie gewinnen kann ohne Aufwendung von Energie, eben dadurch, daß man einen Körper oder ein System von Körpern gewisse zyklische Veränderungen derart durchlaufen läßt, daß nach gewissen Zeiten immer wieder der Anfangszustand vorhanden ist. Man will also einen Kreisprozeß an den anderen reihen. Aber bei einem derartigen Kreisprozeß ist ein Gewinn an Arbeit unmöglich, daher ist auch das Perpetuum mobile unmöglich.

Mathematisch formulieren kann man den ersten Hauptsatz, wenn man den Energieinhalt eines Körpers in zwei verschiedenen Zuständen 1 und 2 betrachtet, denen die Energien U_1 und U_2 zugehören. Ist U_2 der größere der beiden Werte, so ist $U_2 - U_1$ die Energievergrößerung beim Übergang vom Zustand 1 zum Zustand 2. Die Energie kann sich dadurch vergrößern, daß der Körper eine Wärmemenge Q und eine Energiemenge anderer Form A , die wir kurz als Arbeit bezeichnen, aufnimmt. Im ganzen ist dann

$$U_2 - U_1 = Q + A.$$

Beim Kreisprozeß ist Zustand 1 gleich Zustand 2 und demzufolge (s. oben) $U_2 = U_1$. Dann ist aber $Q + A = 0$, d. h. beim Kreisprozeß ist die Summe der aufgenommenen Wärme und der verbrauchten Arbeit Null.

191. Der zweite Hauptsatz. Perpetuum mobile zweiter Art. Nach dem ersten Hauptsatz sind in allen Vorgängen der Natur nur Umwandlungen von Energie möglich (niemals Erzeugung oder Vernichtung von Energie). Nach dem zweiten

Hauptsatz sind nicht *alle* Arten von Umwandlungen möglich, und die möglichen nur unter gewissen Bedingungen. Er handelt von der *Art* der Umwandlung, insbesondere von der *Richtung*, in der die Umwandlung verläuft: handelt es sich um die Verwandlung von mechanischer Energie und Wärmeenergie, so läßt sich aus ihm folgern, ob sich unter den gegebenen Bedingungen Arbeit in Wärme oder ob sich Wärme in Arbeit verwandelt, ferner wie groß die umgewandelte Wärmemenge und die im günstigsten Falle zu gewinnende Arbeit ist. Bevor wir den zweiten Hauptsatz formulieren, betrachten wir die Umwandlung von Wärme- oder Arbeitsenergie etwas genauer — zunächst an einem leicht übersehbaren Vorgang (Abb. 234).

In dem Zylinder *A* ist ein ihn dicht abschließender Kolben *B* hin und her bewegbar. Der Zylinder enthält Luft und steht in Wärmeaustausch mit einem sehr großen Wärmebehälter (etwa einem Warmwasserbehälter), dessen Temperatur *T* konstant bleibt, wieviel Wärme ihm auch zuströmt oder *entströmt*. Das Gewicht des Kolbens und der Gewichte *C*, *c* hält dem Druck des Gases das Gleichgewicht. Entfernen wir *c*, so dehnt sich das Gas aus und hebt den

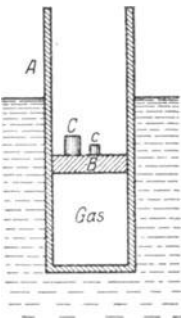


Abb. 234. Zum zweiten Hauptsatz der Wärmetheorie.

Kolben und das Gewicht *C* unter Leistung von Arbeit. Die dieser Arbeit (nach dem ersten Hauptsatz) entsprechende Wärmemenge nimmt das Gas aus seinem *eigenen* Wärmeverrat. Es würde sich dabei abkühlen, wenn der Zylinder nicht durch seine die Wärme leitende Wand hindurch mit dem Wärmereservoir von der konstanten Temperatur *T* im Wärmeaustausch stände (s. oben). So aber strömt die Wärme aus dem Reservoir in den Zylinder, und die Temperatur *T* bleibt dem Gase erhalten. Die der Arbeitsleistung entsprechende Wärmemenge wird dem *Wärmebehälter* entzogen. Bei der Temperatur *T* hat sich also eine gewisse Wärmemenge in Arbeit umgesetzt. Dabei hat sich der arbeitende Körper, das Gas, in gewissem Sinne verändert, er hat ein größeres Volumen angenommen. (Die Tatsache der *Veränderung* des Arbeit leistenden Körpers ist für das Verständnis des Folgenden von größter Bedeutung!)

Ist das Gewicht *C* unterteilt, so daß wir es stückweise entfernen können, so kann das Gas nach und nach immer mehr Arbeit leisten, während der Warmwasserbehälter stets eine äquivalente Wärmemenge hergibt. Gleichzeitig verändert sich der Zustand des Gases immer stärker, das Volumen des Gases nimmt ständig zu und seine Dichte ständig ab.

Setzen wir die Gewichtsstücke wieder auf den Kolben, so drücken sie beim Heruntersinken das Gas wieder zusammen. Sie leisten an ihm Arbeit, und es entsteht eine entsprechende Menge Wärme in ihm, die seine Temperatur erhöhen würde, wenn nicht der Wärmeaustausch mit dem Reservoir wäre. Wie der Versuch angeordnet ist, strömt die Wärme in den Wasserbehälter, und die Temperatur *T* des Gases bleibt bestehen. Ist schließlich der Kolben wie zu Anfang belastet, so besitzt das Gas auch den Anfangszustand wieder: es hat einen *Kreisprozeß* durchlaufen.

Ist bei dem zweiten Teile, dem rückläufigen des Vorganges, *ebensoviel* Arbeit (zur Kompression des Gases) aufgewendet worden, wie das Gas beim ersten Teil des Prozesses (bei seiner Ausdehnung) geleistet hat, oder hat es bei seiner Ausdehnung mehr Arbeit *geleistet* als es zu seiner Kompression *verbraucht* hat? Ferner: Besitzt der Warmwasserbehälter am Ende des Kreisprozesses dieselbe Menge Wärme wie am Anfang? Die Erfahrung lehrt: Im allgemeinen erfordert der rückläufige Prozeß *mehr* Arbeit, als der erste Teil des Prozesses geliefert hat,

die Durchführung des Kreisprozesses erfordert also einen *Arbeitsaufwand*, und eine diesem Arbeitsaufwand entsprechende Wärmemenge strömt dem Wasserbehälter zu, wir haben somit am Ende Arbeit in Wärme verwandelt. Die Theorie geht über die Erfahrung hinaus. Ihr zufolge ist im denkbar günstigsten Grenzfall die *aufgewendete* Arbeit genau gleich der *gewonnenen* Arbeit, und der Wasserbehälter besitzt dann auch am Schluß des Kreisprozesses die gleiche Wärmemenge wie am Anfang. Dieser Grenzfall tritt ein, *wenn* der Kolben sich völlig reibungslos bewegt und *wenn* das Gas sich so langsam ausdehnt und so langsam zusammengedrückt wird, daß *keine* Druck- und *keine* Temperaturdifferenzen in ihm entstehen. Wir können also schließen, daß bei der besprochenen Versuchsanordnung *niemals* Arbeit auf Kosten von Wärme zu *gewinnen* ist, wenn der arbeitende Körper einen *Kreisprozeß* beschreibt, ohne daß irgendwo in seiner Umgebung eine Zustandsänderung zurückbleibt. Wir dürfen denjenigen Teil der Umgebung, in dem ein veränderter Zustand zurückbleibt, in das Arbeit leistende System einbeziehen, so daß wir also sagen können: Arbeit läßt sich in unserem Falle nur dann auf Kosten von Wärme gewinnen, wenn *das arbeitende System* eine *Zustandsänderung* erleidet. Diese Erkenntnis verallgemeinernd, gelangen wir zu einer der Fassungen des zweiten Hauptsatzes: „Es ist unmöglich, durch einen Kreisprozeß oder durch mehrere aneinandergereihte Kreisprozesse (oder was auf dasselbe herauskommt: durch einen periodisch verlaufenden Vorgang) dadurch Arbeit zu gewinnen, daß man lediglich einem Behälter gegebener Temperatur Wärme entzieht. Auf Kosten der Wärme eines Behälters kann man nur dann Arbeit gewinnen, wenn irgendwo in der Umgebung des Arbeit leistenden Körpers eine Zustandsänderung zurückbleibt.“

Diesen Satz — wohlgemerkt: es ist ein aus der Erfahrung gewonnener Satz — stellt PLANCK an die Spitze seiner Betrachtungen über den zweiten Hauptsatz, und aus ihm leitet er *alle* Tatsachen her, die unter den zweiten Hauptsatz fallen. Aus ihm folgt sofort, daß es unmöglich ist, einen Motor zu bauen, der nichts weiter täte, als dem Meere oder der Luft oder der Erde Wärme zu entziehen und in Arbeit zu verwandeln. Eine solche hypothetische Maschine, deren Wirkungsweise keineswegs dem ersten Hauptsatz widerspräche, würde, ohne eine besonders kostbare Aufwendung zu erfordern, beliebig viel Arbeit leisten, hätte daher praktisch die Bedeutung wie das Perpetuum mobile und heißt darum *Perpetuum mobile zweiter Art*. Der zweite Hauptsatz heißt daher auch: der Satz von der Unmöglichkeit des Perpetuum mobile zweiter Art.

192. Der CARNOTSche Kreisprozeß. Durch den bisher betrachteten Kreisprozeß kann man niemals Wärme in Arbeit verwandeln. Aber wir kennen andere Kreisprozesse, die es tun. Ein leicht verständliches und praktisch wichtiges Beispiel dafür bietet die Dampfmaschine, und das übersichtlichste die Kondensationsmaschine. Das Wasser wird im Kessel in Dampf verwandelt, der Dampf leistet infolge seiner Ausdehnung am Kolben der Maschine Arbeit und wird zum Schluß im Kondensator wieder in Wasser verwandelt. Der fundamentale Unterschied gegen den vorhin betrachteten Kreisprozeß ist: es sind *zwei* Wärmebehälter vorhanden, mit denen der Arbeit leistende Körper der Dampfmaschine (das Wasser bzw. der Dampf) in Wärmeaustausch tritt; *zwei* Wärmebehälter, und zwar von verschiedener Temperatur — der Dampfkessel von der Temperatur T_1 und das Kühlwasser im Kondensator von der Temperatur T_2 .

Der Übersichtlichkeit halber idealisieren wir den Vorgang zu der Form des nach CARNOT benannten Kreisprozesses, bei dem die Entstehung von Reibungswärme und die Überleitung von Wärme auf tiefere Temperatur ohne Arbeitsleistung ausgeschlossen ist. Der arbeitende Körper sei ein Gas. Es hat

anfangs ein bestimmtes Volumen und einen bestimmten Druck, sein dadurch charakterisierter Zustand entspricht in dem Druck-Volumen-Koordinatensystem der Abb. 235 einem bestimmten Punkt a , seine Ordinate bedeutet den Anfangsdruck, seine Abszisse das Anfangsvolumen. Von dem Zustandspunkt a des Druck-Volumen-Diagramms an dehne es sich aus, dabei nimmt sein Druck ab und sein Volumen zu, und es gelangt in den Zustandspunkt b ; aber es dehne sich bis dahin bei *konstanter* Temperatur T_1 aus, also (S. 206) unter *Aufnahme* einer gewissen Wärmemenge Q_1 . Von b an dehne es sich weiter aus bis zum Zustandspunkt c , aber *ohne* mit einem Wärmebehälter in Wärmeaustausch zu stehen (man sagt: *adiabatisch*). Die zu der Ausdehnung zwischen b und c nötige Arbeit muß das Gas daher aus seinem *eigenen* Wärmevorrat nehmen. Dabei kühlt es sich ab und sinkt auf die Temperatur T_2 . Hierauf drücken wir das

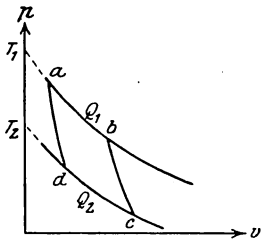


Abb. 235. Zur Veranschaulichung eines Kreisprozesses.

Gas zusammen, zunächst während es mit dem Wärmebehälter der Temperatur T_2 verbunden ist (von c bis d), dann noch weiter adiabatisch (von d bis a). Die Kompressionswärme, die während der Umwandlung längs der Strecke von c bis d entsteht, wird dem Behälter der Temperatur T_2 im Betrage Q_2 zugeführt und während der Umwandlung längs der Strecke von d bis a zur Temperaturerhöhung des Gases von T_2 auf T_1 verwendet. Damit ist der Kreisprozeß beendet. Am Ende des

Prozesses hat der arbeitende Körper (das Gas) den gleichen Zustand wie zu Anfang, der Behälter mit der Temperatur T_1 hat die Wärme Q_1 abgegeben, der Behälter mit der Temperatur T_2 hat die Wärme Q_2 aufgenommen, ferner hat der arbeitende Körper, das Gas, eine gewisse Arbeit A geleistet. Finden keine weiteren Vorgänge als die beschriebenen statt, so muß dem ersten Hauptsatz gemäß $A = Q_1 - Q_2$ sein, und wenn A von Null verschieden sein soll, so muß (die dem Behälter höherer Temperatur entnommene Wärme) Q_1 größer sein als Q_2 (die dem Behälter tieferer Temperatur zugeführte Wärme).

Ist der arbeitende Körper ein ideales Gas, so lassen sich theoretisch zwei Beziehungen ableiten, die sowohl die Arbeit A , wie auch die Wärmemengen Q_1 und Q_2 mit den Temperaturen T_1 und T_2 rechnerisch verbinden. Diese Beziehungen lauten:

$$A = Q_1 \frac{T_1 - T_2}{T_1} = Q_1 \left(1 - \frac{T_2}{T_1}\right) \quad \text{und} \quad \frac{Q_1}{T_1} - \frac{Q_2}{T_2} = 0.$$

Mit dem Satze von der Unmöglichkeit des Perpetuum mobile zweiter Art kann man beweisen, daß bei gegebenen Werten von T_1 , T_2 und Q_1 unter *allen* Umständen die Arbeit A und die bei der Temperatur T_2 abgegebene Wärme Q_2 stets die gleichen Werte haben, gleichviel ob der arbeitende Körper des CARNOTSchen Prozesses ein Gas oder eine Flüssigkeit oder ein fester Körper ist. Daher gelten die beiden oben hingeschriebenen, für das ideale Gas gefundenen Beziehungen für jeden Körper. Die im CARNOTSchen Prozeß gewonnene Arbeit A wächst also mit der aufgenommenen Wärmemenge Q_1 und ist um so größer, je größer die Temperaturdifferenz $T_1 - T_2$ ist. Wir sehen: Von der aufgenommenen Wärme Q_1 verwandelt sich nur ein Bruchteil in Arbeit. Die entstehende Arbeit A ist gleich Q_1 mal einem echten Bruch. Dieser Bruch heißt der *Nutzeffekt* des Prozesses, er ergibt sich zu

$$\eta = \frac{A}{Q_1} = \frac{T_1 - T_2}{T_1} = 1 - \frac{T_2}{T_1}.$$

Nur wenn T_1 so viel größer ist als T_2 , daß man $\frac{T_2}{T_1} = 0$ setzen darf, wird der Nutzeffekt $\eta = 1$, d. h. die Umwandlung der aufgenommenen Wärme in Arbeit vollständig. Ist z. B. die höhere Temperatur $t_1 = 200^\circ \text{C}$, die tiefere $t_2 = 50^\circ \text{C}$, so ist (es handelt sich hier um absolute Temperaturen) $T_1 = 200 + 273 = 473^\circ$ und $T_2 = 50 + 273 = 323^\circ$ zu setzen, und der Wirkungsgrad ist $\eta = 0,32$, d. h. nur 32% der aufgenommenen Wärme Q_1 werden in diesem Falle in Arbeit verwandelt. Der Rest $Q_1 - A = Q_2$ fließt dem Behälter tieferer Temperatur als Wärme zu und geht für die Arbeitsleistung verloren. Dasselbe Ergebnis folgt aus der zweiten unserer beiden Hauptgleichungen in der Form $Q_2 = Q_1 \cdot \frac{T_2}{T_1}$. Im Fall unseres Beispiels ist $\frac{T_2}{T_1} = 0,68$.

Der Kreisprozeß (S. 207), der nur *einen* Wärmebehälter benützte, bestand aus zwei Teilen, der zweite war die genaue Umkehr des ersten. Beim CARNOTSchen Kreisprozeß ist die genaue Umkehr nicht vorhanden, der arbeitende Körper (z. B. ein Gas) durchläuft vielmehr von a über b bis c *andere* Zustände als auf dem Rückwege von c über d nach a . Wir können aber an diesen Prozeß, wir wollen ihn den positiven nennen, einen genau entgegengesetzt gerichteten von a über d , c , b nach a zurücklaufenden, negativen anschließen. Bei diesem negativen Kreisprozeß wird infolge der Ausdehnung des arbeitenden Körpers von d bis c und der damit verbundenen Arbeitsleistung eine Wärmemenge Q'_2 aus dem Wärmebehälter von der tieferen Temperatur T_2 aufgenommen und entsprechend eine Wärme Q'_1 an den Wärmebehälter der höheren Temperatur T_1 abgegeben. Wie hier die *Wärmemengen* das entgegengesetzte Vorzeichen haben wie bei dem positiven Prozeß, so auch die *Arbeit*: bei dem negativen Prozeß wird keine Arbeit gewonnen, es muß vielmehr eine Arbeit A' *aufgewendet* werden. Die Theorie lehrt, daß im übrigen dieselben Beziehungen gelten wie für den positiven Prozeß, daß nämlich

$$A' = Q'_1 \frac{T_1 - T_2}{T_1} \quad \text{und} \quad \frac{Q'_1}{T_1} - \frac{Q'_2}{T_2} = 0 \text{ ist.}$$

Ferner lehrt die Theorie, daß A' und A , Q'_1 und Q_1 sowie Q'_2 und Q_2 einander entgegengesetzt gleich sind, so daß der negative CARNOTSche Prozeß in allen Punkten die genaue Umkehr des positiven bildet. Während bei dem positiven Prozeß Wärme von höherer Temperatur zur tieferen Temperatur übergeht und Arbeit gewonnen wird, wird bei dem negativen Prozeß Wärme von tieferer Temperatur zur höheren Temperatur transportiert, wobei Arbeit aufgewendet werden muß.

Der negative CARNOTSche Prozeß ist die Idealisierung der Kältemaschine. Nur unter Aufwendung von Arbeit kann man einen Raum auf tieferer Temperatur halten als die Umgebung. Der negative CARNOTSche Prozeß heißt auch *Wärmepumpe*, weil er Wärme auf ein höheres Temperaturniveau heben kann. Aber nicht nur die Wärme Q'_2 , welche dem kälteren Körper entzogen wird, erscheint in dem wärmeren wieder, sondern hier tritt eine größere Wärmemenge Q'_1 auf. Sie übersteigt die Wärme Q'_2 um die Arbeitsenergie, die bei dem negativen CARNOTSchen Prozeß aufgewendet werden muß. —

Zusammenfassend gilt als Folge des oben formulierten zweiten Hauptsatzes: Durch einen (positiven) CARNOTSchen Kreisprozeß ist *nur ein Teil* der verfügbaren Wärme in Arbeit verwandelbar, der Rest sinkt auf ein tieferes Temperaturniveau. Durch einen CARNOTSchen Kreisprozeß kann Wärme auf ein höheres Temperaturniveau gelangen, jedoch *nur unter Aufwendung von Arbeit*.

Reversible und irreversible Vorgänge. Die bisher angewendeten Vorgänge waren alle idealisiert. Wie unterscheiden sich nun die wirklichen von den idealisierten? In den wirklichen verwandelt die Reibung bei *jeder Bewegung* einen Teil der Bewegungsenergie in Wärme. Ist der durch Abb. 234 veranschaulichte Vorgang ein Vorgang der Wirklichkeit (nicht ein Gedankenexperiment), so muß das Gas einen *Teil* seiner Arbeit auf die Überwindung der Reibung des Kolbens (an der Zylinderwand) verwenden, die *Nutzarbeit* (Hebung des Kolbens) ist also *kleiner*, als es der ihm zugeführten, von dem Wärmereservoir zufließenden Wärmemenge entspricht. Und zur Kompression muß man aus dem gleichen Grunde mehr Arbeit aufwenden, als der an das Reservoir abgegebenen Wärmemenge entspricht. Der zuerst betrachtete Kreisprozeß, bei dem nur *ein* Wärmebehälter (der Temperatur T) mitwirkt, liefert also, wenn Reibung ins Spiel kommt, während der Ausdehnung des Gases einen Arbeitsgewinn, der *kleiner* ist als der *Arbeitsaufwand* während der Kompression. Und ähnlich ist es bei jedem Arbeitsvorgange in der Wirklichkeit: die Reibung verzehrt einen Teil der Nutzarbeit. Umgekehrt kann in dem wirklich ausführbaren Kreisprozeß die bei der Kompression aufgewendete Arbeit infolge der Reibung niemals durch die Ausdehnungsarbeit des Gases wieder gewonnen werden. Während bei dem idealen Kreisprozeß zum Schluß nirgendwo eine Veränderung gegenüber dem Anfang zurückbleibt, tritt bei dem wirklich durchgeführten Wärme auf, die als Wärme bestehen bleibt. Das Endergebnis ist also: ein Teil der Arbeit ist zu Reibungswärme geworden.

Eine zweite unvermeidliche Verlustquelle für die wirklichen Prozesse, in denen Temperaturunterschiede auftreten, ist die Wärmeleitung. Sie führt Wärme *ohne Leistung von Arbeit* von einem höheren auf ein tieferes Temperaturniveau. Es ist so, wie wenn fallendes Wasser, das Arbeit leisten könnte, an dem Wasserrade *vorbeifiele*, anstatt auf die Schaufeln zu fallen. Während die Reibung nutzbare *Arbeit* zerstört, vernichtet die Wärmeleitung eine *Arbeitsmöglichkeit*, so daß also jeder wirkliche Prozeß stets einen geringeren Arbeitsgewinn abwirft als ein idealisierter.

Die idealisierten Vorgänge sind als Grenzfälle der wirklichen anzusehen; in ihnen ist (unter sonst gleichen Umständen) die Arbeitsleistung größer als bei den wirklichen. Wollte man einen wirklich ablaufenden Prozeß *vollständig* rückgängig machen, so müßte man immer einen gewissen Überschuß von Arbeit leisten. In der Wirklichkeit sind die Vorgänge aber *stets* von Reibung und Wärmeleitung begleitet. Aus dem Prinzip von der Unmöglichkeit des Perpetuum mobile zweiter Art läßt sich beweisen, daß es ohne Arbeitsaufwand unmöglich ist, Wärme von tieferer Temperatur auf höhere Temperatur (Kältemaschine) zu bringen, und daß man Reibungswärme nicht in Arbeit verwandeln kann, ohne daß irgendeine Zustandsänderung in einem dabei beteiligten Körper zurückbleibt. Während also bei der Reibung Arbeit in Wärme sozusagen von selbst übergeht, d. h. ohne daß irgendein Körper gleichzeitig eine Zustandsänderung erleiden muß, so ist die Umkehrung dieses Vorganges stets mit einer Zustandsänderung verbunden. Die Reibung ist also ein Vorgang, der nicht rückgängig gemacht werden kann, ohne daß irgendwelche Änderungen übrig bleiben. Ein solcher Vorgang heißt *irreversibel*. In demselben Sinne ist auch die Ausbreitung von Wärme durch Leitung oder durch Strahlung irreversibel, da die Ausbreitung ohne Arbeitsleistung geschieht, während das Sammeln von Wärme auf eine höhere Temperatur sehr wohl Arbeit erfordert.

Wir kennen noch andere irreversible Vorgänge. Strömt z. B. ein Gas in einen völlig leeren Raum, so dehnt es sich ohne Arbeit zu leisten aus, man muß

aber Arbeit aufwenden, um es wieder zu komprimieren. Ebenso mischen sich zwei Gase miteinander, und ebenso kann sich ein Stoff in einem Lösungsmittel lösen, ohne Arbeit zu leisten, man muß aber Arbeit leisten, um die Gase wieder voneinander zu trennen und um den gelösten Körper aus der Lösung wieder auszuschcheiden.

Ohne anderweitige Veränderungen zu hinterlassen, kann durch Reibung Arbeit in Wärme verwandelt werden, und ohne Aufwand von Arbeit kann Wärme von höherer zu tieferer Temperatur (Leitung, Strahlung) oder Masse von einem kleinen in ein größeres Volumen überführt werden (Diffusion), während die entgegengesetzt gerichteten Vorgänge Zustandsänderungen oder Arbeitsleistungen erfordern. Reibungswärme entsteht bei jeder Gelegenheit sozusagen von selbst, ebenso wie sich Wärme und Masse überall ohne äußeren Einfluß auszubreiten streben. Die Natur bevorzugt diese eine Richtung der Vorgänge und stellt ihrer völligen Umkehr einen unüberwindlichen Widerstand entgegen. Findet irgendwann Reibung oder Wärmeleitung oder Diffusion statt, so sind die Spuren dieser Vorgänge niemals wieder zu verwischen. Jeder Vorgang in der Natur läuft also stets in dem Sinne ab, daß mehr Arbeit in Wärme verwandelt wird als umgekehrt, daß mehr Wärme auf tiefere Temperatur als auf höhere Temperatur befördert wird, und daß die Masse in höherem Maße der Ausbreitung als der Zusammenziehung unterlegen ist. Stets sind also diejenigen Prozesse, die wir als irreversibel bezeichnet haben, im Übergewicht.

Den irreversiblen Vorgängen stehen die *reversiblen* gegenüber, Vorgänge, die zu ihrer Umkehrung kein Mehr an Arbeit erfordern. So ist es z. B. bei dem Hin und Zurück des Pendels, dessen Amplituden beim Steigen wie beim Fallen immer dieselbe Größe behalten. Aber streng ist das doch nur beim mathematischen, nicht so beim physischen, alle völlig reversiblen Prozesse sind idealisiert. In Wirklichkeit sind alle Vorgänge in irgendeiner Weise mit irreversiblen verbunden, auch die Pendelbewegung, alle sind *mehr* oder *weniger* irreversibel, sie unterscheiden sich nur durch ihren Grad der Irreversibilität voneinander.

193. Die Entropie. Man kann den Grad der Irreversibilität eines Vorganges berechnen mit Hilfe einer von CLAUSIUS eingeführten mathematischen Funktion, der *Entropie*. Bei jedem irreversiblen Vorgang *wächst* die Entropie des Systems. Sie kann unter keinen Umständen abnehmen; allenfalls kann sie konstant bleiben, indessen nur bei einem idealen reversiblen Prozeß. Ein einzelner Körper oder eine Gruppe von Körpern, die nur einen *Teil* des ganzen betrachteten Systems bilden, kann sehr wohl auch eine Abnahme der Entropie erfahren; indessen müssen dann gleichzeitig andere Teile des Systems eine um so stärkere Entropievergrößerung aufweisen, so daß jedenfalls die Summe *aller* Entropieänderungen in dem System eine Entropiezunahme bedeutet.

Der mathematische Ausdruck für die Entropieänderung hat eine besonders einfache Form, falls die Volumenänderungen (vorausgesetzt, daß solche vorkommen) umkehrbar erfolgen [z. B. ohne Diffusion]. Dann ist die Entropiezunahme während eines Zeitabschnittes, in welchem der Körper die absolute Temperatur T besitzt und in welchem er die Wärmemenge Q aufnimmt, durch Q/T gegeben. Ändert sich die Temperatur, so ist die Entropiezunahme gleich der Summe über die zu den einzelnen Zeitabschnitten gehörigen Quotienten Q/T .

Beim positiven CARNOTSchen Kreisprozeß nimmt der arbeitende Körper bei der Temperatur T_1 die Wärme Q_1 auf und gibt bei der Temperatur T_2 die Wärme Q_2 ab, oder auch: er nimmt die Wärme $-Q_2$ auf. Seine Entropiezunahme ist also $\frac{Q_1}{T_1} - \frac{Q_2}{T_2}$. Da dieser Ausdruck aber (S. 208) Null ist, so hat sich im ganzen

seine Entropie nicht geändert, wohl aber die der beiden Wärmebehälter. Die Entropie des Behälters der höheren Temperatur T_1 , der die Wärme Q_1 an den arbeitenden Körper abgegeben hat, hat um Q_1/T_1 abgenommen, die Entropie des Wärmebehälters der tieferen Temperatur T_2 , der den Wärmezuwachs Q_2 erhalten hat, hat um Q_2/T_2 zugenommen. Die beiden Quotienten sind entgegengesetzt gleich, so daß die Forderung, daß bei umkehrbaren Prozessen die Entropie in dem gesamten System (das aus dem arbeitenden Körper *und* den beiden Wärmebehältern besteht) konstant bleiben soll, erfüllt ist.

BOLTZMANN hat den der Anschauung schwer zugänglichen Begriff der Entropie durch molekulartheoretische Betrachtungen dem Verständnis näher gebracht: Versteht man unter Wärmeenergie eines Körpers die Summe der kinetischen Energie aller seiner Moleküle, die bei ihrem ständigen Zusammenprall ständig ihre Energie miteinander ausgleichen, so erhellt, daß der Energieaustausch so lange anhält, bis alle Moleküle die *gleiche* mittlere kinetische Energie haben — d. h. die Temperatur in dem Körper an allen Punkten des Körpers die gleiche ist. Auch folgendes ist hiernach verständlich: Will man in einem anfangs gleichmäßig temperierten Körper Temperaturunterschiede künstlich hervorgerufen, so muß man gewissen Molekülgruppen einen Teil ihrer Energie wegnehmen und anderen Molekülgruppen geben. „Von selber“ kann aber ein solcher Vorgang nicht stattfinden, die Molekularbewegung wirkt im Sinne eines Energieausgleiches, nicht im Sinne einer örtlichen Energieanhäufung. Hier setzt nun eine in der Wahrscheinlichkeitsrechnung übliche Betrachtung ein: Die Moleküle können in dem ihnen zugewiesenen Raum verschieden dicht verteilt sein und können verschieden große Energie besitzen. Man spricht daher von der Wahrscheinlichkeit einer *bestimmten Gruppierung* und von der Wahrscheinlichkeit eines *bestimmten Zustandes*. Der wahrscheinlichste Zustand ist stets derjenige, in dem der Ausgleich so weit wie möglich verwirklicht ist. Jede *Änderung* des Zustandes eines Systems ist ein Übergang von einem *weniger* wahrscheinlichen zu einem *wahrscheinlicheren* Zustande, ist also eine *Vergrößerung* der Wahrscheinlichkeit des Zustandes: Die Wahrscheinlichkeit des Zustandes ist das Maß für die Entropie. Je größer die Wahrscheinlichkeit des Zustandes, desto größer die Entropie. Die Entropie hat also ihr Maximum erreicht, wenn der Ausgleich vollkommen ist. [Bis auf eine additive Konstante ist die Entropie gleich dem natürlichen Logarithmus für die Wahrscheinlichkeit des Zustandes.]

Folgerungen aus dem zweiten Hauptsatz. Den zweiten Hauptsatz kann man darum auch als das Prinzip des Ausgleichs bezeichnen. Da von jeder Art Energie bei ihrer Umsetzung stets ein Teil in Wärme übergeht, und die Wärme sich im Raume zu verteilen strebt, so muß nach genügend langer Zeit jeder Temperaturunterschied verschwinden und damit jede Möglichkeit, aus Wärme nutzbare Arbeit zu gewinnen. So gelangt CLAUSIUS zu dem Schluß, daß die Welt einem Zustand völliger Temperaturgleichheit zustrebt („Wärmetod“), wenn der zweite Hauptsatz ohne Einschränkung gilt. Aber der Satz ist ein Erfahrungssatz, in einem sehr kleinen Teil des Weltalls erschlossen und nicht über die Grenzen seines ursprünglichen Bereiches hinaus ausdehnbar. Vielleicht existieren irgendwo im Weltall Gebiete ständiger Energieanhäufung. Das würde den BOLTZMANNschen Vorstellungen von der wachsenden Zustandswahrscheinlichkeit materieller Systeme nicht unbedingt widersprechen, denn Energie muß nicht unbedingt an Materie gebunden sein.

Man darf aber hieraus nicht schließen, daß auch in unserer Erfahrungswelt vielleicht doch ein Perpetuum mobile möglich wäre. Die Beweise für die Richtigkeit des zweiten Hauptsatzes in unserem Erfahrungsbereich sind ebenso zahlreich

wie seine an der Erfahrung prüfbareren Folgerungen. Mit jeder Verfeinerung der Meßtechnik haben sich die Beweise weiter gefestigt. Angesichts der noch immer währenden Bemühungen um den Bau eines Perpetuum mobile zweiter Art muß man dies nachdrücklich hervorheben. Von dem Perpetuum mobile erster Art, das dem Gesetz von der Erhaltung der Energie widerspricht, ist kaum noch die Rede, denn das Verständnis des ersten Hauptsatzes ist in weite Kreise gedrungen. Von dem viel schwerer zu erfassenden zweiten Hauptsatz ist das aber kaum so bald zu erwarten.

194. Der dritte Hauptsatz. Wärmethorem von NERNST. Der dritte Hauptsatz, das Wärmethorem von NERNST, ist wie die beiden ersten Hauptsätze ein thermodynamisches Prinzip, das aus der Erfahrung erschlossen worden ist — zunächst aus Tatsachen der Thermochemie.

Um sie zu beschreiben, müssen wir einige bisher noch nicht benützte Größen definieren. Nach dem ersten Hauptsatz ist die Energiezunahme $U_2 - U_1$ eines Körpers bei einem Vorgange gleich der von ihm aufgenommenen Wärme, vermindert um die von ihm geleistete Arbeit. Bei einem chemischen Prozeß z. B., der *ohne* Arbeitsleistung vor sich geht (falls nur mechanische Arbeit in Frage kommt), etwa in einem abgeschlossenen Raum (ohne Volumenänderung), ist die Energiezunahme danach gleich der von dem Körper aufgenommenen Wärme, oder seine Energieabnahme gleich der von ihm an die Umgebung abgegebenen Wärme. Diese Wärme nennt man [239.] die Wärmetönung U des Prozesses (der chemischen Reaktion). Sie ist die gesamte Energie, welche bei dem Prozeß gewonnen wird. Die Wärmetönung besitzt je nach der Temperatur eine andere Größe. Zum Beispiel: Bei der Bildung von Bleijodid aus Blei und Jod tritt eine Wärmemenge von 41 850 cal auf, wenn die Umwandlung bei Zimmertemperatur stattfindet und wenn sich 207 g Blei (1 Grammolekül) mit 254 g Jod (2 Grammoleküle) zu 461 g Bleijodid (1 Grammolekül) verbinden. Diese Wärmetönung (in Kalorien) läßt sich aus den spezifischen Wärmen in Abhängigkeit von der Temperatur durch die Beziehung $U = 41\,825 + 3,1 \cdot 10^{-4} T^2$ darstellen.

Bei der Bildung einer chemischen Verbindung ist neben der Wärmetönung noch eine zweite Größe von Bedeutung, nämlich die Arbeit A , die die an der chemischen Umsetzung beteiligten Komponenten bei vorgeschriebener Temperatur unter *günstigsten* Bedingungen leisten können. Will man A ermitteln, so müssen die Versuchsbedingungen natürlich andere sein, als sie bei der Messung der Wärmetönung zu wählen sind. Die Energie der maximalen Arbeit bei der Bildung von Bleijodid kann man z. B. leicht auf elektrischem Wege messen. Man kann nämlich mit Blei und Jod ein elektrisches Element herstellen, wie man es (im Daniellelement) mit Zink und Schwefelsäure kann [337.]. Wenn man dem Element Strom entnimmt, so entzieht man ihm damit Energie, man zwingt es, Arbeit zu leisten. Bei der Umsetzung der chemischen Energie in elektrische finden Verluste nicht statt, man gewinnt daher auf diese Weise unmittelbar die maximal mögliche Arbeit. Wir nennen sie A , wenn in dem Element die gleichen Mengen umgesetzt werden, wie vorher bei der Messung der Wärmetönung. Die maximale Arbeit wird auch die *Affinität* der Verbindung genannt und dient als Maß für die chemische Verwandtschaft der Körper zueinander. Sie hängt wie die Wärmetönung U von der Temperatur ab.

Wärmetönung und Affinität treten nicht nur bei chemischen Vorgängen auf, sondern auch dann, wenn ein und derselbe Stoff von *einem* Zustand in einen *anderen* übergeht, z. B. Schwefel aus der rhombischen Kristallform in die monokline oder Wasser in Eis u. dgl. Unterkühltes Wasser verwandelt sich unter gewissen Umständen stürmisch (Affinität A groß) in Eis, wobei Wärme frei wird.

Ist aber Wasser von 0° mit Eis von 0° in Berührung, so tritt keine Veränderung ein — außer bei einem Eingriff von außen. Bei 0° sind Wasser und Eis im Gleichgewicht, in diesem Fall ist die Affinität Null. Nicht aber ist die Wärmetönung Null, denn wenn wir durch äußere Eingriffe bewirken, daß Wasser von 0° zu Eis von 0° wird, so wird Wärme frei, pro Gramm Wasser nahezu ebensoviel, wie wenn der Prozeß bei -10° abliefe. Gleichzeitig ist die maximale Arbeit während der erzwungenen Umsetzung von Wasser in Eis bei 0° verschwindend klein.

Wir vergleichen nun die Wärmetönung U und die maximale Arbeit oder Affinität A , bei derselben Temperatur T miteinander, nachdem wir beide auf dasselbe Energiemaß umgerechnet haben. Im allgemeinen sind sie *verschieden*, wie schon das Beispiel des erstarrten Wassers zeigt; denn bei 0° war dort die Affinität gleich Null, die Wärmetönung aber ziemlich groß. Aber bei allen untersuchten chemischen Prozessen, an denen nur flüssige und feste Körper teilnehmen (die gasförmigen sind zunächst ausgeschlossen), sind U und A voneinander um so weniger verschieden, bei je tieferer Temperatur T man sie vergleicht. Extrapoliert man auf den absoluten Nullpunkt $T = 0$, so sind U und A zwanglos einander

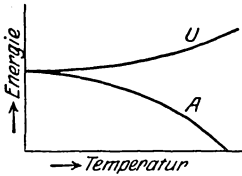


Abb. 236. Zum Wärmetheorem von NERNST.

gleich zu setzen. Ferner hat sich gezeigt: beide Größen ändern sich nahe am absoluten Nullpunkt sehr wenig mit der Temperatur, und ihre Kurven berühren sich hier asymptotisch (Abb. 236). Diese beiden *rein empirischen* Sätze enthalten das von NERNST im Jahre 1906 aufgestellte Wärmetheorem in seiner ursprünglichen Fassung.

Bei höherer Temperatur wird im allgemeinen auch unter den günstigsten Bedingungen nicht der ganze verfügbare Energiebetrag (den die Wärmetönung U mißt) in Arbeit umgesetzt, sondern ein Teil erscheint als Wärme. Im allgemeinen ist also A kleiner als U ; nur nahe dem absoluten Nullpunkte, wo bei der Leistung der maximalen Arbeit keine Wärme auftritt, sind beide gleich.

Der Verlauf der U -Kurve (der Wärmetönung) ist angebar, wenn man die Wärmetönung bei *einer* Temperatur gemessen hat und wenn man die spezifischen Wärmen der Komponenten in Abhängigkeit von der Temperatur kennt; von der Kurve für die Affinität kann man zunächst nur feststellen, daß sie bei *irgendeiner* Temperatur durch Null gehen muß. Denn ebenso wie es für Wasser und Eis eine Gleichgewichtstemperatur gibt, so gibt es auch für jeden chemischen Prozeß eine Temperatur, bei der die gleichzeitig nebeneinander vorhandenen Komponenten sich *nicht* ohne besondere äußere Einflüsse zu der Verbindung zusammenschließen, die sie bei tieferer Temperatur ohne weiteres bilden. Diese zum Punkt $A = 0$ gehörige *Gleichgewichtstemperatur* besitzt hohes praktisches Interesse. Man kann sie mit dem Wärmetheorem, ebenso wie den ganzen Verlauf der Affinitätskurve A , berechnen, wenn der Verlauf der Kurve für die Wärmetönung U bekannt ist. Diese Berechnung gelingt, wenn man das Theorem in der oben ausgesprochenen Fassung mit den zwei Hauptsätzen der Thermodynamik verbindet.

Der große Wert des Theorems von NERNST besteht darin, daß man lediglich aus Wärmemessungen — die man allerdings bis zu sehr tiefen Temperaturen fortführen und zum absoluten Nullpunkt extrapolieren muß. — die maximale Arbeit oder die Affinität A in dem ganzen Temperaturgebiet herleiten kann, in dem man die Wärmemessungen angestellt hat. Knüpfen wir an das Beispiel für Bleijodid an. Das Wärmetheorem liefert für die maximale Arbeit dieser Verbindung (in Kalorien) $A = 41\,825 - 3,1 \cdot 10^{-4} T^2$; oben hatten wir die

Wärmetönung $U = 41\,825 + 3,1 \cdot 10^{-4} T^2$ angegeben. In diesem einfachen Fall unterscheiden sich U und A nur durch das Vorzeichen des zweiten Gliedes rechts. Aus der maximalen Arbeit ergibt sich die elektromotorische Kraft der Zelle durch Division mit einem Umrechnungsfaktor, der für unser Beispiel den Wert 46 092 besitzt. Lediglich aus Wärmemessungen kann man so die elektromotorische Kraft des Bleijodidelementes zu $e = 0,9074 - 0,57 \cdot 10^{-8} T^2$ Volt ableiten.

Als weiteres Beispiel diene die Umwandlung des rhombischen Schwefels in monoklinen. Die Wärmetönung des Vorganges läßt sich den hierüber angestellten Versuchen zufolge durch $U = 1,57 + 1,15 \cdot 10^{-5} T^2$ in cal pro Gramm wiedergeben. Nach dem Theorem von NERNST folgt hieraus die Affinität zu $A = 1,57 - 1,15 \cdot 10^{-5} T^2$, und diese Gleichung liefert $A = 0$ für $T = 369^\circ$ absoluter Temperatur oder $t = 369 - 273 = 96^\circ \text{C}$ als Gleichgewichtstemperatur zwischen den beiden Kristallmodifikationen. Direkte Messungen haben das bestätigt.

Das Theorem von NERNST erlaubt ferner, lediglich aus Wärmemessungen die Bedingungen für den Gleichgewichtszustand zwischen den Komponenten einer beliebigen Verbindung zu berechnen, wenn für jeden an der chemischen Verbindung beteiligten Stoff noch seine *chemische Konstante* bekannt ist, die man aus den Dampfdrucken des betreffenden Stoffes ableiten kann. Sind die entsprechenden Wärmedaten und chemischen Konstanten bekannt, so läßt sich also z. B. ausrechnen, wieviel Ammoniak aus Wasserstoff und Stickstoff entsteht, wenn das Gemisch bei gegebenem Druck so lange einer gegebenen Temperatur ausgesetzt wird, bis Gleichgewicht eingetreten ist.

Während sich der dritte Hauptsatz *unmittelbar* nur auf den absoluten Nullpunkt bezieht, liegt, wie wir sehen, sein *Hauptanwendungsbereich* im Gebiet bequem erreichbarer Temperaturen. Aber sehr wichtige Schlüsse folgen aus ihm auch über die Eigenschaften der Materie in unmittelbarer Nähe des absoluten Nullpunktes. In erster Linie: Mit Annäherung an ihn werden die (auf die Masseneinheit bezogene) Entropien aller festen und flüssigen Körper (die gasförmigen sind auch hier zunächst auszunehmen) asymptotisch einander gleich. Nach den Auseinandersetzungen über den zweiten Hauptsatz bedeutet das: Ein Körper hat am absoluten Nullpunkt unter allen Umständen, also z. B. in verschiedenen Kristallisationszuständen, dieselbe Zustandswahrscheinlichkeit, so daß bei diesen tiefen Temperaturen alle Vorgänge reversibel sind. Der Zahlenwert der Entropie selbst läßt sich auch aus dem dritten Hauptsatz nicht ableiten. Da aber in der theoretischen Wärmelehre stets nur *Entropieänderungen* auftreten, so ist es zweckmäßig, die Entropie (aller festen und flüssigen Körper) am absoluten Nullpunkt mit Null zu bezeichnen.

Von rein physikalischen *Folgerungen aus dem dritten Hauptsatz* nennen wir noch folgende: Die durch Temperaturerhöhung bewirkte Volumen- und Druckzunahme eines Körpers ist im Gebiet sehr tiefer Temperaturen, je näher dem absoluten Nullpunkt, um so geringer, am absoluten Nullpunkt selbst aber Null. Die spezifische Wärme fester und flüssiger Körper geht ebenso wie die Thermokraft und der Peltiereffekt eines Metallpaares [328.] mit Annäherung an den absoluten Nullpunkt asymptotisch zu Null über. Auch der elektrische Widerstand und jede andere Eigenschaft eines Körpers ändert sich in der Nähe des absoluten Nullpunktes nur asymptotisch, und zwar so, daß schon im Bereich beträchtlich oberhalb des absoluten Nullpunktes alle Änderungen sehr klein sind. Somit gibt es, selbst *wenn* man den absoluten Nullpunkt erreicht, kein Kennzeichen dafür, daß man ihn wirklich erreicht *hat*. Aber das ist belanglos, denn die Folge-

rungen des dritten Wärmesatzes lehren, daß es ebenso unmöglich ist, einen Körper bis zur Temperatur $T=0$ abzukühlen, wie es unmöglich ist, ein Perpetuum mobile erster oder eines zweiter Art herzustellen.

B. Thermometrie.

Von den Wirkungen der Wärme interessieren uns zuerst die physikalischen Veränderungen, die ein Körper durchmacht, wenn er Wärme aufnimmt oder abgibt. Aus welcher Wärmequelle sie stammt, ist dabei gleichgültig, wir halten uns einzig daran, daß sich sein Besitz an Wärme verändert. Außer einem gewissen Wärmeverrat besitzt jeder Körper, gleichviel in welchem Zustande, irgendeine *Temperatur*. Werden zwei Körper, die sich verschieden warm anfühlen, miteinander in Berührung gebracht, so kühlt sich der wärmere ab, und der kältere erwärmt sich, ihre „Temperaturen“ gleichen sich aus. (Wie sich Wärme und Temperatur unterscheiden, s. S. 197.) Auf dem Ausgleich der Temperatur zwischen zwei sich berührenden Körpern beruht jede Temperaturmessung. Nur dann kann man die Temperatur eines Körpers richtig angeben, wenn der Temperaturenausgleich zwischen ihm und dem Meßinstrument vollständig eingetreten ist.

195. Das Gasthermometer. Um die Temperatur zu messen, benützt man ein Thermometer. Die Grundlage für alle Thermometrie bildet das Gasthermometer (S. 200). Seine Wirksamkeit beruht darauf, daß das Gas bei gleichbleibendem Volumen um so stärker gegen die Gefäßwände drückt, je höher seine Temperatur ist. Der Zunahme des Gasdruckes setzt man die Temperatursteigerung proportional; man ordnet dem Druck bei der Temperatur des schmelzenden Eises die Gradzahl 0 zu und bei der Temperatur des (unter normalem Druck) siedenden Wassers die Gradzahl 100. Abb. 237 zeigt ein Gasthermometer, wie man es für genaue Messungen gebraucht. G ist das aus Glas oder aus Metall bestehende Gefäß, das den Hauptteil des Gases enthält. Die Kapillare K verbindet

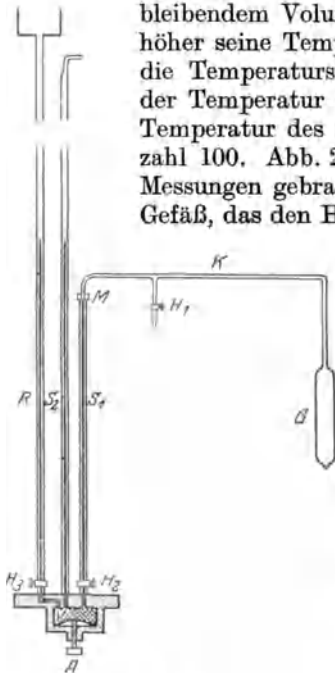


Abb. 237. Gasthermometer für Präzisionsmessungen.

es mit dem kürzeren Schenkel S_1 eines Quecksilbermanometers. Den Druck des Gases in G , der sich durch K auf das Manometer überträgt, ermittelt man aus dem Höhenunterschied der Quecksilberkuppen in den Schenkeln S_1 und S_2 . Um das Gas stets auf dasselbe Volumen zu bringen, hebt man das Quecksilber im Schenkel S_1 vor jeder Druckablesung bis zu einer Marke M [indem man die Hähne H_2 und H_3 öffnet und Quecksilber aus einem hochangebrachten Behälter durch das Rohr R in den Verbindungsraum V treten läßt oder, wenn die Kuppe in S_1 nur noch ganz wenig gehoben werden soll, indem man den Raum V dadurch verkleinert, daß man eine Stahllamelle mit Hilfe der Schraube A verbiegt.] Den Raum über der Kuppe im Schenkel S_2 macht man luftleer, um die Einstellung des Manometers vom Luftdruck unabhängig zu machen. Durch den Hahn H_1 füllt man das Gefäß G mit dem Meßgas. — Die Formeln für die Temperatur-

bestimmung mit dem Gasthermometer gelten nur, wenn alle Teile des Gases die zu messende Temperatur haben und das Volumen des Gases wirklich konstant bleibt. Keine dieser Bedingungen ist in der Praxis streng erfüllbar.

Der größte Teil der Kapillare K und der Gasraum oberhalb der Kuppe bei der Marke M sind stets auf der Zimmertemperatur. Diese Gasvolumina abweichender Temperatur, die eine Korrektur der einfachen Formeln zur Temperaturbestimmung erfordern, heißen der „schädliche Raum“ des Gasthermometers. Die Bedingung konstanten Volumens ist deshalb nicht streng zu erfüllen, weil das Gefäß G selbst sein Volumen mit der Temperatur verändert.

Für Messungen von den tiefsten Temperaturen bis zu etwa 450° verwendet man gewöhnlich Glasgefäße (Jenaer Glas 59 III), bei höheren Temperaturen Metallgefäße, bis etwa 1700° aus Platiniridium, darüber hinaus aus Wolfram, das erst bei 3300° schmilzt. Die Grenze für die Feuerfestigkeit und die Undurchlässigkeit des Gefäßmaterials ist auch die obere Grenze für die Gasthermometrie.

196. Absoluter Nullpunkt der Temperatur. Hat das Gas bei der Temperatur des schmelzenden Eises den Druck 1000 mm Quecksilber, so hat es — abgesehen von den Korrekturen wegen des schädlichen Raumes und wegen der Gefäßausdehnung — bei 100° den Druck 1366 mm. Jedem Grad entsprechen also 3,66 mm. Berechnet man hieraus, welche Temperatur man dem Druck Null zuordnen muß, so findet man bei Beibehaltung des Gradwertes (3,66 mm Hg pro Grad)

$$-\frac{1000}{3,66} = -273,2. \text{ Diese Temperatur, der absolute Nullpunkt, ist mit dem}$$

Gasthermometer nicht mehr meßbar, da jedes Gas bei sinkender Temperatur sich dem Punkt nähert, in dem es flüssig wird und einen geringeren Druck hat, als ein ideales Gas haben würde. Daher zeigt das Gasthermometer den Druck 0 schon *über* dem absoluten Nullpunkt an.

197. Quecksilberthermometer. Das gebräuchlichste Thermometer ist das Quecksilberthermometer der bekannten Form. Seine Wirksamkeit beruht darauf, daß das Quecksilber sich wie jedes andere Metall durch Wärmeaufnahme ausdehnt und durch Wärmeabgabe zusammenzieht, also je nach seiner Temperatur mehr oder weniger hoch in die Kapillare hinaufsteigt.

Zur Herstellung des Thermometers bläst man zunächst das Glasrohr an dem einen Ende zu dem Gefäß auf. Dann erhitzt man das Gefäß, um die Luft daraus zu verdrängen, und taucht das Ende des Rohres in Quecksilber, um es durch den Luftdruck mit Quecksilber zu füllen. Schließlich erhitzt man es, um etwa vorhandene Feuchtigkeit aus dem Rohr zu entfernen. Hat das Thermometer eine Temperatur erreicht, die höher ist als die Maximaltemperatur, für die es bestimmt ist, schmilzt man das Rohr zu. Bei der Abkühlung verwandelt sich der Quecksilberdampf wieder in Quecksilber; das Rohr enthält dann nur Quecksilber und darüber einen leeren Raum mit einer Spur Quecksilberdampf.

Beim Messen mit dem Thermometer nimmt das Quecksilber allmählich die Temperatur seiner Umgebung an und zeigt sie durch die Länge des Quecksilberfadens an. Bei jedem einzelnen Thermometer wird der Punkt aufgesucht, bis zu dem der Quecksilberfaden reicht, wenn das Gefäß ganz von *schmelzendem Eise* bedeckt ist (Abb. 238). Ferner wird der Punkt aufgesucht, bis zu dem der Quecksilberfaden reicht, wenn (Abb. 239) das Thermo-

meter vollkommen *von dem Dampf (nicht dem Wasser!) umgeben* ist, der aus *siedendem Wasser* entweicht; diesen Punkt, den *Siedepunkt*, muß man ermitteln unter Berücksichtigung des augenblicklichen Barometerstandes, da die Tempe-

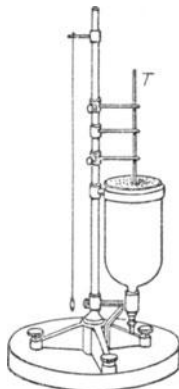


Abb. 238.

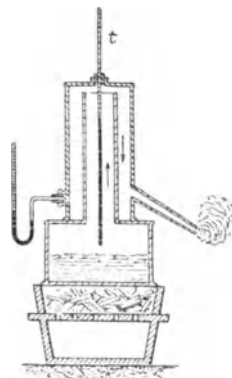


Abb. 239.

Ermittlung des Eispunktes und des Siedepunktes eines Quecksilberthermometers.

ratur des Siedens von ihm abhängt. — Um Temperaturen *zwischen* Siedepunkt und *Gefrierpunkt* bezeichnen zu können, ist der Abstand beider in gleiche Teile geteilt und jeder Teilstrich beziffert; die Teilung wird in gleich großen Stufen über den Siedepunkt und unter den Gefrierpunkt fortgesetzt (S. 199). Die Angaben der Quecksilberthermometer stimmen dann sehr nahe mit denen des Gasthermometers überein. Für die Zwecke großer Genauigkeit sind Korrekturen zu beachten oder die Stufen der einzelnen Grade in den verschiedenen Temperaturbereichen entsprechend verschieden zu bemessen.

198. Verschiedene Thermometerformen. Der Meßbereich des Quecksilberthermometers wird begrenzt durch den Gefrierpunkt des Quecksilbers bei -39°C und den Siedepunkt bei $+350^{\circ}\text{C}$. Für Temperaturen unter -39°C dient meist *Alkohol* als Thermometerflüssigkeit, da er erst bei -130°C gefriert. Für Temperaturen *über* 350°C füllt man das Thermometerrohr über dem Quecksilber mit Stickstoff (oder mit Kohlensäure). Das aufsteigende Quecksilber drückt das Gas zusammen, erfährt dadurch einen hohen Gegendruck und wird dadurch am Sieden verhindert, selbst wenn es über den normalen Siedepunkt hinaus erhitzt wird. Ein solches Quecksilberthermometer reicht bis 450° (mit genügend widerstandsfähigem Glase sogar bis 750°). — *Noch* höhere Temperaturen mißt man mit Hilfe von elektrischen Thermometern oder Strahlungspyrometern, die wir hier aber noch nicht besprechen können. — *Maximum- und Minimumthermometer* markieren durch ein zurückbleibendes Zeichen die höchste und die niedrigste Temperatur im Verlauf einer gewissen Zeit. Das wichtigste ist das *Fieberthermometer* (Abb. 240), ein Maximumthermometer zur Messung der Körpertemperatur des Menschen. Es ist ein Quecksilberthermometer, dessen Faden von einer Luftblase unterbrochen ist. Der abgetrennte Teil des Fadens wird bei der Temperatursteigerung vorgeschoben, bleibt aber, da er von dem Quecksilber des Thermometergefäßes durch die Luftblase getrennt ist, bei der Abkühlung dort liegen, wo er bei der maximalen Temperatur gelegen hat. Da die Körpertemperatur normal bei 37°C liegt und es sich nur um wenige Grade bei der Messung handelt,



Abb. 240.
Fieberthermometer.

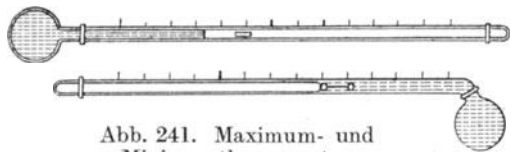


Abb. 241. Maximum- und Minimumthermometer.

ist die Skala gewöhnlich nur von $34-42^{\circ}$ in Zehntelgrade geteilt. — Man benützt (Abb. 241) im Maximumthermometer Quecksilber, das bei der Ausdehnung einen Eisenstift bis zur Stelle des Maximums vor sich herschiebt und bei der Zusammenziehung dort liegen läßt, und im Minimumthermometer Alkohol, der einen Glasstift bei der Kontraktion durch seine Oberflächenhaut bis zur Minimumstelle mitnimmt und bei der Ausdehnung dort liegen läßt. — Diese Thermometer markieren nur die *Temperaturgrenzen*; die *Thermographen* registrieren den *Temperaturverlauf*, sie zeichnen die kontinuierlichen Temperaturkurven auf und sind häufig mit zeitmessenden Instrumenten verbunden.

C. Veränderung der Körperdimensionen.

199. Änderung des Volumens der festen Körper mit der Temperatur. Eine der auffallendsten Wärmewirkungen ist die *Volumenänderung* der Körper. Wärmezufuhr ist identisch mit Vergrößerung der lebendigen Kraft der Körper-

molekeln; die Molekeln beschreiben infolgedessen größere Bahnen um ihre Gleichgewichtslage und vergrößern so das Körpervolumen. Die Kohäsionsverschiedenheit der drei Aggregatzustände hat darauf wesentlichen Einfluß: die Gase dehnen sich am stärksten aus, weil sie überhaupt ohne Kohäsion sind, die flüssigen Körper viel weniger, die festen am wenigsten — die *Gase* alle nahezu *gleich* stark, weil in allen die Kohäsion fast die gleiche, nämlich nahezu Null ist, die Flüssigkeiten und die festen Körper ganz verschieden.

Die Volumenänderung der *festen* Körper durch Wärme kann man leicht zeigen, z. B. an einem geradlinigen Metallstab, der bei 0° kürzer ist als bei 100° . In der Versuchsanordnung, wie sie Abb. 242 zeigt, liegt das Ende *a* des Stabes fest, der Stab verlängert sich nach der entgegengesetzten Richtung und verschiebt dadurch das Ende *c* und mit *c* gleichzeitig einen Zeiger vor einer Skala. Bei dieser Anordnung, die ihrer großen Empfindlichkeit wegen zu Präzisionsmessungen dient, bildet ein *Lichtstrahl* den Zeiger. Die Bewegung von *c* ist nämlich auf einen drehbaren Spiegel *S* übertragen, der bei der Drehung den Reflex einer Lichtquelle an der Skala *AB* entlang führt, und wird dadurch stark vergrößert (siehe Winkelmessung mit Spiegel und Skala [419.]). — Um zu untersuchen, nach welchem Gesetz sich die Länge eines Stabes mit seiner Temperatur ändert, mißt man die Längen l_t bei verschiedenen Temperaturen t und vergleicht sie mit der Länge l_0 bei 0° . Das Verhältnis, in dem $l_t - l_0$ zu l_0 steht — die Verlängerung (während der Temperaturzunahme um t°) zur Länge bei 0° — findet man in erster Näherung der Temperaturzunahme t proportional. Hat der Bruch $\frac{l_t - l_0}{l_0}$ für die Temperaturzunahme

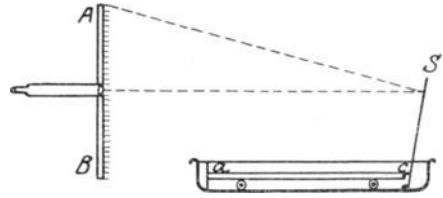


Abb. 242. Zur Messung des linearen Wärmeausdehnungskoeffizienten eines festen Körpers durch Längenmessung.

von 0° auf 1° den Wert α , so hat er für die Temperaturzunahme von 0° auf t° den Wert $t \cdot \alpha$. Es ist also $\frac{l_t - l_0}{l_0} = \alpha \cdot t$, oder, was dasselbe ist, $l_t = l_0 + l_0 \cdot \alpha \cdot t$. Die Länge bei t° ist um $l_0 \cdot t \cdot \alpha$ größer als die bei 0° . Man nennt α den linearen *Ausdehnungskoeffizienten* (den *linearen*, weil er nur die lineare, nicht die *kubische* Ausdehnung, die *Volumenzunahme*, mißt). Nach dieser Methode hat man gefunden, daß z. B. ein Platinstab, der bei 0° 1 m lang ist, bei 100° C um 0,9 mm länger ist, ein Kupferstab um 1,65 mm, ein Zinnstab um 2,67 mm. Das gilt für 100° Temperaturzunahme; für 1° ist die Ausdehnung nur den hundertsten Teil so groß, die Ausdehnungskoeffizienten sind daher für

Platin	0,0000090
Kupfer	0,0000165
Zinn	0,0000267.

Die Division mit hundert gibt nur *annähernd* genaue Werte von α , weil nicht *durchweg* Proportionalität zwischen Temperaturzunahme und Verlängerung besteht, α wird bei hoher Temperatur für wachsende Temperaturzunahme langsam *größer*. Aber die Ausdehnung der festen Körper durch die Wärme ist stets so gering, daß man sie nur in besonderen Fällen zu berücksichtigen braucht, z. B. für Präzisionsmessungen, oder wenn es sich um Körper handelt, die bereits bei 0° so lang sind, daß ihre Längenänderung schon bei normalen Temperaturschwankungen erhebliche Verschiebungen hervorruft. Hintereinander verlegte Eisenbahnschienen z. B. dürfen an ihren benachbarten Enden nicht zusammenstoßen,

sie müssen einen Spielraum zur Ausdehnung zwischeneinander haben, da sie sonst einander verbiegen; die Endpunkte eiserner Brückenbögen müssen eine gewisse Bewegungsfreiheit auf ihrer Auflagersstelle haben, damit sie bei der Ausdehnung nicht das Fundament zersprengen (die Endpunkte werden auf eiserne Rollen gelegt) usw. Die Ausdehnung der Normalmaßstäbe muß berücksichtigt werden: ein Meter (S. 4) ist der Abstand zweier bestimmter Marken auf dem als Urnormale dienenden Platinstabe bei der Temperatur des schmelzenden Eises. Bei 100°C ist dieser Abstand (s. oben) um 0,9 mm größer als ein Meter.

200. Kompensationspendel. Kompensationsunruhe. In den Uhren muß man die Ausdehnung der Körper durch die Wärme planmäßig unschädlich machen, sonst gehen sie falsch. Die bekannteste Vorrichtung dazu ist das Rostpendel (HARRISON): Eine eigentümliche Aufhängevorrichtung des Pendels kompensiert die durch die Wärme veranlaßte Tieferlegung

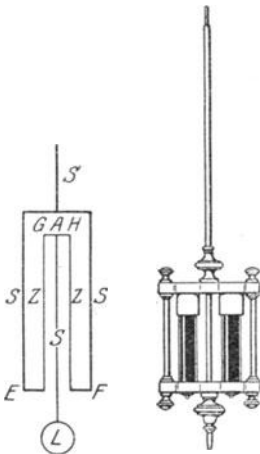


Abb. 243. Abb. 244.
Kompensation der durch
Temperaturveränderung
veranlaßten Längenänderung
der Pendelstange.
Kompensationspendel.

des Schwingungspunktes durch eine gleich große, ebenfalls durch die Wärme verursachte Höherlegung desselben Punktes, so daß der Schwingungspunkt seine Lage im Raum unverändert beibehält. Die Pendelstange ist mit dem Uhrwerk durch eine rostähnliche Vorrichtung verbunden (Abb. 243). Die Linien *S* bedeuten Stahlstangen, *Z* Zinkstangen (oder auch Messingstangen), die Roststangen sind unten durch die Querleiste *EF*, der Punkt *A* mit den Zinkstangen durch die Leiste *GH* fest verbunden. Die Stahlstangen streben bei ihrer Verlängerung die Linse *L* nach unten zu verschieben; das verhindern die Zinkstangen, deren obere Enden sich samt der Querleiste nach oben bewegen und dabei den Punkt *A* heben können. Da Zink sich fast doppelt so stark ausdehnt wie Stahl, so kann man die Längen der Stahl- und der Zinkstangen so berechnen, daß sich der Schwingungspunkt tatsächlich nicht verschiebt. — Die Kompensation kann auch durch Quecksilber geschehen (GRAHAM). Bei der Ausdehnung verlegt die Pendelstange (Abb. 244) den Schwingungspunkt des Pendels nach unten, das Quecksilber aber, da es infolge der Ausdehnung einen größeren Teil des Gefäßes anfüllt, verlegt seinen Schwerpunkt und dadurch auch den Schwingungspunkt des Pendels nach oben.

In den Chronometern vertritt die Unruhe die Stelle des Pendels, und die Elastizität einer Feder vertritt die Schwerkraft. Eine gewöhnliche (nicht kompensierte) Unruhe schwingt langsamer bei hoher Temperatur als bei niedriger, erstens weil die Feder an Elastizität einbüßt, zweitens weil der Durchmesser der Unruhe größer wird; der Hauptgrund, etwa $\frac{12}{13}$ des Fehlers, liegt in der ersten Ursache. Die Vergrößerung des Durchmessers entfernt die einzelnen Massenpunkte von der Drehungsachse weiter, vergrößert also das Trägheitsmoment (vgl. S. 80) der Unruhe. Da das Trägheitsmoment für die Drehungsbewegung das bedeutet, was die Masse für die Translation bedeutet, so fordert die Vergrößerung des Trägheitsmoments eine Vergrößerung des Kraftaufwandes, wenn die ursprüngliche Geschwindigkeit aufrecht erhalten werden soll; die Elastizität der Feder wird aber mit der Temperaturzunahme sogar geringer, man muß deswegen dafür sorgen, daß das Trägheitsmoment mit wachsender Temperatur kleiner wird, damit die Geschwindigkeit die alte bleibt. Das tut die Chronometerkompensation von EARNSHAW: Wenn zwei Metallstreifen, die ungleiche Ausdehnungskoeffizienten haben, z. B. Messing und Stahl, der Länge nach fest miteinander verbunden sind (aufeinander genietet oder gelötet), so ruft Erwärmung des Bandes eine Gestaltveränderung des Bandes hervor. Die eine Hälfte (Messing) dehnt sich stärker aus als die andere (Stahl), und infolgedessen krümmt sich das Band so, daß das sich stärker ausdehnende Band (Messing) auf der konvexen, der längeren Seite liegt; bildete das Metallband vor der Erwärmung einen Bogen, so wird infolge der Erwärmung die Krümmung noch schärfer. Das hat zuerst EARNSHAW zur Kompensation des Wärmeeinflusses auf Chronometer benützt: Der Ring der Unruhe wird aus Messing und Stahl hergestellt — das Messing als das sich stärker ausdehnende, liegt außen — und an zwei diametral gegenüberliegenden Stellen (Abb. 245) durchgeschnitten. Bei der Temperaturerhöhung wird der Durchmesser *a b* länger, und die den Punkten *a* und *b* zunächst liegenden Massen vergrößern ihren Abstand von der Drehungsachse, vergrößern also das Trägheitsmoment. Dafür wird aber infolge der stärkeren

Ausdehnung der Außenseite die *Krümmung* jeder der beiden Segmente stärker, so daß die beiden Enden der Segmente ihren Abstand von der Achse *verkleinern* und dadurch die an diesen Punkten liegenden Massen der Achse nähern und so das Trägheitsmoment wieder *verkleinern*. — HARRISON hat außer dem *Ring* auch die *Feder* der Unruhe aus zwei Metallen von ungleichen Ausdehnungskoeffizienten hergestellt, um den Einfluß der Temperatur auf die Elastizität der Feder vollkommen zu beseitigen und eine noch vollkommene Gleichförmigkeit des Ganges zu erreichen.

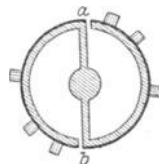


Abb. 245. Kompensation der durch Temperaturänderung veranlaßten Änderung des Trägheitsmomentes einer Chronometerunruhe.

Die Ausdehnung fester Körper durch die Wärme dient auch zur *Thermometrie*, z. B. in dem BRÉGUETSchen Metallthermometer (Abb. 246), in dem man, wie im Chronometer (Abb. 245), zwei, oder, um die Empfindlichkeit noch zu steigern, *drei* Metalle benützt, ein Band aus Silber, Gold und Platin, das Gold in der Mitte, weil sein Ausdehnungskoeffizient zwischen dem der beiden anderen liegt. Die sich deformierende Schraubenfeder dreht einen Zeiger vor einer Skala und mißt so die Temperaturänderung. In den technischen *Pyrometern* für sehr hohe Temperaturen (Hochöfen, Glasöfen usw.) benützt man vielfach Metallstäbe.

Die Übereinstimmung des Ausdehnungskoeffizienten von gewissen *Glasarten* und *Platin*, auch von *gewissen Glassorten* (SCHOTT) und *Eisen* (auch besonderen Legierungen) ermöglicht es, Metalldrähte luftdicht in Glas einzuschmelzen. Das ist überall dort erforderlich, wo elektrischer Strom durch die Wand eines Vakuumgefäßes aus Glas fließen muß, also für die Fabrikation von Glühlampen, Röntgenröhren, Quecksilberlampen u. dgl. Die Verbindungsstelle hält, wenn sie sorgfältig hergestellt ist, große Temperaturänderungen und beträchtlichen Druck aus, ohne undicht zu werden. Ungleiche Ausdehnung sprengt das Glas an der Einschmelzstelle.



Abb. 246. Metallthermometer.

Auch die der *Temperaturabnahme* parallel gehende *Kontraktion* benützt die Technik, z. B. wenn ein eiserner Radreifen heiß um den Radkranz gelegt wird, um nach der Abkühlung desto fester zu haften. (Man kann sogar eine luftdichte Verbindung zwischen einem Glasrohr und einem darüber geschobenen Stahlrohr auf diese Weise herstellen, wie entsprechende Lebensdauerversuche an Glühlampen beweisen.)

Aber ein Körper, der erwärmt wird, dehnt sich nach *allen* Richtungen aus: er vergrößert sein Volumen. Die isotropen, festen Körper dehnen sich nach *allen* Richtungen gleich stark aus, Blei, Gold, Silber, Kupfer, ferner gut ausgeglühtes Glas und die Kristalle des regulären Systems, z. B. Diamant, Steinsalz, Bleiglanz. Die meisten (anisotropen) Körper dehnen sich nach verschiedenen Richtungen verschieden stark aus. — Für die isotropen Körper besteht eine einfache Beziehung zwischen ihrem *linearen* und ihrem *kubischen* Ausdehnungskoeffizienten: der kubische ist dreimal so groß wie der lineare. Man denke sich aus einem isotropen Körper einen Würfel geschnitten, dessen Kante bei 0° die Länge l hat. Er hat bei 0° das Volumen $v = l^3$. Ist α der lineare Ausdehnungskoeffizient, so ist bei t° die Kantenlänge $l(1 + \alpha t)$ und das Volumen des Würfels

$$v_t = [l(1 + \alpha t)]^3 = l^3 \cdot (1 + \alpha t)^3 = l^3 \cdot (1 + 3\alpha t + 3\alpha^2 t^2 + \alpha^3 t^3).$$

Die Glieder mit α^2 und α^3 sind gegen die anderen Glieder als verschwindend klein zu vernachlässigen; es ist daher

$$v_t = l^3(1 + 3\alpha t) = v_0(1 + 3\alpha t).$$

Für das Volumen des Würfels bedeutet also 3α das, was α für die Länge seiner Kante bedeutet. Aber das gilt, wie gesagt, nur für isotrope Körper, eine verhältnismäßig kleine Gruppe. Einige Kristalle, namentlich isländischer Doppelspat und gewisse Marmorarten, können sich in bestimmten Richtungen weder zusammenziehen noch ausdehnen, weswegen BREWSTER vorgeschlagen hat, einen Zylinder in dieser Richtung aus dem Marmor zu schneiden, um ihn als voraussichtlich *unveränderliches Pendel* zu benützen. — Besonders auffällig ist, daß sich Kautschuk, und ebenso Jodsilber, bei Temperaturzunahme zusammenzieht, auch Quarzglas im Gebiet tiefer Temperaturen.

201. Änderung des Volumens der Flüssigkeiten mit der Temperatur. An den tropfbaren Flüssigkeiten interessiert uns nur die kubische Ausdehnung. Im allgemeinen ist sie, wie bei den festen Körpern, der Temperaturzunahme proportional. Aber sie ist relativ viel größer als bei festen Körpern, weil die Flüssigkeiten infolge ihrer geringen Kohäsion viel leichter ausdehnbar sind.

Die stärkst ausdehnbaren aller Flüssigkeiten sind die, die nur unter starkem Druck überhaupt *flüssig* bleiben und nicht in den dampfförmigen Zustand übergehen: flüssige schweflige Säure, flüssige Kohlensäure usw. Nach JENKIN ist der Ausdehnungskoeffizient für Kohlensäure, die unter dem Druck von 63 Atmosphären flüssig ist, bei 20° ungefähr 0,015, beträchtlich größer als der der gasförmigen Luft unter gleichen Bedingungen.

Den Ausdehnungskoeffizienten kann man mit einem thermometerförmigen Glasgefäß ermitteln, einem kalibrierten engen Glasrohr mit einer daran geblasenen Kugel; sein Rauminhalt muß aber genau bekannt sein. Man füllt es ganz, erwärmt es um eine bestimmte Anzahl Grade, wobei die Flüssigkeit infolge der Ausdehnung zum Teil aus der Kapillare ausfließt, und kühlt es wieder auf

die ursprüngliche Temperatur ab. Die Flüssigkeit füllt dann das Instrument nicht mehr *ganz* an, und der unausgefüllte Raum zeigt, um wieviel sich die ursprünglich vorhandene Flüssigkeit während der Temperatursteigerung ausgedehnt hat. Bei dieser Methode muß man auch die Ausdehnung des *Glasgefäßes* berücksichtigen. Ihren Einfluß erkennt man daran, daß bei plötzlicher starker Erhitzung die Flüssigkeit zuerst,

d. h. ehe sich die höhere Temperatur des Gefäßes ihr mitgeteilt hat, infolge der *Gefäßausdehnung* etwas sinkt, ehe sie infolge der eigenen Temperaturerhöhung zu steigen beginnt.

202. Messung der Ausdehnung des Quecksilbers.

Die Ausdehnung des Gefäßes ist ohne Einfluß bei der Methode von DULONG und PETIT (Abb. 247). Säulen derselben Flüssigkeit in einem Rohr von der Form $AA'BB'$ werden auf verschieden hohe Temperatur gebracht — die eine ist mit schmelzendem Eis, die andere mit einem heizbaren Ölbade umgeben — und werden am Temperaturaustausche durch die Luftsäule $b'b'$ gehindert.

Solange sie dieselbe Temperatur haben, haben sie gleiches spezifisches Gewicht und stehen so, daß a und a' in derselben Horizontalebene, ebenso b und b' in derselben Horizontalebene liegen. Ein Temperaturunterschied zwischen beiden macht die spezifischen Gewichte ungleich und verschiebt die Flüssigkeitsspiegel gegeneinander. Der Satz von den Flüssigkeiten, die in kommunizierenden Röhren stehen und *verschiedenes* spezifisches Gewicht haben, bietet die Grundlage für die Rechnung. DULONG und PETIT haben so den Ausdehnungskoeffizienten des Quecksilbers zwischen 0° und 100° im Mittel zu etwa $1/5550$ für je 1° Temperaturzunahme ermittelt. Die Ausdehnung ist zwischen -20° und $+200^\circ$ ziemlich genau der Temperatur proportional; erst nahe dem Siedepunkt wird sie sehr kompliziert. Auf der Voraussetzung der gleichmäßigen Ausdehnung beruht die gleichmäßige Gradteilung der Thermometer. — Der Ausdehnungskoeffizient der Flüssigkeiten wächst mit der Temperatur, und zwar im

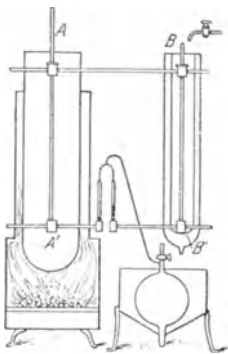


Abb. 247 a.

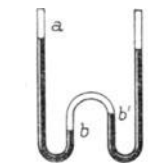


Abb. 247 b.

Anordnung zur Messung der Ausdehnung des Quecksilbers durch die Wärme (DULONG und PETIT).

allgemeinen desto mehr, je näher die Temperatur der des Siedepunktes kommt. Bezeichnet man das Volumen bei 0° mit 10 000, so ist es

	für Quecksilber	Wasser	Alkohol	Äther
bei 30°	10 055	10 042	10 295	10 492
„ 80°	10 146	10 289	10 959	—
„ 100°	10 183	10 433	—	—

203. Volumen- und Dichteänderung des Wassers. Auf der Skala des Alkoholthermometers ist daher der Abstand der einzelnen Gradteilstriche zwischen 30° und 80° größer, als zwischen 0° und 30°; auf der des Quecksilberthermometers ist er überall der gleiche. — *Ganz anders als andere Flüssigkeiten* verhält sich *das Wasser*. Von 0° bis 4° zieht es sich zusammen, so daß es bei 4° sein *kleinstes Volumen*, mithin, da die Masse dieselbe bleibt, seine *größte Dichte* erreicht, von 4° an aufwärts dehnt es sich aus, und zwar wieder so, daß es etwa bei 8° dieselbe Dichte wie bei 0° hat. Ein aräometerartiger Schwimmer, der in Wasser von 0° eine bestimmte Stellung einnimmt, *steigt*, während die Temperatur bis 4° steigt, und beginnt bei weiterer Temperaturzunahme wieder zu sinken.

Die Änderung der Dichte und ihre Folgen werden noch deutlicher, wenn man eine Wassersäule, deren Temperatur *über 4°* liegt, von der Mitte aus nach *entgegengesetzten* Seiten hin *gleichzeitig* abkühlt (Abb. 248) und ihre Temperatur am Boden und ganz oben gleichzeitig mißt (HOPEScher Versuch). Das obere Thermometer zeigt zunächst keine wesentliche Temperaturänderung an, das untere fällt stetig; aber nur bis 4°, dann bleibt es stehen. Erst dann beginnt das *obere* zu fallen, es bleibt aber erst bei 0° stehen. Der Grund: Die Abkühlung *bis 4°* vergrößert (s. oben) das spezifische Gewicht des Wassers, und infolgedessen sinkt das abgekühlte Wasser zu Boden. Die unteren Schichten werden dadurch schnell abgekühlt, wie es das untere Thermometer auch anzeigt. Auf den *Boden* gelangt aber *nur* Wasser von 4°, deswegen bleibt das Thermometer bei 4° stehen. Das *unter 4°* abgekühlte Wasser steigt infolge der Verringerung seines spezifischen Gewichts (s. oben) *in die Höhe* und beschleunigt so die Temperaturerniedrigung der oberen Schichten, wie das obere Thermometer zeigt. *Am leichtesten ist das Wasser von 0°, es steigt deswegen am höchsten*, und daher kann das obere Thermometer erst bei 0° stehen bleiben.

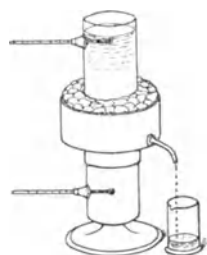


Abb. 248. Zur Veranschaulichung der Schwere des Wassers bei 4° C und bei 0° C.

Aus der Verringerung des spezifischen Gewichts mit der Erniedrigung der Temperatur des Wassers erklärt sich, daß stehende Gewässer eine verhältnismäßig hohe *Bodentemperatur* behalten können, obwohl sie *oben* zugefroren sind. Die geringe Wärmeleitfähigkeit der Eisdecke und des Wassers schützt die Bodentemperatur vor weiterem Sinken (und dadurch auch die im Wasser lebenden Tiere während des Winters). Das gilt aber nur für *stehendes* Gewässer; in fließendem kann die Strömung sehr wohl eine weitere Erniedrigung der Wassertemperatur und schließlich Grundeisbildung herbeiführen. Das spezifische Gewicht des Eises ist kleiner als das des Wassers, infolgedessen steigt das Grundeis dann in die Höhe und *schwimmt* oben. — Das Wasser dehnt sich bei dem *Übergange* aus dem flüssigen in den festen Zustand noch weiter aus und kann dabei große Widerstände überwinden. Zum Beispiel eiserne Hohlkugeln, die mit Wasser gefüllt und fest geschlossen sind, werden dabei gesprengt, Rohrleitungen, die mit Wasser angefüllt sind, durch die Eisbildung häufig zerrissen, feuchte Mauern, in deren Spalten das Wasser gefriert, zersprengt u. a. m.

204. Änderung des Volumens der Gase mit der Temperatur. Bei der Volumenänderung der Gase mit der Temperaturänderung muß man den *Druck* berücksichtigen, unter dem das Gas steht. Bei den festen und den flüssigen Körpern war das unnötig, weil im allgemeinen — d. h. außer in *so* besonderen Fällen, wie z. B. der flüssigen schwefligen Säure oder der flüssigen Kohlensäure — der äußere Druck keinen wahrnehmbaren Einfluß auf das Volumen des be-

treffenden Körpers hat. Hat ein Eisenstab bei 0° das Volumen v_0 und bei 100° das Volumen v_{100} , so können wir sagen, daß er unter *denselben* Temperaturverhältnissen immer, d. h. bei jedem Druck, sehr nahe dasselbe Volumen hat. Wenn aber ein Gasvolumen bei 0° das Volumen v_0 und bei 100° das Volumen v_{100} hat, so können wir gar nicht sagen, was für Volumina es unter denselben Temperaturverhältnissen das nächste Mal annehmen wird, denn das Volumen eines Gases hängt in erster Linie von dem Druck ab, unter dem es steht (BOYLES Gesetz).

Das Nächstliegende ist, den Druck *konstant* zu erhalten und *dann* zu untersuchen, wie stark sich das Volumen bei einer bestimmten Temperaturzunahme ausdehnt. — Aber wird das Volumen der Gase auf *alle Fälle* zunehmen? Bei den festen Körpern und den Flüssigkeiten trat dies *immer* ein, denn die bei der Temperaturerhöhung eintretende Vermehrung der lebendigen Kräfte der Molekeln war immer groß genug, den äußeren Druck zu überwinden und die Volumenbegrenzungen zu verschieben. Anders aber bei den Gasen. Die *festen* Wände eines Gasbehälters werden infolge der Erhitzung eher weich werden und schmelzen, als der von dem Gase angestrebten Volumenvergrößerung nachgeben. In einem Gefäß mit festen Wänden vergrößert sich daher der *Druck*, den das Gas auf die Wände ausübt, und den es von den Wänden zurück erfährt. Aus dem Druck, der meßbar ist, kann man das Volumen (nach dem BOYLESchen Gesetze) *berechnen*, das das Gas einnehmen würde, wenn es unter dem anfänglichen Druck stünde — dem Druck *vor* der Temperatursteigerung. Für die Untersuchungen, bei denen der Druck konstant bleibt und die Volumenänderung tatsächlich *eintritt*, dient eine (später zu beschreibende) Versuchsanordnung, bei der das Gas eine Quecksilbersäule verschiebt, deren Begrenzung einen Teil der Gefäßwand bildet (Abb. 249).

Also wir können bei Temperaturzunahme beobachten: Volumenzunahme bei konstantem Druck oder Druckzunahme bei konstantem Volumen. Die Erfahrung lehrt [CHARLES, 1787, dann genauer GAY LUSSAC, 1802¹⁾]: Unter konstantem Druck dehnen sich alle Gase für je 1° Temperatursteigerung annähernd um $1/273$ ihres Volumens bei 0° aus — *alle!* d. h. also, *alle* haben denselben Ausdehnungskoeffizienten, er ist annähernd $\alpha = 1/273 = 0,003665$. Nach späteren genauen Messungen ist das zwar qualitativ wie quantitativ nur nahezu richtig, aber so nahe, daß es zunächst als *vollkommen* richtig gelten darf.

Nennen wir den Koeffizienten α , ist ferner bei 0° und unter dem Drucke p_0 (unter dem wir den Druck der Atmosphäre verstehen wollen) das Volumen des Gases v_0 , so geht das Volumen *unter der Voraussetzung, daß der Druck seine Größe behält*, über

$$\begin{array}{l} \text{bei } 1^\circ \text{ in } v_0 + v_0 \cdot \alpha \cdot 1 \\ \text{bei } 2^\circ \text{ in } v_0 + v_0 \cdot \alpha \cdot 2 \\ \quad \vdots \qquad \qquad \qquad \vdots \\ \text{bei } t^\circ \text{ in } v_0 + v_0 \cdot \alpha \cdot t = v_0(1 + \alpha t). \end{array}$$

Hat sich aber der Druck *geändert*, ist er z. B. aus p_0 in p übergegangen, so macht sich die *Druckänderung* neben der Temperaturänderung geltend. Bei dem

¹⁾ Der wirkliche Entdecker des Gesetzes ist VOLTA. Er hat seine Arbeit nur italienisch veröffentlicht, und zwar im Jahre 1793 in den Annali di Chimica von BRUGNATELLI. (Vermutlich ist das der Grund, aus dem die Arbeit fast unbeachtet blieb.) Ihr Titel ist: „Della uniforme dilatazione dell' aria per ogni grado di calore, cominciando sotto la temperatura del ghiaccio, fin sopra della dell' ebollizione dell' acqua e di ciò, che sovente fa parer non equabile tal dilatazione, entrando ad accrescere a dismisura il volume dell' aria.“ VOLTA hat seine Arbeit im Jahre 1793 veröffentlicht, DALTON 1801 und GAY-LUSSAC 1802.

Druck p_0 hat das Volumen bei t° die Größe $v_0(1 + \alpha t)$, bei dem Druck p hat es die Größe v , die nach dem BOYLESchen Gesetz aus der Gleichung

$$p_0 \cdot v_0(1 + \alpha t) = p \cdot v \text{ folgt. Es ist also } v = \frac{p_0 \cdot v_0}{p}(1 + \alpha t).$$

Aus dieser Beziehung kann man das Volumen eines Gases unter *jedem* Druck p und bei *jeder* Temperatur t berechnen, wenn man es bei *einer* bestimmten Temperatur unter *einem* bestimmten Drucke *kennt*. Als Normaldruck p_0 gilt der Druck einer Atmosphäre und als Normaltemperatur die Temperatur von 0° . Man hat nur das Volumen v_0 bei *dieser* Temperatur und unter *diesem* Druck einmal zu messen, um bei jedem anderen Druck und bei jeder anderen Temperatur das Volumen des Gases berechnen zu können.

Die Gleichung $p v = p_0 v_0(1 + \alpha t)$ zeigt auch, wie sich der Druck des Gases ändert, wenn *trotz* der Temperaturänderung sein *Volumen* konstant erhalten wird also v mit v_0 identisch ist. Die Gleichung geht dann über in:

$$p = p_0(1 + \alpha t) = p_0 + p_0 \cdot \alpha \cdot t,$$

d. h. der Druckzuwachs ist proportional der Temperaturzunahme, er nimmt für je 1° Temperatursteigerung um $1/273$ des Druckes bei 0° zu.

Wir stellen die bei t° zusammengehörenden Drucke und Volumina eines Gases, das bei 0° und dem Druck p_0 das Volumen v_0 hat, zusammen, und zwar unter der Voraussetzung, daß das eine Mal das Volumen konstant erhalten wird, das zweite Mal der Druck, das dritte Mal Druck und Volumen in p und v übergegangen sind.

Beides: *Volumenzunahme* bei konstantem Druck und *Druckzunahme* bei konstantem Volumen erlaubt den Wert von α zu ermitteln. Eine Anordnung (MAGNUS) für beides zeigt Abb. 249 in den wesentlichen Teilen schematisch. Das zu untersuchende Gas erfüllt den Ballon A und das Rohr B bis zur Kuppe einer darin stehenden Quecksilbersäule. B und C sind gleich weite, kalibrierte Rohre, die durch den Hohlraum D des Zylinders miteinander kommunizieren und durch den Zylinderdeckel luftdicht hindurchgehen. Der Raum D ist ganz mit Quecksilber gefüllt und kann durch die Verschiebung des Kolbens E verändert werden, so daß die Höhe der Quecksilbersäulen variiert werden kann. Man umgibt A und den oberen Teil von B mit schmelzendem Eise, so daß das Gas die Temperatur 0° annimmt, und verschiebt den Kolben so, daß das Quecksilber in beiden Rohren gleich hoch steht, das Gas also unter dem augenblicklichen Atmosphärendruck steht. Das Volumen des Gases sei dann so groß, daß die Säule in B bis zur Marke Z reicht. Jetzt umgibt man A und, soweit nötig, den oberen Teil von B mit siedendem Wasser. Dann dehnt sich das Gas aus und drückt die Säule in B hinunter, wobei die Säule in C steigt. Will man nun die *Volumenzunahme*, die während der Temperaturzunahme eingetreten ist, messen, so muß man erst, da wir ja *Konstanterhaltung* des Druckes vorausgesetzt haben, den *ursprünglichen* Druck wieder herstellen, denn da das Quecksilber in C jetzt höher steht als in B , steht das Gas in A jetzt unter einem Druck, der höher ist als der Atmosphärendruck. Zu dem Zweck schiebt man den Kolben E so weit nach unten, daß das Quecksilber in den beiden Rohren sinkt, bis es beiderseits *gleich* hoch steht; an der Kalibrierung des Rohres B kann man dann ablesen, um wieviel sich das ursprüngliche *Volumen vergrößert* hat.

Will man dagegen die *Druckzunahme*, die während der Temperaturzunahme eingetreten ist, messen, so muß man — da ja dann *Konstanterhaltung* des *Volumens* vorausgesetzt wird — das alte Volumen wiederherstellen. Zu dem Zweck stellt man den Kolben bei *jeder* Temperatur so, daß das Quecksilber in B *stets* bis zu der Marke Z reicht. Aus der Höhendifferenz der Säulen in B und in C kann man dann berechnen, um wieviel der Druck zugenommen

Temperatur	Druck	Volumen
0°	p_0	v_0
t°	$p_0(1 + \alpha t)$	v_0 konstant
t°	p_0 konstant	$v_0(1 + \alpha t)$
t°	p	$v_0(1 + \alpha t) \frac{p_0}{p}$
t°	$p_0(1 + \alpha t) \frac{v_0}{v}$	v

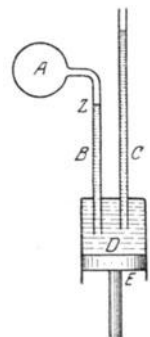


Abb. 249. Zur Veranschaulichung der Gasgesetze.

hat. — Bezeichnen wir das *Volumen* des Gases bei 0° mit 1, so ist es bei 100° , gleichen Druck vorausgesetzt, so groß, wie es die Zahl der ersten Reihe angibt; bezeichnen wir den *Druck* bei 0° mit 1 (Atmosphärendruck), so ist er bei 100° , gleiches Volumen vorausgesetzt, so groß, wie ihn die zweite Reihe angibt.

	v_{100}	p_{100}
Helium	1,3659	1,3660
Wasserstoff	1,3660	1,3662
Stickstoff	1,3670	1,3671
Kohlenoxyd	1,3669	1,3667
Kohlensäure	1,3710	1,3688
Schweflige Säure	1,3903	1,3845

Die Ausdehnungskoeffizienten verschiedener Gase sind zwar *nicht genau* gleich groß, aber die Unterschiede sind für die schwer zu verflüssigenden Gase praktisch gleich Null. Die leichter zu verflüssigenden Gase weichen ziemlich beträchtlich von den anderen ab, und zwar um so stärker, je *leichter* sie verflüssigt werden können.

D. Kalorimetrie. Spezifische Wärme.

205. Kalorie. Wir haben bisher von der Ausdehnung der Körper in ihrem Zusammenhange mit der *Temperaturzunahme* gesprochen. Wir untersuchen jetzt: Wie hängt die Temperaturzunahme von der *Wärmezufuhr* ab? Die Frage bildet die Grundlage für die Methoden der *Wärmemessung* und für die Definition der *Wärmemenge*.

Die wichtigste Frage ist hier: Wie groß ist die Menge *Wärme*, die nötig ist, um eine vorgeschriebene *Temperatursteigerung* hervorzubringen? Man kann nicht von soundso großen Wärmemengen sprechen, ehe man eine *Einheit* festgesetzt hat, mit der man Wärmemengen messen kann. Das ist aber bereits (S. 202) geschehen: Als *Wärmeeinheit* gilt die *Kalorie* (cal), diejenige Wärmemenge, die nötig ist, 1 g destilliertes Wasser von $14,5^\circ\text{C}$ um 1°C zu erwärmen. Man nennt sie auch Grammkalorie; ihr Tausendfaches nennt man Kilogrammkalorie (kcal).

206. Spezifische Wärme. Die nächste Frage ist: Gehört ebensoviel Wärme (also 1 Kalorie) dazu, 1 g einer *anderen* Substanz um 1°C zu erwärmen, wie dazu gehört, 1 g *Wasser* so zu erwärmen? Die experimentelle Untersuchung ergibt z. B.: Für Quecksilber reicht etwa der 30. Teil dieser Wärme dazu aus, genau 0,033 cal; für Kupfer 0,091; für Blei 0,031, für Eisen 0,111, für Alkohol ca. 0,58 usw. oder anders: eine Menge Wärme, die nur für 1 g Wasser zur Erwärmung um 1°C ausreicht, würde ausreichen für etwa 30,3 g Quecksilber oder 11,0 g Kupfer oder 32,3 g Blei oder 9,02 g Eisen oder 1,72 g Alkohol usw., oder noch anders: Eine Menge Wärme, die 1 g Wasser um 1°C erwärmt, würde 1 g Quecksilber etwa um $30,3^\circ\text{C}$ erwärmen usw. Wir sehen: das Wärmequantum, das ein Stoff für eine bestimmte Temperatursteigerung fordert, hängt nicht nur von der *Menge* seiner Masse, sondern auch von seiner *chemischen* Beschaffenheit ab; man nennt die Menge Wärme, die erforderlich ist, 1 g eines bestimmten Stoffes um 1°C zu erwärmen, seine *spezifische Wärme*. Sie ist für:

Quecksilber	0,033	Kupfer	0,091
Blei	0,031	Eisen	0,111

207. Allgemeine Charakteristik kalorimetrischer Verfahren. Ehe wir die Verfahren zur Messung der spezifischen Wärme beschreiben, bleiben zwei Punkte zu erwähnen, die dabei eine Rolle spielen. — In den kalorimetrischen Methoden wird der zu untersuchende Körper entweder durch *Wärmezufuhr* auf t_1° erwärmt und dann veranlaßt, Wärme im Kalorimeter an seine Umgebung *abzugeben*, wobei er sich auf t_2° abkühlt, oder er wird durch eine gemessene Wärmemenge geheizt, und es wird der hierbei erfolgende Temperaturanstieg beobachtet. Man könnte im Zweifel sein, ob die Wärmemenge, die er bei der *Abkühlung* von t_1° auf t_2° *abgibt*,

ebenso groß ist wie die, die er bei der *Erwärmung* von t_2° auf t_1° *aufgenommen* hat. Das ist der Erfahrung gemäß aber der Fall, *vorausgesetzt*, daß der Körper bei der Abkühlung *dieselben* Veränderungen abwärts durchmacht, die er bei der Erwärmung aufwärts durchgemacht hat. Für alle kalorimetrischen Versuche nehmen wir diese Voraussetzung als erfüllt an. Die im Kalorimeter dabei abgegebene Wärme wird nach der einen Methode dazu benutzt, Eis zu *schmelzen* (Eisschmelzmethode), bei einer anderen dazu, Wasser zu *erwärmen* (Mischungsmethode). Das, was man bei der kalorimetrischen Messung direkt mißt, ist bei der Eisschmelzmethode, *wie viel Gramm Eis* geschmolzen worden sind, bei der Mischungsmethode, *um wieviel Grad* ein gewogenes Wasserquantum von der Wärme erwärmt worden ist, während deren Abgebung sich der Körper um *soundso viel* (am Thermometer beobachtete) Grad abgekühlt hat.

208. Eisschmelzverfahren. Bei der von LAVOISIER stammenden Anordnung der *Eisschmelzungsmethode* (Abb. 250) besteht das Kalorimeter aus drei ineinander gesetzten Blechgefäßen. Das innerste, siebartige, *M*, enthält den auf eine bekannte Temperatur t_1° erwärmten zu untersuchenden Körper, der Wärme an seine Umgebung abgeben und dadurch Eis schmelzen soll; das mittlere, *AA*, enthält das Eis; das äußere, *BB*, schützt das Eis, das ja lediglich der Einwirkung des *Körpers* unterliegen soll, vor jeder *Wärmewirkung* von außen und ist zu dem Zweck selber mit Eis gefüllt. *Wärmewirkung* von außen schmilzt zwar das Eis in *BB*, kann aber die Temperatur des Raumes nicht über Null bringen, ehe nicht *alles* Eis in *BB* geschmolzen ist, kann also auch nicht eher auf das Eis in *AA* einwirken; dadurch bleibt die Umgebung des Körpers *M dauernd auf Null*, der Körper kühlt sich von der Anfangstemperatur t_1° bis 0° ab. Das bei *D* abgelaufene Schmelzwasser wird gewogen, und da man aus anderen Messungen weiß, daß zum Schmelzen von 1 g Eis 79,67 cal gehören, erfährt man, wieviel Grammkalorien der Körper abgegeben hat, um bei seiner Abkühlung um t_1° das Quantum Schmelzwasser zu liefern. — Die (veraltete) Methode wird dadurch ungenau, daß das geschmolzene Wasser zum Teil an dem Eise adhärirt, also nicht vollkommen abläuft.

Völlig vermieden wird das im Eiskalorimeter von BUNSEN (1870). Wieviel Gramm Eis geschmolzen worden sind, wird hier nicht durch *Wägung*, sondern durch *Raummessung* ermittelt. Eis zieht sich beim Schmelzen zusammen: 1 g *Eis* hat nach BUNSEN das Volumen 1,0908 cm³, dagegen 1 g *Wasser* von 0° nur 1,0001 cm³. Schmilzt 1 g Eis, *verkleinert* es also sein Volumen um 0,0907 cm³. Die gemessene Volumenverkleinerung zeigt an, wieviel Gramm Eis geschmolzen sind. Und da man weiß, wieviel *Wärmeeinheiten* 1 g Eis aufnehmen muß, um zu schmelzen, so erfährt man aus der Volumenverkleinerung, wieviel *Wärmeeinheiten* das Eis aufgenommen hat. Die Form des ganz aus Glas geblasenen Instruments zeigt Abb. 251. Das U-Rohr *C*, dessen weiterer Teil γ oben mit einem Probierröhrchen *A* zur Aufnahme des zu untersuchenden Körpers abschließt, enthält über β *Wasser und Eis*, von β an bis in die (kalibrierte) Kapillare *S* hinein Quecksilber. Der auf t° erwärmte Körper wird in das Wasser (von 0°)

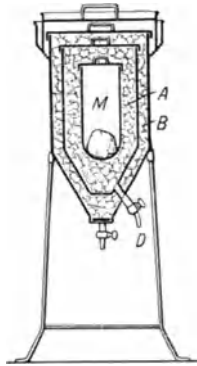


Abb. 250.
Eiskalorimeter
(LAVOISIER).

Kalorimetrie durch Eisschmelzung.

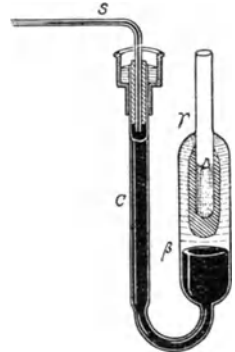


Abb. 251.
Eiskalorimeter
(BUNSEN).

enthaltende Röhren *A* gebracht und das ganze Instrument zum Schutz gegen äußere Wärmeeinwirkung in schmelzendes Eis gesetzt. Der Körper in *A* gibt Wärme an das Wasser und *durch* dieses an das Eis ab; das Eis schmilzt, verkleinert sein Volumen dadurch und erlaubt dem Quecksilber, über β emporzusteigen. *Wieviel* Kubikzentimeter Quecksilber über β emporgestiegen sind, zeigt die Verschiebung des Quecksilberfadens im Kapillarrohr *S*. Der Volumenverkleinerung von 1 cm^3 entsprechen $11,03 \text{ g}$ geschmolzenes Eis. — Das BUNSENSCHE Eiskalorimeter ermöglicht sehr genaue Messungen; außerdem erfordert es *nur wenige Gramm* des Untersuchungskörpers zur Messung.

209. Mischungsverfahren. Benützt man die von dem Untersuchungskörper abgegebene Wärme dazu, Wasser zu erwärmen, so taucht man den auf eine bestimmte Temperatur erwärmten Körper in ein abgemessenes Quantum Wasser von bestimmter Temperatur (*Mischungsmethode*) und mißt die dadurch eintretende Temperaturänderung des Wassers mit dem Thermometer.

— Das *Wasserkalorimeter* von REGNAULT (1840) besteht daher (Abb. 252) aus zwei Teilen: einer durch Dampf geheizten Kammer *B*, die den Untersuchungskörper *A* (in einem Körbchen) erwärmt, und dem eigentlichen Kalorimetergefäß *D*, in dessen Wasser man den Körper nachher eintaucht. — Hat der Körper zuerst t_1° und das Wasser die (niedrigere) Temperatur t_2° , so gibt der Körper *so lange* Wärme an das Wasser ab, bis beide *dieselbe* Temperatur t_3° erreicht haben. Das Wasser hat sich dann um $(t_3 - t_2)^\circ$ erwärmt, der Körper um $(t_1 - t_3)^\circ$ abgekühlt. Beträgt das Wasserquantum $m \text{ g}$, so hat es dabei $m(t_3 - t_2) \text{ cal}$ aufgenommen (jedes Gramm für jeden Grad Temperaturerhöhung 1 cal). Diese Wärme hat das Wasser von dem Untersuchungskörper erhalten, daraus folgt, daß, wenn sich der Körper um $(t_1 - t_3)^\circ$ abkühlt, er $m(t_3 - t_2) \text{ cal}$ abgibt. Eine *ebenso* große Menge Wärme muß er also aufnehmen, um sich um $(t_1 - t_3)^\circ$ zu erwärmen (vgl. S. 227). Beträgt die Masse des Körpers $M \text{ g}$, so hat die Beobachtung demzufolge ergeben:

Um $M \text{ g}$ des Körpers um $(t_1 - t_3)^\circ$ zu erwärmen, sind $m(t_3 - t_2) \text{ cal}$ erforderlich; um 1 g davon um 1° zu erwärmen, sind daher $\frac{m(t_3 - t_2)}{M(t_1 - t_3)} \text{ cal}$ erforderlich. Diese Zahl ist seine *spezifische Wärme*.

Die Gefäßwände und das Thermometer erwärmen sich ebenfalls, und außerdem geht durch den Wärmeaustausch des Kalorimeters mit seiner Umgebung Wärme verloren. Um diese Fehler zu korrigieren, muß man den *Wasserwert* des Kalorimeters und den des Thermometers ermitteln, und auch den Wärmeverlust nach außen muß man veranschlagen.

Der letzte Ausdruck für die spezifische Wärme ergibt auch die Mischtemperatur x , wenn man verschiedene Wassermengen von *verschiedener* Temperatur *miteinander* mischt. Man ersetze den Untersuchungskörper durch Wasser, d. h. stelle den durchgeführten Gedankengang an, wenn der Untersuchungskörper *Wasser* ist. Da die spezifische Wärme des Wassers 1 ist und die vorher mit t_3 bezeichnete, jetzt unbekannte Mischtemperatur x ist, so hat man die Gleichung

$$1 = \frac{m(x - t_2)}{M(t_1 - x)} \quad \text{oder} \quad x = \frac{Mt_1 + mt_2}{M + m} \text{ Grad.}$$

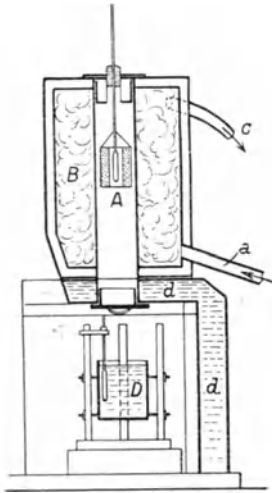


Abb. 252. Kalorimeter zur Wassererwärmung (REGNAULT).

Mischt man z. B. 10 g Wasser von 30° mit 8 g Wasser von 20°, so erhält man 18 g Wasser mit

$$x = \frac{(10 \cdot 30) + (8 \cdot 20)}{10 + 8} = 25,5^\circ.$$

Die Formel heißt *die RICHMANNsche Regel*. Sie ist allgemein auf die Mischung von Stoffen gleicher spezifischer Wärme anwendbar.

210. NERNST-Kalorimeter für sehr tiefe Temperaturen. Um die spezifische Wärme bei sehr tiefen Temperaturen zu messen, erwärmt man die Substanz,



Abb. 253. Vakuumkanalorimeter (NERNST).

als massiven Block (schlechter leitende Stoffe in einem mit Wasserstoff gefüllten Silbergefäß luftdicht eingeschlossen) durch einen dünnen Platindraht elektrisch. Der Draht dient nach Abstellung der Heizung zugleich als hochempfindliches Widerstandsthermometer. Bei der eigentlichen Messung hängt die Substanz oder das gefüllte Silbergefäß in einem möglichst gut evakuierten Glasgefäß (Abb. 253), das von flüssiger Luft oder von flüssigem Wasserstoff umgeben ist. Die Abwesenheit von Gas, also auch der Wärmekonvektion [248.], und das fast völlige Fehlen der Strahlung bei der tiefen Temperatur, ermöglichen überaus genaue Messungen. — Bei höheren Temperaturen benutzte NERNST anstatt eines Flüssigkeitskalorimeters ein Kupferkalorimeter (Abb. 254) aus einem Block von etwa 400 g Gewicht, der eine längliche Höhlung zur Aufnahme der Substanz besitzt. Die gute Wärmeleitfähigkeit verschafft dem Kupferblock *K* überall die gleiche Temperatur. Zur besseren Wärmeisolation befindet sich das Kalorimeter in einem Vakuumbüchse *D*.

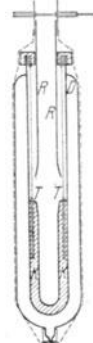


Abb. 254. Kupferkalorimeter (NERNST).

Die Tabelle enthält die spezifische Wärme einiger Stoffe, streng genommen ihren Mittelwert für Temperaturen zwischen 0° und 100°.

Aluminium	0,214	Zinn	0,054
Schwefel	0,175	Jod	0,054
Eisen	0,111	Antimon	0,050
Zink	0,092	Quecksilber	0,033
Kupfer	0,091	Platin	0,032
Silber	0,055	Blei	0,031
Alkohol	0,58	Benzol	0,407
Glyzerin	0,58	Chloroform	0,234

Wasser (mit 1) hat die *größte* spezifische Wärme; *Eis* hat 0,505, *Wasserdampf* 0,462. *Wasser* hat also dampfförmig und fest nahezu *dieselbe* spezifische Wärme, und zwar nur halb so große wie im flüssigen Zustande.

211. Atomwärme. Gesetz von DULONG und PETIT. Die *spezifische Wärme* der Elemente im *festen* Zustande und deren *Atomgewicht* verbindet eine bemerkenswerte Gesetzmäßigkeit (von DULONG und PETIT 1818 entdeckt). Nennt man das Produkt aus Atomgewicht und spezifischer Wärme (also diejenige Wärmemenge in Gramm-Kalorien, die ein Gramm-Atom¹⁾ des Elements aufnehmen muß, um seine Temperatur um 1° zu erhöhen) die *Atomwärme*, so heißt das Gesetz: *Im festen Zustande haben alle Elemente die gleiche Atomwärme*, nämlich 6,4. — Das Gesetz ist nicht streng erfüllt. Die Metalloide mit kleinem Atomgewicht weichen schon bei Zimmertemperatur stark davon ab, ihre Atomwärme ist viel kleiner, bei tiefer Temperatur häufen sich die Ausnahmen. Am weitesten (nath

¹⁾ Eine Masse, deren Grammzahl gleich der Atomgewichtszahl des betreffenden Elements ist, z. B. ein Gramm-Atom Silber bedeutet 108 Gramm Silber.

unten) weichen Jod, Kohlenstoff und Silizium ab; aber auch ihre Atomwärme nähert sich dem Werte 6,4 desto mehr, je höher die Temperatur ist. Für Kohlenstoff ist die spezifische Wärme bei 980°C etwa 5,5; sie ist hier etwa 7 mal so groß wie bei -50° . Am genauesten ist das Gesetz für die Metalle erfüllt. — Für chemische Verbindungen hat NEUMANN das Gesetz entdeckt: die *Molekularwärme* der Verbindung ist gleich der Summe der *Atomwärmen* der einzelnen Elemente.

212. Spezifische Wärme der Gase. Die zur Temperaturerhöhung eines Gases (um eine vorgeschriebene Anzahl Grad) nötige Wärmemenge hängt davon ab, ob sich das Gas während der Temperaturzunahme *ausdehnt* oder nicht. Dehnt es sich aus, so leistet es Arbeit, indem es den äußeren Druck überwindet. Es leistet sie *auf Kosten* eines Teiles der aufgenommenen Wärme. Diese dient also nur *zum Teil* zur *Temperatursteigerung*. Das Gas erfordert somit für die *beabsichtigte* Temperatursteigerung *mehr* Wärme, als wenn es auf sein Anfangsvolumen beschränkt geblieben wäre. Kann sich das Gas der Temperaturzunahme entsprechend ausdehnen, so bleibt sein *Druck* (auf die einschließenden Wände) konstant. Die zur Temperatursteigerung um 1° erforderliche Wärmemenge hängt also davon ab, ob das Gas dabei konstanten *Druck* oder ob es konstantes *Volumen* behält. Wir sprechen daher von seiner *spezifischen Wärme bei konstantem Druck*, c_p , und seiner spezifischen Wärme *bei konstantem Volumen*, c_v . Natürlich ist c_v kleiner als c_p , weil die Wärme ja nur (ohne Arbeit) zur Temperatursteigerung ausgenützt wird. Die Messung von c_v begegnet beträchtlichen experimentellen Schwierigkeiten, daher ist bis auf wenige Ausnahmen stets c_p gemessen worden. Aus theoretischen Überlegungen folgt, um *wieviel* c_p größer ist als c_v , so daß c_v *berechenbar* ist.

Um die *spezifische Wärme* c_p eines Gases zu messen, leitet man ein abgemessenes Volumen davon zunächst durch ein Schlangenrohr in einem Bade von konstanter Temperatur, um es auf eine bestimmte Anfangstemperatur zu erwärmen, und dann durch ein Schlangenrohr in einem Wasserkalorimeter, um die Wärme des Gases dem Wasser zuzuführen. Aus dem Volumen des Gases, seiner Anfangs- und seiner Endtemperatur und aus der Temperaturerhöhung des Kalorimeterwassers wird die spezifische Wärme dann berechnet. Es ergaben sich folgende Werte für Zimmertemperatur und den Druck einer Atm.:

Luft	0,241	Wasserstoff	3,41
Sauerstoff	0,218	Chlor	0,124
Stickstoff	0,249	Helium	1,25

Den Bruch $\frac{c_p}{c_v} = \kappa$, der angibt, wievielmals die spezifische Wärme bei konstantem Druck größer ist als bei konstantem Volumen, kann man theoretisch ermitteln. Für atmosphärische Luft folgt aus der Schallgeschwindigkeit $\kappa = 1,40$, und annähernd dasselbe folgt aus den Messungen nach einer von CLÉMENT und DÉSORMES stammenden Methode, nach der sich κ *experimentell* bestimmen läßt. Für die spezifische Wärme der atmosphärischen Luft bei konstantem *Volumen* ist danach: $\frac{0,241}{c_v} = 1,40$, also $c_v = 0,172$, d. h. erheblich kleiner als die spezifische Wärme bei konstantem *Druck*. Das Verhältnis κ der spezifischen Wärmen stimmt für Sauerstoff, Wasserstoff und Stickstoff mit dem für atmosphärische Luft nahezu überein. Für die meisten *zusammengesetzten* Gase hat es erheblich abweichende Werte. Es ist z. B. für:

Kohlensäure	1,30
Stickoxydul	1,28
Schwefelwasserstoff	1,34.

Für die einatomigen Gase, wie Helium, Argon usw., erhält man dagegen $\epsilon = 1,66$.

Die Anzahl Grammkalorien, um die c_p größer ist als c_v , ist, in mechanisches Maß umgerechnet, gleich der Arbeit, die das Gas leistet, während es sich, den herrschenden Druck überwindend, ausdehnt. Wir wollen die Rechnung für ein Mol durchführen. Um ein Mol, eine Grammmolekel vom Molekulargewicht M , also M g Gas, um 1° zu erwärmen, das eine Mal bei konstantem Druck, das andere Mal bei konstantem Volumen, gebrauchen wir das erste Mal $M c_p = C_p$, das zweite Mal $M c_v = C_v$ Kalorien; man nennt C_p und C_v die *Molekularwärme* bei konstantem Druck resp. bei konstantem Volumen. Wir finden also für die Ausdehnungsarbeit der Grammmolekel den Ausdruck $C_p - C_v$ in Grammkalorien. Wir können diese Arbeit noch anders berechnen: Das Volumen des Mols vor der Erwärmung sei v und seine Temperatur 0°C , also absolut $T = 273^\circ$. Erwärmen wir das Mol bei konstantem Druck um 1° , so dehnt es sich um $v\alpha$ — wo $\alpha = 1/273$ — aus, d. h. um v/T . Während der Ausdehnung überwindet es den konstant auf ihm lastenden Druck p , es leistet also die Arbeit $\frac{pv}{T}$. Wir haben also $C_p - C_v = \frac{pv}{T}$. Wir wissen bereits (S. 203), daß $pv = 1,986 \cdot T$ cal. Es ist also $C_p - C_v = 1,986$ cal, oder $c_p - c_v = \frac{1,986}{M}$ cal.

Die Kenntnis der spezifischen Wärmen c_p und c_v verhilft der kinetischen Gastheorie zu einem tiefen Einblick in die innere Konstitution der Gasmolekel. Der kinetischen Theorie zufolge sind die Molekeln in linearer Bewegung, prallen gegeneinander und gegen die Gefäßwand, wobei sie ihre Geschwindigkeit und ihre Richtung fortwährend ändern. Das Molekül selber besteht aber aus Atomen, diese können voneinander getrennt werden, können im Molekül um den gemeinschaftlichen Schwerpunkt schwingen und auch Rotationen in dem Molekül ausführen. Die Moleküle können daher außer der Energie der fortschreitenden Bewegung auch noch Schwingungs- und Rotationsenergie besitzen. Wir nennen die Energie der Translationsbewegung die *äußere* Energie, die Schwingungs- und Rotationsenergie die *innere* Energie, beide zusammen ergeben die Gesamtenergie. Es liegt nahe, zu fragen, wieviel von der *Gesamtenergie* auf die *äußere* Energie, die Energie der fortschreitenden Bewegung entfällt. Ohne auf die Einzelheiten der Rechnung einzugehen, geben wir das Resultat: CLAUSTRUS fand $\frac{K}{H} = \frac{3}{2} \frac{(c_p - c_v)}{c_v}$, worin K die äußere Energie bedeutet, H die Gesamtenergie, c_p und c_v die spezifischen Wärmen bei konstantem Druck resp. bei konstantem Volumen. Setzen wir wieder $\frac{c_p}{c_v} = \kappa$, so ist $\frac{K}{H} = \frac{3}{2}(\kappa - 1)$. Für Wasserstoff, Sauerstoff, Stickstoff, Stickoxyd und Kohlenoxyd, die jedes zwei Atome im Molekül enthalten, ist (S. 230, unten) $\kappa = 1,40$, also $\frac{K}{H} = \frac{3}{2} \cdot 0,40 = 0,6$. Bei ihnen ist somit 60% der Gesamtenergie Energie der fortschreitenden Bewegung. Für Chlor, Jod, Brom dagegen, die *auch* zweiatomig sind, ist κ nur 1,30 — 1,33, daher ist auch K/H erheblich kleiner (als für die erstgenannten fünf Gase), d. h. der Anteil der Translationsenergie an der Gesamtenergie erheblich kleiner.

Möglich ist auch der Fall, daß die Gesamtenergie aus Translationsenergie besteht, also keinerlei innere Energie im Molekül existiert. Das ist natürlich nur von einem *einatomigen* Gase denkbar. Dann muß

$$K = H, \text{ also } \frac{K}{H} = 1, \text{ also } 1 = \frac{3}{2}(\kappa - 1) \text{ oder } \kappa = 1,66 \text{ sein.}$$

(Von einer Rotation der Molekel als eines Ganzen sehen wir hierbei ab.) Diesen ungewöhnlichen Wert haben tatsächlich Quecksilberdampf, wie KUNDT und WARBURG gefunden haben, und die seltenen Gase der Atmosphäre Argon, Helium, Neon usw. (Lord RAYLEIGH).

Erinnern wir uns, daß $M \cdot c_p = C_p$ und $M \cdot c_v = C_v$ die Molekularwärmen sind (s. oben), so finden wir, daß für die einatomigen Gase auch $\frac{C_p}{C_v} = 1,66$ ist. Und da $C_p - C_v = 1,98$ cal ist, so finden wir jetzt $C_v(1,66 - 1) = 1,98$ cal oder $C_v = \frac{3}{2} \cdot 1,98$ cal, man schreibt gewöhnlich: $\frac{3}{2} \cdot R$ cal. Das heißt: unter der Annahme, daß die gesamte Energie des einatomigen Gases in Translationsenergie der Molekeln besteht ($K = H$ ist), beträgt seine Molekularwärme bei konstantem Volumen $\frac{3}{2} R (= 2,979$ cal), und tatsächlich hat z. B. Argon diesen Wert in dem ganzen Intervall von Zimmertemperatur bis 2350° (PIER).

213. **Ältere Theorie der spezifischen Wärme.** Die klassische Theorie der spezifischen Wärme (die L. BOLZMANN abgeschlossen hat) nimmt an, daß der Energieinhalt eines Körpers sich gleichförmig nicht nur auf alle Moleküle, sondern auch auf alle *Freiheitsgrade* verteilt. Einem kugelförmigen Molekül, das sich frei nach allen drei Dimensionen des Raumes bewegen kann, schreibt man drei Freiheitsgrade zu. Es besitzt bei der absoluten Temperatur T im Mittel die Energie $3/2 kT$. Auf jeden seiner Freiheitsgrade entfällt somit die Energie $\frac{1}{2} kT$. Enthält ein Körper N einatomige Moleküle von Kugelgestalt, so enthält er hiernach bei der Temperatur T die Energie $3/2 NkT$ und verlangt den Energiezuwachs $3/2 N \cdot k \cdot \Delta T$, um seine Temperatur um ΔT Grad zu erhöhen.

Die Zahl der Freiheitsgrade ist gleich der Anzahl der Bestimmungsstücke, die den Ort eines Moleküls im Raum eindeutig angeben. Der Ort einer Kugel ist bekannt, wenn der Ort ihres Schwerpunktes bekannt ist; dieser selber ist durch die drei Raumkoordinaten bestimmt. Ist die Bewegung der Kugel auf eine Ebene beschränkt, so genügen zwei Koordinaten, um den Ort der Kugel anzugeben. Ein kugelförmiges Atom, das nur in einer Ebene beweglich wäre, müßte danach zwei Freiheitsgrade und im Mittel die Energie kT haben. Sind in einem Molekül zwei kugelförmige Atome starr miteinander verbunden (Hantelmodell), so muß man dem Molekül wegen der freien Beweglichkeit seines Schwerpunktes nach den drei Dimensionen des Raumes zunächst drei Freiheitsgrade zuschreiben. Dazu kommen aber noch weitere Freiheitsgrade, da, selbst wenn der Schwerpunkt festliegt, das Molekül *verschiedene* Lagen im Raum haben kann. Eindeutig beschrieben ist die Lage erst dann, wenn man angeben kann, wie die Verbindungsgrade der Mittelpunkte beider Kugelatome liegt. Die Geometrie des Raumes fordert fünf Bestimmungsstücke, um eine Gerade von gegebener Länge im Raum eindeutig festzulegen. Ein „hantelförmiges“ Molekül hat daher fünf Freiheitsgrade. — Wir können die Zahl der Freiheitsgrade aber auch noch anders ermitteln: das Molekül besitzt außer der Verschiebungsmöglichkeit (Translation) seines Mittelpunktes noch die Möglichkeit der Rotation. Jede Rotation kann man in drei Komponenten zerlegen, von denen jede eine Rotation um eine in dem Körper festliegende Achse darstellt. Alle drei Achsen stehen senkrecht aufeinander. Im allgemeinen (d. h. bei unsymmetrischen Körpern) ist jeder der Rotationsachsen ebenso ein Freiheitsgrad zuzordnen, wie den drei Koordinatenachsen, in deren Richtung die Bewegung des Massenmittelpunktes stattfindet. Bei einem symmetrischen Körper aber, wie wir ihn im Hantelmodell angenommen haben, scheidet *eine* Rotation aus. Nur diejenigen Rotationen zählen wir, die eine Lagenänderung des Moleküls hervorrufen, die Rotation um die *Symmetrieachse* des Moleküls (der Hantel) liefert aber kein Merkmal für das Vorhandensein einer Rotation. Hiermit im Einklang ordnet man der *Rotation* des kugelförmig angenommenen Atoms keinen Freiheitsgrad zu.

Ein Molekül aus zwei starr miteinander verbundenen Atomen hat also fünf Freiheitsgrade und besitzt bei der Temperatur T im Mittel die Energie $5/2 kT$. Angenommen ein Gramm-Molekül, kurz Mol eines Stoffes — eines zweiatomigen Gases, wie Wasserstoff oder Sauerstoff — enthalte N Moleküle von je fünf Freiheitsgraden. Dann ist die Energie, die man aufwenden muß, um das Mol um 1° zu erwärmen (ohne daß der Stoff äußere Arbeit leistet), gleich $5/2 kN$. Das ist die Molekularwärme konstanten Volumens. Da aber auch $kN = R$ gesetzt werden kann (R ist die Gaskonstante), so erhält man für die Molekularwärme konstanten Volumens bei 5 Freiheitsgraden pro Molekül $5/2 R$ und bei n Freiheitsgraden pro Molekül $n/2 R$. Die Zahl der Freiheitsgrade steigt auf $n = 6$, wenn das Molekül unsymmetrisch gebaut ist, also z. B. aus drei Atomen

besteht, da in diesem Falle *jede* der drei Rotationsachsen in Rechnung zu setzen ist. Weitere Freiheitsgrade treten hinzu, wenn sich die Atome *in* dem Molekül bewegen und ihre gegenseitigen Abstände ändern können. Wir haben dann ein unstarres Molekül. Für jeden neuen Freiheitsgrad wächst die spezifische Wärme um $\frac{1}{2} R$. Andererseits kann sich nach der dargelegten Auffassung die spezifische Wärme eines Körpers nur dann ändern, wenn sich die Zahl der Freiheitsgrade verändert. Das heißt aber, die spezifische Wärme darf nur sprungweise um ganze Vielfache von $\frac{1}{2} R$ wachsen und abnehmen, oder sie muß konstant bleiben. Sie kann sich also *nicht kontinuierlich* mit der Temperatur ändern. Gerade das aber hat man oft beobachtet.

Trotz dieses Widerspruches hat sich die klassische Theorie bei der Berechnung der spezifischen Wärme der einfachen Gase glänzend bewährt. Ebenso für die spezifische Wärme der festen einatomigen Stoffe, bei denen neben der Energie der Bewegung (wie bei einatomigen Gasen) noch eine Energie der Lage in Frage kommt, weil jedes Atom an eine gewisse Ruhelage gebunden ist, um die es schwingt. Die Mittelwerte beider Energien sind einander gleich. Die *gesamte* Energie ist also gleich der doppelten kinetischen anzusetzen. Da bei einatomigen Körpern mit frei beweglichen Atomen drei Freiheitsgrade in Betracht kommen, so beträgt die Gesamtenergie des Atoms eines festen Körpers $6 \cdot \frac{1}{2} RT$, die spezifische Wärme bei konstantem Volumen also $3R = 5,958$ cal/Grad in naher Übereinstimmung mit der Regel von DULONG und PETIT. Die gemessenen spezifischen Wärmen der festen Stoffe sind zwar im allgemeinen etwas größer. Der Unterschied ist aber erklärlich: Der theoretische Wert bezieht sich auf die spezifische Wärme bei konstantem Volumen, der experimentelle auf die bei konstantem Druck; die bei konstantem Druck muß sich aber von der bei konstantem Volumen infolge der Arbeitsleistung bei der Wärmeausdehnung des Körpers unterscheiden. — In tiefen Temperaturen hat die Messung so kleine spezifische Wärme ergeben, daß sowohl die Regel von DULONG und PETIT, als auch die bisher dargestellte Theorie vollkommen versagt. Für Diamant ergab sich z. B. bei $-253^{\circ} C$ praktisch die spezifische Wärme 0.

214. Quantentheorie der spezifischen Wärme. EINSTEIN hat die Theorie der spezifischen Wärme so umgeformt, daß die Unstimmigkeiten verschwinden; er hat zu diesem Zweck die auf dem Gebiet der Wärmestrahlung [249.] von PLANCK (1900) aufgestellte Theorie der Quanten auf die Molekularbewegung angewandt. Die Quantentheorie geht von der Vorstellung aus, daß eine gegebene Energiemenge sich aus sehr kleinen, aber endlichen Elementen, den Energiequanten, aufbaut, *ähnlich* wie sich eine gegebene Masse aus Atomen aufbaut. Führt man einem Körper Energie zu, so nimmt (nach der Quantentheorie) der Körper mindestens ein Quant auf oder zwei Quanten oder irgendein Vielfaches eines Quant, so daß also Energie *unter* einer gewissen Grenze, nämlich der eines Quant, und auch Energiebeträge mit Bruchteilen eines Quant nicht in die Erscheinung treten. Um sich diese Vorstellung durch einen Vergleich klarzumachen, stelle man sich vor, eine Kugel solle ein Treppe hinauf Stufe für Stufe emporgehoben werden. Reicht die verfügbare Energie nicht hin, die Kugel um eine ganze Stufe zu heben, so tritt die aufgewendete Energie überhaupt nicht in Erscheinung, auch wenn die Kugel dem Ziel noch so nahe gekommen ist. Sie fällt wieder auf die Ausgangsstelle zurück. Nur die Überwindung ganzer Stufen wird bewertet. Läuft die Kugel treppab, so gibt sie ihre Energie stoßweise ab, jeder Stoß entspricht dem Höhenunterschiede zwischen zwei Stufen. Eine Energiemenge, die kleiner ist, als sie der Höhe einer Stufe entspricht, tritt auch hier nicht in die Erscheinung. Dieses Beispiel gestattet

auch, die Verbindung zwischen der Quantentheorie und der klassischen Theorie herzustellen: Denken wir uns die Treppenstufen niedriger und niedriger, dafür aber, um einen endlichen Höhenunterschied längs der Treppe zu umspannen, ihre Zahl im umgekehrten Verhältnis größer und größer, dann gelangen wir zu der beliebigen Unterteilung der Energie, mit der die Physik bisher gerechnet hat.

Die Verteilung der Energie auf sehr viele Moleküle und deren Freiheitsgrade stellt sich nach der alten wie nach der neuen Auffassung im wesentlichen in derselben Weise dar, wenn die Zahl der Energiequanten sehr viel größer ist als die Gesamtzahl der Freiheitsgrade aller Moleküle. Anders aber, wenn die Zahl der Energiequanten klein ist im Verhältnis zur Zahl der vorhandenen Freiheitsgrade, wie besonders bei tiefen Temperaturen. Dann ist eine gleichmäßige Verteilung der Energie auf die Freiheitsgrade unmöglich. Es muß dann stets eine Anzahl Freiheitsgrade geben, die gar keine Energie erhalten. Auf andere Freiheitsgrade werden nach den Gesetzen des Zufalls zwei oder drei Quanten entfallen usw., aber kein Freiheitsgrad kann etwa $\frac{1}{2}$ oder $1\frac{1}{2}$ oder $2\frac{1}{4}$ oder dgl. Quanten erhalten. Die Diskontinuität in der Verteilung der Energie und die Abweichung von den Forderungen der klassischen Theorie ist um so größer, je geringer die Energie im Verhältnis zur Zahl der Freiheitsgrade ist. Die Quantentheorie läßt also erwarten, daß in den Fällen großer Energiearmut, also insbesondere in tiefen Temperaturen, die thermischen Eigenschaften der Körper anderen Regeln gehorchen, als die Anschauung der klassischen Physik sie erwarten läßt. Bezeichnet man das Energiequantum mit ε , so entfallen nach der Quantentheorie auf die einzelnen Freiheitsgrade die Energien $0, \varepsilon, 2\varepsilon, 3\varepsilon, \dots, n\varepsilon$, wo n eine positive ganze Zahl ist. Die spezifische Wärme hat es stets mit einem Körper mit vielen Molekülen, also mit einer großen Anzahl von Freiheitsgraden (ihre Zahl sei A) zu tun, und es ist wichtig, zu wissen, wie groß die gesamte Energie $A \cdot E_m$ aller dieser Freiheitsgrade ist. Für die mittlere Energie E_m eines Freiheitsgrades folgt nach EINSTEIN aus der Quantentheorie der Wert $E_m = \frac{1}{2} \frac{\varepsilon}{e^{\frac{\varepsilon}{kT}} - 1}$. Hier ist e die Basis der natürlichen Logarithmen.

Dieser Ausdruck für die mittlere Energie des Freiheitsgrades ist sehr verschieden von dem entsprechenden Wert $\frac{1}{2} kT$ der klassischen Theorie (S. 232, oben). Entwickelt man aber die Exponentialgröße nach Potenzen von ε/kT und vernachlässigt die Glieder mit höheren Potenzen des Quotienten, so ergibt sich $E_m = \frac{1}{2} kT$, die Quantentheorie ist also in Übereinstimmung mit der klassischen Theorie. *Aber nur dann darf man die höheren Potenzen vernachlässigen, wenn ε/kT sehr klein ist, also bei großen T , d. h. hohen Temperaturen. In hoher Temperatur ist also der Energieinhalt eines Körpers nach der klassischen Theorie ebenso groß wie nach der Quantentheorie.* — Wir müssen aber noch auf die Größe des Energiequantums ε eingehen. Der Vergleich des „atomistischen“ Aufbaus eines Energiebetrages mit dem Aufbau der Materie trifft nicht vollkommen zu, denn ε ist keineswegs unter allen Umständen eine konstante Größe. Vielmehr muß man nach PLANCK das Energiequantum proportional der Schwingungszahl ν (Anzahl der Schwingungen in der Sekunde) setzen, mit der der Träger des Energiequantums schwingt. Damit ist zugleich gesagt, daß die Quantentheorie zunächst nur auf periodische Bewegungen anwendbar ist, wie z. B. auf die Schwingungen der Moleküle eines festen Körpers oder die Rotation der Moleküle. Den Proportionalitätsfaktor nennt man h , so daß $\varepsilon = h\nu$ ist, h ist eine Konstante (PLANCK'sche Konstante). Sie stellt eine Energie dividiert durch eine Schwingungszahl ν dar oder eine Energie multipliziert mit der Dauer τ einer Schwingung, wo $\tau = 1/\nu$. Das Pro-

lukt einer Energie und einer Zeit heißt Wirkung. Darum nennt man h auch *das elementare Wirkungsquantum*. Nicht also die Energieelemente ε sind die Konstante, sondern die Produkte der Energieelemente mit der Zeit τ , während der diese Energie umgesetzt wird, also die Größe $\varepsilon\tau$. Nur wenn $\tau = 1/\nu$ oder ν konstant ist, können wir von konstanten Energieelementen sprechen. Nun kommt aber die Konstanz der Schwingungszahl ν sehr häufig vor, z. B. in den Schwingungen des einfarbigen (homogenen) Lichtes [430.]. Aber auch den Atomschwingungen in einem festen Körper kann man einen bestimmten Wert der Schwingungszahl ν zuordnen (S. 236, Mitte). Um in solchen Fällen die Größe der Energiequanten angeben zu können, muß man die Konstante h kennen. Man kann sie nach verschiedenen Methoden messen und kennt ihren Wert auf weniger als ein Tausendstel ihres Betrages genau zu $h = 6,541 \cdot 10^{-27}$ erg./sec. Bei der Schwingungsfrequenz des violetten Lichtes mit $\nu = 800$ Billionen faßt das Energieelement nur $52,3 \cdot 10^{-13}$ erg. 200 Billionen dieser Energieelemente sind nötig, um 1 g um 1 cm zu heben. Die Röntgenstrahlen besitzen die größten uns bekannten Frequenzen — 1000 mal größere als im violetten Licht — dementsprechend auch die größten uns bekannten Energieelemente. Je geringer die Frequenz, d. h. je größer die Wellenlänge ist, um so kleiner ist das Energiequantum. Bei sehr langsamen Schwingungen sind die Energiequanten äußerst klein; es handelt sich dann um Energie von praktisch beliebiger Teilbarkeit, wie die klassische Physik sie annimmt.

Während die klassische Theorie für die spezifische Wärme konstanten Volumens pro Freiheitsgrad $C_v = \frac{1}{2} R$ fordert, ergibt sie sich nach der Quantentheorie zu

$$C'_v = \frac{1}{2} R \left(\frac{h\nu}{kT} \right)^2 \cdot \frac{e^{\frac{h\nu}{kT}}}{\left(e^{\frac{h\nu}{kT}} - 1 \right)^2}.$$

Beide Theorien führen zu demselben Wert, wenn ν/T sehr klein ist, d. h. wenn es sich um kleine Frequenzen oder hohe Temperaturen handelt. Ist dagegen ν/T sehr groß, so unterscheiden sich die Ergebnisse der beiden Theorien wesentlich voneinander. Denn im Grenzfall für $\nu/T = \infty$ wird $C'_v = 0$. Den Verlauf von C'_v in Abhängigkeit von T/ν zeigt die Abb. 255. Hiernach liefert jeder Freiheitsgrad nur dann den von der klassischen Theorie geforderten Beitrag von $\frac{1}{2} R$, wenn ν/T sehr klein (T/ν sehr groß) ist. Der in vielen Fällen beobachtete kontinuierliche Abfall der spezifischen Wärme, den die klassische Theorie nicht erklären kann, ist jetzt aufgeklärt: nach der Quantentheorie muß C'_v mit sinkender Temperatur abnehmen, falls ν konstant bleibt.

Es ist jetzt auch verständlich, warum denjenigen Rotationsachsen der Moleküle keine Freiheitsgrade zukommen, um die eine Umdrehung erfolgen kann, ohne daß sich die Lage des Moleküls im Raum ändert. Das Trägheitsmoment der Rotation ist dann sehr klein und folglich die entsprechende Schwingungsdauer, die der Quadratwurzel des Trägheitsmomentes proportional ist, ebenfalls sehr klein, die zugehörige Schwingungszahl ν also sehr groß. Falls nun die Temperatur nicht extrem hoch ist, ist auch T/ν klein und folglich nach der Quantentheorie der Anteil der zu jener Rotation gehörigen spezifischen Wärme sehr gering. In erster Näherung kann dieser Betrag darum vernachlässigt werden. Dieselbe Überlegung führt dazu, daß bei mehratomigen Gasen der Anteil der spezifischen Wärme, welcher von den Freiheitsgraden der Rotation herrührt, zwar nicht bei

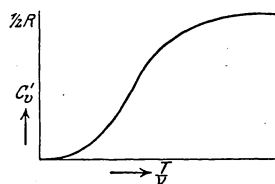


Abb. 255. Verlauf der spezifischen Wärme in Abhängigkeit von T/ν .

hoher, wohl aber bei genügend tiefer Temperatur verschwinden muß, und daß jedes mehratomige Gas in tiefer Temperatur dieselbe spezifische Wärme wie ein einatomiges Gas besitzt, nämlich $C_v = 3/2 R = 2,979$. Glänzend bestätigt sind diese theoretischen Betrachtungen durch die Messungen der spezifischen Wärme des Wasserstoffs, die EUCKEN (1912) ausgeführt hat. Für dieses zweiatomige Gas ergab sich bei

$$\begin{array}{cccc} t = & -233 & -183 & -76 & 0 \\ C_v = & 2,98 & 3,25 & 4,38 & 4,83. \end{array}$$

Wasserstoff ist also seiner spezifischen Wärme nach bereits bei -233° vollständig einatomig geworden, und schon bei 0° ist seine spezifische Wärme deutlich kleiner, als es die klassische Theorie für ein zweiatomiges Gas ($C_v = \frac{5}{2} R = 4,965$) fordert.

Die Temperatur, bei der ein mehratomiges Gas die Eigenschaft eines einatomigen annimmt, hängt von ν , der Schwingungszahl der Rotation, ab. Die

Größe $\frac{h\nu}{k}$, zur Abkürzung gewöhnlich $\beta\nu$ geschrieben, heißt die charakteristische

Temperatur, sie wird mit Θ bezeichnet. Nach der oben gegebenen Gleichung

ist für die Größe der spezifischen Wärme nur der Quotient $\frac{kT}{h\nu} = \frac{T}{\Theta}$ maß-

gebend, so daß bei gegebener Temperatur T der Beitrag zur spezifischen Wärme um so kleiner ist, je größer die charakteristische Temperatur ist. Bei den meisten Gasen liegt Θ so tief, daß die Verkleinerung der spezifischen Wärme erst bei Temperaturen bemerkbar werden kann, bei denen die Gase bereits kondensieren, wenn man ihren Druck nicht extrem klein macht. Wasserstoff zeigt die Erscheinung darum am deutlichsten, weil er ohne zu kondensieren weiter abgekühlt werden kann als irgendein anderes zweiatomiges Gas.

Die Gasmoleküle können rotieren und außerdem fortschreiten, die Atome der festen Körper können nur schwingen, den Schwingungen ist ein bestimmter Wert von ν zuzuordnen. Da wir gesehen haben, daß die spezifische Wärme, soweit sie von der Rotations- oder Schwingungsenergie (nicht aber von der Energie der fortschreitenden Bewegung) herrührt, bei genügend tiefer Temperatur verschwindet, so folgt, daß die spezifische Wärme der festen Körper mit ständig abnehmender Temperatur dem Wert Null zustreben muß. Diese sehr bemerkenswerte Folgerung haben zahlreiche Versuche aufs beste bestätigt, die insbesondere NERNST und seine Mitarbeiter durchgeführt haben. Besonders überzeugend gestützt wird die Quantentheorie durch das Verhalten der spezifischen Wärme des Diamanten (kristallisierter Kohlenstoff), die von jeher als Ausnahme von der DULONG-PETTSchen Regel bekannt ist. Diamant hat bei Zimmertemperatur die Molekularwärme 1,4 statt 6. Bei -183° sinkt sie auf 0,03, und bei -230° ist sie von Null nicht mehr zu unterscheiden (NERNST und LINDEMANN). Bei allen anderen festen Körpern zeigt sich der Abfall der spezifischen Wärme erst bei erheblich tieferen Temperaturen. Das drückt sich darin aus, daß die charak-

teristische Temperatur von Diamant besonders hoch liegt. Sie ist $\Theta = \frac{h\nu}{k} = 1860^\circ$. Dagegen ist sie für Aluminium 400° , für Silber 210° , für Blei 90° .

Der Quotient h/k ist $\frac{6,55 \cdot 10^{-27}}{1,37 \cdot 10^{-16}} = 4,8 \cdot 10^{-11}$ Grad/sec, so daß

$\nu_{\text{Diamant}} = 3,9 \cdot 10^{13}$ und $\nu_{\text{Blei}} = 1,9 \cdot 10^{12}$ ist. Diese Schwingungszahlen sind etwa 100 mal kleiner als die der Wellen des sichtbaren Lichtes und sind ebenso groß wie die Schwingungszahlen der längeren uns bekannteren Wärmewellen.

Genauere Messungen der spezifischen Wärmen der festen Körper haben die quantentheoretisch geforderte Abhängigkeit von der Temperatur im wesentlichen

bestätigt. Aber in vielen Fällen reicht es nicht aus, für einen Körper nur *einen* Wert von ν anzunehmen. Der weitere Ausbau der Theorie (durch DEBYE und andere) zwingt zu der Annahme einer Vielheit von Schwingungszahlen ν für denselben Körper. Die größte entspricht der Schwingung der einzelnen Atome, die kleinste der akustischen Grundschwingung des ganzen Körpers. Die Quantentheorie kommt am stärksten bei der größten dieser Schwingungszahlen zur Geltung, diese Schwingungszahl heißt darum auch die *charakteristische*. Sie hängt wesentlich von den Kräften ab, mit denen die Atome aufeinander wirken, sie wächst, wenn jene Kräfte wachsen. Aus dieser Überlegung kann man eine Abhängigkeit der charakteristischen Schwingungszahl von der Schmelztemperatur des Körpers folgern, denn die Atome eines Körpers entfernen sich offenbar um so leichter aus dem gegenseitigen Anziehungsbereich, gehen also auch um so leichter vom festen in den flüssigen Zustand über, je weniger fest sie aneinander gebunden sind. Dieser theoretischen Überlegung entstammt eine Beziehung (LINDE-

MANN, 1910) für einen Näherungswert von ν : $\nu = 2,8 \cdot 10^{12} \sqrt{\frac{T_s}{a \cdot V^{2/3}}}$, hierin ist T_s

die (absolute) Schmelztemperatur des festen Körpers, a sein Atomgewicht und V sein Atomvolumen. Hiernach hat der Diamant seiner spezifischen Wärme nach deswegen eine Sonderstellung unter den Elementen, weil er bei verhältnismäßig kleinem Atomgewicht und großer Dichte einen besonders hohen Schmelzpunkt hat.

E. Änderung des Aggregatzustandes.

215. Schmelzung. Schmelzpunkt. Latente Schmelzwärme. Der Temperaturerhöhung durch Wärmeaufnahme parallel geht die *Volumenänderung*. Die Moleküle vergrößern ihren gegenseitigen Abstand, die *Dichte* wird kleiner. Je weiter die Temperatur steigt, desto mehr lockert sich der gegenseitige Zusammenhang der Molekeln, und schließlich erreicht die Lockerung einen Punkt, in dem sie sich — in welchem Aggregatzustand sich der Körper auch befindet — charakteristisch offenbart: Die festen Körper werden flüssig, sie *schmelzen*, die flüssigen werden gasförmig, sie *sieden*, und die (mehratomigen) gasförmigen *dissoziieren* sich, d. h. sie zerfallen in ihre chemischen Bestandteile. Die molekulare Veränderung, die die festen und die flüssigen Körper dabei erleiden, macht sich oft schon, ehe sie den neuen Aggregatzustand angenommen haben, bemerkbar. Das Eisen z. B. wird bei hoher Temperatur leicht hämmerbar und schweißbar, die zähen Flüssigkeiten werden dünnflüssiger u. a. m.

Der Temperaturgrad, bei dem ein fester Körper schmilzt, heißt der *Schmelzpunkt*. Er hängt wesentlich nur von der chemischen Art des Körpers ab, in geringem Maß auch von dem *Druck*, unter dem er steht.

Die Schmelzpunkte einiger Körper:

	°C		°C
Quecksilber	−38,89	Zink	419,4
Eis	0	Antimon	630
Benzol	5,5	Silber	960,5
Eisessig	16,6	Gold	1063
Talg	ca. 43	Kupfer	1083
Paraffin	„ 46	Gußeisen	1100—1300
Wachs	„ 62	Gußstahl	ca. 1400
Schwefel (monoklin)	119	Schmiedeeisen	1530
Zinn	231,84	Platin	1764
Wismut	271	Iridium	2340
Cadmium	320,9	Tantal	2850
Blei	327,4	Wolfram	3350

Die mechanische Wärmetheorie hat den Einfluß des Druckes auf den Schmelzpunkt vorausgesagt, z. B. behauptet, daß das Eis bei einer *anderen* Temperatur als 0° schmelzen würde, wenn der Luftdruck nicht 760, sondern $2 \cdot 760$ mm Quecksilber betragen würde. Die Richtigkeit dieser Behauptung ist experimentell bewiesen worden. Unter dem Druck von 2 Atm. schmilzt Eis bei $-0,0075^\circ$. — Wo nichts anderes gesagt wird, bedeutet der Schmelzpunkt eines Stoffes die Temperatur, bei der der Stoff unter dem Luftdruck von 1 Atm. schmilzt.

Ein Körper, der auf der Temperatur des Schmelzpunktes *anlangt*, wird durch weitere *Wärmeaufnahme* zunächst nicht heißer (vorausgesetzt, daß die Wärme sich in ihm überallhin ausbreiten kann), sondern wird *zunächst ganz und gar flüssig* — erst dann steigt wieder seine Temperatur. Was ist aus der Wärme geworden, die er aufgenommen hat von dem Zeitpunkt an, in dem er den Schmelzpunkt *erreicht* hat, bis zu dem, in dem die Temperatur über ihn *hinaus* zu steigen beginnt? Antwort: Sie hat *Arbeit* geleistet; sie hat die Kohäsion der Molekeln so weit überwunden, daß sie den festen Aggregatzustand in den flüssigen verwandelt hat. Das ist eine Arbeit ungefähr wie die, die einen festen Körper zermahlt und in Pulver verwandelt. Aber auch im feinsten Pulver sind die kleinsten Teile noch immer ungeheuer groß im Vergleich mit den Flüssigkeitsteilchen. Es ist also begreiflich, daß *viel* Arbeit dazu gehört, den festen Aggregatzustand in den flüssigen zu verwandeln. Da die Schmelzwärme *verschwunden* ist, nennt man sie *latente* Wärme. Die *Wärmemenge*, die nötig ist, um einen festen Körper durch Schmelzen flüssig zu machen, hängt ebenfalls nicht nur von seiner chemischen Art ab, sondern ein wenig auch von dem Druck, unter dem er beim Schmelzen steht. Man versteht unter *latenter Schmelzwärme* diejenige Wärmemenge in *Kalorien*, die erforderlich ist, 1 g des Körpers *bei der Temperatur des Schmelzpunktes* und dem Druck einer Atmosphäre zu verflüssigen. Sie beträgt für

Eis	79,7	Wismut	10,2
Phosphor	5	Zinn	13,8
Schwefel (monoklin)	10	Silber	26
Blei	5,5	Zink	23

Das Eis hat die *größte* latente Schmelzwärme (Wasser die *größte spezifische* Wärme). Zur Ermittlung ihrer Größe wird (ein Vorlesungsversuch) 1 kg Eis mit 1 kg Wasser von 80° C übergossen, das Ganze sorgfältig gemischt und gegen Wärmeaustausch mit der Umgebung geschützt. Zum Schluß ist das Eis verschwunden, und 2 kg Wasser von 0° C sind vorhanden. Die 80 kcal, die das Kilogramm Wasser bei seiner Abkühlung von 80° auf 0° abgegeben hat, haben das Kilogramm Eis von 0° in Wasser verwandelt, und da die Temperatur des Wassers 0° ist, so sind die 80 kcal *nur zur Schmelzung* des Eises verwendet worden. Die latente Wärme des Wassers beträgt also, im Sinne der Definition, 80 Wärmeinheiten.

216. Einfluß des Druckes auf die Schmelztemperatur. Wie erwähnt, ist die Größe des Druckes auf den Körper von Einfluß auf die Temperatur seines Schmelzpunktes und auf seine latente Schmelzwärme. Den Zusammenhang der Schmelztemperatur T (in der absoluten Zählung) mit dem Schmelzdruck p zeigt die (aus dem ersten und zweiten Hauptsatz der Thermodynamik folgende) CLAUSIUS-CLAPEYRONsche Gleichung

$$\pi = 0,0242 \frac{(v_1 - v_2) T}{L}.$$

Hierin ist π die mit der Drucksteigerung verbundene Erhöhung der Schmelztemperatur in Grad/Atm. $\left(= \frac{dt}{dp} \right)$.

v_1 das spezifische Volumen der Flüssigkeit in cm^3/g ,
 v_2 das spezifische Volumen des festen Körpers in cm^3/g ,
 L die Schmelzwärme in Kalorien,
 T die Schmelztemperatur in absoluter Zählung.

Ist also das spezifische Volumen der Flüssigkeit $\left\{ \begin{array}{l} \text{größer} \\ \text{kleiner} \end{array} \right\}$ als das des festen Körpers, so $\left\{ \begin{array}{l} \text{steigt } (\pi > 0) \\ \text{sinkt } (\pi < 0) \end{array} \right\}$ die Schmelztemperatur mit steigendem Druck.

So steigt z. B. der Schmelzpunkt des Wachses bei 500 Atm. Druck um 10° (HOPKINS), der des Paraffins bei 100 Atm. Druck um $3,5^\circ$ (BUNSEN). — Aus dem ungeheuren Druck, den die Schichten im Innern der Erde von den über ihnen lastenden erfahren, folgerte W. THOMSON, daß trotz der hohen Temperatur im Erdinnern Gesteinsmassen *fest* sein könnten, die bei *derselben* Temperatur im *Schmelzofen* unter Atmosphärendruck schmelzen.

Im Gegensatz zu fast allen anderen Körpern hat Wasser im flüssigen Zustand ein kleineres spezifisches Volumen als im festen Zustand. Daraus erklärt sich, daß beim Schmelzen das *Eis auf dem Wasser* schwimmt. Wir gehen darauf näher ein, weil einige allgemein bekannte Tatsachen daraus erklärbar sind. Körper, die sich beim Schmelzen *ausdehnen*, d. h. flüssig eine geringere Dichte haben als fest, *sinken* in ihrer Schmelzflüssigkeit *unter*. Man kann also, je nachdem ein Körper in seiner Schmelze untersinkt oder darauf schwimmt, schließen, ob er sich beim Schmelzen ausdehnt oder zusammenzieht, und daraus wieder, ob Drucksteigerung seine Schmelztemperatur erhöht oder erniedrigt.

In der Tat hat Eis von 0° das spez. Gewicht 0,9168, Wasser von 0° das spez. Gewicht 0,9999. Die entsprechenden spezifischen Volumina betragen: für Eis $v_2 = 1,0908$, für Wasser $v_1 = 1,0001$. Da ferner $T = 273,2$ und $L = 79,7$ ist, so folgt nach der oben angegebenen Gleichung $\pi = -0,0075$. Auch Gußeisen, Letternmetall, Wismut *kontrahieren* sich beim Schmelzen.

Unter *erhöhtem* Drucke muß also eine *geringere* Temperatur zur Eisschmelzung genügen, als unter *normalem* Drucke erforderlich ist, d. h. weniger als 0° . Bei einem Druckzuwachs von je einer Atmosphäre sinkt der Eisschmelzpunkt um je $0,0075^\circ \text{C}$ unter Null.

Die Änderung des Schmelzpunktes durch den Druck ist viel zu klein, als daß sie sich für gewöhnlich bemerkbar machten. Aber die sog. *Regelation* des Eises, die auf der Erniedrigung des Eisschmelzpunktes durch Druckerhöhung beruht, erfolgt schon bei geringen Druckänderungen. Preßt man zwei Eisstücke von 0° , deren Oberflächen bereits feucht sind, aneinander, so muß dieser Druck die Temperatur an der Schmelzstelle erniedrigen. Diese Temperaturniedrigung kann nur dadurch entstehen, daß das Eis durch weiteres Abschmelzen Wärme verliert. Das zwischen den Berührungsflächen befindliche Wasser gefriert infolge seiner Berührung mit dem kälteren Eise beim Nachlassen des Druckes wieder und *verbindet* so die beiden Stücke. (FARADAY nannte diese von ihm entdeckte Erscheinung *Regelation* des Eises.) Ist die Berührungsfläche zwischen ihnen sehr klein, so genügt für ihre Vereinigung eine geringere Belastung, als wenn die Berührungsflächen sehr groß sind. (Man hat sich überhaupt bei allen Erscheinungen, die mit der *Regelation* des Eises zusammenhängen, gegenwärtig zu halten, daß es auf den *Druck* ankommt, d. h. die Belastung pro cm^2 , die Wirkung also umso auffälliger ist, je kleiner bei gegebener Belastung die Fläche ist, auf die sie wirkt.) Die *Regelation* erklärt, daß man Schnee von 0° durch Pressen mit der Hand zu festen Eisstücken zusammenballen kann, was bekanntlich bei Schnee von *tieferer* Temperatur nicht gelingt. An Schnee von nur -1° müßte man schon $\frac{1}{0,0075} = 134$ Atm. aufwenden, um den Schmelzprozeß einzuleiten.

Aus der *Regelation* erklärt sich auch, daß *Schnee* unter den Tritten der Fußgänger und unter dem Drucke der Wagenräder allmählich in zusammenhängendes *Eis* übergeht, daß jenseits der Grenze des ewigen Schnees der gefallene Schnee in seinen unteren Schichten von der darüberliegenden Last in Eis verwandelt wird (Entstehung der *Gletscher*), daß ferner die unten liegenden Eisschichten durch den Druck der darauf liegenden zum Teil geschmolzen werden, und daß, da das Wasser dem Druck ausweichen kann, die oben liegenden Schichten

die unten liegenden verschieben und so das *Wandern der Gletscher* hervorrufen; ebenso erklärt sich daraus überhaupt die *Plastizität des Eises*, die es ermöglicht, Eis unter genügend großem Druck in jede beliebige Form zu pressen.

217. Erstarrung. Der Verflüssigung fester Körper bei Wärmeaufnahme steht gegenüber die Verfestigung flüssiger durch Wärmeabgabe. Die latente Wärme, die der Körper als flüssiger *besitzt*, gibt er wieder ab, wenn er fest wird, aber ohne dabei seine Temperatur zu erniedrigen — vorausgesetzt, daß für gleichmäßige Wärmeverteilung in der ganzen Masse gesorgt ist. Sein *Wärmeinhalt* nimmt ab, aber nicht seine Temperatur. — Die latente *Erstarrungswärme*, die beim Gefrieren des Wassers frei wird, ist die Ursache dafür, daß z. B. ein Gewässer (See, Fluß) nur *langsam* gefriert. Dadurch, daß ein Teil des Wassers erstarrt, wird so viel Wärme frei, daß der übrige Teil noch flüssig bleibt.

218. Auflösung eines festen Körpers. Lösungskälte. Ein fester Körper kann auch durch *Auflösung* in einem Lösungsmittel in einen flüssigen übergehen und ein flüssiger in einen festen durch *Auskristallisierung*. Wir sehen hierbei von solchen Fällen ab, in denen eine chemische Reaktion eintritt, wie z. B. bei der Auflösung von Eisen in Schwefelsäure, und halten uns nur an solche Fälle, in denen die Lösung so vor sich geht, wie z. B., wenn sich Zucker oder Kochsalz in Wasser löst (oder daraus kristallisiert). Um den festen Stoff in flüssigen überzuführen, ist auch hier Wärme, *latente*, erforderlich; man nennt sie *Lösungswärme*. Der Körper nimmt sie aus dem Lösungsmittel, aus seinem eigenen Wärmeverrat und aus dem der umgebenden Körper, und dadurch sinkt die Temperatur des Gemisches unter die Anfangstemperatur des Lösungsmittels und des zu lösenden Körpers, während die Lösung vor sich geht. Im allgemeinen sind die auftretenden Temperaturerniedrigungen gering; doch läßt sich z. B. durch Auflösen von Salmiak in Wasser eine Abkühlung von 18° erzielen.

Löst sich salpetersaures Ammoniak (NH_4NO_3) im gleichen Gewicht Wasser, so sinkt, wenn z. B. die Anfangstemperatur beider 10° C war, die Temperatur der Lösung ungefähr auf -15° C. Ähnlich wirken Gemische von festen Körpern, die *infolge* ihrer Mischung flüssig werden: Eis, mit Kochsalz gemischt (oder auch nur damit bestreut), schmilzt. Das Salz löst sich in dem Schmelzwasser und verursacht dadurch eine bedeutende Temperaturerniedrigung. Die Salzlösung selbst gefriert erst bei einer sehr viel niedrigeren Temperatur. (Anwendung zum Auftauen von Eis und Schnee auf den Straßenbahnschienen.) Ebenso wirken Schnee und Chlorkalium. In der Mischung sind wesentlich drei Bestandteile enthalten: Eis, wässrige Lösung des Salzes und festes ungelöstes Salz. Die Mischung ist bei 0° *nicht* im Gleichgewicht. Bei 0° nämlich verdampft das Eis viel stärker als das Wasser aus der Lösung, so daß sich Eis in Wasser umwandeln muß. Die hierzu nötige Wärme wird der ganzen Lösung entzogen. Sie kühlt sich so lange ab, bis sie eine Temperatur erreicht hat, bei der Eis und Lösung gleich stark verdampfen. Dann ist Gleichgewicht vorhanden. Würde die ganze Mischung auf eine noch tiefere Temperatur gebracht, so würde die Lösung stärker verdampfen als das Eis, und es müßte schließlich die ganze Mischung unter Wärmeentwicklung und gleichzeitigem Temperaturanstieg erstarren.

Die Erniedrigung des Gefrierpunktes, die eine Flüssigkeit durch die Auflösung eines in ihr löslichen Stoffes erfährt, erlaubt das Molekulargewicht des Stoffes zu ermitteln, denn es hat sich gezeigt, daß bei verdünnten Lösungen die Gefrierpunktserniedrigung proportional der Anzahl der gelösten Moleküle ist. [227.]. — Der Vergleich des Lösungsvorganges mit dem *Schmelzvorgange* dient der Anschaulichkeit. Aber richtiger ist es, das Auflösen mit dem *Verdampfen* in Parallele zu stellen; denn der *osmotische* Druck einer Lösung ist analog dem Druck eines Gases, wie VAN'T HOFF gezeigt hat. Wir kommen [227.] darauf zurück.

219. Auskristallisierung. Unterkühlung. Daß beim Auskristallisieren von festen Substanzen aus ihren Lösungsmitteln die *latent gewesene* Wärme wieder *frei* wird, ist nachweisbar, am leichtesten an „übersättigten“ Lösungen. Ein

Salz, das im Wasser löslich ist — am besten schwefelsaures Natron oder essigsaures Natron — ist in *heißem* Wasser in größeren Mengen *löslich* als in kaltem. Löst man so viel Salz in dem heißen Wasser, wie es aufnehmen kann, d. h. bis die Lösung „gesättigt“ ist, und kühlt man die Lösung ab, so ist sie *kalt* „übersättigt“. Es gelingt, wenn man Erschütterungen vermeidet und die Lösungen vor hereinfallendem Staub hütet, den übersättigten Zustand aufrecht zu erhalten und zu verhindern, daß das Salz bei der *allmählichen* Abkühlung *allmählich* auskristallisiert. Wird die *übersättigte* Lösung durch die geringste Erschütterung bewegt, so kristallisiert *plötzlich* die ganze Masse unter starker Temperatursteigerung. — Die Übersättigung einer Lösung findet ihr Analogon in der *Unterkühlung* einer Flüssigkeit: Man kann eine Flüssigkeit unter ihrem normalen Erstarrungspunkt abkühlen, ohne daß sie erstarrt, unter gewissen Vorsichtsmaßregeln Wasser z. B. bis weit unter 0° , ohne daß es gefriert (s. auch S. 247, unten). *Wenn* es dann plötzlich gefriert, z. B. durch Erschütterung des Gefäßes, so wird die latent gewesene Wärme plötzlich frei, und *nicht die ganze Masse* gefriert dann, sondern nur ein *Teil*, der Rest wird durch die frei werdende, latent gewesene Wärme des erstarrten Teils auf 0° erwärmt und wird flüssig erhalten.

Das Freiwerden latenter Wärme erklärt auch die Erwärmung beim Zusatz von Wasser zu gebranntem Gips, gebranntem Kalk, kalziniertem Kupfervitriol, kurz, zu allen Stoffen, die Wasser chemisch binden, in denen also das Wasser nicht flüssig existiert, sondern als *Bestandteil* eines *festen* Körpers. Bei der Bindung hört das Wasser auf, flüssig zu sein; es verliert seine latente Wärme, und *diese* Wärme ist beteiligt bei der Temperatursteigerung, wie z. B. beim Kalklöschchen (Verbindungswärme), oder beim Vermischen von entwässertem Kupfervitriol mit Wasser, das als *Kristallwasser* aufgenommen wird (Kristallisationswärme).

220. **Verwandlung des flüssigen Zustandes in den gasförmigen.** Ähnliche Erscheinungen wie bei der Verwandlung von festen Körpern in flüssige, treten bei der Verwandlung von flüssigen in gasförmige auf; hier wie dort gehen Volumenänderung, Temperaturänderung und molekulare Veränderung nebeneinander, bis beim *Siedepunkte* sich die molekulare Änderung charakteristisch äußert. Aber grundsätzlich unterscheiden sich der Verdampfungsvorgang und der Schmelzvorgang insofern, als die Verdampfung bei gegebenem Druck nicht nur bei einer bestimmten Temperatur, dem Siedepunkt, geschieht, sondern bei *allen* Temperaturen — allerdings dann nur an der *Oberfläche* und ohne wahrnehmbare Bewegung der Flüssigkeit: sie „verdunstet“. Aber wenn der Prozeß *lange* genug anhält, wird die *ganze* vorhandene Substanz durch „Verdunstung“ gasförmig. Es gibt auch *feste* Körper, die an der Oberfläche deutlich verdampfen und schließlich ganz gasförmig werden, z. B. Kampfer, Jod, Moschus, kohlen-saures Ammoniak, Eis. Ein Stück Eis im Freien verliert selbst bei strenger Kälte allmählich an Masse. Es besteht kein Zweifel, daß alle festen Körper Dämpfe abgeben, doch geschieht dies meist in sehr geringem Maße.

Für die *Siedetemperatur* einer Flüssigkeit (d. h. den Temperaturpunkt, bei dem sie nicht nur an der Oberfläche, sondern auch *im Innern* gasförmig wird, derart, daß der Dampfdruck der Flüssigkeit den von außen auf ihr lastenden Druck überwindet) gelten ähnliche Betrachtungen wie für die *Schmelztemperatur*. Die Siedetemperatur hängt nicht nur von der chemischen Art der Flüssigkeit ab, sondern auch von dem Druck auf die Flüssigkeit. (Wo vom Sieden, vom Dampfdruck einer Flüssigkeit usw. die Rede ist, ist hier immer nur *eine*, und zwar eine chemisch *reine* Flüssigkeit gemeint, ohne jeden Gehalt an Stoffen, die etwa darin löslich sind.) Ist die Temperatur der Flüssigkeit

bei einem gegebenen Druck auf dem Siedepunkt angelangt, so steigt sie trotz weiterer Wärmezufuhr nicht weiter, sondern die Wärme wird als *latente Verdampfungswärme* ganz und gar zur *Verwandlung* der Flüssigkeit in Dampf verwendet.

Der Druck, der auf der Flüssigkeit lastet, hemmt die Verdampfung; je *höher* er ist, desto *mehr* Wärme muß man der Flüssigkeit zuführen und desto höher die Temperatur steigern, um die Verdampfung einzuleiten. Erhöhung des Druckes bewirkt also bei allen Flüssigkeiten Erhöhung der Siedetemperatur. Unter der Siedetemperatur und unter der latenten Verdampfungswärme schlechtweg versteht man ihre Zahlenwerte bei dem Drucke *einer* Atmosphäre: die latente Verdampfungswärme gibt man dabei für 1 g der zu verdampfenden Substanz in cal an.

221. Sieden. Die folgenden Ausführungen beziehen sich hauptsächlich auf *Wasser* und *Wasserdampf*, weil ihr Verhalten typisch ist für das Verhalten der Flüssigkeiten und der Dämpfe überhaupt und weil sie uns am nächsten stehen.

Die Zuführung von Wärme zu Wasser (bei dem gewöhnlichen Kochprozeß) bewirkt zunächst, daß sich die *unteren* Schichten erwärmen und dadurch ausdehnen, also ihr spezifisches Gewicht kleiner wird. Infolgedessen steigen die Schichten, die anfangs zu unterst sind, bald in die Höhe und bewirken dadurch eine andauernde Zirkulation des Wassers, die zur Gleichmäßigkeit der Temperatursteigerung in der ganzen Wassermasse beiträgt. Allmählich bilden sich in der untersten Schicht am Boden des Gefäßes Blasen; sie sind von *Wasserdampf* erfüllt, und *das* bedeutet: die Wärme hat die Kohäsion der Wasserteilchen zum Teil überwunden. Sobald sich eine Blase gebildet hat, wird sie auch größer, und schließlich steigt sie vom Boden des Gefäßes empor; *das* bedeutet: sie hat den auf ihr lastenden Druck der über ihr stehenden Wassersäule und der auf die Oberfläche drückenden Atmosphäre überwunden. — In den oberen Schichten ist aber die Temperatur niedriger als in der Dampfblase; infolgedessen *kondensiert* sich der Dampf dort wieder zu *Wasser* (kondensiert erfüllt der Blaseninhalt aber einen kleineren Raum als zuvor, in den *frei* gewordenen Raum stürzen die durch die Blase getrennt gewesenen Wasserteilchen, dabei schlagen sie zusammen und rufen das „Singen“ hervor, das dem Kochen vorausgeht). Bei der Kondensation gibt die Dampfblase ihre latent gewesene Verdampfungswärme an das Wasser ab. Sie befördert teils *dadurch*, teils durch die Bewegung, die ihr Aufsteigen in dem Wasser hervorruft, die weitere Erwärmung der oberen Wasserschichten noch wirksamer, als es die Zirkulation der Wasserschichten tut. Am Ende sind alle Schichten heiß genug, um die aufsteigenden Dampfblasen unkondensiert passieren und durch die Oberfläche treten zu lassen. Die Dampfbildung in Blasen geht dann in der ganzen Masse unter „brodelnder“ Bewegung vor sich: das Wasser *siedet*. Die Dampfblasen zerplatzen und entleeren ihren Inhalt in die Luft, aber der Dampf ist unsichtbar. Erst in *einigem Abstände über dem siedenden Wasser* bildet sich ein Nebel. Er entsteht durch Kondensation des Dampfes (zu feinen Wassertröpfchen), weil die Temperatur dort nicht mehr hoch genug ist, um die *Dampf*form zuzulassen. Der sichtbare Nebel ist also nicht *Dampf*, sondern Wasser; allmählich vermischt er sich mit der Luft und verschwindet für das Auge.

Die Dampfblasen müssen, um aufsteigen zu können, den *ganzen* auf ihnen lastenden Druck überwinden. Daher hängt die Siedetemperatur der Flüssigkeit nicht nur von dem Druck auf die Oberfläche der Flüssigkeit ab, sondern auch von der Höhe der Wassersäule, deren Druck die aufsteigenden Blasen ja *auch* überwinden müssen. Sie hängt aber auch noch von anderem ab, namentlich

von dem Vorhandensein oder dem Fehlen von Luftbläschen und von der Beschaffenheit der Gefäßwände. Dagegen ist die Temperatur des *Dampfes*, der aus der *siedenden* Flüssigkeit aufsteigt, erfahrungsgemäß — bei gleichem Luftdruck auf die Oberfläche — immer dieselbe (RUDBERG) und von Nebenumständen viel unabhängiger als die Temperatur der siedenden *Flüssigkeit*, und sie stimmt daher im allgemeinen mit dieser *nicht* überein. Man definiert daher: Siedepunkt der *Flüssigkeit* ist die Temperatur des *Dampfes* der siedenden Flüssigkeit, wie ein Thermometer in dem *Dampfstrom* sie anzeigt. Den Siedepunkt des Wassers auf den Thermometerskalen fixiert man, während das Thermometergefäß (nicht in das siedende *Wasser* taucht, sondern) ganz von dem *Dampf*, der aus dem siedenden Wasser aufsteigt, umspült wird (Abb. 239). Dadurch ist die Siedetemperatur unabhängig von jenen Nebenumständen angebbar. Aber die Angabe ist wertlos ohne die Angabe des gleichzeitigen Barometerstandes, denn der Atmosphärendruck ist von entscheidendem Einflusse auf die Siedetemperatur. Siedet am Meeresspiegel das Wasser bei 100° , so siedet es z. B. auf dem St. Gotthard bei $92,9^{\circ}$. Dem niedrigeren Atmosphärendruck entspricht die niedrigere Siedetemperatur. — Unter dem Siedepunkt einer Flüssigkeit schlechtweg versteht man die Temperatur des Dampfes, der aus der siedenden Flüssigkeit unter einem Druck von 760 mm Quecksilber aufsteigt. Eine unter anderem Druck ermittelte Siedetemperatur muß man entsprechend korrigieren: dazu muß man aber die *Abhängigkeit* der Siedetemperatur von dem Druck *kennen*. Um diese Abhängigkeit zu verstehen, muß man gewisse Eigenschaften des Dampfes im Zusammenhang mit Druck und Temperatur kennen.

222. Siedepunkt. Abhängigkeit vom Druck. Sättigungsdruck. Wir knüpfen daran an, daß das Wasser unter niedrigerem Druck bei niedrigerer Temperatur siedet als unter höherem Luftdruck, und verkleinern den Luftdruck auf das Wasser, indem wir es unter die Glocke einer Luftpumpe bringen und die Luft wegpumpen. Wir können es dann bei jeder Temperatur *ohne* Wärmezufuhr zum Sieden bringen — lediglich dadurch, daß wir die auf die Oberfläche drückende Atmosphäre *weit genug verdünnen*. Hat das Wasser z. B. 10° C, so *siedet* es, wenn der Druck bis auf 9,21 mm Quecksilber gesunken ist. Sperrt man die Glocke gegen die Luftpumpe ab, so kocht das Wasser eine Zeitlang weiter. Dadurch *steigt* der Druck in der Glocke wieder, denn zu dem Drucke der noch vorhandenen *Luft* kommt nun der des *Wasserdampfes* hinzu; und schließlich, wenn der Druck eine gewisse Höhe erreicht hat, hört das Sieden auf.

Man wird einwenden: das Sieden müßte doch *sofort* wieder aufhören, sobald sich die ersten Dampfspuren entwickelt haben, weil ja der Druck dann *über* den Druck von 9,21 mm steigt, bei dem das Sieden überhaupt erst *beginnen* konnte. Dagegen ist zu sagen: Die *Luft* in der Glocke drückt zwar auch auf die Flüssigkeit, aber sie *verlangsam* die Dampfentwicklung nur. Sie hat jedoch gar keinen Einfluß auf die *Menge* des Dampfes, der sich entwickelt, und der schließlich, wenn das Sieden wieder aufhört, in der Glocke vorhanden ist. Es entwickelt sich *genau* so viel Dampf, wie wenn die Luft gar nicht vorhanden wäre, d. h. wie wenn der Raum über der Flüssigkeit vollkommen leer gewesen wäre; wir brauchen die Luft in der Glocke daher auch gar nicht zu beachten und nur den Druck des *Dampfes* zu berücksichtigen. Auch die Anwesenheit eines anderen Gases als Luft ändert hieran nichts, wenn nicht etwa eine *chemische* Einwirkung mitspielt, die wir hier aber ausschließen. Wir gehen auf diese von DALTON entdeckte Tatsache nicht weiter ein.

Die Größe des Druckes, den der Dampf schließlich ausübt, wenn das Sieden aufgehört hat, hängt *nur* von seiner Temperatur ab; nicht einmal eine Verkleinerung oder eine Vergrößerung des Dampfraumes hat darauf Einfluß. *Verkleinert* man den Dampfraum, so steigt nicht etwa der Dampfdruck, wie das bei einem Gase (BOYLESches Gesetz!) der Fall sein würde, sondern *die Menge des Dampfes verringert* sich, indem sich ein Teil davon zu Wasser „kondensiert“;

vergrößert man den Raum, so sinkt nicht etwa der Druck, sondern ein Teil der Flüssigkeit verdampft nun noch dazu und *vermehrte die Menge des Dampfes*, aber sein Druck bleibt *unverändert*. Nur muß man die Temperatur dauernd konstant erhalten: die durch die Kondensation *frei gewordene* (latent gewesene) Wärme muß man entfernen und die zur Verdampfung (bei der Raumvergrößerung) *nötige* Wärme von außen zuführen. Sonst wird im ersten Falle die Wärme an die Flüssigkeit abgegeben, die Temperatur also erhöht, im zweiten der Flüssigkeit entzogen, die Temperatur der Flüssigkeit also erniedrigt.

Mit anderen Worten: Der Raum, in den hinein die Flüssigkeit verdampfen kann, nimmt *bei der gerade herrschenden Temperatur*, solange der Dampf noch mit Flüssigkeit in Berührung ist, eine *bestimmte* Menge Dampf auf — nicht mehr und nicht weniger. Er „sättigt“ sich damit, solange noch Flüssigkeit vorhanden ist. Der Dampf selbst, der im Gleichgewichtszustand den Raum erfüllt, während er noch mit Flüssigkeit in Berührung ist, heißt *gesättigter Dampf*. Verkleinert man den Druck auf die Flüssigkeit, indem man z. B. den Dampfraum für einen Augenblick wieder mit der Luftpumpe verbindet, so beginnt das Kochen von neuem und hört wieder auf, sobald der frühere Dampfdruck wieder erreicht ist, der Raum sich also aufs neue mit Dampf gesättigt hat. Dampf und Flüssigkeit sind „im Gleichgewicht“, solange der Raum außerhalb der Flüssigkeit mit Dampf gesättigt ist: der Dampf den „Sättigungsdruck“ hat. Die geringste Abweichung von dem Gleichgewicht verwandelt Flüssigkeit in Dampf oder verwandelt Dampf in Flüssigkeit.

Für jede *Temperatur* hat der *Sättigungsdruck* eine bestimmte Größe. Sie ist für Wasser von

0°	0,006	Atmosphären	60°	0,197	Atmosphären
10°	0,012	„	70°	0,307	„
20°	0,023	„	80°	0,467	„
30°	0,042	„	90°	0,692	„
40°	0,073	„	100°	1,000	„
50°	0,122	„			

Damit der Dampf aus einer Flüssigkeit in Blasen — in denen er natürlich gesättigt ist — austreten kann, darf der Druck auf die Flüssigkeit offenbar nicht *größer* sein, als der Druck des gesättigten Dampfes bei dieser Temperatur ist, und der Raum außerhalb darf nicht schon *vorher* mit Dampf *gesättigt* sein. Bei der als Beispiel gewählten Temperatur von 10° ist der Sättigungsdruck 0,012 Atm. oder 9,21 mm Quecksilber; solange der Druck auf die Flüssigkeit *größer* war, konnte der Dampf nicht Blasen bilden und nicht durch die Oberfläche austreten; erst bei 9,21 mm Druck wurde das möglich. *Dann* dauert das Sieden solange, bis sich der Raum mit Dampf gesättigt hat, da ja die Anwesenheit der Luft das nicht hindert (nach der molekularen Theorie der Verdampfung geht trotz der Sättigung die Dampfbildung weiter, aber parallel damit und *gleichzeitig Kondensation*, so daß die Menge der Flüssigkeit sich nicht ändert), und der Sättigungszustand ist erreicht, wenn der Dampf im Rezipienten den Druck von 9,21 mm erreicht hat.

Wir sehen also eine scharf ausgeprägte Beziehung zwischen der *Siedetemperatur* (bei einem bestimmten Druck) auf der einen Seite und dem *Druck* des *gesättigten* Dampfes auf der anderen: damit die Flüssigkeit bei einer bestimmten Temperatur siede, darf der Druck *auf sie* nicht größer sein als der Druck, den ihr gesättigter *Dampf* von derselben Temperatur *ausübt*. Die *Definition der Siedetemperatur* in ihrer Abhängigkeit vom Druck ist demnach: Siedepunkt einer *Flüssigkeit unter einem bestimmten Druck* ist die Temperatur, bei der ihr *gesättigter Dampf denselben Druck* hat, unter dem die Flüssigkeit steht.

Die Tabelle gibt den so definierten Siedepunkt einiger Stoffe unter dem Druck von 760 mm Quecksilber.

°C		°C	
Helium	-268,9	Alkohol	78
Wasserstoff	-252,8	Benzol	80
Stickstoff	-195,8	Wasser	100,00
Sauerstoff	-183,00	Terpentinöl	159
Stickoxydul	- 90	Anilin	184
Kohlensäure	- 78	Naphthalin	218,0
Ammoniak	- 33	Quecksilber	357
Schweflige Säure	- 10	Schwefel	445,6
Äther	34,5	Zink	906
Schwefelkohlenstoff	46	Kupfer	2300
Chloroform	62		

Die folgende Tabelle enthält für Wasser die Siedetemperatur bei *kleinerem* Druck als 760 mm Quecksilber oder, was dasselbe bedeutet, den *Sättigungsdruck* des Wasserdampfes bei Temperaturen unter 100°.

223. Dampfdruckmessung, Thermometrische Höhenmessung. Man unterscheidet im allgemeinen zwei Methoden zur Bestimmung des

Temperatur °C	Sättig.-Dr. mm	Temperatur °C	Sättig.-Dr. mm	Temperatur °C	Sättig.-Dr. mm
0	4,58	35	42,18	70	233,7
5	6,54	40	55,3	75	289,1
10	9,21	45	71,9	80	355,1
15	12,79	50	92,5	85	433,6
20	17,54	55	118	90	525,8
25	23,76	60	149,4	95	633,9
30	31,82	65	187,5	100	760,0

Sättigungsdruckes: die dynamische und die statische. Bei der dynamischen heizt man die unter Druck stehende Flüssigkeit so hoch, daß der Dampf in Blasen aus ihr aufsteigt, sie also regelrecht siedet. Man mißt bei gegebenem Druck die Siedetemperatur. Bei der statischen Methode bringt man die Flüssigkeit in einen Raum gegebener Temperatur, der keinerlei andere Substanz enthält, so daß der in ihm herrschende Druck also lediglich von dem Dampf der Flüssigkeit herrührt. Beobachtet wird die Höhe des Druckes bei gegebener Temperatur. Da zu jeder Temperatur ein bestimmter Sättigungsdruck und zu jedem Sättigungsdruck eindeutig eine bestimmte Temperatur gehören, so müssen beide Methoden unter entsprechenden Bedingungen zu dem gleichen Ergebnis führen.

Man kann Wasser im Rezipienten einer Luftpumpe unter stark verminderten Druck, z. B. 9,2 mm Quecksilber, bringen und dann die Temperatur der Flüssigkeit oder besser der aus ihr aufsteigenden Dämpfe messen. Man wird bei dem genannten Druck dann 10° finden. Andererseits kann man eine gewisse Wassermenge in einen sonst völlig leeren Raum bringen, dessen Temperatur einen bestimmten Wert besitzt, dementsprechend sich der Dampfdruck über dem Wasser dann einstellt. Besonders geeignet zur Bestimmung des Sättigungsdruckes nach der statischen Methode ist das von DALTON eingeschlagene Verfahren. Man bringt (Abb. 256) etwas von der zu untersuchenden Flüssigkeit in das Vakuum einer TORRICELLISCHEN Röhre *A*, indem man sie in das Quecksilber mit einer gebogenen Pipette einführt und darin aufsteigen läßt. In dem Raum über dem Quecksilber verdampft so viel davon, wie zu seiner Sättigung nötig ist. Der

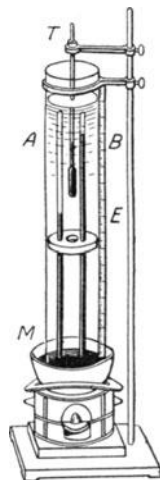


Abb. 256.
Zur Messung des Druckes des gesättigten Wasserdampfes bei Temperaturen unter 100° C.

Dampf drückt das Quecksilber (und die übrigbleibende Flüssigkeit) in dem Rohre hinab. Die Anzahl Millimeter, die er es hinabdrückt, gibt den Sättigungsdruck des Dampfes in „Millimeter Quecksilber“ an bei der Temperatur, die das Thermometer T gerade anzeigt. B ist ein Barometer. Bei 10° beträgt die Depression der Quecksilbersäule z. B.:

für Wasser	9,2 mm
„ Alkohol	24,4 „
„ Äther	433,0 „

Um den Dampfdruck bei verschiedenen Temperaturen zu messen, umgibt man (REGNAULT) den oberen Teil des Rohres mit einem Flüssigkeitsbade von der beabsichtigten Temperatur. Je nach der Temperatur entsteht dann über dem Quecksilber die der Sättigung entsprechende Dampfmenge mit dem der Temperatur entsprechenden „Sättigungsdruck“.

Bei dem Siedepunkt — der Definition nach ist er ja die Temperatur, bei der der Sättigungsdruck *gleich* dem Atmosphärendruck ist — drückt der Dampf die Säule bis zum Spiegel des Quecksilbers außerhalb der Röhre hinab. (Für Temperaturen *über* dem Siedepunkt versagt die Methode also.) Der Dampf hält dann einer Quecksilbersäule von derselben Höhe das Gleichgewicht, der der *Atmosphärendruck* das Gleichgewicht hält, man sagt darum: Wasserdampf von 100° hat den Druck *einer Atmosphäre*. Da der normale Druck der Atmosphäre einer Quecksilbersäule von 760 mm das Gleichgewicht hält, so nennt man einen *Dampfdruck*, der einer 760 mm hohen Quecksilbersäule das Gleichgewicht hält, „eine Atmosphäre“, und entsprechend einen Dampfdruck von 1520 mm einen Druck von 2 Atmosphären usw. — REGNAULT benutzte zur Messung des Wasserdampfdruckes bis zu 230°C eine Versuchsanordnung, die im wesentlichen ein Gegenstück ist zu dem S. 243, Mitte, beschriebenen Versuch: Er übte mit einer Kompressionspumpe einen Druck von gegebener Größe auf die Wasseroberfläche aus und maß die *Temperatur* des Dampfes, der aus dem unter *diesem* Druck siedenden Wasser aufstieg. Das Manometer war U-förmig und mit Quecksilber gefüllt; das Quecksilber des *einen* Schenkels stand unter dem Druck der atmosphärischen Luft, das des anderen unter demselben Drucke, unter dem das Wasser stand. Bei 760 mm Höhenunterschied liegt der Siedepunkt bei 100° , bei 1520 mm bei $120,5^\circ$. Das heißt: Der gesättigte Wasserdampf von $120,5^\circ$ hält einer 1520 mm hohen Quecksilbersäule das Gleichgewicht, übt also

einen Druck von 2 Atmosphären aus. Einen höheren Druck als 760 mm gibt man gewöhnlich nicht in „Millimeter Quecksilbersäule“ an, sondern in „Atmosphären“.

Temperatur ° C	Sättig.-Dr. Atm.	Temperatur ° C	Sättig.-Dr. Atm.	Temperatur ° C	Sättig.-Dr. Atm.
100	1,00	200	15,34	300	84,80
120	1,96	220	22,89	320	111,46
140	3,57	240	33,03	340	144,24
160	6,10	260	46,31	360	184,13
180	9,90	280	63,31	374	217,80

Über 374° ist Wasser selbst bei höchstem Druck nicht als Flüssigkeit existenzfähig. Darum kann es über dieser Temperatur (kritische Temperatur) auch keinen Siedepunkt des Wassers mehr geben.

Der Sättigungsdruck des Wasserdampfes ist für einen großen Temperaturbereich genau bekannt; aus den Tabellen erfährt man also, wie groß der Sättigungsdruck ist, der einer *beobachteten* Siedetemperatur entspricht. Andererseits weiß man: der Sättigungsdruck des Dampfes ist gleich dem Druck auf die Wasseroberfläche. Man kann also aus der beobachteten Siedetemperatur den Druck ermitteln, der auf die Wasseroberfläche wirkt. Mit anderen Worten: Kocht

Wasser in einem offenen Gefäß, und mißt man die Siedetemperatur, so kann man aus den Tabellen ablesen, *wie hoch* der Luftdruck ist, unter dem das Wasser gerade siedet, d. h. man kann das Thermometer als *Barometer* benützen. Siedet das Wasser am Fuße eines Berges z. B. bei 98° und ergibt eine gleichzeitige Beobachtung auf dem Gipfel 95° , so findet man aus den Tabellen die Angaben, die man zur barometrischen Höhenmessung des Berges braucht. Die Instrumente zur Höhenmessung aus Siedepunktbeobachtungen, die *Hypsothermometer*, haben im wesentlichen die in Abb. 257 dargestellte Form. Sie sind meist nur von 80° bis 100° in sehr kleine Bruchteile eines Grades geteilt; zu ihrer Anwendung hat man Tabellen berechnet, die die Dampfspannung für jedes Zehntel eines Grades enthalten. Die Abnahme der Siedetemperatur um 1° entspricht ungefähr einer Druckänderung um 27 mm, d. h. einer vertikalen Erhebung *etwa* um 290 m.

224. Siedeverzug. Von dem Drucke, unter dem das Wasser siedet, hängt seine *Siedetemperatur* ab, daher auch der Nutzen, den das *siedende* Wasser für solche Prozesse hat, für die es eine *bestimmte Temperatur* haben muß. So z. B. für die Extraktion von Pflanzen- und Tierstoffen, bei der Leimsiederei, für das Garkochen von Nahrungsmitteln, z. B. auch, um Tee, Kaffee u. dgl. zu bereiten usw. Um den Siededruck und somit die Siedetemperatur des Wassers zu erhöhen, benützt man den PAPINSCHEN Dampfkochtopf, ein starkwandiges, allseitig fest verschließbares Gefäß, in dem man das Wasser unter dem Druck seines gesättigten Dampfes auf die beabsichtigte Temperatur bringen kann.

Die Siedepunkte der Tabelle (S. 245) bedeuten die Temperatur, die ein von dem *Dampf* umspültes Thermometer anzeigt. Daß die Temperatur der *siedenden Flüssigkeit* nicht für ihren Siedepunkt maßgebend ist, zeigt schon der Einfluß, den das Vorhandensein oder das Fehlen der Luft, überhaupt eines Gases in der Flüssigkeit auf seine Siedetemperatur hat. Enthält eine Flüssigkeit gar keine Gasspuren und wird sie in einem Gefäß erhitzt, an dessen Wänden sie stark adhärirt, so *verzögert* sich die Bildung von Dampfblasen in ihr sehr lange. Ihre Temperatur kann dann *weit über* den normalen Siedepunkt steigen, ohne daß sie zu sieden beginnt (*Siedeverzug*). Beginnt es schließlich, so geschieht es plötzlich stürmisch, unter starkem „Stoßen“ der Flüssigkeit. „Die höchste Temperatur, auf die Wasser unter Atmosphärendruck gebracht werden kann, ohne zu sieden, ist nicht genau bekannt, denn jede Verbesserung in den Vorkehrungen, Luft usw. daraus zu beseitigen, hat es ermöglicht, flüssiges Wasser auf eine höhere Temperatur zu bringen. Bei einer von DUFOUR stammenden Versuchsanordnung wird das Wasser, anstatt mit der Gefäßwand in Berührung gebracht zu werden, in ein Gemisch von Leinöl und Nelkenöl getropft, das nahezu dieselbe Dichte wie das Wasser hat. Bisweilen können Wassertropfen in diesem Gemisch bei 180° C beobachtet werden.“ (MAXWELL.)

225. Destillation. Da man die Flüssigkeiten durch *Wärmezufuhr* in *Dämpfe* verwandeln und die Dämpfe durch *Wärmeentziehung* in *Flüssigkeiten* zurückverwandeln kann, kann man durch genügend hohe Wärmezufuhr Flüssigkeiten von festen Körpern *trennen*, z. B. solchen, die in ihnen aufgelöst sind (wie Salz in Wasser); und da ferner die verschiedenen Flüssigkeiten im allgemeinen bei *verschiedenen* Temperaturen sieden, ist es möglich, durch Wärmezufuhr die in einem Flüssigkeitsgemenge enthaltenen *Flüssigkeiten* voneinander zu trennen,

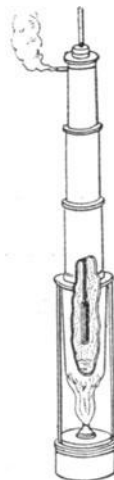


Abb. 257. Thermometer zur barometrischen Höhenmessung (Hypsothermometer).

indem zuerst die am frühesten siedenden Flüssigkeiten zu Dampf werden und die schwer verdampfbareren je nach der Höhe ihres Siedepunktes nachfolgen. Der Prozeß zu dieser Trennung heißt *Destillation*. Zu seiner Ausführung sind im wesentlichen drei Teile erforderlich (Abb. 258): 1. über einer Wärmequelle ein

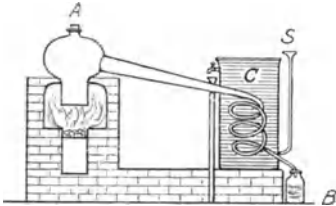


Abb. 258. Destilliervorrichtung.

Gefäß *A* zur Aufnahme des Gemisches, die *Retorte*; 2. ein Gefäß *B* zur Aufnahme der abdestillierten Flüssigkeit, die *Vorlage*; 3. ein Verbindungsstück *C*, in dem die aus der Retorte aufsteigenden Dämpfe zu der Vorlage hinströmen und in dem sie durch Abkühlung von außen flüssig werden, der *Kühler*.

Die Temperatur eines *Flüssigkeitsgemenges* (einer Lösung), die zur Einleitung des Destillierprozesses erforderlich ist, hängt von der Natur der Flüssigkeiten und von ihrem Mischungsverhältnis in dem Gemenge ab (von der *Konzentration* der Lösung). Ein Gemisch von Wasser und Alkohol kocht bereits bei 83° , wenn es 66% Alkohol enthält, und erst bei 90° , wenn es nur 10% enthält. Wasser mit 8% Kochsalz kocht bei 101° , und mit 40% erst bei 108° usw. Während des Destillierens verändert sich die Zusammensetzung der Flüssigkeit in der Retorte: Eine Lösung wird im allgemeinen konzentrierter und ein Gemenge immer ärmer an leichter verdampfbarer Flüssigkeit — die Temperatur, bei der das Destillieren vor sich geht, steigt daher. — Bei der Destillation eines Flüssigkeitsgemenges *siedet* wahrscheinlich zunächst zwar nur der leichter verdampfbare Gemengteil, er reißt aber auch von dem schwerer verdampfbareren Teile mit sich, so daß sich in der Vorlage eine Flüssigkeit ansammelt, die zwar hauptsächlich aus der flüchtigeren Flüssigkeit besteht, aber auch viel von der schwerer verdampfbareren enthalten kann. — Wichtig ist der Destillationsprozeß für die Spiritusfabrikation, für die Teerindustrie u. a., deren Destillierapparate ganz besondere Konstruktionen erfordern (Kolonnenapparate).

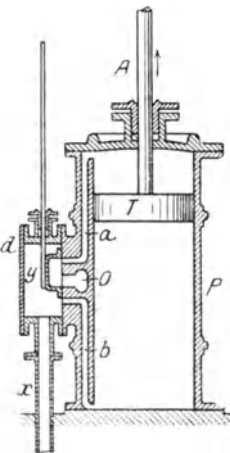


Abb. 259. Zylinder einer Dampfmaschine.

226. Kolbendampfmaschine. Dampfturbine. Der große Druck, den Wasserdampf bei genügend hoher Temperatur ausübt, und durch den er große Widerstände überwindet, um sich auszudehnen, wird in der *Dampfmaschine* nutzbar gemacht. Derjenige Teil der Dampfmaschine, in dem der Druck des Dampfes unmittelbar die beabsichtigte, zu einer Arbeitsleistung erforderliche Bewegung einleitet, ist (Abb. 259) der *Dampfzylinder P*. In ihm läßt sich ein *Kolben T*, luftdicht in ihm eingepaßt, hin und her schieben. In den Zylinder strömt der Dampf von dem *Dampfkessel* her; und vermöge des Druckes, den er auf die ihn einschließenden Wände, also auch auf den *bewegbaren* Kolben einseitig ausübt, verschiebt er den Kolben; die Bewegung des Kolbens überträgt sich durch die Kolbenstange *A* auf andere bewegbare Maschinenteile und weiter dorthin, wo die Maschine die Arbeit leisten soll.

Der Kolben kann sich natürlich nur solange in derselben Richtung verschieben, bis er an einem Ende des Zylinders angekommen ist (Kolbenhub); damit die Bewegung der Maschine andauere, muß man ihn zu dem anderen Ende des Zylinders zurückbringen und ihn

dauernd hin und her schieben. Zu diesem Zwecke muß man den Dampf bald von der einen, bald von der anderen Seite her auf ihn wirken lassen. Um die Vorrichtung hierzu zu erläutern, beschreiben wir einen vollen Hin- und Hergang des Kolbens. Der Dampf strömt aus dem Dampfkessel mit dem Dampfkesseldruck durch das Rohr x in den *Schieberkasten* d , von dem aus zwei Kanäle in den Zylinder führen, a am oberen, b am unteren Ende. Jeder der Kanäle dient *abwechselnd* als *Einführungskanal* für den *frischen* Dampf, der in den Zylinder *eintreten* soll, und als *Ausführungskanal* für den *abgearbeiteten* Dampf, der aus dem Zylinder — und durch den Ausführungskanal, dessen Mündung man bei o sieht — hinausgeführt werden soll; d. h. während der eine als Einführungskanal für den frischen Dampf dient, dient der andere *gleichzeitig* als Ausführungskanal für den abgearbeiteten. Von den Kanälen a und b findet der aus dem Kessel kommende Dampf in d stets nur *einen* offen; in der Zeichnung den Kanal b , und durch diesen strömt er in den Zylinder, um den Kolben in die Höhe zu schieben. Der andere Kanal ist gegen den Frischdampf durch den *Schieber* y abgeschlossen, kommuniziert aber mit dem bei o mündenden Kanal, so daß während der Aufwärtsbewegung des Kolbens der abgearbeitete Dampf durch den Kanal a und durch die Kanalöffnung o aus dem Zylinder ausströmen kann. Während aber der *Kolben* sich nach *oben* verschiebt, verschiebt sich der *Schieber* y nach *unten*, und wenn der Kolben oben angekommen ist, steht der Schieber so, daß der Kanal a für den *frischen* Dampf offen und der Kanal b mit dem bei o mündenden Kanal verbunden ist. Jetzt strömt der frische Dampf *oben* ein, und der Kolben geht nach *unten*; der abgearbeitete Dampf strömt *unten* aus, und der Schieber bewegt sich mittlerweile wieder nach *oben* usw.

Die Kraft, die den Kolben hin und her schiebt, hängt offenbar ab von der Differenz zwischen dem Druck des frischen Dampfes auf der einen und dem Druck des abgearbeiteten auf seiner anderen Seite. Läßt man den abgearbeiteten Dampf ins Freie gehen (Auspuffmaschine), so wirkt auf diese Seite des Kolbens der Atmosphärendruck. Drückt also der frische Dampf z. B. mit 2 Atmosphären, so beträgt der *Überdruck* nur 1 Atmosphäre, weil auf der Seite des abgearbeiteten Dampfes ein Druck von 1 Atmosphäre wirkt. Um den Überdruck zu *vergrößern*, läßt man bei gewissen Maschinen (Kondensationsmaschinen) den Dampf nicht ins Freie gehen, sondern in einen Raum (Kondensator), in dem er durch Abkühlung zu Wasser kondensiert wird. Dadurch wird auf derjenigen Kolbenseite, von der der abgearbeitete Dampf herkommt, der Druck so niedrig, daß der *Überdruck* des frischen Dampfes fast um 1 Atmosphäre größer wird. — Es ist hier Gelegenheit, den theoretisch möglichen Nutzeffekt der Maschine — aber nur des Zylinders der Maschine! — bei der Verwandlung von Wärme in Arbeit zu erläutern. Der Nutzeffekt, d. h. das Verhältnis der zur Arbeitsleistung im Zylinder aufgewendeten Wärme zu der von ihm wirklich geleisteten Arbeit, ist, falls der Prozeß unter den idealen Bedingungen eines CARNOTSchen Prozesses (S. 207) abläuft, $\frac{T_1 - T_2}{T_1}$, wo T_1 die Temperatur der Wärmequelle (hier des Kesseldampfes) und T_2 die des Kondensators ist (S. 207). Die Temperaturen sind Grade der absoluten Temperaturskala, d. h. die um 273 vermehrten Grade der gewöhnlichen Celsiusskala; der Bruch wird dadurch $\frac{273 + t_1 - (273 + t_2)}{273 + t_1}$,

wo t_1 und t_2 Grad Celsius in der gewöhnlichen Zählung bedeuten.

Angenommen, der Dampf habe, gesättigt, anfangs einen Druck von 5 Atmosphären, komme also mit 152°C in den Zylinder, und der Kondensator werde dauernd

auf 40° erhalten, so ist der *theoretische* Nutzeffekt des Dampfzylinders dieser Maschine gleich

$$\frac{273 + 152 - (273 + 40)}{273 + 152} = \frac{112}{425}, \text{ d. h. ungefähr } 26\%.$$

Also selbst wenn diese Maschine *vollkommen* wäre und den Forderungen an einen idealen CARNOTSchen Prozeß genüge, würden nur 26% der Wärme in dem Zylinder in Arbeit verwandelt werden, 74% dagegen für sie verloren sein. Dieser theoretische Nutzeffekt wird aber bei weitem nicht erreicht (Verluste durch Reibung, durch Wärmestrahlung u. dgl.). Aus der Betrachtung ist ersichtlich, daß der Nutzeffekt um so größer ist, je höher bei gleichbleibender Temperatur des Kühlers die Temperatur des Dampfes gesteigert wird.

Um den Druck des Dampfes vollkommen auszunützen, läßt man in gewissen Maschinen nicht *während der ganzen Zeit*, die der Kolben gebraucht, um den Zylinder ganz zu durchlaufen, den Dampf in den Zylinder treten, sondern man *unterbricht* den Dampfzufluß, wenn der Kolben einen Teil des Weges zurückgelegt hat. Unter dem Drucke des bis zu diesem Moment in den Zylinder geströmten und *sich nun ausdehnenden* Dampfes legt der Kolben den *Rest* des Weges zurück (Expansionsmaschinen). — Der aus dem Zylinder *austretende* Dampf hat noch einen hohen Druck, kann sich also noch *weiter* ausdehnen, d. h. noch weiter Arbeit leisten. Man läßt ihn deswegen in gewissen Maschinen, die *ohne* Kondensator arbeiten, in einen zweiten Zylinder treten, um die vom ersten geleistete Arbeit zu unterstützen (Kompound- oder Verbundmaschine); oft wird der aus dem zweiten

Zylinder kommende Dampf noch in einen dritten geleitet (Dreifachverbundmaschinen), bisweilen sogar in einen vierten (Vierfachverbundmaschinen). Man hat Dampfmaschinen bis 20 000 Pferdestärken Leistung gebaut.

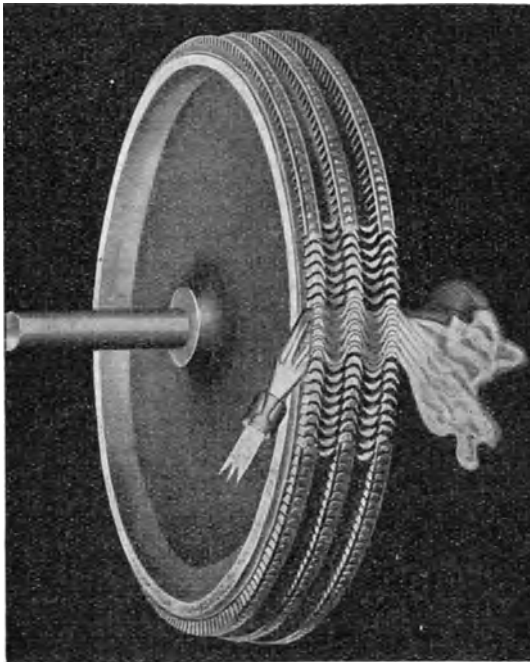


Abb. 260. Dreikränziges CurtISRad (man zählt nur die Anzahl der *Lauf*räder).

Die Umwandlung der Hin- und Herbewegung des Kolbens in die Drehbewegung des Schwungrades verursacht allerlei Nachteile: eine gewisse Ungleichförmigkeit des Ganges, zusammenhängend hiermit Vibrationen, deren Milderung schwere Schwungräder und Fundamente und daher sehr großen Raum bei einigermaßen großer Leistung fordert u. dgl. mehr. Diese Nachteile sind vermindert, ja zum Teil beseitigt, in der *Dampfturbine*: hier gibt es keine Hin- und Herbewegung, sondern nur Drehbewegung. Dieser Umstand erweist sich besonders nützlich, wenn mit der Turbine eine Dynamomaschine (Turbodynamo) getrieben werden soll. Es gibt bereits Turbodynamos von 75 000 Pferdestärken-Leistung. Die Vermeidung hin und her gehender Maschinenteile hat der Dampfturbine im Kraftmaschinenbau heute wohl die erste Stelle verschafft.

In der Dampfmaschine geschieht die Umwandlung der inneren Energie des Dampfes durch Druck auf die Kolbenfläche, in der Dampfturbine dadurch,

daß sich die Druckenergie in Geschwindigkeitsenergie verwandelt. Die Geschwindigkeit bekommt der Dampf dadurch, daß er als Dampf höherer Spannung, z. B. 20 Atm., durch eine Düse von bestimmter Form in einen Raum niederer Spannung, z. B. 0,05 Atm. — im Kondensator mit 95% Vakuum — strömt.

Die Form der Düse bestimmt sich dadurch (Abb. 260), daß sie sich bis zu der Stelle an der der Dampf die „kritische“ Geschwindigkeit erreicht hat, verengt, und sich dann, entsprechend seiner Druckabnahme und seiner Geschwindigkeitszunahme, erweitert. Die kritische Geschwindigkeit ist die Geschwindigkeit, die der Schall in dem betreffenden Medium — hier: im Dampf — hat. Die in der Düse erzielbare Geschwindigkeit ist abhängig von der Temperatur des Dampfes vor der Düse und dem Verhältnis des Druckes vor zu dem hinter der Düse. Die in den Schaufeln ausgenützte Energie ist um so größer, mit je kleinerer Geschwindigkeit der Dampf die Turbine verläßt. Um die Auslaßenergie möglichst klein zu machen, kann man den aus einem Schaufelrad (Laufrad) austretenden Dampf in einem feststehenden (an dem Gehäuse befestigten) Schaufelkranz (Leitapparat) auffangen — und so umlenken, daß er dieselbe Richtung bekommt wie bei seiner *Einströmung* in das erste Schaufelrad, und dann den Rest

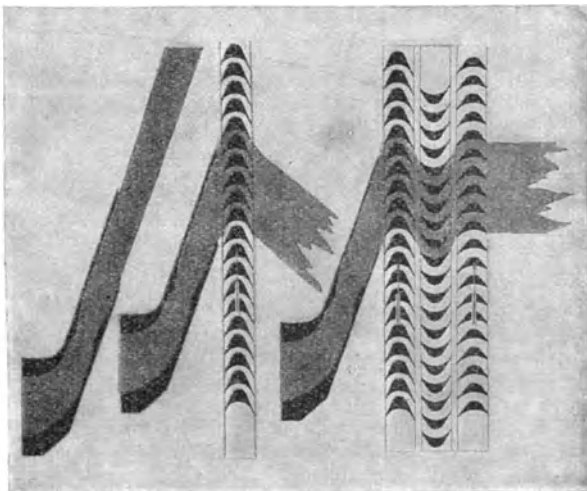


Abb. 261. Zweikrängiges Curtisrad.

seiner Geschwindigkeitsenergie in einem zweiten, dritten, vierten Rade stufenweise an die Schaufeln abgibt. Die Abb. 261 zeigt eine Anordnung mit zwei Geschwindigkeitsstufen (Curtisrad). Man kann den Auslaßverlust auch verringern, indem man das Druckgefälle pro Stufe so klein bemißt, daß die dadurch erzielte Geschwindigkeit in *einem* Schaufelkranz ausgenützt wird. Da man ein gegebenes Druckgefälle (z. B. von 20 auf 0,05 Atm. — 95% Vakuum) verwerten muß, so muß man mehrere

Druckabstufungen vorsehen. Meist verbindet man beide Verfahren. Abb. 262 zeigt diese Arbeitsweise. Der Dampf geht aus dem Curtisrade (links) in den vielstufigen Niederdruckteil (rechts) und verläßt die Maschine nach möglichst vollständiger Umsetzung

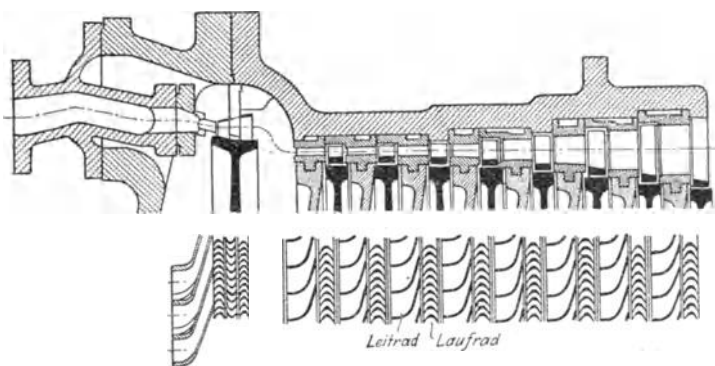


Abb. 262. Dampfturbine mit einem zweistufigen Curtisrade (links) und einem vielstufigen Niederdruckteile (rechts).

seiner Energie in mechanische Arbeit. — Die erzeugte Leistung ist bedingt durch die Geschwindigkeit, mit der der Dampf tangential in das Schaufelrad der Turbine eintritt, und durch die Umfangsgeschwindigkeit der Schaufeln selbst.

227. Lösungen. Dampfdruckerniedrigung. Siedepunkterhöhung. Gefrierpunkt-erniedrigung. Wir haben bisher stets vom Dampfdruck, vom Siedepunkt, vom Gefrierpunkt einer Flüssigkeit gesprochen, die chemisch *rein*, also auch nicht durch die Aufnahme eines in ihr löslichen festen Körpers verändert ist. Dampfdruck, Siedepunkt und Gefrierpunkt der *Lösungen* beanspruchen aber besonderes Interesse, weil sie für das *Wesen* der

Lösung charakteristisch sind. Der Gegenstand gehört der physikalischen Chemie an und kann nur dort erschöpfend behandelt werden. Indes hat er so große Bedeutung gewonnen, daß die Darstellung seiner Grundzüge auch hier unerläßlich ist.

Wir haben gesehen: der gesättigte Dampf einer Flüssigkeit hat bei einer gegebenen Temperatur einen Druck von einer gewissen Größe, ferner die Flüssigkeit siedet unter dem Druck einer Atmosphäre bei einer gewissen Temperatur, und sie erstarrt bei einer gewissen Temperatur. Aber Dampfdruck, Siedetemperatur und Gefrieretemperatur einer Flüssigkeit ändern sich, wenn die Flüssigkeit einem festen (in ihr löslichen) Körper als Lösungsmittel dient. Die Änderungen zeigen sich in folgendem: 1. der gesättigte Dampf über der *Lösung* hat einen *geringeren* Druck als der gesättigte Dampf bei gleicher Temperatur über dem reinen Lösungsmittel hat; 2. die Lösung siedet erst bei einer *höheren* Temperatur, und 3. sie erstarrt erst bei einer *niedrigeren* Temperatur, als es das *reine* Lösungsmittel tut. Alle diese Veränderungen hängen quantitativ von der in Lösung befindlichen Menge des Stoffes — kurz, der *Konzentration* der Lösung ab. Im allgemeinen ist die Siedepunkterhöhung, und ebenso die Gefrierpunktniedrigung (wenigstens bei nicht sehr starken Lösungen) der Konzentration proportional, z. B. bei einer 2 proz. Zuckerlösung doppelt so groß wie bei einer 1 proz. unter sonst gleichen Verhältnissen. — Die Anwesenheit des gelösten Stoffes beeinflusst die thermischen Verhältnisse der Lösung: beim Sieden einer Lösung verdampft ja im allgemeinen nur das Lösungsmittel, und beim Gefrieren friert im allgemeinen nur das Lösungsmittel aus. Die Lösung wird also in dem Maße, in dem beide Prozesse weiterreiten, d. h. Lösungsmittel durch Verdampfen oder durch Erstarren verschwindet, *konzentrierter*; die Molekeln des gelösten Körpers werden daher auf eine kleinere Flüssigkeitsmenge beschränkt, d. h. auf einen kleineren Raum *zusammengedrängt*, und dem setzen sie einen Widerstand entgegen, zu dessen Überwindung Arbeit erforderlich ist, die hier als *Wärme* verbraucht wird. Der Aufwand an der zu dieser besonderen Arbeitsleistung erforderlichen Wärme war beim Versieden und beim Gefrieren des *reinen* Lösungsmittels nicht notwendig. — Worin besteht der Widerstand, den die Molekeln ihrer *Zusammendrängung* entgegensetzen? Wir wissen schon (S. 163): Der gelöste Körper strebt, sich in dem ganzen vorhandenen Lösungsmittel gleichmäßig *auszubreiten*, und übt einen *Druck* aus, ungefähr so wie ein Gas, das sich auszudehnen bestrebt. — Die *Analogie* zwischen dem *osmotischen* Druck und dem Druck eines Gases ist aber *nicht etwa nur äußerlich*. Nach VAN'T HOFF ist der aufgelöste Körper in Molekeln gespalten. Um zu zeigen, worauf sich diese Anschauung stützt, erinnern wir noch einmal an das von BOYLE und GAY-LUSSAC aufgestellte Gesetz für die Beziehung zwischen Volumen, Druck und Temperatur eines Gases, und zwar in der bequemeren Form (S. 170, unten): $pv = 0,0820 T$ Liter-Atmosphären.

228. Der osmotische Druck verdünnter Lösungen und die Gasgleichung. Dieselbe Gleichung gilt, wie VAN'T HOFF an einer langen Reihe von Messungen gezeigt hat, *auch für die Lösungen*, wenn man für p den osmotischen Druck setzt (in Atmosphären), für T die Temperatur der Lösung (vom absoluten Nullpunkt an gemessen) und für v dasjenige Volumen der Lösung (in Liter), das bei der herrschenden Konzentration *eine* Gramm-Molekel an gelöster Substanz enthält. Falls die Gleichung *wirklich* die Beziehung zwischen Konzentration, Temperatur und osmotischem Druck darstellt, läßt sich der osmotische Druck *berechnen*, wenn Konzentration und Temperatur einer Lösung bekannt sind. Er läßt sich aber auch manometrisch *messen*. Die nahezu vollkommene Übereinstimmung der Messung mit der Rechnung hat für VAN'T HOFF entschieden. VAN'T HOFF schließt aus jener Beziehung zwischen osmotischem Druck und Konzentration der Lösung: der osmotische Druck ist gleich dem Druck (z. B. gegen die Membran), den die Molekeln als *Gas*molekeln ausüben würden, wenn bei der herrschenden Konzentration aus dem Raum, den die Lösung einnimmt, das *Lösungsmittel entfernt* wäre und die Molekeln des gelösten festen Körpers den Raum als *Gas*molekeln erfüllen würden. — Die Analogie zwischen den verdünnten Lösungen und den Gasen geht sogar noch weiter: gewisse lösliche Stoffe weichen von jenem VAN'T HOFFSchen Gesetz ab, das — wie bei den Gasen — durch die Annahme einer *Dissoziation* (s. d.) von Molekeln erklärbar wird (ARRHENIUS). Diese *Annahme* wird dadurch gerechtfertigt, daß diese abweichenden Lösungen „Elektrolyte“ sind, chemische Verbindungen, die durch den elektrischen Strom zerlegt werden, und die Theorie der „Elektrolyse“ ebenfalls zur Annahme einer Dissoziation der Molekeln führt.

Da nun diese Theorie auf dem für die *Gase* aufgestellten AVOGADROSCHEN Satz ruht — die Gleichung $pv = 0,0820 T$ wurzelt ja in ihm —, so zeigt sich der AVOGADROSCHEN Satz *auch für die Lösungen* gültig. Den verschiedenen *Gasen* entsprechen die verschiedenen *löslichen Stoffe*, dem *Volumen* der Gase das *Volumen* der *Lösung*. Wenn wir also verschiedene Lösungen haben — alle mit demselben *Lösungsmittel* — so führt die VAN'T HOFFSche Anschauung zu dem Resultat: *Gleich* große Volumina dieser *verschiedenen* Lösungen enthalten bei *gleichem* osmotischen Druck und bei *gleicher* Temperatur *gleichviel* Molekeln. Wir sehen also im besonderen, daß die Größe des osmotischen Druckes nicht von der *chemischen Art* des gelösten

Stoffes abhängt, sondern nur von der Anzahl der gelösten Molekeln (aber immer das *gleiche Lösungsmittel* vorausgesetzt). — Dieser Satz wird gewöhnlich so formuliert: *Äquimolekulare* Lösungen, die mit *gleichen* Raumteilen *desselben* Lösungsmittels hergestellt sind, haben bei *gleicher* Temperatur *gleichen* osmotischen Druck. (Wohlgemerkt: die Massen, deren Grammmzahl durch die Molekulargewichtszahl angegeben wird, enthalten *gleichviel* Molekeln, sie sind *äquimolekular*.)

Die (S. 252, oben) erwähnten Änderungen, die der Dampfdruck, die Siedetemperatur und die Gefriertemperatur einer Flüssigkeit erfahren, wenn sie einem festen Körper als Lösungsmittel dient, hängen eng zusammen mit dem osmotischen Druck der Lösung, wie VAN'T HOFF theoretisch abgeleitet und formuliert hat. Die aus seiner Theorie berechneten Werte stimmen mit den empirisch gefundenen überein, so daß die empirischen Resultate theoretisch begründet sind und andererseits die Richtigkeit der VAN'T HOFFSchen Anschauung beweisen.

Der Zusammenhang des osmotischen Druckes mit jenen drei Größenänderungen zeigt sich evident darin, daß äquimolekulare Lösungen beliebiger Substanzen, die mit gleich großen Raumteilen desselben Lösungsmittels hergestellt sind, nicht nur bei gleicher Temperatur gleichen osmotischen Druck haben, sondern auch gleiche *relative Dampfdruckerniedrigung*, gleiche *Siedepunkterhöhung* und gleiche *Gefrierpunkterniedrigung* erfahren. („Relative“ Dampfdruckerniedrigung ist das *Verhältnis* der beobachteten Dampfdruckerniedrigung zum Dampfdruck des reinen Lösungsmittels bei der gleichen Temperatur.) — Die theoretischen Beziehungen haben zu wertvollen Methoden zur Bestimmung des Molekulargewichtes geführt, besonders die Siedepunkterhöhung und die Gefrierpunkterniedrigung. Die RAOULTSche Methode zur *Bestimmung des Molekulargewichtes* ist jetzt eine der meist angewendeten Methoden.

229. Ermittlung des Molekulargewichtes nach RAOULT. Das Molekulargewicht eines Stoffes, der sich beim Verdampfen zersetzt, ist mit den sonst gebräuchlichen Methoden nicht bestimmbar, wohl aber nach RAOULT aus der Erniedrigung des Gefrierpunktes, den er bei der Auflösung in einem geeigneten Lösungsmittel hervorruft. Nur *verdünnte* Lösungen sind anwendbar und nur solche Lösungsmittel, die den Stoff chemisch nicht verändern, d. h. ihn auflösen, wie Wasser Zucker auflöst. (*Nicht* anwendbar ist die Methode auf „Elektrolyte“, deren Moleküle sich im Lösungsmittel spalten und die der elektrische Strom zerlegt; dahin gehören die Salze, Alkalien und Säuren.) Derartige Lösungen haben (S. 252) einen tiefer liegenden Gefrierpunkt, als ihn das chemisch reine Lösungsmittel hat. Zwischen der Menge des aufgelösten Stoffes, der Menge des Lösungsmittels, der durch die Auflösung hervorgerufenen Gefrierpunkterniedrigung und dem *Molekulargewicht des Stoffes* besteht eine (von RAOULT empirisch gefundene) Beziehung, die zur *Berechnung* des Molekulargewichtes des Stoffes dienen kann. — Die Beziehung gründet sich auf das folgende:

Die Gefrierpunkterniedrigung einer Lösung ist proportional der Menge des in dem Lösungsmittel aufgelösten Stoffes; z. B. in 100 g Lösungsmittel ruft 1 g der Substanz eine doppelt so große Erniedrigung hervor wie 0,5 g. Ferner: Die Erniedrigung ist *umgekehrt* proportional der Menge des angewendeten Lösungsmittels; z. B. 1 g der Substanz in 100 g Lösungsmittel ruft eine *doppelt* so große Erniedrigung hervor wie in 200 g. Diese Beziehungen machen es nebensächlich, *wie groß* im einzelnen Falle die angewendeten Mengen sind — wenn sie nur ihrer Größe nach überhaupt *bekannt* sind — und ermöglichen die Umrechnung der *beobachteten* Gefrierpunkterniedrigung auf diejenige, die beobachtet worden *wäre*, wenn z. B. mit 0,5 g Substanz in 100 g Lösungsmittel gearbeitet worden wäre. Die auf 1 g Substanz und 100 g Lösungsmittel umgerechnete Erniedrigung nennt RAOULT die *reduzierte Gefrierpunkterniedrigung*; seine Methode gründet sich nun auf die Beziehung zwischen der *reduzierten* Gefrierpunkterniedrigung und dem Molekulargewicht der gelösten Substanzen. Der Kern der Methode liegt in dem von RAOULT und COPPET empirisch gefundenen Satze: Wenn *gleich große Mengen desselben Lösungsmittels* angewendet werden, z. B. jedesmal (wir wollen uns auf zwei Fälle beschränken) 100 g, und wenn in je einer der beiden Flüssigkeitsmengen je eine andere Substanz aufgelöst wird, und die aufgelösten *Gewichtsmengen* der zwei Substanzen im Verhältnis ihrer *Molekulargewichte* stehen, dann erfährt jede der beiden Lösungen die *gleiche* Gefrierpunkterniedrigung. Hat also z. B. die eine Substanz das Molekulargewicht M und löst man M Gramm von ihr auf, hat die andere das Molekulargewicht m und löst man m Gramm von ihr auf, so erfährt jede der beiden Lösungen die *gleiche* Gefrierpunkterniedrigung. Sie werde τ genannt. Da nun M Gramm die Erniedrigung τ hervorgerufen, so würde 1 g dieser Substanz die Erniedrigung τ/M hervorgerufen und 1 g der anderen Substanz die Erniedrigung τ/m . Das heißt: die reduzierten Gefrierpunkterniedrigungen, die zwei Substanzen in demselben Lösungsmittel unter sonst gleichen Verhältnissen hervorgerufen, stehen im umgekehrten Verhältnisse des Molekulargewichtes der beiden Stoffe zueinander:

$$\frac{\tau_M}{\tau_m} = \frac{m}{M},$$

wo τ_m und τ_M die reduzierten Gefrierpunkterniedrigungen der Stoffe mit den Molekulargewichten M und m bedeuten. — Kennt man also die Temperaturerniedrigung τ_m , die eine Substanz von *bekanntem* Molekulargewicht m in einem bestimmten Lösungsmittel hervorruft, so kann man die bisher unbekanntenen Molekulargewichte anderer Substanzen — sie sollen $M_1 M_2 \dots$ heißen — ermitteln, indem man die reduzierten Gefrierpunkterniedrigungen τ_{M_1}, τ_{M_2} mißt, die *diese* Stoffe in *demselben* Lösungsmittel hervorrufen, in dem der Stoff vom Molekulargewicht m die Erniedrigung τ_m hervorruft. Man hat dann zur Berechnung der Molekulargewichte $M_1 M_2 \dots$ die Gleichungen:

$$M_1 = \frac{m \cdot \tau_m}{\tau_{M_1}}; \quad M_2 = \frac{m \cdot \tau_m}{\tau_{M_2}} \text{ usw.}$$

Die Größe $m \cdot \tau_m$, das Produkt aus der reduzierten Gefrierpunkterniedrigung und dem Molekulargewicht eines *desselben* Stoffes in einem und *demselben* Lösungsmittel, ist für das *betreffende* Lösungsmittel eine Konstante. Sie hat für jedes Lösungsmittel einen bestimmten Wert und muß mit Stoffen von bereits *bekanntem* Molekulargewicht empirisch ermittelt werden. Sie beträgt bei 100 g Lösungsmittel für Wasser 18,5, Benzol 51, Eisessig 39, Ameisensäure 28. — Bezeichnet man sie mit C , so kann man die Beziehung zwischen dem Molekulargewicht des Stoffes und der durch ihn hervorgerufenen reduzierten Gefrierpunkterniedrigung ausdrücken durch $M \cdot \tau_M = C$.

230. Überhitzter Dampf. Verflüssigung der Gase. Wir haben bisher stets von *gesättigtem* Dampf gesprochen, d. h. von Dampf, der mit Flüssigkeit in Berührung ist. Aber was geschieht, wenn z. B. bei dem an dem TORRICELLISCHEN Vakuum beschriebenen Versuch (Abb. 256) so wenig Wasser in das Vakuum gelangt, daß die Temperatur ausreicht, es ganz zu verdampfen? — Wenn z. B. das Wasser *gerade ausgereicht* hat, den Raum mit Dampf zu sättigen, dann aber Wärme zugeführt wird und die Temperatur des Dampfes *steigt*, so dehnt sich der Dampf aus und drückt die Quecksilbersäule weiter herunter. Der Raum über der Säule ist nun *größer* als zu der Zeit, da der Dampf ihn noch gerade sättigte; um den größeren Raum zu *sättigen*, bedürfte es *noch* einer gewissen Menge Flüssigkeit. Der Raum enthält daher weniger Dampf, als er fassen kann, ist also nicht *gesättigt*. Den Druck, den der Dampf ausübt, um diesen Raum einnehmen zu können, übt er nur infolge seiner höheren Temperatur aus. Im Sättigungszustande würde er denselben Druck schon bei *geringerer* Temperatur ausüben — in dem Zustande, in dem er den größeren Raum infolge seiner höheren Temperatur einnimmt, nennt man ihn darum *überhitzt*. In diesem Zustande, d. h. als überhitzter Dampf, befolgt er das BOYLESche Gesetz: Sein Druck steigt (sinkt), wenn der Raum, den er einnimmt, verkleinert (vergrößert) wird. Wird der Raum aber *so* klein, daß der Dampf ihn schließlich sättigt — immer Konstanthaltung der Temperatur vorausgesetzt! — so kondensiert sich der Dampf, und sein Druck bleibt dann auch trotz weiterer Raumverkleinerung konstant, da er eben dann wieder mit Flüssigkeit in Berührung ist und wieder gesättigter Dampf ist. *Jetzt* sehen wir den Zusammenhang der Gase und der Dämpfe: *die Gase sind überhitzte Dämpfe*.

Wenn das richtig ist, müssen die Gase in den flüssigen Zustand überführbar sein, sobald sie durch Abkühlung oder durch Druck den Zustand eines *gesättigten* Dampfes erreicht haben. Und das ist in der Tat so. Wasserdampf verwandelt sich in Wasser (wie bereits besprochen), sobald sein Volumen kleiner wird als der Raum ist, den er bei der herrschenden Temperatur gerade sättigen kann. Diese Volumenverkleinerung konnte man durch Kompression des Dampfes oder durch Erniedrigung seiner Temperatur bewirken. Ist ein Dampf *gesättigt*, so beginnt die Verflüssigung dabei *sofort*, ist er überhitzt, so muß man ihn entweder abkühlen, damit er sich zusammenzieht, oder ihn gewaltsam zusammendrücken, bis er einen Raum einnimmt, der kleiner als der ist, den er gerade sättigen kann. *Gase*, wie Wasserstoff, Luft, Kohlensäure usw., befinden sich bei der für uns

normalen Temperatur nie im Sättigungszustande, müssen also erst auf ein kleineres Volumen gebracht werden, ehe sie flüssig werden können. Es ist bei allen bisher bekannten Gasen schließlich gelungen, sie zu verflüssigen, selbst bei den früher für „unbezwingbar“, für „permanent“ gehaltenen Gasen Helium, Luft, Wasserstoff, Sauerstoff, Stickstoff, Stickoxyd, Kohlenoxyd, Sumpfgas usw. Um überhitzten Wasserdampf in den flüssigen Zustand zurückzuführen, genügt es, ihn abzukühlen oder ihn zusammenzudrücken. (Wenigstens bei den Temperaturen, die für uns gewöhnlich in Frage kommen; wir werden bald sehen, daß es auch anders sein kann.) Auch für viele Gase genügt das eine oder das andere. FARADAY hat bei einem Druck, der sogar kleiner war als der atmosphärische, lediglich durch Abkühlung bis auf -110° flüssig erhalten: Chlor, Cyan, Ammoniak, Schwefel-, Chlor-, Jod-, Bromwasserstoff, Stickoxydul und Kohlensäure; und lediglich durch Druckerhöhung hat er bei Temperaturen, die wenig unter 0° liegen, ölbildendes Gas, Kohlensäure, Stickoxydul, Chlorwasserstoff, Schwefelwasserstoff, Arsenwasserstoff verflüssigt.

231. Kritische Temperatur. Aber man darf daraus nicht etwa schließen, daß man die Gase bei einer beliebigen Temperatur verflüssigen kann, wenn man den Druck nur hoch genug treibt. Eine Anzahl „permanenter“ Gase, die NATTERER hierauf untersucht hat, haben selbst 3600 Atmosphären widerstanden, obwohl sie bereits bei sehr viel kleinerem Drucke flüssig werden (CAILLETET, PICTET, WROBLEWSKI, OLZEWSKI), vorausgesetzt, daß man sie bei einer Temperatur komprimiert, die unter ihrer kritischen liegt. Diese Temperatur (deren Einfluß FARADAY bereits vermutet und ANDREWS zuerst nachgewiesen hat) bedeutet die Temperatur, bei der ein Gas auf der Grenze zwischen Gas und Flüssigkeit steht. ANDREWS hat aus seinen Versuchen geschlossen: Es gibt für jeden Dampf eine Grenztemperatur, oberhalb deren er nicht als gesättigter Dampf bestehen kann, gleichviel unter einem wie großen Druck er steht, oberhalb deren ein gasförmiger Körper also nur als überhitzter Dampf, als Gas bestehen kann; diese Temperatur heißt die kritische. Dämpfe aber, deren Temperatur die kritische nicht übersteigt, kann man stets auf einen Raum zusammendrücken, den sie bei der betreffenden Temperatur sättigen. Der Sättigungsdruck bei der kritischen Temperatur heißt der kritische Druck, der Zustand des gasförmigen Körpers bei der kritischen Temperatur und unter dem kritischen Druck der kritische Zustand.

Für Kohlensäure z. B. beträgt die kritische Temperatur 31°C , der Sättigungsdruck dabei etwa 73 Atmosphären. Die kritische Temperatur der schwefligen Säure liegt bei $+157^{\circ}$, die Säure, die bei gewöhnlicher Temperatur gasförmig ist (Siedepunkt: -10°C), kann daher bei gewöhnlicher Temperatur bereits durch 1–2 Atmosphären Druck flüssig werden. Die kritische Temperatur liegt für

Helium	bei	-268°C	Sauerstoff	bei	-119°C
Wasserstoff	„	-240	Stickstoff	„	-147

Wasserdampf kann man noch bei sehr hohen Temperaturen lediglich durch Druck in den gesättigten Zustand überführen und in Wasser verwandeln. Seine kritische Temperatur liegt etwa bei 374°C . Wasserdampf von höherer Temperatur kann man durch Druck allein nicht mehr verflüssigen.

Die Verflüssigung der Gase erfordert besondere Hilfsmittel zur Druckerhöhung und Temperaturerniedrigung. CAGNIARD LA TOUR und auch FARADAY entwickelten die Gase, die verflüssigt werden sollten, in starkwandigen Glasröhren; die Gase wurden dabei durch den sehr großen Druck, unter dem sie infolge der Kleinheit des Raumes standen, flüssig.

Sehr hohe Drucke erzeugt man meist mit Kompressionspumpen; um flüssige und feste Kohlensäure für technische Zwecke herzustellen, wird das Gas in eine

schmiedeeiserne, starkwandige Bombe gepumpt. In die Bombe, die meist auf 150 Atmosphären geprüft ist, führt ein sich nach innen öffnendes konisches Ventil, das von der eintretenden Kohlensäure geöffnet wird. Ist der Sättigungsdruck erreicht, was bei 20° unter einem Druck von 57 Atmosphären der Fall ist, so wird der Überschuß von Kohlensäure, der dann noch in die Bombe hineingepreßt wird, verflüssigt, weil ja der Raum bereits gesättigt war. Man kann so beträchtliche Mengen Kohlensäure verflüssigen. Wird die Bombe von der Kompressionspumpe getrennt und geöffnet, die flüssige Kohlensäure also lediglich dem Druck der Atmosphäre ausgesetzt, so verdampft sie so rapide, daß sie zum Teil *fest* wird, weil sie die zum Verdampfen erforderliche (latent werdende) Wärme zum Teil aus ihrem eigenen Wärmeverrat entnimmt. Läßt man die verdampfende Kohlensäure durch ein siebartiges Gefäß gehen, so sammelt sich die feste Kohlensäure in ihm an. Die *feste* Kohlensäure ist eine schneeweiße Masse von $-78,5^\circ\text{C}$; die flüssige Kohlensäure ist eine wasserhelle Flüssigkeit, die bei 15° das spezifische Gewicht 0,86 hat, der Sättigungsdruck bei 15° beträgt etwa 50 Atmosphären. Die feste Kohlensäure verdampft an der Luft nur langsam; wird sie mit Äther von Zimmertemperatur übergossen, so verdampft sie unter Abkühlung der Flüssigkeit stark. Wird der Dampf durch die Luftpumpe beseitigt, um die Verdampfung noch zu beschleunigen, so fällt die Temperatur bis auf ca. -115°C . Die feste Kohlensäure bietet ein sehr bequemes Mittel zur Erzeugung niedriger Temperaturen, die zur Verflüssigung anderer Gase notwendig sind.

CAILLETET hat, um Gase zu verflüssigen, einen *ähnlichen* Kunstgriff angewendet, wie man ihn anwendet, um flüssige Kohlensäure in feste zu verwandeln. Nachdem er das Gas durch eine hydraulische Presse stark zusammengedrückt hatte, setzte er es plötzlich nur dem *Atmosphärendruck* aus. Bei der dabei erfolgenden ungeheuren Volumenvergrößerung und Arbeitsleistung kühlt sich das Gas so stark ab, daß es flüssig wird. Noch vollständiger gelang PICTET die Verflüssigung. Er benützte *ähnlich* wie CAGNIARD LA TOUR ein starkwandiges Gefäß, in dem er große Mengen des Gases entwickelte und gleichzeitig eine Temperatur von -140°C . Diese Temperatur erzielte er, indem er zunächst flüssige schweflige Säure verdampfte, dadurch erzielte er -65° ; bei *dieser* Temperatur ließ er flüssige Kohlensäure verdampfen, und diese Verdunstung erniedrigte die Temperatur bis -140° .

Ganz anders steht es mit dem von C. v. LINDE stammenden Verfahren, Luft in großer Menge flüssig zu machen. Es beruht auf dem JOULE-THOMSON-Effekt (1845): Ein Gas verändert seine Temperatur, wenn es durch einen porösen Stopfen oder eine enge Öffnung (Drosselstelle) von höherem zu tieferem Druck strömt. Verläuft der Vorgang bei Zimmertemperatur, so kühlen sich alle Gase dabei ab, nur Wasserstoff und Helium erwärmen sich. Der Effekt hängt der Größe und dem Vorzeichen nach von der Temperatur des komprimierten Gases ab; bei genügend hoher Temperatur erwärmen sich alle Gase, während andererseits sich auch Wasserstoff abkühlt, wenn er von vornherein genügend tiefe Temperatur hat. Dieser Vorzeichenwechsel heißt *Inversion* und die zugehörige Temperatur die *Inversionstemperatur* des JOULE-THOMSON-Effektes. Nur wenn die Temperatur des Gases unter der Inversionstemperatur liegt, kann es sich also auf diesem Wege weiter abkühlen.

Beim JOULE-THOMSON-Effekt lagern sich zwei verschiedene Vorgänge übereinander: 1. Das Gas durch die Drosselstelle hindurchzupressen, *fordert* Arbeit, andererseits *leistet* das Gas hinter der Drosselstelle Arbeit, indem es andere Gasmengen vor sich herschiebt. Es kommt auf die Differenz dieser Arbeits-

leistungen an, die je nach den Bedingungen positiv oder negativ sein kann. Diese Arbeitsleistung, die nach außen in die Erscheinung tritt, heißt die *äußere* Arbeit des Gases. Sie wird, wie eine theoretische Betrachtung lehrt, durch den Unterschied der Produkte $p v$ (Druck mal spezifischem Volumen) hinter und vor der Drosselstelle gemessen, wobei für beide Produkte dieselbe (Versuchs-)Temperatur anzusetzen ist. 2. Über die äußere Arbeit lagert sich die sog. *innere* Arbeit des Gases zur Überwindung der einer Volumenvergrößerung widerstehenden molekularen Anziehungskräfte. Diese Arbeit ist stets positiv und besonders groß bei tiefen Temperaturen und hier stets größer als die äußere Arbeit.

Bei einem idealen Gas ist die *äußere* Arbeit stets Null, da bei derselben Temperatur $p \cdot v$ für alle Drucke den gleichen Wert behält; aber auch die innere Arbeit ist Null, da die Moleküle des idealen Gases keine Anziehungskräfte aufeinander ausüben. Daher tritt an einem idealen Gase der JOULE-THOMSON-Effekt nicht auf.

Die Temperaturänderung beim JOULE-THOMSON-Effekt ist nur gering. Verliert Luft von 100 Atmosphären Druck und der Temperatur t an der Drosselstelle 1 Atmosphäre und ist Δt ihre Temperaturerniedrigung, so ist für

$$\begin{array}{cccccc} t = & 0^\circ & -20^\circ & -40^\circ & -60^\circ & -80^\circ & -100^\circ \\ \Delta t = & 0,25 & 0,30 & 0,36 & 0,43 & 0,55 & 0,74. \end{array}$$

Für Drucke bis 200 Atmosphären ist die Kühlwirkung nur wenig vom Druck selbst abhängig; außerdem ist sie nahezu proportional dem Druckunterschied auf beiden Seiten der Drosselstelle, so daß man bei einer Entspannung des Gases von 200 auf 1 Atmosphäre Kühlwirkungen von 50 bis über 100° beobachten kann. Diese Abkühlung reicht aber zur Verflüssigung der Luft noch nicht aus. LINDE gelangte durch Anwendung des Gegenstromprinzipes zum Ziel, indem er die nach der Entspannung abgekühlte Luft in einem Röhrensystem wegleitete, das mit dem Röhrensystem für die noch nicht entspannte Luft in Wärmeaustausch stand und diese also vorkühlte. So läßt sich die Kühlwirkung des Prozesses ständig steigern und schließlich die Verflüssigung erreichen.

Der *Gegenstromapparat*, ein doppelwandiges Spiralrohr, in dem der bereits expandierte Teil der Luft an dem noch komprimierten vorbeistreicht, wird in seinen wesentlichen Teilen in Abb. 263 dargestellt. A ist die Pumpe, die den Kreislauf der Luft durch den Gegenstromapparat C (durch ein doppelwandiges Zylinderrohr wiedergegeben) unterhält. Sie saugt durch h die Luft an, komprimiert sie und drückt sie durch r — im Kühler B gibt sie die bei der Kompression erzeugte Wärme ab — in das innere Rohr des Gegenstromapparates. Das Ventil b am Ende öffnet sich nach dem Reservoir und dem äußeren Rohr des Gegenstromapparates, das mit der Saugseite der Pumpe verbunden ist. Sobald sich auf der Druckseite und auf der Saugseite die maximale Druckdifferenz hergestellt hat (ca. 200 Atm, resp. 20 bis 50 Atm), wird b geöffnet. Beim Durchtritt durch b expandiert sich daher die soeben noch komprimiert gewesene Luft, und hier kühlt sie sich ab. Abgekühlt durchstreicht sie nun das äußere Rohr des Gegenstromapparates zur Pumpe A zurück, um aufs neue komprimiert und in den Gegenstromapparat befördert zu werden, und kühlt dabei die im inneren Rohr zu dem Ventil b hinströmende ab. Die Verflüssigung der Luft in D beginnt, wenn bei dem dort herrschenden Druck die Sättigungstemperatur erreicht ist. Bis zu dem Moment, wo die Verflüssigung beginnt, zirkuliert dann immer *dieselbe* Luft durch das Röhrensystem; von da an wird durch h (von einer zweiten Pumpe) frische komprimierte Luft zugeführt, um den verflüssigten Teil zu ersetzen. Nach einiger Zeit stellt sich ein stationärer Zustand her, weil der durch die Expansion herbeigeführten Temperaturerniedrigung durch unvermeidliche Wärmeaufnahme von außen und durch die Wärmeentbindung bei der Verflüssigung schließlich das Gleichgewicht gehalten wird. In

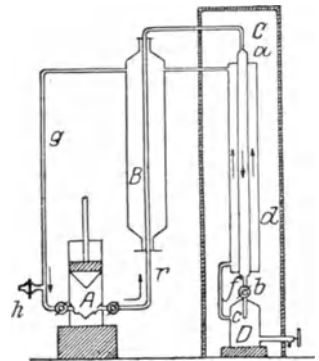


Abb. 263. Gegenstromapparat einer Kältemaschine von LINDE.

diesem stationären Zustande sammelt sich in *D* fortlaufend die flüssige Luft in Quantitäten an, die von der Größe der Maschine abhängen (zwischen $\frac{3}{4}$ l und 100 l pro Stunde). — Nach dem LINDESchen Verfahren kann man Luft verflüssigen, ohne sie besonders vorzukühlen, nicht aber Wasserstoff, dieser erwärmt sich im JOULE-THOMSON-Prozeß bei gewöhnlicher Temperatur. Seine Verflüssigung (DEWAR, 1898) gelingt erst, wenn man ihn nach der Kompression vor der Entspannung durch flüssige Luft vorgekühlt hat. Der flüssige Wasserstoff siedet an der Atmosphäre bei -253° . Vermindert man seinen Dampfdruck, so kann man Temperaturen von -264° erreichen. Auch Helium kann man nach dem LINDESchen Verfahren nur verflüssigen, wenn man es stark vorgekühlt hat, da es sich bei Zimmer-temperatur und sogar noch bei der Temperatur der flüssigen Luft im JOULE-THOMSON-Prozeß erwärmt. Zur Überführung in den flüssigen Aggregatzustand (KAMERLINGH ONNES, 1908) muß es durch flüssigen Wasserstoff vorgekühlt werden. Helium siedet unter der Atmosphäre bei -269° . Durch Verminderung seines Dampfdruckes konnte KAMERLINGH ONNES $-272,3^\circ$ erreichen. Dies ist die tiefste bisher erzeugte Temperatur, die nur noch $0,9^\circ$ vom absoluten Nullpunkt entfernt ist.

Die verflüssigten Gase bewahrt man in WEINHOLDSchen oder DEWARSchen Gefäßen (Abb. 264) aus Glas oder Metall auf, die doppelte Wandung besitzen. Der Raum zwischen



Abb. 264.
Form eines
WEINHOLD-
Gefäßes
(Thermos-
flasche).

den Wänden ist luftleer gemacht, und die Wände sind verspiegelt, um möglichst Wärmeaustausch durch Konvektion [248.] und durch Strahlung zwischen dem flüssigen Gase und der Umgebung auszuschließen. In diesen Gefäßen, deren Form durch die Verengerung des Halses der Verdampfung nicht günstig ist, bleibt die flüssige Luft auch unter dem Atmosphärendruck und, obwohl sie -190°C Temperatur hat, stundenlang flüssig. Da der in der Luft enthaltene Stickstoff bei -196° siedet, der Sauerstoff bei -183°C , so verdunstet aus der in offener Flasche stehenden flüssigen Luft mehr Stickstoff als Sauerstoff, die flüssige Luft wird dadurch allmählich reicher an Sauerstoff. In 100% des Verdampfungsrückstandes sind 23% Sauerstoff enthalten, in 90% dagegen 37,5%, in 10% sogar 77% Sauerstoff. Die Bedeutung des LINDESchen Verfahrens liegt daher nicht nur in der Herstellung der flüssigen Luft, sondern auch in der Erzeugung von billigem Sauerstoff für technische Zwecke.

232. Verflüssigungswärme. Verdunstungskälte. Erhält man eine Flüssigkeit durch dauernde Wärmezufuhr im Sieden, so *bleibt* die Flüssigkeit konstant auf der Siedetemperatur, weil sie die zur Verwandlungsarbeit nötige (latent werdende) Wärme von außen empfängt. Siedet sie aber (wie S. 243 beschrieben) infolge der Druckerniedrigung und *ohne* Wärmezufuhr, oder verdunstet sie *oberflächlich*, so nimmt sie die zur Verwandlungsarbeit nötige Wärme zum Teil aus ihrer Umgebung, zum Teil aber aus ihrem eigenen Wärmeverrat und kühlt sich dadurch selbst ab. — Bei der *Verflüssigung* der Gase und Dämpfe wird die latent gewesene Wärme wieder *frei*. Geschieht die Kondensation lediglich durch Wärmeentziehung, und wird die *ganze* dabei frei werdende (latent gewesene) Wärme nach außen abgeführt, so verläuft der Prozeß genau so, wie er bei der Verflüssigung eines gesättigten Dampfes beschrieben worden ist; wird aber die Wärme gar nicht oder nicht ganz beseitigt, oder geschieht die Verflüssigung lediglich durch Druck, und wird die frei gewordene Wärme nicht genügend abgeleitet, so verläuft der Prozeß viel weniger einfach.

Die bei der Verdunstung verbrauchte und die bei der Kondensation zurückgelieferte Wärme dienen zur Temperaturerniedrigung und zur Temperatursteigerung. (Verwendung des Wasserdampfes zur Dampfheizung und Dampfkochung, des verdunstenden Ammoniaks zur Kälteerzeugung.) Je mehr Wärme beim Übergange aus dem einen in den anderen Aggregatzustand ge- oder entbunden wird, desto wirksamer ist das Verfahren. Die Kenntnis der Größe der Verdampfungswärme ist daher wichtig, d. h. derjenigen Zahl Kalorien, die 1 g der Flüssigkeit verbraucht, wenn es beim Sieden unter 760 mm Druck in Dampf von der Temperatur des Siedepunktes übergeht. Die *Verdampfungswärme des Wassers* ist also die Wärmemenge, die 1 g Wasser von 100° verbraucht, wenn es sich in Dampf von 100° verwandelt, oder was dasselbe ist, die 1 g Dampf

von 100° abgibt, wenn er sich in Wasser von 100° verwandelt; sie beträgt 539,1 cal und ist größer als die irgendeiner anderen Flüssigkeit (z. B. Alkohol 210, Äther 85). Eine Methode, nach der die Verdampfungswärme häufig gemessen worden ist, besteht im wesentlichen darin, daß der Dampf in einem Schlangenrohr durch das Wasser eines Kalorimeters strömt, seine latente Wärme an das Wasser abgibt, dadurch die Temperatur des Kalorimeterwassers erhöht und sich zu Wasser kondensiert. Aus der Menge des Kalorimeterwassers und seiner Temperaturerhöhung ergibt sich die an das Wasser abgegebene Wärmemenge, aus der Menge des Kondenswassers die Menge des durch das Kalorimeter geleiteten Dampfes.

Die Verdampfungswärme des Wassers. Zuverlässigere Zahlen erzielt man jetzt, indem man mit elektrischen Methoden die Energie mißt, die nötig ist, eine bestimmte Wassermenge in Dampf zu verwandeln. Als die genauesten Messungen gelten die der Physikalisch-Technischen Reichsanstalt. Zu den Temperaturen t der folgenden Tabelle gehören die Verdampfungswärmen L .

Für $t =$	30	60	100	140	180 Grad
ist $L =$	579,8	563,4	539,1	511,4	482,7 Kalorien.

Die Erfahrung zeigt, daß die Verdampfungswärme (L) aller Flüssigkeiten mit steigender Temperatur (t) abnimmt. Bei der kritischen Temperatur (bei Wasser 374°) ist die Verdampfungswärme stets Null.

Technische Anwendungen der Verflüssigungswärme und der Verdunstungskälte. Die Verflüssigungswärme des Wasserdampfes benützt man z. B. zum Kochen. Dampf von 100° , der in kälteres Wasser tritt, kondensiert sich; die frei werdende, latent gewesene Wärme erwärmt das Wasser (solange der Dampf sich kondensiert, macht das Wasser ein Geräusch, das dieselbe Ursache hat, wie das „Singen“, S. 242), bis seine Temperatur gleich der des Dampfes geworden ist, erst dann tritt der Dampf aus der Flüssigkeit aus. — Ebenso in dem Vorwärmer des Dampfkessels: der Dampf, der die Dampfmaschine verläßt, strömt (wenn die Maschine nicht mit Kondensation arbeitet) in das Wasser des Vorwärmers und erwärmt es, ehe es in den Dampfkessel gelangt. — Die *Dampfheizung* nützt die bei der Kondensation in den Rohren frei werdende Wärme aus. Um die Fläche, von der die Wärme ausstrahlt, zu vergrößern, verbindet man die Röhren mit Rippenkörpern. — Die beim *Verdunsten* eintretende *Temperaturerniedrigung* benützt man z. B. in porösen Tongefäßen (Alkarazzas). Sie bedecken sich infolge ihrer Porosität außen mit Wasser, und die Verdunstung von der großen Oberfläche aus erhält das Gefäß und das Wasser darin kühl. — Die Abkühlung der mit Schweiß oder mit Wasser, Äther u. dgl. bedeckten und durch Verdunstung trocknenden Haut, die Abkühlung der Atmosphäre nach dem Regen usw. erklären sich ebenso. Die Verdunstung wird beschleunigt und dabei die Abkühlung verstärkt, wenn man die bei der Verdunstung *gesättigte*, also nicht mehr aufnahmefähige Luft durch *frische* ersetzt; man denke an die abkühlende Wirkung des „Fächelns“, des Luftstromes, den man über eine abzukühlende Flüssigkeit bläst u. a. m.

Bei der Verdunstung des *Wassers* wird so viel Wärme latent, daß man das Wasser in Eis verwandeln kann, wenn man es z. B. unter der Glocke der Luftpumpe sieden und den Wasserdampf sofort von Schwefelsäure absorbieren läßt, um die Sättigung des Raumes zu verhindern. Auch in dem (WOLLASTON) *Kryophor* kann man es gefrieren lassen (Abb. 265). Der Apparat enthält nur (luftfreies) Wasser und Wasserdampf. Wird die eine Kugel (B) gänzlich von Wasser entleert und dann mit einer Kältemischung umgeben,

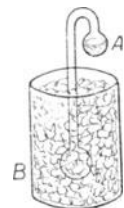


Abb. 265. Zur Eisbildung durch sehr schnelle Verdunstung des Wassers (Kryophor).

so kondensiert sich der Dampf zu Wasser; der Raum enthält dann weniger Dampf, als er aufnehmen kann, das Wasser in *A* verdunstet dann so schnell, daß es bei der dadurch entstehenden Abkühlung gefriert.

233. Kälte- und Eismaschine. Die Kälte- und Eismaschinen, namentlich die von *CARRÉ* und die von *LINDE*, erzeugen Kälte im großen, indem sie verflüssigte Gase — Ammoniak, schweflige Säure, Kohlensäure — bei Drucken unterhalb 1 Atm. verdampfen. Sie bestehen aus einer Pumpe *P*, die das Gas zusammendrückt, dem Kondensator (einem Rohrsystem), in dem das Gas verflüssigt wird, und dem durch das Drosselventil *R* damit verbundenen Verdampfer, ebenfalls einem Rohrsystem,

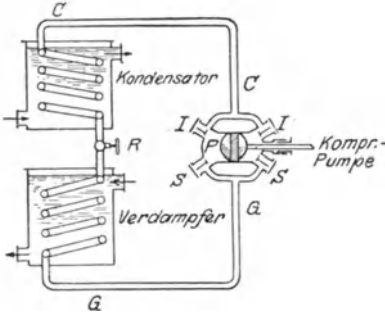


Abb. 266. Schema einer Kältemaschine.

in dem das verflüssigte Gas unter geringem Druck stark verdampft. Das Gas wird immer wieder von der Pumpe angesaugt, wieder in den Kondensator gedrückt, in dem Verdampfer auf neue verdampft usw. Der Kondensator wird von Kühlwasser umspült, das die Kompressionswärme ableitet, der Verdampfer von einer schwer gefrierbaren Lösung, der durch die Verdampfung des (verflüssigten) Gases dauernd Wärme entzogen wird und die eben durch die andauernde Verdampfung andauernd kalt erhalten wird. Die gekühlte Salzlösung wird in einem Rohrnetz durch die abzukühlenden Räume geführt, nimmt hier Wärme auf und kehrt zu dem Kühlgefäß des Verdampfers zurück, wird hier aufs neue abgekühlt usw. — Um Eis zu erzeugen, hängt man in die Salzlösung Metallbehälter mit Wasser. Beträgt die Temperatur des verflüssigten Gases vor dem Drosselventil 10° , so kann man mit 1 Pferdekraft-Stunde dem verflüssigten

Ammoniak 2217 Kilogramm-Kalorien entziehen. Bei der Eisfabrikation erzielt man pro PS-Stunde in größeren Anlagen ca. 30 kg Eis, in kleinen ca. 20 kg.

234. Atmosphärische Niederschläge. Kondensationserscheinungen im großen sind die Niederschläge der Atmosphäre: Nebel, Wolken, Regen, Tau, Reif, Schnee usw. Von dem Wasser auf der Erde, namentlich vom Meere, steigt infolge dauernder Verdunstung Wasserdampf in die Atmosphäre auf. *Wasserdampf* bildet daher *stets* einen ihrer *Bestandteile*, und je nach den herrschenden Druck- und Temperaturverhältnissen und je nach dem herrschenden Winde, der zur Verteilung des Dampfes beiträgt, ist er in wechselnder Menge vorhanden. Der vom Barometer angezeigte Druck ist daher nicht der *Luftdruck allein*, sondern der *Gesamtdruck*, den die Luft und der Wasserdampf zusammen ausüben. Solange er an einer Stelle des Luftmeeres bei der dort herrschenden Temperatur als *Dampf* bestehen kann, kann es nicht zu Niederschlägen kommen. Im allgemeinen ist er als *überhitzter Dampf* in der Atmosphäre, d. h. jene Stelle des Luftmeeres *könnte* bei der dort herrschenden Temperatur *mehr* Dampf enthalten, als sie *tatsächlich* enthält. Sinkt aber ihre Temperatur weit genug, so nähert sie sich der Temperatur, bei der sie durch den vorhandenen Wasserdampf *gesättigt* ist, und die geringste Abkühlung darunter kondensiert dann den Wasserdampf. Der Temperaturpunkt, bei dem die Kondensation *beginnt*, heißt *Taupunkt*. Je nach der Menge des vorhandenen Wasserdampfes und je nach der Schnelligkeit, mit der die Kondensation verläuft, haben die Niederschläge andere Form. — Eine der *Ursachen für die Abkühlung* ist z. B. die direkte Berührung des Wasserdampfes mit kalten Gegenständen; so entstehen *Tau* und *Reif* während der Nacht (der Prozeß verläuft genau so, wie wenn blanke Glas- oder blanke Metallflächen „anlaufen“, „beschlagen“, weil sie aus einem kalten Raum plötzlich in einen warmen gebracht werden). Eine andere Ursache für die Abkühlung ist das Aufsteigen des Wasserdampfes in höher liegende dünnere Luftschichten, die dabei eintretende Ausdehnung und die auf Kosten des Wärmeinhaltes dafür geleistete Arbeit; so entstehen *Wolken* und *Nebel*. Geschieht die Kondensation so schnell, daß große Tropfen entstehen, so fällt aus der Wolke der *Regen*. Kondensiert der Wasserdampf unter 0° , so entstehen nicht Tau und Regen in Wassertropfen, sondern *Reif* und *Schnee* in kleinen Eiskristallen, im Schnee zu sternartigen Formen (Abb. 267) gruppiert.

Der an einer bestimmten Stelle des Luftmeeres vorhandene Wasserdampfgehalt hat also offenbar Einfluß auf das *Wetter* an jener Stelle. Die Meteorologie muß daher den Wasserdampfgehalt der Luft messen, um zu erfahren, wie weit die augenblickliche Temperatur vom „*Taupunkt*“ (d. h. der Temperatur, bei der der Niederschlag *beginnt*) entfernt ist. Da überdies die klimatischen Verhältnisse eines Ortes in hohem Grade von seiner *Luftfeuchtigkeit* abhängen und ferner eine gewisse Luftfeuchtigkeit für den tierischen Organismus notwendig ist, so ist die *Messung der Luftfeuchtigkeit* auch für die Zwecke der *Hygiene* wichtig. Die hierzu dienenden Instrumente heißen *Hygrometer*.

Um zu verstehen, worauf es bei der *Hygrometrie* ankommt, vergegenwärtige man sich, daß die Luft in einem Zimmer, ohne daß sich ihr Gehalt an Wasserdampf ändert, den Eindruck der Trockenheit oder der Feuchtigkeit macht, je nachdem die Zimmertemperatur hoch oder niedrig ist. Der physikalische Unterschied der beiden Fälle liegt darin, daß der Raum bei hoher Temperatur mehr Wasserdampf beansprucht, um gesättigt zu sein, als bei niedriger Temperatur, daß ihm beide Male aber nur dasselbe Quantum Wasserdampf zur Verfügung steht. Mit anderen Worten: der Raum ist mit diesem Quantum an Wasserdampf bei hoher Temperatur weiter vom Sättigungszustande entfernt als bei niedriger Temperatur. Und dieser größere oder geringere Abstand des herrschenden Zustandes von dem der Sättigung ruft den Eindruck der Trockenheit oder der Feuchtigkeit hervor. — Bei 20° kann die Luft maximal, d. h. um gesättigt zu sein, 17,13 g Wasserdampf pro 1 m³ enthalten, bei 9° nur 8,8 g. Enthält sie aber tatsächlich bei 20° nur z. B. 10 g, bei 9° aber 8 g, so ist die Luft von 20° trocken im Vergleich mit der Luft von 9°, obwohl sie im ersten Falle absolut mehr Wasserdampf enthält. Im ersten Falle fehlen ihr zur Sättigung 42%, im zweiten nur 9%.

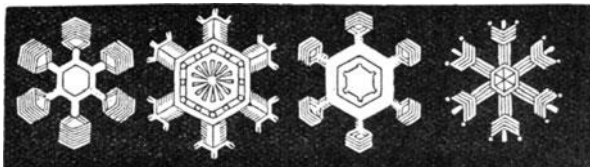


Abb. 267. Schneekristalle.

Die Feuchtigkeit der Luft in einem gegebenen Raume darf man also nicht lediglich danach beurteilen, wieviel Gramm Wasserdampf darin vorhanden sind, sondern nur danach, ob der vorhandenen Menge Dampf viel oder wenig zur Sättigung des Raumes fehlt. Das Ziel einer hygrometrischen Messung ist somit: zu ermitteln, in welchem Verhältnisse steht die zur Zeit der Beobachtung tatsächlich vorhandene Dampfmenge f zu der im selben Raume bei derselben Temperatur maximal möglichen (bei der Sättigung vorhandenen) Dampfmenge f_0 ?

Man kann f ermitteln, indem man eine abgemessene Menge Luft, z. B. 1 m³, mit einem Aspirator durch ein Rohr saugt, das Chlorkalzium oder Phosphorsäureanhydrid oder konzentrierte Schwefelsäure enthält, und dann die Gewichtszunahme der das Wasser absorbierenden Substanz bestimmt. Die Wägung ergibt die zur Zeit der Beobachtung in dem Kubikmeter enthaltene Menge von Wasserdampf f in Gramm; die bei derselben Temperatur im Sättigungszustande in 1 m³ enthaltene Menge f_0 ist aus Tabellen ersichtlich (z. B. KOHLRAUSCH: Lehrbuch der praktischen Physik).

Das Absorptionsverfahren ist zwar sehr genau, aber sehr zeitraubend. Man braucht f aber gar nicht direkt zu messen: das Verhältnis der momentan vorhandenen Dampfmenge zu der bei der Sättigung vorhandenen ist nämlich nahezu gleich dem Verhältnis des momentan herrschenden Dampfdruckes zu dem bei der Sättigung und derselben Temperatur herrschenden d. h. der Bruch f/f_0 ist gleich d/d_0 , wo d und d_0 die entsprechenden Werte für den Dampfdruck bedeuten; der Dampfdruck ist viel einfacher zu ermitteln als die Dampfmenge. Den Dampfdruck d_0 , d. h. den Sättigungsdruck des Wasserdampfes bei der gegebenen Beobachtungstemperatur t geben wieder die Tabellen; und der Dampfdruck d , d. h. der momentan herrschende Dampfdruck wird gemessen, indem man untersucht, bis zu welcher Temperatur man den Raum abkühlen muß, damit die gerade vorhandene Dampfmenge zu seiner Sättigung eben hinreicht, jede weitere Abkühlung aber Wasser niederschlägt. Die Tabellen geben den Druck des Dampfes an, der bei dieser Temperatur, dem Taupunkt, gesättigt ist. Man mißt auf diese Weise den Dampfdruck bei der ursprünglichen Temperatur des Raumes. — Die Hygrometer, die auf dem geschilderten Prinzip beruhen, werden Taupunkthygrometer oder Kondensationshygrometer genannt.

Die Grundform der Taupunkthygrometer zeigt das DANIELLSche (Abb. 268). A und B sind zwei durch ein Rohr luftdicht verbundene Glaskugeln, A ist etwa zur Hälfte mit Äther gefüllt. Das Thermometer C gibt die Lufttemperatur, das Thermometer in A die Temperatur des Äthers. Das Instrument enthält nur den Äther und Ätherdampf. Bei der Messung wird die Kugel B durch aufgetropften und an ihrer Oberfläche verdunstenden Äther abgekühlt (um die Verdunstungsfläche zu vergrößern und so den Prozeß zu beschleunigen, umhüllt man sie mit Musselin), infolgedessen kondensiert sich der Ätherdampf in B . Dadurch sinkt der Dampfdruck im Innern, und der Äther in A beginnt darauf zu verdampfen und nach B zu destillieren. Dadurch aber kühlt sich der Äther in A und mit ihm die Kugel ab;

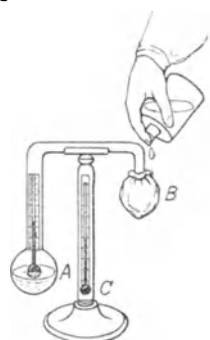


Abb. 268. Taupunkthygrometer.

schließlich ist die Kugel *A* so kühl, daß der Wasserdampf aus der Luft sich darauf niederschlagen beginnt. Die Temperatur (an *A* abgelesen), bei der die Kondensation *beginnt*, ist der Taupunkt, d. h. die Temperatur (s. S. 260), bei der die vorhandene Dampfmenge eben zur Sättigung des Raumes, in dem sie sich befindet, hinreicht. — Die Genauigkeit der Messung hängt davon ab, daß schon der *geringste* Hauch auf der Kugel *A* sichtbar wird. Sie ist deshalb zum Teil vergoldet. Das DANIELLSche Instrument hat heute nur noch historisches Interesse. Es ist von REGNAULT wesentlich verbessert worden.

Auf Einzelheiten bei der Messung gehen wir nicht ein. Die Benutzung der gefundenen Zahlen ist nach den Ausführungen über Kondensationshygrometer verständlich. Ist die Lufttemperatur z. B. 15°, und zeigt das Hygrometer den Taupunkt bei 5°, so findet man in den Tabellen: gesättigter Wasserdampf von 5° hat 6,543 mm Druck, gesättigter Wasserdampf von 15° hat 12,788 mm. Der Bruch $\frac{d}{d_0}$ ist also $\frac{6,543}{12,788} = 0,5117$.

(Wir erinnern daran, daß d/d_0 , das Verhältnis der Drucke, die Feuchtigkeit der Luft mißt, weil $\frac{d}{d_0} = \frac{f}{f_0}$, d. h. gleich dem Verhältnis der wirklich vorhandenen zu der unter den herrschenden Temperaturverhältnissen maximal möglichen Dampfmenge.)

Da man die vorhandene Dampfmenge *im Verhältnis* zu der maximal möglichen angeben soll, drückt man sie in *Prozenten* davon aus, d. h. man nennt die maximal mögliche 100 und findet dann aus

$$\frac{d}{d_0} = \frac{f}{f_0} = \frac{x}{100} \quad x = 100 \cdot \frac{d}{d_0} = 100 \cdot \frac{f}{f_0}.$$

[In dem obigen Beispiel enthält die Luft 51,17% der maximal möglichen Dampfmenge.

Das gegenwärtig am meisten benützte Hygrometer ist das *Psychrometer* von AUGUST, das auf einem ähnlichen Prinzip beruht: ein feuchter Körper verdunstet an seiner Oberfläche um so schneller, kühlt sich also um so stärker ab im Vergleich mit der herrschenden Lufttemperatur, je *trockener* die umgebende Luft ist. Die Abkühlung geht so lange fort, bis der Sättigungsdruck des verdampfenden Wassers und der Dampfdruck der Luft im Gleichgewicht sind, d. h. das feuchte Thermometer stellt sich auf diejenige Temperatur ein, bei der der Wasserdampf der Luft gerade kondensieren muß. Das Psychrometer (Abb. 269) besteht aus zwei zusammengehörigen Thermometern (in Zehntelgrade geteilt), die in jeder Beziehung möglichst übereinstimmen. Das Gefäß des einen, *B*, ist in Muscheln eingehüllt, den man feucht erhält, indem man ihm aus dem Behälter *C* durch einen Docht destilliertes Wasser zuführt. In-

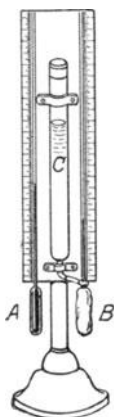


Abb. 269.
Psychrometer
von AUGUST.

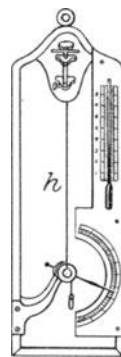


Abb. 270.
Haarhygrometer.

folge der Verdunstung des Wassers zeigt *B* stets eine *niedrigere* Temperatur an als *A*, das die Lufttemperatur anzeigt, und zwar ist die „psychrometrische“ *Differenz* desto größer, je *weiter* die Luft von ihrem *Sättigungszustand* entfernt ist. Aus den beiden Temperaturen wird der Feuchtigkeitsgrad der Luft ähnlich, wie oben angegeben, berechnet. Das AUGUSTSche Psychrometer hat ASSMANN verbessert, er hat die Aspiration hinzugefügt [249.] und eine Einrichtung, die den Einfluß der Strahlung auf das Meßresultat ausschließt.

Die Wirksamkeit gewisser anderer Hygrometer beruht auf den hygrokopischen Eigenschaften von organischen Gebilden, wie entfetteter Haare, Darmsaiten u. dgl., die bei der Absorption von Wasserdampf sich *verlängern*. In dem SAUSSURESchen Haarhygrometer (Abb. 270) wird die je nach dem Feuchtigkeitsgehalt der Luft eintretende Längenänderung eines Haares *h* dazu benützt, einen Zeiger vor einer empirisch geteilten Skala zu bewegen.

235. Dampfdichte. Ein Vergleich der Zahlen für die latente *Schmelzwärme* mit denen für die latente *Verdampfungswärme* lehrt, daß die Verwandlung der Flüssigkeit in Dampf im allgemeinen einen viel größeren Aufwand an Wärme erfordert, als die Verwandlung des entsprechenden festen Körpers in die Flüssigkeit. Sehr begreiflich, die latente Wärme bedeutet eine *Arbeitsleistung*, und die Arbeit bei der Verdampfung besteht in einer gänzlichen Trennung der Flüssigkeitsteilchen voneinander. Wenn auch die *Kohäsion* der *Flüssigkeitsteilchen* gering ist im Vergleich mit der Kohäsion der Teilchen des *festen* Körpers, die beim Schmelzen zu überwinden ist, so erfordert dafür die Verwandlung der Flüssigkeit in Dampf,

daß die mittleren *Abstände* der Flüssigkeitsmolekeln genügend groß gemacht werden, die gegenseitige Anziehung also genügend klein gemacht wird, um die Wiedervereinigung der Molekeln zu verhindern. Die Molekeln müssen dazu Abstände voneinander bekommen, die sehr groß sind im Vergleich mit denen in der Flüssigkeit. Während die Wärme beim Schmelzen das Gefüge gleichsam nur auflockert, sprengt sie es beim Verdampfen *auseinander*. Die Vollkommenheit der Trennung der Moleküle des ursprünglich flüssigen Körpers zeigt sich in der geringen Dichte der Dämpfe, im Vergleich zu der Dichte der Flüssigkeiten; es ist z. B. das spezifische Gewicht, auf Wasser von 4° bezogen:

für Wasser von	20° : 0,9982
„ Wasser von	100° : 0,9584
„ gesättigten Wasserdampf von	100° : 0,000620.

Hier ist die *Dichte* des Dampfes mit der des *Wassers* verglichen worden. Häufig wird sie auf Luft bezogen. Da aber die Dichte der Luft sehr verschieden ist, je nach ihrer Temperatur und dem Druck, unter dem sie steht, und da dasselbe von den Dämpfen gilt, so versteht man in diesem Fall unter *Dampfdichte* die Zahl, die angibt, wieviel mehr Masse ein Volumen *Dampf* bei bestimmtem Druck und bestimmter Temperatur enthält, als ein *gleich* großes Volumen *Luft* bei *demselben* Druck und *derselben* Temperatur.

Das Verhältnis der in der Volumeneinheit enthaltenen Massen zueinander würde auch bei Änderung des Volumens durch Druck oder Temperatur unverändert bleiben, wenn die Dämpfe — gleichviel ob gesättigt oder überhitzt — den Gesetzen von BOYLE und GAY-LUSSAC folgten. Es würde dann genügen, die Masse (in Gramm) eines gegebenen Volumens *Dampf* bei *einem* bestimmten Druck und *einer* bestimmten Temperatur zu messen und mit der bekannten Masse (in Gramm) eines bei *demselben* Druck und *derselben* Temperatur gleichen Volumens *Luft* zu vergleichen: jede Änderung des Volumens (durch Druck oder Temperatur) würde sich an dem Dampf und der Luft dann in derselben Weise äußern; die Masse pro *Volumeneinheit* würde — je nachdem — größer oder kleiner werden, aber in beiden Fällen in identischer Weise.

Aber nur *stark überhitzte* Dämpfe folgen dem BOYLESchen Gesetz; je näher der Sättigung, desto mehr weichen sie davon ab. Daher hat die Dampfdichte, auf Luft bezogen, nur für stark überhitzte Dämpfe eine konstante Größe.

236. Messung der Dampfdichte. Die Dampfdichte dient in der Chemie dazu, das Molekulargewicht und die Konstitutionsformel von Verbindungen zu ermitteln. Wir besprechen daher die wichtigsten Methoden zu ihrer Messung.

Wir erinnern daran, wieviel Gramm ein Luftvolumen von v cm³ bei dem Druck von p mm Quecksilber und der Temperatur t° enthält. Nach den zuverlässigsten Bestimmungen enthält 1 cm³ Luft bei 760 mm Druck und 0° C 0,0012932 g. Bei t° nimmt aber das Volumen, das bei 0° 1 cm³ einnahm, $(1 + \alpha t)$ cm³ ein, und wenn der Druck nicht 760 mm ist, sondern p mm, den Raum $\frac{760}{p} (1 + \alpha t)$ cm³. Die 0,0012932 g *Luft* sind dann also in $\frac{760}{p} (1 + \alpha t)$ cm³ enthalten. Somit enthält 1 cm³ Luft bei t° und dem Druck p mm:

$$\frac{0,0012932 \cdot p}{760 (1 + \alpha t)} \text{ g.}$$

Also v cm³ Luft von t° und bei dem Druck p mm enthalten:

$$m_1 = \frac{0,0012932 \cdot p}{760 (1 + \alpha t)} v \text{ g.}$$

Enthält nun das gleiche Volumen bei demselben Druck und derselben Temperatur m g Dampf, so ist die Dampfdichte, bezogen auf Luft, $D = \frac{m}{m_1}$, wo m_1 die soeben berechnete Luftmasse ist,

$$D = \frac{m}{\frac{0,0012932 \cdot p \cdot v}{760(1 + \alpha t)}} \quad \text{d. h.} \quad = \frac{m \cdot 760 \cdot (1 + \alpha t)}{0,0012932 \cdot p \cdot v}$$

Um die Dampfdichte zu ermitteln, muß man also messen: den Druck p , das Volumen v , die Temperatur t und das Gewicht m des Dampfes.

Bei der DUMASSCHEN Methode (1827) verdampft man eine kleine Menge Flüssigkeit in einem (offenen und in eine Spitze auslaufenden) Ballon von bekanntem Volumen v (0,1 bis 0,25 l) bei dem momentan herrschenden, also bekannten Atmosphärendruck p , und zwar



Abb. 271.
Zur Messung der Dampfdichte
nach
DUMAS.

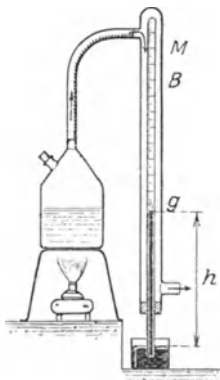


Abb. 272.
Zur Messung der Dampfdichte
nach
A. W. HOFMANN.

unter Anwendung eines Flüssigkeitsbades, dessen Temperatur höher (um 15–20°) sein muß, als der Siedepunkt der zu untersuchenden Flüssigkeit (weil ja der Dampf überhitzt werden muß). Das Thermometer gibt die Temperatur t des Bades, also auch des Dampfes t im Ballon an; nachdem die Flüssigkeit verdampft und der Dampf überhitzt worden ist, wird der Ballon (an der Spitze) zugeschmolzen (Abb. 271) und gewogen. Die Gewichts-differenz gegenüber dem Gewichte des leeren Ballons gibt das Gewicht r des Dampfes an. Damit sind die zur Berechnung der Dampfdichte notwendigen Größen bekannt.

Bei der von GAY-LUSSAC (1812) stammenden und von HOFMANN (1867) verbesserten Methode (Abb. 272) bringt man ein abgewogenes Quantum m der zu verdampfenden Flüssigkeit in das Vakuum eines graduierten TORRICELLI-SCHEN Rohres B , und zwar in einem

verstöpselten Fläschchen g , das man in dem Quecksilber aufsteigen läßt. Das TORRICELLI-SCHEN Rohr ist von einem Rohre M umgeben, durch das Dampf von bekannter Temperatur streicht. Bei der Erhitzung durch den Dampf wird der Stöpsel aus dem Fläschchen geschleudert; die Flüssigkeit verdampft, wird überhitzt und drückt die Quecksilbersäule herunter. Die Länge der Säule h gibt den Druck p mm, die Graduierung des Rohres B das Volumen v , die Temperatur des Dampfes im Rohre M , die ja auch die des Dampfes im Rohre B ist, die Temperatur t ; so sind wieder alle zur Berechnung der Dampfdichte erforderlichen Daten bekannt. Die Methode ist natürlich nicht anwendbar auf Substanzen, die das Quecksilber angreifen.

Bei der von VICTOR MEYER (1878) stammenden (von den Chemikern am meisten benützten) Methode wiegt man die zu verdampfende Flüssigkeit (r) und bringt sie in den unten beschriebenen Apparat (Abb. 273). Beim Verdampfen verdrängt sie ein gewisses Volumen Luft aus dem Apparat, und das ist dem Volumen des entwickelten Dampfes, dem es bei demselben Druck und derselben Temperatur Platz machen mußte, offenbar gleich. Dieses Luftvolumen mißt man, indem man die Luft bei ihrer Verdrängung aus dem Dampfraum über Wasser in einem Meßzylinder bei der herrschenden Zimmertemperatur und dem herrschenden Barometerdruck auffängt. Aus dem Gewicht dieses Luftvolumens und dem Gewicht r ist also die Dampfdichte berechenbar, ohne daß die Temperatur des Dampfes gemessen zu werden braucht, weil eben der Dampf eine Luftmenge verdrängt hat, die unter gleichen Verhältnissen ein seinem Volumen gleiches Volumen besaß.

Die Anordnung des Apparates zeigt Abb. 273. (Im Anfang steht der Meßzylinder noch nicht über dem von b herkommenden Gasentbindungsrohre a .) Sobald die Temperatur in dem Rohre b , das von dem Flüssigkeitsbade c aus (Wasser, Anilin, Schwefel u. a.) erwärmt wird, stationär geworden ist — wenn nämlich aus a keine Luftblasen mehr im Wasser aufsteigen, die Luft in b sich also nicht mehr ausdehnt — wird der Stöpsel d geöffnet, die

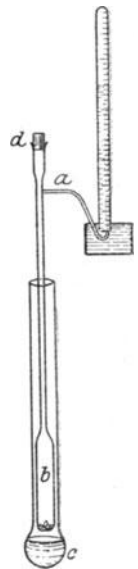
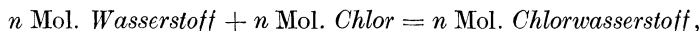


Abb. 273.
Zur Messung der
Dampfdichte nach
VICTOR
MEYER.

gewogene Flüssigkeit (in einem geschlossenen kleinen Gefäß) in die Röhre gebracht und der Stöpsel rasch wieder geschlossen. Jetzt schiebt man den Meßzylinder über das Gasentbindungsrohr a , um die sofort bei dem Beginn der Verdampfung austretende Luft aufzufangen. An der Graduierung des Meßzylinders liest man das vom Dampf verdrängte Luftvolumen v ab; die Luft steht unter Zimmertemperatur t und dem Barometerdruck, der um den (auf Quecksilberhöhe umzurechnenden) Druck der unter der Luft stehenden Wassersäule vermindert ist. Man hat also alle Daten, um das Gewicht des Luftvolumens zu berechnen, das dem Dampfolumen bei dem Druck und der Temperatur der Verdampfung gleich ist; das Gewicht des Dampfolumens selbst ist durch die Wägung von r vorher bestimmt gewesen.

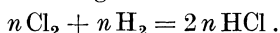
237. Beziehung zwischen Dampfdichte und Molekulargewicht. Wir gehen noch kurz darauf ein, wieso die Kenntnis der *Dampfdichte* zur Kenntnis des *Molekulargewichtes* führt.

AVOGADRO (S. 170) stellte die Hypothese auf (1811), daß *alle* Gase, vorausgesetzt, daß sie unter *gleichem* Druck stehen und die *gleiche* Temperatur haben, in *gleich* großen Raumteilen *gleichviel* „Molekeln“ enthalten. (Die Hypothese ist später durch die kinetische Theorie der Gase unterstützt worden.) Danach enthält unter gleichen Bedingungen z. B. 1 l Wasserstoff ebensoviel Molekeln, wie 1 l Sauerstoff oder wie 1 l Chlorwasserstoff. Der Chlorwasserstoff geht aber aus der chemischen *Verbindung* von Wasserstoff und Chlor hervor. Wenn wir die einfachste Annahme machen, die zunächst möglich erscheint, nämlich daß sich je eine Molekel Chlor mit je einer Molekel Wasserstoff zu einer Molekel Chlorwasserstoff verbindet, und wenn wir die Anzahl der Molekeln in einem Liter Gas unter einem gegebenen Druck und bei einer gegebenen Temperatur mit n bezeichnen, so können wir dieses *gemutmaßte* Verbindungsverhältnis ausdrücken durch die Gleichung:



in der das $+$ -Zeichen nicht eine mechanische Addition andeuten soll, sondern eine Vereinigung der Molekeln zu einer *chemischen Verbindung*. Wenn der Vorgang wie angenommen verlief, würden sich also n Molekeln Chlor mit n Molekeln Wasserstoff zu n Molekeln Chlorwasserstoff *verbinden*. Diese n Molekeln würden dann 1 l Chlorwasserstoff geben.

Aber die Erfahrung lehrt etwas anderes: Wenn sich 1 l Wasserstoff und 1 l Chlor zu Chlorwasserstoff verbinden, so entstehen *tatsächlich* 2 l Chlorwasserstoff. Das heißt aber: n Molekeln Wasserstoff + n Molekeln Chlor geben $2n$ Molekeln Chlorwasserstoff. ($2n$, weil ja *jedes* Liter HCl n Molekeln enthält, also 2 l nach der AVOGADROschen Hypothese $2n$ Molekeln enthalten!) Dann ist also die Annahme, daß je 1 Molekel Chlor und je 1 Molekel Wasserstoff sich zu *einer* Molekel Chlorwasserstoff verbinden, falsch. Wir müssen vielmehr annehmen, daß sich aus 1 Molekel Chlor und 1 Molekel Wasserstoff 2 Molekeln Chlorwasserstoff bilden, und daß also jede Molekel Chlor und jede Molekel Wasserstoff aus zwei gleichartigen Teilen besteht. Man ist somit zu der weiteren Annahme gezwungen, daß ein Unterschied besteht zwischen der kleinsten Stoffmenge, *die frei für sich bestehen kann*, und der kleinsten Stoffmenge, *die sich chemisch verbinden kann*. Die erste Menge nennt man „Molekül“, die zweite „Atom“. Man muß das Molekül also aus *mehreren* Atomen bestehend annehmen. Wenn wir uns das Wasserstoffmolekül aus 2 Wasserstoffatomen bestehend denken und das Chlormolekül aus 2 Chloratomen, so müssen wir uns vorstellen, daß bei der Vereinigung des Wasserstoffes und des Chlors zu Chlorwasserstoff die Moleküle sich in die Atome spalten, und je ein *Atom* Chlor sich mit je einem *Atom* Wasserstoff zu einem *Molekül* Chlorwasserstoff verbindet. Man drückt die Umsetzung symbolisch aus durch die Gleichung:



Hierin bedeutet Cl ein *Atom* Chlor, Cl₂ das aus 2 Atomen Chlor bestehende *Molekül* Chlor, H ein Atom Wasserstoff, H₂ das aus 2 Atomen Wasserstoff bestehende Molekül Wasserstoff, HCl das aus einem Atom H und einem Atom Cl bestehende Molekül Chlorwasserstoff. Konsequentermaßen muß man dem zweiatomigen *Molekül* doppelt soviel Masse, also auch doppelt soviel Gewicht zuschreiben wie dem *Atom*, kurz das Atomgewicht gleich der Hälfte des Molekulargewichts setzen. — Man bezieht die Atom- und die Molekulargewichte aller Substanzen auf das Atom- und das Molekulargewicht des Sauerstoffes. Das Atomgewicht des Sauerstoffes setzt man 16, sein Molekulargewicht infolgedessen gleich 32.

Wenn aber gleiche Gasvolumina *gleichviel* Moleküle enthalten, so verhalten sich offenbar die Gewichte gleicher Gasvolumina zueinander wie die Gewichte der Gasmoleküle, man sagt: wie die *Molekulargewichte* der Gase. Dividiert man also die Masse irgendeines Gasvolumens von v cm³ durch die Masse eines gleich großen Volumens Sauerstoff, so erhält man

$$\frac{\text{Gewicht von } v \text{ cm}^3 \text{ Gas}}{\text{Gewicht von } v \text{ cm}^3 \text{ Sauerstoff}} = \frac{\text{Molekularg. des Gases}}{\text{Molekulargew. des Sauerstoffes}}$$

Dividiert man links Zähler und Nenner gleichzeitig mit der Größe „Gewicht von v cm³ Luft“, so erhält man:

$$\frac{\frac{\text{Gew. von } v \text{ cm}^3 \text{ Gas}}{\text{Gew. von } v \text{ cm}^3 \text{ Luft}}}{\frac{\text{Gew. von } v \text{ cm}^3 \text{ Sauerstoff}}{\text{Gew. von } v \text{ cm}^3 \text{ Luft}}} = \frac{\text{Molekulargew. des Gases}}{\text{Molekulargew. des Sauerstoffes}}$$

Der Zähler des Bruches links ist die Dampfdichte D der Substanz, bezogen auf Luft (S. 263), der Nenner die entsprechende Größe für Sauerstoff, die den Wert $\frac{32}{28,98} = 1,1042$ besitzt. Also erhalten wir:

$$\frac{D}{1,1042} = \frac{M}{32}, \text{ also } M = \frac{32 \cdot D}{1,1042} = 28,98 \cdot D, \text{ rund } 29 \cdot D.$$

M ist das gesuchte Molekulargewicht des Gases.

Molekulargewicht und Dampfdichte stehen also in einer einfachen Beziehung, so daß man sie auseinander berechnen kann. *Mißt* man die Dampfdichte, so kann man daher nicht nur die Gültigkeit des AVOGARDOSCHEN Satzes, sondern auch die Gültigkeit chemischer Formeln kontrollieren. Und wenn die gemessene Dampfdichte von der theoretisch berechneten sehr stark abweicht, kann man chemische Vorgänge erkennen, die man sonst kaum entdecken könnte. So hat man aus Messungen der Dampfdichte z. B. gefunden, daß der Quecksilberdampf aus Atomen (nicht Molekülen) besteht, daß der Schwefeldampf bei ca. 1000° nicht 2, sondern 6 Atome im Molekül enthält u. a. m.

Bezieht man die Dampfdichte statt auf Luft wieder auf Wasser, so muß man die für D abgeleiteten Zahlen mit der Dichte der Luft multiplizieren. Man findet die Dichte eines Gases bei 0° und dem Druck einer Atmosphäre zu

$$d = D \cdot 0,0012932 \text{ g/cm}^3 \text{ d. h. } d = \frac{M}{32} \cdot 1,1042 \cdot 0,0012932 = \frac{M}{22414} \text{ g/cm}^3. \text{ Das spez. Volumen, d. h. das Volumen von 1 g Masse, folgt hieraus zu } v = \frac{1}{d} = \frac{22414}{M} \text{ cm}^3/\text{g}.$$

Das Volumen von M g Masse, d. h. also der durch das Molekulargewicht bestimm-

ten Masse, die ein Mol genannt wird, ist für jedes Gas dieselbe Zahl, nämlich $22\,410\text{ cm}^3$ oder $22,410\text{ l}$. Dieses auf 0° und den Druck einer Atmosphäre, d. h. auf die sog. Normalbedingungen bezogene Volumen heißt das *normale Molvolumen*.

F. Thermochemische Vorgänge.

238. Dissoziation. Die Verwandlung des flüssigen Aggregatzustandes in den gasförmigen ist nicht die letzte Veränderung, die Wärmezufuhr an einem Körper, der ursprünglich fest war, hervorrufen kann. Ist die gesamte Flüssigkeit in Dampf verwandelt, so bewirkt die weitere Wärmezufuhr zwar *zunächst* nur Temperaturerhöhung des Dampfes, schließlich aber etwas ganz Neues: *Zerlegung* der Dampfmoleküle (*Dissoziation*). Ist z. B. ein Quantum Wasser durch Wärmezufuhr ganz in Dampf — zunächst *gesättigten* — verwandelt worden, so verwandelt die weitere Wärmezufuhr den *gesättigten* Dampf in *überhitzten* und steigert die Temperatur des Dampfes, der dann den Charakter eines Gases hat. Schließlich aber zerfällt die gasförmige Wassersubstanz in ihre Bestandteile Sauerstoff und Wasserstoff. Die zugeführte Wärme wird dann zu der Arbeit verbraucht, die nötig ist, um die (vermöge ihrer *Affinität* bestehende) „chemische Verbindung“ des Sauerstoffes und des Wasserstoffes aufzuheben. Das Gas hat aber nicht etwa eine bestimmte *Dissoziationstemperatur*, wie eine Flüssigkeit eine bestimmte Siedetemperatur hat, sondern die Dissoziation beginnt bei einer gewissen „Anfangstemperatur“, verläuft immer stärker bis zu einer mittleren „Zersetzungstemperatur“ (*Dissoziationstemperatur*), bei der sie am lebhaftesten ist, um dann allmählich abzunehmen, bis sie bei der „Endtemperatur“ aufhört. Theoretisch zwar sind bei jeder Temperatur alle chemisch möglichen Bestandteile vorhanden, teilweise allerdings in unwahrnehmbar geringen Mengen. Die Bezeichnung Anfangs- und Endtemperatur bedeuten nur ungefähre Temperaturgrenzen der *deutlich wahrnehmbaren* Dissoziation. Nach NERNST sind unter dem Druck einer Atmosphäre bei 1700° etwa 0,6%, bei 2200° etwa 4% aller Wasserdampfmoleküle dissoziiert. Die Dissoziation stellen wir uns nach der kinetischen Gastheorie so vor: Prallt ein Molekül mit einem anderen oder mit der Gefäßwand zusammen, dann wird es zertrümmert, und es zerfällt in seine atomaren Bestandteile. Je höher nun die Temperatur eines Gases ist, um so mehr Moleküle werden diejenige Geschwindigkeit, also auch diejenige kinetische Energie erreichen, die zur Zertrümmerung nötig ist. Hiermit steht im Einklang, daß die Dissoziation mit steigender Temperatur zunimmt. *Einzelne* Moleküle können aber auch schon bei verhältnismäßig tiefer Temperatur zerfallen, da einzelne Moleküle auch dann schon sehr hohe Geschwindigkeiten und hohe kinetische Energien erreichen können; die wirklich vorkommenden kinetischen Energien der einzelnen Moleküle gehorchen nämlich den Gesetzen des Zufalls, nur der Mittelwert der kinetischen Energien *aller* Moleküle wird eindeutig durch die Temperatur bestimmt. Von n Gasmolekülen ist bei der Temperatur t und bei dem Druck p stets ein bestimmter Bruchteil x dissoziiert. Im Wasserdampf z. B. sind von n Molekülen H_2O bei der Temperatur t und dem Druck p im ganzen nx Moleküle dissoziiert, d. h. es sind nur $n - nx = n(1 - x)$ Moleküle H_2O vorhanden, ferner $n \cdot x$ Moleküle H_2 und nx Atome O, die sofort $\frac{n}{2}x$ Moleküle O_2 bilden. Statt der ursprünglichen n Moleküle sind nach der Dissoziation also $n(1 - x) + nx + \frac{n}{2}x = n\left(1 + \frac{x}{2}\right)$ Moleküle vorhanden. Die Größe x heißt der *Dissoziationsgrad*. Nachdem sich in dem Gasgemisch von

H_2O , H_2 und O_2 ein bestimmter Dissoziationsgrad eingestellt hat, sind aber die chemischen Umsetzungen keineswegs zu Ende. Jedes Wassermolekül, das einen genügenden wuchtigen Stoß bekommt, zerfällt weiter in seine Atome. Gleichzeitig aber, wenn sich an irgendeiner Stelle des Raumes zwei Wasserstoffmoleküle und ein Sauerstoffmolekül mit genügender Wucht treffen, bilden sie wieder Wasser. Im *Gleichgewichtszustand* zerfallen pro Sekunde *ebensoviel* Moleküle, wie sich von neuem bilden. — Wie man nach der kinetischen Theorie erwarten muß, daß sich bereits bei Zimmertemperatur einige, wenn auch sehr wenige Wasserdampfmoleküle zersetzen, so muß man auch schließen, daß sich bereits bei Zimmertemperatur aus Wasserstoff und Sauerstoff Wasser bilden muß. Der endgültige Gleichgewichtszustand zwischen diesen drei Gasen ist bei Zimmertemperatur sogar nur dann möglich, wenn sich Wasserstoff und Sauerstoff nahezu restlos zu Wasser vereinigt haben. Dem scheint die Tatsache zu widersprechen, daß sich ein Gemisch von Sauerstoff und Wasserstoff *unter gewöhnlichen Umständen* keineswegs in Wasser verwandelt. Der Grund dafür liegt indessen darin, daß bei Zimmertemperatur die Verbindung sehr langsam vonstatten geht; die *Reaktionsgeschwindigkeit* ist sehr klein. Durch einen elektrischen Funken kann man das Gasgemisch außerordentlich schnell, explosionsartig, zu Wasser umwandeln. — Den Verlauf der Dissoziation eines Stoffes kann man durch die Messung seiner Dampfdichte verfolgen (s. S. 266). Die Dampfdichte hängt ja von dem Molekulargewicht ab, und das Molekulargewicht ändert sich infolge der Zersetzung der Substanz. Man kann daher durch Messung der Dampfdichte während der Dissoziation die Änderung des Molekulargewichtes, also *indirekt* den Verlauf der Dissoziation verfolgen. — Wenn die im Gleichgewicht befindlichen Spaltungsprodukte die Wärme nach außen wieder abgeben können, so vereinigen sie sich wieder. Z. B. Salmiak, der in einem geschlossenen Gefäße dissoziiert wird, zerlegt sich in Ammoniakgas und Chlorwasserstoffgas; wird den Gasen dann wieder die Wärme entzogen, so vereinigen sie sich wieder zu Salmiak. Die durch Dissoziation des Wasserdampfes voneinander getrennten Gase Wasserstoff und Sauerstoff vereinigen sich beim (langsamen) Erkalten wieder zu Wasser.

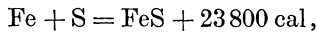
Wegen dieses spontanen Rückganges entzieht sich die Dissoziation sehr leicht der Wahrnehmung. (Erste Beobachtung GROVE, 1847, erste eingehende Untersuchung ST. CLAIRE DEVILLE, 1857.) Man kann sie aber leicht nachweisen, wenn man die Dissoziationsprodukte durch eine poröse Scheidewand in ein anderes Gefäß diffundieren läßt: infolge der Verschiedenheit ihrer Molekulargewichte, also auch ihrer Dichte, diffundieren sie verschieden schnell (S. 192, GRAHAM'Sches Gesetz) und trennen sich dadurch insofern voneinander, als nach einer gewissen Zeit der auf der einen Seite der porösen Platte befindliche Anteil mehr von dem weniger dichten (schnelleren) Dissoziationsprodukt enthält, der auf der anderen mehr von dem dichteren (langsameren). Bei der Dissoziation des Salmiaks z. B. kann man das daran erkennen (an der Lackmusfärbung), daß der eine Teil alkalisch reagiert — es ist der an NH_3 reichere —, der andere sauer — es ist der an HCl reichere.

239. Verbindungswärme. Wärmetönung. Verbrennungswärme. Die *Dissoziation* chemischer Verbindungen durch die Wärme und die Wiedervereinigung der Spaltungsprodukte bei der Wärmeabgabe sind nur besondere Fälle der „thermochemischen“ Vorgänge im allgemeinen. Die chemischen Vorgänge sind sämtlich mit Wärmeaufnahme oder mit Wärmeabgabe verbunden.

Sie laufen stets darauf hinaus, daß sich die Atome umgruppieren, die vor dem Eintreten des chemischen Prozesses ein anderes System mit anderen Eigen-

schaften gebildet haben, als sie nachher bilden. Vermengt man z. B. Eisen und Schwefel innigst, so sind die Eisenteilchen von den Schwefelteilchen (nötigenfalls unter dem Mikroskop) noch immer voneinander zu unterscheiden und auf mechanischem Wege auch wieder voneinander zu trennen; sie bilden nur ein *mechanisches Gemenge*. Wenn sie aber vermöge ihrer „Affinität“ Schwefeleisen bilden, so ist in dieser Verbindung weder von Eisen noch von Schwefel etwas wahrzunehmen, und der neue Stoff hat Eigenschaften, die weder die des Eisens noch die des Schwefels sind, obwohl er aus beiden besteht.

Während sich die Stoffe verbinden, sich gleichsam atomar verschmelzen, *geben sie Wärme ab* (*exothermische Reaktion*), ungefähr wie Dampf, während er sich kondensiert, oder wie eine Schmelze, während sie erstarrt. Wenn sich z. B. 56 g Eisen (Fe) und 32 g Schwefel (S) zu 88 g Schwefeleisen (FeS) verbinden, geben sie 23800 cal ab. Man formuliert das durch die *thermochemische Gleichung*:



oder auch $\text{Fe} + \text{S} - \text{FeS} = 23\,800 \text{ cal},$

oder auch $(\text{FeS}) = 23\,800 \text{ cal}.$

Die Atomsymbole bedeuten so viele Gramm, wie die Atomgewichtszahl des Stoffes angibt. — Aber es gibt auch chemische Vorgänge, die Wärme *verbrauchen* (*endothermische Reaktion*), in dieser Beziehung also dem Verdampfen einer Flüssigkeit oder dem Schmelzen eines starren Körpers gleichen: In die thermochemische Gleichung muß man die Kalorienzahl negativ einsetzen. — Die Wärmemengen, die bei der Bildung chemischer Verbindungen entstehen oder verschwinden, sind im Kalorimeter meßbar — man benützt meist ein Wasserkalorimeter, zuweilen das BUNSENSCHE Eiskalorimeter —, ohne weiteres jedoch nur bei Reaktionen, die so schnell verlaufen, daß die unkontrollierbaren Wärmeverluste unerheblich sind, und die obendrein vollständig und einfach verlaufen, d. h. ohne unkontrollierbare Nebenreaktionen. Diese für die Genauigkeit der Messung unerlässlichen Bedingungen erfüllen nur sehr wenige Reaktionen. Man kann sie aber fast immer herbeiführen, wenn man die zu untersuchenden Reaktionen auf einem Umwege von dem Anfangszustand zu dem Endzustand der reagierenden Stoffe verlaufen läßt, d. h. wenn man geeignete Zwischenreaktionen zwischen die beiden Zustände einschaltet, deren Energiedifferenz man messen will.

„So ist es uns nicht möglich, die Energiedifferenz zwischen Holzkohle und Diamant direkt zu bestimmen, weil eben die Überführung der einen Modifikation in die andere sich nicht bewerkstelligen läßt. Verwandeln wir aber Holzkohle und Diamant mit Hinzuziehung eines Zwischenkörpers in die gleiche Verbindung, so liefert die Differenz dieser beiden Wärmemengen den Wärmewert der Umwandlung aus der einen Modifikation in die andere. Ein derartiger, sehr häufig benutzter Zwischenkörper ist der Sauerstoff; als z. B. die verschiedenen Modifikationen des Kohlenstoffes verbrannt wurden (in der kalorimetrischen Bombe), ergab sich für

	cal	Differenz
amorphe Kohle (Holzkohle)	97 650	
Graphit.	94 810	2840
Diamant	94 310	500

Es würden somit beim Übergang von 12 g Holzkohle in Graphit 2840, beim Übergang von 12 g Graphit in Diamant 500 cal entwickelt werden“ (NERNST).

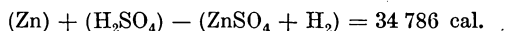
Aus den an den Zwischenreaktionen direkt gefundenen Zahlen kann man die Zahlen für die zu untersuchende Reaktion *berechnen*; denn die Energiedifferenz zwischen zwei gleichen Zuständen des Systems muß die gleiche sein, unabhängig davon, auf welchem Wege, d. h. hier: mit welcher Zwischenreaktion es von dem einen in den anderen Zustand übergeht. (Gesetz der konstanten

Wärmesummen, HESS, 1840.) Die Gültigkeit dieses Gesetzes folgt aus dem ersten Hauptsatze der mechanischen Wärmetheorie; denn bestünde es *nicht*, so brauchte man das reagierende System nur auf irgendeinem Wege mit größerer *Wärmeentwicklung* in einen gewissen Endzustand überzuführen, und auf einem Wege mit geringerem *Wärmeverbrauch* in den Anfangszustand zurückzubringen, um Energie aus nichts zu gewinnen.

Jeder chemische Vorgang ist mit äußerer mechanischer Arbeitsleistung verbunden; auch diese muß man — in die äquivalente Wärmemenge umgerechnet — berücksichtigen, wenn man die Wärmebilanz des Vorganges aufstellen will. (Ist die Reaktion zu Ende und das System wieder auf der Anfangstemperatur, so muß nach dem Gesetz von der Erhaltung der Energie die entwickelte Wärmemenge Q plus der vom System geleisteten Arbeit A gleich der Abnahme U sein, S. 205.) Fast immer besteht die äußere Arbeit in der Überwindung des Atmosphärendruckes bei der mit der Reaktion verbundenen Volumenänderung, sie ist also bequem in Liter-Atmosphären ausdrückbar. Die Arbeit von 1 Liter-Atmosphäre ist 24,19 cal äquivalent. Durch Multiplikation mit 24,19 kann man also die Arbeit der in Liter gemessenen Volumenänderung in Grammkalorien umrechnen.

Die *Summe* der bei einer Reaktion entwickelten (absorbierten) Wärmemenge und der geleisteten (verbrauchten) äußeren Arbeit, beide in Grammkalorien ausgedrückt, gibt also die Änderung der *gesamten* Energie des Systems an. Sie heißt (nach JUL. THOMSEN) *Wärmetönung* der betreffenden Reaktion; sie ist positiv oder negativ, je nachdem die Reaktion Wärme entwickelt oder verzehrt und Arbeit leistet oder verbraucht.

Zwei Beispiele sollen den Sinn der Wärmetönung und das über die Arbeitsleistung Gesagte erläutern. Wenn man 1 Grammatom Zink, d. h. 65,4 g Zink in verdünnter Schwefelsäure löst — die Anfangstemperatur sei 20° C —, so entstehen schwefelsaures Zink und 2 g (1 Mol) freier Wasserstoff. Dabei werden 34 200 cal entwickelt. Das in Freiheit gesetzte 1 Mol Wasserstoff erfüllt (S. 170) bei 0° und 760 mm Druck 22,41 l, bei der absoluten Temperatur T also den Raum $22,41 \cdot T/273$ l (S. 224), es leistet somit bei seiner Ausdehnung gegen die Atmosphäre eine Arbeit von $22,41 T/273 = 0,0821 T$ Liter-Atmosphären oder (S. 231) rund $2 T$ cal. Und da hier $T = (273 + 20)^\circ \text{C}$, so leistet der Wasserstoff $2(273 + 20) = 586$ cal. Die Wärmetönung dieser Reaktion, die Differenz zwischen dem Energieinhalt des Systems vor Beginn und nach Beendigung der Reaktion, beträgt also $34\,200 + 586 = 34\,786$ cal. Die thermochemische Gleichung ist daher:



Trotz der *sehr* großen Volumenänderung (infolge der Gasentwicklung) beträgt die äußere Arbeitsleistung nur $1\frac{2}{3}\%$ der ganzen Wärmetönung; wo die reagierenden und die entstehenden Stoffe alle fest oder flüssig sind, darf man sie daher vernachlässigen.

Ein anderes Beispiel: Verbrennen 2 g Wasserstoff mit 16 g Sauerstoff, also 1 Mol Wasserstoff mit $\frac{1}{2}$ Mol Sauerstoff, zu flüssigem Wasser von 20° C, so entstehen 68 400 cal. Dabei verschwinden die $1\frac{1}{2}$ Mol Gas, d. h. das Volumen der reagierenden Stoffe verkleinert sich um $\frac{3}{2} \cdot 22,41 \cdot T/273$ l. War die Anfangstemperatur wieder 20° C, so *leistet* jetzt der *Atmosphärendruck* Arbeit an dem System, und zwar $\frac{3}{2} \cdot 2 T = \frac{3}{2} \cdot 2(273 + 20) = 879$ cal; diese Arbeit haben die reagierenden Stoffe *verbraucht*, die Wärmetönung der Reaktion beträgt daher $68\,400 - 879 = 67\,521$ cal. Die thermochemische Gleichung ist $(\text{H}_2) + (\text{O}) - (\text{H}_2\text{O}) = 67\,521$ cal. In diesem Betrage sind auch die $18 \cdot 538 = 9684$ cal enthalten, die bei der Kondensation des Wasserdampfes zu Wasser freigeworden sind, also eine Wärmemenge, die von dem Ablauf eines *physikalischen* Prozesses herrührt, der mit dem chemischen zufällig parallel geht.

Sehr geeignet als Zwischenreaktionen, weil sie schnell, vollständig und einfach verlaufen, sind die Verbrennungen der Stoffe im Sauerstoff (Oxydationen). Daher ist es wichtig, die Wärmetönung der Oxydation der Stoffe zu kennen, d. h. zu ermitteln, wieviel Grammkalorien ein Stoff bei seiner vollständigen Oxydation pro Grammolekel entwickelt. Man nennt diese Anzahl seine *Verbrennungswärme*.

Zur Ausführung der Verbrennung dient die kalorimetrische Bombe (BERTHELOT), ein innen platinirtes oder emaillirtes Eisengefäß von ca. 0,3—0,4 l Inhalt, das auf ca. 25 Atm. verdichteten Sauerstoff und den zu verbrennenden Stoff enthält, und das ganz in das Kalorimeterwasser eintaucht. Man entzündet durch einen galvanisch glühenden Körper. — Die Verbrennungswärme beträgt z. B. für

	Verbrennungsprodukt	pro g
Wasserstoff	H ₂ O	33 760 cal
Kohlenstoff	CO ₂	88 137 „
Schwefel	SO ₂	2 307 „
Phosphor	P ₂ O ₅	5 747 „
Sumpfgas		13 108 „
Ölbildendes Gas		11 942 „

Besonders interessieren uns die Verbrennungswärmen unserer Heizmaterialien (Kohle, Holz, Torf, Heizgas), die ja zum größten Teil aus Verbindungen von Kohle und Wasserstoff bestehen. Aus ihrer chemischen Analyse und aus den bereits bekannten Verbrennungswärmen kann man ihre eigene Verbrennungswärme berechnen. Kalorimetrisch ergibt die Verbrennung von

1 kg Tannenholz (mit 12% Wasser)	ca.	4400 kcal
1 „ gute Braunkohle	„	6000 „
1 „ Koks	„	7100 „
1 „ Holz- und Steinkohle	„	7—8000 „
1 „ Petroleum (raffiniert, amerikanisches)	„	11 400 „
1 m ³ Generatorgas		838 „
1 „ Dowsongas		1313 „
1 „ Wassergas		2884 „
1 „ Leuchtgas (gereinigt)		5200 „
1 „ Leuchtgas (ungereinigt)		5600 „

Aber die kalorimetrisch ermittelte Verbrennungswärme kommt uns in den Heizungsanlagen nur zum Teil zugute; selbst in den besten geht ungeheuer viel Wärme verloren. Um die Verbrennung im Ofen zu unterhalten, muß man dauernd Sauerstoff, also frische Luft, dem auf dem Rost ausgebreiteten Brennmaterial zuführen und die des Sauerstoffs beraubte Luft davon wegführen. Zur Wegführung dient der Schornstein (Kamin). Die heiße Luft steigt in ihm auf und saugt die frische Luft von unten heran. Diese vermischt sich, durch den Rost tretend, mit dem Brennmaterial. Die frische Luft ist relativ kalt und verbraucht von den entwickelten Kalorien einen beträchtlichen Anteil zu ihrer Erwärmung. Auch die verbrauchte, von dem brennenden Material wegströmende Luft führt von den entwickelten Kalorien einen beträchtlichen Anteil durch den Schornstein weg. Man muß sogar viel mehr frische Luft zuführen, als ihrem Sauerstoffgehalt nach theoretisch nötig erscheint; erfahrungsgemäß darf nicht mehr als $\frac{2}{3}$ des Sauerstoffes verbraucht werden, der gleichzeitig vorhandene Stickstoff würde sonst den Prozeß durch Wärmeentziehung gar zu sehr schädigen. Um 1 kg Sauerstoff zur Verbrennung zu liefern, sind wenigstens 6,5 kg, d. h. 5 m³ Luft nötig. Wie aber zu geringe Luftzufuhr den Verbrennungsprozeß schädigt, ebenso eine zu starke, weil sie das Brennmaterial und den Ofen zu stark abkühlt. — In den *technischen* Heizungsanlagen kommt als weitere Verlustquelle hinzu die Ausstrahlung der Herdwärme und die Fortführung der erwärmten Luft an die kältere Umgebung (was in den Öfen der Wohnräume gerade der Zweck der Heizung ist). — Alle diese Verluste zusammen verschlechtern die technische Ausnützung der Verbrennungswärme: 1 kg Steinkohle, vollständig verbrannt, liefert ca. 8000 kcal, würde, vollständig ausgenützt, also etwa 13 kg Wasser verdampfen können, verdampft tatsächlich aber in den besten Dampfkesselanlagen nur etwa 8—9 kg Wasser.

Regenerativofen von SIEMENS. Ein sehr erfolgreiches Prinzip zur Einschränkung der Wärmeverluste verwirklicht der SIEMENSsche Regenerativofen (FRIEDR. SIEMENS, 1885): ein Gasofen, der die Hitze der aus dem Ofen abziehenden Verbrennungsprodukte (Abgase) dazu benützt, das frisch in den Ofen strömende Gas (Frischgas) möglichst hoch zu erhitzen, ehe es in den eigentlichen Verbrennungsraum eintritt. Zu dem Zweck läßt man die Abgase auf ihrem Wege in den Schornstein eine Kammer aus feuerfestem Material durchstreichen. Sie geben dabei einen großen Teil ihrer Wärme ab an die Wände der Kammer und an ein aus Ziegeln hergestelltes Fachwerk darin. Sind die Kammerwände und das Fachwerk auf die hierdurch erreichbare Hitze gebracht worden, so werden die abziehenden Gase auf einem anderen Wege durch eine zweite ebensolche Kammer — es sind immer zwei vorhanden — in den Schornstein geleitet; das frisch einströmende Gas wird durch die erste (geheizte) Kammer geleitet, um beim Hindurchpassieren die in den Wänden und dem Fachwerk aufgespeicherte Wärme aufzunehmen. Jede der zwei Kammern wird in Perioden von einigen Stunden abwechselnd entweder in den Weg der Abgase oder in den Weg des Frischgases eingeschaltet, das erste, um den Abgasen die Wärme wegzunehmen, das zweite, um die so gerettete Wärme an das Frischgas abzugeben. — Die Öfen spielen eine große Rolle in der Heiztechnik, namentlich für die Glasindustrie.

240. Verbrennung. Reaktionsgeschwindigkeit. Explosion. Die Verbrennung hat einen anderen Charakter, je nachdem sie mit *offener* Flamme oder — in einer eingeschlossenen Gasmasse — mit *eingeschlossener* Flamme verläuft. Man nennt die erste eine *langsame* Verbrennung, die zweite eine *Explosion*. Gemeinsam ist beiden, daß das Gemisch von Brennstoff und Sauerstoff bei Zimmertemperatur *trotz der Affinität seiner Teile* chemisch indifferent ist — oder doch so *erscheint*; denn die Teile reagieren zwar aufeinander, aber bei Zimmertemperatur mit unwahrnehmbar kleiner *Reaktionsgeschwindigkeit*, mit wachsender Temperatur aber zum Endzustande der Reaktion hin, dem *chemischen Gleichgewichte* hin, mit immer größer werdender. [Treffen reaktionsfähige Stoffe aufeinander, so tritt eine Reaktion ein. Nach einer genügend langen Zeit ist sie beendet. Man sagt dann, das System findet sich im chemischen Gleichgewicht. Den Begriff hat BERTHELOT (1801) eingeführt.] Zur *Einleitung* einer Verbrennung (Oxydation) — gleichviel ob einer langsamen oder einer stürmischen — ist also, wie zur Einleitung des lebhaften Verlaufes eines jeden chemischen Prozesses, eine gewisse Reaktionsgeschwindigkeit und somit eine gewisse Anfangstemperatur erforderlich; zur *Unterhaltung* der Verbrennung natürlich mindestens die Unterhaltung der Anfangstemperatur. Je nach dem Grade der Entzündlichkeit des Brennstoffes ist sie anders. Unter den festen Körpern hat die niedrigste Phosphor, dann folgen Schwefel, Talg, Holz, Holzkohle, Steinkohle, Anthrazit; eine analoge Reihe bilden: Phosphorwasserstoff, Wasserstoff, ölbildendes Gas, Schwefelwasserstoff, Kohlenoxyd, Grubengas.

Um die Verbrennung einzuleiten, erhitzt man einen Teil des brennbaren Gemenges durch eine Flamme oder durch einen elektrischen Funken bis zur Entzündung. Dadurch steigt die Reaktionsgeschwindigkeit in diesem Teil enorm: hier ist energische Reaktion und Erzeugung von Wärme, die die noch reaktionslosen Nachbarteile auf die Entzündungstemperatur erhitzt. Jetzt kommt es auch in den Nachbarteilen zur Reaktion und Wärmezeugung — und so fort von einer Nachbarschicht zur anderen durch das ganze Gemisch hindurch. Die Verbrennung pflanzt sich aber bei der langsamen Verbrennung ganz anders fort als bei der *Explosion*: bei der *langsamen* Verbrennung verbreitet sich die zur Erzielung der Entflammungstemperatur nötige Wärme durch *Leitung* von

Punkt zu Punkt; die Geschwindigkeit, mit der sich die Verbrennung ausbreitet, hängt also erstens von der Größe der Wärmeleitung ab, und zweitens davon, wie schnell die Reaktionsgeschwindigkeit des Gemisches mit seiner Temperatur steigt. Bei der explosiven Verbrennung spielt aber für ihre Fortpflanzung die mit der Verbrennung verbundene *Drucksteigerung* (in der am Ausweichen behinderten, weil eingeschlossenen Gasmasse) die Hauptrolle: ganz im Anfang geht die Wärme wie bei der langsamen Verbrennung durch Leitung auf die Nachbarschicht über. Die Verbrennung erhöht aber, da die Gasmasse eingeschlossen ist, den Druck ungeheuer, die noch unverbrannte Nachbarschicht wird durch die Kompression erwärmt, und dadurch wächst die Reaktionsgeschwindigkeit noch schneller, als wenn sie, *ohne* verdichtet worden zu sein, auf die gleiche Temperatur erhitzt worden wäre. Daher werden die nächsten Nachbarschichten *noch* stärker komprimiert und ihre Reaktionsgeschwindigkeit wird *noch* stärker beschleunigt als in der vorhergehenden — und so läuft eine Kompressionswelle mit immer steigender Geschwindigkeit — im Wasserstoff z. B. nach BERTHELOT mit 2820 m pro sec — schließlich unter fast gleichzeitiger Entflammung von Schicht zu Schicht wie eine Schallwelle. Ein Gemisch von Wasserstoff und Sauerstoff, $2\text{H}_2 + \text{O}_2$, entzündet sich von selbst bei einer ohne Wärmeverlust (adiabatisch) verlaufenden, d. h. sehr raschen Kompression, von 1 Atm auf 30–40 Atm. Die mit der Explosion verbundene Wärmeentwicklung treibt die Temperatur auf 2000 bis 3000° und der *maximale Druck* der Explosion beträgt dann weit über 100 Atm.

241. Verbrennungskraftmaschinen. In der Dampfmaschine leitet man die zur Umwandlung in mechanische Arbeit bestimmte Wärme aus dem Dampfkessel (im Dampf als Wärmeträger) in den Zylinder.

In den Verbrennungskraftmaschinen aber erzeugt man sie im Zylinder selbst. Der Wärmeträger ist hier ein explosives Gemisch aus Luft und einem Kraftgas, oder mit einem durch Vergaser fein zerstäubten Mineralöl (Benzin, Benzol, Petroleum, Schwerköl), das im Zylinder zur Explosion gebracht wird. Dadurch werden einerseits gewisse beim Dampfbetrieb auftretende Verluste des Wärmeträgers vermieden, andererseits wird infolge der hohen Verbrennungstemperatur ein hoher Nutzeffekt (thermo-dynamischer Wirkungsgrad) des Explosionsmotors erreicht, der bis zu 36% in den Dieselmotoren steigt. Die hohen Gastemperaturen erfordern eine ausgiebige Luft- oder Wasserkühlung des Zylinders. Der Arbeitsvorgang vollzieht sich in folgender Weise:

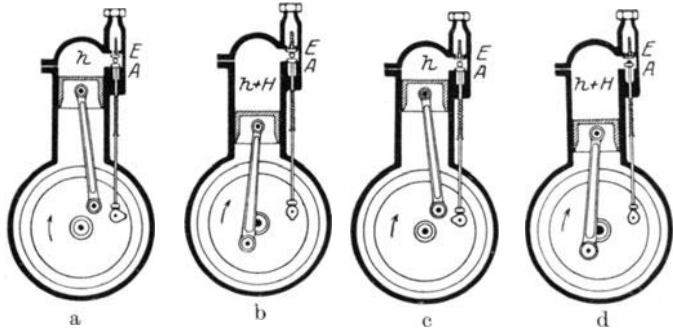


Abb. 274. Verbrennungskraftmaschine (Viertaktmotor).

Der Kolben geht

1. von dem einen Zylinderende (Abb. 274 a) — wir nennen diese Stellung „1“ — an das andere in die Stellung „2“, während das Einlaßventil (*E*) offen, das Auspuffventil (*A*) geschlossen ist; dabei saugt er das explosive Gasgemisch an, das in der Stellung „2“ den Raum $h + H$ einnimmt (Abb. 274 b);

2. vermöge der Trägheit des Schwungrades zurück in die Stellung „1“, während Einlaß- und Auspuffventil geschlossen sind, dabei komprimiert er das Gas auf das Volumen h (Abb. 274 c);

3. bei geschlossenen Ventilen infolge der durch die Zündeinrichtung (Zündkerze, Glühkopf u. a.) erfolgten Explosion des Gasgemisches (Arbeitshub) wieder in die Stellung „2“ (Abb. 274 d);

4. bei geschlossenem Einlaß- und offenem Auslaßventil infolge der im Schwungrad gespeicherten Energie zurück nach „1“ und treibt durch das Auslaßventil die Verbrennungsgase aus.

Nach Vollendung des vierten Kolbenweges (Taktes) ist der gleiche Zustand wie beim Beginn des ersten wieder hergestellt und das Kolbenspiel wiederholt sich. Man nennt einen solchen Motor Viertaktmotor. Diesem Verfahren, bei dem nur bei jeder zweiten Kurbelumdrehung Verbrennung und Nutzleistung erfolgt, steht das Zweitaktverfahren gegenüber. Hierbei wird, während der Kolben von Stellung „1“ nach Stellung „2“ geht, Gemisch angesaugt, beim Rückgang verdichtet und entzündet, beim nächsten Takt das verbrannte Gemisch durch vom Arbeitskolben gesteuerte Kanäle in der Zylinderwandung entfernt und neues angesaugt. Im Arbeitszylinder erfolgt also auf jede Kurbelumdrehung Verbrennung und Nutzleistung. Dieses Verfahren ist bei einigen Großgasmaschinen und neuerdings im steigenden Maße bei Ölmotoren (z. B. Dieselmotoren für den Schiffsbetrieb) in Anwendung. Während Verbrennungskraftmaschinen im allgemeinen einfachwirkend ausgeführt werden, d. h. in den Motor das Gasmisch nur an einem und demselben Ende einströmt, stets auf dieselbe Seite des Kolbens wirkend, werden liegende große Zweitaktmaschinen und größere Viertaktmotore auch doppelt wirkend gebaut.

Die gegenwärtige Leistungsgrenze für eine Kolbenseite beträgt bei Viertaktmotoren ca. 800, bei Zweitaktmaschinen ca. 1000 PS. Wird von einem Motor eine höhere Leistung verlangt, so erreicht man diese durch Vermehrung der Arbeitszylinder. Die Verbrennungskraftmaschinen spielen in der Kraftwirtschaft eine immer mehr zunehmende Rolle, z. B. als Motoren für Kraftfahrzeuge, Luftschiffe und Flugzeuge, als Großgasmaschinen in elektrischen Zentralen der Hüttenwerke und Kokereien, als Dieselmotoren im Schiffsbetrieb.

242. Die Flamme (Leuchtflamme, Heizflamme). Die langsame Verbrennung machen wir uns dienstbar in jeder offenen Flamme. (Langsam ist sie nur im Vergleich mit der explosiven Verbrennung, obwohl sie selber nach etlichen m pro sec rechnet.) Der verbrennende Körper sieht anders aus, je nachdem er fest oder gasförmig ist. Die festen Körper verbrennen nur an der Oberfläche; sie *glühen*. Die Gase dagegen — auch die bei der *Vergasung* fester und flüssiger Körper (Wachs, Petroleum) entstehenden fallen darunter — verbrennen gleichzeitig auch im Innern; sie geben eine *Flamme* — die Flamme ist also ein Gasstrom, der sich lebhaft oxydiert. Das Glühen der festen Körper ist von Lichtentwicklung begleitet; der glühende Körper leuchtet desto intensiver, je heißer er ist. Dunkelrot, hellrot, weiß — die dunkle Rotglut beginnt in der Nähe von 525°C . Die Flammen der Gase aber — scheinbar ein Widerspruch gegen das bekannte Aussehen der Flammen — leuchten an sich nur schwach, wie z. B. die Wasserstoffflamme, die kaum sichtbar ist. Nur dann leuchten sie hell, wenn in ihnen, wie z. B. in den Leuchtgasflammen, feste Teilchen schweben, die zum Glühen kommen.

Der Vorgang im Innern einer leuchtenden Flamme ist, gleichviel woher das verbrennende Gas stammt, immer derselbe. In allen Flammen verbrennen *Gase*: in der Leuchtgasflamme das aus den Leitungen strömende Gas; in der Petroleum-, Ölflamme und ähnlichen teils Gase, in die sich die Flüssigkeiten durch erhöhte Temperatur verwandeln, teils Gase, die aus den Flüssigkeiten bei *jeder* Temperatur entweichen und sich schon dem Geruch ankündigen; in Wachs, Stearin usw. Gase, in die sich die ursprünglich festen, dann flüssig gewordenen Stoffe ebenfalls durch Wärmezufuhr verwandeln. In allen Flammen scheiden sich Kohlenstoffteilchen aus, die *weißgelb* glühen und den Flammen dadurch ihre charakteristische Farbe geben. Allmählich gelangen die Kohlenstoffteilchen von der Mitte — hier leuchtet die Flamme am hellsten — an den Rand, um dort vollkommen zu verbrennen, und machen anderen Kohlenstoffteilchen Platz, die dann denselben Prozeß durchmachen.

Leuchtet eine Flamme *hell*, so verbrennt das Gas also nicht *vollkommen*. Eine gewöhnliche Flamme, z. B. eine Kerzenflamme, zeigt im wesentlichen vier verschieden helle Zonen (Abb. 275): am schwächsten leuchtet der Flammenmantel *a*, weil

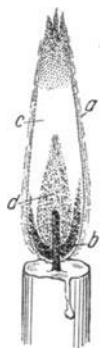


Abb.275. Verschieden heiße und verschieden helle Zonen einer Kerzenflamme.

der Sauerstoff der Luft ihn ungehindert erreicht und das Gas (ohne *glühende* Teilchen auszuschleiden) hier *vollkommen* verbrennt. Die Vollkommenheit der Verbrennung macht den Mantel der Flamme und namentlich die Spitze am heißesten (die blaue Farbe der äußersten Zone *b* in der Nähe des Dochtes ist dem dort verbrennenden Kohlenoxyd zuzuschreiben); am hellsten ist die mittlere Zone *o*, weil in ihr die Gase nur unvollkommen verbrennen und Kohlenstoffteilchen ausscheiden, die zum Glühen kommen; könnte der Sauerstoff diese Zonen so vollkommen wie die Mantelzone durchdringen, so würde die Flamme farblos sein und nur schwach leuchten. Der Kern *d* unmittelbar über dem Docht leuchtet nicht, weil in ihm die Verbrennung noch nicht beginnt; seine Temperatur ist so niedrig, daß z. B. ein Platindraht darin nicht glüht. — Je nachdem die Flamme (im wesentlichen) *leuchten* oder *wärmen* soll, muß man die Luftzuführung zu ihr verschieden stark machen. Soll sie *leuchten*, so darf sie nur so viel Luft empfangen, daß das Gas nur unvollkommen verbrennt und die Kohlenstoffteilchen möglichst hell glühen (aber nicht *zu wenig* Luft, weil sonst ein Teil des sich ausscheidenden Kohlenstoffes nicht ins Glühen kommt, sondern sich als „Ruß“ ausscheidet, d. h. die Flamme „raucht“; und nicht *zu viel*, weil sonst die Verbrennung vollkommen wird und die Flamme nur schwach *leuchtet*, aber intensiv *Hitze* entwickelt). Soll die Flamme *heizen*, so muß sie so viel Luft empfangen, daß die Verbrennung *vollkommen* wird, aber nicht *zu viel*, damit sie sich nicht unnötig abkühlt. Die bekannteste Vorrichtung zur Erzielung einer vollkommenen Heizflamme ist der BUNSEN-Brenner (Abb. 276, s. auch Abb. 230). Das Gas tritt durch eine Düse in die Kammer *o*, vermischt sich hier mit der Luft und steigt durch das Rohr *a* auf, um an dessen oberer Öffnung mit farbloser, nicht leuchtender Flamme zu verbrennen; schließt man die Lufteinströmungsöffnungen, so leuchtet die Flamme hell. Die Temperatur der farblosen BUNSEN-Flamme beträgt an ihrer heißesten Stelle etwa 1800° C.

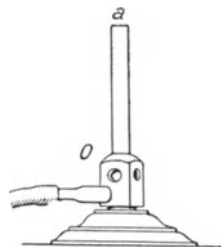


Abb. 276. BUNSEN-Brenner.

Die thermochemischen Vorgänge, die mit Wärmeabgabe verknüpft sind, wie z. B. die Oxydationsvorgänge, bedeuten also eine mächtige Wärmequelle. Für die künstliche Erzeugung von Wärme benützt man sie auch am allermeisten. Man ist aber nicht auf sie beschränkt; denn als Wärmequelle kann jeder physikalische Vorgang gelten, bei dem sich irgendeine Energieform in Wärme verwandelt.

In diesem Sinne ist z. B. jeder Kondensationsvorgang eine Wärmequelle und dient auch bisweilen als solche (Dampfheizung), aber doch nur als sekundäre; denn die Wärme, die bei der Kondensation frei wird, *stammt* aus dem Wärmeverrat des Brennstoffes, der das Wasser in Dampf verwandelt hat, also schließlich doch aus einer *chemischen* Wärmequelle.

Unsere Brennstoffe stammen aus dem Pflanzenreich und haben sich im Sonnenlicht und in der Sonnenwärme zu den Formen entwickelt, in denen sie zur Wärmeerzeugung dienen. Die Wärme der praktisch verwertbaren Wärmequellen *stammt* also aus der Sonnenwärme.

243. Die Sonne als allgemeine Wärmequelle. Die *mechanische* Energie, die man zur Arbeitsleistung benützt, ist teils organischen Ursprunges, wie die Energie der Menschen und der Tiere, teils anorganischen, wie die Energie des fallenden Wassers und des Windes. Die Energie der Menschen und der Tiere, d. h. ihre Fähigkeit, Arbeit zu leisten, wird lediglich durch *Nahrungsaufnahme* aufrecht erhalten. Die Nahrung stammt aber lediglich aus dem Pflanzenreiche. „Denn

nur Pflanzenstoffe oder das Fleisch pflanzenfressender Tiere können als Nahrungsmittel verbraucht werden. Die pflanzenfressenden Tiere bilden nur eine Zwischenstufe, welche den Fleischfressern, denen wir hier auch den Menschen beigesellen müssen, Nahrung aus solchen Pflanzenstoffen zubereitet, die jene nicht selbst unmittelbar als Nahrung gebrauchen können“ (HELMHOLTZ). Entwicklung und Reifung der Vegetabilien haben Sonnenlicht und Sonnenwärme erfordert. Als Quelle der Energie, soweit sie organischer Natur ist, ist also die *Sonne* anzusehen. — Aber auch die Energie von Wind und Wasser entstammt der *Sonnenwärme* als ursprünglicher Quelle. Um fallen zu können, mußte das Wasser erst gehoben werden — gehoben bei der Verdunstung, die infolge der Sonnenwärme an der Oberfläche des Meeres und der Erde dauernd ist; und die Winde entstehen aus den Luftströmungen infolge der Erwärmung der Luft durch die *Sonne* an der Erdoberfläche. Die Sonnenwärme ist also die alles versorgende Wärmequelle. *Woher stammt sie selber?* Nahe liegt die Vermutung, daß sie aus chemischen Prozessen der Elemente entsteht, die die Sonne enthält (s. Spektralanalyse). Aber selbst wenn sie nur aus Wasserstoff und Sauerstoff bestände, d. h. aus denjenigen Stoffen, deren chemische Vereinigung die *größten* Wärmemengen erzeugt, so hätte sie (den Rechnungen nach) nur etwa 3000 Jahre (HELMHOLTZ) Wärme und Licht ausstrahlen können. Aber geologische Tatsachen sprechen dafür, daß sie rund 1500 Millionen Jahre alt ist.

Nach der KANT-LAPLACESchen Hypothese (S. 73) ist auch die Sonne durch die Verdichtung der Materie entstanden. Die dabei entwickelte Wärme war der Rechnung nach so groß, daß sie das Fortschreiten der Verdichtung gehindert hätte, wenn sie nicht zum großen Teil vor dem Abschluß der Verdichtung wieder in den Weltraum ausgestrahlt worden wäre. Nach HELMHOLTZ kann die Wärme, die die Sonne infolge der Verdichtung bisher hat entwickeln können, wenn man den gegenwärtigen Wärmeverlust durch Ausstrahlung berücksichtigt und als konstant annimmt, nur für etwa 22 Millionen Jahre gereicht haben. Man ist heute der Ansicht, daß der Hauptteil der Sonnenwärme von radioaktiven Prozessen herrührt. Die Wärmemenge, die die Sonne zur Erde hinstrahlt, wird mit dem *Pyrheliometer*, einer Art Wasserkalorimeter, bestimmt. Setzt man den Energieverlust in Rechnung, den die Strahlung in der Lufthülle der Erde erleidet, so findet man die Energie, die 1 cm² einer schwarzen Fläche pro Minute an der Grenze der Atmosphäre bei senkrechter Einstrahlung bei dem mittleren Abstände Erde—Sonne empfängt, 1,93 Grammkalorien (Solarkonstante). Die während eines ganzen Jahres auf die Erde gesendete Wärmemenge ist hiernach so groß, daß sie, gleichmäßig über die Erdoberfläche verteilt, eine die Erdkugel bedeckende 31 m dicke Eisschicht abschmelzen könnte. (Vorausgesetzt, daß die Erdatmosphäre nicht wäre, die fast die Hälfte der der Erde zugestrahlten Wärme verschluckt.) Das ist aber nur die Wärmemenge, die in der Richtung *zur Erde hin* strahlt, also nur ein kleiner Teil der *gesamten* Ausstrahlung der Sonne. WILLIAM THOMSON hat aus der Solarkonstante berechnet, daß jeder Quadratfuß (985 cm²) der Sonnenoberfläche eine Wärmemenge ausstrahlt, die 7000 Pferdekraften äquivalent ist, d. h. daß jeder Quadratfuß der Oberfläche so viel Wärme ausstrahlt, daß sie *in der Minute* 7000 · 10,54 kg Wasser um 1° C erwärmen könnte.

Als wahrscheinlichster Wert für die Temperatur der Sonnenoberfläche gilt heute 6000°.

G. Wärmeausbreitung.

244. *Ausbreitung der Wärme durch Leitung.* Die Wirkungen der Wärmezufuhr und der Wärmeentziehung lehren, daß die Wärme von Körper zu Körper

übertragbar ist, und daß sie sich *in* den Körpern ausbreitet, daß sie also z. B. sich nicht an der Eintrittsstelle anhäuft, sondern von hier in den Körper hineinfließt. Das Thermometer z. B. würde auf eine Temperaturänderung der Umgebung nicht reagieren, wenn die Wärme zwar die Temperatur der Oberfläche des Quecksilberbehälters der Temperatur der Umgebung gleichmacht, sich aber nicht durch die Glaswand hindurch in das Quecksilber *hinein* fortpflanzt und dort *ausbreitete*. — Man nennt die Wärmemitteilung bei der *Berührung* verschieden warmer Körperteile *Wärmeleitung*. Die Fortpflanzung durch Leitung geschieht allmählich, die Wärme fließt dabei von den Punkten höherer zu denen niedrigerer Temperatur. Taucht man z. B. in eine heiße Flüssigkeit einen Metalllöffel, so nimmt zuerst der eingetauchte Teil die Temperatur der Flüssigkeit an; erst dann steigt die Temperatur des herausragenden Teiles, indem die Wärme zuerst in die der Flüssigkeit nächstliegenden Teile des Löffels fließt und deren Temperatur erhöht, bis sie, weiter fließend, schließlich den Griff erreicht. (Die Temperatur des Löffelgriffes wird aber niemals *gleich* der der Flüssigkeit, weil der aus der Flüssigkeit herausragende Teil von seiner Wärme an die Luft abgibt.) Es vergeht eine gewisse Zeit, bis sich die Wärme aus der Flüssigkeit zu dem ihr fernsten Teil des Körpers fortpflanzt hat. Am frühesten erreicht die Wärme den Löffelgriff, wenn der Löffel aus Silber ist, später — und zwar in der hier angegebenen Reihenfolge —, wenn er aus Kupfer, Gold, Messing, Zinn, Eisen, Palladium, Stahl, Blei, Wismut ist. Wäre er aus Holz, Horn oder Elfenbein, so würde die Temperaturzunahme überhaupt nicht wahrnehmbar sein. Diese Verschiedenheit der Leitfähigkeit für die Wärme unterscheidet die Körper als gute oder schlechte *Wärmeleiter*. Allen Körpern weit voran stehen die Metalle, dann folgen die Gesteine. Organische Substanzen wie Wolle, Federn, Stroh, ferner die Gase leiten sehr schlecht. — Die Wärme äußert sich an allen Stellen zwischen der Wärmequelle und den schließlich erreichten Punkten. Das Quecksilber des Thermometers z. B. wird nicht von der Wärme erreicht, ehe der Quecksilberbehälter erwärmt worden ist. Gießt man heißes Wasser auf ein Thermometer mit sehr *großem* Quecksilberbehälter, so *fällt* das Quecksilber, *ehe* es die Temperatursteigerung anzeigt; denn die Wärme teilt sich zunächst dem Gefäß mit und dehnt es aus, ehe sie das Quecksilber erreicht und ausdehnt.

245. Wärmeleitfähigkeit (Gesetz von WIEDEMANN und FRANZ). Maß für die *Leitfähigkeit*. Eine wichtige Aufgabe ist die Messung der Wärmeleitfähigkeit. Der Sinn der Aufgabe wird — soweit man sie elementar behandeln kann — durch eine Analogie verständlich. Der Vorgang, durch den sich *Wärme* von Punkten höherer Temperatur durch den leitenden Körper zu Punkten niedrigerer Temperatur fortpflanzt, ist dem Abfließen einer Flüssigkeit vergleichbar, die aus einem Gefäß durch ein Rohr zu einem tiefer stehenden Gefäß fließt. Die Wärme entspricht der Flüssigkeit, die verschiedenen hohen Temperaturen Flüssigkeitsspiegeln auf verschiedenem Niveau, der leitende Körper der Rohrverbindung.

Die Wärmeleitfähigkeit eines Körpers mißt man an der Wärmemenge (in Kalorien), die *unter gewissen Bedingungen* von einem Ort zum anderen in diesem Körper strömt. Man denke sich zwei parallele Ebenen im gegenseitigen Abstände von 1 cm durch ihn gelegt, gleichsam eine planparallele Platte aus ihm herausgeschnitten. Seine Leitfähigkeit wird dann gemessen durch die Anzahl Grammkalorien, die in 1 sec durch je 1 cm² dieser Platte hindurchgeht, während die beiden Grenzebenen die *Temperaturdifferenz* von 1° C haben. Die Temperatur *jeder* Grenzebene *für sich* ist in der ganzen Ausdehnung dabei *gleich* groß anzunehmen, der Wärmestrom ist dann *senkrecht* zu den Platten. Diese einfachen Bedingungen sind aber praktisch nicht leicht erfüllbar.

Nach der obigen Definition ist die Leitfähigkeit für

Silber	1,01	Eisen	0,14—0,17
Kupfer	0,90	Blei	0,08
Gold	0,70	Platin	0,17
Messing	0,15—0,30	Neusilber	0,07—0,09
Zink	0,27	Wismut	0,019
Zinn	0,15		

Um die Wärmeleitfähigkeit der Metalle zu ermitteln, beobachtet man bei stationärer Wärmeströmung die Temperaturverteilung in einem Metallstab (Abb. 277), dessen eines Ende man auf einer konstanten Temperatur erhält, der im übrigen aber von der atmosphärischen Luft umgeben ist, sich also abkühlt. Auf die Temperaturdifferenzen zwischen den einzelnen Punkten des Stabes gründet sich die Berechnung des Wärmeleitvermögens.

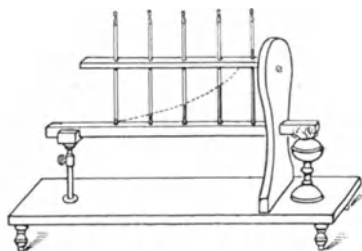


Abb. 277. Zur Messung der Wärmeleitfähigkeit der Metalle. (Beobachtung der Temperatur bei stationärer Wärmeströmung.)

Die hier gemeinte Leitfähigkeit ist die des Innern eines Körpers. Das äußere Leitvermögen, d. h. das für die Wärmeleitung von Körper zu Körper, mißt man an der Anzahl Grammkalorien, die ein Körper bei dem Temperaturüberschuß von 1° über die Umgebung durch je 1 cm^2 Oberfläche in je 1 Sekunde nach außen abgibt.

Nach ihrer Wärmeleitfähigkeit geordnet haben die reinen Metalle dieselbe Reihenfolge wie nach ihrer Fähigkeit, die Elektrizität zu leiten, geordnet [322.]. Das Verhältnis des Wärmeleitvermögens zum elektrischen Leitvermögen besitzt für viele Metalle nahezu denselben Wert (WIEDEMANN-FRANZSCHES Gesetz, 1853). Es hängt von der Temperatur ab und wächst im allgemeinen proportional der absoluten Temperatur (L. LORENZ, 1881). Aber auch diese Regel gilt nicht streng, insbesondere versagt sie für sehr tiefe Temperaturen. — Bei vielen Metallen verläuft das elektrische Leitvermögen der Größenordnung nach umgekehrt proportional mit der absoluten Temperatur, daher besagt die LORENZSCHE Regel, daß das Wärmeleitvermögen sich viel weniger mit der Temperatur verändert als das elektrische Leitvermögen. Im allgemeinen wächst auch das Wärmeleitvermögen mit abnehmender Temperatur. So leitet sehr reines Kupfer bei der Temperatur des flüssigen Wasserstoffes die Wärme 4,5 mal und die Elektrizität 400 mal so gut als bei Zimmertemperatur.

Der Parallelismus zwischen den Fähigkeiten der Metalle, Wärme und Elektrizität zu leiten, hat zu der Annahme geführt, daß beide Leitfähigkeiten wesensverwandt sein müssen. Man hat versucht, beide durch die Bewegung von Elektronen zu erklären, die in einem Metall ähnlichen Gesetzen gehorchen soll wie die Bewegung der Moleküle eines Gases. Bemerkenswert ist aber, daß auch die elektrischen Isolatoren die Wärme leiten, und daß in diesen Körpern der Mechanismus der Wärmeleitung anders zu sein scheint als in den Metallen.

Die spezifische Wärme des Körpers hat großen Einfluß auf die Geschwindigkeit, mit der sich die Wärme von einer Wärmequelle aus in dem Körper verbreitet. Deutlich zeigt das ein von TYNDALL stammender Versuch: Zwei gleich große Stäbchen aus Wismut und aus Eisen, jedes an dem einen Ende mit Wachs überzogen, stellt man gleichzeitig nebeneinander auf dieselbe heiße Unterlage, das Wachs nach oben. Das Wachs auf dem Wismut schmilzt dann zuerst, obwohl Wismut schlechter leitet als Eisen. Ehe nämlich das Ende der Stäbe die Schmelztemperatur des Wachses erreicht hat, müssen erst die Schichten zwischen der Wärmequelle und dem mit

Wachs überzogenen Ende entsprechend warm sein, dazu fordert aber das Eisen mehr Wärme als Wismut, weil es eine etwa 4 mal größere spezifische Wärme hat als Wismut. Die Eisenmasse zwischen dem Wachs und der Wärmequelle fordert daher bei gleicher Wärmezufuhr mehr *Zeit* zu ihrer Erwärmung als die entsprechende Wismutmasse. Im Wismutstab findet der schnellere Ausgleich statt, deswegen wird bei fortdauernder Wärmezufuhr die Wärmeströmung durch den Wismutstab auch früher stationär als die durch den Eisenstab.

246. Technische Anwendungen der guten und der schlechten Wärmeleiter.

Die Verschiedenheit der Wärmeleitung der verschiedenen Stoffe erlaubt wertvolle Anwendungen. Man umgibt die Gegenstände mit guten oder schlechten Leitern, je nachdem sie ihre Wärme abgeben oder behalten sollen: den menschlichen Körper umgibt man mit schlecht leitenden Stoffen, wie Wolle, Pelzwerk, Federbetten, um ihn gegen Abkühlung zu schützen; Pflanzen, um sie vor dem Erfrieren zu schützen, mit Stroh; die schlecht leitende Luftschicht zwischen Doppelfenstern schützt die Zimmer gegen Kälte; die Doppelwände der „feuersicheren“ Geldschränke trennt man zum Schutz gegen die Wärme durch eine Schicht Asche voneinander; Metallgefäßen, die für heiße Flüssigkeiten bestimmt sind, gibt man Handgriffe aus Holz, Horn, Glas oder anderen schlecht leitenden Stoffen. Aus der Kleinheit des Leitvermögens des Schnees erklärt sich der Schutz, den die Schneedecke den Pflanzen gewährt, und aus der geringen Leitfähigkeit des Eises, daß trotz großer Kälte stehende Gewässer nur sehr langsam bis zum Grunde zufrieren, usw.

Die große Schnelligkeit, mit der die Metalle die Wärme ableiten, benützte DAVY für die Herstellung einer *Sicherheits-Grubenlampe* (Abb. 278). Den Schutz gewährt eine Drahtnetzhaube mit feinen Maschen über der Flamme. Drückt man ein solches Drahtnetz auf eine Flamme (Abb. 279), so grenzt es die Flamme ab, obwohl die brennbaren und nicht verbrauchten *Gase hindurchgehen*, wie der Versuch lehrt (Abb. 280). Die Gase müssen nämlich eine gewisse „*Endzündungstemperatur*“ haben, sonst brennen sie nicht. Das Netz leitet aber so viel Wärme aus ihnen ab, daß sie jenseits des Netzes nicht mehr heiß genug sind, um sich zu entzünden. — Die Nutzanwendung auf die Lampe: Gase (*schlagende Wetter*), die durch die Drahthaube zu der Flamme gelangen, entzünden sich zwar innerhalb der Haube, aber ihre Flamme reicht nur *bis* zur Haube, nicht bis zu dem *außerhalb* der Lampe in dem Schachte befindlichen Gas.

Die Wärmeleitfähigkeit der anisotropen Körper ist von der der isotropen sehr verschieden. Sie ist in den isotropen, deren molekularem Bau entsprechend, von einem gegebenen Punkte aus nach allen Richtungen hin *gleich* groß, nicht aber in den anisotropen. Dafür gibt es einen überzeugenden Beweis (SENARMONT). Eine dünne, planparallele Platte aus der zu untersuchenden Substanz wird mit Wachs überzogen und in der Mitte senkrecht zu den Grenzebenen durchbohrt. Durch das Loch wird ein Draht gezogen, der fest an der Platte anliegt, hierauf wird der Draht erhitzt (die Platte gegen eine direkte Einwirkung der Wärmequelle geschützt). Ist die Platte aus einem *isotropen* Stoffe, so schmilzt das Wachs in einem *Kreise* um die Durchtrittsstelle des Drahtes herum; ist sie aus einem anisotropen, z. B. einem Kristall, gewöhnlich in einer Ellipse. Hier kommt es aber darauf an, in welcher Richtung zu den Kristallachsen die Platte geschnitten worden ist. Abb. 281 a zeigt die Wirkung an einer Quarzplatte, die *senkrecht* zur Hauptachse, Abb. 281 b an einer Platte, die *parallel* zur Hauptachse geschnitten ist.

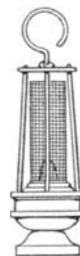


Abb. 278.
Sicherheits-
Grubenlampe
von DAVY.

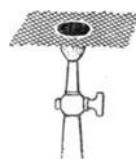


Abb. 279.

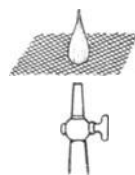


Abb. 280.
Zur Erklärung der Schutz-
wirkung des Drahtnetzes in
der Grubenlampe.

In die Theorie der Wärmeleitung gehören zwei wichtige Fragen der Geophysik: Wie weit beeinflußt die Wärme des Erdinneren durch Leitung die Temperatur an der Oberfläche? und: Wieweit und wie pflanzen sich die Temperaturschwankungen, die infolge der *Tageszeiten* und der *Jahreszeiten* an der Erdoberfläche eintreten, unter die Erdoberfläche fort?

Die Fragen können nur unter der Annahme gewisser vereinfachender Voraussetzungen beantwortet werden. Die Antwort der Theorie (THOMSON) auf die erste Frage ist im wesentlichen: Ein stationärer Temperaturzustand nahe der Erdoberfläche, den die Wärme des Erdinneren aufrecht erhält, bedingt eine gleichförmige Temperaturzunahme für jedes Meter abwärts von der Oberfläche nach dem Mittelpunkte hin, wenn die verschiedenen Schichten alle dasselbe Leitungsvermögen haben. Die Messungen bei Bohrversuchen haben je nach der Örtlichkeit zwar verschiedene Zahlen ergeben, im Durchschnitt aber ungefähr 1°C für je 33 m.

Die Antwort auf die zweite Frage geben am besten die Beobachtungen des Observatoriums zu Edinburgh (seit 1837 dauernd). Vier Thermometer sind in einen Porphyrfelsen eingelassen, je in 0,07 m, 1,94 m, 3,89 m, 7,78 m Tiefe. Im Mittel über viele Jahre zeigt das erste das Temperaturmaximum am 19. August, das zweite am 8. September, das dritte

am 19. Oktober, das vierte am 6. Januar. Es ist daraus berechnet worden, daß die *Temperaturwelle* der von den Jahreszeiten hervorgerufenen Schwankungen sich mit einer Geschwindigkeit von 17,81 m im Jahre fortpflanzt. — Der verschiedenen Tiefe, in der die Thermometer eingebettet sind, entsprechen nicht nur die verschieden hohen *mittleren* Temperaturen, die sie anzeigen, sondern auch verschieden hohe *Temperaturschwankungen*. Das der Erdoberfläche nächste Thermometer zeigt Schwankungen von $8,2^{\circ}$, das der Erdoberfläche fernste nur von $0,7^{\circ}\text{C}$, die zwei mittleren $5,6^{\circ}$ und $2,7^{\circ}$. Die Unterschiede erklären sich so: je tiefer die Schicht ist, die die Wärme zu durchdringen hat, desto mehr Wärme halten die oberen Schichten zurück zu ihrer Temperaturerhöhung, desto weniger gelangt also zu den tiefer liegenden.

247. Wärmeleitfähigkeit der Flüssigkeiten und der Gase. Das Wärmeleitvermögen der Flüssigkeiten ist *sehr* klein, und noch kleiner das der Gase. Die Leitfähigkeit des Wassers ist etwa 700 mal, die der Luft etwa 20 000 mal kleiner als die des Kupfers, die des Wasserstoffes — unter den Gasen der beste Wärmeleiter — nur etwa 7 mal so groß wie die der Luft. Die noch von RUMFORD vertretene Ansicht, Flüssigkeiten und Gase leiten die Wärme überhaupt nicht, ist mit der mechanischen Wärmetheorie unvereinbar, die an der Übertragung der Energie von Molekel zu Molekel festhalten muß, obwohl die Abstände der Molekeln in den Flüssigkeiten und in den Gasen sehr viel größer sind als in den festen Körpern. Bei der andauernden Bewegung übertragen die Molekeln, sich trennend und wieder aneinander prallend, die Energie aufeinander. Die Hauptergebnisse der Wärmeleitung der Flüssigkeiten und der Gase sind aus der mechanischen Wärmetheorie gefolgert und später experimentell bestätigt worden. — Beim Studium der Wärmeleitfähigkeit der Flüssigkeiten und der Gase sind besondere Vorkehrungen nötig, um Störungen in ihnen auszuschließen, die selber Wärme übertragen. Messungen der Leitfähigkeit darf man nur an sehr dünnen Schichten anstellen. Die Flüssigkeitsschicht befindet sich hier

zwischen zwei Platten, deren Reibungswiderstand nur belanglose Verschiebung der Flüssigkeit gestattet. Die Gasschicht befindet sich unter niedrigem Druck.

Aus der Kleinheit des Wärmeleitvermögens der Dämpfe erklärt sich im wesentlichen die zuerst von LEIDENFROST (1756) beobachtete Tatsache, daß ein Wassertropfen auf einer heißen glatten Metallfläche, z. B. einem sehr heißen Bügeleisen, nicht sofort versiedet, sondern sich als abgeplattete Kugel erhält und langsam, ohne zu sieden, verdampft. Charakteristisch

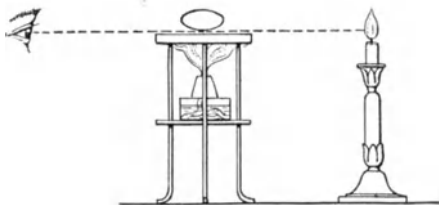


Abb. 282. LEIDENFROST-Phänomen. Beweis dafür, daß der Tropfen im sphäroidalen Zustande die Platte nicht berührt.

st, daß der Tropfen die Platte, solange sie heiß genug ist, *nicht berührt*, wie experimentell (Abb. 282) beweisbar ist, und daß seine Temperatur dauernd *unter* der Siedetemperatur liegt. Zwischen dem Tropfen und der Platte entsteht eine *Dampfschicht*, die wie ein Kissen den Tropfen trägt, ihn gegen die Berührung mit der Platte schützt und ihm infolge der Kleinheit ihres Wärmeleitvermögens nur wenig Wärme zuführt. Kühlt sich aber die Platte, während der Tropfen noch besteht, weit genug ab, so berührt der Tropfen sie und verdampft dann plötzlich, umherspritzend. Diesem Phänomen analog glaubt man solche Dampfkessel-explosionen erklären zu können, die eintreten, wenn infolge Wassermangels die Kesselwand zu heiß geworden ist und dann Wasser in den Kessel tritt. Man nimmt an, daß das einströmende Wasser nicht *sofort* die Wand berührt, sondern erst, wenn ihre Temperatur zwar weit genug gesunken, aber noch immer hoch genug ist, um dann eine übermäßige Dampfentwicklung zu veranlassen. — Die für den Vorgang erforderliche Temperatur der Platte hängt von der Natur der Flüssigkeit ab und ist desto höher, je höher der Siedepunkt ist; die Temperatur der Flüssigkeit in diesem Zustande — *sphäroidaler Zustand* (nach BOUTIGNY) — bleibt stets unter dem Siedepunkt und beträgt für Wasser ca. 97°. Bei einem bekannten, von FARADAY angegebenen Vorlesungsversuch wird in einem *glühenden* Platintiegel ein Gemisch von fester Kohlensäure und Äther in den sphäroidalen Zustand gebracht und in dem Gemisch in einem zweiten Tiegel Quecksilber zum Gefrieren gebracht.

248. Ausbreitung der Wärme durch Konvektion. Obwohl Flüssigkeiten und Gase die Wärme nur sehr schlecht *leiten*, können sie Wärme doch ziemlich gut *übertragen*, wenn auch anders als bisher besprochen. Erhitzt man wie beim Kochen Wasser durch eine Flamme, so werden die untersten Schichten *zuerst* warm (S. 242). Infolge der Abnahme ihrer Dichte (bei ihrer durch die Wärmeaufnahme erfolgenden *Ausdehnung*) steigen sie auf und machen anderen Schichten Platz. So entsteht eine energische Bewegung im Wasser, und die Wärme verteilt sich schnell darin. Bei dem HOPE-Versuch (S. 223) zur Ermittlung der Temperatur, bei der das Wasser am dichtesten ist, sinken die Schichten, die ursprünglich in der Mitte des Gefäßes liegen, infolge der Zunahme ihrer Dichte (bei ihrer durch *Wärmeabgabe* erfolgenden *Zusammenziehung*) zu Boden, und die unter 4° abgekühlten Schichten steigen auf. Infolge der dabei eintretenden Vermengung breitet sich auch hier die Wärme im Wasser aus. Ebenso in den *Gasen* bei Wärmezufuhr. Das Charakteristische des Vorganges liegt darin, daß die *Massen* sich im Raum verschieben, zu anderen Massen hin, mit denen sie sich *mischen* und denen sie am Ende ihre Wärme durch die Übertragung von Molekel zu Molekel mitteilen. Man nennt diese Art der Wärmeausbreitung: Fortpflanzung der Wärme durch *Konvektion*.

Die Konvektion in Flüssigkeiten *verhindert* man, wenn man die Wärme den *obersten* Schichten zuführt, die Wärme also nur *von oben nach unten* weggeleitet werden kann. — Die Wärmekonvektion in Gasen ist wichtig für die Meteorologie. Die als Passat und Monsun bezeichneten Winde entstehen im wesentlichen dadurch, daß in den Tropen die erhitzte Luft aufsteigt und infolgedessen an der Erdoberfläche die kältere Luft von den Polen her zum Äquator strömt; die Richtung der so hervorgerufenen Winde wird durch die Drehung der Erde beeinflusst. Der aufgestiegene heiße Luftstrom nimmt schließlich seine Richtung *nach den Polen* hin, ist also den unteren Winden entgegengesetzt gerichtet (Antipassat). Die Landbrise und die Seebrise, die an der Meeresküste periodisch abwechseln, beruhen auf derselben Ursache. Die Brise ist am Tage, weil die Luft über dem *Land* stärker erwärmt wird und emporsteigt, vom Meer zum Lande gerichtet, *Seebrise*; am Abend ist sie entgegengesetzt gerichtet, *Landbrise*.

Angewendet wird die Wärmeverteilung durch Konvektion in der Zentralwasserheizung. Die *Luftzirkulation*, der „Zug“, der entsteht, wenn erhitzte Luft aufsteigt, dient in den *Schornsteinen* dazu, dem Brennmaterial dauernd Sauerstoff in der unten heranströmenden Luft zuzuführen. Je höher der Schornstein ist, desto besser „zieht“ er. (Anwendung zur Ventilation.)

249. **Ausbreitung der Wärme durch Strahlung. Der Äther ihr Träger.** Die Wärme wird außer durch Leitung und durch Konvektion durch einen Vorgang übertragen, den wir *Strahlung* nennen. Die Wärme eines Ofens, einer Lampe u. dgl. mehr empfinden wir, auch wenn wir sie nicht berühren, also die Wärme nicht durch *Leitung* empfangen (die Wärmeleitung der Luft spielt wegen ihrer Kleinheit keine merkliche Rolle), und auch, wenn wir uns nicht *über* der Wärmequelle befinden, also die Wärme nicht durch Konvektion von der erwärmten und aufsteigenden Luft empfangen. Hält man z. B. einen heißen Teekessel *über* die Hand, ohne sie damit zu berühren, so empfindet man in der dem Kessel zugewendeten Handfläche *sofort* die Wärme. Würde die Wärme durch Leitung übertragen, so wäre ihre Wirkung nicht *sofort* wahrnehmbar, dazu leitet die Luft zu schlecht. *Konvektion* kommt auch nicht in Frage, denn die erhitzte Luft steigt nur nach *oben*. Zum Ersatz der heißen von der Wärmequelle aus aufgestiegenen Luft tritt gleichzeitig, zu der Wärmequelle hin, Luft *von unten her*. Sie ist natürlich kälter als die Luft in der unmittelbaren Umgebung der Wärmequelle; die der Wärmequelle *abgewendete* Handfläche nimmt ihre Wirkung wahr.

Man nennt diese Art der Wärmeübertragung, die weder Leitung noch Konvektion ist, *Wärmestrahlung*, weil sie im wesentlichen übereinstimmt mit der Lichtfortpflanzung; man spricht daher von *Wärmestrahlen*, wie man von *Lichtstrahlen* spricht. Es besteht ein charakteristischer Unterschied zwischen der Wärmeübertragung durch Leitung und Konvektion einerseits und der durch Strahlung andererseits. Die Wärmeübertragung durch Leitung und Konvektion setzt die *Erwärmung* der Zwischenschicht voraus; in ihr fällt ja die Temperatur *stetig* von den Orten höherer Temperatur an bis zu denen niedriger Temperatur; bei der Übertragung durch Strahlung dagegen braucht die Erwärmung der Zwischenschicht nicht einzutreten. Denn wir betrachten den *Äther*, der überall zugegen ist, auch dort, wo jede Materie fehlt, als den Träger der Wärmestrahlen. Nun liegt aber im allgemeinen zwischen dem Wärmestrahler und dem bestrahlten Körper Materie in irgendeiner Form. Der Äther gibt daher von seiner Energie auch an die Materie in der Zwischenschicht ab, durch die *hindurch* die Strahlung geht, d. h. er erwärmt sie. Kurz: die Zwischenschicht läßt die Strahlung nicht ungehindert hindurch, sondern verschluckt einen Teil davon und erwärmt sich dadurch. Je nach dem Grade der „Durchlässigkeit für Wärmestrahlen“ nennt man die Körper *diatherman* oder *atherman* — diatherman, wenn sie die Strahlung so gut wie ungehindert durchlassen, atherman, wenn sie sie nicht hindurchlassen, ohne sich selbst zu erwärmen. Diatherman sind für Wärmestrahlen z. B. Luft, Steinsalz, Glas; atherman z. B. die Metalle und Lampenschwarz. — Allgemein bekannt ist eine Erscheinung, die sich gleichzeitig aus der Wirkung der Wärmestrahlung und der Diathermanität der Luft erklärt: Wir empfinden die Wirkung der Sonnenstrahlen als Wärme selbst bei einer Lufttemperatur unter 0° ; und von der Sonne bestrahlt, zeigt das Thermometer eine viel höhere Temperatur, als sie die Luft hat. Wir *empfinden* die Wirkung der Sonnenstrahlen als Wärme, weil die Ätherbewegung, die uns die Wärme zuträgt, sich an unserer Haut in Wärme umsetzt, und die Luft bleibt *kalt*, weil sie diatherman ist, d. h. die Wärmestrahlen durchläßt, ohne sich zu erwärmen, und ebenso erklärt sich die Verschiedenheit zwischen der Angabe des *Thermometers* und der wahren *Lufttemperatur*.

Wärmestrahlung und Diathermanität der Luft zwingen auch zu gewissen Vorsichtsmaßregeln, wenn man die *wahre* Lufttemperatur im Freien genau messen will. In der Sonne zeigt das Thermometer zu hoch, und im Schatten *kann* es unter unbewölktem Himmel zu niedrig zeigen. Deswegen schloß JOULE das Thermometer in ein langes Kupferrohr ein, um das Thermometergefäß dem Einflusse der Strahlung zu entziehen und die Wärme nur

durch *Konvektion* (infolge der sich in dem Rohre einstellenden Luftzirkulation) daran gelangen zu lassen. — Ganz vermeiden kann man die Fehler, wenn man (ASSMANN) die zu messende Luft durch das Schutzrohr durchsaugt und mit 2–3 m pro sec Geschwindigkeit an der Thermometerkugel vorbeiführt.

In ihren wesentlichsten Merkmalen stimmt die Wärmestrahlung mit der Lichtstrahlung überein: die Wärme „strahlt“ (wie das Licht) in geraden Linien, die Wärmestrahlen befolgen dieselben Gesetze der Spiegelung, der Brechung, der Polarisierung, der Interferenz, der Absorption usw. wie die Lichtstrahlen. Man sieht daher den *Träger der Lichtstrahlung auch* als den *Träger der Wärmestrahlung an*. Um das Wesen der Wärmestrahlung hier begreiflich zu machen, müßten wir einen großen Teil der Lehre vom Licht besprechen. Es ist daher zweckmäßig, die Fortpflanzung der Wärme durch *Strahlung* und das, was damit zusammenhängt, erst später zu behandeln.

Die Wellenbewegung und die Lehre vom Schall.

250. Schwingung. Als Merkmal dafür, daß ein starrer Körper elastisch ist, hatten wir angeführt, daß der Körper wieder in seine ursprüngliche Gestalt zurückgeht, wenn die formändernden Ursachen zu wirken aufhören. Er kann aber sehr verschiedenartig zurückgehen. Um die Unterschiede (und was damit zusammenhängt) zu veranschaulichen, greifen wir zu einem Analogon: Eine ruhende Flüssigkeit in einem ruhenden Gefäß hat die Form des Gefäßes und als freie Oberfläche eine Horizontalebene. Wird das Gefäß gekippt und dann festgehalten, so nimmt die Flüssigkeit eine entsprechende neue Form an, und wird das Gefäß in seine Anfangslage zurückgekippt, so folgt die Flüssigkeit nach und nimmt schließlich wieder ihre ursprüngliche Form an. Aber Änderung und Zurückveränderung der Form geschehen nicht bei allen Flüssigkeiten identisch, auch wenn die Bedingungen identisch sind. Sie geschehen schnell, ja fast gleichzeitig mit der Änderung in der Lage des Gefäßes, bei dünnflüssigen, dagegen sehr langsam bei zähen und dickflüssigen. Diese Verschiedenheit zeigt sich noch deutlicher so: Eine sehr zähe Flüssigkeit kommt mit kaum merkbarer Geschwindigkeit in ihrem ursprünglichen Ort wieder an, und dort angekommen, *bleibt* sie in Ruhe; eine dünnflüssige dagegen kommt mit großer Geschwindigkeit wieder dort an, schießt darüber hinaus, kehrt ebenso zurück — kurz, sie *scharakelt* hin und her in allmählich kleiner werdenden *Schwingungen* um die Gleichgewichtslage, bis sich ihre Geschwindigkeit (infolge der inneren Reibung) erschöpft hat und sie schließlich wieder zur Ruhe kommt. — Der Vorgang soll hier lediglich zeigen, wie die *Formänderung* eines Körpers eine charakteristische *Bewegung* dieses Körpers einleiten kann. (Nur die *Tatsache* der Formänderung und ihre Folgen interessiert uns an dem Vorgange, nicht ihre Ursache.)

Änderung und Zurückveränderung der Form sind für die elastischen Körper charakteristisch. In der Tat führen die deformierten elastischen Körper, wenn sie (nach Beseitigung der deformierenden Ursache) in ihre ursprüngliche Form zurückgehen, Bewegungen aus, die sowohl in dem Schaukeln der dünnen Flüssigkeiten, wie in dem Kriechen der *zähen* ihr Analogon haben. Wird z. B. eine schwere Masse *M* an einer Sprungfeder *B* (Abb. 283) vertikal herabgezogen und dann losgelassen, so kehrt sie nicht unmittelbar in die Ruhelage zurück, sondern die Masse „schwingt“ auf und ab, um erst nach einer Reihe von Schwingungen um die Ruhelage, die allmählich

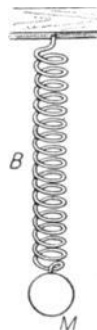


Abb. 283.
Schwingungsfähiger Körper.

kleiner werden, die Ruhelage wieder dauernd einzunehmen: ein Beweis, daß die *Feder* bei ihrer ursprünglichen *Formänderung* in einen Bewegungszustand gerät, bei dem sie sich abwechselnd verlängert und verkürzt und „Schwingungen“ um ihren Gleichgewichtszustand ausführt, ehe sie wieder — teils durch die *innere* Reibung, teils durch den Luftwiderstand — zur Ruhe kommt. In den Schwingungen haben wir das Analogon zu dem Verhalten der *leichtbeweglichen* Flüssigkeiten, dem Hin- und Herschaukeln. (Das Analogon zum Verhalten der zähflüssigen Substanzen ist die elastische Nachwirkung.)

251. Schwingungen einer Reihe elastisch verbundener Punkte. Die Schwingungen, die von elastischen Kräften unterhalten werden, machen das Wesen der *Wellenbewegung* aus, die für die gesamte Physik grundlegende Bedeutung hat: aus der Wellenbewegung erklärt sich eine große Reihe physikalischer Vorgänge (Akustik, Optik, Wärme, Elektrizität). Man darf bei „Welle“ jedoch nicht etwa an die Wasserwelle oder dgl. denken. Von ihr ist nur der *Name* ent-

lehnt, um eine Form zu bezeichnen. Zu ihrem Studium gehen wir aus von einzelnen ruhenden, elastisch miteinander verbundenen Massenpunkten, die dicht beieinander in *gerader* Linie, und zwar *gleichweit* voneinander liegen (Abb. 284). Die Gleichgewichtslage der Punktreihe, so nehmen wir an, wird durch Kräfte zwischen je zwei Nachbarn aufrecht erhalten. Wir müssen annehmen (auf die Berechtigung dazu kommen wir zurück), daß je zwei Nachbarn einander *sowohl anziehen, wie abstoßen*, und daß, wenn die Punktreihe *in Ruhe* ist, Anziehung und Abstoßung *gleich* groß sind, weil ja der Abstand im Ruhezustande *weder vergrößert noch verkleinert* wird. Die *Stärke* der gegenseitigen Einwirkung zweier Nachbarn — der Anziehung wie der Abstoßung — hängt von der Größe des gegenseitigen *Abstandes* ab: sie wächst, wenn er verkleinert, und fällt, wenn er vergrößert wird. Aber die *Abstoßung* wächst offenbar viel *schneller* als die *Anziehung*, wenn der Abstand *verkleinert* wird, und nimmt sehr viel schneller *ab*, wenn er vergrößert wird. — Zu dieser *Annahme* zwingt die Beobachtung: Im *nicht* deformierten elastischen Körper (d. h. im Gleichgewichtszustande) sind jene Kräfte offenbar einander *gleich*. Beim Zusammendrücken des Körpers (d. h. bei gegenseitiger Annäherung der Massenpunkte) wachsen *beide*; aber da der zusammengedrückte Körper, sich selbst überlassen, in seine ursprüngliche Form zurückkehrt (d. h. die gegenseitige Annäherung wieder rückgängig macht), so ist im *zusammengedrückten* Körper die *Abstoßung* größer als die Anziehung, hat also beim Zusammendrücken um *mehr* zugenommen als die Anziehung. Die analoge Überlegung lehrt: Im ausgedehnten Körper überwiegt die Anziehung, die Abstoßung hat also um *mehr* abgenommen als die Anziehung.

Diese Kräfte erhalten die Punktreihe im Gleichgewicht. Wird aber auch nur ein einziger Punkt aus seiner Gleichgewichtslage entfernt, also sein Abstand von seinem Nachbar geändert, so treten Anziehung und Abstoßung in Tätigkeit, und die Änderung der Lage dieses *einen* Punktes stört zunächst die Gleichgewichtslage seines Nachbarn und schließlich nacheinander die *aller* anderen Punkte der Reihe.

Angenommen, Punkt α sei durch irgendeine Ursache senkrecht zur Punktreihe nach α' verschoben worden. Die Vergrößerung seines Abstandes von β verkleinert die zwischen beiden wirkenden Kräfte, aber die *Anziehung* um *weniger* als die *Abstoßung*, in der neuen Lage überwiegt daher die Anziehung. Infolgedessen wird β nach α' hingezogen, so daß β ebenfalls aus der Geraden

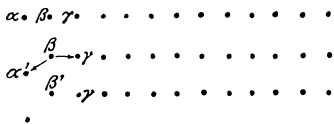


Abb. 284. Reihe von elastisch miteinander verbundenen Punkten.

heraustritt. In der Richtung $\alpha' \beta$ kann sich β aber nicht verschieben, denn es wird ja auch von γ angezogen (richtiger: *mehr angezogen* als abgestoßen, da sich ja auch sein Abstand von γ dabei *vergrößert*). Der Punkt β muß sich daher in der Richtung der Resultante bewegen, d. h. nahezu *in derselben Weise* wie α nach *unten*. Auf diese Weise wird schließlich *jeder* einzelne Punkt der Reihe durch seine Nachbarn zu derselben Bewegung wie α veranlaßt. Jeder beginnt seine Bewegung *etwas* später als der vorhergehende, aber diese Verspätung ist der ganzen Punktreihe entlang für je zwei Nachbarn *gleich* groß. Um ein Bild von der dabei eintretenden Bewegung der Reihe zu gewinnen, müssen wir zunächst die Bewegung eines *einzelnen* ihrer Punkte kennen lernen.

Die Bewegungen werden durch elastische Deformationen verursacht, und zwar durch solche, die weit unter der Elastizitätsgrenze liegen, also in dem Bereich, in dem das Hooke'sche Gesetz gilt: die Deformation ist der deformierenden Kraft proportional. Der aus seiner Ruhelage gebrachte Punkt wird daher in jedem Moment nach seiner Ruhelage zurückgezogen mit einer Kraft, die seinem *Abstande* von ihr proportional ist. Die Kraft nämlich, mit der der Punkt von einer Lage aus in die Gleichgewichtslage *zurückstrebt*, ist ja derjenigen gleich, die nötig ist, ihn in der neuen Lage *in Ruhe zu halten*. Diese Kraft ist aber der Deformation, d. h. dem Abstände von der Ruhelage, proportional. (Genau so wie die Kraft, mit der ein deformierter elastischer Körper seine ursprüngliche Form wieder anzunehmen strebt, *gleich* der Kraft ist, die ihn in der *deformierten* Gestalt *erhält*.) Der Punkt wird daher von einer nach der Ruhelage hin gerichteten Kraft angegriffen, deren Größe sich nach demselben Gesetz ändert, nach dem sich die Kraft ändert, mit dem ein aus seiner Ruhelage *um einen sehr kleinen Winkel* abgelenktes Pendel nach seiner Ruhelage zurückgetrieben wird. Er „pendelt“ um seine Ruhelage hin und her, und zwar auf einer geraden Linie. Er „schwingt“ auf ihr so hin und her, wie in Abb. 104 Punkt P' auf der durch S gehenden Geraden $S_1 S_2$.

Angenommen (Abb. 285), der Punkt a verlasse infolge eines momentanen Impulses seine Ruhelage mit einer gewissen Geschwindigkeit v in der Richtung nach A . Von dem Moment an, in dem er die Ruhelage verläßt, sucht ihn eine Kraft dahin zurückzuziehen, seine Geschwindigkeit wird also kleiner und schließlich Null. Er sei, wenn seine Geschwindigkeit Null geworden ist, in A angekommen. Unter dem Einfluß derselben Kraft geht er nun zurück, und zwar *denselben Weg*. Er *gewinnt* jetzt an jedem Punkt des Weges ebensoviel an Geschwindigkeit, wie er vorher an *demselben* Punkt *verloren* hat. Daher wächst seine Geschwindigkeit, bis er in der Ruhelage wieder ankommt, zu derselben Größe v , mit der er sie verlassen hatte. Infolge dieser Geschwindigkeit geht er über die Ruhelage hinaus; und nun wiederholt sich derselbe Vorgang qualitativ und quantitativ in der Richtung aA' , der sich vorher in der Richtung aA abgespielt hat. Die Strecke aA' , die er zurücklegt, ist genau so groß wie aA . Er hat in jedem Punkt dieser Strecke *dieselbe* Geschwindigkeit, die er in dem *ebensoweit* von a entfernten Punkt der Strecke aA gehabt hat, nur ist die Geschwindigkeit jetzt nach A' hin gerichtet.

Die ganze Bewegung nennt man auch hier eine *Schwingung*, den Abstand AA' der Umkehrpunkte die *Schwingungsweite* (Amplitude), die *Zeit*, die der Punkt gebraucht, den ganzen Weg einmal hin und zurück zu durchlaufen, die *Schwingungsdauer*. Der Bewegungszustand des schwingenden Punktes, der durch seinen augenblicklichen *Abstand* von der Ruhelage, seine *Geschwindigkeit* und seine *Bewegungsrichtung* charakterisiert ist, heißt seine *Phase*. Die um eine *halbe* Schwingungsdauer auseinanderliegenden Phasen heißen *entgegengesetzte*, weil der Punkt in

beiden zwar denselben Abstand von der Ruhelage hat, aber auf entgegengesetzten Seiten der Ruhelage, und dieselbe Geschwindigkeit, aber nach entgegengesetzter Richtung. — Den Bewegungsvorgang kann man in eine *Formel* bringen, die die Lage, die Geschwindigkeit und die Richtung des Punktes *in jedem Moment* angibt. Wir gehen hier auf die mathematische Behandlung der Frage nicht ein, können aber trotzdem ein deutliches Bild von der Bewegung der Punktreihe geben.

252. Schwingungen quer zur Punktreihe. Transversalwelle. Um dieses Bild zu bekommen, fragen wir: Wie sieht die Punktreihe aus, nachdem der Punkt *a* eine ganze Schwingung ausgeführt hat? Der Übersicht halber zerlegen wir die Schwingung in vier Teile und untersuchen die Form der Punktreihe, nachdem sich *a* 1. von 0 bis *A*, 2. von *A* zurück bis 0, 3. von 0 bis *A'*, 4. von *A'* zurück bis 0 bewegt hat. — Dadurch, daß sich *a* nach unten bewegt, verschiebt sich ein Punkt nach dem andern nach unten — unter denselben Bedingungen

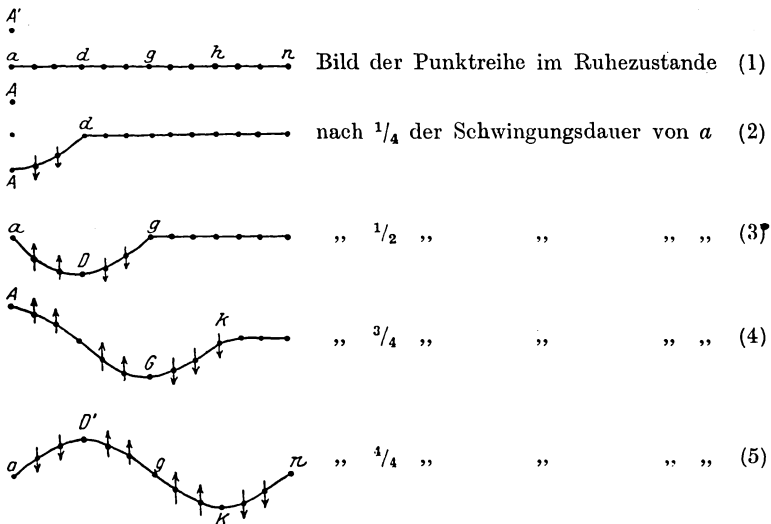


Abb. 285. Zur Entstehung einer Transversalwelle (Querwelle) an einer Reihe von elastisch miteinander verbundenen, senkrecht zu der Reihe im Ruhezustande schwingenden Punkten.

und nach demselben Bewegungsgesetz wie *a*. Wenn *a* im Umkehrpunkt *A* angekommen ist, möge sich die Störung gerade bis zum Punkt *d* fortgepflanzt haben, d. h. *d* seine Bewegung nach unten gerade *anfangen*. Die Reihe sieht dann so aus, wie Abb. 285 (2): *a* ist im Umkehrpunkte *A* und im Begriff, seine Bewegung *nach oben* wieder anzutreten; die Punkte *zwischen a* und *d* sind sämtlich in Bewegung *nach unten*, in allen denkbaren Abständen zwischen der Ruhelage und der äußersten Abweichung davon nach unten (eine Kurve von wohlbekannter Gestalt, eine *Sinuskurve* bildend).

Während sich *a* auf seine Ruhelage zu zurückbewegt, erreichen die Punkte zwischen *a* und *d* einer nach dem andern ihre tiefste Lage, von der aus sie dann wieder ihrer Ruhelage zustreben. Wenn *a* in seiner Ruhelage wieder *angekommen* ist, muß *d* gerade im größten Abstände von seiner Ruhelage, dem Umkehrpunkt *D*, angekommen sein, denn *d* ist ja in seiner Bewegung um den vierten Teil einer vollen Schwingungsdauer hinter der Bewegung von *a* zurück (seine Bewegung fing ja erst an, als *a* schon in *A* angekommen war, also den vierten Teil seiner Schwingungsweite zurückgelegt hat), und die Bewegung hat dann

bereits den Punkt g ergriffen, der von d ebensoweit entfernt ist, wie d von a (in seiner Ruhelage) entfernt war. Die Punkte *zwischen* a und d sind also in der Bewegung *nach oben* begriffen, d ist im Umkehrpunkte D angelangt, die zwischen d und g liegenden Punkte sind *bereits in Bewegung* nach unten, während g im Begriff ist, seine Bewegung nach unten zu *beginnen*. [Abb. 285 (3).]

Wenn a in seinem zweiten Umkehrpunkte A' angekommen ist, passiert d gerade seine ursprüngliche Ruhelage in der Richtung nach *oben*; g ist in seinem tiefsten Punkt G angelangt, da er um eine halbe Schwingungsdauer hinter a und eine viertel hinter d zurück ist, und die Bewegung ergreift eben den Punkt k , der ebensoweit von g entfernt ist, wie g von d und wie d von a in der Ruhelage entfernt war. Die Punkte zwischen a und d gehen nach oben ihrem zweiten Umkehrpunkte entgegen, die zwischen d und g nach oben, um die Ruhelage zum ersten Male wieder zu erreichen, die zwischen g und k nach unten ihrem ersten Umkehrpunkte entgegen, während a sich anschickt, seine Bewegung wieder nach unten anzutreten. [Abb. 285 (4).]

Wenn a wieder in der Ruhelage angekommen ist, also seine Schwingung gerade *einmal vollendet* hat, sieht die Punktreihe so aus wie Abb. 285 (5); es ist nach dem, was wir über die ersten drei Viertel der Schwingungsdauer gesagt haben, ohne weiteres verständlich.

Man nennt die Form, die die Punktreihe so angenommen hat, eine *Welle*, ihre beiden symmetrischen Hälften *Wellenberg* und *Wellental* — nach der Ähnlichkeit mit der Form der Wasserwellen. Die Bewegung, die die einzelnen Teilchen der Wasserwellen ausführen, haben ERNST HEINRICH WEBER und WILHELM WEBER in einem langen schmalen Troge (mit Seitenwänden aus Glas) sichtbar gemacht, an Bernsteinstücken, die im Wasser schweben (das spezifische Gewicht des Bernsteins ist gleich dem des Wassers). Die einzelnen Teilchen beschreiben danach aber nicht gerade Linien, wie wir angenommen haben, sondern in den oberen Schichten Kreise, in den tiefer liegenden Ellipsen und nur in den untersten gerade Linien.

253. Entstehung einer Welle aus kreisenden Punkten. Eine Wellenlinie bilden die Teilchen aber auch bei der Bewegung in *Kreisen*, wenn jedes einzelne Teilchen seine Kreisbewegung etwas später beginnt als das vorhergehende. Abb. 286 veranschaulicht das. Die Punktreihe a bis n sei eine Reihe wie die der Abb. 285, nur sollen die Punkte sich in der Richtung des Pfeiles auf Kreisen bewegen mit *gleichförmiger* Geschwindigkeit (wir kommen hierauf besonders zurück [255.], jeder Punkt soll seine Bahn *etwas* später beginnen als

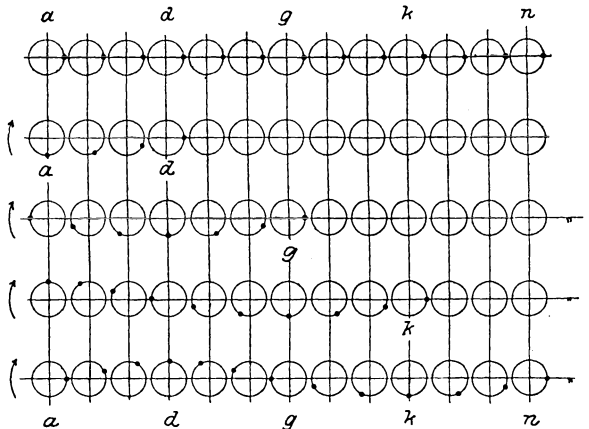


Abb. 286. Zur Entstehung einer Welle aus kreisenden Punkten.

sein Vorgänger, und zwar soll diese Verspätung wieder die ganze Punktreihe entlang gleich groß sein — sie sei $\frac{1}{12}$ der Zeit, die ein Teilchen braucht, um seinen ganzen Kreis *einmal* zu durchlaufen. Nach $\frac{1}{4}$ der Umlaufzeit beginnt dann Punkt d seine Bewegung, nach $\frac{1}{2}$ der Umlaufzeit Punkt g , nach $\frac{3}{4}$ der Umlaufzeit Punkt k , und wenn Punkt a auf seiner alten Stelle wieder

angekommen ist, beginnt n seine Bewegung. Wie die Punktreihe währenddessen aussieht, zeigt Abb. 286. — Man beachte, daß auf den Wellenbergen die Teilchen näher zusammenrücken und in den Wellentälern weiter auseinander-rücken, und daß Zusammen- und Auseinanderrücken einander ebenso periodisch ablösen, wie an denselben Stellen Wellenberg und Wellental zeitlich einander ablösen.

Charakteristisch ist für die Wellenbewegung: die *Teilchen*, die die Welle bilden, bewegen sich in ganz engen Grenzen um ihre Ruhelage hin und her, die *Welle* aber — d. h. das geometrische Momentbild der *Gesamtheit* der bewegten Teilchen — rückt im Raume fort. Das, was sich im Raume *fortpflanzt*, ist also nur die Störung, d. h. der Antrieb zu der periodischen Bewegung der Teilchen, zu einer bestimmten *Form* ihrer Bewegung. In der Wellenbewegung findet kein *Massentransport* durch den Raum statt, sondern nur ein *Energietransport*. — Man spricht von einer Erdbebenwelle. Auch in ihr bleiben die erschütterten Massen in unmittelbarer Nähe ihrer ursprünglichen Ruhelage. „Die Erschütterung“, heißt es, „wurde um die und die Zeit in A , 20 Sekunden später in B wahrgenommen.“ Was sich fortgepflanzt hat, ist also der *Antrieb zur Bewegung*. Aus jener Zeitangabe und dem Abstand der beiden Orte berechnet man dann die *Fortpflanzungsgeschwindigkeit der Welle*. Das heißt aber nichts anderes als: Die Geschwindigkeit, mit der sich die *Erschütterung* (das Beben) fortpflanzt. — Ein wogendes Ährenfeld, über das der Wind hinstreicht, lehrt dasselbe. Die Ähren pendeln *an Ort und Stelle* um ihre Ruhelage, das ganze *Feld* aber macht den Eindruck einer *fortschreitenden* Bewegung. Wieder ist es lediglich der Antrieb zur Bewegung, was sich fortpflanzt.

254. Schwingungsdauer. Wellenlänge. Fortpflanzungsgeschwindigkeit. Die Strecke, um die sich die Wellenbewegung (korrekter: der Antrieb zur periodischen Bewegung der Teilchen) während der Schwingungsdauer (Dauer des Hin- und Rückganges) eines ihrer Punkte fortpflanzt, heißt *Wellenlänge*. (In Abb. 285 und 286 die Strecke $a - n$.) Macht ein Punkt in 1 Sekunde n Schwingungen, so ist seine *Schwingungsdauer* $T = 1/n$ sec. In einer ganzen Sekunde pflanzt sich die Erschütterung dann um n Wellenlängen fort, d. h., wenn wir die Wellenlänge λ nennen, um die Strecke $n \cdot \lambda$. Da sich der Vorgang in *jeder* Sekunde vollzieht, so nennt man die Strecke, um die sich die Erschütterung pro Sekunde fortpflanzt, die *Fortpflanzungsgeschwindigkeit* der Welle; nennen wir sie v , so ist $v = n \cdot \lambda$. Aus $v = n \cdot \lambda$ und $T = 1/n$ folgt noch $v = \lambda/T$.

Die *Wasserwellen* an sich interessieren uns hier nicht, wohl aber interessiert uns die *Kreisbewegung* ihrer Teilchen. Sie führt uns nämlich zu derjenigen Wellenbewegung, die für das Verständnis der *Schallfortpflanzung* wichtig ist.

255. Die gleichförmige Kreisbewegung in zwei gleichzeitige Pendelschwingungen zerlegbar. Wenn ein Teilchen (Abb. 287), das einen *Kreis* beschreibt, aus der Lage α in die Lage β , γ usw. gekommen ist, so hat es sich senkrecht zur Punktreihe um $\alpha\beta'$, $\alpha\gamma'$, $\alpha\delta'$ entfernt („nach oben“ von der Ruhelage aus, die Erhebung auf der Senkrechten durch die Ruhelage α gemessen). Es hat sich aber *gleichzeitig* auch um αb , αc , $\alpha d \dots$ parallel zu der Punktreihe von dieser Senkrechten weg verschoben („nach der Seite“ von seiner

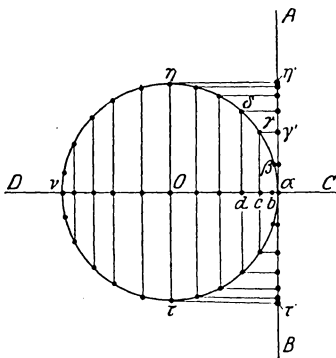


Abb. 287. Zusammenwirken eines longitudinalen und eines transversalen Antriebes.

Ruhelage aus). Kurz: das Teilchen bewegt sich so, wie wenn es zwei Antrieben gleichzeitig folgte, einem Antriebe *senkrecht* zur Fortpflanzungsrichtung der Welle, also *senkrecht* zur Punktreihe, und einem Antriebe *in* der Fortpflanzungsrichtung der Welle, d. h. einem Antriebe der Punktreihe *entlang*. — Wir wollen annehmen, die Kreisbewegung sei *gleichförmig*. Ihre mathematische Analyse ergibt dann: sie kann aufgefaßt werden als resultierend aus zwei Pendelschwingungen, die der Punkt *gleichzeitig* ausführt, die senkrecht zueinander stehen und einander vollkommen gleich sind, nur daß die eine um $\frac{1}{4}$ Schwingungsdauer später beginnt als die andere. Die Kombination zweier derartiger Antriebe erzeugt tatsächlich eine gleichförmige Kreisbewegung. Das Experiment beweist es: man lenkt ein Pendel (Abb. 288) aus seiner Ruhelage *A* ab und hält es im Umkehrpunkt *B* fest. Läßt man es wieder los, so unterliegt es lediglich dem Antriebe, der es nach *A* zurückführt und zum Pendeln zwischen *B* und *B'* veranlaßt. Gibt man ihm aber in *B*, also nach $\frac{1}{4}$ seiner Schwingungsdauer, *gleichzeitig* rechtwinklig zu seiner Schwingungsebene (in der Richtung *b*) noch einen Antrieb von geeigneter Stärke, so geht es mit gleichförmiger Geschwindigkeit in einem Kreise um *A* als Mittelpunkt.

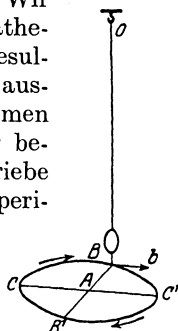
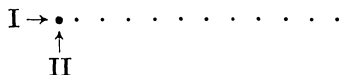


Abb. 288. Pendel, das im Umkehrpunkt *B* einen Antrieb von geeigneter Stärke senkrecht zur Schwingungsebene erhält und daher um die Ruhelage einen Kreis beschreibt.

Abb. 287 zeigt die Zerlegung der gleichförmigen Kreisbewegung in zwei zueinander senkrechte, geradlinige Schwingungen. Die eine, längs *CD*, ist der anderen, längs *AB*, um $\frac{1}{4}$ Schwingungsdauer *voraus*. Die 24 gleich weit voneinander entfernten Punkte α, β usw. sind die Orte, in denen der kreisende Punkt nach je $\frac{1}{24}$ seiner Schwingungsdauer ist. Er ist nach $\frac{1}{24}$ in β , nach $\frac{2}{24}$ in γ usw. Die Punkte zwischen α und η' auf der Senkrechten *AB* bedeuten die Orte, an denen er nach je $\frac{1}{24}$ seiner Schwingungsdauer sein *würde*, wenn er dem Antrieb *senkrecht* zur Punktreihe *allein* folgen könnte, er würde nach $\frac{1}{24}$ im ersten, nach $\frac{2}{24}$ im zweiten usw. sein, würde nach $\frac{6}{24}$, d. h. $\frac{1}{4}$ seiner Schwingungsdauer, in η' sein und zurückkehren usw. Die Punkte *b, c, d* usw. bedeuten die Orte, an denen er nach je $\frac{1}{24}$ seiner Schwingungsdauer (auf seinem *Rückwege* von dem *Umkehrpunkt* α aus! er ist ja der Schwingung längs *AB* um $\frac{1}{4}$ Schwingung *voraus*!) sein *würde*, wenn er dem Antriebe längs der Punktreihe *allein* folgen könnte, er würde nach $\frac{1}{24}$ in *b*, nach $\frac{2}{24}$ in *c* sein usw. — Die Größe der Abstände zwischen α und seinen Nachbarpunkten auf *AB* zeigt: beim Verlassen des Ruhepunktes α hat die Geschwindigkeitskomponente *senkrecht* zur Punktreihe ihr Maximum, die Komponente *längs* der Punktreihe ist Null.

Der kreisende Punkt entspricht dem Pendel der Abb. 288; anfangs ist er in *O*; er ist nach α abgelenkt worden. Er wird im Umkehrpunkte α *nicht* sich selbst überlassen, sondern er erfährt einen Antrieb *senkrecht* zur Schwingungsbahn *CD*, einen Antrieb, der demjenigen gleich ist, den er bereits *längs* *CD* erfahren hat. Nun muß er von α aus *beiden* Antrieben folgen und geht im *Kreise* mit *gleichförmiger* Geschwindigkeit um *O* als Zentrum. Die Schwingung längs *CD* ist der Schwingung längs *AB* um $\frac{1}{4}$ Schwingungsdauer *voraus*!

256. Schwingungen längs der Punktreihe. Für die ganze Punktreihe kann man sich den bisher an einem einzelnen Punkt erläuterten Hergang etwa so vorstellen: Ein Punkt der Reihe hat einen Stoß *I* zu *seinem* Nachbar *hin* erhalten



und, im *Maximum seiner Abweichung* angekommen — also nachdem er $\frac{1}{4}$ Schwingung vollendet hatte, hat er einen Stoß II *senkrecht* zur Punktreihe erhalten.

Die Bewegung der Punktreihe unter dem Antriebe II kennen wir: sie erzeugt die Wellenlinie Abb. 285. Die Bewegung der Punktreihe unter dem Antriebe I ist uns noch unbekannt.

Der Antrieb, dessen Richtung *in die Punktreihe fällt*, nähert den ersten Punkt seinem Nachbar und stört dadurch den Gleichgewichtszustand der Anziehungs- und Abstoßungskräfte zwischen den Punkten. Die Störung überträgt sich von Punkt zu Punkt und bringt die *ganze* Reihe in Bewegung. Jeder einzelne Punkt muß um seine Ruhelage hin und her pendeln (wie S. 285, Mitte beschrieben). Denn er wird aus seiner Ruhelage gebracht und ebendahin zurückgezogen mit einer Kraft, die seinem Abstände von der Ruhelage proportional ist; er muß sich also *genau* so bewegen, wie jeder einzelne Punkt in der bereits beschriebenen Wellenbewegung — nur muß er, der *Richtung* seines Antriebes entsprechend, in der Punktreihe hin und her pendeln, während die Punkte der zuerst beschriebenen Welle *senkrecht* zu ihr pendeln. Selbstverständlich können die Punkte bei dieser Bewegungsrichtung niemals ein der Abb. 285 ähnliches Bild geben; sie können nur „zueinander hin“ und „voneinander weg“, d. h. fortwährend *zusammen-* und wieder *auseinanderrücken*.

Abb. 289 zeigt die Punktreihe in dieser neuen Schwingungsform nach je $\frac{1}{4}$ Schwingungsdauer, nachdem der *erste* Punkt seine Bewegung begonnen hat:

$\begin{matrix} a & \dots & d & \dots & g & \dots & k & \dots & n \\ & & \dots & d & \dots & & & & \\ & & & & \dots & g & \dots & & \\ & & & & & & \dots & k & \\ & & & & & & & & \dots & n \end{matrix}$

Anhäufung und Vereinzelnung der Punkte — man sagt „Verdichtung“ und „Verdünnung“ — wechseln periodisch; die Punktreihe sieht gar nicht aus wie eine Welle, trotzdem nennt man auch diese Bewegung eine *Welle*, eine *Longitudinalwelle*. Aus folgendem Grunde: Man vergegenwärtige sich die gegenseitige Lage der Punkte z. B. in dem Moment, in dem der erste Punkt gerade eine Schwingung vollendet hat

Abb. 289. Zur Entstehung der Longitudinalwelle (Längswelle).

(Abb. 289, letzte Reihe), und vergleiche sie mit der *ursprünglichen Ruhelage* (Abb. 289, erste Reihe):

der erste Punkt ist in seiner Ruhelage, der Punkt, der $\frac{1}{4}$ Schwingungsdauer später (als der erste Punkt) zu schwingen angefangen hat, ist im Maximum seiner Abweichung von der Ruhelage; der Punkt, der $\frac{1}{2}$ Schwingungsdauer später begonnen hat, ist in der Ruhelage usw. Der *Abstand* jedes einzelnen Punktes *seitlich* von seiner Ruhelage (longitudinal) ist genau so groß, wie er ihn bei der früher beschriebenen Wellenbewegung *nach oben* gehabt hat (transversal). Die Pendelbewegung hier ist dieselbe wie dort, nur ihre *Richtung* zur Ruhelage der Punktreihe ist verschieden. Markiert man daher *senkrecht über* jedem einzelnen Punkt der ruhenden Punktreihe den Abstand, den er *seitlich* von der Ruhelage hat, in dem Moment, wo der *erste* Punkt eine Schwingung vollendet hat, so bilden jene *Markierungen* die Wellenlinie der Abb. 285. Man beachte: Bei dieser graphischen Umwandlung der Longitudinalwellen entsprechen das Maximum der Verdichtung und das Maximum der Verdünnung der Lage nach nicht dem Wellenberge und dem Wellental der Transversalwellen [(5) *d* und *k*], sondern den Punkten, in denen die Transversalwellen die Linie der Ruhelage schneiden [(5) *g* und *n*].

Man nennt die Welle *Longitudinalwelle*, weil die Schwingungen *längs* der Punktreihe geschehen, im Gegensatz zu der *Transversalwelle* (Abb. 285), bei der sie rechtwinklig *quer*, dazu geschehen. (Wir sagen kurz: Längswelle und Querswelle.) Wenn sich beide gleichzeitig in derselben Punktreihe fortpflanzen,

nimmt die Punktreihe die Wellenform Abb. 286 an: aus dem *Zusammenwirken* *weier* voneinander unabhängiger *Wellen* kann also eine ganz *neue* entstehen. Das erklärt sich ganz ungezwungen aus der Zusammensetzung zweier Bewegungen nach dem Satze vom Parallelogramm der Bewegungen. Jeder einzelne Punkt erfährt gleichzeitig *zwei* Antriebe, nimmt also eine aus beiden resultierende Bewegung an; jeder genau wie sein Vorgänger, nur etwas später, wobei diese Verpätung wieder der ganzen Reihe entlang gleich groß ist für je zwei Nachbarpunkte.

257. Zusammenwirken zweier Transversalschwingungen. Wie sich *eine* Längs- und *ine* Querwelle gleichzeitig die Punktreihe entlang fortpflanzen können (S. 289, unten), so auch *zwei* Querwellen. Eine aus zwei Querwellen entstehende Welle spielt in der Optik eine große Rolle. Da ihr Entstehen hier zur Erläuterung dienen kann und ihre Kenntnis dort unerlässlich ist, besprechen wir sie hier. Um die dabei auftretenden Bewegungsrichtungen kurz und klar bezeichnen zu können, beziehen wir sie *auf ein Auge* in der Punktreihe, das *in ihr entlang* sieht (s. die entsprechende Abb. bei der Zirkularpolarisation des Lichtes).

Erhält der erste Punkt einen Antrieb senkrecht zur Punktreihe, so daß er vertikal auf und ab schwingt, so entsteht eine Querwelle, deren Ebene *vertikal* steht; d. h. Bild und Lage der Punktreihe werden wiedergegeben durch Abb. 285 (5), wenn diese Buchseite vertikal steht. Erhält der Punkt dagegen den Antrieb zwar auch senkrecht zur Punktreihe, aber so, daß er *horizontal hin und her* schwingt, so entsteht eine Querwelle, deren Ebene *horizontal* liegt; d. h. Bild und Lage der Punktreihe werden dann wiedergegeben durch Abb. 285 (5), wenn die Buchseite horizontal liegt.

Diese beiden Querwellen sollen sich nun *gleichzeitig* in der Punktreihe fortpflanzen. Das Bild, das die bewegte Punktreihe dann darstellt, ist ganz verschieden, je nachdem die beiden Wellenbewegungen *gleichzeitig* miteinander beginnen oder nicht. Angenommen, sie beginnen *gleichzeitig* miteinander, d. h. der erste Punkt erfahre im *selben* Moment einen Antrieb nach oben und einen nach rechts (die Richtungen bezogen auf das beobachtende Auge in der Punktreihe), und zwar (um die Darstellung zu vereinfachen) beide *gleich stark*. Die zwei *Geschwindigkeiten*, die der Punkt empfängt, die eine vertikal, die andere horizontal, sind dann *gleich* groß. Beide *ändern* sich zwar — jede nimmt bis zu Null ab, und wächst dann wieder bis zum Anfangswert — beide aber in derselben Weise. Die beiden Komponenten sind daher in *jedem* Moment einander gleich, und da ferner jede ihre Richtung beibehält, so beschreibt der Punkt eine Gerade (schräg nach rechts oben und zurück nach links unten), die aus dem Parallelogramm der Bewegungen hervorgeht. Die *zwei geradlinigen* Schwingungen kombinieren sich also wieder zu *einer geradlinigen* Schwingung. Was von dem ersten Punkt der Reihe gilt, gilt von jedem folgenden, jeder schwingt geradlinig und auch transversal; aus den *beiden* Querwellen resultiert daher *eine Querwelle*, die der *Art* nach durchaus mit jeder der beiden einzelnen Querwellen übereinstimmt, die jeder der beiden Antriebe für sich allein erzeugt haben würde. (Nur die Lage der Schwingungsebene — und auch die Amplitude ist anders als die der zusammenwirkenden Querwellen.) Die bewegte Punktreihe zeigt uns in *diesem* Falle kein wesentlich neues Bild. Wohl aber, wenn die beiden Wellen *nicht* gleichzeitig miteinander beginnen!

Von besonderer Wichtigkeit (für die Deutung gewisser optischer Erscheinungen) ist es, wenn der Punkt den zweiten Antrieb — er sei wieder der horizontale — erst empfängt, wenn er $\frac{1}{4}$ seiner vertikalen Schwingung vollendet hat, wenn er also, *oben* im Umkehrpunkte angekommen, die Geschwindigkeit 0 hat und im Begriff ist, nach unten zu schwingen. Unter diesen Verhältnissen hat sich bereits ein Viertel der *vertikalen* Querwelle *ausgebildet*, wenn die horizontale erst *anfängt*. Man sagt dann: Zwischen den beiden Wellen besteht eine *Phasendifferenz* von $\frac{1}{4}$ Wellenlänge. In dem Moment, in dem der Punkt den Umkehrpunkt verläßt, hat er *zwei* Geschwindigkeiten — die eine vertikal nach unten, die andere horizontal nach rechts — aber sie sind *nicht* gleich groß; die erste ist Null, und die zweite hat einen gewissen Anfangswert, *denselben*, den wir schon kennen. Beide Geschwindigkeiten ändern sich aber in einander entgegengesetzter Weise: die vertikale nimmt von 0 bis zu ihrem Maximalwert zu, die andere nimmt *gleichzeitig* von ihrem Anfangs-(Maximal-)Wert bis zu Null ab. Vermöge des Abnehmens der *einen* Geschwindigkeitskomponente sucht der Punkt sich seiner ursprünglichen Ruhelage zu nähern, aber das *gleichzeitige* Zunehmen der anderen entfernt ihn um *ebensoviel* davon, so daß er immer *gleichweit* davon entfernt *bleibt* und von jenem Umkehrpunkt aus im *Kreise* um die Ruhelage herumgeht. Bei den hier angenehmen Richtungen durchläuft er (für das beobachtende Auge in der Punktreihe) den Kreis im Sinne des Uhrzeigers. Das tut *jeder* Punkt der Reihe, jeder jedoch *etwas später* anfangend als der vorhergehende. Die Kreise liegen auf einem Zylinder, dessen Achse die Gerade ist, in der die Punktreihe *anfangs* gelegen hat, und dessen Querschnitt senkrecht zur Achse ein Kreis ist von den Dimensionen der Punktbahnen. Das Bild, das die *Punkt-*

reihe in dem Moment bietet, in dem der erste Punkt seinen Kreis einmal vollendet hat, ist eine Schraubenlinie, die sich um den Zylinder zieht. Das beobachtende Auge sieht die bewegte Punktreihe als eine Spirale, die sich wie eine Schlange an dem Zylinder entlang windet. Man erhält das Bild der entstehenden Welle aus dem Bilde der Wasserwellen (Abb. 286), wenn man das Buch vertikal auf die kurze Kante stellt, die Kreise dieser Abbildung um ihre vertikale Achse gedreht denkt, so daß sie wie die Münzen einer horizontal gehaltenen Geldrolle zueinander liegen, und daran entlang sieht. Der Unterschied in der Entstehungsart der beiden Wellen liegt ja nur darin, daß der horizontale Antrieb — wieder auf das Auge in der Punktreihe bezogen — im ersten Falle der Reihe *entlang* gerichtet war, im zweiten aber von links nach rechts. Im ersten Falle mußten daher Kreise entstehen, die in der Blicklinie rotieren, im zweiten solche, die *um* sie rotieren (s. Zirkularpolarisation des Lichtes).

258. Übereinanderlagerung von Schwingungen. Interferenz. In den bisher besprochenen Zusammensetzungen bildeten die Antriebe, die sich zusammensetzten, einen *Winkel*: der eine war horizontal, der andere vertikal. Viel einfacher ist der Vorgang, wenn die Antriebe dieselbe oder einander *entgegengesetzte* Richtung haben. Erfährt z. B. der erste Punkt der Reihe wieder den Antrieb (nach unten), der die Transversalwelle Abb. 285 erzeugt, und erfährt er $1/2$ oder $3/2$ oder $5/2$ usw. Schwingungsdauer später, also in dem Moment, in dem er wieder mit seiner Anfangsgeschwindigkeit durch seine Anfangslage nach *oben* geht, noch einmal *denselben* Antrieb nach *unten*, so kommt er offenbar zur Ruhe und schließlich — jeder Punkt etwas später als der vorgehende — kommt die ganze Punktreihe zur Ruhe. Denn dieser zweite Antrieb bildet eine Welle aus, durch die jedes Teilchen

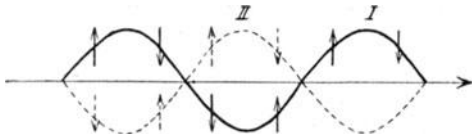


Abb. 290. Übereinanderlagerung von zwei einander vernichtenden Transversalwellen.

einen Antrieb erhält, der gleich groß und entgegengesetzt gerichtet ist *dem*, den es von der ersten Welle her bereits besitzt.

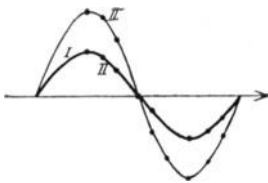


Abb. 291. Übereinanderlagerung von zwei gleichen Transversalwellen.

In Abb. 290 zeigt *I* die Punktreihe, wie sie unter dem ersten Antrieb allein, *II* wie sie unter dem zweiten Antrieb allein aussehen würde (nach einer ganzen Schwingungsdauer seit Eintritt des zweiten Antriebes, also $1 1/2$ seit Eintritt des ersten). Man sieht, sie strebt, *zwei* Wellen zu bilden, die einander in jeder Beziehung *gleich* groß und *entgegengesetzt* gerichtet sind: zwei Wellen mit gleicher Wellenlänge, gleicher Amplitude — aber *entgegengesetzter* Phase. Die beiden Wellen müssen einander daher vernichten und die Punktreihe zur Ruhe bringen. Wäre

der zweite Antrieb nach oben gerichtet gewesen, als der Punkt nach oben durch die Ruhelage ging, so würde er sich zu dem ersten addiert und eine Welle erzeugt haben, die jedem Teilchen einen Antrieb erteilt, ebenso groß und ebenso gerichtet wie der, den es von der ersten Welle her schon hatte. Die Kurve *II* in Abb. 291 läge dann an derselben Stelle wie *I*, das Ergebnis der Addition ist die Kurve *III* in Abb. 291 (wie Abb. 290 nach einer ganzen Schwingung seit Eintritt des zweiten Antriebes, $1 1/2$ seit Eintritt des ersten).

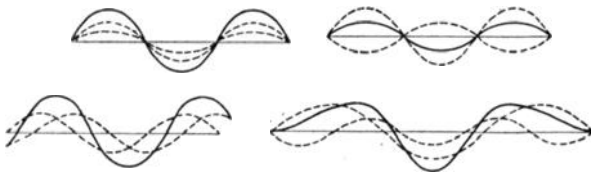


Abb. 292. Übereinanderlagerung von je zwei verschiedenen Transversalwellen.

Die beiden Wellen haben gleiche Wellenlänge, gleiche Amplitude — und *gleiche* Phase.

Jetzt erklärt sich der Sinn der Abb. 292 von selbst. Die *schwach* ausgezogenen Kurven bedeuten die Wellen-

komponenten, die stark ausgezogenen die zugehörigen Wellenresultanten. Die nach derselben Seite gerichteten Abstände sind durch Addition, die einander entgegengesetzten durch Subtraktion zusammengefaßt.

Die tatsächliche Bewegung eines Teilchens in der Welle kommt also durch das Zusammenwirken der einzelnen darauf einwirkenden Antriebe zustande. Wir besitzen zwar die logische Einsicht in den Vorgang, aber die sinnliche Anschaulichkeit des Vorganges fehlt uns. Diese empfangen wir erst, wenn wir zwei Wellenbewegungen, von denen jede einzeln sichtbar ist, sich zu einer resultierenden Bewegung zusammensetzen sehen. Das ist z. B. der Fall, wenn wir zwei einander kreuzende Wellen mit dem Auge verfolgen, die gleichzeitig miteinander über einen Wasserspiegel hinlaufen. In Abb. 293 bedeuten die konzentrischen Kreise

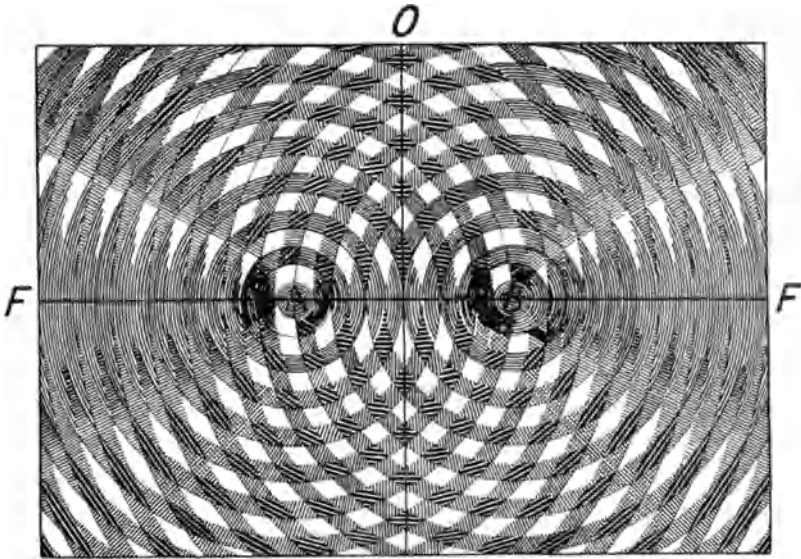


Abb. 293. Interferenz zweier Wellensysteme (mit A und B als Mittelpunkte) der Oberfläche einer Flüssigkeit.

um A und um B die Wellenringe, die sich um A und B bilden (etwa durch einen bei A und einen gleichzeitig bei B hineinfallenden Körper erregt), der 1., 3., 5., 7. . . . Kreis bedeuten — in einem gegebenen Moment — die maximalen Hebungen (Wellenberge), der 2., 4., 6., 8. . . . in demselben Moment die maximalen Senkungen (Wellentäler). Die Punkte, in denen sich ein Kreis um A mit einem Kreise um B schneidet, die also gleichzeitig auf zwei Kreisen liegen, bedeuten somit die Punkte, die gleichzeitig von den Wellen um A und denen um B ergriffen worden sind. Wo zwei ungeradzahlig (geradzahlig) bezifferte Kreise einander schneiden, treffen zwei Erhebungen (Senkungen) zusammen. Hier summieren sich gleichgerichtete Antriebe dem Auge erkennbar und erzeugen höhere Wellenberge und tiefere Wellentäler, als sie jedes Wellensystem einzeln hervorruft. Wo ein ungeradzahlig beziffertter Kreis und ein geradzahlig beziffertter einander schneiden, treffen eine Hebung und eine Senkung zusammen. Hier subtrahieren sich gleich große, aber entgegengesetzt gerichtete Antriebe. In diesen Punkten muß Ruhe herrschen, und tatsächlich sieht man auf dem Wasserspiegel ein System von Linien, in denen das Wasser annähernd in Ruhe bleibt; in Abb. 293 die punktierten Kurven. Um den Vorgang verfolgen zu können, muß man die Wellen dauernd neu

erregen (bei einer einmaligen Erregung verschwinden sie sofort wieder). Sehr deutlich erhält man sie auf einer großen Flüssigkeitsebene, auf die man von oben her gleichzeitig (mit einer gewissen Geschwindigkeit) auf zwei Punkte *A* und *B* Tropfen fallen läßt.

Man nennt dieses Zusammenwirken zweier Wellensysteme *Interferenz* der Wellen. *Verändert* wird keines der Wellensysteme dabei. Jedes geht durch das andere hindurch, ohne gestört zu werden. Es vertieft und erhöht die Wasserfläche an *den* Stellen, an denen es sie vertieft und erhöht haben würde, auch wenn das andere *nicht* vorhanden wäre. Der Endzustand des Interferenzgebietes (der Wasserfläche) wird durch das Zusammenwirken der beiden anders, als ihn jedes *allein* hervorgerufen haben würde: es wird stärker vertieft und erhöht, weil das eine erhöht, wo es auch das andere tut usw. Kurz: das eine Wellensystem lagert sich über das andere hin, aber ohne es zu stören oder selber gestört zu werden. (Prinzip der *Superposition*). Man sieht das an zahlreichen Erscheinungen auf einem bewegten Wasserspiegel. Man verfolge die Wellen, die vom Kiel eines Ruderbootes in den Wellen des Flusses erzeugt werden, und die sich selber mit anderen Wellen kreuzen: selbst, *während* sie einander kreuzen, sind sie *einzel*n sichtbar, und sie setzen nachher ihren Weg fort, ohne eine Störung erkennen zu lassen.

259. Stehende Wellen. Schwingungsknoten und Schwingungsbäuche. Die Durchkreuzung der Wasserwellen (Abb. 293) lehrt auch die Entstehung einer Wellenform kennen, die in der Akustik eine große Rolle spielt, der *stehenden* Welle. Sie entsteht durch die Interferenz von zwei Wellen, die gleiche Amplitude, gleiche Wellenlänge, aber *entgegengesetzte* Fortpflanzungsrichtung haben: hier *interferieren* nämlich Wellen, die sich längs derselben Punktreihe *von A* aus *nach B* hin fortpflanzen, mit solchen, die sich *von B* aus *nach A* hin fortpflanzen. (Bei den Interferenzen in Abb. 291 dagegen entstehen *beide* Wellen an demselben Ende der Punktreihe und pflanzen sich in *derselben* Richtung fort.)

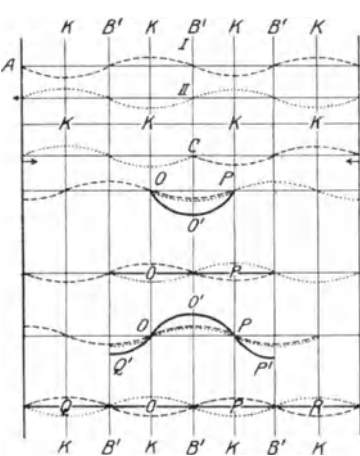


Abb. 294. Entstehung einer stehenden Welle.

Legt man durch den Wasserspiegel einen vertikalen, ebenen Schnitt durch die *A* und *B* verbindende Gerade, so sieht man längs *AB* zwei Wellen sich fortpflanzen, eine von *A* nach *B*, die andere von *B* nach *A*. Beide *beginnen* zur *selben* Zeit, und da sie sich unter identischen Bedingungen fortpflanzen, treffen sie einander in der *Mitte C*. Wird der Abstand *AB* durch *zwei* Wellenlängen ausgefüllt, so sieht die *Punktreihe* — wir gehen der Bequemlichkeit wegen zu ihr zurück — im Moment des *Zusammentreffens* so aus wie Abb. 294.

Die von *A* ausgehende Welle allein würde der Punktreihe das Aussehen der *gestrichelten* Kurve *I* geben, die von *B* ausgehende allein das Aussehen der *gepunkteten* Kurve *II*. Jede folgende Abbildung (*b*, *c*, *d*, *e*) zeigt die *Punktreihe* um je $\frac{1}{4}$ Schwingungsdauer später als die vorhergehende, d. h. jede der zwei Wellen um $\frac{1}{4}$ Wellenlänge weiter in ihrer Richtung vorgeschoben. (Die Viertelwellenlängen werden in den Abbildungen durch je zwei aufeinander folgende vertikale Parallelen abgeteilt, in jeder Abbildung ist also die Bewegung um den Abstand zweier aufeinander folgender Parallelen weiter vorgerückt.) Man kann

beide Wellen, die punktierte und die gestrichelte, einzeln verfolgen und erkennt ihre Interferenz an der stark ausgezogenen Kurve, der resultierenden Welle.

Die aufeinander folgenden Abbildungen zeigen 1.: Gewisse Punkte bleiben *stets* in Ruhe. Nämlich die um je eine *halbe* Wellenlänge voneinander entfernten Punkte O, P, Q, R (auf den mit K bezeichneten Parallelen), durch die die beiden interferierenden Wellen *stets gleichzeitig* mit einander entgegengesetzten Phasen hindurchgehen, in denen also *stets* zwei gleich große und *entgegengesetzt* gerichtete Bewegungen einander aufheben. Die Punkte heißen *Knotenpunkte*; sie teilen die Punktreihe in Abschnitte von je einer *halben* Wellenlänge.

2. Die Abbildungen c und e zeigen nach je einer *halben* Schwingungsdauer *sämtliche* Punkte in gerader Linie, beweisen also, daß sämtliche Punkte *gleichzeitig* durch die Ruhelage gehen, also eine Viertelschwingungsdauer später (d. h. in der Mitte zwischen zwei Durchgängen durch die Ruhelage) auch *gleichzeitig* umkehren — *gleichzeitig!* nicht wie bei den früher beschriebenen Wellen ein Punkt immer etwas später, als der andere.) Die Abb. 294 b, d , die die Punkte eine Viertelschwingungsdauer *nach* dem Durchgange durch die Ruhelage, d. h. in ihrem äußersten Abstände davon zeigen, beweisen erstens, daß alle Punkte *desselben* Abschnittes, z. B. des Abschnittes OP zwischen den Knotenpunkten O und P , von der Ruhelage aus *dieselbe* Bewegungsrichtung haben, je zwei *aufeinander folgende Abschnitte* aber *entgegengesetzte* Richtungen. Sie beweisen ferner, daß die Schwingungsweite der einzelnen Punkte verschieden groß ist (in den *bisher* beschriebenen fortlaufenden Wellen hatten alle Punkte dieselbe Amplitude!): in der Mitte zwischen je zwei Knotenpunkten am *größten*, nach den Knotenpunkten zu *kleiner*, in den Knotenpunkten *Null*. Sie ist in der Mitte gleich der Summe der Amplituden der beiden interferierenden Wellen, weil die beiden Wellen dort, und zwar *nur* dort, *stets* (wie sämtliche Abbildungen zeigen) mit gleicher Phase zusammentreffen. Die Punkte O', P', Q' , die voneinander um je eine halbe Wellenlänge abstehen, heißen *Schwingungsbäuche*; sie gehen *stets* auf derselben Geraden in der Mitte zwischen den Knoten auf und ab (auf den mit B' bezeichneten Parallelen). Da die einzelnen Punkte *verschieden* lange Schwingungsbahnen haben, aber die Bahnen alle in *derselben* Zeit durchlaufen, so ist ihre *Geschwindigkeit verschieden*: in den Bäuchen am größten, nach den Knotenpunkten zu kleiner, in den Knotenpunkten selbst Null.

Die hier entstehende Wellenform weicht von den bisher beschriebenen Querwellen wesentlich ab: Charakteristisch ist das Vorhandensein der Knotenpunkte und die *Gleichzeitigkeit* des Durchgehens durch die Ruhelage und die Gleichzeitigkeit des Umkehrens. Die Punktreihe erscheint durch die Knoten in Abschnitte zerlegt. Diese Abschnitte schwingen um die Gleichgewichtslage hin und her, dabei die Wellenform ausbildend. Da man dieselbe Bewegung immer an derselben Stelle sieht, *steht* die Welle *scheinbar fest*, sie heißt daher *stehende Welle*.

Es gibt auch *stehende Längswellen*: Sie entstehen, wenn an die Stelle der Querwellen Längswellen treten. Infolge derselben Ursachen wie dort entstehen auch hier *Knotenpunkte*, in denen die Bewegung *stets* Null ist, und *Bäuche*, in denen die Bewegung dauernd am stärksten ist. Die Knotenpunkte und die Bäuche der stehenden Längswellen liegen aber *nicht* an denselben Stellen, an denen die der in Abb. 294 betrachteten stehenden Querwellen gelegen haben. Wenn von A und von B aus je eine Längswelle an der Punktreihe entlang geht — beide im selben Moment unter identischen Bedingungen entstehend —, so treffen die zwei Wellen wieder in der Mitte zusammen. Sie erteilen aber dem Punkt in der Mitte *entgegengesetzt* gerichtete $\rightarrow \bullet \leftarrow$ Antriebe, hier bildet sich

also ein *Knoten*. (Die beiden interferierenden *Querwellen* erteilen dem Punkte *gleichgerichtete* \uparrow Antriebe, daher bildet sich hier ein *Bauch*.) Verfolgen wir diesen Vorgang weiter, so finden wir, daß die Knoten der stehenden Längswellen an den Stellen der Bäuche unserer stehenden Querwellen liegen.

Wenn man die Abbildungen betrachtet und sich ferner vergegenwärtigt, was wir S. 290 hervorgehoben haben, daß nämlich Verdichtungen und Verdünnungen mit den Punkten korrespondieren, in denen bei gleicher Wellenlänge die Querwellenkurve die Gerade schneidet, so erkennt man, daß die Knoten die Punkte sind, an denen Verdichtung und Verdünnung abwechseln, die Bäuche aber die Punkte mit konstanter mittlerer Dichte.

260. Jeder schwingende Punkt ein Erschütterungszentrum. Wellenfläche. Bisher haben wir stillschweigend vorausgesetzt, daß jeder Punkt nur zwei (mit ihm in gerader Linie liegende) Nachbarn hat — die sämtlichen Punkte sollten ja nur auf einer *Geraden* liegen. In der *Wirklichkeit* hat aber jeder Punkt um sich herum unendlich viele Nachbarn. Wird also ein Punkt Ausgangspunkt einer Wellenbewegung, so überträgt er seine Schwingungen auf *alle* seine Nachbarn und wird so zum Ausgangspunkte *unendlich vieler* Wellen. Aber auch jeder andere Punkt wird, wenn er von der Bewegung ergriffen worden ist, zum Ausgangspunkt einer Wellenbewegung. Daher müssen unzählige Wellenbewegungen entstehen, die miteinander interferieren. Eine Gesetzmäßigkeit läßt sich a priori nicht voraussehen.

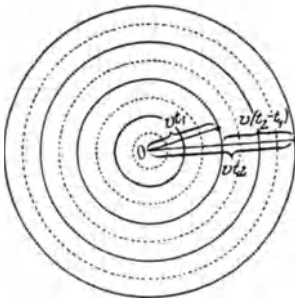


Abb. 295. Zur Veranschaulichung der *Wellenfläche*.

Die Schwingung, die in *O* beginnt (Abb. 295), pflanzt sich, da der Punkt ringsherum Nachbarn hat, also nach allen Richtungen fort — und zwar nach allen mit derselben Geschwindigkeit. Sie erreicht daher alle Punkte, die gleichen Abstand von *O* haben — sie bilden eine Kugelfläche um *O* als Mittelpunkt — gleichzeitig. Mit anderen Worten: Es gibt in *jedem* Augenblick eine Kugelfläche (mit *O* als Mittelpunkt), an deren Punkten die Wellenbewegung gerade *ankommt*, deren Punkte also sämtlich ihre Schwingungen in diesem Augenblick beginnen und, da sie sich alle in derselben Weise bewegen, dauernd in der Phase ihrer Bewegung untereinander übereinstimmen, d. h. in der Größe und in der Richtung der Schwingungsgeschwindigkeit. Eine Fläche, deren Punkte dadurch charakterisiert sind, heißt *Wellenfläche*. Hier, d. h. in homogenen, isotropen Medien, ist sie eine *Kugel*, weil die Wellenbewegung sich nach *allen* Richtungen mit *derselben* Geschwindigkeit fortpflanzt. (Wo das *nicht* der Fall ist, z. B. in gewissen Kristallen, ist sie keine Kugel, in manchen Fällen ein Ellipsoid, in anderen eine noch kompliziertere Fläche.)

261. Prinzip von HUYGHENS. Der Radius dieser Kugel wächst mit dem Fortschreiten der Wellenbewegung. Man spricht in diesem Sinne von *Kugellwellen*, die sich durch den Raum fortpflanzen. Ein sehr kleines Stück einer Kugel kann als eben gelten, in diesem Sinne spricht man auch von einer *ebenen* Welle.

Pflanzt sich die Wellenbewegung nach allen Richtungen mit der Geschwindigkeit *v* cm pro sec fort, so ist sie zur Zeit t_1 , d. h. nach t_1 Sekunden von *O* bis zur Kugelfläche vom Radius vt_1 und zu der späteren Zeit t_2 bis zur Kugelfläche vom Radius vt_2 vorgerückt. In der Zwischenzeit von $(t_2 - t_1)$ Sekunden ist sie von der ersten Kugelfläche aus auf jedem Radius um die Strecke $v(t_2 - t_1)$ fortgeschritten.

Bilder für das Fortschreiten der Wellenbewegung sind somit: das Größerwerden einer Kugel mit O als Zentrum, deren Radius in jedem Moment gleich der Strecke ist, die die Wellenbewegung bis zu diesem Moment zurückgelegt hat, oder auch eine kontinuierliche Aufeinanderfolge von konzentrischen Kugelflächen, deren alleräußerste (größte) die Grenze angibt, bis zu der die Wellenbewegung gerade vorgerückt ist; je um eine Wellenlänge voneinander abstehende Kugelflächen entsprechen den Orten gleicher Phase.

Man hat nun hierbei zwar berücksichtigt, daß O nach allen Richtungen Nachbarn hat, nicht aber, daß jeder Punkt *selbst Ausgangspunkt einer Welle* wird. Gerade diesen Umstand berücksichtigt das von HUYGHENS aufgestellte und von FRESNEL ergänzte Prinzip, das allgemein das HUYGHENSSCHE Prinzip heißt (Abb. 296). Zu dem Zeitpunkt t_1 gehört die Kugelfläche W mit dem Radius vt_1 . Wir fragen: bis wohin pflanzt sich die Wellenbewegung im Zeitabschnitt $t_2 - t_1$ fort, wenn jeder Punkt von W *selbst* ein Erschütterungszentrum ist, also selbständig eine Wellenbewegung veranlaßt?

Aus jedem Punkte der Kugelfläche W entspringt eine Wellenbewegung, die sich nach allen Richtungen mit der Geschwindigkeit v ausbreitet. Um jeden bildet sich daher eine „Elementarwelle“, eine Kugelwelle, deren Radius in der Zeit $t_2 - t_1$ die Größe $v(t_2 - t_1)$ erreicht. Abb. 296 zeigt einen Teil dieser Elementarwellen. Wie man sieht, werden sie *sämtlich* von einer Kugelfläche berührt („eingehüllt“), die mit der Kugel vom Radius vt_2 zusammenfällt, d. h. die Punkte der *Kugelwelle* vom Radius vt_2 fallen sämtlich mit Punkten der Elementarwellen zusammen. HUYGHENS und später FRESNEL und KIRCHHOFF zeigten, daß die Wirkung der Elementarwellen *nur* auf der sie eingehüllenden Fläche merkbar ist. An den andern Stellen löschen sich die Elementarwellen durch Interferenz gegenseitig aus, so daß die Vorstellung von der Ausbreitung der Wellenbewegung durch Elementarwellen in der Tat zu demselben Ergebnis führt, wie die vom Vorrücken der Welle lediglich in radialer Richtung, Abb. 295.

Das HUYGHENSSCHE Prinzip läßt sich daher nach FRESNEL in die Worte fassen: Der Schwingungszustand irgendeines Punktes in irgendeinem gegebenen Moment wird bestimmt durch die Übereinanderlagerung sämtlicher Schwingungszustände, die den Punkt in diesem Moment von den anderen schwingenden Punkten her erreichen.

262. Fortpflanzungsgeschwindigkeit abhängig von Elastizität und Dichte. Wir haben bisher nichts von der Geschwindigkeit gesagt, mit der sich die Wellenbewegung ausbreitet. Die mathematische Herleitung der Formel dafür überschreitet, wenn sie befriedigen soll, die Grenzen einer elementaren Darstellung. Wir beschränken uns daher auf die notwendigsten Angaben. Da die Schwingung und mit ihr die Welle nur durch das „Elastischsein“ der Substanz möglich ist, so muß die Fortpflanzungsgeschwindigkeit vor allem von der Elastizität der Substanz abhängen. Sie hängt ferner von der Größe der Masse ab, die in Schwingung versetzt wird. Die Elastizität wird durch den Elastizitätskoeffizienten e gemessen, die Masse durch die Dichte d . Die

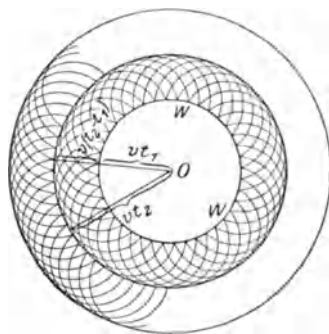


Abb. 296. Zur Ausbreitung einer Kugelwelle nach dem Prinzip von HUYGHENS.

Abhängigkeit der Fortpflanzungsgeschwindigkeit v von beiden spricht sich in der Gleichung $v = \sqrt{e/d}$ aus.

Aber diese einfache Beziehung gilt nur, wenn die Wellenbewegung nicht etwa Temperaturveränderungen und *dadurch* eine Änderung des Elastizitätskoeffizienten der Substanz hervorruft, die — eine Aufgabe der Thermodynamik — besonders veranschlagt werden muß. Wir werden bei der Schallgeschwindigkeit darauf zurückkommen (S. 300).

Wie man sieht, hängt die Geschwindigkeit *nur* von der Elastizität und der Dichte des Mediums ab; nicht davon, ob die Wellenlänge groß oder klein ist, noch davon, ob die Amplitude groß oder klein ist. D. h. lange Wellen und kurze Wellen, Wellen mit großer und Wellen mit kleiner Schwingungsweite pflanzen sich gleich schnell fort (S. 300).

Aber *eines* ist zu beachten. Bei der *Längswelle* ist e der Koeffizient der *Druckelastizität* (S. 113), bei der *Querwelle* der der *Schubelastizität* (S. 113). Flüssigkeiten und Gase haben aber keine Schubelastizität (keine Scherfestigkeit, Abb. 122), sondern nur Druckelastizität, in ihnen können also auch nur *Längswellen* entstehen. Elastische *Querwellen* können nur in starren Körpern entstehen. Selbstverständlich entstehen in ihnen auch *Längswellen*, denn sie haben sowohl Druck- wie Schubelastizität. Dieser zweite Koeffizient ist *kleiner* als der erste, die beiden Wellen pflanzen sich daher verschieden schnell fort. Eine Schwingung also, die eine Längs- und auch eine Querkomponente hat, erzeugt (Poisson) eine Längs- und eine Querwelle, die sich getrennt voneinander durch die Substanz fortpflanzen. — Da die Fortpflanzungsgeschwindigkeit nur von der Dichte und der Elastizität der Substanz abhängen, so breitet sich die Welle in den isotropen Substanzen (S. 118) nach *allen* Richtungen gleich schnell aus, d. h. als *Kugelwelle*. Aber in den anisotropen, z. B. in gewissen Kristallen, hat die Wellenfläche eine sehr verwickelte Form.

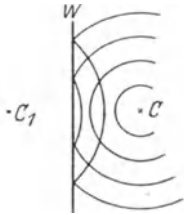


Abb. 297. Zurückwerfung von Wellen durch eine als Ausbreitungshindernis wirkende Wand. Interferenz der zu der Wand hingehenden und der zurückgeworfenen Wellen.

263. Zurückwerfung der Wellen. (Reflexion.) Andere Erscheinungen der Wellenbewegung, z. B. ihre Zurückwerfung, ihre Brechung, ihre Absorption, beschreiben wir erst dort, wo der Gang der Darstellung es fordert. Die Zurückwerfung (Reflexion, sie erklärt z. B. die Spiegelung des Lichtes und das Echo des Schalles) ist von den Wasserwellen her die bekannteste dieser Erscheinungen: Treffen die Wellen auf ein Hindernis W (Abb. 297), z. B. ein Ufer, das sie „zurückwirft“, so breiten sich die zurückgeworfenen Wellen scheinbar um ein Erschütterungszentrum C_1 aus, das ebensoweit *hinter* der Uferwand liegt, wie das tatsächlich vorhandene Zentrum C *davor* liegt. Die von C aus zu der Wand *hingehenden* und die von ihr *zurückgeworfenen* Wellen interferieren miteinander.

A. Entstehung und Fortpflanzung des Schalles.

264. Schallempfindung. Schallbewegung. Die Lehre vom Schall gehört zur Experimentalphysik, weil die Ursache, die unter normalen Bedingungen die Schallempfindung hervorruft, auf eine besondere Art der Bewegung zurückführbar ist und deren Kenntnis die Erkenntnis des Wesens der Tonempfindungen vermittelt. Physiologisch entsteht die Schallempfindung dadurch, daß der

Gehörnerv „gereizt“ wird. Jede Reizung des Gehörnerven ruft sie hervor, so daß sie definierbar ist als „die dem Ohre eigentümliche Reaktionsweise gegen äußere Reizmittel“ (HELMHOLTZ).

Der Reiz, der als der *normale* anzusehen ist, entsteht durch Schwingungen einer elastischen Membran (des Trommelfells), die das innere Ende des Gehörganges abschließt. Mit Hilfe der Gehörknöchelchen hinter dem Trommelfell und des Labyrinthwassers (in dem sich die Enden der Gehörnerven ausbreiten) wirkt die schwingende Membran auf den Gehörnerven. Der Reiz, der *dadurch* auf den Nerven ausgeübt wird, erzeugt in uns die Schallempfindung. Hervorgerufen werden die Schwingungen des Trommelfells durch die Schwingungen der Luft im Gehörgange und diese wieder durch Schwingungen des Körpers, den wir als Schallquelle ansehen. Übertragen werden die Schwingungen der Schallquelle auf die Luft im Gehörgange durch die Luft, die sich zwischen beiden befindet, und die selber unter der Einwirkung der Schallquelle in Schwingungen gerät. Diesem Vorgange entsprechend müssen wir die Schwingungen, die von der Schallquelle ausgehen, sich dann der Luft zwischen Schallquelle und Ohr mitteilen und schließlich zum Trommelfell gelangen, als die objektive Ursache ansehen, die die subjektive Schallempfindung hervorruft. Diese Schwingungsbewegung ist es, was wir als Schallbewegung oder auch kurzweg als Schall im physikalischen Sinne bezeichnen.

Wir unterscheiden in der Lehre vom Schalle zwei Gebiete: die *physiologische* Akustik, die sich mit den *Tonempfindungen*, und die *physikalische* Akustik, die sich mit der *Schallbewegung* beschäftigt. Eine strenge Scheidung der beiden Gebiete ist unmöglich, weil das Ohr das natürliche, wenn auch nicht das einzige Hilfsmittel bei der Untersuchung dieser Bewegung abgibt.

265. Ein tönender Körper, ein bewegter Körper. Daß die tönenden Körper tatsächlich schwingen, ist in vielen Fällen leicht wahrzunehmen. Die Schwingungen einer tönenden Saite z. B. kann man zwar nicht *einzelnen* sehen, man sieht aber, daß die Saite *c* während des Tönens den Anblick der Abb. 298 bietet, also zwischen den begrenzenden Bögen *a* und *b* hin- und hergeht. Die Schwingung wird allmählich flacher und flacher, bis sie in das geradlinige Bild der ruhenden Saite übergeht. — Daß ein *tönender* Körper sich *bewegt*, erkennt man schon daran, daß man ihn — eine tönende Saite, eine Glocke, eine Stimmgabel — zum Schweigen bringt, wenn man ihn anfaßt. Man kann auch die *einzelnen* Schwingungen (wenigstens *mittelbar*) sichtbar machen: man kann eine tönende Stimmgabel ihre Schwingungen aufzeichnen lassen, die Schwingungen einer tönenden Saite photographisch wiedergeben, die Schwingungen der Luft in einer tönenden Orgelpfeife mit Hilfe einer Flamme [292.] erkennbar machen usw. Meist werden uns die Schwingungen des tönenden Körpers durch die Luft zugetragen, aber es kommen auch Schallwahrnehmungen vor, bei denen die Luft *keine* Rolle spielt. Man kann z. B. eine angeschlagene Stimmgabel oder eine tickende Taschenuhr hören, wenn man sie mit den Zähnen festhält; man kann, wenn man sich mit dem Ohr auf den Erdboden legt, das Geräusch eines Eisenbahnzuges, Hufschläge von Pferden u. a. aus weiterer Ferne hören, als es bei der gewöhnlichen Art des Hörens durch die Luft möglich wäre. Im ersten Falle werden dann dem Ohr die Schwingungen durch die Schädelknochen, im zweiten Falle durch den Erdboden zugeführt. Überhaupt übertragen den Schall alle Körper, in denen elastische Schwingungen unterhalten und fortgeleitet werden können — kurz jede Art Materie überträgt ihn, feste, flüssige und gasförmige. Aber unter alltäglichen Bedingungen über-

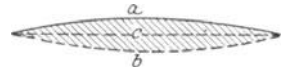


Abb. 298
Schwingende Saite.

Man kann auch die *einzelnen* Schwingungen (wenigstens *mittelbar*) sichtbar machen: man kann eine tönende Stimmgabel ihre Schwingungen aufzeichnen lassen, die Schwingungen einer tönenden Saite photographisch wiedergeben, die Schwingungen der Luft in einer tönenden Orgelpfeife mit Hilfe einer Flamme [292.] erkennbar machen usw. Meist werden uns die Schwingungen des tönenden Körpers durch die Luft zugetragen, aber es kommen auch Schallwahrnehmungen vor, bei denen die Luft *keine* Rolle spielt. Man kann z. B. eine angeschlagene Stimmgabel oder eine tickende Taschenuhr hören, wenn man sie mit den Zähnen festhält; man kann, wenn man sich mit dem Ohr auf den Erdboden legt, das Geräusch eines Eisenbahnzuges, Hufschläge von Pferden u. a. aus weiterer Ferne hören, als es bei der gewöhnlichen Art des Hörens durch die Luft möglich wäre. Im ersten Falle werden dann dem Ohr die Schwingungen durch die Schädelknochen, im zweiten Falle durch den Erdboden zugeführt. Überhaupt übertragen den Schall alle Körper, in denen elastische Schwingungen unterhalten und fortgeleitet werden können — kurz jede Art Materie überträgt ihn, feste, flüssige und gasförmige. Aber unter alltäglichen Bedingungen über-

trägt ihn die Luft. Von ihrer Mitwirkung dabei überzeugt man sich, wenn man z. B. eine elektrische Klingel im Rezipienten einer Luftpumpe in Tätigkeit setzt und dann die Luft daraus entfernt: der Schall wird leiser und erlischt schließlich.

266. Entstehung und Ausbreitung des Schalles. Die Entstehung und die Fortpflanzung des Schalles durch die Luft erfolgt durch longitudinale Wellen (S. 290): der schwingende Körper setzt die Luftteilchen in Bewegung und erzeugt dadurch abwechselnd Verdichtungen und Verdünnungen, die sich weiter und weiter ausbreiten und schließlich unser Trommelfell erreichen. Die Verdichtungen und Verdünnungen lassen sich sogar photographisch wiedergeben (BOYS, SALCHER). Abb. 299 zeigt ungefähr, wie man sich Schallwellen vorstellt, die sich um das Erschütterungszentrum kugelförmig ausbreiten. Die Verdichtungen und Verdünnungen sind durch dunkle und helle Schattierungen angedeutet.

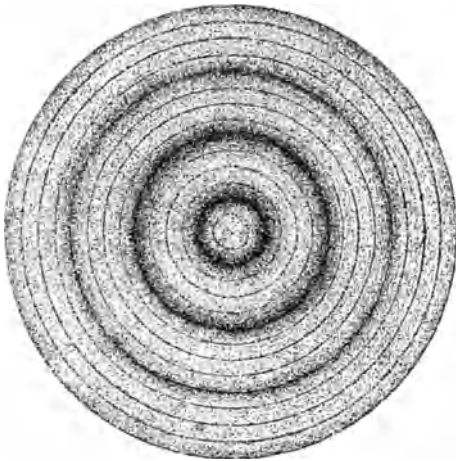


Abb. 299. Zur Ausbreitung des Schalles durch Kugelwellen.

der Zusammenklang mehrerer sich gleichzeitig fortpflanzender Töne, der Klang eines Akkordes, klingt unverändert, gleichviel in welchem Abstände von der Schallquelle man ihn hört. Zu tiefen Tönen gehören aber längere Wellen als zu hohen Tönen, wie wir sehen werden; wenn sich lange und kurze Wellen *verschieden* schnell fortpflanzten, so könnten die verschiedenen hohen Töne des Akkords nicht gleichzeitig bei unserem Ohr ankommen, sondern nur *nacheinander*. Wir würden dann die Töne nicht *nebeneinander*, sondern *nacheinander*, den Akkord also gebrochen hören.

Aber auch sonst lehrt die Formel $v = \sqrt{e/d}$, daß unsere theoretischen Vorstellungen richtig sind. Setzt man für e und für d die Zahlen, die sich auf einen bestimmten Stoff beziehen, so ergibt sich die Schallgeschwindigkeit in diesem Stoffe. In *festen* und *flüssigen* stimmt die so berechnete Schallgeschwindigkeit mit der experimentell ermittelten (es gibt zahlreiche Methoden dafür) sehr gut überein; so gut, daß man die beobachtete Schallgeschwindigkeit v zusammen mit der bekannten Dichte d benutzen kann, die Messung des Elastizitätskoeffizienten e zu kontrollieren. In Gasen ist diese Übereinstimmung nicht ohne weiteres vorhanden. Die Geschwindigkeit des Schalles in der Luft bei 0°C beträgt tatsächlich 331 m pro sec, sollte nach der obigen Formel aber nur 279,4 m sein. Dieser Mangel an Übereinstimmung ist nur scheinbar (LAPLACE, 1818): Die Elastizität der Luft wird durch Temperaturänderungen beeinflusst, die die Schallwelle selbst infolge der wechselnden Verdichtungen und Verdünnungen hervorruft. Jede Verdichtung der Luft erhöht die Temperatur an der verdichteten Stelle, jede Verdünnung erniedrigt sie. — Diese Temperaturunterschiede können sich nicht so schnell ausgleichen, wie die Schwingungen erfolgen, und vergrößern die Druckunterschiede, d. h. die elastischen Kräfte, auf denen die Fortpflanzung der Welle beruht. Durch Berücksichtigung dieses Vorganges hat LAPLACE nicht nur für die Luft, sondern für

Der Vorgang vollzieht sich tatsächlich nicht so einfach, wie S. 290 geschildert. Dort hatten wir (Abb. 289) zur Vereinfachung eine einzige Gerade von Massenteilchen angenommen und ursprünglich *ruhende* Massenteilchen. Hier aber handelt es sich um den ganzen Luftraum (rings um die Schallquelle) und um Teilchen, die in Bewegung sind. Aber dieser Unterschied in den Voraussetzungen kann nur *geringfügig* sein, und unsere Vorstellungen müssen im großen und ganzen richtig sein, denn die beobachteten Erscheinungen stimmen mit den aus der Theorie gefolgerten in den Hauptpunkten überein.

Die Fortpflanzungsgeschwindigkeit des Schalles durch eine Substanz hängt der Beziehung $v = \sqrt{e/d}$ gemäß (S. 298), nur von der Dichte d und von der Elastizität e der Substanz ab. Sie muß danach von der Wellenlänge unabhängig sein, d. h. in derselben Substanz für *alle* Wellenlängen *gleich* groß. Diese theoretische Folgerung wird ebenfalls durch die Erfahrung bestätigt:

die Gase überhaupt die Theorie der Schallfortpflanzung mit der Wirklichkeit in Übereinstimmung gebracht. Nach seiner Theorie ergibt sich, daß die Schallgeschwindigkeit um den Faktor $\sqrt{c_p/c_v}$ (wenn c_p und c_v die spezifische Wärme des Gases bei konstantem Druck und bei konstantem Volumen bedeuten) größer ist als $\sqrt{e/d}$.

267. Zurückwerfung der Schallwellen. Die Schallwellen werden unter gewissen Bedingungen zurückgeworfen; die Zurückwerfung ist uns durch den Widerhall und das Echo¹⁾ bekannt. Wenn die Wasserwellen um a auf einen Körper, in Abb. 300 die Wand AB , treffen, das ihre weitere Ausbreitung hindert, so werden sie von ihm zurückgeworfen. Es entsteht ein neues Wellensystem, das sich gleichsam aus dem Hindernis heraus entwickelt. Es ist dem ersten Wellensystem, dem es seine Entstehung verdankt, vollkommen gleich und breitet sich nach *der* Seite hin aus, von der jenes erste hergekommen ist. Ein Erregungszentrum hat das zurückgeworfene System im physikalischen Sinne zwar nicht, wohl aber im geometrischen Sinne so deutlich, daß wir es wie von einem Erregungszentrum a' ausgegangen *ansetzen* können. Das von der Wand AB zurückgeworfene Wellensystem breitet sich um dieses *ideelle* Zentrum a' genau so aus wie das erste System um sein *wirkliches*. Wie wir von einer Fortpflanzungsrichtung der zu der Wand *hinlaufenden* Wellen sprechen, so sprechen wir auch von der Fortpflanzungsrichtung der zurückgeworfenen.

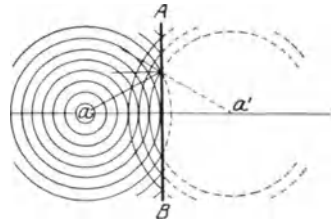


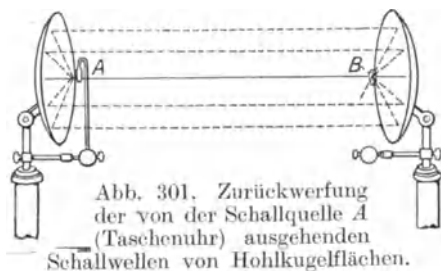
Abb. 300. Zurückwerfung der von a ausgehenden Schallwellen an einer ebenen Wand AB und scheinbare Entstehung einer neuen Schallquelle a' (Echo).

Genau wie die Wasserwellen verhalten sich die Luftwellen: sie werden von jedem Hindernis zurückgeworfen (dabei erweist sich manches als Hindernis, was man a priori nicht dafür halten würde, z. B. eine Wolke!) und bilden ein zurücklaufendes Wellensystem, das sich genau so verhält wie das erste, dem es seine Entstehung verdankt. Auch dieses zurückgeworfene Wellensystem hat keinen wirklichen Erregungsmittelpunkt, aber sein Eindruck auf das Ohr entspricht dem, den das reflektierte Wasserwellensystem auf das Auge macht: wie dort das Auge das Erregungszentrum a' konstruiert, so hier das Ohr: es unterstellt eine neue Schallquelle, die hinter dem Hindernis zu liegen scheint. (Das gilt jedoch dort, wo es sich um den Widerhall handelt, nur mit Einschränkung.)

Die gewöhnlichen Reflexionserscheinungen des Schalles sind der Widerhall und das Echo. Der *Widerhall* entsteht stets in jedem geschlossenen Raume. Zum Bewußtsein kommt er uns aber nur dann, wenn er uns stört, z. B. dann, wenn der von den Wänden zurückkommende Schall die gesprochenen Worte verlängert und dadurch undeutlich macht. Die „Akustik“ eines Raumes hängt wesentlich von dem Widerhall ab, aber die *vielfältigen* Zurückwerfungen des Schalles — von einer Wand zur anderen, von Gegenständen in dem Raume usw. — machen es fast unmöglich, Gesetze zur Erzielung einer „guten Akustik“ aufzustellen. Am meisten stört der Widerhall in großen Räumen mit krummlinigem Grundriß und glatten, undurchbrochenen Wänden. In Konzert- und Theaterräumen tragen Bogen, Brüstungen usw. dazu bei, die Störungen zu mildern. Man darf aber mit den dadurch geschaffenen Wanddurchbrechungen nicht zu weit gehen; denn daß der Widerhall geradezu *nötig* ist, um den Schall zu unterstützen, erkennt man daran, daß es einem Redner sehr viel schwerer ist, sich im Freien, wo der Ton „verhallt“, verständlich zu machen, als im geschlossenen Raum.

¹⁾ ἠχώ = Schall; ἀντηχώ = töne entgegen, unterrichte; Katechismus.

Unterstützen, d. h. verstärken kann der von den Wänden reflektierte Schall den ersten Ton nur dann, wenn er die Tonquelle schon wieder erreicht hat, ehe diese aufgehört hat zu tönen. (Der Abstand der Wände von der Tonquelle im Verhältnis zur Schallgeschwindigkeit und die Dauer des primären Tones sprechen hierbei mit.) Erreicht er die Tonquelle erst wieder, wenn der primäre Ton bereits zu Ende ist, so kann er diesen natürlich auch nicht verstärken — aber er kann seine *Zeitdauer verdoppeln*, und wenn er von dem primären deutlich getrennt gehört wird, ihn wiederholen. Diese deutlich hörbare Wiederholung eines Tones durch seinen Reflex nennt man *Echo*. Das Echo macht, im Gegensatz zum Wiederhall, wirklich den Eindruck einer zweiten Tonquelle, namentlich dann, wenn es eine Reihe von Silben oder von musikalischen Tönen wiedergibt. Aber es kann sich dabei doch immer nur um eine *kurze* Reihe von Worten oder von Tönen handeln, weil der Abstand zwischen der Tonquelle und der Wand ihrer Wiedergabe eine Grenze setzt — und ferner nur um die Wiedergabe sehr *lauter* Töne, weil der Ton bei der großen Strecke, die er hin und her durchlaufen muß, sonst unhörbar würde. Ganz anders aber wirkt das Echo dann, wenn diese beiden Momente unberücksichtigt bleiben können, wie z. B., wenn der Schall von Hohlspiegelflächen reflektiert wird, die eine bestimmte Lage zueinander



haben (Abb. 301). Das Ticken einer Uhr, das meist in 1–2 m Abstand bereits verschwindet, ist noch in viel größerem Abstände deutlich hörbar, wenn man die Uhr in den „Brennpunkt“ *A* des einen Spiegels [421.] bringt und das Ohr — oder besser: das Ende eines Hörrohres — in *B*, den Brennpunkt des anderen Spiegels. Der reflektierte Schall geht dann gar nicht zu der Tonquelle *A* zurück, er kann also den ursprünglichen Schall gar nicht stören. Die von der Tonquelle ausgehende Tonreihe kann daher unbegrenzt sein — wie das fortlaufende Ticken der Uhr —, ohne den durch Reflex gehörten Ton zu stören (oder von ihm gestört zu werden). *Sämtliche* Wege, die der Schall von der Uhr aus zu dem Spiegel und von da zurück einschlägt, gehen durch *B* hindurch, d. h. der *ganze* reflektierte Schall gelangt an die Stelle *B*. Infolgedessen hat der Ton in *B* immer noch eine beträchtliche Stärke, selbst wenn er bei *A* so leise ist wie das Ticken einer Uhr. — Genau auf dieselbe Weise gelangt in Gewölben von elliptischem Querschnitt (Flüstergewölbe) der Schall aus dem einen Brennpunkte der Ellipse in den anderen; selbst ganz leise gesprochene Worte, die von dem einen Brennpunkt ausgehen, sind in dem anderen deutlich hörbar — nicht aber an dazwischenliegenden Punkten.

Mit Hilfe reflektierter Schallwellen mißt man in der Schifffahrt seit einigen Jahren die Gewässertiefe, in der Ozeanographie sogar die Meerestiefe. Das *Echolot* (BEHM) ermittelt zu diesem Zweck die Zeit zwischen der Abgabe eines Knallsignals unter Wasser und der Ankunft seines vom Meeresboden zurückgeworfenen Echos. Aus der beobachteten Zeitdauer und der bekannten Fortpflanzungsgeschwindigkeit des Schalles im Wasser (im Süßwasser bei 8° C 1435 m/sec) berechnet man die Gewässertiefe. Das Verfahren bedeutet namentlich für Tiefseelotungen einen ungeheuren Fortschritt gegenüber den früheren Meßmethoden.

268. **Geräusch und musikalischer Klang.** Die Erfahrung lehrt uns ganz verschiedene Schallempfindungen kennen, zunächst Geräusch und musikalischen

Klang. Der Unterschied zwischen beiden erscheint uns so groß, daß wir auf einen großen Unterschied ihrer physikalischen Grundlagen schließen müssen.

Das Geräusch braucht uns nicht weiter zu beschäftigen, es bietet zu wenig Greifbares. Es kann aus musikalischen Klängen entstehen. Das gleichzeitige „Stimmen“ der verschiedenen Instrumente in einem Orchester erzeugt eine Schallempfindung, die als die Grenze zwischen Geräusch und musikalischem Klang gelten darf; und die Resonatoren [284.] analysieren jedes Geräusch als ein Gewirr von musikalischen Klängen. Wir sehen daher den musikalischen Klang als die einfachere der zwei Schallempfindungen an. Daß dem Geräusch andere Schwingungen zugrunde liegen als dem musikalischen Ton, zeigt der Phonograph von SCOTT, übrigens die Grundlage des Phonographen von EDISON [282.], der die Form der Schwingungen als Bild wiedergibt. Er enthält als wesentlichsten Teil eine Membran (wie unser Trommelfell), an der ein Schreibstift befestigt ist (eine Borste), und eine Walze, die mit berußtem Papier überzogen ist, und gegen die die Borste mit sanftem Druck anliegt. Die Walze ist um ihre Welle drehbar und verschiebt sich bei der Drehung wie eine Schraubenmutter an der Welle entlang. Schwingt die Membran unter dem Einfluß einer Schallquelle, so zeichnet die Borste auf die Rußschicht eine Kurve, die die Schwingungen der Membran veranschaulicht. Die Schwingungen eines musikalisch tönenden Körpers zeigen sich der Form nach untereinander alle gleich, den Schwingungen eines Pendels vergleichbar, bei den Geräuschen ist das *nicht* der Fall.

Die Töne unterscheiden sich voneinander in ihrer Stärke, ihrer Höhe und ihrer Klangfarbe. Was man Stärke und Höhe des Tones nennt, ist jedem bekannt. Klangfarbe nennt man das Charakteristische des Klanges, mit dessen Hilfe das Ohr z. B. eine Violine von einer menschlichen Stimme oder einer Orgel — auch ein „Organ“ vom anderen — unterscheidet. Wodurch unterscheiden sich die *Schwingungen* voneinander, die als Ursachen dieser Verschiedenheiten der Töne anzusehen sind?

269. Tonstärke. Tonhöhe. Klangfarbe. Wodurch unterscheiden sich die Schwingungen eines starken Tones von denen eines schwachen? Die Erfahrung lehrt: wir hören einen Ton, der sich ungehindert ausbreitet, stärker oder schwächer, je nachdem wir der Schallquelle näher oder ferner sind, wir hören ihn dabei aber in unveränderter Höhe und unveränderter Klangfarbe. Also *nur* auf die Stärke des Tones hat der Abstand von der Schallquelle Einfluß. Die Schallquelle ist der Ausgangspunkt der Schwingungen, die sich bis zu unserem Trommelfell fortpflanzen. *Fern* vom Ausgangspunkt sind die Schwingungen aber kleiner als nahe dabei — geradeso wie Wasserwellen immer niedriger werden, je weiter sie sich ausbreiten. Die physikalische Ursache für die Verminderung der Schallempfindung in größerem Abstände von der Schallquelle ist also in der Abnahme der Schwingungsweite zu suchen. Daß die Tonstärke in der Tat von der Schwingungsweite (Amplitude) abhängt, kann man an einer schwingenden Saite (vgl. Abb. 298) hören und sehen: Man kann zwar die Schwingungen nicht *einzelnen sehen*, denn die Saite erscheint als ein verschwommenes, in der Mitte verbreitertes *Band*; man *hört* aber deutlich, daß der Ton desto leiser wird, je schmaler das Band wird.

Es ist schwer, Schallstärken genau zu messen; aber *theoretisch* kann man das Gesetz leicht ableiten, nach dem sich die Schallstärke mit dem Abstände von der Schallquelle in einem homogenen und isotropen Medium, wie es die Luft ist, ändern muß. Die Schallquelle gibt die kinetische Energie ihrer Schwingungen (diese ist das physikalische Maß für die Schallstärke) an ihre

unmittelbare Umgebung ab, und die Wellenbewegung verbreitet sie durch den Raum in Kugelwellen (S. 296), die in der Schallquelle ihr Zentrum haben. Wir wollen annehmen, daß von der Energie der Schallquelle durch innere Reibung nichts verloren geht, also die *ganze* Energie auf einer solchen Kugelfläche ankommt. Alle Punkte derselben Kugelfläche empfangen gleich viel Energie. Aber je größer die Kugelfläche ist, auf die sich die Energie verteilt, desto weniger kommt auf eine Stelle von gegebener Größe. Die Kugelflächen wachsen im quadratischen Verhältnis ihrer Radien, d. h. die Kugelfläche mit dem Radius 2, 3 ... n Meter hat eine 4, 9 ... n^2 mal so große Fläche wie die Kugelfläche mit dem Radius 1 Meter. Infolgedessen verteilt sich die auf den betreffenden Kugelflächen ankommende Energie — es ist immer dasselbe Quantum, da von der Energie nichts verloren geht — auf entsprechend größere Teile; es erhält also ein ebenes Flächenstück von 1 cm^2 , das von den Schallwellen senkrecht getroffen wird, im Abstände 2, 3 ... n Meter nur $1/4$, $1/9$... $1/n^2$ der Energie, die dasselbe Flächenstück im Abstände 1 Meter erhalten würde. Man sagt daher: die Schallstärke in einem Punkte ist umgekehrt proportional dem Quadrat seines Abstandes von der Schallquelle.

B. Tonhöhe.

270. Schwingungszahl eines Tones (Sirene). Wodurch unterscheiden sich die Schwingungen eines hohen Tones von denen eines tiefen? Antwort: Durch ihre Anzahl in einer Sekunde; um einen hohen Ton zu geben, muß der tönende Körper in der gleichen Zeit *öfters* schwingen, als um einen tiefen Ton zu geben. Diese und damit zusammenhängende Fragen löst experimentell die *Sirene* (CAGNIARD DE LA TOUR), ein Instrument, mit dem man 1. Töne von vorgeschriebener Schwingungszahl erzeugen kann, 2. die Schwingungen, die ein tönender Körper ausführt, unmittelbar *zählen* kann. Der wesentlichste Teil einer Sirene (es gibt verschiedene Bauarten) ist eine Kreisscheibe aus Blech, Pappe

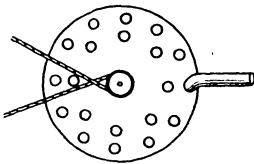


Abb. 302. Lochscheibe einer Sirene.

oder dgl., die wie ein Rad drehbar und mit Löchern versehen ist, die gleichweit voneinander entfernt auf einem zum Rande der Scheibe konzentrischen Kreise liegen. Gewöhnlich hat die Scheibe (Abb. 302) mehrere Löcherreihen, die sich durch die Anzahl der Öffnungen unterscheiden (SEEBECK). Wird durch das Röhren ein kräftiger Luftstrom geblasen und die Scheibe schnell und gleichmäßig gedreht, so entsteht bei genügend großer Drehgeschwindigkeit (wir kommen hierauf zurück) ein Ton. — Woher der Ton? Solange die Scheibe stillsteht, tritt der Luftstrom *dauernd* aus dem Röhren aus, geht durch die Scheibe hindurch und trifft die Luft auf der anderen Seite der Scheibe. Dreht sie sich aber, so tritt ein stärkerer Luftstrom aus, wenn eine Öffnung vor der Mündung des Röhrens vorbeigeht, der Luftstrom wird aber abgeschwächt, wenn ein zwischen zwei Öffnungen liegender Zwischenraum die Mündung des Röhrens abdeckt. Kurz: er tritt dann stoßweise aus und wirkt als ein sich in gleich langen Zwischenräumen wiederholender Anstoß, der Longitudinalwellen und, wenn er oft genug in 1 Sekunde erfolgt, einen Ton erzeugt. Bläst man auf der Sirene mit zwei Löcherreihen (Abb. 302) — die äußere hat mehr Löcher als die innere — die äußere Reihe an, so zerlegt man bei jeder Drehung den Luftstrom in mehr Stöße, als wenn man die innere Reihe anbläst. Gleichzeitig hört man die äußere Löcherreihe einen höheren Ton geben als die innere, die *größere* Stoßzahl also den *höheren* Ton hervorrufen. Die Drehzahl pro 1 sec und die Anzahl

der Öffnungen einer LÖcherreihe geben die Stoßzahl in 1 sec, d. h. die Schwingungszahl des Tones. Hat die innere Reihe z. B. 8 Löcher und macht die Scheibe 30 Touren in 1 sec, so werden in dieser Zeit 240 Stöße ausgeübt, d. h. der dadurch erzeugte Ton macht 240 Schwingungen in 1 sec. Man kann so mit einer einzigen LÖcherreihe die Schwingungszahl jedes Tones ermitteln: man läßt die Sirene so schnell laufen, daß sie beim Anblasen einen Ton derselben Höhe gibt, wie der zu untersuchende Ton hat; die Anzahl der Löcher multipliziert mit der Anzahl der Umdrehungen in 1 sec gibt die Schwingungszahl.

271. Intervall. Gibt man der Scheibe mehrere LÖcherreihen (die Sirene von DOVE hat gewöhnlich vier mit 16, 12, 10 und 8 Löchern), so kann man bei derselben Tourenzahl Töne mit verschieden großen Schwingungszahlen hervorrufen. Man kann dann untersuchen, wie sich die Höhe eines Tones ändert, wenn sich seine Schwingungszahl ändert. Man erfährt dann zunächst, daß zwei Töne, t_1 und t_2 , für das Ohr denselben Höhenunterschied haben (man sagt: „um dasselbe Intervall auseinanderliegen“), wie die Töne T_1 und T_2 , wenn die Schwingungszahlen von t_1 und von t_2 sich zueinander verhalten wie die Schwingungszahlen von T_1 und von T_2 . Die Reihe mit 8 Löchern gibt angeblasen z. B. bei 30 Touren in 1 sec einen Ton von $8 \cdot 30$ Schwingungen. Die Reihe mit 16 Löchern gibt bei derselben Tourenzahl einen Ton von $16 \cdot 30$ Schwingungen — er ist höher als der erste. Das Intervall, um das er uns höher klingt, nennen wir die *Oktave*. Wir sagen: er liegt eine Oktave höher als der erste und nennen den tieferen den Grundton, den höheren „seine Oktave“. Läuft die Sirene langsamer, etwa nur mit 25 Touren in 1 sec, so ändert zwar *jeder* der beiden Töne seine Höhe, jeder wird tiefer, aber ihr Höhenunterschied bleibt derselbe — bleibt eine Oktave. Läuft die Sirene schneller, etwa mit 35 Touren in 1 sec, so werden beide Töne *höher*, aber auch dann bleibt ihr Höhenunterschied derselbe — eine Oktave. Das, was trotz der Verschiedenheit der Tourenzahl (25—30—35) unverändert geblieben ist, ist das *Verhältnis* 1 : 2, in dem die Schwingungszahl des tieferen Tones ($8 \cdot 25$, $8 \cdot 30$, $8 \cdot 35$) zu der des höheren ($16 \cdot 25$, $16 \cdot 30$, $16 \cdot 35$) steht. Stets macht der tiefere Ton halb so viele Schwingungen wie der um eine Oktave höhere. Und *stets*, aber auch *nur* wenn dieses Verhältnis 1 : 2 zwischen den Schwingungszahlen zweier Töne herrscht, wird ihr Höhenunterschied als Oktave *empfunden*. Das Gleichbleiben der *Höhendifferenz* findet somit rein objektiv in dem Gleichbleiben eines Zahlenverhältnisses einen Ausdruck, der von dem Ohr unabhängig ist.

272. Tonleiter. Der Höhenunterschied zwischen Grundton und Oktave ist ziemlich groß. Aber wie sich der Zwischenraum zwischen den Zahlen 1 und 2 durch eine unendlich große Anzahl von Brüchen zwischen beiden ($1\frac{1}{3}$, $1\frac{1}{2}$, $1\frac{2}{3}$ usw.) ausfüllen läßt, so läßt sich der Schritt von dem Grundton zur Oktave in eine unendliche Reihe kleinerer Intervalle zerlegen, durch die man, von einem Ton zum anderen aufsteigend, zur Oktave gelangen kann. *Denkbar* ist eine unendlich große Zahl von Intervallen, aber uns interessieren nur die, von denen die Musik Gebrauch macht — eine verhältnismäßig kleine Zahl.

Sie teilt zunächst — hierin liegt eine Willkür¹⁾ — den Abstand zwischen Grundton und Oktave in sieben Stufen, schaltet also zwischen beiden sechs Töne ein. Diese Aufeinanderfolge von Tönen nennt man eine *Tonleiter*. Die einzelnen

¹⁾ Wir werden uns des Willkürlichen oft deswegen nicht bewußt, weil uns die Melodie der Tonleiter so in Fleisch und Blut übergegangen ist, daß wir sie als „selbstverständlich“ empfinden. Aber man braucht sich nur zu vergegenwärtigen, daß man im Bereich *derselben* Oktave eine Dur- und eine Moll-Tonleiter (und schließlich noch die chromatische) geschaffen hat.

Töne heißen: Grundton (oder Tonika), Sekunde, Terz, Quarte, Quinte (oder Dominante), Sexte, Septime, Oktave. — Das Verhältnis, in dem die Schwingungszahl jedes dieser Töne zu der Schwingungszahl des *Grundtones* steht, zeigt die Abb. 303. Die Schwingungszahl des Grundtones entspricht der Länge der ersten der acht Geraden. Die bei den anderen Geraden stehenden Brüche $9/8, 5/4, 4/3, 3/2, 5/3, 15/8, 2$ geben das Verhältnis der Schwingungszahl des betreffenden Tones zu der Schwingungszahl des Grundtones. Die Quinte macht $3/2$, die Quarte $4/3$ mal so viel Schwingungen wie der Grundton, wohl gemerkt, wie der *Grundton*! Jene Zahlen geben das Intervall zwischen dem *Grundton* und dem betreffenden Ton der Tonleiter an.

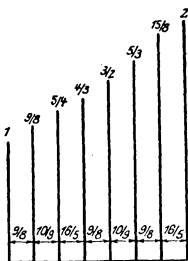


Abb. 303. Das Verhältnis der Schwingungszahl von Sekunde, Terz, . . . Oktave zu der des Grundtones 1.

Wie steht es nun mit dem Intervall zwischen *je zwei aufeinander folgenden Tönen*? Das Intervall zwischen Grundton und Oktave ist in sieben Intervalle (Stufen) zerlegt. Aber diese Stufen sind nicht gleich hoch. Die Sekunde schwingt z. B. $9/8$ mal so oft wie der unmittelbar vor ihr liegende Ton, aber es schwingt keineswegs *jeder* Ton der Tonleiter $9/8$ mal so oft wie der unmittelbar vor ihm liegende (tiefere).

Bringt man die Brüche auf gleichen Nenner, um mit ganzen Zahlen rechnen zu können, so übersieht man das. Die Schwingungszahlen der Tonleiter sind dann

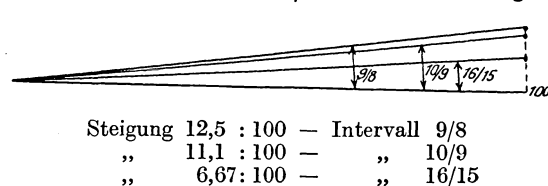
24, 27, 30, 32, 36, 40, 45, 48.

Um das Intervall zwischen zwei Tönen zu finden, muß man mit der Schwingungszahl des tieferen Tones in die des höheren dividieren. Man findet dann als Intervalle

$9/8, 10/9, 16/15, 9/8, 10/9, 9/8, 16/15.$

Dementsprechend empfindet auch *das Ohr* das Intervall zwischen je zwei aufeinander folgenden Tönen vollkommen verschieden.

Die Verschiedenheit der Intervalle kann man sich durch ein Bild veranschaulichen. Die Sekunde z. B. macht $9/8$ mal so viel Schwingungen wie ihr tieferer Nachbar.



Steigung 12,5 : 100 — Intervall 9/8
 „ 11,1 : 100 — „ 10/9
 „ 6,67 : 100 — „ 16/15

Abb. 304. Die Tonleitersteigung (Intervall) mit einer Straßensteigung (Winkel) verglichen.

100 Schwingungen des Grundtones kommen also 112,5 der Sekunde: das Intervall $9/8$ bedeutet somit eine Erhöhung um 12,5% über den tieferen Ton. Das Intervall $10/9$ bedeutet eine Erhöhung um 11,1%, das Intervall $16/15$ um 6,67% über den tieferen Ton. Mißt man diese Erhöhung wie die Steigung einer bergan führenden Straße, die man in soundso viel Meter Erhebung auf 100 m horizontaler Grundlinie angibt, nur

daß man hier statt Meter Schwingungen setzt, so erhält man Abb. 304. Der Winkel zwischen den bergan führenden Linien und der Horizontalen gibt die einzelnen Intervalle an. Das Intervall $9/8$ oder $10/9$ nennt man einen ganzen Ton, das Intervall $16/15$ einen halben Ton.

273. Tonleiter: diatonische, Dur und Moll, chromatische, temperierte. Geht man über die Oktave hinaus, indem man *sie* als den *Grundton* ansieht, und geht man von ihr aus in denselben Intervallen weiter, in denen die Töne in der *ersten* Tonreihe aufeinander folgen, so erhält man eine ebensolche Tonreihe. Jeder Ton der neuen steht zu dem neuen Grundton in demselben Verhältnis, in dem der entsprechende Ton der vorigen zu deren Grundton stand. Und da der Grund-

ton der neuen doppelt so viele Schwingungen macht wie der der vorigen, so macht jeder einzelne Ton dieser neuen Tonreihe doppelt so viele Schwingungen wie der betreffende Ton der vorigen und klingt daher auch um eine Oktave höher. In derselben Weise kann man die neue „Oktave“ — so nennt man die Tonreihe von acht aufeinander folgenden Tönen — noch weiter nach oben bis zur *oberen* Grenze der wahrnehmbaren Töne fortsetzen. Man kann aber auch die zuerst beschriebene Oktave nach der Tiefe zu fortsetzen und so Oktave an Oktave reihen, bis man die *untere* Grenze der wahrnehmbaren Töne erreicht. — Man nennt die so entstandene Tonleiter: diatonische¹⁾ Tonleiter.

Wenn man hierbei als Grundton, von dem man ausgeht, denjenigen Ton festsetzt, der in der Sekunde 261 Schwingungen macht — in der üblichen Schreibweise mit c_1 bezeichnet und „das ein-gestrichene“ c genannt — und nach der Höhe wie nach der Tiefe Oktave an Oktave reiht, so erhält man die C-dur-Tonleiter. Sie entspricht — mit einer für den Augenblick belanglosen Einschränkung, auf die wir später zurückkommen — der Reihenfolge von Tönen, wie sie das Klavier gibt, wenn man die nebeneinander liegenden weißen Tasten eine nach der anderen anschlägt und wieder losläßt. Sie werden in deutsch sprechenden Ländern mit $c d e f g a h c$ bezeichnet, in den anderen mit *ut re mi fa sol la ci ut*.

Sie heißt Dur-Tonleiter im Gegensatz zur Moll-Tonleiter. Die Moll-Tonleiter unterscheidet sich von der Dur-Tonleiter physikalisch dadurch, daß die Reihenfolge der Intervalle anders ist. Die Intervalle der Dur-Tonleiter waren:

$$9/8 \quad 10/9 \quad 16/15 \quad 9/8 \quad 10/9 \quad 9/8 \quad 16/15,$$

die der Moll-Tonleiter sind:

$$9/8 \quad 16/15 \quad 10/9 \quad 9/8 \quad 16/15 \quad 9/8 \quad 10/9.$$

Der Klang der Moll-Tonleiter ist daher auch wesentlich von dem der Dur-Tonleiter verschieden. Wir gehen auf die Moll-Tonleiter nicht weiter ein²⁾. In der Moll-Tonleiter verhalten sich die Schwingungszahlen der Töne innerhalb einer Oktave zueinander wie die Zahlen $1 : 9/8 : 6/5 : 4/3 : 3/2 : 8/5 : 9/5 : 2$. Als Dreiklang bezeichnet man die Tonfolge Prime, Terz, Quinte. Dem Durdreiklang entspricht das Verhältnis der Schwingungszahlen $1 : 5/4 : 3/2$ oder $4 : 5 : 6$, dem Molldreiklang das Verhältnis $1 : 6/5 : 3/2$ oder $10 : 12 : 15$.

Die C-dur-Tonleiter reicht aber für die Musik nicht aus, sie enthält zwischen Grundton und Oktave viel zu wenig Töne. Der Musiker verlangt, daß er jeden Ton als Grundton benutzen und von ihm aus in den Intervallen Sekunde, Terz, Quarte usw. weitergehen kann. In der beschriebenen Tonleiter mit den verschiedenen großen Intervallen ist das aber unmöglich. Wenn man z. B. auf einem Klavier, das nur die weißen Tasten hat, also nur die oben beschriebene Tonleiter wiedergibt, eine Melodie spielen soll, die mit den Intervallen Sekunde, Terz, Quarte anfängt, so muß, mit welchem Tone man die Melodie auch anfängt, auf den ersten Ton zuerst ein Ton im Intervall $9/8$, auf dieses das Intervall $10/9$ und auf dieses das Intervall $16/15$ folgen, wenn die Melodie richtig herauskommen soll; nur dann ist die Reihenfolge Sekunde, Terz, Quarte vorhanden. Will man nun nicht von dem c_1 , sondern beispielsweise von dem nächsthöheren, er heißt d_1 , als Grundton ausgehen (die Melodie um einen ganzen Ton nach oben „transponieren“), so erkennt man die Unzulänglichkeit der Tonleiter. Denn auf das d_1 folgt in unserer Tonleiter, Abb. 303, das Intervall $10/9$, auf dieses $16/15$ und auf dieses $9/8$ — d. h. ganz andere Töne als wir sie brauchen können. Die Töne, die wir haben müßten, um, von dem d_1 ausgehend, die Intervallenfolge wiedergeben zu können, sind in der Tonleiter überhaupt nicht vorhanden. Die Töne, die tatsächlich vorhanden sind, haben die Schwingungszahlen 261, 294, 326, 348, $391\frac{1}{2}$. Wenn wir, wie gesagt, nicht von dem c_1 mit 261 Schwingungen ausgehen wollen, sondern von dem d_1 mit 294 Schwingungen, so muß aber auf dieses d_1 als Grundton die Sekunde mit $9/8 \cdot 294 = 331$ Schwingungen, auf dieses die Terz mit $10/9 \cdot 331 = 368$ Schwingungen, und auf dieses die Quarte mit $16/15 \cdot 368 = 392$ Schwingungen folgen. Aber auch nicht *einer* dieser drei Töne ist in unserer Tonleiter vorhanden. Zweifellos ist also die Einschaltung von 6 Tönen zwischen Grundton und Oktave völlig ungenügend. — Wenn man die Forderung des Musikers, jeden Ton als Grundton zu benutzen und von ihm aus stets in Intervallen von *mathematischer* Genauigkeit weitergehen zu können, *in ihrem ganzen Umfange* erfüllen wollte, so müßte man, wie die Rechnung

¹⁾ διατείνειν, ausstrecken.

²⁾ Die Namen Dur und Moll haben nichts mit dem harten oder weichen Charakter der darin sich bewegenden Tonstücke zu tun, sondern beziehen sich nur auf die eckige und runde Form der Zeichen \sharp für unseren Ton h und \flat für unseren Ton b , das *B durum* und *molle* der mittelalterlichen Notenschrift (HELMHOLTZ).

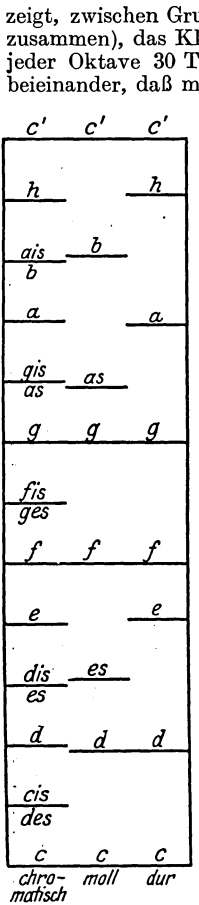


Abb. 305. Die Töne der Oktave werden mit Buchstaben oder einfachen Buchstabenverbindungen bezeichnet.

zeigt, zwischen Grundton und Oktave 29 Töne einschalten (für die Dur- und Moll-Tonleiter zusammen), das Klavier würde also vom Grundton bis zur Oktave (diese eingeschlossen) in jeder Oktave 30 Töne haben müssen. Von diesen vielen Tönen liegen nun einige so dicht beieinander, daß man ihr Intervall vernachlässigen kann. Man ersetzt daher gewisse Gruppen, deren Glieder sich nur um sehr kleine Höhendifferenzen voneinander unterscheiden, durch je einen einzigen Ton und fügt diesen in die unvollkommene Tonleiter (Abb. 303) ein. Zu den bereits vorhandenen sieben Stufen zwischen Grundton und Oktave hat man noch fünf hinzugefügt, und zwar in die großen Intervalle $9/8$ und $10/9$, d. h. zwische Grundton und Sekunde, Sekunde und Terz, Quarte und Quinte, Quinte und Sexte, Sexte und Septime (die schwarzen Tasten des Klaviers). Auf diese Weise hat man die Oktave in 12 Stufen eingeteilt und die „chromatische“ Tonleiter¹⁾ geschaffen. Aber man ist noch einen Schritt weiter gegangen, man hat die zwölf Stufen, über die man vom Grundton zur Oktave aufsteigt, alle *gleich groß* gemacht, d. h. man hat eine Tonleiter geschaffen, in der das Intervall zwischen je zwei unmittelbar aufeinander folgenden Tönen durchweg dasselbe ist. An der Forderung, daß das Intervall zwischen Grundton und Oktave durch das Verhältnis $1 : 2$ gegeben ist, hat man streng festgehalten: man kann daher durch eine einfache Rechnung ermitteln, wie groß das Intervall zweier Nachbartöne in dieser zwölfstufigen Tonleiter ist: Wir wollen die Schwingungszahl des Grundtones mit β bezeichnen. Die Zahl, mit der wir sie multiplizieren müssen (das gesuchte Intervall), um die des höheren Nachbartones zu finden, suchen wir. Wir wollen sie mit x bezeichnen. Die Schwingungszahl des ersten Tones hinter dem Grundton ist dann $\beta \cdot x$, die des zweiten, der ja ebenfalls x mal soviel Schwingungen machen soll wie sein Nachbar, ist $\beta \cdot x^2$, die des dritten $\beta \cdot x^3$, die des zwölften Tones ist $\beta \cdot x^{12}$. Der zwölfte Ton hinter dem Grundton ist die Oktave, und diese macht 2β Schwingungen, da der Grundton β macht. Infolgedessen ist

$$\beta \cdot x^{12} = 2 \cdot \beta, \text{ d. h. } x^{12} = 2,$$

also

$$x = \sqrt[12]{2} = 1,0595.$$

Das ist das Intervall zwischen zwei Nachbartönen der neuen Skala, sie heißt die gleichmäßig *temperierte* Skala, auch Skala „mit gleichschwebender Temperatur“. Unter Temperatur versteht man die Ausgleichung der (bisher verschiedenen) Intervalle untereinander. — „Wohltemperiertes“ Klavier!

Wie man sieht, ist dieses Intervall noch etwas kleiner als das Intervall $16/15 = 1,067$, der Anstieg von einem Ton der Skala zum nächst höheren, also noch etwas sanfter, als selbst beim kleinsten Intervall der früheren Tonleiter (s. Abb. 304); er beträgt nur 5,95% von der Schwingungszahl des nächst tieferen Tones. — Dadurch, daß jetzt sämtliche Intervalle gleich groß werden, dieses neue Intervall aber mit keinem der früheren übereinstimmt, wird die vorige Tonleiter insofern vollkommen anders, als zwar das Verhältnis zwischen Grundton und Oktave bestehen bleibt, sonst aber nicht ein einziges Intervall mit dem früheren übereinstimmt. Wenn wir die Schwingungszahlen der früheren Tonleiter darstellen durch die Zahlen

240, 270, 300, 320, 360, 400, 450, 480,

so haben die entsprechenden Töne in der temperierten Skala die Zahlen

240; 269,38; 302,38; 320,37; 359,60; 403,63; 453,05; 480.

Hinzu treten in der temperierten Skala noch die Töne mit den Schwingungszahlen

254,27; 285,42; 339,40; 380,97; 427,63.

Die temperierte Skala ist in der Musik die herrschende; aber vollkommen rein ist sie im streng physikalischen Sinne nur in den Oktaven. In Abb. 305 sind die Namen der Töne für die Dur- und Moll-Tonleiter sowie für die temperierte Skala eingetragen. Den einzelnen Tönen entsprechen horizontale Striche, deren vertikale Abstände durch die Größe der akustischen Intervalle bestimmt sind.

¹⁾ $\chi\rho\omega\mu\alpha$, Farbe; chromatisch wird die Tonleiter genannt, weil die Noten für die eingeschobenen Töne früher farbig geschrieben und gedruckt wurden.

274. Kammerton. Bis hierher haben uns hauptsächlich die Intervalle zwischen den Tönen interessiert, d. h. die *Höhenunterschiede* und das *Verhältnis*, in dem die Schwingungszahlen der zwei Töne zueinander stehen, die miteinander das Intervall bilden. Die absolute Höhe des einzelnen Tones und die absolute Größe seiner Schwingungszahl haben wir bisher kaum berücksichtigt. (Wenn wir die beiden Töne mit Berggipfeln vergleichen, so ist bisher nur berücksichtigt die relative Höhe des einen Gipfels über dem anderen und die Steigung des Weges, der von dem einen zum anderen führt, nicht aber die absolute Höhe der beiden Gipfel über dem Meeresspiegel.) — Nach unserer Darstellung, wie eine Tonleiter entsteht, leuchtet ein, daß wir nur die Schwingungszahl eines einzigen Tones *beliebig* fixieren können, mit *dieser* Schwingungszahl (und Tonhöhe) aber auch die jedes anderen Tones der Tonleiter festgelegt ist. Denn sämtliche Intervalle, die auf diesen Ton bezogen werden, bestimmen sich ja durch die Multiplikation (oder die Division) der Schwingungszahl des betreffenden Tones mit den Zahlen, die die einzelnen Intervalle kennzeichnen. Wenn man es nur mit einem *einzelnen* Musikinstrument zu tun hätte, z. B. einem einzelnen Klavier oder einer einzelnen Gesangsstimme, so käme es auf die absolute Höhe des Grundtones gar nicht an; er würde dann eben etwas höher oder tiefer sein. Das Tonwerkzeug brauchte nur mit Bezug auf den einmal fixierten *Anfangston in sich selber*, d. h. seinen *Intervallen*, richtig zu sein. Das allein genügt aber *nicht* mehr, wenn mehrere Instrumente zusammenwirken. Abgesehen davon, daß selbstverständlich jedes der Instrumente in sich richtig sein muß, muß auch der Grundton auf dem einen Instrument mit dem des anderen in der Höhe übereinstimmen, weil sonst das eine Instrument gegen das andere verstimmt ist — im Vergleich mit dem anderen „zu hoch (oder zu tief) steht“. — Die Festlegung eines allgemein gültigen Grundtones für die Übereinstimmung der einzelnen Tonwerkzeuge berührt die innersten Interessen der Musik und wurde deswegen eine internationale Angelegenheit: Als *Normalton* gilt (seit der Wiener Stimmtonkonferenz, 1885) derjenige Ton, den eine Stimmgabel (S. 320) gibt, wenn sie 435 Schwingungen in der Sekunde macht. Dieser Ton ist das eingestrichene *a* (bezeichnet: a_1); er heißt Kammerton. Legt man ihn zugrunde und *berechnet* man mit Bezug auf ihn die C-dur-Tonleiter in der *reinen* Stimmung (mit den Intervallen 10/9, 9/8, 16/15), so erhält man für die zwei aufeinanderfolgenden Oktaven vom eingestrichenen *c* bis zum zweigestrichenen *h* die Zahlen unter I,

I		II	
$c_1 - h_1$	$c_2 - h_2$	$c_1 - h_1$	$c_2 - h_2$
261	522	258,65	517,30
293,625	587,25	290,33	580,66
326,25	652,5	325,88	651,76
348	696	345,26	690,52
391,5	783	387,55	775,10
435	870	435,00	870,00
489,375	978,75	488,27	976,54

und für dieselben zwei Oktaven in der chromatischen Tonleiter mit gleichschwebender Temperatur (mit dem Intervall $\sqrt[12]{2}$ berechnet) die unter II angegebenen. Man kann die Tabelle beliebig weit durch Rechnung fortsetzen ohne Grenzen nach beiden Seiten hin. Aber, der unbegrenzten *berechenbaren* Zahlenreihe entspricht keineswegs auch eine unbegrenzte *hörbare* Tonreihe.

275. Grenze für Hörbarkeit. Grenze für musikalische Verwendbarkeit. Die Angaben über die Grenzen der Hörbarkeit gehen weit auseinander; sie sind in der Jugend weiter gesteckt als im Alter. Im Mittel kann man annehmen, daß sie nach unten etwa bei 16–20 Schwingungen, nach oben etwa bei 20 000–25 000 Schwingungen in der Sekunde liegen. Musikalisch verwendet werden nur Töne zwischen 40 und 5000 Schwingungen; als Grenzen bezeichnet HELMHOLTZ das *E* des Kontrabasses mit 41 Schwingungen und das d_6 der Piccoloflöte mit 4702 Schwingungen. — Da wir nun die Schwingungszahl n , die zu einem gegebenen Ton gehört, kennen, können wir auch die zu ihm gehörige Wellenlänge berechnen. Wir wissen ja (S. 288), daß

$$v = \frac{\lambda}{t} \quad \text{und} \quad nt = 1, \quad \text{also} \quad \lambda = vt \quad \text{und} \quad t = \frac{1}{n} \quad \text{und} \quad \text{daher} \quad \lambda = \frac{v}{n} \quad \text{ist.}$$

Da v , die Fortpflanzungsgeschwindigkeit des Schalles in der Luft für alle Schwingungszahlen, 342 m (bei 15° C) ist, so ist die zum Kammerton gehörige Welle = $342/435 = 0,786$ m. — Für die Grenzen der musikalisch verwendeten Töne mit 41 und 4702 Schwingungen ergeben sich die Längen von 8,4 m und 7,3 cm.

276. Prinzip von DOPPLER. Die Höhe eines Tones hängt von seiner Schwingungszahl n ab, d. h. für das Ohr von der Anzahl n der Wellen, die es in 1 Sekunde treffen. Füllen diese

n Wellen aneinandergereiht die Strecke AB ($= ab = aA = b'a$) aus (Abb. 306), so nimmt das Ohr jede Sekunde eine solche Wellenstrecke AB auf, solange es seinen Abstand von der Tonquelle unverändert behält, und die Tonquelle klingt dann unverändert. Anders aber, sobald man sich der Tonquelle *sehr schnell* nähert oder sich *sehr schnell* davon entfernt! Während sich das Ohr der Tonquelle nähert, also den zu ihm herlaufenden Wellen *entgegen* geht — wir wollen annehmen, daß es das eine Sekunde lang tut —, empfängt es natürlich *mehr* Wellen, als es in der gleichen Zeit empfangen hätte, wenn es an seinem alten Platz geblieben wäre. Wir wollen einmal annehmen, es sei in einer Sekunde bis zum Punkte c gelangt. Anstatt uns aber das Ohr während dieser Sekunde mit *gleichförmiger* Geschwindigkeit bis c bewegt zu denken, wollen wir uns vorstellen, es werde erst im letzten Moment dieser Sekunde, wenn das Ende der Wellenstrecke ab gerade bei ihm ankommt, *plötzlich* nach c , also in der Richtung zur Tonquelle hin versetzt; es *holt* sich dann offenbar zu den n Wellen, die zu ihm hergelaufen sind, *noch* alle die Wellen, die die Strecke zwischen a und c ausfüllen und die, wenn es auf sie *ruhend gewartet* hätte, erst in der nächsten Sekunde bei ihm eingetroffen wären. Was wir hier auf den letzten Moment zusammengedrängt *angenommen* haben, verteilt sich *tatsächlich* gleichförmig auf jene ganze Sekunde. Während dieser Sekunde hat das Ohr *mehr* Wellen empfangen, d. h. einen Ton von größerer Schwingungszahl gehört, als es *ruhend* gehört hätte. Kurz: der Ton erhöht sich für das Ohr, *solange*

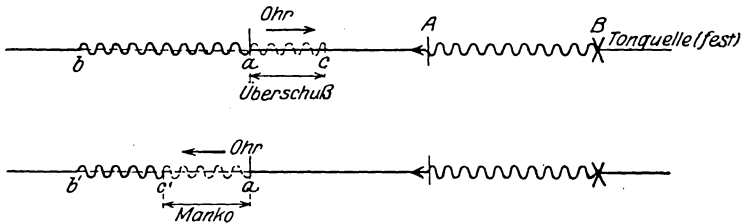


Abb. 306. Zum DOPPLER-Prinzip.

es sich der Tonquelle *sehr schnell* entgegen bewegt. — Eine analoge Betrachtung lehrt, daß, solange sich das Ohr von der Tonquelle *sehr schnell entfernt*, der Ton dem Ohre tiefer klingt: Wir wollen annehmen, das Ohr sei, *wenn* es sich eine Sekunde lang von der Tonquelle *gleichförmig* wegbewegt, bis zum Punkte c' gelangt. Es werde aber schon im *ersten* Moment dieser Sekunde, wenn der Anfang der Wellenstrecke AB bei ihm ankommt, *plötzlich* nach c' versetzt. Die während dieser Sekunde bei a - (wo das Ohr *zuerst* war) eintreffende Wellenstrecke der n Wellen reicht bis b' , somit sind in c' (wo es *jetzt* ist) nur die zwischen c' und b' liegenden Wellen eingetroffen; die zwischen c' und a liegenden Wellen haben aber am Ende dieser Sekunde das Ohr *noch nicht eingeholt*. Während dieser Sekunde — was wir auf einen Moment zusammengedrängt angenommen haben, hat sich *tatsächlich* ja im Laufe einer Sekunde abgespielt — hat also das Ohr *tatsächlich weniger* Wellen empfangen, d. h. einen Ton von kleinerer Schwingungszahl gehört, als es *ruhend* gehört hätte — der Ton hat sich für das Ohr, solange es sich bewegte, *vertieft*. — Zu denselben Ergebnissen gelangt man, wenn nicht das Ohr, sondern die Tonquelle bewegt wird, und zu ebensolchen, nur quantitativ größeren, wenn sich beide gleichzeitig aufeinander zu oder gleichzeitig voneinander wegbewegen. Die Rechnung ergibt: Wenn sich die Tonquelle z. B. mit 21 m pro Sekunde dem Ohr nähert, erhöht sich der Ton um einen halben Ton. Der Versuch stimmt mit der Theorie — sie wird das DOPPLERSCHE Prinzip genannt — vollkommen überein. Man kann sich von der Höhendifferenz leicht überzeugen an dem Pfeifton einer schnell fahrenden, sich nähernden oder sich entfernenden Lokomotive.

C. Klangfarbe.

277. Klangfarbe. Von den drei Merkmalen Intensität, Höhe, Klangfarbe spricht sich das erste aus in der *Weite*, das zweite in der *Anzahl* der Schwingungen (pro Sekunde). Worin spricht sich die Klangfarbe aus? Antwort: In der *Form* der Schwingungen. Man kann einen tönenden Körper dazu bringen, seine Schwingungen selbst aufzuzeichnen: die tönende Stimmgabel, indem man sie mit einer Schreibspitze versieht und dann unter der Spitze eine berußte Platte vorbeigleiten läßt, so daß die Spitze eine Furche in den Ruß zeichnen kann;

die tönende Saite, indem man eine kleine Stelle davon (in einem sonst vollkommen dunklen Raum) scharf beleuchtet und photographiert (die Platte wird dabei seitlich zur Schwingungsrichtung des Punktes schnell verschoben) usw. — Ein allgemein anwendbares Mittel ist die Membran des Phonautographen von SCOTT (S. 303) und des Phonographen von EDISON. Die Kurven der Abb. 307 sind mit dem Phonautographen aufgenommen.

Das Trommelfell im Ohre hat dieselbe Aufgabe wie die Membran im Phonautographen, und eine bestimmte Kurvenform, die die Membran wiedergegeben hat, entspricht einer bestimmten Empfindung unseres Ohres, nämlich dem Eindrucke einer bestimmten, mit keiner anderen zu verwechselnden Klangfarbe. Wo ist das Band zwischen der charakteristischen Form der Kurve und der charakteristischen Klangfarbe?

Die Kurven der Abb. 307 sind offensichtlich komplizierter als die vorbildliche Wellenform. (Die Schwingungen, aus denen diese hervorgingen, waren pendelartig, d. h. sie folgten demselben Gesetze, dem sehr kleine Pendelschwingungen folgen.) Und doch hängt diese einfachste Form auch mit den verwickelten Formen der Abb. 307 gesetzmäßig und sehr einfach zusammen. Wir kennen bereits (S. 292 ff.) die *Übereinanderlagerung* von Wellenbewegungen und wissen, daß sich mehrere Schwingungsantriebe, die gleichzeitig auf denselben Punkt wirken, zueinander addieren oder voneinander subtrahieren, je nachdem sie in dieselbe Richtung fallen oder nicht, und daß so aus mehreren Schwingungen, von denen jede einzelne eine einfache ist, eine sehr verwickelte Bewegungsform hervorgehen kann. Abb. 308 wiederholt das dort Gesagte, sie zeigt, wie aus drei einfachen Kurven, *a*, *b*, *c*, durch Übereinanderlagerung die komplizierte Form *d* hervorgeht.

278. Satz von FOURIER, Gesetz von OHM. Gemäß einem von FOURIER geführten Beweise läßt sich jede beliebige periodische Schwingungsform — also auch jede der Formen der Abb. 307 —, und zwar nur in einer einzigen Weise, in eine Anzahl *einfacher* Schwingungsformen zerlegen, und die Schwingungszahlen (pro Sekunde) dieser Schwingungen stehen im Verhältnis der ganzen Zahlen 1, 2, 3 ... zueinander.

Man sieht es der Kurve *d* der Abb. 308 nicht an, daß sie in die Kurven *a*, *b*, *c* der typischen Wellenform zerlegbar ist. Genau so, wie sich die Kurve *d* in einfache Kurven zerlegen läßt, genau so die von dem Phonautographen wiedergegebenen Kurven der Abb. 307. Man vergegenwärtige sich nun: jede Teilkurve bedeutet einen *Ton*, die Schwingungszahl seine *Höhe*, die Amplitude seine *Intensität*. Dann wird folgendes verständlich: Die von den Schallquellen herrührenden komplizierten Kurven sagen — im Sinne des FOURIERSCHEN Satzes betrachtet — aus: die Schallquellen geben nicht *einen einzelnen* Ton, sondern ein *Gemisch von Tönen*, die sich durch ihre *Höhe* und ihre *Intensität*, aber sonst durch nichts unterscheiden. Vergegenwärtigt man sich ferner, daß die Membran des Phonautographen dem Trommelfell des Ohres und eine Kurve des

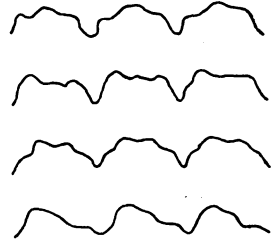


Abb. 307. Vom Schallschreiber (Phonautograph) gezeichnete Schwingungsbilder.

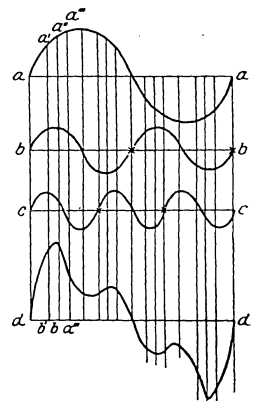


Abb. 308. Drei pendelartige Schwingungen (*a*, *b*, *c*) zu einer nicht-pendelartigen (*d*) übereinandergelagert.

Phonautographen einer bestimmten Schallempfindung entspricht, so kann man den FOURIERSchen Satz so (HELMHOLTZ) aussprechen: „Jede Schwingungsbewegung der Luft im Gehörgange, welche einem musikalischen Klange entspricht, kann immer (und jedesmal nur in einer einzigen Weise) dargestellt werden als die Summe einer Anzahl *einfacher* schwingender Bewegungen, welche Teiltönen dieses Klanges entsprechen.“ — Diese Teiltöne sind aber keineswegs nur Hypothese, sie sind wirklich hörbar. G. S. OHM hat (1843) den Satz aufgestellt, daß das Ohr nur eine *pendelartige*, in unserem Sinne also eine *einfache* Schwingung als einheitlichen Ton empfindet, jede *nicht-pendelartige* Schwingung aber in eine *Reihe* von pendelartigen Schwingungen zerlegt, von denen jede einzelne für sich *empfunden* wird. Daß wir sie für gewöhnlich nicht heraus hören — nur bei besonderer Aufmerksamkeit und Übung des Gehörs und unter Anwendung besonderer Hilfsmittel — kommt daher, daß sie an Stärke hinter dem Grundton weit, weit zurücktreten und wir infolgedessen uns nur des Grundtons bewußt werden. Das Ohr faßt daher nur den Grundton mit der ihm zukommenden Höhe und Stärke auf, schreibt dem *ganzen* Klanggebilde die Höhe des Grundtones zu und glaubt *einen* einheitlichen Ton zu hören. Es *täuscht* sich aber. Nach HELMHOLTZ (1863) haben die verschiedenen Tonwerkzeuge *deswegen* verschiedene Klangfarbe, weil sie neben dem Grundton jene „Obertöne“ — so werden die *Teiltöne* genannt, die 2-, 3-, 4 mal soviel Schwingungen machen wie der Grundton — in verschiedener Höhe und verschiedener Stärke hören lassen. — Wenn die Obertöne nicht vorhanden wären, also nur der Grundton erklänge, oder wenn alle Instrumente dieselben Obertöne hätten, so hätten alle *denselben* Klang. Nach PREYERS Untersuchungen sind in der Tat z. B. *Stimmgabel* und *Zungenpfeife* in der Höhe des 5-gestrichenen *c* nicht unterscheidbar, die Obertöne zu diesem Grundton liegen in der 7- und 8-gestrichenen Oktave, also viel zu hoch, um noch gehört zu werden (S. 309).

279. Analyse der Klangfarbe. Vokaltheorie von HELMHOLTZ. HELMHOLTZ hat die Richtigkeit seiner Ansicht analytisch und synthetisch bewiesen. Er hat analytisch nachgewiesen, daß die Klänge der einzelnen Instrumente eine ganz bestimmte Mischung von Obertönen enthalten, und hat synthetisch, indem er diese Mischung von Tönen *künstlich* erzeugte, jede Klangfarbe hervorgerufen, die er hervorrufen *wollte*. Zur Analyse der Klänge dienten ihm seine Resonatoren (S. 317). Ein solcher Resonator läßt nur *einen*, und zwar ganz *bestimmten* Ton für das Ohr erklingen. Falls das Klanggemisch diesen Ton enthält, ertönt der Resonator, sonst bleibt er stumm. Grobmechanisch gesprochen: er filtert nur diesen einen Ton aus dem Klanggemisch ab und leitet ihn ins Ohr, aber keinen anderen. (Er leistet für das Ohr, was ein farbiges Glas für das Auge leistet. Ein Glas von bestimmter roter Farbe läßt nur Licht *dieser* Farbe hindurch, kein anderes. Hält man es zwischen Auge und Lichtquelle, so empfängt das Auge nur dann Licht, wenn Licht *dieser* Farbe von der Lichtquelle ausstrahlt.) Mit Hilfe abgestimmter Resonatoren hat HELMHOLTZ die Schallquellen untersucht und ermittelt, welche Obertöne außer dem Grundton in einem gegebenen Klange vorhanden sind. Die Verschiedenheit der Klangfarben konnte er darauf zurückführen, daß in den verschiedenen Klängen verschiedene Obertöne in verschiedener Stärke vorhanden sind. — Zu den berühmtesten HELMHOLTZschen Untersuchungen auf diesem Gebiete gehören die Untersuchungen über *die Klänge der Vokale* (1863). Die Vokale a, e, i, o, u, ebenso die Diphthonge ä, ö, ü usw. behalten für unser Ohr ihren charakteristischen Unterschied, selbst wenn sie *derselbe* Mund in *derselben* Höhe und mit *derselben* Stärke singt — der Unterschied kann also nur in der *Klangfarbe* liegen. Die Analyse hat in der Tat er-

geben, daß die verschiedenen Vokale, auf einen Ton von bestimmter Höhe gegeben, neben dem Grundton die „Obertöne“ in verschiedener Anzahl und in verschiedener Stärke enthalten. Der Vokal u enthält neben dem Grundton den 3. Oberton sehr deutlich; das o den 2. sehr stark, den 3. und 4. schwach; das a den 2. schwach, den 3. stark, den 4. schwach; das e hat den Grundton schwach, den 2. Oberton ziemlich stark, den 3. sehr schwach, den 4. sehr stark, den 5. schwach; das i hat besonders den 5. Oberton sehr stark, usw. — Am überzeugendsten hat HELMHOLTZ die Richtigkeit seiner Ansicht von dem Wesen der Klangfarbe synthetisch bewiesen. Beruht die Klangfarbe eines Instrumentes wirklich darin, daß man außer dem Grundton noch andere Töne hört, deren Schwingungszahlen 2-, 3- . . . mal so groß sind wie die Schwingungszahl des Grundtones, und deren Stärke in einem gewissen Verhältnis zu der des Grundtones steht, so muß man die Klangfarbe jedes Instrumentes dadurch *nachahmen* können, daß man den Grundton und jene anderen Töne einzeln *erzeugt*, sie in das richtige Stärkeverhältnis bringt und dann *miteinander* mischt. Das hat HELMHOLTZ getan; er hat *einfache* Töne (obertonfreie, also Töne, deren Schwingungen der vorbildlichen einfachen Wellenlinie entsprechen) einzeln erzeugt, sie in das erforderliche Stärkeverhältnis gebracht und miteinander gemischt. Er hat die einfachen Töne erzeugt mit schwingenden Luftsäulen, die er durch Resonanz (S. 314) mit Stimmgabeln zum Tönen brachte. Mit Hilfe einer Reihe abgestimmter *Stimmgabeln* ist es ihm gelungen, die Vokale der *menschlichen Stimme* nachzuahmen, ferner die Töne von *Orgelpfeifen* verschiedener Register, auch „läßt sich das Näselerde der Klarinette durch eine Reihe ungerader Obertöne nachahmen und die weicheren Klänge des Horns durch den vollen Chor sämtlicher Gabeln“.

Wenn die Kurven *c* und *b* (Abb. 308) gegen *a* in ihrer *Phase* verschoben werden, so entsteht eine ganz andere Kurve, obwohl die Teilkurven, d. h. die Obertöne, dieselben geblieben sind. Entspricht diese andere Schwingungsform nicht einer anderen Klangfarbe, d. h. bedeutet die Phasenverschiebung der Obertöne nicht eine Änderung der Klangfarbe? HELMHOLTZ hat die Frage mit Nein beantwortet. Er kommt zu dem Ergebnis, „daß die Unterschiede der musikalischen Klangfarbe nur abhängen von der Anwesenheit und der Stärke der Partialtöne, nicht aber von ihren Phasenunterschieden“.

280. Einteilung der Musikinstrumente. Hervorrufen kann man Schwingungen in *jedem* Körper: transversale in jedem festen, longitudinale in jedem überhaupt (S. 298, Mitte). Um musikalische Töne zu erzeugen (andere interessieren uns hier nicht), verwendet man *feste* Körper fast nur in der Form von Saiten (aus Darm, Metall); bisweilen verwendet man auch Stäbe (Triangel, Stimmgabel), Glocken, Platten (Becken, Tam-Tam) und Membranen (Pauken, Trommeln), aber im Vergleich mit den Saiten nur nebenher. Die Töne durch Schwingungen von *Flüssigkeitssäulen* (mit Sirenen und Orgelpfeifen) haben keine praktische Bedeutung. Um so größere dafür die Schwingungen von *Luftsäulen*, die Tonerzeuger in sämtlichen Blasinstrumenten, der Orgel und dem Kehlkopf. Die Art und Weise, in den verschiedenen Tonwerkzeugen die Schwingungen hervorzurufen, richtet sich naturgemäß nach ihrem Material und nach ihrer Form. Sie ist so charakteristisch für die Instrumente, daß HELMHOLTZ sie geradezu nach der Art einteilt, wie man den Ton in ihnen erregt.

Er teilt sie ein in solche, die zum Tönen kommen

1. entweder durch Anschlag (Fortepiano, Harfe, Gitarre, das Pizzicato der Streichinstrumente),
2. oder durch den Bogen (Streichinstrumente),

3. oder durch Blasen gegen eine scharfe Kante (Flöten und Flötenwerke der Orgel),
4. oder durch Blasen gegen elastische Zungen (alle übrigen Blasinstrumente und die menschliche Stimme).

Wie das Streichen und das Anschlagen der Instrumente geschieht, ist bekannt. Das „Anblasen“ der Luftsäulen beschreiben wir später [294.]. Ohne weiteres ist jedoch verständlich, daß eine Luftsäule auf andere Art zum Schwingen kommt als ein fester Körper, den man mit einer sicht- und lenkbaren mechanischen Vorrichtung (Bogen, Hammer, Finger) erfassen und bewegen kann. Aber wie verschieden an Material und an Form die Tonwerkzeuge auch sind — eine Anregungsart ist ihnen *allen* gemeinsam: sie kommen sämtlich durch *Resonanz*, d. h. durch *Mitschwingen*, zum Tönen.

281. Resonanz. Durch Resonanz schwingt ein Körper dann, wenn er von *Wellen* erfaßt und geschaukelt wird, die von einem anderen *bereits schwingenden* Körper ausgehen. Wie ein im Wasser schwimmender Körper von Wasserwellen, die bei ihm ankommen, geschaukelt wird, gleichviel, wodurch die Wellen entstanden sein mögen, so auch ein Körper im Luftmeer, bei dem Schallwellen ankommen. Der Vergleich deckt aber nicht *alle* Einzelheiten des Mitschwingens. — Damit ein in der Luft befindlicher Körper von den ankommenden Luftwellen, deren jede nur sehr geringe Energie besitzt, in Schwingung versetzt werden kann, muß *eine* Bedingung erfüllt sein, die wir durch einen Vergleich erläutern können: Einen Körper, der wie ein Pendel aufgehängt ist, z. B. eine Schaukel, kann schon ein sehr schwacher Anstoß aus der Ruhelage bringen und in Schwingungen versetzen. Die Schwingungen sind anfangs sehr klein. Wiederholt man aber den Anstoß immer dann, wenn die Schaukel beim Schwingen wieder die Richtung hat, die sie infolge des *ersten* Anstoßes erhalten hat, kurz: erfolgen die Anstöße in demselben Sinne und in demselben Tempo wie die Schwingungen der Schaukel, so addieren sich die Wirkungen der einzelnen Stöße, und die Schwingungen werden größer und größer. Sogar ein Kind kann auf diese Weise eine schwere Schaukel in starke Schwingung versetzen. Die Schwingungen können aber offenbar nicht größer werden, wenn das Tempo der Stöße mit dem der Schwingungen kollidiert, d. h. wenn Schwingungsrichtung und Anstoßrichtung nicht übereinstimmend sind. — Ferner: stimmt die Richtung der Stöße mit der Richtung der Schwingung überein, dann darf das Tempo der Stöße auch die Hälfte oder ein Drittel oder ein Viertel vom Tempo der Schaukelschwingungen betragen, nur bekommt die Schaukel dann erst nach jeder zweiten, nach jeder dritten Schwingung einen neuen Anstoß. — Die Anwendung des Vergleiches auf das Schwingen elastischer Körper liegt auf der Hand. Die Schaukel ist der Körper, der zum Tönen gebracht werden soll, etwa eine Saite. Die Stöße sind die ankommenden Luftwellen, die der bereits schwingende Körper, etwa eine tönende Orgelpfeife, zu der Saite sendet. Das Tempo, in dem sie einander folgen, d. h. die Anzahl pro Sekunde, bedeutet die Schwingungszahl des Tones, d. h. die *Tonhöhe* der Pfeife. Damit die Saite auf die beschriebene Weise in Schwingungen geraten kann, ist also erforderlich, daß sie selbst in demselben Tempo schwingen kann, in dem die Luftwellen auf sie auftreffen, d. h. daß der Ton, den sie geben *kann*, gerade so hoch ist wie der Ton der erregenden Schallquelle (oder daß ihr Ton ein *Oberton* ist zu dem Ton der Schallquelle — sie also doppelt, dreimal . . . so schnell schwingt wie die Tonquelle, so daß sie also bei jeder zweiten, dritten . . . Schwingung einen Anstoß erhält). — *Das* also ist die Bedingung für das Ertönen einer Tonquelle durch „Mitschwingen“. Sind z. B. zwei Saiten auf denselben Ton gestimmt, und wird die eine gestrichen, so ertönt

auch die andere. Hebt man von einer Klaviersaite den Dämpfer (indem man die Taste ganz langsam niederdrückt), so daß die Saite frei schwingen kann, und singt man den Ton, den die Saite beim Anschlagen geben würde, in das Klavier hinein, so singt auch die Saite diesen Ton. Schlägt man von zwei Stimmgabeln, die beide denselben Ton geben, die eine an, so tönt auch die andere. Hält man eine tönende Stimmgabel oder eine tönende Glocke über eine Luftsäule, z. B. eine Orgelpfeife, die beim Anblasen denselben Ton geben würde, wie ihn die Stimmgabel gibt, so tönt auch die Pfeife.

Natürlich werden leicht bewegbare Körper durch eine kleinere Zahl von Stößen, d. h. durch einen Ton von kürzerer Dauer, zum Mitschwingen gezwungen als schwer bewegbare Körper; eine Saite, eine Membran, eine Luftsäule viel leichter als eine Glocke, eine Platte, eine Stimmgabel. Handgreifliche Gegensätze bilden in dieser Beziehung auf der einen Seite z. B. eine gespannte Membran, ein Körper von sehr geringer Masse, der so leicht in Mitschwingung zu bringen ist, daß er fast gleichzeitig mit dem erregenden Tone seine Schwingungen beginnt, — auf der anderen Seite z. B. eine Stimmgabel, ein Körper von großer Masse, der, um mitzuschwingen, einen lang ausgehaltenen Ton erfordert. Dieser Unterschied in der Masse hat einen anderen zur Folge: Je *weniger* Masse der schwingende Körper enthält, desto weniger Energie besitzt er beim Schwingen, desto *schneller* verliert er sie aber auch (durch Reibung an der umgebenden Luft und durch innere Reibung), d. h. desto schneller verliert er seine eigenen Schwingungen, nachdem der erregende Ton verstummt ist. Wenn aber ein Körper die Schwingungen, die ihm ein Stoß erteilt hat, schon nach *sehr* kurzer Zeit, etwa bereits nach einigen Schwingungen, wieder ganz verliert, so *verkleinert* sich die Amplitude schon nach der ersten Schwingung merklich. Er wird daher auch von solchen Stößen in Schwingung erhalten, die im Tempo nicht ganz mit dem Tempo seiner Eigenschwingungen übereinstimmen. Sollten daher die einzelnen aufeinanderfolgenden Stöße auch von dem Tempo der Eigenschwingungen des Körpers etwas abweichen, so kollidieren sie doch mit den Eigenschwingungen nicht *merkbar*. Mit anderen Worten: Die Eigenschwingungen spielen dann keine *wesentliche* Rolle, der Körper kann dann nicht bloß durch *einen* Ton, sondern auch noch durch *andere* Töne in Schwingungen versetzt werden. — Eine ähnliche Betrachtung gilt für die Körper, die *schwer* in Schwingungen geraten und ihre Eigenschwingungen *lange* beibehalten: sie müssen *genau* auf den Ton abgestimmt sein, dessen Schallwellen bei ihnen ankommen. — Die beiden Extreme sind die Membran in den KÖNIGSchen Apparaten [292.] und die Stimmgabel: die erste wird von *jedem* Ton in Mitschwingung versetzt, die zweite nur von dem Stimmgabelton, aber auch *das* nicht mehr, wenn der ankommende Ton vom Stimmgabelton selbst nur um *einige* Schwingungen pro Sekunde abweicht. — Von grundsätzlicher Bedeutung ist die Eigenschaft der schwachgespannten Membran, auf *jeden* Ton mitzuschwingen, gleichzeitig mit ihm zu beginnen und zu enden, für unseren Gehörapparat. Das Trommelfell ist ziemlich schlaff gespannt, es entspricht in dieser Beziehung der Membran im KÖNIGSchen Apparat. Daher geraten seine Schwingungen auch nicht in Kollision mit den Schwingungen, die ihm die Tonquelle zusendet, es paßt sich vielmehr *jedem* Ton an.

282. Phonograph. Auch die Schwingungen der Membran im Telephon, im Phonographen, im Phonautographen sind Fälle des Mitschwingens von Membranen, die auf *jeden* Ton ansprechen und daher auch *jeden* Ton, wenn auch nicht jeden mit der gleichen Klarheit, übertragen und wiedergeben. Der Phonograph beruht auf demselben Grundgedanken wie der Phonautograph, aber er ist viel mehr; wie dieser, zeichnet er (S. 311) Schwingungskurven auf, aber er kann außerdem — und das ist das entscheidende Merkmal — aus ihnen die Töne aufs neue erzeugen, er wird dadurch zu einer Sprech- und Singmaschine. Der Phonograph

(Abb. 309) verdankt alles Entscheidende EDISON. Seine wesentlichsten Teile sind: erstens eine zylindrische Walze, deren Oberfläche von einer besonders zubereiteten, vollkommen gleichmäßigen Wachsschicht *C* bedeckt ist, und zweitens eine Membran *m*, an der der Walze zugewendeten Seite mit einer Saphirspitze versehen, die an der Wachsschicht anliegt. Die

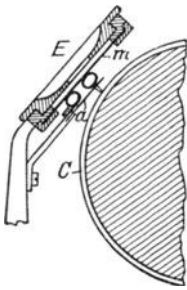


Abb. 309. Phonograph.

Walze ist um eine Welle mit gleichförmiger Geschwindigkeit drehbar und verschiebt sich dabei wie eine Schraubenmutter an ihr entlang. Wenn die Membran die Spitze gegen die Wachsschicht drückt und die Walze sich dreht, so schneidet die Spitze eine um die Walze laufende Schraubenfurche von einer gewissen Tiefe ein. Schwingt die Membran unter dem Einfluß einer Schallquelle, so dringt die Spitze mit wechselnder Tiefe in das Wachs, und das entstehende Furchenprofil (Abb. 310) gibt ein Abbild des Schwingungszustandes. Bis hierher, d. h. solange die Membran unter dem Einflusse der Schallquelle vibriert, ist der Phonograph ein Schallempfänger und ein Schallaufzeichner. Bringt man aber, nachdem die Schallquelle und die Membran beseitigt worden sind, die Walze an ihren Ausgangs-

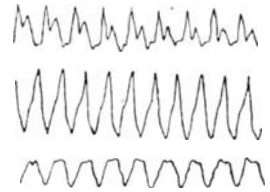
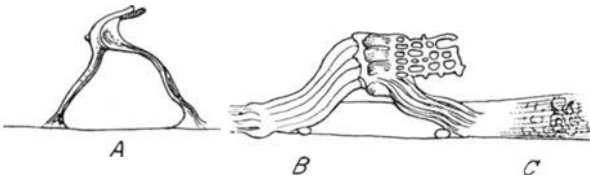


Abb. 310. Phonographenschrift.

punkt zurück, bringt dann die Saphirspitze wieder in die Furche hinein und dreht die Walze aufs neue, so gleitet die Spitze die Erhöhungen und Vertiefungen in der Furche entlang und versetzt dabei die Membran, an der sie ja fest sitzt, in dieselben Schwingungen, die die Membran ausführte, als sie, durch den Schall bewegt, die Spitze zum Hervorbringen des Furchenprofils zwang. Dadurch wird der Ton der Schallquelle, die jenes Furchenprofil produziert hat, reproduziert.

283. Gehör. Die Kenntnis des Resonanzphänomens vermittelt uns die Erkenntnis des Wesens unserer Tonempfindungen: die Wirksamkeit unseres Gehörorgans wird geradezu auf die Resonanz zurückgeführt. Im Innern des Ohres (in der *Schnecke*) liegt ein Organ (CORTI, 1852), das an ein Musikinstrument erinnert, in dem für jeden Ton je eine Saite vorhanden ist, wie bei dem Klavier und der Harfe — die *Membrana basilaris*, eine Membran, die aus Tausenden von parallel liegenden, ihrer Länge nach straff gespannten, den Klaviersaiten vergleichbaren Fasern besteht. Seitlich hängen die Fasern untereinander nicht sehr eng zusammen, so daß infolge ihrer Spannung jede einzeln für sich schwingen

kann. Auf der *Membrana basilaris*, der Grundmembran, stehen fest verbunden mit ihr die *CORTISCHEN BÖGEN*. *A* (Abb. 311) ist ein einzelner Bogen, bei *B* sieht man eine Reihe nebeneinanderliegender, mit der Grundmembran *C* fest verbundener Bögen. „Daß das CORTISCHE Organ ein Apparat sei, geeignet, die Schwingungen der Grund-



Ein Bogen des CORTISCHEN Organs.

CORTISCHE BÖGEN (*B*) verbunden mit den zugehörigen Fasern der Basilar-Membran.

Abb. 311.

membran aufzunehmen und selbst in Schwingung zu geraten, darüber kann die ganze Anordnung keinen Zweifel lassen, aber es läßt sich mit unseren gegenwärtigen Kenntnissen noch nicht sicher bestimmen, in welcher Weise die Schwingungen vor sich gehen“ (HELMHOLTZ). An die CORTISCHEN BÖGEN treten die Enden der Hörnervenfasern heran. „Das wesentliche Ergebnis unserer Beschreibung des Ohres fassen wir demnach dahin zusammen, daß wir die Hörnerven überall mit besonderen, teils elastischen, teils festen Hilfsapparaten verbunden gefunden haben, welche unter dem Einflusse äußerer Schwingungen in Mitschwingung versetzt werden können und dann wahrscheinlich die Nervenmasse erschüttern und erregen“ (HELMHOLTZ). Man nimmt an, daß die CORTISCHEN BÖGEN durch ihre Verbindung mit den zugehörigen Fasern

der Grundmembran gleichsam auf die einzelnen, verschieden hohen Töne abgestimmt sind und durch Resonanz auf diese Töne in Schwingungen geraten. Nach dieser Hypothese wird jeder einfache Ton durch eine besondere Nervenfasern empfunden, und erregen umgekehrt verschieden hohe Töne verschiedene Nervenfasern; ein Klang, der Obertöne enthält, *erregt* danach, da die Obertöne ja verschiedene Höhe haben, gleichzeitig mehrere *verschiedene* Nervenfasern, wird also durch verschiedene Nervenfasern auch *empfunden*, d. h. als ein *Gemisch* von *verschieden hohen*, aber einfachen Tönen. Diese Hypothese liefert danach eine annehmbare Erklärung für die Zerlegung eines Klanges durch das Ohr in einfache Töne.

284. Resonatoren. Unentbehrlich für die Untersuchung der Tonempfindungen ist der von HELMHOLTZ eingeführte *Resonator* (S. 312), dessen Wirksamkeit auf dem Mitschwingen beruht, und mit dem man Töne hören und bestimmen kann, die sonst unerkennbar wären. Der Resonator (Abb. 312) ist eine Hohlkugel, gewöhnlich aus Glas oder aus Messing, die an zwei diametral gegenüberliegenden Stellen je eine Öffnung hat. Die Luft in der Kugel soll in Schwingungen versetzt werden und soll ihre Schwingungen möglichst unmittelbar dem Trommelfell des Ohres mitteilen. Zu dem Zwecke sind die Ränder der einen Öffnung zu einem Trichter geformt, den man fest in den Gehörgang drückt, die Ränder der anderen zu einem Zylinder, den man der ankommenden Welle zuwendet. Eine solche Kugel hat einen Grundton, dessen Höhe von ihrer Größe abhängt, eine Kugel z. B. von 70 mm Durchmesser c_2 mit 522 Schwingungen. Dringen Wellen eines Tones hinein, der dieselbe Höhe hat wie ihr Grundton, so schmettert die Kugel „resonierend“ ihren Grundton in das Ohr. Der ankommende Ton wird also dadurch verstärkt, daß er die Luftmasse des Resonators in Schwingungen versetzt und nun *unmittelbar* ins Ohr dringt. Die Resonatoren ermöglichen es, Klänge zu analysieren und festzustellen, ob in einem gegebenen Klange ein bestimmter Ton enthalten ist oder nicht. „Hat man sich das eine Ohr verstopft und setzt an das andere einen solchen Resonator, so hört man die meisten Töne, welche in der Umgebung hervorgebracht werden, viel gedämpfter als sonst; wird dagegen der Eigenton des Resonators angegeben, so schmettert dieser mit gewaltiger Stärke in das Ohr hinein. Es wird dadurch jedermann, auch selbst mit musikalisch ganz ungeübtem oder harthörigem Ohr, in den Stand gesetzt, den betreffenden Ton, selbst wenn er ziemlich schwach ist, aus einer größeren Anzahl von Tönen herauszuhören, ja man bemerkt den Ton des Resonators zuweilen im Sausen des Windes, im Rasseln der Wagenräder, im Rauschen des Wassers auftauchend.“ (HELMHOLTZ.)

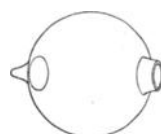


Abb. 312. HELMHOLTZ - Resonator zur Analyse des Klanges.

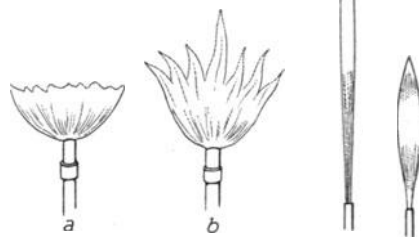


Abb. 313. Schallempfindliche Flamme (a) und ihre Formänderung (b) als Reaktion auf den Schall.

285. Empfindliche Flammen. Sehr empfindliche Resonatoren sind die *empfindlichen Flammen*, Gasflammen, die ihre Form ändern, wenn sie von den Wellen gewisser Töne getroffen werden. Um empfindlich zu sein, stellen sie gewisse Bedingungen an den Gasdruck, die Form des Brenners, die Weite der Zuleitungsröhre u. a. m. Unter diesen Bedingungen nimmt z. B. die Flamme Abb. 313 a die Form b an, wenn in einiger Entfernung von ihr etwa eine Pfeife ertönt oder ein Hammer auf einen Amboß schlägt. Die *Vokalflamme* (von

TYNDALL so genannt, weil die verschiedenen Vokale verschieden auf sie einwirken), eine Flamme, die unter den erforderlichen Bedingungen etwa 60 cm lang ist, fällt beim leisesten Hammerschlag auf einen Amboß auf etwa 17,5 cm herunter, zieht sich beim Klappern eines Schlüsselbundes zusammen und reagiert auf das leiseste Ticken einer Uhr.

Planmäßig benützt man das Mittönen und Mitschwingen in den Resonanzkästen und -böden der Saiteninstrumente. Die Saiten setzen beim Schwingen nur sehr geringe Luftmengen in Bewegung und geben daher nur sehr schwache Töne, so schwache, daß sie praktisch nicht verwendbar wären, wenn sich die von ihnen hervorgerufene Luftbewegung nicht verstärken ließe. Man verstärkt sie, indem man die Saiten über sehr elastischen Holzflächen, Resonanzböden, oder über Holzkästen aus sehr dünnen elastischen Wandungen, Resonanzkästen, schwingen läßt. Damit die Resonanzböden und die Resonanzkästen, in denen die Luft mitschwingt, auf *alle* Töne mitschwingen, müssen sie gewisse Bedingungen erfüllen, die — man denke an die seltsame Form der Streichinstrumente — sich mehr aus der Erfahrung als der Theorie ergeben.

D. Tonquellen.

286. Saiten. Die Saite ist ein fadenförmiger Körper (aus Darm oder aus Metall), der durch *Spannung* geradlinig ausgestreckt ist und dessen Punkte mit Ausnahme seiner Endpunkte sämtlich beweglich sind. Wird sie aus ihrer geradlinigen Ruhelage herausgebracht (Anschlagen mit dem Hammer, Streichen mit dem Bogen, Zupfen mit dem Finger) und wieder losgelassen, so schnellt sie, weil sie elastisch ist, in die Ruhelage zurück, geht darüber hinaus, kehrt wieder zurück, pendelt also um die Ruhelage. Ist die Schwingungszahl in der Sekunde dabei groß genug, so tönt sie. — Die Theorie der Saitenschwingungen ist nur mathematisch vollkommen zu entwickeln, aber das Gesetz, das die Schwingungen beherrscht, läßt sich durch das *Monochord* erläutern; es besteht im wesentlichen aus einer Saite, deren Länge und deren Spannung man leicht um bequem meßbare Größen verändern kann, und die selber leicht durch eine andere Saite ersetzbar ist. Abb. 314 veranschaulicht das WEBERSche Monochord; gespannt wird die Saite durch Gewichte, die Längenbegrenzung des schwingenden Teiles der Saite geschieht durch die Klemmvorrichtungen *N* und *U*. Der Ton ist nur schwach, da kein Resonanzboden vorhanden ist, aber dafür ist dieses Monochord frei von Unklarheiten, die ein Resonanzboden mit sich bringt. Mit dem Monochord findet man, daß die Schwingungszahl von dem Material, den Dimensionen und der Spannung der Saite abhängt. Sie ist desto größer, der Ton also desto höher, je kürzer und je dünner die Saite ist, je spezifisch leichter das Material ist, aus dem die Saite besteht, und je größer ihre Spannung ist. Den Zusammenhang der Schwingungszahl mit diesen Faktoren gibt die Formel von TAYLOR (1713):

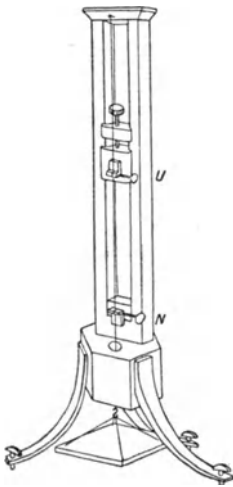


Abb. 314. Monochord zum Studium der Saitenschwingungen.

der Ton also desto höher, je kürzer und je dünner die Saite ist, je spezifisch leichter das Material ist, aus dem die Saite besteht, und je größer ihre Spannung ist. Den Zusammenhang der Schwingungszahl mit diesen Faktoren gibt die Formel von TAYLOR (1713):

$$N = \frac{1}{d \cdot l} \sqrt{\frac{g \cdot T}{\pi \cdot p}}$$

Hierin bedeutet: *d* den Durchmesser, *l* die Länge der Saite, *g · T* das die Spannung hervorrufoende Gewicht der Masse *T*, *p* das spezifische Gewicht der Saite und π die Zahl 3,14.

Die Formel ist mit dem Monochord als richtig beweisbar — bis auf Abweichungen, die wesentlich daher stammen, daß sie für eine Reihe von *einzelnen* Massenpunkten, nicht für eine Saite, abgeleitet ist, und daher, daß sie nur die Dehnungselastizität der Saite berücksichtigt, nicht auch die Biegungselastizität. Sie lehrt: 1. Wird l verkleinert, d. h. die Saite verkürzt, sonst aber nichts geändert, so vergrößert sich die Schwingungszahl N , d. h. der Ton wird höher; und zwar wird N , wenn man die Saite auf $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{3}$, $\frac{1}{4}$. . . $\frac{1}{n}$ (wo n eine ganze Zahl ist) verkürzt, 2-, 3-, 4- . . . n mal so groß, d. h. die Saite gibt nacheinander die Reihe der harmonischen „Obertöne“ zum Grundton mit N Schwingungen: die Oktave, die Quinte der Oktave, die doppelte Oktave usw. 2. Dasselbe ergibt sich, wenn man $g \cdot T$, die Spannung, 4-, 9-, 16- . . . n^2 mal so groß nimmt, als die Schwingungszahl N sie erfordert, alles übrige aber unverändert läßt. 3. Dasselbe ergibt sich, wenn d kleiner, d. h. die Saite entsprechend dünner ist. 4. Die Schwingungszahlen sind unter sonst gleichen Verhältnissen größer, die Töne also höher, mit einem spezifisch leichteren Material (kleinerem ρ), z. B. mit einer Darmsaite größer als mit einer Stahlsaite, da die Darmsaite spezifisch leichter ist als die Stahlsaite usw.

Alles das gebraucht man für die Musikinstrumente: Die Saiteninstrumente bekommen für die hohen Töne dünnere und kürzere Saiten als für die tieferen (Klavier, Cembalo, die Streichinstrumente, Harfe, Gitarre, Zither); auf den Streichinstrumenten, sie haben nur vier Saiten, erzeugt man die höheren Töne, für die keine besonderen Saiten vorhanden sind, dadurch, daß man eine Saite mit dem Finger gegen das Griffbrett drückt und so ihren schwingenden Teil verkürzt. — Die Saiten für die tiefsten Töne des Klaviers und des Cembalos sind aus Kupfer, das spezifisch schwerer ist als Stahl usw. — Die Saiten der Saiteninstrumente stimmt man durch Veränderung ihrer Spannung höher oder tiefer (durch stärkeres Anziehen oder Lösen von Wirbeln, um die ihr eines Ende geschlungen ist).

287. Flageolettöne. Die Saite schwingt, wenn sie ihren Grundton allein, ohne einen „Oberton“, gibt, zwischen den beiden Grenzlagen (Abb. 315 *a*) hin und her. *Alle* ihre Punkte schwingen gleichzeitig nach derselben Richtung, wie in der stehenden transversalen Welle (S. 294, Mitte). Die beiden Befestigungsstellen der Saite sind die Knoten, der mittlere Teil ist der Bauch. Wie sich die stehende Schwingung zwischen zwei Knotenpunkten aus der Interferenz der ursprünglich fortlaufenden Welle mit einer reflektierten herausbildet, ist früher erwähnt worden. — Man kann auch die Schwingungsformen Abb. 315 *b c d* hervorrufen: Die Punkte β , γ , δ sind dann *Knotenpunkte*, und die Saite schwingt in zwei Hälften, drei Dritteln, vier Vierteln; sämtliche Punkte der Saite gehen *gleichzeitig* durch die Ruhelage, aber die Punkte von je zwei benachbarten Abteilungen der Saite schwingen in entgegengesetzter Richtung, wie wir es bei der stehenden Welle (S. 295, Mitte) beschrieben haben. Die Saite gibt dann die Oktave (*b*), die Quinte der Oktave (*c*), die nächste Oktave (*d*) — wie wenn man sie auf $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{3}$, $\frac{1}{4}$. . . verkürzt hätte. Daß die Knotenpunkte in Ruhe sind, zeigt man gewöhnlich dadurch, daß man auf die Saite \wedge -förmige Papierreiter setzt; sie werden überall außer an den Knotenpunkten abgeworfen. — Man kann *diese* Schwingungsformen dadurch erzwingen, daß man die Saite auf einen

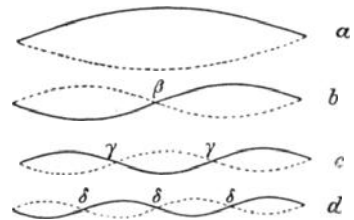


Abb. 315. Schwingungsbild des Grundtones (*a*) und der drei ersten Obertöne (*b*, *c*, *d*).

Resonanzkasten spannt und auf diesen eine tönende Stimmgabel setzt, die dieselbe Höhe hat, wie sie die Saite bei der betreffenden Form hat. Die Saite gerät dann auf den Stimmgabelton in Mitschwingung. Man kann die Töne auch dadurch hervorrufen, daß man die Saite in einem Punkte berührt, der um $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{3}$, $\frac{1}{4}$ vom Ende der Saite entfernt ist, und sie anstreicht. Die Töne werden *Flageolettöne* genannt, weil ihr Klang an den einer Flöte erinnert. Die Klänge ähneln einander, weil beide von Obertönen frei sind (vgl. S. 312).

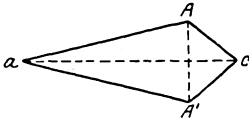


Abb. 316.

Aber *diese* Formen sind nur Ausnahmeformen. Für *gewöhnlich* schwingt die Saite eines „Saiteninstrumentes“ keineswegs so einfach. Eine am Punkt *A* (Abb. 316) gezupfte Saite z. B. (Cembalo, Harfe, Gitarre, Zither, Pizzicato der Streichinstrumente) nimmt (HELMHOLTZ) nacheinander die Formen 1–7 der Abb. 317 an. Sie hat im Moment, in dem sie losgelassen wird, die Form *aAc*; sie schwingt dann aber nicht zwischen den Grenzlagen *aAc* und *aA'c* einfach hin und her, sondern schwingt zwischen den Lagen 1 und 7, d. h. der Fußpunkt der von *A* auf die Ruhelage *ac* gefällten Senkrechten läuft längs *ac* hin und her; bei der Schwingung Abb. 316 würde er immer an derselben Stelle von *ac* bleiben. Ganz ähnlich verhält sich die gestrichene und die angeschlagene Saite. — Aus dem bei der Besprechung der Klangfarbe Gesagten (S. 310–312) ist verständlich, daß diese Schwingungsform die *Klangfarbe* der Streichinstrumente *charakterisiert*. Die Zacken und feinen Kräuselungen des Schwingungsbildes einer *gestrichenen* Saite (Abb. 318) können nur entstehen, wenn sich kleine Wellen über die anderen lagern, d. h. wenn Obertöne, die verhältnismäßig hoch sind, zum Grundton treten. Schon diese Abbildung zeigt, wie eine zackige Schwingungsform entsteht, wir können uns leicht vorstellen, wie aus der Über-

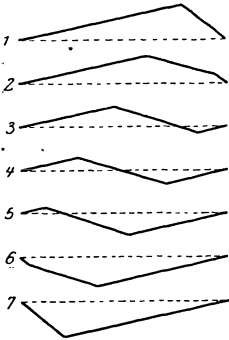


Abb. 317. Aufeinanderfolgende Bilder einer gezupften schwingenden Saite.

einanderlagerung kleiner Wellen die Form immer zackiger werden kann. — Die Form der schwingenden Saite ist ganz verschieden, je nachdem die Saite gezupft oder angeschlagen oder gestrichen worden ist; sie ist auch verschieden, je nach der *Stelle*, an der die Saite dabei angefaßt worden ist. Man kann sie während des Schwingens beobachten, z. B. (HELMHOLTZ) mit dem *Vibrationsmikroskop*, und sie mit Hilfe der photographischen Platte (RAPS und KRIGAR-MENZEL) festhalten.



Abb. 318. Schwingungsbild einer gestrichenen Saite.

Die Saite ist diejenige Form, in der feste Körper für Musikinstrumente fast allein in Frage kommen. Andere Formen, wie Stäbe, Membranen, Platten, Glocken, benutzt man nur nebenher, weil sie Obertöne geben, die (im Gegensatz zu den Obertönen der Saiten) *unharmonisch* zum Grundton sind und dadurch den Klang unmusikalisch machen. Sie interessieren uns hauptsächlich als schwingende, nicht als tönende Körper. Die Theorie ihrer Schwingungen ist aber sehr verwickelt, wir erwähnen daher nur die wichtigsten Tatsachen.

288. Stäbe. Stimmgabel. Stäbe können longitudinal und transversal schwingen, longitudinal z. B., wenn man sie mit einem durch Kolophonium rauh gemachten Tuche der Länge nach reibt; transversal z. B., wenn man sie wie Violinsaiten mit einem Bogen streicht oder wie Klaviersaiten mit einem Hammer ausschlägt. Wo man sie in der Musik verwendet, läßt man sie transversal schwingen, z. B. in der Spieldose, im Triangel, in der Celesta. Ihre Schwingungszahl hängt wie die der Saiten von ihrem Material ab und von ihren Dimensionen, ferner — wohlgemerkt — von ihrer *Befestigungsart*, d. h. davon, wie und wo sie, während sie schwingen, festgehalten werden. Die Schwingungszahl bei transversalen Schwingungen ist der Dicke des Stabes in der Schwingungsebene proportional und dem *Quadrat der Länge* umgekehrt proportional — bei den Saiten

ist sie der *Länge* umgekehrt proportional. Um durch Längenänderung die Schwingungszahl zu verdoppeln, verdreifachen, vervierfachen, braucht man also den Stab, wenn sonst alles ungeändert bleibt, nicht wie bei den Saiten auf $1/2$, $1/3$, $1/4$ zu verkürzen, sondern nur auf $\frac{1}{\sqrt{2}}$, $\frac{1}{\sqrt{3}}$, $\frac{1}{\sqrt{4}}$. Man muß eine *Saite*, die

1000 mm lang ist, auf 500 oder 333,3 oder 250 mm verkürzen, um die ersten drei Obertöne zu dem Grundton der ganzen Saite zu bekommen, einen 1000 mm langen *Stab* braucht man dazu nur auf 707—577—500 mm zu verkürzen.

Sehr bemerkenswert ist die Abhängigkeit der Schwingungszahl von der Art der Befestigung des Stabes, im wesentlichen davon, ob die Enden des Stabes frei sind oder nicht. Derselbe Stab gibt je nach seiner Befestigungsart einen anderen Grundton. Er ist am tiefsten, wenn eines der Enden *fest eingeklemmt* (etwa in einem Schraubstock), das andere frei beweglich ist. Er ist am höchsten (nahezu die dritte Oktave des vorigen), wenn *beide* Enden festgeklemmt, aber auch wenn beide frei sind. Sind sie festgeklemmt, so schwingt er ganz in der Form einer Saite, die ihren Grundton gibt; sind sie aber frei, so schwingt er in der Form Abb. 319. Es bilden sich zwei Knotenlinien

aus (*Linien* deshalb, weil der Stab gewissermaßen eine Vielheit von nebeneinanderliegenden Saiten repräsentiert), die etwa um $1/5$ der Stablänge von den Enden entfernt sind. In der Abb. 319 ist der Stab in diesen Knotenpunkten unterstützt. Der Stab kann aber auch einen Grundton geben, dessen Höhe *zwischen* den eben erwähnten liegt, nämlich dann, wenn die beiden Enden

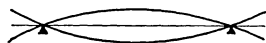


Abb. 319. Schwingungsform eines an beiden Enden freien transversal schwingenden Stabes. Seine zwei Knotenpunkte.

nur auf einer Unterstützung *aufliegen*, und ferner noch einen anderen, wenn das eine Ende fest, das andere aber ganz frei ist oder auch nur auf einer Unterstützung liegt. In allen diesen Fällen schwingt der Stab als Ganzes, d. h. er gibt einen Grundton. Man kann es aber zuwege bringen (wie bei einer Saite, indem man gewisse Stellen des Stabes berührt, so daß sie in Ruhe bleiben müssen), daß der Stab sich in selbständig schwingende Teile zerlegt, die voneinander durch Knotenlinien getrennt sind. Auch dabei tritt etwas sehr Merkwürdiges ein: die Teile sind *nicht* gleich lang, die Knoten also *nicht* gleich weit voneinander entfernt (also anders als bei den Saiten). Nur wenn beide Enden festgeklemmt sind, der Stab also in der Form einer Saite schwingt, sind die Knoten gleich weit voneinander entfernt. — Man macht die Knotenlinien dadurch sichtbar (CHLADNI), daß man auf den Stab — man benützt dazu einen Stab von rechteckigem Querschnitt — feinen trockenen Sand streut. Der Sand rollt von den schwingenden Teilen herunter und sammelt sich in den Knotenlinien.

Der Stab ist zwar kein eigentliches Musikinstrument, ist aber als *Stimmgabel* (erfunden 1711 von einem englischen Stabstrompeter, SHORE) als Mittel zur zuverlässigen Erzeugung eines Tones von bestimmter Höhe ein unentbehrliches akustisches *Hilfsinstrument*. Was das Normalkilogramm und das Normalmeter für die Messung der Masse und der Länge bedeuten, das bedeutet die Normalstimmgabel für die Messung der Tonhöhe. Die Stimmgabel ist ein an beiden Enden freier Stab. Ein solcher Stab hat (s. oben), wenn er seinen Grundton gibt, zwei Knotenpunkte, die um etwas mehr als $1/5$ der Stablänge von seinen Enden entfernt sind. Wird er gebogen (Abb. 320 b), so rücken die beiden Knotenpunkte immer näher zueinander hin, bei der Gabel begrenzen sie den Bogen. Die Zinken schwingen zueinander hin und voneinander weg. Der Bogen zwischen den Knoten verändert infolge seiner Elastizität dabei seine Krümmung, er macht also ebenfalls kleine

Schwingungen (Abb. 320 a), und ebenso ein an ihm befestigter Stiel. Daher zwingt die Stimmgabel, mit dem Stiel auf eine feste Unterlage gesetzt, die Unterlage, kräftig mitzuschwingen und so den Stimmgabelton zu verstärken. Die Normalstimmgabel wird von der physikalisch technischen Reichsanstalt auf das Kammerton- a von 435 Schwingungen bei 15°C abgestimmt. Die Temperaturangabe ist nötig, weil die Schwingungszahl mit steigender Temperatur, wenn auch nur wenig (ca. 0,0001 pro Grad), abnimmt.

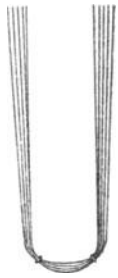


Abb. 320 a.

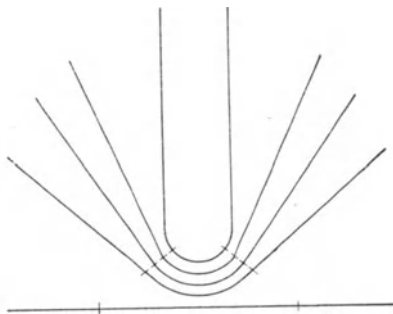


Abb. 320 b. Der an beiden Enden freie transversal schwingende Stab als Stimmgabel. Die zwei Knotenpunkte der schwingenden Stimmgabel.

289. Membranen und Platten. Bis hierher haben wir nur von Transversalschwingungen der Saiten und der Stäbe gesprochen — beide können aber auch longitudinal schwingen. Ehe wir hierzu übergehen, besprechen wir das von den Membranen und den Platten Wissenswerte. Sie schwingen stets nur transversal. Die gespannten Membranen auf der einen Seite und die Platten auf der anderen — die ersten sind von der Pauke, der Trommel, dem Tambourin her, die zweiten von den Becken und dem Tam-Tam her bekannt — stehen einander so gegenüber, wie die Saiten und die Stäbe: die Membranen erhalten die Elastizität erst durch die Spannung, die Platten besitzen sie vermöge ihrer Festigkeit. Die Schwingungsgesetze beider sind sehr verwickelt und haben fast nur mathematisches Interesse. — Die Platten (aus Metall, Holz, Glas) geraten in Schwingungen, z. B. wenn man sie an einem Punkt festhält und dann mit einem Violinbogen streicht (CHLADNI, 1787). Wie bei den Stäben, hängt auch bei ihnen die Schwingungszahl davon ab, wie sie festgehalten werden, und ferner davon, wie der festgehaltene Punkt und die Anstrichstelle

zueinander liegen. Infolgedessen kann dieselbe Scheibe verschiedene Grundtöne geben, da dieses Verhältnis mannigfach abgeändert werden kann. Dabei schwingt aber die Platte nie als Ganzes, sondern immer nur in Teilen, die durch Knotenlinien getrennt sind. Die Mannigfaltigkeit der möglichen Schwingungszustände

wird noch erhöht, wenn man noch einen anderen Punkt der Platte am Schwingen verhindert, etwa dadurch, daß man mit dem Finger darauf drückt. Da dieser Punkt dann in Ruhe bleibt, muß er offen-

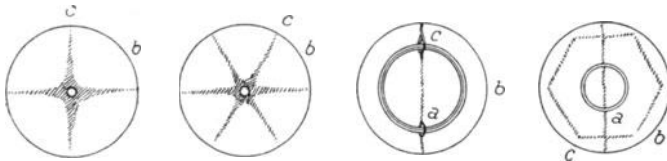


Abb. 321. Schwingende Platte. Die Knotenlinien sind durch Sand sichtbar gemacht, der — anfangs über die ruhende Platte verbreitet — sich in ihnen gesammelt hat. (CHLADNISCHE Klangfiguren.)

bar eine Knotenlinie durch sich hindurchleiten. — CHLADNI hat die Knotenlinien sichtbar gemacht, indem er die Platte mit feinem trockenen Sande bestreute. Der Sand rollt von den schwingenden Teilen herunter und bleibt in den Knotenlinien, da diese ja in Ruhe sind, liegen. So entstehen die CHLADNISCHE Klangfiguren. Abb. 321 zeigt verschiedene Abbildungen einer und derselben Scheibe; b bedeutet die Anstrichstelle, c die Stelle, an der die Platte festgehalten worden ist, a die Stelle, in der sie berührt worden ist.

Man kann auch die Schwingungsbäuche auf den Platten sichtbar machen (SAVART, 1827), wenn man anstatt des Sandes sehr feines leichtes Pulver, am besten Lykpodium (Bärlappsamen) anwendet. Die starke Aufwärtsbewegung der Bäuche stößt (FARADAYS Erklärung) die Luft und mit ihr den leichten Samen in die Höhe, beim Herunterschwingen der Platte verdünnt sich über dieser Stelle die Luft, so daß von allen Seiten die Luft zu ihr hinströmt und den Samen auf ihr zusammenhäuft. Abb. 322 zeigt die Bäuche nach SAVART und die Knotenlinien nach CHLADNI auf einer quadratischen Glastafel von 250 mm Seite.

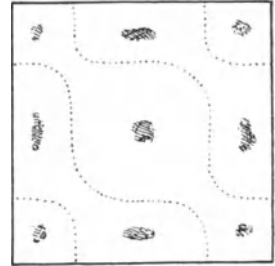


Abb. 322. Schwingende Platte. Die Bäuche sind durch Lykpodiumpulver sichtbar gemacht (nach SAVART), die Knotenlinien durch Sand (nach CHLADNI).

Ein glockenförmiger Körper schwingt ähnlich wie eine Platte, eine Glocke von der Form der Kirchenglocken ähnlich wie eine kreisförmige, im Mittelpunkt festgehaltene. Eine solche Platte gibt den tiefsten Ton, wenn zwei ihrer Durchmesser Knotenlinien bilden, d. h. wenn sie in vier Quadranten schwingt — ebenso eine Glocke, wenn sich vier Knotenlinien auf ihr bilden, die von ihrer Haube aus an ihr herunter nach dem Rande laufen, so daß der Glockenkörper auch in vier Quadranten schwingt; der zweite Oberton tritt auf, wenn er sich in sechs, der dritte, wenn er sich in acht schwingende Teile zerlegt.

290. Longitudinal schwingende feste Körper. Wir müssen noch kurz auf die *longitudinalen* Schwingungen der festen Körper hinweisen. *Saiten* kann man in longitudinale Schwingungen versetzen, indem man sie der Länge nach z. B. mit einem durch Kolophonium rauh gemachten Tuche reibt, oder wenn man sie mit dem Bogen unter sehr spitzem Winkel streicht (Abb. 323). Die Töne sind sehr schrill und viel höher als die durch transversale Schwingungen derselben Saite erzeugten. Sie haben nur theoretisches Interesse, haben für die Musik dagegen nur die negative Bedeutung, daß man sie vermeiden muß. Daher muß man den Bogen möglichst genau *rechtwinklig* zur Saite führen.



Abb. 323. Zur Erzeugung von Longitudinalschwingungen in Saiten.

Auch die Longitudinalschwingungen der *Stäbe* haben nur theoretische Bedeutung, sie sind wichtig für die Messung der Schallgeschwindigkeit in festen Körpern, nämlich in dem Stoff, aus dem der Stab besteht, und für die Berechnung seines Elastizitätskoeffizienten. Man erzeugt sie, indem man die Stäbe der Länge nach reibt — Metall- und Holzstäbe mit einem durch Kolophonium rauh gemachten Tuche, Glasstäbe mit einem nassen Tuche oder mit angefeuchteten Fingern — oder indem man sie longitudinal mit einem Hammer *anschlägt*. Wie bei den transversalen Schwingungen, so ist auch bei den longitudinalen der Schwingungszustand des Stabes verschieden, je nachdem seine Enden frei beweglich sind oder nicht.

Wir betrachten kurz den an beiden Enden freien Stab und den, dessen eines Ende befestigt, dessen anderes Ende frei ist. Angenommen, der freie Stab gibt seinen Grundton: er schwingt dann als Ganzes, wie ja auch eine Saite als Ganzes schwingt, wenn sie ihren Grundton gibt. Aber zwischen beiden besteht ein großer Unterschied, der darin seine Ursache hat, daß die Saite *transversal* schwingt, der Stab longitudinal. Um sich über den longitudinalen Schwingungszustand eines an beiden Enden freien Stabes klar zu werden, hat man sich folgendes zu vergegenwärtigen. Schlägt man den Stab an dem einen Ende longitudinal an, so läuft von diesem Ende aus eine Longitudinalwelle den Stab entlang, wird am anderen Ende zurückgeworfen und interferiert, während sie zurückläuft, mit der ihr entgegenkommenden Welle. So entsteht eine stehende Welle mit Knoten und Bäuchen (S. 295). Die *transversal* schwingende Saite hat einen Schwingungsbauch in der *Mitte* und zwei Knotenpunkte an den beiden Enden, die charakteristische Wellenform.

Anders bei der stehenden *Longitudinalwelle*. Wir haben darauf S. 295 hingewiesen, und es empfiehlt sich, alles darüber Gesagte ins Gedächtnis zurückzurufen. Man begreift dann sofort, daß bei dem *Stabe* sich in der *Mitte* ein Ruhepunkt, ein *Knoten*, bilden muß und an den Enden je ein Bauch; daß in der Mitte also die schwächste Bewegung herrscht.

dafür aber abwechselnd Verdichtung und Verdünnung — an den Enden zwar starke Bewegung, aber keine Änderung der Dichte. Der Stab selbst kann in seinem Aussehen unserer Anschauung dabei nicht zu Hilfe kommen, weil wir das Hin- und Herschwingen seiner Punkte nicht sehen können, wie wir das Auf und Ab der Saite sehen konnten. Aber wenn wir die Strecken, um die die einzelnen Punkte seitlich longitudinal von ihrer Ruhelage abweichen, wieder, wie wir es (S. 290, unten) bereits einmal getan haben, transversal zur Ruhelage des Stabes

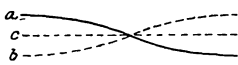


Abb. 324. Abweichung der Teilchen aus der Ruhelage im longitudinal schwingenden Stabe.

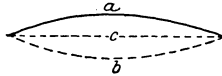


Abb. 325. Abweichung aus der Ruhelage in der transversal schwingenden Saite.

stellen eine Saite, die ihren Grundton gibt, in den analogen Momenten dar. — Man sieht: der Stab bildet, wenn er seinen Grundton hören läßt, mit seiner ganzen Länge die halbe Wellenlänge seines Grundtones. Mißt man seine Länge und ermittelt man die Höhe seines Grundtones, so kann man die Geschwindigkeit bestimmen, mit der sich die longitudinale Welle durch ihn fortpflanzt. Es ist nämlich (S. 288)

$$v = \frac{\lambda}{t} = \frac{\text{Wellenlänge}}{\text{Schwingungsdauer}}$$

λ , die Wellenlänge, ist gleich der doppelten Stablänge, und t , die Schwingungsdauer, ergibt sich aus der Beziehung $n \cdot t = 1$, worin n die Schwingungszahl des Tones ist, so daß also auch $v = \lambda \cdot n$ ist.

Ermittelt man die Höhe des Stabtones z. B. mit einem Monochord, so kennt man n , also auch t . MELDE erhielt von einem Stahlstabe von 1400 mm Länge einen Grundton, dessen Höhe (mit einem Monochord gemessen) 1872 Schwingungen entsprach: daraus ergibt sich $v = 2800 \text{ mm} \cdot 1872 = 5242 \text{ m}$, von einem Glasstabe von 1574 mm Länge einen Grundton mit 1696 Schwingungen, daraus ergibt sich $v = 5339 \text{ m}$. Da die Fortpflanzungsgeschwindigkeit mit dem Elastizitätsmodul durch $v = \sqrt{e/d}$ zusammenhängt, so kann man aus der so ermittelten Fortpflanzungsgeschwindigkeit und der bekannten Dichte den Elastizitätsmodul ermitteln.

Der Stab, der nur an *einem* Ende frei, an dem anderen aber unbeweglich ist, muß sich natürlich anders verhalten, als der an *beiden* Enden freie. Denn an dem unbeweglichen Ende kann nur ein Knoten entstehen; am freien Ende entsteht ein Bauch. Gibt der Stab bei dieser Art der Befestigung seinen Grundton, schwingt er also als Ganzes, so repräsentiert die Gesamtheit aller Stabpunkte eine *Viertelwellenlänge*, denn Bauch und Knoten sind eine Viertelwellenlänge voneinander entfernt. Er gibt dann einen Grundton, der um eine Oktave tiefer ist als der an beiden Enden freie Stab.

291. Luftsäulen. Den longitudinalen Schwingungen der Stäbe vergleichbar sind die der Luftsäulen in Röhren, die an beiden Enden offen sind, oder auch an einem Ende offen, am anderen geschlossen — „gedeckt“, das Seitenstück zu den an einem Ende festgehaltenen Stäben. Sind die Röhren mit Vorrichtungen versehen, durch die man die Luft zum Schwingen bringen kann, so nennt man sie Pfeifen, *offene* oder *gedeckte*. Neben den Saiteninstrumenten sind sie die verbreitetsten Musikinstrumente: sie umfassen *sämtliche Blasinstrumente* und die Orgel, außerdem das menschliche Stimmorgan.

Die Luft gerät in dem Rohr parallel der Längsachse in stehende Longitudinalschwingungen. Die stehende Welle bildet sich hier in derselben Weise wie in dem longitudinal angeschlagenen Stabe: Eine Welle läuft von dem einen Ende aus das Rohr entlang, wird am anderen Ende reflektiert, und interferiert dann mit einer ihr entgegenkommenden (S. 295).

Die Schwingung in dem Rohr — gleichviel ob beiderseits offen oder an einem Ende „gedeckt“ — ist eine stehende. Sie hat also Knoten und Bäuche. Wo sind sie zu suchen?

An den Bäuchen ist starke Bewegung (S. 295—296), aber weder Verdichtung noch Verdünnung, in dem Knoten dagegen ist Ruhe, dafür aber starker Druckwechsel. Bildet sich eine stehende Luftwelle in einem Rohre aus, so muß sich also die Schwingungsbewegung am Ende des Rohres offenbar anders gestalten, wenn es offen ist, als wenn es gedeckt ist. Am *offenen* Ende grenzt die in dem Rohre befindliche Luft direkt an die äußere; dort kann Verdichtung und Verdünnung gar nicht auftreten, denn jede Druckdifferenz muß sich dort sofort ausgleichen — an dem *offenen* Ende des Rohres muß die stehende Welle daher einen *Bauch* haben. An einem *verschlossenen* Ende aber kann die Luft nicht in Bewegung sein, da der Rohrverschluß sie daran hindert — dort muß ein *Knoten* liegen. Daraus folgt: Eine stehende Welle in einem Rohre muß an einem offenen Ende stets einen Bauch, an einem geschlossenen Ende stets einen Knoten haben, in einem *beiderseits* offenen Rohre also an *jedem* Ende einen Bauch — in dem einseitig

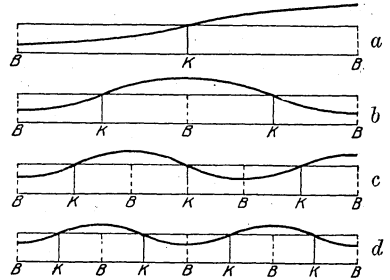


Abb. 326. Knoten und Bäuche in einer schwingenden offenen Luftsäule.

verschlossenen Rohre dagegen nur an dem einen Ende einen Bauch, an dem anderen einen Knoten. Abb. 326 und 327 zeigen zwei gleich lange Rohre, das eine offen, das andere gedeckt, daneben immer das transversal umgeformte Bild der darin stehenden longitudinalen Welle. Abb. 326 *a* gibt die Bewegung an, wenn in dem offenen Rohre keine anderen Bäuche als die beiden an den Enden vorhanden sind (in der Mitte zwischen beiden natürlich ein Knoten, s. S. 295—296) und in dem gedeckten nur der Bauch an dem einen Ende, der Knoten an dem anderen. Denkbar sind aber auch mehr Knoten und Bäuche in dem Rohre, denn die Bedingung, daß an den beiden Enden des offenen Rohres Bäuche sind, ist ja auch dann erfüllt, wenn die Schwingung so vor sich geht, wie sie eine der Abb. *b*, *c*, *d* usw. darstellt — d. h. zwischen den beiden Bäuchen an den Rohrenden auch Bäuche im Innern des Rohres liegen. Was bedeutet die Vermehrung der Bäuche (und der Knoten)? Je zwei benachbarte, d. h. nur durch *einen* Knoten getrennte Bäuche grenzen stets die

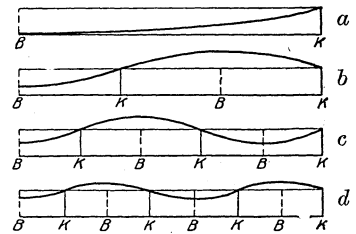


Abb. 327. Knoten und Bäuche in einer schwingenden gedeckten Luftsäule.

Hälfte einer Wellenlänge ab, eine Halbwelle. Sind die beiden Endbäuche *allein* vorhanden, so bedeutet das: die Schwingung in dem Rohr bildet eine Halbwelle, deren Länge gerade gleich der Rohrlänge ist — offenbar die längste Halbwelle überhaupt, die in dem Rohre entstehen kann. Der zu dieser Welle gehörige Ton ist somit der tiefste, den das Rohr geben kann, der *Grundton*. Da man (S. 309) die Wellenlängen der einzelnen Töne kennt, kann man daher voraussagen, wie lang das offene Rohr sein muß, das einen vorgeschriebenen Grundton geben soll: es muß halb so lang sein wie diese Welle. Die Einschiebung *eines* Bauches zwischen die beiden *Endbäuche* (Abb. 326 *b*) bedeutet: Umwandlung jener längsten Halbwelle in *zwei*, deren jede nur halb so lang ist, wie die des Grundtones. Die Einschiebung von *zwei* Bäuchen zwischen die *Endbäuche* (Abb. 326 *c*) bedeutet Umwandlung jener längsten Halbwelle in drei Halbwellen, deren jede nur ein Drittel so lang ist wie die des Grundtones usw. Die Rohr-Halbwelle (Abb. 326 *a*), die den Grundton gibt, wird geteilt, genau so wie die

Saiten-Halbwelle (Abb. 315 *a*), die den Grundton gibt, *auch* durch Knoten geteilt worden ist. (Es ist dabei zu beachten, daß der Knoten *K* der Longitudinalwelle die Rolle des Bauches der Transversalwelle spielt, s. S. 295—296.) Und genau so wie die Saite, wenn sie ungeteilt schwingt, den Grundton angibt, aber einen Ton mit 2-, 3- . . . *n* mal so großer Schwingungszahl (die Reihe der harmonischen Obertöne), wenn sie sich in 2, 3 . . . *n* Abteilungen zerlegt — genau so das offene Rohr. Das *offene* Rohr kann also außer dem Grundton auch die *gesamte Reihe der harmonischen Obertöne* geben.

Ganz anders das *gedeckte* Rohr! An dem geschlossenen Ende muß stets ein Knoten liegen, an dem offenen Ende stets ein Bauch. Ist außer dem Endbauch kein *anderer* Bauch in dem Rohre vorhanden, und außer dem Endknoten kein *anderer* Knoten, so wird die stehende Longitudinalschwingung in dem Rohre wiedergegeben durch die Abb. 327 *a* (transversal umgeformt, S. 290, unten).

Denkbar sind aber auch in dem geschlossenen Rohre noch mehr Knoten und noch mehr Bäuche, denn die Bedingung, daß an dem geschlossenen Ende ein Knoten liegt und an dem offenen Ende ein Bauch, ist auch dann erfüllt, wenn die Schwingung so vor sich geht, wie sie eine der Abb. 327 *b, c, d* darstellt, d. h. zwischen dem Endbauch und dem Endknoten auch Knoten und Bäuche im Innern des Rohres liegen. Was bedeutet die Vermehrung der Bäuche und der Knoten in dem *geschlossenen* Rohre? Ein Knoten und ein ihm benachbarter Bauch grenzen stets ein *Viertel* einer Wellenlänge ab, eine Viertelwelle, wie wir sie nennen wollen. Ist außer dem Endknoten und dem Endbauch kein anderer Bauch und kein anderer Knoten in dem Rohre vorhanden, so bedeutet das: die Schwingung in dem Rohre geht so vor sich, daß sie eine Viertelwelle bildet, deren Länge gerade gleich der Rohrlänge ist — offenbar die längste Viertelwelle überhaupt, die in dem Rohre entstehen kann. Der zu dieser Viertelwelle gehörende Ton ist der tiefste, den das Rohr geben kann, der Grundton. Man kann somit wie bei dem beiderseits offenen Rohre voraussagen, wie lang das einerseits geschlossene Rohr sein muß, um einen vorgeschriebenen Grundton zu geben: es muß den vierten Teil so lang sein wie die Welle dieses Tones. Wohlgemerkt, das gedeckte Rohr nur den *vierten Teil*, das offene die *Hälfte*! Das gedeckte Rohr, das denselben Grundton geben soll wie ein offenes Rohr von gegebener Länge, ist demnach nur halb so lang wie jenes offene Rohr. Daraus folgt: Ein offenes Rohr, das man in der Mitte durch eine Querwand (Abb. 328) *deckt*, verändert seinen Grundton nicht. Und das ist in der Tat, wie der Versuch lehrt, der Fall (der Ton wird nur weicher, milder) — sehr begreiflich, da ja die Scheidewand an die Stelle eines Knotens tritt, d. h. eine Stelle, die bewegungslos ist, die sich also genau so verhält wie das gedeckte Ende eines gedeckten Rohres. Die Einschiebung *eines* Bauches und eines Knotens zwischen die beiden Enden (Abb. 327 *b*) bedeutet: Umwandlung jener längsten Viertelwelle in drei, deren jede nur den dritten Teil so lang ist wie die des Grundtones — die Schwingungszahl wird also verdreifacht. Die Einschiebung von *zwei* Bäuchen und zwei Knoten bedeutet (Abb. 327 *c*): Umwandlung jener längsten Viertelwelle in *fünf*, von denen jede nur den fünften Teil so lang ist wie die des Grundtones — die Schwingungszahl wird also *verfünffacht*, usw. Also auch die gedeckte Luftsäule kann entweder als Ganzes oder durch Knoten abgeteilt schwingen. Aber während in dem offenen Rohre *jedes* ganzzahlige Vielfache der Schwin-



Abb. 328.
Offene Lippenpfeife, die man in der Mitte decken kann.

nach nur halb so lang wie jenes offene Rohr. Daraus folgt: Ein offenes Rohr, das man in der Mitte durch eine Querwand (Abb. 328) *deckt*, verändert seinen Grundton nicht. Und das ist in der Tat, wie der Versuch lehrt, der Fall (der Ton wird nur weicher, milder) — sehr begreiflich, da ja die Scheidewand an die Stelle eines Knotens tritt, d. h. eine Stelle, die bewegungslos ist, die sich also genau so verhält wie das gedeckte Ende eines gedeckten Rohres. Die Einschiebung *eines* Bauches und eines Knotens zwischen die beiden Enden (Abb. 327 *b*) bedeutet: Umwandlung jener längsten Viertelwelle in drei, deren jede nur den dritten Teil so lang ist wie die des Grundtones — die Schwingungszahl wird also verdreifacht. Die Einschiebung von *zwei* Bäuchen und zwei Knoten bedeutet (Abb. 327 *c*): Umwandlung jener längsten Viertelwelle in *fünf*, von denen jede nur den fünften Teil so lang ist wie die des Grundtones — die Schwingungszahl wird also *verfünffacht*, usw. Also auch die gedeckte Luftsäule kann entweder als Ganzes oder durch Knoten abgeteilt schwingen. Aber während in dem offenen Rohre *jedes* ganzzahlige Vielfache der Schwin-

gungszahl des Grundtones erzielt werden kann, kann in dem gedeckten nur *jedes ungeradzahlige Vielfache* (1-, 3-, 5- . . . fache) hervorgerufen werden, d. h. nur die ungeradzahligen Obertöne des Grundtones. Sehr natürlich, denn das 2-, 4-, 6 fache würde Wellen fordern von einer, zwei, drei Halbwellen in dem Rohre, d. h. Wellen, die an *beiden* Rohrenden Bäuche haben; die *können* aber in dem einseitigen gedeckten Rohr nicht entstehen, weil eben das eine Ende gedeckt ist, an ihm also kein Bauch entstehen kann.

292. Manometrisches Verfahren (RUDOLF KÖNIG) zum Studium schwingender Luftsäulen. Die Lage der Knoten und der Bäuche in einer tönenden Luftsäule kann man durch verschiedene Methoden sichtbar machen: vor allem durch die *manometrischen Flammen* (RUDOLF KÖNIG). Ihre Anwendbarkeit beruht auf der manometrischen Kapsel (Abb. 329), einer allseitig von Wänden begrenzten Kammer *a*, deren Rauminhalt vergrößert und verkleinert werden kann. Durch das Rohr *b* strömt Gas in sie ein, durch das Rohr *c* wieder aus. Die Wand *AB* ist eine äußerst feine Gummimembran. Wird die Luft außerhalb der Kammer (links von *AB*) verdichtet, so wird die Membran nach innen gewölbt, wird sie verdünnt, nach außen. Mit anderen Worten: eine Verdichtung der Außenluft verkleinert das Volumen der Kammer *a*, eine Verdünnung vergrößert es. Der Druck, mit dem das Gas aus der Kammer austritt, wird im ersten Fall vergrößert, im anderen verkleinert, die Flamme *c* infolgedessen verlängert oder verkürzt. Wechseln Verdichtungen und Verdünnungen miteinander ab, so *zuckt* die Flamme auf und ab. Singt man z. B. durch ein Sprachrohr (Abb. 330) gegen die Membran, so sieht man die Flamme, die anfangs klein und kaum sichtbar war, lang werden, aber nicht wieder kurz werden. Die langen und die kurzen Flammenbilder wechseln so rasch, daß das Auge sie nicht voneinander *trennen* kann. Das Auge empfindet bei einem so raschen Wechsel der Gesichtseindrücke den ersten Eindruck *noch*, wenn der zweite *schon* eintrifft, es sieht daher das lange Flammenbild *noch*, während es *schon* auch das kurze sieht, und da es beide an demselben Ort sieht, so kann es sie nicht voneinander unterscheiden. Um dem Auge trotzdem die Unterscheidung zu ermöglichen, zeigt man ihm die zeitlich einander folgenden Flammenbilder *in einem Spiegel, der so schnell bewegt* wird, daß jedes neu entstehende Flammenbild auf einer *anderen* Stelle des Spiegels gesehen wird, also die Flammenbilder zwar *gleichzeitig*, aber *nebeneinander*, d. h. getrennt voneinander, gesehen werden. Der dazu benutzte Spiegel ist gewöhnlich, wie in Abb. 330, ein Prisma, das um eine Achse drehbar ist, und dessen Seitenflächen mit Spiegeln belegt sind. Dreht man den Spiegel mit der erforderlichen Geschwindigkeit, so sieht man in ihm, solange die Membran in Ruhe ist, ein Lichtband, dessen Höhe gleich der Flammenhöhe ist, sobald aber die Membran ein Ton trifft, ein regelmäßig gezacktes Band — die einzelnen Zacken bedeuten die Flammenbilder (Abb. 331).

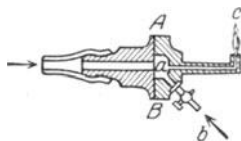


Abb. 329. Manometrische Flamme.

Mit dieser Methode kann man den Schwingungszustand in den Pfeifen sichtbar machen, z. B. zeigen, daß die Dichtigkeit der Luft sich an den Knoten stark ändert, an den Bäuchen dagegen gar nicht; ferner daß die Lage der Knoten sich tatsächlich ändert (Abb. 326 und 327), je nachdem eine Luftsäule ihren Grundton oder einen Oberton gibt. Man benützt dazu (Abb. 332) nach KÖNIG gewöhnlich eine offene Orgelpfeife, die man das eine Mal so anbläst, daß sie ihren Grundton angibt, das andere Mal so, daß sie die Oktave ihres Grundtones gibt. Im ersten Falle (Abb. 326 a) ist nur *ein* Knoten vorhanden — nämlich in der Mitte des Rohres. Hier fügt man deswegen eine manometrische Kapsel *a* in die Rohrwand ein, d. h. man durchbohrt die Rohr-

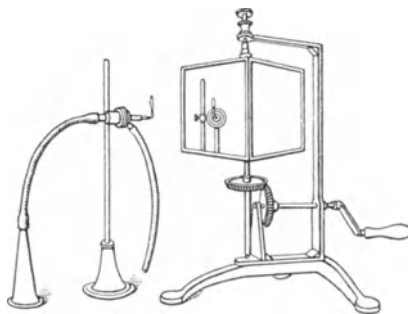


Abb. 330. Apparatur zu KÖNIGS Verfahren, Tonschwingungen in Zuckungen eines leuchtenden Gasflämmchens umzusetzen und die Lichtzuckungen an einem schnell rotierenden Spiegel in ein gezacktes, leuchtendes Band auszubreiten.

Abb. 331 zeigt zwei Beispiele für Königsche Flammenzackenbilder. Bild 1 zeigt ein Band mit breiten, abgerundeten Zacken, das den Grundton darstellt. Bild 2 zeigt ein Band mit sehr engen, spitzen Zacken, das die Oktave darstellt.

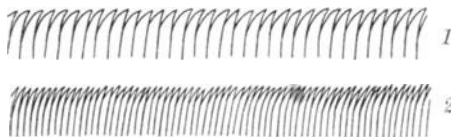


Abb. 331. KÖNIGSche Flammenzackenbilder von Grundton (1) und Oktave (2).

wand und setzt die Kapsel auf, so daß die Membran das Bohrloch luftdicht abschließt. Im zweiten Fall (Abb. 326b), d. h. wenn die Pfeife die Oktave des Grundtones gibt, sind zwei Knoten vorhanden, die je um ein Viertel der Rohrlänge von den Enden des Rohres entfernt sind: an diesen beiden Stellen setzt man ebenfalls je eine Kapsel ein *b* und *c*. Mit Gas versehen werden

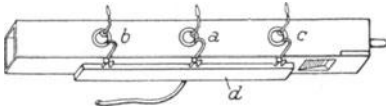


Abb. 332. Manometrische Flammen, in $\frac{1}{4}$, $\frac{1}{2}$, $\frac{3}{4}$ der Länge einer offenen Pfeife angebracht, um Knoten und Bäuche anzuzeigen. Im Knoten verlängert sie sich, im Bauche bleiben sie unverändert.

die Kapseln sämtlich aus der Kammer *d*. Zündet man die Flammen an und bläst dann die Pfeife so an, daß sie ihren Grundton gibt, so sieht man die mittlere Flamme (an einem Knoten) sich stark verlängern, während die beiden anderen (zwischen einem Knoten und einem Bauche) sich nur sehr schwach bewegen. Bläst man dagegen die Pfeife so an, daß sie die Oktave ihres Grundtones gibt, so bleibt die mittlere, die sich ja nun an einem Bauche befindet, fast vollkommen ruhig, während die beiden anderen, die dann an Knotenstellen liegen, sich stark bewegen. — Beobachtet man die Flammenbilder dabei im rotierenden Spiegel, so sieht man die gezackten Lichtbänder der Abb. 331. Da der Grundton (1) nur halb so viel Schwingungen macht wie die Oktave (2), so entstehen im ersten Falle nur halb so viele Zacken wie im zweiten. Die Zwischenräume zwischen den Zacken bedeuten die Stellen, an denen die Flamme klein und fast unsichtbar ist. — Die KÖNIGSche Methode ist auch für andere akustische Untersuchungen unentbehrlich geworden, z. B. für die Untersuchung von Klangfarben, von Interferenzerscheinungen, von Schwebungen usw.

293. Staubfiguren (KUNDT) zum Studium schwingender Luftsäulen. Eine andere Methode, den Schwingungszustand in schwingenden Luftsäulen zu untersuchen, stammt von KUNDT: sie macht die Knoten sichtbar und macht es dadurch möglich, die Wellenlänge in dem Rohr zu messen, und dadurch auch möglich, Schallgeschwindigkeiten und Elastizitätsmoduln zu messen. In Abb. 333 bedeutet *G* ein (mindestens 25 mm weites) Glasrohr, in dem der Kolben *H* luftdicht abschließend verschiebbar ist. *G* ist ein gedecktes Rohr, dessen Länge man leicht

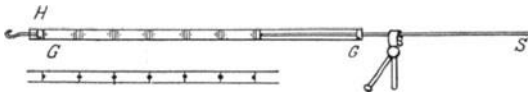


Abb. 333. Verfahren von KUNDT, in einer schwingenden Luftsäule die Knoten sichtbar zu machen.

verändern kann. In dem Rohre ist seiner Länge nach etwas Lykoppodiumpulver oder etwas Korkpulver möglichst gleichmäßig ausgebreitet. Ein Stab *S* ragt hinein, der in seiner Mitte festgehalten wird; er gibt, longitudinal gerieben (S. 323), seinen Grundton. Durch Verschieben des Kolbens ändert man die Länge der Luftsäule so, daß sie auf diesen Stabton kräftig resoniert. (Um die Schwingungen des Stabes auf die Luftsäule möglichst kräftig zu übertragen, verbreitert man das Stabende durch eine Korkscheibe.) Wenn das der Fall ist, so bildet das Pulver in dem Rohre die KUNDT'schen Staubfiguren Abb. 333, ein Seitenstück zu den CHLADN'schen Klangfiguren. Je genauer die Übereinstimmung zwischen der Stabschwingung und der Luftschwingung ist, desto mehr verschwinden die ovalen gerippten Figuren, und desto vollkommener wird das Pulver lediglich nach den Knoten hingetrieben und dort zu Häufchen angesammelt. Da nun je zwei benachbarte Knoten eine Halbwelle abgrenzen, so kann man unmittelbar die Wellenlänge messen. Man kann infolgedessen nach dieser Methode sehr leicht messen, in welchem Verhältnis die Fortpflanzungsgeschwindigkeit des Schalles in dem Stabe zu der in der Luft steht, oder auch zu der eines anderen Gases, wenn das Rohr ein anderes als Luft enthält. Zwischen Fortpflanzungsgeschwindigkeit *V*, Wellenlänge λ und Schwingungszahl *N* besteht die Beziehung: $V = \lambda \cdot N$ (S. 288). Wir haben also hier zwei solche Gleichungen:

$$V_{\text{Stab}} = \lambda_{\text{Stab}} \cdot N, \quad V_{\text{Luft}} = \lambda_{\text{Luft}} \cdot N, \quad \text{daraus ergibt sich} \quad \frac{V_{\text{Stab}}}{V_{\text{Luft}}} = \frac{\lambda_{\text{Stab}}}{\lambda_{\text{Luft}}}$$

Die Schwingungszahl *N* hebt sich heraus, denn sie ist für den Luftsäulenton ebenso groß wie für den gleich hohen Stabton. Die Wellenlänge in der Luft ist uns bekannt; sie ist in dem KUNDT'schen Rohr direkt meßbar — die Wellenlänge in dem Stabe auch: die Wellenlänge des Grundtones ist gleich der doppelten Stablänge (Abb. 324). Wir erfahren so unmittelbar das Verhältnis der beiden Geschwindigkeiten *V* in dem Material des Stabes und der Luft zueinander, und, da die Fortpflanzungsgeschwindigkeit in der Luft bekannt ist, mittelbar diejenige in dem betreffenden Material, aus dem der Stab besteht. — Enthält das Glasrohr statt Luft ein anderes Gas, so erfährt man die Größe der Wellenlänge in diesem Gase und kann so die Fortpflanzungsgeschwindigkeit des Schalles in diesem Gase bestimmen.

294. Die Anregung der Luftsäulen. Lippenpfeifen. Zungenpfeifen. Luftsäulen kann man natürlich nicht mit denselben Mitteln zum Schwingen bringen

wie solche Körper, die einen faßbaren Angriffspunkt bieten. *Tatsächlich tönen sie fast immer durch Resonanz* (S. 314). Hält man z. B. eine tönende Stimmgabel vor die Öffnung eines Rohres, dessen Länge in dem erforderlichen Verhältnis zur Wellenlänge des Stimmgabeltones steht, so tönt die Luftsäule. Der Kamerton a_1 entspricht einer Welle von 786 mm Länge; ein offenes Rohr, das halb so lang, also 393 mm lang ist, und ein gedecktes von 196,5 mm haben als Grundton dieses selbe a_1 (S. 309 und 325 f.), jedes von beiden gibt seinen Grundton, wenn man eine tönende Normalstimmgabel an das offene Ende hält. — Dieselbe Stimmgabel bringt natürlich auch ein 2-, 3-, 4- . . . mal so langes, offenes und ebenso ein 3-, 5-, 7- . . . mal so langes, gedecktes Rohr zum Tönen, sie ruft aber dann natürlich den entsprechenden *Oberton* zu dem betreffenden Grundton hervor (s. S. 325 f. über die Obertöne des offenen und des gedeckten Rohres). — Das Verhältnis der tönenden Luftsäulenlänge zur Wellenlänge des Stimmgabeltones offenbart sich deutlich, wenn man die tönende Stimmgabel über einen Meßzylinder hält und die Länge der in ihm enthaltenen Luftsäule ändert, indem man das Niveau einer in ihm enthaltenen Flüssigkeit ändert. Bei einer bestimmten Länge der Luftsäule hört man den Ton deutlich hervortreten. — Sehr bequem kann man die Länge der Luftsäule dadurch ändern, daß man ein beiderseits offenes, genügend langes (etwa 4 cm weites) Rohr vertikal in einen Wasserbehälter taucht und, während man die tönende Stimmgabel über das herausragende Ende des Rohres hält, das Rohr in dem Wasser vertikal auf und ab bewegt. Bei der dadurch abwechselnd erfolgenden Verlängerung und Verkürzung der Luftsäule tritt dann der Resonanzton der Luftsäule plötzlich in dem Moment auf, in dem die Säule die entsprechende Länge hat, um dann sofort wieder zu verschwinden.

Luftsäulen kann man ferner durch „Anblasen“ zum Schwingen bringen, aber auch *dann* ist ihr Schwingen ein Resonanzphänomen. Das Anblasen ist die übliche Art und Weise, die Luftsäule in einem *Blasinstrument* (Flöte, Oboe usw.) anzuregen. Das Rohr ist zu diesem Zwecke mit einem *Mundstück* versehen; man nennt es dann eine *Pfeife*, und zwar je nach der Art des Mundstückes eine *Lippenpfeife* oder eine *Zungenpfeife*. Als das Prototyp der Lippenpfeifen — zu ihnen gehören die Flöten und die Mehrzahl der Orgelpfeifen — darf die Lippenpfeife der *Orgel* gelten. Abb. 334 stellt eine viereckige Orgelpfeife durchschnitten dar. „Angeblasen“ wird die in dem Rohre befindliche Luftsäule, indem ein Luftstrom durch den Kanal *h* getrieben wird, in der Orgel mit einem Blasebalg, in der Flöte mit dem Munde. Der Luftstrom gelangt in die Kammer *K* und entweicht daraus als ein bandförmiger Luftstrahl durch die Spalte *s*. (Von der Bandförmigkeit, die ein so geformter Spalt einem hindurchgehenden Gasstrom gibt, und zwar auf eine ziemlich weite Strecke hin, kann man sich überzeugen, wenn man aus einem Bunsenbrenner das Gas durch eine ähnlich geformte Spalte austreten läßt und anzündet.) Der Luftstrahl stößt gegen die scharfe Kante der *Lippe*, und durch Reibung an ihr ruft er ein schwirrendes Geräusch hervor. Dieses schwirrende Geräusch besteht aus einem Gewirr von verschiedenen hohen Tönen, unter denen sich *auch* der Grundton der Orgelpfeife befindet; durch Resonanz auf *diesen* Ton spricht die Orgelpfeife an (STROUHAL). Würde man jenes Gewirr von Tönen nicht durch den Luftstrom, sondern dadurch hervorrufen, daß man eine große Menge von Stimmgabeln, unter ihnen auch eine solche mit dem *Grundton* der Pfeife, gleich-

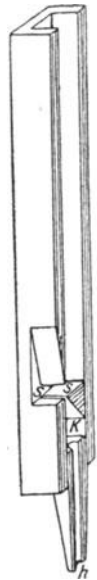


Abb. 334.
Lippenpfeife der Orgel.

zeitig zum Tönen bringt, so würde die Orgelpfeife auch aus diesem Gewirr von Tönen nur auf *den* reagieren, der an Höhe mit ihrem Grundton übereinstimmt (abgesehen natürlich von den durch andere Töne etwa noch schwach erregten Obertönen).

Lippenpfeifen sind unter den Musikinstrumenten nur die Flöten, deren Mundstück mit dem der Orgelpfeife große Ähnlichkeit hat, und ein Teil der Orgelpfeifen — allerdings der *größte* Teil. Sie werden in ihrer praktischen Verwendbarkeit durch einen Übelstand beschränkt: man darf ihre *Tonstärke fast gar nicht ändern*. Wird der zum Anblasen erforderliche Luftstrom stärker gegen die Spalte getrieben, so wird ihr Ton *höher*. (Im wesentlichen deswegen, weil der Ton des Reibungsgeräusches dadurch höher wird und infolgedessen die höheren Obertöne schärfer hervortreten und den Grundton übertönen). Aus diesem Grunde kann man z. B. den Orgelton nicht dadurch verstärken oder abschwächen, daß man die Blasebälge mehr oder weniger stark beansprucht, sondern nur, indem man durch die Registerzüge die *Anzahl* der tönenden Pfeifen vermehrt oder vermindert und Pfeifen, die schärfer oder weicher in der Klangfarbe sind, benützt.

Auch in den *Zungenpfeifen* entsteht der Ton durch einen Luftstrom. Aber der Luftstrom hat hier eine ganz andere Funktion als in den Lippenpfeifen. Die Pfeife, d. h. das Rohr, ist, genau genommen, hier Nebensache, das Wirksame ist die *Zunge*. Wie eine Sirene zerschneidet sie den kontinuierlichen *Luftstrom* in *Luftstöße*, die einander in gleich großen, sehr kleinen Zwischenräumen folgen. Aber sie tut es anders als die Sirene. In den Zungenwerken strömt die Luft immer durch *dieselbe* Öffnung, und diese Öffnung wird durch einen hin und her pendelnden

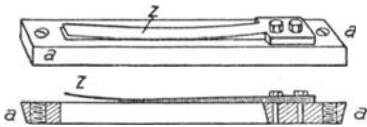


Abb. 335. Die Zunge der Orgelzungenpfeife, der Harmonika, der Kammertonpfeife.

den Streifen, eben die Zunge, die wie eine Tür in der Öffnung angebracht ist, für den Luftstrom abwechselnd geöffnet und geschlossen. Die Zunge ist eine sehr dünne, elastische Lamelle, die, aus ihrer Gleichgewichtslage gebracht, vermöge ihrer Elastizität hin und her schwingt. Ihre einfachste Form zeigt Abb. 335 z, die Zunge der Orgelzungenpfeife, der Harmonika, des Harmoniums, der Kammertonpfeife.

Sie selbst gibt einen kaum hörbaren Ton, wovon man sich überzeugt, wenn man sie mit einem Violinbogen anstreicht und zum Schwingen bringt — ein Beweis, daß es nicht die Schwingungen der *Zunge* sind, die man im Ton der Zungenwerke hört. Die Platte *a a* durchbricht ein rechteckiger Spalt. Durch ihn hindurch wird die Luft geblasen; die Zunge stimmt in ihren Dimensionen mit ihm überein, so daß sie ihn beim Hineinschwingen, in einer bestimmten Lage angekommen, vollkommen verschließt. In ihrer Ruhelage läßt die Zunge, weil sie etwas aufgebogen ist, den Spalt offen, wie die Abbildung zeigt. Treibt man durch diese Vorrichtung einen Luftstrom, z. B. indem man sie, das aufgebogene Ende der Zunge der Mundhöhle zugewendet, zwischen die Lippen nimmt und hineinbläst, so hört man einen Ton, den man der Klangfarbe nach von der Mundharmonika her kennt. (Man erhält den Ton auch, wenn man die Zunge, das aufgebogene Ende nach außen, zwischen die Lippen nimmt und die Luft hindurchsaugt. Beide Stellungen benützt man in der Mundharmonika und in der Ziehharmonika; die eine Hälfte der Zungen in der Lage, die beim *Blasen*, die andere Hälfte in der, die beim *Ansaugen* der Luft den Ton erzeugt.) Indem der Luftstrom gegen die Zunge stößt, bringt er sie aus der Gleichgewichtslage und durch ihre Elastizität zum Schwingen. Da die Zunge, wie erwähnt, den Spalt dabei in einer bestimmten Stellung vollständig absperrt, so zerschneidet

sie den Luftstrom in Stöße, die einander im Tempo der Zungenschwingungen folgen. Diese Luftstöße erzeugen die Tonempfindung.

Die Zungen bestehen gewöhnlich aus einem Metallstreifen oder auch (so in der Klarinette, der Oboe, dem Fagott) aus einem sehr elastischen Holzstreifen. Eine ebenso große Rolle spielen aber die *membranösen* Zungen. Ihre einfachste und übersichtlichste Form zeigt Abb. 336: Zwei Kautschukmembranen prall über die abgeschrägten Enden eines Rohres *b* gespannt, so daß sie einen feinen Spalt *s s* zwischen sich lassen, bilden hier die Zungen. Treibt man in der Richtung des Pfeiles durch den Spalt einen Luftstrom, so schwingen die Membranen. Sie schwingen gleichzeitig nach außen und dann gleichzeitig nach innen. Schwingen sie nach außen, so erweitert sich der Spalt, schwingen sie nach innen, so verkleinern sie ihn, und sie verschließen ihn schließlich ganz. War die Zunge Abb. 335 mit einer einflügeligen Tür vergleichbar, die beim Hin- und Herschwingen zwischen sich und dem Türrahmen einen Spalt abwechselnd öffnet und schließt, so sind die Zungen in Abb. 336, die stets zu zweien vorhanden sind, mit einer zweiflügeligen Tür vergleichbar, deren Flügel sich abwechselnd gleichzeitig nach der einen und darauf gleichzeitig nach der entgegengesetzten Seite bewegen und dadurch zwischeneinander einen Spalt abwechselnd öffnen und schließen. Diese Vibration der membranösen Zungen zerschneidet — weil sie den Spalt periodisch schließt und wieder öffnet — den hindurchtretenden Luftstrom wie bei der Sirene in Luftstöße, die einander so schnell folgen, daß sie einen Ton geben.

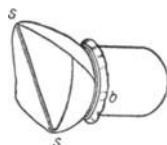


Abb. 336. Membranöse Zungen. Die Luft geht durch den Spalt *s*, den die Zungen abwechselnd öffnen und schließen.

Die wichtigsten membranösen Zungen sind die *Stimmbänder* des menschlichen *Kehlkopfes*. Sie schließen genau in der in Abb. 336 dargestellten Weise die Luftröhre ab, die dem Rohre *b* entspricht. Die Luft wird mit Hilfe der Lungen durch die Luftröhre und den Kehlkopf gestoßen. Der Spalt zwischen den Stimmbändern heißt die *Stimmritze*. Bei jeder Stimmgebung nähern sich die Stimmbänder einander bis fast zum Verschlusse, sie schließen sich völlig luftdicht, z. B. beim Husten. Die Stimmritze ist beim erwachsenen Mann 2,0 bis 2,4 cm lang und öffnet sich im Maximum bis zu einer Breite von 1,4 cm. Mit dem Kehlkopfspiegel (GARCIA) kann man beim Singen die Erweiterungen und Verengungen deutlich beobachten. Die Länge der Stimmbänder ist im Mittel 1,5 cm beim Manne. — Die Verschiedenheit der Tonhöhe bringt der Kehlkopf dadurch hervor, daß er die Spannung der Stimmbänder ändert.

Als Zungen können wir ferner die Lippen unseres Mundes wirken lassen, indem wir sie fest aufeinanderpressen und Luft aus der Mundhöhle zwischen ihnen hindurchpressen. Die Lippen sind dabei in Spannung, wie man deutlich fühlt. Wird der Druck im Munde so stark, daß er die Spannung überwindet, so öffnet er die Lippen ein wenig. Dann tritt die Luft hindurch, der Druck in der Mundhöhle sinkt, so daß die Spannung der Lippen wieder den Verschluß der Mundhöhle herbeiführt. Das Spiel wiederholt sich dauernd, so daß der Luftstrom in Stöße zerlegt wird. Man fühlt dabei das eintretende Schwirren der Lippen als Kitzel. — In dieser Weise benutzt man die Lippen als Zungen, um die Blechblasinstrumente zum Tönen zu bringen: die Trompeten, Posaunen und Hörner. Ähnlich bilden die Lippen den Ton, wenn man mit dem Munde *pfeift*; freilich sind dabei auch die Zunge und die Zähne beteiligt.

In den Blasinstrumenten tritt der Luftstrom durch die Zunge (sie bildet den wesentlichen Teil des Mundstückes) in ein Rohr, das Ansatzrohr, und versetzt dadurch, daß er stoßweise eintritt, die darin enthaltene Luftsäule in Schwingungen, so z. B. in allen Holz- und allen Blechblasinstrumenten des Orchesters (außer der Flöte, die eine *Lippenpfeife* ist). Einige Instrumente benutzen die Zungen allein, d. h. *ohne* Ansatzrohr, so z. B. das Harmonium, die Harmonika, die Kammertonpfeife. Das Ansatzrohr kompliziert die Schwingungsverhältnisse. Es enthält eine Luftsäule; eine Luftsäule aber gibt, angeblasen, einen Grund-

ton und gewisse Obertöne, deren Höhe von der Rohrlänge abhängt. Diese Luftsäule wird *jetzt* durch ein Mundstück angeblasen, in dem eine Zunge sitzt; die Zunge aber schwingt vermöge ihrer *eigenen* Elastizität hin und her, hat also selber ein bestimmtes Schwingungstempo. Stimmt es mit dem der Luftsäule von vornherein überein, d. h. stimmt der Eigenton der

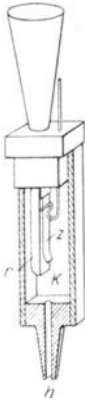


Abb. 337.
Zungen-
pfeife der
Orgel.

Zunge mit dem Grundton oder mit einem Oberton des Rohres überein — man braucht ja nur das Rohr dem Eigenton der Zunge entsprechend lang zu machen (S. 325 und 326) — so gibt die Pfeife beim Anblasen diesen Ton. Sind die beiden Tempi verschieden voneinander, so schließen Zungenschwingung und Luftschwingung einen Kompromiß miteinander. Allerdings ist die Zunge dabei der maßgebende Teil. Nur darf es nicht gerade eine metallische Zunge sein, wie man sie in der Orgel und im Harmonium benutzt. Das Tempo dieser verhältnismäßig schweren und steifen Zungen wird von der schwingenden Luftsäule so gut wie gar nicht beeinflusst. Man benützt sie daher nur dort, wo man *jedem einzelnen Ton* eine besondere Zunge gibt (wie man beim Klavier jedem Ton eine besondere Saite gibt), und zwar entweder wie im Harmonium ohne Ansatzrohr, oder wie in der Orgel mit einem Ansatzrohr, dessen Länge dem Zungenton angepaßt ist. Abb. 337 zeigt das Prototyp einer Orgelzungenpfeife. Der Luftstrom tritt aus dem Blasebalg durch das Rohr *h* in die Kammer *K*, aus der er nur durch den Spalt zwischen der Zunge *z* und der Rinne *r* entweichen kann. Die Zunge *z* gerät dabei in Schwingungen und schließt und öffnet dadurch abwechselnd den Spalt. — Eine Zungenpfeife mit einer Zunge, die zur Erzeugung *einer ganzen Reihe* von Tönen dient, stellt Abb. 338 dar, das Mundstück einer *Klarinette*, *z* bedeutet die Zunge. Zwischen ihr und der Rohrwand *rs* bleibt ein kleiner Spalt, durch den die Luft aus dem Munde des Blasenden in das Rohr eintritt. Je nachdem die Luftsäule als Ganzes schwingt, oder, indem man eines der Seitenlöcher öffnet, in Unterabteilungen, gibt das Rohr einen anderen Ton. Die Zunge ist so nachgiebig, daß sie ihr Schwingungstempo stets dem der Luftsäule anpaßt.

Singende Flamme. Man kann die Luft in einem offenen Rohre auch durch Warmwirkungen zum Tönen bringen, im besonderen durch eine Wasserstoffflamme (auch Leuchtgas) in dem Rohre (Abb. 339); bei entsprechender Dimensionierung des Rohres und der Flamme sogar sehr stark (singende Flamme, HIGGINS, 1777). — Nach TYNDALL ist die Ursache des Tönens in erster Linie die Reibung, die das Gas beim Ausströmen aus dem Brenner am Rande der Öffnung erfährt, und das dadurch hervorgerufene Reibungsgeräusch, das Tönen

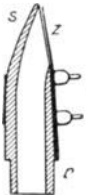


Abb. 338.
Mundstück
der Klari-
nette. Die
Zunge *z* ist
ein sehr ela-
stischer
Holz-
streifen.

des Rohres wie bei den Lippenpfeifen, eine Resonanzerscheinung. (Daß Gas, das aus einer engen Öffnung, namentlich unter einigermaßen erhöhtem Druck ausströmt, rauscht, bisweilen sogar braust, kann man an ausströmendem Leuchtgas leicht wahrnehmen.) — In dem rotierenden Spiegel (Abb. 330) sieht man die Flamme, während das Rohr tönt, stark vibrieren. Da die Vibrationen offenbar von den Schwingungen der Luftsäule, oder besser, von dem durch die Verdichtungen und Verdünnungen hervorgerufenen Druckwechsel untrennbar sind, so liegt die Vermutung nahe, daß der Ton nicht entsteht, wenn die Flamme sich an einem Bauch der schwingenden Luftsäule befindet, wo der Druck nicht wechselt. Und wirklich entsteht der Ton nicht, wenn die Flamme an einem *Ende* des Rohres steht (wo ja stets ein Bauch liegt), vielmehr erst dann, wenn die Flamme in das Rohr *hineingeschoben* wird. — Es gelingt außer dem Grundton der Luftsäule auch die ersten Obertöne hervorzurufen. Die Flamme muß ihr Schwingungstempo naturgemäß dem der Luftschwingungen anbequemen. Sie verhält sich in dieser Beziehung wie eine außerordentlich nachgiebige Zunge und wie eine KÖNIGSche Membran.



Abb. 339.
Singende
Flamme
(Wasser-
stoff).

E. Interferenz und Schwebungen.

295. Interferenz. Die Wellenform der Schallbewegung erklärt gewisse Schallerscheinungen als Folge der Übereinanderlagerung *zweier* Schallvorgänge. Wie auf dem Wasser zwei Wellensysteme unter gewissen Bedingungen einander verstärken oder schwächen, ja sogar aufheben (Abb. 293), so auch zwei Schallwellensysteme: Ein *Ton*, der zu einem zweiten hinzutritt, kann *Stille* hervorrufen. Das Befremdende daran schwindet, wenn man von der Schallempfindung

absieht und nur an die zwei *Bewegungen* denkt, die einander unterstützen oder schwächen können. Wird die Luft im Gehörgange von einer Schwingung ergriffen, die der Kurve *a*, Abb. 340, entspricht, und gleichzeitig von einer zweiten, *b*, die in jedem Moment mit *a* übereinstimmt, so wird das Ergebnis der gemeinsamen Einwirkung durch die Kurve *c* dargestellt, und das Ohr hört einen verstärkten Ton. Kommt aber der zweite Ton mit einer Phase an, die um eine halbe Wellenlänge gegen den ersten Ton verschoben ist, sucht er also eine Schwingung hervorzurufen, die in jedem Moment der ersten entgegengesetzt ist (Kurve *b* der Abb. 341), so wird das Resultat der gemeinsamen Wirkung durch *c'*, eine Gerade, dargestellt, es kommt dann überhaupt kein Ton zustande. — Die Erscheinung gehört keineswegs zu den alltäglichen. Damit zwei Schallwellen einander auslöschen können, müssen sie eben *genau* und dauernd, d. h. in *jedem* Moment mit einander entgegengesetzter Phase im Ohr eintreffen; und das ereignet sich bei den mancherlei Zurückwerfungen, die der Schall auf dem Wege zum

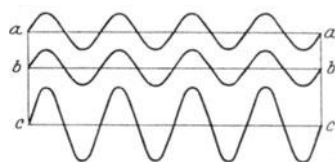


Abb. 340. Zwei Schwingungen, die ihre Wirkung gegenseitig dauernd verstärken.

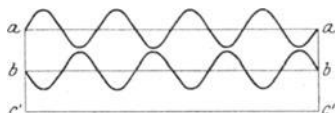


Abb. 341. Zwei Schwingungen, die ihre Wirkung gegenseitig dauernd vernichten.

Ohr gewöhnlich erfährt, höchstens durch Zufall und auch dann nur für einen Moment. Man kann aber die beiden durch die Abb. 340/341 dargestellten Fälle z. B. mit Hilfe einer von KÖNIG konstruierten Vorrichtung (Abb. 342) verwirklichen. An Stelle von *zwei* räumlich getrennten, aber *gleichen* Schallquellen benutzt man nur *eine* — eine Stimmgabel, deren Ton ein Resonator *R* verstärkt — und führt den Schall dem Ohre auf zwei verschiedenen Wegen (durch Rohre) zu, zerlegt also die Schallquelle gleichsam in zwei Hälften. Die Länge des einen Weges, in der Abbildung des linken, kann man (wie bei der Zugposaune) verändern, so daß man beide Wege gleich oder ungleich lang machen kann. Macht man sie gleich lang, so treffen die Wellen auf beiden Wegen in jedem Moment mit derselben Phase bei dem Ohr ein: man hört die Stimmgabel (der Fall Abb. 340 *c*); ebenso, wenn man den variablen Weg um eine, zwei ... *n ganze* Wellenlängen länger macht als den anderen. Macht man aber den Weg um eine, drei ... *n halbe* Wellenlängen (wo *n* eine ungerade Zahl ist) länger, d. h. verwirklicht man den Fall Abb. 341 *c'*, so treffen

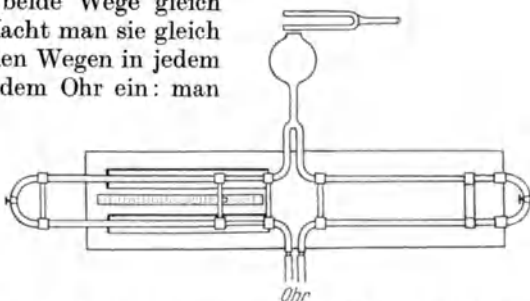


Abb. 342. Zur Erzeugung von Interferenzen von Schallschwingungen.

die Wellen in jedem Moment mit einander *entgegengesetzten* Phasen in dem Ohre ein: man hört nichts. — Man kann den Apparat auch in Verbindung mit den manometrischen Flammen und dem rotierenden Spiegel benutzen: löschen die Töne einander aus, so sieht man das einfache Flammenband, sonst das gezackte.

Die Stimmgabel gibt eine merkwürdige, auf Interferenz beruhende Erscheinung (WEBER), die davon herrührt, daß die beiden Zinken sich gleichzeitig zueinander hin und gleichzeitig voneinander weg bewegen. Dreht man eine vor das Ohr aufrecht gehaltene, angeschlagene Stimmgabel um ihre Längsachse, so hört man in vier bestimmten Stellungen den Schall deutlich: nämlich dann, wenn bei der Drehung der Gabel (Abb. 343) die Linie *ab* oder die

Linie df in der Richtung des Gehörganges liegt. *Zwischen* diesen vier Stellungen ist sie an vier Stellen *unhörbar*, nämlich dann, wenn die Linien ki oder gh in der Richtung des Gehörganges liegen. Bringt man die Stimmgabel in eine dieser Stellungen, und schiebt man ein

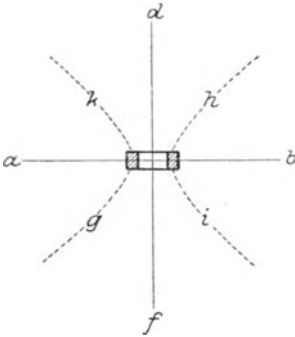


Abb. 343. Zur Interferenz der Schwingungen der zwei Stimmgabelzinken.

Röhrchen über eine der Zinken, aber ohne sie in ihrer Schwingung zu stören, so wird der Schall sofort hörbar, da dann die Einwirkung der anderen Zinke ungestört zum Ohre gelangt. — Eine auffallende Interferenzerscheinung geben zwei *gedeckte Lippenpfeifen* (Orgelpfeifen) von derselben Tonhöhe auf *derselben Gebläse*: sie löschen einander fast vollkommen aus, so daß sie in einiger Entfernung überhaupt keinen Ton hören lassen. Sie passen sich einander auf dem gemeinsamen Gebläse so an, daß, während die Luft in die eine einströmt, sie aus der anderen ausströmt, infolgedessen bei dem Ohre zwei Wellen mit entgegengesetzter Phase eintreffen. Auch das ist an dem rotierenden Spiegel nachweisbar. (Zwei *offene Lippenpfeifen* oder zwei *Zungenpfeifen* von gleichem Bau und gleicher Stimmung verhalten sich unter denselben Bedingungen anders als zwei gedeckte Lippenpfeifen, weil sie andere Obertöne haben. Sie verstummen nicht, sondern schlagen in die höhere Oktave um.)

296. Schwebungen. Sind die beiden Töne zwar nicht *vollkommen*, aber *beinahe* gleich hoch (ihre Schwingungszahlen beinahe einander gleich), so sind auch ihre Wellenlängen ein klein wenig verschieden — in dem höheren Tone folgen zwei Wellenberge in etwas kürzerem Abstände aufeinander als in dem tieferen Ton. Weder der Fall Abb. 340 c, noch der Fall Abb. 341 c' kann dann jemals eintreten. In der

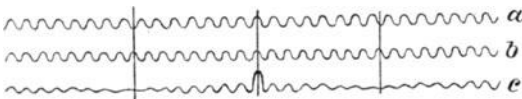


Abb. 344. Zur Entstehung der Schwebungen (c) aus zwei Tönen (a und b), deren Schwingungszahlen *etwas* verschieden sind.

Tat tritt etwas Neues ein: der Ton wird *abwechselnd* stärker und schwächer; man hört *Schwebungen*. Abb. 344 (ein Analogon zu den Abb. 340/341) zeigt, wie das gegenseitige Verstärken und Schwächen abwechselnd zustande kommt: a

und b stellen zwei einfache Töne (ohne Obertöne) dar, a macht in derselben Zeit 15 Schwingungen, in der b 16 macht; c gibt das Bild der resultierenden Schwingungen: die Amplitude der ersten Schwingung wächst durch die Übereinanderlagerung beider Schwingungen allmählich, sinkt wieder und so fort. Zu- und Abnahme der Amplitude bedeutet aber Zu- und Abnahme der Tonstärke.

Am stärksten ist der Ton dann, wenn zwei Wellenberge zusammentreffen. Wie oft wird das in 1 sec eintreten? In dem Moment, in dem die beiden Töne zusammen beginnen, fällt Berg auf Berg, und man hört den Ton stark. Der höhere Ton eilt dem tieferen voraus; macht er $(n + 1)$ Schwingungen, während der andere n macht, so heißt das, der $(n + 1)$ te Berg des höheren Tones trifft mit dem n ten Berg des tieferen zusammen. Dann hört man den Ton *wieder* stark. Man hört also so oft eine Schwebung, so oft der höhere Ton dem tieferen gerade um *eine* Schwingung voraus ist. (Genau in der Mitte zwischen zwei Schwebungen, natürlich nur für einen Moment, verschwindet der Ton, da ein *Berg* des einen Tones mit einem *Tal* des anderen zusammenfällt.) Macht der tiefere Ton r , der höhere s Schwingungen in der Sekundé, wieviel Schwebungen wird man dann in 1 sec hören? Angenommen, man höre in 1 sec x Schwebungen, so hört man nach jeder $1/x$ sec *eine* Schwebung; das heißt: nach jeder $1/x$ sec beträgt die Differenz der von den beiden Tönen ausgeführten Schwingungen gerade 1. In $1/x$ sec macht aber der tiefe Ton r/x , der hohe s/x Schwingungen, also muß $s/x - r/x = 1$, d. h. $x = s - r$ sein, d. h. die Anzahl der Schwebungen in der Sekunde ist gleich der *Differenz* der Schwingungszahlen. Daß das so ist,

läßt sich mit der HELMHOLTZschen Doppelsirene (im wesentlichen eine Verbindung von zwei DOVE-Sirenen) nachweisen.

Hervorrufen kann man Schwebungen mit *allen* Tonwerkzeugen, sehr deutlich mit solchen, die keine oder nur sehr schwache Obertöne haben, besonders mit Stimmgabeln oder mit gedeckten Pfeifen; mit zwei Stimmgabeln, die den gleichen Ton geben, z. B. schon dadurch, daß man die eine etwas verstimmt, etwa durch ein darangeklebtes Wachskügelchen. Bei solchen Tonwerkzeugen verschwindet der Ton *in der Mitte* zwischen je zwei Maximis (man nennt sie *Schläge*). Das ist der Moment, in dem ein Berg und ein Tal zusammenfallen. Das Steigen und Fallen der Tonstärke wird dadurch sehr deutlich. — Bei Tonwerkzeugen mit lauten Obertönen erlischt zwar der *Grundton* zwischen je zwei Schlägen, aber dafür tritt der erste Oberton so stark hervor, daß der Ton in die Oktave umschlägt. — Man kann die Schwebungen auch sichtbar machen, ein Beweis, daß sie auch unabhängig von dem Ohr bestehen, Abb. 344 gibt eine Aufnahme mit dem Phonautographen. — Man benützt die Schwebungen als Hilfsmittel, wenn man eine Stimmgabel, eine Klaviersaite usw. auf einen beabsichtigten Ton *stimmt*; das Auftreten oder Ausbleiben der Schwebungen zwischen einer Normalstimmgabel und der zu stimmenden Gabel (der zu stimmenden Klaviersaite) zeigt an, ob die beabsichtigte Tonhöhe erreicht ist oder nicht.

297. Konsonanz und Dissonanz. Überaus wichtig sind die Schwebungen für die Erkenntnis des Wesens unserer Tonempfindungen: ob wir den Zusammenklang zweier Töne (wir meinen hier nur *obertonfreie*) als Dissonanz oder als Konsonanz empfinden, hängt zwar nicht *allein*, aber *wesentlich* damit zusammen, *wieviele Schwebungen* in der Sekunde die beiden Töne miteinander bilden. (Diese Anzahl [s. oben] ist gleich der Differenz der Schwingungszahlen der beiden Töne.) Die Schwebungen geben dem Zusammenklang zweier Töne etwas Schwirrendes — HELMHOLTZ sagt: eine gewisse *Rauhigkeit* — ja, bei einer gewissen Anzahl etwas Knarrendes. Das *stört* den Zusammenklang nicht erheblich, solange die Töne höchstens 4—6 Schwebungen in der Sekunde bilden. Die Störung wächst mit der Zahl der Schwebungen, erreicht nach HELMHOLTZ bei 33 Schwebungen ihr Maximum, sinkt dann wieder und verschwindet bei 132 Schwebungen. So viele Schwebungen in der Sekunde sind nicht *zählbar*, aber sie erzeugen bei dieser Häufigkeit eine bestimmte *Empfindung* im Ohre. Der „rauhe“, knarrende Ton im *Ohr* ist dem Eindruck vergleichbar, den flackerndes Licht im *Auge* hervorruft. Wir können die Zuckungen im flackernden Licht *auch* nicht zählen, haben aber durch das Flackern eine Empfindung, die sich deutlich von dem Eindruck unterscheidet, den zählbar (langsam) aufeinander folgende Zuckungen hervorrufen. Wenn die Anzahl der Schwebungen den Grad der Konsonanz wirklich beeinflusst, so muß *dasselbe* Intervall im hohen Teil der Skala einen anderen Grad der Konsonanz haben als im tiefen, denn die *Differenz* der Schwingungszahlen, also auch die Anzahl der Schwebungen, ist im hohen Teile der Skala bei demselben Intervall größer als im tiefen. Daß das so ist, kann man *hören*, wenn man z. B. das Intervall $h_1 - c_2$ mit $522 - 489 = 33$ Schwebungen angibt und dann dasselbe Intervall $H - c$ mit $65 - 61 = 4$ Schwebungen; es klingt im ersten Fall als schneidende Dissonanz, im zweiten weit weniger grell. Andererseits kann *dasselbe* Intervall in der Höhe eine Konsonanz, in der Tiefe eine Dissonanz sein — nämlich dann, wenn in der Höhe die Schwebungen mehr als 132 in der Sekunde betragen, also nicht mehr wahrnehmbar sind, in der Tiefe dagegen ihre Zahl im Bereiche der Wahrnehmbarkeit der Schwebungen liegt. Die Richtigkeit dieses Schlusses beweist am besten die

große Terz: in der Höhe ist sie zweifellos eine Konsonanz, in der Tiefe nähert sie sich nicht unbeträchtlich der Dissonanz.

Aber die Anzahl der Schwebungen ist nicht die einzige Ursache für die Rauigkeit des Zusammenklanges, sonst müßten z. B. die Intervalle

$$\begin{aligned} h_1 489 - c_2 522 \\ c_1 261 - d_1 294 \\ e 163 - g 196 \\ c 130 - e 163 \\ G 97 - c 130 \end{aligned}$$

mit *derselben* Anzahl Schwebungen (33) *dieselbe* Rauigkeit des Zusammenklanges haben. Aber die tieferen Intervalle, die größeren, klingen *weniger* rau. Also auch die *Größe des Intervalles* beeinflusst die Rauigkeit des Zusammenklanges. *Ein und derselbe* CORTISCHE Bogen — so erklärt es HELMHOLTZ — resp. ein und dieselbe Nervenfasern kann *gleichzeitig* von zwei verschiedenen Tönen erregt werden, wenn sie nahe genug beieinander liegen, um dieselbe Faser der Membrana basilaris erregen zu können. Sind sie aber über eine gewisse Intervallgröße hinaus voneinander entfernt, so wirkt der zu weit entfernte Ton nur so schwach mit, daß die Schwebungen zu schwach ausfallen, um *wahrnehmbar* zu sein.

298. Kombinationstöne. Erklingen gleichzeitig zwei verschieden hohe Töne anhaltend sehr kräftig und gleichmäßig stark, so treten (bei geeignetem Intervall und passender Stärke dieser Töne) *Kombinationstöne* auf: die *Differenztöne* (von dem Hamburger Organisten SORGÉ 1740 entdeckt, auch TARTINISCHE Töne genannt), ihre Schwingungszahlen sind gleich der Differenz der Schwingungszahlen jener beiden Töne, und die *Summationstöne* — ihre Schwingungszahlen sind gleich der entsprechenden Summe. Namentlich der Differenzton kann sehr stark werden. Nach der von HELMHOLTZ entwickelten mathematischen Theorie müssen Luftschwingungen, deren Anzahl der Höhe der Kombinationstöne entspricht, *dann* entstehen, wenn die beiden primären Töne einen elastischen Körper gleichzeitig so stark in Bewegung setzen, daß seine Schwingungen nicht mehr als unendlich klein gelten können. Nach KÖNIG spricht die Existenz der Kombinationstöne gegen die Richtigkeit der Resonanztheorie des Hörens. HELMHOLTZ erklärte ihre Entstehung aus Abweichungen von dem Prinzip der ungestörten Überlagerung der Primärtonschwingungen, nach seiner Auffassung entstehen sie nicht außerhalb des Ohres, sondern erst im Trommelfell. WÄETZMANN hat aber auch außerhalb des Ohres sehr starke Kombinationstöne erzeugt (mit einer Amplitude, die ein Mehrfaches der Primärtöne ist) und hat die Theorie durch eine Erweiterung der HELMHOLTZ'schen Vorstellungen und einen Kompromiß zwischen HELMHOLTZ und KÖNIG zu einem gewissen Abschluß gebracht.

Elektrizität.

A. Elektrostatik.

299. Elektrisierung durch Reibung zweier Körper aneinander. Die Materie wirkt unmittelbar auf unsere Sinne ein und erleichtert uns dadurch die Aufgabe, sie kennen zu lernen. Ganz anders das, was wir Elektrizität nennen. Wir können sie mit keinem unserer Sinne *unmittelbar* wahrnehmen. *Nur* auf dem *Umwege* über die Materie lernen wir sie kennen: die Materie wird unter gewissen Umständen „elektrisch“. Sie wird es auf mannigfache Weise. Die am längsten bekannte Erscheinung, die man so bezeichnet, ist bei der Reibung zweier Körper aneinander wahrnehmbar. Von ihr gehen wir aus.

Reibt man ein Stück (trockenes!) Glas kräftig mit (trockener!) Seide, so bleibt die Seide, auch nachdem man sie losgelassen hat, an dem Glase haften. Trennt man sie von dem Glase, läßt sie aber in seiner unmittelbaren Nähe wieder los, so hängt sie sich aufs neue daran fest, wie sich eine Stahlfeder an einen Magneten anhängt. Kurz: *das Glas zieht* die Seide *an*, nachdem sich beide

aneinander gerieben haben. Diese Anziehung wirkt *gegenseitig*, d. h. auch *die Seide zieht das Glas an*, in Übereinstimmung mit dem Gesetz von Wirkung und Gegenwirkung. Was von Glas und Seide gilt, gilt, wie die Erfahrung lehrt, auch von vielen andern Körpern, die aneinander gerieben werden, sogar auch von Flüssigkeiten und von Gasen; freilich muß man stets (namentlich bei Metallen) gewisse Vorsichtsmaßregeln beobachten, um die Erscheinung wahrzunehmen. Nach dem Bernstein, *ἤλεκτρον*, elektron, an dem sie am frühesten beobachtet worden zu sein scheint, hat man das ganze Gebiet benannt. Man nennt die Ursache dieser Erscheinungen *Elektrizität*, die geriebenen Körper mit Elektrizität *geladen* oder auch *elektrisiert*, die Erscheinungen selber *elektrische* und den Raum, in dem sie sich abspielen, das *elektrische Feld*.

Zunächst müssen wir unsere Kenntnis des soeben beschriebenen Vorganges durch die Beschreibung eines Versuchs noch etwas erweitern.

A und *C* seien zwei sehr leichte kleine Glaskugeln (Glaswolle) und *B* und *D* zwei kleine Seidenkugeln. Wir reiben *A* und *B* aneinander (und zwar so, daß beim Reiben möglichst viele Punkte der beiden Oberflächen miteinander in Berührung kommen), trennen sie dann voneinander und hängen sie wie zwei Pendel dicht nebeneinander (Abb. 345). Dasselbe machen wir mit *C* und *D*, und zwar hängen wir das zweite Paar von dem ersten weit weg, um eine gegenseitige Beeinflussung zu vermeiden. Aus dem Vorhergehenden wissen wir: *A* und *B* ziehen einander an und bewegen sich zueinander hin, und ebenso *C* und *D*. Die Erfahrung lehrt nun aber weiter: Wir können die *Glaskugeln miteinander* vertauschen oder die *Seidenkugeln miteinander* vertauschen, also die Paare *AD* resp. *BC* bilden, ohne daß sich sonst etwas ändert, woraus folgt: auch *A* und *D* ziehen einander an, und ebenso *B* und *C*. Aber wenn wir eine *Glaskugel mit einer Seidenkugel* vertauschen, d. h. die Paare *AC* und *BD* bilden, so *stoßen* die nebeneinanderhängenden Kugeln *einander*

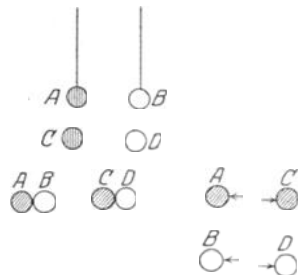


Abb. 345. Elektrische Ladung eines Körpers erzeugt den einen [●] oder den anderen [○] von zwei in gewissem Sinne einander entgegengesetzten Zuständen des Körpers.

ab. Daran, daß *B* und *D* einander ersetzen können, erkennen wir, daß der elektrische Zustand beider derselbe ist. Hingegen daraus, daß *C* und *B* einander *nicht* ersetzen können, sondern dann anstatt der Anziehung eine Abstoßung eintritt, müssen wir schließen, daß der elektrische Zustand von *C* und *B* *nicht* derselbe ist. Wir nennen den Zustand von *B* dem von *C* *entgegengesetzt*, weil Anziehung und Abstoßung (durch die allein sich die Verschiedenartigkeit der elektrischen Zustände ankündigt) uns als direkte *Gegensätze* erscheinen. Ebenso müssen wir die Zustände von *A* und *C* als gleich, die von *A* und *D* als einander entgegengesetzt bezeichnen. Wir lernen also: die beiden *entgegengesetzt* elektrisierten Körper *ziehen* einander *an*, die beiden gleichsinnig elektrisierten stoßen einander ab.

Denselben Gegensatz, den Glas und Seide zeigen, zeigen auch sehr viele andere Stoffe, nachdem sie paarweise aneinander gerieben worden sind: stets entspricht der eine Partner in seinem elektrischen Zustande dem geriebenen Glase, der andere der am Glase geriebenen Seide. Der dem Glase (der Seide) entsprechende wirkt stets auf ein als Pendel aufgehängtes, mit Seide geriebenes Glaskügelchen abstoßend (anziehend). Ein solches Pendel (Abb. 346) zeigt uns, daß *die zwei Arten Elektrizität stets gleichzeitig auftreten*; es ist mit seiner Hilfe auch möglich, eine gewisse Reihenfolge der Körper festzulegen, in der jeder Körper, mit einem ihm in der Reihe folgenden (vorangehenden) gerieben, den Zustand des Glases (der Seide)

annimmt. Diese reibungselektrische Reihe lautet ungefähr: Glas, Fell, Papier, Baumwolle, Seide, Metalle, Hartgummi, Harze, Schwefel. Die Bedeutung dieser Reihe ist allerdings dadurch stark beeinträchtigt, daß die Stellung einer Substanz innerhalb der Reihe von mancherlei unkontrollierbaren Umständen abhängt, z. B. von der Art der Oberfläche des Körpers und sogar von der Art des Reibens, wenn diese etwa die Oberfläche verändern kann. Erfahrungsgemäß ist für Glas das wirksamste Reibzeug Seide, für Harze Flanell. Häufig nennt man, da Glas und Harz an den Enden der Reihe stehen, die eine Elektrizität *Glas-*elektrizität, die andere *Harzelektrizität*.

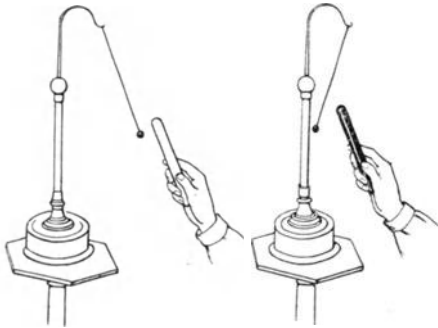


Abb. 346. a) Gegenseitige Anziehung entgegengesetzt geladener Körper. b) Gegenseitige Abstoßung gleichsinnig geladener Körper.

300. **Beide Arten Elektrizität entstehen gleichzeitig.** Die Tatsache, daß beide Ladungszustände *gleichzeitig* auftreten, der eine an dem einen, der andere an dem anderen Körper, und ferner die Tatsache, daß beide *einander entgegengesetzt* sind, verhelfen uns zu einer Vorstellung davon, wie überhaupt „Ladung“ entsteht: Jeder der beiden aneinander geriebenen Körper zieht je nach seinem Ladungszustande ein *elektrisches Pendel* an oder stößt es ab. Das tut er aber erst, *nachdem er von seinem Reibungspartner getrennt worden ist*. Beide Körper, *miteinander in Berührung*, wirken auf das Pendel gar nicht ein.

„Wenn ein Schellackstab und eine auf dessen einem Ende sitzende Flanellkappe *nicht* gerieben worden sind, so zeigen sie, einzeln oder gemeinsam, keine Spur von Elektrizität an. Auch wenn man die Kappe auf dem Schellackstab mit Reibung mit der Hand herumdreht, *indem man sie an ihrem Platze läßt*, weist das System keine Anzeichen von Elektrizität auf. *Trennt* man sie aber, so zeigen sich beide Körper stark und einander entgegengesetzt elektrisch“ (FARADAY).

Die beiden *gleichzeitig* entstandenen Elektrizitäten heben also *zusammen* einander gegenseitig in ihrer Wirkung auf. Und daraus schließen wir, daß sie zwar *der Wirkung nach einander entgegengesetzt*, aber an Menge einander *gleich* sind, einander also gegenüberstehen wie zwei Größen $+E$ und $-E$. Man sagt: beide Körper *zusammen* bilden einen *unelektrischen* Körper. Wir können uns den Vorgang einer Elektrisierung durch einen Vergleich näher bringen: Wenn man aus einem geschlossenen Gefäß, das unter Atmosphärendruck steht, Luft auspumpt und dieselbe Luft in ein zweites geschlossenes Gefäß hineinbefördert, so nimmt man dem einen Gefäß ebensoviel Luft weg, wie man dem anderen zuführt, und in jedem der beiden Gefäße erzeugt man der äußeren Atmosphäre gegenüber einen veränderten Druckzustand, in dem einen eine Verdichtung, in dem anderen eine Verdünnung, beides im Vergleich mit der Dichte der Atmosphäre. Verbindet man beide Gefäße wieder miteinander, so zeigen sie *zusammen* keinen Unterschied, weder gegeneinander noch gegen die Umgebung. Genau so die einander berührenden, entgegengesetzt elektrisierten Körper (der Schellackstab und die Flanellkappe). Die Elektrizität verhält sich in dieser Beziehung ganz wie ein Stoff, in unserem Vergleich wie die Luft, sie wird nicht erzeugt und wird nicht vernichtet, sie wird nur verschoben, d. h. von einem Körper auf den anderen *übertragen*.

Das, was der Vergleich klar machen soll, und was die Erfahrung immer aufs neue in den mannigfachsten Formen lehrt, ist die Tatsache, daß es unmöglich ist, den *einen* Ladungszustand zu erzeugen, ohne gleichzeitig einen gleich

großen *entgegengesetzten* hervorzurufen. Man kann auch sagen: was an Elektrizität dem einen Körper zugefügt wird, wird gleichzeitig einem anderen weggenommen.

Man drückt den Gegensatz der beiden Ladungszustände dadurch aus, daß man den einen positiv, den anderen negativ nennt und entsprechend mit + und mit — bezeichnet. Selbstverständlich ist es gleichgültig, welchen Zustand man den positiven nennen will. Es ist üblich, die *Glaselektrizität positiv* und daher die *Harzelektrizität negativ* zu nennen.

Wir können die bisherigen Erfahrungen in folgender Weise zusammenfassen:

1. Zwei Körper, die aneinander gerieben werden, werden elektrisch.
2. Es gibt zwei Arten von Elektrizität, nämlich Glas- und Harzelektrizität, die auch als positive und negative Elektrizität bezeichnet werden.

3. Stets entstehen beide Arten von Elektrizität gleichzeitig und in gleicher Menge. Der eine Körper trägt die positive, der andere die gleiche Menge negativer Elektrizität.

4. Alle paarweise aneinander geriebenen Körper verhalten sich hierin vollkommen gleich; stets wird der eine positiv, der andere gleichzeitig negativ elektrisch.

5. Elektrizitäten verschiedenen Vorzeichens ziehen einander an, solche gleichen Vorzeichens stoßen sich gegenseitig ab.

Wir fügen an, daß außer durch Reibung auch durch andere Vorgänge Elektrizität erzeugt werden kann, z. B. durch Druck, Stoß, Spaltung (etwa von Glimmerplatten), ferner — und zwar unter geeigneten Bedingungen in gewaltigen Mengen — durch viele Vorgänge, bei denen Wärme, chemische Einwirkung oder Magnetismus die Hauptrolle spielen. Da aber die durch die verschiedenen Mittel erzeugten Elektrizitäten sich, wie FARADAY schon 1833 zeigte, von den durch Reibung entstandenen Elektrizitäten in keiner Weise unterscheiden, so gelten die obigen an Reibungselektrizität gewonnenen Erfahrungen ganz allgemein für jede in beliebiger Weise erzeugte Elektrizität. Im besonderen entstehen stets gleichzeitig positive und negative Elektrizität in gleichen Mengen.

301. Leiter und Nichtleiter. Werden Glas und Seide aneinander gerieben, so sind auf beiden nachher *nur* diejenigen Stellen mit Elektrizität „geladen“, die während der Reibung einander tatsächlich berührt haben. Deswegen sollten (S. 337) möglichst viele Punkte der beiden Oberflächen beim Reiben miteinander in Berührung gebracht werden. Ersetzt man aber das Glas z. B. durch *Metall* — es ist dann eine besondere Vorschrift zu beobachten, wie man es anzufassen hat — so ist zwar auf der *Seide* wieder nur die reibende resp. die geriebene Stelle geladen, auf der *Metallkugel* aber die ganze *Oberfläche*. Auf der Seide bleibt die Elektrizität auf die Stelle beschränkt, auf der sie entsteht, auf dem Metall verbreitet sie sich über die ganze Oberfläche. Man sagt deshalb, das Metall *leitet* die Elektrizität, die Seide *leitet* sie *nicht*, und man nennt einen Körper, je nachdem er sich wie das Metall oder wie die Seide verhält, einen *Leiter* oder einen *Nichtleiter* (Isolator).

Leiter sind z. B. die Metalle, Kohle, Säuren, lebende Pflanzen und Tiere, Nichtleiter z. B. Luft, Harze, Glas, Seide. — Ein Beispiel (Abb. 347) wird den Unterschied zwischen Leitern und Nichtleitern klar machen: es sei *A* eine *Metallkugel* auf einem (trockenen!) *Glasstabe* *B*, der wie ein Pfahl in die *Erde* einge-

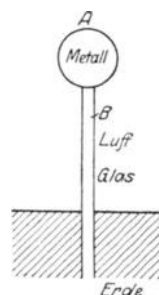


Abb. 347. Zur Veranschaulichung von Leitern (Metall, Erde) und Nichtleitern (Glas, Luft) der Elektrizität.

rammt ist; das Ganze im Freien, von atmosphärischer *Luft* umgeben. *A* sei durch Reiben elektrisiert worden, die Ladung somit, da die Kugel aus Metall ist, über die ganze Oberfläche verbreitet. Wir haben es hier mit Metall, mit Luft, mit Glas und mit dem Erdboden zu tun. Der Erdboden ist, das lehrt die Erfahrung, ein guter Leiter. Die Luft umspült den Erdboden und die Metallkugel, sie würde also, wenn sie ein Leiter wäre, selber die Elektrizität weggleiten und außerdem auch zum Erdboden leiten und die Ladung über den ganzen Erdball ausbreiten, d. h. der Kugel die Elektrizität so gut wie vollkommen entziehen. Die Luft ist aber ein *Nichtleiter*, sie entzieht daher der Kugel keine Elektrizität. Der Glasstab ist ebenfalls ein Nichtleiter, wäre er ein Leiter, so würde sich die Elektrizität von der Metallkugel über ihn und von ihm aus über den Erdball verbreiten. Aber der Glasstab ist kein Leiter, er läßt der Metallkugel ihre ganze Ladung. Die Elektrizität bleibt auf sie beschränkt — *isoliert*, wie der Fachausdruck lautet. Die Luft, das Glas und überhaupt Stoffe, die sich ähnlich verhalten, z. B. Schellack, Harz, Paraffin, Hartgummi, nennt man *Isolatoren*.

Mit Hilfe eines Isolators (Glasstab) kann man also die Elektrizität auf einen gegebenen Ort (Metallkugel) beschränken, mit Hilfe eines Leiters dagegen (Metallstab) fortleiten und auf andere Körper (Erde) übertragen. Ebenso wie der Metallstab verhält sich der menschliche Körper. Nimmt man die Metallkugel in die bloßen Hände und tritt mit bloßen Füßen oder auch nur mit der gewöhnlichen Fußbekleidung auf den Erdboden, so verbreitet sich die Ladung von der Metallkugel über den Körper und von da über die Erdkugel. Man sagt: die Ladung *fließt* durch den Körper zur Erde ab; oder auch: die Kugel wird durch den Körper zur Erde *abgeleitet* (geerdet), oder auch: *entladen*. Faßt man aber die Kugel mit Gummihandschuhen an, so bleibt die Ladung auf die Kugel beschränkt. Nimmt man die Kugel in die bloßen Hände, tritt man aber auf *Gummisohlen*, so verbreitet sich die Ladung zwar auch über den ganzen Körper, ohne aber in die Erde abzufließen. (Wenn man einen *Leiter* durch Reibung elektrisch machen will, darf man ihn nicht mit bloßen Händen anfassen, sondern muß zwischen die Hände und ihn einen Nichtleiter bringen, z. B. Gummihandschuhe.)

Der menschliche Körper ist ein Leiter wie das Metall, und der Gummi ein Isolator wie die Luft und wie das Glas, aber das *Leitungsvermögen* der verschiedenen Leiter ist sehr verschieden und ebenso das *Isolationsvermögen* der Isolatoren. Der Unterschied zwischen Leitern und Nichtleitern ist relativ, ungefähr wie der zwischen durchsichtigen und undurchsichtigen Körpern.

Man nennt den Teil der Elektrizitätslehre, der sich mit der ruhenden Elektrizität beschäftigt, *Elektrostatik*. *Nur die Tatsache, daß es Nichtleiter gibt, macht die elektrostatischen Erscheinungen überhaupt möglich.* — Von der *Leitung* der Elektrizität wird vorläufig nur nebenher die Rede sein — nur als Mittel zum Zweck: z. B. um dem elektrischen Pendel Elektrizität zuzuführen oder um Ladungen „zur Erde“ abzuleiten.

302. Elektroskop und Elektrometer. Als wahrnehmbare Wirkung, durch die sich uns Elektrizität ankündigt, kennen wir bisher nur die gegenseitige Anziehung und Abstoßung von Körpern. Um Elektrizität wahrzunehmen und um die Kräfte zu messen, die elektrisierte Körper aufeinander ausüben, können wir zunächst also auch nur diese Wirkung anwenden. Die bewegenden Kräfte sind dabei gewöhnlich sehr klein. Man muß daher die Körper, die bewegt werden sollen, auch genügend *leicht* beweglich machen, d. h. die Instrumente zum Erkennen und zum Messen elektrostatischer Kräfte sehr empfindlich machen. Die Instrumente sind deswegen, und auch weil sie eine sehr sachkundige Behandlung verlangen, im wesentlichen Laboratoriumsinstrumente. Ist das Instrument

so eingerichtet, daß man damit *messen* kann, so nennt man es *Elektrometer*; zeigt es nur das *Vorhandensein* von Elektrizität an, so nennt man es *Elektroskop*.

Ein für viele Zwecke genügend empfindliches Elektroskop zeigt Abb. 348, zwei pendelartig aufgehängte, sehr leichte kleine Kugeln mit leitender Oberfläche (meist aus Holundermark mit vergoldeter Oberfläche) an leitenden Fäden, z. B. leinenen. Verbindet man sie durch einen Metalldraht mit einem geladenen Körper *K*, so geht die Elektrizität von *K* aus durch *D* und die leitenden Leinenfäden auf sie über und lädt beide im selben Sinne, sie stoßen daher einander ab. Der Ausschlag der Kugeln des elektrischen Pendels ist das Zeichen dafür, daß der Körper, mit dem sie leitend verbunden worden sind, geladen ist. — Man kann aber auch erfahren, ob er positiv oder negativ geladen ist. Hält man einen geladenen Körper, dessen Ladungszustand *bekannt* ist, z. B. einen Körper, der *positiv* geladen ist (Glasstab mit Seide gerieben), zwischen die beiden Pendel, so *vergrößert* sich ihr gegenseitiger Abstand noch, wenn sie *auch* positiv geladen sind; er *verkleinert* sich, wenn sie negativ geladen sind.



Abb. 348. Zwei pendelartig aufgehängte Körper zeigen durch ihre gegenseitige Abstoßung Ladung der Körper an (Elektroskop).

Auf demselben Gedanken beruht das *Goldblattelektroskop* (Abb. 349). Zwei Blättchen *L* aus Rauschgold, die leitend miteinander und mit dem Stabe *W* verbunden sind, nehmen die Stelle der Pendel ein. Um sie vor Bewegung durch Luftzug oder vor ungewollter elektrischer Beeinflussung zu schützen, schließt man sie in ein mit Fenstern versehenes Metallgehäuse ein. Die obere Seite des Gehäuses ist in der Mitte durchbohrt und die Bohrung durch ein Bernstein- oder Schwefelstück *p* verschlossen, das den Stab *W* hält und gegen das Gehäuse isoliert. (Um die Elektrizität zu verhindern, über den Isolator zum Gehäuse entlang zu kriechen, muß er stets trocken und staubfrei gehalten werden.) Ist der Stab *W* ungeladen, so hängen die Blättchen frei nebeneinander herab, wird er geladen, so spreizen sie sich auseinander, je nach der Größe der Ladung mehr oder weniger stark. Man kann ein solches Elektroskop zu Messungen verwenden, also als *Elektrometer*, wenn man die Blättchen sich vor einem Gradbogen bewegen läßt, wie das Instrument Abb. 350. Hier ist das eine Goldblatt durch einen feststehenden Metallstab *D* ersetzt, das andere durch einen sehr leicht beweglichen Aluminiumstreifen *E* (BRAUN).

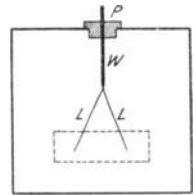


Abb. 349. Goldblattelektroskop.

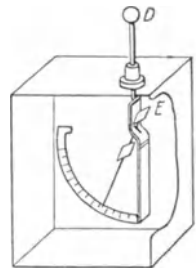


Abb. 350. Elektrometer nach BRAUN.

In den eben beschriebenen Instrumenten hält der abstoßenden Kraft, die auf den Pendelkörper (Holundermarkkugel, Goldblatt usw.) wirkt, die *Schwerkraft* das Gleichgewicht: Der Pendelkörper hebt sich wie bei der Briefwaage, Abb. 72, solange, bis die (tangential zur Bahn des Pendelkörpers wirkende) zur ursprünglichen Ruhelage *hin* gerichtete Schwerkraftkomponente so groß geworden ist, daß sie der von der Ruhelage *weg* wirkenden elektrischen Kraft gleich ist. Die elektrische Kraft wird also an der Schwerkraft gemessen. — Unmittelbar mit der Schwerkraft durch *Gewichte* verglichen wird diese Kraft in dem *absoluten Wageelektrometer* (WILLIAM THOMSON). Abb. 351 veranschaulicht sein Prinzip (HARRIS, 1834). Die unbewegliche Metallplatte *A* und die bewegliche Metallplatte *B* wirken, geladen, anziehend oder abstoßend aufeinander und bringen die Waage aus dem Gleichgewicht; das Gewicht, das nötig ist — auch bei sehr großen elektrischen Kräften nur wenige Gramm —, um es wieder herzustellen, mißt die Größe der anziehenden oder der abstoßenden Kraft. Die Platte *B* ist von einem Ringe *D* umgeben, der mit ihr leitend verbunden ist und mit *B* zusammen eine der Platte *A* gleich große Platte bildet (s. S. 347, unten).

Viel empfindlicher sind diejenigen Elektrometer, in denen der bewegliche Körper an einem Faden hängt und (angezogen oder abgestoßen) sich um diesen Faden als Achse dreht und ihn tordiert, bis die Torsionselastizität, die ihn zurückzudrehen strebt, der drehenden elektrischen Kraft das Gleichgewicht hält. Das älteste derartige Instrument ist die *Drehwage* (COULOMB). Sie ist ein für praktische Messungen wenig geeignetes Instrument, das heutzutage nur mehr historische Bedeutung besitzt, weil

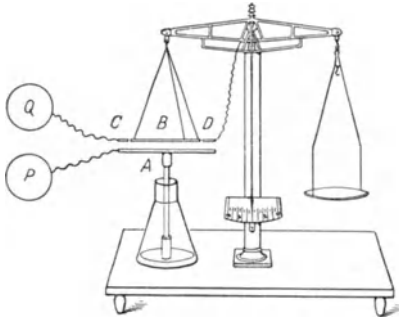


Abb. 351. Zum Prinzip des absoluten Wageelektrometers.

COULOMB an ihr das Grundgesetz (S. 343, unten) entdeckt hat, das die gegenseitige Anziehung und Abstoßung elektrischer Körper beherrscht. — In der COULOMBSchen Drehwage (Abb. 352) sind die beiden elektrisierten Körper zwei kleine leitende Kugeln, die eine m unbeweglich, die andere n an dem einen Ende eines Schellackstäbchens p , das an einem feinen Draht d in der Horizontalebene drehbar aufgehängt ist. Bei der gegenseitigen Abstoßung der beiden gleichnamig geladenen Kugeln tordiert sich der am oberen Ende festgeklemmte Draht. Der Drehungswinkel wird an einem Gradbogen oc abgelesen und bildet die Grundlage für die Rechnung. Um den störenden Einfluß des Gehäuses zu vermeiden, sind dieselben Vorsichtsmaßregeln erforderlich wie bei dem Elektroskop Abb. 349. Außerdem muß man das Gehäuse „erden“, d. h. es mit der Erde verbinden, um die auf ihm befindliche Elektrizität abzuleiten.

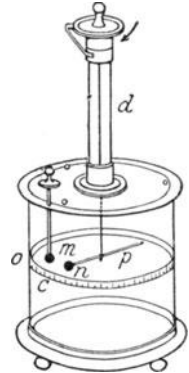


Abb. 352. Drehwage nach COULOMB.

Quadrantelektrometer. Ein Instrument von großer praktischer Bedeutung und hoher Empfindlichkeit ist das Quadrantelektrometer von WILLIAM THOMSON. Der bewegliche Körper, die sog. Nadel, besteht aus einem dünnen Metallblatt aus Aluminium von der Form Abb. 353, das an einem sehr feinen Platindraht (ca. 0,01 mm) aufgehängt ist. Diese Nadel befindet sich im Innern, und zwar in der Mitte einer feststehenden flachen zylindrischen Trommel, parallel zu den ebenen Begrenzungen der Trommel (Abb. 354). Die Trommel ist durch zwei

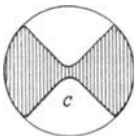


Abb. 353. Form der Nadel im Quadrantelektrometer.

ebene Schnitte, die durch die Zylinderachse und rechtwinklig zueinander geführt sind, in vier isolierte, auf Bernsteinfüßen ruhende Quadranten zerlegt. Die Symmetrielinie der Nadel verläuft in der Ruhelage der Nadel parallel zu einem der beiden Schnitte. Die Nadel selbst wird aufgeladen, indem man ihr durch den Aufhängungsdraht Elektrizität zuführt. Diese Hilfsladung, die an sich noch keine Drehung der Nadel hervorrufen kann, macht das Instrument erst gebrauchsfertig. Die Drehung

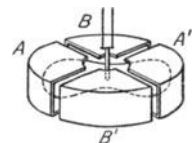


Abb. 354. Die vier Quadranten und die dazugehörige Nadel des Quadrantelektrometers.

der Nadel erfolgt vielmehr dadurch, daß den Quadranten die zu messende Ladung zugeführt wird. Die Quadranten sind zu diesem Zweck paarweise und über Kreuz miteinander leitend verbunden, A mit A' und B mit B' . Das eine Quadrantenpaar AA' wird dauernd zur Erde abgeleitet, das andere BB' empfängt die zu messende Ladung. Ist diese Ladung negativ und die Nadel ebenfalls negativ geladen, dann wird die Nadel sowohl von B wie von B' abgestoßen, so daß sie sich in das geerdete Quadrantenpaar AA' hineindreht. Ist dagegen die zu messende Ladung positiv, so wird die Nadel in das Quadrantenpaar BB' hineingezogen. Beide Male wird die Nadel desto

stärker gedreht, je größer die zu messende Ladung ist. Der Drehungswinkel gibt also ein Maß für die Größe der Ladung, und der Drehungssinn gibt ihr Vorzeichen an. Man mißt die Drehung der Nadel mit Spiegel und Skala [419.]. Zu diesem Zweck wird an der Nadel ein kleiner, möglichst leichter Spiegel befestigt.

303. COULOMBSches Gesetz. Die gegenseitige Anziehung und Abstoßung von elektrisch geladenen Massen erlauben die Größe der Kräfte zu ermitteln, die die elektrischen Ladungen ausüben. Wir wenden uns dazu noch einmal zum Anfang unserer Betrachtungen zurück.

Glas und Seide haften aneinander, nachdem wir sie aneinander gerieben haben, vermöge der auf ihnen entstandenen Elektrizität. Um sie voneinander zu trennen, muß man daher eine Arbeit leisten. Infolgedessen bilden sie, nachdem wir sie voneinander getrennt haben, in ihrer neuen Lage ein System, das ähnlich einer gespannten Feder einen gewissen Betrag an potentieller Energie (S. 35) besitzt. Dieser Betrag an Arbeit ist gleich dem, den wir aufwenden mußten, um das System aus der ursprünglichen Lage in die neue überzuführen (die Feder zu „spannen“); und diesen selben Betrag erstattet das System zurück, wenn die beiden voneinander getrennten Körper, ihrer gegenseitigen Anziehung folgend, in die ursprüngliche zurückgehen, gerade so wie die Feder, wenn sie sich „entspannt“. Wie groß dieser Betrag an potentieller Energie ist, hängt von der Größe der Ladung beider Körper sowie von ihrem gegenseitigen Abstand ab. Bevor wir uns aber mit der potentiellen Energie geladener Körper näher beschäftigen, müssen wir zunächst nach den Kräften fragen, die zwei geladene Körper aufeinander ausüben. Hierzu bedürfen wir aber auch einer *Einheit*, nach der wir Elektrizitätsmengen messen können. Wir suchen also zunächst ein Maß für die Elektrizitätsmenge.

Wir wollen annehmen, wir hätten zwei vollkommen gleiche punktförmige Körperchen, die um 1 cm voneinander abstehen. Der Raum, in dem die Körperchen sich befinden, sei luftleer, doch macht es auch keinen erheblichen Unterschied, wenn Luft zugegen ist (S. 340, oben). Die Körperchen seien *gleich* stark geladen, und zwar so, daß die Kraft, mit der sie einander abstoßen, gleich einer Krafteinheit (1 Dyn) ist, also so, daß man, um ihren Abstand unverändert zu erhalten, gerade 1 Dyn aufwenden muß (S. 14). Von jedem dieser beiden Körperchen sagt man: es enthält die *Einheit* der Elektrizitätsmenge. Eine Vorstellung von der Größe dieser Einheit gibt das folgende: Sind in Abb. 348 die Holundermarkkugeln je 10 mg schwer, sind die fast gewichtslosen Fäden 50 cm lang und werden die Kugeln so geladen, daß sie sich um 10 cm voneinander entfernen, so trägt jedes zehn solcher Einheiten. Auf einer Glasstange, die man mit Seide reibt, sammeln sich viele Hunderte dieser Einheiten. Wir können durch verschieden starkes Reiben oder auf irgendeinem anderen Wege Ladungen verschiedener Größe erzeugen und können auch messen, wieviel solcher Einheiten eine gegebene Ladung enthält.

Die Frage nach der Kraft, die zwei elektrisierte Körper aufeinander ausüben, hat zuerst COULOMB experimentell beantwortet. Er benutzte dazu die Drehwaage (S. 342). Das von ihm gefundene Gesetz, welches für die ganze Elektrizitätslehre fundamentale Bedeutung besitzt, lautet: Enthält der eine Körper e_1 Einheiten, der andere e_2 , und ist ihr gegenseitiger Abstand r cm, so ist die Kraft, mit der sie, nur durch Luft (genauer: durch einen luftleeren Raum) getrennt, einander abstoßen (oder anziehen):

$$f = \frac{e_1 \cdot e_2}{r^2}.$$

Enthält also jeder Körper 10 Einheiten, und ist ihr gegenseitiger Abstand 1 cm, so ist die Kraft, mit der sie einander abstoßen (oder anziehen) $f = 10 \cdot 10/1^2 = 100$ Dyn; ist der Abstand 2 cm, so ist $f = 10 \cdot 10/2^2 = 25$ Dyn. Das COULOMBSche Gesetz sagt also aus: Die Kraft, mit der zwei punkartige, mit Elektrizität geladene Massen einander abstoßen oder anziehen, in Kräfteinheiten ausgedrückt, ist gleich dem Produkt aus der Anzahl Ladungseinheiten, dividiert durch das Quadrat des gegenseitigen Abstandes in Zentimeter. Abstoßung und Anziehung bezeichnet man durch die Vorzeichen Plus und Minus: die Abstoßung durch das Pluszeichen. Das Gesetz gilt nur für *ruhende* Elektrizitätsmengen (statische Ladungen).

Wir haben der Einfachheit halber die Elektrizitätsmengen auf *punktartigen* Körpern angenommen, aber die Wirklichkeit kennt nur ausgedehnte, und an solchen hat COULOMB das Gesetz mit der Torsionswaage auch entdeckt. Die Arbeit mit der Drehwaage wird durch viele Störungen erschwert, die die Beweiskraft des experimentellen Ergebnisses beeinträchtigen. Aber *streng* bewiesen wird das Bestehen des Gesetzes durch *mathematische* Überlegungen, die an eine andere evidente Tatsache anknüpfen [313, Eimerversuch von FARADAY].

Ist von den beiden Körpern nur einer punktförmig, der andere aber räumlich ausgedehnt, so muß nach der COULOMB-Formel berechnet werden, wie groß die Kraft ist, die jeder Punkt dieses zweiten durch seine Ladung auf den punktförmigen ausübt. — Ist eine leitende Kugelfläche *gleichmäßig* mit der Elektrizitätsmenge e geladen, d. h. so, daß an jedem ihrer Punkte die Ladung *gleich* groß ist, so wirkt sie auf einen mit 1 El.-Einheit geladenen Punkt im Abstand a cm vom Mittelpunkt (außerhalb) gerade so, wie wenn ihre ganze Ladung in ihrem Mittelpunkt konzentriert wäre, also mit e/a^2 Dyn. Nehmen wir die Ladung der Kugel z. B. gleich 12 Einheiten an und den Kugelradius gleich 1 cm, so erfährt der geladene Punkt in 10 cm Abstand vom Kugelmittelpunkt die Einwirkung $e/a^2 = 12/100 = 0,12$ Dyn. Ebenso finden wir: hat der Punkt vom Kugelmittelpunkt den Abstand 9, 8 . . . 2, 1 cm, so erfährt er die Einwirkung $12/9^2 = 0,15$, $12/8^2 = 0,19$. . . $12/2^2 = 3$, $12/1^2 = 12$ Dyn.

In Abb. 358 sind diese Werte durch eine Kurve (die untere) zusammengefaßt: die mit 10, 9, 8 . . . bezeichneten Punkte der Geraden 1—10 bedeuten den mit der Einheit geladenen Punkt in 10, 9, 8 . . . cm Abstand vom Mittelpunkt, die in ihnen senkrecht errichteten Strecken geben durch ihre Länge die Dyn (0,12, 0,15, 0,19 . . . 12) an, die die Kugel auf den Punkt in dem jeweiligen Abstände ausübt. — Sind *mehrere* Körper gleichzeitig vorhanden, die aufeinander einwirken, so wird die Berechnung der gegenseitigen Einwirkung außerordentlich verwickelt und ist nur in wenigen Fällen vollkommen durchführbar.

304. Elektrisches Potential. Um nun die Energie oder Arbeitsfähigkeit elektrischer Ladungen zu berechnen, betrachten wir zunächst einen Körper K , der positiv geladen sei und der unbeweglich und allein irgendwo im Raume aufgestellt sei, möglichst weit weg von allen anderen Körpern. Wir wollen nun einen zweiten Körper K' , der die positive Einheitsladung trage, in seine Nähe bringen. Dazu müssen wir offenbar eine Arbeit leisten, denn K stößt K' ab, da beide gleichnamig elektrisch sind. Diese Arbeit ist gleich dem Produkt aus der abstoßenden Kraft und der Länge des Weges, längs deren man sie überwinden muß. Wir können sie berechnen, da wir ja aus dem COULOMBSchen Gesetz die Kraft ermitteln können. Freilich sind solche Berechnungen im allgemeinen sehr schwierig, da die Kraft sich ja dauernd ändert, wenn der Körper K' dem Körper K immer näher kommt. Wir werden uns daher zunächst auf Betrachtungen allgemeiner Art, die aber von grundsätzlicher Bedeutung sind, beschränken und erst später zeigen, wie in Einzelfällen eine Berechnung der Kraft tatsächlich durchführbar ist. Die positive Elektrizitätseinheit sei anfangs unendlich weit von dem Körper entfernt. (So weit weg, daß die abstoßende Kraft, die sie von ihm her erfährt, gleich 0 oder so gut wie 0 ist. Für die Praxis kann dieser Abstand als „unendlich“ gelten.) Nun bringe man die Einheitsladung auf irgendeinem Wege in einen Punkt P des elektrischen Feldes: dazu muß man Arbeit A leisten.

Überläßt man dann im Punkte P die Einheit sich selbst, oder vielmehr der ungehinderten Einwirkung des abstoßenden Körpers, so wird sie von dem Körper bis in unendlichen Abstand abgestoßen werden. Dabei *leistet* sie denselben Betrag A an Arbeit, den man vorher aufgewendet hat. Dadurch, daß man sie aus dem unendlichen Abstände in den Punkt P — eine *neue* Lage relativ zu dem sie abstoßenden Körper — gebracht hat, hat man ihr somit einen gewissen Betrag an *potentieller* Energie verschafft. Man benutzt diese in Beziehung zum Punkte P stehende Arbeitsgröße dazu, den Punkt P des Feldes zu charakterisieren und sagt: im Punkte P des elektrischen Feldes herrscht das *Potential* A . Man nennt also *Potential eines Punktes* die Arbeit, die man leisten muß, um die positive Ladungseinheit aus unendlichem Abstand an diesen Punkt in dem Felde des positiv geladenen Körpers zu bringen.

Man mache sich klar: man muß stets die gleiche Arbeit leisten, um die Einheit aus unendlichem Abstand nach P zu bringen, *gleichgültig auf welchem Wege* man sie dorthin bringt. Wäre diese Arbeit nämlich auf einem Wege W_1 größer als auf einem anderen, W_2 , so würde die Einheit, wenn sie den Weg W_1 zurückginge, auch mehr Arbeit zurückerstatten, als wenn sie den Weg W_2 zurückginge. Würde man also die Einheit über W_2 *hin*befördern und über W_1 *zurück*gehen lassen, so würde man mehr Arbeit zurück-erhalten, als man aufgewendet hat. Das verstieße aber gegen das Gesetz von der Erhaltung der Energie. Wieviel Arbeit dazu gehört, um die positive Elektrizitätseinheit aus unendlichem Abstand in den Punkt P des Feldes zu bringen, kann danach nicht *von dem Wege* dahin abhängen, sondern nur davon, wo P liegt. Das heißt: in einem gegebenen Punkte P des elektrischen Feldes hat das Potential stets einen bestimmten Wert und nur *diesen einen*.

Man kann die Ladungseinheit — wir verstehen darunter stets eine mit $+1$ El.-Einheit geladene Molekel — dem geladenen Körper aus der Unendlichkeit von unendlich vielen Seiten her nähern. Es bedeute z. B. in Abb. 355 die stark ausgezogene Linie die Begrenzung des geladenen Körpers, und es seien die auf diese Begrenzung zulaufenden Linien einige Wege, auf denen die Ladungseinheit aus der Unendlichkeit herangeführt werden kann. Bringt man dann die Einheit etwa nach B , so muß man eine gewisse Arbeit P leisten. Das heißt: in B herrscht ein Potential von der Größe P . Nähert man sie dem Körper noch mehr, etwa bis C , so muß man eine noch größere Arbeit leisten, und eine *noch* größere, um sie nach D zu bringen. Das heißt: das Potential von C ist größer als das von B , und das von D noch größer als das von C . Lassen wir die Ladungseinheit, wenn wir sie nach C gebracht haben, los, so unterliegt sie lediglich der abstoßenden Kraft des geladenen Körpers; sie *entfernt* sich also wieder von ihm.

Ersetzt man den positiv geladenen Körper — wir nennen ihn K — durch einen *negativ* geladenen K' und bringt man dann wieder eine *positiv* geladene Molekel an den Rand des Feldes, so zieht K' die Molekel zu sich heran. Dabei verstehen wir unter dem Rand des Feldes die Grenze, an der die Wirkung des Körpers K' *praktisch erloschen* ist, bleiben uns dabei aber bewußt, daß sich das

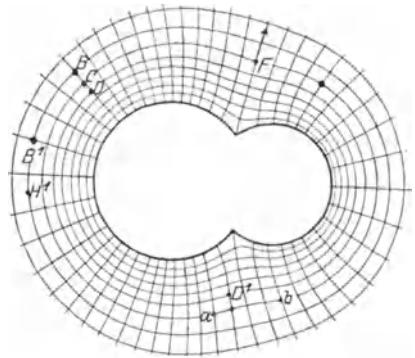


Abb. 355. Niveaulinien und Kraftlinien im Felde eines elektrisch geladenen Körpers.

Feld *in Wirklichkeit* bis in die Unendlichkeit erstreckt. Wenn die geladene Molekel ungehindert der Kraft folgen kann, die K' auf sie ausübt, so bewegt sie sich jetzt vom Rande des Feldes nach dem *Innern* (im vorher behandelten Falle hat sie sich von dem Innern des Feldes nach dem *Rande* bewegt). Um sie von einem Punkte P des Feldes *zum Rande zurückzuschaffen*, müssen wir also die anziehende Kraft überwinden, die K' auf die Molekel ausübt; wir müssen dazu eine Arbeit leisten, und zwar eine um so größere, je größer der Abstand jenes Punktes vom Rande ist. Diese Arbeit ist, wenn die Molekel wieder mit $+1$ El.-Einheit geladen ist, genau so groß wie diejenige Arbeit, die wir würden leisten müssen, um die Molekel *vom Rande aus* nach dem Punkte P hinzuschaffen, wenn K' *positiv* geladen wäre, und die wir das Potential des Punktes genannt haben. Der Gegensatz zwischen den Arbeiten, die wir in den beiden Fällen leisten, ist derselbe, wie wenn wir das eine Mal (wo wir *Abstoßung* zwischen dem Körper K und der Molekel überwinden) eine Sprungfeder zusammendrücken, das andere Mal (wo wir *Anziehung* überwinden) eine Sprungfeder auseinanderzerren. Die geladene Molekel offenbart den Gegensatz zwischen den beiden Fällen dadurch, daß sie, an einem Punkte P des Feldes sich selbst überlassen, im ersten Falle von P aus die Richtung *zum Rande* des Feldes hin einschlägt, im zweiten Falle die entgegengesetzte. Mit Bezug auf den Feldpunkt P drücken wir den Gegensatz dadurch aus, daß wir sein Potential im ersten Falle positiv nennen, im zweiten Falle negativ.

Aber zwischen $+$ und $-$ liegt irgendwo die Null. Was bedeutet das Potential Null? Antwort: das Potential der *Erde*. Die Erde ist ein Leiter. Wird ihr Elektrizität zugeführt, so lädt sie sich, sie muß also, wie *jeder* geladene Körper, andere geladene Körper anziehen oder abstoßen, muß also ein Potential haben. Da sie eine ungeheure Ausdehnung hat, bleibt ihr Potential ungeändert, wieviel Elektrizität sie auch aufnimmt oder abgibt — sie ist in dieser Beziehung wie ein Wärmereservoir von ungeheurer Größe, dessen Temperatur sich nicht ändert, gleichviel, wieviel Wärme es aufnimmt oder abgibt. Aus diesem Grunde benützt man den Wert ihres unveränderlichen Potentials als „Nullpunkt“, wie man die Temperatur des schmelzenden Eises als Nullpunkt benützt, ohne aber damit sagen zu wollen, daß das schmelzende Eis überhaupt keine Temperatur oder die Erde kein Potential hat. Wir benützen das Potential der Erde als *Potentialmarkstein*: wir *nennen* ein Potential positiv, wenn es *darüber*, und negativ, wenn es *darunter* liegt.

Aber wie erfahren wir, ob das Potential eines Punktes über oder unter dem der Erde liegt? Ganz ähnlich, wie wir erfahren, ob die Temperatur einer Wärmequelle über oder unter der des schmelzenden Eises liegt. Bringt man z. B. eine Metallkugel, die man daraufhin untersuchen will, in ein Quecksilberbad, das die Temperatur des schmelzenden Eises hat, und fließt Wärme *von der Kugel* zum Quecksilber (was man am Steigen eines Thermometers in dem Quecksilberbade erkennt), so liegt die Temperatur der Kugel *über* 0° . Fließt Wärme *vom Quecksilber* zur Kugel, so liegt die Temperatur der Kugel *unter* 0° , und findet *kein* Wärmeaustausch statt, so ist die Temperatur der Kugel *gleich* der des schmelzenden Eises. Ganz ähnlich verhält es sich mit der Elektrizität: sie fließt von selber nur vom höheren zum niedrigeren Potential, und darauf gründet sich unser Verfahren, zu ermitteln, ob ein Potential über oder unter dem der Erde liegt.

Wir besitzen Instrumente, die anzeigen, ob in einem Draht, der zwei Punkte leitend verbindet, die Elektrizität fließt oder nicht, können also erkennen, ob das Potential der beiden Punkte verschieden ist oder nicht. Auch die *Richtung* des Fließens zeigen die Instrumente an, sie zeigen also, *welcher* von den Punkten das höhere Potential hat. Ein solches Hilfsmittel zeigt uns, ob das Potential eines geladenen Körpers oder eines Punktes des elektrischen Feldes über oder unter dem der Erde liegt. Verbinden wir den Körper durch einen Draht leitend mit der Erde, und fließt Elektrizität *zur Erde*, so liegt sein Potential *über* dem der Erde, wir nennen es dann positiv; fließt Elektrizität von der Erde *zu dem Körper*, so ist es negativ; fließt sie überhaupt nicht, so hat der Körper dasselbe Potential wie die

Erde, d. h. das Potential Null. — Das Potential eines gegebenen Körpers interessiert uns aber nur ausnahmsweise mit Bezug auf das der Erde, sondern gewöhnlich mit Bezug auf das eines anderen Körpers oder Punktes des *elektrischen Feldes*, es handelt sich ja immer um Wechselwirkungen zwischen *irgend* zwei geladenen Körpern, und nur ausnahmsweise ist einer davon die Erde. Bei einer solchen Messung benutzt man also das Potential des einen der beiden Körper als Nullpunkt, und man mißt, wie hoch oder wie tief unter ihm das Potential des anderen liegt.

Es ist ungefähr so, wie wenn uns nur die Temperaturdifferenz zweier Körper *gegeneinander*, nicht die Temperaturdifferenz jedes einzelnen gegen schmelzendes Eis interessierte. Die Temperatur eines Zimmers z. B. interessiert uns gewöhnlich nur relativ zur Temperatur unseres Körpers, d. h., nur die Temperaturdifferenz zwischen dem Zimmer und unserem Körper interessiert uns. Wir erfahren sie ziffernmäßig nur auf dem Umwege in ihrer Beziehung zu 0°, denn die Thermometer sind so eingerichtet. Aber Potentialdifferenzen zwischen zwei Punkten kann man direkt messen, indem man die Punkte durch ein Elektrometer miteinander verbindet. Man erfährt so die *Differenz* der Potentiale, die *jeder* von ihnen relativ zu dem der Erde hat; wir sagen kurz: man mißt ihre *Potentialdifferenz*. Man nennt diese Größe oft auch *Spannungsdifferenz*, oder *Spannung* schlechthin.

305. Einheit der Potentialdifferenz. Um nach Maß und Zahl anzugeben, wie weit über oder unter dem Potential der Erde das Potential eines gegebenen Punktes liegt, benutzt man die *Potentialeinheit*. Diese „Einheit“ ist für Potentialmessungen das, was „ein Grad“ für Temperaturmessungen ist. Um ihre Definition zu verstehen, erinnere man sich, daß das Potential eine Arbeit ist und daß man die Arbeit in Erg mißt (S. 34). Mit dem Erg definieren wir nun die Einheit des Potentials so: Irgendwo befinde sich ein isolierter geladener Körper; muß man *ein* Erg leisten, um eine mit der *Elektrizitätseinheit* geladene Molekel von der Erde aus auf diesen Körper zu schaffen, so liegt das Potential des Körpers um *eine Potentialeinheit* über dem der Erde; der Körper hat dann „das Potential Eins“. Aus gewissen Gründen, auf die wir erst später eingehen können, benützt man zur Messung der in der Praxis vorkommenden Potentiale resp. Potentialdifferenzen den 300. Teil dieser Einheit, man nennt ihn *ein Volt*, definiert also: $1 \text{ Volt} = 1/300 \text{ Potentialeinheit}$.

In welcher Größenordnung sich die Potentialdifferenzen in der Praxis bewegen, zeigen folgende Beispiele: Die Potentialdifferenz zwischen den Polen der galvanischen Elemente beträgt 1–2 Volt. Um elektrische Glühlampen zum Leuchten zu bringen, muß man die Endpunkte ihres fadenförmigen Körpers auf eine gewisse Potentialdifferenz bringen: die an die Elektrizitätswerke angeschlossenen Lampen sind meist so gebaut, daß sie zum normalen Leuchten eine Potentialdifferenz beanspruchen, die zwischen 100 und 120 Volt liegt, oder so, daß sie zwischen 200 und 240 Volt liegt. Um Straßenbahnwagen elektrisch zu betreiben, muß man die Schienen und den über dem Wagen mit den Schienen parallel gezogenen Draht, den Fahrdrath, auf eine gewisse Potentialdifferenz bringen, man benützt dazu gewöhnlich etwa 500 Volt.

Alle Instrumente, welche zur Messung von Potentialdifferenzen bestimmt sind und unmittelbare Ablesung der Voltzahl gestatten, heißen *Voltmeter*. Es gibt solche, die auf elektromagnetischen Prinzipien beruhen und erst später besprochen werden können [351.]; andere aber benutzen die elektrostatische Anziehung oder Abstoßung zwischen geladenen Körpern, sind also ähnlich gebaut wie die bereits S. 341 besprochenen Elektrometer. Auch das Quadrantelektrometer wird zum Voltmeter, wenn man seine Skala in Volt eicht. Beim Gebrauch verbindet man das Gehäuse des Elektrometers mit dem einen, das Aluminiumblatt mit dem anderen der beiden Körper, deren Potentialdifferenz gemessen werden soll. Das Aluminiumblatt zeigt dann durch seinen Ausschlag die Größe der Potentialdifferenz an. Wie man die Skala eines *Voltmeters* eicht, wollen wir ungefähr angeben. — Zwei entgegengesetzt geladene, unmitttelbar benachbarte Körper ziehen einander an. Die Größe der anziehenden Kraft hängt von der Größe der Potentialdifferenz zwischen beiden ab, von ihrer Form, ihrer Größe und ihrer Lage zueinander. Sind es zwei einander parallele Platten wie *A* und *B* in Abb. 351, und sind ihre Größe und ihr Abstand voneinander bekannt, so kennt man (aus der Theorie) den Zusammenhang der

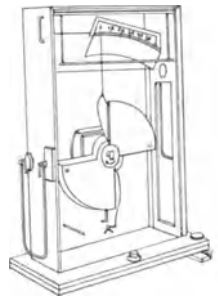


Abb. 356. Statisches Voltmeter für hohe Spannungen.

anziehenden Kraft mit den anderen Größen. Es sei z. B. B gleich 100 cm^2 , und der Abstand zwischen A und B in der Ruhelage der Wage sei $0,5 \text{ cm}$. Lädt man dann A und B derart, daß B sinkt, und sind dann 721 mg^* auf der rechten Wagschale erforderlich, um die Wage wieder ins Gleichgewicht zu bringen, so besteht zwischen A und B eine Potentialdifferenz von 2000 Volt . Um nun die Skala des Elektrometers zu eichen, verbindet man das Gehäuse mit der einen, das Aluminiumblatt mit der anderen der beiden parallelen Platten und verzeichnet auf der Skala 2000 Volt , wenn die Wage einspielt.

Abb. 356 zeigt ein statisches Voltmeter, mit dem man hohe Spannungen (1000 Volt und mehr) messen kann.

306. Flächen gleichen Potentials. Kraftlinien. Zunächst interessiert uns die Frage, ob ein gegebener Punkt des elektrischen Feldes dasselbe oder ein anderes Potential hat als ein anderer gegebener Punkt. Ganz so wie man ermittelt, ob das Potential eines Punktes über oder unter dem der Erde liegt, findet man, daß z. B. viele Punkte in dem Felde *dasselbe* Potential haben wie der Punkt B , d. h., daß es außer B noch viele Punkte gibt, die für die positive Einheit *ebenfalls* mit dem Arbeitsaufwand P zu erreichen sind. Sucht man diese Punkte alle auf, so findet man, daß sie eine Fläche bilden, die den Leiter wie eine Schale umgibt; ebenso findet man eine Fläche, deren Punkte alle dasselbe Potential haben, das C hat, usw. Jede solche Fläche heißt *äquipotentielle* Fläche oder Niveaufläche. Auch die Oberfläche des isolierten Leiters ist eine Niveaufläche. Die Elektrizität ist ja unserer Annahme nach (S. 340) auf ihm in *Ruhe*. Die Punkte seiner Oberfläche müssen also alle dasselbe Potential haben, denn sonst würde ja die Elektrizität von den Punkten höheren Potentials zu denen niedrigeren Potentials fließen.

Die Umgebung des Leiters ist von solchen Flächen durchzogen, sie umschließen einander wie die Schalen einer Zwiebel. Es sind freilich nur mathematische Gebilde, aber wir übersehen mit ihrer Hilfe gewisse Vorgänge im Felde besser, als es ohne sie möglich wäre. Wir leiten zunächst einige *allgemeine geometrische* Eigenschaften über Richtung und Stärke der elektrischen Kraft mit Hilfe der Niveauflächen ab. Der Körper werde in D' (Abb. 355) sich selbst überlassen, er geht dann (S. 345, unten) zu einem Punkt, der ein kleineres Potential hat als D' , verläßt also die durch D' gehende Niveaufläche vom Leiter *weg* randwärts. Aber in welcher Richtung? Er steuert auf irgendeinen Punkt derjenigen Niveaufläche C , die randwärts der durch D' gehenden unmittelbar benachbart ist (in der Zeichnung der Anschaulichkeit halber von der durch D' gehenden beträchtlich getrennt). Aber auf *welchen* Punkt steuert er zu? Auf a oder auf b oder auf welchen sonst? — Da er frei beweglich ist, geht er natürlich *in der Richtung* der Kraft, die im Punkte D' auf ihn wirkt. Diese Kraft wirkt nur, wie wir wissen, zwischen Punkten *ungleichen* Potentials. Wirksam kann sie daher nur *senkrecht* zur Niveaufläche sein. Eine schief dazu gerichtete Kraft hätte eine Komponente, die in die Niveaufläche fällt, tangential dazu (die also Punkte gleichen Potentials verbindet, d. h. solche, zwischen denen keine Kraft wirksam ist), und eine, die senkrecht dazu gerichtet ist — *diese allein ist wirksam*. Kurz: der Weg, den der punktförmige Körper einschlägt, ist in jedem *Punkte* seiner Bahn *senkrecht* zu *der Niveaufläche* gerichtet, durch die er gerade hindurchtritt. Abb. 355 zeigt solche Bahnkurven. Jede bedeutet den *Weg* des positiv geladenen Körpers durch das Feld dem Feldrande zu. Jede gibt zugleich in jedem ihrer Punkte die Richtung der elektrischen *Kraft* in dem betreffenden Feldpunkte, sie heißt daher *Kraftlinie*. Zieht man in dem betreffenden Punkte die Tangente, so wird deutlich, wie verschieden die Richtung der Kraft in den einzelnen Feldpunkten ist.

Wie *groß* ist nun die elektrische Kraft senkrecht zu einer Potentialfläche? Um die Kraft zu finden, die die geladene Molekel von D nach C treibt, gehen wir

auf die Definition des Potentials zurück. P_C sei die Arbeit, die wir leisten müssen, um eine mit der Elektrizitätseinheit geladene Molekel aus unendlichem Abstände (einfacher: vom Rande des Feldes) nach C zu schaffen, P_D die größere Arbeit, um sie vom Feldrande nach D zu schaffen. (P_C und P_D sind also die Potentiale in C und in D .) Um sie, wenn sie in C angelangt ist, noch nach D zu schaffen, müssen wir also zu der bereits geleisteten Arbeit P_C noch so viel Arbeit leisten, daß P_C auf P_D anwächst, d. h., um sie von C nach D zu schaffen, müssen wir die Arbeit $P_D - P_C$ leisten; der Weg, auf dem es geschieht, ist (S. 345) gleichgültig. Dieselbe Arbeit $P_D - P_C$ leistet nun die elektrische Kraft an der mit der Elektrizitätseinheit geladenen Molekel, wenn sie diese von D nach C treibt. Das ist die Größe der Kraft, wenn die Molekel mit einer Elektrizitätseinheit geladen ist. Enthält sie e Einheiten, so ist die Arbeit, die die elektrische Kraft leistet, wenn sie die Molekel von einem Orte mit dem Potential P_D zu einem solchen mit dem Potential P_C überführt, e mal so groß, also $e(P_D - P_C)$.

Sind für das ganze elektrische Feld die Niveauflächen und die Kraftlinien ermittelt, wie z. B. in der Abb. 355, so ist das Feld gleichsam topographisch aufgenommen. Für Punkt F z. B. gibt die Richtung der durch ihn gehenden Kraftlinie die Richtung an, in der sich das geladene Körperchen bewegt. Und weiter: Denken wir uns die Niveauflächen der Abb. 355, die wir aus praktischen Gründen nicht für alle Potentialwerte auftragen können, so angenommen, daß die Potentialwerte von einer Fläche zur nächsten um gleichviel verschieden sind, so erkennt man, daß dieses Körperchen, um dieselbe Potentialdifferenz zu durchlaufen, nahe am Leiter nur kürzere Strecken zu durchlaufen braucht, als wenn es von dem Leiter bereits weiter entfernt ist. Auf einer Landkarte würde das bedeuten, daß das Gefälle an der einen Stelle stärker ist als an der anderen. — Vergleicht man den geladenen Leiter mit einer Wärmequelle, so haben die Niveauflächen ihr Seitenstück in den Flächen gleicher Temperatur, die die Wärmequelle umgeben: zu jeder Fläche gehört eine bestimmte Temperatur, für jeden ihrer Punkte dieselbe, aber von Fläche zu Fläche ist die Temperatur verschieden; auf Flächen, die der Wärmequelle näher liegen, ist sie größer als auf entfernteren; Linien, die auf jeder Fläche senkrecht stehen, geben an jeder Stelle die Richtung des Wärmestromes an, und der Abstand je zweier (längs dieser Linie gemessen), zwischen denen 1° Temperaturunterschied herrscht, mißt das Gefälle des Wärmestromes.

307. Beispiele für Kraftlinien. Niveauflächen und Kraftlinien in speziellen Fällen zu ermitteln, ist überaus schwierig. Nur an zwei einfachen Beispielen wollen wir ihre Form erläutern.

Der Leiter sei eine positiv geladene Kugel (Abb. 357), und das Feld erstrecke sich um ihn ins Unendliche. Wir nähern ihm die positiv geladene Molekel auf dem Wege, der durch einen Radius der Kugel gegeben ist, etwa bis P . Dazu müssen wir eine Arbeit einer gewissen Größe leisten — das Potential des Feldes im Punkte P . Wir hätten eine ebenso große Arbeit leisten müssen, wenn wir die Molekel dem Leiter auf einem anderen Radius bis auf denselben Abstand genähert hätten. Das heißt: dasselbe Potential, das in P herrscht, herrscht in allen Punkten, die denselben Abstand, radial gemessen, von der Kugel haben wie P , also auf der Kugelfläche mit dem Radius CP um C . Diese Kugelfläche ist also eine äquipotentielle Fläche oder Niveaufläche. Offenbar ist das jede Kugelfläche um C . Zu jeder gehört ein bestimmtes Potential, das in jedem ihrer Punkte herrscht. Aber von Fläche zu Fläche ist das Potential anders: auf der Fläche R kleiner als auf der Fläche P , auf der Fläche Q aber größer als auf der Fläche P , da eine kleinere Arbeit nötig ist, die Molekel nur bis auf den Abstand CR , als bis auf den kleineren CQ an die Kugel heranzubringen.

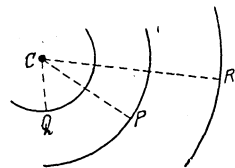


Abb. 357. Niveaufläche und Kraftlinien im Felde einer geladenen Kugel.

Ebenso übersichtlich wie die Form der Niveaulächen ist hier die Form der Kraftlinien: die Kraftlinien stehen senkrecht zu den Niveaulächen, das sind hier aber Kugelflächen; die Kraftlinien sind also hier die Radien der Kugelflächen, gerade Linien, die durch den Mittelpunkt C gehen.

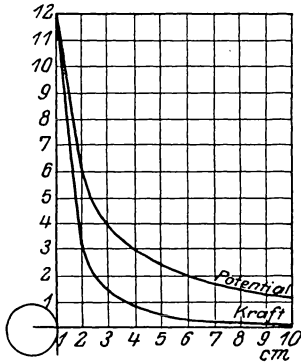


Abb. 358. Zur Veranschaulichung des Potentials in einem gegebenen Felde.

Wir sind nun über Form und Lage der Kraftlinien und der Niveaulächen unterrichtet und können nach der Größe des Potentials in einem gegebenen Punkte fragen. Angenommen, es seien e Elektrizitätseinheiten gleichmäßig über die Kugeloberfläche verteilt. Die Rechnung lehrt dann — wir gehen darauf nicht ein —, daß das Potential in einem Feldpunkte, der um die Strecke a vom Kugelmittelpunkt absteht, gleich e/a ist. Der Sinn dieser Zahl ist: um die mit der positiven Elektrizitätseinheit geladene Molekel aus unendlichem Abstände der mit der positiven Elektrizitätsmenge e geladenen Kugel bis auf den Abstand a cm vom Mittelpunkt zu nähern, ist die Arbeit e/a Erg nötig. Nehmen wir (wie auf S. 344) die Ladung $e = 12$ Elektrizitätseinheiten und den Kugelradius mit 1 cm an, so muß man, um die Molekel der Kugel bis auf 10 cm Abstand vom Mittelpunkt zu nähern, die Arbeit $12/10$ Erg leisten, d. h. der Punkt in 10 cm Abstand vom Kugelmittelpunkt hat das Potential 1,2. Ebenso finden wir: der Punkt hat

im Abstand 9 8 6 4 3 2 1¹⁾ cm vom Kugelmittelpunkt das Potential 1,33 1,50 2,00 3,00 4,00 6,00 12,00.

Besonders interessiert der häufig vorkommende Fall, daß zwei gleich stark und entgegengesetzt geladene Körper gleichzeitig vorhanden sind, deren Felder ineinander greifen (Abb. 359). A und B bedeuten die beiden Körper, Punkt P gehört beiden Feldern an. Ist die Elektrizitätsmenge bekannt, mit der jeder der beiden Körper geladen ist, so kann man für jeden Feldpunkt, dessen Abstand von A und B gegeben ist, sein Potential auf A und B berechnen und daraus das Potential, das er in dem aus beiden Feldern zusammengesetzten Felde hat.

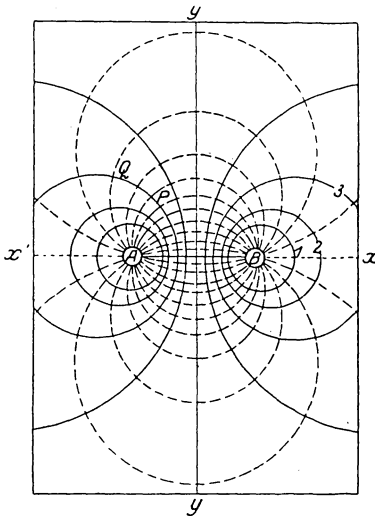


Abb. 359. Das Feld zweier benachbarter gleich starker, aber entgegengesetzter Ladungen.

Diese Rechnung sei durchgeführt, und daraus seien die Potentialflächen konstruiert. Wir legen nun eine Horizontalebene durch die Körper A und B , in Abb. 359 die Ebene der Zeichnung. Diese Ebene durchschneidet das Feld und somit die Potentialflächen, und es entstehen gewisse Kurven. Die stark ausgezogenen Kurven 1, 2, 3 usw. stellen diese Schnitte dar; die Punkte der Kurve 1 haben alle dasselbe Potential, ebenso die Punkte der Kurve 2 untereinander usw. Denken wir uns von dem positiv geladenen Körper A elektrisch geladene Molekeln ausgehend, so werden sie sich von A aus, dem Punkte des höchsten Potentials, wegbewegen nach Punkten niedrigeren Potentials hin, bis sie den Punkt des tiefsten Potentials erreicht haben, d. h. bis nach B , und zwar bewegen sie sich dabei längs der Kraftlinien, wie das S. 348 erläutert worden ist. Die punktierten Kurven der Abb. 359 (sie durchschneiden die einzelnen Kurven gleichen Potentials sämtlich unter einem rechten Winkel) sind diese Kraftlinien; sie geben die Wege an, auf denen sich die Elektrizitätsmolekeln von A nach B bewegen — wir sagen: auf denen die Elektrizität von A nach B fließt.

Wir haben dabei nur von positiv geladenen Molekeln gesprochen, aber eine negativ geladene, die von B ausgeht, oder die man an irgendeinen Punkt des Feldes bringt und dann sich selbst überläßt, bewegt sich natürlich auf denselben Kraftlinien, nur in der Richtung, die der Bewegung der positiv geladenen Molekel entgegengesetzt ist; für die negativ geladene Molekel liegt das größte Potential in dem negativ geladenen Körper B , und es nimmt den Kraftlinien entlang in der Richtung auf A hin ab. Zum Verständnis der Wege, auf denen der Elektrizitätstransport vor sich geht, genügt es, eine von beiden Elektrizitätsarten ins Auge zu fassen.

¹⁾ Also auf der Oberfläche der Kugel.

Da sich ein geladener Körper im elektrischen Felde stets „bergab“, d. h. vom höheren zum niederen Potential bewegt, erkennt man auch die Bedingung, unter der zwei geladene Körper zueinander hin- oder voneinander weggehen (wir sagen: einander anziehen oder abstoßen). *A* und *B* der Abb. 359 seien wieder zwei punktförmige gleich stark und in *gleichem* Sinne, etwa positiv, geladene Körper. Um eine mit +1 El.-Einheit geladene Molekel dem Körper zu nähern, muß man offenbar, wenn man das von *y* oder *y'* her tut, mehr Arbeit leisten, als wenn man es von *x* oder *x'* her tut. Das heißt folgendes: Das Potential ist zwischen *A* und *B* am größten, es *wächst* in der Richtung von *x* und *x'* her nach den beiden Körpern hin. Macht man *A* und *B* genügend leicht beweglich und überläßt sie sich selbst, so bewegen sie sich, da sie sich dann „bergab“ bewegen, nach *x* und *x'* hin, sie entfernen sich also voneinander — wir sagen: sie stoßen einander ab. Sind *A* und *B* *entgegengesetzt* geladen, so nehmen die Potentialwerte beider Felder rings um *A* und *B* ab, beide Felder aber am stärksten nach der Mitte von *A* und *B* hin; auf der Linie *y y'* ist das Potential 0. Das heißt: die Felder fallen *nach dieser Linie* hin viel stärker ab als nach außen. Macht man *A* und *B* wieder genügend beweglich, so bewegen sie sich beide dort hin, sie nähern sich einander — wir sagen: sie ziehen einander an. — *A* und *B* verhalten sich in diesen beiden Fällen gerade so wie zwei Massen, die man das eine Mal so wie in Abb. 360 a, das andere Mal so wie in Abb. 360 b auf eine gekrümmte Bahn bringt und dann lediglich der Wirkung der Schwere überläßt: sie fallen beide Male bergab, aber das eine Mal voneinander weg, das andere Mal zueinander hin.



Abb. 360.

308. Elektrisierung durch Induktion. (Influenz.) Die Tatsache, daß sich zwei Körper infolge ihrer Elektrisierung zueinander hin oder voneinander weg bewegen, beweist, daß die Elektrizität imstande ist, Massen zu bewegen (*ponderomotorisch* zu wirken). Ursprünglich (bis FARADAY) hielt man das für eine Wirkung, bei der das Medium zwischen den beiden Körpern gar nicht mitwirkt, so daß jeder auf den anderen „unvermittelt“ wirkt („in die Ferne“). Unterstützt wurde diese Vorstellung durch die Tatsache, daß man einem leicht bewegbaren Körper (z. B. einem pendelartig aufgehängten), und zwar einem *noch nicht elektrisierten*, einen elektrisierten Körper sogar nur zu *nähern* braucht, um ihn zu bewegen. Die erste Beobachtung (THALES), daß Bernstein, mit einem Tuche gerieben, leichte Körperchen, wie Korkschnitzel, zu sich heranzieht, wird sogar als die am längsten bekannte elektrische Erscheinung genannt. — Danach *scheint* ein elektrischer Körper sogar auch auf einen *nicht* elektrisierten *in die Ferne* einzuwirken. Tatsächlich kommt aber die Bewegung auch hier so zustande wie dort, wo zwei Körper einander anziehen, die vorher aneinander gerieben und dann getrennt worden waren: der unelektrisierte Körper wird zunächst auch elektrisiert, nämlich durch die Annäherung des elektrisierten — man sagt durch Induktion (oder Influenz) geladen —, und dann ziehen beide einander an.

Wir haben nach dieser Auffassung: erst *Elektrisierung* als Wirkung „in die Ferne“ und dann *Bewegung* als Wirkung „in die Ferne“. Abb. 361 zeigt einen darauf bezüglichen Fundamentalversuch. Ein unelektrischer isoliert aufgestellter Leiter *A*, etwa ein Messingzylinder auf einem Glasfuß, wird der geladenen Kugel *B* genähert. An den Enden von *A* hängen mit ihm leitend verbundene Pendelpaare aus sehr leichtem Stoffe. Man beobachtet dann:

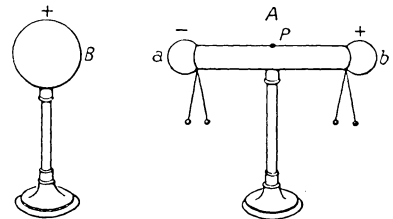


Abb. 361. Anordnung des Fundamentalversuches der Elektrisierung durch Influenz.

1. Jedes Pendelpaar schlägt aus und zeigt dadurch Ladung an beiden Enden des Leiters *A* an.
2. Das der Kugel *fernere* Pendelpaar zeigt (bei der S. 341 besprochenen Untersuchung) *dasselbe* Ladungsvorzeichen an wie die Kugel, das der Kugel

nähere entgegengesetztes. Kurz: der Leiter *A* ist an den entgegengesetzten Enden entgegengesetzt geladen.

3. Der Ausschlag der Pendelpaare wird kleiner, je mehr man sie nach der Mitte des Zylinders rückt, und ist an gewissen Punkten des Zylinders Null. Dort ist also überhaupt keine Ladung vorhanden. Die Gesamtheit dieser Punkte, ungefähr in der Mitte des Zylinders, bildet die *neutrale Linie*.

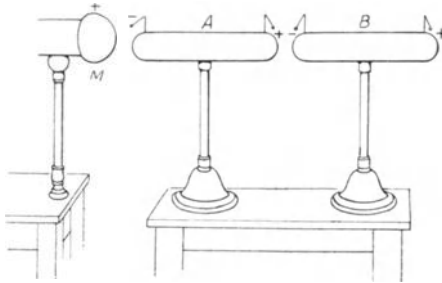


Abb. 362. Zur Elektrisierung durch Induktion.

4. Entfernt oder entlädt man die Kugel, so fallen die Pendel zusammen, der Zylinder wird also wieder unelektrisch; die beiden entgegengesetzten Ladungen waren also gleich groß.

5. Leitet man den Zylinder zur Erde ab, gleichviel ob an dem der Kugel nahen Ende oder dem fernen, so fällt das Pendelpaar *b* zusammen, d. h. es *verschwindet* die der Kugelladung *gleichsinnige* Ladung. Die andere Ladung bleibt bestehen; sie wird von der *induzierenden* Elektrizität *gebunden*.

6. Entfernt man die Kugel erst, nachdem man den Zylinder abgeleitet hat, so schlägt auch das Pendelpaar *b* wieder aus, und zwar mit derselben Ladung wie das Pendelpaar *a*. Jetzt ist also die *ganze* Oberfläche des Zylinders der Kugel entgegengesetzt geladen.

7. Stellt man mehrere Leiter hintereinander auf, Abb. 362, so verhält sich jeder wie der der Kugel zunächststehende.

309. Dichte der Elektrizität. Daß das elektrische Pendel nicht an allen Punkten des Zylinders *gleich* stark ausschlägt, zeigt, daß nicht an allen Punkten die Ladung gleich groß ist. Sie ist an den Enden des Zylinders am größten, auf der neutralen Linie Null und hat mittlere Werte an Punkten zwischen der neutralen Linie und den Zylinderenden. In diesem Sinne spricht man von *Dichte* der Elektrizität in einem Punkte. Trotz der Verschiedenheit der Dichte ist die Elektrizität auf der Oberfläche des Zylinders in Ruhe, nachdem sich die positive und die negative Elektrizität geschieden haben, ein Beweis, daß an allen Punkten der Oberfläche das *Potential gleich* groß ist. Das ist auf den ersten Blick sehr erstaunlich. Der Punkt *P* (Abb. 361) z. B. soll, obwohl in ihm die *Dichte* der Elektrizität Null ist, doch ein von Null verschiedenes *Potential* haben, d. h. es soll Arbeit dazu gehören, ihm, der keine Ladung enthält, eine mit der positiven Elektrizitätseinheit geladene Molekel zu nähern. Aber man muß sich vergegenwärtigen, daß seine Nachbarn geladen sind, daher die Molekel abstoßen und *ihrerseits* zur Annäherung der Molekel an jenen Punkt Arbeit fordern.

Auch auf einem alleinstehenden geladenen Körper ist die Dichte der Elektrizität an den verschiedenen Punkten seiner Oberfläche im allgemeinen verschieden. Ihre Form ist darauf von Einfluß: eine Kugel hat an der Oberfläche überall die gleiche Dichte, ein Zylinder an den Enden größere als in der Mitte, eine Scheibe an den Rändern stärkere als in der Mitte der Oberfläche, ein Kegel am Rande des Mantels stärkere als an den Seiten, die stärkste aber an der Spitze.

Eine Spitze nimmt in dieser Beziehung überhaupt eine Sonderstellung ein. Infolge der großen Dichte der Elektrizität in einer Spitze wird die Luft an der Spitze *leitend*, infolgedessen geht die Elektrizität direkt auf die Luftmolekeln über, die nun der ponderomotorischen Kraft folgen und sich von der gleichnamig geladenen Spitze entfernen. An ihre Stelle treten

andere und andere, so daß die Spitze andauernd Elektrizität abgibt und eine andauernde Luftbewegung um sich herum unterhält. Die Luftbewegung kann sich bis zu einem deutlichen Winde steigern und sogar Bewegung erzeugen (Abb. 363 a). Die Spitze wirkt aber auch *ladend*. Bringt man einen spitzen geladenen Körper *A* (Abb. 363 b) einem ungeladenen

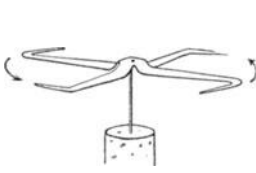


Abb. 363 a.

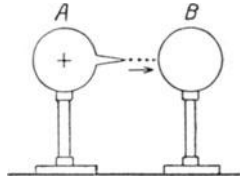


Abb. 363 b.

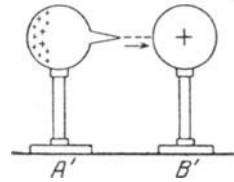


Abb. 363 c.

Wirkung einer elektrisch geladenen Spitze.

B sehr nahe, so führt dieser Luftstrom die Ladung auf den ungeladenen, so daß sich *A* entlädt und *B* lädt. — Bringt man dagegen (Abb. 363 c) einen ungeladenen spitzen Körper *A'* einem geladenen nahe, so wird in *A'* durch Induktion negative und positive Elektrizität erzeugt. Die negative fließt aus der Spitze zu dem Körper *B'* hin und entlädt ihn allmählich, und auf *A'* bleibt allein positive Elektrizität übrig. Es ist also, wie wenn die Ladung von *B'* einfach auf *A'* übertragen worden wäre. Man sagt: die Spitze hat diese Ladung *aufgesaugt*. — Die zerstreue und die aufsaugende Wirkung der Spitzen verwendet der Blitzableiter (Abb. 363 d), der die Elektrizität der Atmosphäre aufsaugen und durch die dazu bestimmte Leitung entladen soll. — Eine andere Anwendung werden wir an den Elektrisiermaschinen kennen lernen.

310. Bindung und Rückbindung der Elektrizität durch Induktion. Wir haben gesehen, daß durch die Influenzwirkung der geladenen Kugel *B* (Abb. 361) auf dem zunächst ungeladenen Körper *A* die dort in gleichen Mengen vorhandene positive und negative Elektrizität voneinander getrennt werden. Die positive Elektrizität wird nach der einen, die negative nach der anderen Seite des Körpers *A* verschoben. Diese Trennung geht vor sich, ohne daß *A* und *B* weder

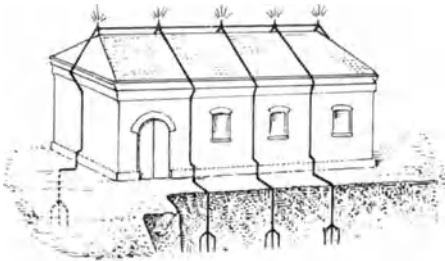


Abb. 363 d. Wirkung einer elektrisch geladenen Spitze (Blitzableiter).

direkt noch indirekt — etwa durch einen Draht — in Verbindung gebracht zu werden brauchen. Die Ladung wirkt also, wie es scheint, *in die Ferne*, nur bewegt sie hier nicht eine Masse, sondern Elektrizität — man sagt: die Ladung wirkt *elektromotorisch*. Sind die induzierten Körper genügend leicht beweglich, so setzt die induzierende Elektrizität sie auch in Be-

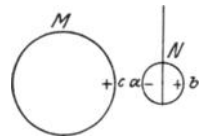


Abb. 364. Zur Elektrisierung durch Influenz.

wegung. Aber die Elektrizität wirkt *erst* elektromotorisch, macht dadurch die Körper elektrisch und wirkt *dann* ponderomotorisch. Macht man (Abb. 364) eine Glaskugel *M* durch Reiben mit Seide positiv elektrisch und nähert man sie dann einem unelektrischen, leicht beweglich aufgehängten Körperchen *N*, so wird das Körperchen zunächst durch Induktion elektrisch. Die Ladung der Glaskugel zieht die negative *a* des induzierten Körpers wegen des kürzeren Abstandes von ihr stärker an, als sie die weiter entfernte positive *b* abstößt; deswegen *zieht* das Glas *den Körper an*. Bei der nun eintretenden Berührung wird die negative Ladung des Körpers von einem entsprechenden Quantum der positiven Ladung der Glaskugel unwirksam gemacht. Die auf

dem Glase im Überschuß befindliche positive Ladung hat es nun allein mit der positiven Ladung des induzierten Körpers zu tun, d. h. sie *stößt* infolgedessen *den Körper von sich ab*. Man sieht diese Anziehung und die bald darauf erfolgende Abstoßung, wenn man eine Siegellackstange oder einen Gegenstand aus Hartgummi mit Wolle reibt und dann Papierschnitzeln oder ähnlichen leicht beweglichen Körpern nähert. Ähnlich erklärt sich die Bewegung jedes Körperchens in der Nähe eines elektrisierten Körpers, gleichviel ob es elektrisch oder unelektrisch ist, z. B. auch die Tatsache, daß ein *positiv* geladener Körper von der Glaskugel, die doch selber *positiv* ist, bisweilen *angezogen* wird, nämlich dann, wenn die durch Induktion erzeugte negative Ladung und die damit bewirkte Anziehung durch die Glaskugel stark genug ist, die Abstoßung (durch die bereits vorhandene positive Ladung) zu überwiegen.

Anscheinend also auch hier eine Wirkung „in die Ferne“. Induktion erfolgt sogar auch dann, wenn wir (Abb. 365) zwischen den induzierenden Körper e und den induzierten $a b$ eine Glasplatte d bringen. Induktion erfolgt überhaupt durch jeden isolierenden Körper hindurch — er sei fest, flüssig oder gasförmig,

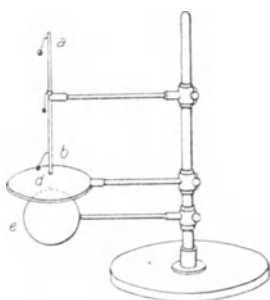


Abb. 365. Zur Elektrizierung durch Influenz.

z. B. auch durch die atmosphärische Luft hindurch. Wenn die auf B befindliche Ladung (Abb. 361) auf A wirklich unvermittelt einwirkte, A also lüde, ohne daß etwas anderes dabei im Spiele wäre als A und B , dann müßte es gleichgültig sein, womit der Zwischenraum zwischen ihnen ausgefüllt ist. Aber die Zwischensubstanz spielt in quantitativer Beziehung eine wichtige Rolle. Um das zu übersehen, kehren wir zu dem S. 352 unter 5. beschriebenen Vorgange zurück.

Die von der positiv geladenen Kugel B auf den Körper A induzierte negative Ladung ist so stark gebunden, daß sie auch dann nicht abfließt, wenn man B durch einen Draht zur Erde ableitet; nur die positive Elektrizität fließt in diesem Falle ab. Dieser Bindung

von Elektrizität durch Induktion wenden wir jetzt unsere Aufmerksamkeit zu. Wir werden dabei Methoden und Apparate (Kondensatoren) kennen lernen, die es ermöglichen, Elektrizität in gewissem Sinne anzusammeln und die aus diesem Grunde in Theorie und Praxis — z. B. in der drahtlosen Telegraphie — eine große Rolle spielen. Wir werden auch sehen, wie sehr alle Induktionsvorgänge durch den Isolator beeinflußt werden, der den Raum zwischen den aufeinanderwirkenden elektrischen Körpern ausfüllt.

„Bindung“ ist stets *wechselseitig*. Die *induzierte* Elektrizität hat daher Einfluß auf die *induzierende*: sie bindet ihrerseits einen Teil davon (*Rückbindung*) und macht ihn dadurch nach außen wirkungslos. Die Kraft, die der induzierende Leiter nach *außen* ausübt, z. B. die Abstoßung auf eine positive Ladungseinheit, die man ihm nähert, wird dadurch viel schwächer, als sie vorher war, weil er nach außen nun nicht mehr seine ganze Kraft verfügbar hat, sondern nur denjenigen Teil, den er nicht zur Bindung der induzierten Elektrizität braucht. Mit anderen Worten: sein Potential ist gesunken. Er muß aufs neue Elektrizität aufnehmen, ehe sein Potential die frühere Größe hat.

Wie die *Ansammlung* infolge der Bindung möglich wird, ist nun verständlich. Eine Quelle positiver Elektrizität werde — gleichviel wie — andauernd, auch wenn sie Elektrizität abgibt, auf konstantem Potential erhalten. Wir verbinden (Abb. 366) den Leiter A mit ihr; dann strömt so lange positive Elektrizität durch die leitende Verbindung nach A , bis A dasselbe

Potential hat wie die Elektrizitätsquelle. Nun werde A dem Leiter B genähert. Die positive Elektrizität auf A bindet die negative auf B und stößt dessen positive zur Erde ab. Dadurch, daß ein Teil der positiven Ladung auf A rückgebunden ist, sinkt das Potential von A , und es kann aufs neue positive Elektrizität auf A einströmen. Durch die neueingeströmte Elektrizität wird in B aufs neue negative Elektrizität nach der einen Seite gezogen, positive nach der anderen abgestoßen. Wird diese abgestoßene Elektrizität wieder zur Erde abgeleitet, so wiederholt sich der Vorgang der Bindung und der Rückbindung aufs neue. Das Potential von A sinkt aufs neue, und A muß aufs neue Elektrizität aufnehmen, um sein Potential auf die frühere Höhe zu bringen.

Das geht aber nicht etwa ins Unendliche fort. Nicht alle Elektrizität auf A wird durch Rückbindung nach außen wirkungslos, sondern nur ein Teil. Der Rest bleibt frei, und daher wächst bei jeder neuen Verbindung des Leiters mit der Elektrizitätsquelle der Betrag an freier Elektrizität, und schließlich erreicht A sein früheres Potential wieder, obwohl er die Elektrizität von B gebunden hält. A enthält dann zweifellos mehr Elektrizität als vorher, obwohl sein Potential dasselbe geblieben ist.

Die Zahl, die angibt, wievielmals mehr Elektrizität er enthält als vorher, ehe ihm der zur Erde abgeleitete Leiter genähert wurde, heißt *Verstärkungszahl*. Entfernt man diesen Leiter wieder, so wird die bisher gebundene (oder besser: rückgebundene) Elektrizität frei, und das Potential von A steigt. Man kann also in einfacher Weise einen Leiter auf ein viel höheres Potential aufladen, als die Elektrizitätsquelle besitzt, durch die die Ladung erfolgt. Von diesem Verfahren macht man Gebrauch, um z. B. in dem Goldblattelektroskop (Abb. 367) ein Potential zu verstärken, das ohne Verstärkung gar nicht oder nur undeutlich angezeigt würde.

Man befestigt auf dem die Goldblättchen tragenden Stabe l eine Metallplatte N , bedeckt sie oben mit einer Firnissschicht und setzt darauf eine zweite Metallplatte M mit einem isolierenden Handgriff. N verbindet man dann mit der Elektrizitätsquelle, M mit der Erde (Abb. 367 links). Wir haben dann die vorhin zur Erläuterung der Bindung und der Ansammlung der Elektrizität benutzte Anordnung. N entspricht dem Leiter A , der mit der Elektrizitätsquelle verbunden ist, M dem Leiter, in dem die Elektrizität durch Influenz erzeugt und, trotz der Ableitung des Leiters zur Erde, gebunden wird, die Firnissschicht zwischen N und M der Luftschicht zwischen A und B . Hebt man nun die Verbindungen zwischen N und der Elektrizitätsquelle auf, und entfernt man M , so wird die ganze in N gebundene Elektrizität frei und übt auf die Goldblättchen eine Wirkung aus, die um so größer ist, je größer die Fläche der beiden Metallplatten und je dünner die Firnissschicht ist.

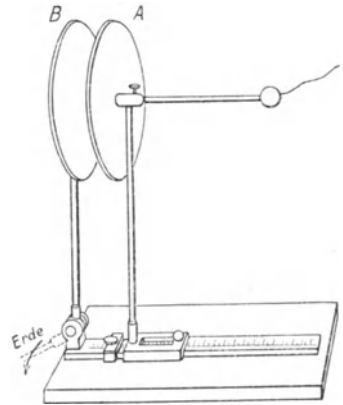


Abb. 366. Verstärkungsapparat (Kondensator der Elektrizität).

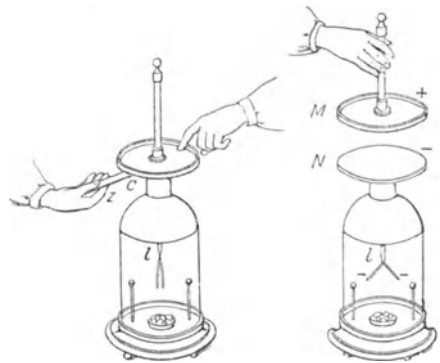


Abb. 367. Bindung und Rückbindung der Elektrizität.

311. FARADAYS Anschauung über die Induktion. Lädt sich die Platte A (Abb. 366) zu einem gegebenen Potential V , während sie von B nur durch Luft

getrennt ist, so nimmt sie eine gewisse Menge Elektrizität auf. Füllt man dann den Zwischenraum zwischen ihr und B durch Paraffin oder durch Glas oder durch einen anderen isolierenden Stoff aus, so nimmt sie eine größere Elektrizitätsmenge als vorher auf, um dasselbe Potential zu erreichen. Die aufgenommene Elektrizitätsmenge ist verschieden groß, je nach der Natur des benutzten Zwischenmediums. Diese Beobachtungen, welche mit der ursprünglichen Vorstellung von der unmittelbaren Fernwirkung elektrischer Kräfte nicht mehr vereinbar waren, haben FARADAY zu neuen Anschauungen über das Wesen der Induktion geführt, die auch heute noch grundsätzliche Bedeutung haben.

FARADAY geht davon aus, daß ein magnetisierter Stahlstab, den man in zwei Stücke bricht, stets zwei neue Magnete liefert. Jeder von ihnen hat ebenfalls

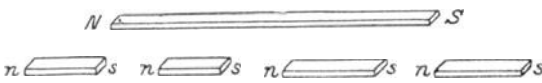


Abb. 368. Zur Beschaffenheit des Magneten.

einen Nordpol und einen Südpol (Abb. 368). (Wir nehmen hier vorweg, daß ein Magnet zwei Pole hat, Nordpol und Südpol, und daß der Nordpol eines Magneten den Nordpol eines anderen

abstößt, aber den Südpol anzieht, und der Südpol eines Magneten den Südpol eines anderen abstößt, aber den Nordpol anzieht.) Man kann sich den Magnetstab NS aus einer Reihe von kleinen Magneten ns hergestellt denken, die Magnetisierung des Stahlstückes also auf die Magnetisierung der *Molekeln* selber zurückführen.

FARADAY nimmt nun an, daß infolge der Elektrisierung des Leiters in dem angrenzenden *Isolator*, den er als *Dielektrikum* bezeichnet, ein elektrischer Spannungszustand entsteht. In den Molekeln des Isolators bilden sich dabei positive und negative Pole aus, die ihrerseits auf die angrenzenden Leiter einwirken.

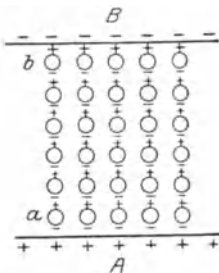


Abb. 369. Zur Erläuterung der dielektrischen Polarisation.

Es sei A ein positiv, B ein negativ geladener Leiter und ab eine von A zu B reichende Molekelreihe des Isolators. Haben sich in den Molekeln die Pole ausgebildet — FARADAY nennt diesen Zustand *dielektrische Polarisation* — dann wenden je zwei Nachbarmolekeln derselben Reihe einander entgegengesetzte Pole zu und ziehen einander an, und die Enden a und b der Reihe ziehen A und B an. Die Molekelreihe ab bildet also infolge ihrer Polarisation gleichsam ein Band, das sich zusammenzuziehen und die elektrisierten Körper A und B einander zu nähern strebt; und dasselbe tut jede andere Molekelreihe, die von A nach B hinüberreicht. In der Richtung AB herrscht somit ein Kontraktionsbestreben.

Der Spannungszustand, in den der Isolator gerät, ist eine Haupteigenschaft des elektrischen Feldes. Die Linien, denen entlang die Moleküle des Isolators durch Induktion oder Polarisation einander anziehen, sind nichts anderes als die Kraftlinien, längs deren sich eine frei bewegliche, geladene Molekel durch das elektrische Feld hindurch von einem Leiter zum anderen bewegt. Diese Kraftlinien werden im allgemeinen nicht geradlinig verlaufen, sondern mehr oder weniger stark gekrümmt. Dabei ist es im wesentlichen gleichgültig, ob der Zwischenraum zwischen den beiden Leitern mit Luft gefüllt ist, oder ob an ihre Stelle irgendein anderer fester flüssiger oder gasförmiger Isolator tritt. Alle diese Erkenntnisse brachten FARADAY von der damals herrschenden Vorstellung einer unmittelbaren Fernwirkung elektrischer Kräfte ab: er ersetzte diese Vorstellung durch eine Theorie, nach der die Kraftwirkung durch die dielektrische

Polarisation des Zwischenmediums übertragen wird. Hören wir, was er selbst hierüber sagt:

„Unter den Folgerungen, die sich aus der Anschauung, daß Induktion ein molekularer Vorgang sei, ableiten lassen, und die, ihr eigentümlich, am besten für oder wider die Richtigkeit dieser Theorie zeugen können, ist, glaube ich, die vermutete Wirkung in *krummen* Linien für jetzt die wichtigste. Denn wenn diese sich in unzweideutiger Weise dartun ließe, so sehe ich nicht, wie die alte Theorie einer nur in geraden Linien erfolgenden Wirkung in die Ferne bestehen, oder wie man den Schluß, daß gewöhnliche Induktion eine Wirkung aneinander grenzender Teilchen sei, abweisen könne.“ Und an anderer Stelle: „Die von einem elektrischen Körper ausgehende und in die Ferne sich äußernde Kraft kann man sich unter dem Bilde von Kraftlinien vorstellen. Diese Linien oder die durch sie repräsentierten Kräfte bleiben erhalten, solange sie sich in einem isolierenden Medium befinden oder dasselbe durchsetzen. Sie setzen sich so lange fort, bis sie auf leitende Substanz treffen, auf der sie einen dem ihres Ursprungsortes entgegengesetzten Zustand von äquivalentem Grade erregen, und so findet ihre Isolation eine Grenze, oder sie setzen, wenn ein solcher Körper nicht vorhanden ist, ihren Lauf fort.“

FARADAY beweist immer wieder durch neue Tatsachen: bei der Polarisation ist das Dielektrikum das Entscheidende, der Leiter spielt nur als *Begrenzung des Dielektrikums* eine Rolle dabei. Ladung eines *Leiters* bedeutet danach: Ladung der *Grenzflächen des Dielektrikums*. Im *Inneren* des Dielektrikums neutralisiert die positive Ladung der einen Molekel die negative ihres Nachbarn auf der Kraftlinie. Das Innere ist daher ohne Elektrisierung, wo aber das Dielektrikum an den Leiter grenzt, nehmen wir die Ladung *wahr*, und zwar als *Ladung des Leiters*. In einer Kraftlinie, z. B. der Molekelreihe *ab* (Abb. 369), bedeuten der Anfangspunkt auf dem Leiter *A* und ihr Endpunkt auf dem Leiter *B* *Ladungen*, und zwar *zusammengehörige*; es sind „korrespondierende“ Punkte.

312. Nur die Oberfläche von Leitern enthält Ladung. Sind die korrespondierenden Punkte auf der Oberfläche der Leiter *wirklich* Anfang und Ende der Kraftlinien? Entspringt die Kraftlinie nicht vielleicht im *Inneren* des einen Leiters und endet im *Inneren* des anderen? Zur Beantwortung dient die Tatsache, daß ein Leiter, auf dem die Elektrizität in Ruhe ist, nur an seiner Oberfläche geladen ist, aber nicht im Innern.

Sehr anschaulich zeigt das eine von CAVENDISH stammende Versuchsanordnung (Abb. 370). *M* ist eine isoliert aufgestellte geladene Metallkugel, *N* und *N'* sind an isolierenden Griffen befestigte Kugelschalen, die aneinandergefügt eine Hohlkugel bilden, in die *M* genau hineinpaßt. Setzt man *N* und *N'* über *M* aneinander, so daß das Ganze eine Kugel mit einer aufgelegten Metallhaut bildet, und entfernt man dann *N* und *N'* wieder, so ist *M* frei von Elektrizität, und die Ladung von *N* und *N'* zusammen ist gleich der vorherigen Ladung von *M*.

Abb. 371 zeigt eine ähnliche Versuchsanordnung, nur wird hier die Kugel nicht auf ihrer ganzen Oberfläche von der umschließenden Metallhaut berührt, sondern sie steht mit ihr nur an dem *einen* Punkte in Verbindung, an dem der Draht *M* sie mit ihr verbindet; aber der Erfolg ist der gleiche wie vorhin. — Beide Versuche beweisen jedenfalls, daß im Inneren metallischer Körper, gleichgültig ob sie hohl oder mit leitender Materie erfüllt sind, elektrische Ladungen

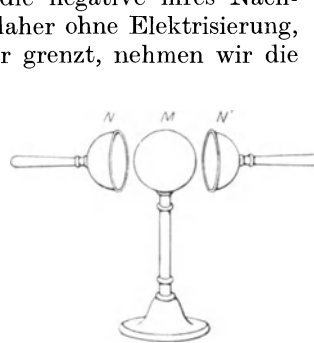


Abb. 370.



Abb. 371.

Versuch zum Beweise, daß ein geladener Leiter nur auf seiner Oberfläche Ladung hat.

nicht auftreten können. — FARADAY machte auch einen dahinzielenden Versuch in großem Maßstabe. Er baute eine Kammer in Gestalt eines Würfels von 12 Fuß Kantenlänge, bedeckte die Seiten mit gut leitendem Material, isolierte ihn vom Boden und lud ihn sehr stark.

„Ich stellte ein empfindliches Goldblatt-Elektrometer in den Würfel und lud das System mehrmals hintereinander durch eine äußere Zuleitung sehr stark; allein weder während der Ladung noch nach der Entladung zeigte das Elektrometer oder die Luft im Innern die geringste Spur von Elektrizität . . . Ich begab mich in den Würfel und verweilte darin mit brennenden Kerzen, Elektrometern und allen anderen zur Prüfung elektrischer Zustände dienenden Mitteln, ohne den geringsten Einfluß auf sie, noch irgendeine besondere Erscheinung an ihnen wahrnehmen zu können, obschon während der ganzen Zeit die Außenseite des Würfels stark geladen war und große Funken und Büschel aus allen Teilen seiner Außenfläche hervorschoßen.“ (Exper. Res. 1173, 1174.)

313. FARADAYS Eimerversuch. Elektrische Schirmwirkung. Besonders beweisend ist der *Eimerversuch* von FARADAY (Abb. 372). *A* sei ein isoliertes elektrizitätsfreies Metallgefäß, ein Eimer, *B* ein darauf passender, an einer isolierenden Schnur hängender Metalldeckel, *E* ein Goldblattelektroskop und *C* eine isoliert an *B* hängende Metallkugel. Man lädt *C* z. B.

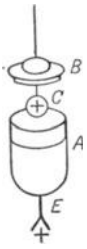


Abb. 372. Der Eimerversuch von FARADAY zum Beweise, daß ein Leiter nur auf seiner Oberfläche geladen ist.

positiv. Setzt man dann den Deckel auf das Gefäß, so daß sich *C* in einem geschlossenen Raum befindet, aber ohne dessen Wände zu berühren, so lädt sich das Gefäß *A* durch Influenz mit Elektrizität, das Elektroskop zeigt positive an. Leitet man die Außenseite ab, so fallen die Elektroskopplättchen zusammen; zieht man aber die Kugel heraus, so schlagen sie wieder aus, jetzt mit negativer Elektrizität, und zwar ebenso stark wie vorher mit positiver — ein Beweis, daß die beiden auf *A* durch Influenz erzeugten Ladungen gleich stark waren. Entfernt man nun auch *diese* Ladung und setzt den Deckel mit der Kugel auf das Gefäß, so daß *E* wieder positive Elektrizität anzeigt, läßt aber nun die Kugel *C* (an dem Faden, der durch eine Öffnung im Deckel hindurchgeht) bis auf den Boden des Eimers herab, so daß sie *durch Leitung* Elektrizität an das Gefäß abgibt, so zeigt sie sich, wenn man sie herauszieht, *vollkommen entladen*. — Während die Kugel den Eimerboden berührt, ist aber — und *darauf* kommt es hier

an — der Ausschlag der Elektroskopplättchen unverändert geblieben. Die negative Ladung der Innenseite ist also der positiven der Kugel an Menge gleich — die positive Ladung der Außenseite war aber an Menge auch gleich der negativen der Innenseite, sie ist also auch an Menge gleich der der Kugel. Man kann somit die auf der Außenseite von *A* befindliche Ladung geradezu als die ursprünglich auf der Kugel *C* befindliche ansehen. Durch die Berührung der Kugel mit dem Eimerboden ist somit die *ganze* Ladung der Kugel auf die äußere Oberfläche des Gefäßes übergegangen, und das Innere des Gefäßes ist vollkommen frei von Elektrizität. Aus der Tatsache, daß eine Metallkugel nur auf der Oberfläche elektrische Ladung tragen kann, im Inneren aber völlig unelektrisch bleibt, läßt sich das COULOMBSche Gesetz, das experimentell nur sehr schwer zu beweisen ist, mit mathematischer Strenge ableiten: Würde nämlich die Kraft, welche zwei elektrische Ladungen aufeinander ausüben, nicht proportional mit dem Quadrat ihres gegenseitigen Abstandes abnehmen, sondern proportional irgendeiner anderen Potenz des Abstandes, so wäre eine ausschließliche Verteilung der Ladung auf der Oberfläche nicht möglich. Selbst wenn diese Potenz nur um einen winzigen Bruchteil eines Prozentes von 2 abweiche, ließe sich dies durch Versuche der beschriebenen Art leicht nachweisen.

Da nun ein geladener Leiter, auf dem die Elektrizität in Ruhe ist, nur an der *Oberfläche* geladen ist, so kann eine Kraftlinie nur an der Oberfläche eines Leiters entspringen resp. enden. Aber die zusammengehörigen Enden einer Kraftlinie können niemals auf *demselben* Leiter liegen, auf dem die Elektrizität in Ruhe ist, denn längs einer Kraftlinie hat ja das Potential von Punkt zu Punkt einen anderen Wert, könnte also die Elektrizität nicht in Ruhe sein. Ein Leiter, den man, wie z. B. die Kugel *K* (Abb. 373), in das elektrische Feld bringt, unterbricht geradezu den Verlauf der Linien, die das Feld durchziehen. Ist es eine *Hohlkugel*, so ist ein Körper in ihrem Innern vor der Einwirkung des Feldes geschützt, man sagt: *beschirmt* (Schirmwirkung eines Leiters).

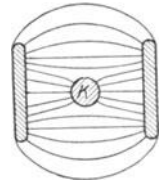


Abb. 373. Schirmwirkung eines Leiters im elektrischen Felde.

314. Dielektrizitätskonstante. Das Dielektrikum vermittelt also durch seine Polarisation die Einwirkung zweier geladener Leiter aufeinander. In FARADAYS Sinne interpretiert, wird danach das *elektrische Feld* von dem *Dielektrikum* getragen, das im Innern polarisiert und an den Grenzen, d. h. den Leitern, positiv und negativ geladen ist. Je dünner die Schicht des Dielektrikums ist, die die beiden Ladungen voneinander trennt, desto enger sind die beiden Ladungen *aneinander* gebunden, und desto geringer ist ihre Wirkung nach *außen* auf andere Körper. Wenn man z. B. Glas und Seide aneinander reibt und miteinander in Berührung läßt, wirken sie in dieser Stellung zueinander auf ein Elektroskop überhaupt nicht ein; erst wenn man sie voneinander trennt, wirkt jedes von beiden auf das Elektroskop ein, und zwar um so stärker, je weiter man den entgegengesetzt geladenen Körper von ihm entfernt.

Man versteht die Rolle des Dielektrikums in dem Ladungsvorgange, wenn man die aufeinander einwirkenden Körper wie in Abb. 366 anordnet, dann den Zwischenraum bald größer, bald kleiner macht und statt mit Luft mit einem anderen Dielektrikum ausfüllt. FARADAY hat als erster den Einfluß verschiedener Dielektrika auf die Ladung gemessen. Er benutzte einen Apparat, der aus zwei konzentrischen metallenen Kugelschalen bestand (Abb. 374), von denen die innere *A* mit der Elektrizitätsquelle verbunden, die äußere *B* zur Erde abgeleitet war. Der Zwischenraum *C* wurde mit verschiedenen isolierenden Materialien gefüllt und jedesmal die Elektrizitätsmenge gemessen, welche nötig war, um die innere Kugelschale *A* immer auf dasselbe Potential aufzuladen. Die folgende Tabelle enthält die Zahlen, welche angeben, um wievielfach größer die Elektrizitätsmenge ist, die *A* aufnimmt, wenn man die Luft in *C* durch verschiedene andere Isolatoren ersetzt. Diese Zahlen heißen die *Dielektrizitätskonstanten* der betreffenden Isolatoren. Die Dielektrizitätskonstante der Luft ist dabei willkürlich als Einheit angenommen.

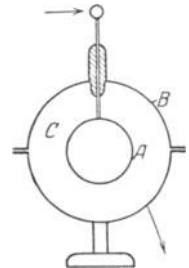


Abb. 374. Kondensator der Elektrizität.

Luft	1
Paraffin	1,8–2,3
Schellack	3,0–3,7
Porzellan	6
Glas	5–10
Alkohol	26
Wasser	81

Wie groß ist nun die Elektrizitätsmenge, die unser Apparat aufzunehmen vermag, wenn auch die Luft aus dem Zwischenraum *C* entfernt wird? Der Ver-

such lehrt, daß nur ein verschwindend kleiner Unterschied besteht, wenn C mit Luft gefüllt oder luftleer ist. Setzt man die Dielektrizitätskonstante des Vakuums gleich 1, so beträgt sie für Luft 1,0006. Viel wichtiger als dieser kleine Unterschied ist uns aber die bei diesem Versuch gewonnene Erfahrung, daß die elektrischen Kräfte sich auch durch das Vakuum hindurch geltend machen. Da nach dem

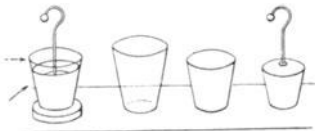


Abb. 375. Leidener Flasche.

bereits Gesagten eine unvermittelte Fernwirkung unserem physikalischen Denken widerspricht, nehmen wir die Existenz eines Mediums, des Äthers, an, der auch den luftleeren Raum erfüllt. Auf sein Vorhandensein können wir auch aus anderen physikalischen Tatsachen schließen, wie z. B. aus der Fortpflanzung des Lichtes, die ebenfalls durch den leeren Raum hindurch erfolgt. Der Äther erfüllt aber nicht nur den luftleeren Raum, sondern ist auch da zugegen, wo sich Materie befindet. Nach FARADAY vermittelt nun der Äther durch seine elektrische Polarisation die scheinbare Fernwirkung, wobei das Zwischenmedium nur insofern eine Rolle spielt, als es den Äther verschieden stark beeinflusst. Dies geht z. B. daraus hervor, daß die Dielektrizitätskonstante für verschiedene Stoffe verschieden groß ist.

315. Kondensatoren. Der Apparat der Abb. 374, mit dem FARADAY die Dielektrizitätskonstante gemessen hat, ist ein Ansammlungsapparat oder *Kondensator*. Alle Kondensatoren bestehen aus zwei Leitern, von denen der eine — der Kollektor — mit der Elektrizitätsquelle verbunden wird, der andere im allgemeinen zur Erde abgeleitet ist. Dieser zweite Leiter bewirkt durch seine Gegenwart, daß in den Kollektor mehr Elektrizität als sonst einströmt, bis er das Potential der Elektrizitätsquelle erreicht hat.

Erst wenn der Kollektor dasselbe Potential hat, hört ja die Elektrizität auf, von der Elektrizitätsquelle aus in ihn hineinzuströmen. Für praktische Zwecke ist man bestrebt, den Kondensator so zu gestalten, daß er eine möglichst große Elektrizitätsmenge aufzunehmen vermag. Man erreicht dies am besten, indem man zwei Leiter von großer Oberfläche auf möglichst kleinen gegenseitigen Abstand bringt. Auch die Natur der isolierenden Zwischenschicht ist, wie wir gesehen haben, von erheblichem Einfluß.

Die Abb. 366 und 375 zeigen zwei Formen von Ansammlungsapparaten, Abb. 366 den RIESSschen Ansammlungsapparat und Abb. 375 die Leidener Flasche. Ihre

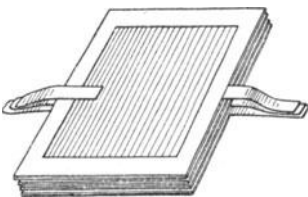


Abb. 376. Verbindung von mehreren kleineren Kondensatoren zu einem größeren.

Wirkung erklärt sich nach dem Vorangehenden von selbst. In beiden verbindet man, um ihn zu laden, den einen Leiter mit einer Elektrizitätsquelle, den anderen mit der Erde. In beiden sind die Leiter verhältnismäßig dünne Metallplatten.

Der Apparat von RIESS und die Leidener Flasche unterscheiden sich dadurch voneinander, daß in dem ersten die Leiter durch Luft und in der zweiten durch Glas voneinander getrennt sind. In der Leidener Flasche ist überdies das Glas zu einem Becher geformt, dem sich die beiden Leiter auf das Vollständigste anschmiegen. (Man muß bei der Herstellung der Flasche einen ziemlich breiten Rand des Glases frei lassen, weil die Ladungen sonst am Glase entlang kriechen und sich miteinander vereinigen.) Um einen Kondensator von sehr großer Kapazität zu schaffen, verbindet man eine größere Anzahl Kondensatoren miteinander: man schichtet z. B. gleich große Glastafeln aufeinander und zwischen je zwei ein kleineres Stanniolblatt, um einen genügend

breiten isolierenden Glasrand frei zu lassen. Schließlich verbindet man die Stanniolblätter nach dem Schema der Abb. 376. Statt des Glases (als des Dielektrikums) benützt man auch gut paraffiniertes Papier oder sehr dünne Glimmerscheiben, oft auch die atmosphärische Luft. So z. B. in dem Kondensator von variabler Kapazität; seine Tafeln bestehen aus halbkreisförmigen Blechen. Das eine System (in Abb. 377 etwa das linke) ist fest aufgestellt, das andere ist um die vertikale Achse *A* drehbar, so daß man die Bleche des drehbaren Systems durch Drehung beliebig weit in die Zwischenräume des ersten hineinschieben kann. Je weiter man sie hineindreht, desto größer wird die Kapazität des ganzen Systems.



Abb. 377. Schema eines zusammengesetzten Kondensators.

316. Elektrostatische Kapazität. Die Kondensatoren bestehen alle aus zwei *nahe* beieinanderliegenden *Leitern*, die eine *isolierende* Zwischenschicht voneinander trennt. Zwei Leiter mit einer zwischen ihnen liegenden Isolierschicht müssen daher stets als Kondensatoren *wirken*, so z. B. auch die *Kabel* (Abb. 378) der submarinen Telegraphie. Der wesentliche Teil des Kabels, die Kupferseele *A* ist mit Isoliermaterial *B* umkleidet und das Isoliermaterial zum Schutze gegen mechanische Angriffe mit einer Metallhülle *C*, der *Armaturo*. Der *Leiter C* umschließt also den *Leiter A* ganz und gar und ist von ihm durch die *Isolierschicht B* getrennt. *A*, *B* und *C* entsprechen somit in ihrer Anordnung einer sehr langen Leidener Flasche, bei der *A* den inneren, mit der Elektrizitätsquelle verbundenen Leiter bildet, *C* den äußeren, zur Erde abgeleiteten und *B* die Isolierschicht, gewöhnlich eine Schicht von geteertem Hanf oder dgl., an Stelle des Glases der Leidener Flasche. Die Kupferseele soll die telegraphischen Zeichen übertragen, man verbindet sie daher mit der Elektrizitätsquelle: die äußere Metallhülle ist zur Erde abgeleitet, da sie ja direkt auf der Erde oder im Wasser liegt.

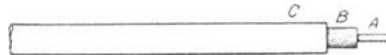


Abb. 378. Das Kabel als Kondensator.

— Bei der Verbindung von *A* mit der Elektrizitätsquelle gelangt aber nicht *alle* Elektrizität, die in *A* eintritt, an ihren Bestimmungsort; denn die einströmende Elektrizität lädt durch Influenz die *Armaturo* und bindet die Ladung, wird aber dadurch zum Teil selber gebunden. Das heißt: das Kabel *lädt* zunächst sich selber auf. Erst *dann* kommt auf der Empfangsstation Elektrizität an. Das telegraphische Signal kommt deswegen dort später an als es sollte (auf einem atlantischen Kabel um ca. $\frac{3}{4}$ Sekunden). Die Verzögerung tritt bei jedem neuen Signal von neuem ein. Die Ladungszeit hängt davon ab, wieviel Elektrizität die Kupferseele fordert, um auf das Potential der mit ihr verbundenen Elektrizitätsquelle zu kommen, hängt also ab von dem Verhältnis dieser Elektrizitätsmenge zu dem durch sie auf der Kupferseele hervorgerufenen Potential. Dieses Verhältnis nennt man die *Kapazität des Kabels*. Allgemein versteht man unter der *Kapazität c* eines Kondensators das Verhältnis der Elektrizitätsmenge *e* auf dem einen Leiter zu dessen Potential *V*, während der andere Leiter geerdet ist (das Potential Null hat). Das heißt man definiert:

$$\text{Kapazität} = \frac{\text{Elektrizitätsmenge}}{\text{Potential}} \quad \text{oder} \quad c = \frac{e}{V}.$$

Wenn wir von der Kapazität eines Kondensators sprechen, so meinen wir damit eigentlich die Kapazität des einen Leiters, falls er eine ganz bestimmte Lage zu dem zweiten Leiter hat. Entfernen wir den zweiten Leiter auf unendlichen Abstand, so wird die auf dem ersten Leiter (dem Kondensator) gebunden gewesene (rückgebundene) Elektrizität frei. Dadurch steigt ihr Potential (S. 355). In dem Bruch $\frac{\text{Elektrizitätsmenge}}{\text{Potential}}$

wird dann der Nenner größer, der Bruch wird also kleiner, d. h. die Kapazität des Leiters wird dadurch, daß wir den „geerdeten“ Leiter von ihm entfernen, kleiner. Dieselbe Elektrizitätsquelle befördert also mehr oder weniger Elektrizität in den Leiter, je nach dessen Umgebung. Oder anders: *dieselbe* *Elektrizitätsmenge* erzeugt auf dem Leiter ein anderes Potential, je nachdem in seiner Nähe ein induzierbarer Leiter steht oder nicht. Sein Potential ist am größten, d. h. seine Kapazität am kleinsten, wenn er allein für sich steht; es ist am kleinsten, d. h. seine Kapazität am größten, wenn ein zur Erde abgeleiteter Leiter dicht bei ihm steht, und sie liegt zwischen diesen beiden Werten wenn der induzierbare Leiter

zwar in seiner Nähe steht, aber nicht geerdet ist. Man ersieht daraus, daß nicht nur die eigentlichen Kondensatoren, sondern überhaupt alle Leiter Kapazität besitzen. Bei den Kondensatoren ist nur die Kapazität im allgemeinen erheblich größer als bei einfachen Leitern.

Je nach der Dielektrizitätskonstante ist die Kapazität unter sonst gleichen Bedingungen anders (s. S. 359). Setzt man die Kapazität eines Kondensators mit Luft als Dielektrikum gleich Eins, so ist die Kapazität z. B. mit Paraffin als Dielektrikum 1,8–2,3 und mit Glas (je nach der Glassorte) 5–10. Die Zahl, welche angibt, wievielmals größer die Kapazität eines Kondensators ist, wenn man an Stelle der Luft ein anderes Dielektrikum benutzt, ist eben die Dielektrizitätskonstante des betreffenden Stoffes.

Um Kapazitäten *messen* zu können, ist nötig, 1. daß man ein Maß für die Kapazität besitzt, und 2. Methoden, um mit diesem Maße zu messen, d. h. die unbekannte Kapazität des zu untersuchenden Kondensators mit der als „Einheit“ angenommenen Kapazität zu vergleichen. Die Kapazität eines Leiters ist gegeben durch das Verhältnis der auf ihm vorhandenen Elektrizitätsmenge zu dem Potential, das er durch diese Elektrizitätsmenge erhält, während seine Umgebung das Potential Null hat (s. vorige Seite). Man nennt daher die Kapazität desjenigen Kondensators *Eins*, den die *Einheit* der Elektrizitätsmenge auf die *Einheit* des Potentials lädt, während seine Umgebung das Potential Null hat.

Diese Kapazität hat — wir übergehen den Beweis — eine isoliert in Luft befindliche Kugel vom Radius 1 cm. Für Messungen benützt man eine 900 000 mal größere Einheit, das *Mikrofarad*. Sie ist selber der millionste Teil des Farad. Man gibt z. B. die Kapazität eines Kabels oder irgendeines Leiters in *soviel Mikrofarad* an. Das ist ein verhältnismäßig großes Einheitsmaß: Ein Kondensator der Form Abb. 366, dessen Platten 1 cm voneinander abstehen, und der 1 Mikrofarad Kapazität hat, müßte Platten von 1131 m² haben; ein Kabelstück der Form Abb. 378, das diese Kapazität hat, ist ungefähr 5 km lang. Eine Kugel vom Durchmesser der Erdkugel hat 700 Mikrofarad Kapazität.

In einigen Fällen kann man die Kapazität berechnen, z. B. die Kapazität eines Kugelkondensators (Abb. 374) aus den Radien der beiden Kugeln, die eines Zylinderkondensators aus der Länge des Zylinders und den beiden Zylinderradien. Im übrigen muß man die Kapazitäten messen, indem man sie nach bestimmten Methoden mit einem *Meßkondensator* vergleicht, einem seiner Kapazität nach *bekanntem* Kondensator, der die Stelle eines Maßstabes vertritt. Wie man den Meterstab in Zentimeter und Millimeter unterteilt, so unterteilt man einen Meßkondensator in Bruchteile des Mikrofarad.

317. Funkenentladung. Wir sind mit FARADAY zu der Vorstellung gekommen (S. 356), daß zwischen zwei *entgegengesetzt* geladenen Leitern sich das Dielektrikum in einem Zustand der Spannung befindet. Die Spannung des Dielektrikums kann aber durch Erhöhung der Ladung nicht ins Unendliche gesteigert werden. Wird nämlich die Ladung weiter und weiter getrieben, so fährt schließlich von dem einen Leiter zum anderen plötzlich ein Blitzstrahl, von einem Knall begleitet, durch das Dielektrikum hindurch, und im selben Augenblick sind die Ladung der Leiter und die Spannung des Dielektrikums verschwunden. Die Rückkehr der Teilchen des Dielektrikums aus ihrem Spannungszustand in den natürlichen nennt man Spannungsausgleich oder Entspannung, die blitzartige Erscheinung den elektrischen *Funken* und dementsprechend die *Art* der dabei eintretenden Entladung *Funkenentladung* (auch disruptive Entladung).

Ist das Dielektrikum ein fester Körper, z. B. Glas oder Harz, so wird es bei der Funkenentladung von einem feinen Kanal durchbohrt, und die den Funken begleitende Wärme hinterläßt ihre Spuren an dem Körper durch Schmelzung, Verbrennung oder Dampfbildung. Ist das Dielektrikum eine Flüssigkeit, z. B. Öl, oder ein Gas, so schließt sich der Weg, den der Funke genommen hat, wieder, und das Dielektrikum nimmt wieder seinen früheren Zustand an. Deswegen ist eine Flüssigkeit oder auch Luft in vielen Fällen einem festen Isolator überlegen.

„Der Vorgang scheint analog dem Zerreißen eines festen Körpers, der eine stetig zunehmende Beanspruchung erfährt. Die Analogie ist so vollkommen, daß wir, wenn wir das Verhalten von Stoffen unter der Einwirkung elektromotorischer Kraft beschreiben, dieselben Ausdrücke gebrauchen können, wie wir sie auf Körper unter der Einwirkung mechanischer

Beanspruchung anwenden. So entsprechen elektromotorische Kraft und elektrische Verschiebung gewöhnlicher Kraft und gewöhnlicher Verschiebung. Die elektromotorische Kraft, die disruptive Entladung hervorruft, entspricht der Bruchbelastung.“ (MAXWELL.)

Wir können das Dielektrikum mit einer elastischen Scheidewand W zwischen zwei Räumen A und B vergleichen, die ursprünglich *beide* Luft unter Atmosphärendruck enthalten (S. 338). Saugt man Luft aus A und befördert sie nach B , so erfährt die Wand einen Überdruck von B nach A . Treibt man den Prozeß immer weiter, so zerreißt die Wand plötzlich, und gleichzeitig stellt sich in beiden Räumen wieder der gleiche Druck wie im Anfang her. Die Räume A und B entsprechen den Leitern, die Scheidewand W dem Dielektrikum, die Verdünnung und die Verdichtung den entgegengesetzten Ladungen, das Zerreißen der Wand dem Überspringen des Funkens, und die Wiederherstellung des ursprünglichen Druckzustandes der Entladung der Leiter und der Entspannung des Dielektrikums. — Man kann *stets* eine Funkenentladung herbeiführen, wenn man die Spannung weit genug anwachsen läßt. *Wann* die Entladung eintritt, d. h. wie hoch die Potentialdifferenz zwischen den das Dielektrikum begrenzenden Leitern steigen muß, ehe sie erfolgt, das hängt von der Natur des Dielektrikums ab, von seinen Dimensionen, ferner von der Form des Leiters (Spitzenwirkung), der Glätte resp. der Rauigkeit seiner Oberfläche u. dgl.

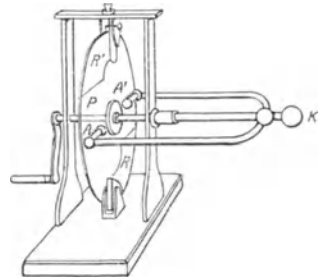


Abb. 379. Reibungselektrisiermaschine.

Die Entladung kann ganz verschiedene Formen annehmen. Die Entladung einer Spitze (S. 352, unten) im Dunkeln begleitet ein schwaches Leuchten, und aus der Spitze strahlt ein Büschel leuchtender Linien (Büschelentladung, Büschellicht). Ähnliches (Glimmentladung, Glimmlicht) zeigen im Dunkeln stark gekrümmte Stellen der Leiter. Besonderer Art ist die Entladung in verdünnten Gasen, je nach dem Grade der Verdünnung und nach der Art des Gases ist sie anders [S. 365.].

318. Reibungselektrisiermaschine. Um Elektrizität zu erzeugen, kennen wir bisher kein anderes Mittel, als die Reibung zweier Körper aneinander und die Induktion (Influenz). Auch um sie in größerer Menge zu erzeugen, können wir daher nur diese beiden Mittel anwenden. Wenn man einen Glasstab mit Seide reibt und dann beide Körper trennt, so werden sie elektrisch, das Glas positiv, die Seide negativ. Um die aneinander reibenden Teile bequemer handhaben zu können, vereinigt man sie zu der Elektrisiermaschine, deren Erfindung auf OTTO VON GUERICKE zurückgeführt wird (1660). Eine ihrer gewöhnlichsten Formen zeigt Abb. 379: An Stelle des Glasstabes tritt die Glasscheibe P , an Stelle des Seidenlappens ein Reibzeug R und R' aus Leder, dessen Reibfläche ein Amalgam aus Quecksilber, Zink und Zinn bedeckt. Anstatt das Glas festzuhalten und das Reibzeug zu bewegen, dreht man die Scheibe mit Hilfe der Kurbel zwischen den beiden fest an die Scheibe gepreßten Reibklappen. Das durch das Reibzeug positiv geladene Glas nähert sich bei der Drehung der Scheibe den Kämmen A und A' , die aus vielen feinen, bis dicht an die Glasscheibe heranreichenden Metallspitzen bestehen. Die positive Elektrizität wird von den Spitzen aufgesogen (S. 353) und dem Knopfe K zugeführt. Das sich negativ ladende Reibzeug verbindet man entweder auch mit einem Knopf, oder man leitet es zur Erde ab. Will man mit der auf dem Glase entwickelten Elektrizität einen anderen Körper laden, so muß man die Elektrizität, sobald sie entsteht, von dem Glase weg und dem Körper zuführen. Dazu eignet sich gut eine von

TYNDALL empfohlene Anordnung (Abb. 380). An dem Seidenlappen *R*, dem *Reibzeug*, sitzt ein schmaler Streifen *P* dünnen Bleches aus Kupfer oder Messing. Er ist an der einen Seite (beim Reiben, Abb. 381, dem Glase zugewendet) mit feinen Nadelspitzen besetzt, umschließt also das Glasrohr, wenn das Reibzeug

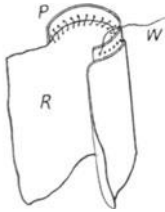


Abb. 380. Reibzeug mit Metallspitzen, die die entstehende Ladung aufsaugen und weggleiten.

darum liegt, mit einem Stachelkranz. Beim Reiben mit dem Seidenlappen gleitet der Stachelkranz dauernd an dem Teile des Rohres hin und her, der von der Seide berührt gewesen und soeben davon getrennt, also positiv elektrisch geworden ist. Die Stacheln saugen die positive Elektrizität auf (S. 353), und von ihnen gelangen sie durch den Draht *W* zu *B*. Die Saug-

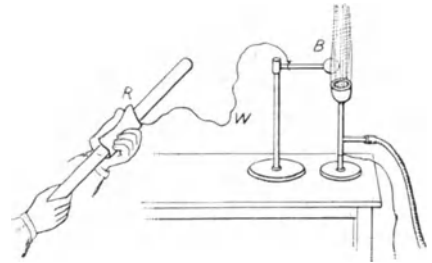


Abb. 381. Anordnung des Reibzeuges der Abb. 380 zur Gasfernzündung.

wirkung kommt dadurch zustande, daß die durch Influenz in den Spitzen erzeugte negative Elektrizität aus den Spitzen ausströmt und positive zurückbleibt, daß also die Kugel *dadurch* positiv geladen wird, daß ihr die *negative* Elektrizität *entzogen* wird.

Die Einzelheiten der Reibungselektroskopmaschine interessieren uns nicht, wohl aber die *Arbeit*, die wir beim Drehen der Maschine *aufgewendet* haben und die Leistung *der Maschine*. Es ist sehr unökonomisch, mit einer Reibungselektroskopmaschine mechanische Energie in elektrische zu verwandeln: die Energie, die man aufwenden muß, um die Scheibe zu drehen, wird zum größten Teile in *Wärme* verwandelt. Die zum Drehen erforderliche Arbeit zerfällt in zwei Teile: Erstens muß sie die Bremsung der Scheibe durch das Reibzeug überwinden, das wie ein Bremsklotz wirkt. *Dieser Teil der Arbeit wird dort, wo die Reibung stattfindet, in Wärme umgesetzt.* Zweitens muß sie die Anziehung des negativ gewordenen Reibzeuges auf die positiv gewordene Glasplatte überwinden, die ebenfalls bremsend auf die Scheibe wirkt. Das negativ geladene Reibzeug *R* sucht nämlich das positiv geladene Glas zu sich heranzuziehen, d. h. (Abb. 382) den Teil *A* der Glasplatte, der es eben verläßt und der noch seine ganze Ladung hat, *zurückzudrehen* (Pfeil *A*). Das Reibzeug zieht zwar den Teil *B* (der das meiste seiner Ladung an die Spitzen abgegeben hat und der sich ihm schon wieder nähert) in dem Drehungssinne an, den die Kurbel der Scheibe gibt (Pfeil *B*). Es zieht aber *A* sehr

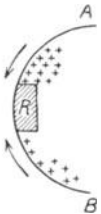


Abb. 382. Die Ladung der Scheibe erschwert durch ihre Anziehung auf die des Reibzeugs die Drehung der Scheibe.

viel stärker an, weil *A* noch seine ganze Ladung hat, *B* aber fast alles abgegeben hat. Es bleibt also ein Überschuß an bremsender Wirkung von der Elektrisierung her übrig, und dessen Überwindung erfordert ebenfalls Arbeit. Das ist der zweite der beiden Teile, in die die zum Drehen der Maschine erforderliche Arbeit zerfällt: *ihm* ist die Energie der erzeugten Elektrizität gleich; das ist aber ein verschwindend kleiner Teil der aufgewendeten Arbeit.

319. Der Elektrophor. Den Reibungselektroskopmaschinen sind in dieser Beziehung die *Influenzmaschinen* weit überlegen. Als ihr — allerdings unvollkommener — Vorläufer kann der *Elektrophor* gelten (Abb. 383), im wesentlichen

ein Isolator *I*, eine Harzplatte, Ebonitplatte od. dgl., die man durch Reibung elektrisch macht, und eine bewegliche Metallplatte *P*, die man an dem isolierenden Griffe *R* handhabt. Benutzt wird er so: Die Oberfläche der Harzplatte *I* macht man durch Reiben negativ elektrisch. Nähert man ihr den Metalldeckel *P*, so wirkt die negative Elektrizität auf den bisher unelektrischen Deckel induzierend, zieht die positive Elektrizität an die der Platte zugewendete Seite von *P* und bindet sie hier. Leitet man die negative aus dem Deckel ab, während er auf der Platte liegt, z. B. indem man ihn mit dem Finger berührt, und entfernt man den Deckel dann aus dem Anziehungsbereich der Harzplatte, so wird die gebundene positive Elektrizität frei. Der Deckel ist jetzt positiv elektrisch geladen und kann seine Ladung einem anderen zu ladenden Körper durch Leitung abgeben. Er kann nun aufs neue positiv geladen werden, indem man ihn der Harzplatte nahe bringt usw. Der Vorrat an negativer Elektrizität auf der Harzplatte *I* bleibt dabei *unangetastet*. Man kann daher die Elektrisierung des Deckels durch die Harzplatte beliebig oft wiederholen und die Ladung des Körpers steigern. Die Harzplatte lädt durch Influenz die Metallform *B*, die negative Elektrizität fließt zur Erde, die positive bindet aber die negative der Harzplatte und schützt sie vor Zerstreung und vor Ableitung auf den sie berührenden Deckel. Tatsächlich bleibt der Deckel, wenn man ihn auf die Harzplatte setzt und wieder abnimmt, ohne ihn zu berühren, ohne Ladung.

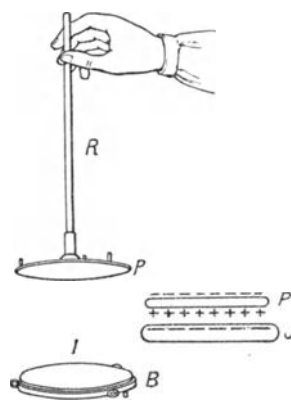


Abb. 383. Der Elektrophor.

320. Influenzelektrifiziermaschinen. Sehr wirksam als Elektrizitätsquelle ist die *Influenzelektrifiziermaschine*. Der Vorgang in ihr ist nicht sehr übersichtlich; wir besprechen deswegen zunächst eine Maschine (KUNDT), die den Übergang vom Elektrophor zu ihr vermittelt, wenn sie auch keine Influenzmaschine im üblichen Sinne des Wortes ist. Die Maschine — Abb. 384 zeigt sie von oben — besteht im wesentlichen aus einer drehbaren Glasscheibe *A*, einem isolierten, geladenen Körper *B* dicht vor der Scheibe, der stark induzierend auf sie wirkt, und — auf der anderen Seite der Scheibe — zwei diametral gegenübergestellten Metallkammern *C* und *D* zum Ausströmen und Aufsaugen von Elektrizität (durch ihre Spitzenwirkung).

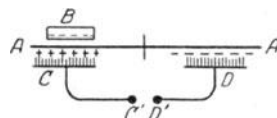


Abb. 384. Influenzelektrifiziermaschine von KUNDT.

Der negativ elektrisierte Körper *B* wirkt (durch die Scheibe hindurch) induzierend auf den Kamm *C* und zieht die positive Elektrizität in seine Zinken, während die negative sich in *C'* sammelt. Die positive Elektrizität strömt aus dem Kamm auf die Scheibe, gelangt mit der rotierenden Scheibe vor den Kamm *D*, und dieser saugt (S. 353) die positive Elektrizität auf.

Das Diagramm Abb. 385 erläutert die Maschine noch einmal. Die Scheibe *A* der Abb. 384 ist hier durch eine zum Ringe gebogene (im Pfeilsinne drehbare) Glasstange *A* ersetzt. Man kann dadurch die ganze Anordnung mit unwesentlichen Abänderungen in der Ebene der Zeichnung wiedergeben. *B* an der Außenseite des Ringes bedeutet den negativ geladenen Körper (Harzplatte), *C* und *D* innen in dem Ringe die Kämme. — Um ein Mißverständnis des Diagrammes auszuschließen, gibt Abb. 386 das entsprechende Diagramm für die Reibungselektrifiziermaschine (Abb. 379). „Vor und hinter“ der Scheibe verwandelt sich hier in „innerhalb und außerhalb“ des Ringes.

Die Glasscheibe spielt hier die Rolle, die beim Elektrophor der Deckel *P* spielt. Aber der Vorgang ist dem im Elektrophor weit überlegen. Da die Scheibe

schnell rotiert, so liegen in jedem Moment andere Punkte der Scheibe vor dem Induktor *B* und vor dem Kamme. Also fließt in *jedem* Moment Elektrizität in die Kämme, und in *jedem* Moment *sowohl* positive *wie* auch negative.

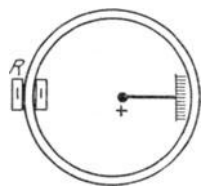
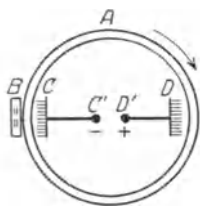


Abb. 385. Übersicht über den Vorgang in der Influenzelektriermaschine von KUNDT.

Abb. 386. Vorgang in der Reibungselektriermaschine.

Abgesehen von dem geringen Reibungswiderstand, den man bei der Drehung der leeren Scheibe zu überwinden hat, ist nur noch die Anziehung des negativ elektrisierten Induktors *B* auf die positiv geladene Scheibe zu überwinden — die mechanische Arbeit wird also fast nur gegen *elektrische* Kräfte geleistet. Die Maschine hat also einen viel besseren Wirkungsgrad als die Reibungselektriermaschine. Aber als Elektriermaschine ist die Maschine sehr mangelhaft. Erstens kann man sie natürlich nur so lange be-

nützen, als *B* seine Ladung behält, und zweitens hängt die erreichbare Leistung der Maschine davon ab, wie groß das Potential von *B* ist. Ist es klein, so ist natürlich auch die Leistung der Maschine entsprechend klein. Von diesen Rücksichten unabhängig sind die Influenzmaschinen im eigentlichen Sinne. Zur Beschreibung ihres Prinzips knüpfen wir an die KUNDTsche Maschine an.

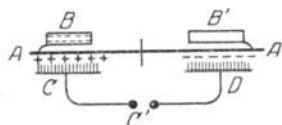


Abb. 387. Zum Aufbau der HOLTZschen Influenzelektriermaschine.

Nicht nur die dem Kamme *C* zugewendete Seite der Scheibe (im Diagramm Abb. 385 die Innenseite des Ringes) wird positiv elektrisch, sondern auch die dem Induktor *B* zugewendete, diese freilich nur schwach (die äußere Seite des Ringes). Symmetrisch zu *B*, dem Kamme *D* gegenüber, werde nun ein Körper *B'* angebracht (Abb. 387), der unelektrisch ist, aber eine Spitze hat: er saugt die mit der rotierenden Scheibe bei ihm ankommende positive Elektrizität auf und lädt sich dadurch.

Sobald er einen gewissen Betrag an Elektrizität aufgenommen hat, wirkt er der Scheibe und dem Kamme *D* gegenüber genau so wie *B*, nur schafft er *negative* Elektrizität nach *D* und induziert auf der ihm zugewendeten Scheibenseite *negative* Elektrizität. Bei der Drehung der Scheibe kommt nun die negative Elektrizität der Scheibenseite, die *B'* zugewendet ist, bei *B* an. Hat auch *B* eine Spitze, so saugt *B* diese negative Elektrizität auf, *vermehrt* also — und das ist die Hauptsache bei der Influenzmaschine! — seine *eigene* Ladung und wirkt infolgedessen *noch stärker* induzierend. Bei der weiteren Drehung der Scheibe saugt auch *B'* von neuem Elektrizität auf, verstärkt dadurch seine Ladung und wirkt *seinerseits noch stärker* induzierend usw. So verstärken die Wirkungen einander wechselseitig bis zu einer von den Isolationsverhältnissen der Maschine abhängigen Grenze.

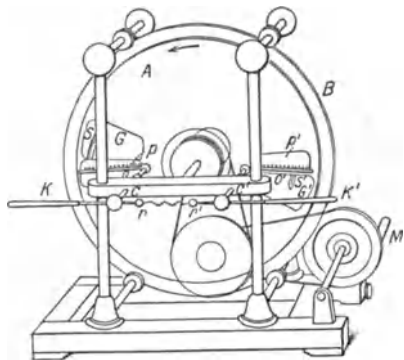


Abb. 388. Influenzelektriermaschine von HOLTZ.

Das ist im wesentlichen das Prinzip der Influenzmaschinen. Verwirklicht wird es z. B. in der HOLTZschen Maschine (Abb. 388 und 389), die gewöhnlich als die Vertreterin dieser Art Elektriermaschinen angesehen wird. Die HOLTZsche

Maschine kann man sich aus der KUNDTschen entstanden denken, sie ist aber älter (gleichzeitig 1865 von TÖPLER erfunden). Dicht hinter der rotierenden Glasscheibe A und parallel dazu — „vorn“ nennen wir die Seite der rotierenden Glasscheibe, vor der die Kämmen stehen — steht eine unbewegliche Glasscheibe B , im Durchmesser etwas größer als A . Diese Scheibe hat den Kämmen O und O' gegenüber je einen Ausschnitt G und G' , in dem Diagramm (Abb. 390) ebenfalls mit G und G' bezeichnet. Neben jeden dieser Ausschnitte ist auf die hintere Seite der Platte eine Papierbelegung geklebt, jede mit einer Spitze aus starkem Kartonpapier, S und S' . Diese Spitzen sind um die Ränder der Öffnungen G und G' bis dicht an die rotierende Scheibe herangebogen. Die Papierbelegungen bilden die Induktoren. In dem Diagramm Abb. 390 bedeutet A die im Sinne des Pfeiles *rotierende* Scheibe, B die feststehende, jede hier durch einen Kreis ersetzt gedacht, G und G' bedeuten die Ausschnitte in der festen Scheibe, S und S' die Spitzen, die den Kämmen O und O' gegenüber bis dicht an die rotierende Scheibe heranreichen. Um die Maschine in Tätigkeit zu setzen, lädt man einen der Belege S , etwa indem man eine durch Reiben elektrisch gemachte Kautschukplatte daran hält. Beim Vorberotieren der Scheibe lädt sich S' positiv und S negativ, die obere Hälfte der Scheibe ist positiv geladen, die untere negativ, und sowohl S wie S' vergrößern ihre Ladungen dauernd wechselseitig bis zu einer durch die Isolationsverhältnisse der Maschine gezogenen Grenze. Selbst wenn man S anfangs nur ganz schwach lädt, steigert sich die Wirkung der Maschine zu ansehnlicher Größe, eben wegen der andauernden gegenseitigen Verstärkung, die die Ladungen von S und S' während des Ganges der Maschine erfahren. — Die Maschine ist mit dem Gesagten nur oberflächlich beschrieben; die Erklärung aller Einzelheiten daran ist sehr verwickelt.

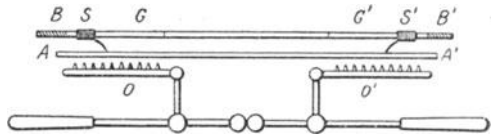


Abb. 389. HOLTZsche Maschine, von oben gesehen.

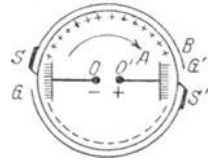


Abb. 390. Zur Übersicht über den Vorgang in der Influenz-elektriermaschine von HOLTZ.

B. Elektrokinetik.

1. Der elektrische Strom.

321. Entladung durch Leitung. Elektrischer Strom. Mit der Elektriermaschine kann man zwei voneinander isolierte Körper auf verschieden hohe Potentiale laden. Verbindet man sie dann leitend miteinander, so geht Elektrizität von dem Körper mit dem höheren Potential zu dem anderen über, solange die Potentiale verschieden sind. Sorgt man dafür, daß sie es *bleiben* (trotz des Abströmens der Elektrizität aus dem einen Körper und des Zuströmens zu dem anderen), so geht sie *andauernd* über.

(Das Analogon zu diesem Vorgange: Zwei miteinander verbundene Wasserbehälter, die verschieden hoch liegen, und in denen trotz des Abfließens des Wassers aus dem höheren und des Zuströmens in den niedrigeren der Höhenunterschied zwischen den Wasserspiegeln erhalten bleibt durch ein Pumpwerk, das das aus dem unteren abfließende Wasser sofort wieder in das höhere hineinhebt. Die Elektriermaschine entspricht also dem Pumpwerk, das die Niveaudifferenz zwischen den beiden Wasserspiegeln unverändert erhält.)

Man nennt diesen Übergang von Elektrizität einen *elektrischen Strom*. Während die Elektrizität durch die Leitung fließt — wir können bildlich sagen: „bergab“ vom höheren Potential zum niederen — müssen wir, wenn wir trotz des Abfließens die Potentialdifferenz auf ihrer alten Höhe erhalten wollen, die Elektriermaschine dauernd drehen, d. h. wir können den Strom nur auf Kosten von Arbeit unterhalten, die wir an der Maschine leisten. Wir verausgaben dauernd die Energie unserer Muskeln an die Maschine und tauschen dafür Strom ein. Wir müssen daher den Strom als eine Energieform ansehen, d. h. als ein Etwas, das selber Arbeit zu leisten imstande ist. Das Wasser, das durch

die Leitung von dem höheren zum niedrigeren Wasserspiegel fließt, ist eine im *Fall begriffene* Masse und kann durch sein *Fallen* Arbeit leisten. Genau so wie mit dem bergab fließenden Wasser ist es mit der auf ein niedrigeres Potential abfließenden Elektrizität. Wir können mechanische Energie in elektrische Energie verwandeln, dann diese in der Form von strömender Elektrizität, d. h. als elektrischen Strom, durch einen Leiter weggleiten — man sagt: „übertragen“ — und schließlich an dem Orte, zu dem sie hinströmt, in mechanische Energie zurückverwandeln. Man nennt diesen Vorgang *elektrische Übertragung der Energie*, oder auch, weniger korrekt, *elektrische Kraftübertragung*. In der Praxis spielt sie eine wichtige Rolle. Man kann alle möglichen Bewegungen hervorbringen, wenn man die Apparate entsprechend einrichtet, in die der Strom hineinfließt. Die elektrische Klingel, der elektrische Schreibtelegraph, das Telephon usw. sind mechanische Vorrichtungen, in denen der Strom gewisse bewegliche Teile in Bewegung setzt. Die *Energieform*, die sie aufnehmen, ist in allen dieselbe, nämlich der elektrische Strom; aber welcher Gestalt die Arbeit ist, die die zurückverwandelte Energie leistet, das hängt von dem Endapparat ab (Klingel, Telegraphenapparat usw.), der sie aufnimmt. — Ein Seitenstück dazu bietet unser eigener Körper. Durch einen Nerven fließt elektrischer Strom wie durch einen Telegraphendraht. Endet der betreffende Nerv im Auge, so erzeugt der Strom Lichtempfindung, endet er im Ohr, Gehörempfindung, in der Zunge eine Geschmacksempfindung, endet er in einem Muskel, eine Zuckung.

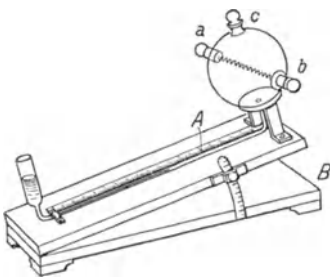


Abb. 391. Luftthermometer nach RIESS zum Nachweis der Wärmewirkung des elektrischen Stromes.

Unterbrechen wir die Strombahn an einer Stelle, zerreißen wir z. B. den Draht, so überbrückt der Strom für einen Moment die Unterbrechungsstelle in der Gestalt eines elektrischen Funkens mit starker Wärmeentwicklung an der Unterbrechungsstelle. Aber nicht etwa nur dort, wo der Strom als Funken übergeht, erzeugt er Wärme, sondern in der ganzen Leitung entwickelt er sie. Man liefert den Schulbeweis dafür gewöhnlich mit dem *elektrischen Thermometer* von RIESS (Abb. 391). Durch den Platindraht *a b*, der quer durch die Glaskugel *c* geht, fließt ein Strom, der Platindraht wird heiß und erhitzt die ihn umgebende Luft, die sich nun ausdehnt und dabei die in dem Kapillarrohr *A* stehende Flüssigkeitssäule

verschiebt. Hier haben wir einen neuen sinnfälligen Beweis dafür, daß strömende Elektrizität in eine uns bereits bekannte Energieform, nämlich in Wärme, umgesetzt wird.

322. Das OHMSche Gesetz. Ehe wir die Arbeitsfähigkeit der strömenden Elektrizität und ihre Wandelbarkeit in andere Energieformen weiter verfolgen können, müssen wir uns mit einem *Grundgesetz* des elektrischen Stroms vertraut machen. Wir vergleichen zu dem Zweck den elektrischen Strom mit einem Wasserstrom, die zwei geladenen Körper, die verschieden hohes Potential haben, mit zwei Wasserbehältern, die bis zu verschieden hohen Spiegeln gefüllt sind, und den Leiter, der die beiden geladenen Körper verbindet, mit einem Rohr, das die beiden Wasserbehälter verbindet. Wir halten zunächst diesen Vergleich fest, um den Begriff der *Stromstärke* zu erklären.

Aus dem Behälter mit dem höher liegenden Spiegel fließt das Wasser in den mit dem niedrigeren. Wie schnell es durch das Rohr fließt, d. h. wieviel Liter pro Sekunde einen in das Rohr eingefügten Wassermesser passieren (oder

einen gegebenen Querschnitt des Rohres), das hängt von Länge und Weite des Rohres ab, und ferner davon, wie groß der Höhenunterschied der Wasserspiegel ist, also die Differenz der Drucke, die auf die beiden Enden des Rohres wirken. Je weiter und je kürzer das Rohr ist und je größer der Unterschied in der Höhe der Wasserspiegel, desto stürmischer läuft das Wasser aus dem einen Behälter in den anderen, d. h. um so mehr Liter pro Sekunde passieren den Wassermesser. Ähnliches gilt für den elektrischen Strom. Je dicker und je kürzer der verbindende Draht ist und je größer der Unterschied in den Potentialen, desto mehr Elektrizität passiert pro Sekunde einen gegebenen Querschnitt des Leiters oder auch einen in die Leitung eingefügten *Elektrizitätszähler*, das Seitenstück zum Wassermesser. In diesem Sinne sprechen wir von *Stromstärke*. Wir verstehen darunter die Elektrizitätsmenge, die pro Sekunde den Querschnitt des Leiters passiert. Wir wollen annehmen, wir hätten sie bereits gemessen und gleich I gefunden — wir werden später erfahren, wie man sie mißt —, und die Potentialdifferenz, die wir ja schon zu messen gelernt haben, sei E . Das Grundgesetz, auf das wir hier hinauswollen und das nach seinem Entdecker (G. S. OHM, 1827) *das OHMsche Gesetz* heißt, sagt dann aus: Verdoppelt, verdreifacht, . . . ver- n -facht man die Potentialdifferenz, so verdoppelt, verdreifacht, . . . ver- n -facht sich auch die Stromstärke. Hat also ursprünglich die Potentialdifferenz die Größe E und die dazugehörige Stromstärke die Größe I , so gehört zur Potentialdifferenz $2E$, $3E$. . . nE die Stromstärke $2I$, $3I$. . . nI , oder anders ausgedrückt, das Verhältnis der Potentialdifferenz zur Stromstärke wird¹⁾ durch eine Konstante, wir wollen sie mit W bezeichnen, wiedergegeben:

$$\frac{2E}{2I} = \frac{3E}{3I} = \dots = \frac{nE}{nI} = \dots = \frac{E}{I} = W.$$

Wie groß W in einem bestimmten Falle ist, das hängt in erster Linie von den Dimensionen des Leiters ab, d. h. seiner Länge und Dicke (wir wollen annehmen, daß er 1 m lang ist und 1 mm² Querschnitt hat) und von seiner chemischen Beschaffenheit. Das letzte ist sehr bemerkenswert. Also selbst wenn man den Leiter in einem gegebenen Falle durch einen anderen ersetzt, der *dieselben Dimensionen* hat, aber aus einem anderen Stoffe besteht, z. B. aus Silber ist, während jener aus Eisen war, ist W verschieden groß, z. B. für Eisen mehrere Male so groß wie für Silber. Was das bedeutet, erkennt man, wenn man die obige Gleichung so schreibt: $I = E \cdot 1/W$. Wir können aber erst dann mit vollem Verständnis hierauf eingehen, wenn wir uns mit dem Begriff der Stromstärke besser vertraut gemacht haben. — Wir knüpfen dazu wieder an das Beispiel des Wasserleitungsrohres an. Die Stromstärke beurteilen wir hier nach der Wassermenge, die durch einen Querschnitt in einer gegebenen Zeit hindurchgeht, z. B. danach, wieviel Liter in 1 Minute durch den Querschnitt am Ende des Rohres ablaufen. Dasselbe Resultat erhalten wir auch, wenn wir das Rohr an irgendeinem anderen Querschnitt durchschneiden und die ausfließenden Liter Wasser zählen, gleichviel wie weit das Rohr an jener Stelle ist. Denn da das Rohr andauernd gefüllt ist und seine Wände starr sind, sein Volumen also stets das gleiche ist, so läuft an dem einen Ende genau so viel ab, wie am anderen Ende zuläuft; und das bleibt ungeändert, gleichviel an welcher Stelle man das Rohr durchschneidet. Pro Sekunde geht also durch *jeden* Querschnitt dieselbe Wassermenge hindurch. Man nennt die hierdurch charakterisierte Strömung eine *stationäre*. (In der Wirklichkeit mißt man die Wassermenge durch Wassermesser, die man, wie die dem ähnlichen

¹⁾ Die Beziehung zwischen E und I ist nicht mehr so einfach, wenn der Strom ein Wechselstrom (s. d.) ist.

Zweck dienenden Gasmesser, irgendwo in die Wasserleitung einschaltet, so daß das Wasser durch den Messer hindurch muß.) Wir können also sagen: Unter der Stromstärke in dem Wasserleitungsrohre verstehen wir die Wassermenge in Liter, die pro Sekunde einen Querschnitt des Rohres passiert (oder auch einen Wassermesser in der Leitung). — Einen ähnlichen Gedankengang verfolgen wir, um festzusetzen, was wir unter Stromstärke des elektrischen Stromes verstehen. Wir kennen schon die Begriffe *Elektrizitätsmenge* und *Elektrizitätseinheit*: die Elektrizitätsmenge hier ist das Seitenstück zur Wassermenge dort, die Elektrizitätseinheit zum Liter und der Querschnitt des Elektrizitätsleiters zum Querschnitt des Wasserleitungsrohres. Wir definieren somit die *Stromstärke* als die *Menge Elektrizität, in Elektrizitätseinheiten* ausgedrückt, die in der Sekunde einen Querschnitt des Leiters passiert. Stillschweigend haben wir damit schon ausgesprochen, wie es die Erfahrung auch tatsächlich lehrt, daß die Stromstärke an allen Stellen desselben Leiters gleich groß ist, gleichviel, wie groß der Querschnitt des Leiters an der Stelle ist, daß sich also die Elektrizität in einem Leiter ganz so verhält, wie eine nicht zusammendrückbare Flüssigkeit in einem unelastischen Rohre.

Aus dieser Definition der Stromstärke folgt mit Hilfe der Elektrizitätseinheit (S. 343) auch ein *Maß* für die Stromstärke, eine Einheit der Stromstärke. Wir bezeichnen denjenigen Strom als *Einheit* der Stromstärke, der in der Sekunde eine *Elektrizitätseinheit* durch den Querschnitt des Leiters befördert. Dieser Strom ist verschwindend klein, so klein, daß auch die schwächsten Stromstärken in der Praxis, z. B. im Telegraphendraht, Millionen dieser Einheit betragen. Der Strom der gebräuchlichen Glühlampen ist viele Hunderte, ja viele Tausende Millionen mal so groß, je nach der Lampensorte. Für die Praxis benützt man daher eine Stromstärke als Einheit, die 3000 Millionen mal so groß ist wie die soeben definierte. Wie man die Stromstärke mißt, können wir erst später auseinandersetzen. Aber gleichgültig, ob die Elektrizitätsmenge, die pro Sekunde durch den Leitungsquerschnitt fließt, klein oder groß ist, die Größe I in der Gleichung $I = E \cdot 1/W$ bedeutet soundso viel *Elektrizitätseinheiten*, das Analogon zu soundso viel *Kubikmeter* Wasser pro Sekunde — oder auch Liter pro Sekunde, wenn uns das tausendmal so große Kubikmeter zu groß ist.

Die Erfahrung lehrt nun: Die Größe der Stromstärke I hängt nicht allein von E ab. Mit anderen Worten: Die Unveränderlichkeit von E verbürgt keineswegs die Unveränderlichkeit von I . Vielmehr beeinflußt der als Stromleiter benützte Körper die Größe von I in hohem Grade: seine Dimensionen (Länge und Dicke), seine chemische Beschaffenheit und gewisse physikalische Eigenschaften sprechen dabei mit.

Um den Einfluß seiner Dimensionen zu übersehen, stellen wir uns den als Leitung benutzten Körper als einen geradlinigen zylindrischen Draht, etwa als Telegraphenleitung, vor. Die Erfahrung lehrt dann: Verändern wir an der Leitung nur ihre *Länge*, nehmen wir z. B. einen Draht von dem 2-, 3- . . . l -fachen der ursprünglichen Länge, so wird der Strom gleich $1/2, 1/3 \dots 1/l$ der ursprünglichen Stromstärke. Bezeichnen wir mit I_1 die Stromstärke, die durch den Draht geht, wenn er die Länge 1 m hat, so ist sie $I_1/2, I_1/3 \dots I_1/l$, wenn er die Länge 2, 3 . . . l m hat. Und weiter: Verändern wir an der Leitung nur ihren *Querschnitt*, nehmen wir z. B. einen Draht, der einen 2-, 3- . . . q mal so großen Querschnitt hat wie zuerst, so beträgt der Strom das 2-, 3- . . . q fache der ursprünglichen Stromstärke. Bezeichnen wir mit I'_1 die ursprüngliche Stromstärke, die durch den Draht geht, wenn er den Querschnitt von 1 mm² hat, so ist der Strom, wenn der Draht 2, 3 . . . q mm² Querschnitt hat, $2 I'_1, 3 I'_1 \dots q I'_1$. (Dabei ist

es natürlich dasselbe, ob wir z. B. *einen* Draht von 5 mm^2 Querschnitt nehmen (Abb. 392) oder 5 einzelne Drähte von je 1 mm^2 Querschnitt, die wir zu einem einzigen durch Zusammendrillen oder z. B. wie in Abb. 393 vereinigen.) Nennen wir also $I_{1,1}$ die Stromstärke, wenn der Draht 1 m lang ist und 1 mm^2 Querschnitt hat, und $I_{l,q}$ die Stromstärke, wenn er $l \text{ m}$ lang ist und $q \text{ mm}^2$ Querschnitt hat, so lehrt die Erfahrung, daß

$$I_{l,q} = I_{1,1} \cdot \frac{q}{l} \text{ ist.}$$

Daher bleibt die Stromstärke unverändert, wenn man Länge und Dicke des Drahtes *gleichzeitig* ändert, und zwar *so* ändert, daß die Änderung der Länge den Strom ebensowohl schwächt, wie die Änderung des Querschnittes ihn verstärkt. Wenn man z. B. die Leitung das eine Mal aus einem Draht von 1 m Länge und 1 mm^2 Querschnitt macht, das andere Mal aus einem von 5 m Länge und 5 mm^2



Abb. 392.
Ein Draht von fünf-
fachem Querschnitt.



Abb. 393.
Fünf Drähte von ein-
fachem Querschnitt.

Querschnitt, so ist die Stromstärke beide Male dieselbe; denn $I_{1,1}$ wird im zweiten Falle mit 5 gleichzeitig dividiert und multipliziert.

Zur bequemeren Übersicht führen wir die Indizes l und q auch in die Gleichung ein, die das OHMSche Gesetz wiedergibt, und schreiben

$$\frac{E}{I_{l,q}} = W_{l,q}, \quad \text{oder auch} \quad I_{l,q} = E \cdot \frac{1}{W_{l,q}}.$$

Hat die Leitung 1 m Länge und 1 mm^2 Querschnitt, so schreiben wir

$$\frac{E}{I_{1,1}} = \sigma \quad \text{oder auch} \quad I_{1,1} = E \cdot \frac{1}{\sigma},$$

d. h. wir setzen $W_{1,1} = \sigma$. Wir setzen bis auf weiteres fest, daß die Leitung 1 m Länge und 1 mm^2 Querschnitt haben soll.

Die Erfahrung lehrt nun: Selbst wenn die Potentialdifferenz E und die Dimensionen der Leitung dieselben bleiben, hat die Stromstärke I eine andere Größe, je nach der Substanz, aus der die Leitung besteht. Sie ist z. B. größer, es passieren also mehr Elektrizitätseinheiten pro Sekunde den Elektrizitätszähler, wenn die Leitung aus Silber, als wenn sie aus Eisen ist; sie ist kleiner, wenn die Leitung aus Stahl, als wenn sie aus Eisen besteht. Wir sagen daher: Silber *leitet besser* als Eisen, Eisen *leitet besser* als Stahl. Wir sprechen in diesem Sinne von der *Leitfähigkeit* des Silbers, des Eisens, des Stahles. Nun ist (s. oben) nach dem OHMSchen Gesetz: $I_{1,1} = E \cdot 1/\sigma$, die Stromstärke ist also bei gleicher Potentialdifferenz um so größer (kleiner), je größer (kleiner) $1/\sigma$ ist. Wie groß die pro Sekunde durch den Zähler fließende Anzahl Elektrizitätseinheiten ist, das hängt daher, wenn man die Potentialdifferenz E und die Dimensionen der Leitung und überhaupt *alles* sonst unverändert läßt, nur von der Größe $1/\sigma$ ab. Dieser Bruch *mißt* die Leitfähigkeit des als Leitung benutzten Körpers. Danach ist die Leitfähigkeit desto kleiner, je größer der Nenner des Bruches ist. Da nun die *Vergrößerung* von σ die Leitfähigkeit $1/\sigma$ *verringert*, so bedeutet σ den Widerstand, der sich dem Strömen der Elektrizität entgegenstellt. Man bezeichnet daher σ kurz als den spezifischen elektrischen *Widerstand* der Leitung.

Wohlgedenkt, σ ist der Widerstand der betreffenden Leitung, wenn sie 1 m Länge und 1 mm^2 Querschnitt hat. Wie groß der Widerstand ist, wenn man

sie *beliebig* lang macht, etwa l m, und ihr einen *beliebigen* Querschnitt gibt, etwa q mm², das folgt ohne weiteres aus dem OHMSchen Gesetz. Es ist ja

$$I_{1,1} = E \cdot \frac{1}{\sigma} \quad \text{und} \quad I_{l,q} = E \cdot \frac{1}{W_{l,q}}.$$

Die Größen $1/W_{l,q}$ und $W_{l,q}$ sind also für die l m lange Leitung von q mm² Querschnitt das, was $1/\sigma$ und σ für die 1 m lange Leitung von 1 mm² Querschnitt sind. Nun ist aber

$$\frac{I_{1,1}}{I_{l,q}} = \frac{\frac{1}{\sigma}}{\frac{1}{W_{l,q}}} = \frac{W_{l,q}}{\sigma}, \quad \text{andererseits ist (S. 371, oben)} \quad \frac{I_{1,1}}{I_{l,q}} = \frac{l}{q}, \quad \text{also ist } W_{l,q} = \sigma \cdot \frac{l}{q}.$$

Man nennt daher $W_{l,q}$ den Widerstand der Leitung von l m Länge und q mm² Querschnitt. Der Widerstand hängt also davon ab, wie groß σ ist, der Widerstand einer Leitung von 1 m Länge und 1 mm² Querschnitt. Die Größen l und q haben nur *arithmetische* Bedeutung, es sind Zahlen, mit denen man σ multipliziert resp. dividiert, um den Widerstand der soundso viel Meter langen Leitung von soundso viel Quadratmillimeter Querschnitt aus dem der 1 m langen Leitung, die 1 mm² Querschnitt hat, auszurechnen. σ ist charakteristisch für den Stoff, aus dem die Leitung besteht.

Das OHMSche Gesetz offenbart in der elektrischen *Leitfähigkeit der Stoffe ein neues Bindeglied zwischen der Elektrizität und der Materie* — es lehrt eine *uns bisher unbekannte Eigenschaft der Materie* kennen und gibt uns in der Größe $1/\sigma$ ein Maß für sie. Nach der Leitfähigkeit geordnet folgen aufeinander: Silber, Kupfer, Gold, Aluminium, Magnesium, Zink, Kadmium, Platin, Nickel, Eisen, Stahl, Blei, Quecksilber (fest).

Um die Leitfähigkeit eines Metalles kennen zu lernen, mißt man an einem Draht von irgendwelchen Dimensionen Widerstand, Länge und Querschnitt und *berechnet* hieraus den Widerstand, den die Leitung haben würde, wenn sie 1 m Länge und 1 mm² Querschnitt hätte. Die Beziehung $\sigma = W_{l,q} \cdot q/l$ ergibt die Größen σ und $1/\sigma$. Um aber den Widerstand einer Leitung *messen* zu können, muß man erst eine *Widerstandseinheit* besitzen, die für die Messung von Widerständen das ist, was das Zentimeter für Längenmessungen ist, und muß Methoden kennen, nach denen man einen unbekanntem Widerstand mit jener Einheit vergleicht, also in „Widerstandseinheiten“ *ausmißt*.

Die Größe des Widerstandes, die wir als seine *Einheit* ansehen müssen, ergibt sich nach dem OHMSchen Gesetz: wir wissen, was unter der Einheit der Potentialdifferenz (S. 347) und unter der Einheit der Stromstärke (S. 370) zu verstehen ist. Machen wir nun die Potentialdifferenz zwischen den Endpunkten eines Leiters gleich 1 Einheit und wählen wir den Leiter derartig, daß die Einheit der Stromstärke durch ihn hindurchgeht, so ist in der auf diesen Leiter angewendeten Gleichung $E/I = W$ jetzt $E = 1$ und $I = 1$ zu setzen, und es ergibt sich $W = 1$, d. h. wir müssen den Widerstand *dieses* Leiters mit 1 bezeichnen. Mit anderen Worten: Den Widerstand 1 hat derjenige Leiter, durch den die Einheit der Stromstärke *dann* fließt, wenn zwischen seinen Endpunkten die *Einheit* der Potentialdifferenz herrscht, oder kurz:

$$\text{Widerstandseinheit} = \frac{\text{Einheit der Potentialdifferenz}}{\text{Einheit der Stromstärke}}.$$

Potentialdifferenz, Stromstärke und Widerstand spielen eine maßgebende Rolle überall, wo elektrische Ströme auftreten, also auch für den Handel.

Aus diesem Grunde hat man die Maßeinheiten für sie *gesetzlich* festgelegt. (Deutsches Reichsgesetz vom 1. Juni 1898.) Die technische Einheit der Potentialdifferenz ist das *Volt*, die der Stromstärke das *Ampere*, die des Widerstandes das *Ohm*.

Das Volt ist 1/300 der S. 347 definierten Einheit des elektrostatischen Potentials und das Ampere der Strom, bei dem 3000 Millionen = $3 \cdot 10^9$ der S. 343 definierten Elektrizitätseinheiten in der Sekunde durch den Querschnitt fließen, der also 3000 Millionen mal so stark ist, wie die S. 370 definierte Einheit der Stromstärke¹⁾. Wir haben also die Beziehungen

- 1 Volt = 1/300 der elektrostatisch gemessenen Einheit des Potentials,
 1 Ampere = $3 \cdot 10^9$ elektrostatisch gemessene Einheiten der Stromstärke.

1 Ohm ist der Widerstand derjenigen Leitung, durch die ein Strom von 1 Ampere fließt, wenn an ihren Enden eine Potentialdifferenz von 1 Volt herrscht. Den Widerstand 1 Ohm hat eine zylindrische Quecksilbersäule, die 106,3 cm lang ist und einen Querschnitt von 1 mm² hat, und zwar — das ist zu beachten — bei 0° C. Wir lassen es vorläufig dahingestellt, wie man mit diesem Widerstandsmaßstab andere Widerstände vergleicht, d. h. mißt.

Das Ohm ist für Widerstandsmessungen das, was das Meter für Längenmessungen ist. Wenn man also sagt: 1 km Telegraphenleitung aus verzinktem Eisendraht von 4 mm Durchmesser hat 10^{1/2} Ohm, so heißt das: sie hat denselben elektrischen Leitungswiderstand wie eine Quecksilbersäule von 10^{1/2} · 106,3 cm Länge und 1 mm² Querschnitt bei 0° C. Die Tabelle gibt die spezifischen Widerstände, d. h. die Widerstände von je 1 m Länge und 1 mm² Querschnitt, also die Zahl σ , ausgedrückt in Ohm:

Silber	0,016	Eisen	0,086
Kupfer	0,017	Stahl	0,15—0,5
Gold	0,023	Blei	0,21
Aluminium	0,029	Antimon	0,45
Zink	0,060	Tantal	0,12
Kadmium	0,076	Wismut	1,20
Osmium	0,10	Quecksilber	0,958
Platin	0,107	Messing	0,07—0,09
Nickel	0,070	Bogenl.-Kohle	etwa 60

Daß das Quecksilber eine bestimmte Temperatur (0° C) haben muß, wenn eine Quecksilbersäule als Widerstandsmaß dienen soll, ist unerlässlich. Denn *die Erfahrung lehrt*, daß die Leitfähigkeit aller Körper von ihrer Temperatur abhängt. Eine Quecksilbersäule von 1 m Länge und 1 mm² Querschnitt hat z. B. nur 0,94 Ohm, wenn sie 0° C hat (sie müßte 106,3 cm lang sein, um bei 0° C ein ganzes Ohm Widerstand zu haben), aber sie hat 1,00 Ohm, wenn sie etwa 83° C hat. — Wohlgermerkt, die Leitfähigkeit *aller* Körper ändert sich mit deren *Temperatur*, z. B. die des Eisens und der Kohle sehr stark, dagegen diejenige gewisser Legierungen wie des Mangans oder Nickelins auch bei verhältnismäßig großen Temperaturänderungen nur sehr wenig.

Elektrolytische und metallische Leitung. Es gibt Stoffe, deren Leitvermögen wächst, wenn ihre Temperatur wächst, und solche, deren Leitvermögen dabei abnimmt. Teilt man die Stoffe von diesem Gesichtspunkt aus in zwei Gruppen, so findet man in der ersten die Körper, die der elektrische Strom zersetzt, also

¹⁾ Daß man gerade *diese* Verhältniszahlen benützt, um die technischen Einheiten Volt, Ohm und Ampere zu definieren, kommt daher, daß, als man sie einführte, in der Praxis schon gewisse Einheiten gebräuchlich waren — für die Potentialdifferenz 1 Daniell, für den Widerstand 1 Siemens —, denen man die neuen Einheiten möglichst nahebringen wollte.

vor allem die Säuren, Basen und Salze in wässriger Lösung. Alle diese Körper nennt man *Elektrolyte* oder *elektrolytisch leitend*. Zu der zweiten Gruppe gehören die metallisch leitenden Körper, die der Strom nicht zersetzt. Die Erfahrung lehrt: Mit steigender Temperatur nimmt die Leitfähigkeit der *metallisch* leitenden Stoffe ab, die der *Elektrolyte* zu. Ausdrücklich sei hervorgehoben: Das OHMSche Gesetz gilt auch für die Elektrolyte.

Zu den Elektrolyten gehören auch gewisse Stoffe, die der Strom nicht so handgreiflich verändert, wie er das mit den Säuren, Basen und Salzen in wässriger Lösung tut. So z. B. Glas und Porzellan, bei gewöhnlicher Temperatur isolieren sie gut, aber bei hoher Temperatur leiten sie gut. Vor allem aber die Oxyde der seltenen Erden. Bei gewöhnlicher Temperatur sind es Isolatoren, in der Glühhitze aber werden sie gute Leiter, so gute, daß man sie in gewissen Fällen dort benützt, wo nur ein Leiter brauchbar ist, z. B. in der Form von Stäbchen als Ersatz des Fadens der elektrischen Glühlampe (NERNST). — Besonders merkwürdig verhält sich die Kohle. Sie nimmt mit steigender Temperatur an Leitfähigkeit außerordentlich zu, schließt sich hierin also den Elektrolyten an, aber eine chemische Veränderung bei der Stromleitung ist bisher nicht entdeckt worden, doch ist Grund für die Annahme vorhanden, daß eine Umwandlung der Kohle durch den Strom vor sich geht, ähnlich der Umwandlung von amorpher Kohle in Graphit. — Außer der Wärme wirken noch andere physikalische Vorgänge auf die Leitfähigkeit ein, z. B. der Übergang in einen anderen Aggregatzustand, der die Leitfähigkeit oft sprunghaft ändert. So sind die Körper in Gas- oder Dampfzustand alle sehr schlechte Leiter, auch die Gase der Metalle, verhältnismäßig am besten leiten die Dämpfe von Quecksilber und Zinn. — Im Felde eines Magneten nimmt die Leitfähigkeit von Eisen, Nickel, Kobalt, je nach ihrer Lage zu den Kraftlinien des Feldes zu oder ab. — Sehr merkwürdig verhält sich Selen, dessen an sich sehr geringe Leitfähigkeit durch starke Belichtung z. B. mit Bogenlicht, auf das zehnbis zwanzigfache steigen kann.

Am erstaunlichsten verändert sich aber das Leitungsvermögen eines Stoffes, der im Wasser aufgelöst wird. Destilliertes Wasser ist ein fast vollkommener Isolator (eine Säule von 1 mm Höhe hat ebensoviel Widerstand wie 40 Mill. km Kupferdraht von gleichem Querschnitt), und ebenso sind die Salze an und für sich Nichtleiter. Wenn aber ein Salz, z. B. Chlorkalium, in Wasser aufgelöst wird — also das *nichtleitende* feste Salz in dem *nichtleitenden* destillierten Wasser —, so entsteht eine *Lösung, die den Strom leitet*. Ihre Leitfähigkeit hängt unter sonst gleichen Bedingungen von der Konzentration der Lösung ab.

323. KIRCHHOFFSche Sätze (Erweiterung des OHMSchen Gesetzes). Wir haben bei der Ableitung des OHMSchen Gesetzes nur eine einzige Quelle der elektromotorischen Kraft als vorhanden angenommen (in Abb. 394 die zwischen *A* und *B* bestehende Potentialdifferenz), und als Leitung von *A* nach *B* nur einen einzigen

Weg *w* (in der Abbildung durch einen Glühlampenfaden angedeutet). Die punktierte Linie von *B* nach *A* deutet den Weg an, auf dem die Elektrizität vom Punkte niedrigeren Potentials durch Arbeit auf den Punkt höheren Potentials zur Aufrechterhaltung der Potentialdifferenz gehoben wird. Kennen wir die Potentialdifferenz *E* zwischen *A* und *B* und den elektrischen Widerstand der Leitung von *A* nach *B*. — Wie aber, wenn die Elek-

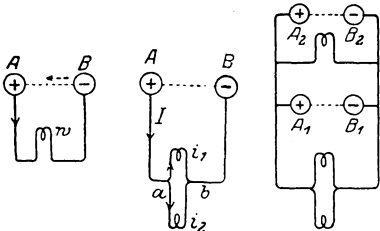


Abb. 394. Abb. 395. Abb. 396.
Zur Erläuterung der KIRCHHOFFSchen
Sätze.

trizität auf *mehreren* Wegen (Abb. 395) von *A* nach *B* strömen kann? Wie groß ist dann die Stromstärke auf jedem einzelnen dieser Wege? Und ferner: Wie groß ist die Stromstärke, wenn sich (Abb. 396) mehrere Elektrizitätsquellen gleichzeitig durch einen Leitungsweg entladen oder gar durch mehrere Leitungswege?

Diese Fragen kann man mit Hilfe einiger von KIRCHHOFF aufgestellten Sätze beantworten. Der *erste* KIRCHHOFFSche Satz lehrt: An einem Verzweigungs-

punkt, z. B. in a (Abb. 395), ist die algebraische Summe der Stromstärken Null, d. h. wenn man die Stärke jedes Stromes, der zu a *hingehet*, positiv rechnet, die Stärke jedes von a *weggehenden* Stromes negativ, so ergibt die Summe dieser Größen z. B. in a $I + (-i_1) + (-i_2) = 0$, oder was dasselbe ist $I - i_1 - i_2 = 0$. Dieser Satz folgt nun unmittelbar daraus, daß sich die Elektrizität beim Strömen wie eine nicht zusammendrückbare Flüssigkeit verhält, sich also an keiner Stelle anhäuft, sondern von jedem Querschnitt der Leitung in jedem Augenblick ebensoviel *wegfließt*, wie *zu ihm hinfließt*. Auf diese Weise erfahren wir zwar, daß $i_1 + i_2 = I$ sein muß, d. h. die Summe der Stromstärken in beiden Glühlampenfäden *zusammen* gleich I sein muß, aber wir wissen nicht, wie sich I auf die *einzelnen* Zweige *verteilt*.

Das erfahren wir durch den *zweiten* KIRCHHOFFSchen Satz: In jeder *verzweigten* Strombahn ist für jeden geschlossenen Weg die Summe der elektromotorischen Kräfte gleich der Summe der Produkte aus Stromstärke und Widerstand für jeden Leitungsteil. Elektromotorische Kraft ist da vorhanden, wo eine Potentialdifferenz entsteht, also z. B. an den Polen einer Elektrisiermaschine oder eines galvanischen Elementes (s. d.) Die Größe der elektromotorischen Kraft wird durch die erzeugte Potentialdifferenz gemessen. Wir bezeichnen sie eben so wie diese mit E . Nach dem zweiten KIRCHHOFFSchen Satz ist also $\sum E = \sum IW$. (Die elektromotorischen Kräfte und Stromstärken sind dabei mit entsprechenden Vorzeichen zu versehen; unter einem geschlossenen Wege verstehen wir z. B. in Abb. 395 den Weg $A a i_1 b B A$ oder den Weg $A a i_2 b B A$ oder den Weg $a i_1 b i_2 a$.) Wie verteilt sich danach die Stromstärke I auf die Wege $a i_1 b$ und $a i_2 b$? Nennen wir den Widerstand des ersten Weges W_1 und den des zweiten W_2 , so ist nach dem zweiten KIRCHHOFFSchen Gesetz, da in keinem der Wege eine elektromotorische Kraft herrscht, also die linke Seite der Gleichung $\sum E = \sum IW$ durch Null zu ersetzen ist:

$$0 = i_1 W_1 - i_2 W_2.$$

Ferner ist nach dem ersten KIRCHHOFFSchen Gesetz $i_1 + i_2 = I$. Aus diesen beiden Gleichungen folgt erstens:

$$\frac{i_1}{i_2} = \frac{W_2}{W_1},$$

d. h. die Stromstärken verteilen sich auf die Strombahnen im umgekehrten Verhältnisse ihrer Widerstände. Und zweitens ist, wie die Ausrechnung lehrt:

$$i_1 = I \cdot \frac{W_2}{W_1 + W_2} \quad \text{und} \quad i_2 = I \cdot \frac{W_1}{W_1 + W_2}.$$

„Die beiden KIRCHHOFFSchen Regeln $\sum I = 0$ und $\sum IW = \sum E$ sind eigentlich das ganze Handwerkszeug des praktischen Elektrikers, die ihm die ganze weitere Theorie der Elektrizität überflüssig machen“ (KUNDT). Man kann mit ihnen die Stromstärke in jedem Punkt

des gegebenen Systems von beliebig verzweigten Stromleitern berechnen, wenn in jedem der geschlossenen Wege die elektromotorische Kraft und der Leitungswiderstand bekannt sind. Man kann, ihnen folgend, auch Stromleiter planmäßig miteinander verzweigen und ebenso von einem gegebenen Strom (Abb. 397) einen Teil (adc) abzweigen, um dadurch bestimmte Stromstärkenverhältnisse zu erzielen. — Eines der am meisten benützten Verzweigungssysteme ist ein von vier Leitern gebildetes Viereck — in Abb. 398 $W_1 W_2 W_3 W_4$ — in dessen

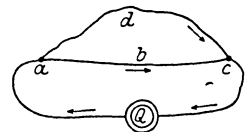


Abb. 397. Verzweigung elektrischer Ströme.

eine Diagonale D_2D_2 man eine Stromquelle, und in dessen andere Diagonale D_1D_1 (die *Brücke*) man ein stromanzeigendes *Instrument* einschaltet. Durch Abänderung der Widerstände kann man es dahin bringen, daß durch die Diagonale D_1D_1 , also den Stromzeiger, kein Strom fließt. Die Widerstände haben dann, wie die Rechnung lehrt, solche Größen daß

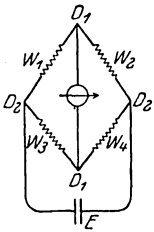


Abb. 398.
WHEATSTONE-
Brücke zur
Messung von
elektrischen
Leitungs-
wider-
ständen (D_1D_1
ist die Brücke
mit dem strom-
anzeigenden
Instrument).

$$\frac{W_1}{W_2} = \frac{W_3}{W_4}.$$

Ist also z. B. W_1 nur halb so groß wie W_2 , so ist auch W_3 nur halb so groß wie W_4 . Diese Leiterkombination, die WHEATSTONEsche *Brücke*, ist eine der gebräuchlichsten Vorrichtungen, um den Widerstand eines Leiters zu messen. Macht man den unbekanntem Widerstand zu einer der vier Seiten des Vierecks, etwa zur Seite W_4 , und stellt man die anderen drei Seiten aus Leitern her, deren Widerstände man bereits kennt; macht man ferner diese Widerstände so groß, daß die Brücke stromlos wird, so lehrt die obige Gleichung, daß

$$W_4 = \frac{W_2}{W_1} \cdot W_3$$

ist. Die Größe des bisher unbekannt gewordenen Widerstandes läßt sich also aus den drei anderen *bekanntem*, die mit ihm zusammen die Brücke stromlos machen, ausrechnen.

Die WHEATSTONEsche Brücke findet auch Anwendung bei dem für die subtilsten Temperaturmessungen der Wärmestrahlung benützten Bolometer (LANGLEY). Ein Bolometer besteht aus einem überaus dünnen Platinstreifen (ca. $\frac{1}{2000}$ mm), der durch die Aufnahme der Strahlen seine Temperatur und damit seinen Widerstand ändert. Ihn macht man zu einer Seite des Vierecks. Nachdem man durch Regulierung des Widerstandes in den übrigen Seiten (ebenfalls Bolometerstreifen) die Brücke mit dem Galvanometer stromlos gemacht hat, setzt man den einen Streifen (bisweilen auch zwei in der Brückenschaltung gegenüberliegende) der Strahlung aus. Die dann beobachtete Galvanometerablenkung dient zur Berechnung der von dem bestrahlten Streifen aufgenommenen Strahlungsenergie.

324. Energie der elektrischen Ladung. Die strömende Elektrizität kann, wie wir gesehen haben, Arbeit leisten. Wir fragen jetzt nach der Größe der Arbeit und erinnern an unsere früheren Ausführungen über Arbeit und Arbeitsfähigkeit (Energie). Eine am *Boden* liegende Masse kann keine mechanische Arbeit leisten. Sie kann nur Arbeit leisten, wenn sie vorher gehoben worden ist. Ganz ähnlich ist es mit der Elektrizität. Sie muß von einem höheren Potentialniveau auf ein niedrigeres fallen, damit sie Arbeit leisten kann. Sie muß auf ein gewisses Potentialniveau gehoben worden sein, und dann leistet *sie* genau so viel Arbeit, wie *wir* haben leisten müssen, um sie hinaufzuheben. — Welche Arbeit müssen wir nun leisten, um die Elektrizitätsmenge e von dem Potentialniveau 0 auf das Potentialniveau V zu heben? Um das zu ermitteln, bringen wir die Elektrizitätsmenge e nicht als Ganzes auf den zu ladenden Körper, sondern teilen sie in gleich große und sehr kleine Mengen e_1, e_2, \dots, e_n und bringen sie nacheinander hinauf. Um die erste Menge e_1 darauf zu bringen, ist so gut wie gar keine Arbeit erforderlich, denn der Körper ist ja noch ungeladen, hat also selber noch das Potential 0. Aber nachdem er mit e_1 geladen worden ist, hat er ein gewisses, wenn auch sehr kleines Potential, es sei v . Um die Menge e_2 von dem Potentialniveau 0, also etwa aus sehr großer Entfernung, auf den Körper zu schaffen, ist jetzt schon *mehr* Arbeit erforderlich, nämlich $e_2 \cdot v$ (S. 347), denn da der Körper das Potential v hat, so gehört die Arbeit v dazu, um

die Elektrizitätsmenge 1 vom Rande des Feldes — dies hat ja das Potential Null — also z. B. von der Erde, hinaufzuschaffen. Um die Menge e_2 hinaufzuschaffen, ist somit die Arbeit $e_2 \cdot v$ erforderlich. Nachdem er mit der Menge e_2 geladen worden ist, ist sein Potential, das bisher v war, auf $2v$ gestiegen. Die Menge e_3 beansprucht daher zur Überführung auf den Körper die Arbeit $e_3 \cdot 2v$; sie bringt das Potential auf $3v$ usw. Bevor wir die letzte Teilladung e_n auf den Körper bringen, ist sein Potential $(n-1)v$ und steigt dann auf nv , was gleichbedeutend mit V ist. Beim Summieren ist zu beachten, daß die Teilladungen e_1, e_2, \dots, e_n alle einander gleich sind, so daß wir die Gesamtarbeit $e_2 v + e_3 2v + e_4 3v + \dots + e_n (n-1)v$ auch in der Form $e v (1 + 2 + 3 + \dots + (n-1))$ oder $e v \frac{n(n-1)}{2}$ schreiben können, da ja die

Summe der ersten $(n-1)$ -Zahlen gleich $\frac{n(n-1)}{2}$ ist. Nun ist aber $ne = e$

und $nv = V$, und unser Ausdruck wird $e \frac{v(n-1)}{2}$ oder $\frac{c}{2}(V-v)$. Dabei ist

das Teilpotential v sehr klein gegenüber dem Endpotential V . Unsere ganze Betrachtungsweise gewinnt aber mit zunehmender Unterteilung an Genauigkeit, so daß es berechtigt ist, im obigen Ausdruck v gegenüber V zu vernachlässigen und die Größe $eV/2$ als den genauen Wert der Arbeit anzusehen, die geleistet werden muß, wenn ein Körper mit der Elektrizitätsmenge e beladen werden soll.

Folgendes Beispiel möge das Gesagte noch näher erläutern. Ein unelektrischer Körper — seine Ladung ist $e = 0$, und daher sein Potential $V = 0$ — werde durch eine Elektrisiermaschine zu dem Potential $V = 5000$ Volt geladen oder, was dasselbe ist, zu dem Potential von $5000/300$ Einheiten des elektrostatischen Potentials, und seine Kapazität sei derartig, daß dazu $e = 6$ Millionen Elektrizitätseinheiten erforderlich sind. (Diese Zahlen entsprechen den mit guten Elektrisiermaschinen erzielbaren Resultaten. 6 Millionen Einheiten führt ein Strom von $0,002$ Ampere in jeder Sekunde durch den Querschnitt der Leitung.) Wie groß ist nun der Energievorrat, den der Körper in diesem Ladungszustand besitzt, oder, was dasselbe ist, wieviel Arbeit vermag diese Ladung zu leisten, wenn man den Körper durch eine metallene Leitung zur Erde ableitet und ihn vollkommen entlädt. Wir wissen (s. oben), diese Arbeit ist $W = \frac{1}{2} e V$ Erg, d. h. wenn wir die hier geltenden Werte $V = 50/3$ und $e = 6 \cdot 10^6$ einsetzen:

$$W = 1/2 \cdot 50/3 \cdot 6 \cdot 10^6 \text{ Erg} = 500 \cdot 10^5 \text{ Erg}.$$

Da nun $981 \cdot 10^5 \text{ Erg} = 1 \text{ mkg}^*$ ist, so ist

$$W = 500/981 \text{ mkg}^* = 0,51 \text{ mkg}^*.$$

Das heißt: wir müssen, um die geforderte Ladung auszuführen, eine Arbeit von $0,51 \text{ mkg}^*$ an der Maschine aufwenden, so viel, wie wir leisten, wenn wir $\frac{1}{2} \text{ kg}^*$ 1 m hoch heben, *vorausgesetzt*, daß diese Arbeit *ganz* zu elektrischer Energie wird. *Wir* müssen tatsächlich mehr als $0,51 \text{ mkg}^*$ leisten, da wir ja auch die in der Maschine durch Reibung auftretenden Energieverluste ersetzen müssen. Aber von der im ganzen aufgewendeten Energie werden $0,51 \text{ mkg}^*$ zum Laden verwendet. Oder anders ausgedrückt, der *Körper* ist imstande, wenn er sich entlädt, eine mechanische Arbeit von $0,51 \text{ mkg}^*$ zu leisten, also so viel Arbeit, wie 1 kg^* leisten kann, wenn es $0,51 \text{ m}$ tief sinkt, *vorausgesetzt*, daß die ganze in ihm aufgespeicherte Energie zu mechanischer Arbeit wird. Tatsächlich wird sie zum Teil in Wärme umgesetzt.

325. Energie des elektrischen Stromes. Diese Arbeitsleistung bei der Entladung verteilt sich über die ganze Zeit, die die Elektrizität zum Abströmen gebraucht — aber nicht gleichmäßig. Vom Beginn des Abströmens an sinkt das Potential des Körpers, also die Potentialdifferenz zwischen ihm und der Erde. Daher wird die Stromstärke immer kleiner; sie ist, wenn das Abströmen anfängt, am stärksten und sinkt im Verhältnis zur Potentialdifferenz auf Null. Genau so die Arbeitsleistung. Ein so verlaufender Strom, eigentlich nur ein *Stromstoß*, kann daher nur selten zur Umsetzung in mechanische Energie verwandt werden. *Erhält* man aber den Körper auf seinem Potential, führt man ihm durch eine geeignete Elektrizitätsquelle dauernd soviel Elektrizität zu wie er abgibt, so bekommt man einen *stationären Strom*. Entströmen ihm in jeder Sekunde e Elektrizitätseinheiten, so muß man ihm, damit er sein Potential V andauernd behält, auch in jeder Sekunde e Elektrizitätseinheiten zuführen. Die Arbeit, die wir pro Sekunde zu leisten haben, ist dann eV Erg, und genau diese Arbeit leistet der Strom, der zur Erde abfließt und jede Sekunde e Elektrizitätseinheiten durch den Querschnitt führt.

Wir haben hier immer nur von dem Potential V des Körpers gesprochen und haben angenommen, daß die Ladung stets zur Erde, d. h. auf das Potential Null abfließt. Das geschah aber nur der Einfachheit halber; denn die Ladung kann ebenso gut auf ein beliebiges anderes Potential V_0 abfließen, wobei selbstverständlich V_0 kleiner als V sein muß. Der stationäre Zustand ist immer dann erreicht, wenn die Elektrizitätsquelle die Potentialdifferenz $V - V_0$ aufrecht zu erhalten vermag. Bezeichnen wir diese Potentialdifferenz, die man sehr treffend auch *die elektromotorische Kraft der Elektrizitätsquelle* nennt, mit E und erinnern wir uns, daß die Stromstärke I die Zahl der in jeder Sekunde den Leiter durchfließenden Elektrizitätseinheiten ist, so können wir die auf 1 sec bezogene Arbeit L eines stationären Stroms durch die Beziehung $L = EI$ Erg darstellen. Die von einem elektrischen Strom auf seinem ganzen Weg pro 1 sec geleistete Arbeit ist also gleich der Stromstärke mal der elektromotorischen Kraft der Elektrizitätsquelle.

Nach dem OHMSchen Gesetz ist $E/I = W$, daher $E = WI$. Also ist auch $L = I^2 W$, d. h. die von dem Strom pro 1 sec entwickelte Energie ist direkt proportional dem Quadrat der Stromstärke und dem Widerstande. (Die beiden Formeln $L = E \cdot I$ und $L = I^2 \cdot W$ gelten natürlich für *jede* Form der Energie, in die der Strom verwandelt wird.)

Die Formel $L = EI$ zeigt, wieviel Arbeit in Erg wir pro Sekunde leisten müssen, um die Potentialdifferenz E konstant zu erhalten, wenn jede Sekunde I Elektrizitätseinheiten durch den Querschnitt der Leitung von dem Punkte des höheren Potentials zu dem des niedrigeren abfließen. Z. B. in einer Glühlampe¹⁾ fließen jede Sekunde 1500 Millionen, d. h. $1500 \cdot 10^6$ Elektrizitätseinheiten durch den Querschnitt, und die Endpunkte des leuchtenden Fadens müssen dabei auf einer Potentialdifferenz von 100 Volt, also von $100/300$ absoluten Einheiten des elektrostatischen Potentials erhalten werden. Um dies zu erreichen, müssen wir jede Sekunde eine Arbeit leisten von $L = EI = 100/300 \cdot 1500 \cdot 10^6$ Erg, d. h. jede Sekunde 5,1 mkg*, etwas mehr als $1/15$ Pferdekraft.

Unsere Arbeit besteht darin, daß wir jede Sekunde eine gewisse Elektrizitätsmenge auf eine gewisse Potentialhöhe schaffen. Von dieser Potentialhöhe fließt die Elektrizität hinab, und dabei leistet *sie* Arbeit; und zwar (Erhaltung der Energie) eine gerade so große, wie *wir* sie vorher haben leisten müssen.

¹⁾ Eine 50-Wattlampe für 100 Volt.

Die Größe EI gibt daher auch die Arbeit an, die die *strömende Elektrizität* leisten kann. Um sie in mechanische Einheiten umzurechnen, erinnern wir an folgendes: es ist 1 Volt = $1/300$ elektrostatische Potentialeinheiten, und die Stromstärke 1 Ampere führt in 1 Sekunde $3 \cdot 10^9$ elektrostatische Ladungseinheiten durch die Leitung. Wenn also 1 Ampere durch einen Leiter fließt, zwischen dessen Enden die Potentialdifferenz 1 Volt besteht, leistet er während 1 Sekunde eine Arbeit: 1 Volt \cdot 1 Ampere = $1/300 \cdot 3 \cdot 10^9 = 10^7$ Erg = 1 Joule (S. 203). Die *Leistung* dieses Stromes ist somit 1 Joule oder 1 Watt pro Sekunde (Wattsekunde). [Daher kann man auch 1 Watt = 1 Volt \cdot 1 Ampere setzen, das Produkt nennt man 1 Voltampere (VA). Man definiert: 1000 VA = 1 Kilowatt].

Fließt bei einem Potentialgefälle von 1 Volt ein Strom von 1 Ampere t Sekunden, so leistet er eine Arbeit von t Watt \cdot Sekunden oder t Joule — und fließt bei einem Potentialgefälle von E Volt ein Strom von I Ampere t Sekunden, so leistet er eine Arbeit von $EI \cdot t$ Wattsekunden (Joule).

Worin besteht nun die Arbeit, die der Strom leisten kann? Sie kann *mechanischer* Art sein, d. h. darin bestehen, daß greifbare Massen in Bewegung gesetzt werden. Aber nicht der *ganze* Betrag von EI Erg läßt sich in mechanische Arbeit umsetzen, die Erfahrung lehrt vielmehr, daß jeder Leiter, durch den Strom fließt, sich *erwärmt* (JOULESCHE WÄRME).

326. Erzeugung von Wärme durch den elektrischen Strom. Angenommen, wir könnten die *ganze* Arbeitsfähigkeit des Stromes in Wärme umwandeln; wieviel Kalorien würden entstehen? Die Antwort folgt unmittelbar aus dem Vorhergehenden. 1 Joule ist (S. 203) äquivalent 0,24 cal; $EI \cdot t$ Joule sind also $0,24 \cdot EI \cdot t$ cal äquivalent. Das heißt pro Sekunde entwickelt ein Strom von EI Watt $0,24 \cdot EI$ cal, falls seine *ganze* Energie zu Wärme (JOULESCHE WÄRME) wird. Die Gleichung $Q = 0,24 \cdot EI \cdot t$ cal hat (experimentell und theoretisch) zuerst JOULE (1841) abgeleitet. Mit $I = E/W$ kann man ihr auch die Form geben $Q = 0,24 I^2 W t$. Dabei bedeutet W den Widerstand der ganzen Stromleitung. Ist dieser Widerstand nicht gleichförmig wie bei einem einfachen Drahte, sondern besteht er aus verschiedenen großen Teilwiderständen, so läßt sich diese Gleichung auch auf jeden Teilwiderstand anwenden. Es sei eine Leitung von der Länge L gegeben, durch die der Strom I fließt, und die den Widerstand W hat. Denken wir sie uns in n Teile, $l_1 \dots l_n$ geteilt, mit den Widerständen $w_1 \dots w_n$, so ist

$$W = w_1 + w_2 + \dots + w_n, \quad \text{also}$$

$$c \cdot I^2 W = c \cdot I^2 (w_1 + w_2 + \dots + w_n) = c \cdot I^2 w_1 + c \cdot I^2 w_2 + \dots + c \cdot I^2 w_n.$$

Nun bedeutet $c \cdot I^2 w_1$ für die Länge l_1 mit dem Widerstande w_1 das, was $c \cdot I^2 W$ für die Leitung L mit dem Widerstande W bedeutet, nämlich die in l_1 entwickelte Wärme; und analog für die anderen Stücke der Leitung. Die in L entwickelte Wärme verteilt sich also auf die Teile l ihren Widerständen entsprechend. Haben die Längen l_1 bis l_n jede den gleichen Widerstand, so entwickelt sich in jeder die gleiche Wärmemenge. Besteht die ganze Leitung aus demselben Material, und hat sie an allen Punkten denselben Querschnitt, dann haben gleiche Abschnitte davon auch gleichen Widerstand. (Eine solche Leitung heißt *homogen*.) In einer homogenen Leitung ist somit die in ihr im ganzen entwickelte Wärmemenge gleichmäßig verteilt.

Mit homogenen Leitungen hat man es aber nie oder *fast* nie zu tun. Will man z. B. den Strom fern von seiner Erzeugungsstelle in irgendeine andere Energieform verwandeln, so sucht man es natürlich zu verhindern, daß sich schon in den *Leitungen* zu jenem Orte hin viel davon in Wärme umwandelt. Man macht solche Leitungen daher aus sehr gut leitendem Material (Kupfer), macht sie

sehr dick und so kurz, wie es der Abstand der Erzeugungsstelle von der Verbrauchsstelle zuläßt; so z. B. die *Speiseleitungen*, die von dem Elektrizitätswerke aus den Strom zu den Verbrauchsstellen hinführen. — Ebenso die Telegraphenleitungen: den Strom, den man zum Telegraphieren benutzen will, will man erst in der Empfangsstation in *mechanische Energie* umwandeln, aber nicht *unterwegs* in den Telegraphendrähten in *Wärme*. Man macht sie der Billigkeit halber aus Eisen, macht sie aber, da Eisen sehr viel schlechter leitet als z. B. Kupfer, entsprechend dicker. — Will man dagegen, wie z. B. in Heizapparaten oder in elektrischen Lampen, an einer bestimmten Stelle der Leitung große Wärme entwickeln, so macht man den Widerstand an dieser Stelle besonders groß.

Auf der Wärmeentwicklung durch den Strom beruht die *elektrische Beleuchtung*. Der wesentliche Teil jeder dafür bestimmten Lampe ist ein Leiterstück, das beim Hindurchfließen des Stromes so heiß wird, daß es glüht und

dadurch leuchtet. In den *Glühlampen*

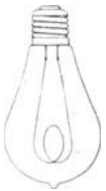


Abb. 399.
Kohlenfaden-
glühlampe.



Abb. 400.
Der Brenner
einer Nernst-
lampe.

[(früher aus „verkohlter“ Zellulose), jetzt aus einem sehr schwer schmelzenden Metall (Wolfram)]; um den Faden vor dem Verbrennen zu schützen, schließt man ihn in eine Glasglocke ein und macht die Glocke luftleer oder füllt sie mit einem neutralen Gase. In den *Nernstlampen* (Abb. 400) ist der Leiter ein Stäbchen *s* aus seltenen Erden (Zirkon u. dgl.). Es muß (S. 347, oben) erhitzt



Abb. 401.
Der leuchtende
Teil
einer elektrischen
Bogen-
lampe.

werden, um zu leiten; dazu genügt schon eine Flamme, man benützt aber eine elektrisch betriebene Heizvorrichtung, die Spirale *S*.

In den *Bogenlampen* besteht der Leiter aus den einander fast berührenden Enden zweier Kohlenstäbe (Abb. 401) und einer sie verbindenden Brücke von glühenden Kohlentelchen. Die Brücke entsteht in folgender Weise: Ohne Strom berühren die Kohlen einander, erst der Strom trennt sie (durch einen von ihm selbst betriebenen Mechanismus). Dabei wird er aber nicht unterbrochen, sondern er erzeugt zwischen den Kohlen durch Erhitzung und Verdampfung der Kohlen eine glühende Gasschicht, die die Gestalt einer Mondsichel annimmt, den Lichtbogen (daher der Name *Bogenlampe*). Die Leitung wird durch die sehr stark erhitzte und ionisierte Luft [374.] zwischen den Kohlen unterhalten. Das Licht kommt von den zur Weißglut erhitzten Kohlenenden, namentlich (bei Ver-

wendung von „Gleichstrom“) von der oberen positiven Kohle, die sich kraterförmig aushöhlt.



Abb. 402. Elektrischer Ofen
mit Lichtbogenheizung.

In den elektrischen Lampen ist die Wärme nur Mittel zum Zweck. Alle Verbesserungen daran zielen danach, möglichst hohe Lichtstärke bei möglichst schwacher Wärmeentwicklung zu erzeugen. In den *elektrischen Heizapparaten* dagegen ist die Wärmeentwicklung Selbstzweck. Sie sind entweder wie die

Glühlampen oder wie die Bogenlampen gebaut. Nach dem ersten Prinzip wirkt z. B. die Heizvorrichtung in den Nernstlampen, eine Spirale (*S* in Abb. 400) aus sehr dünnem Platindraht, die den Leuchtkörper umgibt, und die durch den Strom für kurze Zeit selber zum Glühen erhitzt wird; in ähnlicher Weise werden elektrische Bügeleisen, Kochherde usw. durch eingebaute dünne Drähte erhitzt. Nach dem zweiten Prinzip, nach dem also ein „Lichtbogen“ die Heizquelle

bildet, wirkt z. B. der Ofen Abb. 402, der in der chemischen Technik eine große Rolle spielt. Der Strom wird durch zwei Kohlenstäbe *A* und *B* in ihn hineingeleitet; zwischen den beiden Kohlen befindet sich das Material, auf das der Lichtbogen mit seiner mehrere Tausend Grad betragenden Temperatur einwirken soll.

327. Thermoelektrizität. Wir haben gesehen, wie sich elektrische Energie in Wärme umwandeln läßt; umgekehrt kann unter gewissen Bedingungen auch Wärme unmittelbar elektromotorisch wirken (SEEBECK, 1821). Man nennt die unmittelbar aus Wärme hervorgegangene Elektrizität *Thermoelektrizität* und die Ströme thermoelektrische.

Wie thermoelektrische Ströme entstehen, veranschaulicht der folgende grundlegende Vorgang: Man verbindet zwei Drähte aus *verschiedenen* Metallen, z. B. Eisen und Kupfer, miteinander, indem man die Enden zusammendrillt (Abb. 403), und bringt die Verbindungsstelle *A* mit einer Flamme auf eine *andere Temperatur* als die Verbindungsstelle *B* (Zimmertemperatur). Dann geht ein elektrischer Strom durch die *heiße* Verbindungsstelle in der (Pfeil-) Richtung vom Kupfer zum Eisen. Erhitzt man *B* und erhält *A* auf der niedrigeren Temperatur, so geht der Strom dem Pfeile entgegengesetzt, also wieder durch die *heiße* Verbindungsstelle vom Kupfer zum Eisen.

Man zeigt die Entstehung der thermoelektrischen Ströme gewöhnlich mit dem durch Abb. 404 dargestellten Apparat. *AB* bedeutet einen *Wismutstab*, *CD* einen darauf gelegten *Kupferbügel*, zwischen beiden befindet sich eine leicht drehbare Magnetnadel. Erhitzt man z. B. die Verbindungsstelle *DB*, so *dreht* sich die Magnetnadel, ein Beweis dafür, daß ein elektrischer Strom sie umkreist. Erhitzt man die andere

Stelle, so dreht sich die Nadel entgegengesetzt, ein Beweis, daß der Strom jetzt in entgegengesetzter Richtung geht. Man muß sich bei diesen Versuchen darüber klar sein, daß durch die Temperaturerhöhung zunächst eine elektromotorische Kraft erzeugt wird, und daß der Strom zwar von der Größe dieser Kraft, aber auch von den Widerstandsverhältnissen im Stromkreis abhängt. Die elektromotorische Kraft ist unmittelbar durch die Temperatur der Lötstellen (s. das folgende) und durch die Art der dort kombinierten Metalle gegeben, der Strom aber kann ganz verschieden ausfallen, je nach den Hilfsapparaten und sonstigen Widerständen, die in den Stromkreis eingeschaltet sind.

Erhitzt man beide Verbindungsstellen (Abb. 403 *A* und *B*) auf *dieselbe* Temperatur, so entsteht der Strom nicht; offenbar weil dann an jeder eine elektromotorische Kraft entsteht, die der an der anderen an Größe *gleich*, aber *entgegengesetzt gerichtet* ist. — Ähnliches beobachtet man, wenn man mehr als zwei Metalle miteinander verbindet (Abb. 405). Auch hier entsteht kein Strom, wenn der Kreis z. B. aus Kupfer, Eisen, Antimon gebildet ist und alle Verbindungsstellen auf gleicher Temperatur erhalten werden. Offenbar kommt das daher, daß die elektromotorische Kraft an *AC* gleich groß ist und entgegengesetzt der aus der Summe der beiden anderen hervorgehenden, d. h. daß $AC = AB + BC$.

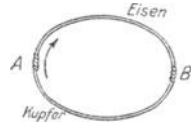


Abb. 403. Zum thermoelektrischen Fundamentalversuch (zwei Metalle).

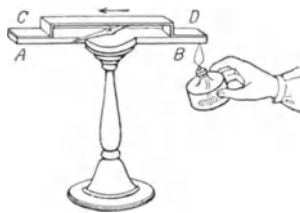


Abb. 404. (Zwei Metalle.)

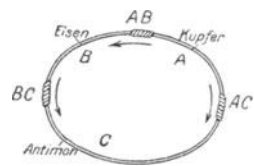


Abb. 405. (Drei Metalle.) Zum thermoelektrischen Fundamentalversuch.

328. Thermoelement. Wenn man gleichzeitig zwei Verbindungsstellen auf dieselbe Temperatur erhitzt, die dritte aber auf Zimmertemperatur erhält, so entsteht eine elektromotorische Kraft, die gerade so groß ist, wie wenn das Metall zwischen den beiden gleich warmen Verbindungsstellen *gar nicht vorhanden* wäre, also die beiden *gleich* warmen Verbindungsstellen nur eine *einzig* bildeten. Darum darf man auch zwei Metalle mit Hilfe eines dritten verlöten, ihre Enden und das sie verbindende Lot haben ja ein und dieselbe Temperatur. Das ist für die praktische Anwendung eines solchen Paares thermoelektrisch wirksamer Metalle — es heißt ein *Thermoelement* — sehr wichtig. Abb. 406 zeigt ein Thermoelement aus zwei Metallen M_1 M_2 . Die Endpunkte A sind unmittelbar mit einander verbunden (verlötet), die Endpunkte B und C *auf dem Umwege* über den äußeren Stromkreis S , wenn sie aber beide auf gleicher Temperatur erhalten werden, so verhält sich das Element so, wie wenn B mit C verlötet wäre. Wir haben also hier ein Thermoelement, dessen eine Lötstelle A ist, und dessen andere Lötstelle durch die beiden Punkte B und C vertreten wird, an die der äußere Stromkreis angeschlossen wird.

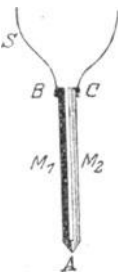


Abb. 406.
Thermoelement.

Die elektromotorische Kraft eines einzelnen Thermoelementes ist, soweit reine Metalle in Betracht kommen, sehr klein (sogar die dafür *günstigste Kombination Antimon-Wismut* gibt bei 100°C Temperaturdifferenz nur 0,07 Volt), sie wächst zwar bis zu einer gewissen Grenze der Temperaturdifferenz nahezu proportional, aber jenseits dieser Grenze sinkt sie wieder, ja, sie wechselt sogar schließlich ihre Richtung. Man muß daher für sehr hohe Temperaturen andere Metallpaare verwenden als für niedrigere.

Schickt man dagegen einen Strom durch einen Leitungskreis Wismut-Antimon, so tritt — abgesehen davon, daß sich der ganze Leiter seinem Widerstand entsprechend erwärmt — an der Lötstelle eine (von PELTIER 1834 entdeckte) besondere Wärmewirkung auf. Je nach der Stromrichtung ist sie *Wärmeerzeugung* oder *Wärmeverbrauch*: Erzeugung, wenn die Stromrichtung der des Thermostromes (der bei äußerer Erwärmung der Lötstelle entsteht) entgegengesetzt ist; Verbrauch (also Abkühlung der Lötstelle), wenn die Stromrichtung mit der des Thermostromes übereinstimmt. Zeigen kann man den PELTIER-Effekt mit einem dem Luftthermometer (Abb. 391) ähnlichen Apparat, wenn man den Draht a b durch einen Wismut-Antimonstreifen ersetzt.

Verbindet man (Abb. 407) eine größere Anzahl von Thermoelementen zu einer *Thermosäule*, so kann man die elektromotorische Kraft sehr erhöhen. Erwärmt man alle Ecken der einen Seite des Zickzacks, während man die anderen

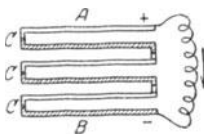


Abb. 407. Drei einander unterstützende Thermoelemente (Thermosäule).

auf Zimmertemperatur hält oder sogar abkühlt, so wird die elektromotorische Kraft an den freien Enden der Säule gleich der Summe der elektromotorischen Kräfte der einzelnen Thermoelemente. Die Thermosäule setzt die Energie der *Wärme* unmittelbar in die *des elektrischen Stromes* um. Für die Technik kommt sie aber nicht in Frage, denn selbst wenn die Zahl der Thermoelemente sehr groß ist, leistet sie verhältnismäßig wenig. — Überaus wertvoll sind die Thermoelemente und -säulen als *Thermometer*: Die Lötstelle des Thermoelementes — für niedrige Temperaturen z. B. aus Eisen und Konstantan, für höhere aus Platin und Platinrhodium — wird der zu messenden Temperatur ausgesetzt (aber nicht der direkten Einwirkung von Flammgasen), die Lötstellen B und C werden auf Zimmertemperatur erhalten. Die Zuleitungsdrähte verbindet man mit einem strommessenden Instrument (Galvanometer). Mit Hilfe bereits bekannter Tem-

peraturen, z. B. bekannter Schmelzpunkte und Siedepunkte, kann man ermitteln, welche Stromstärke zu einer bestimmten Temperatur gehört, und kann z. B., wenn man das Thermoelement mit seiner Lötstelle in ein schmelzendes Metall taucht, aus der beobachteten Stromstärke die Temperatur ermitteln, der die Lötstelle ausgesetzt ist, d. h. die unbekannte Schmelztemperatur messen. — Ein *Hauptvorteil* des Thermoelementes liegt darin, daß seine Lötstelle an schwer zugänglichen Stellen (z. B. enge Öffnungen) gebracht werden kann, und daß es kleine Wärmekapazität hat. Für viele Zwecke genügt ein einzelnes Element (z. B. in dem Pyrometer für Porzellanöfen, Regenerativöfen der Glashütten u. dgl.), meist das von LE CHATELIER aus Platin und Platinrhodium. Für andere ist eine *Säule* erforderlich. Namentlich die RUBENSsche Säule, Abb. 409, aus Eisen und Konstantan wird viel benützt. Ihre thermoelektrisch wirksamen

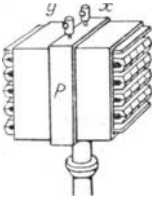


Abb. 408.
Thermosäule
aus Wismut
und Antimon
nach MELLONI.
Veraltet.

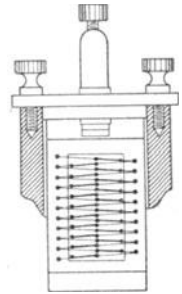


Abb. 409.
Thermosäule aus
Eisen und Kon-
stantan nach
RUBENS.

Drähte bilden ein Zickzack, die Lötstellen sind verbreitert und liegen in einer Geraden, so daß man sie z. B. mit einer linienförmigen Wärmequelle zusammenfallen lassen kann, was namentlich für Strahlungsmessungen im Spektrum (s. dieses) wichtig ist. Ihre Wärmekapazität ist so gering, daß das Galvanometer sich *sofort* einstellt.

329. Elektrolyse. Verbinden sich zwei Stoffe chemisch, die starke Verwandtschaft zueinander haben, so entsteht eine große Wärmemenge, das Äquivalent einer großen Arbeit. Verbinden sich z. B. Wasserstoff und Sauerstoff, und entsteht gerade 1 kg Wasser, so entsteht gleichzeitig eine Menge Wärme, die, wenn eine Dampfmaschine sie ganz in mechanische Arbeit verwandeln könnte, 1 kg* 1600 km hoch heben könnte. Das lehrt: Sauerstoff und Wasserstoff enthalten, wenn sie *jeder für sich* bestehen, in ihrer chemischen Verwandtschaft einen gewissen Vorrat von Energie. Haben sie sich miteinander verbunden, so besteht die gegenseitige Anziehungskraft zwar fort, aber ohne äußere Arbeit leisten zu können. Um sie in den arbeitsfähigen Zustand zurückzusetzen, muß man sie wieder vollkommen voneinander trennen, und das erfordert Arbeit.

Auch Arbeit *dieser* Art kann der elektrische Strom leisten, d. h. er kann die Komponenten chemisch zusammengesetzter Stoffe voneinander trennen und in den ursprünglichen arbeitsfähigen Zustand zurücksetzen. *Diese* Arbeit leistet er nur, während er durch die Substanzen *hindurchfließt*. Mit anderen Worten: die Substanzen, die der Strom chemisch zerlegen kann, sind *Leiter*. Sie werden *Elektrolyte* genannt, auch Leiter *zweiter Klasse* im Gegensatz zu den Leitern erster Klasse, den Metallen. — (Wie der Begriff „Leiter“ nur relativ ist, so auch der Begriff Elektrolyt. Es gibt Stoffe, die den Strom kaum wahrnehmbar leiten und deren verschwindend geringe Zersetzungsprodukte mit den gewöhnlichen Hilfsmitteln der chemischen Analyse unauffindbar sind, auch Stoffe, die bei gewöhnlicher Temperatur nicht leiten, aber bei hoher Temperatur.) Am leichtesten zersetzbar sind die *Säuren, Basen* und *Salze* in wässrigen Lösungen oder geschmolzen. Sie sind zwar an und für sich *Nichtleiter*, leiten aber den Strom, sobald sie in Wasser *gelöst* sind, so z. B. Salzsäuregas, Ammoniak, Kupfervitriol, auch, wenn sie geschmolzen sind, z. B. Zinkchlorid, Bleichlorid, Kaliumhydroxyd.

Wir machen nun eine solche Lösung oder eine solche Schmelze zu einem Teil eines Stromkreises (Abb. 410). Die Stellen *A* und *B*, an denen der *metallische* Leiter unterbrochen ist, und die der *flüssige* Leiter verbindet, werden *Elektroden*¹⁾ genannt. Man macht sie, weil auch die bestleitende Flüssigkeit schlecht leitet im Vergleich mit einem Metall, im Verhältnis zum übrigen Leitungsquerschnitt groß, indem man die Enden der Leitung mit Metallplatten versieht. Man nennt zwar die ganze Platte Elektrode — die, von der aus der Strom der positiven Elektrizität bergab fließt, die positive, die andere die negative —, aber Elektrode im eigentlichen Sinne, d. h. Eintritts- oder Austrittsstelle des Stromes, ist nur derjenige Teil der Platte, der in die Flüssigkeit taucht. — Man kann natürlich denselben metallischen Leiter an mehreren Stellen zugleich unterbrechen — in Abb. 411 an den Stellen *1*, *2*, *3* — und an jeder mit Hilfe von Elektroden eine Zelle mit leitender Flüssigkeit, eine *Zersetzungszelle*, einschalten. Durch alle Zellen geht dann derselbe Strom zu gleicher Zeit. Man nennt die so angeordneten Zellen — die negative Elektrode der einen Zelle ist mit der positiven der nächsten leitend verbunden — *hintereinander geschaltet*. — An den Elektroden, und *nur* an ihnen, nicht auch im Innern der Flüssigkeit,

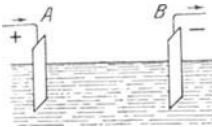


Abb. 410. Eine Flüssigkeit als Teil eines Stromkreises.

scheiden sich die Zersetzungsprodukte ab. (Um Verwicklungen zu vermeiden, die aus der chemischen Angreifbarkeit der Platten entstehen können, denken wir uns diese aus Platin oder Kohle hergestellt.) Man sieht das deutlich, wenn man z. B. Salzsäure oder überhaupt einen Stoff zerlegt, dessen Komponenten Gase sind. Die Gase steigen dann nur an den Elektroden

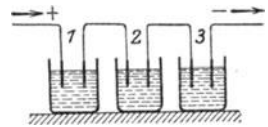


Abb. 411. Flüssigkeiten als Teile eines Stromkreises.

auf, aber nicht im Innern der Flüssigkeit. Zu allererst lernen wir: Gleichviel woraus der flüssige Leiter besteht, stets scheidet sich an der *negativen* Elektrode derjenige Teil von ihm ab, den die Chemie die *Base* nennt, und an der *positiven* Elektrode die *Säure* oder der Bestandteil, der zur Bildung einer Säure wesentlich ist. Ob der Leiter Zinkchlorid ist oder Salzsäure oder Ammoniak — das Chlor und der Stickstoff erscheinen an der positiven Elektrode, das Zink und der Wasserstoff an der negativen (das ermöglicht, mit dem Polreagenzpapier zu ermitteln, welches von zwei Leitungsenden positiv und welches negativ geladen ist).

Da die Zersetzungsprodukte nur an den Elektroden auftreten, müssen sie sich zu ihnen hinbewegt haben. FARADAY nannte sie dieser Bewegung wegen²⁾ die *Ionen*; das Ion, das zur *positiven* Elektrode, gewissermaßen „bergauf“ geht, nannte er das *Anion* (Chlor, Stickstoff, die Säure) und das zur *negativen*, „bergab“ gehende, das *Kation* (Wasserstoff, Zink). Die *Enden* des flüssigen Leiters, d. h. die Stellen, an denen Anion und Kation aus ihm austreten, nannte er *Anode* und *Kathode*. Es ist Sprachgebrauch, die Enden des flüssigen Leiters mit den anliegenden Enden des metallischen, den Elektroden, zu identifizieren und die positive Elektrode Anode, die negative Kathode zu nennen.

Gewisse Konzentrationsänderungen in der Nähe der Elektroden haben zu der Entdeckung geführt (HITTORF), daß zwei Ionen, die miteinander chemisch verbunden waren, nach ihrer Trennung seltsamerweise *nicht* mit der gleichen Geschwindigkeit ihrer Elektrode entgegenwandern. Wenn z. B. Salzsäure,

¹⁾ ὁδός = Weg.

²⁾ ἰών, ἰόντος = gehend.

HCl, elektrolysiert wird, so wandert — unter sonst gleichen Bedingungen — das H-Ion fünfmal schneller als das Cl-Ion (*Überföhrungszahlen*). Jedes Ion in einer sehr verdünnten Lösung hat eine *bestimmte* Geschwindigkeit (von den Kationen hat Wasserstoff die größte, von den Anionen die Hydroxylgruppe OH), ganz *gleichgültig*, mit welchem Ion es chemisch verbunden war, und *unabhängig* davon, ob noch andere Ionen in derselben oder in entgegengesetzter Richtung die Flüssigkeit durchwandern. Dieses Gesetz von der *Unabhängigkeit der Ionenwanderung* (KOHLEAUSCH) ist der Ausgangspunkt für die ARRHENIUSsche Theorie der elektrolytischen Dissoziation und lehrt außerdem die Leitfähigkeit sehr verdünnter Lösungen berechnen. Man nennt den Vorgang *Elektrolyse* (FARADAY, 1834).

330. Elektrolytische Dissoziation. Unsere erste Frage gilt dem Mechanismus der Elektrolyse: Wie kommt die Abscheidung der Komponenten des Elektrolyten an den Elektroden zustande? Erklärlich wird sie durch die Theorie der *elektrolytischen Dissoziation* (ARRHENIUS). In gewissen wässerigen Lösungen ist erfahrungsgemäß (S. 252) der osmotische Druck *größer*, als es der Konzentration der Lösung und dem Molekulargewicht des gelösten Stoffes entspricht, mithin die Anzahl der gelösten Teilchen offenbar größer, als sie zu erwarten wäre. Daraus hat man geschlossen, daß die Molekeln des gelösten Stoffes zum Teil „dissoziiert“, d. h. in gewisse Komponenten gespalten sind. Die Erfahrung lehrt nun: 1. diese mutmaßlich dissoziierten Lösungen sind dieselben, die auch den Strom leiten und durch ihn zerlegt werden, und 2. jene Abweichung des osmotischen Druckes von dem berechneten, also die Anzahl der mutmaßlich gespaltenen Molekeln wird bis zu einem gewissen Grenzwert größer, wenn man die Lösung *verdünnt*. Man schließt daher: die Vermehrung der gespaltenen Molekeln *bewirkt*

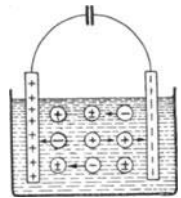


Abb. 412.
Mechanismus der
Stromleitung
durch einen
Elektrolyten.

die Vergrößerung der Leitfähigkeit, und der Auflösungs Vorgang selber ruft jene beiden Dinge gleichzeitig *hervor*. Man stellt sich daher die Stromleitung in dem Elektrolyten und die Abscheidung seiner Komponenten so vor: Der Elektrolyt, z. B. Chlorkalium (KCl), wird bereits, *indem das Wasser ihn auflöst*, in die Komponenten Kalium (K) und Chlor (Cl) gespalten — also nicht erst der *Strom* spaltet ihn. An den Elektroden scheiden sich die Komponenten *deswegen* aus, weil — so nimmt man an — die eine (Kalium) mit *positiver* Elektrizität geladen ist, die andere (Chlor) mit negativer, und daher die eine von der *negativen* Elektrode, die andere von der positiven Elektrode angezogen wird. Abb. 412 verdeutlicht den *Mechanismus der Elektrolyse* diesen Annahmen gemäß. Woher die Ionen Kalium und Chlor — man bezeichnet sie mit $\overset{+}{K}$ und $\overset{-}{Cl}$ — ihre Ladungen haben, lassen wir dahingestellt; ferner auch, was wir uns unter der Ladung der Ionen zu denken haben. Man sieht an der Abbildung, daß die Ionen den Transport der Elektrizität durch die Flüssigkeit hindurch, die an und für sich nicht leitet, übernehmen; die Wanderung der Ionen in dem Elektrolyten bildet das, was wir den elektrischen Strom nennen. Es brauchen nicht *alle* Molekeln Chlorkalium gespalten zu sein, aber die *nicht-gespaltenen* — man muß sie sich mit gleich großen Mengen positiver und negativer Elektrizität *gleichzeitig* geladen denken — beteiligen sich auch nicht an der Leitung des Stromes. — Aus der Spaltung der Molekeln erklärt sich also, wie die Leitung in dem Elektrolyten zustande kommt und wieso sie von seinem Zerfall begleitet ist. Sie erklärt auch, wieso *jede noch* so geringe Stromstärke die Komponenten an den Elektroden abscheidet: sie *sind*

schon voneinander getrennt, sie werden nur zu den Elektroden hin *verschoben*, und dazu genügt jede beliebig kleine Kraft, wenn sie nur lange genug wirkt.

Die elektrolytische Dissoziation unterscheidet sich von der rein chemischen nicht allein dadurch, daß die Komponenten elektrisch geladen sind, sondern auch dadurch, daß die Komponenten sich chemisch ganz anders verhalten. Die *Ionen* Kalium und Chlor wirken chemisch ganz anders als das *neutrale* Kalium und das *neutrale* Chlor. Das in der Lösung befindliche freie Chlorion riecht auch nicht, und das Kaliumion reagiert nicht auf Wasser. Der Unterschied der chemischen Eigenschaften erklärt sich daraus, daß das Kaliumion und das Chlorion andere Energiemengen enthalten als das *neutrale* Chlor und das *neutrale* Kalium.

Gespalten hat den Elektrolyten der Lösungsprozeß, worin besteht die Arbeit, die der *Strom* leistet? — Die Ionen bewegen sich, von den Elektroden angezogen, die einen stromauf, die anderen stromab. Dabei erfahren sie eine große *Reibung* durch die Flüssigkeit; die Überwindung dieser Reibung ist ein Teil der Stromarbeit, aber nur ein *Teil*. Sind die Ionen an der Elektrode angekommen, so muß ihnen noch ihre Ladung entrissen werden, damit sie wieder neutral werden. Die *Neutralisierung*, d. h. die Zurückverwandlung des Ions in ein neutrales Atom, ist der zweite Teil der Stromarbeit.

Wie groß ist die *Menge der Zersetzungsprodukte*? Die Erfahrung lehrt: Die gleichzeitig an den beiden Elektroden auftretenden Mengen stehen in dem Verhältnisse zueinander, das die Konstitutionsformel der Verbindung ausspricht. In der Salzsäure HCl ist je 1 Atom Wasserstoff mit je 1 Atom Chlor verbunden, d. h. je 1 mg Wasserstoff mit 35,5 mg Chlor, und in demselben Verhältnisse stehen auch die gleichzeitig auftretenden Mengen von Wasserstoff an der einen und von Chlor an der anderen Elektrode.

Die *absolute* Menge der ausgeschiedenen Komponenten, die Anzahl Gramm Wasserstoff resp. Chlor, die an den Elektroden erscheint, *wächst* der Stromstärke und der Durchströmungsdauer proportional. So scheidet z. B. ein Strom von 1 Ampere aus einer Lösung von salpetersaurem Silber in 1 sec 1,118 mg Silber aus, ein Strom von 2 Ampere in 1 sec $2 \cdot 1,118$ mg Silber und in 2 sec $2 \cdot 2 \cdot 1,118$ mg usw. — Aber das *Verhältnis*, in dem die Mengen der ausgeschiedenen Komponenten zueinander stehen, ist immer *dasselbe*. Es ist unabhängig von der Stromstärke und von der Durchströmungsdauer, von der Größe und von der Form der Zersetzungszellen, von der Größe und vom gegenseitigen Abstände der Elektroden.

331. FARADAYSCHES GEsETZ. Bisher war nur von *einer* Zelle die Rede. Wie aber, wenn der Strom durch mehrere hintereinander geschaltete Zellen (Abb. 411) geht? Enthalten sie alle denselben Elektrolyten, so ist der Vorgang in allen Zellen in jeder Beziehung derselbe. Enthält aber jede einen anderen, so stehen in jeder Zelle die Komponenten wieder in dem Verhältnis zueinander, das sich in der Konstitutionsformel des Elektrolyten ausspricht. In einer mit Zinkchlorid, $ZnCl_2$, gefüllten Zelle treten für je 65,4 mg Zink gleichzeitig 71 mg Chlor auf, in einer mit Salzsäure, HCl, gefüllten für 1 mg Wasserstoff gleichzeitig 35,5 mg Chlor. Die Erfahrung führt nun auf ein Gesetz, das den Vorgang in sämtlichen hintereinander geschalteten Zellen umfaßt: *eines der wichtigsten Gesetze* (FARADAY) der gesamten Elektrizitätslehre, eines der Fundamente der modernen Theorie (HELMHOLTZ) der Elektrizität. Um es kurz zu formulieren, benützt man den Begriff der *Wertigkeit* (Valenz).

Wir erläutern, um schwerverständliche Allgemeinheiten zu vermeiden, den Valenzbegriff an Beispielen. Kupfervitriol, $CuSO_4$, und Eisenvitriol, $FeSO_4$, unterscheiden sich der chemischen Konstitutionsformel nach dadurch voneinander, daß Kupfer, Cu, und Eisen, Fe, durcheinander ersetzt sind, und zwar *ein* Atom Kupfer durch *ein* Atom Eisen; die Soda Na_2CO_3 und Pottasche K_2CO_3 dadurch, daß Kalium, K, und Natrium, Na, durcheinander

ersetzt sind, und zwar *zwei* Atome Kalium durch *zwei* Atome Natrium. Man nennt deswegen das Kupferatom dem Eisenatom und ebenso das Kaliumatom dem Natriumatom *gleichwertig*. Aber Kupfer und Eisen auf der einen Seite und Kalium und Natrium auf der anderen sind einander *nicht* gleichwertig. Die Nebeneinanderstellung von zwei Verbindungen wie Kupfervitriol, CuSO_4 , und von Glaubersalz, Na_2SO_4 , zeigt das. Natrium und Kupfer ersetzen einander zwar, aber *zwei* Atome Na sind erforderlich, um *ein* Atom Cu zu vertreten. Man nennt daher Kupfer *mehrwertig* als Natrium. — Man kann so die Elemente in Gruppen teilen: die Mitglieder jeder einzelnen Gruppe sind einander gleichwertig, aber Mitglieder verschiedener Gruppen einander ungleichwertig. Nun gibt es kein Element, im Vergleich mit dem der Wasserstoff mehrwertig ist, man schreibt daher dem Wasserstoffatom die niedrigste Wertigkeit zu und nennt den Wasserstoff und die ihm gleichwertigen Elemente (z. B. Kalium, Natrium usw.) *einwertig*. Ein Wasserstoffatom enthält also „eine Valenz“ und ebenso ein Atom jedes anderen einwertigen Elements. Dementsprechend nennt man ein Element, von dem ein einzelnes Atom genügt, um zwei einwertige Atome zu ersetzen, z. B. Cu, Zn, Hg, *zweiwertig*, und man spricht ihm 2 Valenzen zu; ferner nennt man die Elemente, von denen je ein Atom drei einwertige Atome zu ersetzen imstande ist, z. B. P, N, *dreiwertig* usw. — Für die Formulierung des FARADAYSchen Gesetzes brauchbar wird die Wertigkeit der Atome und Atomgruppen nun durch folgende Überlegung: Ein zweiwertiges Atom, z. B. das Zinkatom, ist zwei Wasserstoffatomen gleichwertig. Da das Zink nun das Atomgewicht 65,4 hat und der Wasserstoff das Atomgewicht 1, so heißt das: 65,4 Gewichtsteile Zink sind 2 Gewichtsteilen Wasserstoff gleichwertig, also z. B. 65,4 g Zink 2 g Wasserstoff und daher $65,4/2$ g Zink 1 g Wasserstoff. Das Verhältnis Atomgewicht des Elementes dividiert durch Wertigkeit des Elementes heißt Äquivalentgewicht oder auch Valenz des Stoffes. Das Äquivalentgewicht der einwertigen ist gleich dem Atomgewicht, das der 2, 3 . . . *n*-wertigen gleich dem $2, 3 \dots n^{\text{ten}}$ Teil.

Mit Hilfe des Valenzbegriffes hat HELMHOLTZ das FARADAYSche Gesetz so formuliert: *dieselbe Menge Elektrizität macht, wenn sie durch irgendeinen Elektrolyten fließt, immer dieselbe Anzahl von Valenzen an den beiden Elektroden frei*. Geht also derselbe Strom durch mehrere hintereinander geschaltete Zellen, und scheidet er an der Kathode der ersten Zelle Wasserstoff, der zweiten Silber, der dritten Gold, der vierten Zink aus, so entsteht für je 1 g Wasserstoff in der ersten Zelle $107,88/1 = 107,88$ g Silber in der zweiten; $197/3 = 65,7$ g Gold in der dritten; $65,4/2 = 32,7$ g Zink in der vierten Zelle. Welche Elektrizitätsmenge gehört nun dazu, um an einer Elektrode 1 g Wasserstoff oder das Äquivalentgewicht irgendeines anderen Elementes, z. B. 107,88 g Silber oder 32,7 g Zink abzuscheiden? Eine Elektrizitätsmenge von 1 Coulomb, z. B. also ein Strom von 1 Ampere Stärke und 1 sec Dauer, schlägt 0,001118 g Silber an der Kathode nieder. Daraus folgt: die Abscheidung von 107,88 g Silber erfordert $107,88/0,001118 = 96494$ Coulomb. Dieselbe Elektrizitätsmenge scheidet nach dem FARADAYSchen Gesetz auch das Äquivalentgewicht irgendeines anderen Elementes ab.

Wenn aber dieselbe Elektrizitätsmenge immer gleichviel Valenzen an den Elektroden freimacht, so muß dort für *je eine Valenz* eine bestimmte Elektrizitätsmenge verfügbar sein, um deren Ladung zu *neutralisieren*. Wir müssen daher schließen, daß jedes Ion, solange es sich in der Flüssigkeit befindet, für *je eine seiner Valenzen ein entsprechend großes Quantum Elektrizität als Ladung* enthält, und daß Ionen, die gleichviel Valenzen haben (z. B. das Kalium-, das Silber-, das Wasserstoffion) auch die gleiche Ladung tragen.

An einer Elektrode angelangt, beansprucht also z. B. ein Kaliumion, damit seine Ladung neutralisiert und es selber wieder ein *neutrales* Atom werde, keine andere Elektrizitätsmenge als ein Silberion oder als ein Wasserstoffion. — Aber nur in der *Ladungsmenge* unterscheiden sie sich nicht voneinander, sehr wesentlich dagegen in der *Zähigkeit*, mit der sie ihre Ladung *festhalten* (Haftintensität). Die Erfahrung lehrt: Um ein Ion zu neutralisieren, kommt es nicht allein auf die Elektrizitätsmenge an, die an der Elektrode zur Verfügung stehen muß, sondern auch auf den *Potentialsprung* an der Elektrode. Um

dem Kaliumion seine Ladung zu entreißen, ist eine größere elektromotorische Kraft nötig, als um dem Silberion seine Ladung zu entreißen. Das spricht sich aus in der *Zersetzungsspannung* oder Polarisationsspannung, die man an den Elektroden aufrecht erhalten muß, je nachdem, welches Element man elektrolytisch abscheiden will. Man erklärt die Verschiedenheit in der chemischen Aktivität der Elemente (ein Element ist „stärker positiv“ als das andere) aus der Verschiedenheit der Haftintensität der elektrischen Ladung.

Die kleinste Ladung, in Elektrizitätseinheiten ausgedrückt, haben offenbar die Ionen mit *einer* Valenz, das Wasserstoffion, das Kaliumion usw. Nun ist „ein Atom“ die kleinste Menge, die selbständig existiert, die *Ladung* eines einwertigen Atoms demzufolge die kleinste Elektrizitätsmenge, der wir eine selbständige Existenz zuschreiben können. Wir kommen somit zu dem Schlusse: die Elektrizität, sowohl positive wie negative, ist in bestimmte elementare Quanta geteilt, die sich „wie Atome der Elektrizität verhalten“ (HELMHOLTZ). Die Größe dieser kleinsten Elektrizitätsmenge, d. h. die Ladung eines einwertigen Atoms, z. B. eines Wasserstoffatoms, können wir ausrechnen: wir wissen aus elektrolytischen Versuchen, daß 1 mg Wasserstoff mit 96,49 Coulomb beladen ist; wir wissen ferner aus der kinetischen Gastheorie, daß 1 mg Wasserstoff ungefähr 10^{21} Atome enthält. Es sind also 10^{21} Atome mit rund 100 Coulomb beladen, so daß auf ein einzelnes Atom 10^{-19} Coulomb entfallen, was ebensoviel ist wie $3 \cdot 10^{-10}$ absolute elektrostatische Einheiten. Diese an ein einwertiges Ion gebundene Elektrizitätsmenge heißt *elektrisches Elementarquant* oder *Elementarladung*. Es ist eine Größe, die auf dem Gebiet der Elektrizitätslehre und der Atomtheorie eine fundamentale Rolle spielt, so daß wir mehrfach auf sie zurückkommen werden. Wir werden dann auch andere Wege kennen lernen, die eine sehr genaue Bestimmung der Elementarladung trotz ihrer Kleinheit ermöglichen. Um eine Vorstellung von der Kleinheit dieser Ladung zu gewinnen, beachte man, daß die früher [303.] durch einen mechanischen Vorgang erläuterte absolute elektrostatische Einheit der Elektrizitätsmenge etwa drei Milliarden mal so groß ist wie das Elementarquant (1 Coulomb = $3 \cdot 10^9$ elektrostatische Elementareinheiten.)

Da jedem einzelnen einwertigen Ion die gleiche Elektrizitätsmenge als Ladung anhaftet, so muß das Verhältnis von Ladung e zu Masse m stets dasselbe sein, ob wir eine wägbare Menge solcher Ionen oder nur ein einzelnes Ion derselben Art betrachten. Wir können daher aus den Beobachtungen an wägbaren Stoffmengen auf gewisse Eigenschaften einzelner Atome schließen. So wissen wir, daß das Verhältnis e/m — die sog. spezifische Ladung — für Wasserstoff 96 494 Coulomb/Gramm beträgt, was 9649, d. h. rund 10^4 absoluten elektromagnetischen Einheiten entspricht. Ebenso groß ist dann natürlich auch die spezifische Ladung des einzelnen Wasserstoffions. Für jedes andere Element als Wasserstoff hat die spezifische Ladung kleinere Werte, da ja Wasserstoff einwertig ist und das kleinste Atomgewicht besitzt. Für Silber z. B., das auch einwertig, aber 107,88mal so schwer als Wasserstoff ist, hat die spezifische Ladung den Wert $10^4/107,88$, und für Zink, das zweiwertig, aber 65,4mal schwerer als Wasserstoff ist, den Wert $2 \cdot 10^4/65,4$. Der Zahlenwert e/m ist also für jedes Element im Verhältnis Wertigkeit: Atomgewicht kleiner als für Wasserstoff.

Wir werden später noch Teilchen besonderer Art, die Elektronen, kennen lernen, deren spezifische Ladung e/m etwa 1800mal größer ist als die des Wasserstoffs, deren absolute Ladung e aber gleich der des Wasserstoffions ist. Der kleine Wert von e/m hat seine Erklärung dadurch gefunden, daß das Elek-

tron eine im Vergleich mit dem Wasserstoffatom verschwindend kleine Masse besitzt.

332. Elektrolyse des Wassers. Gewöhnlich spielen sich an den Elektroden *chemische* Umsetzungen („sekundäre Prozesse“) ab, sei es zwischen den Ionen und der Elektrode (die aus jedem beliebigen Leiter erster Klasse bestehen kann), sei es zwischen den Ionen und dem Lösungsmittel usw. Infolgedessen sind die an den Elektroden ausgeschiedenen Stoffe nicht immer mit den Ionen des Elektrolyten identisch. Wenn man z. B. Wasser, das an und für sich so gut wie gar nicht leitet, mit Schwefelsäure ansäuert und zwischen Platinelektroden zersetzt (Abb. 413), so scheidet sich an der Kathode Wasserstoff aus (H) und an der Anode Sauerstoff (O) im Verhältnis 2 : 1, wie die Formel H_2O es fordert. Aber diese sog. Elektrolyse des *Wassers* ist eine Elektrolyse der im Wasser dissoziierten *Schwefelsäure*. Denn der Vorgang verläuft so: die Schwefelsäure H_2SO_4 zerfällt in das Ion H_2 und das Ion SO_4 . Das Ion H_2 wird an der Kathode frei, aber das Ion SO_4 ergänzt sich auf Kosten des Wassers wieder zu H_2SO_4 , so daß Sauerstoff frei wird. Er wird dann an der Anode frei. — Die rein chemischen Vorgänge der Elektrolyse gehören der Elektrochemie an.

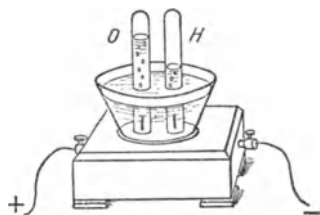


Abb. 413. Elektrolyse des Wassers.

333. Anwendungen der Elektrolyse. Metalle, die an den Elektroden frei werden, überziehen diese meist als feste Schichten. Das benützt man zum Verkupfern, Versilbern usw. [Galvanostegie¹⁾]. Man hängt die zu überziehenden Körper — ihre Oberfläche muß leitend *sein*, oder (z. B. mit Graphit) leitend *gemacht werden* — in die Lösung eines geeigneten Metallsalzes, verbindet sie leitend mit der Kathode und elektrolysiert die Lösung. Das Metall schlägt sich dann auf der mit der Kathode verbundenen Fläche nieder. — Man kann die Niederschläge auch so herstellen, daß man sie von der Elektrode ablösen (Galvanoplastik) und als Metallabdruck benützen kann, z. B. als Klischee: Die Metallurgie benützt die Elektrolyse z. B. zur Gewinnung von Aluminium und Aluminiumbronze, von Kupfer, von Gold, auch die Bleicherei und die Gerberei benützen sie.

Mit Hilfe der Elektrolyse kann man die *Stärke eines elektrischen Stromes messen*. Man weiß z. B. aus der Erfahrung, daß der Strom 1 Ampere, die technische Einheit der Stromstärke, in 1 sec 1,118 mg Silber elektrolytisch niederschlägt (das elektrochemische Äquivalent des Silbers). Da (S. 386) die Niederschlagsmenge der Stromstärke und der Durchströmungsdauer proportional ist, so kann man jede Stromstärke in Ampere *ermitteln*. Man leitet den zu messenden Strom eine gemessene Anzahl Sekunden durch eine Lösung von salpetersaurem Silber, $AgNO_3$, und wiegt dann die ausgeschiedene Menge Silber. Aus der Anzahl Milligramm und aus der Zahl Sekunden folgt die Stromstärke in Ampere. — Das FARADAYSche Gesetz von der Proportionalität zwischen Stromstärke und Durchströmungsdauer einerseits und Niederschlagsmenge andererseits ist so streng erfüllt, daß man die Stromstärke 1 Ampere danach *definiert*: das *Ampere* ist die *Einheit* der elektrischen Stromstärke; es wird dargestellt durch den unveränderlichen elektrischen Strom, welcher beim Durchgange durch eine wässrige Lösung von Silbernitrat in einer Sekunde 0,001118 g Silber niederschlägt. (Gesetz betreffend die elektrischen Maßeinheiten vom 1. Juni 1898, § 3.)

Man nennt eine für Meßzwecke bestimmte Zersetzungszelle ein *Voltmeter*, und zwar je nach dem Elektrolyten *Silber-, Kupfer-, Wasservoltmeter* usw. Sachverständiger behandelt

¹⁾ στέγω = bedecke.

ist das Silbervoltmeter (Abb. 414), (man benützt eine 20–40 proz. Lösung von AgNO_3 in destilliertem Wasser) das zuverlässigste. Kathode ist ein Platintiegel (oder Silbertiegel), der die Lösung enthält, Anode ein Silberstab. Der Strom scheidet in dem Tiegel metallisches Silber aus, dessen Menge durch Wägung des Tiegels vor und nach der Elektrolyse ermittelt wird; an dem Silberstab scheidet er den Salpetersäurerest aus, der das Silber in Silbernitrat verwandelt. Im Wasservoltmeter (KOHLEAUSCH) zersetzt man 10–20 proz. reine Schwefelsäure zwischen blanken Platinelektroden. Man liest die entstandene Knallgasmenge in Kubikzentimetern direkt ab, muß aber Barometerstand und Temperatur berücksichtigen.

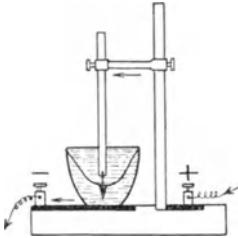


Abb. 414. Silber-voltmeter.

Das Voltmeter erfordert viel Zeit, Mühe und Sachkenntnis; man benützt es daher nicht eigentlich als Meßinstrument, sondern als Eichinstrument, um die Skala von Strommessern (*Amperemetern*) in Ampere auszuwerten. Man schaltet es mit dem betreffenden Instrument hintereinander, so daß der Strom in beiden derselbe ist. Der Zeiger des Amperemeters steht dann vor derselben Stelle der Skala, solange der Strom unverändert bleibt. Mit dem Voltmeter ermittelt man, wieviel Ampere dieser Strom beträgt, man kann so die jedem Punkt der Skala entsprechende Amperezahl ermitteln.

Das Voltmeter kann auch als Elektrizitätsmesser (Elektrizitätszähler) dienen, d. h. als Seitenstück zur Gasuhr (Gasmesser). Eine Gasuhr zeigt, wieviel Gas in Kubikmetern im Laufe einer längeren Zeit durch die Gasleitung geströmt ist. Das entsprechende zeigt für die Elektrizität das Voltmeter in *Elektrizitätseinheiten*. Wir wissen: je 1,118 mg Silber im Voltmeter sind ein Zeichen dafür, daß 1 Ampere 1 Sekunde lang hindurchgeflossen ist, oder auch 2 Ampere $\frac{1}{2}$ Sekunde oder auch $\frac{1}{2}$ Ampere 2 Sekunden usw. Die Elektrizitätsmenge, die 1 Ampere in 1 Sekunde durch den Querschnitt des Leiters transportiert, man nennt sie 1 *Ampere-Sekunde*, beträgt 3000 Millionen elektrostatisch gemessene Einheiten; man nennt dieses Quantum zur Abkürzung „1 Coulomb“, also je 1,118 mg Silber im Voltmeter entsprechen 1 Coulomb. Finden wir z. B. 1118 mg Silber im Voltmeter ausgeschieden, so sind also 1000 Coulomb Elektrizität, oder, was dasselbe ist, 1000 Ampere-Sekunden durch die Leitung geströmt; wir erfahren zwar nicht, ob 1000 Ampere 1 Sekunde lang oder 1 Ampere 1000 Sekunden lang, das ist aber auch gleichgültig, denn die *Elektrizitätsmenge* ist dabei stets die gleiche. — Am meisten verbreitet ist ein elektrolytischer Zähler, bei dem durch den Strom an der Kathode Quecksilber ausgeschieden wird, das sich in einem geeichten Meßrohr sammelt und unmittelbare Ablesung der Amperestunden gestattet. Elektrolytische Zähler sind nur für Gleichstrom brauchbar.



Abb. 415.
Zur Veranschaulichung der elektromotorischen Wirksamkeit der Ionen H^+ und Cl^- .

334. Elektromotorische Wirksamkeit von Ionen. Wir haben die Ionen als Träger elektrischer Ladungen kennen gelernt. Die Ladungen sind sogar *ungeheuer* groß: auf einem einwertigen Grammion, z. B. 1 g Wasserstoff, befinden sich so viel Elektrizitätseinheiten, wie etwa 27 Ampere in einer Stunde durch den Querschnitt eines Leiters befördern. Und die *Ionen* sind es, die *infolge* ihres Besitzes an Elektrizität zur Quelle elektromotorischer Kräfte werden. Ein Gefäß (Abb. 415) mit stark dissoziierter Lösung von Chlorwasserstoffgas in Wasser enthält positiv geladene Wasserstoffionen und negativ geladene Chlorionen. Könnten wir sämtliche Wasserstoffionen an das eine Ende des Rohres bringen und sämtliche Chlorionen an das andere, so würde die Flüssigkeitssäule an dem einen Ende positiv und an dem anderen negativ geladen sein. Durch einen Leitungsdraht, der sie miteinander verbände, müßte also ein Strom gehen.

Wir können das zwar nicht *ganz* verwirklichen, aber doch so weit, daß man sich von der Richtigkeit des Schlusses überzeugen kann. Bringt man z. B. eine stark konzentrierte und eine schwächer konzentrierte HCl-Lösung miteinander in Berührung, so diffundieren sie ineinander. Aber da die Wasserstoffionen *schneller* wandern als die Chlorionen, so sammeln sich an dem einen Ende des Rohres mehr Wasserstoffionen an, an dem anderen mehr Chlor-

ionen. Bringt man in die beiden Enden je eine geeignete Elektrode, so kann man die Potentialdifferenz wahrnehmen. Eine solche *Flüssigkeitskette* ist allerdings als Stromquelle praktisch nicht verwertbar.

Ionen können aber auch noch anders entstehen als durch Auflösung eines Salzes, einer Base oder einer Säure in Wasser. Taucht ein Metall, z. B. ein Zinkstab, in Wasser, so löst sich etwas davon auf, nur sehr wenig, *viel* zu wenig, um etwa mit der Wage nachweisbar zu sein (dieses Wenige als *positiv geladene Ionen*, wie wir sehen werden), aber genug, um auf anderem Wege erkennbar zu sein — nämlich an der Potentialdifferenz, die seltsamerweise zwischen dem Zink und dem Wasser entsteht. Diese Potentialdifferenz *erklärt* NERNST so:

Nach der osmotischen Theorie der Lösung (S. 252) ist der Vorgang der Auflösung dem der Verdampfung analog. *Jeder* Körper, und sei er noch so schwer verdampfbar, verdampft von seiner Oberfläche aus Molekeln, und zwar so lange, bis der Druck, den die *verdampften* Molekeln auf ihn ausüben, gleich seinem eigenen Verdampfungsbestreben ist, d. h. gleich dem Druck, mit dem er die Molekeln in den ihn umgebenden Raum treibt. Ganz ähnlich sendet ein von Flüssigkeit umgebener Körper von seiner Oberfläche Molekeln aus. In die Flüssigkeit gelangt, üben die Molekeln osmotischen Druck aus, drücken also auch auf den sich lösenden Körper. Der Körper löst sich daher nur so lange, bis der osmotische Druck der in die Flüssigkeit gelangten Molekeln dem Lösungsdruck das Gleichgewicht hält, mit dem der Körper die Molekeln in die Flüssigkeit befördert.

Man muß sich den Vorgang genau so vorstellen, wenn sich *ein Metall in Wasser* löst. Hier kommt aber noch etwas hinzu. Man sträubt sich unwillkürlich dagegen, sich ein Metall „in Wasser löslich“ vorzustellen. Man meint immer, „Auflösung“ müsse sinnlich *unmittelbar* wahrnehmbar sein; man müsse *sehen*, daß der Körper sich auflöst, müsse ihn dabei an Volumen abnehmen *sehen*, oder man müsse es an der Lösung wahrnehmen (*schmecken*) können usw. Das ist aber falsch. Man vergegenwärtigt sich nicht genügend, daß unsere Sinneswahrnehmungen begrenzt sind und sogar sehr eng im Vergleich mit dem, was physikalische Instrumente leisten. Die physikalischen Instrumente sind Mittel zur Erweiterung unserer Sinne. Eine Menge von $\frac{1}{300\,000}$ mg Kochsalz z. B. können wir mit der *Zunge* nicht mehr wahrnehmen; aber wir können es mit dem *Spektralapparat* [509.]. Bei der Auflösung des Metalls in Wasser handelt es sich gar um Mengen, die wir auch nicht einmal mit dem Spektralapparat entdecken können. Aber — und darauf kommt es hier an — wir entdecken *mit dem Elektrometer* zwischen dem Zink und dem Wasser eine Potentialdifferenz. Ihr Vorhandensein ist nach NERNST verständlich, sobald man sie als eine Folge der Auflösung von Zink in Wasser *deutet*, d. h. als ein *Zeichen für die Auflösung ansieht*. NERNST nimmt an: die Molekeln, die das Zink in das Wasser schickt, gehen als *Ionen* hinein, und zwar — das ist das Besondere, was die Auflösung der Metalle kennzeichnet — als *positive*; die negative Elektrizität, die gleichzeitig mit der positiven entsteht, läßt den *Zinkstab negativ*. Der Zinkstab und die Flüssigkeit bilden also eine *Doppelschicht* von elektrischer Ladung aus; zwischen beiden entsteht daher eine Potentialdifferenz. Der *negativ* geladene Stab und die *positiven* Ionen ziehen *einander* an. Die Ionen drücken daher auf den Stab, und zwar mit ungeheurer Kraft, denn die elektrostatische gegenseitige Anziehung ist infolge der großen Ladung der Ionen ungeheuer groß. [Die beiden Elektrizitäten, mit denen die Ionen von 1 mg Wasser beladen sind, müßten, wenn sie getrennt und auf zwei Kugeln 1 km voneinander entfernt übertragen wären,

eine Anziehungskraft zwischen beiden hervorbringen, die der Schwere von ungefähr 100 000 kg* gleich wäre (HELMHOLTZ, FARADAY-Rede.) Sie verhindern den Stab daher *fast augenblicklich*, noch weiter Ionen in die Lösung zu schicken, infolgedessen hört das Zink schon wieder auf, sich zu lösen, ehe noch die in die Lösung geschickte Menge groß genug geworden ist, um auch nur spektroskopisch, geschweige denn mit der Wage oder gar mit unseren Sinnen unmittelbar wahrnehmbar zu sein.

335. Elektrolytischer Lösungsdruck. Man nennt den Druck, mit dem ein Körper seine Molekeln in ein Lösungsmittel zu schicken strebt, *Lösungsdruck*; im besonderen den Lösungsdruck der Metalle *elektrolytischen Lösungsdruck* (NERNST), weil die Metallmolekeln als Ionen in die Lösung gehen. Wir können also zusammenfassend sagen: das Metall sendet so lange Ionen in die Lösung, bis der Druck, den sie infolge ihrer Ladung auf dieses ausüben, die Größe seines elektrolytischen *Lösungsdruckes* erreicht hat. Ist das Lösungsmittel reines Wasser, so ist der von der Ladung der Ionen herrührende Druck der *einzige* Druck, der dem elektrolytischen Lösungsdruck entgegenwirkt. Enthält aber das Wasser bereits einen Elektrolyten gelöst — andere lösliche Stoffe interessieren uns hier nicht —, dann herrscht in dem Wasser ein osmotischer Druck. Er wirkt dem Lösungsdrucke des Metalls entgegengesetzt, sucht also die Auflösung des Metalls zu verhindern oder wenigstens zu verringern. Der Lösungsdruck wirkt in der Richtung *vom* Metall zur Lösung hin, der elektrostatische und der osmotische Druck wirken in der Richtung von der Lösung *zum* Metall. Metall und Lösungsmittel sind nur dann im Gleichgewicht, wenn der aus der elektrostatischen Anziehung entspringende Druck und der osmotische Druck *zusammen* den elektrolytischen Lösungsdruck gerade aufheben, d. h. wenn

$$\text{Lösungsdruck} = \text{elektrostatischer Druck} + \text{osmotischer Druck.}$$

Entscheidend für den Verlauf des Vorganges ist nun, wie groß der osmotische Druck im Vergleich mit dem Lösungsdruck ist. 1. Ist er *gerade so* groß, so kann das Metall überhaupt keine Ionen in die Lösung schicken; es entsteht dann auch *keine Potentialdifferenz* zwischen Metall und Flüssigkeit. 2. Ist er *kleiner*, so fängt das *Metall* an, sich zu lösen, schickt positiv geladene Ionen in die Flüssigkeit und läßt sich selber dabei *negativ*. Aber es kann nicht so viele Ionen in die Lösung schicken wie in reines Wasser, da ja der osmotische Druck bereits dem Lösungsdruck entgegenwirkt. Die Potentialdifferenz zwischen dem Metall und der Lösung wird daher etwas kleiner als zwischen Metall und reinem Wasser. 3. Ist der osmotische Druck *größer als der Lösungsdruck*, so verhindert dieser Überdruck das Metall daran, etwas in die Lösung zu schicken. Ja noch mehr! Das von dem Elektrolyten umgebene Metall ist dann (Lösung und Verdampfung sind ja analoge Vorgänge) etwa in der Lage einer von übersättigtem Dampf berührten Flüssigkeit. Von den Kationen in der Lösung schlagen sich einige auf dem Metall nieder (der Kondensation der überschüssigen Dampfmolekeln vergleichbar), geben dabei, da sie aus dem Ionenzustande in den neutralen übergehen, ihre Ladung an das *Metall* ab, laden es also *positiv*, während die Lösung sich mit entsprechendem Betrage an negativer Elektrizität lädt. Dieser Vorgang findet sein Ende, sobald das positiv geladene Metall noch weiter hinzutretende Ionen abstößt und so durch die Abstoßung mit dem elektrolytischen Lösungsdruck zusammen dem osmotischen Druck dann das Gleichgewicht hält. Infolge der ungeheuren Ladung der Ionen endet auch dieser Vorgang, ehe die niedergeschlagenen Molekeln eine wägbare Menge ausmachen. Er kündigt sich wie der entsprechende der Lösung nur durch die Potentialdifferenz zwischen dem

Metall und der Lösung an. Der Elektrometerausschlag ist dabei entgegengesetzt dem zuerst gefundenen. Der erste Fall (Metall $-$, Lösung $+$) tritt z. B. ein, wenn Zink in eine Lösung von Zinksulfat taucht, der zweite (Metall $+$, Lösung $-$) z. B., wenn Kupfer in eine Lösung von Kupfersulfat taucht; wir *schließen* daraus, daß der Lösungsdruck des Zinks größer (Kupfers kleiner) ist als der osmotische Druck der Zinkionen (Kupferionen). — Hieraus folgt unmittelbar weiter, daß, da der osmotische Druck der Zinksulfatlösung *gleich* ist dem osmotischen Druck einer äquimolekularen Lösung von Kupfersulfat, der Lösungsdruck des Zinks größer ist als der Lösungsdruck des Kupfers.

336. Mechanismus des galvanischen Elements nach NERNST. Wir können somit Metalle durch Berührung mit Elektrolyten positiv oder negativ laden, können also mit Hilfe von Metallen und Elektrolyten Potentialdifferenzen erzeugen. Diesen Gedanken verwirklicht das *galvanische Element*, und zwar in der durch Abb. 416 und Abb. 417 angedeuteten Weise. Man taucht einen Zinkstab in die Lösung eines Zinksalzes, z. B. $ZnSO_4$, und einen Kupferstab in die Lösung eines Kupfersalzes, z. B. $CuSO_4$. Im Moment des Eintauchens lädt sich das *Zink negativ* und die umgebende Lösung positiv, das *Kupfer positiv* und die umgebende Lösung negativ; nach NERNST — wir wiederholen es — deswegen, weil die *Lösungstension des Zinks* den osmotischen Druck der das Zink umgebenden Lösung *überwiegt* und daher positive Zinkionen in die Lösung befördert, andererseits der *osmotische Druck der Kupfersulfatlösung* den Lösungsdruck des Kupfers *überwiegt* und daher positive Kupferionen auf dem Kupferstab niederschlägt. Das Lösen und das Niederschlagen enden infolge der elektrostatischen Wirkungen zwischen den Metallen und den Lösungen, ehe noch die gelösten und die niedergeschlagenen Mengen eine wägbare Größe erreicht haben. Zugleich endet aber auch der Elektrizitätstransport vom Zink in die Zinklösung und von der Kupferlösung zu dem Kupfer. Verbindet man aber (Abb. 417 die punktierte Linie) die Metallstäbe leitend miteinander, so gleichen sie ihre Ladungen gegenseitig aus; und ebenso die beiden Lösungen, wenn man sie durch eine poröse Wand verbindet, die zwar die unmittelbare *Vermischung* hindert, aber durch ihre Poren eine zur Leitung ausreichende *Berührung* der Lösungen zuläßt. Dann verschwinden die elektrostatischen Wirkungen, das *Zink* kann *aufs neue* Ionen in die Lösung senden, die Kupfersulfatlösung Ionen auf dem Kupferstab niederschlagen, d. h. der Zinkstab und der Kupferstab laden sich aufs neue, der erste negativ, der zweite positiv. Bleiben sie *dauernd* miteinander verbunden, so spielen sich diese einzelnen Vorgänge *dauernd* ab, und es fließt *dauernd* in dem Leitungsdraht positive Elektrizität vom Kupfer zum Zink und in der Flüssigkeit (als Ladung der Zink- und der Kupferionen) vom Zink durch die Lösungen zum Kupfer. Die Gruppe: Zink, Zinksulfat, Kupfersulfat, Kupfer liefert dann dauernd einen elektrischen Strom. Dabei verbindet sich das in die Lösung geschickte Zn-Ion mit dem SO_4 -Ion, das durch die Ausscheidung des Cu-Ions freigeworden ist. Dadurch wächst die Konzentration der $ZnSO_4$ -Lösung und sinkt die der $CuSO_4$ -Lösung; die Zinkelektrode löst sich auf, und die Kupferelektrode nimmt an Masse zu. — Die ganze Vorrichtung heißt *ein galvanisches Element*, in dem Zustande Abb. 417 geschlossen, und wenn der verbindende Draht fehlt, *offen*. Das Kupfer und

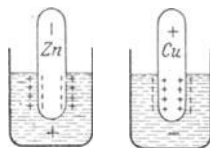


Abb. 416. Elektromotorische Wirksamkeit der Ionen.

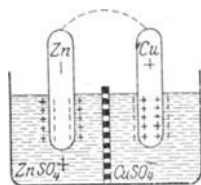


Abb. 417. Mechanismus des galvanischen Elements nach NERNST.

Die Gruppe: Zink, Zinksulfat, Kupfersulfat, Kupfer liefert dann dauernd einen elektrischen Strom. Dabei verbindet sich das in die Lösung geschickte Zn-Ion mit dem SO_4 -Ion, das durch die Ausscheidung des Cu-Ions freigeworden ist. Dadurch wächst die Konzentration der $ZnSO_4$ -Lösung und sinkt die der $CuSO_4$ -Lösung; die Zinkelektrode löst sich auf, und die Kupferelektrode nimmt an Masse zu. — Die ganze Vorrichtung heißt *ein galvanisches Element*, in dem Zustande Abb. 417 geschlossen, und wenn der verbindende Draht fehlt, *offen*. Das Kupfer und

das Zink heißen die Elektroden oder auch die Pole, der eine positiv, der andere negativ.

Das galvanische Element ist in Wirklichkeit nicht, wie wir es hier dargestellt haben, aus der planmäßigen Anwendung der NERNSTschen Anschauung hervorgegangen; es ist vielmehr das älteste Mittel zur Stromerzeugung. Daß Metalle und leitende Flüssigkeiten, miteinander in Berührung, sich entgegengesetzt laden (Berührungselektrizität), hat schon (im Jahre 1794) VOLTA entdeckt und ist seitdem die Grundlage für den Bau der galvanischen Elemente. Aber wie der Strom in ihnen entsteht, hat erst NERNST (im Jahre 1889) befriedigend erklärt. Den Anstoß zu VOLTAS Entdeckung gab eine zufällige Beobachtung des Anatomen GALVANI in Bologna (im Jahre 1786) bei physiologischen Untersuchungen an einem Froschschenkel. Nach GALVANI nennt man das Gebiet der aus der Berührungselektrizität entstehenden Erscheinungen auch *Galvanismus*.

Nach NERNST sind also der elektrolytische Lösungsdruck des Zinks und der osmotische Druck der Kupfersulfatlösung die Ursachen der Potentialdifferenz zwischen dem Kupfer und dem Zink. Offenbar kann sich der Lösungsdruck des Zinks um so energischer entfalten, je kleiner der ihm entgegenarbeitende osmotische Druck ist, d. h. je *weniger* konzentriert die *Zinksulfatlösung* ist. Und der osmotische Druck der *Kupfersulfatlösung* ist um so stärker, je *konzentrierter* die Lösung ist. Kurz — die Potentialdifferenz zwischen dem Kupferstab und dem Zinkstab des Elementes muß *wachsen*, wenn man die Zinksulfatlösung verdünnt und die Kupfersulfatlösung konzentriert — die Erfahrung hat diesen Schluß vollkommen bestätigt! Die Theorie von NERNST wird besonders dadurch unterstützt, daß sie die Potentialdifferenzen zu berechnen erlaubt, *und daß das Ergebnis der Rechnung mit dem der Messung vollkommen übereinstimmt*.

Wie groß der Lösungsdruck eines Metalles ist, und ob größer oder kleiner als der osmotische der Lösung, sieht man an der Größe der Potentialdifferenz und daran, nach welcher Seite das Elektrometer ausschlägt. Die Metalle, nach fallenden Werten dieser Potentialdifferenz geordnet, bilden die *elektrische Spannungsreihe*. Das Vorzeichen zeigt, ob der Lösungsdruck des Metalles größer (+) oder kleiner ist als der osmotische Druck. Man muß für diese Untersuchungen die Lösung äquimolekular machen, da dann in allen der osmotische Druck dieselbe Größe hat.

Potentialdifferenz		Lösungsdruck	
zwischen	Volt	Metall	in Atmosphären
Mg und MgSO ₄	+1,243	Mg	0,115 · 10 ⁴⁴
Zn „ ZnSO ₄	+0,521	Zn	1,786 · 10 ¹⁹
Cd „ CdSO ₄	+0,158	Cd	0,599 · 10 ⁷
Fe „ FeSO ₄	+0,078	Fe	1,068 · 10 ⁴
Pb „ Pb acet.	-0,089	Pb	1,950 · 10 ⁻²
Cu „ CuSO ₄	-0,582	Cu	2,228 · 10 ⁻¹⁹
Hg „ Hg ₂ SO ₄	-0,990	Hg	2,178 · 10 ⁻¹⁶
Ag „ Ag ₂ SO ₄	-1,024	Ag	0,567 · 10 ⁻¹⁸

337. Die galvanischen Elemente. Das in Abb. 417 schematisch dargestellte Element (das DANIELLSche) ist eines der gebräuchlichsten. Man gibt ihm meist die Form Abb. 418. Ein Glasgefäß *A* enthält verdünnte Zinksulfatlösung, ein *poröses* Tongefäß *B* konzentrierte Kupfersulfatlösung. Das Zink und das Kupfer, als Hohlzylinder *Z* und *K*, stehen in den Gefäßen *A* und *B*. Der Tonzylinder wird in den Glaszylinder gestellt, so daß das Ganze die Form Abb. 418 annimmt. Die Wand *B* zwischen den Lösungen verhindert das Kupfersulfat,

an das Zink heranzukommen und chemische Umsetzungen herbeizuführen, die das Element bald unbrauchbar machen würden. Die Porosität der Wand vermittelt die leitende Verbindung zwischen den Lösungen. — Um den Weg des Kupfersulfats zum Zink möglichst zu verlängern, brachte HELMHOLTZ das Kupfer (als flache Drahtspirale) und das Kupfersulfat auf den Boden eines hohen Glaszylinders, der im übrigen mit Zinksulfatlösung gefüllt war, das Zink befestigte er an einem den Zylinder abschließenden Deckel. Erst in Wochen diffundiert das Kupfersulfat bis zu dem Zinkzylinder hinauf. Aber gleichviel, welches Mittel man auch anwendet, schließlich erreicht das Kupfersulfat ihn *doch* und führt zu Umsetzungen, die das Element unbrauchbar machen.

Alle Abänderungen an der Zusammensetzung der Elemente bezwecken, die elektromotorische Kraft möglichst groß zu machen und während ihrer Tätigkeit möglichst unverändert zu erhalten. (Die elektromotorische Kraft des DANIELL-Elements ist zwar kleiner als die der anderen, aber länger konstant.) Je nachdem die Größe oder die Konstanz der elektromotorischen Kraft in einem gegebenen Fall wichtiger ist, und je nach der Wohlfeilheit wählt man unter den Elementen aus. Technischen Zwecken dienen die Elemente jetzt nur noch in der Telegraphie und in der Telephonie, außerdem in der Haustelegographie (Klingeln u. dgl.). Im übrigen hat sie der Akkumulator verdrängt.

Außer dem DANIELL-Element gibt es noch viele andere; die wichtigsten beschreibt die Tabelle.

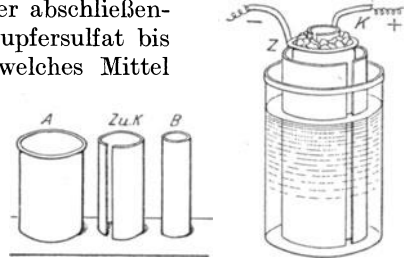


Abb. 418. DANIELL-Element: Zink, Zinksulfat, Kupfersulfat, Kupfer.

Element	Elektroden		Elektrolyt	Depolarisator	E. M. K. etwa Volt
	positiv	negativ			
DANIELL	Cu	Zn amalgamiert	H ₂ SO ₄ verd.	CuSO ₄ konz. oder Cu(NO ₃) ₂ konz.	1
GROVE	Pt	„	„	HNO ₃ fum.	1,9
BUNSEN	C	„	„	„	1,95
BUNSEN (Tauchelement)	„	„	„	K ₂ Cr ₂ O ₇	2—2,2
LECLANCHÉ	„	Zn	NH ₄ Cl konz.	MnO ₂	1,4
CLARK	Hg rein	Zn amalgamiert	ZnSO ₄ , 7 H ₂ O	Hg ₂ SO ₄	1,432
WESTON (Normalelement)	„	Cd Amalgam	CdSO ₄	„	1,018

Die Elemente unterscheiden sich voneinander durch ihren chemischen Aufbau. Aber *gemeinsam* ist ihnen: jedes hat zwei verschiedene Metalle oder ein Metall und Kohle als Elektroden und hat zwischen beiden einen Elektrolyten als verbindenden Leiter. Der Elektrolyt ist unerlässlich: die Fähigkeit, mit zwei verschiedenen Metallen als Elektroden ein Element zu bilden, ist geradezu ein *Merkmal* dafür, ob ein Stoff ein *Elektrolyt* ist oder nicht.

338. Zusammenschaltung mehrerer Elemente. Die Potentialdifferenz eines Elementes ist nur 1—2 Volt. Für die meisten technischen Zwecke braucht man aber, um den Widerstand des Stromkreises zu überwinden und die erforderliche Stromstärke zu erzeugen, sehr viel mehr Volt. Mit einem *einzelnen* Element ist dann gar nichts anzufangen. Man kann aber die Spannungen von Elementen addieren.

Man kommt so dazu: „Die Potentialdifferenz zwischen den Polen Zn_1 und Cu_1 beträgt 1 Volt“ heißt doch: das Potential des Pols Cu_1 liegt um 1 Volt höher als das Potential des Pols Zn_1 . Oder in einer Gleichung ausgedrückt:

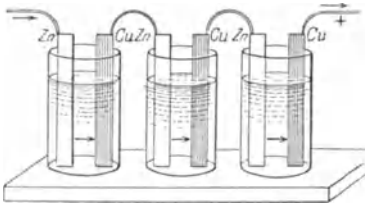


Abb. 419. Hintereinander geschaltete Elemente.

Pot. $Cu_1 = \text{Pot. } Zn_1 + 1 \text{ Volt}$ und analog:

Pot. $Cu_2 = \text{Pot. } Zn_2 + 1 \text{ Volt}$ usw.

Verbindet man nun Cu_1 unmittelbar mit Zn_2 , so nehmen beide dasselbe Potential an, d. h.

Pot. $Zn_2 = \text{Pot. } Cu_1$.

Infolgedessen ist:

Pot. $Cu_2 = \text{Pot. } Cu_1 + 1 \text{ Volt}$

$= \text{Pot. } Zn_1 + 1 \text{ Volt} + 1 \text{ Volt}$,

d. h. das Potential von Cu_2 ist um 2 Volt höher als das Potential von Zn_1 . Verbinden wir nun Cu_2 mit Zn_3 , so stellt sich auf beiden dasselbe Potential her, und zwischen dem Kupferpole der dritten Zelle und dem Zinkpole der ersten besteht dann eine Potentialdifferenz von 3 Volt — d. h. diese drei Elemente leisten jetzt an elektromotorischer Kraft soviel wie ein Element von der dreifachen elektromotorischen Kraft. Wir können, wenn wir fortfahren, Elemente so zu verbinden, jede Spannung erzeugen. Man nennt diese Vielheit von Elementen eine galvanische Batterie und die Elemente in Abb. 419 *hintereinander geschaltet*.

Auch die *Stromstärke*, die man mit einem einzelnen Element erzielen kann, ist begrenzt. Das Element besitzt einen *inneren* Widerstand an dem Widerstand des Elektrolyten, und da die elektromotorische Kraft 1–2 Volt beträgt, so ist die maximale Stromstärke bestimmt, die das Element liefern kann. Vorausgesetzt ist dabei, daß der Widerstand des äußeren Stromkreises Null (das Element *kurz geschlossen*) ist, die Pole z. B. durch einen dicken Kupferstab miteinander verbunden sind, dessen Widerstand so gut wie Null ist. In der Praxis ist aber stets ein äußerer Stromkreis vorhanden, die mit dem Elemente erreichbare Stromstärke also *noch* kleiner. Um sie zu vergrößern, muß man den *inneren* Widerstand des Elementes verringern, also die Kupfer- und die Zinkplatten und dadurch den wirksamen Querschnitt des Elektrolyten möglichst groß machen. Man erreicht dasselbe aber bequemer so:

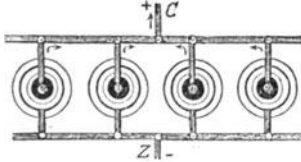


Abb. 420. Parallel geschaltete Elemente.

flächen von beliebig vielen Elementen zusammenaddieren, somit den inneren Widerstand der Batterie beliebig klein machen, wenn man genug Elemente zur Verfügung hat. Man muß die Elemente genau wie die Drähte in Abb. 393 behandeln, d. h. die entsprechenden Enden leitend miteinander verbinden, also die Kupferplatten untereinander und die Zinkplatten untereinander (Abb. 420). Man nennt die Elemente dann, wie dort die Drähte, *parallel* geschaltet. — Abb. 421 zeigt eine Batterie, deren Elemente zum Teil hintereinander, zum Teil parallel geschaltet sind — das erste im Interesse der zu erreichenden Spannung, das zweite im Interesse der zu erreichenden Stromstärke.

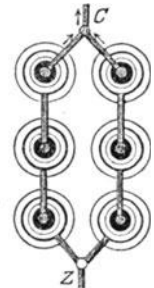


Abb. 421. Zwei parallel geschaltete Reihen von je drei hintereinander geschalteten Elementen.

In der Säule von ZAMBONI, Abb. 422, liegen zwischen sehr dünnen Metallblättern als Elektroden (Zinnfolie und Kupferfolie) dünne Papierblättchen P , die den Elektrolyten ersetzen und daher auch nicht völlig trocken sein dürfen. Die Metallfolien und die Papierblättchen werden zu Tausenden aufeinander gestapelt und bilden so eine Batterie hintereinander geschalteter Elemente, deren Gesamtspannung viele Hunderte von Volt betragen kann. Freilich ist der innere Widerstand einer solchen Batterie oder Säule außerordentlich groß, so daß sie nur elektrostatisch, z. B. also in Verbindung mit einem Quadrantelektrometer, verwendet werden kann; zur Stromentnahme ist sie ungeeignet.

339. Normalelemente. Alle Elemente verlieren im Laufe der Zeit an elektromotorischer Kraft. (Unter den gewöhnlichen Elementen das DANIELLSche noch am langsamsten.) Es gibt aber auch Elemente, die, richtig hergestellt und gehandhabt, ihre Potentialdifferenz nahezu unverändert behalten. Sie dienen, nachdem ihre Spannung in Volt einmal ermittelt worden ist, geradezu als Maßstäbe bei vergleichenden Spannungsmessungen, als *Normalelemente*. Sie sind daher für Spannungsmessungen das, was Meterstäbe für Längenmessungen sind. — Die gebräuchlichsten Normalelemente sind das CLARK-Element (Quecksilber, schwefelsaures Quecksilberoxydul, Zinksulfat, Zink) mit einer Spannung von 1,432 Volt bei 15° C, und das WESTON-Element (genau wie das vorige, nur Cadmium an der Stelle von Zink) mit einer Spannung von 1,0185 Volt bei 15° C. Ihre gebräuchlichste Form zeigt Abb. 423. Die Spannung des WESTON-Elements ist von der Temperatur fast ganz unabhängig, die des CLARK-Elements dagegen sinkt mit wachsender Temperatur merklich.



Abb. 422.
Trockne Säule
(ZAMBONI).

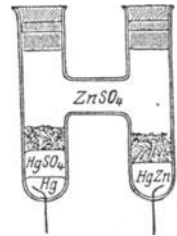


Abb. 423.
Normalelement.

Vergleichende Spannungsmessungen mit Normalelementen müssen stets so ausgeführt werden, daß dem Normalelement dabei kein Strom entnommen wird, sonst bleibt seine Spannung nicht konstant. Um Messungen ohne Stromentnahme zu ermöglichen, hat man besondere Methoden ausgearbeitet, bei denen ein genau meßbarer Teil der unbekanntes Spannung der Spannung des Normalelements entgegengeschaltet wird (Kompensationsmethode).

Nach dieser Methode dienen die Normalelemente zu allen genaueren Strom- und Spannungsmessungen, ferner zur Eichung von Strom- und Spannungsmessern und bei Arbeiten, die auf Spannungsmessungen zurückgehen, z. B. Lichtmessungen an elektrischen Glühlampen u. dgl.

340. Galvanische Polarisation. Wir kehren zur Elektrolyse zurück, um einiges nachzutragen, was an anderer Stelle den Gang der Darstellung unterbrochen hätte.

Wir haben gesagt: „Die Arbeit des Stromes bei der Elektrolyse besteht zum größten Teil darin, daß er den Ionen ihre Ladungen entreißt.“ Den Zeitpunkt, in dem die Ionen sie loslassen, erkennt man daran, daß sie als Gase oder als Metallüberzüge an den Elektroden aufzutreten beginnen. Erst von da an geht der Strom durch die Zersetzungszelle. Aber um den Elektrolyten dahin zu bringen, muß man zwischen den Elektroden eine bestimmte Potentialdifferenz erzeugen: die *Zersetzungsspannung* des Elektrolyten (LE BLANC).

Auch eine elektromotorische Kraft *unter jener Zersetzungsspannung* treibt schon Strom durch die Zelle, aber nur einen *Stromstoß*. Der Zeiger eines Galvanometers in dem Stromkreis schlägt beim Einschalten der Zelle zwar aus, geht aber sofort wieder fast auf Null. Vergrößert man die Potentialdifferenz, so schlägt er zwar stärker aus, aber zunächst nur wenig; schließlich erreicht man jedoch eine Potentialdifferenz, bei der er plötzlich stark ausschlägt und stehen bleibt — jetzt ist die Zersetzungsspannung erreicht. Von nun an dauern Stromdurchgang und Zersetzung an.

Die Zersetzungszelle verhält sich also, wie wenn sie einen Widerstand besäße, der zwar im Moment des Einschaltens überwunden wird, so daß der Stromstoß eintritt, dann aber zunimmt, und zwar zu einer Größe, die erst von der Zersetzungsspannung überwunden wird. — Der Widerstand nimmt nur *scheinbar* zu. Tatsächlich ist es so: vom Moment des Stromstoßes an wirkt die Zelle als galvanisches Element und sucht einen Strom zu erzeugen, der *dem elektroly-*

sierenden Strom entgegengesetzt gerichtet ist. Oder anders: vom Moment des Stromstoßes an entwickelt die Zelle eine elektromotorische *Gegenkraft* (gegen die elektromotorische Kraft, die den elektrolysierenden Strom treibt). Sie wird erst überwunden, wenn die elektromotorische Kraft des elektrolysierenden Stromes die Größe erreicht hat, die wir die Zersetzungsspannung genannt haben.

Daß die Gegenkraft tatsächlich existiert, lehrt folgender Versuch (RITTER, 1803): Wenn man z. B. angesäuertes Wasser zwischen Platinelektroden *A* als Anode und *K* als Kathode zersetzt (Abb. 424), dann den Strom unterbricht und die Elektroden *K* und *A* außerhalb der Zelle leitend miteinander

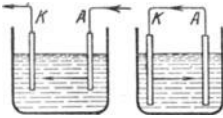


Abb. 424. Zum Nachweis der polarisierenden Wirkung des Stromes.

verbindet, so zeigt ein Galvanometer in der Leitung einen Strom an, der in der Flüssigkeit von *K* nach *A* fließt, also in der Flüssigkeit der Richtung des elektrolysierenden Stromes entgegengesetzt ist. Die Elektrode, die Kathode war, ist jetzt negativer Pol, die Elektrode, die Anode war, positiver. Man nennt den Strom von *K* nach *A* in der Flüssigkeit den *sekundären* — im Gegensatz zu dem elektrolysierenden *primären* —, den Zustand, in den der primäre Strom die Elektroden versetzt hat, nennt man *Polarisation*, die Elektroden selber *polarisiert* und den sekundären Strom (weil er die Polarisation wieder aufhebt) den *depolarisierenden*, die elektromotorische Kraft zwischen den polarisierten Elektroden die *elektromotorische Gegenkraft der Polarisation*.

Die Gegenkraft der Polarisation entwickelt sich immer dann, aber auch *nur* dann, wenn die Elektrolyse die Elektroden an ihrer Oberfläche physikalisch oder chemisch verändert oder den Elektrolyten an den Elektroden verändert. Sie tritt z. B. nicht ein, wenn sich Kupfersulfat zwischen Kupferelektroden oder Zinksulfat zwischen Zinkelektroden zersetzt. Hierbei verändern sich die Elektroden chemisch gar nicht (unpolarisierbar), an der Kathode schlägt sich dasselbe Metall nieder, das sich an der Anode aufgelöst hat, das Metall wird nur von der Anode zu der Kathode hinübergeführt. Und auch die Konzentration des Elektrolyten ändert sich nicht; wenigstens nicht, wenn der Strom nicht sehr stark ist und nicht sehr lange durch die Zelle geht.

Eine Elektrode polarisiert sich schon dann, wenn sie sich mit Gas bedeckt (die Kathode mit Wasserstoff und die Anode mit Sauerstoff) wie es die Elektrolyse des Wassers und die darauf folgende Polarisation ja unmittelbar lehren. Das ist für die galvanischen Elemente wichtig; es würde diejenigen Elemente, bei deren Tätigkeit sich Wasserstoff an der einen Elektrode entwickelt, bald unbrauchbar machen, wenn man ihn nicht durch Oxydationsmittel (Chromsäure, Salpetersäure u. a.) unschädlich, die Polarisation also unwirksam machen könnte (*Depolarisatoren*).

Wie die elektromotorische Gegenkraft in der Zersetzungszelle entsteht, wird verständlich, wenn man den Begriff des Lösungsdruckes, der die Entstehung der elektromotorischen Kraft in dem galvanischen Element erklärt, auch auf den Vorgang in der Zersetzungszelle anwendet. Den Kern der (LE BLANCschen) Theorie bildet der folgende Gedanke: Metalle streben danach, sich zu ionisieren (als Ionen in Lösung zu gehen, S. 391). *Befinden* sie sich in dem angestrebten Zustande, so streben sie auch danach, ihn zu behalten. Auch die Ionen in der Zersetzungszelle streben danach, Ionen zu bleiben, also sich *nicht* an den Elektroden auszuschcheiden, was ja mit *Entionisierung* gleichbedeutend ist. Bei der Elektrolyse treten daher an einer Elektrode zwei Kräfte einander gegenüber: *erstens* die elektrostatische Anziehung der Elektrode auf die Ionen — sie strebt, die Ionen an die Elektroden heranzuziehen, sie ihrer Ionennatur zu berauben, d. h. ihnen ihre Ladung zu entreißen und sie neutralisiert niederzuschlagen; *zweitens* der Lösungsdruck des Metalles, dessen gelöste Moleküle be-

strebt sind, ihre Ionennatur zu behalten, also in der Lösung zu bleiben. Die erste Kraft ist zur Elektrode *hin*-, die zweite von ihr *weggerichtet*. Von dem *Größenverhältnis* beider hängt es ab, was geschehen wird. Aber die Größe des Lösungsdruckes ist begrenzt, und die Größe der elektrostatischen Anziehung können wir beliebig steigern, wir werden also stets die Ausscheidung *erzwingen* können.

Die Ionen — wir stellen uns irgendwelche Metallionen darunter vor — werden an die Kathode herangezogen und legen sich zunächst an sie an. Es schlagen sich auch einige nieder, weil die elektromotorische Kraft hierzu so lange ausreicht, bis die Kationen eine zusammenhängende Schicht von einer gewissen minimalen Dicke bilden. Sobald aber etwas Metall ausgeschieden ist, wirkt sein Lösungsdruck der elektrostatischen Anziehung entgegen, und man muß die Potentialdifferenz an den Elektroden steigern, um den Lösungsdruck zu *überwinden* und mehr Metall auszuscheiden. Mit der weiteren Ausscheidung steigt aber auch der Lösungsdruck wieder, und dieser Kampf zwischen Lösungsdruck und elektrostatischer Anziehung geht weiter, bis eine Schichtdicke erreicht ist (das Metall jene „Konzentration“ auf der Elektrode erreicht hat), bei der die Schicht denselben Lösungsdruck hat, den die Elektrode haben würde, wenn sie ganz aus dem betreffenden Metall bestünde. Von da an steigt der Lösungsdruck nicht weiter, und die geringste Steigerung der elektromotorischen Kraft an den Elektroden reicht aus, um die Ausscheidung *dauernd* zu bewirken. Dann ist die Zersetzungsspannung erreicht, der elektrolytische Lösungsdruck von der elektrostatischen Anziehung endgültig überwunden — und der Strom fließt andauernd durch die Zersetzungszelle.

Die elektromotorische Kraft der Zersetzungszelle erklärt sich danach ebenfalls aus dem Lösungsdruck der Metalle (auch wenn sich Gase an den Elektroden ausscheiden, reicht die LE BLANCsche Theorie aus). Mit dieser Theorie stimmt es auch überein, daß sich die Zersetzungsspannung — wie die elektromotorische Kraft eines Elementes — *berechnen* läßt aus der Potentialdifferenz, die die polarisierbare Elektrode zeigt gegenüber einer entsprechenden Lösung des Elektrolyten, in die man sie taucht, d. h. aus der Potentialdifferenz, die für den Lösungsdruck charakteristisch ist. Die Zersetzungsspannungen normaler Konzentrationen (in Volt) sind z. B. für:

ZnSO₄: 2,64

CuSO₄: 2,24

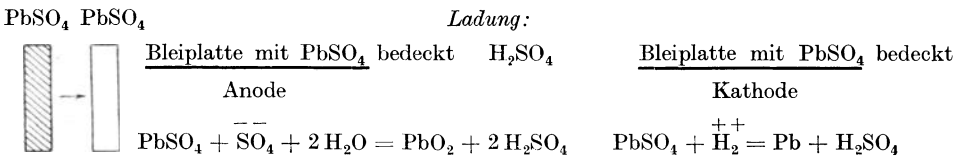
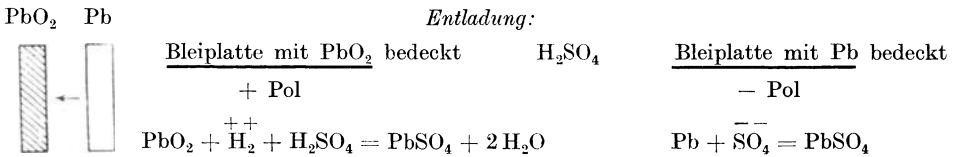
HCl: 1,31

H₂SO₄: 1,67.

341. Der Akkumulator. Zersetzt man den Elektrolyten, um die Zersetzungsprodukte zu gewinnen (Metallurgie und Galvanoplastik), d. h. unternimmt man die Elektrolyse *um ihrer selbst willen*, so ist die elektromotorische Kraft der Polarisierung geradezu ein Hindernis; sie zwingt uns, mehr Arbeit zu leisten, als sonst nötig wäre. Polarisierung scheint also zunächst ein *Energieverlust*. Aber die Energie wird nur in eine andere Form *verwandelt* und wird aufgespeichert etwa wie in einer Sprungfeder, die man zusammengedrückt hat. Die Zersetzungszelle gibt sie wieder her, wenn man sie wie ein galvanisches Element benützt. Man macht deshalb bisweilen die Polarisierung zum *Zweck* der Elektrolyse, um eine Zersetzungszelle in ein galvanisches Element, d. h. in eine Stromquelle, zu verwandeln.

Man nennt ein galvanisches Element, das seine elektromotorische Kraft der Polarisierung verdankt, ein *Sekundärelement* (die gewöhnlichen Elemente Primärelemente), meist aber einen *Akkumulator* oder Sammler, weil es Energie aufspeichert. Unter den galvanischen Elementen sind als Stromquellen die Akkumulatoren bei weitem die wichtigsten. Aber nicht jede Zersetzungszelle ist ein praktisch brauchbarer Akkumulator; im allgemeinen nimmt der depolarisierende Strom sehr schnell an Stärke ab, z. B. der Strom zwischen Elektroden, die durch Wasserzersetzung polarisiert worden sind. Denn während er durch die Zelle fließt, macht er die Veränderungen an den Elektroden und in dem Elektrolyten, denen er seine Entstehung verdankt, in kürzester Zeit wieder rückgängig. — Der für die praktische Anwendung wichtigste Akkumulator ist der *Bleiakkumulator* (erfunden von PLANTÉ, verbessert von FAURE). Eine Bleiplatte, die mit Bleisuperoxyd bedeckt ist, und eine Bleiplatte, die mit besonders hergestelltem „schwammigem“ Blei bedeckt ist, dienen als Elektroden in ver-

dünnter Schwefelsäure. (Man nennt sie *Polplatten* oder kurz die positiven und die negativen Platten des Akkumulators.) In diesem Zustande sind die Platten polarisiert. Die Zelle dient als Element, und zwar die Platte mit dem Bleisuperoxyd als + - Pol und die Platte mit dem schwammigen Blei als - - Pol. Bei der Stromentnahme bedecken sich *beide* Platten allmählich mit schwefelsaurem Blei. Ist die Bedeckung vollständig, so kann die Zelle nicht weiter als Element dienen, sie ist dann *entladen*. Um sie aufs neue zu *laden*, behandelt man sie nun als Zersetzungszelle, macht die Platte, die vorher positiver Pol war, zur Anode, die andere zur Kathode und schickt Strom hindurch. Infolge der Elektrolyse wird das schwefelsaure Blei an der Anode in Bleisuperoxyd zurückverwandelt und an der Kathode zu Blei reduziert. Die Zelle kann dann aufs neue als Element dienen. — Ohne auf Einzelheiten einzugehen, geben wir die chemischen Gleichungen der Vorgänge. Die mit + und - bezeichneten chemischen Symbole bedeuten die Ionen, die sich beim Stromdurchgang abspalten und an der chemischen Umsetzung beteiligen.



Der Akkumulator wirkt danach so: Er *verbraucht* die Energie des Ladestromes, die man in ihn hineinschickt und erfährt dabei eine chemische Ver-

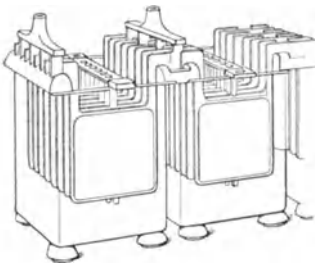


Abb. 425. Akkumulator (Sammelbatterie).

änderung, die eine *Vergrößerung* seines Energieinhaltes bedeutet. Sie befähigt ihn, elektromotorisch zu wirken, d. h. Strom zu liefern, Arbeit zu *leisten*. Während er das tut, d. h. sich entlädt, gehen die chemischen Veränderungen, also auch sein Energieinhalt, wieder zurück, und wenn sie *vollkommen* zurückgegangen sind, ist seine elektromotorische Wirksamkeit zu Ende. Die Veränderung des chemischen Zu-

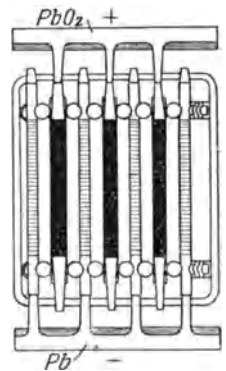


Abb. 426. Horizontaler Querschnitt durch einen Akkumulator.

standes ist somit gleichwertig einer gewissen Menge Energie, die man dem Akkumulator beim Laden *geben* und beim Entladen wieder *genommen* hat. — Der Akkumulator ist somit ein Speicher, und zwar ein sehr geräumiger, wenn seine Elektrodenplatten groß genug sind. Daher verbindet man eine größere Zahl von Platten entsprechend miteinander, d. h. man schaltet sie einander parallel. Abb. 425 zeigt zwei hintereinander geschaltete Akkumulatorenzellen, Abb. 426 ihre Plattenschaltung im Grundriß. Man benützt

den Akkumulator als Sammelapparat, dem man die elektrische Energie je nach Bedarf zuführt und entnimmt. Beansprucht man z. B. von einer Dynamomaschine am Tage weniger, am Abend mehr als sie leisten kann, so benützt man den tagsüber vorhandenen Überschuß an Energie, um Akkumulatoren zu laden, und entlädt sie am Abend, um die Maschine zu unterstützen. Man benützt ferner Akkumulatoren, die am Tage geladen worden sind, nachts an Stelle der Maschine u. dgl. m. Da sie transportabel sind, dienen sie zum Betrieb und zur Beleuchtung elektrisch bewegter Fahrzeuge (Automobile, Bahnen, Boote).

Der Akkumulator verlangt eine sehr sachkundige und sorgfältige Behandlung. Jede Zelle gebraucht zum *Laden* ungefähr 2,5 Volt Spannung, man kann daher z. B. mit 120 Volt Spannung 48 hintereinander geschaltete Zellen laden. Bei der *Entladung* gibt eine Zelle zuerst 2 Volt, sie fällt sehr schnell auf ca. 1,9 Volt, dann langsamer auf 1,8 Volt und muß dann wieder geladen werden. Bei langsamer Entnahme des Stromes kann man auf 12—15 Amperestunden für je 1 kg Elektrodenmaterial rechnen.

Der depolarisierende Strom ist eines der subtilsten wissenschaftlichen Hilfsmittel. Die Menge der Zersetzungsprodukte bei der Elektrolyse ist, wenn der Strom sehr schwach ist, oft so klein, daß sie der gewöhnlichen chemischen Analyse und der unmittelbaren Wahrnehmung vollkommen entgeht. Da aber Elektrolyse stets von Polarisation begleitet ist, so ist der depolarisierende Strom ein überaus empfindliches Mittel, auch die geringste Spur vorangegangener Zersetzung anzukündigen; nur dürfen die durch die Elektrolyse erzeugten geringen Mengen der Zersetzungsprodukte nicht durch den Sauerstoff, der sich stets im Wasser gelöst vorfindet, vernichtet werden. HELMHOLTZ (FARADAY-Rede) hat mit einer besonders hergerichteten Zelle gefunden, „daß man die Polarisation beobachten kann, welche in wenigen Sekunden ein Strom erzeugt, der ein Jahrhundert brauchen würde, um 1 mg Wasser zu zersetzen“.

2. Elektromagnetismus und Magnetismus.

342. Wechselwirkung zwischen Magnet und stromdurchflossenem Leiter.

Die Wirkungen des elektrischen Stromes, die wir bisher kennen gelernt haben, spielen sich *in der Strombahn* ab: der Körper, der sich erwärmt, und der Körper, der sich zersetzt, leiten den Strom durch sich hindurch. Wir kommen jetzt zu Wirkungen, die sich *außerhalb der Strombahn* abspielen, d. h. in Körpern, in deren Nachbarschaft der Strom vorbeifließt. Wie die ruhende Elektrizität ihr elektrisches Feld hat, so auch die bewegte; die Nachbarschaft eines stromdurchflossenen Leiters ist durch Fernwirkungen charakterisiert: in erster Linie dadurch, daß der Strom auf die Magnetnadel wirkt. — Wir setzen als bekannt voraus, daß die Magnetnadel im wagrecht gehaltenen Kompaß, wie man ihn auch dreht, stets nach Norden zeigt. Nicht *genau* nach Norden, sondern (S. 406) nach dem *magnetischen Nordpol*. Aber sie hat an jedem Punkte der Erdoberfläche eine bestimmte Richtung — sie steht in einem bestimmten *magnetischen Meridian* —, und wenn man sie gewaltsam in eine andere Richtung dreht und dann losläßt, kehrt sie stets in die ursprüngliche zurück.

Offenbar ist eine Kraft vorhanden (der Erdmagnetismus, S. 406), die bestrebt ist, die Nadel im magnetischen Meridian zu erhalten; sie daraus abzulenken, erfordert Arbeit. Auch Arbeit dieser Art kann der elektrische Strom leisten: er lenkt die Nadel ab, leistet somit das, was sonst nur ein Magnet leistet — kurz: strömende Elektrizität *übt magnetische Kräfte* aus. Die *Richtung*, in die der Strom die Nadel dreht, ist durch folgende Regel bestimmt: Man denke sich in dem Stromleiter schwimmend, *mit dem Strome*, den Kopf *voran*, das Gesicht *zur* Nadel gewendet; man hat dann den Nordpol der abgelenkten

Nadel zur *linken* Hand (AMPÈRESche Schwimmregel). Entzieht man die Nadel dem Einfluß des Erdmagnetismus, z. B. dadurch, daß man einen anderen entsprechend gerichteten Magneten in ihre Nähe bringt und so den Einfluß des Erdmagnetismus kompensiert, so gehorcht sie der ablenkenden Kraft des Stromes uneingeschränkt. Trägt man sie um den Stromleiter herum, so stellt sie sich stets quer zu ihm — den Nordpol voran, so wie es die Schwimmregel beschreibt. Abb. 427 zeigt das für einen auf der Ebene der Zeichnung senkrecht gedachten Leiter. *L* ist sein Durchschnitt mit der Ebene der Zeichnung.

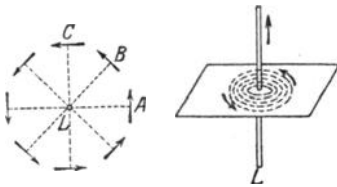


Abb. 427. Kraftfeld des elektrischen Stromes.

Der Nordpol der Nadel (die Pfeilspitze) erfährt also einen Antrieb zur Rotation um den Stromleiter herum; und so auch der *Südpol*, aber in der Richtung, die der Rotationsrichtung des Nordpols entgegengesetzt ist.

FARADAY hat das Vorhandensein einer drehenden Kraft durch den Versuch bestätigt: in der Anordnung Abb. 428 a, in der *M* den Magneten bedeutet und *S* und das Quecksilber den Stromleiter bilden, kreist der Nordpol *N* — der Südpol liegt fest — in der der Schwimmregel entsprechenden Richtung um *S*. Dem Satz von der Gleichheit der Wirkung und der Gegenwirkung entsprechend, muß auch der Magnet *auf den Strom* wirken. Der Pol strebt, den Stromleiter im Kreise um sich heranzuführen, wie der Stromleiter es mit ihm getan hat: in der Anordnung Abb. 428 b steht der Magnet fest, und der *Stromleiter ist beweglich* (FARADAY). Schließt man den Strom, so be-

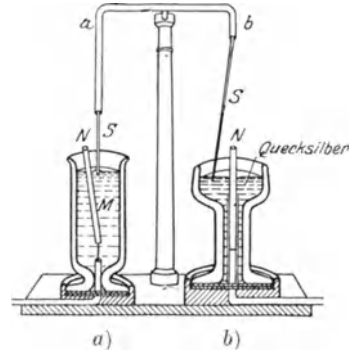


Abb. 428. Rotationsapparat von FARADAY zum Nachweis der a) Rotation eines Magneten (*M*) um einen stromführenden Leiter (*S*), b) Rotation eines stromführenden Leiters um einen Magneten.

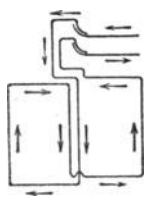


Abb. 429. Gegen den Erdmagnetismus unempfindlich gemachtes (astasiertes) AMPÈRESches Gestell¹⁾.

schreibt der Leiter um den Magnetpol einen Kegelmantel. — Ist der Stromleiter sehr biegsam, etwa ein langer schmaler Streifen Rauschgold, der neben einem vertikal stehenden Magnetstab hängt, so windet sich, wenn man den Strom schließt, der Streifen um den Magneten herum, die beiden Enden nach einander entgegengesetzter Richtung, den entgegengesetzten Polen entsprechend. Jeder Pol wirkt also *für sich* und nicht nur, weil er mit dem entgegengesetzten verbunden ist, auf den stromdurchflossenen Leiter.



Abb. 430. Gegenseitige elektrodynamische Einwirkung zweier stromführender Leiter.

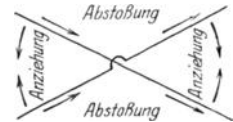


Abb. 431. Gegenseitige elektrodynamische Einwirkung zweier stromführender Leiter.

343. Wechselwirkung zwischen stromdurchflossenen Leitern.

Wir haben soeben die Wechselwirkung zwischen Magneten und elektrischen Strömen kennen gelernt. Das volle Verständnis für diese Erscheinungen werden wir aber erst gewinnen, wenn wir im folgenden die gegen-

¹⁾ à privativum und *στάσις* = Stand.

seitige Einwirkung zweier Ströme aufeinander untersuchen. Elektrische Ströme wirken anziehend oder abstoßend aufeinander — man sagt: elektrodynamisch — je nach der Richtung, die sie zueinander haben (Abb. 430): parallele Ströme von gleicher Richtung ziehen einander an; parallele Ströme von entgegengesetzter Richtung stoßen einander ab. Die grundlegenden Arbeiten hierüber verdankt man AMPÈRE (1820). Ein als AMPÈRESCHES Gestell bezeichneter Apparat ist besonders geeignet, Anziehung und Abstoßung paralleler Ströme zu demonstrieren (Abb. 432). Der wesentliche Teil dieses Gestells ist ein in den Lagern a und c drehbarer Rahmen BC , der im Sinne der Pfeile vom Strom durchflossen wird. Ein zweiter, ebenfalls stromdurchflossener Rahmen MN ist in der Nähe des beweglichen Rahmens parallel zu ihm fest aufgestellt. Dreht man den beweglichen Rahmen so, daß B und M einander nahekomen, so beobachtet man Abstoßung, andererseits findet man zwischen C und N Anziehung.

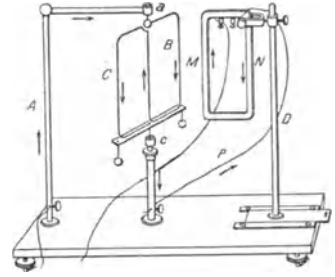


Abb. 432. Ampèresches Gestell (CB).

Daß gleichgerichtete Ströme einander anziehen, zeigt Abb. 433, eine sehr dünne, elastische, stromdurchflossene, vertikal hängende Spiralfeder, deren unteres Ende — durch ein Gewicht beschwert, um die Feder zu spannen — frei beweglich in Quecksilber taucht. Feder und Quecksilber bilden einen Stromkreis. In allen Spiralwindungen ist die Stromrichtung dieselbe, die Windungen ziehen daher einander an, die Spirale verkürzt sich infolgedessen, zieht das bewegbare Ende trotz der Belastung durch das Gewicht aus dem Quecksilber heraus und unterbricht den Strom. Die Spirale folgt nun dem Zuge des Gewichtes, taucht wieder in das Quecksilber, und das Spiel beginnt aufs neue.

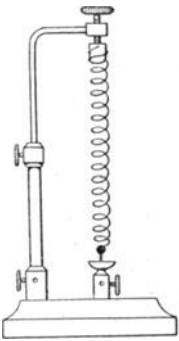


Abb. 433. Die Windungen einer stromführenden Spirale ziehen einander an.

Ströme, die einander kreuzen, Abb. 431, ziehen einander an, wenn sie *beide* zu dem Kreuzungspunkte *hin-* oder *beide* von ihm *weg-*gehen. Geht der eine zu ihm hin, der andere davon weg, so stoßen sie einander ab.

Die Wechselwirkung zwischen stromdurchflossenen Leitern findet eine wichtige praktische Anwendung im Elektrodynamometer, das zur Messung von Stromstärken dient. In Abb. 434 bedeutet V einen feststehenden, drehbar ist. Beide Rahmen sind zu einem Stromkreis $2VBC1$ verbunden. *Stromlos* steht der Rahmen V , unter der Einwirkung einer Torsionsfeder F rechtwinklig zum Rahmen W . *Stromdurchflossen* sucht der bewegliche Rahmen sich so zu drehen, daß die in demselben Sinn durchflossenen Leiterteile nebeneinander liegen. Bei dieser Drehung wird die Feder mehr oder weniger stark tordiert. Die Ruhelage tritt dann ein, wenn die Spannung der Feder gerade der elektrodynamischen Wirkung zwischen den Rahmen das Gleichgewicht hält. Ein mit W verbundener Zeiger z ermöglicht direkte Ablesung der Stromstärke auf einer empirisch geeichten Skala. Da die Ausschlagsrichtung bei Änderung der Stromrichtung

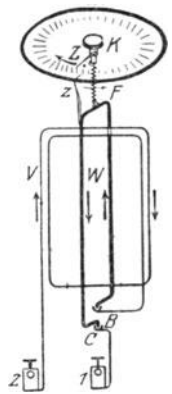


Abb. 434. Elektrodynamometer zur Strommessung.

drahtumwickelten Rahmen, W einen ebensolchen Rahmen, der in den Lagern K und C drehbar ist. Beide Rahmen sind zu einem Stromkreis $2VBC1$ verbunden. *Stromlos* steht der Rahmen V , unter der Einwirkung einer Torsionsfeder F rechtwinklig zum Rahmen W . *Stromdurchflossen* sucht der bewegliche Rahmen sich so zu drehen, daß die in demselben Sinn durchflossenen Leiterteile nebeneinander liegen. Bei dieser Drehung wird die Feder mehr oder weniger stark tordiert. Die Ruhelage tritt dann ein, wenn die Spannung der Feder gerade der elektrodynamischen Wirkung zwischen den Rahmen das Gleichgewicht hält. Ein mit W verbundener Zeiger z ermöglicht direkte Ablesung der Stromstärke auf einer empirisch geeichten Skala. Da die Ausschlagsrichtung bei Änderung der Stromrichtung

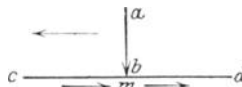


Abb. 435.

Verschiebung eines stromführenden beweglichen Leiters längs eines feststehenden.

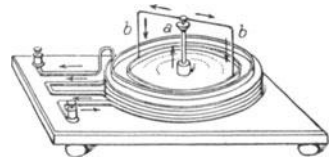


Abb. 436.

sich nicht umkehrt, sind diese Instrumente für Messungen an Wechselströmen besonders geeignet.

Ein beweglicher Stromleiter kann sich auch an einem feststehenden *entlang* verschieben (Abb. 435). Die Teile des Stromleiters rechts von *m* müssen den Stromleiter *a b* abstoßen, die links von *m* ihn anziehen, daher muß er sich längs *c d* nach *c* hin verschieben. Der bewegliche Bügel *b* (Abb. 436) rotiert deshalb, d. h. er verschiebt sich an der feststehenden, um das Quecksilbergefäß gehenden Spirale.

344. Solenoid. Elektromagnet. Die elektrodynamischen Vorgänge lehren, daß man die *Umgebung eines elektrischen Stromes* so auffassen darf wie die eines

Magneten, als ein *magnetisches Feld*. Namentlich solche Leiter lehren das, die durch ihre Form besonders kräftig als Magnete wirken. So z. B. der Typus dieser Leiterform, das *Solenoid*¹⁾, eine Spirale, deren Windungen einander in ihrer Wirkung unterstützen (Abb. 437). Die Windungen sind meist kreisförmig, können aber auch andere Form haben, und die Achse, gleichviel ob wirklich vorhanden oder nur gedacht, kann geradlinig oder gekrümmt sein. Ein Solenoid, dessen Windungsachse um eine Vertikale drehbar ist wie in Abb. 438, stellt sich wie eine Magnetnadel ein, die Windungsfläche rechtwinklig zum magnetischen Meridian. Seine Achse entspricht der einer Magnetnadel, der

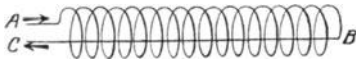


Abb. 437.

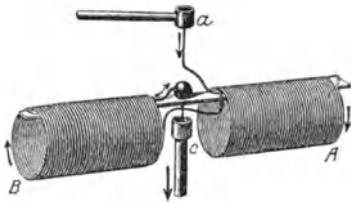


Abb. 438. Solenoid.

Südpol *B* liegt nach derjenigen Seite, von der aus gesehen der Strom im Sinne des deutsch *geschriebenen* großen \mathcal{D} , d. h. im Uhrzeigersinne, die Achse umfließt. —

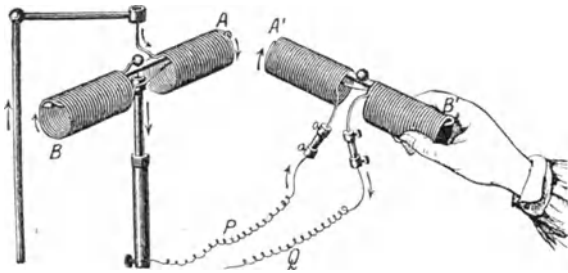


Abb. 439. Ähnlichkeit des stromführenden Solenoids mit einem Magneten.

Zwei Solenoide verhalten sich gegeneinander wie zwei Magnete: gleichnamige Enden stoßen einander ab, ungleichnamige ziehen einander an — sehr begreiflich, denn liegen zwei Solenoide mit den gleichnamigen (ungleichnamigen) Enden *A* und *A'* beieinander (Abb. 439), so liegen Leiter Teile nebeneinander, in denen die Ströme einander entgegengesetzt (gleich) gerichtet sind, also einander abstoßen (anziehen). Ein Solenoid verhält sich auch einem *Magneten* gegenüber ebenso, wie sich ein Magnet einem anderen gegenüber verhält. Der Nordpol des Magneten zieht den Südpol des Solenoids an und stößt den Nordpol des Solenoids

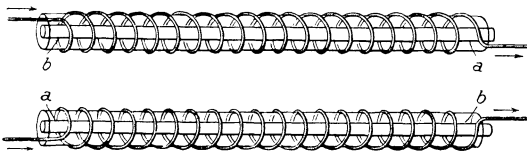


Abb. 440. Zur Magnetisierung eines Eisenstabes durch den elektrischen Strom.

ab; und entsprechend die anderen Pole. AMPÈRE schloß daher auf eine Ähnlichkeit des Magneten mit einem Solenoid. Er stellte die Hypothese auf, nach der auch das von magnetischen Körpern ausgehende magnetische Feld

¹⁾ $\sigma\omega\lambda\rho\nu$ = Röhre.

von Strömen erzeugt sein sollte, die im Innern der Molekeln verlaufen (AMPÈRESche Molekularströme). Das Vorhandensein der Molekularströme ist experimentell nachweisbar (EINSTEIN und DE HAAS, 1915). Hiermit in Übereinstimmung ist die Tatsache, daß ein *unmagnetischer* Eisenstab, um den man einen Solenoidstrom schiebt (Abb. 440), zum *Magneten* (Elektromagnet) wird.

Der Elektromagnet ist die Grundlage zahlloser Apparate, die den Zweck haben, von einem gegebenen Punkte aus (an dem man einen Stromkreis schließt) *in der Ferne* mechanische Arbeit zu leisten. Dahin gehört z. B. die Regulierung weit voneinander entfernter Uhren von der Normaluhr einer Sternwarte aus, die Betätigung eines Signalläutewerkes mitten auf einer Bahnstrecke von der Station aus oder der Betrieb des elektrischen Schreibtelegraphen von einem fernen Orte aus. Überall verrichtet die Erregung eines Elektromagneten die Arbeit: das eine Mal greift der von ihm betätigte Mechanismus in ein Uhrwerk ein, das andere Mal schwingt er einen Hammer periodisch gegen eine Glocke, das dritte Mal setzt er einen Schreibmechanismus in Bewegung.

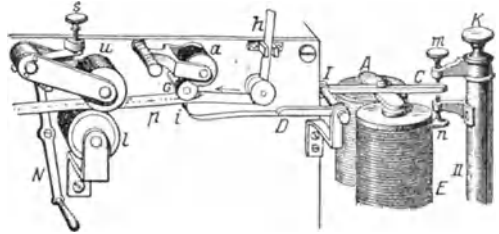


Abb. 441. Elektromagnetischer Schreibtelegraph. *E* der Magnet, *c* die Schreibwalze, gegen die der Papierstreifen durch den Stift *i* angedrückt wird.

Der weitest verbreitete Telegraphenapparat ist (Abb. 441) der Schreibtelegraph (MORSE, 1844). *E* ist der Elektromagnet, den der ankommende Strom erregt. Sooft und solange er erregt wird, zieht er den *Anker A* an und drückt durch den Winkelhebel *CID* den Papierstreifen *h p* gegen die mit Schreibfarbe bedeckte Rolle *c*. Je nachdem er nur kurze oder längere Zeit erregt wird, ruft er so auf dem Papier die Punkte oder Striche hervor, die das *Morsealphabet* bilden, z. B. $-\cdot = a$; $-\cdot-\cdot = b$ usw. In dem Rhythmus, in dem der Telegraphierende mit dem *Taster* den Stromkreis schließt und wieder öffnet, schreibt der Morseapparat Punkte und Striche in den verschiedenen Kombinationen nieder. — An Stelle des Schreibapparates tritt auch der *Typendrucker* (HUGHES), in der Unterseetelegraphie aber ein sehr empfindliches Galvanometer (WILLIAM THOMSON) mit einem feinen Glasröhrchen, das rhythmisch nach links und nach rechts abgelenkt wird und dabei Tintentröpfchen in sehr feinem Strahl auf den Papierstreifen spritzt.

345. Magnetismus. Die Elektromagnete sind künstliche Magnete. Es gibt auch natürliche — der Magneteisenstein, ein Eisenerz, besitzt die jedem bekannten „magnetischen“ Eigenschaften, Eisen und Stahl anzuziehen —, aber an den natürlichen Magneten interessiert uns im wesentlichen nur die Tatsache, daß sie überhaupt existieren. Denn ihre magnetischen Wirkungen sind verschwindend gering gegenüber den Kräften, welche künstliche Magnete auszuüben vermögen, namentlich seitdem man durch einen Strom, der einen Eisenkern umfließt, sehr starken Magnetismus erzeugen kann. Ein so hergestellter Elektromagnet, der das Gewicht eines Menschen zu tragen vermag, hat noch mäßige Dimensionen. Die von den Magneten angezogenen Eisenstücke werden durch ihre Berührung mit dem Magneten und noch mehr, wenn man sie mit dem Magneten immer in derselben Richtung bestreicht, selber magnetisch: sie werden ebenfalls zu künstlichen Magneten.

Ein stabförmiger Magnet ist an den verschiedenen Stellen seiner Oberfläche verschieden stark magnetisch, am stärksten an den Enden, nach der Mitte zu schwächer und in der Mitte unmagnetisch. Das beweist z. B. sein Aussehen (Abb. 442), nachdem er in Eisenfeilspäne eingetaucht und dann herausgezogen worden ist. Je länger er ist im Verhältnis zu seinem Querdurchmesser, d. h. je mehr

er sich der Nadelform nähert, desto mehr scheint dies Maximum seiner Fähigkeit, Eisen anzuziehen, in zwei Punkten zu liegen, den *Polen* des Magneten. Bei stabförmigen Magneten liegen sie ungefähr um $\frac{1}{12}$ der Stablänge von den Enden entfernt. Bei linearen (sie sind allerdings nur mathematisch vorstellbar) sind

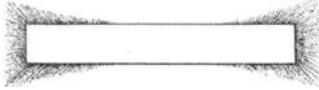


Abb. 442. Natürlicher Magnet (mit Eisenfeile).

sie an den Enden selbst anzunehmen. Die gerade Linie, auf der die beiden Pole liegen, nennt man die *Achse* des Magneten.

— Die beiden Pole sind zwar in ihrer Stärke, d. h. in ihrer Fähigkeit, Eisenfeilspäne anzuziehen, einander gleich, aber sie unterscheiden sich doch in anderer Weise wesentlich voneinander. Unterstützt man nämlich einen stabförmigen Magnet derart (Abb. 443), daß sich seine Achse in der Horizontalebene frei drehen kann, so stellt er sich in eine ganz bestimmte Richtung ein. Wenn man ihn gewaltsam daraus entfernt und wieder losläßt, kehrt er immer wieder dahin zurück. Ja sogar, wenn man ihn zwar in diese Richtung bringt, aber mit dem Ende *a* nach vorn, das vorher nach hinten gezeigt hat, dreht er sich, losgelassen, vollständig herum in die frühere Lage. Die Richtung ist annähernd die von Norden nach Süden. Man nennt deswegen den einen Pol den nordsuchenden, kurz: den Nordpol, den anderen den Südpol.

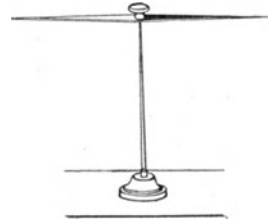


Abb. 443. Magnetnadel (um vertikale Achse drehbar).

Deklination und Inklination. Seiner richtungsuchenden Eigenschaft wegen dient der Magnet als *Kompaß*, und zwar in der Form der *Magnetnadel* (Abb. 443). Die Nadel zeigt nicht genau nach Norden, sondern weicht um einige Grade, den *Deklinationswinkel*, vom geographischen Meridian ab, an gewissen Orten nach Westen (z. B. in Berlin zur Zeit etwa 9°), an anderen nach Osten. Die Ebene, die man durch den Erdmittelpunkt und die Nadelrichtung gelegt denkt, heißt der *magnetische Meridian*. Derjenige Punkt der Erdkugel, nach dem die Kompaßnadeln mit ihrem Nordpol zeigen, liegt im nördlichen Eismeer, der entsprechende der südlichen Halbkugel im südlichen Eismeer.

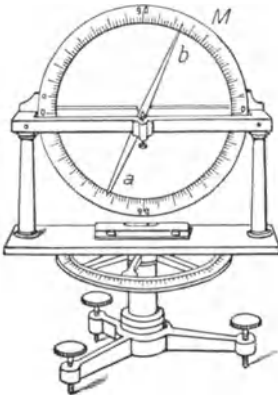


Abb. 444. Inklinationsapparat (Magnetnadel um horizontale Achse drehbar).

Hängt man eine Magnetnadel im magnetischen Meridian auf, drehbar um eine durch ihren Schwerpunkt gehende horizontale Achse, so bildet (Abb. 444) die magnetische Achse *ab* mit dem Horizont einen schiefen Winkel; nach *unten* zeigt auf der nördlichen Halbkugel der Nordpol, auf der südlichen der Südpol. Der spitze Winkel zwischen dem nach *unten* geneigten Teile *a* der magnetischen Achse und der Horizontalebene heißt *Inklinationswinkel*. In Berlin z. B. ist

die Inklination ca. 66° . Sie ändert sich (wie auch die Deklination) mit der Zeit. Es gibt auf der Erdoberfläche zwei Stellen, an denen die Magnetnadel genau nach unten auf den Erdmittelpunkt hinweist. In diesen Richtungen liegen die *magnetischen Erdpole*. Sie bestimmen an allen Stellen der Erdoberfläche die Richtung der magnetischen Kraft, also auch die Deklination und Inklination der Magnetnadel. Lenkt man die Nadel aus der durch den *Erdmagnetismus* bestimmten Ruhelage ab, so machen sich drehende Kräfte

geltend, die der Einwirkung des *Erdmagnetismus* auf den *Nadelmagnetismus* entspringen, und führen die Nadel in die alte Lage zurück. Daß wirklich nur drehende Kräfte auftreten, folgt z. B. daraus, daß ein Magnet, der auf Wasser schwimmt (Abb. 445), nur in die Richtung des magnetischen Meridians *gedreht*, aber nicht nach dem Rande des Gefäßes *hingezogen* wird, wie es doch sein müßte, wenn in der einen Richtung eine stärkere Kraft wirken würde als in der entgegengesetzten.

Nord- und Südpol verhalten sich in gewissem Sinn ähnlich zueinander wie positive und negative Elektrizität. Bringt man zwei Magnetnadeln in unmittelbare Nachbarschaft zueinander, so sieht man, daß die gleichnamigen Pole einander abstoßen (der Nordpol den Nordpol, der Südpol den Südpol), die ungleichnamigen, Nordpol und Südpol, einander anziehen.

346. Kraftwirkung zwischen zwei Magneten. Man rufe sich nun ins Gedächtnis zurück, was S. 343 über die gegenseitige Einwirkung gleichnamiger und ungleichnamiger Elektrizitäten gesagt worden ist, und denke sich für Elektrizität Magnetismus gesetzt und den Nordmagnetismus als Seitenstück zur positiven Elektrizität, den Südmagnetismus zur negativen. Man versteht dann ohne weiteres den Sinn des *Grundgesetzes* (COULOMB), das sich in der Formel ausspricht:

$$K = \pm \frac{m_1 \cdot m_2}{r^2}.$$

Das Gesetz sagt aus: Zwei Pole, die die Magnetismusk mengen m_1 und m_2 enthalten, wirken mit einer Kraft K aufeinander, die den Magnetismusk mengen direkt proportional und dem Quadrat des gegenseitigen Abstandes umgekehrt proportional ist, und zwar abstoßend oder anziehend, je nachdem die beiden Magnetismusk mengen gleichnamig oder ungleichnamig sind. Die *Einheit* der Magnetismusk menge ist dabei ebenso definiert wie die Einheit der Elektrizitätsmenge: gegeben seien zwei einander gleich starke Pole im Abstand von 1 cm voneinander; wirken sie mit der Kraft 1 aufeinander, d. h. mit 1 Dyn, so enthalten sie beide die Einheit der Magnetismusk menge (Einheitspol). Die magnetische Kraft an irgendeiner Stelle wird gemessen durch die Zahl der Krafteinheiten (Dyn), mit der sie auf einen an dieser Stelle befindlichen Einheitspol einwirkt.

Man kann zur Prüfung des Gesetzes natürlich nicht zwei einzelne Pole schaffen, wie man zwei einzelne elektrisch geladene Körper schaffen kann. Man erreicht aber nahezu dasselbe mit zwei sehr langen und sehr dünnen Magnetstäben (COULOMB). Ihre magnetische Wirkung konzentriert sich auf das äußerste Ende, die ganze übrige Länge ist nahezu indifferent. Man kann z. B. die Südpole der beiden Magnete einander nähern und ihre Wechselwirkung untersuchen, ohne daß dabei die infolge der großen Stablänge weit entfernten Nordpole störend einwirken.

347. Magnetische Kraftlinien. Das Gesetz (s. oben), das die Stärke der magnetischen Anziehung und Abstoßung beherrscht, hat genau die Form wie das entsprechende Gesetz (S. 343) für die elektrischen Ladungen. Durch Überlegungen, die den früher (S. 344 ff.) angestellten analog sind, kommen wir daher auch hier notwendig zum Begriff des *magnetischen Potentials*, der Niveaufläche des *magnetischen Potentials* und vor allem der *magnetischen Kraftlinien*. Die Kraftlinien in ihrer Gesamtheit charakterisieren das magnetische Feld, mit dessen Eigenschaften wir uns zunächst beschäftigen werden. Bringt man einen kleinen Magnetpol als Prüfkörper an irgendeine Stelle im Felde eines Magneten, so wirkt eine gewisse Kraft auf ihn: ihre Richtung wird durch die *Richtung*

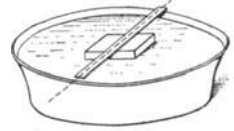


Abb. 445. In der Horizontalebene frei beweglicher Magnet. Er reagiert nur auf drehende Kräfte.

der Kraftlinien anschaulich gemacht, ihre Größe durch die *Dichte* der Kraftlinien an jener Stelle des Feldes.

Die Kraftlinien sind nur Gebilde unserer Vorstellung, trotzdem können sie unmittelbar sichtbar gemacht werden, wie folgender Versuch zeigt. *NS* sei ein Stabmagnet, und in seiner Nähe befinde sich eine kleine Magnetnadel, beide in der Ebene der Zeichnung (Abb. 446). Die Pole des Magneten und die Pole der Nadel wirken auf einander, und die Nadel stellt sich in die Richtung der resultierenden Kraft, die auf sie wirkt. Diese Richtung ist die Richtung der Kraftlinie an jener Stelle. Denken wir uns das ganze Feld mit Magnetnadeln besetzt, so können wir den Verlauf der Kraftlinien mit einem Blick übersehen. (Wir sehen hierbei ab von der Wechselwirkung der Nadeln *aufeinander*.)

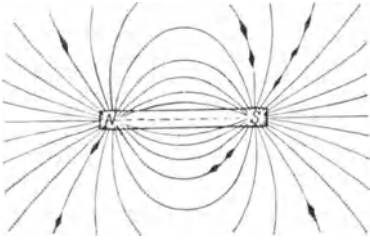


Abb. 446. Zur Veranschaulichung der Kraftlinien eines Magnetfeldes.

Um die Kraftlinien sichtbar zu machen, benützt man Eisenfeilspäne, die ja unter dem Einflusse des Magneten selber magnetisch werden, und die sich dann ganz ähnlich anordnen wie die Magnetnadeln. Man legt z. B. ein Blatt Papier auf den Magneten und bestreut es mit Hilfe eines Siebes mit Eisenfeilspänen, während man sanft von oben nach unten auf das Blatt klopft.

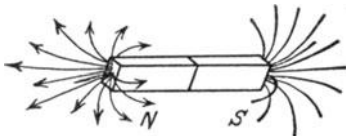


Abb. 447. Zur Veranschaulichung der Kraftlinien eines Magnetfeldes.

durch ihre Gegenwart die Verteilung der magnetischen Kraft in gewissem Maße stören, und man muß daher bei kleinen Magneten, wie Nadeln, große Mengen vermeiden.“ (FARADAY.)

Man muß sich aber klar machen, daß solche Kraftlinien nach *allen* Richtungen in den Raum treten (Abb. 447), eine einzelne Kraftlinienzeichnung, z. B. Abb. 446, uns also nur über die Kraftrichtung in der Ebene orientiert, die wir als Zeichnungsebene durch das Feld des Magneten hindurchgelegt haben.

348. Magnetische Feldstärke. Abb. 446 und Abb. 448 zeigen, daß dicht bei dem Magneten, also dort, wo die Kraft am größten ist, die Kraftlinien am dichtesten, weiter ab, wo die Kraft schwächer ist, weniger dicht beieinander liegen. Die *Dichte* der Kraftlinien an einer Stelle des Feldes kann als Maß für die Kraft an dieser Stelle dienen, wobei unter Dichte die Anzahl Kraftlinien verstanden wird, die durch einen *senkrecht* zur Kraftlinienrichtung gelegten Querschnitt von der Größe 1 cm^2 hindurchgeht. Man verfallt aber nicht in den Fehler, in diesen Kraftlinien irgendwelche reellen Gebilde zu sehen. Die Kraft um einen Magnetpol ist immer gleichmäßig — oder strenger ausgedrückt: stetig — verteilt und

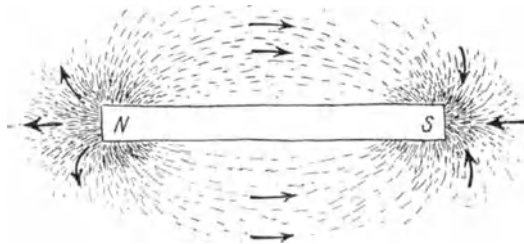


Abb. 448. Schnitt durch die Kraftlinien im magnetischen Felde (parallel zum Stabe *NS*).

keineswegs auf irgendwelche Linien konzentriert. Nur die große Anschaulichkeit, die dem Kraftlinienbild innewohnt, rechtfertigt es, das kontinuierliche Kraftfeld in der Vorstellung durch das diskontinuierliche Linienfeld zu ersetzen. Man hat folgendes festgesetzt. Wir wissen: um einen Einheitspol herrscht überall im Abstand 1 cm von ihm die Kraft 1 Dyn . Wir bestimmen nun die Zahl der von diesem Pol ausgehenden Kraftlinien so, daß im Abstand 1 cm gerade *eine* Kraftlinie durch eine *senkrecht* zu ihrer Richtung gelegte Fläche von 1 cm^2

hindurchgeht. Die Kugel­fläche mit dem Radius 1 cm um den Einheitspol als Mittelpunkt hat eine Größe von $4\pi 1^2 = 4\pi \text{ cm}^2$. Wenn wir die Zahl der vom *Einheitspol* ausgehenden Kraftlinien gerade auf 4π festsetzen¹⁾, so trifft auf jedes cm^2 im Abstand 1 cm eine Kraftlinie. Von einem Pol der Stärke m sollen $4\pi m$ Linien ausgehen. Im Abstand 1 vom Pol gehen dann m Linien durch 1 cm^2 in Übereinstimmung mit dem COULOMBSchen Gesetz, nach dem an dieser Stelle eine Kraft von m Dyn herrscht. Denken wir uns nun auch im Abstand 2 cm eine Kugel­fläche um den Pol gelegt, so hat diese eine Größe von $4\pi \cdot 2^2 \text{ cm}^2$. Durch jedes cm^2 dieser Fläche gehen von den $4\pi \cdot m$ Linien nunmehr $\frac{4\pi \cdot m}{4\pi \cdot 2^2} = \frac{m}{4}$ Linien, d. h. im

Abstand 2 cm ist die Liniendichte auf $\frac{1}{4}$ gesunken oder allgemeiner im Abstand r auf $1/r^2$. Im selben Verhältnis hat aber auch die Kraft nach dem COULOMBSchen Gesetz in diesem Abstand abgenommen.

Wir können also folgendes sagen: Wenn von einem Pol, der die Stärke m hat, $4\pi m$ Kraftlinien ausgehen, so ist an allen Stellen des Feldes die Kraft numerisch gleich der Zahl der Kraftlinien, die dort eine senkrecht zum Linienlauf gestellte Fläche von 1 cm^2 durchsetzen. Die Kraftliniendichte ist also ein Maß für die Feldstärke. Für die Einheit der Feldstärke hat man die Bezeichnung 1 Gauss eingeführt, so daß also „ein Feld von 100 Gauss“ nichts anderes besagen soll, als daß an dieser Stelle 100 Kraftlinien senkrecht durch 1 cm^2 hindurch gehen bzw. auf den Einheitspol eine Kraft von 100 Dyn wirkt.

Ist die Stärke eines Poles $m = 1000$ Magnetismuseinheiten, und ist $r = 10 \text{ cm}$, so ist die Zahl der von diesem Pol ausgehenden Kraftlinien $n = 4\pi \cdot m = 4 \cdot 3,14 \cdot 1000 = 12560$, also die Kraftliniendichte B in 10 cm Abstand

$$B = \frac{n}{4\pi r^2} = \frac{12560}{1256} = 10,$$

d. h. auf 1 cm^2 jener Stelle des Feldes treffen 10 Linien. Ebenso ist die Kraft nach dem COULOMBSchen Gesetz an jener Stelle:

$$\frac{m_1 \cdot m_2}{r^2} = \frac{1000 \cdot 1}{10^2} = 10 \text{ Dyn}.$$

Das Feld hat also in 10 cm Abstand die Stärke von 10 Gauss.

Wir haben diese Betrachtung nur für das Feld eines punktförmigen Poles durchgeführt. Sie läßt sich aber auch auf ganz beliebige Felder und ganz beliebig gestaltete Magnetpole ausdehnen. Verlaufen insbesondere die Kraftlinien parallel und in gleichen Abständen voneinander, so spricht man von einem *homogenen* Feld. Das Erdfeld z. B. kann innerhalb der für Messungen in Betracht kommenden Räume als homogen gelten. Die *Horizontalkomponente des erdmagnetischen Feldes*, die bei vielen Messungen eine große Rolle spielt, beträgt im mittleren Europa etwa 0,2, in Berlin 0,18 Gauss. Mit Elektromagneten kann man Felder bis zu 50 000 Gauss herstellen.

349. Die Tangentenbussole. Wir haben gesehen, daß sich die Stärke eines Magnetfeldes wie das Gewicht eines Körpers auch in Dyn, also in den absoluten Einheiten: Zentimeter, Gramm und Sekunde messen läßt. Für die Messung einer Feldstärke in absoluten Einheiten ist es natürlich gleichgültig, ob das Feld von einem Magneten oder von einer stromdurchflossenen Spule herrührt. Wir werden uns aber im folgenden mit der Messung der von Spulen erzeugten Felder beschäftigen, und zwar, weil sich an solche Messungen ein Verfahren knüpft, auch die elektrische Stromstärke in absoluten Einheiten zu messen. Wir haben die praktische Stromeinheit auf die beim Stromdurchgang durch eine Silbernitratlösung abgeschiedene Silbermenge gestützt; für die theoretische Physik ist es aber von größter Bedeutung, auch die Stromeinheit auf die Grundeinheiten Zentimeter, Gramm und Sekunde zurückzuführen. Der Grundgedanke des hierbei angewandten Verfahrens besteht darin, die magnetische Kraft des Stromes mit der magnetischen Kraft des Erdfeldes zu vergleichen. Da wir das vom Erdmagnetismus herrührende Feld in absoluten Einheiten messen können, so muß es auch für das von dem Strom herrührende möglich sein.

¹⁾ Unter $4\pi = 12,56$ Kraftlinien hat man natürlich 1256 Kraftlinien auf je 100 cm^2 zu verstehen.

Den Ausgangspunkt für die absolute Strommessung bildet die Tangentenbussole (Abb. 449), ein kreisförmiger Stromleiter, dessen Ebene vertikal steht, und der eine sehr kurze in der Horizontalebene drehbare Magnetnadel umgibt. Die vertikale Drehungsachse der Nadel fällt mit dem vertikalen Durchmesser des Kreises zusammen, und die Drehungsebene der Nadel mit der Horizontalebene durch den Mittelpunkt des Kreises. Man stellt die Kreisebene des Strom-

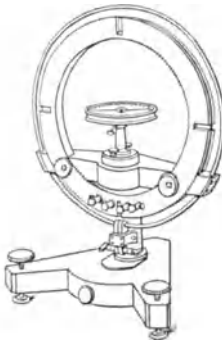


Abb. 449. Tangentenbussole.

leiters in den magnetischen Meridian. Die Nadel steht dann, solange der Leiter stromlos ist, auf dem horizontalen Durchmesser des Kreises. Wirkt aber außer dem Erdfelde auch der Strom auf sie ein, so nimmt sie eine Lage an, die ihr die gleichzeitige Wirkung beider Felder aufzwingt. Entzieht man die Nadel dem Einflusse des Erdmagnetismus, etwa durch einen Magneten in ihrer Nähe, der die Einwirkung des Erdmagnetismus gerade aufwiegt, so stellt sie sich senkrecht zu dem Stromkreise. Der Erdmagnetismus aber sucht sie in den magnetischen Meridian zurückzudrehen. Sie dreht sich daher in die Richtung der resultierenden Kraft, die aus der gleichzeitigen Wirkung des Erdfeldes und des Stromfeldes entspringt. Die drehenden Kräfte, die an der Magnetnadel angreifen, sind das magnetische Feld des Stromes und das magnetische Feld der Erde; von diesem natürlich nur dessen in die Horizontalebene fallende Komponente — die *Horizontalkomponente H des Erdmagnetismus*; denn nur diese Komponente kann auf die horizontal schwingende Nadel einwirken. Sie wirkt (s. S. 407) auf den Einheitspol mit H Dyn, auf jeden der Nadelpole von der Magnetismenmenge m also mit $m \cdot H$ Dyn. Der Hebelarm (Abb. 450), an dem diese Kraft wirkt, ist, nachdem sich die Nadel NS um den Winkel α aus dem magnetischen Meridian heraus in die Lage $N'S'$ gedreht hat, die Länge p , also $l/2 \cdot \sin \alpha$ (der Polabstand = l gesetzt; bei der Lage $N''S''$ wäre der Hebelarm = $l/2$), das von der Erde herrührende Drehmoment an der Nadel ist also: $mH \cdot l \sin \alpha$. Der Ausdruck ml wird *das magnetische Moment der Nadel* genannt. [Der Begriff läßt sich folgendermaßen erläutern: Die auf den Südpol des Magneten wirkende Kraft ist ebenso groß wie die auf den Nordpol wirkende, da beide Pole gleiche Magnetismenmengen haben und auf beide die Erde gleich stark einwirkt. Sie bilden ein Kräftepaar, dessen Arm gleich ihrem gegenseitigen Abstände, und dessen Drehmoment daher gleich $mH \cdot l$ ist. Man bezeichnet gewöhnlich $m \cdot l$ mit M und nennt es das magnetische Moment.]

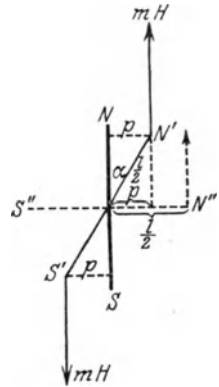


Abb. 450. Zum Verständnis der Tangentenbussole (von oben gesehen).

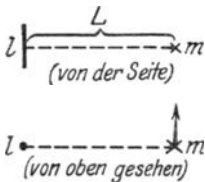


Abb. 451. Zur Wechselwirkung zwischen einem Stromelement (l) und einem Magnetpol (m).

Und nun zu der magnetischen Kraft des Stromes. Wir berechnen sie auf Grund eines durch zahlreiche Versuche gewonnenen Gesetzes, das ein Seitenstück zu dem elektrodynamischen Grundgesetz bildet. Dieses nach BIOT und SAVART benannte Gesetz sagt uns, wie groß die Kraft ist, die ein stromdurchflossenes kurzes Leiterstück — ein sog. *Stromelement* — auf einen in beliebigem Abstand davon befindlichen Magnetpol ausübt. Es sei l (Abb. 451) ein kurzes Stück eines

Leiters, i die Stromstärke darin, ferner m ein Magnetpol mit der Magnetismen-
menge m im Abstände L von dem Leiterstück; der Winkel, den die Richtungen
von l und L miteinander bilden, sei φ . Die Kraft, die l auf m ausübt, ist dann
proportional der Größe $\frac{i \cdot m \cdot l}{L^2} \cdot \sin \varphi$. Steht L senkrecht auf l , ist also
 $\sin \varphi = 1$, so wird die Kraft proportional der Größe $i m l / L^2$. Sie sucht (S. 402,
Abb. 427) m um l im Kreise herumzuführen, wirkt also senkrecht zu der Rich-
tung L . Abb. 451 (unten) zeigt l senkrecht zur Ebene der Zeichnung, der Pfeil gibt
die Richtung an, in der der Strom auf den Pol wirkt. Uns interessiert hier nur die
Wirkung eines *Kreisstromes*, und zwar auf einen Pol, der sich in der Mitte des
Kreises befindet. Der Radius des Kreises sei r , die Stromstärke i , die Magnetis-
mismenge des Poles m . Man findet dann die Kraft, die der Strom auf den Pol
ausübt, proportional der Größe $i \cdot m \cdot 2\pi r / r^2$ (es ist ja $l = 2\pi r$ und $L = r$),
d. h. proportional der Größe $i \cdot m \cdot 2\pi / r$. Ist der Pol ein Einheitspol — an der
Wirkung auf ihn wollen wir ja die Feldstärke messen —, so ist die Stärke im
Mittelpunkt proportional der Größe $2\pi \cdot i / r$. Mit anderen Worten, die Feld-
stärke wächst in demselben Verhältnis, in dem die Stromstärke i wächst, und
in dem man r verkleinert, d. h. in einem je kleineren Kreis man den Strom um
den Pol herumleitet.

350. Absolute Strommessung. Dieser Zusammenhang führt dazu (WEBER), die Ein-
heit der Stromstärke zu definieren. Man denke sich einen Kreis vom Radius 1 cm und auf
ihm einen Bogen von 1 cm abgegrenzt und im Mittelpunkt des Kreises den Einheitspol.
Derjenige Strom in dem Leiter wird nach WEBER die *Stromeinheit* genannt, der so stark ist,
daß das Leiterstück auf den Pol eine *Krafteinheit* ausübt, oder — wenn man die Wirkung
des ganzen Kreises berücksichtigt — der, wenn er den Einheitspol als Mittelpunkt im Kreise
von 1 cm Radius umfließt, auf den Pol eine Kraft von 2π Dyn ausübt. Da 1 Dyn gleich
dem Gewicht von 1,02 mg* ist, so ist diese Kraft von $2\pi = 2 \cdot 3,1415$ Dyn gleich dem Ge-
wicht von rund 6,4 mg*. Dieser Strom repräsentiert die *absolute Einheit der Stromstärke*,
elektromagnetisch gemessen (die elektrostatisch gemessene (S. 370) ist durch die Anzahl
von Elektrizitätseinheiten definiert, die in der Zeiteinheit durch den Querschnitt des Leiters
hindurchfließen). Eine greifbare Vorstellung von der als Einheit benutzten Stromstärke
gewinnen wir an der Größe ihrer Arbeitsleistungen. Wenn wir eine absolute Stromeinheit
z. B. durch eine Zersetzungszelle leiten, die salpetersaures Silber enthält, so scheidet sie
jede Sekunde 11,18 mg Silber aus. — Oder noch anders: Der Kohlenfaden einer der früher
gebräuchlichen Glühlampensorten erfordert eine Spannungsdifferenz von 100 Volt zwischen
seinen Enden, um eine Helligkeit von 16 Kerzen zu geben, und hat bei der Temperatur,
die er dabei annimmt, 200 Ohm Widerstand. Der Strom, der durch diesen Kohlenfaden
fließt, beträgt $\frac{1}{20}$ absolute Stromeinheit.

In der Technik benützt man nun aber nicht „die absolute Einheit“ als Einheit, sondern
nur den zehnten Teil davon. Man nennt ihn 1 Ampere, so daß also 1 Ampere = $\frac{1}{10}$ absolute
Einheit der Stromstärke ist. Die Stromstärke von 1 Ampere ist auch durch das Reichsgesetz
als praktische Einheit der Stromstärke festgelegt worden.

Durch die Definition der Stromstärke ist der bisher unbestimmte Proportio-
nalityätsfaktor im BIOT-SAVARTSchen Gesetz festgelegt. Auf jeden *Pol* vom
Magnetismus m der Magnetnadel im Mittelpunkt des Kreisstromes, dessen
Radius r ist, übt nun der Strom von i ab-
solute Einheiten der Stromstärke die Kraft

$$\frac{2\pi \cdot i}{r} \cdot m \text{ Dyn aus.}$$
Der Abstand dieser Kraft
von der Drehungsachse der Nadel ist die
Länge q (Abb. 452) = $\frac{l}{2} \cdot \cos \alpha$, also das Dreh-
moment, das die magnetische Kraft des Stro-
mes auf die *Nadel* ausübt: $\frac{2\pi i}{r} m \cdot l \cdot \cos \alpha$,

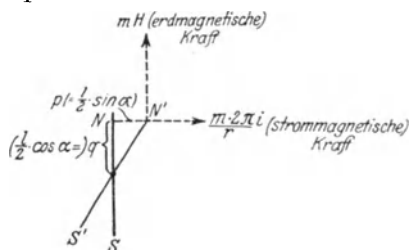


Abb. 452. Zur absoluten Strommessung.

oder (da wir $ml = M$ gesetzt haben) $\frac{2\pi i}{r} M \cdot \cos \alpha$. Da die Nadel in der Lage $N'S'$ unter der Einwirkung der beiden Kräfte in Ruhe ist, so sind die Drehmomente der beiden Kräfte einander *gleich*, also

$$\frac{2\pi i}{r} M \cdot \cos \alpha = M \cdot H \cdot \sin \alpha,$$

also ist $i = H \cdot \frac{r}{2\pi} \cdot \operatorname{tg} \alpha$. Um i zahlenmäßig in absoluten Einheiten auszudrücken,

muß man die Horizontalkomponente H des Erdmagnetismus kennen¹⁾. Verändern wir die Stromstärke, so verändert sich auch der Winkel α , den die Magnetnadel mit der magnetischen Ebene des Meridians bildet. Alles andere bleibt unverändert. Nennen wir die neue Stromstärke i_1 und den neuen Winkel α_1 , so ist $i_1 = H \cdot \frac{r}{2\pi} \cdot \operatorname{tg} \alpha_1$. Aus den beiden Gleichungen folgt: $\frac{i}{i_1} = \frac{\operatorname{tg} \alpha}{\operatorname{tg} \alpha_1}$, d. h. die

Stromstärken verhalten sich zueinander wie die trigonometrischen Tangenten der Ablenkungswinkel der Nadel (daher der Name *Tangentenbussole*). Die Konstante $H \cdot r/2\pi$ heißt der *Reduktionsfaktor* der Tangentenbussole.

351. Galvanometer. Es gibt außer der Tangentenbussole viele ähnlich wirkende Instrumente, in denen eine stromdurchflossene *Spule* einen Magneten ablenkt. Ist ein solches Instrument zur genauen Messung von Strömen eingerichtet, so nennt man es *Galvanometer*, soll es nur dazu dienen, das Vorhandensein eines Stromes anzuzeigen, *Galvanoskop*. Um die Empfindlichkeit der Instrumente möglichst zu steigern, benutzt man statt einer einzigen Drahtwindung, wie bei der Tangentenbussole, eine enge, aus vielen Drahtwindungen bestehende Spule, dann erzeugt auch schon ein schwacher Strom ein starkes Feld (Multiplikator). Außerdem ersetzt man die auf einem Zapfen drehbare Nadel durch einen kleinen, an einem feinen Faden aufgehängten Magneten, dessen Drehungswinkel man durch Spiegelablesung [419.] sehr genau bestimmen kann. Ferner erhöht man die Empfindlichkeit, wenn man die erdmagnetische Kraft abschwächt, die die Nadel in den Meridian zurückzudrehen sucht. Das erreicht man durch einen Magneten, den man in der Nähe des Instrumentes so anbringt, daß seine Kraftlinien die des Erdfeldes zum größten Teil aufheben. Man erreicht es auch dadurch, daß man das Instrument statt mit einer einfachen Nadel mit einem astatischen Nadelpaar versieht, einer Doppelnadel aus zwei starr miteinander verbundenen Magneten, die parallel übereinander liegen und mit

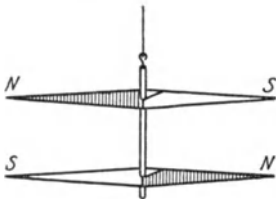


Abb. 453. Magnetnadel, die dem Einfluß des Erdmagnetismus entzogen ist (astatische Magnetnadel).

ihren Polen entgegengesetzt orientiert sind (Abb. 453). Die Richtungskraft, die das Erdfeld auf ein solches astatisches Paar ausübt, ist gering, da es ja die beiden Magnete in entgegengesetztem Sinne zu drehen sucht. Wären die Magnete genau gleich stark, so würde das Erdfeld überhaupt keine Richtungskraft ausüben können. In Wirklichkeit sind die Magnete immer etwas verschieden stark, so daß eine gewisse, wenn auch sehr schwache Richtung durch das Erdfeld eintritt. Es hätte wenig Sinn, ein astatisches Nadelpaar in einer Spule anzubringen, da diese ja auf eine so schwache Nadel nur wenig einwirken könnte. Man darf vielmehr nur den einen Magneten des astatischen Paares in die Spule legen, so wie es Abb. 454 zeigt. Das Stromfeld kann dann auf die volle Polstärke des einen Magneten einwirken, während für das Erdfeld nur die Differenz der Polstärken der beiden Magnete in Betracht kommt.

Alle Instrumente der beschriebenen Art werden durch magnetische Streufelder, wie sie Starkstromleitungen, Straßenbahnen usw. leicht verursachen, empfindlich gestört. Man baut daher auch Galvanometer nach einem ganz anderen Prinzip, indem man im Felde

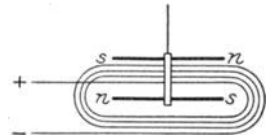


Abb. 454. Multiplikatoranordnung. Astasierte Magnetnadel in einer stromführenden Drahtspule.

¹⁾ Im mittleren Europa beträgt sie etwa 0,2 Einheiten der magnetischen Feldstärke, d. h. im mittleren Europa greift das erdmagnetische Feld den Einheitspol mit einer Kraft an, die etwa 0,2 Dyn beträgt, also einer Kraft, die ungefähr gleich dem Gewicht von $0,2 \cdot 1,02 \text{ mg}^*$, d. h. gleich $0,204 \text{ mg}^*$ ist.

eines möglichst kräftigen, permanenten Magneten eine Spule beweglich aufhängt. Abb. 455 zeigt die Konstruktion eines solchen *Drehspulengalvanometers* (D'ARSONVAL). N und S sind die Pole eines kräftigen Hufeisenmagneten und C ein zwischen ihnen liegender Eisenzylinder, der die Kraftlinien in der angegebenen Weise von N nach S führt. Der ringförmige Spalt zwischen den Polen und dem Eisenzylinder dient zur Aufnahme der beweglichen Spule. Diese besteht aus einem Rahmen, auf den der Draht in mehrfachen Windungen gewickelt ist. Die Stromzuführung erfolgt durch den Aufhängedraht A , die Ableitung durch den feinen Spiraldraht M . Ist die Spule stromlos, so stellt sie sich infolge der Direktionskraft der Aufhängung in die Ebene des Magneten. Der Stromdurchgang erzeugt in ihr ein Feld, dessen Kraftlinien senkrecht zur Windungsfläche verlaufen. Die Wechselwirkung zwischen diesem Feld und dem Hufeisenmagneten bewirkt eine Drehung der Spule, die man mit Spiegel und Skala mißt. Da die Spule sich immer in einem starken Magnetfeld befindet, werden die Ablesungen weder durch das Erdfeld noch durch irgendwelche Streufelder unbekannter Herkunft merklich gestört.

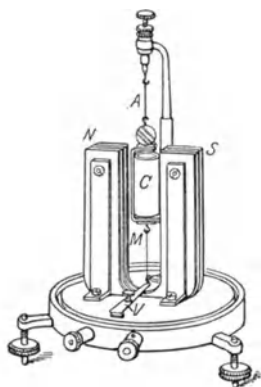


Abb. 455. Spiegelgalvanometer (D'ARSONVAL).

Nach demselben Prinzip werden die für technische und wissenschaftliche Zwecke gleichwertvollen Strom- und Spannungsmesser von WESTON gebaut (Abb. 456). Zwischen den Polen N und S eines feststehenden starken permanenten Magneten ist die Stromspule P drehbar. Durch eine Spiralfeder F bekommt die Spule eine bestimmte Lage zu den Kraftlinien des Feldes. Geht der Strom durch sie hindurch, so dreht sie sich so weit, bis die ablenkende Kraft des Magnetfeldes der Torsion der Feder das Gleichgewicht hält. Wird der Strom unterbrochen, so geht sie in die alte Lage zurück. Die Spule ist mit einem Zeiger verbunden, der sich über einer Skala bewegt, und die Skala ist, je nachdem das Instrument für Spannungsmessungen oder für Strommessungen eingerichtet ist, nach Volt oder nach Ampere geeicht (Voltmeter und Amperemeter). Aus praktischen Gründen gibt man der Spule eines Amperemeters einen sehr kleinen, dem Voltmeter aber einen sehr großen Widerstand.

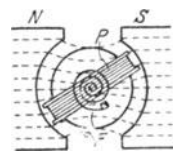


Abb. 456. Technischer Strom- oder Spannungsmesser (WESTON).

352. Molekulartheorie des Magnetismus. Wir haben uns bisher nur für die Kräfte in der Umgebung eines Magneten, d. h. für das magnetische Feld, interessiert. Wir wenden uns nun zu dem Magneten selber und werden aus seiner inneren Beschaffenheit verstehen lernen, worin die magnetische Arbeit des Stromes besteht.

Wir beziehen uns der Übersichtlichkeit halber auf einen Stabmagneten (Abb. 457) und gehen davon aus, daß jeder Magnet zwei Pole hat. Wird der Magnet, gleichviel wie oft, zerbrochen, so ist jedes Bruchstück ebenfalls ein Magnet. An der Bruchstelle hat jedes einen Pol, an Stärke gleich und dem Zeichen nach entgegengesetzt dem Pol, den an derselben Bruchstelle das Nachbarstück besitzt. Pressen wir die einzelnen Stücke in der ursprünglichen Lage wieder aneinander, so hat der wiederhergestellte Magnet dieselben Eigenschaften wie vorher. Dies führt zu der Vorstellung: auch die kleinsten Teilchen des Magneten, die Molekeln, sind Magnete.



Abb. 457. Unterteilung eines Magneten in selbständige Magnete.

Auch im Innern des Magneten herrscht demnach eine von Pol zu Pol gerichtete Kraft. Vergleichen wir die Molekularmagnete mit Kompaßnadeln, die, aneinander gereiht, von Pol zu Pol reichen, so zeigen sich die Kraftlinien (Abb. 458) als *geschlossene* Linien: von einem Pol zum anderen gehend, verlaufen sie zum Teil außerhalb, zum Teil innerhalb des Magneten. Den innen verlaufenden Teil nennt man Induktions- oder auch Magnetisierungslinien.

Die Erfahrung lehrt: Berührung mit einem Magneten macht unmagnetisches Eisen magnetisch — bloße Berührung nur sehr schwach, gegenseitige Bestrei-

chung der einander berührenden Stücke schon wesentlich stärker. Ja, schon bloße Annäherung eines Magneten (das *Feld* eines Magneten) macht Eisen magnetisch, und zwar erzeugt ein Magnetpol in seiner Nähe einen ihm *ungleichnamigen* Pol. — Die Theorie (WEBER) erklärt das so: auch das unmagnetische

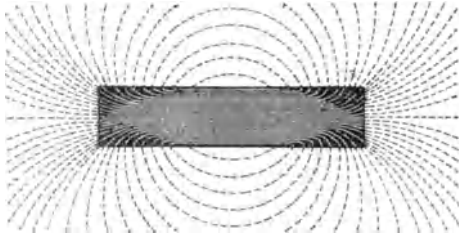


Abb. 458. Die Kraftlinien im Felde eines Magneten sind geschlossen.

Eisen besteht aus Molekularmagneten, aber ihre Achsen liegen regellos durcheinander, die Gesamtheit der Molekularmagnete, d. i. das Eisenstück, ist daher ohne Polarität. Eine magnetische Einwirkung von außen aber *richtet* die Molekularmagnete wie Magnetnadeln, die Nordpole alle nach der einen, die Südpole nach der entgegengesetzten Richtung, das Eisenstück bekommt dadurch Nordmagnetismus und Südmagnetismus. Wird die magnetische Einwirkung wieder beseitigt, so

verschwindet dieser *induzierte* magnetische Zustand des Eisens *nicht vollständig*. Den zurückbleibenden Teil nennt man *remanenten* Magnetismus, und die Fähigkeit des Eisens, ihn festzuhalten, *Koerzitivkraft*.

353. Paramagnetismus. Diamagnetismus. Permeabilität. Wir schalten hier eine Bemerkung über den allgemeinen magnetischen Zustand der Materie ein, indem wir uns die

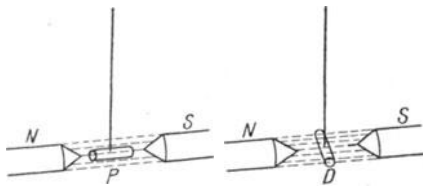


Abb. 459.
Paramagnetischer Stoff im Magnetfelde.
Diamagnetischer Stoff im Magnetfelde.

Frage vorlegen, ob die Fähigkeit, magnetisch zu werden, nur dem Eisen zukommt oder auch anderen Stoffen, z. B. Holz oder Glas? Nach FARADAY lassen sich die Körper in zwei Klassen teilen, und zwar nach einem Prinzip, das der folgende Versuch erläutert. In Abb. 459 bedeuten *N* und *S* die Pole eines starken Magneten, die punktierten Linien das Kraftfeld. Zwei der Form nach gleiche Stäbchen, *P* aus Chrom, *D* aus Wismut, werden pendelartig und symmetrisch zwischen den Polen aufgehängt und dann sich selbst überlassen. Das Chromstäbchen *P* stellt sich dann in die Richtung der Kraftlinien (axial), das Wismutstäbchen *D* *quer* dazu (äquatorial). Die Stoffe, die sich so einstellen wie *P*, nennt FARADAY *paramagnetisch*, die anderen *diamagnetisch*; die meisten gehören zur zweiten Gruppe. — Zu den paramagnetischen gehören z. B. Eisen, Nickel, Kobalt, Chrom, Palladium, Platin, Osmium und eine große Anzahl wässriger

Lösungen von Metallsalzen. Zu den diamagnetischen gehören z. B. Wismut, Quecksilber, Phosphor, Schwefel, Wasser, Alkohol und viele Gase.

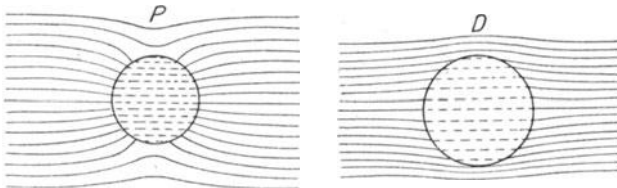


Abb. 460.
Paramagnetischer Stoff im Kraftlinienflusse.
Diamagnetischer Stoff im Kraftlinienflusse.

Sehr anschaulich wird der Unterschied zwischen para- und diamagnetischen Stoffen durch die Kraftlinien. Abb. 460 stelle ein magnetisches Feld vor, das ursprünglich gleichförmig

ist, d. h. dessen Linien parallele Geraden sind, die gleichweit voneinander abstehen. Bringt man einen paramagnetischen Stoff in das Feld, so rücken die Kraftlinien an der Stelle, die dann nicht mehr von Luft, sondern von dem paramagnetischen Stoff ausgefüllt ist, *dichter zusammen*. Das Verhältnis (μ), in dem die Kraftliendichte an einer bestimmten Stelle des Feldes größer ist, wenn sie mit einem paramagnetischen Stoffe angefüllt ist, als wenn sie mit Luft gefüllt ist, ist eine Zahl, die das magnetische Verhalten des Stoffes charakte-

risiert. Bringt man einen diamagnetischen Stoff D (Abb. 460), etwa Wismut, in das Feld, so rücken die Linien an der Stelle, die dann nicht mehr von Luft, sondern von Wismut ausgefüllt ist, *weiter auseinander*. Man kann auch sagen, die Kraftlinien werden bei ihrem Eintritt in das Chrom und in das Wismut von ihrer Bahn abgelenkt, sie ziehen den Weg durch das Chrom dem durch die Luft vor (Abb. 460, links), dagegen den Weg durch Luft dem durch Wismut (Abb. 460, rechts). Es ist, als wenn das Chrom die Kraftlinien leichter hindurchließe, als die Luft sie hindurchläßt, und andererseits die Luft leichter als das Wismut. Nahezu ebenso wie die Luft verhält sich der luftleere Raum.

Anstatt des Ausdruckes *Leitungsvermögen der Körper für den Magnetismus* (FARADAY) benutzt man jetzt den Ausdruck *Permeabilität* (THOMSON). Das Maß für die Permeabilität (man bezeichnet sie mit μ) ist das vorhin angedeutete Verhältnis, in dem die Kraftlinienzahl größer ist, wenn ein Raum von der betreffenden Substanz erfüllt ist, als wenn er luftleer ist. Für Eisen z. B. ist μ im Maximum etwa 2590. — Mit Hilfe dieses Ausdruckes definieren wir nun: paramagnetisch sind diejenigen Stoffe, die permeabler sind als der *leere Raum*, diamagnetisch diejenigen, die weniger permeabel sind. Ob sich ein Körper axial oder äquatorial einstellt, hängt danach also nicht nur davon ab, woraus er besteht, sondern auch von der magnetischen Beschaffenheit seiner *Umgebung*. — Sehr stark diamagnetisch ist übrigens keine einzige Substanz; am stärksten Wismut. Die Permeabilität der Luft verhält sich aber sogar zu der des Wismuts nur wie 1 : 0,99982, also auch der Diamagnetismus des am stärksten diamagnetischen Stoffes ist sehr schwach.

354. Magnetische Hysteresis, Remanenz und Koerzitivkraft. *Eisen, Nickel und Kobalt* unterscheiden sich von allen anderen paramagnetischen Körpern dadurch, daß sie unter dem Einflusse magnetischer Kraftlinien selber wirkliche Magnete werden, d. h. permanente Magnete. Ihr Magnetismus nimmt zwar allmählich ab, z. B. durch Temperatursteigerung und gewisse mechanische Behandlungen, verschwindet aber nie ganz. Sie bilden die *ferromagnetische Gruppe der Metalle*. Nickel und Kobalt, als Magnete betrachtet, haben keine praktische Bedeutung, um so größere aber das Eisen für die Elektrotechnik. Seine magnetischen Eigenschaften bilden eine Wissenschaft für sich.

Von entscheidender Charakteristik für den Ferromagnetismus ist die *Hysteresis* (WARBURG). Ein Eisenstab, der vollkommen unmagnetisch ist (ursprünglich magnetisches Eisen muß man durch „Ummagnetisierung“ in einem Solenoid unmagnetisch machen) und in ein magnetisches Feld gebracht wird, nimmt Magnetismus von einer gewissen Stärke an. Entfernen wir ihn wieder aus dem Felde, so behält er einen Teil davon (remanent) zurück. Bringen wir ihn darauf in ein Feld von einer *anderen* Stärke, so hängt die Magnetisierung, die er dann annimmt, nicht allein von der Stärke dieses Feldes ab, sondern auch von der Menge des remanenten Magnetismus, den er von der früheren Magnetisierung her hat; in diesem Sinne spricht man von der *magnetischen Vorgeschichte des Eisens*.

Wir erzeugen das Feld durch ein Solenoid. Indem man den Strom von Null an beliebig weit steigert, kann man ein Feld von beliebiger Stärke erzeugen. Schiebt man den Stab in das Solenoid, so kann man ein Feld von kontinuierlich zu- oder abnehmender Stärke auf ihn wirken lassen, ihn also mit allmählich zunehmender Stromstärke magnetisieren, dann durch Umkehrung der Stromstärke wieder entmagnetisieren, durch wiederholte Umkehr wieder neu magnetisieren usw. Um diese Fragen näher zu untersuchen, führen wir einen Versuch in folgender Weise aus. Wir schieben den zu untersuchenden Eisenstab in ein Solenoid hinein und lassen auf ihn ein Feld von kontinuierlich zu- oder abnehmender Stärke wirken, indem wir den durch das Solenoid fließenden Strom entsprechend variieren. Das Feld ist nahezu gleichförmig, seine Stärke H aus den Dimensionen des Solenoids und der Stromstärke berechenbar. Wir magnetisieren nun den Stab durch Einschalten und allmähliches Steigern des Stromes, kehren dann die Stromrichtung um und entmagnetisieren ihn wieder. Die punktierte Kurve OA (Abb. 461) zeigt nun, in welcher Weise die Polstärke

des Eisenstabes mit der Stärke des Feldes wächst. Als Abszisse ist dabei die auf den Stab wirkende Feldstärke H und als Ordinate die zugehörige Polstärke P des Stabes aufgetragen. Bevor der Strom eingeschaltet wird, also für $H = 0$ (Anfangspunkt), hat der Stab die Polstärke $B = 0$. Läßt man nun die Stromstärke im Solenoid wachsen, so nimmt die Feldstärke H zu und in erhöhtem Maße auch die Polstärke B des Stabes. Ist H beispielsweise gleich 1 geworden,

so hat die Polstärke B den Wert 3000 erreicht (Punkt x).

Ungefähr bei der Feldstärke $H = 8$ ist der Stab gesättigt, seine Polstärke wächst nicht weiter, selbst wenn wir das Feld noch stärker machen. Schwächen wir das Feld wieder ab, dann nimmt auch die Polstärke des Stabes ab, aber sie

nimmt nun nicht etwa so ab, daß bei den früheren Werten der Feldstärke, z. B. $H = 1$, auch die frühere Polstärke ($B = 3000$) wieder erreicht ist; es entsteht vielmehr eine neue Kurve AC : zu denselben Zahlen H gehören nun durchweg größere Werte B . Zum Werte

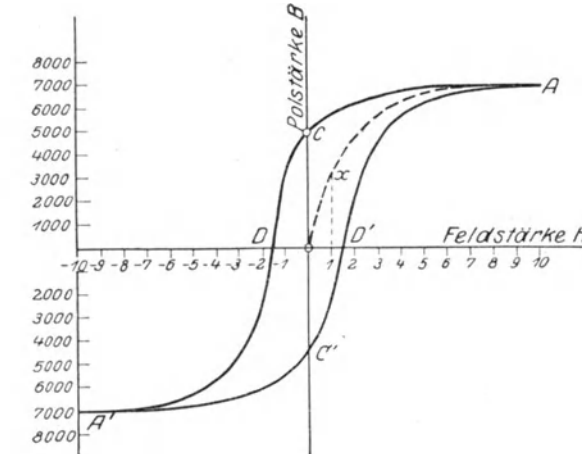


Abb. 461. Zur Magnetisierung und Entmagnetisierung von Eisen.

$H = 1$ gehört jetzt $B = 5800$. Und ist wieder $H = 0$ geworden, so ist B immer noch gleich 5000; so stark ist der *remanente Magnetismus*. Sein Betrag wechselt mit der Eisenprobe.

Die Kurve Abb. 461 zeigt: Bei einer gegebenen Stelle H des Feldes hat der Stab, solange er *magnetisiert* wird, eine *kleinere* Polstärke (B -Werte des zu A aufsteigenden Astes), als während er *entmagnetisiert* wird (B -Werte des von A absteigenden Astes). Der Unterschied zwischen den zwei B -Werten wird immer kleiner, je näher die Feldstärke H dem Sättigungswert kommt, und verschwindet bei diesem Wert ganz. Schicken wir den Strom nun in entgegengesetzter Richtung durch das Solenoid, wodurch wir die Richtung der magnetischen Kraft umkehren ($H = -1$ usw.), so nimmt die Polstärke des Magneten immer mehr ab und erreicht bei etwa $H = -2$ den Nullwert (Punkt D). Das Eisen ist also wieder im unmagnetischen Zustand. Gehen wir zu größeren negativen H -Werten, so polt sich das Eisen um, was Nordpol war, wird Südpol und umgekehrt. Schließlich erreichen wir für $H = -8$ wieder Sättigung, aber bei vertauschten Polen (Punkt A'). Wenn wir jetzt das Feld wieder abschwächen, so machen wir dieselben Erfahrungen wie bei dem oberen Teil der Kurve. Die Polstärke geht nicht entlang der Kurve $A'D$, sondern entlang einer anfänglich viel flacheren Kurve $A'C'D'$ zurück. Für den Feldwert $H = 0$ ist also auch diesmal noch ein sehr beträchtlicher Magnetismus vorhanden (Punkt C'); erst der Übergang zu positiven Feldstärken hebt ihn auf (Punkt D'). Man kann also sagen, daß das Eisen stets den magnetischen Zustand, den es *erworben* hat, *beizubehalten* strebt. Es widersetzt sich gleichsam der Änderung, die die Veränderung des Feldes ihm aufzuzwingen sucht. Die Änderungen der Polstärke bleiben hinter den Änderungen der Feldstärke zurück. Deswegen bezeichnet man dieses ganze Verhalten als *magnetische Hysteresis* ($\upsilon\sigma\tau\epsilon\acute{o}\epsilon\omega =$ ich bleibe zurück). Durch die

Hysteresis unterscheiden sich die ferromagnetischen Stoffe grundsätzlich von allen anderen. Nur Eisen, Kobalt und Nickel sowie einige ihrer Legierungen und Verbindungen zeigen magnetische Hysteresis.

Die Länge OC , d. h. die Polstärke, die der Stab hat, obwohl die Feldstärke 0 ist, zeigt den *remanenten Magnetismus* (die *Remanenz*) des Materials. Die Länge OD , die Feldintensität, die nötig ist, d. h. den Stab wieder ganz unmagnetisch zu machen, nachdem er vorher in der entgegengesetzten Richtung magnetisch war, gibt das Maß für seine *Koerzitivkraft*, die Kraft, mit der er den einmal erworbenen Magnetismus festhält. Die einzelnen Eisensorten sind an Remanenz und an Koerzitivkraft sehr verschieden und müssen daher (durch Aufnahme von Magnetisierungskurven) für den jeweiligen Verwendungszweck sehr sorgfältig ausgewählt werden. Das weiche Eisen (schwedisches Holzkohleneisen) hat die größte Remanenz, aber die kleinste Koerzitivkraft. Wird es magnetisiert, so ist es sehr bald gesättigt, und wird die magnetisierende Kraft wieder beseitigt, so behält es sehr viel Magnetismus zurück; aber die geringste entmagnetisierende Kraft genügt, ihm den Magnetismus wieder zu entreißen. Der *Stahl* dagegen behält nur sehr wenig Magnetismus zurück, nachdem er magnetisiert und die magnetisierende Kraft wieder beseitigt worden ist, aber seine Koerzitivkraft ist sehr groß. Er hält die kleine Menge Magnetismus, die er zurückbehalten hat, so fest, daß nur eine sehr große, entgegengesetzt magnetisierende Kraft sie ihm entreißen kann. Daher kann man Stahl sehr gut zu einem permanenten Magneten machen, wenn man eine genügend große magnetisierende Kraft auf ihn wirken läßt; weiches Eisen aber ist dazu ganz unbrauchbar. —

Das Eisen ist durch seine Eigenschaft, magnetisiert und entmagnetisiert werden zu können, die Seele der Elektrotechnik geworden. In gewissen Apparaten und Maschinen spielt sich der magnetische *Kreisprozeß*, an dem wir die Hysteresis erläutert haben, fast genau in der beschriebenen Weise ab, jede Sekunde 50- bis 60 mal. Diesen Magnetisierungen, Entmagnetisierungen und Wiedermagnetisierungen setzt das Eisen in der Hysteresis Widerstand entgegen, eine magnetische Reibung, deren Überwindung Arbeit erfordert. Diese Arbeit ist aber *vergeudet*, sie wird in Wärme umgesetzt und erhitzt das Eisen nutzlos. Aus dem Flächenraum, den die Hysteresisschleife einschließt (Abb. 461), kann man den vergeudeten Energiebetrag berechnen. Er beträgt für eine Tonne weiches Eisen, das man 100 Magnetisierungszyklen in der Sekunde unterwirft, 17—18 Pferdestärken (EWING).

355. Induktion durch einen bewegten Magneten. Wir haben den elektrischen Strom Magnetismus erzeugen sehen, wir werden nun erfahren, daß bei zweckmäßigem Verfahren auch der umgekehrte Prozeß möglich ist, nämlich die Erzeugung eines elektrischen Stromes durch Magnetismus.

Wir gehen aus von dem folgenden Grundversuch. In einen von jeder elektromotorischen Kraft freien Stromkreis sei eine Spule A und ein Galvanometer G eingeschaltet (Abb. 462). Wir nehmen einen Stahlmagneten E und schieben ihn mit einer raschen Bewegung in die Spule hinein. Hierbei geschieht etwas Überraschendes: die Nadel erfährt während der kurzen Zeit, die man zum Einschieben des Magneten braucht, einen kräftigen Ausschlag, kehrt aber dann sofort wieder in ihre Ruhelage zurück. Es muß also ein Strom durch unsern Kreis geflossen sein. Ein Strom hat aber immer eine elektromotorische Kraft

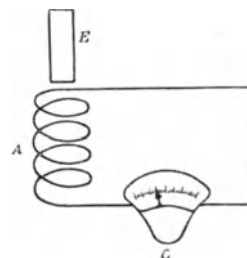


Abb. 462. Erzeugung eines Induktionsstromes.

zur Voraussetzung, so daß wir schließen müssen, daß ein Magnet beim Eindringen in eine Spule eine elektromotorische Kraft in dieser zu erzeugen vermag. Wenn wir jetzt den Magneten wieder aus der Spule herausziehen, so zeigt sich eine ähnliche Wirkung: während der Bewegung, aber auch nur solange diese anhält, fließt wieder ein Strom durch das Galvanometer, aber diesmal in entgegengesetzter Richtung wie im ersten Fall.

Man überzeugt sich leicht, daß der Versuch mißlingt, wenn man statt des Magneten ein unmagnetisches Stück Eisen benutzt. Der Magnetismus spielt also eine wesentliche Rolle bei den eben beschriebenen Vorgängen. Auch findet man leicht heraus, daß der Galvanometerausschlag um so kräftiger wird, aber auch um so kürzer anhält, je rascher die Bewegung des Magneten erfolgt. Schieben wir andererseits den Magneten langsam in die Spule hinein oder ziehen wir ihn langsam heraus, so werden die Ausschläge kleiner, halten aber desto länger an. Machen wir das Galvanometer nur empfindlich genug, so erkennen wir leicht, daß Strom immer dann vorhanden ist, wenn der Magnet überhaupt nur bewegt wird, daß aber Ruhe des Magneten immer völlige Stromlosigkeit zur Folge hat.

Fassen wir unsere Erfahrungen kurz zusammen, so können wir sagen: *Bewegter Magnetismus erzeugt in einer benachbarten Spule wie überhaupt in jedem benachbarten Leiter eine elektromotorische Kraft.* Man nennt sie die induzierte elektromotorische Kraft und den Strom, den diese hervorruft, den Induktionsstrom. So unscheinbar uns die Induktionsströme nach unserem einfachen Versuch zunächst auch erscheinen mögen, so sind sie doch für die Elektrotechnik von allergrößter Bedeutung geworden. All die mächtigen Energiemengen, welche die elektrischen Kraftzentralen liefern, gehen auf magnetische Induktion zurück.

356. **Voltainduktion.** Wir wissen von früher, ein stromdurchflossenes Solenoid kann einen Magnetstab ersetzen, und so auch hier. Beim Einsenken einer stromumflossenen Spule *A* (Abb. 463) wie beim Herausziehen wird in *B* ein Strom induziert (*Voltainduktion*), das eine Mal entgegengesetzt der Richtung des bereits bestehenden Stromes und das zweite Mal *in* seiner Richtung. Man nennt den bereits bestehenden Strom den *primären* und den induzierten Strom den *sekundären*. Aber nicht nur wenn man die stromumflossene Spule *A* in die Spule *B* hineinschiebt, werden in *B* Ströme induziert. Auch wenn man *A* in *B* stecken läßt und dann den Strom durch *A* abwechselnd *schließt* und wieder *öffnet*, wird jedesmal in *B* ein Strom induziert; beim

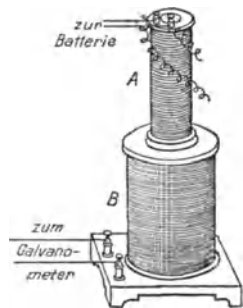


Abb. 463. Erzeugung eines Induktionsstromes (Voltainduktion).

Schließen in derjenigen Richtung, die der Richtung des primären Stromes entgegengesetzt ist (Schließungsstrom), beim Öffnen in der Richtung, die der primäre Strom selber hat (Öffnungsstrom). — Ja noch mehr. Wenn man den Strom in *A*

dauernd geschlossen hält, ihn aber abwechselnd *verstärkt* und *schwächt*, wird, sooft das geschieht, in *B* ein Strom in der einen und dann in der anderen Richtung erzeugt (s. Mikrophon). Die stromumflossene Spule braucht auch nicht in der anderen zu stecken, um Strom zu induzieren, es genügt, daß sie *in der Nähe* der anderen steht. Ja es bedarf nicht einmal eines Solenoids, jeder geradlinige Leiter (Abb. 464) *A* induziert in dem anderen *B* einen Strom, sooft in ihm ein Strom entsteht oder vergeht, resp. zunimmt oder abnimmt. Und weiter: man braucht gar

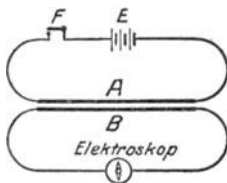


Abb. 464. Induktion zwischen geradlinigen Leitern.

nicht einen Magnetstab in die Spule hineinzustecken oder aus ihr herauszunehmen, man braucht nur Magnetismus in ihrer Nähe entstehen oder verschwinden zu lassen, ja sogar nur zu verstärken oder zu schwächen, um die Ströme in ihr zu induzieren.

357. Telephon und Mikrophon. Auch dann wird in der Spule ein Strom induziert, wenn sich das magnetische Feld dadurch verändert, daß sich dem Magneten NS eine dünne Eisenplatte (Eisenmembran) nähert oder sich von ihm entfernt (Abb. 465). Ja, selbst wenn die Platte sich dem Eisenkern nur dadurch abwechselnd nähert und von ihm entfernt, daß sie wie ein Trommelfell vor ihm hin und her schwingt, also sich zu ihm hin- und von ihm wegbiegt, werden fortwährend kurzdauernde Ströme in der Spule induziert. Ihr periodisches Entstehen und Vergehen fällt mit der periodischen Bewegung der Membran zusammen.

Diese Tatsache bildet die Grundlage für die Einrichtung des Telephons. Leitet man die in der Spule NS erzeugten Ströme um einen Eisenstab E , so wird der Stab in eben dem Rhythmus, in dem die Eisenmembran P schwingt, magnetisch und wieder unmagnetisch. Steht ihm selber eine Eisenmembran P' gegenüber wie P dem Magneten NS gegenübersteht, so zieht er sie abwechselnd an und läßt sie wieder los. Die Membran P' schwingt dann in demselben Rhythmus, in dem P schwingt. Denkt man sich P etwa durch einen Trommelwirbel in Schwingungen versetzt, so sieht man ein, daß P' ebenfalls so schwingt, wie wenn sie durch einen Trommelwirbel in Bewegung gesetzt worden wäre. Man kann also auf diesem Wege die Schwingungen, die man durch P produziert, durch P' reproduzieren. Gerät P durch Resonanz (S. 314) auf einen bestimmten Ton in Schwingungen, so schwingt sie in der Sekunde eine bestimmte Anzahl von Malen, der Höhe jenes Tones entsprechend, und in demselben Tempo schwingt dann P' und erzeugt dabei denselben Ton, auf den P in Schwingungen geraten ist, d. h. P' reproduziert diesen Ton. Die Anordnung Abb. 465 kann also Töne in die Ferne tragen, d. h. als *Telephon* dienen. — Man sieht, das *Telephon ist eine Vorrichtung zur Umwandlung und zur Übertragung von Energie*: Die Energie der Schallwellen, die auf P treffen, setzt sich um in die Energie der elastischen Schwingungen von P . Diese setzt sich um in die Energie des induzierten Stromes, der Strom fließt durch die Leitung zu E hin, und hier leistet seine Energie die zur Magnetisierung des Eisenkerns nötige Arbeit. Er versetzt dadurch die Membran P' in Schwingungen, und die Energie der elastischen Schwingungen von P' setzt sich wieder in die Energie von Schwingungen um, die der Hörende mit seinem Trommelfell auffängt und als Ton wahrnimmt. Dadurch, daß die *Energie der Schallwellen* sich in elektrischen Strom verwandelt, den der *Draht* wegleitet und *zusammenhält*, überträgt das Telephon den Schall auf große Strecken.

Abb. 465 gibt nur das Prinzip des Telephons wieder. Man benützt in Wirklichkeit auch bei E einen Magneten (sein Magnetismus wird von den ankommenden Strömen abwechselnd verstärkt und geschwächt), denn sonst würde man bei P' nur Töne reproduzieren, also nur *hören*, aber nicht auch Schallenergie in Stromenergie umwandeln, d. h. Töne *absenden* können. Ferner benützt man einen Hufeisenmagneten — um mit beiden Magnetpolen auf die Membran zu wirken. Übrigens benützt man das Telephon nur zum *Fernhören*. (Die durch die Anordnung Abb. 465 erzeugten Ströme sind nämlich wegen des Widerstandes der Telephonleitung sehr schwach und die Töne daher nur auf etliche hundert Meter noch deutlich hörbar.) Zum *Umwandeln der Schallenergie in Stromenergie*, also zum *Fernsprechen*, benützt man eine ganz andere Vorrichtung, das *Mikrophon* (Abb. 466).

Es wirkt dadurch induzierend, daß es einen bereits vorhandenen Strom verstärkt und schwächt. Auf einem Brett A , das als Resonanzplatte dient, sind zwei Kohlenstäbchen a und b befestigt, zwischen denen ein drittes Stäbchen c lose eingeklemmt ist. Von der Batterie B geht der Strom durch die Stäbchen a , c und b und von da zum Telephon. Wenn die Kohlenstäbchen gegen jegliche Erschütterung verwahrt werden, so bleibt der Strom konstant, und im Telephon ist nichts zu hören. Sobald aber die Resonanzplatte auch nur die leinsten Erschütterungen erfährt, etwa durch das Ticken einer aufgelegten Taschenuhr, so ändern sich im selben Rhythmus die Kontakte ac und bc . Dadurch erfährt auch der Strom synchrone Schwankungen, die dann im Telephon gehört werden können. Um die an sich schon recht beträchtliche Empfindlichkeit des Mikrophons noch weiter zu steigern,

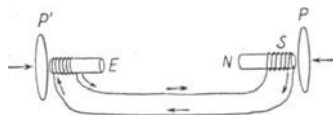


Abb. 465. Einfachstes Telephon.

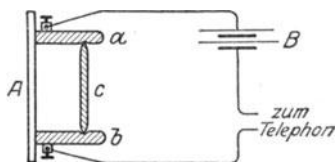


Abb. 466. Mikrophon.

verbindet man Mikrophon, Telephon und Element nicht so wie Abb. 466, sondern so wie Abb. 467. Man benützt einen Induktor PS , verbindet das Mikrophon D und das Element E mit der Primärspule P und das Telephon T durch die Telephonleitung L mit der Sekundärspule S . Jede Station bekommt zwei Apparate, ein Mikrophon zum Sprechen und ein Telephon zum Hören.

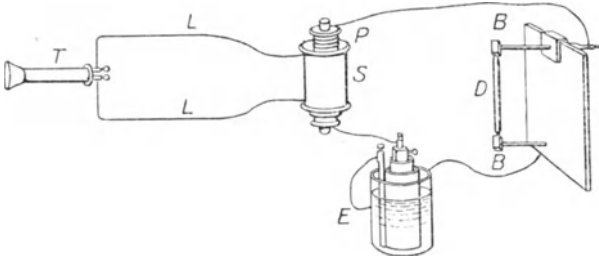


Abb. 467. Mikrophon mit Induktor.

größere Anzahl Kohlenkügelchen bringt, die beide Platten berühren. Die große Zahl der so entstehenden Kontaktstellen verhindert die Erwärmung und ermöglicht eine sehr laute Schallübertragung (Körnermikrophon).

358. Induktor und Transformator. Auf Voltainduktion beruht auch der Induktionsapparat oder Funkeninduktor; er dient dazu, einen Strom von kleiner Spannung aber großer Stärke in einen Strom von hoher Spannung aber geringer Stärke umzuwandeln. Abb. 468 zeigt die im wesentlichen durch RÜHMKORFF eingeführt Form, die sich von der zur Erläuterung der Voltainduktion (Abb. 463) benutzten Anordnung nicht wesentlich unterscheidet. Durch die innere Spule p , die primäre, geht der induzierende Strom der Batterie E . Die Spule enthält zur Verstärkung der Induktion einen Eisenstab S (genauer: ein Bündel von Eisendrähten). Man schließt und öffnet den Stromkreis E fortwährend mit Hilfe eines automatisch arbeitenden Unterbrechers, der unter Umständen mehrere hundert Male in der Sekunde in Tätigkeit tritt. Jedesmal, wenn der Strom geschlossen oder unterbrochen wird, werden in der sekundären Spule c elektromotorische Kräfte induziert, die abwechselnd einander entgegengesetzte Richtung haben, je nachdem sie durch die Einschaltung oder die Unterbrechung des primären Stromes entstehen. Ihre Größe hängt davon ab, wievielmals mehr Windungen die sekundäre Spule im Vergleich zur primären besitzt. Denn jede einzelne Primärwindung wirkt bei Stromschluß oder bei Stromöffnung induzierend auf alle Sekundärwindungen. Die in den einzelnen Sekundärwindungen induzierten elektromotorischen Kräfte addieren sich und rufen in den an die Metallstäbe A und B angeschlossenen Spulenenden eine sehr große Spannungsdifferenz hervor. Sie kann so groß werden, daß sie Luftstrecken von 1 m und mehr durchbricht. Es springen dabei starke elektrische Funken über, die den Eindruck eines Bündels von Blitzen erwecken. — Der Funkeninduktor dient z. B. dazu, den Durchgang der Elektrizität durch Gase im Zustande großer Verdünnung zu erzwingen, wozu große elektromotorische Kräfte erforderlich sind — es entstehen dann die Kathoden und Röntgenstrahlen; Seit der Entdeckung der Röntgenstrahlen ist er sehr vervollkommen worden, namentlich sein Unterbrecher, der Mechanismus, der den Strom unterbricht und wieder schließt. Eine seiner gewöhnlichsten Formen ist der Hammerunterbrecher (Abb. 468, rechts). Jeder Stromschluß zieht den Hammerkopf zu dem Eisenkern S in der primären Spule hin, trennt ihn dadurch von dem Metallkontakt F und unterbricht so den Strom, der durch den Kontakt F geschlossen ist. Dadurch wird

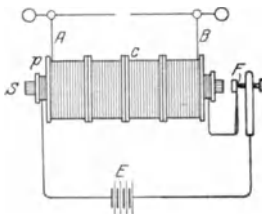


Abb. 468. Funkeninduktor nach RÜHMKORFF.

der Kern S wieder unmagnetisch, der Hammerstiel — eine Feder — geht infolge seiner Elastizität in seine alte Lage zurück, der Hammerkopf schließt den Strom wieder bei F , und das Spiel beginnt von neuem.

Überaus wertvoll (z. B. für die Röntgenstrahlentechnik) ist der WEHNELT-Unterbrecher (1899), eine mit 30 proz. Schwefelsäure gefüllte elektrolytische Zersetzungszelle mit einer großen Bleiplatte als Kathode und einem sehr kurzen Platinstift als Anode. Der Widerstand gegen den Stromübergang von der Platinspitze in die Säure ist so groß, daß die Säure dort verdampft und dadurch den Strom momentan und ohne Funkenbildung unterbricht. Sofort kondensiert sich aber die Säure wieder, schließt also selber wieder den Strom, und das Spiel beginnt von neuem. Die Unterbrechungszahl pro Sekunde ist außerordentlich groß.

Eine häufig auftretende Aufgabe der Elektrotechnik ist es, einen Wechselstrom von niedriger Spannung in einen solchen von hoher Spannung zu verwandeln und umgekehrt. Man benutzt dazu Transformatoren. Sie sind ähnlich gebaut wie ein Induktor, aber ohne Unterbrecher, da sich beim Wechselstrom (S. 429) die Stromstärke an sich dauernd ändert. Der Transformator soll den Energieumsatz dabei möglichst verlustlos bewerkstelligen. Das erreicht man im wesentlichen durch Verwendung geschlossener Eisenringe als Kerne. Die geschlossenen Eisenkerne halten die magnetischen Kraftlinien zusammen und steigern dadurch die Induktion. Abb. 469 zeigt einen Transformator einfachster Konstruktion. Die Primärspule A und die Sekundärspule B sind getrennt voneinander auf einen Ring aus weichem Eisen (hohe Permeabilität, geringe Koerzitivkraft) gewickelt. Ebenso wie beim Induktor besteht die Primärwicklung aus wenigen Windungen eines dicken Drahtes und die Sekundärwicklung aus vielen Windungen eines relativ viel dünneren Drahtes. Die Stromschwankungen in A rufen einen beständigen Wechsel der Kraftliniendichte im Eisenring hervor, wodurch elektromotorische Kräfte in B induziert werden. Je größer die Windungszahl der Spule B ist im Vergleich zur Spule A , desto größer ist die induzierte elektromotorische Kraft, desto kleiner aber der Strom, der an der Spule B entnommen werden kann.

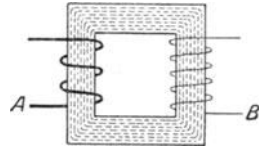


Abb. 469. Prinzip des Wechselstromtransformators.

Das Verhältnis von $\frac{\text{Zahl der Primärwindungen}}{\text{Zahl der Sekundärwindungen}}$ heißt das *Übersetzungsverhältnis* des Transformators. Ist z. B. das Übersetzungsverhältnis gleich 100, so wird im Idealfalle, d. h. bei einem vollkommen verlustlos arbeitenden Transformator die mittlere effektive Spannung auf das 100fache gesteigert, während die Stromstärke, die an der Sekundärspule entnommen werden kann, nur $\frac{1}{100}$ des durch die Primärspule fließenden Stromes beträgt. Bedeuten also V_1 und I_1 effektive Spannung und Stromstärke an der Primärspule, so ist bei einem Übersetzungsverhältnis 100 die sekundäre Spannung $V_2 = 100 V_1$ und $I_2 = \frac{1}{100} I_1$. Es ist also $V_1 I_1 = V_2 I_2$, wie es sein muß, da ja in beiden Fällen das Produkt aus Spannung und Stromstärke das Maß für die elektrische Energie darstellt, denn bei einem verlustlos arbeitenden Transformator kann die primär aufgewandte elektrische Energie sekundär wieder restlos entnommen werden. In Wirklichkeit gibt es freilich einen vollkommen verlustlos arbeitenden Transformator nicht. Ein kleiner Teil der Energie geht stets verloren, d. h. er verwandelt sich in eine unerwünschte Energieform, vor allem in Wärme.

Der Transformator kann natürlich ebensogut dazu dienen, hochgespannte elektrische Energie in niedergespannte umzuwandeln, wie umgekehrt. Um z. B. elektrische Energie auf große Entfernungen zu übertragen, transformiert man den von der Maschine kommenden Strom von relativ niedriger Spannung in solchen von hoher Spannung, da dann der Verlust auf den Fernleitungen relativ gering ist. An der Verbrauchsstelle transformiert man den Strom wieder auf niedere Spannung herab, um ihn für den Menschen gefahrlos zu machen und ihn den Bedürfnissen für Beleuchtung usw. anzupassen.

359. Bedingung für die Entstehung der Induktionsströme. Die mannigfaltigen Bedingungen, unter denen Induktionsströme entstehen, haben alle dieselbe Wurzel. Um sie zu finden, lenken wir unsere Aufmerksamkeit nicht auf den stromdurchflossenen Leiter und nicht auf den Magneten selber, sondern auf das magnetische *Feld* und seine *Kraftlinien*.

Wir knüpfen zu dem Zweck an die Versuchsanordnung Abb. 470 an, die übrigens die Grundlage der Dynamomaschine, der wichtigsten technischen Elektrizitätsquelle, bildet. — N und S bedeuten die Pole eines Magneten, K einen geschlossenen Rahmen oder Ring aus Draht. Das Feld sei gleichförmig und habe eine Stärke, die durch die Kraftlinienzahl bestimmt ist, die eine senkrecht zu den Linien gelegte Fläche von 1 cm^2 durchsetzt. Liegt der Rahmen K zu den Linien parallel, so gehen keine Kraftlinien durch ihn hindurch (0), steht K senkrecht dazu, so wird er von der größtmöglichen Zahl von Linien durchsetzt (Maximum); in jeder anderen Stellung liegt die Zahl der hindurchgehenden Linien zwischen 0 und dem Maximum. Solange der Winkel zwischen der Ebene des Ringes und der Kraftlinienrichtung unverändert



Abb. 470. Rotierender Drahtrahmen in einem Magnetfelde.

ist, die eine senkrecht zu den Linien gelegte Fläche von 1 cm^2 durchsetzt. Liegt der Rahmen K zu den Linien parallel, so gehen keine Kraftlinien durch ihn hindurch (0), steht K senkrecht dazu, so wird er von der größtmöglichen Zahl von Linien durchsetzt (Maximum); in jeder anderen Stellung liegt die Zahl der hindurchgehenden Linien zwischen 0 und dem Maximum. Solange der Winkel zwischen der Ebene des Ringes und der Kraftlinienrichtung unverändert

ist, ist auch die Kraftlinienzahl unverändert, die durch den Ring geht. Während wir den Rahmen aus einer Lage in eine andere bringen, ändert sich im allgemeinen die Kraftlinienzahl, die ihn durchsetzt; nur in dem besonderen Fall, in dem der Rahmen in seiner Ebene verschoben wird, bleibt die Zahl unverändert, da ja dabei der Winkel zwischen dieser Ebene und der Kraftlinienrichtung unverändert bleibt.

Nach diesen vorbereitenden Bemerkungen fassen wir das Induktionsgesetz jetzt so: Bewegt man den Rahmen so, daß die Zahl der Kraftlinien, die er umschließt, sich ändert, so wird während der Bewegung eine elektromotorische Kraft in ihm induziert; bleibt die Kraftlinienzahl ungeändert, so entsteht keine elektromotorische Kraft. Ob als Wirkung der elektromotorischen Kraft in dem Drahtrahmen ein Strom fließt, hängt nur davon ab, ob der Draht einen geschlossenen Stromkreis bildet oder nicht.

Unser Gesetz ist aber noch einer wichtigen Verallgemeinerung fähig. Es kommt nämlich gar nicht darauf an, durch welchen Vorgang wir die den Rahmen durchsetzende Kraftlinienzahl ändern. Statt den Rahmen in dem Magnetfeld zu bewegen, können wir das Magnetfeld bewegen und den Rahmen festhalten. Auch können wir beide Teile, Rahmen und Magneten, in Ruhe halten und die Kraftlinienzahl dadurch ändern, daß wir das magnetische Feld schwächen und verstärken. Auch das hat ja zur Folge, daß der Rahmen bald von mehr, bald von weniger Kraftlinien durchsetzt wird, was wiederum zur Entstehung einer elektromotorischen Kraft führen muß. Wir können also unsere erste Fassung des Induktionsgesetzes so verallgemeinern: Solange die den Rahmen durchsetzende Kraftlinienzahl sich ändert — gleichgültig durch welche Ursache —, wird in ihm eine elektromotorische Kraft induziert.

Wir gehen nun noch einen Schritt weiter und überlegen uns, ob es bei unserem Induktionsversuch wesentlich ist, daß der Draht in die Form eines Rahmens oder Ringes gebogen ist. Wir denken uns den Rahmen sehr groß, so daß nur ein kleiner Teil davon, etwa die eine kurze Seite, in das Magnetfeld taucht, während die anderen Seiten weit außerhalb des wirksamen Feldbereiches liegen. Verschieben wir jetzt den Rahmen in beliebiger Richtung — nur nicht gerade parallel zu den Kraftlinien —, so treffen alle unsere Voraussetzungen für das Auftreten einer elektromotorischen Kraft zu; denn die Bewegung bedingt ja auch jetzt noch eine Änderung der den Rahmen durchsetzenden Kraftlinienzahl. Die elektromotorische Kraft wird aber jetzt nicht mehr wie früher in dem ganzen Rahmen induziert, sondern nur in dem Teil, der in das Magnetfeld taucht. Der Rahmen selbst spielt also nur eine unwesentliche Rolle; zur Erzeugung der elektromotorischen Kraft ist nur ein in das Feld tauchendes *Leiterstück* erforderlich. Wir können also den Induktionsvorgang noch weiter verallgemeinern und folgendes sagen: in jedem *Leiter* wird eine elektromotorische Kraft induziert, wenn er Kraftlinien überschneidet oder von Kraftlinien überschritten wird.

LENZsche Regel. Wir kehren nun wieder zu Abb. 470 zurück. Durch Drehen des Rahmens um seine Achse können wir dauernd die Kraftlinienzahl, die ihn durchsetzt, verändern. Infolgedessen wird fortwährend eine elektromotorische Kraft induziert, die bei geschlossenem Rahmen einen Strom in ihm hervorruft, die aber auch nutzbar gemacht werden kann, wenn wir den Rahmen durchschneiden und die Drahtenden entlang der Achse aus dem Feld herausführen. An diese Enden schalten wir jetzt ein Meßinstrument, am besten ein Voltmeter, mit dem wir die induzierte elektromotorische Kraft messen, während wir den Rahmen verschieden schnell und in verschiedenem Sinne

drehen. Zuerst fragen wir nach der Richtung der elektromotorischen Kraft, d. h. nach der Richtung, in der unser Voltmeter vom Strom durchflossen wird, wenn wir den Rahmen etwa im Sinne des gebogenen Pfeiles drehen. Auf diese Frage gibt uns die *Lenz'sche Regel* die Antwort, und zwar in einer sehr allgemeinen Form, die auf alle Induktionsvorgänge anwendbar ist. Die *LENZ'sche Regel* besagt: Der induzierte Strom ist stets so gerichtet, daß er durch seine magnetische Wirkung auf das vorhandene Feld die Bewegung zu hemmen sucht. Betrachten wir als Beispiel wieder Abb. 470 und nehmen wir an, daß der Rahmen im Sinne des gebogenen Pfeiles etwa um 90° gedreht werde. Als Folge dieser Drehung wird durch den Rahmen ein Strom fließen, den wir uns bezüglich seiner magnetischen Wirkung durch einen kleinen, senkrecht zur Rahmenebene liegenden Magneten ersetzt denken können. Nun sagt das *LENZ'sche Gesetz* aus, daß der Strom eine solche Richtung hat, daß er die Bewegung zu hemmen sucht. Das heißt aber nichts anderes, als daß unser kleiner hypothetischer Magnet so orientiert sein muß, daß sein Nordpol dem Südpol, sein Südpol dem Nordpol des erregenden Magneten zugewandt sein muß, denn so sucht die gegenseitige Anziehung der Pole die Bewegung aufzuhalten. Der Strom muß also im Sinne des an der unteren Rahmenseite eingezeichneten Pfeiles fließen, was sich auch aus den Versuchen mit der Tangentenbussole ergibt.

Ein weiteres Beispiel bietet Abb. 462. Wenn wir den Magneten E , mit seinem Nordpol voran, ein kleines Stück in die Spule hineinschieben, so wird in der Spule ein Strom induziert, der so gerichtet sein muß, daß das obere Spulende ein Nordpol wird, denn nur so wird die Bewegung gehemmt. Wenn wir andererseits den Magneten wieder herausziehen, so muß jetzt oben ein Südpol entstehen, der den Nordpol festzuhalten sucht und dadurch die Bewegung hemmt.

Die mechanische Arbeit, die man leisten muß, um die Hemmung zu überwinden, geht nicht verloren, sondern tritt als Energie des induzierten Stromes wieder in Erscheinung. Wenn der Spulenstromkreis (Abb. 462) oder der Rahmen (Abb. 470) nicht metallisch geschlossen ist, so vermag die induzierte elektromotorische Kraft keine Arbeit zu leisten, da ja kein Strom zustande kommen kann. In diesem Falle ist auch keine Hemmung des bewegten Leiters oder Magneten zu bemerken.

Induktionsgesetz. Nachdem wir im vorausgehenden gesehen haben, wie man an Hand der *LENZ'schen Regel* die Richtung der induzierten elektromotorischen Kraft in jedem Fall feststellen kann, fragen wir jetzt nach der Größe dieser Kraft unter verschiedenen Bedingungen und untersuchen zunächst, ob ein Unterschied besteht, wenn wir Leiter verschiedener Dicke und verschiedenen Materials (Kupfer, Eisen usw.) benutzen. Der Versuch ist leicht ausgeführt, indem wir uns gleich große Rahmen aus verschiedenen Drahtsorten herstellen und sie nacheinander in der in Abb. 470 gezeichneten Weise in das Magnetfeld bringen. Wir drehen den Rahmen jedesmal mit derselben Geschwindigkeit um denselben Winkel und messen gleichzeitig an unserem Voltmeter die induzierte elektromotorische Kraft. Wir werden so leicht feststellen, daß Drahtdicke und Drahtmaterial ohne Einfluß sind. Diese Unabhängigkeit der Induktion von der Beschaffenheit des Leiters hat schon *FARADAY* nachgewiesen; sie gilt natürlich nur für die elektromotorische Kraft, während der Strom in einem geschlossenen Rahmen, je nach dessen *OHM'schen* Widerstand, verschieden ausfallen würde.

Wir fragen nun weiter, wie die induzierte elektromotorische Kraft sich mit der magnetischen Feldstärke H ändert und welchen Einfluß es hat, wenn der Leiter von der Länge l die Kraftlinien unter dem Winkel ψ mit der Geschwindigkeit u durchschneidet. Worauf es ankommt, übersieht man an der folgenden

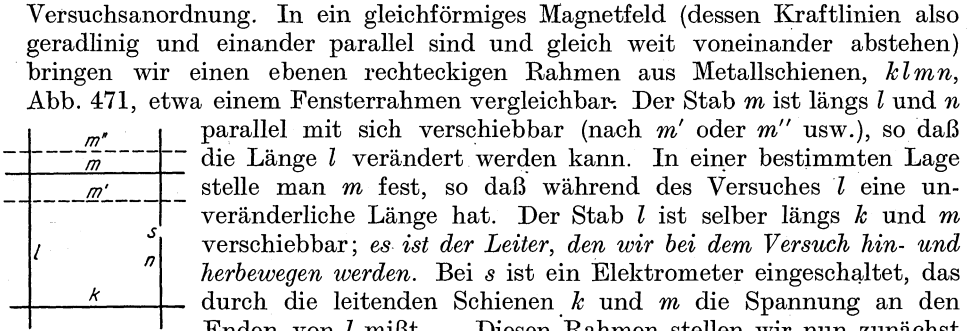


Abb. 471. Ein Drahtrahmen, dessen eine Seite (m) längs der sie begrenzenden Seiten parallel mit sich verschiebbar ist.

Versuchsordnung. In ein gleichförmiges Magnetfeld (dessen Kraftlinien also geradlinig und einander parallel sind und gleich weit voneinander abstehen) bringen wir einen ebenen rechteckigen Rahmen aus Metallschienen, $klmn$, Abb. 471, etwa einem Fensterrahmen vergleichbar. Der Stab m ist längs l und n parallel mit sich verschiebbar (nach m' oder m'' usw.), so daß die Länge l verändert werden kann. In einer bestimmten Lage stelle man m fest, so daß während des Versuches l eine unveränderliche Länge hat. Der Stab l ist selber längs k und m verschiebbar; *es ist der Leiter, den wir bei dem Versuch hin- und herbewegen werden.* Bei s ist ein Elektrometer eingeschaltet, das durch die leitenden Schienen k und m die Spannung an den Enden von l mißt. — Diesen Rahmen stellen wir nun zunächst so in das Feld, daß die Kraftlinien, die horizontal verlaufen mögen, senkrecht auf ihm stehen. Abb. 472 a zeigt ihn von oben¹⁾, also l in seiner ganzen Ausdehnung. Abb. 472 b zeigt ihn von der Seite. Man sieht an l entlang, sieht also nur den Endpunkt P . Die anderen Stäbe des Rahmens sind weggelassen. — Und nun zu dem eigentlichen Versuch. Solange l stillsteht, schlägt das Elektrometer nicht aus — das heißt: es herrscht zwischen den Enden von l keine elektromotorische Kraft. Wird aber l in der Richtung des Pfeiles (Abb. 472 b) verschoben, so daß die Kraftlinien senkrecht durchschnitten werden, so schlägt das Elektrometer aus, es wird eine elektromotorische Kraft in l induziert.

„Das erste praktische Resultat mit dem beschriebenen Apparat in bezug auf magneto-elektrische Induktion im allgemeinen besteht darin, daß in einem Stück Metall oder leitender Substanz, das sich quer zu den magnetischen Kraftlinien bewegt, ein elektrischer Strom entsteht.“ (FARADAY.)

Wie groß ist nun die elektromotorische Kraft, die unter diesen speziellen Versuchsbedingungen induziert wird? Wir nennen die Feldstärke H , die Länge des Leiters l , die Geschwindigkeit des Leiters u . Der Versuch lehrt dann: die induzierte elektromotorische Kraft ist proportional der Größe $H \cdot l \cdot u$. Verdoppeln wir also l , lassen aber H und u ungeändert, so wird auch die elektromotorische Kraft doppelt so groß. Verdoppeln wir außer l auch u , lassen also nur H ungeändert, so wird sie viermal so groß; und verdoppeln wir auch H noch, so wird sie achtmal so groß. Aber die elektromotorische Kraft hängt nicht *allein* von der Feldstärke H ,

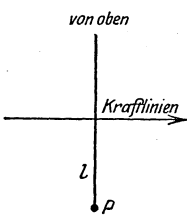


Abb. 472 a.

Der Drahtrahmen der Abb. 471 im Kraftlinienfelde.

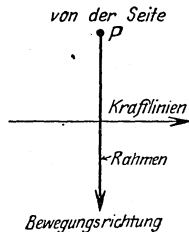


Abb. 472 b.

der Länge l und der Geschwindigkeit u ab. — Bei der beschriebenen Versuchsanordnung ist die Bewegungsrichtung des Leiters und die Lage des Leiters stets rechtwinklig zur Richtung der Kraftlinien angenommen. Er durchschneidet das Kraftlinienfeld vertikal von oben nach unten, wenn wir die Kraftlinien horizontal verlaufend annehmen. Stellt man den Rahmen aber nun so in das Feld, daß zwar l zur Kraftlinienrichtung rechtwinklig steht (Abb. 472 c), die Ebene des Rahmens aber schief dazu, l sich also schräg (etwa von rechts oben nach links unten) bewegt, so kommt nicht die ganze Geschwindigkeit u zur Geltung, sondern nur ihre Projektion auf die gerade Linie (punktirt), längs der sich l *vorhin* bewegte.

¹⁾ Abb. 471 ist um 90° nach rechts zu drehen, um den Abb. 472 in der Lage zu entsprechen.

Ist ψ der Winkel zwischen der jetzigen Bewegung und jener Geraden, so beträgt die Projektion darauf $u \cos \psi$, der Ausdruck $H \cdot l \cdot u$ geht dann über in $H \cdot l \cdot u \cos \psi$.

Und weiter. Stellen wir den Rahmen wieder aufrecht, drehen wir ihn aber um seine Vertikalachse, so daß er, von oben gesehen, nicht wie in Abb. 472 a, sondern wie in Abb. 472 d zur Kraftlinienrichtung steht, so kommt nicht die ganze Länge l des Leiters, sondern nur die Projektion seiner Länge auf diejenige Gerade

(punktirt), in der er sich vorhin befand, zur Geltung. Ist der Winkel zwischen dem Leiter und der Kraftlinienrichtung φ , so ist diese Projektion $l \sin \varphi$, und der Ausdruck $H \cdot l \cdot u$ geht über in den Ausdruck $H \cdot l \sin \varphi \cdot u$.

Stellen wir nun den Rahmen so, daß er von der ersten Versuchsanordnung sowohl in der durch den Winkel φ wie auch in der durch den Winkel ψ charakterisierten Richtung abweicht, so findet man den allgemeinsten Ausdruck für die induzierte elektromotorische Kraft: sie ist proportional dem Ausdruck $H \cdot l \sin \varphi \cdot u \cos \psi$. Sie ist also Null, wenn einer der beiden Ausdrücke $\sin \varphi$ oder $\cos \psi$ Null ist, d. h. wenn $\varphi = 0^\circ$ oder wenn $\psi = 90^\circ$ ist, also l parallel zu den Kraftlinien *liegt* oder sich parallel zu den Kraftlinien *bewegt*. Sie ist am größten, wenn $\sin \varphi = 1$ und $\cos \psi = 1$ ist, d. h. wenn φ ein rechter Winkel ist und ψ gleich 0° ist, d. h. wenn der Fall verwirklicht ist, der durch Abb. 472 b wiedergegeben wird. An diesen allein wollen wir uns nun halten.

Der Ausdruck $H \cdot l \sin \varphi \cdot u \cos \psi$, dem die induzierte elektromotorische Kraft proportional ist, ist gleich der Anzahl der Kraftlinien [348.], die l durchschneidet. Z. B. für $\varphi = 90^\circ$, $\psi = 0^\circ$ ist $l \cdot u$ (cm²) das Rechteck, das l (cm) bestreicht, während er sich um die Strecke u (cm) verschiebt. Da die Feldintensität gleich H ist, so kommen auf 1 cm² H Kraftlinien, auf $l \cdot u$ cm² also $l \cdot u \cdot H$ Kraftlinien; diese Zahl ist tatsächlich gleich der Zahl, der die induzierte elektromotorische Kraft in diesem Fall proportional ist.

360. Einheit der elektromotorischen Kraft. Bewegt sich l rechtwinklig zu den Kraftlinien und zu seiner eigenen Längsrichtung mit der Geschwindigkeit u und hat das Feld die Intensität H , so wird, wie wir sahen, in l eine elektromotorische Kraft induziert, deren Größe dem Produkt $H \cdot l \cdot u$ proportional ist. H , l und u sind in Zentimeter, Gramm, Sekunde ausdrückbar, wir können daher auch die elektromotorische Kraft in diesen Einheiten ausdrücken, d. h. in absoluten Maße messen (wie die Stromstärke [350.]). Es habe das Feld die Intensität $H = 1$ Gauss, der Leiter die Länge $l = 1$ cm und die Geschwindigkeit von 1 cm pro Sekunde in der Richtung $\varphi = 90^\circ$ und $\psi = 0^\circ$, so hat die elektromotorische Kraft, die in ihm induziert wird, eine gewisse Größe; diese nennen wir *die absolute Einheit der elektromotorischen Kraft*. — Sie ist so klein, daß z. B. die elektromotorische Kraft eines DANIELL-Elementes gleich 107 Millionen und die Spannung, die man gewöhnlich zum Betrieb von Glühlampen benutzt, gleich 10000 Millionen solcher Einheiten ist. In der Praxis mit ihr zu messen, wäre so, wie wenn man Abstände, die nach Kilometern zählen, in hundertstel Millimetern ausdrücken würde. Daher hat man das 100-Millionenfache dieser sogenannten *absoluten Einheit* als praktische Einheit eingeführt und nennt sie 1 Volt. Man definiert also *ein Volt gleich 10^8 absolute Einheiten der elektromotorischen Kraft*. Nach diesen Festsetzungen ist also die induzierte elektromotorische Kraft $E = H \cdot l \cdot u$ absolute Einheiten oder gleich $H \cdot l \cdot u \cdot 10^{-8}$ Volt, und es ist 1 absolute Einheit der elektromotorischen Kraft = 10^{-8} Volt.

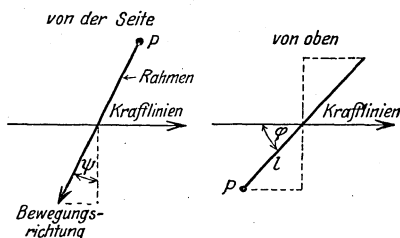


Abb. 472 c. Abb. 472 d.
Der Drahtrahmen der Abb. 471 im Kraftlinienfelde.

Das Volt ist auch die gesetzliche Einheit für die elektromotorische Kraft. Da man aber auf fast unüberwindliche Schwierigkeiten stoßen würde, wenn man in der Praxis den genauen Wert der Volteinheit aus Induktionsmessungen herleiten wollte, so hat man die gesetzliche Definition auf ganz andere Grundlage gestellt und die Beziehung herangezogen, welche nach dem OHMSchen Gesetz zwischen den drei Einheiten Strom, Spannung und Widerstand besteht. Da die Stromeinheit, 1 Ampere, und die Widerstandseinheit, 1 Ohm, relativ leicht zu verwirklichende Größen sind, hat man also das Volt durch das Gesetz folgendermaßen definiert: Das Volt ist gleich der elektromotorischen Kraft, die in einem Leiter, dessen Widerstand 1 Ohm beträgt, einen Strom von 1 Ampere hervorruft. Wir erinnern uns dabei, daß 1 Ampere als der Strom definiert ist, der im Voltmeter 1,118 mg Silber aus einer Silbernitratlösung in jeder Sekunde abscheidet. Die Widerstandseinheit, die ebenfalls zur Realisierung der Volteinheit erforderlich ist, wird in dem nächsten Abschnitt besprochen.

361. Elektrische Widerstände und Widerstandsmessungen. Die absolute Einheit des Widerstands besitzt ein Leiter dann, wenn die absolute Einheit der elektromotorischen Kraft (S. 425) in ihm die absolute Einheit des Stromes (S. 411) erzeugt. Die so definierte Einheit ist im Vergleich zu den Widerständen, die in der Praxis eine Rolle spielen, außerordentlich klein. Man machte daher einen 10^9 mal so großen Widerstand — das Ohm — zur praktischen Einheit. Um zu vermeiden, daß bei der Kontrolle der in der Praxis benutzten Ohm-Normalen jedesmal absolute Spannungs- und Strommessungen gemacht werden müssen, was erhebliche experimentelle Anforderungen stellt, hat man gesetzlich

das Ohm in folgender einfacherer Weise definiert: *Der Widerstand einer Quecksilbersäule von 106,3 cm Länge und 1 mm² Querschnitt bei 0° C heißt ein Ohm.* Die Länge von 106,3 cm wurde deshalb gewählt, um die gesetzliche Einheit dem 10^9 -fachen der absoluten Einheit möglichst anzupassen.

Die Aufgabe, den elektrischen Widerstand eines Leiters, z. B. eines Drahtes, in Ohm zu messen, gehört zu den alltäglichen elektrischen Messungen. Man verfährt in der Weise, daß man den unbekanntem Widerstand mit einem zweiten Widerstand vergleicht, dessen Größe in Ohm man bereits kennt. Für solche Messungen verfertigt man *Widerstandsätze* (analog den Gewichtssätzen, die man zum Vergleich von Massen, d. h. zum Wägen, gebraucht). Man stellt Spulen *B* aus Drähten her (Abb. 473) und dimensioniert sie so, daß sie einen bestimmten Widerstand haben, z. B. 10 Ohm, 5 Ohm usw. Diese

Spulen verbindet man leitend miteinander (Abb. 473). Mit Hilfe dieses Satzes von Widerständen kann man beliebig viel Widerstand in einen Stromkreis *b* einschalten, z. B. (in Abb. 474) 1275 Ohm, indem man die Stöpsel bei 1000, bei 200, bei 50, bei 20 und bei 5 herauszieht und alle anderen stecken läßt. Der Strom geht überall durch die dicken Schienen, außer an den Stellen, an denen die Stöpsel *E* herausgezogen sind und an denen er daher durch die Spulen gehen muß. Genaue Widerstände herzustellen ist eine Aufgabe der Präzisions-

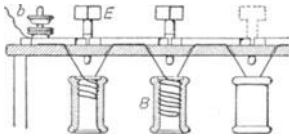


Abb. 473. Zusammensetzung von Widerstandspulen zu einem Widerstandsatz.

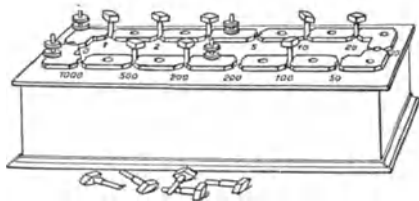


Abb. 474. Widerstandsatz (Widerstandskasten).

technik. Die Spulen müssen bifilar gewickelt werden (Abb. 475), um ohne *Selbstinduktion* zu sein. —

362. Selbstinduktion. Extrastrom. Ein durchflossener Leiter befindet sich stets in einem magnetischen Felde — nämlich in dem Felde, das der Strom *selber* um sich herum erzeugt. Jede Änderung der Stromstärke, wozu auch Einschalten und Ausschalten des Stromes gehören, ruft eine Änderung in dem Felde hervor, und die Veränderung des Kraftfeldes wirkt nun ihrerseits auf den Leiter, sie induziert eine elektromotorische Kraft in ihm. Diese Erscheinung nennt man, da sie auf den Leiter zurückwirkt, Induktion des Leiters auf sich selbst oder *Selbstinduktion*, und den dabei auftretenden Strom den *Extrastrom*. Auch die Selbstinduktion ist von FARADAY entdeckt worden.

Der Extrastrom wirkt stets entgegengesetzt zu der Stromänderung, der er selber seine Entstehung verdankt, daher *verzögert* er den Eintritt des durch die Änderung beabsichtigten Effektes. Schaltet man z. B. den Strom ein oder verstärkt man ihn, so erreicht der Strom nicht sofort seine volle Stärke, sondern nur allmählich, der Extrastrom *hemmt* ihn; *unterbricht* man die Leitung, so verschwindet der Strom nicht im Augenblick der Unterbrechung, bei genügender Stärke überbrückt er die Unterbrechungsstelle in Gestalt eines starken Funkens — der Extrastrom verzögert also auch das Verschwinden des Stromes. Am stärksten wird die Selbstinduktion, wenn der Leiter aus vielen dicht beieinander liegenden Windungen besteht, die alle in derselben Richtung auf das äußere Feld einwirken, wie z. B. in einem Solenoid, und ganz besonders, wenn das Solenoid einen Stab aus weichem Eisen umschließt, weil dadurch das Kraftlinienfeld viel stärker verändert wird, als wenn das Eisen nicht vorhanden wäre.

Man kann die Selbstinduktion einer Spule dadurch zum Verschwinden bringen, daß man den Draht so aufwickelt, wie Abb. 475 dies zeigt. Je zwei nebeneinander liegende Windungen werden dann immer in entgegengesetzten Sinn vom Strom durchlaufen, so daß ihre magnetischen Felder sich gegenseitig aufheben. Eine solche Spule übt also weder magnetische Wirkungen aus, noch können bei ihr sich Induktion oder Selbstinduktion bemerklich machen. Diese Art der Wicklung bezeichnet man als bifilar.

Auch bei der *Selbstinduktion* hängt die Größe der in einer gewissen Zeit induzierten elektromotorischen Kraft von der Anzahl Kraftlinien ab, die der induzierte Leiter in dieser Zeit durchschneidet (richtiger: die den induzierten Leiter durchschneiden, denn der Leiter steht still, und die Kraftlinien sind es, die in den von ihm umschlossenen Raum eintreten resp. aus ihm austreten). — Die Selbstinduktion hängt somit davon ab, wie schnell sich die Stromstärke ändert; denn mit der Stromstärke ändert sich ja die Anzahl der Kraftlinien. Je schneller sie sich also ändert, desto größer ist die induzierte elektromotorische Kraft der Selbstinduktion. — Aber außer der Änderung der Stromstärke ist auch die *Form* des Leiters von entscheidendem Einflusse. Benutzt man z. B. einen und denselben Draht das *eine* Mal geradlinig ausgespannt, das *andere* Mal als Spirale (Solenoid), und ändert man beide Male den Strom gleich schnell, so kann die Spirale eine hundert-, ja tausendmal größere Selbstinduktion als der geradlinige Draht haben. Wickelt man aber den Draht bifilar zu einer Spule, so ist er induktionsfrei. Jede Spule und überhaupt jeder Leiter ist in dieser Hinsicht charakterisiert durch das Verhältnis, in dem die elektromotorische Kraft des Extrastromes zu der Geschwindigkeitsänderung des Stromes steht. Man nennt dieses Verhältnis den *Selbstinduktionskoeffizienten*; man kann ihn defi-

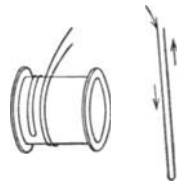


Abb. 475. Bifilare Wicklung.

nieren als diejenige elektromotorische Kraft, welche in dem Leiter selbst induziert wird, wenn sich der in ihm fließende Strom in der Zeiteinheit um die Stromeinheit ändert. — Ändert er sich in 1 Sekunde um 1 Ampere, und ist die Spule so beschaffen, d. h. nach Form, Länge, Querschnitt und Windungszahl, daß die elektromotorische Kraft des Extrastromes 1 Volt ist, so sagt man: der Koeffizient der Selbstinduktion dieser Spule ist *Eins* — 1 *Henry*. Dieses Maß ist ungeheuer groß; in der Praxis rechnet man daher nach tausendstel Henry.

Die Selbstinduktionsnormale der Reichsanstalt, deren Sollwert 1 Henry ist, ist eine unifilar auf einen Marmorzylinder von 89 mm Durchmesser und 33 mm Höhe gewickelte Drahtspirale. Ihre Drahtdicke ist 0,5 mm, ihre Windungszahl 2894, ihr Durchmesser innen 89 mm, außen 155 mm, ihre Höhe 33 mm, ihr Widerstand 94 Ohm.

Das Material der Spule ist wie auf die Induktion (S. 423), so auch auf die Selbstinduktion ohne Einfluß, vorausgesetzt, daß es nicht etwa ferromagnetisch ist, d. h. aus Eisen, Nickel oder Kobalt besteht. — In Telegraphenleitungen, die ganz aus Eisen bestehen, und in Überlandleitungen für den Fernsprechverkehr ist die Selbstinduktion erheblich. Die Entfernungsgrenze für die telephonische Verständigung wird von der Selbstinduktion der Leitung und von der Magnetisierbarkeit des Materials, die ja die Selbstinduktion beeinflusst, wesentlich bestimmt.

Da die elektromotorische Kraft des Extrastromes um so größer wird, je *schneller* sich die Stromstärke ändert, so entsteht beim Öffnen eines Stromkreises (Öffnungsextrastrom) eine sehr viel größere als beim Schließen (Schließungsextrastrom). Wird nämlich der Stromkreis geschlossen, so wird der *entstehende* Strom durch die elektromotorische Kraft der Selbstinduktion gehemmt, er steigt daher nur allmählich von Null zu seiner vollen Größe an. Er hat zwar im *Moment vor* der Schließung die Stärke Null, aber nicht etwa im *Moment darauf* die volle Stärke. Anders beim Öffnen. Unmittelbar vor dem Öffnen hat er noch seine volle Stärke, im Moment darauf ist er Null. Daher wird die elektromotorische Kraft des Öffnungsstromes sehr vielmal größer als die des Schließungsstromes. Sie kann so groß werden, daß sie die Öffnungsstelle noch für einen Moment durch einen hellen knatternden Funken überbrückt, in dem Teilchen der beim Öffnen getrennten Leiterenden verdampfen.

363. Wirbelströme. Wechselstrom. Bisher haben wir nur von *Drähten* gesprochen, in denen Ströme induziert werden, d. h. von Leitern mit einer bevorzugten Dimension. Aber was für Drähte gilt, gilt auch für Bleche und für Metallstücke beliebiger Dicke. Die Richtung der induzierten Ströme entspricht stets der LENZschen Regel. Da aber Bleche beliebiger Dicke unbegrenzt viele geschlossene Strombahnen enthalten, so rufen die induzierten elektromotorischen Kräfte in ihnen stets eine Vielheit von Strömen hervor. Die Energie der Ströme setzt sich in Wärme um, die die Leiter — unter Umständen sogar sehr stark — erhitzt.

Da dies ein Verlust an Energie ist, sucht man diese Wirbelströme (auch *FOUCAULTSche* Ströme) möglichst zu beschränken. — Zu den alltäglichen Fällen gehört der folgende: der Strom, der durch die Primärspule eines Funkeninduktors fließt, wird in raschem Wechsel eingeschaltet und ausgeschaltet. — Um die in dem Magnetkern dabei entstehenden Wirbelströme möglichst einzuschränken, benützt man als Kern nicht einen massiven Stab, sondern ein Bündel dünner Drähte, die man mit Firnis überzieht, um sie voneinander zu isolieren (Abb. 468). — Bis-

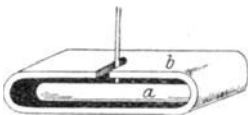


Abb. 476. Bremsung durch Wirbelströme.

weilen werden Maschinenteile, obwohl sie aus einem Stück hergestellt werden könnten, aus aufeinander geschichteten Blechen zusammengesetzt, um durch die Zerteilung des Metalls die Wirbelströme zu vermeiden. Man teilt den Körper natürlich immer so, daß die Trennungsflächen, z. B. die der Bleche, senkrecht auf der Richtung stehen, in der die Ströme verlaufen würden.

In den angeführten Fällen stehen der Leiter des induzierenden Stromes (die Drahtspule) und der Leiter der Wirbelströme (der Eisenkern) beide still. Die Wirbelströme ent-

stehen dadurch, daß ein Strom abwechselnd entsteht und wieder verschwindet, und ihre Energie verwandelt sich in Wärme. Anders, wenn einer der beiden Leiter feststeht und der andere leicht beweglich ist. Umgibt man z. B. (Abb. 476) einen wagrecht aufgehängten, in der Horizontalebene drehbaren Magnetstab a mit einem feststehenden dicken, nicht unterteilten Metallgehäuse b , z. B. aus Kupfer, und versetzt man ihn in drehende Schwingungen, so induziert er in den Wänden des Gehäuses Ströme, die nach der LENZschen Regel die Bewegung des Magneten hemmen, man sagt: dämpfen. Man dämpft auf diese Weise die Schwingung der Magnetnadel in den Galvanometern, um zu bewirken, daß die Nadel, ohne zu schwingen (man sagt: *aperiodisch*), ihre neue Ruhelage einnimmt. — Bewegt man zwischen den Polen eines sehr starken Magneten ein Metallblech hin und her, so *fühlt* man die Bremswirkung, die aus der Wechselwirkung des Magneten mit den Wirbelströmen in dem Bleche entspringt.

Wechselstrom nennt man einen Strom, dessen Stärke und Richtung sich periodisch mit der Zeit ändern. Die Zeit T , nach deren Ablauf die Stromstärke wieder den gleichen

Wert, ihre Richtung dergleichen Sinn hat, heißt die *Periode*. Die periodische Funktion, nach der die zeitliche Änderung des Stromes erfolgt, ist im einfachsten Fall die Sinusfunktion. In Abb. 477 ist der Augenblickswert eines einwilligen Sinusstromes als Ordinate, die Zeit als Abszisse aufgetragen, die Gleichung der Kurve lautet: $i = J_m \sin \omega t$. J_m ist der *Höchstwert*,

Scheitelwert oder die *Amplitude* des Stromes, t ist die Zeit, ω eine Konstante. Ihre Bedeutung ergibt sich so: am Ende der Periode T muß i wieder die gleiche Größe und die gleiche Richtung haben wie am Anfang von T . Nach der Gleichung für i trifft das zu, wenn $\omega T = 2\pi$, also $\omega = 2\pi/T$ ist. Die Zahl $1/T$ ist die Anzahl der Perioden während 1 sec, man nennt sie *Frequenz* und bezeichnet sie mit n , man hat also $1/T = n$ und $\omega = 2\pi n$. Man nennt ω die *Kreisfrequenz*; es ist die Anzahl der Perioden in 2π Sekunden. Unter der Stromstärke (*effektive* Stromstärke) versteht man die Quadratwurzel aus dem Mittel der i^2 -Werte. Für den durch die Sinuskurve dargestellten Strom ist die effektive Stromstärke $J_e = J_m/\sqrt{2} = 0,707 \cdot J_m$. Die Spannung ändert sich ebenso periodisch wie der Strom, die *effektive* Spannung ist $E_e = E_m/\sqrt{2} = 0,707 \cdot E_m$. Graphisch veranschaulicht man den nach der Gleichung für i entstehenden Wechselstrom durch Abb. 477: man läßt die Gerade von der Länge J_m in der Ebene der Zeichnung als Radius um den Mittelpunkt des Kreises rotieren und projiziert den Radius in jeder Winkelstellung so auf die Vertikale, wie es die Abbildung veranschaulicht. Die entstehende Kurve entspricht der Gleichung $i = J_m \sin \omega t$. Die Winkelgröße $\omega t = 2\pi n t$ nennt man die *Phase* des Stromes oder der Spannung.

Wenn der Stromkreis nur OHMSchen Widerstand enthält, d. h. den Widerstand, wie ihn geradlinige Drahtleitungen haben, dann stimmen Strom und Spannung in der *Phase* überein, sie erreichen gleichzeitig ihren Scheitelwert, gehen gleichzeitig durch Null, kehren also auch gleichzeitig ihre Richtung um, so wie es Abb. 478 veranschaulicht. Anders aber, wenn die Leitung eine Drahtspule mit Selbstinduktion enthält. Die periodische Änderung des Wechselstromes induziert dann in der Drahtspule einen Sekundärstrom. Dieser wirkt in der dem primären Strom *entgegengesetzten* Richtung, die Selbstinduktion verhindert daher, daß der Strom, *gleichzeitig* mit der Spannung, seinen Höchstwert erreicht und *gleichzeitig* mit ihr durch Null geht — sie *verzögert* ihn, und die Spannung eilt dem Strom um einen bestimmten Winkel, den Phasenwinkel φ , voraus, wie es Abb. 479 zeigt. Diesen Winkel bildet der Stromvektor mit dem Spannungsvektor, wenn wir dasselbe Diagramm dazu benützen,

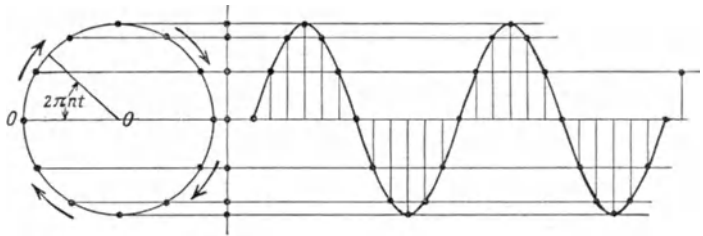


Abb. 477. Sinuswechselstrom. Der um O kreisende Radius vertritt den Scheitelwert J_m der Stromstärke (oder den Scheitelwert E_m der Spannung). Die Abszissen der Sinuskurve geben die Zeit, die einzelnen Punkte entsprechen dem Winkel $2\pi n t$. Die Ordinaten (Projektionen des Radius auf die Vertikale) geben die zugehörigen Stromstärken. Der jeweilige Winkel des Radius mit der Abszissenachse gibt die *Phase* des Stromes oder der Spannung an (Phasenwinkel).

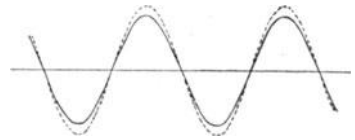


Abb. 478. Strom und Spannung in der Phase übereinstimmend.

um die Kurve für Strom und Spannung aufzuzeichnen; er zeigt, um wieviel die Kurven gegeneinander verschoben sind.

Wie groß ist die Effektivspannung, die in einem Stromkreise von R Ohm Widerstand und von L Henry Induktivität einen Effektivstrom von J_ε Ampere erzeugt? Diese Spannung ist: $E_\varepsilon = J_\varepsilon \sqrt{R^2 + \omega^2 L^2}$ Volt. Es ist $\operatorname{tg} \varphi = \frac{\omega L}{R}$. Ist $R = 0$, so wird $\operatorname{tg} \varphi = \infty$ oder $\varphi = \frac{\pi}{2}$. Das heißt, die Stromphase bleibt hinter der Spannung um 90° zurück, das ist bei hoher Wechselzahl *annähernd* der Fall in Spulen mit sehr hoher Induktivität und sehr kleinem Widerstande.

Das OHMSche Gesetz gilt also für Wechselstrom nur dann, wenn $L = 0$ ist, denn nur dann ist $J = E/R$ (und nur dann ist $\varphi = 0$, d. h. der Strom mit der Spannung in Phase). Die Selbstinduktion wirkt selber wie ein Widerstand. Sie drückt die Stromstärke unter die nach dem OHMSchen Gesetz zu erwartende Größe. Selbst wenn der OHMSche Widerstand Null wäre ($R = 0$), wäre der Strom nicht, wie es bei Gleichstrom der Fall wäre, unendlich groß (Kurzschluß), sondern gleich $E/\omega L$. Man nennt $L\omega$ den *induktiven Widerstand* des Leiters, auch Induktanz oder Reaktanz.

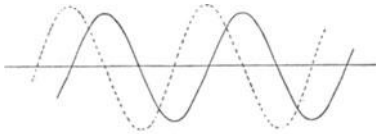


Abb. 479. Strom und Spannung in der Phase *nicht* übereinstimmend; sie sind um einen Phasenwinkel φ gegeneinander verschoben.

Daß Selbstinduktion wie ein Widerstand wirkt, kann man z. B. an einer Glühlampe sehen, die mit einer Spule in Serie geschaltet ist und hell leuchtet. Sie wird dunkel, wenn man die Selbstinduktion der Spule vergrößert, indem man einen Eisenkern hineinschiebt. Dieser widerstandartigen Wirkung wegen benützt die Elektrotechnik in Wechselstromkreisen

zur Herabsetzung der Stromstärke anstatt induktionsfreier Widerstände sog. *Drosselspulen* von großer Induktivität und kleinem OHMSchen Widerstand. Sie schwächen den Strom durch die entwickelte elektromotorische Gegenkraft, verbrauchen aber selber fast gar keine Energie, weil ihr OHMScher Widerstand so klein ist, daß die in ihnen erzeugte JOULESche Wärme belanglos ist. Sie verbrauchen nur so viel Energie, wie die Ummagnetisierung der Eisenkerne in ihnen erfordert. — Die Phasenverschiebung des Stromes gegen die Spannung verwickelt die Berechnung der *Leistung* des Wechselstromes. Man findet sie nicht (wie beim Gleichstrom) dadurch, daß man die in Ampere und in Volt gemessenen Effektivwerte der Stromstärke und der Spannung miteinander multipliziert, sondern sie ist $U = E_\varepsilon \cdot J_\varepsilon \cdot \cos \varphi$, wo φ bestimmt ist durch $\operatorname{tg} \varphi = \frac{\omega L}{R}$. — Also je nach der Größe von $\cos \varphi$, dem *Leistungsfaktor*,

leistet der Strom in gegebener Zeit verschieden viel Arbeit. Ist $\varphi = 90^\circ$, also $\cos \varphi = 0$ (in der Wirklichkeit ist φ niemals ganz 90°), sind also die Kurven für Strom und Spannung um 90° verschoben, Abb. 479, so haben Strom und Spannung in der ersten Viertelperiode gleiches Vorzeichen, in der zweiten entgegengesetztes Vorzeichen, in der dritten wieder gleiches und so fort; die Arbeitsleistung jeder folgenden Viertelperiode macht daher die der vorhergehenden zu Null — der Mittelwert $E_\varepsilon J_\varepsilon$ ist jede Viertelperiode gleich groß, aber abwechselnd positiv und negativ, jeder folgende hebt den vorhergehenden auf. In diesem Falle leistet der Strom keine Arbeit (wattloser Strom). Das ist also so zu verstehen, daß der Strom die Arbeit, die er während einer Viertelperiode dem Stromerzeuger entzogen hat, in der nächsten Viertelperiode dem Stromkreise wieder zurückgibt. Wattlos ist z. B. der Wechselstrom, der durch eine eisenfreie Selbstinduktionsspule von fast verschwindendem OHMSchen Widerstand fließt. Deswegen verzehrt eine dickdrahtige Drosselspule auch bei großer elektromotorischer Kraft der Wechselstromquelle keine Energie, obwohl sie den Strom schwächt.

Eine Phasenverschiebung von Strom und Spannung tritt im Wechselstromkreise auch dann ein, wenn wir anstatt der Selbstinduktionsspule einen Kondensator einschalten. Der Kondensator lädt sich, entlädt sich dann, lädt sich darauf in entgegengesetzter Richtung und so fort: es fließt also ein Strom in dem Kreise (im Gleichstromkreise kann der Kondensator keinen Strom unterhalten), der Kondensator bildet gleichsam eine sekundäre Stromquelle in dem Wechselstromkreise. Wir erhalten wieder zwei gegeneinander verschobene Kurven, aber hier bleibt *die Spannung hinter dem Strom zurück*: sie erreicht ihr Maximum später, geht später durch Null als der Strom, sie ist während eines Teiles der Periode dem Strom entgegengesetzt, während des anderen Teiles gleichgerichtet. Hat der Kondensator die Kapazität C , so ist die Effektivspannung $E_\varepsilon = E_m \sqrt{R^2 + 1/\omega^2 C^2}$. Der Phasenwinkel φ ist gegeben durch $\operatorname{tg} \varphi = -1/\omega CR$. Für $R = 0$ wird $\operatorname{tg} \varphi = -\infty$ oder $\varphi = -\frac{\pi}{2}$, d. h.

die Stromphase eilt der Spannung am Kondensator um 90° voraus. (Bei guten Luftkondensatoren ist diese Beziehung streng erfüllt.)

Enthält der Wechselstromkreis *gleichzeitig* die Induktivität L und die Kapazität C , dann ist der Phasenwinkel φ gegeben durch $\operatorname{tg} \varphi = \frac{1}{R} \left(\omega L - \frac{1}{\omega C} \right)$. Falls $\omega L = 1/\omega C$, somit $\omega = \sqrt{1/LC}$ ist, falls also die Periode der Wechselstromquelle in dieser besonderen Beziehung zur Induktivität und der Kapazität des Stromkreises steht, tritt ein bemerkenswerter Vorgang ein. Um ihn zu verdeutlichen, halten wir uns an die *Stromarbeit* in einem Leiter, in dem Strom und Spannung außer Phase sind. In unserem besonderen Fall ist $\operatorname{tg} \varphi = 0$, also sind Strom und Spannung genau *um eine Viertelperiode* außer Phase: Der Strom ist *daher* wattlos, d. h. der Strom gibt die Arbeit, die er während irgendeiner Viertelperiode verbraucht, in der nächsten Viertelperiode wieder zurück. Spule und Kondensator sind gleichsam während einer Viertelperiode Energienehmer, während der nächsten Energiegeber und so fort; das Wichtigste ist nun: *die Spule* (der Kondensator) *nimmt, während der Kondensator* (die Spule) *gibt*, denn Spannung und Strom sind ja in der Spule und dem Kondensator nach *entgegengesetzten* Seiten $\left(+\frac{\pi}{2} \text{ und } -\frac{\pi}{2} \right)$ außer Phase. Kondensator und Spule werfen so abwechselnd einander gleichsam die Energie zu: während der *einen* Viertelperiode verbraucht die Spule die vom Kondensator zurückgegebene Energie, während der nächsten verbraucht der Kondensator die von der Spule zurückgegebene und so fort: die elektrische Energie strömt zwischen ihnen hin und her — man sagt: sie *schwingt* hin und her, und in diesem Sinne spricht man von *elektrischen Schwingungen*. Die elektrische Schwingung besteht in einer periodischen Verwandlung und Rückverwandlung der elektromagnetischen Energie aus der einen Form in die andere: die elektromagnetische Energie, die in dem Stromkreise vorhanden ist, befindet sich in einem bestimmten Zeitpunkt ganz in der *Spule* als Energie ihres *magnetischen* Feldes, eine Viertelperiode später ganz in dem *Kondensator* als Energie eines *elektrischen* Feldes, wieder eine Viertelperiode später wieder ganz und gar in der Spule und so fort.

Wenn $1/\omega C = \omega L$ ist, dann ist die Energiebilanz von Spule und Kondensator gleich groß; jeder nimmt so viel wie der andere gibt, es ist keine Differenz zwischen der mittleren Spulenenergie und der mittleren Kondensatorenergie vorhanden. Nur so viel wird von der elektrischen Energie in Wärme verwandelt, wie es dem OHMSchen Widerstand des Kreises entspricht — sonst geht nichts davon verloren. Machen wir also den OHMSchen Widerstand so klein, daß er gleich Null gesetzt werden darf, so ist die Stromquelle nicht mehr erforderlich, um den Strom zu *unterhalten*. Ist er einmal in Gang gebracht, so darf man sie beseitigen, ohne daß die Energie zwischen Kondensator und Spule hin und her zu gehen aufhört — wie ein Pendel, das *völlig reibungsfrei* schwingt, niemals zu pendeln aufhört, ohne eines Antriebes von außen zu bedürfen. (Das ist nicht *vollkommen* realisierbar, es gibt weder einen völlig widerstandslosen Stromkreis, noch ein völlig reibungsfreies Pendel.) Beseitigt man die Stromquelle nicht, so wächst die Energiemenge in dem Stromkreise andauernd, da sich die in ihm bereits enthaltene unvermindert erhält, die Stromquelle aber andauernd neue hinein liefert. Das führt zu einer die Leiter gefährdenden Überlastung, gegen die Schutzvorrichtungen erforderlich sind.

Das Besondere des Falles $\omega L = 1/\omega C$ liegt in der Beziehung zwischen den Größen L und C , die den Stromkreis charakterisieren, auf der einen und der Größe ω , die die Stromquelle charakterisiert, auf der anderen Seite. Einerseits ist $\omega^2 = 1/LC$, andererseits ist $\omega = 2\pi/T$, wo T die Periode der Wechselstromquelle ist, also $T = 2\pi\sqrt{LC}$ Sekunden, falls L in Henry und C in Farad gemessen ist. Wir kommen also zu dem Ergebnis: hat der Strom die Periode $T = 2\pi\sqrt{LC}$ sec (die Periodenzahl $1/2\pi\sqrt{LC}$), so strömt die in dem Stromkreis enthaltene Energie zwischen dem Kondensator von C Farad Kapazität und der Spule von L Henry Induktivität in $T = 2\pi\sqrt{LC}$ sec einmal hin und her, d. h. sie verwandelt sich einmal ganz in die magnetische Energie der Spule und wieder zurück in die elektrische des Kondensators. Man nennt $2\pi\sqrt{LC}$ sec die *Schwingungsperiode* der elektromagnetischen Energie, und zwar der *Eigenschwingung* dieses durch L Henry und C Farad charakterisierten Stromkreises. Mit dieser Periode, die in diesem besonderen Falle auch die der Wechselstromquelle ist, pendelt die Energie zwischen Kondensator und Spule hin und her. Der Wechselstromerzeuger oder Generator ist aber an der Erhaltung der Schwingung unbeteiligt (daher *Eigenschwingung* und *Eigenperiode* des Kreises); auch wenn er abgeschaltet wird, pendelt die Energie in dem aus der Spule und dem Kondensator bestehenden Stromkreise weiter. Man sagt daher: der Stromkreis ist *in Resonanz* mit dem Generator. Er verhält sich wie eine Stim-

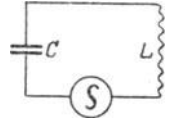


Abb. 480. Induktion L und Kapazität C in einem Wechselstromkreis hintereinander geschaltet.

gabel, die durch Resonanz zum Tönen kommt und fortönt, auch wenn die erste Tonquelle nicht mehr wirkt. Der Ausdruck Resonanz ist um so mehr gerechtfertigt, als der aus der Induktivität L Henry und der Kapazität C Farad bestehende Leiterkreis sogar nur *in dem Felde der Wechselstromquelle* von der Periode $T = 2\pi\sqrt{LC}$ sec zu liegen braucht, *ohne mit ihr leitend verbunden* zu sein, um so zu schwingen.

Die gewöhnlichen Wechselstrommaschinen mit 50 Perioden pro sec, d. h. einer Periode von 0,02 sec erregen die *Eigenschwingung* eines Kreises nur dann, wenn seine Kapazität (und seine Induktivität L) so enorm sind, daß für ihn $2\pi\sqrt{LC} = 0,02$ sec ist. Das ist z. B. der Fall, wenn er aus einem Kondensator von 10 Mikrofarad (also $10 \cdot 10^{-6}$ Farad) und einer Spule von 1 Henry besteht, oder z. B. aus einem Kondensator von 1 Mikrofarad und einer Spule von 10 Henry; dann ist $2\pi\sqrt{LC} = 2\pi\sqrt{1 \cdot 10 \cdot 10^{-6}} = 2\pi \cdot \frac{3,15}{1000} = 0,02$ sec.

In einem Stromkreise, dessen Eigenperiode *kleiner* ist als die Periode der üblichen Wechselstrommaschine, wäre es also unmöglich, die Eigenschwingung anzuregen und zu unterhalten, wenn man dazu auf die Wechselstrommaschine angewiesen wäre. Aber schon z. B. in einem Stromkreise aus einer Leidener Flasche von 0,001 Mikrofarad Kapazität, also von $C = 10^{-9}$ Farad (eine Flasche gewöhnlicher Größe) und einem Schließungsdraht von ca. 1 m Länge, d. h. von ca. 1 Millionstel Henry ($L = 10^{-6}$) Induktivität ist die Eigenperiode des Stromkreises $T = 2\pi\sqrt{10^{-9} \cdot 10^{-6}} = \frac{2\pi \cdot 10^{-7}}{\sqrt{10}} = \text{ca. } \frac{1}{5 \cdot 10^6} = \text{ca. } \frac{1}{5 \text{ Millionen}}$ sec.

Wären wir auf die Wechselstrommaschine angewiesen, so könnten wir also in einem solchen Stromkreise die Energie niemals zum Schwingen bringen. Aber wir kennen noch eine ganz andere Wechselstromquelle: den elektrischen Funken — *der Funke ist selber ein Wechselstrom*, und zwar einer von enormer Wechselzahl [400.].

364. Dynamomaschinen. Die wichtigste Anwendung des Induktionsgesetzes haben wir in der Dynamomaschine, der hauptsächlich, ja beinahe einzigen Quelle der elektrischen Ströme in der Technik. Nach jenem Gesetz ist die in einem geraden Leiter induzierte elektromotorische Kraft E um so größer, je größer die von ihm in der Zeiteinheit durchschnittene Zahl der Kraftlinien ist. Werden in der sehr kleinen Zeit Δt von ihm $\Delta \Phi$ Kraftlinien durchschnitten, so besteht zwischen den Enden des Leiters, die im elektrischen Sinne nun mit den Polen einer Batterie gleichwertig sind, die Potentialdifferenz $E = \frac{\Delta \Phi}{\Delta t}$. Es kommt bei der

Konstruktion einer elektrischen Maschine, die auf diesem Prinzip beruht, darauf an, daß E möglichst groß wird, daß also ein elektrischer Leiter von möglichst günstiger Gestalt recht schnell durch ein starkes Magnetfeld bewegt wird.

Die Grundgedanken der Anordnung sind aus Abb. 481 ersichtlich. Sie stellt einen Ring R dar, der vier kreisförmig gebogene Drahtstücke bei P_1, P_2, P_3, P_4 trägt und zwischen den Polen N und S eines starken Elektromagneten um das Zentrum O in der Richtung des großen Pfeiles rotiert. Der Ring besteht aus weichem Eisen, um möglichst viel Kraftlinien

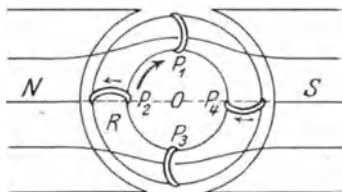


Abb. 481. Induktionswirkung in rotierenden Drahtschleifen.

des Magneten durch die Drahtwindungen bei P hindurchzuführen, die nur durch eine dünne Schicht isolierenden Materials von ihm getrennt sind. Bei P_1 treten in den Drahtkreis in der sehr kurzen Zeit Δt sehr wenig Kraftlinien, da er sich nahezu parallel zu den Kraftlinien verschiebt. Das gleiche gilt für den Draht P_3 . Dagegen durchschneiden die Drahtstücke bei P_2 und P_4 bei der Drehbewegung des Ringes die Kraftlinien nahezu senkrecht, so daß für sie $\frac{\Delta \Phi}{\Delta t}$

einen besonders hohen Wert annimmt. Die kleinen Pfeile geben an, wie die nach dem Induktionsgesetz in den Drahtstücken fließenden Ströme verlaufen. Verfolgt man eines der Drahtstücke, so wird es auf der vom Leser betrachteten Seite in der Stellung P_2 in Richtung vom Zentrum O nach außen, dagegen in Stellung P_4 in der Richtung von außen zum Zentrum vom Strom durchflossen. Gelangt das Drahtstück von der Lage P_2 zur Lage P_1 , so nimmt die induzierte Stromstärke nach und nach zu Null ab, weil die Anzahl der in der Zeit Δt eintretenden Kraftlinien immer kleiner wird. Beim Fortschreiten nach P_4 nimmt der Strom durch das Drahtstück in der entgegengesetzten Richtung wieder zu. In P_1 und P_3 findet also eine Umkehr der Stromrichtung statt. Denkt man sich die Drahtstücke P offen, so ist jedes von ihnen eine Quelle elektromotorischer Kraft, die aber je nach der Stellung innerhalb des Magnetfeldes ihre Polrichtung wechselt. Sind eine große Zahl solcher Drahtschleifen auf den Ring gewickelt und mehrere von ihnen leitend miteinander

verbunden, so summieren sich ihre elektromotorischen Kräfte gerade wie diejenigen hintereinander geschalteter galvanischer Elemente. Bei dem nach seinem Erfinder bezeichneten GRAMMESCHEN Ring sind die einzelnen Drahtstücke alle zu einer Spule ohne Ende miteinander verbunden (Abb. 482). Denkt man sich die in jeder Drahtschleife entstehende elektromotorische Kraft durch das in Abb. 483 dargestellte Schema wiedergegeben, in dem die starken vertikalen Geraden positive, die schwachen vertikalen Geraden negative Pole und die Länge der Geraden die Stärke der elektromotorischen Kraft je nach Lage der betreffenden Drahtschleifen im Magnetfeld bedeuten, so ist ersichtlich, daß die Gesamtsumme der elektromotorischen Kräfte gleich Null ist, wie bei zwei gegeneinander geschalteten galvanischen Elementen. Läßt man jedoch die Federn F_1 und F_2 (Abb. 482) auf dem Draht in elektrischem Kontakt mit ihm schleifen und ordnet sie dort an, wo die elektromotorische Kraft in den Drahtschleifen ihre Richtung ändert, also in den Punkten, die in der Abb. 481 und 483 durch P_1 und P_2 bezeichnet sind, so besitzen die beiden Federn eine Potentialdifferenz, welche der Summe der elektromotorischen Kräfte der einen Ringhälfte gleich ist. Man hat dann die gleichen Verhältnisse, wie wenn man zwei galvanische Elemente parallel zueinander schaltet. Hierbei erhält man zwar nur die elektromotorische Kraft eines Elementes, aber einen Widerstand, der halb so groß ist wie der Widerstand eines einzelnen Elementes.

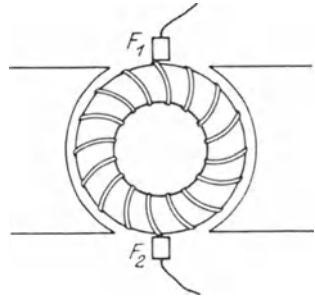


Abb. 482. GRAMMESCHER RING.

Statt des GRAMMESCHEN RINGS mit seiner fortlaufenden Wicklung hat man später einzelne Spulen verwendet, die auf den Eisenring, den sog. Anker, aufgewickelt wurden, und deren Enden, wie es Abb. 484 darstellt, nach der Mitte des Ringes zu dem mit dem Anker fest verbundenen Kollektor geführt wurden. Die einzelnen Spulenden sind hier voneinander isoliert, sie bilden die sog. Lamellen des Kollektors, und die Abnahme des Stromes erfolgt, ähnlich wie beim GRAMMESCHEN RING, durch zwei Schleiffedern oder Kohlebürsten BB .

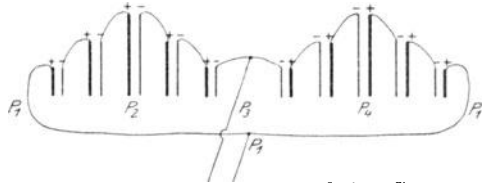


Abb. 483. Schaltungsschema beim GRAMMESCHEN RING.

Das von W. v. SIEMENS im Jahre 1867 erfundene Prinzip der Dynamomaschine besteht nun darin, daß der von den Bürsten BB abgenommene Strom oder ein Teil desselben um den Eisenkern des Magneten herumgeführt wird, derart, daß die anfangs allein vorhandene natürliche Feldstärke des Magneten (und also auch die Kraftlinienzahl) erhöht wird. Dann steigert sich, nachdem der Anker in Rotation versetzt ist, die elektromotorische Kraft an den Polklemmen P_1 und P_2 mehr und mehr, bis schließlich mit der magnetischen Sättigung des Eisens eine Grenze erreicht ist.

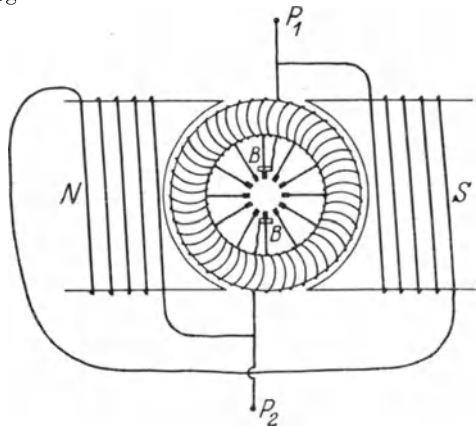


Abb. 484. Gleichstromdynamomaschine mit Nebenschlußwicklung.

Wird der von den Bürsten BB abgenommene Strom in seinem vollen Betrage, d. h. unverzweigt durch die Magnetspulen N und S geleitet, so heißt die betreffende Maschine eine Hauptstrommaschine. Das Dynamoprinzip kommt in diesem Falle erst dann zur Geltung, wenn der Maschine nutzbarer Strom entnommen wird und der Stromkreis geschlossen ist. Die Hauptstromschaltung hat den Nachteil, daß die durch die Magnetspulen fließende Stromstärke und mit ihr die induzierende Wirkung des Magneten und somit die Klemmspannung der Maschine abnimmt, sobald der zwischen den Polklemmen befindliche äußere Stromkreis einen hohen Widerstand besitzt. Man hat darum vielfach die Nebenschlußschaltung (Nebenschlußmaschine) bevorzugt, wie sie in der Abb. 484 dargestellt ist. Bei dieser Schaltung kommt das Dynamoprinzip in

Wirksamkeit, sobald die Maschine zu laufen beginnt, gleichgültig ob ihr nutzbarer Strom entnommen wird oder nicht. Außerdem wird gerade dann, wenn der äußere Widerstand groß ist, ein besonders starker Strom durch den Nebenschluß geschickt und somit die Induktionswirkung und die Klemmspannung der Maschine erhöht. Bei den sog. Compoundmaschinen laufen zwei Wicklungen um den Magneten, von denen die eine im Hauptstromkreis, die andere im Nebenstromkreis liegt. Man kann es auf diese Weise erreichen, daß die Klemmspannung der Maschine unabhängig vom äußeren Widerstand ist.

Als eine sehr wichtige Maßnahme hat sich herausgestellt, daß der eiserne Kern des Ankers nicht aus einem vollen Metallstück, sondern aus einer großen Zahl dünner Blechlamellen gebildet wird, die alle durch isolierende Zwischenlagen, etwa paraffiniertes Papier, voneinander getrennt sind. Durch die Bewegung des Ankers im Magnetfeld entstehen nämlich nicht nur in den Drahtwicklungen, sondern auch in dem Eisenkern elektrische Ströme, die, falls sie sich ungehemmt ausbilden können, große Stärke annehmen und einen großen Teil der Rotationsenergie des Ankers in nutzlose Wärme umsetzen. Durch die starke Unterteilung des Ankers wird die Ausbildung jener störenden Ströme, die nach ihrem Entdecker FOUCAULTSche Ströme genannt werden, verhindert.

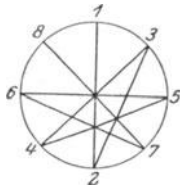


Abb. 485. Wicklung des Trommelankers.

Eine vorteilhaftere Wicklung des Ankers als die Spulen des GRAMMESCHEN Ringes bietet die von HEFNER-ALTENECK erfundene Trommelwicklung, die bei gleicher Drahtlänge unter sonst gleichen Umständen eine doppelt so hohe Spannung liefert wie die Spulenwicklung. Das Schema der Trommelwicklung stellt Abb. 485 dar. Der Draht wird in der Reihenfolge der Zahlen um eine Eisenscheibe herumgelegt, wobei zunächst eine Anzahl Windungen in der Diagonale 1, 2 gewickelt werden. Daran schließen sich ohne Unterbrechung des Drahtes eine Anzahl Windungen in Richtung 2, 3 usw. Von Punkt 8 aus ist die Wicklung in derselben Weise weiter zu führen, indem zwei aufeinander folgende Drahtabschnitte stets denselben Winkel miteinander bilden. Man gelangt zu einer vollständigen Trommelwicklung, wenn der Draht von 8 über 2, 1, 4, 3, 6, 5, 8, 2 nach 1 zurückgeführt wird. Von den 8 Punkten der Peripherie aus wird die Drahtwicklung mit den Lamellen des Kollektors verbunden.

Der Elektromotor. Rotiert der Anker einer Dynamomaschine, ohne daß die Polklemmen der Maschine durch einen Stromkreis verbunden sind, d. h. also ohne daß in der Maschine (wenigstens wenn es sich um eine Hauptstrommaschine handelt) ein Strom fließt, so ist zur Erhaltung der Rotationsbewegung eine viel geringere Energie erforderlich, als wenn der Strom durch die Maschine fließt und ihr elektrische Energie entzogen wird. Diese Tatsache entspricht dem Gesetz von der Erhaltung der Energie. In unserem speziellen Fall ist sie so zu deuten, daß sich bei geschlossenem Drahtkreis die Induktionsströme in den Ankerwicklungen in derjenigen Richtung ausbilden, daß sie infolge ihrer elektrodynamischen Wirkung die Bewegung des Ankers im Magnetfeld zu hemmen suchen. Dieser Widerstand gegen die Bewegung muß durch Erhöhung der Drehkräfte, die auf die Achse des Ankers wirken, überwunden werden. Nach dieser Auffassung muß sich der Anker, wenn man in seine Wicklung einen Strom hineinschickt, der aus einer anderen Elektrizitätsquelle stammt, im Magnetfeld drehen, und zwar in einem Sinne, der bei gleicher Stromrichtung der Ankerdrehung bei der Dynamomaschine entgegengesetzt ist. Diese Auffassung stellt in der Tat das Grundprinzip der Elektromotoren dar. Während bei Dynamomaschinen mechanische Energie in elektrische verwandelt wird, so wird bei den Elektromotoren umgekehrt elektrische Energie in mechanische umgewandelt. Man kann jede (Gleichstrom-) Dynamomaschine als Elektromotor und jeden (Gleichstrom-) Elektromotor als Dynamomaschine laufen lassen, je nachdem die Energieumsetzung in dem einen oder anderen Sinne erfolgen soll. Nach der Schaltung zwischen der Magnet- und der Ankerwicklung unterscheiden wir ähnlich wie bei den Dynamomaschinen Hauptschluß- und Nebenschlußmotoren.

Während der Elektromotor die Drehbewegung ausführt, wirkt natürlich das Magnetfeld auf den Anker in derselben Weise ein wie bei der Dynamomaschine, d. h. er induziert in den Ankerwindungen einen Strom, der dem in den Motor hineingesandten Strom entgegengesetzt gerichtet ist. Auch in diesem Fall wird die hemmende Wirkung durch das Gesetz von der Erhaltung der Energie gefordert. Führt man dem Motor bei festgehaltenem Anker aus einer Batterie von der elektromotorischen Kraft E die Stromstärke J zu, so sinkt der Strom etwa auf den Wert J_0 , wenn der Anker seine volle Geschwindigkeit besitzt. Der Verlust an elektrischer Energie im Betrage $E(J - J_0)$ wird (wenn man einen idealen Motor voraussetzt) in mechanische Energie umgewandelt. Gleichzeitig ist $J - J_0$ die Stärke des induzierten Gegenstromes. Aus dem Umstand, daß vor Beginn der Strombewegung die Stromstärke eine viel höhere ist als nachher, ist die wichtige Folgerung zu ziehen, daß man beim Einschalten des Motors nicht sofort die volle Stromstärke einsetzen darf, da dann die

Spulen überlastet werden. Die Stromstärke darf nur nach und nach, je nach der zunehmenden Geschwindigkeit der Rotationsbewegung, auf den maximalen Wert gebracht werden. Dies geschieht mit Hilfe eines Vorschaltwiderstandes, eines sog. Anlassers.

Wechselstrommaschine. In der Technik spielt heute der Wechselstrom eine bedeutendere Rolle als der Gleichstrom, weil er mit geringeren Energieverlusten auf große Entfernungen übertragen werden kann, und weil es möglich ist, seine Spannung am Orte des Verbrauches ohne erhebliche Energieverluste (mit Hilfe eines Transformators) beliebig zu ändern.

Da bei der Besprechung von Abb. 481 auseinandergesetzt ist, daß ein zwischen den Polen eines Magneten umlaufender Drahttring abwechselnd in der einen und der anderen

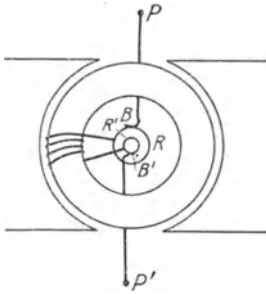


Abb. 486. Prinzip der Wechselstrommaschine.

Richtung vom Strom durchlaufen wird, so genügt es, darauf hinzuweisen, daß man einen Wechselstrom erzeugen kann, wenn man in der gleichen Weise eine Spule im Magnetfeld bewegt. Um den Strom aus der Spule abzunehmen, werden ihre Enden, wie es Abb. 486 andeutet, zu zwei mit der Rotationsachse bewegten Ringen R, R' geführt, die durch zwei Schleifedern oder Bürsten B, B' mit den Polklemmen P, P' in Verbindung stehen. Trägt man die Höhe der an den Klemmen P und P' entstehenden Spannungsdifferenz als Funktion der Zeit auf, so erhält

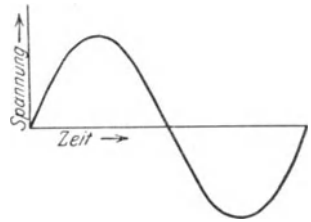


Abb. 487. Periode des Wechselstroms.

man den in Abb. 487 dargestellten Verlauf, wobei die oberhalb und unterhalb der Nulllinie verlaufende Kurve andeutet, daß abwechselnd in P und P' das höhere Potential herrscht. Befindet sich die Spule gerade zwischen den Polen des Magneten, so besteht zwischen P und P' kein Spannungsunterschied. Dieser Stellung entspricht der Schnittpunkt der Kurve mit der Nulllinie.

Würde man die Enden mehrerer um dieselbe Achse rotierender Spulen zu denselben Ringen R, R' führen, so würden sich die entstehenden Spannungen teilweise oder ganz aufheben. Ordnet man aber den Enden jeder Spule besondere Ringe zu, so kann man von derselben Maschine verschiedene Wechselströme abnehmen, deren Spannungskurven gegeneinander verschoben sind, die, wie man sagt, eine Phasenverschiebung gegeneinander besitzen. Die Maschine liefert dann nicht Einphasenstrom, sondern Mehrphasenstrom. Die Verschiebung der Phasen gegeneinander hängt von dem Winkel ab, unter dem die Spulen auf dem Anker zueinander angeordnet sind. Sind drei Phasen vorhanden, die gegeneinander um gleiche Beträge (nämlich 120°) verschoben sind, so bezeichnet man diesen Mehrphasenstrom als Drehstrom.

Im allgemeinen kommen in den Wechselstrommaschinen nicht nur zwei, sondern eine größere Anzahl von Magnetpolen zur Verwendung. Es gibt Systeme, bei denen an feststehenden Magneten Spulen vorbeibewegt werden, und Systeme, bei denen umgekehrt an den feststehenden Spulen die Magnete vorbeibewegt werden. Der feststehende Teil heißt Stator oder Ständer, der drehbare Teil Rotor oder Läufer. Verlegt man die Stromspulen in den Stator (vgl. Abb. 488), so hat man den Vorteil einfacher Stromabnahme. In der Abbildung sind sechs symmetrisch angeordnete Magnete oder Elektromagnete dargestellt, deren Nordpole abwechselnd nach außen und innen gerichtet sind und die um eine gemeinsame Achse rotieren können. Ihnen gegenüber stehen sechs symmetrisch angeordnete und in gleichem Sinne gewickelte Spulen. Ihre Enden sind so miteinander verbunden, daß sich die in sämtlichen Spulen induzierten Spannungen addieren. In jeder Spule wird ein Wechselstrom erzeugt, wenn ihr abwechselnd ein Nordpol und ein Südpol genähert wird. So entstehen in jeder Spule bei einer Umdrehung der Achse drei volle Perioden. Die Periodenzahl des Wechselstroms wächst ohne Erhöhung der Rotationsgeschwindigkeit mit der Zahl der Magnetpole. Man kann auf diese Weise Maschinen mit sehr hoher Frequenz bauen. Bei den Wechselstromanlagen für Beleuchtungszwecke beträgt die Periodenzahl gewöhnlich 50 in der Sekunde.

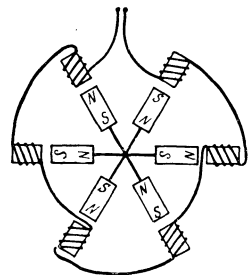


Abb. 488. Einphasen-Wechselstrommaschine.

Ist die Zahl der Spulen nicht gleich der Zahl der Magnetpole, deren Kraftlinien sie bei der Rotation schneiden, so wird nicht in allen Spulen Wechselstrom der gleichen Phase erzeugt. Dadurch, daß man die Spulen gruppenweise verbindet, gewinnt man Mehrphasenstrom. Steht z. B. die Zahl der Spulen zur Zahl der Magnetpole im Verhältnis 3 zu 2, so erhält man Dreiphasenstrom oder Drehstrom.

Der Wechselstrommotor. Entnimmt man einer Einphasenmaschine Wechselstrom und leitet ihn in die Spulen einer gleichartig gebauten Maschine hinein, so wird der Rotor im allgemeinen nicht in Bewegung geraten. Ist z. B. seine Anfangsstellung durch Abb. 488 wiedergegeben, so wird in den Spulen, die den Magnetpolen gegenüber stehen, in so rascher Folge ein Magnetfeld wechselnder Richtung erzeugt, daß der Magnetpol nach erfolgter Abstoßung nicht weit genug fortbewegt ist, um nicht unmittelbar darauf infolge nun eintretender Anziehung die bereits zurückgelegte kurze Wegstrecke wieder in umgekehrter Richtung zu durchlaufen. Erst wenn der Rotor eine so große Winkelgeschwindigkeit besitzt, daß der Magnetpol nach erfolgter Abstoßung durch die eine Spule vor dem Wechsel der Stromrichtung in den Kraftbereich der benachbarten Spule gelangt ist, kann eine Drehbewegung des Rotors einsetzen und die Wechselstrommaschine als Motor laufen. Läuft der Rotor schneller, müssen von neuem Störungen in seiner Drehbewegung entstehen. Der Rotor des Motors muß die gleiche Winkelgeschwindigkeit besitzen wie der Rotor der mit ihm gleichartig gebauten Wechselstrommaschine, die den Strom zum Antrieb des Motors liefert. Beide Rotoren müssen „synchron“ laufen. Darum heißt ein solcher Motor ein „Synchronmotor“. Kommt er außer „Takt“, so bleibt er sehr bald stehen. Er muß durch einen besonderen Motor erst in Rotation versetzt und ständig synchronisiert werden.

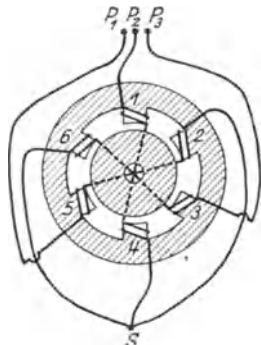


Abb. 489. Drehstrommotor.

Bevor man „Einphasen“- oder „Synchron“-Motoren baute, bediente man sich zur Umsetzung der Wechselstromenergie in mechanische Arbeit des Drehstrommotors (vgl. Abb. 489). Von den Klemmen P_1 , P_2 und P_3 , die mit den drei Polklemmen einer Drehstromdynamomaschine verbunden werden, führt man je eine Drahtleitung in Spulenform nacheinander um zwei gegenüberliegende Eisenkerne (also um 1 und 4, bzw. 2 und 5 bzw. 3 und 6) und dann zu dem gemeinsamen Endpunkt S . Die Eisenkerne mit den Spulen sind kranzförmig um eine Kupferscheibe angeordnet, die um ihre Achse drehbar ist.

In den gegenüberliegenden Spulen ist die Stromrichtung so gewählt, daß die der Scheibe zugekehrten Enden entgegengesetzte Magnetpole aufweisen. In jeder Spule wechselt die Stärke des magnetischen Pols und sein Vorzeichen der Periode des Wechselstroms entsprechend. Ist zu einer bestimmten Zeit in 1 ein Nordpol maximaler Stärke vorhanden, so befindet sich gleichzeitig in 4 ein Südpol maximaler Stärke. Nach Ablauf des dritten Teils der Wechselstromperiode weisen die Spulen 2 und 5 die maximalen Polstärken auf, während nach abermaligem Ablauf von $\frac{1}{3}$ Periode sich die maximalen Stromstärken in den Spulen 3 und 6 befinden. Die Magnetpole wandern im Kreise herum. Das erzeugte Magnetfeld heißt ein magnetisches Drehfeld.

Dieses Drehfeld induziert in der Kupferscheibe starke **FOUCAULT**ströme, und infolge der elektromagnetischen Kräfte, die zwischen dem Drehfeld und den **FOUCAULT**strömen bestehen, wird die Scheibe in demselben Sinne in Rotation versetzt, wie die Magnetpole umlaufen. Die Scheibe wird vom Drehfeld mitgenommen und kann mechanische Arbeit leisten. Der Drehstrommotor läuft von selbst an, aber die Drehgeschwindigkeit der Kupferscheibe (des Rotors) bleibt stets hinter der Drehgeschwindigkeit des Wechselstromfeldes zurück, und zwar um so stärker, je mehr Arbeit der Motor leistet. Dieses Zurückbleiben wird als Schlüpfung bezeichnet.

C. Gasentladungen und Ionisationsvorgänge.

365. Allgemeine Erscheinungen. Durch Metalle und Elektrolyte fließt schon bei den kleinsten Spannungen elektrischer Strom, Gase aber sind im allgemeinen vollkommene Isolatoren. Erst unter so hoher Spannung, wie sie etwa eine Elektrisiermaschine oder ein Induktor liefert, geht Strom hindurch: durch Luft von Atmosphärendruck blitzartig, durch sehr verdünnte Luft stetig und von ruhigen Leuchterscheinungen begleitet, unter gleichzeitiger Entstehung

von Strahlen sehr verschiedener Art, deren Erforschung tiefe Einblicke in die Natur der Elektrizität und in den Aufbau der Atome gewähren.

Um die bei den Gasentladungen auftretenden sehr mannigfaltigen Erscheinungen zunächst in großen Zügen kennen zu lernen, benutzen wir ein Entladungsrohr von etwa 4 cm Weite und 20 cm Länge (Abb. 490) mit zwei Metallscheiben *A* und *K* als Elektroden; die Drähte, die ihnen den Strom zuführen, sind luftdicht in die Glaswand eingeschmolzen. Durch den Ansatz *D* pumpen wir die Luft bis zu beliebiger Verdünnung aus. Die Elektrode *A* verbinden wir mit dem positiven, *K* mit dem negativen Pol einer Elektrisiermaschine, so daß *A* die Anode, *K* die Kathode bildet. Bei Atmosphärendruck sehen wir blitzähnliche Entladungen zwischen *A* und *K* übergehen. Erniedrigen wir den Druck des Gases, so wird die Entladung ruhiger; es bildet sich ein Lichtfaden zwischen den Elektroden aus, der sich mit abnehmendem Druck immer mehr verstärkt (Abb. 491a). Allmählich zeigen sich durch Form und Farbe unterscheidbare Lichtgebilde, die desto deutlicher werden, je mehr die Entladung mit abnehmendem Druck den ganzen Querschnitt des Rohres einnimmt. Abb. 491 b zeigt die Entladung in Luft bei einem Druck von 2 mm Quecksilber. Dicht vor der

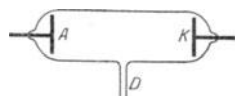


Abb. 490. Entladungsrohr.

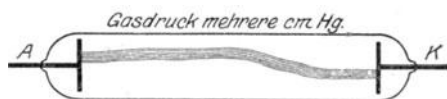


Abb. 491 a.

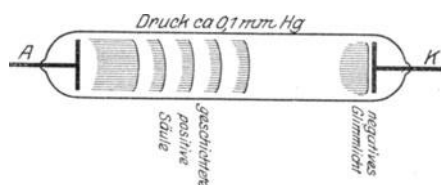


Abb. 491 c.



Abb. 491 b.



Abb. 491 d.

Form der Entladung bei verschiedenem Druck.

Kathode liegt eine bläuliche Lichtscheibe, das *negative Glimmlicht*; von der Anode aus erstreckt sich ein ziemlich heller, rötlicher Lichtwulst weit in das Entladungsrohr hinein. Getrennt sind die Lichtscheibe und der Lichtwulst durch den von FARADAY zuerst beobachteten „dunklen Raum“.

Sinkt der Druck bis auf einige Zehntel Millimeter Quecksilber, so wächst das negative Glimmlicht, und das positive Licht zerfällt in Schichten. Jede einzelne Schicht ist nach der Kathode zu scharf abgegrenzt, nach der Anode zu verwaschen (Abb. 491 c). Besonders fällt das helle Licht auf, das die positive Säule, geschichtet wie ungeschichtet, ausstrahlt. Die Farbe des Lichtes ist sehr wechselnd, je nach der Gasfüllung und den speziellen Bedingungen der Entladung. Stickstoff leuchtet in engen Röhren bläulich, in weiten rötlich bis gelblich; Helium sattgelb, Wasserstoff bald purpurrot, bald weißlich. — Die Neonglimmlampen und die Moorschen Lampen nützen die Helligkeit des

positiven Lichtes technisch aus. Es sind Röhren, die mit Stickstoff, Kohlensäure oder Helium-Neongemischen gefüllt sind und daher sehr verschiedene Farben zeigen.

Sinkt der Druck auf einige Hundertstel Millimeter Quecksilber, so werden die Leuchterscheinungen immer schwächer. Die positive Säule verschwindet ganz, das negative Glimmlicht aber verlängert sich und erfüllt schließlich das ganze Rohr. Es löst sich dabei von der Kathode ab und ist von ihr durch einen sehr lichtschwachen Raum — den HITTORFSchen Dunkelraum — getrennt (Abb. 491d). Bei dieser Form der Entladung sieht man aus der Kathode Strahlen von bläulicher Farbe austreten; sie gehen geradlinig fort, bis sie auf die Anode oder die Glaswand auffallen, wobei das Glas in grünlichem Fluoreszenzlicht aufleuchtet. Dies sind die von PLÜCKER 1858 entdeckten *Kathodenstrahlen*.

Bei weiterer Druckverminderung werden die Kathodenstrahlen intensiver; das grüne Leuchten verbreitet sich über die ganze Glaswand, so daß die schwachen Lichtgebilde der Entladung im Inneren der Röhre nicht mehr erkennbar sind. Gleichzeitig treten jene merkwürdigen, von RÖNTGEN 1895 entdeckten Strahlen auf, die für Medizin, Physik und Chemie von so großer Bedeutung geworden sind. In Anbetracht ihrer Wichtigkeit werden sie, ebenso wie die Kathodenstrahlen, in späteren Abschnitten gesondert behandelt.

366. Spannungsverteilung in der Entladung. Mit dem Wechsel der Leuchterscheinungen ändert sich sowohl die ganze Spannung, die zwischen Anode und Kathode liegt, und auch ihre Verteilung im Rohre selbst. Um die durch Abb. 491 a dargestellte Entladungsform aufrecht zu erhalten, sind etwa 5000 Volt

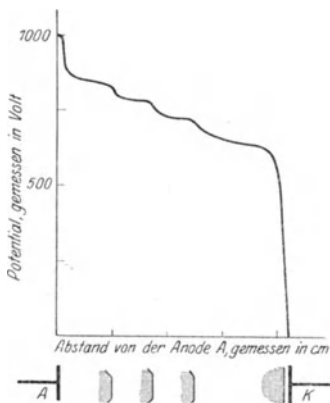


Abb. 492. Spannungsverteilung in einer geschichteten Entladung.

Spannung zwischen den Elektroden nötig. Sinkt der Gasdruck, so sinkt die zur Erhaltung des Stromes nötige Spannung und erreicht bei Drucken zwischen 1 und 0,1 mm Quecksilber einen Minimalwert von einigen hundert Volt. Bei noch weiterer Druckverminderung steigt die Spannung am Rohre rasch an, unter Umständen bis zu Werten von 100 000 Volt und darüber.

Die Verteilung der Spannung im Rohr selbst kann man bestimmen, wenn man senkrecht zur Rohrachse und in Abständen von etwa 1 cm dünne Platindrähte, sog. Sonden, einsetzt, die luftdicht nach außen geführt sind und nacheinander mit einem Quadrantelektrometer (S. 342) verbunden werden. Man erhält so das Potential an den verschiedenen Stellen des Gases. Abb. 492 zeigt ein Beispiel für die Spannungsverteilung in einer geschichteten Entladung, wobei angenommen ist, daß die Anode *A* mit dem positiven Pol einer Batterie verbunden ist, während der negative Pol und die Kathode *K* zur Erde abgeleitet sind. Der Hauptabfall der Spannung liegt in unmittelbarer Nähe der Kathode und heißt *Kathodenfall*; im Dunkelraum ist der Abfall gering und bleibt auch gering in der positiven Säule, wo er den Schichten entsprechend regelmäßige Schwankungen zeigt. Erst an der Anode liegt wieder ein starker Abfall, der sog. Anodenfall. Geht man zu tieferen Drucken, so wächst der Kathodenfall außerordentlich an, während im übrigen die Spannungsverteilung sich wenig ändert. Bei einem hochevakuierten Rohr, z. B. einem Röntgenrohr, wird praktisch die ganze Betriebsspannung im Kathodenfall verbraucht.

367. Eigenschaften und Natur der Kathodenstrahlen. Kathoden- und Lichtstrahlen sind in ihrem innersten Wesen gänzlich verschieden, wenn auch manche der im folgenden aufgezählten Eigenschaften der Kathodenstrahlen an die des Lichtes erinnern.

1. Die Kathodenstrahlen regen viele Stoffe zur Fluoreszenz und Phosphoreszenz an. Ein von Kathodenstrahlen getroffener Rubin strahlt prächtig rot; Zinksulfid und Schwefelkalzium leuchten in bläulich-grünem Licht. Auch die Glaswand des Entladungsröhres fluoresziert hellgrün überall, wo Kathodenstrahlen hinfallen. Gerade das hat zur Entdeckung der Strahlen geführt und ihr Studium sehr erleichtert.

2. Die Kathodenstrahlen breiten sich geradlinig aus. Das Metallkreuz (Abb. 493) wirft einen Schatten, weil es die Kathodenstrahlen von der Wand abhält, während sie an den übrigen Stellen unter dem Aufprall der Kathodenstrahlen fluoresziert.

3. Die Kathodenstrahlen treten senkrecht zur Oberfläche der Kathode aus. Formt man die Kathode wie einen Hohlspiegel, so laufen die Strahlen in einem Brennpunkt zusammen. Eine phosphoreszierende Substanz strahlt dort in hellstem Lichte.

4. Dünne Metallfolien von $\frac{1}{100}$ bis $\frac{1}{1000}$ mm Dicke, die das Licht gar nicht durchlassen, lassen Kathodenstrahlen durch, aber dickere Schichten, gleichviel welcher Stoffe — also auch die Glaswand des Entladungsröhres — lassen sie nicht hindurch. LENARD ersetzte (1894) eine Stelle der Glaswand gegenüber der Kathode durch ein die Strahlen hindurchlassendes Aluminiumblättchen (Abb. 494) und leitete die Strahlen so aus dem Rohr heraus. Das hat die Erforschung der Kathodenstrahlen erheblich gefördert.

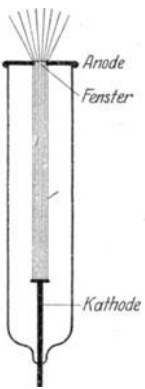


Abb. 494. Kathodenstrahlrohr mit LENARDSchem Fenster.

5. Durchsetzen die Kathodenstrahlen irgendwelche Stoffe, z. B. Luft, so werden sie diffus zerstreut, ähnlich wie Lichtstrahlen in milchigem Wasser. Streifen die aus dem LENARDSchen Aluminiumfenster austretenden Strahlen an einer mit phosphoreszierender Substanz belegten Fläche entlang, so entsteht ein sich mit der Entfernung vom Fenster immer mehr verbreiterndes Büschel (Abb. 495). Die punktierten Linien der Abbildung begrenzen das Strahlenbündel, das bei ungestörter gradliniger Ausbreitung zu erwarten ist.



Abb. 493. Schattenriß eines Kreuzes, erzeugt durch Kathodenstrahlen.

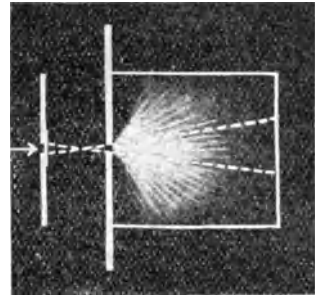


Abb. 495. Diffusion der Kathodenstrahlen in Luft.

6. Kathodenstrahlen erzeugen bei Absorption beträchtliche Wärme. So kann bei kräftiger Entladung das LENARDSche Fenster, das ja einen Teil der Strahlung absorbiert, sich so stark erwärmen, daß es durchschmilzt. In dem Brennpunkt einer hohlspiegelförmigen Kathode kann man schwer schmelzbare Metalle zur Weißglut erhitzen und verdampfen.

6. Kathodenstrahlen erzeugen bei Absorption beträchtliche Wärme. So kann bei kräftiger Entladung das LENARDSche Fenster, das ja einen Teil der Strahlung absorbiert, sich so stark erwärmen, daß es durchschmilzt. In dem Brennpunkt einer hohlspiegelförmigen Kathode kann man schwer schmelzbare Metalle zur Weißglut erhitzen und verdampfen.

7. In magnetischen und elektrischen Feldern werden die Kathodenstrahlen abgelenkt. Eine positiv geladene Platte zieht sie an, eine negative stößt sie ab; die Kathodenstrahlen tragen also eine negative Ladung. Die magnetische Ablenkbarkeit zeigt sich z. B. bei Annäherung eines Magneten an das Schattenbild des Kreuzes in Abb. 493; es wird seitlich verschoben.

Die Messungen der elektrischen und magnetischen Ablenkbarkeit der Kathodenstrahlen geben wichtige Aufschlüsse über die Natur der Strahlen. Die folgenden Abschnitte zeigen, wie man derartige Messungen ausführt und welche Folgerungen sich daran knüpfen.

368. Ablenkung der Kathodenstrahlen im magnetischen Felde. Die Kathodenstrahlen bestehen aus schnellfliegenden elektrischen Ladungen, sie müssen also wie jede andere elektrische Strömung ein magnetisches Feld erzeugen. Dagegen muß ein äußeres Magnetfeld die Teilchen in kreis- oder spiralförmige Bahnen lenken, gerade so wie ein Magnet einen biegsamen Stromleiter spiralförmig aufzuwickeln sucht (S. 402). Aber die Kathodenstrahlen zeigen die Erscheinung viel reiner, da hier die Elektrizitätsträger *allein* auftreten, ohne einen materiellen Stromleiter, dessen Masse sie mitschleppen müssen.

Die Kraftwirkung zwischen Magnetfeld und Kathodenstrahl läßt sich leicht berechnen, wenn wir zur Vereinfachung das magnetische Feld überall konstant annehmen und seine Kraftlinien senkrecht zur Flugrichtung der Kathodenstrahlen. Hat das Feld die Stärke H , so ist die Kraft, die es auf ein Kathodenstrahlteilchen von der Ladung e und der Geschwindigkeit v ausübt, nach den elektrodynamischen Grundgesetzen gegeben durch $H \cdot e \cdot v$. Diese Kraft wirkt senkrecht zu den Kraftlinien des Feldes und senkrecht zur Flugrichtung des Teilchens, so daß dieses aus seiner geradlinigen Bahn in eine gekrümmte, aber überall senkrecht zum Kraftfeld verlaufende Bahn abgedrängt wird. Infolge der Krümmung der Bahn tritt eine zentrifugale Beschleunigung v^2/r und somit eine Kraft $m \cdot v^2/r$ auf, worin m die Masse des Teilchens und r den Krümmungsradius der Bahn an der betrachteten Stelle bedeutet. Das Teilchen wird sich auf eine solche Bahn einstellen, bei der sich magnetische Kraft und Zentrifugalkraft die Wage halten, bei der also



Abb. 496. Kathodenstrahlen im Magnetfeld.

$$H e v = \frac{m v^2}{r} \quad \text{oder} \quad H e = \frac{m v}{r}. \quad (1)$$

Diese Gleichung gilt zunächst nur für ein kleines Bahnelement. Nun sind aber nicht nur H , e und m konstante Größen, sondern es bleibt auch die Geschwindigkeit v ungeändert, da die auf das Teilchen wirkenden beschleunigenden Kräfte einander aufheben. Mithin ist auch der Krümmungsradius r konstant, d. h. das Teilchen bewegt sich in einem homogenen und senkrecht zur Bewegungsrichtung verlaufenden Magnetfeld in einer Kreisbahn vom Radius r . Je geringer die Geschwindigkeit ist, desto größer ist der Radius des Kreises. Tritt der Kathodenstrahl unter geneigtem Winkel in das Magnetfeld ein, so wird die Bahn spiralförmig.

Abb. 496 zeigt ein Entladungsrohr, in dem der von der Kathode ausgehende Strahl durch ein Magnetfeld kreisförmig herumgebogen wird.

369. Ablenkung im elektrischen Felde. Abb. 497 zeigt ein Entladungsrohr, das außer der Kathode K und der mit einem feinen Loch versehenen Anode A noch zwei einander parallele Metallplatten $F_1 F_2$ enthält, die eine mit dem negativen, die andere mit dem positiven Pol einer Akkumulatorenbatterie verbunden.

Der Kathodenstrahl verlaufe zunächst parallel zu den Platten, d. h. also senkrecht zu den Kraftlinien des Feldes. Durch das Feld erfährt das Teilchen eine konstante Beschleunigung in der Richtung der Kraftlinien, es wird also beim Eintritt in das elektrische Feld geradeso beeinflußt wie ein horizontal geworfener Körper durch die vertikal nach unten gerichtete Schwerkraft. Angenommen, der Strahl verlaufe im feldfreien Raum (d. h. wenn die Platten geerdet sind) genau in der Mittelebene der Platten, so interessiert uns zu wissen, um welche Strecke s der Strahl beim Austritt aus dem Feld versetzt ist, wenn das Feld die Stärke F und die Länge a hat. Würde statt des elektrischen Feldes das Gravitationsfeld herrschen, so wäre s nach S. 18 aus der Gleichung $s = \frac{1}{2}gt^2$ zu berechnen. Hierin bedeutet t die Zeitspanne, während der das Feld auf den Körper einwirkt, in unserem Falle also die Zeitspanne zwischen Eintritt und Austritt aus dem elektrischen Feld. Durchläuft der Strahl das a cm lange Feld mit der Geschwindigkeit v , so ist $t = a/v$. Ferner ist die Kraft, die im elektrischen Felde auf das Kathodenstrahlteilchen wirkt, gegeben durch die Gleichung $mg = eF$. Also ist im elektrischen Felde die Beschleunigung $g = eF/m$. Setzt man die Werte von t und g in die ursprüngliche Gleichung ein, so wird

$$s = \frac{1}{2} \frac{eF}{m} \frac{a^2}{v^2}. \quad (2)$$

Es ist zu beachten, daß im elektrischen Feld im Gegensatz zum Magnetfeld die Geschwindigkeit des Kathodenstrahls sich dauernd ändert. Allerdings ist bei einem Strahlverlauf, wie ihn Abb. 497 zeigt, der Geschwindigkeitsunterschied bei Ein- und Austritt aus dem Felde nur gering. Läßt man andererseits einen Kathodenstrahl in Richtung der Kraftlinien gegen eine positiv geladene Platte anlaufen, so wird er bei genügender Stärke des Feldes völlig abgebremst und dann zurückgeworfen.

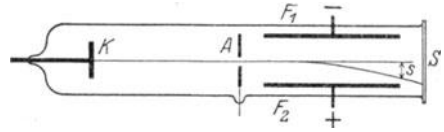


Abb. 497. Kathodenstrahlen im elektrischen Feld. BRAUNSCHEs ROHR.

Man wendet die elektrische Ablenkung von Kathodenstrahlen in dem nach BRAUN benannten Rohr an, um rasch veränderliche Spannungen zu messen (Abb. 497). Aus den von der Kathode K ausgehenden Strahlen blendet die mit einem Loch versehene Anode A ein feines Bündel aus, das zwischen den Platten $F_1 F_2$ hindurchlaufend schließlich auf den Leuchtschirm S fällt und dort einen hellen Lichtfleck hervorruft. Entlädt man beispielsweise eine Leidener Flasche, deren Belege mit F_1 und F_2 verbunden sind, so bewirken die dabei auftretenden elektrischen Schwingungen entsprechende Oszillationen des Feldes $F_1 F_2$, denen die trägheitsfreien Kathodenstrahlen leicht folgen; der Lichtfleck auf dem Schirm schwingt also mit derselben Frequenz wie die Flaschenentladung auf und ab. Da man den schnellen Schwingungen des Lichtflecks im allgemeinen mit den Augen nicht folgen kann, so betrachtet man den Lichtfleck nicht direkt, sondern im rotierenden Spiegel, in dem die Schwingungen nicht mehr übereinander, sondern nebeneinander erscheinen (vgl. S. 327). Abb. 498 zeigt eine so aufgenommene Entladung einer Leidener Flasche.

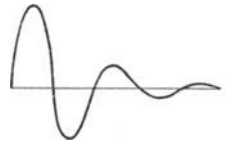


Abb. 498. Elektrische Schwingungen, aufgenommen mit dem BRAUNSCHEs ROHR.

370. Folgerungen aus der magnetischen und elektrischen Ablenkbarkeit.

In einem Kathodenstrahlrohr werde der Gasdruck und die Entladungsspannung völlig konstant gehalten. Auf das Kathodenstrahlbündel wirke zunächst ein magnetisches Feld von bekannter Stärke H , das Kathodenstrahlbündel beschreibe eine Kreisbahn mit dem Krümmungsradius r ; wir leiten dann den Strahl in ein elektrisches Feld von der Stärke F , es entstehe die Ablenkung s . Wir

setzen die gefundenen Werte in die Gleichungen (1) und (2) ein und achten darauf, daß alle Größen im selben Maßsystem, also z. B. in elektromagnetischen CGS-Einheiten, gemessen werden. Noch können wir die Gleichungen nicht auflösen, da sie *drei* Unbekannte enthalten, nämlich die Geschwindigkeit, die Ladung und die Masse des Teilchens. In Ermangelung einer dritten unabhängigen Gleichung behelfen wir uns damit, daß wir die Geschwindigkeit als die eine Unbekannte, das Verhältnis von Ladung zu Masse — die sog. *spezifische Ladung* — als die zweite Unbekannte betrachten. Dies ist möglich, da in beiden Gleichungen die Ladung e und die Masse m nur in der Verbindung e/m auftreten.

Wie auch immer wir die Versuche gestalten, welche Elektroden, welche Gasfüllung, welchen Gasdruck wir wählen: stets finden wir für die spezifische Ladung e/m des Kathodenstrahlteilchens denselben Wert, nämlich $1,77 \cdot 10^7$ elektromagnetische Einheiten¹⁾. Was diese Zahl bedeutet, lehrt ein Vergleich mit der spezifischen Ladung des Wasserstoffions, das wir bei der Zersetzung von Wasser als Stromträger kennen gelernt haben. Wir wissen bereits, eine Elektrizitätsmenge von 95 730 Coulomb (gleich 9573 elektromagnetische Einheiten des CGS-Systems) muß durch den Elektrolyten hindurchgehen, um gerade 1 g Wasserstoff abzuscheiden. Diese Elektrizitätsmenge muß ganz an den Wasserstoffatomen, d. h. an den H-Ionen, haften, da sonst die durch den Strom abgeschiedenen Stoffmengen unmöglich den Atomgewichten proportional sein könnten, wie das FARADAYSche Gesetz es verlangt. Daraus folgt aber, daß das Verhältnis zwischen der gesamten durch den Elektrolyten fließenden Elektrizitätsmenge E zu der dabei abgeschiedenen Stoffmenge (1 g H₂) ebenso groß ist wie das Verhältnis der an einem einzelnen H-Ion haftenden Ladung zu der Masse dieses Ions, d. h. es ist

$$\frac{E}{1} = \frac{e}{m} = 9573$$

elektromagnetische Einheiten. Für das *Wasserstoffatom* ist also das Verhältnis e/m 1800 mal kleiner als für das *Kathodenstrahlteilchen*. Nun zeigen aber zahlreiche Versuche, auf die wir erst später eingehen können, daß die Ladung eines H-Ions ebenso groß ist wie die eines Kathodenstrahlteilchens. Der Unterschied in dem Wert von e/m kann also nur durch die Verschiedenheit der Masse erklärt werden. Nun besitzt aber der Wasserstoff von allen bekannten Elementen die kleinste Masse. Das Kathodenstrahlteilchen, dessen Masse 1800 mal kleiner ist als die des Wasserstoffatoms, kann also nicht aus dem Atom eines der bekannten Elemente bestehen. Wir haben es vielmehr mit einem bislang noch unbekanntem, nahezu masselosem Gebilde zu tun. Und zwar einem Gebilde universeller Art, denn diese Teilchen sind stets *derselben* Art, welche Gasfüllung das Entladungsröhr auch besitzt oder aus welchem Stoff die Elektroden bestehen. Nicht die Masse, sondern die elektrische Ladung macht das Wesen dieser Teilchen aus; sie sind gewissermaßen Atome der negativen Elektrizität. Ihre große Bedeutung für den Aufbau der Materie sowie für viele elektrische und optische Vorgänge macht es notwendig, sie mit einem besonderen Namen zu benennen. Man nennt sie nach dem Vorschlag von JOHNSTON STONEY Elektronen. Es sei hier besonders

¹⁾ Wir sehen dabei ab von den Abweichungen, welche bei hohen Entladungsspannungen auftreten. Diese Abweichungen waren für die Entwicklung der Relativitätstheorie von größter Bedeutung (vgl. S. 106), sie sind aber für die hier zu behandelnden Fragen zunächst ohne Belang.

hervorgehoben: Ein positives Elektrizitätsatom derselben Art gibt es nicht; positive Elektrizität tritt nie als freie Ladung allein auf, sondern immer nur in Verbindung mit Masse.

371. Elektronen verschiedenen Ursprungs. Elektronen werden nicht nur in Form von Kathodenstrahlen in Freiheit gesetzt, sondern sie entstehen auch bei vielen anderen physikalischen und chemischen Vorgängen. So gehen Elektronen von vielen Stoffen aus, vor allem von Metallen und Metallegierungen, die von kurzwelligem Licht getroffen werden. Diesen Vorgang nennt man lichtelektrische Elektronenemission oder kürzer *Photoeffekt*. HEINRICH HERTZ hatte bereits 1887 entdeckt, daß die Funkenschlagweite eines Induktors größer wird, wenn man den negativen Pol mit ultraviolettem Licht bestrahlt. Durch diese Beobachtung angeregt, fand bald darauf HALLWACHS, daß eine reine Zinkplatte bei Bestrahlung mit einer Bogenlampe sich positiv auflädt; wird die Platte im voraus negativ geladen, so verliert sie ihre Ladung bei der Bestrahlung. Daß der Effekt nur durch den ultravioletten Teil des Lichtes hervorgerufen wird, zeigt man durch Zwischenschaltung einer Glasscheibe zwischen Lichtbogen und Platte. Die Glasscheibe absorbiert das ultraviolette Licht, und die Aufladung hört auf.

Eine einfache, von LENARD angegebene Anordnung zur Messung des Photoeffekts zeigt Abb. 499. Ultraviolettes Licht fällt durch das für diese Strahlen besonders durchlässige Quarzfenster *F* in das Innere eines hochevakuierten Glasrohrs *G* und trifft dort auf eine Platte *A* aus Zink oder anderem geeigneten Material. Das mit *A* verbundene Elektrometer zeigt alsbald eine positive Aufladung an, woraus hervorgeht, daß negative Elektrizität von dort entweicht. Daß es sich hierbei wirklich um Elektronen handelte, zeigte LENARD, indem er mit der durchbohrten Gegenplatte *B* ein enges Strahlenbündel aussanderte. Das Bündel trifft die kleine Platte *a*, welche die von dem Bündel mitgebrachte Ladung sammelt und dadurch die Existenz der Strahlung an einem mit *a* verbundenen Elektrometer anzeigt. Nähert man nunmehr der Röhre in geeigneter Weise einen Magneten, so findet man die Ladung auf der Platte *b* statt auf *a*; ein Zeichen, daß der unsichtbare Strahl auch wirklich vom Magneten abgelenkt wird, und zwar in einem den Kathodenstrahlen entsprechenden Sinne. Die quantitative Durchführung des Versuches ergibt für das Verhältnis von Ladung zu Masse denselben Wert wie für Kathodenstrahlen, ein Beweis dafür, daß es wirklich Elektronen sind, die von dem ultravioletten Licht an *A* ausgelöst werden. — Wir lernen daraus gleichzeitig, daß die Zinkatome Elektronen enthalten, die so schwach an die Atome gebunden sind, daß sie durch das auffallende Licht abgetrennt werden. An anderer Stelle werden wir im Zusammenhang mit der Atomtheorie zeigen, daß die Elektronen fundamentale Bestandteile aller Atome sind.

Bei dem zuerst beschriebenen Versuch erreicht die positive Aufladung der Platte *A* ein Ende, sobald das an *A* geschaltete Elektrometer eine Spannung von einigen Volt anzeigt. Die Anfangsgeschwindigkeiten der Elektronen sind nämlich so gering, daß die positive Ladung von einigen Volt genügt, um sie wieder zu der belichteten Platte zurückzuziehen. Wollen wir andererseits schnelle Strahlen erhalten, so brauchen wir nur der Platte *B* eine hohe negative Ladung zu erteilen. Die Elektronen werden dann in dem zwischen *A* und *B* herrschenden elektrischen Felde beschleunigt. Durch Änderung der Stärke des

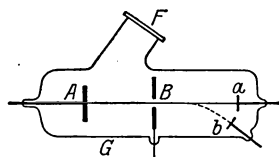


Abb. 499. Auslösung von Photoelektronen durch ultraviolettes Licht.

Feldes haben wir es in der Hand, die Geschwindigkeit der Strahlen beliebig zu regulieren.

Zwei sehr bemerkenswerte Gesetze wurden bald ermittelt:

1. *Die Geschwindigkeit der emittierten Elektronen ist unabhängig von der Stärke des erregenden Lichtes, wächst aber, je kürzer die Wellenlänge ist.* Die extrem kurzwelligeren Röntgenstrahlen lösen z. B. Photoelektronen aus, deren Geschwindigkeit so groß ist wie die der Kathodenstrahlen in einem mit hoher Spannung betriebenen Entladungsrohr. Die Beziehung zwischen der erregenden Wellenlänge und der Geschwindigkeit der Elektronen ist ein mathematisch exakt formulierbares Gesetz, das für die Entwicklung der Quantentheorie von größter Bedeutung war. Wir werden auf diese Zusammenhänge an anderer Stelle zurückkommen.

2. *Die Zahl der lichtelektrisch ausgelösten Elektronen ist der Stärke des erregenden Lichtes genau proportional.* Die strenge Gültigkeit dieses Gesetzes hat zur Konstruktion von sog. Photozellen geführt, die in Verbindung mit Elektrometern sehr empfindliche Photometer — z. B. bei der Sternphotometrie — bilden (ELSTER und GEITEL). Eine Photozelle (auch lichtelektrische Zelle genannt)

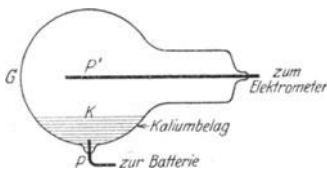


Abb. 500. Photozelle von ELSTER und GEITEL.

besteht aus einer Glaskugel G (Abb. 500) von einigen Zentimetern Durchmesser, deren innere Oberfläche zum Teil mit dem auch im sichtbaren Spektralgebiet lichtelektrisch empfindlichen Kalium belegt ist (in der Abbildung schraffiert gezeichnet). Ein luftdicht in die Glaswand eingeschmolzener Platindraht P verbindet die Kaliumfläche mit dem negativen Pol einer Akkumulatorenbatterie, ein zweiter, weit in die Kugel hineinreichender Draht P' führt zum Elektrometer. Das Licht, dessen Intensität gemessen werden soll, fällt auf die Kaliumfläche K und löst dort Elektronen aus. Diese Elektronen werden unter der Wirkung des zwischen K und P' herrschenden elektrischen Feldes zu dem Draht P' getrieben, so daß das Elektrometer sich auflädt. Die Aufladung ist der Lichtintensität genau proportional. Um die Empfindlichkeit der Zelle zu erhöhen, vergrößert man die dem Elektrometer zufließende Ladung nach dem S. 451 erörterten Prinzip der Stoßionisation. Zu diesem Zweck werden die Zellen mit einem Gas, meist Argon, gefüllt.

372. Elektronenemission bei hoher Temperatur. Daß Flammen elektrisch leiten und daß glühende Körper leicht elektrische Ladung abgeben, ist eine seit langem bekannte Tatsache. Aber erst die Elektronentheorie ermöglichte eine befriedigende Erklärung dieser und zahlreicher anderer damit zusammenhängender Beobachtungen. Im glühenden Zustand senden nämlich die Metalle, die Kohle und vor allem die Oxyde der alkalischen Erden (Barium, Strontium, Kalzium), Elektronen in großer Zahl aus. Die Geschwindigkeit dieser Elektronen ist allerdings sehr gering. Benutzt man (WEHNELT) in einem Entladungsrohr als Kathode einen Platindraht, der mit einem solchen Oxyd bedeckt ist und der durch eine gesonderte Batterie von wenigen Akkumulatoren geglüht wird, so kann man schon bei Entladungsspannungen von 100–200 Volt, also etwa mit Hilfe einer Lichtleitung, Ströme bis zu mehreren Ampere Stärke durch das Rohr schicken. Dies wird dadurch möglich, daß infolge der hohen Elektronenemission des Glühdrahts der Kathodenfall nahezu ganz verschwindet. Ist die Kathode kalt, so müssen die für den Stromdurchgang erforderlichen Elektronen erst durch das starke elektrische Feld in der Nähe der Kathode (Kathodenfall) erzeugt werden. Der Strom setzt daher erst bei viel höherer Spannung ein und er-

reicht auch nur eine Stärke von wenigen Milliampere. Glüht man den Draht nur schwach, so daß sich an ihm infolge der verminderten Elektronenemission ein geringer Kathodenfall ausbildet, so entstehen Kathodenstrahlen von großer Intensität, aber geringer Geschwindigkeit, die leicht durch elektrische oder magnetische Felder abgelenkt werden können (Abb. 496).

Die Elektronenemission glühender Drähte verwendet COOLIDGE in der nach ihm benannten Konstruktion von Röntgenröhren. Ein weißglühender Wolframdraht bildet die Kathode und emittiert Elektronen in großer Menge. Diese werden durch ein hohes elektrisches Feld beschleunigt und liefern dadurch intensive Kathodenstrahlen und somit auch intensive Röntgenstrahlen.

373. Kanalstrahlen. Geht durch ein Entladungsrohr, dessen Kathode wie in Abb. 501 durchbohrt ist, ein Strom, so sieht man bei einem Gasdruck von ca. 0,05 mm Hg in der den Kathodenstrahlen entgegengesetzten Richtung aus der Bohrung ein Strahlenbündel S austreten, das in Luft gelblich, in Wasserstoff rosa ist. Nach GOLDSTEIN, der diese Strahlen zuerst an einer mit vielen Kanälen versehenen Kathode beobachtet hat, heißen die Strahlen *Kanalstrahlen*.

In einem elektrischen oder einem magnetischen Felde werden die Kanalstrahlen im entgegengesetzten Sinne wie die Kathodenstrahlen abgelenkt, woraus folgt, daß sie eine positive Ladung tragen. Auch die Größe der magnetischen Ablenkung der beiden Strahlenarten ist erheblich verschieden. Die Kathodenstrahlen werden schon durch die Annäherung eines einfachen Hufeisenmagneten sichtbar gekrümmt, die Ablenkung der Kanalstrahlen ist nur durch viel stärkere Felder (Elektromagneten) erreichbar. Dies rührt daher, daß die Kanalstrahlen aus elektrisch geladenen Atomen des im Entladungsrohr vorhandenen Gases bestehen, im Gegensatz zu den Kathodenstrahlen also erhebliche Masse besitzen.

Die Entstehung der Kanalstrahlen stellt man sich so vor: dem neutralen Gasatom wird durch den Entladungsvorgang ein Elektron entrissen, d. h. es wird ionisiert. Es folgt nunmehr als positives Ion den elektrischen Kraftlinien und wird im Kathodenfall in entgegengesetzter Richtung wie die Kathodenstrahlen beschleunigt. Schließlich trifft es auf die Kathode und wird dort absorbiert, falls es nicht durch geeignet angebrachte Löcher als Kanalstrahl an der Rückseite der Kathode wieder austreten kann. Obwohl also der Kanalstrahl durch dasselbe elektrische Feld beschleunigt wird wie der Kathodenstrahl, so ist seine Geschwindigkeit doch erheblich kleiner. Da nämlich die Ladung des Teilchens in beiden Fällen gleich groß ist, so ist auch die beschleunigende Kraft dieselbe; beim Kanalstrahl aber ist die zu beschleunigende Masse groß, beim Kathodenstrahl klein.

Man spricht von Wasserstoffkanalstrahlen, Heliumkanalstrahlen usw., je nach der Atomart, aus der die Strahlen bestehen. Außer den Atomstrahlen treten unter Umständen auch Molekülstrahlen, z. B. H_2 , O_2 , CO , CO_2 , auf, und diese können einfache oder auch mehrfache Ladungen tragen, entsprechend dem Verlust von einem oder mehreren Elektronen. Merkwürdigerweise gibt es aber auch Kanalstrahlen ohne Ladungen und solche mit negativen Ladungen; doch sind das sekundäre Erscheinungen, die auf die Zusammenstöße der Kanalstrahlteilchen mit Gasmolekülen zurückzuführen sind. Bei diesen Zusammenstößen kann nämlich das Kanalstrahlteilchen Elektronen aufnehmen oder abspalten und so seine Ladung neutralisieren und im Vorzeichen umkehren. Wenn

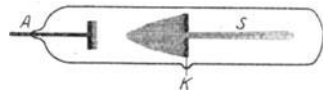


Abb. 501. Entstehung von Kanalstrahlen.

der Gasdruck im Rohr nicht äußerst gering ist, wechselt ein Kanalstrahlteilchen auf seinem Flug sehr oft seine Ladung in dieser Weise.

Leitet man ein feines Kanalstrahlenbündel, das Teilchen verschiedener Masse, aber gleicher Ladung und gleicher Geschwindigkeit enthält, in ein magnetisches oder ein elektrisches Feld, so wird es fächerartig auseinander gebreitet, weil die leichtesten Atome am stärksten, die schwersten am wenigsten aus der ursprünglichen Bahn abgelenkt werden. Man kann dadurch die Massen verschiedener Atome miteinander vergleichen, d. h. Atomsgewichtsbestimmungen ausführen. Die Untersuchungen werden erschwert durch die wechselnde Ladung und die dadurch bedingte ungleichmäßige Geschwindigkeit der Teilchen. Die Arbeiten von J. J. THOMSON und von W. WIEN waren bahnbrechend auf diesem Gebiet und bildeten die Grundlagen für wichtige Arbeiten von ASTON, die unsere Vorstellungen über die Beschaffenheit der chemischen Elemente in neue Bahnen gelenkt haben. Hierüber s. S. 479.

374. Ionisation der Gase. Luft ist im allgemeinen ein vorzüglicher Isolator für elektrische Ladungen. Hat man die Goldblättchen eines Elektroskopes (Abb. 349) durch einen geriebenen Hartgummistab zum Spreizen gebracht, so behalten sie für viele Stunden ihren Ausschlag fast unverändert bei. Die Ladung der Blättchen fließt also nicht oder nur ganz außerordentlich langsam durch die Luft zu dem geerdeten Gehäuse ab. Das hohe Isolationsvermögen der Luft läßt sich durch verschiedene Mittel erheblich vermindern. Setzt man beispielsweise nicht weit vom Elektroskop eine Röntgenröhre in Gang, oder bringt man ein Radiumpräparat in die Nähe, so fallen die Blättchen in kurzer Zeit zusammen. Sobald man die Röhre ausschaltet oder das Radiumpräparat entfernt, hat die Luft wieder ihre alte Isolierfähigkeit.

Um eine Vorstellung von den Vorgängen zu gewinnen, durch die die Luft aus einem Nichtleiter zu einem Leiter der Elektrizität wird, knüpfen wir an einen Versuch von C. T. R. WILSON an. Kühlen wir ein großes, mit Wasserdampf gesättigtes Luftvolumen ab, so scheidet sich Wasser ab, da die Luft nach der Abkühlung nicht so viel Wasserdampf zu tragen vermag wie vorher. Im allgemeinen geht der überschüssige Wasserdampf als feiner Nebel nieder, und zwar leiten die in der Luft vorhandenen Staubteilchen die Kondensation ein und werden zu Trägern der einzelnen Wassertröpfchen. Ist die Luft staubfrei und erfolgt die Abkühlung sehr rasch, z. B. durch eine adiabatische Expansion, so kann sich die Luft mit Wasserdampf übersättigen. Die expandierte Luft enthält dann mehr Wasserdampf im gasförmigen Zustand beigemengt, als ihrer Temperatur entspricht. Dieser Überschuß an Wasserdampf befindet sich in einem labilen Zustand; bringt man daher nur Spuren von Staub in den Raum, so setzt die Kondensation in Form von Wassertröpfchen sofort ein. Merkwürdigerweise kann man die Nebelbildung auch dadurch hervorrufen, daß man Röntgen- oder Radiumstrahlen auf die Luft wirken läßt. Der dann entstehende Nebel ist so außerordentlich fein, daß er sich für lange Zeit in der Schwebelage hält. Er unterscheidet sich von dem durch Staubkerne gebildeten Nebel aber auch dadurch, daß jedes Tröpfchen eine elektrische Ladung trägt. Man kann dies dadurch feststellen, daß man ein elektrisches Feld auf den Nebel einwirken läßt, indem man etwa zwei parallele, mit den Polen einer Batterie verbundene Platten in das Gefäß eintaucht. Man sieht dann die Tröpfchen zur Hälfte zur positiven, zur Hälfte zur negativen Platte wandern. Wir werden ganz von selbst an die elektrolytischen Vorgänge erinnert, bei denen der Strom ebenfalls von kleinsten elektrisch geladenen Teilchen — den Ionen — getragen wird. In der Tat

sind die Vorgänge im elektrisch leitenden Gase ganz ähnlich, doch springt ein Unterschied sofort in die Augen. Während beim Elektrolyten die Ionen an sich schon vorhanden sind, müssen sie im Gase erst erzeugt werden. Den Vorgang der Ionenbildung in Gasen bezeichnet man als *Ionisation* und das Gas selbst im Zustand der Leitfähigkeit als *ionisiert*. Alle Hilfsmittel, welche ionenbildend wirken, heißen Ionisatoren. Wir haben solche bereits in der Strahlung von Röntgenrohren und Radiumpräparaten kennen gelernt. Aber auch in der Nähe von glühenden Körpern, in Flammgasen und an Metallplatten, die von ultraviolettem Licht bestrahlt werden, tritt kräftige Ionisation auf.

Daß das Elektroskop seine Ladung unter der Wirkung von Röntgenstrahlen verliert (S. 446), ist uns jetzt wesentlich klarer: Der Röntgenstrahl spaltet auf seinem Wege durch das Elektroskop einzelne Luftmoleküle in positive und negative Ionen — ein Vorgang, den wir an anderer Stelle (S. 452) näher erläutern —, und diese Ionen wandern unter dem Einfluß des elektrischen Feldes teils zu den Goldblättchen, teils zum Gehäuse. Sind die Blättchen z. B. positiv geladen, so wandern die negativen Ionen dorthin und geben ihre Ladung ab, so daß die Blättchen zusammenfallen.

375. Messung von Ionisationsströmen. Wie schnell bei dem eben besprochenen Elektroskopversuch die Goldblättchen zusammenfallen, hängt ganz von der Stärke der Ionisierung ab. Beobachtet man daher die Teilstrichzahl, welche die Goldblättchen in einem mit einer Okularskala versehenen Mikroskop pro Minute durchlaufen, so erhält man ein Maß für die Leitfähigkeit der Luft und damit auch für die Intensität der wirksamen Strahlung. Das Elektroskop ist damit zum Elektrometer geworden.

Um die Vorgänge in ionisierten Gasen näher zu untersuchen, benutzt man aber besser den Plattenkondensator, dessen einfachste Form Abb. 502 zeigt. Ein zur Erde abgeleitetes Blechgehäuse *K* enthält zwei Platten *P* und *P'* im gegenseitigen Abstand von einigen Zentimetern, deren Haltestifte bei *I* und *I'* isoliert nach außen geführt sind. Die Platten werden mit den Polen einer kleinen Akkumulatorbatterie von etwa 100 Volt verbunden; der eine Pol wird außerdem mit dem Gehäuse verbunden, also zur Erde abgeleitet. Werden nun in dem Luftraum zwischen den beiden Platten etwa durch Röntgenstrahlen ständig Ionen erzeugt, so wandern ununterbrochen positive Ionen zu der negativen Platte *P* und negative Ionen zur positiven (geerdeten) Platte *P'*. Beiden Platten fließt also aus dem Gasraum ständig Elektrizität zu; diese wird aber durch Zufluß entgegengesetzter Ladungen aus der Batterie dauernd neutralisiert. Während also beim Goldblattelektrometer die Ladung und damit das Potential des isolierten Systems mit der Zeit abnimmt, wird beim Plattenkondensator das Potential der Elektroden durch die Batterie dauernd aufrecht erhalten. Wird das Gas stark genug ionisiert, so ist die Ladungsmenge, die pro Sekunde den Platten von der Batterie aus zufließt, so groß, daß ein zwischen die Platte *P'* und den positiven Batteriepol eingeschaltetes empfindliches Galvanometer *G* dauernd ausschlägt. Meist sind jedoch die Ionisationsströme zu schwach für ein Galvanometer. Man verwendet dann ein Quadrantelektrometer (Abb. 354), dessen eines Quadrantenpaar mit der Platte *P'*, das andere mit der Erde verbunden wird. Die der Platte *P'* zufließende Ladung lädt nunmehr das eine

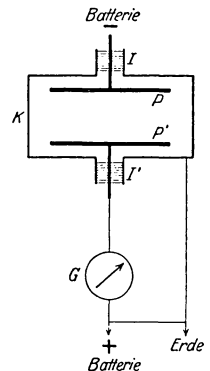


Abb. 502. Anordnung zur Messung von Ionisationsströmen.

Quadrantenpaar allmählich auf, was sich an dem langsamen und gleichmäßigen Wandern der Elektrometernadel zeigt. Die Wanderungsgeschwindigkeit ist dem Strom durch das Gas proportional.

376. Rekombination und Geschwindigkeit der Ionen. Verbindet man in der *Ionisationskammer* der Abb. 502 nicht nur die Platte P' , sondern auch P mit der Erde, so wächst die Zahl der Ionen in der Kammer K , da ja das elektrische Feld dann fehlt, das sie vorher aus dem Gasraum herausgezogen hat. Jetzt erhebt sich die Frage: Hält der Ionisationsprozeß solange an, bis sämtliche Gasmoleküle in positive und negative Ionen gespalten sind, oder werden andere Vorgänge dies verhindern? Zunächst ist zu erwarten, daß einzelne Ionen allein durch Diffusionsvorgänge mit den Platten P, P' und mit dem Gehäuse in Berührung kommen und *dabei* ihre Ladung abgeben. In der Tat spielt sich dieser Vorgang dauernd ab; doch ist die Zahl der dadurch ausgemerzten Ionen im allgemeinen sehr klein gegenüber der unmittelbaren Wiedervereinigung (Rekombination) von Ionen im Gasraum selbst. Diese Wiedervereinigung und der damit verbundene Ladungsausgleich ist die Wirkung der zwischen den entgegengesetzt geladenen Ionen herrschenden Anziehungskräfte. Die Wiedervereinigung tritt offensichtlich desto rascher ein, je größer die Zahl der positiven und negativen Ionen im Gase ist. Faßt man daher ein bestimmtes negatives Ion ins Auge, so ist die Wahrscheinlichkeit, daß es innerhalb einer Sekunde infolge Wiedervereinigung mit einem positiven Ion verschwindet, der Zahl N_+ der vorhandenen positiven Ionen proportional; entsprechendes gilt für ein positives Ion. Die Häufigkeit, mit der in einem Gase Wiedervereinigungen eintreten können, ist also gleich kN_+N_- oder gleich kN^2 , da ja im allgemeinen gleichviel positive und negative Ionen vorhanden sind. k ist ein Proportionalitätsfaktor, der je nach dem Zustand des Gases verschieden ist. Die Wiedervereinigung nimmt also quadratisch mit der Ionendichte zu. Ein stark ionisiertes Gas wird sich also von selbst sehr schnell entionisieren, wenn nicht irgendein äußeres Mittel dauernd neue Ionen erzeugt.

Man kann die Wiedervereinigung der Ionen in einem stark ionisierten Gase messend verfolgen: RUTHERFORD hat beispielsweise gefunden, daß von 1 000 000 anfänglich im Kubikzentimeter vorhandenen Ionen die Hälfte bereits nach 0,7 Sekunden und 90% nach 6 Sekunden verschwunden sind. Auch unter der Wirkung eines sehr starken Ionisators bleibt die Zahl der in einem von elektrischen Feldern freien Gasraum sich anhäufenden Ionen sehr klein gegenüber der Zahl der vorhandenen Gasmoleküle.

Bei dem vorherbesprochenen Versuch war als selbstverständlich angenommen, daß die Ionen beim Einschalten des elektrischen Feldes *sofort* zu den Platten getrieben wurden. In Wirklichkeit ist dies nicht der Fall. Ihre Geschwindigkeit ist der Stärke des elektrischen Feldes proportional und beträgt bei einem Potentialgradienten von 1 Volt auf 1 cm Entfernung in Luft für die positiven Ionen 1,3, für die negativen 1,8 cm/sec, in dem spezifisch leichteren Wasserstoff dagegen 6,0 bzw. 7,7 cm/sec.

Die Geschwindigkeit, mit der ein Ion durch ein Gas wandert, ist also außerordentlich viel größer als die entsprechende Geschwindigkeit in einem Elektrolyten. Wasserstoffionen bewegen sich in reinem Wasser mit einer Geschwindigkeit von nur 1,08 cm/Stunde bei einem Gradienten von 1 Volt/cm, so daß also das Wasserstoffion im Wasserstoff rund 25 000 mal schneller wandert als in Wasser.

377. Sättigungsstrom. Ist es möglich, durch starke elektrische Felder die frischgebildeten Ionen so rasch aus dem Gas zu ziehen, daß eine Wiedervereinigung

überhaupt nicht eintritt? Ein einfacher Versuch mit dem Plattenkondensator (Abb. 502) entscheidet die Frage. Wir ionisieren das Gas mit einem dauernd eingeschalteten Röntgenrohr und steigern, von Null ausgehend, das elektrische Feld zwischen den Platten P und P' immer mehr, indem wir an P zuerst einen, dann zwei, dann drei usw. Akkumulatoren anlegen. Für jeden Feldwert messen wir mit dem Galvanometer G den durch das Gas fließenden Strom. Tragen wir, wie in Abb. 503, die Ionisationsstromstärke als Funktion der elektrischen Feldstärke auf, so erhalten wir eine Kurve, die nach steilem, nahezu geradlinigem Anstieg immer flacher wird und schließlich in eine zur Abszisse parallele Gerade übergeht. Dieser Kurvenlauf ist leicht zu verstehen. Bei schwachem elektrischen Felde wandern die Ionen nur langsam; sie bleiben also relativ lange im Gasraum und finden daher auch leicht Ionen entgegengesetzter Ladung, mit denen sie sich vereinigen. Je größer aber die Geschwindigkeit wird, um so geringer ist die Wahrscheinlichkeit einer solchen Wiedervereinigung. Die Zahl der Ionen, die die Platte erreichen, und damit die Stromstärke, nimmt also mit wachsender Feldstärke zu, bis schließlich ein Stromwert erreicht ist, bei dem die Ionen so schnell durch das Gas laufen, daß Wiedervereinigungen in merklicher Zahl nicht mehr eintreten können. Eine weitere Vergrößerung der Spannung kann jetzt keine Stromzunahme mehr zur Folge haben; denn alle überhaupt gebildeten Ionen werden den Platten P und P' zugeführt. Der maximale Stromwert heißt *Sättigungsstrom*, die Spannung, bei der er erreicht wird, *Sättigungsspannung*.

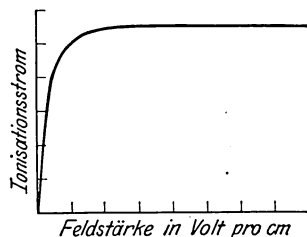


Abb. 503. Sättigungsstromkurve.

Der Sättigungsstrom gibt ein unmittelbares Maß für die Zahl der in der Zeiteinheit erzeugten Ionen und damit auch ein Maß für die Stärke des Ionisators. Entstehen in jeder Sekunde N Ionenpaare im Gasraum und trägt jedes Ion eine elektrische Ladung e , so gilt für den Strom I die Beziehung $I = eN$; denn der Strom ist ja nichts anderes als die Ladung, die pro Sekunde den Querschnitt des Leiters durchfließt.

378. Elektrische Ladung des Ions. Elementarquantum. Die bisher beschriebenen Versuche geben zwar Aufschluß über das *Verhältnis von Ladung zu Masse* an Elektronen wie an elektrolytischen und gasförmigen Ionen; sie bieten aber keine Möglichkeit, den *Absolutwert der Ladung* zu bestimmen. Die Erfahrungen an Kathodenstrahlen lassen aber vermuten, daß gerade diese Größe eine Naturkonstante von höchster Bedeutung ist. Diese Erkenntnis gab den Ansporn zu ebenso mühevollen wie geistreichen Untersuchungen, die in ihren grundlegenden Zügen im folgenden besprochen werden sollen.

Die erste Methode, die zur Bestimmung der Ladung eines Ions ausgedacht wurde, stützt sich auf die S. 446 besprochene Eigenschaft der Ionen, als Kondensationskerne für Wasserdampf zu wirken. Dort wurde gezeigt, daß in Luft, die mit Wasserdampf übersättigt ist, die Kondensation des Wassers durch Ionen eingeleitet werden kann, um die sich, ebenso wie um Staubteilchen, die feinen Wassertröpfchen bilden.

Die Kondensation gelingt im allgemeinen besser, je rascher das mit Wasserdampf gesättigte Gas abgekühlt wird. Man erzielt eine rasche Abkühlung am besten durch eine adiabatische Expansion, die ja stets mit einer Temperaturerniedrigung verbunden ist. Expandiert man das Luftvolumen um mehr als das 1,3fache, so wirken sowohl die positiven wie die negativen Ionen als Kerne;

bleibt man unter dem 1,3fachen, so tritt die Kondensation nur an den negativen Ionen ein.

Ein Versuch nach der von C. T. R. WILSON erdachten und von J. J. THOMSON verfeinerten Methode verläuft nun im wesentlichen so: Ein mit Wasserdampf gesättigtes Luftvolumen wird durch Röntgenstrahlen ionisiert und dann auf etwas weniger als das 1,3fache expandiert, so daß sich die Wassertröpfchen nur an den negativen Ionen bilden. Nun wird erstens die Zahl N der Tröpfchen durch mikroskopische Auszählung bestimmt, zweitens die Gesamtladung E aller Tröpfchen gemessen, indem man sie durch ein elektrisches Feld zu einer Platte treibt, die mit einem Elektrometer verbunden ist. Das Verhältnis E/N gibt die Ladung *eines einzelnen* Ions. (In Wirklichkeit mißt man N und E nicht so unmittelbar, sondern auf indirekten Wegen, die sicherer zum Ziele führen.)

Eine zweite, ebenso geistreiche, aber in der Exaktheit des Meßresultats weit verlässlichere Bestimmungsmethode hat ein Jahrzehnt später MILLIKAN ausgearbeitet: Ein einzelnes geladenes Tröpfchen wird herausgefangen, und seine Fallgeschwindigkeit wird im Erdfeld sowie in einem dem Erdfeld entgegengesetzt wirkenden elektrischen Felde beobachtet. Bei der Auswertung der Beobachtungen spielt ein in das Gebiet der Hydrodynamik fallendes Problem eine wesentliche Rolle, worauf hier zunächst eingegangen werden muß. Es ist bekannt, daß im luftleeren Raum die Körper gleich schnell fallen. In Luft dagegen oder in jedem anderen Medium, das dem fallenden Körper Widerstand bietet, trifft das nicht mehr zu. Größe und Form beeinflussen die Fallgeschwindigkeit erheblich; so prasseln die schweren Tropfen eines Gewitterregens heftig zu Boden, während die feinen Wassertröpfchen des Nebels in der Luft schweben und der Schwerkraft entzogen zu sein scheinen. Es ist die Reibung der Luft, die den Fall der Tropfen verzögert und die dahin wirkt, daß die anfänglich beschleunigte Bewegung bald in ein gleichförmiges Fallen übergeht. Die Tropfen bewegen sich also infolge der Reibung mit konstanter Geschwindigkeit, und zwar um so langsamer, je kleiner sie sind. Das mathematische Gesetz, welches Tropfendurchmesser und Fallgeschwindigkeit miteinander verbindet, ist zuerst von STOKES abgeleitet worden. Bedeutet r den Halbmesser des Tropfens, d und μ Dichte und Viskosität der Luft, und schließlich g die Erdbeschleunigung, so ist die Fallgeschwindigkeit v gegeben durch:

$$v = \frac{1}{6r\pi\mu} \left[\frac{4}{3} r^3 \pi d g \right].$$

Der in Klammern gesetzte Ausdruck enthält das Produkt aus Tropfenmasse und Erdbeschleunigung, ist also gleich der auf den Tropfen wirkenden Kraft. Diese Kraft verringert sich um den Betrag eF , wenn das Schwerfeld von einem elektrischen Feld von der Stärke F überlagert wird, das den mit der Ladung e behafteten Tropfen der Schwerkraft entgegen zu heben sucht. Denn die auf eine elektrische Ladung wirkende Kraft ist durch das Produkt aus dieser Ladung und der Feldstärke gegeben. Für die Geschwindigkeit der Tropfen bei gleichzeitiger Wirkung beider Felder ergibt sich also:

$$v' = \frac{1}{6r\pi\mu} \left[\frac{4}{3} r^3 \pi d g - eF \right].$$

Ist die vom Erdfeld herrührende Kraft gleich der elektrischen Kraft, so bleibt der Tropfen unverändert an derselben Stelle, ist sie kleiner, so steigt er in die Höhe.

Bestimmt man durch Versuche die Geschwindigkeiten v und v' , so kann man aus beiden Gleichungen den unbekanntem und schwer meßbaren Tropfenradius eliminieren und erhält somit für die Ladung e einen Ausdruck, in dem unbekanntem Größen nicht mehr vorkommen. Bei praktischer Ausführung benutzt man keine Wassertröpfchen, da diese zu rasch verdampfen, sondern winzige, durch Zerstäubung gewonnene Öltröpfchen, die in einem ionisierten Gas durch Anlagerung eines Ions eine Einheitsladung aufnehmen können. Ein solches Tröpfchen läßt man zwischen zwei horizontalen Metallplatten, die zunächst geerdet sind, langsam herabfallen. Bevor es noch die untere Platte erreicht hat, wird zwischen beide Platten ein elektrisches Feld geschaltet, das stark genug ist, um das Tröpfchen wieder hochzuheben. Das Tröpfchen selbst wird durch seitliches Licht beleuchtet, so daß es wie ein Staubkorn im Sonnenstrahl, als helleuchtendes Pünktchen auf dunklem Hintergrund im Gesichtsfeld des Mikroskops erscheint. Zur Geschwindigkeitsmessung sind im Okular des Mikroskops zwei horizontale, sehr feine Fäden ausgespannt, die gleichzeitig mit dem Tropfen scharf im Gesichtsfeld erscheinen. Es werden die Zeiten notiert, zu denen der Tropfen beim Fallen die beiden Fäden überschreitet. Da man leicht ermitteln kann, welcher wirklichen Fallstrecke der Fadenabstand entspricht, so findet man die Geschwindigkeit v im Erdfeld als Verhältnis von Fallstrecke zu Fallzeit. Nach Anlegen des elektrischen Feldes überschreitet der Tropfen wieder beide Fäden in umgekehrter Richtung, so daß man in derselben Weise die Steiggeschwindigkeit ermitteln kann. Da der Öltropfen nur sehr langsam verdampft, kann man ihn unzählige Male im Erdfeld fallen lassen und im elektrischen Feld wieder hochheben und auf diese Weise außerordentlich zuverlässige Werte für v und v' ermitteln. Als Resultat ergab sich nach zahlreichen und vielfach variierten Versuchen die Elementarladung zu $4,77 \cdot 10^{-10}$ elektrostatischen Einheiten.

379. Stoßionisation. Wir knüpfen an die S. 448 beschriebene Anordnung zur Messung des Sättigungsstroms an, ändern aber die Bedingungen insofern ab, als wir den Gasdruck in der Ionisationskammer nicht mehr gleich dem Atmosphärendruck, sondern nur etwa $1/100$ davon wählen. Wieder ionisieren wir das Gas durch Röntgenstrahlen und messen mit einem Galvanometer den Ionisationsstrom bei verschieden großen elektrischen Feldstärken. Da die Ionen bei geringem Gasdruck viel seltener Zusammenstöße erleiden als bei hohem Druck, so ist die Wiedervereinigung klein, und Sättigung tritt schon bei sehr schwachen elektrischen Feldern ein. Der Strom erreicht also bei wachsender Feldstärke schon sehr bald einen konstanten (Sättigungs-) Wert und dürfte sich nach unseren bisherigen Erfahrungen nicht mehr ändern, wie hoch wir auch die Feldstärke steigern. In der Tat trifft dies insofern auch zu, als die Spannung auf den zehnfachen, ja hundertfachen Wert der Sättigungsspannung gebracht werden kann, ohne daß der Strom sich dabei ändert. Man sollte erwarten, daß erst mit dem Einsetzen der selbständigen Entladung (Funken) die Verhältnisse sich ändern. Überraschenderweise findet man aber, daß der Strom schon weit unterhalb der für eine Funkenentladung erforderlichen Spannung wieder ansteigt, und zwar recht beträchtlich, wie Abb. 504 dies zeigt. Es treten also in einem Gase bei tiefen Drucken und hohen Feldstärken neue Ionen auf, deren Entstehung nicht unmittelbar auf das Ionisierungsmittel zurückgeführt werden kann.

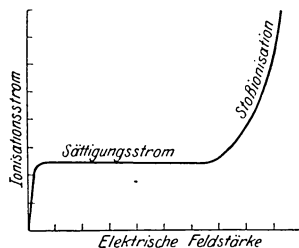


Abb. 504. Anstieg des Stromes mit der Spannung bei tiefen Drucken. (Stoßionisation).

Wir finden die Erklärung, wenn wir auf den Ionisierungsvorgang selbst zurückgehen. Dieser besteht, wie wir sahen, darin, daß durch äußere Einwirkung (z. B. durch Röntgenstrahlen) von einem Gasmolekül (oder Atom) ein Elektron abgetrennt wird, wodurch das Molekül zu einem positiv geladenen Ion wird. Das abgetrennte Elektron wird sich unter normalen Verhältnissen, wie sie etwa der Abb. 503 zugrunde lagen, alsbald an ein Gasmolekül anhängen; denn freie Elektronen können in einem dichten Gase nur sehr schwer bestehen. Das Molekül mit dem überzähligen Elektron bildet dann ein negatives Ion und bleibt es, bis es die Elektrode erreicht oder bis Rekombination mit einem positiven Ion eintritt, wodurch beide Moleküle wieder in den normalen Zustand zurückgeführt werden.

Bei geringen Gasdrucken und hohen elektrischen Feldern liegen nun die Bedingungen insofern anders, als die frisch abgetrennten Elektronen sofort hohe Geschwindigkeit gewinnen und daher beim Zusammenstoß mit einem neutralen Molekül sich nicht an dieses anhängen können, sondern im Gegenteil es selbst wieder ionisieren. So kann ein einzelnes Elektron eine große Zahl neuer Elektronen nur infolge seiner Geschwindigkeit auslösen, und jedes einzelne der neugebildeten Elektronen betätigt sich im selben Sinne und steigert so den Gesamteffekt. Diese Vorgänge, die vor allem von TOWNSEND geklärt worden sind, bezeichnet man als Stoßionisation. Auch die positiven Ionen können durch Stoß ionisieren, doch erfordert dies wegen der größeren Masse dieser Ionen auch erheblich stärkere Felder. Man kann die Erscheinungen der Stoßionisation dazu ausnutzen, um Ionisationsströme, die an sich zur Messung zu schwach sind, auf das Tausend-, ja Hunderttausendfache zu vergrößern und so der Messung zugänglich zu machen.

D. Röntgenstrahlen.

380. Entdeckung und allgemeine Eigenschaften. Im Jahre 1895 beobachtete RÖNTGEN, daß von einem mit einem Induktor betriebenen, stark evakuierten Entladungsrohr neuartige Strahlen ausgingen, die feste Körper, wie Pappe und Holz, aber auch Metalle zu durchdringen vermochten. Diese Strahlen schwärzten die photographische Platte, erregten Kristalle, z. B. Bariumplatinzyanür zur Phosphoreszenz, und machten die Luft elektrisch leitend.

Die Entdeckung dieser Strahlen erregte bei allen Zeitgenossen außerordentliches Aufsehen, da sie für die Heilkunde von größter Bedeutung zu werden versprach und in der Tat in Bälde auch wurde. Jedermann weiß, wie die Röntgenstrahlen es möglich machen, den Knochenbau am lebenden Menschen zu erkennen und Verletzungen und Erkrankungen festzustellen. Die Möglichkeit beruht im wesentlichen auf der verschieden starken Absorbierbarkeit der Strahlen in verschieden dichten Substanzen. Bei einer Aufnahme der menschlichen Hand werden beispielsweise die Weichteile von den Strahlen leicht durchsetzt, während die Knochen infolge ihrer größeren Dichte die Strahlen zum Teil absorbieren. Es erscheinen infolgedessen auf der unter der Hand liegenden photographischen Platte die Knochen als Schattenrisse, während die äußere Form der Hand nur als schwache Kontur sichtbar wird. Außer für die Diagnose spielen die Röntgenstrahlen auch in der Therapie eine wichtige Rolle. Je nach der Strahlungsdauer und ihrer Intensität wirken sie anregend oder zerstörend auf die Zelle ein. Viele krankhafte Zustände können durch Röntgenstrahlen geheilt werden.

Die vielen Anwendungsmöglichkeiten der Röntgenstrahlen haben zur Folge gehabt, daß die technische Durcharbeitung der Röntgenrohre und der zugehörigen Apparaturen überraschend schnell voranschritt. Abb. 505 zeigt ein einfaches modernes Röntgenrohr, wie es in der Praxis heutzutage viel gebraucht wird. An ihm wollen wir die Entstehung der Röntgenstrahlen und einige ihrer wesentlichen Eigenschaften näher erläutern. In der sehr sorgfältig evakuierten Glas-

kugel *G* sind drei Elektroden, die Anode *A*, die Kathode *K* und die Antikathode *B* eingeschmolzen. Die Kathode *K* hat hohlspiegelförmige Gestalt, so daß die an ihr entstehenden Kathodenstrahlen auf die Antikathode *B* konzentriert werden. Diese besteht aus einem zylindrischen Körper aus Schwermetall, der von einem wassergefüllten Glasrohr *D* getragen wird. Das Wasser kühlt den Metallkörper und verhindert so, daß er durch die auf ihn konzentrierten Kathodenstrahlen bis zum Schmelzen erhitzt wird (S. 439). Auch bei normaler Inanspruchnahme des Rohres kommt das Wasser bald in lebhaftes Kochen, ein Zeichen, daß ein großer Teil der kinetischen Energie der Kathodenstrahlen sich beim Aufprall auf die Antikathode in Wärme umwandelt. Nur ein kleiner Teil der Energie wird in Röntgenstrahlen umgesetzt, die sich von der Antikathode aus nach allen Richtungen hin gradlinig ausbreiten und überall dort, wo sie die Glaswand treffen, eine charakteristische grünliche Fluoreszenz des Glases hervorrufen. Je höher die Spannung ist, mit der das Rohr betrieben wird, desto schneller sind die Kathodenstrahlen, und desto durchdringender werden die Röntgenstrahlen. Liegt die Spannung über etwa 20 000 Volt, so durchsetzen die Röntgenstrahlen die Glaswand und können so außerhalb des Rohres beobachtet und untersucht werden. Wir weisen sie am einfachsten mit dem Bariumplatinzyanürschirm nach, der überall dort hell aufleuchtet, wo er von Röntgenstrahlen getroffen wird. Um bei der Beobachtung nicht durch das von dem Röntgenrohr ausgehende Licht gestört zu werden, schließen wir es in einen Pappkasten ein, der das Licht abhält, die Röntgenstrahlen aber ungehindert durchläßt. Im verdunkelten Zimmer können wir dann mit unserem Schirm leicht feststellen:

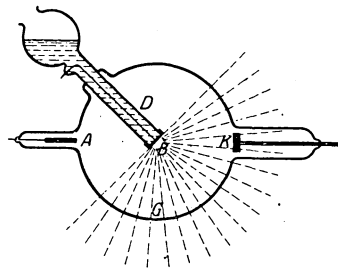


Abb. 505. Röntgenrohr.

a) daß die Röntgenstrahlen gradlinig wie Lichtstrahlen von der Antikathode ausgehen;

b) daß eine Reflexion, wie wir sie bei den gewöhnlichen Lichtstrahlen sehen, nicht eintritt, was für Material wir auch als Spiegel verwenden mögen;

c) daß leichte Stoffe, wie Papier oder Aluminium, auch in größerer Schichtdicke die Strahlen nur wenig schwächen;

d) daß aber schwere Stoffe, wie Blei oder Platin, bei einer Dicke von 1 bis 2 mm die Strahlen vollständig absorbieren und scharfe Schatten werfen.

Es würde uns auch wenig Mühe machen, zu zeigen, daß die Strahlen die photographische Platte schwärzen, die wir während der Aufnahme ruhig in der Kassette lassen können, da deren Deckel ja kein erhebliches Hindernis für die Strahlen bildet. Wir können auch ein geladenes Goldblattelektrometer (Abb. 349) in die Nähe des Röntgenrohres bringen und würden finden, daß es seine Ladung in wenigen Minuten, ja vielleicht in Sekunden verliert. Wir werden auf einige dieser fundamentalen Eigenschaften später noch näher eingehen, wollen uns aber zunächst mit dem Wesen der Röntgenstrahlen eingehender befassen.

381. Reflexion der Röntgenstrahlen an Kristallen. Schon bald nach der Entdeckung der Röntgenstrahlen legten verschiedene Beobachtungen die Vermutung nahe, daß Röntgenstrahlen ebenso wie das Licht elektromagnetische Schwingungen seien, die sich vom sichtbaren Licht durch eine weit kürzere Wellenlänge unterscheiden.

Aber alle Versuche, gewisse charakteristische Eigenschaften — vor allem die Beugung — auch bei den Röntgenstrahlen zu finden, schlugen fehl oder waren nicht von überzeugender Beweiskraft. Freilich kamen diese negativen Ergebnisse nicht ganz unerwartet, denn bei einer so kurzen Wellenlänge, wie man sie bei den Röntgenstrahlen vermutete, konnte auch die Beugung nur sehr gering sein, so daß es zweifelhaft war, ob sie mit den bekannten Methoden überhaupt nachgewiesen werden konnte.

Wir nehmen hier an, daß der Leser bereits eine Vorstellung von dem Grundbegriff der Beugung besitzt [483.]. Sehr schöne optische Beugungserscheinungen erhält man bei einem sog. Beugungsgitter, das z. B. aus einer polierten Metallfläche bestehen kann, auf die mit einem Diamanten dicht nebeneinander und in genau gleichen Abständen voneinander möglichst viele Striche geritzt sind.

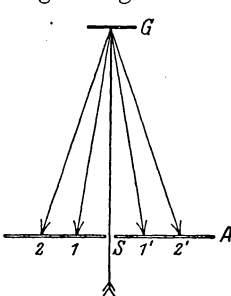


Abb. 506. Beugung des Lichtes.

Wir lassen auf ein solches Gitter G durch einen Spalt S , der der Strichrichtung des Gitters parallel liegt, einfarbiges, z. B. rotes Licht senkrecht auffallen (Abb. 506). Wir beobachten dann, daß sich das Licht von dem Gitter aus nur in wenigen bestimmten Richtungen fortpflanzt, so daß auf dem Schirm A , etwa an den durch $1, 1', 2, 2'$ bezeichneten Stellen, helle rote Streifen (Beugungsbilder) auftreten, während der Schirm im übrigen dunkel bleibt. Das Auftreten dieser Beugungsbilder auf dunklem Grunde ist die Folge der Interferenz der einzelnen Lichtbündel, die von den ungeritzten Streifen des Gitters zurückgeworfen werden, und die sich in gewissen bevorzugten Richtungen verstärken, in allen übrigen Richtungen aber

auslöschen. Aus dem Winkel, bei dem die Beugungsbilder $1, 1'$ auftreten, und aus dem gegenseitigen Abstand benachbarter Gitterstriche läßt sich die Wellenlänge des auffallenden Lichtes genau berechnen. Dabei ergibt sich auch, daß die Beugungsbilder zusammenrücken, wenn man statt roten Lichtes blaues, also kurzwelligeres Licht, benutzt, daß sie aber weiter auseinander rücken, wenn man die Strichzahl des Gitters vergrößert. Will man also mit sehr kurzwelligem Licht möglichst weit auseinander liegende Beugungsbilder erzeugen, so muß man ein Gitter verwenden, bei dem die Striche sehr fein sind und dicht beisammen liegen. Für die Röntgenstrahlen aber, deren Wellenlänge vielleicht tausendmal kleiner ist als die des sichtbaren Lichtes, sind auch die allerfeinsten Gitter, die man herstellen kann, nicht fein genug, als daß man erkennbare Beugungsbilder mit ihnen erzeugen könnte. Ein Jahrzehnt lang sah man aus dieser Schwierigkeit keinen Ausweg.

Es war dem deutschen Physiker VON LAUE vorbehalten, durch einen geistreichen Gedanken das Problem einer raschen Lösung entgegenzuführen und dabei gleichzeitig ein neues Arbeitsgebiet zu eröffnen. Die Mineralogen waren sich schon lange darüber klar, daß in den Kristallen die Atome oder Moleküle in regelmäßigen Abständen und alle im selben Sinne orientiert dicht nebeneinander gelagert sind. Nur so läßt es sich ja erklären, daß die Kristalle in bestimmten Richtungen mit Leichtigkeit gespalten werden können, wobei oft — man denke an Glimmer — ganz dünne und außerordentlich gleichmäßige

Kristallblättchen entstehen können. Es sind offensichtlich die aufeinanderliegenden und regelmäßig mit Atomen besetzten Schichten, längs denen die Spaltung besonders leicht erfolgt. VON LAUE fragte sich nun, ob nicht diese regelmäßige Anordnung der Atome in einem Kristall auf die Röntgenstrahlen in ähnlicher Weise wirken müsse wie das Gitter auf Lichtstrahlen. Wie die von den reflektierenden Stellen des Gitters ausgehenden Strahlenbündel sich im allgemeinen durch Interferenz auslöschen und sich nur in einzelnen durch Strichdichte und Lichtfarbe bestimmten Richtungen verstärken, so konnten vielleicht auch die an den Atomen eines Kristalles abgebeugten Röntgenstrahlen sich in bestimmter von der Wellenlänge abhängigen Richtung verstärken und so ebenfalls spektral zerlegt werden. Besonders aussichtsreich erschien ein solcher Versuch deshalb, weil der gegenseitige Abstand der Atome in einem Kristall außerordentlich viel kleiner ist als der Strichabstand selbst auf dem besten Gitter. Wir übergehen die Einzelheiten der ersten erfolgreichen Versuche, durch die VON LAUE in Gemeinschaft mit anderen die Richtigkeit seines Gedankens beweisen konnte, und zeigen gleich, in welcher Weise das neue Prinzip zuerst durch W. H. BRAGG und seinen Sohn zu quantitativen Messungen an Röntgenstrahlen verwandt wurde.

Wir betrachten aus Gründen der Einfachheit einen Kochsalzkristall, von dem wir wissen, daß er dem kubischen System angehört und aus lauter positiven Natriumionen und negativen Chlorionen besteht, die alle den gleichen Abstand voneinander haben. In jeder Koordinatenrichtung wechseln stets Natriumionen und Chlorionen miteinander ab, was in Abb. 507 durch die verschieden starken Punkte angedeutet sein soll. Eine solche mit Ionen besetzte Spaltebene, wie sie die Abbildung darstellt, heißt Netzebene; über und unter der gezeichneten Ebene müssen wir uns weitere Netzebenen denken, die denselben Abstand voneinander haben wie die Ionen in einer Netzebene und so aufeinanderliegen, daß sich über jedem Cl-Ion ein Na-Ion und über jedem Na-Ion ein Cl-Ion befindet. Ganz gleichartige Netzebenen erhält man daher auch, wenn man den Kristall längs einer Ebene durchteilt, die senkrecht zu aa' verläuft.

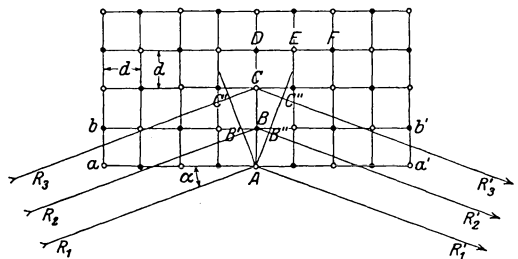


Abb. 507. Reflexion der Röntgenstrahlen an einem Kochsalzkristall.

Ein paralleles Röntgenstrahlenbündel, das durch die Strahlen R_1 und R_2 gekennzeichnet sei, falle unter dem Winkel α auf die vordere Netzebene, die in unserer Abbildung durch die Linie aa' wiedergegeben sei. Ein kleiner Teil der Strahlen wird an den Atomen der ersten Netzebene aa' abgebeugt, der weitaus größere Teil der Strahlung dringt aber tiefer in den Kristall ein und wird erst an Atomen der zweiten, dritten usw. Netzebene abgebeugt. Wir fassen nun die beiden Strahlen R_1 und R_2 heraus, von denen der erste gerade auf das Atom A , der zweite auf das dahinterliegende Atom B zulaufe. Wir zeichnen zwei Strahlen R_1' und R_2' , die genau so laufen mögen, wie wenn eine optische Reflexion an den Netzebenen aa' und bb' stattgefunden hätte. Ob solchen Strahlen wirklich reale Existenz zukommen kann, soll die folgende Betrachtung zeigen. Die ankommende Welle $R_1 R_2$ ist kohärent, d. h. es herrscht in jedem Moment in allen Punkten der Wellenfront derselbe Schwingungszustand. Schneiden wir also die Welle $R_1 R_2$ durch die Linie AB' senkrecht zu ihrer Bewegungsrichtung, so haben wir

entlang dieser Linie immer denselben Schwingungszustand, also gleichzeitig Wellental und dann wieder Wellenberg. Wäre dies nicht der Fall, so wäre eben $R_1 R_2$ keine Welle im Sinne unserer Voraussetzung. Soll nun auch die aus dem Kristall als Folge der Beugung wieder heraustretende Strahlung eine Welle im obigen Sinne sein, so muß auch jetzt wieder entlang der senkrecht zu ihrer Fortpflanzungsrichtung verlaufenden Linie AB'' dasselbe gelten, was wir eben von der einfallenden Welle sagten. In jedem Moment muß entlang dieser Linie immer derselbe Schwingungszustand herrschen. Nun hat aber der Strahl $R_2 B R_2'$ einen erheblich weiteren Weg im Kristall zurückzulegen als der Strahl $R_1 A R_1'$, der schon in der obersten Kristallschicht abgelenkt wird. Es ist daher an sich gar nicht zu erwarten, daß längs AB'' immer derselbe Schwingungszustand herrscht. Nur in einem besonderen Fall wird das möglich sein, wenn nämlich die Strecke $B'B + BB''$, die der Strahl $R_2 R_2'$ mehr zu durchlaufen hat als der Strahl $R_1 R_1'$, gerade gleich einer Wellenlänge oder einem Vielfachen davon ist. Denn dann ist ja der Schwingungszustand in B'' zu jeder Zeit derselbe wie in A . Wenn z. B. in einem bestimmten Moment eben durch A das Maximum eines Wellenberges passiert, so trifft das auch für den Punkt B' zu, und da die Strecke $B'B + BB''$ in unserem besonderen Falle gleich einer oder mehrerer Wellenlängen ist, so haben wir im selben Augenblick auch in B'' einen Wellenberg. Nur in *der* Richtung also, für welche die Strecke $B'B + BB''$ der obigen Bedingung genügt, kommt ein Strahl zustande; nach allen anderen Richtungen wird sich kein Strahl fortpflanzen.

Würde die Welle $R_1 R_2'$ nur aus dem an zwei Atomen abgelenkten Licht bestehen, so wäre sie viel zu schwach, als daß man hoffen könnte, sie jemals nachzuweisen. Es läßt sich aber zeigen, daß die Kohärenz, die wir für zwei einzelne Strahlen nachgewiesen haben, auch für die an allen anderen Atomen abgelenkten Strahlen eintritt. Nehmen wir beispielsweise den Strahl R_3 , der auf das Atom C falle, so wird auch hier der abgelenkte Strahl R_3' in Kohärenz sein mit den Strahlen R_1' und R_2' , da ja eine einfache geometrische Überlegung zeigt, daß auch $C'C + CC''$ ein Vielfaches der Wellenlänge ist, wenn dies für $B'B + BB''$ zutrifft. Man könnte aber auch andere Atome, z. B. D , E oder F herausgreifen und die Kohärenz der abgelenkten Strahlen beweisen. Man überzeugt sich auch leicht, daß eine Kohärenz aller an den Atomen abgelenkten Strahlen nur dann eintritt, wenn wirklich der Austrittswinkel α' gleich dem Einfallswinkel α ist, wie wir es von vornherein angenommen haben. Der abgelenkte Strahl wird wegen der Ähnlichkeit des Vorgangs bei optischer Reflexion als reflektierter Strahl bezeichnet. Man muß sich aber dabei bewußt bleiben, daß die Reflexion eines Lichtstrahles ein wesentlich anderer Vorgang ist als die Reflexion eines Röntgenstrahls. Optische Reflexion spielt sich an der Oberfläche ab, Reflexion von Röntgenstrahlen dagegen ist ein Vorgang, bei dem der ganze Kristall bis zu einer erheblichen Tiefe mitwirkt. Die Oberflächenbeschaffenheit ist daher bei der Röntgenstrahlreflexion im Gegensatz zu dem optischen Analogon ohne Belang.

Das oben Besprochene wollen wir nun in einer einfachen Gleichung zum Ausdruck bringen, wobei wir die Wellenlänge des einfallenden Strahles mit λ , den Abstand von Netzebene zu Netzebene, also die Strecke AB , mit d und den Winkel, den die einfallenden Strahlen mit der Netzebene bilden, mit α bezeichnen wollen. Die Welle $R_1 R_2'$ kann nur dann zustande kommen, wenn die Entfernung $B'B + BB''$ gleich einem Vielfachen von λ ist; wir können also schreiben: $B'B + BB'' = n\lambda$, wobei n gleich 1, 2 oder 3 ... ist. Aus einer Betrachtung der Dreiecke ABB' und ABB'' folgt dann:

$$2d \sin \alpha = n\lambda,$$

als Bedingung dafür, daß überhaupt eine Reflexion eintritt. Dies ist die für die Analyse von Röntgenstrahlen fundamentale Gleichung. Sie sagt aus, daß bei gegebener Wellenlänge λ eine Reflexion nur bei ganz bestimmten Winkeln eintritt, im Gegensatz zur optischen Reflexion, bei der es keine derartigen Einschränkungen gibt.

Betrachten wir eine Reflexion erster Ordnung, d. h. den einfachsten Fall $n = 1$, der sich vor allen anderen Fällen dadurch auszeichnet, daß die reflektierte Strahlung am stärksten ist, so können wir auch sagen, daß für eine homogene Röntgenstrahlung, die also von einheitlicher Wellenlänge ist, es auch nur *einen* Winkel gibt, bei dem reflektierte Strahlung auftreten kann. Wenn man also Röntgenstrahlen eines großen Wellenlängenbereichs, was weißem Licht entsprechen würde, unter dem Winkel α auf einen Kristall fallen läßt, so wird nur *eine* Wellenlänge reflektiert, nämlich diejenige, die sich aus obiger Gleichung berechnet. Ganz anders liegen die Verhältnisse bei Licht, wenn man es als paralleles Strahlenbündel auf ein Strichgitter fallen läßt. Hier treten Beugungen für alle Wellenlängen (Farben) ein. Dabei ist für jede Farbe der Winkel, unter dem das Licht abgebeugt wird, verschieden von dem Einfallswinkel.

382. Messung der Wellenlängen von Röntgenstrahlen. Betrachten wir wieder unsere Reflexionsgleichung, so sehen wir, daß wir das unbekannte λ berechnen können, wenn wir den Reflexionswinkel gemessen haben, was keine Schwierigkeiten macht. Wir müssen allerdings auch wissen, wie groß der Netzebenenabstand (die Gitterkonstante) des benutzten Kristalles ist. Bleiben wir wieder beim Steinsalz, und denken wir uns den Kristall durch viele zueinander rechtwinklig verlaufende Ebenen in lauter winzige Würfel geteilt, von denen jeder nur ein einziges Atom enthält! Die Kantenlänge eines solchen Elementarwürfels, wie wir ihn nennen wollen, ist gleich der Gitterkonstante d , sein Volumen d^3 und sein Gewicht $2,16 \cdot d^3$, da 2,16 die Dichte des Steinsalzes ist. Wir können aber das Gewicht eines Elementarwürfels auch auf einem ganz anderen Weg finden, indem wir nämlich von dem Gewicht des in einem Würfel befindlichen Na- oder Cl-Atoms ausgehen. Wie aus den Atomgewichtsbestimmungen hervorgeht, ist ein Na-Atom 23mal und ein Cl-Atom 35,5mal schwerer als ein Wasserstoffatom, dem ein absolutes Gewicht von $1,65 \cdot 10^{-24}$ g zukommt. Das Natriumatom wiegt daher $23 \cdot 1,65 \cdot 10^{-24} = 3,80 \cdot 10^{-23}$ g, und das Cl-Atom $5,86 \cdot 10^{-23}$ g. Da nun die eine Hälfte unserer Elementarwürfel je ein Na-Atom, die andere je ein Cl-Atom enthält, so hat ein Würfel im Mittel ein Gewicht von $\frac{3,80 + 5,86}{2} \cdot 10^{-23} = 4,83 \cdot 10^{-23}$ g.

Setzen wir das aus der Dichte ermittelte Gewicht des Elementarwürfels gleich dem aus dem Atomgewicht gefundenen, so erhalten wir die Beziehung: $4,83 \cdot 10^{-23} = 2,16 d^3$, aus der sich die Gitterkonstante d des Steinsalzes zu $2,81 \cdot 10^{-8}$ cm ergibt.

Damit haben wir alle Hilfsmittel zur Hand, die Länge einer Röntgenstrahlung genau nach Zentimetern zu messen. Wir werden später sehen, daß die Wellenlänge der Röntgenstrahlung sehr stark davon abhängt, aus welchem Material die Antikathode des Röntgenrohres gefertigt ist. In der Tat ist die Wellenlänge geradezu charakteristisch für das chemische Element, welches als Antikathode dient. So finden wir bei Kupfer als wichtigste Linie die Wellenlänge $1,537 \cdot 10^{-8}$ cm und bei Platin $0,1853 \cdot 10^{-8}$ cm. Vergleicht man diese Zahlen mit den Wellenlängen im sichtbaren Gebiet, so sieht man, daß die Röntgenstrahlen rund 1000 bis 10 000 mal kurzwelliger sind als sichtbares Licht. Dieser Unterschied in der Wellenlänge bedingt die große Verschiedenheit beider Strahlen-

arten in ihrem Verhalten beim Durchgang durch Materie. Ihrem inneren Wesen nach aber sind die Röntgenstrahlen ebenso wie die sichtbaren Lichtstrahlen elektromagnetische Schwingungen und pflanzen sich daher auch, ganz gleichgültig wie groß ihre Wellenlänge ist, mit einer Geschwindigkeit von 300 000 km pro Sekunde im materiefreien Raume fort.

383. Röntgenspektra. Zerlegen wir mit einem Prisma oder Gitter das Licht einer optischen Strahlenquelle, so bekommen wir ein Bild von den verschiedenen Farben und Wellenlängen, aus denen das Licht der Strahlenquelle zusammengesetzt ist. Wir sprechen von einem *kontinuierlichen Spektrum*, wenn in dem zerlegten Licht die Intensität der Strahlung sich allmählich, nicht sprunghaft, ändert, wenn wir vom roten Ende des Spektrums zum violetten Ende übergehen, von einem *Linienpektrum* dagegen, wenn die Intensität auf einzelne bestimmte Wellenlängen verteilt ist. Ein typisches Beispiel für ein kontinuierliches Spektrum bietet ein weißglühender Draht: betrachtet man ihn im Spektralapparat, so sieht man alle Farben von Rot bis Violett vertreten, die völlig ineinander überfließen. Als Beispiel für ein Linienpektrum sei das Licht genannt, welches ein mit Wasserstoff gefülltes GEISSLERSches Rohr aussendet, wenn es mit einem Induktor betrieben wird. Hier finden wir im Spektralapparat kein zusammenhängendes Lichtband, sondern einzelne helle Linien, die für das Wasserstoffgas charakteristisch sind.

Wie können wir nun verfahren, um auch von der Röntgenstrahlung ein Spektrum aufzunehmen? Bei sichtbarem Licht können wir alle Farben oder Wellenlängen durch ein Gitter nebeneinander ausbreiten; das für die Röntgenstrahlen allein verwendbare Kristallgitter aber läßt ein so einfaches Verfahren nicht zu, weil der Kristall von dem unter einem bestimmten Winkel auffallenden

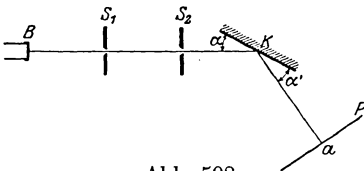


Abb. 508.

Versuchsanordnung zur Beobachtung der Reflexion der Röntgenstrahlen.

Strahlenbündel nur eine einzige Wellenlänge reflektiert, alle anderen Wellenlängen aber mit mehr oder weniger starker Absorption unzerlegt hindurchläßt. Es gibt viele, zum Teil sehr geistreiche Verfahren, die es möglich machen, auch bei Röntgenstrahlen in ganz ähnlicher Weise Spektralaufnahmen vorzunehmen wie bei sichtbarem Licht. Eine der wichtigsten Methoden sei an Hand der Abb. 508 kurz skizziert: Es bedeute B die Antikathode des Röntgenrohres, durch zwei aus Bleistreifen gefertigte Spalte $S_1 S_2$ werde ein sehr feines Strahlenbündel ausgeblendet, das unter dem Winkel α auf den Kristall K falle. Ist in dem Strahlenbündel die Wellenlänge enthalten, für welche nach der Fundamentalgleichung gerade bei dem Winkel α eine Reflexion eintritt, so wird sich auf der photographischen Platte P nach der Entwicklung an der Stelle a eine geschwärzte Linie vorfinden. Diese Linie ist nichts anderes als ein Abbild des Spaltes, das durch die Reflexion der Strahlen an dem Kristall zustandekam. Fehlt in dem Strahlenbündel die nach der Fundamentalgleichung zu dem Winkel α gehörige Wellenlänge, so bleibt die Platte bei a ungeschwärzt, wie lange man auch die Strahlen auf den Kristall fallen läßt.

Wollte man das ganze Spektrum der Röntgenstrahlen auf diese Weise untersuchen, so müßte man eine sehr große Zahl von Aufnahmen machen, wobei jedesmal der Einfallswinkel α um einen sehr kleinen Betrag zu verändern wäre. Man kann dasselbe aber in viel einfacherer Weise erreichen. Wir drehen nämlich den Kristall K während der Aufnahme ganz langsam um eine senkrechte Achse, die genau durch den Auftreffpunkt der Strahlen hindurchgeht, wobei wir bei-

spielsweise die Drehung bei dem Winkel α_1 als Anfangsstellung beginnen und bis zum Winkel α_2 fortführen wollen (Abb. 509). Die in der Abbildung kräftig gezeichneten Linien bedeuten dabei die Vorderseite des Kristalls in den beiden Grenzstellungen. Während der Drehung ändert sich der Winkel, unter dem die Strahlung auf den Kristall fällt, ganz allmählich, und für jede Wellenlänge, die in diesem Bereich überhaupt reflektiert werden kann, befindet sich der Kristall einmal gerade in der Reflexionsstellung. Beim Reflexionswinkel α_1 entsteht die Schwärzung der Platte an der Stelle a_1 , beim Winkel α_2 an der Stelle a_2 und für zwischenliegende Winkel auch an zwischenliegenden Stellen der Platte.

Ist die Strahlung, die von der Röhre ausgeht, völlig homogen, besteht sie also nur aus einer einzigen Wellenlänge, so wird die Platte während der Drehung nur ein einziges Mal geschwärzt werden, nämlich dann, wenn der Kristall den durch die Reflexionsgleichung bestimmten Winkel einnimmt. Eine feine, parallel zur Spaltrichtung verlaufende Linie wird sich auf der entsprechenden Stelle der Platte verzeichnen. Je enger die Spalte (S_1, S_2) sind, desto feiner und schärfer wird die Schwärzungslinie auf der Platte herauskommen. Enthält andererseits die Strahlung größere Wellenbereiche, so wird während der ganzen Zeit, für die die Reflexionsgleichung erfüllt ist, eine Schwärzung der Platte eintreten. An die Stelle der scharfen *Linie* tritt dann ein Schwärzungsband, das an den Seiten allmählich verblaßt oder auch scharf begrenzt sein kann. Durch die Lage der Linien und Banden auf der photographischen Platte sind auch die Winkel bestimmt, die der Kristall bei ihrer Entstehung einnahm. Aus Reflexionswinkel und Gitterkonstante folgt aber nach unserer Fundamentalgleichung die Wellenlänge der Strahlung.

Wie sieht nun die Platte in Wirklichkeit aus, wenn wir sie durch Vermittlung des Drehkristalles mit Röntgenstrahlen belichtet und dann entwickelt haben? Wir finden meist ein breites geschwärztes Band, dessen Lage aber verschieden ausfällt, je nachdem wir unser Röntgenrohr mit schwacher oder hoher Spannung betreiben. Je höher die Spannung ist, desto weiter erstreckt sich die Schwärzung in den Bereich der kürzeren Wellenlängen, also nach a_1 hin. Aus der Breite der Schwärzung können wir schließen, daß ein Röntgenrohr, ähnlich dem glühenden Kohlefaden, Strahlen sehr verschiedener Wellenlänge, also ein kontinuierliches Spektrum, emittiert. Beim glühenden Kohlefaden hängt der Bereich, über den sich das kontinuierliche Spektrum erstreckt, weitgehend von der Temperatur des Fadens ab. Jedermann weiß, daß der Kohlefaden zunächst nur rotes Licht aussendet und erst bei steigender Temperatur allmählich weißglühend wird. Im Spektroskop würde man sehen, daß zu dem anfänglich nur roten Licht allmählich immer kurzwelligeres Licht hinzukommt, bis schließlich alle Spektralfarben des sichtbaren Gebietes bis zum kurzwelligen violetten Ende vertreten sind. Die Gesamtheit aller dieser Farben sprechen wir als weißes Licht an.

Auch das kontinuierliche Röntgenspektrum kann sehr verschiedene Spektralgebiete umfassen. Hierbei spielt aber die Temperatur der Antikathode, von der die Strahlen ausgehen, keine Rolle, sondern es kommt allein auf die Geschwindigkeit der Kathodenstrahlen an, die beim Aufprall auf die Antikathode die Röntgenstrahlen auslösen. In einer mit schwacher Spannung betriebenen Röntgenröhre bewegen sich die Kathodenstrahlen relativ langsam, was zur Folge hat, daß

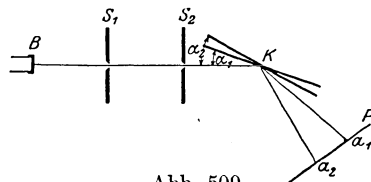


Abb. 509.
Aufnahme eines Röntgenspektrums nach der Drehkristallmethode.

nur langwellige Röntgenstrahlen emittiert werden, die vielleicht nicht einmal die Glaswand des Röntgenrohres zu durchdringen vermögen. Je mehr wir aber die Spannung steigern, desto schneller werden die Kathodenstrahlen und desto kurzwelliger und durchdringender auch die Röntgenstrahlen. Während aber das Spektrum des glühenden Kohlefadens nach der kurzwelligen Seite hin allmählich verblaßt, bricht das Röntgenspektrum dort scharf ab. Der schnellste Kathodenstrahl, der im Rohr auftritt, bestimmt die kürzeste Wellenlänge, die überhaupt auftreten kann. Maximalgeschwindigkeit der Kathodenstrahlen und kürzeste Wellenlänge der Röntgenstrahlen sind durch eine einfache fundamentale Beziehung miteinander verknüpft (S. 482).

Neben dem kontinuierlichen Spektrum findet man bei den Röntgenstrahlen unter bestimmten Bedingungen auch ein Linienspektrum. In derselben Weise, wie man beispielsweise das Wasserstoffgas in einer Entladungsröhre durch den elektrischen Strom zur Emission eines für dieses Gas äußerst charakteristischen Linienspektrums anregen kann, werden auch feste Körper, z. B. das Metall der Antikathode, durch den Anprall der Kathodenstrahlen zur Emission eines für dieses Metall charakteristischen Linienspektrums veranlaßt. Während aber das Wasserstoffspektrum wenigstens zum Teil im sichtbaren Gebiet liegt und daher mit dem Spektralapparat beobachtet und gemessen werden kann, fallen die Linienspektren der schweren Stoffe, wie wir sie durch Kathodenstrahlen anregen können, im wesentlichen ins Gebiet der Röntgenstrahlen. In unserem Röntgenrohr entsteht ein solches Linienspektrum in dem die Antikathode bildenden Metall aber nur dann, wenn es von Kathodenstrahlen genügend großer Geschwindigkeiten bombardiert wird. Unter ihrer Wirkung werden im Innern der Atome Schwingungen ganz bestimmter Wellenlängen ausgelöst, die wir mit dem Röntgenspektralapparat (Abb. 509) nachweisen und messen können. Neben dem kontinuierlichen Spektrum, das auf jeder Röntgenaufnahme vorhanden ist, finden wir daher auf der Platte auch Gruppen scharf begrenzter Linien. Die Linien liegen an verschiedenen Stellen, entsprechen also verschiedenen Wellenlängen, wenn wir verschiedene Elemente als Antikathodenmaterial verwenden. Wir werden hierauf bei Besprechung des Atombaus (S. 475) noch näher einzugehen haben.

E. Radioaktivität.

384. Grundlegende Beobachtungen. Im Jahre 1896 machte der französische Forscher BECQUEREL die Entdeckung, daß Uran und alle seine Verbindungen dauernd und ohne äußere Einwirkungen Strahlen aussenden, welche durch Stoffe aller Art, ob durchsichtig oder undurchsichtig, hindurchzugehen vermögen. Diese merkwürdigen Strahlen schwärzten die photographische Platte und ionisierten die Luft, wodurch dem Forscher sehr wirksame Methoden zu ihrer Erforschung in die Hand gegeben waren. Es zeigte sich zunächst, daß die Stärke der Strahlung nur von der in der Verbindung vorhandenen Uranmenge abhing, und daß die chemische Bindung keine Rolle spielte. Das Strahlungsvermögen mußte also eine Eigenschaft des Urans selbst, d. h. des Uranatoms, sein. Als daher Frau CURIE bei einigen natürlichen Uranerzen (der Pechblende von Johanngeorgenstadt in Sachsen und der Pechblende von Joachimstal in Böhmen) ein Strahlungsvermögen fand, das viel stärker war, als dem Urangehalt entsprach, zog sie den kühnen Schluß, daß beide Erze eine neue Atomart, also ein bisher unbekanntes chemisches Element, enthielten, das ein größeres Strahlungsvermögen

als das Uran selbst besäße. In der Tat gelang es ihr, die Richtigkeit dieses Schlusses durch eine sehr mühevoll chemische Untersuchung nachzuweisen, die in der Abtrennung des neuen Elementes „Radium“ gipfelte, dessen Strahlungsvermögen das des Urans viele millionenmal übertrifft. Außer Uran und Radium sind im Laufe der Jahre noch einige andere Elemente mit ähnlichen Eigenschaften aufgefunden worden, so das Thor, das Actinium und das Polonium. Alle diese Stoffe, die ähnlich dem Uran und Radium Strahlen aussenden, werden als radioaktiv bezeichnet. Ihr Verhalten im einzelnen ist aber sehr verschiedenartig. Während man bei einigen Elementen ein unveränderliches Strahlungsvermögen beobachtete, konnte man aus der Pechblende auch Körper abtrennen, deren Strahlungsvermögen nicht konstant blieb, sondern oftmals schon im Laufe von Stunden oder Tagen völlig verschwand. Andererseits gab es auch Fälle, wo eine anfänglich sehr schwache Radioaktivität im Laufe der Zeit beträchtlich zunahm. Alle diese in ihrer Mannigfaltigkeit anfänglich gar nicht zu übersehenden Resultate fanden ihre Erklärung durch die im folgenden zu besprechende Zerfallstheorie.

385. Zerfallstheorie. Diese von RUTHERFORD und SODDY im Jahre 1902 entwickelte Theorie geht von der Vorstellung aus, daß jedes Atom eines radioaktiven Elementes früher oder später einen spontanen explosionsartigen Zerfall erleidet, bei dem entweder ein Heliumatom (α -Strahl) oder ein Elektron (β -Strahl) mit hoher Geschwindigkeit ausgesandt wird. Der nach dem Zerfall zurückbleibende Hauptbestandteil des Atoms zeigt andere physikalische und chemische Eigenschaften als das ursprüngliche Atom, d. h., er stellt eine neue Atomart, ein neues Element, dar. Im Lauf der Zeit verwandelt auch das neue Element sich unter Aussendung von α - oder β -Strahlen in ein drittes Element usw., bis ein Element entstanden ist, das keine radioaktiven Eigenschaften mehr zeigt.

Betrachten wir das Radium als typisches Beispiel: Seine chemischen und physikalischen Eigenschaften sind ebenso gut definiert und bekannt, wie die irgendeines anderen inaktiven Elementes. Während aber die Atome inaktiver Elemente außerordentlich stabil sind und nach unserem Wissen auch in den längsten Zeiten keinerlei Veränderungen erleiden, trifft dies bei Radium nicht zu. Ein Radiumatom lebt im Mittel nur etwa 2000 Jahre, dann tritt jene explosionsartige Umwandlung ein, mit der es aufhört, als Radiumatom zu existieren. Die neuen Atome bilden in ihrer Gesamtheit die Radiumemanation, ein radioaktives Gas, das sich ständig aus Radiumpräparaten entwickelt, und das sich seinerseits wieder in ein Radioelement von festem Aggregatzustand verwandelt.

Alles Radium wäre von der Erde längst verschwunden, wenn es nicht von seiner Muttersubstanz, dem Ionium, dauernd neu gebildet würde. Aber auch das Ionium hat Vorfahren, die wir bis zum Stammvater, dem Uran, zurückverfolgen können. Vom Uran wissen wir nur, daß es äußerst langsam zerfällt, millionenmal langsamer als Radium, aber irgendeine Quelle, aus der es entsteht, kennen wir nicht.

Die beistehende Tabelle zeigt die wichtigsten Glieder der Uran-Radium-Reihe in genealogischer Folge. Aus dem Uran, das hier als Uran I bezeichnet ist, entsteht Uran X_1 , aus Uran X_1 Uran X_2 usw. Am Ende der Reihe finden wir das stabile Blei, das keine radioaktiven Eigenschaften mehr besitzt. Für

Elemente der Uran-Radiumreihe.

Name des Radioelements	Emittierte Strahlung	Halbwertszeit
Uran I	α	10 ⁹ Jahre
Uran X_1	β	24 Tage
Uran X_2	β	1,1 Min.
Uran II	α	10 ⁸ Jahre
Ionium	α	10 ⁶ Jahre
Radium	α	1730 Jahre
Emanation	α	3,8 Tage
Radium A	α	3,0 Min.
⋮		
Polonium	α	136 Tage
Blei	—	—

jedes Element ist in der Tabelle die beim Zerfall emittierte Strahlenart und die Halbwertszeit mit beigefügt. Diese ist ein Maß für die Schnelligkeit, mit der der Zerfall des betreffenden Radioelements vor sich geht und wird im nächsten Paragraphen näher erläutert.

Außer der Uran-Radiumreihe gibt es noch zwei weitere radioaktive Reihen, die Actiniumreihe und die Thorreihe. Die erste ist eine Abzweigung der Uran-Radiumreihe, indem einzelne Uran-*II*-Atome sich nicht in Ionium, sondern in eine andere Substanz, Uran *Y*, umwandeln, die dann den Stammvater der Actiniumreihe bildet. Die Thorreihe andererseits hat als Stammvater das Thor, für das ebensowenig wie für das Uran eine Entstehungsquelle bekannt ist. Unter den Gliedern der Thorreihe spielt das von HAHN entdeckte Mesothor eine besondere Rolle. Es wird ebenso wie das Radium in der Medizin viel verwandt, ist aber viel kurzlebiger als dieses.

Die Schnelligkeit, mit der der radioaktive Zerfall vor sich geht, ist für die verschiedenen Substanzen sehr verschieden: bei manchen Substanzen erstreckt sich der Zerfall über Tausende von Millionen von Jahren, bei anderen dagegen nur über einen Bruchteil einer Sekunde. In keinem Fall läßt sich die Zerfallsgeschwindigkeit durch äußere Kräfte beeinflussen. Man hat radioaktive Substanzen den höchsten erreichbaren Temperaturen und Drucken ausgesetzt, ohne auch nur die geringste Änderung in der Zerfallsgeschwindigkeit beobachten zu können. Ebensowenig hat Abkühlung auf die Temperatur des flüssigen Sauerstoffs eine Einwirkung ausgeübt. Auch ein intensives Magnetfeld ist ohne Einfluß. Die Radioaktivität ist eben eine Potenz, die in dem innersten Teil der Atome — den Atomkernen — ihren Sitz hat, während physikalische und chemische Kräfte nur auf die weiter außen liegenden Atomteile — die Elektronenringe — einwirken können. Um welche enorme Kräfte es sich bei dem radioaktiven Zerfall handelt, zeigt folgender Vergleich: Das beim Zerfall aus dem Atomkern als α -Strahl austretende Heliumatom hat eine Geschwindigkeit von 20 000 km/sec; um in Heliumgas dieselbe mittlere Geschwindigkeit der Atome durch Temperatursteigerung zu erzielen, sind 6 500 000 °C erforderlich. Die Sonnentemperatur beträgt etwa 6000 °C.

386. Halbwertszeit und Zerfallskonstante. Am einfachsten läßt sich der fortschreitende Zerfall einer radioaktiven Substanz verfolgen, wenn man die ausgesandte Strahlung in ein Goldblattelektrometer (Abb. 349) eintreten läßt und die Stärke der dort erzeugten Ionisation bestimmt. Denn die Ionisation ist ein Maß für die Zahl der von dem Präparat ausgehenden Strahlen und damit auch ein Maß für die Radioaktivität, d. h. für die Zahl der in einer Sekunde zerfallenden Atome.

Untersucht man ein Präparat, das nur Atome einer einzigen radioaktiven Substanz enthält, so findet man, daß die Aktivität immer in gleichen Zeiten auf den gleichen Bruchteil abnimmt. Zeigt z. B. ein Präparat zu einem beliebigen Zeitpunkt eine Aktivität 100 und eine Stunde später eine Aktivität 90, so beträgt sie nach Ablauf je einer weiteren Stunde $0,9 \cdot 90 = 81$; $0,9 \cdot 81 = 72,9$ usw. Fällt im besonderen die Aktivität innerhalb T Stunden auf den halben ursprünglichen Wert, so fällt sie auch weiterhin jedesmal in T Stunden auf die Hälfte ab. Dabei ist es ganz gleichgültig, von welchem Zeitpunkt an man rechnet. Die in dieser Weise definierte Zeit T heißt Zerfallszeit oder Halbwertszeit.

Wir betrachten als Beispiel die Aktivitätsabnahme von Uran X_1 . Setzt man einer Lösung von Urannitrat feinverteilte Kohle zu und filtriert sie nach kurzem Kochen wieder ab, so besitzt sie eine erhebliche Aktivität. Dies rührt daher, daß das in der Urannitratlösung vorhandene Uran X_1 sehr leicht von der

Tierkohle absorbiert wird. Ein solches Uran X_1 -Präparat werde Tag für Tag gemessen und seine Aktivität in Abhängigkeit von der Zeit aufgetragen, wie dies in Abb. 510 geschehen ist. Die Anfangsaktivität ist dabei willkürlich gleich 100 gesetzt. Man erhält die Kurve A , aus der hervorgeht, daß die Aktivität in genau 24 Tagen auf die Hälfte, in 48 Tagen auf ein Viertel, in 72 Tagen auf ein Achtel des Anfangswertes sinkt; die Halbwertszeit des Uran X_1 beträgt also 24 Tage.

Ein Abfallsgesetz, das dadurch charakterisiert ist, daß die Aktivität und also auch die Zahl der zerfallenden Atome sich in gleichen Zeiten immer um den gleichen Bruchteil vermindert, heißt exponentiell. Es wird mathematisch durch die Gleichung

$$n_t = n_0 e^{-\lambda t}$$

dargestellt, wobei n_0 bzw. n_t die Zahl der anfänglich bzw. zur Zeit t in einer Sekunde zerfallenden Atome und e die Basis der natürlichen Logarithmen (2,718...) bedeuten.

Die Konstante λ ist eine für die betreffende radioaktive Substanz charakteristische Größe. Sie ist mit der uns bereits bekannten Halbwertszeit T durch die einfache Beziehung $\lambda = \log_{\text{nat}} 2/T$ verknüpft und bedeutet den Bruchteil der vorhandenen Atome, der in der Zeiteinheit zerfällt. Als Zeiteinheit wird gewöhnlich die Sekunde gewählt; wenn also beispielsweise λ für Uran X_1 den Wert $3,3 \cdot 10^{-7}$ besitzt, so heißt das nichts anderes, als daß in jeder Sekunde gerade dieser Bruchteil der vorhandenen Uran X_1 -Atome zerfällt. Ist also N die Zahl der vorhandenen Atome, so ist die Zahl n der pro Sekunde zerfallenden Atome gegeben durch $n = \lambda \cdot N$.

Da die Zahl der zerfallenden Atome jederzeit der Zahl der noch nicht zeretzten Atome proportional ist, so läßt sich die obige Gleichung auch in der Form

$$N_t = N_0 e^{-\lambda t}$$

schreiben, wobei jetzt unter N_0 bzw. N_t die Zahl der anfänglich bzw. zur Zeit t noch vorhandenen unzersetzten Atome bedeutet. Es klingt also bei einer einheitlichen radioaktiven Substanz die Strahlung und die Atomzahl nach demselben Exponentialgesetz ab.

387. Radioaktives Gleichgewicht. Es ist nicht möglich, im Laboratorium die Umwandlung des Urans bis zum Endglied, dem Blei, zu verfolgen, da viele zwischenliegende Elemente so langlebig sind, daß Jahrtausende verstreichen müßten, bis sie sich in meßbarer Menge angesammelt haben. In *Uranmineralien* dagegen sind die Umwandlungsprozesse schon seit undenklichen Zeiten im Gange, und ein Gleichgewichtszustand ist erreicht, der darin besteht, daß jedes Element in solcher Menge vorhanden ist, daß ihm dauernd ebenso viele neue Atome durch den Zerfall des vorhergehenden Elements zugeführt werden, als es selbst durch seinen eigenen Zerfall verliert. Wenn man also an einem Uranmineral, das ja alle die in der Tabelle S. 461 verzeichneten Elemente enthält, abzählen würde, wieviele Atome von jedem einzelnen Element in der Sekunde zerfallen, so würde sich für jedes Element ein und dieselbe Zahl ergeben. Bezeichnen wir die Zahl der Atome, welche von den einzelnen Elementen, Uran I , Uran X_1 usw., in dem Mineral vorhanden sind, mit N_1, N_2, N_3, \dots usw. und die zu-

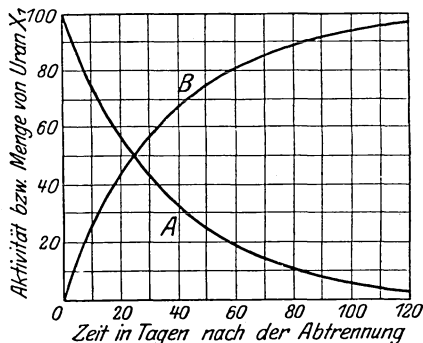


Abb. 510. Abfall und Anstieg von Uran X_1 .

gehörigen Zerfallskonstanten mit $\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3, \dots$, so zerfallen von diesen Elementen in jeder Sekunde $\lambda_1 N_1, \lambda_2 N_2, \lambda_3 N_3, \dots$ Atome, denn λ bedeutet ja nichts anderes als den in einer Sekunde zerfallenden Bruchteil der vorhandenen Atome (S. 463). Bei radioaktivem Gleichgewicht zerfällt in der Sekunde von jedem Element dieselbe Zahl von Atomen; es ist also $\lambda_1 N_1 = \lambda_2 N_2 = \lambda_3 N_3 = \dots$, d. h. die vorhandenen Mengen N_1, N_2, N_3, \dots verhalten sich umgekehrt wie die Zerfallskonstanten. So findet man, daß in einem Uranmineral immer auf jedes Gramm Uran 0,000 000 34 g Radium treffen. Von 0,000 000 34 g Radium zerfallen daher in der gleichen Zeit ebenso viele Atome wie von 1 g Uran, und zwar sind es 12 000 Atome in jeder Sekunde.

Wird das radioaktive Gleichgewicht durch einen äußeren Eingriff gestört, so stellt es sich allmählich von selbst wieder her. Trennt man z. B. aus dem Mineral die Hälfte des Radiums ab, so werden jetzt in dem Mineral nur noch 6000 Radiumatome in jeder Sekunde zerfallen, andererseits aber immer noch, wie früher, 12 000 aus der Muttersubstanz entstehen. Dadurch wird die Radiummenge anwachsen, und zwar so lange, bis Nachbildung und Zerfall sich wieder das Gleichgewicht halten.

Nur bei dem stabilen Endglied der Uran-Radiumreihe, dem Blei, liegen die Verhältnisse anders. Je älter ein radioaktives Mineral ist, desto mehr Blei hat sich in ihm im Laufe der Jahrtausende angesammelt. Für jedes zerfallene Uranatom findet sich in dem Mineral schließlich ein Bleiatom vor. Wie bei einer Sanduhr die sich unten ansammelnde Sandmenge ein Maß ist für die Zeit, seit der die Uhr in Gang gesetzt wurde, so ist die Bleimenge, die sich in einem Uranmineral vorfindet, ein Maß für sein geologisches Alter. Ein zehntel Gramm Blei auf 1 g Uran bedeutet ein Alter von 800 Millionen Jahren. Die Bestimmung des Bleigehalts eines radioaktiven Minerals gibt daher ein wichtiges Mittel an die Hand, sein geologisches Alter zu bestimmen.

388. Bildung einer radioaktiven Substanz aus der Muttersubstanz. Während das aus dem Uransalz abgetrennte Uran X_1 nach Kurve *A* der Abb. 510 allmählich abklingt, sammelt sich in dem Salz durch den Zerfall des Uran *I* wieder frisches Uran X_1 an. War, wie wir annehmen, das Uran X_1 vor der Abtrennung im Gleichgewichtsbetrage vorhanden, so wurden in der Zeiteinheit ebenso viele Uran X_1 -Atome neu gebildet, als zerfielen. Die Neubildung des Uran X_1 aus dem Uran geht natürlich auch nach der Abtrennung in derselben Weise wie vorher weiter. Wenn daher, wie Kurve *A* zeigt, in einem Tage 3% der vorhandenen Uran X_1 -Menge zerfallen, so muß sich in derselben Zeit auch dieselbe Uran X_1 -Menge in dem Uransalz wieder nachbilden. Ist das abgetrennte Uran X_1 nach 24 Tagen auf die Hälfte abgeklungen, so findet sich nach dieser Zeit in dem Uransalz auch gerade die Hälfte des Gleichgewichtsbetrags wieder vor. Man kann sich leicht davon überzeugen, indem man 24 Tage nach der ersten Trennung das Uran X_1 erneut abscheidet. Man findet dann eine Aktivität, die genau halb so groß ist als die Aktivität bei der ersten Abtrennung.

Kurve *B* in Abb. 510 zeigt das Gesetz für die Nachbildung des Uran X_1 in dem Uransalz. Die Kurve *B* ist komplementär zur Kurve *A*, d. h. die Aktivitätssumme des abgetrennten und des nachgebildeten Uran X_1 und also auch die Summe der beiden Substanzmengen hat zu allen Zeiten denselben Wert. Man lese aus der Abbildung die beiden Werte für beliebige Zeiten ab, immer ist ihre Summe gleich 100. Nach etwa 6 Monaten ist das abgetrennte Uran X_1 ganz verschwunden, während sich im Uransalz die Gleichgewichtsmenge von Uran X_1 wieder vorfindet.

Dieses an dem speziellen Beispiel Uran—Uran X_1 erläuterte Gesetz gilt allgemein für alle Radioelemente, wenn die Muttersubstanz langlebig ist im Vergleich mit der folgenden Substanz. Trifft diese Voraussetzung nicht zu, so sind die Verhältnisse weniger übersichtlich.

389. Übersicht über die verschiedenen Strahlenarten. Nach den Erfahrungen an Kathodenstrahlen liegt es nahe, die von einem radioaktiven Präparat ausgehende Strahlung einem starken Magnetfeld zu unterwerfen. Abb. 511 veranschaulicht eine zweckmäßige Anordnung: Die radioaktive Substanz R befindet sich in einem Kästchen P aus Blei, das die Strahlen durch einen engen Spalt nach oben austreten läßt. Das austretende Strahlenbündel wird durch ein magnetisches Feld, dessen Kraftlinien senkrecht zur Ebene des Papiers verlaufen, in folgender Weise zerlegt: Ein Teil, die α -Strahlung, wird in demselben Sinne wie positiv geladene Teilchen oder Kanalstrahlen abgelenkt; ein zweiter Teil, die β -Strahlung, wird erheblich stärker, aber in entgegengesetzter Richtung abgelenkt. Ein dritter Teil endlich, die γ -Strahlung, bleibt vom magnetischen Feld unbeeinflusst; er stellt also Strahlen ohne elektrische Ladung dar.

Die Haupteigenschaften der drei Strahlenarten seien hier kurz zusammengestellt; einige Fragen besonderen Interesses können jedoch erst in den folgenden Paragraphen näher besprochen werden.

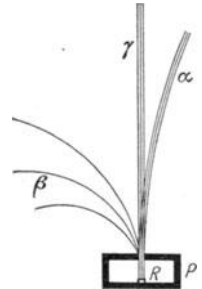


Abb. 511. Ablenkbarkeit der Radiumstrahlen in einem Magnetfeld.

1. Die α -Strahlen sind Heliumkerne, die beim radioaktiven Zerfall mit etwa $\frac{1}{20}$ Lichtgeschwindigkeit ausgeschleudert werden. Sie tragen eine positive Ladung, die genau doppelt so groß ist wie die eines Elektrons. Infolge ihrer hohen Geschwindigkeit sind sie imstande, dünne Metallfolien zu durchsetzen oder auch in Luft von Atmosphärendruck eine Strecke von mehreren Zentimetern in geradliniger Bahn zu durchlaufen. Diese Strecke heißt Reichweite; sie ist für das jeweilige Radioelement eine charakteristische Größe. Von den Elementen der Uran-Radiumreihe haben die α -Strahlen von Radium C mit 6,97 cm die größte Reichweite, während Uran I mit 2,67 cm an letzter Stelle steht. Auf ihrem Weg durch die Luft oder durch andere Gase erzeugen die α -Strahlen eine außerordentlich hohe Ionisation.

2. Die β -Strahlen sind wesensgleich mit Kathodenstrahlen, bestehen also aus Elektronen. Ihre Ablenkbarkeit im Magnetfeld ist zwar erheblich größer als die der α -Strahlen, aber verglichen mit Kathodenstrahlen doch sehr gering. Dies erklärt sich aus ihrer sehr hohen Geschwindigkeit, die bis nahe an die des Lichtes heranreicht. Derartig schnelle Strahlen lassen sich in Entladungsröhren nicht erzeugen, da hierfür Spannungen von mehreren Millionen Volt erforderlich wären. Während die α -Strahlen einer einheitlichen radioaktiven Substanz alle mit derselben Geschwindigkeit ausgesandt werden, trifft dies bei β -Strahlen nicht zu. Hier haben wir Strahlen verschiedener Schnelligkeit, wie auch in der Abbildung durch die verschieden starke Ablenkung zum Ausdruck gebracht ist. Die hohe Geschwindigkeit der β -Strahlen äußert sich auch in ihrer starken Durchdringungsfähigkeit für feste Stoffe aller Art. Ein Aluminiumblech von 1 mm Dicke läßt noch einen merklichen Teil der β -Strahlen hindurch.

3. Gleichzeitig mit den β -Strahlen werden die γ -Strahlen emittiert. Sie sind ebenso wie die Röntgenstrahlen elektromagnetische Schwingungen, aber noch viel kurzwelliger wie diese. Die γ -Strahlen zeichnen sich daher auch durch ein ganz außerordentlich hohes Durchdringungsvermögen aus. Bleischichten von vielen Zentimetern Dicke sind erforderlich, um sie völlig zu absorbieren.

390. Grundlegende Versuche mit α -Strahlen. Es war für die Aufklärung der radioaktiven Erscheinungen und für die Entwicklung der Atomtheorie von allergrößter Bedeutung, die Natur der α -Strahlen mit Sicherheit festzustellen. Um die Lösung dieser schwierigen Aufgabe hat sich in erster Linie der englische Forscher RUTHERFORD verdient gemacht. Die Methoden, die zunächst angewandt wurden, waren dieselben, die zur Feststellung der Natur der Kathodenstrahlen dienten, nämlich Ablenkungsmessungen in magnetischen und elektrischen Feldern (S. 440). Das Verhältnis von Ladung zur Masse ergab sich aus diesen Versuchen zu 4820 elektromagnetischen Einheiten, also genau halb so groß wie für das Wasserstoffion. Außerdem erfolgt die Ablenkung im Sinne positiver Ladung. Es war naheliegend, diese Ergebnisse dadurch zu erklären, daß man die Ladung des α -Teilchens doppelt so groß, die Masse viermal so groß wie beim positiven Wasserstoffion ansetzte. Das α -Teilchen war dadurch als Heliumkern charakterisiert (S. 471).

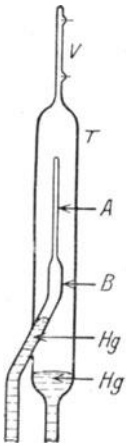


Abb. 512.
Zum Nachweis der Heliumnatur des α -Teilchens.

Noch viel unmittelbarer als durch die Ablenkungsmessungen hat RUTHERFORD die Heliumnatur der α -Teilchen durch folgenden geistreichen Versuch bewiesen (Abb. 512). Eine beträchtliche Menge von Radiumemanation wurde durch das Glasröhrchen *A* hineingepreßt. Dieses Röhrchen war vollkommen luftdicht und imstande, einen Gasdruck von einer Atmosphäre auszuhalten. Es war umgeben von einem weiteren Glasrohr *T*, das oben in ein enges Spektralrohr *V* auslief. Die von der Emanation ausgesandten α -Teilchen durchdrangen die dünne Wand des Röhrchens *A* und sammelten sich in dem vorher völlig evakuierten Raum *T* an. Dadurch, daß man das Quecksilber in *T* hochsteigen ließ, konnte jederzeit das dort befindliche Gas nach *V* gepreßt und spektroskopisch untersucht werden. Zwei Tage nach Einbringen der Emanation in das Röhrchen *A* zeigte das nach *V* gepreßte Gas im Spektralapparat deutliche Heliumlinien; ließ man bis zum Hochpressen sechs Tage verstreichen, so war das Heliumspektrum vollständig zu sehen.

Auch der folgende Versuch ist äußerst überzeugend. Das Glasrohr *T* wird entfernt und das Röhrchen *A* in freier Luft mit dünnem Bleiblech umwickelt. Nachdem man das Bleiblech für einige Stunden in dieser Lage belassen hat, wird es in einem geschlossenen Gefäß geschmolzen und dabei von den okkludierten Gasen befreit. Diese Gase zeigen wieder das Heliumspektrum. Die α -Teilchen waren also durch das Glas hindurch in das Blei geschossen und beim Schmelzen wieder befreit worden.

In radioaktiven Mineralien, die so kompakt sind, daß aus ihrem Innern keine Gase entweichen können, hat sich Helium im Laufe geologischer Epochen in erheblichen Mengen angesammelt. Man hat Mineralien gefunden, die pro Gramm bis 20 ccm Helium enthielten. Wahrscheinlich ist all dies Helium durch den Zerfall radioaktiver Elemente entstanden. Aus dem Heliumgehalt läßt sich daher das geologische Alter radioaktiver Mineralien ebenso abschätzen wie durch die Bleigehaltsbestimmungen (S. 464).

Die große Energie der α -Strahlen kommt auch in ihrer Wärmewirkung zum Ausdruck. Bei einem Radiumpräparat, das in der üblichen Weise in ein Glasröhrchen eingeschlossen ist, werden alle α -Strahlen von der aktiven Substanz selbst oder von der Glashülle absorbiert. Die Absorption äußert sich in

einer merklichen Erwärmung des Präparats. 1 g Radium entwickelt bei Absorption aller seiner Strahlen in der Stunde 118 Grammkalorien, eine Wärmemenge, die auch mit einem einfachen Kalorimeter leicht zu messen ist. Die gesamte Wärmemenge, welche bis zum vollständigen Zerfall von 1 g Radium in das stabile Endprodukt Blei entwickelt wird, entspricht der Verbrennungswärme von 5000 kg Kohle. Während aber bei der Kohle dieser Energievorrat sofort zur Verfügung steht, könnte die im Radium aufgespeicherte Energie nur ganz allmählich, d. h. im Laufe von Jahrtausenden ausgenutzt werden. Daß es einmal gelingen könnte, die Zerfallsprozesse zu beschleunigen und so die Wärmeentwicklung radioaktiver Stoffe praktisch nutzbar zu machen, erscheint zur Zeit fast ausgeschlossen.

Obwohl die radioaktiven Stoffe in der Erdkruste nur spärlich vertreten sind — es treffen auf etwa 1 kg Erdschubstanz 10^{-12} g Radium —, spielen sie bei der Erhaltung und Verteilung der inneren Erdwärme eine erhebliche Rolle. Die Wärmeverluste der Erde durch Ausstrahlung in den Weltraum werden nämlich schon dann gedeckt, wenn die Erdrinde bis zu einer Tiefe von etwa 20 km radioaktive Substanzen im angegebenen Betrag enthält.

391. Zählung von α -Teilchen. Wenn wir uns daran erinnern, wie winzig klein einzelne Atome oder gar Atomkerne sind, so muß es wunderbar erscheinen, daß sich Methoden finden ließen, solche kleine Teilchen einzeln zu beobachten, wenigstens solange sie eine hohe Geschwindigkeit besitzen, wie sie der radioaktive Zerfall den Heliumkernen gibt. Zwei Methoden sind bekannt, einzelne α -Teilchen zu zählen, eine elektrische und eine optische. Beide Methoden haben wesentlich dazu beigetragen, daß wir in das Wesen der α -Strahlen und in den Bau der Atome tiefer eindringen konnten.

Der elektrische Zähler, der sich bereits zu einem einfachen Meßinstrument entwickelt hat, beruht auf dem Prinzip, den an sich kleinen Ionisationseffekt eines α -Teilchens durch Stoßionisation (S. 451) zu vergrößern. In das etwa 2 cm weite Messingrohr *A* (Abb. 513) ist durch den Hartgummistopfen *E* ein in eine feine Spitze auslaufender Draht *D* axial eingeführt. Die Spitze liegt etwa 1 cm von der Scheibe *B* entfernt, die das Rohr *A* abschließt. Durch eine in der Mitte der Scheibe angebrachte Öffnung *O* können die zu zählenden Strahlen in den Ionisierungsraum eintreten. Das Messingrohr wird mit dem negativen Pol einer Akkumulatorenbatterie von etwa 1200 Volt leitend verbunden, während der Draht *D* zu einem sog. Fadenelektrometer führt, das ähnlich wie ein Goldblattelektrometer konstruiert ist. Führt man dem Faden elektrische Ladung zu, so wird er von einer benachbarten Platte angezogen. Diese Bewegung kann entweder direkt mit dem Mikroskop beobachtet oder auch photographisch registriert werden. Das Fadenelektrometer hat vor dem Goldblatt- oder Quadrantelektrometer den Vorzug, daß es sich sehr rasch einstellt, was für den vorliegenden Zweck von Wichtigkeit ist.

Tritt nun durch *O* ein α -Teilchen in den Zähler ein, so erzeugt es dort eine kleine Zahl von positiven und negativen Ionen. Die negativen Ionen wandern auf die Spitze zu und werden dabei sehr stark beschleunigt, da die elektrische Feldstärke in der Nähe einer Spitze sehr hohe Werte erreicht. Jedes einzelne Ion erzeugt daher auf seinem Weg zur Spitze beim Zusammenstoß mit den Gasmolekülen viele Hunderte von neuen Ionen, und auch diese vermehren sich in derselben Weise weiter. Man kann so die an sich sehr kleine primäre Ionisation

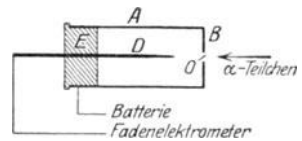


Abb. 513. Anordnung zur Zählung von α -Teilchen.

eines α -Teilchens auf das Millionenfache vergrößern, so daß über die Spitze *D* dem Elektrometer eine Ladung zufließt, die groß genug ist, um einen deutlichen Ausschlag des Fadens hervorzurufen. Damit nach dem Eintritt eines α -Teilchens in den Zähler der Faden wieder in die Nullage zurückkehrt, ist er dauernd durch einen sehr hohen Widerstand zur Erde abgeleitet, durch den die Ladung abfließt.

In Abb. 514 ist eine photographische Registrierung einer α -Strahlung wiedergegeben. Der Registrierstreifen lief mit gleichförmiger Geschwindigkeit von unten nach oben und wurde beim Vorbeigleiten an dem Elektrometer belichtet. Traten keine α -Teilchen in den Zähler ein, so markierte sich der Elektrometerfaden als ein parallel zum Rande des Streifens verlaufender Strich. Bei Eintritt eines α -Teilchens sprang der Faden nach rechts ($a \rightarrow b$) und glitt dann entsprechend dem Ladungsabfluß durch den Widerstand wieder in seine normale Lage zurück ($b \rightarrow c$). Die linke Seite des Streifens zeigt Sekundenmarken, so daß man für jede beliebige Zeitspanne die Zahl der registrierten Teilchen entnehmen kann.

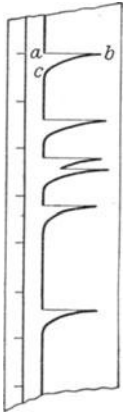


Abb. 514.
Photographische Registrierung einer α -Strahlung.

Man ersieht aus der Abbildung auch, wie unregelmäßig die einzelnen α -Teilchen einander folgen. Nach längerer Pause erscheinen oft zwei oder drei Teilchen dicht nacheinander. Solche Schwankungen sind zu erwarten, da die Atome ganz unabhängig voneinander zerfallen. Wenn z. B. angegeben wird, daß 1 mg Uran in der Minute 1380 α -Teilchen aussendet, so ist das nur als statistischer Mittelwert aufzufassen. Die Zahl der Teilchen, die man tatsächlich während einer einzelnen Minute beobachtet, kann erheblich von diesem Mittelwert abweichen. Nur Zählungen, die sich über lange Zeit erstrecken, geben zuverlässige Mittelwerte.

Wir kommen zur optischen Zählmethode. Nähert man ein radioaktives Präparat, das α -Strahlen aussendet, bis auf einige Zentimeter einem Schirm, der mit phosphoreszierendem Zinksulfid bedeckt ist, so leuchtet er hell auf. Dieses Leuchten ist nicht gleichmäßig, sondern besteht, wie man mit der Lupe bei gut ausgeruhtem Auge leicht erkennt, aus kurzdauernden Lichtblitzen oder Szintillationen. Diese in dauerndem Wechsel aufblitzenden Szintillationen gleichen in ihrer Gesamtheit einem wogenden Sternenmeer, dessen Anblick um so eindrucksvoller wird, je mehr man sich bewußt ist, daß es jene winzigen, beim radioaktiven Zerfall ausgeschleuderten Atome sind, die durch die Wucht ihres Aufpralls die Kristalle zu blitzartigem Aufleuchten anregen. Man kann dieses Wunderspiel der Natur an jeder mit Leuchtziffern versehenen Uhr beobachten. Denn diese Ziffern bestehen ja aus nichts anderem als aus Zinksulfid, dem eine winzige Menge einer radioaktiven Substanz, meist Radiothor, beigemischt ist. Viele Tausende von Lichtpünktchen sieht man aufblitzen, und jedes einzelne gibt Kunde von dem Zerfall eines Atoms und der Bildung eines neuen Atoms. Und wie sie bald hier, bald dort sich häufen, spiegeln sie die Schwankungen wieder, denen der radioaktive Zerfall unterworfen ist. Die Zählung von Szintillationen bietet durch ihre Einfachheit ein wichtiges Hilfsmittel zur Erforschung der Natur der α -Strahlen.

392. Halbwertszeit des Radiums. Bei vielen radioaktiven Substanzen kann die Halbwertszeit durch Messung der Aktivitätsabnahme bestimmt werden (S. 462). Bei anderen Substanzen aber, wie z. B. beim Radium, ist dieser Weg nicht gangbar, da der Zerfall viel zu langsam vor sich geht. Mit Hilfe der eben besprochenen

Zählmethoden kann man aber auf folgende Weise zum Ziele kommen. An das eine Ende eines langen Rohres R (Abb. 515) wird eine genau abgewogene Menge M von reinstem Radium befestigt, an das andere Ende ist der Zähler Z angesetzt. Damit die von M ausgehenden α -Teilchen in den Zähler gelangen können, muß das Rohr R evakuiert sein. Da aber der Zähler nur wirksam ist, wenn er Luft enthält, ist die Eintrittsöffnung O mit einem ganz dünnen Glimmerblättchen überklebt, das einen luftdichten Abschluß zwischen R und Z herstellt, aber die α -Teilchen ungehindert hindurchtreten läßt. Beträgt die Oberfläche der Öffnung A cm² und ihr Abstand vom Präparat r cm, so ist die Zahl der pro Sekunde in den Zähler eintretenden α -Teilchen gleich $N \cdot A/4r^2\pi$, wenn mit N die Gesamtzahl der in der Sekunde von dem Präparat ausgehenden α -Teilchen

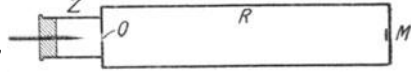


Abb. 515. Anordnung zur Bestimmung der Zahl der von 1g Radium in jeder Sekunde ausgesandten α -Teilchen.

bezeichnet wird. Denn durch eine senkrecht zur Strahlrichtung und im Abstand r vom Präparat liegende Fläche von 1 cm² gehen in der Sekunde $N/4r^2\pi$ α -Teilchen hindurch, da ja bei ungehinderter Strahlenbahn die Gesamtzahl N der emittierten Teilchen sich gleichmäßig über die ganze Kugeloberfläche verteilen muß. Bestimmt man also die Zahl der pro Sekunde durch die Öffnung O in den Zähler eintretenden α -Teilchen, so kann man umgekehrt hieraus die Gesamtzahl N aller von dem Präparat ausgesandten α -Teilchen ableiten.

Aus Versuchen dieser Art fanden RUTHERFORD und GEIGER, daß 1g Radium in reinstem Zustand und frei von allen seinen Zerfallsprodukten, Emanation, Radium A usw., in jeder Sekunde die ungeheure Zahl von $3,4 \cdot 10^{10}$ α -Teilchen aussendet. Ebenso groß ist die Zahl der Atome, die sich in 1g Radium in jeder Sekunde umwandeln.

Nun wissen wir, daß in 1g Wasserstoff $6,06 \cdot 10^{23}$ Atome enthalten sind. Da aber Radium ein 222 mal größeres Atomgewicht besitzt als Wasserstoff, so sind in 1g Radium $\frac{1}{222} 6,06 \cdot 10^{23} = 2,7 \cdot 10^{21}$ Atome enthalten. Von dieser ungeheuer großen Zahl zerfallen, wie die eben beschriebenen Versuche zeigten, in jeder Sekunde $3,4 \cdot 10^{10}$ Atome, also der $1,25 \cdot 10^{-11}$ te Teil der Gesamtmenge. Mit Hilfe dieser Zahl ergibt sich ohne weiteres, daß 1730 Jahre verstreichen müssen, bis von 1g Radium die Hälfte zerfallen ist. Die Halbwertszeit von Radium beträgt also 1730 Jahre.

F. Aufbau des Atoms.

393. Allgemeine Grundlagen. Chemie und Physik haben überzeugende Beweise dafür gebracht, daß die Materie aus diskreten Teilchen, den Atomen, aufgebaut ist. Schon vor Entdeckung der Radioaktivität waren 67 verschiedene Atomarten oder Elemente bekannt, die durch ihre chemischen und physikalischen Eigenschaften — in erster Linie durch ihre relative Masse oder ihr Atomgewicht — genau charakterisiert waren. Alle Kenntnisse von den Atomen waren durch Versuche mit wägbaren Mengen dieser Elemente gewonnen; über die Atome selbst ließ sich nur wenig aussagen. Selbst fundamentale Größen, wie Atomdurchmesser und absolutes Atomgewicht, konnten auf Grund wenig zuverlässiger Annahmen nur abgeschätzt werden. Ferner fehlte es an bestimmten Vorstellungen über den Aufbau des Atoms und über die Faktoren, welche seine Eigenschaften bestimmen. Es blieb nichts anderes übrig, als die Eigenschaften, die man aus dem Studium wägbarer Mengen kennen gelernt hatte, auf die Atome zu über-

tragen: man dachte sich eben das Gold- oder Bleiatom als eine mit dieser Materie erfüllte winzige Kugel oder ein kugelhähnliches Gebilde.

Einen umfassenderen Gesichtspunkt brachte die kühne Hypothese von PROUT, der sich alle Elemente aus Wasserstoff aufgebaut dachte. Ihm war es aufgefallen, daß die Atomgewichte sehr vieler Elemente ein fast genau ganzzahliges Vielfaches des Wasserstoffatomgewichts sind. So ist Sauerstoff gerade 16 mal schwerer als Wasserstoff und besteht daher nach PROUT aus 16 Wasserstoffatomen. Wo Abweichungen von der Ganzzahligkeit vorhanden waren, glaubte PROUT sie auf Meßfehler zurückführen zu können. Seine Hypothese geriet — unberechtigterweise, wie wir heute wissen — in Vergessenheit, als spätere Forschung erwies, daß eine Reihe von Elementen sicherlich kein ganzzahliges Atomgewicht besitzen.

Im Laufe der Zeit konnten jedoch neue Gesichtspunkte dafür geltend gemacht werden, daß die Atome wohl für die Methoden der Chemie immer das Unteilbare, wie der Name besagt, bleiben mochten, daß sie aber doch komplizierte Gebilde sind, die sich aus Einheiten höherer Art aufbauen. Man denke nur an die verwickelten optischen Spektren, die bei vielen Elementen Tausende von Linien aufweisen. Was mancher schöpferische Geist geahnt hatte, wurde zur Gewißheit, als das Studium von Kathoden- und Röntgenstrahlen sowie die radioaktive Forschung Einblicke in das Atominnere ermöglichte. LENARDS Überlegungen im Anschluß an seine Untersuchungen über Kathodenstrahlen führten auf den richtigen Weg.

Wir können, wie LENARD sagt, die schnellen Elektronen, welche den Kathodenstrahl bilden, als kleine Prüfkörperchen benutzen, die wir das Innere der Atome durchfliegen lassen, so daß sie uns von dort neue Kunde bringen. So zeigen uns diese Prüfkörperchen, daß auch die dichtesten Substanzen im Grunde ein sehr weitmaschiges Gefüge besitzen, denn ein Elektron kann Metallfolien, die immer für undurchdringlich galten, ohne weiteres durchsetzen. Wohl beansprucht jedes Atom einen für seinesgleichen undurchdringlichen Raum, jedoch dem Elektron gegenüber erweisen sich alle Atomarten als sehr durchlässige Gebilde, aufgebaut aus feinen Bestandteilen mit weiten Zwischenräumen. Daß diese Bestandteile bei allen Atomarten wesensgleich sind, wird durch die Gesetze nahegelegt, nach denen die Kathodenstrahlen in verschiedenen Stoffen absorbiert werden. Hier verschwindet die bunte Mannigfaltigkeit von Eigenschaften, die wir an den verschiedenen Körpern um uns zu sehen gewohnt sind; lassen wir etwa Elektronen auf gleichgroße Folien verschiedenen Materials auffallen, so wird die Absorption der Elektronen nur durch das Gewicht (richtiger die Masse) der Folie bestimmt. Alles, was gleich schwer ist, absorbiert auch gleich stark, was schwerer ist, absorbiert mehr, was leichter, weniger, und zwar immer im Verhältnis der Gewichte oder Massen. LENARD schloß daraus, daß die Atome der verschiedenen chemischen Elemente sich nicht qualitativ, sondern nur quantitativ voneinander unterscheiden, d. h. sie bestehen alle aus einem und demselben Urstoff, enthalten denselben aber in verschiedener Menge.

Eine weitere sehr auffallende Tatsache, die wir bei dem Flug des Elektrons durch die Atome beobachten, ist seine Ablenkung aus der geradlinigen Bahn. Eine solche Ablenkung können Kathodenstrahlen nur durch elektrische oder magnetische Kräfte in den Atomen erleiden. Die Annahme magnetischer Kräfte ist aber gleichbedeutend mit der Annahme bewegter Elektrizität, so daß also aus dem Auftreten von Ablenkungen in jedem Fall auf die Existenz elektrischer Kräfte im Atom geschlossen werden muß. Wie aus der Größe der Ablenkungen

hervorgeht, müssen die im Inneren der Atome herrschenden Feldstärken viel größer sein, als sie mit irgendeinem uns bekannten Mittel hergestellt werden können. Wir werden in den folgenden Paragraphen sehen, wie es schließlich sogar möglich geworden ist, die elektrischen Feldstärken im Inneren der Atome genau zu messen.

394. Das RUTHERFORDSche Atombild. Die eben entwickelten Vorstellungen verdichteten sich bei RUTHERFORD zu einer mit mathematischen Hilfsmitteln zu fassenden Theorie. Er stützt sich in erster Linie auf einige zunächst sehr auffallende Beobachtungen über den Durchgang von α -Strahlen durch feste Körper. Die α -Strahlen erleiden nämlich beim Durchgang durch eine dünne Metallschicht, z. B. eine Goldfolie, im allgemeinen keine Richtungsänderung, wie auch bei der im Vergleich mit einem Kathodenstrahl großen kinetischen Energie des α -Teilchens nicht anders zu erwarten ist. Andererseits beobachtet man aber doch, wenn auch nur in äußerst seltenen Fällen, daß einzelne α -Teilchen beim Durchgang durch eine dünne Folie aus ihrer ursprünglichen Bahn herausgeworfen werden, und zwar manchmal so stark, daß die Ablenkung 90° überschreitet und somit eine scheinbare Reflexion einzelner Strahlen an der Folie eintritt. Wieder mußte man auf äußerst starke elektrische Kraftfelder schließen, die im Inneren der Atome ihren Sitz haben und die für die großen Ablenkungen verantwortlich zu machen sind. Freilich blieb immer noch unverständlich, warum nicht jedes α -Teilchen eine erhebliche Ablenkung erlitt, sondern diese Ablenkungen nur auf außerordentlich seltene Fälle beschränkt waren. Die Lösung dieser Frage hat einer quantitativen Atomphysik die Wege geebnet, um deren Ausbau sich in erster Linie RUTHERFORD und BOHR verdient gemacht haben. Nach den heute allgemein anerkannten Vorstellungen dieser Physiker sitzt in der Mitte eines jeden Atoms ein einziges zentrales Kraftfeld, das von einer an Materie gebundenen, positiven Ladung herrührt, die den wesentlichen Bestand des Atoms ausmacht und die als Kern bezeichnet wird. In diesem Kern ist die ganze Masse des Atoms konzentriert; trotzdem sind seine Dimensionen verschwindend klein im Vergleich mit den Dimensionen des Atoms selbst. Um den Kern kreisen Elektronen mit hoher Geschwindigkeit. Der Durchmesser der größten Bahn bestimmt die äußere Wirkungssphäre des Atoms und damit die Größe, die gemeinhin als Atomdurchmesser bezeichnet wird.

Das einfachste Beispiel ist das Wasserstoffatom (Abb. 516). Sein Kern verbindet die Masseneinheit und die positive Ladungseinheit. Kleinere Ladung und kleinere Masse kennen wir bei Atomen nicht. Da der Wasserstoffkern neben dem Elektron den Baustein für alle höheren Atomkerne bildet, hat man für ihn den besonderen Namen *Proton* gewählt. Im Wasserstoffatom wird das Proton *K* von einem einzigen Elektron *E* umkreist, das in einer Bahn von $1,1 \cdot 10^{-8}$ cm Durchmesser mit hoher Geschwindigkeit läuft. Da die Ladungen von Kern und Elektron gleich groß sind, aber entgegengesetztes Vorzeichen haben, erscheint das Atom in größerem Abstand elektrisch neutral, was mit der Erfahrung übereinstimmt.

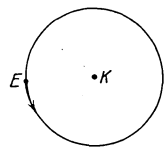


Abb. 516.
Das Wasserstoffatom.

Bei dem nächst schwereren Element, dem Helium, besteht der Kern aus vier Protonen und zwei Elektronen, so daß ein Atomgewicht 4 und eine positive Kernladung von $4 - 2 = 2$ Einheiten resultiert. Die beiden in den Kern unlöslich eingefügten Elektronen bezeichnen wir als die Kernelektronen im Gegensatz zu den beiden Bahnelektronen, die den Kern umkreisen und unter Umständen durch äußere Einwirkungen auch abgetrennt werden können. Ebenso

wie beim Wasserstoffatom ist beim normalen, d. h. beim nichtionisierten Heliumatom, die Kernladung durch die beiden Bahnelektronen gerade neutralisiert.

In ähnlicher Weise sind alle weiteren Elemente aufgebaut, wobei zwar immer die Zahl der Ladungseinheiten des Kerns gleich der Zahl der den Kern umkreisenden Elektronen ist, die Zahl der Masseeinheiten aber nicht ohne weiteres aus der Zahl der Ladungen erschlossen werden kann. Das Goldatom besitzt beispielsweise 79 positive Ladungseinheiten im Kern und ebenso viele Elektronen, die diesen Kern umkreisen. Die Zahl der Protonen und damit die Zahl der Masseeinheiten im Kern beträgt aber 197, die Zahl der Kernelektronen also 118. Wie diese Zahlen im einzelnen für alle Elemente erschlossen werden können, soll später gezeigt werden (S. 476). Hier genügt es, darüber klar zu sein, daß auch bei einem sehr schweren Atom, wie dem Gold, die ganze Masse in dem winzigen Kern konzentriert ist, während die Elektronenhülle die Grenze bestimmt, bis zu der andere Atome sich nähern können.

Mit diesen Vorstellungen über die Atomstruktur läßt sich nun leicht verständlich machen, warum ein α -Teilchen beim Durchgang durch eine dünne Goldfolie gelegentlich, wenn auch nur sehr selten, eine große Ablenkung erleiden kann.

Ein α -Teilchen besteht aus einem Heliumatom, von dem zwei Elektronen abgetrennt sind, es ist also nichts anderes als ein Heliumkern. Für diesen mit großer Geschwindigkeit dahinfliegenden Heliumkern, der verschwindend klein ist im Vergleich zu einem Atom, besteht die Goldfolie, die dem Auge zwar dicht und masserfüllt erscheint, aus einem weitmaschigen Netz von winzigen Kraftzentren, die wir eben die Atomkerne nennen. Gerade aber deshalb, weil jede Kernladung auf einen

winzigen Raum zusammengedrängt ist, ist auch das Kraftfeld in nächster Nähe so außerordentlich groß, daß ihm gegenüber alle Kräfte, die von den Elektronen ausgehen, verschwindend klein und ohne erhebliche Wirkung auf die α -Strahlen sind. Die Weitmaschigkeit ist so groß, d. h. die Kerne sind im Vergleich zu ihrem Abstand so klein, daß nahezu ausnahmslos jedes α -Teilchen die Atome der Folie durchsetzt, ohne an einen Kern auf wirksame Nähe heranzukommen. Nur wenn die Annäherung zwischen den Kraftfeldern des α -Kerns und des Goldkerns von der Größenordnung 10^{-12} cm, d. h. etwa $1/10000$ Atomdurchmesser wird, tritt eine merkliche Ablenkung ein; von der Seltenheit eines solchen Vorgangs kann man an Hand von Abb. 517 eine Vorstellung gewinnen. Hier bedeutet K den Kern eines Goldatoms, a, b, c, \dots stellen die Bahnen von α -Teilchen dar, die aus einer bestimmten Richtung kommend, an dem Kern in kleinerer oder größerer Entfernung vorbeifliegen. Wie selten ein α -Teilchen einem Kern so nahe kommt, wie etwa bei a , erkennt man daran, daß der Atomdurchmesser, im selben Maßstab wie die Abbildung gezeichnet, etwa 100 m betragen würde. In der doppelten Entfernung wären also die Kerne der benachbarten Goldatome zu zeichnen.

Die Berechnung der Bahnkurven, wie sie in Abb. 517 eingezeichnet sind, ist deshalb durchführbar, weil wir es bei den Kernen mit punktförmigen Ladungen zu tun haben, die nach genau denselben Gesetzen aufeinander wirken wie Massenpunkte. In der Tat ist die Bahnberechnung für einen α -Kern, der an einem anderen,

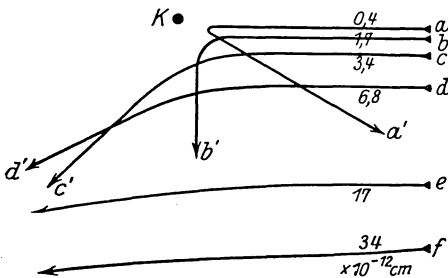


Abb. 517. Ablenkungen von α -Strahlen, hervorgerufen durch einen Atomkern.

viel stärker geladenen Kern nahe vorbeifliegt, genau dasselbe Problem, das bei Bestimmung der Kometenbahnen schon längst gelöst worden ist. Komet und α -Teilchen bewegen sich in elliptischer oder hyperbolischer Bahn mit der Sonne bzw. dem Atomkern als Brennpunkt der Bahn. Bei dem Kometen kann durch unmittelbare Himmelsbeobachtung Rechnung und Theorie miteinander verglichen werden; aber auch die in unendlich viel kleineren Dimensionen sich abspielende Astronomie der Atome läßt sich experimentell verfolgen. Die Methode der Szintillationszählung (S. 468) gibt das Hilfsmittel an die Hand. Man läßt beispielsweise 100 000 α -Teilchen auf eine dünne Goldfolie auffallen und bestimmt, wie viele davon um 150° , 90° , $40^\circ \dots$ abgelenkt werden, indem man in den durch die Pfeile a' , b' , $c' \dots$ gegebenen Richtungen Zinksulfidschirme aufstellt. Da sich nun aus einfachen Wahrscheinlichkeitsbetrachtungen ergibt, wie viele von den 100 000 α -Teilchen beim Durchgang durch die Folie einem Goldkern auf beispielsweise $1,7 \cdot 10^{-12}$ cm nahe kommen (Strahl b), so ergibt sich auch rein rechnerisch, wie viele um 90° abgelenkt werden. Es ist die stärkste Stütze für die Kerntheorie, daß man bei den Szintillationszählungen wirklich für jeden Winkel dieselbe Zahl von abgelenkten α -Teilchen findet, wie die Theorie voraussagt.

Nachdem nun in dieser Weise die Fundamente der Theorie gesichert waren, konnte man einen Schritt weitergehen und aus Versuchen mit anderen Materialien als Gold einen Rückschluß auf die Größe der Kernladungen verschiedener Elemente ziehen. Es wäre aber eine kaum zu bewältigende Aufgabe, die Kernladungen aller Elemente durch derartige Szintillationsbeobachtungen zu ermitteln. Hier kommen uns aber die Röntgenstrahlen zu Hilfe, die, aus Kernnähe kommend, uns ebenfalls über das elektrische Kraftfeld des Kernes und damit über die Kernladung Aufschluß zu geben vermögen. Bevor wir aber dies im einzelnen besprechen, kehren wir erst nochmals zum Wasserstoffatom zurück.

395. Bau und Spektrum des Wasserstoffatoms. Wir sahen, daß das Wasserstoffatom aus einem einfachen positiven Kern (Proton) besteht, der von einem Elektron umkreist wird. Es war ein Erfolg von ungeahnter Tragweite, als es dem dänischen Physiker NIELS BOHR gelang, unter einfachen, wenn auch sehr neuartigen theoretischen Voraussetzungen das Zustandekommen des Wasserstoffspektrums in allen Einzelheiten zu erklären. Der Grundgedanke ist der, daß das den Kern umkreisende Elektron nicht auf jeder beliebigen Bahn sich bewegen kann, sondern daß aus Stabilitätsgründen nur bestimmte Bahnen — die Quantenbahnen — möglich sind. Die dem Kern zunächst liegende Bahn — die Grundbahn — hat einen Durchmesser von $1,1 \cdot 10^{-8}$ cm in Übereinstimmung mit dem auch aus anderweitigen Versuchen ableitbaren Durchmesser des Wasserstoffatoms. Die zweite Quantenbahn hat vierfachen, die dritte neunfachen Durchmesser usw. (Abb. 518). Zu jeder Bahn gehört eine bestimmte Bewegungsenergie, die das Elektron besitzen muß, um auf ihr umlaufen zu können. Für die Grundbahn, auf die das Elektron nach jeder Störung immer wieder zurückzukehren sucht, ist die erforderliche Energie am kleinsten. Wird nun dem Atom durch äußere Einwirkung, etwa durch den Stoß eines Kathodenstrahls, Energie zugeführt, so kann das Elektron von seiner Grundbahn auf die zweite und unter Umständen auch auf eine höhere, d. h. weiter außen liegende Quantenbahn geworfen werden. Auf keiner dieser Bahnen aber wird sich das Elektron länger halten: es gleitet in kürzester Zeit entweder unmittelbar oder auf dem

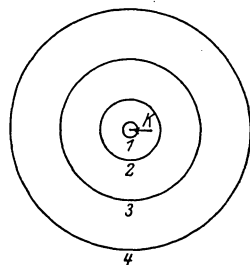
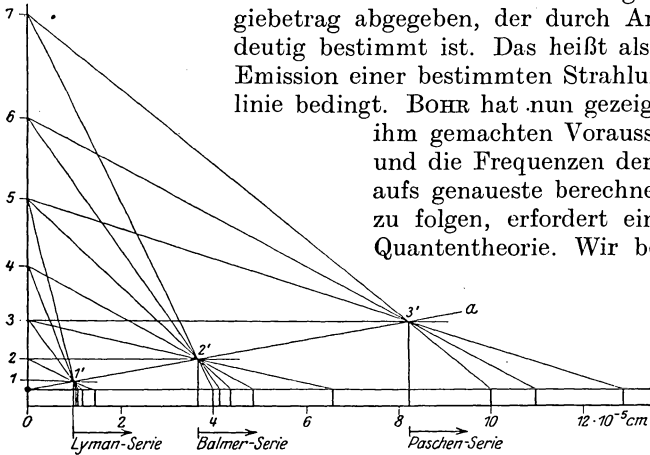


Abb. 518. Die innersten Quantenbahnen beim Wasserstoffatom.

Umweg über Zwischenbahnen nach der Grundbahn zurück. Bei jedem solchen Übergang wird Energie frei, die in Form von Licht (allgemeiner: in Form von elektromagnetischer Strahlung) das Atom verläßt. Auf diese Weise setzt also das Atom die dem aufprallenden Kathodenstrahl entnommene Energie in Strahlung um. Die Farbe des ausgestrahlten Lichtes, die durch die Frequenz ν gemessen werden möge, ist der freiwerdenden Energie E direkt proportional, also $\nu = \frac{1}{h} E$, wobei h das uns bereits bekannte PLANCKSche Wirkungsquant,

also eine universelle Größe, bedeutet (S. 235). Da auf jeder Bahn das Elektron nur den mit dieser Bahn verträglichen Energiebetrag besitzen kann, so wird bei jedem Übergang von einer höheren auf eine niedrigere Quantenbahn von dem Elektron ein für diesen Übergang charakteristischer Energiebetrag abgegeben, der durch Anfangs- und Endbahn eindeutig bestimmt ist. Das heißt also, daß jeder Übergang die Emission einer bestimmten Strahlungsfrequenz oder Spektrallinie bedingt. BOHR hat nun gezeigt, wie man unter den von ihm gemachten Voraussetzungen die Energiewerte und die Frequenzen der emittierten Spektrallinien aufs genaueste berechnen kann. Den Rechnungen zu folgen, erfordert ein tiefes Eindringen in die Quantentheorie. Wir beschränken uns daher auf



eine graphische Darstellung, aus der hervorgeht, wie die einzelnen Spektrallinien des Wasserstoffatoms durch die verschiedenen Bahnübergänge gedeutet werden können.

Abb. 519. Das Wasserstoffspektrum, graphisch abgeleitet aus dem RUTHERFORD-BOHRschen Wasserstoffmodell.

In Abb. 519 sind auf der Ordinatenachse die Punkte 1, 2, 3, 4 . . . so eingezeichnet, daß ihre Abstände von dem Kern ● den Halbmessern der 1., 2., 3., 4. . . Quantenbahn entsprechen. Die Strecken $0 \rightarrow 1, 0 \rightarrow 2, 0 \rightarrow 3, 0 \rightarrow 4 \dots$ verhalten sich also zueinander wie $1^2 : 2^2 : 3^2 : 4^2 \dots$. Durch ● ist außerdem eine beliebige Gerade a gezogen, welche die Horizontale durch 1 im Punkte $1'$ trifft. Projiziert man die Punkte 1, 2, 3, 4 . . . durch den Punkt $1'$ auf die Abszisse, so werden dort Strecken abgeschnitten, welche den Wellenlängen des bei den Übergängen $2 \rightarrow 1, 3 \rightarrow 1, 4 \rightarrow 1 \dots$ emittierten Lichtes entsprechen. Die Schnittpunkte sind durch kurze, nach abwärts gezogene Striche deutlich gemacht; darunter ist die Wellenlängenskala verzeichnet. Die Striche selbst stellen in ihrer relativen Lage zueinander den ultravioletten Teil des Wasserstoffspektrums dar, wie man ihn durch eine photographische Gitteraufnahme erhalten würde.

In ähnlicher Weise erhält man alle Spektrallinien, die durch Übergänge auf die zweite Quantenbahn entstehen, indem man die Punkte 3, 4, 5 . . . durch den Punkt $2'$ auf die Abszisse projiziert. Man erhält eine Serie von Linien, die im sichtbaren Gebiet liegen und für den Wasserstoff besonders charakteristisch sind. Eine dritte, im Ultraroten liegende Liniengruppe, ergibt sich bei Projektion durch $3'$.

Wäre es möglich, auf einer einzigen photographischen Platte ein Gitterspektrum des Wasserstoffs von den äußersten ultravioletten Linien bis weit

hinein ins ultrarote Gebiet aufzunehmen, so würde es in allen Einzelheiten unserer Zeichnung entsprechen. Die aus den Punkten $1'$, $2'$ und $3'$ projizierten Serien werden nach LYMAN, BALMER und PASCHEN benannt, die die Zusammengehörigkeit der Linien zuerst erkannt haben. Alle Serien sind dadurch charakterisiert, daß sich die Linien nach kürzeren Wellenlängen immer mehr häufen, was allerdings in der Abbildung nur teilweise zum Ausdruck kommt, da die Übergänge aus den höheren Quantenbahnen der Übersichtlichkeit wegen nicht alle eingezeichnet werden konnten. Die Häufung der Linien findet ihren Abschluß mit der Seriengrenze, d. h. der Linie, die dem Übergang eines Elektrons aus der Unendlichkeit entspricht. Diese Seriengrenzen sind in der Abbildung durch die Vertikalprojektionen von $1'$, $2'$ und $3'$ kenntlich gemacht.

Wenn unsere Abb. 519 auch die Entstehung der einzelnen Linien gut veranschaulicht, so kann sie doch keine Vorstellung geben von der Genauigkeit, mit der die einzelnen Linien aus der Theorie errechnet werden können. Wellenlängen können bis auf die sechste Stelle genau gemessen werden, trotzdem sind Rechnung und Experiment überall in Übereinstimmung.

Von ebenso einfachem Bau wie das Wasserstoffatom ist das Heliumatom, wenn ihm eines seiner Elektronen durch Ionisation entrissen ist. Wir haben wieder ein einzelnes Elektron, das einen Kern von doppelt so großer Ladung umkreist. Infolge der stärkeren Anziehung zwischen Kern und Elektron liegen alle Bahnen dem Kern näher als beim Wasserstoffatom. Auch hier lassen sich die Spektrallinien mit großer Genauigkeit berechnen. Sobald wir aber neben dem strahlenden Elektron noch weitere Elektronen berücksichtigen müssen, wie z. B. beim normalen, d. h. nicht ionisierten Heliumatom und überhaupt bei allen schwereren Atomen, werden wir durch die Wechselwirkung zwischen diesen Elektronen untereinander auf Probleme geführt, bei denen die mathematische Kunst versagt.

396. Röntgenspektren im Licht der BOHRschen Theorie. Wir betrachten nunmehr Atome von hoher Kernladung, bei denen sehr viele Quantenbahnen durch Elektronen besetzt sind. Die innersten Bahnen liegen infolge der starken Anziehung durch den Kern in dessen unmittelbarer Nähe; die auf ihnen kreisenden Elektronen können durch äußere Kräfte, z. B. durch chemische Einwirkung, nicht beeinflußt werden, da die an der Atomperipherie kreisenden Elektronen für das Atominnere wie eine Schutzwand wirken. Nur die in das Innere des Atoms eindringenden Strahlenarten, wie z. B. Kathodenstrahlen, vermögen die kernnahen Elektronen aus ihren normalen Bahnen auf weiter außen gelegene zu werfen. Springt das Elektron wieder in seine ursprüngliche Bahn zurück, so tritt auch hier die dabei frei werdende Energie in Form homogener Strahlung in Erscheinung. Der Unterschied gegen die oben besprochenen Strahlungsvorgänge beim Wasserstoffatom besteht darin, daß jetzt infolge der Kernnähe die Frequenz außerordentlich viel größer ist, daß die Strahlung also nicht mehr in den Bereich des sichtbaren Lichtes, sondern in den des Röntgengebiets fällt. Die vier dem Kern zunächst liegenden, durchweg mit mehreren Elektronen besetzten Bahnen bezeichnet man als den K -, L -, M - und N -Ring. Dadurch, daß ein Elektron entweder von dem L -, dem M - oder dem N -Ring auf den innersten, den K -Ring, zurückspringt, entstehen die drei für die Elemente von höherem Atomgewicht besonders charakteristischen Röntgenlinien K_α , K_β , K_γ , welche den Hauptbestandteil der sog. K -Serie bilden. Ganz analog der K -Serie entstehen die L - und M -Serie durch alle jenen Elektronenübergänge, die auf den L - bzw. M -Ring zurückführen. Alle diese Serien sind nach den S. 459 besprochenen Methoden mit fast derselben Genauigkeit wie optische Linien gemessen worden.

Vergleichen wir nun beispielsweise die K_α - und K_β -Linie irgendeines Elements mit denselben Linien der nächst schwereren Elemente, so finden wir eine überraschende Ähnlichkeit. In Abb. 520 sind für eine Gruppe von Elementen, die in der Atomgewichtstabelle einander unmittelbar folgen, die Wellenlängen der K_α - und der K_β -Linie übereinander im selben Maßstab durch vertikale Striche verzeichnet. Man sieht, daß diese Linien sich in regelmäßiger Weise nach links, also nach den kürzeren Wellen hin verschieben, wenn wir von den leichteren

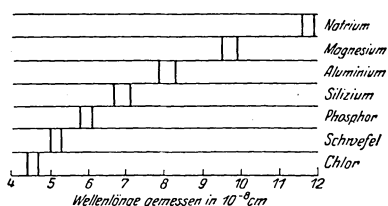


Abb. 520. Röntgenspektren verschiedener Elemente.

Elementen zu den schwereren, also von Natrium zu Chlor, weitergehen. Wir könnten diese Spektraltafel durch Einzeichnung der schwereren Elemente noch stark erweitern, ohne daß sich der Charakter des Bildes ändern würde. Allerdings müssen wir, um die Regelmäßigkeit in der Linienverschiebung zu erhalten, an zwei Stellen ein schwereres Element einem leichteren voranstellen. Dies könnte auf den ersten Blick recht willkürlich erscheinen

und den Eindruck hervorrufen, als ob das in unserer Abbildung dargestellte Gesetz keine Allgemeingültigkeit besäße. Die Unstimmigkeiten haben aber ihren Grund darin, daß wir die Elemente unrichtigerweise nach ihrem Atomgewicht statt nach ihrer Kernladung geordnet haben. Unrichtig war dies deshalb, weil die Wellenlängen der Röntgenlinien durch die Kernladung, nicht aber durch die Kernmasse bestimmt werden. Wenn wir daher an zwei Stellen von der durch die Atomgewichte gegebenen Elementenfolge abweichen müssen, so kann das nichts anderes heißen, als daß eben das höhere Atomgewicht nicht unbedingt an die höhere Kernladung geknüpft ist. Dies ist nach den Vorstellungen, die wir uns über den Bau der Atomkerne gemacht haben, auch ohne weiteres verständlich (S. 471). Aber auch die systematischen Änderungen, welche die Röntgenspektren aufweisen, wenn wir schrittweise zu Elementen von immer höherer Kernladung übergehen, können wir leicht erklären. Je höher die Kernladung ist, desto näher schieben sich die Elektronenbahnen an den Kern heran; die Energiedifferenzen benachbarter Elektronenbahnen werden gleichzeitig größer, woraus sich nach S. 474 für die emittierte Strahlung eine kürzere Wellenlänge ergibt. Das Naturgesetz, welches dies zum Ausdruck bringt und welches für einen kleinen Elementebereich aus Abb. 520 ersichtlich ist, wird nach seinem Entdecker als MOSELEY'sches Gesetz benannt. Es spiegelt die Einfachheit der Kraftgesetze wieder, welche das Atominnere beherrschen. Im Bereich des sichtbaren Gebiets hat dieses Gesetz kein Analogon.

397. Kernladungszahl, Ordnungszahl. Die S. 473 beschriebene Methode hat es möglich gemacht, für verschiedene Elemente die Kernladungszahl exakt zu messen. So hat man gefunden, daß die Kernladungen von Kupfer, Silber und Platin 29-, 47- und 78 mal so groß sind als die Elementarladung e , die von einem Elektron getragen wird. Man bezeichnet diese Zahlen als die Kernladungszahlen oder Ordnungszahlen dieser Elemente.

Wir haben uns ferner an Hand der Abb. 520 davon überzeugt, daß durch die Röntgenspektren eine bestimmte Reihenfolge der Elemente festgelegt werden kann, die dadurch charakterisiert ist, daß die Röntgenspektrallinien eines jeden Elementes immer um einen kleinen Betrag im selben Sinne verschoben sind gegenüber den Linien des vorhergehenden Elements. Diese Reihenfolge stimmt im großen und ganzen mit der durch die Atomgewichte gegebenen Reihenfolge überein. Beziffert man die nach ihren Röntgenspektren geordneten Elemente,

bei Kupfer mit seiner experimentell bestimmten Ordnungszahl 29 beginnend, der Reihe nach mit 30, 31 usw., so kommt man bei Silber auf 47 und bei Platin auf 78, also gerade auf die Zahlen, die wir oben bereits als die Ordnungszahlen dieser Elemente bezeichnet hatten. Ohne Schwierigkeit fügen sich auch alle anderen Elemente ein, die leichter als Kupfer sind, wenn man die Bezifferung bei dem leichtesten Element, dem Wasserstoff, mit 1 beginnt. Diese Ergebnisse in ihrer Gesamtheit drängen zu der Überzeugung, daß die Bezifferung auf Grund der Röntgenspektren in einem gleichartigen inneren Aufbau aller Elemente seinen tieferen Grund haben muß. Jedenfalls haben wir für die Klassifizierung der Elemente ganz neue Gesichtspunkte gewonnen, die zum Grundpfeiler für unsere heutige Auffassung vom Aufbau der Atome wurden. An die Stelle der bisherigen, wesentlich qualitativen Beschreibung der Elemente durch ihre allgemeinen chemischen und physikalischen Eigenschaften können wir nunmehr eine charakteristische ganzzahlige Konstante, die Kernladungszahl, setzen. Durch die Größe der Kernladung werden alle anderen Konstanten des Atoms mitbestimmt, z. B. auch die Zahl und die Anordnung der den Kern umkreisenden Elektronen, die ihrerseits die chemischen und physikalischen Eigenschaften des Atoms bestimmen. Nur die Atommasse ist durch die Kernladungszahl allein noch nicht gegeben.

Da nach dem Gesagten das ganze Wesen eines Atoms von der Kernladung abhängt, so mag es verwunderlich erscheinen, warum der Traum der Alchemisten, die chemische Elemente ineinander umzuwandeln hofften, sich niemals verwirklichen ließ. Nach unseren jetzigen Anschauungen bedürfte es ja nur einer Verkleinerung oder Vergrößerung der Kernladung eines Elements, um damit zwangsläufig eine Umwandlung in ein anderes chemisches Element herbeizuführen. Bei einem solchen Gedankengang unterschätzen wir aber bei weitem die Kräfte, die nötig sind, um überhaupt auf einen Atomkern einzuwirken. Wird er doch durch die ihn umkreisenden Elektronen aufs wirksamste gegen alle äußeren Angriffe geschützt. Auch die stärksten Drucke oder die extremsten Temperaturen vermögen nur die an der Peripherie des Atoms kreisenden Elektronen zu beeinflussen; nur dort spielen sich die chemischen und optischen Vorgänge ab. Der Atomkern selbst steht als festgefügtter Zentralkörper unerschüttert und unangreifbar in der Mitte des ganzen Gebildes. Wenn er, wie bei radioaktiven Atomen, aus eigenem Impuls heraus Veränderungen erleidet, so stehen auch diese gänzlich außerhalb unserer Kontrolle.

Nur ein Mittel gibt es, tiefer in die Atome einzudringen: das sind die schnellen Kathodenstrahlen oder die von radioaktiven Elementen ausgesandten α - und β -Strahlen. Ihnen gegenüber vermag die Elektronenhülle nicht standzuhalten, sie vermögen in das Innere der Atome, ja bis in nächste Nähe der Kerne vorzudringen. Die Möglichkeit besteht, daß bei einem unmittelbaren Aufprall eines α -Teilchens auf einen Atomkern dieser dem gewaltigen Stoß nicht widerstehen kann und in Trümmer geht. In der Tat hat RUTHERFORD solche Atomzertrümmerungen beobachtet. Freilich sind sie nur äußerst seltene Vorkommnisse, da man ja mit dem α -Teilchen nicht auf einen Atomkern hinzielen kann, sondern es dem Zufall überlassen muß, daß es ihn trifft. Die Wahrscheinlichkeit hierfür ist aber bei den winzigen Dimensionen von α -Teilchen und Atomkern fast verschwindend klein.

398. Isotopie. In diesem Abschnitt behandeln wir den Zusammenhang zwischen Kernladungszahl und Kernmasse. Während die Kernladungszahl von Element zu Element jedesmal um eine Einheit weiterschreitet, nimmt die Kernmasse langsamer und viel weniger regelmäßig zu. Soweit Elemente ein ganz-

zahliges Atomgewicht besitzen, wie z. B. Sauerstoff, der fast genau 16 mal schwerer ist als Wasserstoff, können wir uns den Atomkern aus Protonen (Wasserstoffkernen) aufgebaut denken, deren Gesamtladung zum Teil durch Elektronen, die mit in den Kern eingebaut sind, neutralisiert ist. So würden 16 Protonen, mit 8 Elektronen aufs engste zusammengefügt, einen neuen Kern bilden, der, wie der Sauerstoffkern, durch die Atommasse 16 und die Kernladungszahl $16 - 8 = 8$ gekennzeichnet wäre. Denn die Masse der 16 Protonen wird durch die Elektronen nicht geändert, wohl aber ihre Ladung um 8 Einheiten herabgesetzt. Denkt man sich diesen Kern von weiteren 8 Elektronen umkreist, so hat man ein Sauerstoffatom, das nur aus zwei Elementareinheiten, Protonen und Elektronen, zusammengesetzt ist. In ähnlicher Weise könnten wir uns die Kerne aller Atome aufgebaut denken, die bezogen auf Wasserstoff ein ganzzahliges Atomgewicht besitzen. Bei allen anderen Elementen aber kommen wir in Schwierigkeiten. Die Klärung brachte eine an radioaktiven Elementen zuerst beobachtete Erscheinung, die unter der Bezeichnung *Isotopie* Eingang in die Atomlehre gefunden hat. Die Erkenntnis der Isotopie hat uns darüber aufgeklärt, daß wir wohl mit den Grundvorstellungen über den Aufbau der Atome aus Protonen und Elektronen auf dem richtigen Wege sind, daß wir aber unsere bisherige Auffassung von der Einheitlichkeit der chemischen Elemente erheblich abändern müssen. Wir nehmen vorweg, daß wir unter isotopen Elementen solche Elemente verstehen, die dieselbe Kernladung, daher auch dieselben chemischen Eigenschaften besitzen, sich aber in ihrer Masse um eine oder mehrere Einheiten unterscheiden.

Im Rahmen des RUTHERFORD-BOHRschen Atombildes ist es wohl denkbar, daß zwei Atomkerne verschiedene Masse, aber dieselbe Ladung besitzen. So kann man sich z. B. die Kernladung des Chloratoms, die 17 beträgt, in verschiedener Weise entstanden denken: z. B. durch den Zusammenschluß von 35 Protonen und 18 Elektronen oder von 37 Protonen und 20 Elektronen oder auch in anderer Weise. Im ersten Falle würde sich ein Atomgewicht 35, im zweiten 37 ergeben, beide Male aber würde dieselbe Kernladung 17 resultieren. Bei beiden Kernen sind daher die äußeren 17 Elektronen in genau derselben Weise angeordnet, da ja hierfür nicht die Kernmasse, sondern allein die Kernladung maßgebend ist. Gleiche Anordnung der Elektronen bedingt aber gleiches chemisches Verhalten, so daß die beiden Chlorarten, falls sie vorhanden sind, trotz ihrer erheblich verschiedenen Masse für den Chemiker nicht trennbar wären.

Nun hat aber Chlor, wo auch immer wir ihm in der Natur begegnen, das Atomgewicht 35,46. Wir können diese ungerade Zahl mit den eben entwickelten Vorstellungen von dem Bau der Atome nur dann vereinen, wenn wir annehmen, daß Chlor, atomistisch betrachtet, gar kein einheitlicher Stoff ist, sondern sich aus zwei oder mehreren Atomarten verschiedenen Gewichts zusammensetzt. Diese Atomarten müßten in der Natur stets in solchem Mengenverhältnis vermischt sein, daß das Gemenge gerade das bekannte Atomgewicht 35,46 ergibt. Selbstverständlich könnte es sich dabei nur um Atome der Ordnungszahl 17 handeln, da ja alle Atome anderer Ordnungszahl bei der chemischen Reinigung abgetrennt würden. Welche Atomarten, ob vom Gewicht 35, 36, 37 oder von anderem Gewicht, dabei beteiligt sind, muß freilich zunächst dahingestellt bleiben.

Inwieweit solche, zunächst recht gekünstelt anmutende Überlegungen berechtigt sind, ließe sich nur durch eine Versuchsanordnung entscheiden, bei der die Massen der *einzelnen* Atome selbst gemessen werden. In der Tat ist es

ASTON gelungen, eine Apparatur — Massenspektrograph genannt — zu konstruieren, die die Aufgabe der Massenanalyse in glänzender Weise löst. Das Grundprinzip dieses Spektrographen beruht auf der Ablenkung von Kanalstrahlen (ionisierte Atome oder Moleküle) in elektrischen und magnetischen Feldern. Wie aus den Gleichungen S. 440 hervorgeht, wirken solche Felder auf Kanalstrahlen mit einer Kraft ein, die der Atom- bzw. Molekülmasse proportional ist, außerdem aber noch von der Geschwindigkeit abhängt. Hätten die Kanalstrahlen alle dieselbe Geschwindigkeit, so würde die magnetisch oder elektrisch bewirkte Ablenkung allein ein Bild von der Verteilung der Massen in einem Kanalstrahlenbündel geben. Bei ausreichendem Auflösungsvermögen müßten sich in einem aus Chloratomen bestehenden Kanalstrahl verschiedene Massen, falls sie vorhanden sind, durch verschieden große Ablenkungen kundtun.

In Wirklichkeit gelingt es nicht, in einem Entladungsrohr intensive Kanalstrahlen von homogener Geschwindigkeit zu erzeugen. Stets wechselt die Geschwindigkeit innerhalb eines weiten Bereichs. Durch eine geeignete Kombination von elektrischen und magnetischen Feldern verstand es ASTON zu erreichen, daß trotz der Geschwindigkeitsunterschiede sich alle Strahlen derselben Masse wieder an einer Stelle vereinigten. Auf einer an dieser Stelle befindlichen photographischen Platte wird sich ein sehr feines Strahlenbündel nahezu punktförmig abbilden, vorausgesetzt, daß dieses Bündel nur Atome derselben Masse enthält. Sind in ihm Strahlengruppen verschiedener Masse enthalten, so entsteht statt des einen Abbilds eine entsprechende Zahl von Bildpunkten, die je nach dem Massenunterschied stärker oder weniger stark voneinander entfernt liegen.

Wir kehren nun zurück zu dem oben als Beispiel angeführten Element Chlor. Hier zeigte der Massenspektrograph zwei Bildpunkte, die den Massen 35 und 37 entsprachen, während ein Bildpunkt, den man nach dem Atomgewicht 35,46 zu erwarten hatte, auf der Aufnahme fehlte. Diese Beobachtung zwingt zu der Annahme, daß Chlor kein einheitlicher Körper ist, sondern daß er aus zwei chemisch gleichwertigen Komponenten — sog. Isotopen — von den Massen 35 und 37 besteht. Die Vorstellungen, die wir weiter oben über die Natur des Elements Chlor entwickelt haben, sind also in der Tat gerechtfertigt.

Ebenso wie das Chlor hat der Massenspektrograph noch viele andere Elemente als Isotopengemische enthüllt. Lithium z. B. vom Atomgewicht 6,94 besteht aus zwei Atomarten oder Isotopen vom Gewicht 6 und 7. Ebenso sind Bor, Neon, Silizium, Argon, Kalium und viele andere Elemente Gemenge von zwei oder mehreren Isotopen. Andererseits aber haben sich diejenigen Elemente, die ein ganzzahliges Atomgewicht besitzen, wie z. B. Kohlenstoff, Stickstoff und Sauerstoff, auch im Massenspektrograph als einheitliche Stoffe erwiesen.

Die Kanalstrahlenmethode bietet zwar die Möglichkeit, die isotopen Bestandteile eines Elements räumlich zu scheiden, sie vermag uns aber nicht zu einer Trennung in wägbaren Mengen zu verhelfen. Dazu ist die Zahl der in einem Kanalstrahl fliegenden Atome viel zu gering. Eine Trennung auf chemischem Wege zu versuchen, wäre ganz aussichtslos; doch können alle Methoden zum Ziele führen, bei denen die Verschiedenheit der Atommassen ausgenützt wird. So kann man z. B. erwarten, daß aus einer Flüssigkeit, die wie Quecksilber aus einem Gemisch verschiedener Isotope, also aus verschieden schweren Atomen besteht, die leichteren Atome schneller abdampfen als die schwereren. Natur-

lich kann es sich hierbei nur um minimale Unterschiede in der Verdampfungsgeschwindigkeit handeln, die nur unter Anwendung besonderer Kunstgriffe zu einer Trennung ausgenutzt werden können. Immerhin war es auf diesem Wege möglich, zwei chemisch vollkommen reine Quecksilbersorten herzustellen, die sich in ihrer Dichte um einen leicht meßbaren Betrag voneinander unterscheiden. Da wir mit dem Begriff der Isotopie nunmehr vertraut sind, erscheint uns dies nicht weiter überraschend. Ein Chemiker des vorigen Jahrhunderts hätte sich aber wohl kaum darein finden können, daß zwei nach erprobten Methoden gereinigte Quecksilbermengen verschiedene Dichten besitzen könnten.

Auch unter den radioaktiven Elementen gibt es solche, die zueinander oder auch zu inaktiven Elementen isotop sind. Sie unterscheiden sich nicht allein durch ihre Masse voneinander wie die inaktiven Elemente, sondern außerdem noch durch ihre radioaktiven Eigenschaften, z. B. durch Lebensdauer und Art der beim Zerfall emittierten Strahlenteilchen. Wie solche isotope Elemente genetisch entstehen, kann man leicht aus der auf S. 461 mitgeteilten Zerfallsreihe ablesen. Dort sieht man, daß Uran *I* beim Zerfall ein α -Teilchen aussendet, was zur Folge hat, daß der neu entstandene Kern (Uran X_1) eine um zwei Einheiten kleinere Kernladung und eine um vier Einheiten kleinere Masse besitzt als die Muttersubstanz. Denn das aus dem Uran *I*-Kern entweichende α -Teilchen, das ja nichts anderes ist als ein Heliumkern, trägt zwei positive Ladungseinheiten und vier Masseeinheiten mit sich fort. Das Uran X_1 sendet seinerseits beim Zerfall ein β -Teilchen, also ein Elektron aus, was die Kernladung des folgenden Elementes (Uran X_2) wieder um eine Einheit erhöht, ohne aber die Masse zu ändern. Dasselbe wiederholt sich beim Uran X_2 , aus dem dann Uran *II* entsteht, das wieder dieselbe Kernladung wie Uran *I* besitzt, aber in seiner Masse um vier Einheiten kleiner ist. Denn in den drei Umwandlungsstufen, die von Uran *I* nach Uran *II* führen, wird der positive Ladungsverlust durch das α -Teilchen wieder ausgeglichen durch den Abgang der beiden Elektronen, während für den Massenverlust keine Kompensation eintritt. Wir haben also in Uran *I* und *II* zwei Atomarten, die isotop sind, was auch rein chemisch bestätigt wird, denn beide sind nicht voneinander trennbar.

399. Die EINSTEINSche Gleichung $eV = h\nu$. Wir sind dieser Gleichung bereits bei der Besprechung des Wasserstoffatoms, wenn auch in etwas anderer



Abb. 521. Zur Beschleunigung von Elektronen durch ein elektrisches Feld.

Form begegnet, haben aber dort noch keinen Eindruck von ihrer umfassenden Bedeutung gewinnen können (S. 474). Überlegen wir uns also nochmals, was diese Gleichung, welche EINSTEIN auf Grund theoretischer Erwägungen aufgestellt hat, eigentlich besagt. Die Größe, die auf der linken Seite der Gleichung steht, wird uns am besten an der Abb. 521 klar werden. Es bedeute dort *A* eine Metallplatte und *B* ein engmaschiges Drahtnetz, das von *A* um *a* cm abstehe. *A* ist zur Erde abgeleitet und *B* auf ein positives Potential *V* aufgeladen. Zwischen *A* und *B* herrscht also ein gleichförmiges elektrisches Feld von der Stärke V/a . Durch ein geeignetes Mittel, etwa auf lichtelektrischem Wege (S. 444), mögen dicht an der Platte *A* Elektronen erzeugt werden. Diese Elektronen werden sich sofort nach ihrer Entstehung in Richtung auf das Drahtnetz in Bewegung setzen und auf ihrem Wege immer größere Geschwindigkeit erlangen. Die Kraft, die auf ein solches Elektron wirkt, ist gleich der Ladung des Elektrons mal der elektrischen Feldstärke, also gleich $e \cdot V/a$. Wirkt diese Kraft, wie in

unserem Falle, während des ganzen Weges a , so ist die Arbeit, die geleistet worden ist, gleich $e \cdot \frac{V}{a} \cdot a$ oder gleich $e \cdot V$, d. h. das Elektron besitzt, wenn es an das Drahtnetz herankommt, eine kinetische Energie, die durch $e \cdot V$ gemessen wird.

Die linke Seite unserer Gleichung stellt also die Energie eines durch das Potential V beschleunigten Elektrons dar; notwendigerweise muß dann auch die rechte Seite einen gleichgroßen Energiebetrag bedeuten. Allerdings handelt es sich um Energie ganz anderer Form, nämlich um die Energie eines elektromagnetischen Strahlungsvorganges von der Frequenz ν oder, wenn man will, von der Wellenlänge λ , da man ja mit Hilfe der Gleichung $\lambda\nu = c$ (Lichtgeschwindigkeit) ν jederzeit durch λ ersetzen kann. Die in der Gleichung noch auftretende Größe h ist das uns bereits bekannte PLANCKSche Wirkungsquant (S. 235).

Die EINSTEINSche Gleichung verknüpft also zwei gänzlich verschiedene Energieformen elementaren Charakters miteinander, nämlich die Energie eines bewegten Elektrons und die Energie eines Strahlungsvorganges der Frequenz ν . Wollen wir den Sinn der Gleichung in Worte fassen, so können wir etwa folgendes sagen: Wenn sich die ganze kinetische Energie eines Elektrons in elektromagnetische Strahlung umwandelt, so muß die Strahlung eine bestimmte, aus der Gleichung berechenbare Frequenz besitzen. Wir können noch einen Schritt weitergehen und folgendes sagen: Auch die Energie elektromagnetischer Strahlung kann, ebenso wie Elektrizität und Materie, nicht in beliebiger Weise unterteilt werden. Die Größe $h\nu$, das sog. Strahlungsquant oder Energiequant, ist die kleinste nicht mehr unterteilbare Einheit, eine Einheit freilich, die je nach der Frequenz der Strahlung sehr verschiedene Werte annimmt. Je kurzwelliger die Strahlung oder je größer ihre Frequenz, desto größer ist auch das Energiequant dieser Strahlung. Für Röntgenstrahlen, deren Frequenz die des sichtbaren Lichtes um das 1000 fache übertrifft, hat auch das Energiequant einen 1000 mal so großen Wert. Aus der ungeheuer großen Zahl von interessanten Versuchen, die mit der EINSTEINSchen Gleichung in Zusammenhang stehen, seien zur weiteren Erläuterung zwei typische Beispiele ausgewählt, eines aus dem Gebiet der ultravioletten Strahlung, ein zweites aus dem der Röntgenstrahlen.

Es ist bekannt, daß man in Entladungsröhren Quecksilberdampf durch den Stoß schnell fliegender Elektronen zum Leuchten bringen kann. Besonders charakteristisch für das Spektrum des Hg-Dampfes ist eine Linie von der Wellenlänge $2,536 \cdot 10^{-5}$ cm (später kurz als Linie 2536 bezeichnet) oder, wie man leicht nachrechnet, von der Frequenz von $1,183 \cdot 10^{15}$ Schwingungen pro Sekunde. Wir fragen nun, wie groß nach der EINSTEINSchen Gleichung das beschleunigende Potential sein muß, damit das Elektron beim Aufprall auf Quecksilberatome diese Strahlung auszulösen vermag. Da $h = 6,56 \cdot 10^{-27}$ und $e = 4,77 \cdot 10^{-10}$ (S. 451) ist, so wird $V = \frac{6,56 \cdot 10^{-27} \cdot 1,183 \cdot 10^{15}}{4,77 \cdot 10^{-10}} = 0,0162$ absolute elektrostatische

Einheiten. Wollen wir das Potential noch in Volt ausdrücken, so müssen wir diese Zahl gemäß S. 373 mit 300 multiplizieren und finden dann als das zur Anregung der Linie 2536 erforderliche Potential 4,90 Volt.

Um die Richtigkeit unseres Resultats und damit unserer Gleichung zu prüfen, können wir unter Benutzung der in Abb. 521 dargestellten Anordnung folgendermaßen verfahren: An das Drahtnetz B wird zunächst eine Spannung von 4 Volt gelegt. Die Elektronen, die in großer Zahl dauernd an A entstehen

mögen, haben dann bei B eine Geschwindigkeit erreicht, die eben der Spannungsdifferenz von 4 Volt entspricht, und treten mit dieser Geschwindigkeit durch das Drahtnetz in den rechts davon gelegenen Raum, der mit Hg-Dampf gefüllt sei. Indem wir nun das Potential an B allmählich steigern, werden auch die Elektronen mit immer größerer Geschwindigkeit in den Hg-Dampf eintreten. Und nun das überraschende Resultat: in dem Augenblick, wo das Potential an B den Wert von 4,90 Volt erreicht, beginnt der Hg-Dampf mit großer Intensität die Linie 2536 auszustrahlen. Wir können diese Linie wegen ihrer Lage im Ultraviolett nicht unmittelbar sehen, jedoch mit der photographischen Platte leicht nachweisen. Sobald also die Energie des Elektrons den auf der linken Seite der EINSTEINSchen Gleichung geforderten Betrag eV erreicht hat, kann sie im Hg-Atom in die rechts stehende Strahlungsenergie $h\nu$ umgewandelt werden. Das mit dem Atom zusammenstoßende Elektron verliert dabei seine ganze Energie, wie sich durch besondere Versuche erweisen läßt. Man könnte nun noch fragen, warum das Elektron erst bei 4,90 Volt Energie an das Atom abgibt, die in Strahlung umgesetzt wird. Es wäre ja mit der EINSTEINSchen Gleichung auch verträglich, wenn beispielsweise nur der halbe Energiebetrag (also $V = 2,45$ Volt) übertragen würde, wobei dann freilich der emittierten Strahlung die halbe Frequenz, d. h. die doppelte Wellenlänge, zukommen müßte. Um diese Frage zu beantworten, erinnern wir uns an das Wasserstoffatom, bei dem wir sahen, daß mit seinem inneren Aufbau nur ganz bestimmte Strahlungsfrequenzen verträglich sind. Ähnlich auch hier. Die Linie 2536 entsteht durch den Übergang eines zum Verband des Hg-Atoms gehörigen Elektrons, das auf seine normale Quantenbahn zurückkehrt, nachdem es durch den Stoß des atomfremden Elektrons auf eine weiter außen gelegene Bahn geworfen worden war.

Der eben beschriebene Fundamentalversuch wurde erstmalig von FRANCK und HERTZ ausgeführt, wenn auch nicht in der einfachen Form, wie er hier der Übersichtlichkeit halber dargestellt wurde. Was an einem einzigen Element, dem Quecksilber, und an einer einzigen Spektrallinie gezeigt wurde, kann ebenso gut bei vielen anderen Elementen und für viele andere Linien wiederholt werden. Kein Versuch wurde ausgeführt, der nicht auch gleichzeitig die EINSTEINSche Gleichung und die BOHRsche Atomtheorie aufs neue gefestigt hätte.

Und nun zum zweiten Beispiel aus dem Gebiet der Röntgenstrahlen. Schon in S. 460 wurde erwähnt, daß das kontinuierliche Röntgenspektrum nach der Seite der hohen Frequenzen (kurzen Wellenlängen) nicht allmählich wie im optischen Gebiet an Intensität abnimmt, sondern daß es bei einer bestimmten Wellenlänge ganz plötzlich abbricht. Die Erklärung hierfür gibt die EINSTEINSche Gleichung. Ähnlich wie bei dem Versuch Abb. 521 werden im Röntgenrohr die von der Kathode ausgehenden Elektronen (Kathodenstrahlen) in dem zwischen Kathode und Antikathode herrschenden elektrischen Felde beschleunigt. Die Spannung, die zwischen diesen beiden Elektroden liegt, bestimmt die Maximalenergie, die das Elektron gewinnen kann. Die Rolle, die beim ersten Beispiel der Quecksilberdampf spielte, übernimmt hier das Metall der Antikathode. Die Atome dieses Metalls senden eine Strahlung solcher Wellenlänge aus, wie sie durch die EINSTEINSche Gleichung gefordert wird. Betreiben wir beispielsweise das Rohr mit 20 000 Volt Spannung, so zeigt eine ähnliche Rechnung wie oben, daß die Energie der durch diese Spannung beschleunigten Elektronen nur in eine Strahlung von der Wellenlänge $0,61 \cdot 10^{-8}$ cm umgewandelt werden kann. Strahlen noch kürzerer Wellenlänge können nicht auftreten, da ja die

Energie der Elektronen durch die Spannung begrenzt ist; Strahlen größerer Wellenlänge sind aber wohl denkbar, da die Elektronen auf ihrem Wege von der Kathode zur Antikathode, z. B. durch Zusammenstoß mit Gasmolekülen, einen Teil ihrer Energie verlieren können. All dies steht in bester Übereinstimmung mit dem, was der Versuch ergibt. In der Tat ist die kurzwellige Grenze so außerordentlich scharf, daß man durch Messung dieser Grenze und der am Rohre liegenden Spannung ein vorzügliches Mittel an der Hand hat, das PLANCK'sche Wirkungsquant, das wir bisher als bekannt vorausgesetzt haben, zu bestimmen. Die besten Werte dieser fundamentalen Konstante sind auch auf diesem Wege gewonnen.

G. Elektrische Schwingungen.

400. Grundlegende Versuche. Man wird zu der Frage gedrängt, ob die Funkenentladung, z. B. einer Leidener Flasche, qualitativ ebenso wirkt wie der stationäre elektrische Strom, d. h. ob sie Wärme, chemische Zersetzung, Magnetismus erzeugt, und ob sie induzierend wirkt. Die Frage muß durchweg bejaht werden. Daß die Funkenentladung Wärme hervorruft, wissen wir bereits; daß sie *chemische Zersetzung* hervorruft, hat WOLLASTON bewiesen (Zersetzung des Wassers durch elektrische Schläge), die Erfahrung lehrt, daß sie auch *magnetisiert*. Auch *induzierend* wirkt sie, und gerade ihre Induktionswirkung ist von fundamentaler Bedeutung.

Die Wärmewirkung der Funkenentladung zeigt nichts Absonderliches. Aber die chemische Zersetzung des Wassers durch die Funkenentladung hat das erstaunliche Ergebnis, daß sich *beide* Gase, d. h. Wasserstoff und Sauerstoff, an *beiden* Elektroden entwickeln, und die Magnetisierung einer Nadel, um die herum die Funkenentladung geleitet wird, daß die Nadel bald in der einen, bald in der entgegengesetzten Richtung magnetisiert wird. Erklärlich wird das nur, wenn man annimmt, daß die Entladung nicht in einem Strom von unveränderlicher Richtung vor sich geht, sondern in einer Reihe von schnell aufeinander folgenden, kurz dauernden Strömen von einander entgegengesetzter Richtung, oder mit HEINRICH HERTZ' Worten: „daß der *Entladungsschlag einer Leidener Flasche* kein gleichförmig ablaufender Vorgang ist, daß er sich *ähnlich dem Schläge einer Glocke* zusammensetzt aus einer großen Zahl von *Schwingungen*, von hin und her gehenden Entladungen, welche sich genau in gleicher Periode folgen“.

Um eine Vorstellung von dem Wesen solcher elektrischer Schwingungen zu bekommen, betrachten wir einen sog. Schwingungskreis oder Oszillator, der aus einer Leidener Flasche *C* besteht, die sich durch den Draht *LL* entladen kann (Abb. 522). Der Draht *LL* ist an der Stelle *F* unterbrochen, so daß bei jeder Entladung der Flasche dort ein Funke überspringt. Um der Flasche elektrische Ladung zuzuführen, sind ihre beiden Belege mit einer Influenzmaschine verbunden.

Was tritt nun ein, wenn wir die Influenzmaschine in Gang setzen? Die Flasche wird sich allmählich höher und höher aufladen, bis schließlich die Luftstrecke *F* der an den Drahtenden herrschenden Spannungsdifferenz nicht mehr standzuhalten vermag und der Elektrizitätsausgleich, d. h. die Entladung der Flasche, unter Funkenbildung vor sich geht. Sobald der Funke erloschen ist, was fast

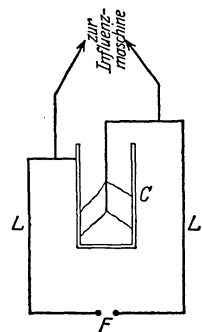


Abb. 522. Elektrischer Schwingungskreis.

augenblicklich eintritt, wird die Flasche durch die Maschine von neuem aufgeladen, bis sich der Funkenausgleich bei F wiederholt. Uns interessiert nun, wie sich die Entladung im *einzelnen* Funken abspielt. Wie läßt sich zeigen, daß der Ausgleich nicht unter gleichmäßigem Abfließen, sondern unter starkem Hin- und Herpendeln der Elektrizität vor sich geht? Wir können nicht erwarten, solche Einzelheiten unmittelbar mit dem Auge beobachten zu können, da sich der ganze Vorgang ja viel zu rasch abspielt. Wir verwenden daher wieder den rotierenden Spiegel, der uns bei Untersuchungen von Flammen schon gute Dienste getan hat (S. 327). In dem Spiegel sehen wir die an der Funkenstelle F *nacheinander* erfolgenden Vorgänge getrennt *nebeneinander*. Wenn der Funke nur aus einer einzigen Entladung bestünde, so würde auch der rotierende Spiegel uns nichts anderes zeigen als die unmittelbare Betrachtung des Funkens ergibt. In Wirklichkeit sehen wir aber im Spiegel eine ganze Reihe immer

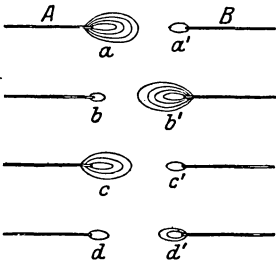


Abb. 523. Funkenentladung im rotierenden Spiegel.

schwächer werdender Entladungsbilder nebeneinander, wie Abb. 523 dies zeigt. A und B bedeuten dabei die beiden Drahtenden im Augenblick des Einsetzens der Entladung; sie sind in Wirklichkeit wegen der Drehung des Spiegels nur höchst undeutlich oder überhaupt nicht zu erkennen. Zwischen den beiden Drahtenden erkennt man die Entladung aa' , die an der Anode etwas heller erscheint als an der Kathode. Etwa $\frac{1}{100}$ Sekunde später bildet der Spiegel infolge seiner raschen Drehung die Drahtenden nicht mehr bei aa' , sondern bei bb' ab. Nun leuchtet die Umgebung des rechten Drahtes heller, die des linken schwächer. Der Strom fließt also in

entgegengesetzter Richtung wie bei aa' . Bei cc' sehen wir wieder dieselbe Erscheinung wie bei aa' , allerdings ein wenig lichtschwächer. So wechseln die Entladungen dauernd ihre Richtungen und nehmen an Stärke ab. Wir haben es also auch bei einem einzelnen Funken mit einem Schwingungsvorgang zu tun, der sich in einem Bruchteil einer Sekunde abspielt. Daß dabei wirklich die elektrische Ladung in den Drähten so rasch hin und her fließt, kann man mit dem BRAUNschen Rohr (Abb. 497) erkennen, wenn man die Drähte AB mit den Platten F_1F_2 des Rohres verbindet. Der Kathodenstrahl wird dann je nach der augenblicklichen Richtung des elektrischen Feldes verschieden abgelenkt, so daß die Bewegung des Phosphoreszenzflecks ein unmittelbares Bild von dem Schwingungsvorgang gibt (Abb. 498).

Die Gesetze, welche elektrische Schwingungen befolgen, haben Ähnlichkeit mit den Schwingungen, die ein Pendel in einem Schwerfeld, z. B. im Erdfeld, ausführt. Bei dem Pendel ist es die Masse, bei dem Funken die elektrische Ladung, die sich in gleichbleibendem Rhythmus hin und her bewegt. In beiden Fällen beobachten wir eine allmähliche Abnahme der Schwingungsenergie: bei dem Pendel wird die Amplitude (d. h. Schwingungsweite) infolge der Luftreibung immer kleiner, bei dem Funken beobachten wir eine Abnahme der Helligkeit der einzelnen Partialentladungen, die dadurch veranlaßt ist, daß die schwingende elektrische Ladung sich in den Drähten und in der Funkenstrecke allmählich in Wärme umwandelt. Hierzu kommt als weiterer Grund für die Energieabnahme die Ausstrahlung elektrischer Wellen, die uns später noch eingehend interessieren wird. Wären Energieverluste nicht vorhanden, so würde beim Pendel wie beim Funken der Schwingungsvorgang sich immer in derselben Weise wiederholen, wir hätten es mit einer *ungedämpften* Schwingung zu tun. Eine Schwingung

aber, bei der die Amplituden (etwa gemessen an dem Pendelausschlag oder der Stromstärke) von Schwingung zu Schwingung abnehmen, heißt *gedämpft*. Da bei allen Schwingungsvorgängen Energieverluste eintreten, so sind ungedämpfte Schwingungen nur dann möglich, wenn man dem schwingenden System dauernd Energie zuführt. Bei dem Pendel kann dies durch ablaufende Gewichte oder durch Federkraft geschehen, wie beispielsweise bei der Uhr. Auch bei der elektrischen Schwingung gibt es Wege, die Wärme- und Ausstrahlungsverluste durch Zuführung von Energie dauernd zu ersetzen und eine ungedämpfte Schwingung aufrecht zu erhalten. Wir werden auch hierüber noch zu sprechen haben.

Wir wissen, daß die Schwingungsdauer eines Pendels je nach seiner Länge und je nach der Stärke des Schwerfeldes, in dem es sich befindet, verschieden groß ist. Ähnliches gilt auch für die elektrischen Schwingungen, für deren Schwingungsdauer die Kapazität und die Selbstinduktion des Schwingungskreises maßgebend ist. Ebenso wie für das Pendel ein sehr einfaches Gesetz besteht, welches die Schwingungsdauer aus Pendellänge und Schwerkraft errechnen läßt, so konnte auch für die elektrischen Schwingungen eine mit großer Genauigkeit gültige Gleichung aufgestellt werden, welche die Schwingungsdauer T mit der Kapazität C und der Selbstinduktion L des Schwingungskreises (Oszillators) in Verbindung setzt. Die von THOMSON und KIRCHHOFF aufgestellte Gleichung besagt, daß $T = 2\pi\sqrt{CL}$.

Wir sehen also, daß die Schwingungen desto langsamer erfolgen, je größer die Kapazität und die Selbstinduktion des Schwingungskreises ist. Würden wir beispielsweise in dem von uns oben betrachteten Schwingungskreis (Abb. 522) die eine Leidener Flasche durch vier parallel geschaltete Flaschen derselben Art ersetzen, so würde sich die Schwingungsdauer verdoppeln. Die Helligkeitsmaxima der in Abb. 523 dargestellten Entladung würden sich also nicht mehr in hundertstel, sondern in fünfzigstel Sekunden folgen. Dasselbe könnte man auch durch Vergrößerung der Selbstinduktion, d. h. durch Verlängerung der Drähte oder Einschaltung von Spulen erreichen.

Natürlich übt auch der elektrische Leitungswiderstand des Stromkreises einen Einfluß auf die Schwingungen aus. Die Schwingungen werden dadurch gedämpft, ohne daß sich aber die Schwingungsdauer wesentlich ändert.

401. Wesensgleichheit zwischen elektrischen Schwingungen und Licht. Die Versuche über den Einfluß des Dielektrikums auf die Induktionserscheinungen haben FARADAY zu der Anschauung geführt, daß die Felder, d. h. Zwangszustände, welche elektrische Ladungen und Pole im umgebenden Medium hervorrufen; eine gewisse Zeit zu ihrer Ausbreitung bedürfen. Wenn wir beispielsweise in der Lage wären, an irgendeiner Stelle des Raumes plötzlich einen magnetischen Pol zu erzeugen, so wird die Einwirkung dieses Poles auf eine entfernte Magnetnadel nicht in demselben Augenblick erfolgen, sondern es wird eine gewisse, wenn auch sehr kurze Zeit verstreichen, bis die Nadel auf den neu entstandenen Pol anspricht. Das zu dem Pol gehörige magnetische Feld braucht eben eine gewisse Zeit, um bis zu der Magnetnadel hinzugelangen. Ganz dasselbe gilt von dem elektrischen Feld, das zu einer elektrischen Ladung gehört.

FARADAY stand mit seiner Ansicht im Gegensatz zu den Anschauungen, die sich seine Zeitgenossen über das Wesen von Elektrizität und Magnetismus gebildet hatten. Sie glaubten noch an eine unmittelbare Fernwirkung der elektrischen und magnetischen Kräfte. Erst in MAXWELL ist ein Mann erstanden, der den FARADAYschen Ideen zu folgen vermochte und der — weit über FARADAY

hinausgehend — diese Ideen in die Sprache der Mathematik zu übersetzen verstand. Die Gleichungen, welche die Grundlagen der MAXWELLSchen Theorie bilden, bringen die Wechselwirkung zwischen magnetischer und elektrischer Kraft zum Ausdruck: Wenn immer das *magnetische* Kraftfeld eine zeitliche Änderung erfährt, also z. B. verschwindet oder entsteht, so ist dadurch in der Umgebung eine bestimmte Verteilung des *elektrischen* Kraftfeldes bedingt, und umgekehrt, wenn das *elektrische* Kraftfeld sich zeitlich ändert, so bedingt dies eine bestimmte Verteilung des *magnetischen* Kraftfeldes. Aus diesen Gleichungen hat MAXWELL rechnerisch eine Reihe grundlegender Folgerungen gezogen, die der experimentellen Forschung zugänglich waren. Sie gipfelten in dem Resultat, daß die magnetischen und elektrischen Zwangszustände sich durch den leeren Raum mit derselben Geschwindigkeit fortpflanzen wie die Lichtstrahlen. Dies Ergebnis war sehr überraschend und legte die Möglichkeit nahe, daß die elektrischen Wellen, die ja nach ihrer ganzen Entstehungsart aus elektrischen und magnetischen Feldern bestehen mußten, vielleicht etwas ganz Ähnliches sind wie die Strahlen, die eine leuchtende Flamme aussendet. Die Transversalität der Schwingungen und die Fortpflanzungsgeschwindigkeit von 300 000 km in der Sekunde war jedenfalls beiden Wellenarten gemeinsam. Sonst freilich waren Ähnlichkeiten zunächst schwer zu entdecken. Erst wenn es gelang, mit elektrischen Wellen Versuche auszuführen, die wir beim Licht als beweiskräftig für seine Wellennatur ansehen, und die uns die Möglichkeit geben, die Wellenlängen selbst zu messen, konnten alle Zweifel behoben werden. Es erstand in HEINRICH HERTZ ein Mann, der, durchdrungen von den MAXWELLSchen Ideen und begabt mit hohem, experimentellem Geschick, das Wesen der elektrischen Wellen erforschte und damit der elektromagnetischen Lichttheorie, die in Lichtstrahlen und elektrischen Wellen gleichartige Vorgänge sieht, zum endgültigen Siege verhalf. Ihm gelang es zu zeigen, daß die fundamentalen Eigenschaften des Lichtes, z. B. die Reflexion, die Beugung und die Brechung auch den elektrischen Wellen zukommen. Bevor wir aber diese Versuche besprechen, suchen wir zunächst ein Bild von dem Wesen einer sog. elektromagnetischen Welle zu gewinnen. Wir wollen uns über die Kräfte klar werden, die im elektrischen Funken das Hin- und Herpendeln der elektrischen Ladungen bewirken, und fragen uns zunächst, warum der Ladungsausgleich nicht einfach in der Weise erfolgt, daß die Elektrizität durch die Funkenstrecke von der einen Kondensatorseite zur anderen so lange überfließt, bis die Spannung beiderseits dieselbe ist. Wenn wir wieder das Pendel zum Vergleich heranziehen, so wird manches verständlich werden. Das gehobene Pendel fällt beim Loslassen in seine Gleichgewichtslage, d. h. nach der tiefsten Stelle, zurück; dort besitzt es infolge des Falles eine erhebliche kinetische Energie und wird infolge seiner Trägheit auf der anderen Seite wieder in die Höhe steigen. Sorgen wir dafür, daß der Vorgang völlig reibungslos abläuft, so wird das Pendel ebenso hoch steigen, wie es gefallen war, und dieser Vorgang muß sich immer wieder in derselben Weise wiederholen. Die anfänglich rein potentielle Energie des Pendels verwandelt sich beim Fall in kinetische Energie, die beim Durchgang durch den tiefsten Punkt ihren Maximalwert erreicht. Beim Hochsteigen tritt Rückwandlung der Energie ein, die im Augenblick der Umkehr wieder ausschließlich potentieller Natur ist. Beim Pendel wird also ein gewisser konstanter Energiebetrag in einem bestimmten Rhythmus abwechselnd aus potentieller in kinetische und aus kinetischer in potentielle Form umgewandelt.

Auch in einer elektrischen Schwingung, die ohne Verlust, d. h. ohne Wärmeentwicklung und ohne Ausstrahlung, vor sich geht, haben wir einen Energie-

betrag, der unverändert erhalten bleibt, aber in seiner Art sich dauernd in einem bestimmten Rhythmus ändert. Dem Wechsel zwischen potentieller und kinetischer Energie beim Pendel entspricht bei der elektrischen Schwingung der Wechsel zwischen magnetischer und elektrischer Feldenergie. Im Augenblick, in dem der Funke einsetzt, ist die ganze Energie offensichtlich elektrischer Art, bestehend aus der Ladung des Kondensators. Durch den Funken entlädt sich der Kondensator: es entsteht ein Strom, der ein magnetisches Feld erzeugt. Dieser Strom kann aber in dem Augenblick, wo die Spannung ausgeglichen ist, nicht plötzlich aufhören, da ja das abklingende magnetische Feld jetzt den Strom weiterführt. Es ist diese Erscheinung nichts anderes als die Selbstinduktion, die wir S. 427 kennengelernt haben. Dort sahen wir, daß der elektrische Strom beim Ausschalten nicht plötzlich abbricht, sondern allmählich abklingt (Extrastrom). Bei einem Stromkreis, der keinen Kondensator enthält, verbraucht sich dieser Extrastrom in Erwärmung der Leitungsdrähte. Hier beim Oszillator dient er vor allem dazu, den Kondensator wieder aufzuladen, natürlich im entgegengesetzten Sinne als ursprünglich. Sind keine Energieverluste eingetreten, so erreicht auch der Kondensator bis auf das Vorzeichen denselben Ladungszustand wie anfänglich, und das Spiel beginnt von neuem, indem der Strom jetzt in entgegengesetzter Richtung durch die Funkenstrecke fließt. Der elektrische Strom besitzt also, ebenso wie das Pendel, beim Durchgang durch die Gleichgewichtslage (d. h. im Augenblick des Spannungsausgleichs) eine gewisse Trägheit, die die einmal eingeleitete Bewegung der Elektrizität weiterführt. Die Trägheit ist bedingt durch das magnetische Feld, das immer mit strömender Elektrizität verbunden ist, und das beim Aufhören des Stromes einen gleichgerichteten Strom — den Extrastrom — erzeugt.

Die rasch wechselnden elektrischen und magnetischen Felder, die in ihrer eigenartigen Verkettung das Wesen einer elektrischen (richtiger elektromagnetischen) Schwingung ausmachen, sind aber nicht an die Drahtleitungen eines Oszillators gebunden, sondern pflanzen sich, wie ja die Induktionserscheinungen schon nahe legen, durch den Raum hindurch fort. Man kann dem Oszillator solche Gestalt geben, daß die Ausstrahlung von Schwingungen in den umgebenden Raum besonders begünstigt wird. Damit erhalten wir die elektromagnetischen Wellen, die in der drahtlosen Telegraphie Verwendung finden, und die ihrem innersten Wesen nach mit Lichtstrahlen vergleichbar sind, wie die im folgenden Abschnitt beschriebenen HERTZschen Versuche zeigen werden.

402. Versuche von HEINRICH HERTZ. Man kann sich von den experimentellen Schwierigkeiten, denen HERTZ zu Beginn seiner Arbeit gegenüberstand, heute schwer eine Vorstellung machen. Nur seine feste Überzeugung, daß die MAXWELLSchen Vorstellungen das Richtige trafen, konnte ihm die Zähigkeit und Ausdauer geben, die immer nötig sind, wenn die Wissenschaft noch unbetretene Wege schreitet. Schon eine Quelle solcher elektrischen Wellen herzustellen, die der Untersuchung zugänglich waren, war eine Schwierigkeit für sich. Die Länge dieser Wellen durfte ja nur nach Metern, besser nach Zentimetern, messen, wenn man hoffen wollte, in einem Laboratoriumsraum Messungen an ihnen vornehmen zu können. Die kürzesten Wellen, welche die damals bekannten Schwingungskreise gaben, maßen nach Hunderten von Metern oder waren noch größer, wie man aus der THOMSONSchen Formel S. 485 sich errechnen konnte, wenn man annahm, daß die Wellen sich mit Lichtgeschwindigkeit (c) fortpflanzen. Denn in diesem Fall bestand zwischen der Wellenlänge λ und der aus der THOMSONSchen Formel berechenbaren

Schwingungsdauer T die fundamentale Beziehung $\lambda = cT$. Die zweite Schwierigkeit bestand darin, ein Mittel zu finden, um die Wellen, wenn sie irgendwo im Raum vorhanden waren, auch nachzuweisen. Für die Lichtstrahlen haben wir im Auge ein empfindliches Reagens, für die elektrischen Wellen mußte ein solches erst geschaffen werden.

Abb. 524 zeigt, wie die beiden Probleme von HERTZ gelöst wurden. I ist ein Funkeninduktor, C und C' bedeuten zwei Kugeln aus Zinkblech von 30 cm Durchmesser, die an einem bei F unterbrochenen Kupferdraht LL' befestigt sind. Die beiden Kugeln CC' bilden die Kapazität und die Drähte LL' die Selbstinduktion des HERTZschen Oszillators, dessen Schwingungsdauer wegen

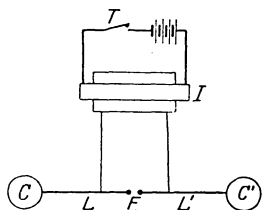


Abb. 524. Hertzscher Oszillator.

der Kleinheit von C und L ebenfalls sehr klein ist. Durch das Induktorium werden die Kugeln CC' aufgeladen, bis ihr Potentialunterschied so hoch wird, daß sie sich durch die Selbstinduktion LL' und die Funkenstrecke F entladen. Dabei geht von F eine Schwingung genügender Stärke und von einer für die Versuche brauchbaren Wellenlänge aus. Das Instrument, das zum Nachweis dieser Schwingungen diente, war denkbar einfachster Art: ein Rechteck $abcd$, aus Draht gebogen, nur an einer Stelle durch eine kleine Funkenstrecke f unterbrochen (Abb. 525). Dieses Rechteck war in mehreren

Metern Entfernung von der Funkenstrecke F isoliert aufgestellt. Sobald F in Gang gesetzt war, konnte man auch bei f kleine Funken beobachten. Dies war nur dadurch erklärlich, daß die von F ausgehenden elektrischen Schwingungen in dem Drahtrahmen elektromotorische Kräfte induzierten, die imstande waren, sich über die kleine Funkenstrecke auszugleichen. Wenn durch F ein gewöhnlicher Wechselstrom flösse, so könnte dieser eine solche Wirkung natürlich nicht hervorrufen, da ja die Induktion, die zwei einfache parallele Drähte in großem Abstand aufeinander ausüben, sehr klein ist. Bei der elektrischen Schwingung, wie sie in einem HERTZschen Oszillator entsteht, erfolgt dagegen der

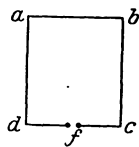


Abb. 525. Drahtrahmen zum Nachweis elektrischer Wellen.

Wechsel der Stromrichtung viele 10 000 mal schneller als bei einem gewöhnlichen Wechselstrom, so daß die induzierten elektromotorischen Kräfte sehr groß werden, da es hierbei ja gerade auf die Änderungsgeschwindigkeit des induzierenden Stromes ankommt. Daß die in dem Drahtrahmen auftretenden Funken tatsächlich durch die Schwingungen des Oszillators ausgelöst werden, dafür spricht auch ein Vorgang, der der akustischen Resonanz (S. 314) analog ist. Eine Stimmgabel kann eine zweite Stimmgabel desto stärker zum Mitschwingen anregen, je genauer die Schwingungsdauer der zweiten Stimmgabel mit der der ersten übereinstimmt. Der Oszillator entspricht der ersten Stimmgabel

und der Drahtrahmen oder Empfänger der zweiten. Auch dem Empfänger kommt eine bestimmte Eigenschwingung zu, die durch die Kapazität und die Selbstinduktion des Drahtrahmens bestimmt ist. Es ist nun anzunehmen und wird durch den Versuch bestens bestätigt, daß die Schwingungen im Empfänger und damit auch die dort auftretenden Funken desto stärker werden, je besser die Eigenschwingung des Empfängers mit der Eigenschwingung des Oszillators übereinstimmt. HERTZ hat diese Versuche in der Weise ausgeführt, daß er sich eine größere Zahl Drahtrahmen herstellte, von denen der eine immer etwas größer war als der nächste. Da mit der Drahtlänge dieser Rahmen auch die Kapazität und die Selbstinduktion zunahmen, so mußte auch ihre Eigenschwin-

gung entsprechend wachsen. Diese Rahmen brachte er nacheinander in dieselbe Entfernung vom Oszillator und fand bald heraus, daß das Funkenspiel bei einem bestimmten Rahmen stärker war als bei allen anderen, die zum Teil kleiner, zum Teil aber auch größer waren als dieser. Man bezeichnet auch auf dem elektrischen Gebiet diese Erscheinung als Resonanz und nennt jede Vorrichtung, die, wie der HERTZsche Rahmen, die elektrische Schwingungsenergie auffangen soll, einen Resonator. Ist die Eigenschwingung dieses Resonators gerade ebenso groß wie die der absorbierten Wellenstrahlung, so sagt man, der Resonator ist auf die Strahlung abgestimmt.

Mit den beschriebenen Hilfsmitteln hat HERTZ zunächst gezeigt, wie sich unter geeigneten Bedingungen stehende elektrische Wellen ausbilden können. Wir gehen wieder aus von einem akustischen Analogon, nämlich von den stehenden Wellen, die sich in den nach KUNDT benannten Röhren ausbilden. Wir wissen, daß stehende Wellen immer dann auftreten, wenn zwei Wellenzüge miteinander interferieren, die gleiche Wellenlänge und Schwingungsamplitude besitzen und die sich in entgegengesetzter Richtung fortpflanzen. In einem KUNDTschen Rohr ist es die von dem geriebenen Stab ausgehende Welle, die mit der an dem Rohrende reflektierten Welle interferiert (Abb. 333). An den Stellen des Rohres, wo durch die Interferenz sich Schwingungsknoten ausbilden, wird der im Rohr befindliche Korkstaub durch die lebhafteste Luftschwingung weggetrieben und an den Knotenstellen gesammelt, da dort die Luft in Ruhe ist.

Auch bei elektrischen Schwingungen können durch Interferenz stehende Wellen mit Knoten und Bäuchen sich ausbilden. An der Stelle c (Abb. 526) befinde sich die Funkenstrecke des Oszillators O , der die elektrischen Wellen aussendet, und bei a der Resonator R , durch den sie nachgewiesen werden. Senkrecht zur Verbindungslinie bc von Oszillator und Resonator sei ein großer Blechschirm A aufgestellt.

Der Abstand zwischen Oszillator und Schirm sei fest gewählt, der Resonator aber sei entlang der Linie bc verschiebbar. Bringt man den Resonator in unmittelbare Nähe des Schirmes, so zeigen sich keine Funken, entfernt man ihn aber entlang bc allmählich von dem Schirm, so treten Funken auf, die sich immer mehr verstärken, bis sie von einer bestimmten Stelle an wieder schwächer werden. Die Abnahme und Zunahme des Funkenspiels wiederholt sich in regelmäßigen Abständen von dem Schirm (Maxima bei a, a', a'' , Minima bei b, b', b''), woraus wir schließen dürfen, daß in der Tat eine Interferenzerscheinung vorliegt. Die von dem Oszillator ausgehenden Wellen treffen den Schirm und werden von ihm reflektiert; die ankommende und reflektierte Welle interferieren miteinander, wobei sich, ähnlich wie im KUNDTschen Rohr, Schwingungsbäuche und -knoten ausbilden. Während aber im KUNDTschen Rohr die Luft, also etwas Materielles, (in den Bäuchen) sich in lebhafter Hin- und Herbewegung befindet, sind es bei den elektrischen Wellen die magnetischen und elektrischen Kraftfelder, die durch ihren raschen Wechsel das Wesen der Schwingungen ausmachen. Und ferner: während beim Schall die Bewegungsrichtung der Luftteilchen mit der Fortpflanzungsrichtung der Welle zusammenfällt, verläuft bei der elektrischen Welle die Richtung der Kraftfelder senkrecht zur Fortpflanzungsrichtung.

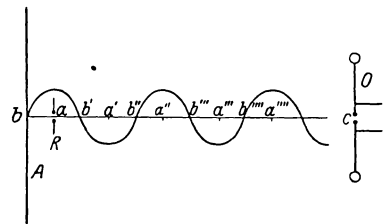


Abb. 526. Stehende elektrische Wellen.

Nachdem HERTZ gezeigt hatte, daß die elektrischen Wellen an Metallflächen reflektiert werden, lag der Versuch nahe, die Wellen durch einen parabolisch gekrümmten Hohlspiegel zu konzentrieren und so parallel verlaufende „Strahlen elektrischer Kraft“, wie HERTZ sie nannte, herzustellen. In Abb. 527 bedeutet A einen aus einem großen Blechstück gebogenen Parabolspiegel, in den der Oszillator derart eingebaut ist, daß seine Funkenstrecke mit der Brennpunktlinie zusammenfällt. Die von dem Oszillator ausgehenden Schwingungen werden dann in der aus der

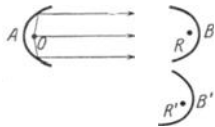


Abb. 527. Reflexion elektrischer Wellen an Parabolspiegeln.

Wellenzug, der von einem zweiten gleichartigen Parabolspiegel aufgefangen werden kann. Sind die Spiegel, wie A und B , einander zugekehrt, so spricht der in der Brennpunktlinie von B befindliche Resonator R auch bei großem gegenseitigen Abstand der Spiegel lebhaft an. Bringt man aber B in die Stellung B' , so hören die Funken im Resonator R' auf, ein Beweis dafür, daß auch die elektrischen Wellen, ebenso wie das Licht, durch geeignete Reflektoren in parallel verlaufenden Strahlenbündeln zusammengehalten werden können.

Mit demselben Versuchsaufbau konnte HERTZ aber auch noch andere grundlegende Eigenschaften der elektrischen Wellen feststellen. So zeigte sich, daß die Funken in R sofort aufhörten, wenn man einen Metallschirm in den Strahlengang brachte, daß aber ein Brett oder eine Glasplatte keinen derartigen Einfluß hatte. Metalle absorbieren bzw. reflektieren also die elektrischen Wellen, Isolatoren aber lassen sie hindurchtreten. Beides ist in Einklang mit der MAXWELLSCHEN Theorie.

Ein bekannter Elementarversuch der Optik zeigt, daß Lichtstrahlen beim Durchgang durch ein Prisma gebrochen, d. h. aus ihrer ursprünglichen Richtung abgelenkt werden. Auch mit elektrischen Wellen hat HERTZ einen ähnlichen Versuch ausgeführt. In den Strahlengang des Oszillators O (Abb. 528) wurde

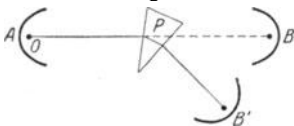


Abb. 528. Brechung elektrischer Wellen in einem Asphaltprisma.

ein Prisma P von etwa 1 m Kantenlänge eingeschaltet, das aus Asphalt gefertigt war, der für elektrische Wellen gut durchlässig ist. Der Resonator sprach nun nicht mehr an, wenn er sich bei B in der Achse des Hohlspiegels A befand, sondern erst dann, wenn er um einen erheblichen Winkel aus dieser Richtung herausgedreht war (Stellung B'). Dies zeigt, daß in der Tat auch bei elektrischen Wellen eine Strahlenbrechung eintritt wie bei Licht.

Diese und viele andere erfolgreiche Versuche über die Beugung und Polarisation der elektrischen Wellen haben auch die letzten Zweifel behoben, daß die elektrischen Wellen und Lichtwellen wesensgleich sind. Nur in der Wellenlänge unterscheiden sie sich voneinander: Während die HERTZSCHEN Wellen nach Metern messen, haben wir es beim Licht mit Wellenlängen von nur zehntausendstel Millimeter Länge zu tun (vgl. S. 494).

403. Funkentelegraphie und Telephonie. Wer die Schwierigkeiten kennt, mit denen HERTZ zu kämpfen hatte, um die Schwingungen seines Oszillators auch nur über die kurze Strecke seines Experimentierzimmers nachzuweisen, muß erstaunt den Fortschritt der Technik betrachten, der es ermöglicht hat, daß heute die Wellen vieler Funkstationen den ganzen Erdball umfassen. Die ersten erfolgreichen Versuche einer drahtlosen Telegraphie gehen auf MARCONI zurück. Seine Anordnung ist der HERTZSCHEN noch sehr ähnlich, doch ist der *geschlossene* Schwingungskreis, wie ihn HERTZ benutzte, durch einen sog. *offenen* Schwin-

gungskreis ersetzt, der ein viel größeres Strahlungsvermögen besitzt. Bei dem geschlossenen Schwingungskreis (Abb. 529 a) liegen die Kondensatorplatten CC' dicht nebeneinander, so daß die elektrischen Kraftlinien nur einen kurzen Weg im Kondensator zu durchlaufen haben. Denken wir uns nun die beiden Kondensatorplatten immer weiter auseinandergezogen, bis sie schließlich die Stellung der Abb. 529 b einnehmen, so breiten sich die Kraftlinien im weiten Bogen durch den Raum von einer zur anderen Platte aus. Die Fernwirkung eines solchen offenen Schwingungskreises ist daher viel größer als die des geschlossenen. Man kann die Anordnung wesentlich vereinfachen, wenn man die eine Seite der Funkenstrecke zur Erde ableitet und die zweite durch einen hoch in die Luft ragenden Draht — die sog. Antenne — ersetzt (Abb. 529 c). Die Kraftlinien verlaufen dann vom Draht zur Erde, wie in der Abbildung angedeutet ist.

Andererseits wurde aber auch der Empfang wesentlich verfeinert durch Verwendung des sog. Kohälers. In ein Glasrohr K sind zwei Elektroden E_1E_2 eingeführt, und der Zwischenraum ist mit feinem Metallpulver ausgefüllt (Abb. 530). Das Metallpulver hat eine charakteristische Eigenschaft: für gewöhnlich besitzt es

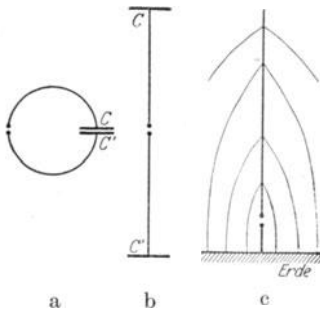


Abb. 529. Geschlossener und offener Schwingungskreis.

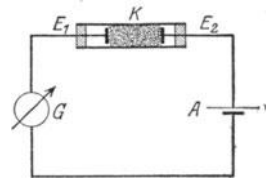


Abb. 530. Empfangskreis mit Kohärer und Galvanometer.

einen so großen Widerstand, daß es, in den Stromkreis eines Akkumulators eingeschaltet, nur einen minimalen Strom hindurchläßt. Treffen aber elektrische Wellen auf das Pulver, so verringert sich sein Widerstand erheblich, und der Strom nimmt infolgedessen zu. Dadurch wird es zum Detektor ankommender elektrischer Wellen. Man bildet aus dem Kohärer K , dem Akkumulator A und einem Galvanometer G einen Stromkreis (Abb. 530). Solange keine elektrischen Wellen auf den Kohärer fallen, bleibt das Galvanometer in Ruhe, sobald aber elektrische Wellen ankommen, wird dies vom Galvanometer angezeigt. Das Metallpulver behält auch, nachdem die Wellen zu wirken aufgehört haben, seinen niedrigen Widerstand bei, da die Teilchen nun fester zusammenhaften. Durch automatisch bewirktes Beklopfen der Kohäreröhre sorgt man dafür, daß die Teilchen immer wieder ihre frühere lockere Lage gewinnen.

Zu Telegraphierzwecken schaltet man in den Primärkreis des Induktors I (Abb. 524) eine Taste T ein. Setzt man durch Drücken der Taste den Induktor in Betrieb, so wird die Antenne, die jetzt an die Stelle der Kugeln C und C' tritt, in rascher Folge geladen und über die Funkenstrecke zur Erde entladen. Als Folge dieser Entladungen laufen gedämpfte elektrische Schwingungen in rascher Folge in den Raum hinaus, treffen auf den Kohärer, der seinerseits wieder das Galvanometer zum Ausschlag bringt. Je nachdem die Taste kürzer oder länger gedrückt wird, hält auch der Galvanometerausschlag verschieden lange an, so daß man ohne weiteres Morsezeichen übermitteln kann.

Das MARCONISCHE Verfahren hat nur mehr theoretisches Interesse, insofern es die Grundlagen der Funkentelegraphie klar heraustreten läßt. Die Bestre-

bungen, die die rasche Weiterentwicklung ermöglichten, die wir aber nur kurz streifen können, waren einerseits darauf gerichtet, die Stärke der Ausstrahlung und damit die Reichweite der Sendestation zu vergrößern, andererseits aber auch die gedämpfte Welle des alten HERTZschen Oszillators durch eine ungedämpfte Welle zu ersetzen. Ein Weg, der sich hierzu bot, war die Konstruktion von Wechselstrommaschinen, die nicht, wie sonst in der Technik, die Stromrichtung etwa 100 mal, sondern 100 000 mal in der Sekunde wechselten. Ein hochperiodischer Wechselstrom ist ja nichts anderes als eine ungedämpfte Welle. Solche ungedämpfte Wellen haben für die drahtlose Zeichenübermittlung den großen Vorteil, daß die Empfangsstation viel schärfer auf die Sendestation abgestimmt werden kann, als das bei einer gedämpften Welle der Fall ist. Mit der Zunahme des drahtlosen Verkehrs gewinnt die Frage der Abstimmungsschärfe eine immer größere Bedeutung. Auch an die Entwicklung einer drahtlosen Telephonie konnte nur dann gedacht werden, wenn ungedämpfte Wellen zur Verfügung standen.

Mit dem Ausbau der Sendestationen ging die Weiterentwicklung der Empfangsanlagen Hand in Hand. Sehr fördernd war hier die Konstruktion eines Empfängers, bei dem das Galvanometer durch ein Telephon ersetzt wurde, und dessen Wirkungsweise, weil

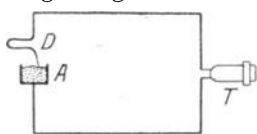


Abb. 531. Empfängskreis mit Kontaktdetektor und Telephon.

von grundsätzlicher Bedeutung, noch kurz erläutert sei. Nehmen wir an, die gedämpfte Welle eines MARCONI-senders würde von einem Schwingungskreis, der ein Telephon enthält, aufgefangen werden. Die Schwingungen, welche dann diesen Kreis im Rhythmus des Senders durchfließen, zeigen den in Abb. 532 (Kurve *a*) dargestellten Verlauf. Da die Stromrichtung sich in jedem

Wellenzug in der Zeit von $\frac{1}{100\,000}$ Sekunde oder noch weniger mehrmals umkehrt, so ist die Telephonmembran wegen ihrer Trägheit nicht in der Lage, den Schwingungen zu folgen. Aber selbst, wenn sie es vermöchte, läge der Ton, der entstehen würde, weit oberhalb der Hörgrenze. Man hat sich nun dadurch

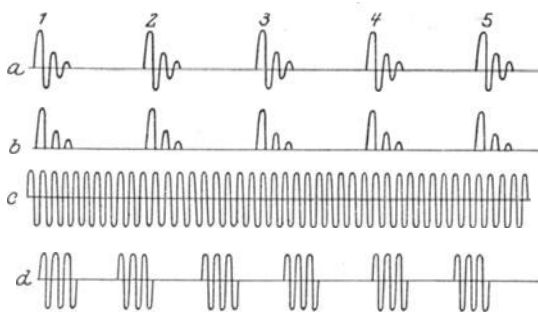


Abb. 532. Elektrische Wellen verschiedener Form.

geholfen, daß man in den Empfängskreis außer dem Telephon *T* noch einen sog. Kontaktdetektor einschaltete, der aus einem in einer Metallhülle liegenden Bleiglanz- oder Pyritkristall *A* besteht, der von einer Drahtspitze *D* leicht berührt wird (Abb. 531). Eine solche Kombination wirkt als Gleichrichter, d. h. der Strom geht nur in der einen, nicht aber in der entgegengesetzten Richtung durch ihn hindurch, so daß die Form der ankommenden Welle (d. h. die zeitliche Änderung der Stromstärke) in dem Empfängskreis nicht mehr der Kurve *a* (Abb. 532), sondern der Kurve *b* entspricht. Jeder einzelne Wellenzug (1 bzw. 2, 3, ...) besteht jetzt nur mehr aus einer Reihe gleichgerichteter Stromstöße, die sich in ihrer Wirkung auf die Telephonmembran verstärken, so daß diese sich durchbiegt. Sobald der erste Wellenzug vorüber ist, schwingt die Membran zurück; es folgt dann der zweite Wellenzug, der sie wieder durchbiegt, usw. Man hört einen Ton im Telephon, dessen Höhe durch die Zahl der in der Sekunde an-

kommenden Wellenzüge $1, 2, 3, \dots$ (also durch die Zahl der Funken in der Sendeanenne) bestimmt ist. Je regelmäßiger die Funken im Sender einander folgen, desto reiner ist der Ton, der an der Empfangsstelle gehört wird. Die Schwingungsdauer der elektrischen Welle selbst hat keinen Einfluß auf die Tonhöhe.

Man kann auch eine ungedämpfte Welle (Kurve c) für einen telephonischen Empfang geeignet machen, wenn man sie, wie in Kurve d gezeichnet, an der Sendestelle in regelmäßiger Weise unterbricht. Die Zahl der Unterbrechungen in der Sekunde bestimmt die Tonhöhe im Telephon. Je stärker man den ungedämpften Wellenzug unterteilt, desto höher wird der Ton, je mehr man die Wellenamplitude herabdrückt, desto leiser spricht das Telephon an. Man sieht, wie wenigstens im Prinzip verschiedene Töne in verschiedener Stärke drahtlos übertragen werden können, und man wird den Weg verstehen, welcher beschritten werden mußte, um zu einer drahtlosen Telephonie zu gelangen. Bedeutet z. B. die kräftig ausgezogene Linie AA in Abb. 533 die Schwingung, die eine Telephonmembran ausführen muß, wenn sie irgendeinen bestimmten Laut auf die Luft und damit auf das Ohr übertragen soll, so müssen die Amplituden des ungedämpften Wellenzugs an der Sendestelle derart modifiziert werden, daß die Wellenspitzen in diese Kurve fallen, so wie es in der Abbildung eingezeichnet ist. In Wirklichkeit liegen die Wellen natürlich noch viel dichter zwischen den symmetrischen Kurven AA und BB , als

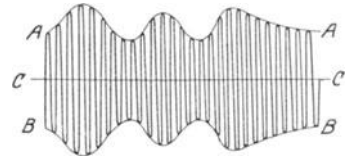
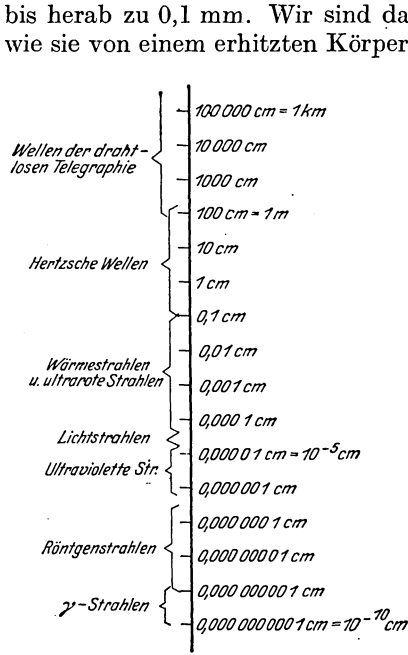


Abb. 533. Beispiel für die Form der elektrischen Wellen bei der drahtlosen Übertragung eines Lautes.

gezeichnet werden konnte. Im Empfangskreis unterdrückt der Detektor alle unterhalb der Nulllinie CC liegenden negativen Amplituden, und die Membran folgt in ihrer Bewegung sehr angenähert der Kurve AA , da sie ja den positiven Einzelamplituden der elektrischen Schwingungen nicht folgen kann. Da man Methoden gefunden hat, um der ungedämpften Welle an der Sendestelle die Schwingungen einer von Schallwellen getroffenen Membran im Sinne der Abb. 533 unmittelbar aufzudrücken, so war damit auch das Problem der drahtlosen Sprachübertragung im wesentlichen gelöst.

404. Zusammenstellung der elektromagnetischen Wellen verschiedener Frequenz. Wir haben in diesem Kapitel verschiedene Strahlenarten besprochen, die wir als wesensgleich mit dem Lichte erkannten. Sie alle bestehen aus transversalen Schwingungen elektrischer und magnetischer Kräfte, die sich mit der ungeheuren Geschwindigkeit von 300 000 km in jeder Sekunde durch den leeren Raum hindurch fortpflanzen. Die Eigenschaften der HERTZschen Wellen, der Lichtstrahlen oder der Röntgenstrahlen erscheinen uns bei erster Beobachtung so außerordentlich verschieden, daß wir an einen inneren Zusammenhang dieser Strahlen zunächst kaum glauben möchten. Und doch sind die Unterschiede allein durch die Änderung einer einzigen Konstanten, der Wellenlänge, bedingt. Wir gewinnen eine gute Übersicht über den großen Wellenlängenbereich, in dem elektromagnetische Schwingungen auftreten, an Hand des beistehenden Schemas. Gehen wir aus von den langen Wellen der drahtlosen Telegraphie, die nach Kilometern oder wenigstens nach Hunderten von Metern messen, so gelangen wir zunächst in jenen Bereich, in dem HERTZ seine berühmten Reflexions- und Beugungsversuche ausführte, durch die die Wesensgleichheit zwischen elektrischen Wellen und Lichtstrahlen dargetan wurde. HERTZ arbeitete noch mit Wellen von etwa 50 cm Länge; die kürzesten Wellen, die man heutzutage im Laboratorium durch Oszillatoren herstellen kann, haben eine Länge



bis herab zu 0,1 mm. Wir sind damit schon im Gebiet der sog. Wärmestrahlen, wie sie von einem erhitzten Körper (z. B. einem Ofen) ausgehen. An sie schließen sich an die ultraroten Strahlen und dann die Lichtstrahlen, für die wir in unserem Auge ein außerordentlich empfindliches Reagens besitzen. Die Wellenlängen von etwa 0,00008 cm (rot) bis 0,00004 cm (violett) sind unserem Auge zugänglich. Über die ultravioletten Strahlen, die wir noch mit der photographischen Platte nachweisen können, gelangen wir in das Gebiet der Röntgen- und γ -Strahlen, die wir am besten an ihrer ionisierenden Wirkung nachweisen können. Die kürzesten, überhaupt bekannten elektromagnetischen Wellen, nämlich die γ -Strahlen radioaktiver Substanzen, haben Wellenlängen, die zum Teil noch erheblich unter 10^{-9} cm liegen. Der ganze Bereich der uns bekannten elektromagnetischen Wellen umfaßt also mindestens 15 Zehnerpotenzen. Die verschiedenen Strahlenarten gehen dabei kontinuierlich ineinander über; die Lücken, die bis vor kurzem beim Übergang von der elektrischen Welle zum Licht und vom Licht zum Röntgenstrahl noch bestanden, können jetzt als überbrückt gelten.

Abb. 534. Übersicht über den gesamten Bereich der elektromagnetischen Wellen.

Wellenlängen und Spektralbezirke des gesamten Spektrums, gemessen in Ängström-Einheiten. (10^{-8} cm = 1 Ängström-Einheit [Å.-E.])

Kürzeste, bisher nachgewiesene Wellenlänge von Röntgenstrahlen	ca. 0,06	Å.-E.
Längste Wellenlänge von Röntgenstrahlen	ca. 0,660	„
Kürzeste, bisher beobachtete ultraviolette Strahlen	202	„
Von gutem Flußspat noch durchgelassen, von kurzen Luftstrecken völlig absorbiert.	1800	„
Von kristallisiertem Quarz, auch Gips, Steinsalz in nicht zu dicker Schicht noch durchgelassen.	2200	„
Letzter Teil der Emission von Quarzquecksilber- u. Quarzamalglampen	3000	„
Von Uviolquecksilberlampen stark emittiert	3400	„
Reichlich vom elektrischen Kohlebogen ausgehend	3600	„
Violettes Licht	4240	„
Blaues Licht	4920	„
Grünes Licht	5350	„
Gelbes Licht	5860	„
Gelbrotes Licht	6470	„
Rotes Licht.	8100	„
Kürzeste ultrarote (Wärme-) Strahlen	8100	„
Absorptionsgrenze des Kalkspats und Quarzes	ca. 50000	„
Metallische Reflexion von Steinsalz	51200	„
Metallische Reflexion von Sylvin	61100	„
Metallische Reflexion von Quarz	85000	„
	90200	„
	207500	„
Längste ultrarote Emission des Quecksilberdampfes.	3130000 = 0,313 mm	
Die Länge der in der drahtlosen Telegraphie benutzten HERTZschen Wellen beträgt zirka 100 m bis 30000 m.		

Die Lehre vom Licht (Optik).

A. Geometrische Optik.

1. Entstehung und Ausbreitung des Lichtes.

405. Lichtempfindung und Licht. Den Unterschied zwischen hell und dunkel kennt jeder aus einer Empfindung, die ihm das Auge vermittelt. Auch am hellen Tage können wir uns die eine oder die andere Empfindung verschaffen, indem wir die Augen schließen oder öffnen. Wir sagen, wenn die Augen offen sind, daß „Licht“ hineinfällt. Wir sprechen also von „Licht“ als einer *Ursache*, die in uns die „Licht“-*Empfindung* hervorrufen kann, und erkennen das Auge als den Vermittler, der uns zu ihr verhilft. Helligkeit empfinden wir aber auch gelegentlich im geschlossenen Auge und auch im Finstern, z. B. bei einem Schlag auf das Auge, oder wenn ein elektrischer Strom in bestimmter Richtung durch den Kopf fließt, überhaupt bei jedem „Reiz“ auf den vom Auge zum Gehirn führenden Sehnerven. Man kann — ähnlich der HELMHOLTZschen Definition der Schallempfindung — die *Lichtempfindung* definieren als: *die dem Auge eigentümliche Reaktionsweise gegen äußere Reizmittel*. Gegen alle äußeren Reizmittel! Das Reizmittel, das als der *normale* Erreger der Lichtempfindung gilt, *nennen* wir „Licht“. Diese Bezeichnung, die von einer besonderen Empfindung abgeleitet ist, ist einseitig, denn dasselbe Erregungsmittel erzeugt, wenn es unsere Hautnerven erregt, Wärmeempfindung und kann außerdem Vorgänge herbeiführen (photographische), die mit Empfindungen nichts zu tun haben.

Hier sehen wir aber von anderen Wirkungen, die das Licht hervorrufen kann, ab, wir betrachten es lediglich als das Etwas, das die Lichtempfindung hervorrufen kann.

406. Theorien der Entstehung und der Ausbreitung des Lichtes. Wie verschiedenartig auch unsere normalen Lichtempfindungen sind, ihre Ursache ist immer eine *Lichtquelle*, von der das Licht herkommt. Die Vorstellungen, die man sich davon macht, *wie* sich das Licht von der Quelle aus *verbreitet*, haben sich im Laufe der Zeit stark gewandelt. Die einfachste Erklärung schien die zu sein, nach der die Lichtquelle Körperchen aussendet, die, wenn sie das Auge treffen, die Lichtempfindung hervorrufen. Diese Emissionstheorie (NEWTON), nach der das Licht ein Stoff wäre, hat heute nur noch historisches Interesse. Die aus ihr gezogenen Schlüsse stimmen in manchen wesentlichen Dingen mit der Erfahrung nicht überein, vor allem aber kann sie gewisse Erscheinungen nicht erklären — besonders nicht die Interferenzerscheinungen des Lichtes. Was damit gemeint ist, versteht man, wenn man sich den durch Abb. 342 erläuterten Vorgang vergegenwärtigt: mit Hilfe einer besonderen Vorrichtung gelangen dort die Schallwellen aus derselben Schallquelle gleichzeitig auf zwei verschiedenen Wegen in das Ohr hinein, und unter gewissen (dort angegebenen) Bedingungen ist der Schall dann trotzdem nicht wahrnehmbar. Man denke sich das Ohr durch das Auge ersetzt, die Schallquelle durch eine Lichtquelle und jene für die Schallleitung eingerichtete Vorrichtung durch eine, die dem analogen Zwecke für das Licht dient. Man versteht dann, was mit Interferenzerscheinungen des Lichtes gemeint ist, wenn wir sagen: es sind Lichterscheinungen, bei denen *Licht zu Licht hinzugefügt* unter gewissen Bedingungen *Dunkelheit* erzeugt. —

Wir können uns nicht vorstellen, daß, wenn Licht ein Stoff ist und Helligkeit erzeugt, es möglich sein soll, durch Hinzufügung *desselben* Stoffes zu jenem Stoff Dunkelheit zu erzeugen. (Als „Lichtquantentheorie“ gewinnt die Emis-

sionstheorie, energetisch modifiziert, neues Interesse, aber sie findet an der Interferenz des Lichtes dieselbe unüberwindbare Schwierigkeit wie in der ursprünglichen Form.)

Wir können aber die Interferenzerscheinungen befriedigend aus ähnlichen Annahmen erklären, wie wir sie der Lehre vom Schall zugrunde gelegt haben, d. h. wenn wir das Licht als *Wellenbewegung* deuten. Die *Wellentheorie des Lichtes* (HUYGHENS, YOUNG, FRESNEL) nimmt an, daß gewisse Teilchen in dem leuchtenden Körper sehr schnell schwingen, daß diese Schwingungen sich von dem leuchtenden Körper aus im Raume ausbreiten und, wenn sie unseren Sehnerven treffen, in ihm die Lichtempfindung hervorrufen. Gewisse Erscheinungen zwingen zu der Annahme, daß diese Schwingungen transversale sind, d. h. *senkrecht* zu ihrer Fortpflanzungsrichtung erfolgen (Abb. 285), nicht wie bei den Schallschwingungen longitudinale, die *in* der Fortpflanzungsrichtung erfolgen (Abb. 289). Sofort erhebt sich die Frage: Wie gelangen die Schwingungen des leuchtenden Körpers zu unserem Auge? Den Schall übertragen die Schwingungen der zwischen der Schallquelle und dem Ohr liegenden Materie — Schwingungen der festen, der flüssigen, der gasförmigen Körper, für gewöhnlich der Luft. Das Licht geht aber auch durch *luftleere* Räume. Materie kann es also nicht sein, was die Schwingungen von der Lichtquelle aus verbreitet. Die Wellentheorie nimmt an, daß es der *Äther* ist. Sie schreibt dem Äther zunächst keine weiteren Eigenschaften zu, als daß er *überall*, an *jedem Punkte* auch des nicht von der Materie eingenommenen Raumes vorhanden ist, und daß er imstande ist, zu schwingen und dabei Energie zu übertragen. Die Übertragung des Lichtes von der Lichtquelle zum Auge haben wir uns dann so vorzustellen: zunächst gerät der Äther in unmittelbarer Nachbarschaft der Lichtquelle in Schwingungen, diese Schwingungen teilen sich dem Äther zwischen der Lichtquelle und unserem Auge mit und versetzen schließlich den an unseren Sehnerven grenzenden Äther in Bewegung, und dessen Schwingungen üben dann den Reiz aus, der die Lichtempfindung hervorrufft.

Diese Theorie des Lichtes ist also ein vollkommenes Seitenstück zu der des Schalles. Sie hat während der letzten fünfzig Jahre beträchtlich geändert oder vielmehr erweitert werden müssen. Die Vorstellung von der Ausbreitung durch Wellen — transversale — ist geblieben; aber die Vorstellung davon, wie die Wellen entstehen, und das Bild, das man sich von der Lichtwelle gemacht hatte, haben geändert werden müssen. Die ursprüngliche Annahme war: die Ätherteilchen schwingen *infolge der elastischen Kräfte*, die zwischen ihnen wirken, auf und ab und bilden dabei die Transversalwellen. Sie führt aber zu einem unlösbaren Widerspruch: *transversale* Schwingungen können sich an einer Punktreihe (Abb. 284) nur dann fortpflanzen, wenn die zwischen den Punkten wirkende elastische Kraft Schubelastizität (S. 113f. und 298) ist — Schubfestigkeit (Scherfestigkeit) besitzen aber nur *starre* Körper. Man mußte daher dem Äther die charakteristische Eigenschaft eines *starren Körpers* zuschreiben. Aber die Weltkörper, obwohl sie sich dauernd durch den Äther bewegen, da er ja überall vorhanden ist, behalten ihre Geschwindigkeit unverändert, werden also von dem Äther gar nicht gehemmt — man mußte daher dem Äther auch die Eigenschaft eines idealen, reibungsfreien *Gases* zuschreiben. Diesen Widerspruch vermeidet die Hypothese (von FARADAY stammend, von MAXWELL theoretisch weiterentwickelt und von HERTZ durch Tatsachen bewiesen), daß der Äther, der die „Licht“-Wellen bildet und fortpflanzt, identisch ist mit dem Medium, das die elektrischen „Fernwirkungen“ im Raume ausbreitet, und daß die Wellen, die sich von Lichtquellen ausbreiten, nicht durch Elastizität ent-

stehen, sondern durch elektrische und magnetische Vorgänge im Äther, die sich an jedem Ätherteilchen periodisch wiederholen und von ihm auf seine Nachbarn übertragen werden. Eine Lichtwelle ist nichts anderes als ein räumlich und zeitlich periodisch veränderliches elektromagnetisches Feld. Man nennt diese Theorie: *die elektromagnetische Theorie des Lichtes*.

Eine „Welle“ ist der elektromagnetische Vorgang im Äther, in demselben Sinne, in dem die Verdichtung und die Verdünnung bei der Ausbreitung des Schalles im Luftmeer eine „Welle“ ist, d. h. in bildlicher *Umdeutung*. Wird der periodische Verlauf der elektromagnetischen Zustandsänderung längs einer Punktreihe durch eine Kurve dargestellt, so hat die Kurve die bekannte Wellenform. Auch die elektromagnetische Theorie des Lichtes hat erweitert werden müssen, weil sie die Farbenzerstreuung des Lichtes nicht erklären konnte, während die auf LORENTZ Vorstellungen gegründete Elektronentheorie der Dispersion mit der Erfahrung gut übereinstimmt. Ferner hat die Relativitätstheorie die Vorstellung eines materiellen Äthers unmöglich gemacht, aber das elektromagnetische Feld wird als empirisch gegeben angenommen. — Für die folgende Darstellung ist es belanglos, ob wir uns die Ätherschwingungen durch elastische oder elektromagnetische Kräfte hervorgerufen denken. Wir beziehen uns deswegen stets auf die leichter vorstellbaren elastischen Wellen.

407. Fortpflanzungsgeschwindigkeit des Lichtes. Die Frage: „wieviel Zeit vergeht, ehe das Licht von einer Lichtquelle bis in unser Auge gelangt?“ scheint der alltäglichen Erfahrung gegenüber sinnlos zu sein, denn wir haben stets den Eindruck, das Aufflammen einer Lichtquelle und die dadurch in uns hervorgerufene Empfindung sind *gleichzeitig*. Tatsächlich sind sie es aber *nicht*; die Vorstellung von der Gleichzeitigkeit ist eine Sinnestäuschung, sie wird nur deswegen in uns hervorgerufen, weil die Geschwindigkeit der Lichtwellen ungeheuer groß ist, 300 000 km in der Sekunde, die sie gebrauchen, um die verhältnismäßig kleinen Strecken zwischen den irdischen Lichtquellen und dem Auge zurückzulegen, ist daher *unwahrnehmbar* kurz. Aber man hat sie trotzdem messen können.

Wenn der Abstand zwischen der aufflammenden Lichtquelle und uns groß genug ist — unser Abstand von den Sternen ist es zum Beispiel —, so kann man sich davon überzeugen, daß das „Aufflammen“ der Lichtquelle und die dadurch hervorgerufene Lichtempfindung zeitlich getrennt sind. Natürlich muß man dazu 1. genau wissen, wann das Aufflammen tatsächlich *stattfindet*, und 2., um wieviel später — d. h. um wieviel Sekunden später — man es *sieht*; kennen wir unseren Abstand von jener Lichtquelle, so kann man aus ihm

Gewisse astronomische Vorgänge, von denen man genau weiß, wann sie *eintreten*, und um wieviel später wir sie eintreten *sehen*, haben in der Tat die ersten Anhaltspunkte für die Messung der Lichtgeschwindigkeit geliefert, vor allem die Beobachtungen der Verfinsternung der Jupitermonde durch OLAF RÖMER (Paris 1670—1676). Jeder der Monde wird von der Sonne beleuchtet und ist selber so gut wie eine Lichtquelle, solange die Sonnenstrahlen ihn wirklich treffen. Der Jupiter *J* (Abb. 535) wirft aber, da er nur von *einer* Seite her Licht bekommt, einen Schatten. Jeder der Monde (ausgenommen der fernste) tritt daher bei jedem Umlauf um den Planeten einmal in dessen Schatten ein — d. h. er wird dann von den Sonnenstrahlen *nicht* getroffen —, durchläuft ihn und tritt auf der anderen Seite aus. Den Eintritt in den Schatten und den Austritt (die *Verfinsternungsdauer*) kann man beobachten, da jeder Mond dann aufhört oder wieder beginnt, eine Lichtquelle zu sein. Nun beobachtete RÖMER *erstens*, daß der Eintritt in den Schatten später anfing, als der Rechnung entsprach,

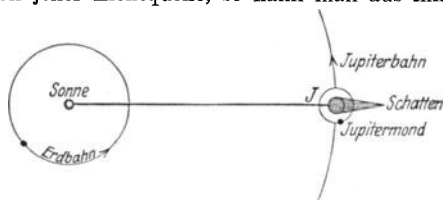


Abb. 535. Die Verfinsternung der Jupitermonde und ihre Anwendung zur Ermittlung der Geschwindigkeit des Lichtes.

und ebenso der Austritt aus dem Schatten, d. h. das Verschwinden und das Wiedersichtbarwerden des Mondes. *Zweitens* beobachtete er, daß der Unterschied zwischen der beobachteten und der berechneten Verfinsterungsdauer desto größer ist, je weiter die Erde, d. h. der Beobachtungsort, von dem aus er nach der Lichtquelle hinsah, vom Jupiter entfernt ist. RÖMER erklärte die Abweichung zwischen Beobachtung und Rechnung so: es vergeht eine gewisse Zeit, ehe das Licht von dem Jupitermonde zu uns gelangt, und zwar desto mehr Zeit, je weiter wir vom Jupiter entfernt sind. Wir sehen daher den Austritt des Mondes aus dem Schatten verspätet, und die Verspätung wird immer größer, einen je längeren Weg das Licht zurückzulegen hat, ehe es vom Jupiter zu uns kommt. Aus den Zahlen, die aus den Verfinsterungsbeobachtungen hervorgingen, folgte die Geschwindigkeit des Lichtes zu 297 100 km/sec. Sehen wir z. B. beim Sonnenaufgang den Rand der Sonnenscheibe über dem Horizont gerade erscheinen, so sind bereits ca. $8\frac{1}{4}$ Min. verflossen, seit sie tatsächlich *angefangen hat*, sich über den Horizont zu erheben. So viel Zeit hat das Licht gebraucht, um die etwa 20 Millionen Meilen lange Strecke bis zu uns zurückzulegen.

Eine andere astronomische Methode, die Lichtgeschwindigkeit zu messen, benützt die Größe der von BRADLEY (1725) entdeckten Aberration der *Fixsterne*. Zum Verständnis der Aberration dient das Folgende: Wir sehen jede Lichtquelle als Endpunkt der Geraden, die unser Auge mit ihr verbindet, d. h. wir sehen sie in der *Richtung* der Lichtstrahlen, die von ihr in unser Auge gelangen. Bis das Licht aber im Auge eintrifft, ist seit seinem Abgange von dem Stern eine gewisse Zeit verstrichen. In dieser Zeit hat sich sowohl der Stern auf seiner Bahn weiterbewegt, wie auch der Beobachter in der Erdbahn. Wir sehen den Stern daher nicht an dem wahren Ort, an dem er sich zur Zeit der Beobachtung befindet, sondern an einem scheinbaren. Diese Erscheinung nennt man Aberration des Fixsternlichtes. Sie äußert sich in einer scheinbaren Verschiebung der Einfallsrichtung des Lichtes ($20,5''$). Die aus ihr berechnete Lichtgeschwindigkeit stimmt mit der nach der RÖMERSchen Methode gefundenen überein — ein Beweis, daß sich das Licht selbständiger Lichtquellen, wie der *Fixsterne*, mit derselben Geschwindigkeit fortpflanzt wie das unselbständiger Lichtquellen, der *Planeten*.

Aber man kann die Lichtgeschwindigkeit auch nach terrestrischen Methoden messen, bei denen das Licht nur wenige Kilometer (FIZEAU), ja sogar bisweilen nur wenige Meter (FOUCAULT) durchläuft. Die astronomischen Methoden sind, obwohl sie mit ungeheuren Strecken rechnen, viel weniger entscheidend als die terrestrischen, weil gewisse Größen, die in die Rechnung eintreten, nicht genau genug bekannt sind. Als Mittelwert aus den zuverlässigsten *terrestrischen* Messungen kann man 299 750 km/sec annehmen. Diese Zahl gibt die Fortpflanzungsgeschwindigkeit in Luft, die astronomischen Methoden messen die Fortpflanzungsgeschwindigkeit in dem leeren Weltraum.

Die FOUCAULTSche Methode, bei der man das Licht nur wenige Meter durchlaufen zu lassen braucht, gestattet auch die Frage zu entscheiden, ob sich das Licht, wenn es durch andere Stoffe als durch Luft geht, z. B. durch Wasser, mit anderer Geschwindigkeit fortpflanzt. Die Emissionstheorie behauptet, es müsse sich durch Wasser schneller fortpflanzen, die Wellentheorie behauptet das Gegenteil — und der Versuch hat für die Wellentheorie entschieden: das Licht geht 1,33 mal *schneller durch die Luft als durch Wasser*. Im selben Sinne läßt sich die Frage für jede andere Substanz entscheiden. Die Zahl, die angibt, wie sich die Fortpflanzungsgeschwindigkeit des Lichtes durch einen bestimmten Stoff zu der durch Luft verhält, wird der „Lichtbrechungsquotient“ des betreffenden Stoffes gegen Luft genannt. Wir kommen später auf ihn zurück.

Wie der Schall, so ist auch das Licht in der Geschwindigkeit seiner Fortpflanzung von seiner Intensität unabhängig, das Licht einer starken und das einer schwachen Lichtquelle pflanzen sich gleich schnell fort. Anders aber verhält es sich mit der Abhängigkeit von der Wellenlänge. Wir nehmen hier folgendes vorweg: Wie es kürzere und längere Schallwellen gibt, so gibt es auch kürzere und längere Lichtwellen. Wie den Schallwellen von unterschiedlicher Länge Töne von unterschiedlicher Höhe entsprechen, so entsprechen den Lichtwellen von unterschiedlicher Länge Lichter von unterschiedlicher *Farbe*: Rot entspricht verhältnismäßig langen Wellen, Grün mittellangen, Violett verhältnismäßig kurzen. Wie wir früher gefragt haben: „Pflanzen sich *Töne* von *verschiedener Höhe* gleich schnell fort?“ so fragen wir jetzt: „Pflanzen sich *Lichter* von *verschiedener Farbe* gleich schnell fort?“ Wir haben (S. 300, Mitte) gesehen: würden sich hohe und tiefe Töne verschieden schnell fortpflanzen, dann würden verschieden hohe Töne, die in großem Abstände von uns gleichzeitig erzeugt werden,

nicht gleichzeitig bei uns ankommen; wir würden sie vielmehr einen nach dem anderen ankommen hören, ein Akkord würde also bei uns als „gebrochener“ ankommen. Und analog: Das Licht, das von einem Stern zu uns gelangt, etwa einem der so oft beobachteten Jupitermonde, entspricht — wir nehmen das voraus — den gleichzeitig erzeugten Tönen verschiedener Tonhöhe. Es ist zusammengesetzt aus allen möglichen Farben, d. h. es enthält Lichter von allen möglichen Wellenlängen. Würden sich diese *verschieden* schnell fortpflanzen, so müßten wir bei dem Wiedererscheinen des Sternes eine Farbe nach der anderen ankommen sehen: wir müßten den Stern bei seinem Wiedererscheinen alle möglichen Farben durchlaufen und erst zuletzt, im Zusammenklange aller Farben, in seinem natürlichen Lichte sehen; und dieselbe Reihe von Farben müßten wir ihn bei der *Verdunkelung* in *umgekehrter* Reihenfolge durchlaufen sehen. Dem widerspricht die Erfahrung: im leeren Raum pflanzen sich lange und kurze Lichtwellen gleich schnell fort. — Ganz anders in den ponderablen Stoffen! Hier werden wir tatsächlich die Auflösung des Lichtes in einen gebrochenen Farbenakkord, ein *Spektrum*, infolge der Verschiedenheit der Fortpflanzungsgeschwindigkeit verschieden langer Lichtwellen, kennenlernen. In den meisten Gasen freilich, z. B. der atmosphärischen Luft, ist der *Unterschied* für die verschiedenfarbigen Lichter *so klein*, daß er nur mit besonderen Mitteln wahrnehmbar ist, und unserer alltäglichen Erfahrung gegenüber verhält sich daher die Atmosphäre dem Licht gegenüber praktisch wie der leere Raum.

408. Geradlinige Ausbreitung des Lichtes. So vollkommen nun auch Licht und Schall in der Art, wie sie sich ausbreiten, übereinzustimmen scheinen — in ihrem eigentlichen Wesen sind sie grundverschieden. Solange sie sich ungestört um ihre Erregungsmittelpunkte ausbreiten und ins Unendliche weitergehen, macht sich kein Unterschied geltend. Wohl aber, sobald sie an eine Wand gelangen, die ihre Ausbreitung hindert, und die eine Öffnung enthält, durch die sie hindurch müssen, um sich jenseits der Wand weiter ausbreiten zu können. Der Unterschied kündigt sich durch eine Tatsache an, die jeder kennt, aber als „selbstverständlich“ hinnimmt: durch die Tatsache, daß man nicht „um die Ecke“ sehen, wohl aber um die Ecke hören kann. Hiervon gehen wir aus, um eines der Grundgesetze der Lehre vom Licht zu erläutern.

Daß man nicht „um die Ecke“ sehen kann, heißt: man kann einen Punkt, z. B. eine als Punkt geltende Lichtquelle, etwa einen Fixstern, nur dann sehen, wenn eine gerade Linie von dem Punkte zu dem Auge hin, die „Luftlinie“, durch nichts unterbrochen wird, also keinen Gegenstand irgendwelcher Art durchschneidet, um unser Auge zu erreichen (wir schließen hier auch die durchsichtigen Körper aus und selbstverständlich jede optische Vorrichtung). Wir wissen, für den Schall besteht keine ähnliche einschränkende Bedingung. Man beschreibt das mit den Worten: das Licht breitet sich nur in gerader Linie aus. Wenn man das von einer punktförmigen Lichtquelle L ausgehende Licht durch eine Wand WW aufhält (Abb. 536) und nur durch eine Öffnung AB weitergehen und auf eine Tafel W_1W_2 fallen läßt, so erscheint auf dieser — im übrigen dunklen — Tafel ein Lichtfleck, dessen Begrenzung man findet, wenn man die von L zu den Randpunkten AB gezogenen Geraden über den Rand hinaus bis zur Tafel verlängert. Ist, wie hier angenommen, die Tafel parallel zur Öffnung, so ist die Form des Lichtfleckes der Öffnung geometrisch ähnlich. — Man nennt den Lichtkegel LCD ein *Lichtbündel* und die geraden Linien *Strahlen*. Ein Auge

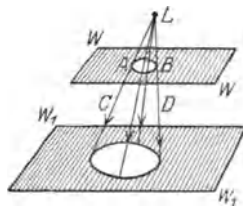


Abb. 536. Geradlinigkeit der Ausbreitung des Lichtes.

würde von der Tafel aus L nur dann sehen, wenn es sich innerhalb des Lichtfleckes befände, also eine von ihm zu L gezogene Gerade durch die Öffnung AB ginge. (Wäre L eine Schallquelle, so würde ein Ohr von der Tafel aus den Schall hören, gleichviel ob eine von ihm zu der Schallquelle gezogene Gerade durch die Öffnung ginge oder die Wand irgendwo anders schnitte.)

Man kann dieses Verhalten des Lichtes aus den Grundvorstellungen, die man sich von seiner Natur macht, mathematisch ableiten, man kann es aber auch als ein durch die Erfahrung gegebenes Gesetz ansehen und von ihm als solchem ausgehen. Das soll hier geschehen. „Das Gesetz der Ausbreitung des Lichtes in geraden Strahlen ist ebensowenig wie eines der anderen Grundgesetze der Physik, aus einzelnen eigens hierzu angestellten Beobachtungen geschlossen worden . . . Es nimmt seine Gewißheit, geradeso wie die Grundgesetze anderer physikalischer Disziplinen, aus der Übereinstimmung der aus ihm gezogenen Folgerungen mit der Erfahrung. Überall im gewöhnlichen Leben, und in aller Strenge in der praktischen Astronomie und Geodäsie, wird auf die unbedingte Gültigkeit dieses Gesetzes gebaut; . . . und stets haben sich die hieraus weiter gezogenen Schlüsse mit der ursprünglichen Annahme vollkommen vereinen lassen. Diese zahllosen, zum Teil so kritischen Bestätigungen des Gesetzes haben demselben eine Sicherung und allgemeine Annahme verschafft, wie kaum einem anderen Naturgesetze“ (CZAPSKI: Theorie der optischen Instrumente nach ABBE).

Gälte das Gesetz ohne jede Einschränkung, so müßte *erstens* die Grenze zwischen dem hellen und dem dunklen Teil der Tafel W_1W_1 ganz scharf sein. Sie ist aber verwaschen. An der Grenze des Lichtbündels, dort, wo es scharf an dem Rande AB vorbeigeht, weicht also das Licht von der Geraden ab. Freilich ist die Abweichung winzig, und die Menge des abweichenden Lichtes verschwindet gegenüber dem geradlinig fortgepflanzten Lichte, so daß es für gewöhnlich unberücksichtigt bleiben kann. *Zweitens* müßte die Begrenzung des von dem Lichtbündel auf der Tafel erzeugten hellen Fleckes *stets*, gleichviel wie eng oder wie weit AB ist, gegeben sein durch die von L aus nach den Randpunkten von AB gezogenen und bis W_1W_1 verlängerten Geraden. Auch das trifft nicht zu. Verkleinert man die Öffnung mehr und mehr, so wird die Grenzkurve immer verwaschener, verliert in der Form schließlich jede Ähnlichkeit mit der Öffnung, und der Lichtfleck wird viel größer als er bei geradliniger Fortpflanzung (in der Abbildung punktiert) sein könnte. Wird die Öffnung schließlich punktartig, so verbreitet sich der Lichtfleck über die ganze Tafel (Abb. 537), so daß sich die Lichtquelle L dann verhält, wie wenn sie in der Öffnung selbst läge. Jetzt ist das Licht von der Tafel aus einem Auge auch von solchen Punkten aus wahrnehmbar, die nicht in gerader Linie mit der Lichtquelle und der Öffnung liegen. Durch eine so enge Öffnung breitet sich das Licht genau so aus, wie wir das vom Schall her gewöhnt sind.

Der grundsätzliche Unterschied in der Ausbreitung des Schalles und der des Lichtes hängt mit der Größe der Öffnung zusammen, durch die hindurch sie sich fortpflanzen. Nehmen wir den Begriff der Lichtwellenlänge hier vorweg — wir kennen ja die Begriffe Welle und Wellenlänge —, so können wir das Resultat einer dahin zielenden Untersuchung kurz angeben.

Entscheidend für die Art der Ausbreitung einer Wellenbewegung, wenn sie durch eine Öffnung geht, ist die Länge der Welle *im Verhältnis* zur Weite der Öffnung. Ist die Öffnung so groß oder die Welle so kurz, daß im Verhältnis zur Weite der Öffnung die Wellenlänge als *verschwindend klein* gelten kann, so ergreift die Wellenbewegung nur solche Punkte jenseits der Wand, die in schnurgerader Linie mit einem Punkte der Öffnung und dem Erregungsmittelpunkt der Wellenbewegung liegen — so ist es beim Licht, weil seine Wellen so überaus kurz sind (ungefähr 0,0004—0,0008 mm). Ist aber die Welle so lang oder die Öffnung so klein, daß die Öffnung *nicht* praktisch unendlich groß ist im Verhältnis zur Wellenlänge -- und das ist gewöhnlich der Fall beim Schall (die musikalisch verwendbaren Wellenlängen liegen ungefähr zwischen 7 cm und 8 m) und unter den vorhin angegebenen Bedingungen beim Licht —, so verhält sich die Wellenbewegung genau so, wie wenn das

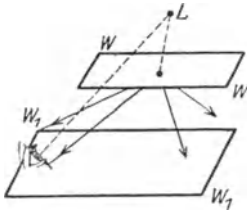


Abb. 537. Zur Geradlinigkeit der Ausbreitung des Lichtes.

Wellenzentrum *in der Öffnung selbst* läge, sie pflanzt sich dann von der Öffnung aus nach allen Seiten hin fort (s. Beugung des Lichtes [483.]).

409. Schatten. Der Unterschied zwischen der geradlinigen Fortpflanzung des Lichtes und der *nicht* geradlinigen des Schalles hängt also wesentlich von der *Länge der Wellen* ab. Aus derselben Verschiedenheit erklärt sich auch einerseits die Entstehung des *Schattens* beim Licht, andererseits das Fehlen (strenger: das an besondere Bedingungen geknüpfte Eintreten) einer analogen Erscheinung beim Schall. Bringt man (Abb. 538) zwischen die Lichtquelle L und die Wand WW eine Tafel F , durch die das Licht nicht hindurchgehen kann, so entsteht auf der im übrigen erleuchteten Wand WW ein Schattenfleck, dessen Begrenzungskurve geradeso gefunden wird wie die Begrenzungskurve des Lichtfleckes in Abb. 536, und dessen Form der Form des schattenwerfenden Körpers ähnlich ist. Ein in dem Schattenfleck befindliches Auge kann L nicht sehen, ein ebendort befindliches Ohr aber könnte eine an die Stelle von L gebrachte Tonquelle hören — es existiert also kein Schallschatten. Auch hier ist die Grenzkurve des Schattens nicht scharf, sondern verwaschen, auch hier wird die Kurve immer verwaschener, je kleiner die schattenwerfende Tafel F wird. Der Fleck verliert jede Ähnlichkeit mit der Form der Tafel und wird viel kleiner, als er bei streng geradliniger Fortpflanzung des Lichtes sein könnte. Wird der schattenwerfende Körper noch kleiner, so wirft er schließlich überhaupt keinen Schatten mehr — die Lichtwellen verhalten sich ihm gegenüber dann genau so, wie sich die Schallwellen dem in ihrem Wege stehenden Körper gegenüber immer verhalten. Sie gehen um ihn herum.

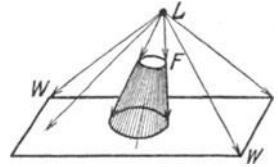


Abb. 538. Zur Geradlinigkeit der Ausbreitung des Lichtes.

Kann man den Schall *veranlassen*, sich geradlinig wie das Licht fortzupflanzen? Man müßte dazu die Öffnung in der Wand so groß machen, daß die Wellenlänge des Schalles verschwindend klein dagegen ist. Dann beständen für den Schall dieselben Bedingungen, unter denen das Licht *für gewöhnlich* durch eine Öffnung geht. Wir können aber diese Bedingungen im Versuch nicht verwirklichen, denn wir müßten dann mit Dimensionen operieren, die mindestens das Zwei- bis Dreimillionenfache der bei den Lichterscheinungen in Frage kommenden betragen müßten. Einer Millimeteröffnung für den Lichtdurchgang würde eine Kilometeröffnung für den Schalldurchgang entsprechen müssen. Unter den alltäglichen Bedingungen, unter denen wir hören, sind daher die Öffnungen, durch die der Schall geht, nicht weit *genug* im Vergleich zu seiner Wellenlänge, um ihn zu *veranlassen*, sich geradlinig auszubreiten. Aber *ausnahmsweise* beobachtet man auch Fälle, in denen man von einem *Schallschatten* sprechen kann. Es ist ein Fall bekannt, in dem der Knall einer Pulverexplosion in der Richtung des Pfeiles, Abb. 539, meilenweit von der Explosionsstelle E gehört worden ist, aber nicht an der ziemlich nahe bei E liegenden Stelle X . Der Schall ging durch eine Talmulde gegenüber der Explosionsstelle, eine Öffnung, die unendlich groß war, verglichen mit der Welle des Knalles. Der Schall pflanzte sich also *geradlinig* von der Explosionsstelle E durch die Öffnung fort, und die Stelle X lag im *Schallschatten*.

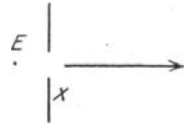


Abb. 539. Zur Entstehung des Schallschattens.

2. Helligkeit.

Solange die Öffnung AB in Abb. 536 eine gewisse Weite hat, können wir, indem wir sie kleiner machen, immer kleinere Lichtkegel aus der Strahlenkugel um die Lichtquelle absondern, ohne daß der Lichtfleck — abgesehen von der belanglosen Unschärfe der Grenzkurve — an Form und an Größe von dem gesetzmäßig zu erwartenden abweiche. Das heißt nichts anderes als: ein Lichtkegel ist in kleinere voneinander unabhängige Lichtbündel spaltbar; oder auch, die Strahlen, in denen sich das Licht fortpflanzt, sind *voneinander unabhängig*. Aber das stimmt nur, solange die Öffnung AB nicht *unter eine gewisse Größe* sinkt. Verengt sie sich zu einem Punkt, so ist es keineswegs möglich, einen Lichtfleck von der Größe eines *Punktes* zu erzielen; *einzelne* Strahlen gibt es also überhaupt nicht, es gibt nur *Lichtbündel*. Aber unter den gewöhnlichen Bedingungen — d. h. immer dann, wenn nicht einer jener Ausnahmefälle eintritt — *verhält sich* ein Lichtbündel so, *wie wenn es* aus einzelnen, voneinander unabhängigen Strahlen zusammengesetzt wäre. — Wir schließen bis auf weiteres

jene Ausnahmefälle aus und sehen die geradlinige Ausbreitung des Lichtes und die Unabhängigkeit der Teile eines Lichtbündels voneinander als feststehende Tatsachen an.

410. Durchsichtigkeit und Undurchsichtigkeit. Breitet sich das Licht in einem homogenen, isotropen Medium aus, ohne ein Hindernis zu treffen, so geht es nach allen Richtungen ins Unendliche. Trifft es ein Hindernis, etwa eine Wand, so treten Erscheinungen ein, die je nach der Art der Wand verschieden sind. Die Wand kann das Licht mehr oder weniger vollkommen hindurchlassen. Wir nennen die „für Licht durchlässige“ Wand dann, indem wir die Erscheinung auf unser Auge *beziehen*, *durchsichtig*. *Je vollkommener* durchsichtig die Wand ist, desto schwerer ist es, sie zu *sehen*. Es ist oft sehr schwer, zu erkennen, ob eine Öffnung, durch die man hindurchsieht, durch eine Glasscheibe abgeschlossen ist oder nicht. Ist das Glas besonders klar und farblos und trifft kein „Reflex“ unser Auge, so ist diese Entscheidung für das Auge ganz unmöglich. Zur *Sichtbarmachung* gehört ein gewisser Grad von *Undurchsichtigkeit*.

Läßt die Wand das Licht nicht hindurch, so heißt sie *undurchsichtig*. Zwischen Durchsichtigkeit und Undurchsichtigkeit liegen zahllose Übergangsstufen. Wir nennen einen Körper, den wir weder durchsichtig noch undurchsichtig nennen können, *durchscheinend*. Der Grad der Durchsichtigkeit hängt davon ab, woraus die Wand besteht, *und* davon, wie dick sie ist. Macht man sie dünn *genug*, so läßt sie Licht hindurch, selbst wenn der Stoff schon in Papierstärke undurchsichtig ist wie z. B. Silber oder Gold. Dagegen werden Stoffe, die man gewöhnlich durchsichtig kennt, nur durchscheinend, ja undurchsichtig als Wand von genügender Dicke. Durchsichtigkeit ist daher ebenso relativ wie Undurchsichtigkeit.

Die Wellentheorie nimmt an, daß die undurchsichtigen Körper die Energie der ankommenden Ätherwelle verschlucken, oder vielmehr in eine andere Energieform, die *nicht* Licht ist, etwa in Wärme, umwandeln, in den durchsichtigen dagegen die Schwingungsenergie des Äthers erhalten bleibt und sich die Lichtwellenbewegung fortpflanzt. Der größere oder geringere Grad von Durchlässigkeit eines Körpers erklärt sich hiernach aus dem Grade, in dem er die Energie der ankommenden Lichtwelle verschluckt. Ginge es ohne jede Absorption ab, so wäre die Durchlässigkeit vollkommen. Das ist aber niemals der Fall.

411. Zurückwerfung des Lichts. Das Licht kann von der Wand durchgelassen werden, oder es kann von ihr verschluckt werden, aber es ist noch ein dritter Vorgang möglich, den wir sogleich besprechen wollen. Die meisten Dinge, die wir sehen, sind nicht selber Lichtquellen, sondern erfordern, um sichtbar zu sein, die *Mitwirkung* einer Lichtquelle. Z. B. die Dinge, die wir in einem durch eine Lampe erhellten Raume wahrnehmen, werden uns unwahrnehmbar, sobald die Lampe erlischt. Wir sehen sie, *sobald* und *solange* die Lampe leuchtet. Sie senden also, obwohl sie keine Lichtquellen sind, Licht *aus*, *sobald* und *solange* Licht auf sie fällt. Wir nennen sie beleuchtet, sagen von ihnen, daß sie das Licht „zurückwerfen“, und nennen sie je nach der Stärke des Eindruckes, den unser Auge dabei hat, mehr oder weniger *hell* beleuchtet.

Die Erscheinung, durch die sich uns Licht als *zurückgeworfen* ankündigt, kann sehr verschieden sein, z. B. so, wie sie uns ein *Spiegel* vermittelt, oder so, wie sie ein weißes Tuch vermittelt, das man über denselben Spiegel deckt. Der Spiegel wirft das Licht, das aus einer bestimmten Richtung her auf ihn gefallen ist, nach *einer* bestimmten Richtung in einer gesetzmäßigen, einfachen Weise zurück; das Tuch aber unregelmäßig, nach *allen* Seiten. Das vom Spiegel kommende Licht ändert sich für unser Auge, wenn wir uns vor ihm hin- und

herbewegen und immer in anderer Richtung auf ihn blicken. Das weiße Tuch aber sieht unverändert aus, von woher das Auge auch Licht von ihm empfängt. Wir sehen bei dem Spiegel aber auch nicht die spiegelnde *Fläche*, sondern die *Bilder*. Eine Fläche *sehen* wir nur, wenn sie das Licht derartig zurückwirft wie das weiße Tuch; so verhalten sich nur Körper, die weder ganz durchsichtig noch ganz spiegelnd sind. Wir können geradezu sagen: um *beleuchtbar*, *erleuchtbar* und dadurch *sichtbar* zu sein, muß die Wand bis zu einem gewissen Grade *undurchsichtig* und matt sein. — Die Lichtempfindung, die uns ein Körper vermittelt, der wie das weiße Tuch undurchsichtig ist und das Licht „diffus“ zurückwirft, ist lediglich Helligkeit — die einfachste Lichtempfindung überhaupt. Andere Eindrücke, die uns das Auge sonst noch verschafft, wie Form, Größe, fallen dabei weg.

412. Helligkeit. Unter Helligkeit verstehen wir hier die (physiologische) *Lichtempfindung*, die unter diesem Namen jeder kennt. Mit der subjektiven Helligkeit darf man aber nicht die objektive verwechseln, d. h. den physikalischen Zustand, in dem sich z. B. eine gleichmäßig leuchtende Fläche befindet, wenn das Licht einer Lichtquelle auf sie fällt. Die Lichtquelle hat eine gewisse *Lichtstärke*, sendet einen *Lichtstrom* nach allen Richtungen aus, erzeugt auf der Fläche eine gewisse *Beleuchtungsstärke* (oder kurz: Beleuchtung), und diese Fläche erscheint dann dem Auge in einer gewissen *Helligkeit* — alles physikalische Zustände, die strenger Begriffsbestimmung und genauer Messung auf Grund vereinbarter Einheiten zugänglich sind.

Die *Lichtstärke* (J) gilt als grundlegende Größe, weil sich ihre Einheit durch eine Lichtquelle verkörpern läßt (die HEFNER-Kerze, S. 507). Die Lichtquelle, als Mittelpunkt einer Kugel, schickt den *Lichtstrom* (Φ) nach allen Richtungen aus. Er verbreitet sich in Kugelwellen im Raume und erzeugt auf einer Kugelfläche eine gleichmäßig darüber verbreitete *Beleuchtungsstärke* (E). Diese ist umgekehrt proportional dem Quadrat des Kugelradius (also umgekehrt proportional dem Quadrat des Abstandes der beleuchteten Fläche von der punktförmigen Lichtquelle). Denn die Kugeln mit den Radien $r_1 \dots r_n$ haben $r_1^2 \dots r_n^2$ mal so viel Fläche wie die Kugel mit dem Radius 1. Erzeugt der Lichtstrom auf dieser pro Flächeneinheit eine Beleuchtungsstärke J_1 (wobei wir die Beleuchtungsstärke so definieren, daß ihr Zahlenwert gleich dem Zahlenwert der Lichtstärke ist, falls der senkrechte Abstand zwischen Lichtquelle und beleuchteter Fläche gleich der Längeneinheit ist), so erzeugt er auf Kugelflächen mit den Radien $r_1 \dots r_n$ daher pro Flächeneinheit die Beleuchtungs-

stärke $\frac{J_1}{r_1^2} \dots \frac{J_1}{r_n^2}$. In Wirklichkeit fallen aber die Lichtstrahlen nicht wie

die Radien einer Kugelfläche immer senkrecht auf die bestrahlte Fläche. Steht die bestrahlte Fläche schief (F') zu dem Lichtstrom (Abb. 540), so wird das Flächenstück ab_2 von einem dünneren Strahlenbündel getroffen, als wenn sie senkrecht (F) dazu steht. Wenn F um den Winkel φ von der zu dem Bündel senkrechten Lage abweicht, so empfängt das Flächenstück ab_2 nur eben so viel Strahlen, wie wenn es senkrecht stehend nur die Größe $ad = ab_2 \cdot \cos \varphi$ hätte. Der Winkel ist gleich dem *Einfallswinkel* α , den die Strahlen mit dem Lot n auf ab_2 bilden. Daher formuliert man das photometrische Grundgesetz (LAMBERT) so: die Beleuchtungsstärke E ist proportional dem Cosinus des Einfallswinkels der Strahlen und umgekehrt proportional dem Quadrat

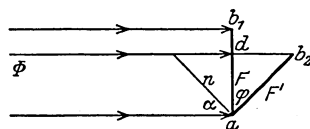


Abb. 540. Zum photometrischen Grundgesetz von LAMBERT.

des Abstandes von der Lichtquelle. Für eine punkthafte Lichtquelle ist also $E = J \cos \varphi / r^2$.

Ebenso maßgebend ist der Winkel der Strahlen mit der Flächennormale, wenn das Flächenelement (z. B. ein glühendes Platinblech) die Strahlen *aus*sendet, d. h. als Lichtquelle dient. Man spricht dann von *Flächenhelle* (e). Strahlt (Abb. 541) das Flächenelement σ unter dem Winkel φ (gegen die Normale) die Lichtstärke J aus, so versteht man unter Flächenhelle in dieser Richtung die Größe $e = J / \sigma \cos \varphi$. Der Nenner gibt die Projektion des Flächenelements σ auf die zur Ausstrahlungsrichtung senkrechte Ebene. Die Lichtstärke ist dementsprechend in dieser Richtung $J = e \sigma \cos \varphi$. — Senkrecht zu σ ist die Flächenhelle $e = J / \sigma$.



Abb. 541. Zur Definition der Flächenhelle.

Unter *Helligkeit* h der kleinen gleichmäßig leuchtenden Fläche σ versteht man (Abb. 542) das Verhältnis des von σ auf die Pupille gestrahlten und weiter auf das Netzhautbild geleiteten Lichtstromes Φ zu der Größe σ' dieses Bildes, also die Beleuchtung der Netzhaut am Orte des Bildes, $h = \Phi / \sigma'$. Die Helligkeit h des kleinen Flächenstückes σ ist unabhängig von seinem Augenabstand und proportional der Flächenhelle e in der Visierichtung. Deswegen erscheint ein gleichmäßig beleuchteter Körper, z. B. ein zur hellen Rotglut erhitztes kleines Platinblech, gleich hell, welche Lage zur Blickrichtung und welchen Abstand



Abb. 542. Zur Definition der Helligkeit.

vom Auge es auch hat, und ist, wenn es gekrümmt ist, nicht von einem ebenen Blech zu unterscheiden. Ein zu heller Rotglut erhitzter Metallzylinder ist daher auch nicht von einem flachen Stabe oder eine ebenso leuchtende Kugel von einer Scheibe zu unterscheiden. (Eine ähnliche Beziehung wie für die Lichtstrahlung gilt für die Wärmestrahlung und ist daher für das Gesetz vom Wärmeaustausch wichtig.)

Für die photometrischen Begriffe Lichtstärke, Lichtstrom, Beleuchtungsstärke und Flächenhelle haben die deutschen Beleuchtungstechniker die Namen vereinbart, die Zeichen (J , Φ , E , e) und vor allem die Einheiten und die Zeichen dafür.

Die Einheit der Lichtstärke (J) hat die Hefnerkerze (HK); es ist die horizontale Lichtstärke der mit Amylacetat gespeisten Hefnerlampe (S. 507) bei einer Flammhöhe von 40 mm.

Die Einheit des Lichtstromes (Φ) ist der Lichtstrom, den eine nach allen Richtungen mit 1 HK leuchtende punkthafte Lichtquelle in den Raumwinkel 1 aussendet. Diese Einheit heißt 1 Lumen (Lm). Der Raumwinkel 1 ist der Winkel an der Spitze eines Kegels, den man aus einer Kugel vom Radius 1 m derart herauschneidet, daß das zugehörige Kugelflächenstück 1 m² ist. Eine Lichtquelle, die nach allen Seiten mit der Lichtstärke J leuchtet, strahlt also den Gesamtlichtstrom $\Phi_0 = 4 \pi J$ aus; für $J = 20$ HK wird $\Phi = 251,3$ Lumen.

Die Einheit der Beleuchtungsstärke (kurz Beleuchtung) hat eine Fläche, die von 1 HK im Abstand von 1 m (gemäß der Formel $E = J \cos \varphi / r^2$) senkrecht beleuchtet ist. Die Einheit heißt 1 Lux (Lx). Eine Lichtquelle $J = 25$ HK erzeugt also auf einer 2 m entfernten Fläche für $\varphi = 0$ die Beleuchtung $E = 25/4 = 6,25$ Lx, für $\varphi = 60^\circ$ die Beleuchtung $E = 3,125$ Lx (da $\cos 60^\circ = 0,5$).

Die Einheit der Flächenhelle (e) hat gemäß der Formel $e = J / \sigma \cos \varphi$ eine Fläche, die pro cm² senkrecht ($\varphi = 0$) die Lichtstärke 1 HK ausstrahlt. — Die Flächenhelle in Kerzen pro cm² beträgt für eine Petroleumlampe etwa 1, die Gasglühlichtlampe 5–6, eine Kohlenfadenlampe, die 4 Watt pro HK verbraucht, 48, die Metallfadenlampe (1,1 Watt pro HK, zickzackförmiger Draht im Vakuum) etwa 150, der Bogenlampenkrater etwa 18 000.

Von der Wichtigkeit des Winkels φ für die Beleuchtungs- und Helligkeitsverhältnisse überzeugt man sich leicht. Ohne es zu wissen, berücksichtigt man ihn, wenn man, bei dem Lichte einer entfernten und feststehenden Lampe lesend, das Blatt so neigt, daß man es möglichst hell sieht.

Das Auge kann zwar nicht beurteilen, *wievielmals* heller ihm eine Fläche erscheint als eine andere, aber es beurteilt sehr entschieden, ob zwei aneinander stoßende Flächen *gleich* hell sind oder nicht. Die Genauigkeit, mit der es das tut, hängt von der Größe der Flächenhelligkeit selber ab und ist am größten, wenn die Helligkeit der zu vergleichenden Flächen etwa gleich der des „diffusen Tageslichtes“ ist. Es erkennt dann die Flächen, *wenn sie mit Licht von gleicher Farbe bestrahlt sind*, schon als verschieden hell, wenn der Unterschied auch nur $\frac{1}{150}$ der Beleuchtung ausmacht. — Aus der Gleichheit der Helligkeit von zwei beleuchteten Flächen schließen wir auf die Gleichheit der Beleuchtungsstärken, und aus den Abständen, die die Lichtquellen von jenen Flächen haben müssen, um die beobachteten Helligkeiten hervorzurufen, berechnen wir nach dem Gesetz $E = J \cos \varphi / r^2$ die Stärken der Lichtquellen. Der Wettbewerb der verschiedenen Beleuchtungsarten hat auch die Mittel gefunden, Lichtstärken und Beleuchtungsstärken zu messen. Ihm ist es zu danken, daß sich die Lichtmessung (Photometrie) und die Instrumente dazu, die *Photometer*, vervollkommen haben.

413. Lichtmessung (Photometrie). Ob zwei Lichtquellen gleich hell sind oder nicht, können wir nur durch das Auge entscheiden. Die Lichtwellen üben zwar auch Wärmewirkungen und auch chemische Wirkungen aus. Wir könnten also darauf ausgehen, z. B. die Wärmewirkung der Lichtquelle zu messen und daraus auf ihre Stärke zu schließen. Aber damit hätten wir noch keinen Anhalt dafür, wie groß ihre *Lichtwirkung* ist. Wir müssen darum stets das *Auge* entscheiden lassen, ob eine Lichtquelle heller ist als eine andere. Daher können zwar photometrische Messungen niemals *so* genau sein, wie wir das von sonst sehr gebräuchlichen physikalischen Messungen gewöhnt sind. Trotzdem ist es gelungen, die Photometer und die Lichtmeßmethoden sehr genau zu machen.

Im wesentlichen geht man im Photometer darauf aus, dem Auge zwei aneinander stoßende Ebenen zu zeigen, von denen die eine *lediglich* von der *einen* Lichtquelle, die andere *lediglich* von der *anderen* Licht empfängt, wie es Abb. 543 sehr primitiv zeigt. Man vergleicht also die Lichtquellen nicht unmittelbar miteinander (das Auge darf unmittelbar von der Lichtquelle überhaupt kein Licht empfangen), sondern mittelbar, indem man jede ihr Licht auf eine Fläche senden läßt, die nun ihrerseits die empfangenen Strahlen in das Auge schickt. Man muß dafür sorgen, daß beide Flächen *unter demselben Winkel bestrahlt* werden, denn (S. 503) die Beleuchtungsstärke hängt ja wesentlich davon ab, unter *welchem Winkel* die Strahlen auftreffen. Abb. 544 zeigt, wie das Photometer von RITCHIE diese Forderung erfüllt, das außer der Abbildung keiner Erläuterung bedarf. Das Einfachste ist: man läßt die Strahlen auf beide Flächen *senkrecht* auffallen, indem man (Abb. 545) die zu vergleichenden Lichtquellen I_1 und I_2 zu beiden Seiten einer *undurchsichtigen* weißen Tafel s so aufstellt, daß eine Gerade, die beide Lichtquellen verbindet, senkrecht durch die Mitte der Tafel geht. Verändert man dann die Abstände r_1 und r_2 der Lichtquellen von ihr, so kann man es leicht erreichen, daß beide Seiten der Tafel gleich hell er-

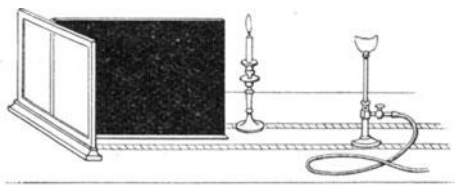


Abb. 543. Photometer einfachster Gestalt zur Messung von Lichtstärken (Photometer von BOUGUER).

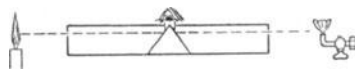


Abb. 544. Photometer von RITCHIE.

scheinen. Aus dieser Gleichheit schließt man, daß auch die Beleuchtungsstärken gleich groß sind, also daß

$$\frac{I_1}{r_1^2} = \frac{I_2}{r_2^2}, \text{ somit } \frac{I_1}{I_2} = \frac{r_1^2}{r_2^2}$$

ist, d. h. daß die Stärken der beiden Lichtquellen sich zueinander verhalten wie die Quadrate ihrer Abstände von der beleuchteten Tafel.

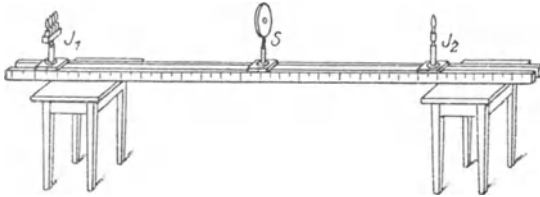


Abb. 545. Photometer von BUNSEN in seiner einfachsten Gestalt.

die größte Dimension der Lichtquelle, und wenn die Gerade, die durch die Mitten der Lichtquellen geht, auch ungefähr durch die Mitte der beleuchteten Fläche geht.

Man muß dafür sorgen, daß das Auge die beiden beleuchteten Flächen unter demselben Winkel sieht (wie beim RITCHIE-Photometer), weil (S. 504) die Helligkeit einer Fläche von dem Winkel abhängt, unter dem wir sie ansehen. Um beide nebeneinander zu sehen, stellt man die Tafel in den Winkel eines Winkelspiegels. — Man handhabt das Photometer so: Man stellt die Lichtquellen zu beiden Seiten der zu beleuchtenden Ebene, des Photometerschirmes, auf eine Bank (Abb. 545), so daß die Gerade, die die Mitten der beiden Lichtquellen verbindet, senkrecht durch die Mitte des Schirmes geht, macht den Abstand der Lichtquellen von dem Schirm so groß, daß seine beiden Seiten gleich hell erscheinen, und mißt die Abstände. Sind sie a_1 und a_2 , und nennt man die Stärken der Lichtquellen

I_1 und I_2 , so ist $\frac{I_1}{I_2} = \frac{a_1^2}{a_2^2}$. Ist z. B. $a_1 = 100$ cm und $a_2 = 141,4$ cm, so ist $\frac{a_1^2}{a_2^2} = \frac{100^2}{141,4^2} = \left(\frac{1}{1,414}\right)^2 = \frac{1}{2}$, infolgedessen ist auch $\frac{I_1}{I_2} = \frac{1}{2}$, d. h. $I_2 = 2 I_1$.

414. BUNSEN-Photometer. Das soeben besprochene Photometerprinzip ist die Grundlage des am meisten benützten Photometers, des BUNSENSCHEN. Der BUNSENSCHE Photometerschirm, zu dessen Seiten man die Lichtquellen aufstellt, ist ein Blatt weißen Papiers mit einem (kreisförmigen) Fettfleck in der Mitte. Die gefettete Stelle läßt mehr Licht hindurch als das übrige Papier, sie sieht, weil sie sich hierin anders verhält als ihre Umgebung, je nach der Beleuchtung sehr charakteristisch aus. Betrachtet man nämlich einen Fettfleck auf einem Blatt Papier, während sich das Auge und die Lichtquelle, etwa das Fenster, auf derselben Seite des Blattes befinden, d. h. betrachtet man das Blatt „im auffallenden Licht“, so ist der Fleck bekanntlich dunkler als seine Umgebung. Betrachtet man ihn aber, während sich Auge und Fenster auf entgegengesetzten Seiten befinden (das Blatt zwischen Auge und Fenster), d. h. betrachtet man das Blatt im durchfallenden Lichte, so ist der Fleck heller als seine Umgebung. Warum? Nur eine Seite des Papiers empfängt Licht (das von den Wänden des Zimmers diffus zurückgeworfene Tageslicht können wir unbeachtet lassen, es trifft überdies beide Seiten des Papiers). Das nicht gefettete Papier läßt so gut wie nichts hindurch, es wirft das Licht diffus zurück und nach der Seite hin,

Man wird einwenden: „Die Beleuchtung ist nur dann gleich I/r^2 , wenn I zu einer punktarartigen Lichtquelle gehört, und die Lichtquelle eine Kugelfläche beleuchtet, zu der r als Radius gehört, in der Wirklichkeit ist aber die Lichtquelle eine leuchtende Fläche, und die Fläche, die im Photometer beleuchtet wird, ist eine Ebene.“ Aber der Fehler, der hierdurch entsteht, ist schon dann verschwindend klein, wenn der Abstand der Lichtquellen etwa zehnmal so groß ist wie

von der es gekommen ist, der Fettfleck aber läßt Licht nach der anderen Seite hindurch und wirft nur sehr wenig zurück. Liegt das Auge auf der Seite der Lichtquelle, so bekommt es daher sehr viel Licht von der Umgebung des Fettfleckes, aber verhältnismäßig wenig von dem Fettfleck selbst, deswegen sieht es den Fettfleck dunkel auf hellem Grunde. Liegt das Auge auf der anderen Seite, so bekommt es verhältnismäßig *viel Licht* von dem durchlässigen *Fettfleck*, aber wenig von dem fast undurchlässigen Papier, es sieht daher den Fettfleck hell auf dunklem Grunde. — Werden *beide* Seiten des Papiers *gleich* hell beleuchtet, so kann sich der Fleck von seiner Umgebung nicht abheben, er wird unsichtbar. (Tatsächlich wird er nicht *ganz* unsichtbar; er behält ein Minimum der Sichtbarkeit, aber das Minimum erscheint gleich stark auf beiden Seiten.) — Diese Tatsache benützt man im BUNSENSchen Photometerschirm. Man verändert die Abstände der zu vergleichenden Lichtquellen von ihm so lange, bis der Fettfleck dieses Minimum der Sichtbarkeit hat. Aus den Abständen berechnet man dann das Verhältnis der Stärken der beiden Lichtquellen. — Man benützt jetzt an Stelle des BUNSENSchen Photometerschirmes eine von LUMMER und BRODHUN konstruierte Vorrichtung, die den Fettfleck ersetzt und die noch genauere Messungen ermöglicht. Wir besprechen sie, da sie die *totale Reflexion* benützt, erst später [437.].

415. Lichteinheit, Normalkerze. Man kann mit dem Photometer nur messen, ob zwei Lichtquellen *gleich* hell sind, oder *wievielmal* so hell die eine ist wie die andere. Aber man weiß damit von einer Lichtquelle noch nicht, *wie* hell sie ist. Es fehlt noch die „Lichteinheit“, die man einer Lichtmessung zugrunde legen muß, wie man z. B. das Zentimeter einer Längenmessung zugrunde legt. Diese „Lichteinheit“ hat man willkürlich festsetzen müssen, und man hat sie leider nicht in allen Ländern gleich groß festgesetzt. In Deutschland gilt als Lichteinheit die HEFNER-Kerze (Normalkerze), d. h. die Lichtstärke der von HEFNER-ALTENECK eingeführten Amylacetatlampe (A in Abb. 546). Die Dimensionen der Lampe und des Doctes sind genau vorgeschrieben; ist die Lampe mit chemisch reinem Amylacetat gefüllt, und brennt sie (unter den unerläßlichen Vorsichtsmaßregeln, die sich auf die Ruhe der Luft, die Reinheit der Luft usw. beziehen) mit einer 40 mm hohen Flamme, so ist ihre Lichtstärke „1 Kerze“. Die Aussage, eine elektrische Glühlampe hat „16 Kerzen“, heißt:

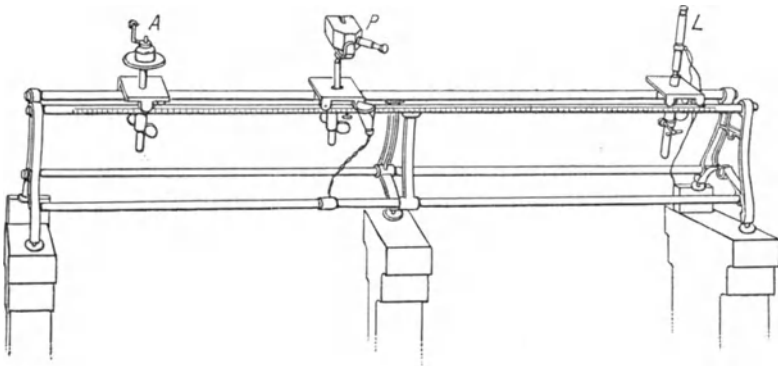


Abb. 546. Photometerbank (A Hefnerlampe, P Photometerkopf, L eine Glühlampe).

sie hat eine 16 mal so große Lichtstärke wie eine „HEFNER-Kerze“. — Bringt man eine HEFNER-Lampe A an das eine Ende der Photometerbank, Abb. 546, und die Lichtquelle L, deren Lichtstärke man messen soll, an das andere, verschiebt man dann den Photometerkopf P zwischen beiden, bis der Schirm darin auf beiden Seiten gleich hell aussieht, so findet man (S. 506), wieviel HEFNER-Kerzen die Lichtquelle hat. Für technische Lichtmessungen benützt man aber nicht die HEFNER-Lampe selbst, sondern stärkere Lichtquellen, deren Stärke man in HEFNER-Kerzen gemessen hat, besonders elektrische Glühlampen, z. B. von 10 oder von 16 HEFNER-Kerzen.

Wichtig für die Beleuchtungstechnik ist die Frage, wie groß an *einer gegebenen Stelle* die Beleuchtungsstärke ist. Als Maß für sie gilt die Beleuchtung, die eine Kerze in 1 m Abstand bei senkrechtem Lichteinfall erzeugt. Eine solche „Beleuchtungseinheit“ (1 Lux, Meterkerze) ist unerlässlich für die Angabe, wie hell ein Arbeitsplatz sein muß, um die Ausführung vorgeschriebener Arbeiten (Lesen, Zeichnen, Nähen) zu ermöglichen. Nach HERM. COHN sind 60 Lux ausreichend als künstliche Beleuchtung, bei der man ebenso schnell wie im Tageslicht lesen kann; für die Beleuchtung eines Arbeitsplatzes sind wenigstens 12 Lux erforderlich. — Die Beleuchtungsstärke mißt man mit besonderen dafür gebauten Photometern (WEBER, KRÜSS).

3. Spiegelung des Lichtes.

a) Ebene Spiegel.

Bisher sollte das Hindernis, auf das die sich ausbreitenden Lichtwellen fallen, das Licht gleichmäßig nach *allen* Richtungen (man sagt: diffus) zurückwerfen. Man denke sich das Hindernis als Fußboden eines Raumes (Abb. 547), in den durch eine kleine Öffnung im Fensterladen Sonnenstrahlen fallen. Das Strahlenbündel trifft den Fußboden in *B*. Von welcher Richtung *aus* der Beobachter auch nach *B* hinsieht, er sieht die Stelle „beleuchtet“. Das ist richtig, solange der Fußboden das Licht nach *allen* Richtungen zurückwirft und keine Richtung bevorzugt. Das tut jede Fläche, die rauh ist und uns matt und glanzlos erscheint.

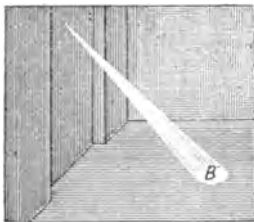


Abb. 547. Diffuse Zurückwerfung des Lichtes.

416. **Spiegelgesetz.** Wir lassen jetzt die Voraussetzung, daß der Fußboden diffus reflektiert, fallen, wenigstens für die Stelle *B*. Man denke sich z. B. dort eine ruhende Quecksilberoberfläche. Der Beobachter sieht dann (Abb. 548) die Stelle *B* so gut wie gar nicht erleuchtet. Aber er sieht bei *C* einen hellen Fleck, weil die Wand dort von einem Strahlenbündel getroffen wird, das von *B* ausgeht. Bringt er sein Auge in dessen Richtung, so sieht er auf *B* nicht die Quecksilberoberfläche, sondern die Lichtquelle, die die Strahlen in das Zimmer wirft, hier die Sonne.

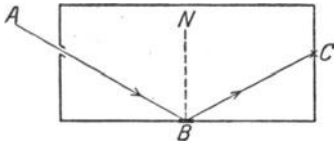


Abb. 548. Zum Spiegelgesetz.

Diese Erscheinung nennt man Zurückwerfung des Lichtes, *Spiegelung*, Reflexion; die Quecksilberoberfläche einen *Spiegel*; den Strahl *AB* (Abb. 548) den *einfallenden*, *BC* den *zurückgeworfenen* oder reflektierten Strahl; *BN* das *Einfallslot*; Winkel *ABN* den *Einfallswinkel*; Winkel *NBC* den *Reflexionswinkel*; die Ebene, in der der einfallende Strahl und das Einfallslot liegen, die *Einfallsebene*. (Hier ist die Einfallsebene mit der Ebene der Zeichnung identisch.)

Die Beziehungen zwischen dem einfallenden und dem gespiegelten Strahl lauten: Auch der gespiegelte Strahl liegt in der Einfallsebene auf der entgegengesetzten Seite des Einfallslotes wie der einfallende Strahl, und er bildet mit dem Einfallslot *denselben* Winkel wie der einfallende Strahl. Kurz: *Einfallswinkel und Reflexionswinkel liegen in derselben Ebene und sind einander gleich* ($\angle ABN = \angle NBC$).

Dieses Grundgesetz entstammt der Erfahrung; es läßt sich aber auch (zuerst HUYGHENS, später FRESNEL) aus der Wellentheorie ableiten. Daß es gilt, beweisen am genauesten astronomische Beobachtungen: Die horizontale Oberfläche eines Teiches gibt ein Spiegelbild des gestirnten Himmels. Beobachtet man einen bestimmten Stern, so sieht man ihn *einmal* am Himmel und ein *zweites* Mal tief unten im Teiche. Sieht man ihn mit einem Fernrohr an, so richtet man daher das Fernrohr das eine Mal schräg nach oben, das andere Mal schräg nach unten. Bildet die Fernrohrachse *F* in jeder Lage den Durchmesser eines vertikal stehen-

den, in Grade eingeteilten Kreises (Abb. 549), so sieht man an der Teilung, daß $\alpha = \alpha'$ ist, also die Achse beide Male denselben Winkel mit der Horizontalen HH bildet, die parallel zur Teichoberfläche ist. Da die Strahlen von einem als unendlich fern anzusehenden Punkt herkommen, so sind sie parallel. Infolgedessen ist:

$$\alpha = \beta \quad (\text{Winkel mit paarweise parallelen und gleich gerichteten Schenkeln}).$$

Ferner ist: $\alpha' = \beta'$ (aus demselben Grunde),

$$\text{also} \quad \beta = \beta' \quad (\text{da } \alpha = \alpha').$$

Daher ist: $i = i'$ (jedem fehlt *gleichviel* zu 90° , dem einen β , dem anderen β').

Wir haben nur von *einem* auffallenden und *einem* reflektierten Strahl gesprochen, sehen aber jeden als Repräsentanten eines Bündels von parallelen Strahlen an, da es einzelne Strahlen nicht gibt.

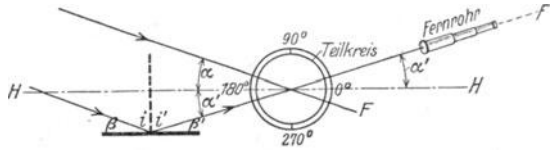


Abb. 549. Zur Prüfung des Spiegelgesetzes an der Erfahrung.

417. Spiegelbilder. Wir wenden uns zu der Tatsache, daß der Spiegel *Bilder* erzeugen kann. Die durch ein „Spiegelbild“ hervorgerufene Täuschung ist bisweilen so groß, daß wir das Bild von dem abgebildeten Gegenstande nur schwer unterscheiden können. Wie entsteht die Täuschung?

Ein leuchtender Punkt sendet Strahlen aus; gelangen davon genug in unser Auge, so *sehen* wir den Punkt. Die Geradlinigkeit, mit der sich das Licht von seiner Quelle aus fortpflanzt, ist uns als Erfahrungstatsache in Fleisch und Blut übergegangen. Das Auge verlegt daher den Punkt, den es für die Lichtquelle hält, stets in die von ihm weg gerichtete Verlängerung des Strahles, von dem es getroffen wird: es sieht L'_1 und L'_2 statt L_1 und L_2 der Abb. 550 als Lichtquellen an. Die Täuschung entsteht ähnlich wie beim Echo, wo das Ohr eine Schallquelle konstruiert, und wie bei den reflektierten Wasserwellen Abb. 300, wo das Auge den Mittelpunkt des reflektierten Wellensystems konstruiert. Es ist in Wirklichkeit kein neues Wellenzentrum vorhanden. Das Auge hat nur den Eindruck, *wie wenn* eines vorhanden wäre. (Ein solches Bild heißt *virtuell* im Gegensatz zu dem reellen, [423.]).

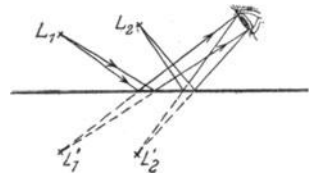


Abb. 550. Konstruktion des Spiegelbildes durch das Auge.

Die rückwärtigen Verlängerungen (Abb. 551) der gespiegelten Strahlen *müssen* durch einen allen gemeinsamen Punkt gehen; denn sie haben *dieselben* geometrischen Lagebeziehungen zueinander und zu der Geraden HH (der Winkel, der rückwärtigen Verlängerung mit HH ist gleich dem des einfallenden Strahles mit HH), die die einfallenden Strahlen zueinander und zu HH haben, und *diese* letzten gehen alle tatsächlich durch denselben Punkt O . Aus der Symmetrie (der einfallenden Strahlen und

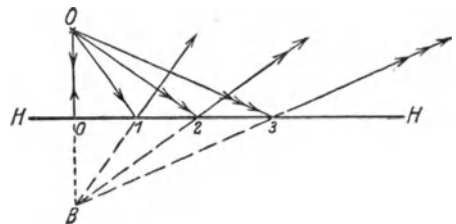


Abb. 551. Dingpunkt (O) und Bildpunkt (B) liegen gleich weit von dem Spiegel.

der rückwärtigen Verlängerungen zu HH) ergibt sich auch, daß die *Abstände* der Treffpunkte $0, 1, 2, 3$ vom Objekt O und dem Bilde B gleich groß sind. — Auch der von O *senkrecht* auffallende und reflektierte Strahl OO muß durch B hindurch: es ist also auch $OO = BO$, d. h. der Bildpunkt liegt auf der entgegengesetzten Seite des Spiegels und gleich weit weg davon wie der Objektpunkt.

Das erlaubt, zu einem Objekte sein Spiegelbild zu *konstruieren*: man fällt von jedem spiegelbaren Objektpunkt eine Senkrechte auf den Spiegel und verlängert sie darüber hinaus um den Abstand des Objektpunktes vom Spiegel. Der Endpunkt der Verlängerung ist der Bildpunkt (Abb. 552). Diese *Konstruktion* des Bildes verbürgt aber nicht zugleich seine *Sichtbarkeit*. Die *Sichtbarkeit* erfordert nicht, daß *bestimmte*

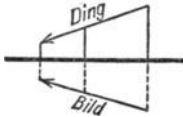


Abb. 552. Im Spiegelbild ist „rechts“, was in dem Dinge „links“ ist. (Rückwendige Abbildung.)

Strahlen, z. B. die zur Konstruktion verwendeten, den Spiegel treffen und reflektiert ins Auge gelangen; es genügen dazu *irgendwelche* Strahlen. Aber sie müssen den Spiegel wirklich treffen und dann wirklich ins Auge gelangen. Das zeigt Abb. 553 an der Wand *W*, die fast bis zum Spiegel reicht, so daß sie viele von *O* ausgehende Strahlen vom Spiegel und viele reflektierte Strahlen vom Auge abhält.

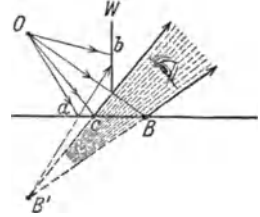


Abb. 553. Bedingung für die Sichtbarkeit des Spiegelbildes.

Nur der Strahlenkegel *BOc* macht das Bild *B'* sichtbar: *Oc* und *OB* sind die Grenzstrahlen, und nur solange das Auge im Kegel *BB'c* liegt, *sieht* es *B'*. Strahlen wie z. B. *Ob* gelangen nicht zum Spiegel oder wie z. B. *Oa* gelangen reflektiert nicht ins Auge.

418. Anwendung der Spiegel (Winkelmessung). Überaus mannigfaltig ist die Verwendbarkeit des Spiegels für physikalische Messungen, ganz besonders z. B. für das Messen von Winkeln. Die Kenntnis der Winkelgröße ist der eigentliche Zweck der Messung z. B. in der Kristallographie, oft aber ist sie nur der Umweg zur Kenntnis anderer physikalischer Größen. Um z. B. den Winkel *c* zu messen (Abb. 554), den zwei spiegelnde Prismenflächen einschließen, verfährt man so: *T* in Abb. 556 und 557 ist ein kreisrunder Tisch (vertikal von oben gesehen), dessen Umfang in Winkelgrade eingeteilt ist. Die Tischplatte ist drehbar um die Vertikalachse, die durch die Mitte der Tischplatte geht. Man stellt den Körper ungefähr in die Mitte der Tischplatte und so, daß die Kante *KK* vertikal steht; sieht man über den Tisch hinweg längs einer vorgeschriebenen Richtung *RR*, die durch die Mitte der Tischplatte geht und senkrecht auf der Drehungsachse des Tisches steht, und dreht man die Tischplatte, bis man sein Auge im Spiegel sieht, so zeigt das, daß ein längs *RR* von dem Auge zu der Seite *cb* laufender Strahl zu dem Auge zurückkehrt („in sich“ zurückkehrt). Seite *cb* ist dann senkrecht zur Blickrichtung, Winkel *W* (Abb. 555) also ein Rechter. Dreht man dann den Tisch weiter, bis man, immer längs *RR* blickend, sein Auge in der Seite *ca* gespiegelt sieht, so ist Winkel *V* in Abb. 555 ein Rechter. Den Winkel *B*, um den man die Tischplatte gedreht hat, um den Körper aus der ersten in die zweite Stellung zu drehen, liest man am Rande der Tischplatte ab. Der zu messende Winkel *c* ergänzt *B* zu 180 Grad.

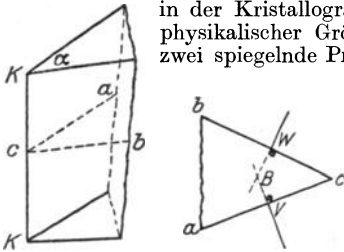


Abb. 554 und Abb. 555. Brechender Winkel (*c*) eines Prismas.

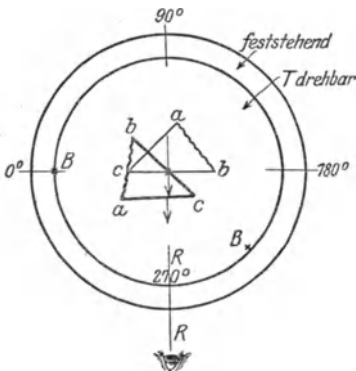


Abb. 556. Zur Messung des brechenden Winkels eines Prismas.

Abb. 557 zeigt einen Meßapparat, der dieses Prinzip anwendet, das *ABBEsche Spektrometer*. Eine leuchtende gerade Linie als Lichtquelle in dem besonders konstruierten Fernrohrokular (*ABBEsches Spaltokular*) wirft durch das Fernrohr *F* Licht auf die spiegelnde Fläche, die man gleichzeitig durch *F* ansieht. Durch die Öffnung bei *P* läßt man das Licht in das Okular treten, um hier die leuchtende gerade Linie zu erzeugen. Man sieht im Gesichtsfelde die Lichtquelle und ihr von der ansichteten Fläche zurückgeworfenes Spiegelbild und erkennt scharf, wann bei der Drehung des Tischchens *T* die Lichtquelle

und ihr Spiegelbild zusammenfallen, das Zeichen dafür, daß die anvisierte Fläche senkrecht zur Blickrichtung steht. Die Handhabung des Spektrometers zur Winkelmessung ergibt sich danach aus dem Vorangehenden ohne weiteres.

Eines der wichtigsten Winkelmeßinstrumente, die das Spiegelgesetz benutzen, ist der Sextant (Abb. 558); man mißt mit ihm den Winkel zwischen den beiden Blicklinien vom Auge nach zwei gegebenen Punkten, z. B. vom Schiffe aus nach einem Punkte am Horizont und nach einem Punkte des Sonnenrandes, um (in Verbindung mit anderen Messungen) die geographische Länge und Breite des augenblicklichen Schiffsortes auf dem Meere zu ermitteln. Man sieht (Abb. 559) Punkt L direkt an (durch ein Fernrohr), Punkt R gleichzeitig, aber indirekt: eine zweimalige Spiegelung bringt sein Spiegelbild mit dem direkt gesehenen Punkt L zur Deckung. Man gebraucht dazu zwei Spiegel, den einen, B , feststehend, den anderen, A , drehbar. Aus dem Winkel β , den die beiden Spiegel dabei miteinander bilden, und den man an einer Gradteilung abliest, erfährt man den Winkel, den die beiden Blicklinien einschließen¹⁾. Ist O das Auge und sind R und L (Abb. 559) die zwei Punkte, nach denen es sieht, so ist Winkel α zu messen. Das Auge sieht L direkt über (den niedrigen) Spiegel B hinweg, gleichzeitig sieht es R durch Spiegelung an A und an B . An dem Gradbogen liest man den Winkel β ab, den die Spiegel miteinander bilden, nachdem man A so weit gedreht hat, daß man R und L gleichzeitig sieht. Der zu messende Winkel α ist doppelt so groß wie der abgelesene Winkel β , d. h. es ist $\alpha = 2\beta$ [man errichtet die Lote

auf A und auf B , sie schneiden einander in D unter demselben Winkel β , den A und B bilden; hierauf wendet man auf die Dreiecke BAD und BAO den Satz vom Außenwinkel an]. Den Sextanten hat NEWTON erfunden und HADLEY zuerst ausgeführt; seinen Namen hat er von dem Gradbogen, der gewöhnlich ein Sechstel eines Kreises beträgt.

419. Winkelmessung mit Spiegel und Skala. Auf dem Spiegelgesetz beruht ein Verfahren (POGGENDORFF, 1825), sehr kleine Winkel zu messen, um die ein drehbarer Körper aus einer Anfangslage abweicht, eines der wichtigsten Verfahren der messenden Physik. Die Aufgabe ist folgende: Der vertikal aufgehängte Zylinder

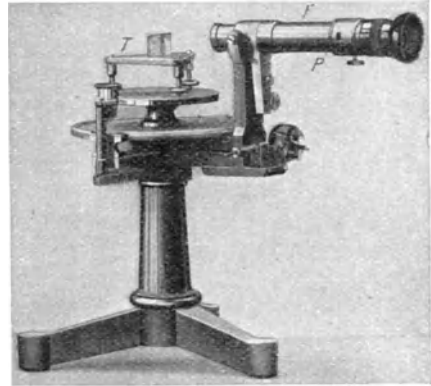


Abb. 557. Spektrometer nach ABBE (P Spaltokular).

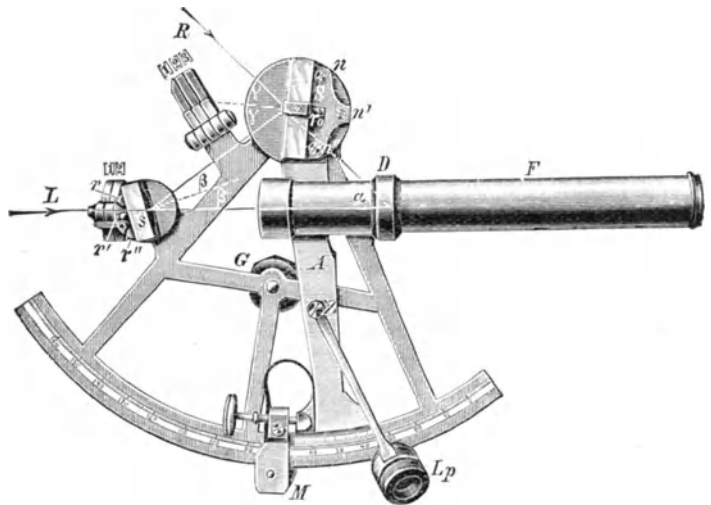


Abb. 558. Sextant.

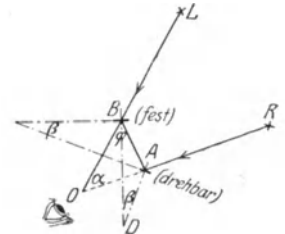


Abb. 559¹⁾. Zur Winkelmessung mit dem Sextanten.

$$1) \quad \angle BAR = \varphi + \alpha \quad (1)$$

$$\angle \frac{BAR}{2} = \frac{\varphi}{2} + \beta, \quad \text{d. h.} \quad \angle BAR = \varphi + 2\beta \quad (2)$$

$$\alpha = 2\beta \quad (3)$$

in Abb. 560 ist um eine Achse DB drehbar, er wird von der Ruhelage AA aus um einen *kleinen* Winkel α gedreht und dann festgehalten. Wie groß ist der Winkel? — Man befestigt an dem Körper ein Spiegelchen, dessen Ebene parallel zur Drehungsachse liegt. Der Spiegel macht die Drehung des Körpers dann mit, AA ist seine Lage *vor* der Drehung, EE *nach* der Drehung, ECA somit der zu messende Winkel α . Um ihn zu messen, stellt man einen Maßstab (in Millimeter geteilt und beziffert) etwa 2—4 m vor dem

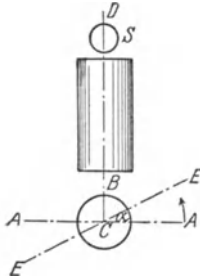


Abb. 560. Zur Winkel-messung mit Spiegel und Skala.

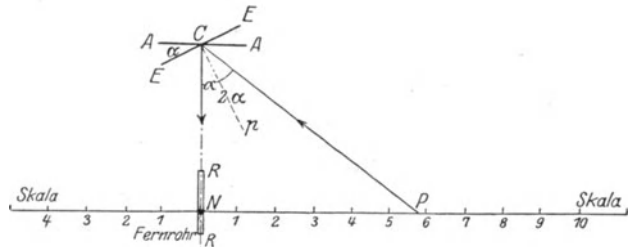


Abb. 561. Messung eines Drehungswinkels (α) mit Spiegel (A) und Skala nach POGGENDORFF.

Spiegel auf, parallel zu der Anfangslage AA (Abb. 561), und zwar so, daß der „Nullpunkt“ N der Skala, von dem aus die Teilung nach beiden Seiten geht, dem Spiegel senkrecht (RR) gegenüberliegt. Sieht man in der senkrechten Richtung RR dicht unter den Nullpunkt nach dem Spiegel hin (durch ein Fernrohr), so sieht das Auge immer den Punkt der Skala im Spiegel, dessen Strahlen *so* auf den Spiegel fallen, daß sie in der Richtung RR zurückgeworfen werden. In der Ruhelage AA sieht es daher den Nullpunkt N (mit der Ziffer 0), in der Endlage EE den Punkt P (mit seiner Skalenziffer). Während sich der Spiegel dreht, hat das Auge den Eindruck, daß sich die Skala von N bis P vor ihm vorbeischiebt. Die Kenntnis der Länge NP ist es, worauf es bei der Messung ankommt; man liest zu dem Zwecke die Skalenziffer bei P ab, mißt NC mit einem Maßstab und findet den Winkel PCN aus

der trigonometrischen Beziehung: $\frac{NP}{NC} = \text{tg } PCN$. Winkel PCN ist gleich 2α . Konstruiert man zur Spiegellage EE das Lot pC , so halbiert es den Winkel PCN , denn es ist $pCN = pCP$ nach dem Reflexionsgesetz, ferner ist $pCN = \alpha$, weil pCN und ACE den Winkel ECN zu einem Rechten ergänzen. Daher ist: $\frac{NP}{NC} = \text{tg } 2\alpha$.

420. Winkelspiegel. Wir erwähnen schließlich die parallelen Spiegel und die Winkelspiegel. Fallen die von einem Spiegel zurückgeworfenen Strahlen auf einen zweiten, so werden

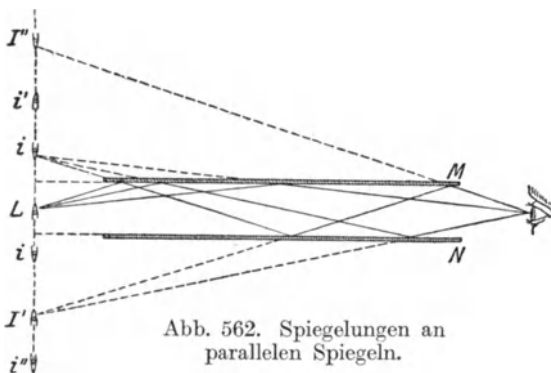


Abb. 562. Spiegelungen an parallelen Spiegeln.

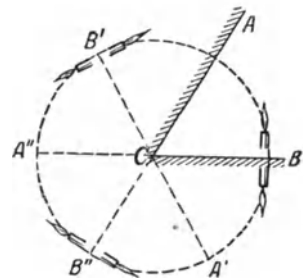


Abb. 563. Ein 60°-Winkelspiegel.

sie auch von diesem zurückgeworfen; sorgt man dafür, daß sie dann wieder auf den ersten fallen usw., so sieht man eine ganze Reihe von Bildern — an Zahl und Lage zueinander verschieden, je nach dem Winkel, den die Spiegel miteinander bilden. Die Abb. 562 und 563 zeigen das bei Spiegeln, die parallel (M und N sind) und bei einem Winkelspiegel (ACB) von 60° . Die Konstruktion der Bildentstehung ist aus der Abbildung leicht ersichtlich. — Besonderes Interesse erfordert der Winkelspiegel mit einem Winkel von 90° (Abb. 564). Bekanntlich vertauscht

ein gewöhnlicher Spiegel rechts und links miteinander. Neigt man, vor einem solchen Spiegel stehend, z. B. den Kopf nach der rechten Schulter, so neigt das *Spiegelbild* den Kopf nach der *linken* Schulter. Ganz anders der Winkelspiegel von 90° . Das, was für uns nach rechts liegt, liegt *auch* für das *mittlere*, von der Kante durchschnitene, Spiegelbild nach rechts. Die rechte Hälfte des Objekts wird vom linken Spiegel, die linke vom rechten Spiegel wiedergegeben. Wenn man vor einem *solchen* Spiegel seinen Kopf nach der rechten Schulter neigt, so neigt auch das Spiegelbild seinen Kopf nach seiner rechten Schulter. (Anwendung im Zeiss'schen Prismenfernrohr, [477].)

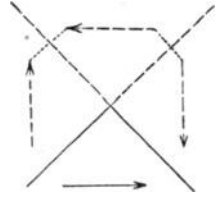


Abb. 564. Der 90° -Winkelspiegel. Das mittlere Spiegelbild ist *rechtwändig* (s. Abb. 552 das *rückwendige* Bild): was im Objekte „rechts“ ist, ist auch im Bilde „rechts“.

b) Kugelspiegel.

421. Hohlspiegel. Die Wand, die die Ausbreitung der Lichtwellen verhindert (S. 508), sollte bisher *eben* sein und regelmäßig reflektieren, ein *Planspiegel* sein. Aber wie, wenn es eine *gekrümmte* Wand ist? Die Frage, so allgemein gestellt, erfordert zur vollkommenen Behandlung umfangreiche mathematische Hilfsmittel. Wir beschäftigen uns daher nur mit dem einfachsten gekrümmten Spiegel, dem Kugelspiegel. Das ist eine spiegelnde Kugelfläche; spiegelt die konkave Seite, so heißt der Spiegel *Konkavspiegel* (Abb. 565), sonst *Konvexspiegel* (Abb. 572).

Wir wenden uns zunächst dem Konkavspiegel zu (Abb. 565). Man nennt den Punkt *O* den *Scheitel*, den Kugelmittelpunkt *C* den *Mittelpunkt*, die durch beide gehende Gerade *OC* die *Hauptachse*. Den Winkel *N'CN* nennt man *Öffnung* (Apertur) des Spiegels; er ist gewöhnlich sehr klein ($8-9^\circ$), d. h. die Krümmung des Spiegels (in Abb. 565 zur Verdeutlichung übertrieben) sehr schwach; wir setzen ihn für die Folge ausdrücklich als *sehr* klein voraus.

Punkt *L*, von dem die Strahlen ausgehen, liege auf der Hauptachse. Was geschieht mit einem Strahl *LS*, der auf den Spiegel fällt? Eine krumme Fläche kann als aus *unendlich* kleinen Ebenen bestehend gelten. Daher finden wir die Richtung des in *S* reflektierten Strahles aus dem Reflexionsgesetz für *ebene* Spiegel. Senkrecht auf der Kugelfläche in *S* steht der Radius *CS*, dieser ist das Einfallslot, Winkel α daher der Einfallswinkel. Machen wir $\angle B = \angle \alpha$, so ist *SR* der reflektierte Strahl; er schneidet die Achse in *R*. Er *muß* sie schneiden, denn er liegt mit dem einfallenden Strahl *LS* und dem Lot *SC* in derselben Ebene; in der Ebene des Dreiecks, in dem *CL* eine Seite ist. (Denkt man sich die Zeichnung um die Hauptachse rotierend, so erkennt man, daß das, was von dem Strahl *LS* gilt, von jedem Strahl gilt, der auf dem durch die Rotation entstandenen Kegelmantel liegt; sie gehen *alle* durch *R*.)

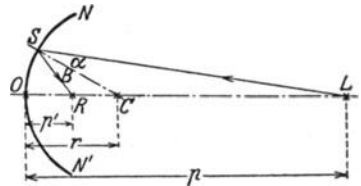


Abb. 565. Zur Lagenbeziehung von Ding (*L*) und Bild (*R*) am Konkavspiegel.

Um den Ort von *R* in bezug auf *L* und *O* zu bestimmen, halten wir uns an $\triangle RLS$. Sein Winkel bei *S* ist durch *SC* halbiert, daher ist

$$\frac{CR}{CL} = \frac{RS}{LS}.$$

Zur Vereinfachung nehmen wir *S* so nahe bei *O* an, daß wir *O* für *S* schreiben können (wir kommen sofort darauf zurück). Dann heißt die Gleichung:

$$\frac{CR}{CL} = \frac{RO}{LO} \quad \text{oder} \quad \frac{r - p'}{p - r} = \frac{p'}{p},$$

umgeformt:

$$\frac{r - p'}{p'} = \frac{p - r}{p}, \quad \frac{r}{p'} - 1 = 1 - \frac{r}{p} \quad \text{oder} \quad \frac{1}{p'} + \frac{1}{p} = \frac{2}{r}.$$

Wir haben, soeben den Abstand OS als verschwindend klein angesehen. Das bedeutet: die *Öffnung* des Strahlenbündels ist so klein, daß seine *sämtlichen* Strahlen nahezu *senkrecht* auf den Spiegel fallen. Unter dieser einschränkenden Annahme gilt die einfache Formel. Sie besagt, daß *jeder* Strahl des Bündels durch R geht (nicht nur die des *Kegelmantels*, sondern auch die im Innern des Kegels verlaufenden). Die *homozentrischen* Strahlen — so nennt man die von *demselben* Punkte, hier L , ausgehenden Strahlen — werden hier durch die Spiegelung wieder homozentrisch vereinigt. Diese Art der Strahlenvereinigung ermöglicht die *Abbildung* von Objektpunkten, die Strahlen aussenden. Ferner sieht man: man kann p' und p miteinander vertauschen, ohne an der Gleichung etwas zu ändern, d. h. wenn man den leuchtenden Punkt nach R bringt, schneiden sich die reflektierten Strahlen in dem Punkte, in dem L vorher war. Man nennt daher R den zu L *konjugierten* Punkt.

Der Inhalt der Gleichung $\frac{1}{p'} + \frac{1}{p} = \frac{2}{r}$ wird anschaulich, wenn wir den leuchtenden Punkt sich aus unendlichem Abstände dem Spiegel nähern lassen, und wir aus der Gleichung ermitteln, wie sich dabei das zugehörige

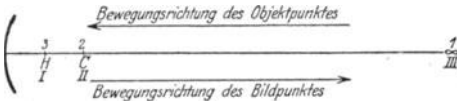


Abb. 566. Zur Veranschaulichung der Formel für den Konkavspiegel.

Bild relativ zum Spiegel bewegt. Abb. 566 zeigt das: kommt der *Objektpunkt* aus unendlichem ($p = \infty$) Abstand (1) bis zum Kugelmittelpunkt C (2), d. h. bis $p = r$, so geht das zugehörige *Bild* aus (I) dem *Brennpunkt* H , hier ist $p' = r/2$, bis zu (II) *eben diesem* Mittelpunkt C , d. h. es wird $p' = r$. Rückt der Objektpunkt dem Spiegel noch näher, bis zum Brennpunkt (3), d. h. wird $p = r/2$, so entfernt sich das Bild noch

weiter vom Spiegel, die reflektierten Strahlen werden schließlich einander parallel, und das Bild rückt ins Unendliche (III), d. h. es wird $p' = \infty$. Wenn der leuchtende Punkt um mehr als den Radius vom Spiegel absteht, $p > r$ ist, dann liegt das Bild zwischen Brennpunkt und Kugelmittelpunkt, es ist dann $r/2 < p' < r$ usw. — Die Tabelle enthält die zusammengehörigen Werte. Setzen wir in der Gleichung $\frac{1}{p} + \frac{1}{p'} = \frac{2}{r}$

$p = \infty,$	so wird	$p' = r/2,$	der <i>Brennweite</i>
$> r$		$> r/2,$	aber $< r$
$= r$		$= r$	(Bild im Kugelmittelpunkt)
$< r,$ aber $> r/2$		$> r$	
$= r/2$		$= \infty$	(Bild im Unendlichen).

Was geschieht aber, wenn $p < r/2$ wird, d. h. der Objektpunkt dem Spiegel *noch* näher rückt? Abb. 567 gibt die Antwort: die reflektierten Strahlen schneiden einander dann nicht *vor* dem Spiegel, nur ihre rückwärtigen Verlängerungen schneiden einander wie beim

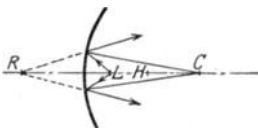


Abb. 567. Entstehung eines virtuellen Bildes (R) im Hohlspiegel.

ebenen Spiegel (in R): ein Bild entwirft der Spiegel von dem leuchtenden Punkte also nur *für ein Auge*, das in den Spiegel hineinsieht (virtuelles Bild). Wir können nun die Tabelle noch erweitern, indem wir hinzufügen: für $p < r/2$ wird $p' < 0$, z. B. für $p = r/4$ wird $p' = -r/2$. Das negative Vorzeichen drückt aus, daß der Vereinigungspunkt der gespiegelten Strahlen nicht auf *derselben* Seite des Spiegels liegt wie der Kugelmittelpunkt, der um $+r$ vom Spiegel entfernt liegt, sondern auf der *entgegengesetzten* Seite. Die Vorzeichen $+$ und $-$ (man läßt das Zeichen $+$ gewöhnlich weg) bedeuten hier also nur Richtungsgegensätze, etwa wie beim Thermometer, wo man vom Nullpunkt aus nach entgegengesetzten Seiten \pm zählt.

Sind die einschränkenden Voraussetzungen (s. oben) über die Spiegelöffnung und den nahezu senkrechten Strahleneinfall *nicht* erfüllt, so haben die von dem leuchtenden Punkte herkommenden Strahlen nach der Reflexion keinen gemeinsamen Schnittpunkt. Das Bild

des leuchtenden Punktes ist dann über eine *Fläche*, eine *Brennfläche* ausgebreitet. Eine Vorstellung von der Form einer solchen für einen bestimmten Fall gibt Abb. 568: Ein Bündel Strahlen fällt hier parallel zur Achse auf den *weit* geöffneten Spiegel. Zeichnet man zu den einfallenden Strahlen die reflektierten und sucht die Punkte auf, in denen je zwei unmittelbar benachbarte einander schneiden, so findet man die Kurve *BB*. Was für den Kreisbogen in der Ebene der Zeichnung gilt, muß man sich für den ganzen Spiegelraum ausgeführt denken. Man muß sich dazu die Abbildung um die Spiegelachse ein ganzes Mal herumgedreht denken, Die dadurch entstehende Fläche ist die *Brennfläche* für den hier besprochenen Fall. Nicht einmal die *dicht* um die Achse, d. h. nahezu senkrecht auffallenden Strahlen schneiden einander genau im Brennpunkt — sie schneiden einander vielmehr *auch* in einer *Brennfläche*, nur ist sie sehr klein: es ist die *Spitze* der *Brennfläche* *BB* in Abb. 568. Um einigermaßen scharfe Bilder zu bekommen, d. h. Bilder, in denen jeder *Punkt* dem zugehörigen Objektpunkt entspricht, müssen wir an jenen einschränkenden Voraussetzungen festhalten.

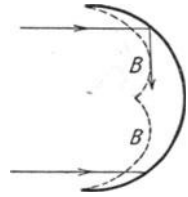


Abb. 568. Entstehung einer *Brennfläche* vor dem Hohlspiegel.

422. Paraboloidspiegel. Außer der spiegelnden Konkavfläche einer Kugel ist von besonderem Interesse die konkave Fläche des Rotationsparaboloids, die aus der Rotation eines Parabelbogens (Abb. 569) um die Parabelachse hervorgeht. Für die Parabel gilt der Satz: „Die Tangente an einen ihrer Punkte bildet gleiche Winkel mit der Geraden, die durch jenen Punkt parallel zur Achse ist, und mit der Geraden, die ihn mit dem Brennpunkt der Parabel verbindet“, d. h. es ist $\alpha = \beta$. Daraus folgt: auch die *Normale* in jedem Punkte (die auf der Tangente im Berührungspunkte Senkrechte) bildet mit jenen beiden Geraden gleiche Winkel, i und i' . Fallen Lichtstrahlen zur Achse parallel auf die Fläche, gleichviel ob nahe an der Achse oder nicht, so gehen sie reflektiert daher *alle tatsächlich* durch jenen Brennpunkt. *Dieser Hohlspiegel* gibt daher von sehr entfernten Objekten wesentlich schärfere Bilder als der sphärische. — Spiegel in der Form von *Zylinder- und Kegelmänteln* geben verzerrte Bilder (Anamorphosen) und sind fast nur für den Mathematiker von Interesse.

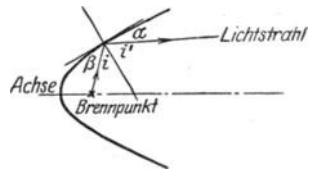


Abb. 569. Paraboloidspiegel mit Lichtquelle im Brennpunkt (Scheinwerfer). Dieser Spiegel wirft *alle* aus dem Brennpunkt kommenden Strahlen *parallel* zur Achse zurück.

Die Abbildung ausgedehnter, d. h. aus einer Vielheit von Punkten bestehender Objekte durch Hohlspiegel übergehen wir, da sie sich nicht von der später zu besprechenden Abbildung durch Linsen unterscheidet und überdies vorwiegend mathematischer Natur ist. Wir erwähnen nur folgende Resultate:

423. Virtuelles und reelles Bild. Zu einer auf der Achse senkrechten, *unendlich kleinen* Ebene als Objekt gehört als Bild ebenfalls eine auf der Achse senkrechte Ebene; die Verkleinerung resp. Vergrößerung (Objekt und Bild können ihre Plätze miteinander vertauschen, S. 514, oben) ist für jede gerade Linie des Gegenstandes dieselbe: Objektgröße und Bildgröße verhalten sich zueinander wie die Abstände ihrer Ebenen vom Scheitel des Spiegels. Liegt das Objekt dem Spiegel ferner als der *Brennpunkt* ($p > r/2$), so schneiden die reflektierten Strahlen einander vor dem Spiegel. Es entsteht dadurch ein Bild, das man z. B. auf einer Mattscheibe auffangen kann. Man kann es auch mit dem Auge auffangen, wenn man das Auge in den Strahlenweg bringt; man sieht es dann in der Luft schweben. Liegt das Objekt dem Spiegel aber *näher* als der Brennpunkt ($p < r/2$), so schneiden (Abb. 567) nur die rückwärtigen Verlängerungen der Strahlen einander *hinter* dem Spiegel: er entwirft dann von dem Objekt ein Bild wie der ebene Spiegel; man nennt *dieses* Bild *virtuell*, das auffangbare *reell*.

Die *virtuellen* Bilder des Konkavspiegels sind aufrecht und stets größer als das Objekt, darum heißt der Konkavspiegel auch *Vergrößerungsspiegel*. Sie sind desto stärker vergrößert, je näher das Objekt dem Brennpunkt liegt;

geht es dem Spiegel entgegen, so kommt auch sein Bild dem Spiegel immer näher und wird dabei immer kleiner, bis es, am Spiegel angekommen, dem Objekt an Größe *gleich* wird. (Sowohl aus der Konstruktion wie aus der für den Spiegel abgeleiteten Formel beweisbar.) Die *reellen* Bilder dagegen sind umgekehrt, und zwar kleiner *oder* größer als das Objekt, je nachdem das Objekt von der Spiegelfläche aus betrachtet jenseits oder diesseits des Kugelmittelpunktes C liegt. Das Verhältnis zwischen Bild- und Objektgröße ist, wie oben erwähnt, gleich dem Verhältnis der betreffenden Abstände vom Scheitel des Spiegels. — Um die Lagenbeziehungen zwischen Objekt und Bild nach der Grundgleichung zu veranschaulichen, kann man den Spiegel auf einer optischen Bank befestigen (Abb. 545) und eine Lichtquelle auf der Bank verschieben und die dabei in Frage kommenden Abstände messen.

424. Anwendungen der Hohlspiegel. Gekrümmte spiegelnde Flächen, und zwar konkave, benützt man sehr viel seltener mit der Absicht, *Bilder* zu erzeugen (bisweilen als vergrößernde Toilettenspiegel, konvexe als verkleinernde), als mit der Absicht, von einer Lichtquelle aus nach einer vorgeschriebenen Richtung hin *mehr Licht* zu werfen, als es sonst möglich wäre. In solchen Fällen kommt es nicht auf sehr große Genauigkeit der spiegelnden Flächen an. Sie reflektieren die Strahlen so, daß sie als *Sammelspiegel* wirken, indem sie die Strahlen zur Achse hinlenken, also *zusammenhalten*, so z. B. bei den *Reflektoren* in den Lokomotivlampen, Wagenlaternen, Blendlaternen, Lampenschirmen, die das Licht einer (vor) unter ihnen angebrachten Lampe soviel wie möglich nach (vorn) unten werfen. Bisweilen sollen die Spiegel zwar auch als Strahlenrichter (nicht als Bildentwerfer) wirken, aber trotzdem großen Anforderungen an ihre Genauigkeit entsprechen. Das gilt von den *Scheinwerfern* für Leuchttürme, für militärische Zwecke usw. Die Scheinwerfer sind Spiegel, die *möglichst viel* von dem auf sie auffallenden Licht nach *einer bestimmten Richtung* hin werfen sollen, um Objekte in dieser Richtung, auch sehr weit entfernte, möglichst hell zu beleuchten. Man gibt ihnen zu dem Zweck die Form eines Paraboloids (Abb. 569) und bringt die Lichtquelle in den Brennpunkt. Die Herstellung des Paraboloids ist aber viel schwerer als die der Kugel.

Die *wertvollste Anwendung* erfährt der sphärische Konkavspiegel als *Augenspiegel* (HELMHOLTZ, 1851). Man muß, um das Innere des Auges untersuchen zu können, das Innere wirklich *sehen*. Durch die Pupille kann man zwar in das Auge hineinschauen, wie man von draußen durch ein Fenster in ein Zimmer sehen kann; man sieht aber nur das schwarze Fenster des Auges, jedoch nichts *dahinter*, und zwar selbst im Tageslicht nichts. Die Ursache liegt im folgenden: *sehen* können wir das, was im Innern des Auges liegt, nur dann, wenn Licht von ihm *ausgeht und dieses Licht in unser Auge gelangt*. Es fällt zwar immer Licht in das beobachtete Auge *hinein*; und das Licht wird auch von den Wänden, auf die es fällt, zurückgeworfen und geht auch wieder durch die Pupille nach außen. *Aber dieses Licht gelangt ohne besondere Hilfsmittel nicht in das Auge des Beobachters*. Wir gehen hier nicht näher auf die Ursache ein; es genügt folgendes zu wissen: Um das Innere des zu beobachtenden Auges B erleuchtet zu sehen, muß man zunächst Licht *hineinwerfen* und dann sein eigenes Auge, A , in den Weg der aus dem Auge B *zurückkehrenden* Strahlen bringen. (Um das Innere in einem scharfen Bilde zu sehen, benützt man eine Linse.) Um das Licht ins Auge B hineinzuworfen, benützt man einen Spiegel (HELMHOLTZ), und zwar, um möglichst große Helligkeit zu erzielen, einen Konkavspiegel (RUETE), auf den man das Licht einer Lampe L fallen läßt (Abb. 570).



Abb. 570. Der Hohlspiegel als Augenspiegel. (B ist das zu untersuchende Auge, L die Lichtquelle, A der Beobachter.)

Um das aus dem Auge B *zurückkommende* Licht in das Auge A des Beobachters zu führen, durchbohrt man den Spiegel an einer Stelle o . Die auf die Öffnung treffenden Strahlen gehen durch den Spiegel hindurch und in das Auge des Beobachters, der nun das Innere des Auges B hell erleuchtet sieht.

Als Bilderzeuger benützt man die Hohlspiegel, da sie von „unendlich“ fernen Objekten scharfe Bilder entwerfen, die nur um den halben Radius vom Spiegel abstehen (Abb. 571), in den *Spiegelteleskopen* (auf der Vorderfläche versilberte Glasspiegel). Wir geben nur das Prinzip des ersten derartigen Fernrohres an (GREGORY, 1663). S ist der das Bild erzeugende paraboloidische Hauptspiegel. Die parallel zur Rohrachse einfallenden Strahlen erzeugen das Bild im Brennpunkt. Es entsteht vor dem paraboloidischen Nebenspiegel s , und zwar

innerhalb seiner Brennweite so, daß ein durch die Öffnung im Spiegel S sehendes Auge im Spiegel s bei o' ein virtuelles, vergrößertes Bild des an S erzeugten reellen Bildes sieht. — Die Spiegelteleskope wurden vielfach (NEWTON, CASSEGRAIN) verbessert. Sie stehen zwar den Linsenfernrohren an Schärfe der Bilder nach, sind ihnen aber für gewisse astrophysikalische Untersuchungen überlegen. Der größte Reflektor ist der des Mount Wilson-Observatoriums (Kalifornien) mit 250 cm Durchmesser.

425. Konvexspiegel. Die Zurückwerfung des Lichtes an *konvexen*, spiegelnden Flächen — wir denken nur an kugelförmige — wird ebenso behandelt wie die an konkaven. Man muß dabei die S. 514 gemachte Bemerkung über das negative Vorzeichen beachten, weil Krümmungsmittelpunkt, Objekt und Bild *nicht* auf derselben Seite des Spiegels liegen. Man findet

$$\frac{1}{p} + \frac{1}{p'} = -\frac{2}{r}$$

und erörtert die Gleichung wie die für den Konkavspiegel. Die Untersuchung, die experimentelle wie die mathematische, lehrt, daß der sphärische Konvexspiegel virtuelle, aufrechtstehende, verkleinerte Bilder gibt, wenn die Strahlen parallel oder wenn sie divergierend auf ihn auf fallen (Abb. 572); reelle Bilder nur dann, wenn die Strahlen, ehe sie auf den Spiegel treffen, auf irgendeinem Wege genügend stark konvergent gemacht worden sind.

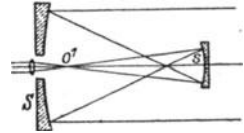


Abb. 571. Spiegelfernrohr von GREGORY.

4. Brechung und Farbenzerstreuung des Lichtes.

426. Brechung. Bei unsern bisherigen Betrachtungen sollte das Licht auf eine Wand treffen (S. 502) und dadurch an seiner Ausbreitung ins Unendliche verhindert werden. Die Wand sollte undurchsichtig sein, sollte aber das Licht nicht verschlucken, sondern zurückwerfen. Wir nehmen jetzt an, daß sie vollkommen durchsichtig ist, d. h. das Licht vollkommen hindurchläßt. (In Wirklichkeit ist Vollkommenheit hierin nicht erreichbar, das ist hier nebensächlich.) Ferner soll die Wand isotrop (S. 118) sein — warum, wird sich bei der Besprechung der *Doppelbrechung* zeigen.

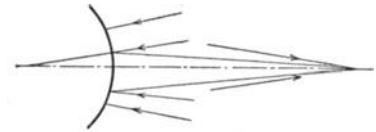


Abb. 572. Zurückwerfung der Lichtstrahlen an einem Konvexspiegel.

Einen ungefähren Begriff davon, was eintritt, wenn das Licht an diese Wand gelangt, gibt der folgende Vorgang: die Wand sei eine große sehr dicke Fensterscheibe, begrenzt von zwei parallelen Ebenen, vertikal aufgestellt, und auf der einen Seite sei die punkthafte Lichtquelle L , auf der anderen ein Beobachter B , der sie ansieht. Angenommen, der Beobachter solle L durch einen Schuß treffen. Zielt er dorthin, wo er die Lichtquelle *sieht*, so schießt er darüber hinweg (Abb. 573) — das ist eine Tatsache. Wie ist sie zu erklären? Er bringt die Waffe natürlich in die Richtung des Pfeiles B , weil er den Punkt, von dem das Licht *herkommt*, auf der rückwärtigen Verlängerung (vgl. S. 509) der Strahlen sucht, *die in sein Auge* treten. Sie geht aber an L *vorbei*. Abb. 573 zeigt warum: Wenn nämlich der von L kommende Strahl das Glas trifft, d. h. aus *Luft* in *Glas* eintritt, so ändert er seine *Richtung*. Er behält die neue Richtung, solange er das Glas durchläuft, ändert sie aber wieder, wenn er es wieder verläßt, d. h. aus *Glas* wieder in *Luft* eintritt. Der Strahl geht in *dem hier angenommenen Falle* schließlich zwar *parallel* zur ursprünglichen Richtung weiter, aber der neue Weg ist doch nicht die *Verlängerung* des ursprünglichen. Dadurch wird er, wie die Abbildung zeigt, seitlich versetzt, und *dadurch* täuscht er über den Ort der Lichtquelle. Man beschreibt den Vorgang so: Der Lichtstrahl wird, wenn er aus Luft in Glas tritt, und dann, wenn er aus Glas wieder in Luft tritt, *gebrochen*. Die gebrochene ge-

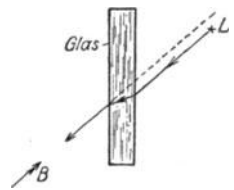


Abb. 573. Zur Brechung des Lichtes.

rade Linie, die ihn darstellt, veranschaulicht seine Brechung. Unsere Betrachtung gilt aber nur, wenn der Beobachter, wie in Abb. 573, *schräg* durch die Glasscheibe hindurchsieht. Sieht er senkrecht durch sie hindurch, so wird der Strahl nicht versetzt, und der Schuß würde das Ziel treffen.

Aus demselben durch Abb. 573 erläuterten Grunde scheint uns ein Körper, den wir auf dem Boden eines mit Wasser gefüllten Gefäßes sehen (Abb. 574), *höher* zu liegen, als er wirklich liegt; scheint uns der Boden

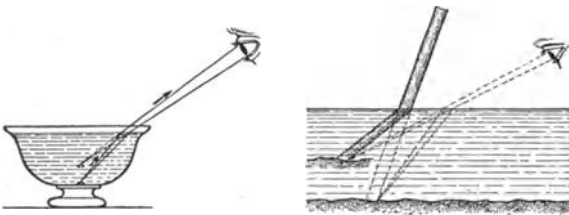


Abb. 574. Optische Täuschungen als Wirkungen der Lichtbrechung.

Strahlenbrechung hervor. Um von einem Gestirn auf die Erde zu gelangen, muß das Licht aus dem luftleeren Raum in die Atmosphäre der Erde eintreten und die von oben nach unten an Dichte zunehmende Luftschicht durchlaufen.

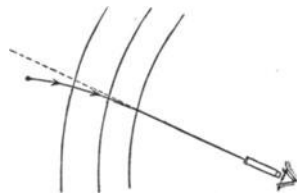


Abb. 575. Optische Täuschung als Wirkung der Lichtbrechung durch die Atmosphäre.

des Gefäßes selber *höher* zu liegen, das Wasser also weniger tief zu sein, als es wirklich ist; scheinen die unter dem Wasser liegenden Punkte eines senkrecht im Wasser stehenden Stabes *höher* zu liegen, scheint der Stab also verkürzt zu sein; scheinen die unter dem Wasser liegenden Punkte eines schief gestellten Stabes (Abb. 574) *gehoben*, scheint der Stab also geknickt zu sein usw. — Eine ähnliche Täuschung ruft die *atmosphärische*

Beim Übergang aus einer Schicht in eine dichtere wird das Licht zu dem Einfallslot (S. 508) hin gebrochen (Abb. 575). Deswegen *erscheint* das Gestirn *höher* über dem Horizont, als es tatsächlich steht. — Daß die atmosphärische Luft infolge der Verschiedenheit ihrer Dichte den Beschauer über den Ort eines Gegenstandes täuscht, davon überzeugt man sich, wenn man über eine Flamme hinwegsieht (einen Bunsenbrenner, eine gewöhnliche Lampe). Man sieht dann die Gegenstände flimmern: die von der Flamme erhitzte und dadurch leichter gemachte Luft steigt auf und vermischt dadurch verschieden dichte Luftschichten. Die Lichtstrahlen, die von den Gegenständen her durch diese Luftschicht hindurch müssen, um in unser Auge zu kommen, ändern — infolge des fortwährenden Wechsels der Dichte in dem Luftgemisch —

fortwährend ihre Richtung. Infolgedessen glaubt man die Gegenstände sich rasch hin und her schieben, also zittern zu sehen. (Ähnlich erklärt sich die Fata morgana, die dem Wüstenwanderer Dinge, die in Wirklichkeit sehr weit weg liegen, in viel größerer Nähe zeigt).

427. Farbenzerstreuung (Dispersion). Mit der *Brechung des Lichtes* ist ein anderer Vorgang so eng verbunden, daß wir ihn im Anschluß daran beschreiben.

Sind die Grenzflächen des durchsichtigen Körpers zwischen dem Beobachter und der Lichtquelle nicht parallel, sondern gegeneinander geneigt (Abb. 576), so sieht der Beobachter die Lichtquelle auseinandergesogen und *farbig* umsäumt: *es entsteht Farbe, ohne daß ein färbender Stoff vorhanden ist.*



Abb. 576. Zwei gegeneinander geneigte brechende Ebenen.

Den Hergang veranschaulicht die folgende Versuchsanordnung: in den Raum (Abb. 577) tritt horizontal gerichtete Licht durch eine kleine kreisrunde Öffnung. Um die gegenüberliegende Wand zu erreichen, muß es durch ein Glasprisma *P* hindurch. Die „brechende“ Kante des Prismas sei horizontal gerichtet und senkrecht zu dem einfallenden *Licht* gestellt. Daß das Licht *abgelenkt* (gebogen) wird, wissen wir schon, wir erwarten den kreisförmigen Fleck, den wir, wenn das Prisma nicht da wäre, bei *a* finden würden, anderswo zu finden. Wir finden aber tatsächlich einen vertikalen *länglichen Streifen* *r v*, bei *r* und bei *v* halbkreisförmig begrenzt und — die Hauptsache — bei *r* rot und bei *v* violett

gefärbt. Die Mitte ist nahezu weiß, geht aber durch allmähliche Farbenabstufungen einerseits in das Rot, andererseits in das Violett über (NEWTON, 1666).

Gedeutet wird die Erscheinung so: Das *weiße* Licht der Sonne besteht aus einer großen Zahl von farbigen Lichtern. Die Hauptfarben sind: rot, orange, gelb, grün, blau, indigo, violett. Diese Lichter werden *verschieden stark* gebrochen. Das Rot allein würde einen roten Lichtkreis bei *r*, das Violett einen violetten bei *v*, Orange, Gelb usw. einen orangefarbenen, einen gelben usw. *zwischen* den beiden erzeugen¹⁾. In der Mitte zwischen *r* und *v* fallen die Flecken, falls die Öffnung groß genug ist, übereinander, dort summieren sich die Farben und erzeugen durch ihr „Zusammen“ den Eindruck des „Weiß“, den die Lichtquelle selber infolge des „Zusammen“ der in ihr enthaltenen farbigen Lichter erzeugt. Am Rande aber, wo sie nur zum Teil, oder auch *gar* nicht ineinander greifen wie am Ende bei *r* und bei *v*, kommt der *farbige* Lichtfleck zum Vorschein. — Der rote (violette) Fleck liegt dem Punkt *a* am nächsten (fernsten), ist also am wenigsten (weitesten) von ihm abgelenkt worden, man nennt daher die roten (violetten) Strahlen am schwächsten (stärksten) brechbar.

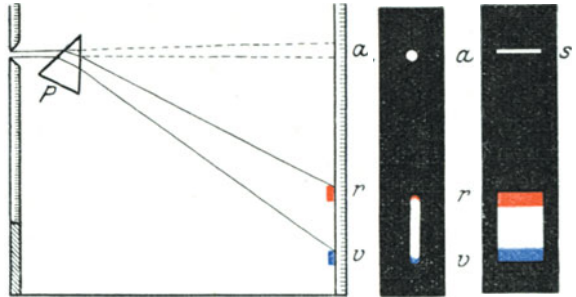


Abb. 577. Zerlegung des weißen Sonnenlichtes in seine farbigen Bestandteile. Die verschiedenfarbigen Bestandteile sind verschieden stark brechbar und trennen sich bei der Brechung voneinander.

428. **Spektrum.** Man nennt das: die *Farbenzerstreuung* (*Dispersion*) des Lichtes. Das Farbenband nennt man das *Spektrum* der Lichtquelle. So, wie es

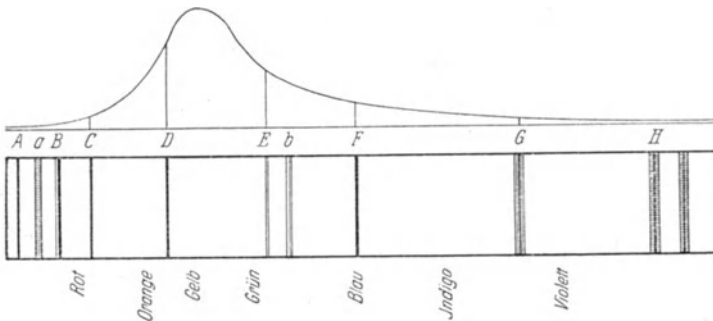


Abb. 578. Spektrum der Sonne (FRAUNHOFERSche Linien). Darüber: Kurve der Helligkeit der einzelnen Spektralfarben.

Abb. 577 zeigt, ist es „unrein“, weil die einzelnen Farbenflecke zum Teil aufeinander fallen. Sorgt man dafür, daß sie nur *dicht nebeneinander* fallen, z. B.

¹⁾ GOETHE verspottet diese Deutung in den Versen:
 Ist erst eine dunkle Kammer gemacht
 Und finstrier als eine ägyptische Nacht,
 Durch ein gar winzig Löchlein bringe
 Den feinsten Sonnenstrahl herein,
 Daß er dann durch das Prisma dringe:
 Als bald wird er gebrochen sein.
 Aufgedrösel, bei meiner Ehr',
 Siehst ihn, als ob's ein Stricklein wär',
 Siebenfarbig statt weiß, oval statt rund.
 Glaube hiebei des Lehrers Mund:
 Was sich hier auseinander reckt,
 Das hat alles im *einen* gesteckt.

indem man sie so schmal macht, daß höchstens zwei unmittelbar benachbarte mit den äußersten Rändern ineinander greifen, so wird das Spektrum ein *reines* und bildet in sanfter Abstufung vom Rot bis zum Violett ein Farbenband (Abb. 578). Dabei ändert sich die Wellenlänge, durch die sich die verschiedenen Farben physikalisch scharf definieren lassen, ganz allmählich vom violetten zum roten Ende des Spektrums hin. Für das äußerste violette Licht, das wir noch sehen, ist die Wellenlänge $\lambda = 0,00045$ mm, für das äußerste rote ist $\lambda = 0,00075$ mm. Um eine Farbe noch schärfer zu definieren, als das durch die Bezeichnungen: blau, gelbgrün usw. geschehen kann, muß man daher ihre Wellenlänge oder ihren Wellenlängenbereich angeben. Eine Spektralfarbe bestimmter Wellenlänge, wie man sie bei physikalischen Arbeiten oft benötigt, kann man sich z. B. dadurch herstellen, daß man aus dem Spektrum des weißen Lichtes, das ja alle Farben enthält, alle Teile bis auf den gerade gewünschten Wellenlängenbereich abblendet. Auch durch Entladungsröhren (S. 437) oder durch Glühen gewisser Stoffe kann man Farben genau definierter Wellenlänge erzeugen. Bringt man z. B. etwas Kochsalz in die nicht leuchtende Flamme eines Bunsenbrenners, so erhält man gelbes Licht, das die für Natrium charakteristische Wellenlänge von $0,000589$ mm aufweist. (Über die genaue Messung von Wellenlängen s. [484.]

Ein sehr viel reineres Spektrum erhält man, wenn man (Abb. 577, rechts) das Licht durch einen sehr engen *Spalt* (WOLLASTON) in das Prisma eintreten läßt, der der brechenden Prismakante parallel ist, und dafür sorgt, daß die Strahlen des eintretenden Lichtbündels einander parallel sind, und der Abstand zwischen dem Prisma und der auffangenden Wand sehr groß ist. Treten nämlich die Strahlen parallel in das Prisma ein, dann treten die gleichfarbigen Strahlen auch einander parallel aus: die roten einander parallel, die grünen einander parallel usw. Die Strahlen verschiedener Farben mischen sich infolgedessen bei ihrem Austritt aus dem Prisma weniger leicht, als wenn sie divergent austreten. — Man erzielt ein ganz reines Spektrum, wenn man die aus dem Prisma kommenden Strahlen durch eine Sammellinse, und zwar eine achromatische [460.], gehen läßt. Die getrennt austretenden parallelstrahligen Bündel *bleiben* dann auch getrennt, aber jedes Bündel für sich entwirft wie durch eine Photographenlinse ein seiner Farbe entsprechendes Spaltbild auf der Wand. Die einzelnen Spaltbilder fallen dicht nebeneinander.

429. Regenbogen. Ein Sonnenspektrum im größten Maßstabe ist der *Regenbogen*. Er bildet einen Kreisbogen von ca. 41° , aus einem spektralen Farbenbände, das innen blau



Abb. 579. Der Regenbogen als Sonnenspektrum.

und außen rot ist, und dessen Mittelpunkt mit der Sonne und dem Auge des Beobachters auf einer Geraden liegt (weshalb er nur bei Sonnenaufgang und Sonnenuntergang als Halbkreis erscheint, am Mittag aber in unsern Breiten unmöglich ist). Er entsteht durch Brechung und Spiegelung in den Regentropfen (und Beugungsinterferenzen [483 ff.], die es z. B. erklären, daß die Farbenfolge im einzelnen fast in jedem Regenbogen anders ist) und ist daran gebunden, daß der Beobachter die Sonne *hinter* sich und die regnende Wolke

vor sich hat (Abb. 579). Soweit man nur Brechung und Spiegelung heranzieht (DESCARTES), was aber *nicht* zur Erklärung des ganzen Phänomens ausreicht (AIRY), erklärt sich das Geometrische der Erscheinung so: Man sieht bei v Sonnenstrahlen, die beim Eintritt in den Tropfen gebrochen, im Tropfen gespiegelt und beim Austritt aus dem Tropfen wieder gebrochen werden und so zum Beobachter gelangen. Nur solche Strahlen tragen zur Bildung des Bogens bei, aber auch von ihnen nur ein Bruchteil, Denn die auf die verschiedenen Punkte der Tropfenoberfläche parallel auffallenden Strahlen sind beim Austreten

im allgemeinen *nicht* parallel; und die nicht parallelen oder nicht wenigstens *nahezu* parallelen sind für die Wahrnehmung durchs Auge unwirksam, tragen also nicht zur Erzeugung des sichtbaren Farbenbandes bei. Nur eine bestimmte Gruppe von Strahlen fällt so ein, daß sie nahezu parallel wieder austritt und beim Austreten im Auge z. B. das Rot hervorruft — es sind diejenigen Strahlen, für welche der Winkel zwischen den einfallenden (weißen) und aus dem Tropfen austretenden (roten) Strahlen das Maximum von ca. $42\frac{1}{2}^\circ$ erreicht (dazu gehört ein Einfallswinkel von ca. $59\frac{1}{2}^\circ$). Für die violetten Strahlen gilt dasselbe, wenn sie aus Strahlen mit einem Einfallswinkel von ca. $58\frac{1}{2}^\circ$ entstehen und im Maximum um $40^\circ 16'$ davon abgelenkt austreten. Für die übrigen Farben liegen die günstigsten Werte des Eintritts und der Ablenkung zwischen denen für Rot und für Violett. — Wegen des großen Abstandes der Sonne dürfen alle einfallenden Strahlen als parallel gelten. Ziehen wir parallel zu ihnen durch das Auge die Gerade OP , dann muß längs jeder Geraden, die mit OP einen Winkel von $42\frac{1}{2}^\circ$ bildet (resp. $40^\circ 16'$), rotes Licht (resp. violettes) ins Auge fallen; die Gesamtheit aller dieser Geraden ist ein Kegelmantel, dessen Spitze im Auge liegt und dessen Mantel den Himmel in dem roten (violetten) Kreise des Regenbogens schneidet. So erklärt sich die Kreisform des Bogens und die Aufeinanderfolge der Spektralfarben vom Rot zum Violett von oben nach unten. Außerhalb des Regenbogens sieht man bisweilen einen zweiten, der durch Brechung und *zweimalige* Spiegelung in dem Tropfen entstanden ist, und dessen Lichtstärke daher viel schwächer ist. Die Reihenfolge seiner Farben ist umgekehrt wie im ersten.

430. Methode der gekreuzten Prismen. Die einzelnen Farben eines ganz reinen Spektrums können nicht etwa noch weiter zerlegt werden: Läßt man die Strahlen, die eine bestimmte Farbe des Spektrums (Abb. 577) erzeugen (z. B. das oberste Rot), durch eine Öffnung auf ein zweites Prisma hinter der Wand fallen, so wird die entsprechende Farbe (hier also das Rot) durch das Prisma zwar aufs neue abgelenkt, aber nicht noch weiter zerlegt — sie enthält also keine anderen Farben in sich, sondern ist *einfarbig*, man sagt auch: einfach oder *homogen*. — Legt man die brechende Kante des zweiten Prismas dabei parallel zu der des ersten, so wird die Farbe in vertikaler Richtung abgelenkt, also parallel zu der Längsrichtung des Spektrums (nach unten oder nach oben, je nachdem die Kante, wie in Abb. 577, oben oder unten liegt). Stellt man aber das zweite Prisma *aufrecht*, so daß seine brechende Kante vertikal steht, also die des ersten *kreuzt*, so wird die Farbe zur Seite abgelenkt — und zwar um denselben Winkel seitlich wie sie durch das erste Prisma P von a aus nach unten abgelenkt worden ist. Und das gilt für jede Farbe des reinen Spektrums. Durchbricht man also die Wand, dort wo das Spektrum entsteht, in einem sehr schmalen, vertikalen Spalt, so daß ein sehr schmales Spektrum hindurch auf das zweite Prisma fällt, so wird *jede* seiner Farben — vorausgesetzt, daß das zweite Prisma dem ersten ganz gleich ist — um denselben Winkel zur Seite abgelenkt, wie es durch das erste Prisma von a aus nach unten abgelenkt worden ist und die Zwischenfarben entsprechend weit. So entsteht ein neues Spektrum, das gegen das erste um 45° geneigt ist, und das genau so breit ist wie das erste — ein Beweis, daß das zweite Prisma die Farben des ersten Spektrums nicht noch weiter zerlegt hat. — Diese Methode der gekreuzten Prismen (NEWTON) spielt eine Hauptrolle beim Studium der anomalen Dispersion [500; 513.]

431. Komplementärfarben. Die einfachen Farben sind *sämtlich* (siehe S. 520) im Spektrum des Sonnenlichtes enthalten (Spektralfarben). Werden sie wieder *zusammengemischt*, und zwar in dem Verhältnisse, in dem sie im Sonnenlicht enthalten sind, so machen sie im Zusammenwirken wieder den Eindruck des Weiß. Lassen wir aber auch nur eine einzige Farbe A an dem Gemisch fehlen, so gibt das Gemisch wieder eine *Farbe B*, und erst wenn wir die eine fehlende

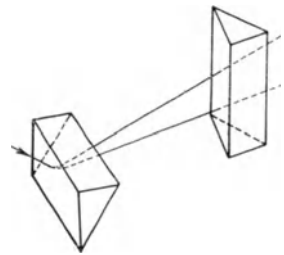


Abb. 580. Gekreuzte Prismen.

zu *B* hinzutun, bekommen wir Weiß, d. h. *A* ergänzt *B* zu Weiß. Man nennt zwei Farben, die in einem bestimmten Verhältnis gemischt einander zu Weiß ergänzen, *Komplementärfarben*. — Jede einzelne Spektralfarbe ist also Komplementärfarbe zu derjenigen Farbe, die die anderen Spektralfarben zusammen geben. Aber es gibt auch *gewisse* einzelne Spektralfarben, die schon durch *eine* einzelne andere zu Weiß ergänzt werden. Solche Komplementärfarben sind z. B.:

Rot der Wellenlänge	656,2 $\mu\mu$	und	Grünlichblau der Wellenlänge	492,1 $\mu\mu$
Orange	607,7 „		Zyanblau	489,7 „
Gelb	567,1 „		Indigoblau	464,5 „
Grünlichgelb	563,6 „		Violett	433 „

Das Grün des Spektrums hat keine einfache Komplementärfarbe, sondern nur eine zusammengesetzte: Purpur.

Wohlgermerkt, es handelt sich hier um *Lichter*, nicht um farbige *Stoffe*. Die Mischung z. B. einer indigoblauen und einer gelben *Malerfarbe* gibt nicht Weiß, sondern Grün. Die Farben der *Farbstoffe* kommen von der Absorption des Lichtes her [498.] in Verbindung mit Reflexion. — Auf die Lehre von den Farbenempfindungen und die Farbentheorien gehen wir nicht ein, eine oberflächliche Behandlung ist zwecklos, eine eingehende ist Aufgabe der Physiologie, nicht der Physik.

432. FRAUNHOFERSche Linien. Das Sonnenspektrum enthält Tausende, wenn auch überaus feine Lücken, die es in Gestalt schwarzer, gerader Linien (FRAUNHOFER) der Quere nach durchziehen. (Über ihren Ursprung siehe Spektralanalyse.) Jede einzelne entspricht einer bestimmten, im Spektrum des Sonnenlichtes *fehlenden*, einfachen Farbe. Man bezeichnet deswegen den Ort jeder FRAUNHOFERSchen Linie im Spektrum durch die Wellenlänge derjenigen *Farbe*, die an jener Stelle eigentlich stehen sollte. Die Wellenlängen, die z. B. den Linien *A, B, C, D, E, F, G, H* (in Abb. 578) entsprechen, sind:

<i>A</i> im Rot:	0,000762 mm	<i>E</i> im Grün:	527 mm
<i>B</i> „ Rot-Orange:	687 „	<i>F</i> „ Grünblau:	486 „
<i>C</i> „ Orange:	656 „	<i>G</i> „ Blau:	431 „
<i>D</i> „ Gelb:	589 „	<i>H</i> „ Violett:	397 „

Um die vielen Nullen in den Zahlen für die Wellenlängen zu vermeiden, setzt man (LISTING, 1869) 0,001 mm = μ und 0,000001 mm = $m\mu$. Man nennt auch 0,0000001 mm, also $m\mu/10$ oder mm^{-7} , eine ÅNGSTRÖM-Einheit (1 Å.-E.). Der D-Linie entspricht danach eine Wellenlänge von: $\lambda = 0,000589$ mm = 0,589 μ = 589 $m\mu$ = 5890 Å.-E. Man schreibt gewöhnlich: λ 5890.

a) Brechung durch ebene Flächen.

α . Einfache Brechung.

Wir wenden uns jetzt zu den Gesetzen der Brechung des Lichtes. Nach dem Vorausgeschickten ist die Brechung je nach der *Farbe* verschieden stark.

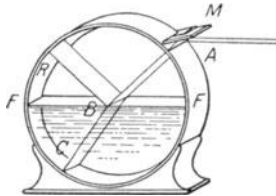


Abb. 581. Brechung des Lichtes.

Um aber die folgenden Betrachtungen nicht zu erschweren, setzen wir zunächst nur einfarbiges Licht voraus, z. B. gelbes, wie es Kochsalz in der farblosen Flamme eines Bunsenbrenners gibt.

433. Brechungsgesetz. Wir erklären zunächst die für die Brechung charakteristischen Begriffe und Benennungen. Bringt man in den Weg des Lichtstrahles *AB* (Abb. 581) Wasser, das durch Milch getrübt ist — die Milchtröpfchen zeigen den Lichtweg im Wasser an wie Stäubchen in der Luft — so zeigt sich der Weg des Strahles im Wasser, *BC*, nicht als Verlängerung des Strahles in der Luft, *AB*, sondern er bildet einem Winkel mit ihm. Ein Teil des Lichtes wird nach *BR* reflektiert; diesen lassen wir unberücksichtigt. Den Vorgang nennt man

Brechung, Refraktion; die Trennungsfläche FF (Abb. 582) zwischen den „Medien“ Wasser und Luft die *brechende Fläche*, den Strahl AB den *einfallenden Strahl*, BC den *gebrochenen*, die Senkrechte BN das *Einfallslot*, den Winkel i den *Einfallswinkel*, r den *Brechungswinkel*, die Ebene, in der das Einfallslot und der einfallende Strahl liegen (hier die Ebene der Zeichnung), die *Einfallsebene*.

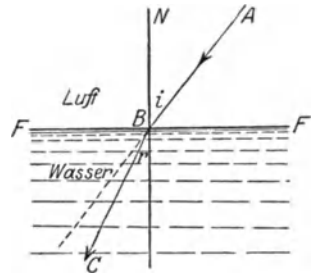


Abb. 582. Zum Brechungsgesetz (AB einfallender Strahl, BC gebrochener Strahl, NB Einfallslot).

Die Richtung der Strahlen bezieht man wie bei der Spiegelung auch hier auf das Einfallslot. Die Beziehungen zwischen dem einfallenden und dem gebrochenen Strahl formuliert der Satz (SNELLIUS): Auch der *gebrochene* Strahl liegt in der Einfallsebene, und zwar auf der entgegengesetzten Seite des Einfallslotes wie der einfallende; der Sinus des Einfallswinkels, gleichviel wie groß er ist, dividiert durch den Sinus des zugehörigen Brechungswinkels, ist eine Konstante, deren Größe von der Natur der aneinander grenzenden Stoffe (hier Luft und Wasser) und von der Farbe des Lichtes abhängt.

Das SNELLIUSSCHE Brechungsgesetz heißt: $\frac{\sin i}{\sin r} = n_{a,b}$, wo n eine Konstante ist, gleichviel wie groß die beiden zusammengehörigen Winkel sind, und wo a und b die beiden Medien bedeuten, die das Licht durchläuft. Beim Übergang des gelben Lichtes (FRAUNHOFERSche Linie D) aus Luft (a) in Wasser (b) ist $n_{a,b} = \frac{4}{3}$, d. h. $\frac{\sin \text{Einfallswinkel in Luft}}{\sin \text{Brechungswinkel in Wasser}} = 1,33$.

Um sich den Sinn der Gleichung klar zu machen, denke man sich das mit Wasser gefüllte Gefäß kreisrund (Abb. 583) und halb voll und den Versuch so angeordnet, daß das einfallende Licht stets die Mitte des Wasserspiegels trifft; errichtet man das Einfallslot NN , so ist, wenn ϱ der Radius des Kreises ist, z. B. $e_1E_1|\varrho : b_1B_1|\varrho = \frac{4}{3}$ und ähnlich für e_2E_2 und b_2B_2 usw. Die Eintrittsstelle E_1 oder E_2 ist also von dem Lot NN stets $\frac{4}{3}$ mal so weit entfernt wie die zugehörige Stelle B_1 oder B_2 , in denen der gebrochene Strahl das Gefäß im Wasser trifft.

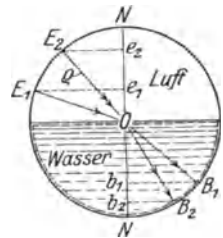


Abb. 583. Zum Brechungsgesetz.

434. Brechungskoeffizient. Die Zahl $\frac{4}{3}$ heißt der *Brechungskoeffizient* (-index, -exponent, -quotient) von Luft gegen Wasser. Der Brechungsexponent des gelben Lichtes D [432.] ist von Luft gegen

Glas (Kron)	1,4649—1,6041
Diamant	2,4173
Steinsalz	1,544
Wasser	1,333
Sauerstoff	1,000271
Wasserstoff	1,000139
Stickstoff.	1,000298

Jede Farbe des Lichtes hat ein anderes n , man muß daher jedesmal angeben, welche Farbe gemeint ist. So bedeutet z. B. n_D den Brechungsexponenten für das Gelb, das der FRAUNHOFERSchen D -Linie entspricht.

Das Grundgesetz der Brechung entstammt der Erfahrung, läßt sich aber auch aus der Wellentheorie des Lichtes ableiten. Das Gesetz wird bestätigt durch Bestimmungen der Brechungsverhältnisse unter verschiedenen Einfallswinkeln und durch die Übereinstimmung der unter seiner Annahme berechneten und genau ausgeführten optischen Werkzeuge.

435. Umkehrbarkeit der Strahlenwege. Die Erfahrung lehrt ferner: wenn das Licht bei einer Brechung die beiden Medien in umgekehrter Reihenfolge durchläuft, wenn also das Licht (Abb. 584) *erst* durch Wasser und *dann*

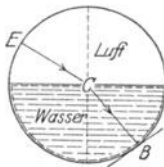
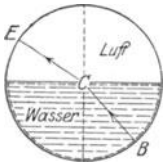


Abb. 584. Umkehrbarkeit der Strahlenwege.

Abb. 585.

erst durch Luft geht und der Strahl im Wasser (jetzt als einfallender) denselben Weg von B nach C geht, den er vorher als gebrochener von C nach B gehen mußte, so geht er in der Luft als gebrochener denselben Weg von C nach E, den er vorher als einfallender von E nach C durchlaufen hat. Fällt der *gebrochene* Strahl CB in Abb. 585 *senkrecht* auf einen Spiegel bei B, so kehrt er *in sich selbst* zurück und geht den ganzen Weg, den er gekommen ist, zurück. Man nennt diese Tatsache *das Prinzip von der Umkehrbarkeit der Strahlenwege*.

Bei der Umkehr der Reihenfolge ist Winkel r Einfallswinkel und Winkel i Brechungswinkel geworden. Daher ist folgerichtig $\frac{\sin r}{\sin i} = n_{b,a}$,

wobei $n_{b,a}$ den Brechungskoeffizienten beim Übergang des Lichtes von Wasser gegen Luft bedeutet. Da aber aus $\frac{\sin i}{\sin r} = n_{a,b}$ folgt, daß $\frac{\sin r}{\sin i} = \frac{1}{n_{a,b}}$ ist, so

folgt: $n_{b,a} = \frac{1}{n_{a,b}}$. Ist also: $n_{\text{Luft, Wasser}} = \frac{4}{3}$, so ist $n_{\text{Wasser, Luft}} = \frac{3}{4}$.

Die Zahlen gelten für den Übergang des Lichtes aus *Luft* in Wasser, aus *Luft* in Glas usw.; sie ergeben aber auch den Brechungsquotienten zwischen Glas und Wasser. *Die Erfahrung lehrt* nämlich: ist $n_{a,c}$ der Brechungsquotient aus dem Medium a nach c und $n_{b,c}$ der Brechungsquotient aus b nach demselben c , so ist

$$\frac{n_{a,c}}{n_{b,c}} = n_{a,b},$$

d. h. gleich dem Brechungsquotienten aus a nach b . Bedeutet also a Wasser, b Glas, c Luft, so lehrt die Erfahrung, daß

$$\frac{n_{\text{Wasser, Luft}}}{n_{\text{Glas, Luft}}} = n_{\text{Wasser, Glas}} \quad \text{oder was dasselbe ist} \quad \left(\text{da } n_{a,c} = \frac{1}{n_{c,a}} \right),$$

$$\frac{n_{\text{Luft, Glas}}}{n_{\text{Luft, Wasser}}} = n_{\text{Wasser, Glas}}.$$

Für Glas von $n = 1,5$ ist $n_{\text{Luft, Glas}} = \frac{3}{2}$, $n_{\text{Luft, Wasser}} = \frac{4}{3}$, also muß $n_{\text{Wasser, Glas}} = \frac{3}{2} \cdot \frac{3}{4} = \frac{9}{8}$ sein; die Messung bestätigt das auch.

Die Beziehung $\frac{n_{a,c}}{n_{b,c}} = n_{a,b}$, oder was dasselbe ist, $\frac{n_{c,b}}{n_{c,a}} = n_{a,b}$ reduziert die Messungen, die man anstellen müßte, um die Brechungsquotienten der Stoffe zu je zwei *gegeneinander* zu ermitteln: man mißt die Brechung *aller* Stoffe gegen *einen* — gegen die Luft, d. h. man mißt die Brechung *aus* der Luft in diesen Stoff und *berechnet* daraus alle übrigen Brechungsquotienten (wie in dem angeführten Beispiel).

Die Koeffizienten der Brechung beim Übergang *aus einem Stoff* in einen anderen nennt man *relative*; die *absoluten* gelten für den Übergang des Lichtes *aus dem leeren Raum* in einen Stoff. Ersetzen wir das Medium c durch den leeren

Raum, und bezeichnen wir die absoluten Koeffizienten von a und von b mit n_a und n_b , so haben wir:

$$\frac{n_b}{n_a} = n_{a,b}.$$

Die Gleichung $\frac{\sin i}{\sin r} = n_{a,b}$ geht dann über in $n_a \cdot \sin i = n_b \cdot \sin r$.

436. Totalreflexion. Wir nahmen bisher an, daß die Wand (etwa aus Glas), auf die das Licht bei seiner Ausbreitung trifft (S. 517), *vollkommen durchsichtig* ist. Das heißt: das Licht sollte, an der Oberfläche der Wand angekommen, durch die *Grenzfläche* zwischen Luft und Glas, unvermindert hindurchgehen. Das geschieht aber niemals, ein *Teil* des Lichtes wird *stets*, selbst an der Grenzfläche so durchsichtiger Stoffe wie Wasser und Glas, zurückgeworfen, zurück in den Stoff, aus dem es herkommt. Die Oberfläche des Wassers z. B. spiegelt — daher der Ausdruck *Wasserspiegel* —, jede Fensterscheibe spiegelt, wie die *Spiegelscheiben* der Schaufenster. Hier ist das zurückgeworfene Licht aber stets nur ein kleiner Teil des auffallenden Lichtes, wenn er auch desto größer wird, je schiefer das Licht auf die Grenzfläche trifft. Solche Spiegelbilder sind daher stets sehr lichtschwach. Bei ihrer Entstehung ist die Spiegelung *stets* von Brechung begleitet, und zwar ist es der *Hauptanteil* des auffallenden Lichtes, der durch die Grenzfläche hindurchgeht (gebrochen wird).

Wohlgermerkt: hierbei kommt das Licht aus der Luft und geht *in* das Wasser oder *in* das Glas. Ganz anders aber, wenn es aus dem Wasser kommt oder aus dem Glase und nach der Luft hinzielt. Wenn der Lichtstrahl aus der Luft kommt und *in Wasser* oder *in Glas* tritt, so ist der Brechungswinkel *immer* kleiner als

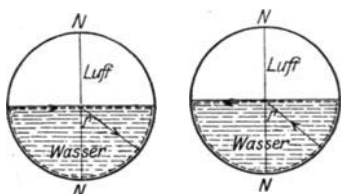


Abb. 586. Zur Totalreflexion.

der Einfallswinkel: wie groß auch (Abb. 586, links) der Einfallswinkel ist (zwischen 0° und 90°), es gibt *stets* einen Brechungswinkel dazu. Anders aber, wenn das Licht *aus dem Wasser* oder *aus dem Glase* kommt und in die Luft tritt. Abb. 586, rechts lehrt:

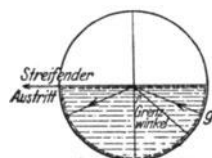


Abb. 587. Zur Totalreflexion.

der Einfallswinkel r in Wasser ist dann am größten, wenn der Brechungswinkel in der Luft ein Rechter ist; denn dies ist der größte Winkel, den der Strahl mit der Normale NN überhaupt bilden kann. Dieser Winkel r ist der *Grenzwinkel*. Die Strahlen (Abb. 587), die einen noch größeren Winkel mit der Normale bilden, z. B. g , können *überhaupt nicht in die Luft treten*, sie werden in das Wasser zurückgeworfen, d. h. an der Grenzfläche zwischen Wasser und Luft gespiegelt. Man nennt diese Reflexion *totale* Reflexion, weil *alle* Strahlen gespiegelt werden, was man daraus schließt, daß das gespiegelte Licht dieselbe Stärke besitzt wie das einfallende. Kurz: geht das Licht aus einem stärker brechenden Stoff in einen schwächer brechenden, d. h. in einen Stoff, in dem der Strahl vom Lot *weggebrochen* wird, und überschreitet der Einfallswinkel eine gewisse Größe, so wird das Licht *total* in den stärker brechenden Stoff zurückgeworfen. — Wie groß ist der Grenzwinkel? Ist der Einfallswinkel i *in der Luft* wie in Abb. 586 (links) ein Rechter, so ist

$$\frac{\sin 90^\circ}{\sin r} = n, \text{ und da } \sin 90^\circ = 1, \text{ ist } \sin r = \frac{1}{n}.$$

Winkel r ist unser Grenzwinkel: wir brauchen uns die Reihenfolge, in der der Strahl die Stoffe durchläuft, nur umgekehrt zu denken (Abb. 586, rechts), um

einsehen, daß r der Einfallswinkel ist, zu dem noch eben ein Brechungswinkel gehört. Der austretende Strahl *streift* die Oberfläche. Für Wasser ist $n = 1,33$, der Grenzwinkel also derjenige, dessen Sinus $3/4$ ist, d. h. der Winkel $48^\circ 35' 25''$; für Glas (leichtes Kronglas), für das $n = 1,50$ ist, ist der Grenzwinkel $41^\circ 48' 37''$.

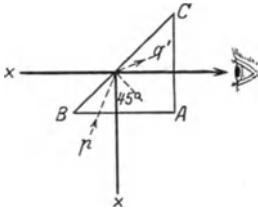


Abb. 588. Strahlenablenkung um 90° durch ein rechtwinkliges Prisma.

Man sieht die totale Reflexion sehr gut an einem Wasserspiegel, den man von unten her ansieht; z. B. wenn man von unten her schräg nach dem Wasserspiegel eines in die Höhe gehaltenen mit Wasser gefüllten Wasserglases blickt, neben das man einen Gegenstand hält. Man sieht dann nicht durch die Wasseroberfläche *hindurch*, sondern hat den Eindruck, daß sie ein vollkommener Spiegel ist.

Aus der Totalreflexion des Lichtes erklärt es sich, daß gewisse Dinge, die für *gewöhnlich* glänzend und dabei durchsichtig sind, unter gewissen Bedingungen *undurchsichtig* und *matt* sind: z. B. gepulvertes Glas, gepulvertes Eis, Schnee, Schaum (gleichviel ob auf farbigen oder auf farblosen Flüssigkeiten). Glaspulver z. B. ist, streng genommen, ein Gemisch von Glas und Luft. Daß es *matt* ist, hat dieselbe Ursache, wie daß z. B. auch poliertes Silber, wenn es gepulvert wird, *matt* ist: es wendet spiegelnde Flächen nach *allen möglichen Richtungen*, wirft also das Licht nach *allen* möglichen Richtungen, d. h. diffus, zurück. Daß es *undurchsichtig* ist, erklärt sich aus der totalen Reflexion des Lichtes in dem Gemisch von Glas und Luft, das Licht kann durch das Gemisch nicht hindurch. Am besten beweist man das dadurch, daß das Glaspulver ziemlich durchsichtig wird, wenn man ein Öl darauf bringt, das annähernd denselben Brechungsquotienten hat wie das Glas. Die totale Reflexion erklärt auch die Undurchsichtigkeit der Eiskristalle im Schnee, der Luftblasen und der Flüssigkeitshäutchen im Schaum.

437. Total reflektierende Flächen als Ersatz für Spiegel. Man benutzt total reflektierende Flächen in der praktischen Optik als Ersatz für Spiegel, weil sie das Licht sehr viel vollkommener zurückwerfen. Eine Vorrichtung zu diesem Zweck ist ein total reflektierendes Glasprisma: zerschneidet man einen Glaswürfel durch eine Diagonalebene, so bildet jede Hälfte ein gleichschenkeliges rechtwinkliges Prisma (Abb. 588). Ist der Brechungsindex des Glases $3/2$, so ist der Grenzwinkel der Totalreflexion $41^\circ 48' 37''$. Strahlen, die senkrecht auf die Kathete AB fallen, gehen ungebrochen hindurch und treffen die Hypotenuse unter einem Einfallswinkel von 45° , also einem Einfallswinkel, der größer ist als der Grenzwinkel, und werden daher an der Hypotenuse total reflektiert, treffen die Kathete AC senkrecht und treten senkrecht zu ihr aus. Strahlen, die, wie z. B. p , unter *noch* schiefem Winkel die Hypotenuse treffen, werden natürlich ebenfalls total reflektiert und treten aus dem

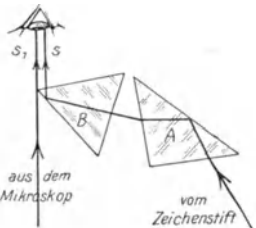


Abb. 589. Die Camera lucida als Hilfsapparat (Zeichenapparat) am Mikroskop.

Prisma in einer Richtung aus, die zu der des eintretenden Strahles symmetrisch ist in

bezug auf die Hypotenuse. — Man benützt Reflexionsprismen, um die Richtung von Lichtstrahlen und von Bündeln paralleler Lichtstrahlen mit möglichst geringem Lichtverlust zu ändern.

Bisweilen verbindet man mehrere Prismen miteinander oder stellt Glaskörper her, die einer solchen Verbindung entsprechen, und benützt sie dort, wo man sonst mehrere Spiegel hätte benutzen müssen. So z. B. in der Camera lucida, die das Zeichen nach der Natur erleichtern soll (WOLLASTON, 1809), und die man hierzu z. B. mit dem Mikroskop verbindet. Abb. 589 zeigt die Prismenkombination einer Camera lucida von ZEISS, Abb. 590 den Körper

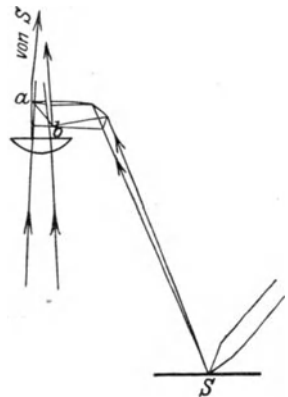


Abb. 590. Wirkungsweise der Camera lucida. Nachzeichnen des Mikroskopbildes.

einer solchen von NACHET, Abb. 591 diese auf das Mikroskop aufgesetzt. Man sieht durch die Camera hindurch das Zeichenpapier und den Zeichenstift auf dem Mikroskopbilde und kann nun dessen Umriss umfahren. Wie die Stiftspitze in das Gesichtsfeld kommt, erklärt der Strahlengang in den Abbildungen: die von der Spitze kommenden Strahlen gelangen nur auf dem Umwege durch die Camera lucida ins Auge, und zwar aus derselben Richtung kommend, aus der auch die Strahlen aus dem Mikroskop kommen, das Auge projiziert deswegen die Stiftspitze auf das Bild im Mikroskop. — Bei der ZEISS-Camera gehen die Strahlen aus dem Mikroskop nicht durch das Prisma, sondern am Rande vorbei in das Auge, um nicht durch das Prisma gebrochen zu werden; bei der Camera von NACHET ist *noch* ein Prisma an die Fläche ab angekittet, dessen senkrecht zur Mikroskopachse stehende Fläche durch das Prisma wie durch eine planparallele Platte zu sehen erlaubt.



Abb. 591. Zeichenapparat (Camera lucida) mit dem Mikroskop verbunden.

Eine völlig durchsichtige, aber total reflektierende Grenzfläche kann eine Wand ersetzen, die völlig undurchsichtig ist. Das haben LUMMER und BRODHUN benutzt, um den BUNSENSCHEN Photometerschirm durch einen vollkommeneren zu ersetzen. Unvollkommen ist der BUNSENSCHE Schirm 1., weil der *undurchsichtige* (ungefettete) Teil des Papiers — er soll das auffallende Licht diffus reflektieren, aber nichts davon hindurchlassen — *nicht undurchsichtig genug* ist (seine beiden Seiten werden daher, außer von dem auffallenden Licht, auch etwas von dem durchgelassenen beleuchtet), und 2., weil der *durchsichtige* (gefettete) Teil des Papiers — er soll von dem auffallenden Lichte *gar* nichts reflektieren, sondern alles hindurchlassen — *nicht durchsichtig genug* ist; er reflektiert *doch* etwas, man sieht seine beiden Seiten also *auch* in einem Gemisch beider Beleuchtungen. — Diese Mängel haben LUMMER und BRODHUN beseitigt: im wesentlichen dadurch, daß sie an die Stelle des Papierschirmes eine Kombination von total reflektierenden (Glas-)Ebenen gesetzt haben.

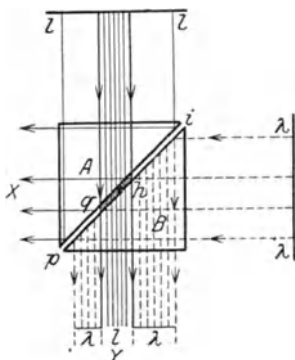


Abb. 592. Anwendung der totalen Reflexion im Photometer von LUMMER-BRODHUN.

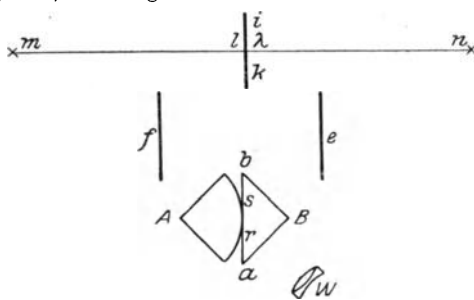


Abb. 593. Anordnung des Photometerkopfes der Abb. 595 zwischen den zu vergleichenden Lichtquellen m und n . (Der Abstand mn ist 2–3 m .)

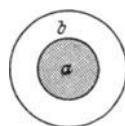


Abb. 594. Anblick des Gesichtsfeldes im Photometerkopf der Abb. 595 bei ungleich großer Beleuchtung von l und n der Abb. 593.

Den leitenden Gedanken veranschaulicht Abb. 592: A und B bedeuten zwei rechtwinklige Glasprismen, die Hälften eines Glaswürfels. Bei qh verbindet sie ein Kitt, dessen Rechnungsquotient gleich ihrem eigenen ist. Im übrigen sind sie durch Luft voneinander getrennt. ll und ll' bedeuten zwei diffus leuchtende Flächen. Das von ll' kommende Licht wird an dem von Luft begrenzten Teil der Hypotenuse des Prismas B total reflektiert und nach der Seite Y geworfen, und zwar *vollständig*; an der von dem Kitt begrenzten Stelle qh dagegen wird nichts reflektiert, alles auf sie fallende Licht geht hindurch. Das von ll kommende Licht geht, soweit es auf qh fällt, vollkommen (nach Y hin) hindurch, aber soweit es die an Luft grenzenden Teile der Hypotenuse des Prismas A trifft, wird es total nach der Seite X geworfen. Ein Auge bei Y sieht also *qh* *nur* in dem Lichte, das von ll herkommt, den umgebenden Teil *nur* in dem Lichte, das von ll' herkommt. — Die Prismenkombination Abb. 592 sollte nur den Grundgedanken des Photometerschirmes erläutern. Für die Ausführung des *Photometerkopfes* (Abb. 595) haben LUMMER und BRODHUN die Anordnung A und B (Abb. 593) gewählt. Dieselbe Abbildung gibt auch die Anordnung des ganzen Photometers. Die Gerade mn bedeutet die Photometerbank, m und n die beiden zu vergleichenden Lichtquellen. Zwischen ihnen, und zwar senkrecht zur Richtung der Photometerbank, steht eine undurchsichtige weiße Platte ik — eine Gipsplatte oder matt weiß gestrichene Metallplatte — ihre eine Seite

empfangt nur von m Licht, die andere nur von n . Die Spiegel f und e werfen das von l und das von λ diffus reflektierte Licht auf die Prismen A und B . Prisma A hat hier eine kugelförmige Oberfläche (Abb. 593), an die eine Kreisfläche rs angeschliffen ist. Mit dieser Kreisfläche ist A an das Prisma B fest angepreßt (ohne Bindemittel). Der Strahlengang erklärt sich aus der Abb. 592.

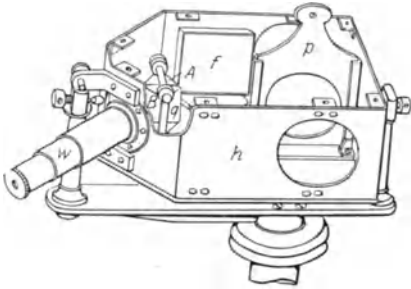


Abb. 595. Photometerkopf nach LUMMER-BRODHUN. p die undurchsichtige Platte (Gipsplatte), durch die Öffnungen ihr gegenüber von beiden Seiten her beleuchtet. Bei f der eine Spiegel, der andere durch die Gehäuseplatte (bei h) verdeckt. A das Prisma mit der kugeligen Grenzfläche, B das andere Prisma, W das Fernrohr.

lichtbrechende Wand (um Verwicklungen auszuschließen, hatten wir sie planparallel angenommen) sollte isotrop sein. Das Resultat der Brechung des Lichtes durch diese Wand gibt das SNELLIUSSCHE Gesetz von der Erhaltung

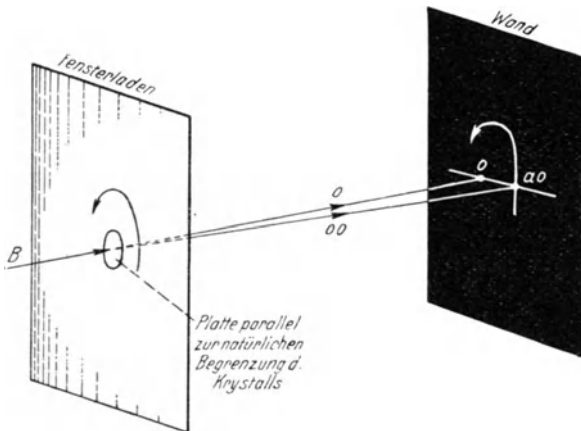


Abb. 596. Zur Doppelbrechung durch den isländischen Doppelspat.

der Einfallsebene und von der Konstanz des Sinusverhältnisses.

438. Lichtbrechung durch den isländischen Doppelspat. Wir ersetzen jetzt die Glasplatte durch eine Kristallplatte, und zwar, weil die jetzt zu beschreibenden Brechungserscheinungen dann besonders deutlich werden, durch eine Platte aus *isländischem Doppelspat*; unbearbeitet bildet er gewöhnlich würfelförmliche Körper (Abb. 597). Wir schneiden die Platte parallel zu einer der natürlichen Grenzebenen von dem Kristall ab, fügen sie (Abb. 596) in den Fensterladen eines im übrigen finsternen Zimmers und lassen ein *paralleles Lichtbündel B* senkrecht darauf fallen. Wäre die Platte aus Glas, so würden wir aus ihr ein Lichtbündel austreten und auf der Wand gegenüber einen Lichtfleck sehen; aus dem Kalkspat aber treten zwei Bündel aus, und auf der Wand erscheinen zwei Flecke, o und ao . Diese Erscheinung nennt man *Doppelbrechung* des Lichtes. Alle Kristallsysteme, mit Ausnahme des *regulären* (z. B. Diamant, Granat, Flußspat,

Sieht man durch das Fernrohr W die Fläche $arsb$ an, so sieht man das Bild, das man vom BUNSEN-Photometer her kennt (Abb. 594): Eine Kreisfläche a umgeben von dem Kreisringe b , desto verschiedener hell, je verschiedener stark beleuchtet die beiden Seiten der Platte ik sind. Bei vollkommener *Gleichheit* dieser Beleuchtung sieht man a ebenso hell wie b , d. h. man sieht eine gleichförmig helle Kreisfläche. Um die Kreisfläche und den Ring gleich hell zu machen, verschiebt man den Photometerschirm längs der Bank. Er ist 2,5–3,5 mal empfindlicher als der BUNSENSCHE. Der mittlere Fehler einer Einstellung bleibt unter $\frac{1}{2}\%$, bei der Messung einer 16 Kerzenlampe also unter 0,1 Kerze.

β. Doppelbrechung.

Wir kehren zum Ausgangspunkt der Betrachtungen zurück, die uns zu der Brechung des Lichtes geführt haben. Die

438. Lichtbrechung durch den isländischen Doppelspat.

Wir ersetzen jetzt die Glasplatte durch eine Kristallplatte, und zwar, weil die jetzt zu beschreibenden Brechungserscheinungen dann besonders deutlich werden, durch eine Platte aus *isländischem Doppelspat*; unbearbeitet bildet er gewöhnlich würfelförmliche Körper (Abb. 597). Wir schneiden die Platte parallel zu einer der natürlichen Grenzebenen von dem Kristall ab, fügen sie (Abb. 596) in

Steinsalz), zeigen sie. Am deutlichsten zeigt sie der *isländische Doppelspat* (Kalkspat).

Die Erfahrung lehrt: Der eine Strahl, o , befolgt das SNELLIUSsche Brechungsgesetz; der andere, $a o$, im *allgemeinen* nicht. Dieser andere, $a o$, liegt im *allgemeinen nicht* in der Ebene des einfallenden Strahles, und das Verhältnis \sin Einfallswinkel zu \sin Brechungswinkel hat im *allgemeinen nicht* für alle Einfallswinkel denselben Zahlenwert: je nach der Größe des Einfallswinkels ist er anders. Im Kalkspat z. B. ist n (für gelbes Licht) für den Strahl o bei *jedem* Einfallswinkel 1,658; für den Strahl $a o$ liegt er, je nach der Größe des Einfallswinkels, zwischen 1,486 und 1,658. Deswegen nennt man den ersten Strahl *ordentlich gebrochen*, den anderen *außerordentlich gebrochen*. [Man sieht, für den außerordentlichen Strahl wird n gelegentlich *gleich* dem für den ordentlichen (1,658) beide Strahlen werden *dann* gleich stark gebrochen.]

Wie verschieden sich die zwei Strahlen dem SNELLIUSschen Gesetz gegenüber verhalten, zeigt sich z. B. so: Dreht man die Kalkspatplatte im Fensterladen um das Einfallslot (wie ein Rad um seine Achse), so berührt das den ordentlich gebrochenen Strahl und den ihm zugehörigen Lichtfleck auf der Wand überhaupt nicht. Der außerordentliche dagegen rotiert um den ordentlichen Strahl (seine Brechungsebene also *auch*), und der zu ihm gehörende Lichtfleck auf der Wand umkreist dementsprechend den zum ordentlichen Strahl gehörigen. Denken wir uns die Kristallplatte wie das Zifferblatt einer Uhr beziffert, dann sieht man: für den ordentlich gebrochenen Strahl ist es einerlei, wie die Platte steht — ob so wie Abb. 598a oder so wie Abb. 598b — für den außerordentlich gebrochenen aber nicht. Was ändert sich, wenn man die Platte aus der ersten in die zweite Stellung und, in derselben Richtung weiterdrehend, in die erste zurückbringt? Man hat es mit einer *Kristallplatte* zu tun. Schneidet man aus einem isotropen *Glasblock* eine Platte heraus, so ist es für ihre Lichtbrechungsverhältnisse gleichgültig, in welcher Richtung man sie herausschneidet. Bei einem Kristall aber — wenn er nicht zufällig zum *regulären* System gehört — kommt es darauf an, in welcher Richtung der Schnitt zur Richtung der *optischen Achse* des Kristalles liegt (S. 123). Was versteht man unter der optischen Achse eines Kristalles? In einem doppelt brechenden Kristalle gibt es eine *Richtung* (in den Kristallen mancher Systeme sogar zwei), in der ein Lichtstrahl den Kristall geradeso wie eine isotrope Substanz (Glas) durchläuft, längs deren das Licht daher nur *einfach* gebrochen wird — *nur ordentlich* gebrochen wird. *Diese* Richtung ist die Richtung der optischen Achse des Kristalles. Bei der vorhin beschriebenen Drehung der Kristallplatte aus der Lage Abb. 598a in die Lage Abb. 598b ändert sich der Lichteinfall relativ zur optischen Achse des Kristalles, und *daraus* erklärt es sich, daß der zu dem außerordentlichen Strahl gehörige Lichtfleck den anderen umkreist.

Die Lichtbrechung in den optisch zweiachsigen Kristallen ist viel zu verwickelt, um hier besprochen zu werden, wir beschäftigen uns daher nur mit den optisch einachsigen, zu denen auch der Kalkspat gehört. — Was versteht man

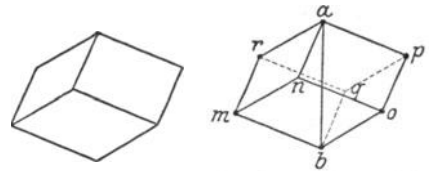


Abb. 597. Isländischer Doppelspat: Die Gerade ab ist die Hauptachse.

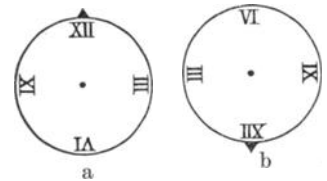




Abb. 598. Zur Fixierung einer bestimmten Stellung der Kristallplatte.

unter der optischen Achse des Kalkspats? Die Doppelspatkristalle sind Rhomboeder (Abb. 597), von Rhomben begrenzte Sechsfächner, die wie windschiefe Würfel aussehen. Verbindet man gleich lange Stäbe zu einem Würfelmodell, dessen Ecken und Seiten durch Scharniere beweglich miteinander verbunden sind, und deformiert man den Würfel, indem man auf die Ecken a und b drückt, so entsteht ein Rhomboeder. Von den acht Ecken sind a und b dadurch ausgezeichnet, daß sämtliche drei Winkel, die in ihnen zusammenstoßen, stumpfe sind (in den anderen Ecken stoßen je zwei spitze und ein stumpfer zusammen). Eine Gerade durch a und b oder auch eine zu ihr parallele Gerade nennt man die *Hauptachse* — das ist zugleich die optische Achse — *des Kristalls*, einen Schnitt durch den Kristall, der die Hauptachse enthält, und jeden zu ihm parallelen einen *Hauptschnitt*.

439. Brechung durch eine achsensenkrechte Doppelspatplatte. Wir schneiden nun aus dem Kristall eine planparallele Platte *senkrecht zur optischen Achse* heraus

 und fügen sie dem Fensterladen ein (Abb. 599). Die Achse liegt dann hori-

zontal, . Das Lichtbündel falle unter beliebigem Winkel auf die Platte, die Einfallsebene liege horizontal. Dann entstehen (Abb. 599) zwei Flecke nebeneinander, die in der horizontalen Geraden liegen, in der die Einfallsebene die gegen-

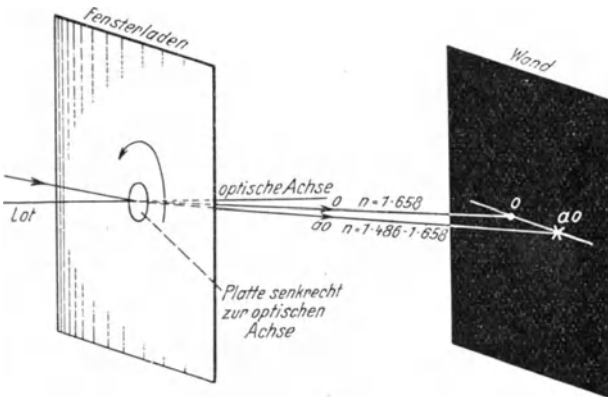


Abb. 599. Zur Doppelbrechung durch eine Kristallplatte aus isländischem Doppelspat.

überliegende Wand schneidet. Drehen wir die Platte um das Lot, so berührt das keinen von beiden Flecken — ein Zeichen dafür, daß auch der außerordentliche Strahl in der Einfallsebene verläuft, d. h. *in dieser Beziehung* dem SNELLIUSschen Gesetz gehorcht. Aber *nur* in dieser Beziehung gehorcht er ihm. Verändert man den Einfallswinkel, und mißt man jedesmal seine Größe und die Größe des zugehörigen Brechungswinkels, so findet man zwar für den *einen* Strahl immer $n_o = 1,658$, aber nicht für den anderen; je kleiner

(größer) der Einfallswinkel ist — es ist der Winkel zwischen dem Strahl und der Achse, denn auch die Achse ist ja senkrecht auf der Platte, also dem Lot parallel — desto größer (kleiner) ist n . Für den Einfallswinkel von 90° ist $n_{ao} = 1,486$. Wenn der Einfallswinkel (Strahl/Achse) kleiner wird, dann wird n größer, d. h. der außerordentliche Strahl nähert sich dann der Lage des ordentlichen, und *beim Einfallswinkel* 0° fällt er mit ihm zusammen, dann ist $n_{ao} = 1,658$. *Längs der optischen Achse* verläuft also nur *ein* Strahl, gibt es also nur einfache Brechung. — Für die

 - Kristallplatte ist in geometrischer Beziehung charakteristisch: ihre optische

Kristallachse liegt *stets* in der Einfallsebene, oder anders ausgedrückt, *die Einfallsebene fällt dauernd mit einem Hauptschnitt des Kristalls zusammen*. So oft das eintritt — man erinnere sich an das „so oft“ bei dem sogleich folgenden Falle — gilt der *eine* Teil des SNELLIUSSchen Gesetzes: der von der Erhaltung

der Einfallsebene. Aber, und das ist zu beachten, nicht auch der zweite; denn wenn sich der Winkel zwischen Strahl und Achse ändert, dann ändert sich auch n , das Sinusverhältnis.

440. Brechung durch eine achsenparallele Doppelspatplatte. Wir schneiden nun eine planparallele Platte aus dem Kristall *parallel* zur Achse heraus $\leftarrow \square \rightarrow$ und benützen sie, ohne sonst etwas zu ändern, an Stelle der $\begin{array}{c} \uparrow \\ \square \\ \downarrow \end{array}$ -Platte, und zwar zunächst in der Stellung, bei der die Kristallachse horizontal, also *in* der (vorhin horizontal angenommenen) Einfallsebene liegt. (Die Einfallsebene fällt dabei mit einem Hauptschnitt zusammen.) Dann entstehen *wieder* zwei Flecke o und ao auf der Wand, horizontal nebeneinander. Drehen wir aber *diese* Platte um das Lot, so wandert der eine Fleck — der dem Lot fernere ao' — im Drehungssinne der Platte, und wenn die Platte so weit herumgedreht ist, daß die Achse vertikal steht, also um einen rechten Winkel gedreht ist, so ist er wieder horizontal neben dem anderen angekommen, liegt jetzt aber dem Lot noch ferner als zu Anfang seiner Wanderung. Das bedeutet: der außerordentliche Strahl, zu dem ja der wandernde Fleck gehört, wird *stärker* gebrochen, wenn die *Achse* in der Einfallsebene liegt und *schwächer*, wenn die *Einfallsebene senkrecht* zur *Achse* steht.

Liegen die beiden Flecke horizontal nebeneinander, so bedeutet das: beide Strahlen verlaufen in der horizontalen Einfallsebene. In dieser Beziehung (Erhaltung der Einfallsebene) unterscheiden sich also die beiden Stellungen — Einfallsebene senkrecht zur Achse und Einfallsebene parallel zur Achse — nicht voneinander, wohl aber in der, die das Sinusverhältnis angeht. Die Untersuchung lehrt: In der ersten Stellung liegt die Achse in der Einfallsebene. Wir *wissen*

bereits von der $\begin{array}{c} \uparrow \\ \square \\ \downarrow \end{array}$ -Platte her (S. 530, unten: „so oft!“), daß dann je nach der Größe des Winkels (zwischen 90° und 0°), zwischen dem einfallenden Strahl und der Achse, n für den außerordentlichen Strahl verschieden groß ist, nämlich zwischen 1,486 und 1,658 liegt. — In der zweiten Stellung liegt die Achse senkrecht zur Einfallsebene. Die Untersuchung lehrt, daß bei dieser Stellung auch für den außerordentlich gebrochenen Strahl das Verhältnis \sin Einfallswinkel zu \sin Brechungswinkel *stets* 1,486 ist, gleichviel, welche Größe der Einfallswinkel zwischen 0° und 90° hat. Bei dieser Lage der Einfallsebene relativ zur Kristallachse befolgt also der außerordentliche Strahl das SNELLIUSsche Gesetz vollständig. Ist der Einfallswinkel 0, d. h. der einfallende Strahl senkrecht

zur $\begin{array}{c} \uparrow \\ \square \\ \downarrow \end{array}$ -Kristallplatte, so ist für den ordentlichen wie für den außerordentlichen

Strahl der Brechungswinkel 0, wie es das SNELLIUSsche Gesetz verlangt, die Strahlen treten also beide in der Richtung des einfallenden Strahles, d. h. senkrecht zur Platte aus, und fallen daher zusammen, auf der Wand entsteht infolgedessen auch nur *ein* Fleck. Genau dasselbe tritt ein, wenn der einfallende Strahl

senkrecht auf die $\begin{array}{c} \uparrow \\ \square \\ \downarrow \end{array}$ -Kristallplatte fällt. Wenigstens in der *subjektiven*, sinnlich wahrnehmbaren Erscheinung ist das Resultat dasselbe. Aber es ist *objektiv* nicht dasselbe! Denn im zweiten Falle ist der Brechungsindex für den außerordentlichen Strahl gleich dem für den ordentlichen. Es existiert also tatsächlich nur *ein* gebrochener Strahl — aber im ersten Falle, wo er für den ordentlichen wie immer 1,658 ist, ist er für den außerordentlichen 1,486. Es entstehen wirk-

lich *zwei* gebrochene Strahlen, von denen sich der eine, der außerordentliche, schneller fortpflanzt als der andere (das ist aber in diesem Falle für das Auge nicht wahrnehmbar); sie *erscheinen* daher als *ein* Strahl.

Wir können auf die überaus verwickelten Verhältnisse der Doppelbrechung nicht noch weiter eingehen. Es handelt sich dabei mehr um mathematische als um physikalische Fragen. Es genüge zu sagen: man kann an der FRESNEL'schen *Wellenfläche* für jeden Kristall, einachsigen wie zweiachsigen, zu jedem gegebenen einfallenden Lichtstrahl die beiden gebrochenen Strahlen konstruieren.

Wir fassen für den außerordentlich gebrochenen Strahl der optisch einachsigen Kristalle das *Resultat der Untersuchung* kurz zusammen: Der durch optisch einachsige Kristalle außerordentlich gebrochene Strahl befolgt *im allgemeinen* keinen der beiden Sätze, die das SNELLIUSsche Gesetz für den ordentlich gebrochenen ausspricht; aber *unter besonderen Bedingungen* — sie betreffen die Lage der Einfallsebene zur Kristallachse — befolgt er *beide* oder wenigstens *einen* von ihnen: er erfüllt beide (die Erhaltung der Einfallsebene und die Konstanz des Sinusverhältnisses), wenn die Einfallsebene senkrecht zur Achse steht, er erfüllt *einen* (die Erhaltung der Einfallsebene), wenn die Achse in der Einfallsebene liegt.

441. Positiv und negativ einachsige Kristalle. Der Kalkspat bricht den ordentlichen Strahl stärker als den außerordentlichen, es ist $n_o = 1,6585$, $n_{oo} = 1,4864$. Dasselbe tun



Abb. 600.

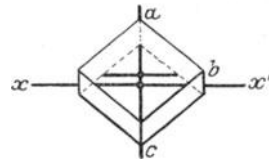


Abb. 601.

Anblick eines durch den doppeltbrechenden Kalkspat gesehenen Gegenstandes.

z. B. Turmalin, Korund, Saphir, Smaragd; sie heißen *negativ* einachsige. Andere, z. B. Bergkristall, Zirkon und Eis, brechen den außerordentlichen Strahl stärker als den ordentlichen, sie heißen *positiv* einachsige. Für Bergkristall — außer dem Kalkspat der am häufigsten in der Optik angewandte Kristall — ist $n_o = 1,5442$, $n_{oo} = 1,5533$. (Messungen zuerst von RUDBERG (1828) an Prismen; die brechende Kante parallel zur optischen Achse aus dem Kristall geschnitten und bei der Messung senkrecht zur Einfallsebene des Lichtes gestellt, weil dann beide Strahlen das SNELLIUSsche Gesetz befolgen. Der Brechungsindex eines solchen Kristallprismas für beide Strahlen wird ebenso gemessen, wie der eines Glasprismas.)

Die Differenz der beiden Brechungsindizes ist im Kalkspat (0,1721) viel größer als in *allen* anderen Kristallen, und deswegen läßt sich an ihm die Doppelbrechung am leichtesten beobachten Abb. 600. Man kann sie unmittelbar sehen, wenn man die Wand der Abb. 596 durch die Netzhaut des Auges ersetzt. Legt man den Kristall — er muß gut durchsichtig sein — z. B. auf das Kreuz (Abb. 601) und sieht man möglichst genau senkrecht hindurch, so sieht man das Kreuz im allgemeinen doppelt; dreht man ihn dabei um die Blicklinie, so sieht man, daß das eine Kreuz stehen bleibt, das andere sich verschiebt, und zwar so, daß sein Kreuzungspunkt den anderen umkreist. Wir beobachten hier subjektiv dasselbe, was wir Abb. 596 objektiv benutzt haben, um die Doppelbrechung zu beschreiben.

442. Charakteristische Eigenschaften des doppelt gebrochenen Lichtes. Wäre die Doppelbrechung in allen *nichtisotropen* (anisotropen) Stoffen so stark, daß man sie so leicht wie beim Kalkspat sähe, dann würde sich jeder Stoff sofort als isotrop oder als anisotrop zu erkennen geben. Fast immer aber ist sie außer-

ordentlich schwach, trotzdem ist sie stets ein deutlicher Hinweis darauf, ob ein Stoff isotrop ist oder nicht. Das durch doppeltbrechende Substanzen hindurchgegangene Licht hat nämlich besondere Eigenschaften, die es von gewöhnlichem Licht grundsätzlich unterscheiden: es ist „polarisiert“. Schickt man „polarisiertes“ Licht durch einen Stoff, so nimmt man gewisse optische Erscheinungen an ihm wahr, die anzeigen, ob *dieser* Stoff doppelt bricht oder nicht (*Untersuchung im polarisierten Licht*). Um „polarisiertes“ Licht zu bekommen, kann man z. B. gewöhnliches Licht durch einen Kalkspatkristall schicken. Da aber *zwei* Strahlen herauskommen, und das gleichzeitige Auftreten zweier Strahlen stört, so beseitigt man einen davon. Zu diesem Zwecke benützt man gewöhnlich (Abb. 602 und 603) das NICOLSche Prisma (1829), es ist dadurch *eines der wichtigsten optischen Hilfsmittel* geworden.

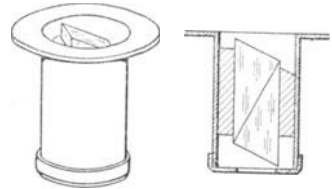


Abb. 602. NICOLSches Prisma zur Unterdrückung des ordentlich gebrochenen Strahles (O in Abb. 596).

443. NICOLSches Prisma. Das NICOLSche Prisma — ein vierseitiges Prisma, das aus zwei dreiseitigen zusammengesetzt ist — läßt nur den außerordentlich gebrochenen Strahl *ao* austreten, den ordentlich gebrochenen *o* lenkt es durch Totalreflexion an der Berührungsebene *bc* der beiden dreiseitigen Prismen derartig zur Seite *ab*, daß er nicht austreten kann; er wird von einem schwarzen Farbstoff verschluckt, der die Seitenflächen des Prismas bedeckt. Hergestellt wird das Prisma aus einem natürlichen Kalkspatkristall. Man spaltet davon ein Stück ab, das etwa dreimal so lang wie breit ist, und gibt ihm zunächst eine etwas andere Form. Wir denken uns den Hauptschnitt *aedg* des Prismas in die Ebene der Zeichnung gelegt. Die Richtung der optischen Achse ist die der punktierten Geraden durch *e* (resp. parallel dazu durch *g*). Im natürlichen Kristall bilden die Endflächen mit den Kanten bei *a* und bei *d* Winkel von 71° . Man macht sie durch Abschleifen schräger, so daß der Winkel nur 68° hat, zerschneidet dieses vierseitige Prisma (längs *bc*) durch einen Schnitt, der senkrecht auf dem Hauptschnitt steht (hier auf der Ebene der Zeichnung) und gleichzeitig senkrecht steht zu den angeschliffenen Flächen *ae* und *gd*, poliert die Schnittflächen *bc* und klebt an ihnen die beiden Prismenhälften mit *Kanadabalsam* zusammen. Das vierseitige, aus den zwei dreiseitigen Prismen so zusammengesetzte Prisma ist das NICOLSche Prisma. Abb. 603 zeigt den Strahlenverlauf in ihm. Für gelbes Licht ist der Brechungsindex des ordentlichen Strahles vom Kalkspat 1,658, der des Kanadabalsams 1,536. Der ordentliche Strahl geht somit an der Kanadabalsamschicht *bc* aus einem optisch dichteren in ein optisch dünneres Medium. Der Winkel der Totalreflexion beträgt dabei, wie man (S. 525) leicht ausrechnen kann, 68° . Daher werden alle Strahlen an der Kanadabalsamschicht total reflektiert, die unter einem größeren Einfallswinkel darauf fallen. Eine kurze Rechnung, auf die wir hier nicht eingehen, zeigt, daß, wenn die Strahlen parallel zur Kante des Prismas (oder in einer davon nicht gar zu sehr abweichenden Richtung) eintreten, der Einfallswinkel *i* an der Kanadabalsamschicht größer als 68° ist. Der Brechungsindex der *außerordentlichen* Strahlen ist kleiner als der des Kanadabalsams, sie werden daher hindurchgelassen. Setzt man das NICOLSche Prisma an Stelle der früher benutzten Platte in den Fensterladen, so daß die Kante *k* horizontal und senkrecht zum Fenster liegt, und läßt man

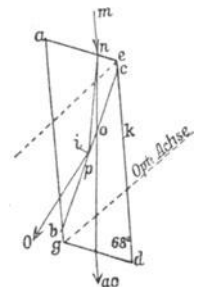


Abb. 603. Wirkung des NICOLSchen Prismas.

Das vierseitige, aus den zwei dreiseitigen Prismen so zusammengesetzte Prisma ist das NICOLSche Prisma. Abb. 603 zeigt den Strahlenverlauf in ihm. Für gelbes Licht ist der Brechungsindex des ordentlichen Strahles vom Kalkspat 1,658, der des Kanadabalsams 1,536. Der ordentliche Strahl geht somit an der Kanadabalsamschicht *bc* aus einem optisch dichteren in ein optisch dünneres Medium. Der Winkel der Totalreflexion beträgt dabei, wie man (S. 525) leicht ausrechnen kann, 68° . Daher werden alle Strahlen an der Kanadabalsamschicht total reflektiert, die unter einem größeren Einfallswinkel darauf fallen. Eine kurze Rechnung, auf die wir hier nicht eingehen, zeigt, daß, wenn die Strahlen parallel zur Kante des Prismas (oder in einer davon nicht gar zu sehr abweichenden Richtung) eintreten, der Einfallswinkel *i* an der Kanadabalsamschicht größer als 68° ist. Der Brechungsindex der *außerordentlichen* Strahlen ist kleiner als der des Kanadabalsams, sie werden daher hindurchgelassen. Setzt man das NICOLSche Prisma an Stelle der früher benutzten Platte in den Fensterladen, so daß die Kante *k* horizontal und senkrecht zum Fenster liegt, und läßt man

ein Lichtbündel $m n$ parallel zu k darauf fallen, so entsteht nur ein Fleck auf der Wand, und zwar der, der zum *außerordentlichen* Strahl gehört. — Wir kommen auf das NICOLSche Prisma bei den Polarisationserscheinungen des Lichtes zurück.

Die Besprechung der Doppelbrechung schließt zwar logisch unmittelbar an die der einfachen Brechung an, wir begegnen ihr aber erst bei der Polarisation des Lichtes wieder. Bis dahin haben wir es nur mit *einfacher* Brechung zu tun.

444. Messung der Brechungsquotienten. Die Messung der Brechungsquotienten gehört zu den wichtigsten Aufgaben der Optik. Die *Vervollkommnung* der Mikroskope, der Fernrohre und der photographischen Objekte z. B. ist der Vervollkommnung der Glasschmelzkunst zu verdanken. Für diese ist die Kenntnis der Brechungsquotienten und der „Dispersion“ (S. 537) eines Glases unerlässlich. Die Kenntnis der Brechungsquotienten von Flüssigkeiten hat für die *Chemie* dieselbe Bedeutung wie die Kenntnis

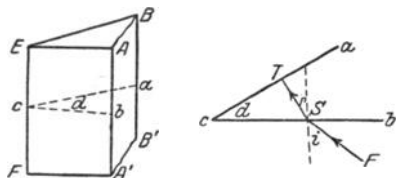


Abb. 604. Prisma mit brechender Kante EF und brechendem Winkel d .

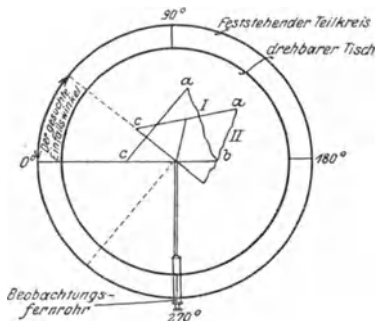


Abb. 605. Ein gebrochener „in sich zurückkehrender“ Strahl.

anderer Konstanten der Stoffe; sie ermöglicht sogar oft, auf die Konstitution des Körpers zu schließen (Molekularrefraktion). Für *technische* Zwecke hat sie eine große Bedeutung. Viele marktgängige flüssige Stoffe kann man an ihrem Brechungsexponenten auf Reinheit prüfen, z. B. Fette und ätherische Öle; die Milch, deren Fettgehalt dadurch bestimmt wird, die Naturbutter, die dadurch von Kunstbutter unterschieden wird.

Zur Messung des Brechungsindex gibt es viele Methoden und Instrumente. Wir beschreiben zwei davon (von **ABBE** stammende): erstens wegen ihrer Bedeutung für wissenschaftliche wie für praktische Zwecke, zweitens, weil sie dem Lernenden anschaulich zeigen, wie man bei optischen Messungen mit gespiegeltem und mit gebrochenem Licht operiert. Zur Messung an festen durchsichtigen Körpern dient das **ABBESche** Spektrometer: es beruht auf der Methode des in sich zurückkehrenden Strahles (**LITROW**). Zur Messung an Flüssigkeiten dient das **ABBESche** Refraktometer: es beruht auf der Methode der totalen Reflexion.

445. Methode des in sich zurückkehrenden Strahles. Die Messung des Brechungsindex mit dem **ABBESchen** Spektrometer erläutert Abb. 604. Es ist $ABA'B'EF$ ein Prisma (der zu messende Körper, den man in diese Form gebracht hat), bca ein Schnitt senkrecht durch seine *brechende* Kante EF , ein *Hauptschnitt*, der daneben in die Ebene der Zeichnung gelegt ist; FS ein Lichtstrahl; er vertritt ein Bündel von parallelen Lichtstrahlen.

Wir machen nun den Einfallswinkel i , unter dem FS auf cb fällt, so groß, daß der Strahl *nach* der Brechung *senkrecht* auf ca trifft. Der zugehörige Brechungswinkel ist r . Seine beiden Schenkel (Strahl und Normale) stehen dann senkrecht auf den beiden Schenkeln ca und cb des Winkels d . Daher ist $r = d$. Da nun $\sin i / \sin r = n$ ist (wo n der Brechungsindex ist) und $r = d$ ist, so folgt: $\sin i / \sin d = n$. Das heißt: um den Brechungsindex n zu ermitteln, messen

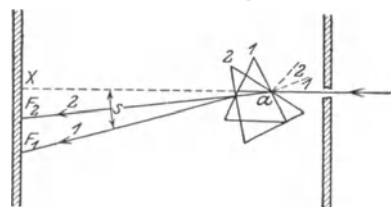


Abb. 606. Winkelmessung nach der Methode des in sich zurückkehrenden Strahles.

wir die Winkel i und d . Wie d , der brechende Winkel des Prismas, gemessen wird, ist auf S. 510 beschrieben worden. Das „In-sich-Zurückkehren“ des aus dem Fernrohr kommenden Strahles können wir auch benutzen, um i zu messen (S. 524, oben); der Strahl FST' läuft in sich zurück, wenn er *senkrecht* auf die Fläche ac trifft. Um i zu messen, drehen wir also das Prisma einfach aus der Stellung I , in der das Lichtsignal von cb in sich zurückkehrt, so weit, bis wir das Lichtsignal von der Fläche ca in sich zurückkehren sehen, d. h. bis zur Stellung II , und lesen die Größe der Drehung an der Skala ab (Abb. 605).

446. Methode der Minimumablenkung des gebrochenen Strahles. Wichtig ist ferner eine von FRAUNHOFER erdachte Methode. Sie beruht auf folgendem: In den Raum (Abb. 606) vertikal von oben gesehen) tritt ein Bündel paralleler (einfarbiger) Lichtstrahlen horizontal und trifft auf ein Prisma, dessen brechende Kante vertikal steht. Das Bündel geht durch das Prisma und — man fasse es als einen Zeiger auf mit F als Endpunkt — zeichnet auf der Wand gegenüber einen hellen Fleck, der aber infolge der Brechung nicht in der Verlängerung des auffallenden Bündels, bei X , liegt, sondern nach der Basis hin (bis F_1) davon um den Winkel s abgelenkt ist. Dreht man nun das Prisma um eine durch a gehende vertikale Achse, so wandert der Fleck F an der Wand entlang. Wächst der Einfallswinkel dabei, wie in Abb. 606 bei Stellung 2 des Prismas, so wandert F nach der brechenden Kante hin bis F_2 . Die Richtung des austretenden Strahles nähert sich also der des eintretenden, d. h.: die Ablenkung durch das Prisma wird kleiner. Von einer bestimmten Stellung des Prismas an geht der Fleck aber zurück, d. h. die Ablenkung wird wieder größer. In jener Umkehrstellung des Prismas war also die Ablenkung am kleinsten. In dieser *Minimumstellung* des Prismas bildet der Strahl (den Beweis übergehen wir) im Innern des Prismas gleiche Winkel mit den Prismenseiten (V und W in Abb. 607), und der Ablenkungswinkel d steht mit dem brechenden Winkel L des Prismas und dem Brechungsindex n in der Beziehung

$$n = \frac{\sin \frac{1}{2}(d + L)}{\sin \frac{1}{2}L}.$$

Ausgeführt wird die Methode mit einem Spektrometer (MEYERSTEIN), das zwei Fernrohre besitzt (Abb. 608), für die einfallenden und die austretenden Strahlen. Wenn bei der ABBESchen Methode der Strahl aus dem Prisma in sich zurückkehrt (Abb. 609), so ist seine Neigung zu der brechenden Fläche genau dieselbe, wie wenn er im Minimum der Ablenkung durch ein Prisma mit einem doppelt so großen brechenden Winkel hindurchgeht; also auch bei der ABBESchen Methode geschieht die Messung in der Minimumstellung des Prismas (im Minimum der Ablenkung, Abb. 610). — Die FRAUNHOFERSche Methode ist eine Laboratoriumsmethode, die ABBESche eine Werkstattmethode und dabei ebenso genau.

Auch um den Brechungsindex von Flüssigkeiten zu messen, kann man beide Methoden anwenden, indem man ein Hohlprisma benützt, das die Flüssigkeit enthält.

447. Methode der Totalreflexion. ABBESches Refraktometer. Man benützt zur Bestimmung der Brechungsexponenten von Flüssigkeiten aber gewöhnlich die Methode des Totalreflexion und das ABBESche Refraktometer. Das ABBESche Refraktometer (Abb. 611) enthält zwei rechtwinklige Glasprismen A und B (von bekanntem Brechungsindex ν), die zusammengelegt ein rechtwinkliges Parallelepiped bilden. Zwischen die Prismen bringt man einen Tropfen der zu messenden Flüssigkeit. Der Brechungsindex ν des Glases muß den der Flüssigkeit übersteigen. Man schneidet die Prismen deswegen aus einem Glase, dessen Index ($\nu = 1,75$) größer ist als der Brechungsindex der meisten Flüssigkeiten. Bringt man nun das Prismenpaar mit der dazwischen befindlichen Flüssigkeit in den Weg eines Lichtbündels, so geht das Licht nicht immer hindurch; nämlich dann nicht, wenn der Einfallswinkel, unter dem sich die Grenzfläche Glas/Flüssigkeit dem Licht darbietet, den „Grenzwinkel der totalen Reflexion“ erreicht oder überschreitet. Das Licht wird dann beim Übergang aus dem stärker brechenden Glase in die schwächer brechende Flüssig-

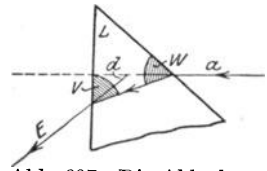


Abb. 607. Die Ablenkung des Strahles ist am kleinsten bei symmetrischem Durchgang durch das Prisma (Winkel V ist dann gleich Winkel W).

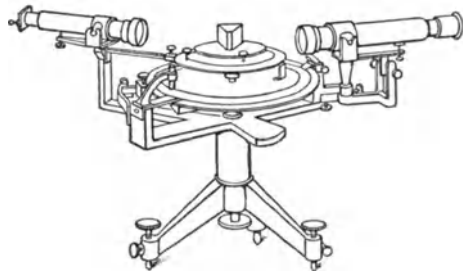


Abb. 608. Spektrometer (MEYERSTEIN) mit feststehendem Spaltfernrohr (links) und um die Tischachse drehbarem Beobachtungsfernrohr. Das Spaltrohr ist nach außen durch einen in seiner Weite verstellbaren beleuchteten Spalt abgeschlossen. Der Spalt vertritt ein unendlich fernes leuchtendes Objekt.

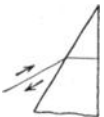


Abb. 609. Weg des in das Prisma ein- und aus dem Prisma austretenden Strahles bei der Methode des in sich zurückkehrenden Strahles (ABBE).



Abb. 610. Methode der Minimumstellung (FRAUNHOFER).

Einfallswinkel, unter dem sich die Grenzfläche Glas/Flüssigkeit dem Licht darbietet, den „Grenzwinkel der totalen Reflexion“ erreicht oder überschreitet. Das Licht wird dann beim Übergang aus dem stärker brechenden Glase in die schwächer brechende Flüssig-

keit total reflektiert. Den Grenzwinkel γ , bei dem dies eintritt, zeigt das Refraktometer deutlich an (Abb. 613). Aus ihm und dem bekannten Brechungsindex ν der Prismen findet man den Brechungsindex der Flüssigkeit $n = \nu \sin \gamma$. Denn: ist ν der Brechungsindex des Glases, d. h. von Luft gegen Glas, und n der der Flüssigkeit, d. h. von Luft gegen die Flüssigkeit, so ist (S. 524) der Brechungsindex der Flüssigkeit gegen Glas ν/n . Für den Grenzwinkel γ der totalen Reflexion beim Übergange des Lichtes aus dem Glase in die schwächer brechende Flüssigkeit ist danach (S. 525) $\sin \gamma = n/\nu$.

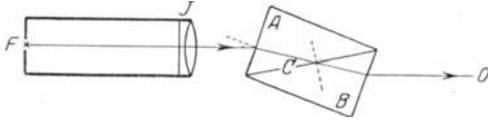


Abb. 611. Zur Wirkungsweise des ABBESchen Refraktometers.

Den Grundgedanken des Refraktometers erläutert Abb. 611. *A* und *B* sind zwei rechtwinklige Glasprismen, *C* ist die zu messende Flüssigkeit, *F* ist ein leuchtender Punkt; von ihm aus gelangen Lichtstrahlen zu den Prismen, und zwar (durch Vermittlung der feststehenden Linse *J*) *parallele* Lichtstrahlen. Die Strahlen gehen durch das (drehbare) Prismenpaar *AB* hindurch, solange der Einfallswinkel, unter dem sie aus dem (stärker brechenden) Prisma *A* in die (schwächer brechende) Flüssigkeit *C* treten, *kleiner* ist als der Grenzwinkel — sie gehen aber *nicht* hindurch, sobald man *AB* so weit dreht, daß dieser Grenzwinkel erreicht wird. Wenn die Strahlen überhaupt austreten, so treten sie, falls sie parallel

eingefallen sind und durch einen planparallelen Körper gegangen sind, auch *parallel* zueinander aus. Ein Auge bei *O* empfängt das Licht von der Lichtquelle *F* und sieht sie wie ein weit entferntes Objekt. (Nur auf dem durch die Pfeile bezeichneten Wege gelangt Licht zum Auge.) Aber das Auge sieht die Lichtquelle offenbar nur, solange das Licht unter einem Winkel auf die Grenzfläche *C* fällt, der *kleiner* ist als der Grenzwinkel der totalen Reflexion; dreht man das Prismenpaar im Sinne des wachsenden Einfallswinkels, so wird in dem Moment, in dem die dem Grenzwinkel entsprechende Stellung erreicht ist, die Wand *C* undurchsichtig, es tritt vollkommene Finsternis für das Auge ein. Den Winkel, bei dem das geschieht, *mißt* das Instrument. Hieraus ergibt sich die Beobachtungsweise.

In der gebräuchlichen Refraktometerform (Abb. 612) ist die Anordnung etwas anders: 1. Auge und Lichtquelle haben ihre Plätze miteinander vertauscht. Das Licht geht *erst* durch die Prismen und *dann* durch die Linse. Auf die Abb. 611 bezogen, heißt das: das Licht kommt von rechts, und *F* ist das Auge. Diese Umkehr der Reihenfolge ändert nichts am Endeffekt (nach dem Prinzip der Umkehrbarkeit der Strahlenwege). Das Auge sieht, wenn es in das Rohr blickt, die Lichtquelle *O* in dem Moment erlöschen, in dem bei der Drehung der Prismen der Einfallswinkel den Grenzwinkel erreicht hat. 2. Die Lichtstrahlen treffen die Schicht *C* in allen möglichen Richtungen. Hin-

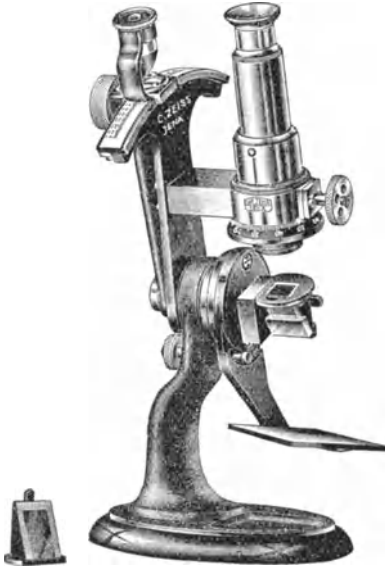


Abb. 612. Refraktometer (ABBE) zur Messung des Lichtbrechungsquotienten von Flüssigkeiten.

durchgehen können nur die, deren Einfallswinkel *kleiner* ist als der Grenzwinkel der totalen Reflexion. Angenommen, die Prismen seien in diejenige Lage gedreht, bei der ein Strahl, der parallel zur Fernrohrachse auf *B* trifft, unter dem Grenzwinkel auf *C* trifft. Einen *kleineren* Einfallswinkel als dieser Strahl hat, haben nur solche Strahlen, die nach dem Austritt aus den Prismen beim Eintritt in das Rohr nach *unten* zur Rohrachse geneigt sind. Strahlen, die in dem Rohr *nach oben* zur Achse geneigt wären, treten aus den Prismen überhaupt nicht aus — denn solche Strahlen hätten Einfallswinkel an *C* haben müssen, die *größer* wären als der Grenzwinkel — *es fallen daher gar keine schief nach oben (relativ zur Rohrachse) geneigten Strahlen auf die Linse*. Das ruft einen charakteristischen Beleuchtungseffekt in dem Rohre hervor in dem Moment, in dem die Prismen bei ihrer Drehung jene charakteristische Lage erreicht haben: die eine Hälfte des Gesichtsfeldes des Instruments bekommt —

der Grund wird später aus der Wirkung der Linsen verständlich werden — überhaupt keine Strahlen und ist finster, die andere ist hell; das Gesichtsfeld sieht daher so aus wie Abb. 613.

Die Handhabung des Refraktometers ergibt sich danach von selbst: Man bringt einen Tropfen der zu messenden Flüssigkeit zwischen die beiden Prismen, wirft mit dem Spiegel (homogenes) Licht hinein, sieht in das Rohr und dreht mit Hilfe der Alhidade (links) die Prismen so, daß das Gesichtsfeld wie Abb. 613 aussieht und liest durch die Lupe an dem Gradbogen den bei dieser Stellung der Alhidade verzeichneten Brechungsindex ab. (Ist das Licht *nicht* homogen, so ist die Grenzlinie farbig und verwaschen. Eine besondere Vorrichtung dient dazu, sie zu entfärben.)

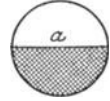


Abb. 613. Anblick des Gesichtsfeldes im Refraktometer der Abb. 612 im Moment des Eintretens der Totalreflexion.

448. Gang der Dispersion. Die Messungen der Brechungsindizes unterrichten auch über die Farbenzerstreuung der Stoffe. Daß die zu verschiedenen Farben gehörigen Strahlen verschieden stark gebrochen werden (S. 519), und die Farbenzerstreuung (Dispersion) dadurch entsteht, kann man unmittelbar *sehen*, wenn weißes Licht durch die in Prismenform gebrachte Substanz geht. Aber *meßbar* ist die Zerstreuung natürlich nur an den Indizes für die einzelnen Farben und an den Beziehungen der Indizes zueinander. Ein ganz besonderes Interesse daran, die Größe der Dispersion zu ermitteln, hat die Glasschmelzkunst; die Brauchbarkeit eines Glases für das Mikroskop und das Fernrohr (im besonderen die Vermeidbarkeit farbiger Säume um die Bilder) wird in hohem Grade durch den „Gang“ seiner Dispersion bestimmt.

Man mißt, um den Gang der Dispersion zu ermitteln (ABBE), die Brechungsquotienten der fünf FRAUNHOFERSchen Linien *A, C, D, F, G* (sie sind mit bestimmten künstlichen Lichtquellen leicht zu reproduzieren) und beurteilt die Dispersion nach dem Brechungsindex, der der *D*-Linie entspricht, n_D , ferner der „mittleren“ Dispersion $n_F - n_C$ und den drei „partiellen“ Dispersionen $n_D - n_A$, $n_F - n_D$, $n_G - n_F$. Die Tabelle enthält Zahlen, die sich auf Jenaer Gläser beziehen, und die die Verschiedenheit des Ganges ihrer Dispersion, zeigen, zum Vergleich die Zahlen für einige andere Stoffe.

Gang der Dispersion einiger Stoffe.

	n_D	$n_F - n_C$	$n_D - n_A$	$n_F - n_D$	$n_G - n_F$
Leichtes Phosphat-Kron	1,5159	0,00737	0,00485	0,00515	0,00407
Schweres Barium-Phosphat-Kron . .	5906	00922	591	648	521
Schwerstes Barium-Silikat-Kron . .	6040	01092	690	771	626
Schwerstes Silikat-Flint	9626	04882	2767	3547	3252
Diamant	2,4173	02540	—	—	—
Flußspat	1,4339	00450	—	—	—
Steinsalz	5440	01270	—	—	—
Äther	3566	00520	—	—	—
Alkohol	3635	00620	—	—	—
Benzol	5014	01670	—	—	—

449. Dispersionsformel. Den Zusammenhang zwischen der Wellenlänge λ und dem zugehörigen Brechungsquotienten n_λ versucht man durch eine *Dispersionsformel* auszudrücken. Eine solche Formel erlaubt, für einen gegebenen Stoff zu einem gegebenen λ das zugehörige n_λ zu *berechnen*; ob die Formel richtig ist, sieht man daran, ob das nach der Formel berechnete und das mit dem Spektrometer gemessene n_λ übereinstimmen. — Die älteste Formel (CAUCHY, 1836) für normal dispergierende (Gegensatz: anomal [500.]), isotrope durchsichtige Stoffe heißt $n_\lambda = a + \frac{b}{\lambda^2} + \frac{c}{\lambda^4} + \frac{d}{\lambda^6} + \dots$. Hierin ist λ die gegebene Wellenlänge, und a, b, c, \dots sind gewisse, den Stoff charakterisierende Konstanten,

die man erst ermitteln muß, ehe man nach der Formel das zu einem gegebenen λ gehörige n_λ berechnen kann.

Für die meisten Stoffe stimmt sie schon in der zweigliedrigen Form $n_\lambda = a + b/\lambda^2$ mit den Messungen gut überein. Mißt man also an einem gegebenen Stoffe für zwei bestimmte Wellenlängen (Farben), z. B. für λ_C und λ_F , die Brechungsquotienten, und berechnet man aus den zwei entsprechenden Gleichungen für n_C und n_F die Konstanten a und b dieses Stoffes, so kann man dann zu jedem gegebenen λ das zugehörige n_λ für diesen Stoff genügend genau ausrechnen, der berechnete Wert stimmt mit der Kontrollmessung gut überein.

Aber die CAUCHYSche Formel bewährt sich nur für die Wellenlängen etwa zwischen $0,4$ und $0,8 \mu$ (Bereich des sichtbaren Spektrums). Berechnet man nach ihr die Brechungsquotienten für längere Wellen (im Ultrarot), so erweist sie sich für viele Stoffe schon nahe am sichtbaren Spektrum als unzureichend, und sie wird immer weniger brauchbar, auf je längere Wellen man sie anwendet, so z. B. bei Wasser, Glas, Quarz, Flußspat, Steinsalz. Die auf der elektromagnetischen Lichttheorie [406.] fußende modernste Dispersionstheorie stellt die Tatsachen der Erfahrung weit besser dar. Sie erklärt die Brechung aus einer Wechselwirkung zwischen dem Äther und den Molekülen der Stoffe, resp. den mit den Molekülen verbundenen Elektronen, also aus einem Einfluß der Moleküle auf die Ätherschwingung. Die einfachste, aus der elektromagnetischen Lichttheorie abgeleitete Dispersions-

formel lautet $n^2 = b^2 + \frac{M_1}{\lambda^2 - \lambda_p^2} + \frac{M_2}{\lambda^2 - \lambda_r^2}$ (KETTELER-HELMHOLTZ, 1893). Hierin sind M_1 und M_2 gewisse Konstanten, die von der Natur des dispergierenden Stoffes abhängen und mit dessen Dielektrizitätskonstante eng zusammenhängen; λ_p und λ_r sind zwei für den Stoff charakteristische Wellenlängen im Ultraviolett und im Ultrarot [497.]. Der Stoff *verschluckt* sie, weil sie die in den Molekülen enthaltenen Elektronen zum Mitschwingen anregen (Resonanz); sie lassen sich experimentell genau ermitteln. Für viele Stoffe, so z. B. für Wasser, Flintglas, Steinsalz, Sylvin, Flußspat (NICHOLS, RUBENS), stellt die Formel die Dispersion sehr genau dar. Für Quarz z. B. genügt sie jedoch nicht, sie bedarf dann noch einer Erweiterung.

b) Brechung durch Kugelflächen.

450. Geometrische Beziehungen zwischen Objektabstand und Bildabstand von der brechenden Fläche. Bisher sollte die lichtbrechende Wand, auf die das Licht bei seiner Ausbreitung trifft (S. 517), *eben* sein. Wir fragen jetzt: wie verhält sich eine *gekrümmte* Wand den Strahlen gegenüber? Wir nähern uns mit dieser Frage der Aufgabe, einen Gegenstand durch lichtbrechende Hilfsmittel „abzubilden“, wie durch Photographenkamera und Bildwerfer, und der Aufgabe, das Auge durch Hilfsmittel, wie Brille, Lupe, Mikroskop, Fernrohr zu unterstützen. Von Bedeutung für diese optischen Instrumente sind unter den gekrümmten Flächen überwiegend die kugelförmigen. Wir beschäftigen uns daher nur mit diesen.

Den Weg, den wir eingeschlagen haben, um die Spiegelung des Lichtes an Kugelflächen zu untersuchen, schlagen wir auch hier ein, um die Brechung des Lichtes durch Kugelflächen zu untersuchen. L auf der Geraden NN durch den Kugelmittelpunkt C sei ein Punkt, der Strahlen aussendet, der Objektpunkt

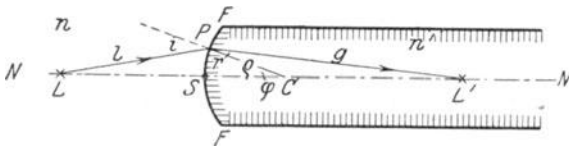
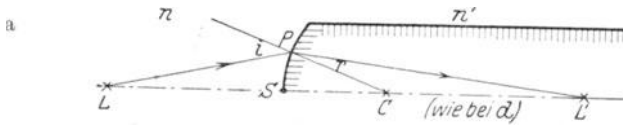


Abb. 614. Zur Brechung der von Punkt L (als Objekt) ausgehenden Lichtstrahlen durch die Kugelfläche FSF . Entstehung des zu L als Objektpunkt gehörenden (konjugierten) Bildpunktes L' .

(Dingpunkt) (Abb. 614 und 615 a). Wir verfolgen den Weg des Strahles, der bei P auf die kugelförmige Grenze FF (zwischen Luft und Glas) fällt. Das Einfallslot zu P ist (S. 513) der Radius CP , Winkel i also der Einfallswinkel.

Der Strahl bleibt auch nach der Brechung in der Ebene der Zeichnung, er wird zu der Achse *hin* gebrochen unter dem Brechungswinkel r und schneidet sie in L' . Denkt man sich die Zeichnung um LC als Achse gedreht, so erkennt man: alle Strahlen auf dem durch die Rotation entstehenden Kegelmantel (mit dem Achsenwinkel PLS) gehen nach der Brechung durch L' . Man nennt L' den zu L gehörigen *Bildpunkt* und nennt L und L' einander *konjugiert*. Da FF eine Kugelfläche ist, und da die

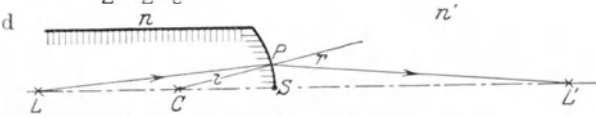
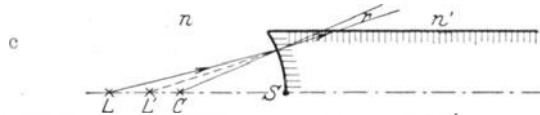
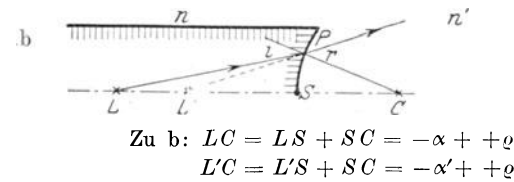


Beziehung $n \cdot \sin i = n' \cdot \sin r$ ist, wo n und n' die *absoluten* Brechungsquotienten der Luft und des Glases bedeuten, können wir den Ort von L' mit

$$\frac{LC}{L'C} \cdot \frac{L'S}{LS} = \frac{-\alpha + q}{-\alpha' + q} \cdot \frac{-\alpha'}{-\alpha} = \frac{q - \alpha}{q - \alpha'} \cdot \frac{\alpha'}{\alpha}$$

$$= \frac{\frac{q - \alpha}{\alpha}}{\frac{q - \alpha'}{\alpha'}} = \frac{1 - \frac{q}{\alpha}}{1 - \frac{q}{\alpha'}} = \frac{n'}{n}$$

wie bei b: $\frac{-\alpha + q}{-\alpha' + q} \cdot \frac{-\alpha'}{-\alpha}$



$$\frac{LC}{L'C} \cdot \frac{L'S}{LS} = \frac{-\alpha + q}{+\alpha' - q} \cdot \frac{+\alpha'}{-\alpha} = \frac{q - \alpha}{q - \alpha'} \cdot \frac{\alpha'}{\alpha}$$



Abb. 615.

Zur Formulierung der geometrischen Beziehung des Objektabstandes SL und des zugehörigen Bildabstandes $L'S$ vom Scheitel S der brechenden Kugelfläche, je nachdem das Licht aus dem schwächer oder dem stärker brechenden Stoff kommt, und je nachdem es die konvexe oder die konkave Seite der Kugelfläche trifft. Es wird bezeichnet: LS mit α , $L'S$ mit α' , CS mit q .

liege so nahe bei S , daß wir l durch LS und g durch $L'S$ ersetzen dürfen. Wir erhalten dann:

$$\frac{LC}{L'C} \cdot \frac{L'S}{LS} = \frac{n'}{n}$$

Wenn SP als verschwindend klein gelten kann, so bedeutet das: die Öffnung des Strahlenbündels ist so klein, daß seine Strahlen *alle* nahezu senkrecht auf die brechende Fläche fallen. Unter dieser einschränkenden Annahme gilt die Gleichung. Sie besagt, daß jeder Strahl des Bündels durch L' geht. Diese Beziehung zwischen den Abständen besteht auch dann, wenn das Licht auf eine

Bezug auf S bestimmen. — Wir betrachten zu dem Zweck $\triangle PCL$ und $\triangle PCL'$. Das erste enthält als Seiten den Radius q und den einfallenden Strahl l , das zweite den Radius q und den gebrochenen Strahl g . Es ist

im $\triangle PCL$ $\frac{LC}{l} = \frac{\sin i}{\sin \varphi}$,

im $\triangle PCL'$ $\frac{L'C}{g} = \frac{\sin r}{\sin \varphi}$

und daher

$$\frac{LC}{L'C} \cdot \frac{g}{l} = \frac{n'}{n} \left(\text{da ja } \frac{\sin i}{\sin r} = \frac{n'}{n} \right).$$

Jetzt nehmen wir einschränkend an (wie früher S. 513), der Einfallspunkt P

konkave brechende Fläche fällt, und auch dann, wenn es aus Glas in Luft (vorher Luft in Glas) tritt, also n zu dem *stärker* brechenden Stoff gehört, n' zu dem schwächer brechenden. Das zeigen die Abb. 615 a, b, c, d. In allen bedeutet L die Lichtquelle, C den Kugelmittelpunkt, S den Scheitel der brechenden Kugelfläche, LP den einfallenden Strahl, CP das Einfallslot, der zu P hingehende Pfeil den Strahl *vor*, der von P ausgehende Pfeil den Strahl *nach* der Brechung und L' den Durchschnitt des gebrochenen Strahles mit der durch L und C gehenden Achse, den *Bildpunkt*. Wird der Strahl *zur Achse hin* gebrochen (a und d), so schneidet er selber die Achse *hinter* der brechenden Fläche (reell), wird er *von der Achse weg* gebrochen (b und c), so schneidet nur seine rückwärtige Verlängerung die Achse, und zwar *vor* der brechenden Fläche (virtuell). In allen vier Fällen bedeutet n den Brechungsindex des Mediums, aus dem das Licht *herkommt*, n' den Brechungsindex des Mediums, *in* das es *eintritt*. In den Abb. a und c ist n' größer als n angenommen (Lichtweg aus Luft in Glas), in den Abb. b und d kleiner als n (Lichtweg aus Glas in Luft). In allen vier Fällen bedeutet i den Einfallswinkel, r den Brechungswinkel, in allen besteht also die Gleichung:

$$n \cdot \sin i = n' \cdot \sin r.$$

Hält man sich in jedem Falle an $\triangle CPL$ und $\triangle CPL'$, so findet man immer:

$$\frac{LC}{L'C} \cdot \frac{L'S}{LS} = \frac{n'}{n}.$$

$L'S$, der Abstand des Bildes vom Scheitel, berechnet sich also aus den anderen Größen in allen Fällen *durch dieselbe Gleichung*.

Aber der Bildpunkt L' liegt bald *rechts* vom Scheitel, bald *links* davon. Es genügt also nicht, daß man die *Größe* seines Abstandes kennt, man muß *gleichzeitig* wissen, ob er nach rechts oder nach links vom Scheitel zu rechnen ist. Es genügt ja auch nicht zu wissen: „Ein Temperaturgrad liegt soundso weit vom Nullpunkt“, man muß gleichzeitig wissen, ob über oder unter dem Nullpunkt. Wir bezeichnen auch hier den Gegensatz durch $+$ und $-$. Wir benützen den *Scheitel* S als Bezugspunkt und rechnen von ihm aus die Abstände nach *links* hin *negativ*, nach *rechts* hin *positiv*. Bezeichnen wir in

$$\frac{LC}{L'C} \cdot \frac{L'S}{LS} = \frac{n'}{n}$$

die Strecken $L'S$ mit a' , LS mit a , CS mit ϱ , und berücksichtigen wir die Vorzeichen, so erhält man in jedem einzelnen Falle, wie die Rechnungen neben den Abb. 615 zeigen:

$$\frac{n'}{a'} - \frac{n}{a} = \frac{n' - n}{\varrho}.$$

451. Anwendung der Formel für die Brechung an Kugelflächen. Die Formel gilt allgemein, gleichviel auf welcher Seite des Scheitels Bild, Objekt und Kugelmittelpunkt liegen. Man muß nur beachten, was über die Vorzeichen gesagt worden ist, und daß sich n auf das zuerst und n' auf das zu zweit durchlaufene Medium bezieht. Und umgekehrt: je nach dem Vorzeichen, mit dem bei der Ausrechnung nach dieser Formel die gesuchte Größe herauskommt, weiß man, auf welcher Seite vom Scheitel aus die Strecke liegt. — Wir erläutern das an einem Beispiel. Der Einfachheit halber setzen wir anstatt der absoluten Brechungsquotienten die relativen: ist n der absolute Brechungsquotient der Luft, n' der des Glases, so ist (siehe die Formeln auf S. 524/25) der Brechungsquotient von Luft in Glas $N = n'/n$. Wir bezeichnen von hier an den Radius mit r und erhalten dann

$$\frac{N}{a'} - \frac{1}{a} = \frac{N - 1}{r}.$$

Wir wollen N mit $\frac{3}{2}$ annehmen. Ist wie in Abb. 615 a die Kugelfläche konvex nach links, d. h. der Mittelpunkt *rechts* von S , und der Radius 50 cm, so ist $r = +50$. Liegt der leuchtende Punkt L *links* von S in einem Abstand von 200 cm, so ist $a = -200$. Suchen wir nun, wo der Bildpunkt zu L liegt, so haben wir:

$$\frac{\frac{3}{2}}{a'} - \frac{1}{-200} = \frac{\frac{3}{2} - 1}{+50}$$

$$\frac{3}{2a'} + \frac{1}{200} = \frac{1}{100}.$$

Die Ausrechnung ergibt $a' = +300$, d. h. L' liegt 300 cm nach rechts vom Scheitel. — Liegt L nur um 50 cm von S entfernt, dann ist

$$\frac{3}{2a'} + \frac{1}{50} = \frac{1}{100},$$

also

$$a' = -150,$$

d. h. L' liegt ebenfalls, wie L , links von S . Da er auf derselben Seite des Scheitels liegt wie der Objektpunkt, so ist er virtuell; nicht die gebrochenen Strahlen selbst schneiden die Achse, sondern nur ihre rückwärtigen Verlängerungen. Ist die Kugelfläche konkav nach links, dann ist zu setzen; $r = -50$ und $a = -200$, wir erhalten also:

$$\frac{\frac{3}{2}}{a'} - \frac{1}{-200} = \frac{\frac{3}{2} - 1}{-50}$$

$$a' = -100,$$

d. h. auch der Bildpunkt liegt links von S , ist also wie in dem zuletzt besprochenen Zahlenbeispiel virtuell.

Es ist oft zweckmäßig, die Formel $\frac{n'}{a'} - \frac{n}{a} = \frac{n' - n}{r}$ umzuformen, indem man die *Brennweiten* in sie einführt. Liegt der leuchtende Punkt L auf der Achse unendlich weit weg von der brechenden Fläche, d. h. ist $a = \infty$, dann sind die Strahlen, die auf sie fallen,



Abb. 616. Die Brennpunkte der konvexen brechenden Kugelfläche (sie sind reell).

einander und der Achse parallel. Der Bildpunkt, in dem sich diese *vor der Brechung* parallelen Strahlen nach ihrer Brechung schneiden, F' in Abb. 616, links, heißt der *hintere Brennpunkt* der brechenden Fläche. Sein Abstand a' von der brechenden Fläche, die *hintere Brennweite*, folgt aus

$$\frac{n'}{a'} - \frac{n}{a} = \frac{n' - n}{r}. \text{ Da } a = \infty \text{ ist, ist } \frac{n}{a} = 0, \text{ also } a' = \frac{n' \cdot r}{n' - n}.$$

Wir nennen diesen Bruch σ' .

Entsteht dagegen der *Bildpunkt* auf der Achse unendlich weit weg von der Fläche, d. h. ist $a' = \infty$, dann sind die Strahlen, *nachdem* sie durch die brechende Fläche gegangen



Abb. 617. Die Brennpunkte der konkaven brechenden Kugelfläche (sie sind virtuell).

sind, einander und der Achse parallel. Der Objektpunkt, von dem diese nach der Brechung parallelen Strahlen *vor ihrer Brechung* herkommen, F in Abb. 616, rechts, heißt der *vordere Brennpunkt* der brechenden Fläche. Sein Abstand a von der brechenden Fläche, die *vordere Brennweite*, ist, da $a' = \infty$, also $n'/a' = 0$

$$a = -\frac{n \cdot r}{n' - n}.$$

Wir nennen diesen Bruch σ .

Mit den Brennweiten σ und σ' formt man die Gleichung $\frac{n'}{a'} - \frac{n}{a} = \frac{n' - n}{r}$ um. Man multipliziert beide Seiten mit $\frac{r}{n' - n}$ und erhält, indem man σ und σ' einführt, die Gleichung $\frac{\sigma'}{a'} + \frac{\sigma}{a} = 1$.

Man sieht: der Abstand der Brennpunkte von der brechenden Fläche hängt nur von dem Krümmungsradius r und von dem Brechungsindex der betreffenden Fläche ab, es ist, wenn wir statt der absoluten Indizes n und n' wieder den relativen einführen (vgl. S. 540, unten): $\sigma' = \frac{N \cdot r}{N - 1}$ und $\sigma = -\frac{r}{N - 1}$. Nehmen wir z. B. $N = 1,5$ an und $r = 3$ cm, so sieht man (Abb. 616), daß $\sigma' = \frac{1,5 \cdot 3}{0,5} = 9$ cm, $\sigma = -\frac{3}{0,5} = -6$ cm. Ist die brechende Fläche konkav, also $r = -3$ cm, so ist

$$\sigma' = \frac{1,5 \cdot -3}{0,5} = -9 \text{ cm,}$$

d. h. der hintere Brennpunkt liegt auf derselben Seite der brechenden Fläche, wie der — unendlich ferne — Objektpunkt: er ist virtuell, d. h. nur die rückwärtigen Verlängerungen der gebrochenen Strahlen schneiden einander im Brennpunkt (Abb. 617, links). Ferner ist $\sigma = +6$ cm, d. h. die Strahlen müssen, um nach der Brechung parallel zu sein, vor der Brechung nach einem hinter der brechenden Fläche liegenden Punkt konvergieren (Abb. 617, rechts).

Die Formel $\frac{n'}{a'} - \frac{n}{a} = \frac{n' - n}{r}$ gibt also ein deutliches Bild von den Lagenbeziehungen zwischen Dingpunkt und Bildpunkt relativ zu der brechenden Fläche. Wir haben bei der Ableitung angenommen, daß der Winkel zwischen dem Strahl LP und der Achse so klein ist, daß die Strahlen nahezu senkrecht auf die Kugelfläche fallen. Nur unter dieser Annahme gilt jene einfache Formel. Ist sie aber erfüllt, so gilt die Formel für jeden Strahl, der von L ausgeht und einen jener Annahme entsprechend kleinen Winkel mit der Achse bildet, gilt also für jeden Strahl eines von L ausgehenden Strahlenkegels mit entsprechend kleiner Öffnung, denn die im Innern des Bündels verlaufenden Strahlen bilden ja noch kleinere Winkel mit der Achse als die Randstrahlen PL . — Ein Bündel mit so kleiner Öffnung heißt ein *Elementarbündel*. Fällt sein *Hauptstrahl*, d. h. der Strahl LC , den man als eine Symmetrielinie ansehen kann, wie hier, senkrecht auf die Kugel, so fällt das ganze Bündel nahezu senkrecht („normal“) auf die Kugel, da die Richtung aller seiner einzelnen Strahlen nur sehr wenig von der des Hauptstrahles abweicht. Man nennt ein solches Bündel ein *normal auffallendes Elementarbündel*.

Wir sehen also: die Strahlen eines normal einfallenden Elementarbündels gehen nach der Brechung sämtlich durch einen gemeinsamen Punkt des Hauptstrahles, d. h. das Bündel ist auch nach der Brechung homozentrisch; der Punkt L wird in dem Punkt L' „abgebildet“. Ihre Abstände a und a' von dem Scheitel S stehen in jener durch die Formel ausgedrückten Beziehung.

452. Abbildung von unendlich kleinen Objekten. Was von der Geraden LC durch das Kugelzentrum gilt, gilt natürlich auch von jeder anderen Geraden durch C : Ein Punkt, der im Abstand a vor der brechenden Fläche liegt, wird abgebildet in einem Punkt hinter der brechenden Fläche im Abstand a' von dem zugehörigen Scheitel. Haben also die Punkte a_1, a_2, \dots, a_n alle denselben Abstand a von der brechenden Fläche (Abb. 618), so haben ihre Bilder a'_1, a'_2, \dots, a'_n auch alle denselben Abstand a' von dem zugehörigen Scheitel. Das heißt aber nichts anderes als: liegen die Objektpunkte auf einer zur brechenden Kugel konzentrischen Kugelfläche, so liegen auch ihre Bilder a'_1, a'_2, \dots, a'_n auf einer solchen Kugel. Oder: wenn wir uns nur auf die in einer Ebene liegenden Punkte, etwa die in der Ebene der Zeichnung liegenden beziehen, so

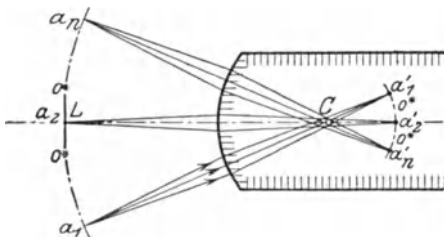


Abb. 618. Zur Abbildung einer unendlich kleinen Ebene durch eine brechende Kugelfläche.

erkennen wir, daß Punkte, die auf einer *Kreislinie* liegen, auch wieder in eine *Kreislinie* abgebildet werden. Nun können wir aber ein Stück der Kugeloberfläche, das sehr klein ist, als Ebene ansehen, ein Stück der Kreislinie, das sehr kurz ist, als Gerade. Wir schließen also: das zur Achse LC senkrecht stehende *Ebenenelement* oo wird durch ein senkrecht stehendes *Ebenenelement* $o'o'$ abgebildet. In der Zeich-

nung sehen wir nur die *zwei geraden Linien*, von denen die eine das Bild der anderen ist, aber wir müssen uns die Zeichnung wieder um die Achse LC einmal herumgedreht denken, um den Vorgang, wie er sich *im Raume* darstellt, zu übersehen.

Unsere bisherigen Betrachtungen können wir dahin zusammenfassen: Unter der vorhin gemachten Einschränkung für die Öffnung der einfallenden Strahlenbündel und für die Ausdehnung des abzubildenden Objektes — unter Objekt die unendlich kleine Gerade oder auch das Ebenenelement verstanden — wird jeder *Punkt*, der auf der (durch den Kugelmittelpunkt gehenden) Achse liegt, in einem *Punkt* abgebildet, der ebenfalls auf der Achse liegt, und eine zur Achse senkrechte *Gerade* oder *Ebene* in einer zur Achse senkrechten *Geraden* oder *Ebene*.

453. Brechung durch ein zentriertes System. Die Formel $\frac{n'}{a'} - \frac{n}{a} = \frac{n' - n}{r}$

bezieht sich nur auf die Brechung an einer einzelnen Fläche. In der Wirklichkeit haben wir es aber stets mindestens mit zweien zu tun. Was wird aus dem Strahlenbündel, das, wenn es durch die erste Kugelfläche gegangen ist, auf eine zweite, dann eine dritte usw. fällt?

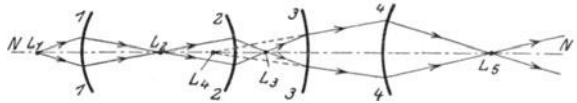


Abb. 619. Eine Reihe von brechenden Kugelflächen (1, 1... 4, 4) mit gemeinsamer Achse (NN). Zentriertes System von Kugelflächen.

Wir benutzen wieder den absoluten Brechungsquotienten und nennen ihn für das erste Medium n (Abb. 619), für das zweite n' , für das dritte n'' usw. Die beabsichtigten

späteren Anwendungen gestatten die einschränkende Annahme, daß die Mittelpunkte der Kugelflächen *auf einer Geraden NN* liegen. Ein solches „brechendes System“ nennt man *zentriert*. Ferner nehmen wir an, daß wir es wieder mit einem Elementarbündel zu tun haben, das von einem Punkt L_1 der Achse ausgeht. Wir wissen schon: dieses Bündel bleibt auch nach der Brechung an der Fläche 1 homozentrisch und gibt den Bildpunkt L_2 auf der Achse. Die Strahlen kreuzen sich alle in L_2 und treffen hierauf die Fläche 2 . Der Bildpunkt L_2 ist also für die Fläche 2 *Objektpunkt* und spielt ihr gegenüber dieselbe Rolle, die L_1 der Fläche 1 gegenüber spielt. Das durch L_2 hindurchgehende axiale Elementarbündel wird also auch durch Fläche 2 homozentrisch zu einem Punkte der Achse hin gebrochen, zu L_3 . Der Fläche 3 gegenüber spielt nun L_3 die Rolle des Objektpunktes usw. Kommt an einer der Flächen, etwa an 3 , nur ein *virtuelles* Bild zustande, so spielt für die Fläche 4 der virtuelle Bildpunkt L_4 die Rolle des Objektpunktes auf der Achse. Wir sehen: ein *homozentrisches* Strahlenbündel, das von *einem Punkte der Achse* ausgeht, bleibt auch nach beliebig vielen Brechungen in einem *zentrierten* optischen System homozentrisch, es erzeugt einen Bildpunkt auf der Achse.

454. Linsen. Allgemeine Linsenformel. Grundlegende Bedeutung hat die *Linse*, ein System aus *zwei* brechenden Kugelflächen. Auf ihr beruht die Wirksamkeit der meisten optischen Instrumente. Ihr wenden wir besondere Aufmerksamkeit zu. Es sind sechs verschiedene Formen der Linse möglich, je nachdem die konvexe und die konkave Fläche miteinander, oder je eine von ihnen mit einer Ebene zusammen das Medium n' begrenzen. Die Ebene spielt dabei die Rolle einer Kugelfläche mit unendlich großem Radius. Man nennt die verschiedenen Formen der Linse (Abb. 620):

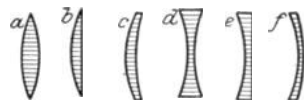


Abb. 620.

Sammellinsen. Zerstreuungslinsen.
 bikonvex a , bikonkav d ,
 plankonvex b , plankonkav e ,
 konkavkonvex c , konvexkonkav f .
 Die Sammellinsen sind in der Mitte dicker, die Zerstreuungslinsen in der Mitte dünner als am Rande.

Wir fragen: wenn ein Punkt L auf der Achse ein Elementarbündel auf die *Linse* schickt, wo liegt der zu L konjugierte Bildpunkt L' ? Wir wissen: auch er liegt auf der Achse. Ob rechts oder links von der Linse und wie weit weg davon, erfahren wir aus der Formel $\frac{n'}{a'} - \frac{n}{a} = \frac{n' - n}{r}$ (Vorzeichen!).

Für die Aufstellung der Linsenformel denken wir uns zur Vereinfachung die Linse so dünn, daß man ihre Dicke (den anderen Strecken gegenüber) vernachlässigen darf, d. h. *unendlich* dünn. Die Formel wird dann zwar nicht *streng* richtig für die wirklichen Linsen; aber man darf die Linsen „in manchen Fällen für eine vorläufige ungefähre Veranschlagung der Wirkung eines optischen Systems“ (CZAPSKI) als verschwindend dünn ansehen. Unter dieser Annahme identifizieren wir den Scheitel der zweiten Grenzfläche mit dem Scheitel der ersten und rechnen von ihm aus *auch* den Radius, den Bild- und den Objektstand, der sich auf die *zweite* Fläche bezieht. Nennen wir a den Abstand des Objektpunktes von der ersten brechenden Fläche, a' den Abstand des Bildes, das sie allein hervorruft, und r_1 ihren Radius, so haben wir

$$\frac{n'}{a'} - \frac{n}{a} = \frac{n' - n}{r_1}.$$

Dieses *Bild* im Abstände a' vom Scheitel S ist nun *Objekt* für die zweite Fläche. Da die Scheitel beider Flächen (nach unserer Annahme) zusammenfallen, hat der *Objektpunkt* von der zweiten Fläche den Abstand a' . Den Abstand des *Bildes*, das diese zweite Fläche für sich entwirft, nennen wir b , den Radius r_2 . Das Licht geht aus dem Medium mit dem Brechungsquotienten n' in das Medium mit dem Brechungsquotienten n'' , daher bekommen wir

$$\frac{n''}{b} - \frac{n'}{a'} = \frac{n'' - n'}{r_2}.$$

Das dritte Medium sei mit dem ersten identisch, d. h. $n'' = n$; die Linse wird ja von *beiden* Seiten her von der Luft, also von *demselben* Medium berührt. Die zweite Gleichung geht dann über in

$$\frac{n}{b} - \frac{n'}{a'} = \frac{n - n'}{r_2}.$$

Aus dieser und der ersten Gleichung folgt durch Addition

$$\begin{aligned} \frac{n}{b} - \frac{n}{a} &= (n' - n) \left\{ \frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2} \right\} \\ \frac{1}{b} - \frac{1}{a} &= \frac{n' - n}{n} \left\{ \frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2} \right\} \end{aligned}$$

und mit dem relativen Brechungsindex $n'/n = N$ wird *die allgemeine Linsenformel*:

$$\frac{1}{b} - \frac{1}{a} = (N - 1) \left\{ \frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2} \right\}.$$

Die Formel wird einfacher, wenn man die Brennweiten der Linse in sie einführt — wohlgemerkt: der *Linse*, früher hatten wir von Brennweite einer *Fläche* gesprochen. Derselbe Gedankengang und dieselben Bezeichnungen wie S. 542 für die *Fläche* führen hier zu Brennpunkten und Brennebenen der *Linse*. Ist der leuchtende Punkt unendlich weit weg von der *Linse*, $a = \infty$, fallen also die Strahlen parallel zueinander und zu der Achse auf die Linse, so entsteht sein Bild im

hinteren Brennpunkt der Linse. Die Strahlen gehen dann hinter der Linse sämtlich durch denjenigen Achsenpunkt, dessen Abstand f von der Linse (da $1/a = 0$ ist) gegeben ist durch

$$\frac{1}{f} = (N - 1) \left\{ \frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2} \right\}.$$

Man kann daher die allgemeine Formel schreiben:

$$\frac{1}{b} - \frac{1}{a} = \frac{1}{f}.$$

Der vordere Brennpunkt der Linse ist der Achsenpunkt, von dem die Strahlen ausgehen müssen, damit sie sich hinter der Linse erst in unendlichem Abstände von der Linse schneiden, d. h. durch die Brechung parallel werden. Die Ebenen senkrecht auf der Achse durch die Brennpunkte heißen die Brennebenen. Abb. 621 zeigt die Brennpunkte einer Bikonvexlinse und einer Bikonkavlinse.

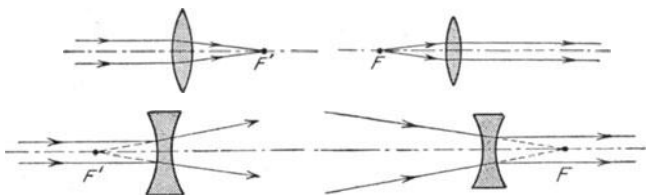


Abb. 621. Die Orte der vorderen (F) und der hinteren (F') Brennpunkte der Bikonvex- und der Bikonkavlinse.

Die allgemeine Linsenformel ergibt die Gleichung für jede der sechs Linsenarten (Abb. 620) ohne weiteres, man muß nur die für die betreffende Linse geltenden Vorzeichen beachten. Liegt der leuchtende Punkt links vom Scheitel auf der Achse, so bekommt a das negative Zeichen. Ist z. B. die Linse bikonvex, so ist r_1 positiv und r_2 negativ. Ist sie bikonkav, so ist r_1 negativ und r_2 positiv. Wir haben also für

die unendlich dünne $\left\{ \begin{array}{l} \text{bikonvexe} \\ \text{bikonkave} \end{array} \right\}$ Linse: $\frac{1}{b} + \frac{1}{a} = \pm (N - 1) \left\{ \frac{1}{r_1} + \frac{1}{r_2} \right\}.$

Führen wir die Brennweite der Linse ein, so wird:

$$\frac{1}{b} + \frac{1}{a} = \pm \frac{1}{f}.$$

Diese Formel gilt nur für unendlich dünne Linsen. Die Linsen haben aber stets endliche Dicke.

455. Hauptebenen und Hauptpunkte. Knotenebenen und Knotenpunkte. Man kommt für Linsen von endlicher Dicke zu ebenso übersichtlichen Formeln, wenn man die Abstände (des Objekts, des Bildes und der Brennpunkte) nicht vom Scheitel der brechenden Flächen aus mißt, sondern von den Hauptpunkten aus (GAUSS), den zwei Punkten, in denen die zwei Hauptebenen die Achse des Systems schneiden. Abb. 622 zeigt, wo jede der sechs Linsen ihre zwei Hauptebenen und ihre Hauptpunkte hat.

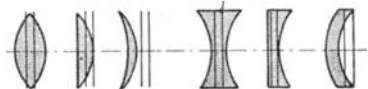


Abb. 622. Die Hauptebenen und die Hauptpunkte der sechs Linsenarten.

Die auf die Hauptpunkte bezogenen Formeln für Linsen endlicher Dicke abzuleiten, würde zu weit führen. Aber die Hauptebenen sind noch aus einem anderen Grunde überaus wichtig: ihre geometrische Sonderstellung erlaubt, den Weg eines auf die Linse fallenden Lichtstrahles durch die Linse hindurch geometrisch zu verfolgen und zu einem gegebenen Objekt Ort und Lage seines Bildes zu finden. Deswegen besprechen wir, was die Hauptebenen geometrisch charakterisiert.

Gegeben sei ein optisches System aus zwei brechenden Flächen (Abb. 623), etwa eine Bikonvexlinse mit F und F' als Brennpunkten. Ein Lichtstrahl S ,

der *parallel* zur Achse auf die erste Fläche fällt, geht nach der Brechung an der zweiten durch F' , d. h. Strahl S und der Strahl durch F' sind einander konjugiert. Der Schnittpunkt beider Strahlen ist der Punkt K' . Man denke sich ferner einen zweiten Lichtstrahl S' in derselben Einfallsebene wie S (hier immer die Ebene der Zeichnung), parallel zur Achse von der entgegengesetzten Seite einfallend, und zwar in derselben Höhe über der Achse, so daß er in der Verlängerung von S liegt. Er geht nach der Brechung durch F . Der Schnittpunkt beider Strahlen ist der Punkt K . Wir

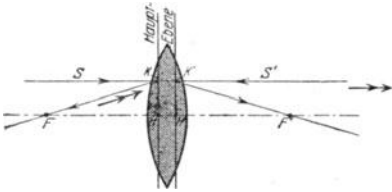


Abb. 623. Die strahlengeometrische Bedeutung der Hauptpunkte und Hauptebenen.

nützen nun für den Strahl S' das Prinzip von der Umkehrbarkeit der Strahlenwege, d. h. wir denken ihn uns von F ausgehend; an den geometrischen Verhältnissen wird dadurch nichts geändert. (Er hat dann die Richtung des Doppelpfeiles $\rightarrow\rightarrow$.) Wir wenden nun unsere Aufmerksamkeit den Punkten K und K' zu. K ist der Schnittpunkt von S' mit dem Strahl durch F . Er ist aber auch — und das ist jetzt wichtiger — der Schnitt-

punkt von S mit dem Strahl durch F' . Und ebenso ist uns K' wichtig als Durchschnitt des Strahles S' mit dem Strahl durch F' . Wir haben aber bereits gesehen, der Strahl S ist konjugiert zu dem Strahl durch F' , und Strahl S' ist konjugiert zu dem Strahl durch F . Somit ist K' der Schnittpunkt zweier Strahlen, die den von K ausgehenden konjugiert sind. Hierdurch sind aber K und K' als konjugierte Punkte charakterisiert, d. h. wenn K Objektpunkt ist, so ist K' sein Bildpunkt und umgekehrt. *Bildpunkt und Objektpunkt liegen hier auf einer zur Achse parallelen Geraden.* Wir haben einen einzelnen Abstand von der Achse beliebig herausgegriffen, in dem die zu der Achse parallelen Strahlen S und S' verlaufen, und wir haben die ganze Betrachtung nur für diejenige Einfallsebene angestellt, die mit der Ebene der Zeichnung identisch ist. Aber was von den Punkten K und K' gilt, gilt von jedem Punkte der beiden Geraden, die man von ihnen aus senkrecht auf die Achse fällt. Und was von der Einfallsebene gilt, die mit der der Zeichnungsebene identisch ist, gilt von jeder durch die optische Achse FF' gelegten Ebene. Dreht sich die Zeichnung um die Achse einmal ganz herum, so beschreiben die durch K und K' gehenden Geraden zwei Ebenen, in denen je zwei Punkte einander so entsprechen, wie K und K' einander entsprechen. Das heißt: jeder Punkt der einen Ebene hat sein Bild sich gegenüber in der anderen, und zwar in dem gleichen Abstand von der Achse, auf der durch ihn zur Achse parallelen Geraden. — Die so charakterisierten Ebenen heißen *Hauptebenen*, und die Punkte H und H' , in denen sie von der Achse geschnitten werden, *Hauptpunkte*. Es läßt sich beweisen, daß jedes optische System *nur* zwei Hauptebenen hat.

Die Brennpunkte und die Hauptpunkte sind geometrisch wie arithmetisch sehr wichtig für die Kenntnis eines optischen Systems. Sie heißen daher *Kardinalpunkte*. Außer ihnen existieren noch zwei andere: die von LISTING eingeführten *Knotenpunkte*. Sie helfen ebenfalls

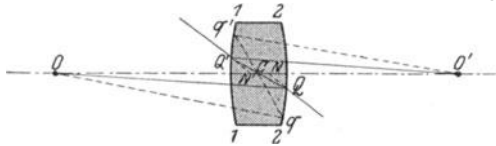


Abb. 624. Die strahlengeometrische Bedeutung der Knotenpunkte (N, N').

dazu, die geometrische Lage eines Bildes zu finden, wenn die Brennpunkte der Linse und die Lage eines Objektes gegeben sind. — In der Bikonvexlinse (Abb. 624) sind N und N' die beiden Knotenpunkte. Folgende geometrische Eigenschaft charakterisiert sie: zielt ein Strahl vor der Brechung an der ersten Linsenfläche nach dem ersten Knotenpunkte N hin,

so geht er nach der Brechung an der zweiten Linsenfläche parallel zur Einfallrichtung weiter, und zwar so, wie wenn er von dem zweiten Knotenpunkte N' herkäme. Wie kommt man zu den Punkten? Von den Mittelpunkten der Linsenflächen, O und O' , ziehen wir unter beliebigem Winkel gegen die Achse zwei einander parallele Radien $OQ = r$ und $O'Q' = r'$ und außerdem QQ' . Wir finden so den Punkt C . Die Dreiecke COQ und $CO'Q'$ sind einander ähnlich, weil alle ihre Winkel bezüglich gleich sind. Daher ist $\frac{CO}{CO'} = \frac{r}{r'}$, d. h. der

Abstand des Punktes C von O und von O' hängt nur von der Länge der Radien OQ und $O'Q'$ ab; nicht etwa von ihrer Neigung gegen die Achse. Hätten wir also die beiden parallelen Radien unter einem anderen Winkel gegen die Achse geneigt, also etwa Oq und $O'q'$ und qq' gezogen, so hätten wir denselben Punkt C gefunden. — Punkt C ist *besonders wichtig*: ein Strahl, der innerhalb der Linse durch ihn hindurchgeht, tritt *aus* der Linse *parallel* zu derjenigen Richtung *aus*, in der er in die Linse *eingetreten* war. Denn das Flächenelement, durch das er *austritt*, ist parallel zu dem, durch das er *eingetreten* ist: jedes von beiden steht ja *senkrecht* auf einem der beiden *parallelen* Radien. Der Strahl, der *in der Linse* zwischen den beiden Flächenelementen die Linse durchläuft, ist also genau in derselben Lage, wie einer, der eine planparallele Platte durchläuft: er wird daher bei seinem Austritt nur *parallel* zu seiner Eintrittsrichtung verschoben. Punkt C heißt *der optische Mittelpunkt der Linse*. — Verlängert man nun den einfallenden Strahl nach vorwärts und den ihm parallelen austretenden nach rückwärts bis zum Durchschnit mit der Achse, so findet man die Punkte N und N' , die *Knotenpunkte*. Auch sie sind unabhängig davon, unter welchem Winkel der durch C gehende Strahl gegen die Achse geneigt ist. Es sind eindeutig bestimmte feste Punkte, genau wie C einer ist; eindeutig, etwa wie das Zentrum einer Kugel eindeutig bestimmt ist, als die Mitte *irgend-* eines, gleichviel *welchen*, Kugeldurchmessers. — Es läßt sich leicht beweisen, daß N das optische Bild von C mit Bezug auf die brechende Fläche 1 ist, und N' das optische Bild von C mit Bezug auf die Fläche 2. Die Lage von N und N' hängt daher nur von dem Brechungsindex der Linse und ihren beiden Krümmungsradien ab.

Die *Knotenpunkte* und die *Hauptpunkte* fallen zusammen, wenn das erste brechende Medium mit dem letzten identisch ist, *der gewöhnliche Fall bei den Linsen unserer optischen Instrumente*, die *beiderseits* von Luft umgeben sind. Eine bemerkenswerte Ausnahme macht das Auge. In ihm ist das erste Medium die Luft, nicht aber das letzte. In der Form, die es hat, wenn es in die Ferne sieht, liegt mit Bezug auf den Scheitel der Hornhaut

sein erster Hauptpunkt	1,75 mm	} hinter der
zweiter	2,10 „	
sein erster Knotenpunkt	7,00 „	} nach dem
zweiter	7,30 „	
sein vorderer Brennpunkt	—13,7 „	} innern zu
hinterer	22,8 „	

456. Geometrische Konstruktion der durch Linsen erzeugten Bilder. Die folgenden Abbildungen veranschaulichen die Bedeutung der Hauptebenen und der Knotenpunkte zusammen mit den Brennpunkten als geometrische Hilfsmittel. In Abb. 625 a sei eine Konvexlinse gegeben, E und E' ihre Hauptebenen; ihre Hauptpunkte K und K' zugleich ihre Knotenpunkte; B und B' ihre Brennpunkte; OP ein Objekt. Um das Bild von OP zu konstruieren — um sich *geometrisch* darüber klar zu werden, *wo* es liegt, *falls* es entsteht —, um z. B. den zum Objektpunkt O gehörigen Bildpunkt zu finden, kann man unter den von O ausgehenden Strahlen drei benutzen (je zwei genügen), deren Weg man mit Hilfe der Kardinalpunkte von dem Objekt bis zum Bilde geometrisch konstruieren kann. Diese drei Strahlen sind:

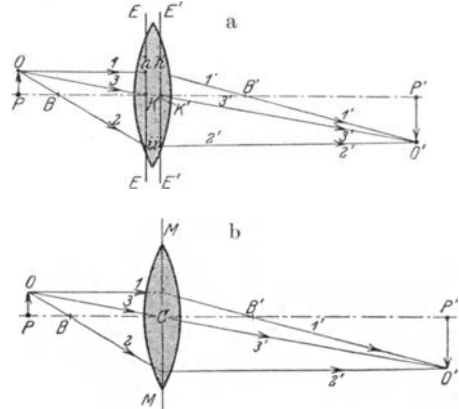


Abb. 625. Geometrische Ermittlung der Lage und der Größe des Bildes $O'P'$ aus der Lage des Objekts OP und den geometrischen Eigenschaften (Hauptebenen, Knotenpunkten, Brennpunkten) der Bikonvexlinse.

1. der Strahl 1, der vor der Brechung parallel zur Achse ist,
2. der Strahl 2, der vor der Brechung durch den vorderen Knotenpunkt K geht,
3. der Strahl 3, der vor der Brechung nach dem ersten Knotenpunkte K hinzielt.

Von dem Strahl 1 wissen wir — man erinnere sich an die geometrischen Eigenschaften der Brennpunkte und der Hauptebenen — erstens: er geht hinter der Linse durch den Brenn-

punkt B' , und zweitens: er geht vor der Brechung durch den Punkt h der ersten Hauptebene, infolgedessen nach der Brechung durch den zu h konjugierten Punkt h' der zweiten Hauptebene. Sein Weg hinter der Linse ist also die Gerade $I' I'$, auf ihr liegt das *Bild* von O . Von dem Strahl 2 wissen wir erstens: er geht hinter der Linse parallel zur Achse, und zweitens: er geht vor der Brechung durch den Punkt i der ersten Hauptebene; er geht infolgedessen nach der Brechung durch den zu i konjugierten Punkt i' der zweiten Hauptebene. Sein Weg hinter der Linse ist also die Gerade $2' 2'$. Das Bild von O liegt somit auch auf *dieser* Geraden — liegt daher im Durchschnitt von $I' I'$ und $2' 2'$. Vom Strahl 3 wissen wir — man erinnere sich an die geometrische Eigenschaft der Knotenpunkte — er geht hinter der Linse parallel zur Richtung, die er vor der Linse hat, und zwar durch den zweiten Knotenpunkt K' . Sein Weg hinter der Linse ist also die Gerade $3' 3'$. Das Bild von O liegt auch auf *dieser* Geraden — es kann somit gefunden werden als Schnittpunkt von $I' I'$ und $2' 2'$ oder von $I' I'$ und $3' 3'$ oder von $2' 2'$ und $3' 3'$. — So kann man zu *jedem* gegebenen Objektpunkt sein Bild konstruieren, also zu einem gegebenen ausgedehnten Objekt den Ort, die Größe und die Richtung (aufrecht oder umgekehrt) des zugehörigen Bildes. Die Abb. 625a zeigt diese Konstruktion mit Hilfe der Strahlen 1, 2 und 3, und zwar an einer Bikonvexlinse.

Am einfachsten wird die Konstruktion, wenn die Linse (S. 544) als *unendlich dünn* gelten kann. Je dünner die Linse wird, desto enger rücken die Hauptpunkte aneinander und an den optischen Mittelpunkt C . Ist sie unendlich dünn, so fallen sie miteinander und mit dem optischen Mittelpunkt C zusammen, und die Hauptebenen fallen in die durch C gehende, auf der optischen Achse senkrechte Symmetrieebene MM . Für eine Linse, die dünn genug ist, haben wir also, wenn wir zu einem Objektpunkt den Bildpunkt konstruieren, nur folgendes zu beachten (wir benützen die Bezeichnungen der Abb. 625a):

Strahl 1' geht hinter der Linse durch den hinteren Brennpunkt, und zwar von *demselben* Punkt der Ebene MM aus, in dem Strahl 1 sie geschnitten hat — demselben, weil die beiden Hauptebenen der Abb. 625a hier in Abb. 625b in *eine* Ebene zusammenfallen. Strahl 2 geht hinter der Linse parallel zur Achse, und zwar von demselben Punkte der Ebene MM aus, in dem Strahl 2 sie geschnitten hat — aus demselben Grunde. Strahl 3' ist die Verlängerung von 3, d. h. 3 geht ungebrochen durch den optischen Mittelpunkt C hindurch, denn C vereinigt ja jetzt beide Knotenpunkte in sich. Die früher *parallelen* auseinandergeschobenen Strahlen 3 und 3' bilden daher jetzt einen ungebrochenen Strahl durch den einzigen vorhandenen Knotenpunkt.

Immer aber muß man sich gegenwärtig halten: das alles sind nur Konstruktionszeichnungen, die uns zwar orientieren, wo und wie die Bilder liegen, und wie groß im Verhältnis zum Objekt sie sind, *wenn* man die Abbildung verwirklichen kann. Sie sagen aber nichts davon, *ob* man sie verwirklichen kann. Wir haben früher ja immer nur von der Abbildung *unendlich kleiner* Objekte und von *unendlich engen* Strahlenbündeln gesprochen, das haben wir hier aber gar nicht berücksichtigt. Wir kommen darauf zurück; einstweilen zeigen wir die Bildkonstruktion an einigen Beispielen.

457. Bikonvexlinse. Bikonkavlinse. Die Bikonvexlinse und die Bikonkavlinse kennt jeder; die bikonvexe als Brennglas, Vergrößerungsglas, Lupe, auch als die große Linse des Opernglases, die bikonkave als die kleine Linse des gewöhnlichen Opernglases. Abb. 626a zeigt: die bikonvexe Linse veranlaßt die Strahlen, nach der Brechung ein reelles Bild zu erzeugen, jenseits der Linse, d. h. nicht auf derselben Seite wie das Objekt [wenn nicht etwa (Abb. 626b) das Objekt der Linse näher liegt als der Brennpunkt]; alle *konvergieren* zu einem *reellen* Schnittpunkt. Die bikonkave Linse dagegen bewirkt, daß nur die rückwärtigen, d. h. nach der Objektseite hin geführten Verlängerungen der Strahlen einander schneiden. Die Strahlen scheinen nach der Brechung von einem Punkte auszugehen, der diesseits der Linse liegt, d. h. auf derselben Seite, auf der das Objekt liegt: sie *divergieren* von einem *virtuellen* Schnittpunkt. Mit der Bikonvexlinse kann man

daher das Bild auf einem Schirm auffangen und wie ein Gemälde zeigen; durch die Bikonkavlinse dagegen kann zwar ein Beobachter, der sein Auge *in die Richtung der Strahlen bringt*, das Bild sehen (wie in Abb. 626c), aber man kann es nicht wie ein Gemälde zur Schau stellen.

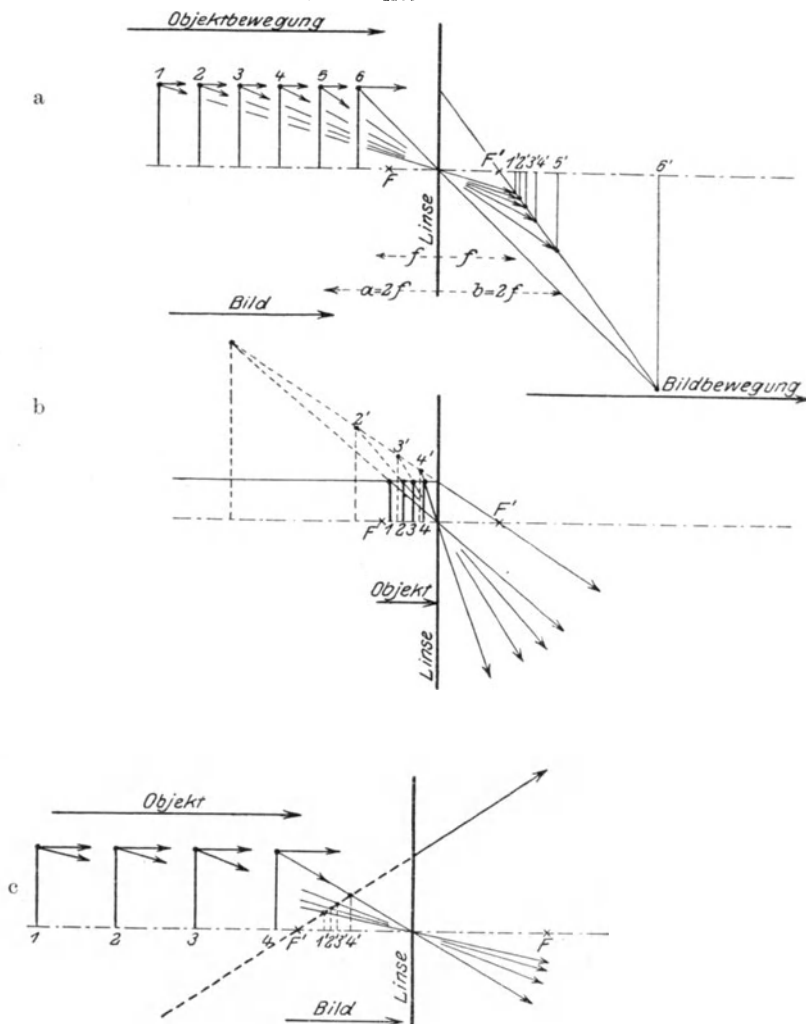


Abb. 626 zeigt, wie sich Bildort und Bildgröße ändern, wenn sich das Objekt, aus unendlich großem Abstand kommend, längs der Linsenachse der (unendlich dünn angenommenen) Linse nähert. (a und b beziehen sich auf die Bikonvexlinse, c auf die Bikonkavlinse. F und F' sind die Brennpunkte.)

Um sich von dem Unterschied in der Bilderzeugung der beiden Linsen zu überzeugen, lasse man Sonnenstrahlen auf ein Blatt Papier fallen und bringe dann in ihren Weg, *ehe sie das Blatt erreichen*, einmal eine *Bikonvexlinse*, das andere Mal eine *Bikonkavlinse*. Bringt man die erste in passenden Abstand von dem Blatt Papier, so sieht man: 1. die Linse wirft, *obwohl sie durchsichtig ist*, einen *kreisrunden starken Schatten*, und 2. der Mittelpunkt des kreisrunden Schattens ist intensiv hell. (Dort entwickelt sich auch intensive Hitze, so daß

sich das Papier entzündet; „Brennpunkt“.) Einen Schatten wirft die Linse, weil sie alle auf sie treffenden Lichtstrahlen zu dem Brennpunkt hinlenkt, die anderen Punkte hinter der Linse also nichts von den Sonnenstrahlen empfangen. (Der helle Punkt ist ein verkleinertes Bild der Sonne.) — Bringt man die Bikonkavlinse zwischen die Sonne und das Papier, so wird die Helligkeit des Papiers etwas geringer, weil die Linse die Strahlen auseinanderwirft, also über eine größere Fläche verbreitet, aber die Änderung der Helligkeit ist ziemlich belanglos. Ein Sonnenbildchen zu erzeugen ist unmöglich. Bringt man aber die Linse vor das Auge, so sieht man das *virtuelle* Bild der Sonne, und zwar auf derselben Seite der Linse wie die Sonne und in einem gewissen Abstände von der *Linse*, der Brennweite der Bikonkavlinse.

Der Unterschied in der Bilderzeugung zwischen den beiden Linsen kommt kurz gesagt daher: die Bikonvexlinsen brechen die parallel auffallenden Strahlen zueinander hin, die Bikonkavlinen voneinander weg, d. h. die ersten sind *Sammellinsen*, die zweiten *Zerstreuungslinsen*. Eben daraus erklärt sich auch das zweite Hauptunterscheidungsmerkmal der beiden Linsen.

Sehen wir durch die eine oder die andere nach einem sehr weit entfernten Gegenstande, an dem wir die Einzelheiten unterscheiden können, so sehen wir: die Bikonvexlinse zeigt alles umgekehrt, oben und unten und ebenso rechts und links miteinander vertauscht. Z. B. einen Reiter, der von rechts nach links reitet, sehen wir, wenn wir ihn durch die Linse ansehen, von links nach rechts reiten, die Füße des Pferdes oben, den Kopf nach unten, und zwar sehen wir das Bild verkleinert. Auch die bikonkave Linse zeigt alles verkleinert, aber alles in der ursprünglichen Lage. Auch dieser Unterschied ist eine Folge davon, daß beim Durchgang durch die bikonvexe Linse die Strahlen einander *hinter* der Linse durchkreuzen; die Kreuzung der Strahlen aber bewirkt die Umkehrung, wie die Konstruktionszeichnung deutlich zeigt.

Die Abb. 626 zeigen diese Bildkonstruktion, die die Linsendicke außer acht läßt; a und b für die Bikonvex- und c für die Bikonkavlinse. Sie veranschaulichen die Formeln (S. 545) für die beiden Linsen; sie zeigen, wie der Abstand des Objektes von der Linse den Abstand, die Größe und den Richtungssinn des zugehörigen Bildes bestimmt. Sind die Radien sämtlicher Flächen gleich groß und gleich r , und ist $N = 1,5$, so lauten jene Formeln:

$$\text{für die Bikonvexlinse: } \frac{1}{b} + \frac{1}{a} = \frac{1}{r},$$

$$\text{für die Bikonkavlinse: } \frac{1}{b} + \frac{1}{a} = -\frac{1}{r}.$$

Für die Bikonvexlinse (Abb. 626 a) ergibt sich: Liegt das Objekt unendlich weit weg von ihr, ist also $a = \infty$, so liegt sein Bild im hinteren Brennpunkt F' der Linse, ist reell, umgekehrt und kleiner als das Objekt. Nähert sich das Objekt der Linse, so entfernt sich sein Bild von ihr und wird größer. Ist das Objekt der Linse so nahe gekommen, daß es nur noch um die doppelte Brennweite von ihr absteht, ist also $a = 2f$, so ist auch $b = 2f$, d. h. das Bild *auch* um die doppelte Brennweite von der Linse entfernt und gerade so groß wie das Objekt (Abb. 626 a: Bild 5 und Objekt 5'). Ist das Objekt im vorderen Brennpunkt F angekommen, so ist das Bild in unendlich großem Abstand von der Linse angekommen. Rückt das Objekt über den Brennpunkt F hinaus noch näher an die Linse (Abb. 626 b), so entsteht überhaupt kein *reelles* Bild mehr von ihm, sondern nur noch ein *virtuelles*, das *aufrecht* und *vergrößert* ist und auf derselben Seite der Linse liegt wie das Objekt. Die Bikonvexlinse wirkt dann als *Vergrößerungsglas* (Lupe).

Für die Bikonkavlinse (Abb. 626 c) ergibt sich: Liegt das Objekt unendlich weit weg von der Linse, d. h. ist $a = \infty$, so liegt das Bild im hinteren Brennpunkt der Linse (er liegt, s. S. 542, Mitte, auf derselben Seite der Bikonkavlinse wie das Objekt), ist *virtuell*, *aufrecht* und kleiner als das Objekt; nähert sich das Objekt der Linse, so nähert sich auch das Bild der Linse und wird größer, bleibt aber dabei immer *virtuell*, *aufrecht* und kleiner als das Objekt. Bei der Bikonkavlinse muß man sich gegenwärtig halten, daß der „*vordere*“ Brennpunkt *hinter* der Linse, der „*hintere*“ Brennpunkt *vor* der Linse liegt (Abb. 617).

458. Achromasie. Der Brechungsindex des Glases in den Linsenformeln bezieht sich auf Licht einer bestimmten Farbe und (S. 519, oben) hat je nach der Farbe des bei der Messung benützten Lichtes eine andere Größe. Die Brennweite einer Bikonvexlinse

$$f = \frac{r}{2(N-1)}$$

hat danach für Rot eine andere Länge als für Gelb oder für Violett. Mit

$$\begin{aligned} N_{\text{rot}} &= 1,527 & \text{ist} & \quad f_{\text{rot}} = 0,949 \cdot r, \\ N_{\text{violett}} &= 1,542 & \quad \text{,,} & \quad f_{\text{violett}} = 0,922 \cdot r. \end{aligned}$$

Daraus folgt: Durch eine solche Linse gibt eine punktartige weiße Lichtquelle (z. B. Tageslicht, Abb. 627) in keinem Abstände hinter der Linse auf einem Schirme einen scharfen Punkt. Bringen wir den Schirm in den Brennpunkt der violetten Strahlen v , so ist zwar das von ihnen entworfene Bild scharf, aber es wird unscharf gemacht durch einen verwaschenen außen roten Farbensaum, weil der Schirm auch von den roten Strahlen geschnitten wird, die zu ihrem bei r liegenden Brennpunkt *hinzielen*, und auch von den Strahlen, deren Brennpunkte zwischen r und v liegen. Bringen wir dagegen den Schirm nach r , so ist zwar das von den roten Strahlen entworfene Bild scharf, aber es wird unscharf gemacht durch einen verwaschenen außen violetten Farbensaum, der aus den andersfarbigen Strahlen entsteht, die über ihre zwischen r und v liegenden Brennpunkte bereits hinausgegangen sind. Die Strahlen, deren Brennpunkte zwischen r und v liegen, erzeugen nämlich farbige *Zerstreuungskreise* auf dem Schirm. Jeder einzelne Strahlenkegel wird ja von der Schirmebene in einem Kreise geschnitten; bei v sind die roten Kreise am größten, bei r die violetten. Die Übereinanderlagerung der Zerstreuungskreise erzeugt auf dem Schirm bei v das weiße Bild mit außen rotem Saume, bei r das weiße Bild mit außen violettem Saume. Niemals wird das Bild scharf. Die Mikroskop- und die Fernrohrlinsen würden daher in nicht-homogenem Lichte unscharfe Bilder geben, wenn man den aus der Farbenzerstreuung entstehenden Fehler nicht beseitigen könnte. Seine Beseitigung nennt man *Achromatisierung* (Entfärbung), das Ergebnis seiner Beseitigung *Achromasie* (Farblosigkeit).

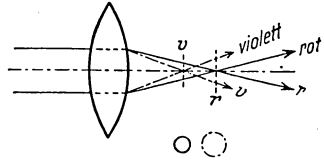


Abb. 627. Chromatische Aberration der Linse. Die Strahlen einer bestimmten Farbe haben ihren bestimmten Brennpunkt; jede Farbe einen anderen.

Die ideale Farblosigkeit erfordert die Brennpunkte der Strahlen *aller* Farben in einem Punkte zu vereinigen. Das ist nicht durchführbar, aber die ideale Farblosigkeit ist auch nicht nötig. Die Helligkeit der verschiedenen Teile des Spektrums ist so verschieden, daß es genügt, die Brennpunkte der *hellsten* Strahlen des Spektrums möglichst nahe aneinander zu rücken. — Um zu erkennen, wodurch diese *teilweise* Farblosigkeit möglich wird, kehren wir zurück zu der Farbenzerstreuung des weißen Lichtes durch das Prisma (S. 518f.).

459. Achromatische Prismen. Das Prisma Abb. 577 erzeugte eine Reihe von farbigen Bildern der Öffnung, das rote am wenigsten, das violette am meisten abgelenkt von derjenigen Stelle s , an der das weiße Licht die der Öffnung gegenüberliegende Wand, ohne durch das Prisma gehen zu müssen, getroffen hätte. Um das violette Bild mit dem roten zusammenfallen zu lassen, brauchen wir nur mit dem Prisma 2 ein anderes zu verbinden, das dem ersten vollkommen gleich ist und die Lage 1 in Abb. 628 hat. Jedes einzelne farbige Bild wird dann durch das Prisma 1 ebenso weit in der Richtung des Pfeiles 1 zurückverschoben, wie es durch Prisma 2 in der Richtung des Pfeiles 2 verschoben worden war. Sämtliche Bilder fallen dann an dieselbe Stelle, die gegen die Stelle s nur um so viel verschoben ist, wie der Brechung durch

die planparallele Platte — eine solche bilden ja die so verbundenen Prismen — entspricht. Alle austretenden Strahlen von den roten bis zu den violetten sind dann den einfallenden weißen parallel geworden. Die Farblosigkeit des Bildes und damit auch die Veränderung seiner Form sind verschwunden — *aber auch die Brechung*. Mit diesem Mittel zur Entfärbung können wir nichts anfangen, denn wenn mit der Farbenzerstreuung auch die Brechung aufgehoben wird, so ist das bis auf die Parallelverschiebung gerade so, wie wenn gar kein Prisma da wäre.

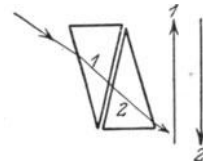


Abb. 628. Verbindung eines Prismas mit einem zweiten, das die Farbenzerstreuung des ersten aufhebt, zugleich aber auch die prismatische Strahlenablenkung.

Aber der Versuch zeigt die Richtung, in der die Lösung der Aufgabe liegt: Man muß ein Prisma herstellen, *das die Farben ebenso stark zerstreut wie das erste, das aber schwächer bricht* und infolgedessen, mit dem ersten verbunden, dessen Brechung zwar *vermindert, aber nicht aufhebt*. Man kann das ausführen: man macht das erste aus Kronglas, das zweite aus Flintglas¹⁾. Der Unterschied (Abb. 629 a) der beiden Gläser bewirkt z. B., daß ein Flintglasprisma, dessen brechender Winkel nur etwa 37° beträgt, ein gerades langes Spektrum vom Rot bis zum Violett ergibt, die Farben also *ebenso stark* auseinanderwirft, wie unter sonst gleichen Bedingungen ein Kronglasprisma von 60° . Dabei lenkt das Flintprisma die grüngelben Strahlen im Minimum nur um $25^\circ 48'$ ab, das Kronprisma um 40° . Beide Prismen, miteinander verbunden, lassen eine Ablenkung von $14^\circ 12'$ übrig. Abb. 629 a, 630, 631 veranschaulichen, wie ein solches achromatisches System wirkt.

Das weiße Licht fällt durch eine kleine Öffnung in der Richtung des Pfeiles ein. Ginge es ungebrochen weiter, so würde es den Lichtfleck W geben. Stellen wir ihm (Abb. 630) das Prisma C in den Weg, die Basis nach unten, so entwirft es das Spektrum rV , das Violett

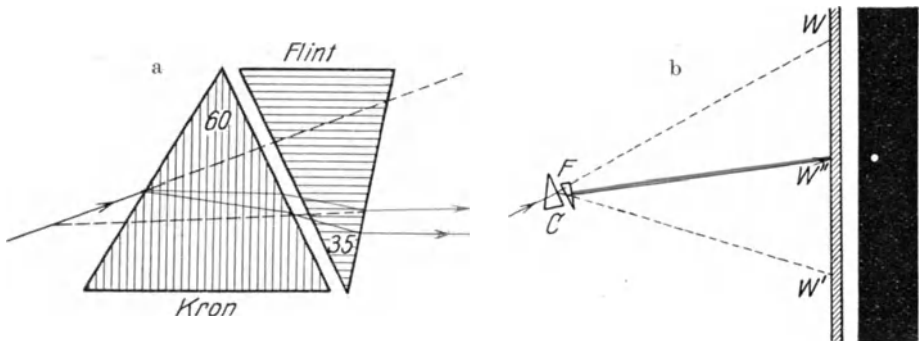


Abb. 629. Verbindung eines Prismas aus Kronglas mit einem Prisma aus Flintglas, das die Farbenzerstreuung des Kronglasprismas beseitigt und dessen prismatische Ablenkung nur verkleinert.

unten, das Rot oben. Mit C verbinden wir nun ein Prisma F (Abb. 631), dessen brechende und farbenzerstreuende Wirkung wir durch das Folgende definieren: fällt *weißes* Licht in der Richtung r darauf, in der das rote Licht aus dem Prisma C der Abb. 630 austritt — ginge es ungebrochen weiter, so würde es auf der Wand den weißen Lichtfleck W' geben, an der Stelle, an der in Abb. 630 der rote Strahl die Wand trifft —, so entwirft es das Spektrum $r'V'$ (das Violett oben, das Rot unten), und zwar in derselben Länge wie C , so daß also $r'V' = rV$. Ohne Dazwischenkunft des Prismas F hätte das in der Richtung r einfallende weiße Licht bei W' einen weißen Fleck erzeugt, d. h. ein roter Fleck, ein violetter, und alle die anderen wären in W' aufeinander gefallen. Das Prisma F hat also jeden dieser Flecke gehoben: den roten bis zur Stelle r' und den violetten noch um eine Strecke $r'V'$ höher, die ja gleich rV ist und die anderen Farben um entsprechende Beträge. — Das so definierte Prisma bringen wir jetzt in der durch Abb. 629 b wiedergegebenen Lage zwischen C und die Wand. Aus C fällt das aus dem weißen Lichtstrahl durch Brechung entstandene divergierende Strahlenbündel rV (Abb. 630) darauf, was Abb. 629 b zeigt. Dieses Bündel

¹⁾ Kronglas ist bleifrei und steht unter den für Glasscheiben bestimmten Sorten an erster Stelle. Flintglas ist stark bleihaltig, es wurde ursprünglich aus pulverisiertem Flintstein (Feuerstein) hergestellt.

würde ohne die Dazwischenkunft von F das Spektrum rV von W' an auf der Wand erzeugt haben. Die Flecke, die das Prisma F zu heben hat, liegen also von der Stelle r (in Abb. 630) resp. W' (in Abb. 631) aus *untereinander*, V unter r also um die Strecke Vr , die ja gleich $V'r'$ ist. Da nun das Prisma V um $V'r'$ *höher hebt*, als es r hebt, V aber *von vornherein* um die Strecke $V'r'$ *tiefer liegt* als r , so hebt es V bis zu demselben Punkt, zu dem es r hebt,

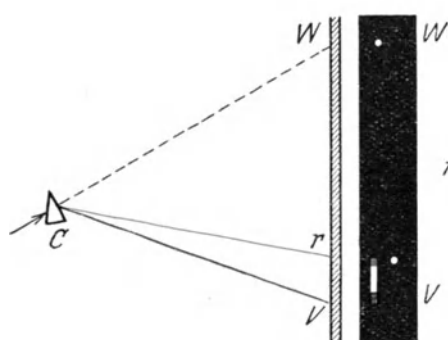


Abb. 630. Die Wirkung des Kronglasprismas der Abb. 629.

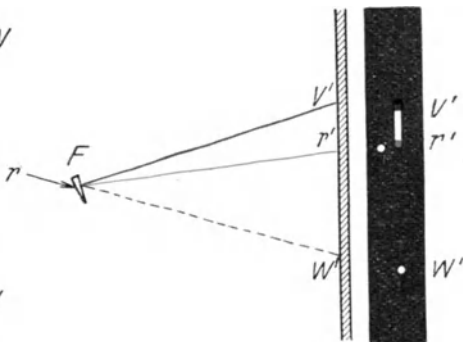


Abb. 631. Die Wirkung des Flintglasprismas der Abb. 629.

d. h. es deckt Rot und Violett miteinander, das in die Länge gezogene farbige Bild der Öffnung geht in das weiße Bild W'' über. — Leistete das Prisma das, was es für Rot und für Violett leistet, für *alle* Farben des Spektrums gleich vollkommen, so würden *alle* farbigen Bilder der Öffnung nach W'' fallen, der Fleck W'' würde also vollkommen farblos und vollkommen scharf werden. Durch die Verbindung von zwei Prismen kann man aber nur *zwei* Farben genau miteinander zur Deckung bringen. Was von dem Spektrum dann noch übrig bleibt, heißt (nach BLAIR) *das sekundäre Spektrum*. Im allgemeinen begnügt man sich mit der gegenseitigen Deckung zweier Farben. Man benützt dazu aber nicht Rot und Violett, sondern zwei Farben aus dem hellsten Teil des Spektrums, etwa Gelb und Grün, um in dem sekundären Spektrum nur die lichtschwächeren Farben des Spektrums zu behalten.

460. Achromatische Linsen. In derselben Absicht und in derselben Art, in der man ein Kronglas-Prisma mit einem Flintglas-Prisma verbindet, verbindet man eine Kronglas-Linse mit einer Flintglas-Linse (Abb. 632). Auch hier benützt man nicht Rot und Violett zur Achromatisierung, sondern Strahlen aus dem hellsten Teil des Spektrums, oder, wo es sich um Linsen für photographische Zwecke handelt, Strahlen aus dem photographisch wirksamsten Teile des Spektrums. — Gewöhnlich verkittet man die beiden Linsen miteinander und gibt der freibleibenden Fläche der Konkavlinse eine der beabsichtigten Wirkung entsprechende (berechenbare) Krümmung.

Wie die Verbindung von zwei Prismen nur die Deckung von *zwei* Farben ermöglicht, so auch die Verbindung von zwei Linsen. Um *drei* Farben zu vereinigen,

muß man im allgemeinen mindestens drei Linsen miteinander verbinden. Nur einige Gläser des Jenaer Glaswerkes (SCHOTT) machen es möglich, auch mit Systemen aus zwei Linsen drei Farben zu vereinigen, so daß nur ein ganz unschädlicher Farbenrest (*tertiäres* Spektrum) übrigbleibt. — Die Achromatisierung der Linsen ist entscheidend für die Vervollkommnung des Mikroskops, des Fernrohres und des photographischen Objektivs. Die Wege dahin zeigte ursprünglich

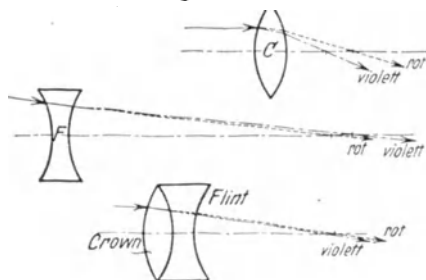


Abb. 632. Achromatisierung der Kronglaslinse C durch die Flintglaslinse F .

FRAUNHOFER, aber ganz neue und bis dahin vollkommen verschlossene öffneten in den letzten 40 Jahren ABBE und SCHOTT, und zwar durch die Einführung neuer Gläser. Früher benutzte man allein die Kieselsäure als Grundbestandteil von Glasflüssen, SCHOTT führte auch Phosphorsäure und Borsäure ein, die Phosphatgläser als Ersatz für Krongläser und die Boratgläser als Ersatz für Flintgläser. Außerdem führte er viel mehr chemische Elemente in die Glasfabrikation ein, als früher benutzt wurden. Der Photographie, der gewöhnlichen wie der Mikrophotographie, haben die neuen Gläser einen besonderen Vorteil gebracht: die photographisch wirksamen Strahlen schneiden einander an derselben Stelle hinter der Linse, an der auch die physiologisch wirksamen einander schneiden, das photographische Bild entsteht daher an derselben Stelle hinter der Linse, an der das Auge das Bild *sieht*, mit dem es den Apparat „einstellt“. Erst das Zusammenfallen des „optischen“ und des „aktinischen“ Bildes hat es möglich gemacht, den Apparat genau auf das zu photographierende Objekt einzustellen.

Wir setzen für die Folge die Linsen, auch wo wir es nicht ausdrücklich hervorheben, als achromatisierte voraus.

5. Die Abbildung und ihre Verwirklichung durch die optischen Instrumente.

Die „Abbildung“ von Dingen ist, wie wir sehen, eine vorwiegend mathematische Aufgabe, und tatsächlich hat man sie auch immer im wesentlichen als solche behandelt. Aber man hat doch ihre *physikalische Seite* stets als die Hauptsache angesehen, d. h. die Aufgabe als eine physikalische, die man mathematisch behandeln muß. Erst ABBE hat (um 1870) erkannt, daß man dieses Rangverhältnis umkehren muß, um die Aufgabe wirklich zu lösen. Er behandelt sie *zunächst* als eine rein mathematische, und erst, *nachdem* er sie gelöst hat, fragt er, ob und wie weit man das mathematische Ergebnis physikalisch, auf optischem Wege, *verwirklichen* kann. Die Abbildungslehre ist dadurch nicht nur als Theorie viel gründlicher ausgebaut worden, sie hat auch gerade durch diesen Ausbau für die Praxis noch an Bedeutung gewonnen.

461. **Abbildungslehren von GAUSS und von ABBE.** GAUSS — die ursprüngliche Art, die Abbildungslehre zu behandeln, stammt von ihm — ging von einem bestimmten Plane, die Abbildung zu *verwirklichen*, aus: als gegeben sah er eine Kugelfläche an und Lichtstrahlen, die darauf fallen — d. h. ein bestimmtes Mittel, die Abbildung zu verwirklichen; ferner die Tatsache der Brechung des Lichtes — ein weiteres Mittel dazu; ferner ein *durch die Erfahrung gefundenes Brechungsgesetz*, dem die Strahlen gehorchen; ferner die Forderung, daß der abzubildende Punkt in der Achse der Kugelfläche liegt — kurz lauter Dinge, die mit der Erfahrung rechnen und die *von vornherein* darauf Bedacht nehmen, wie die Abbildung *verwirklicht* werden soll. Von der *einen* brechenden Fläche ging GAUSS zur Behandlung der Aufgabe für *zwei* brechende Flächen, eine Linse; von da zu *Systemen* von Linsen; von Punkten, die *in* der Achse liegen, zu solchen, die ihr sehr *nahe* liegen. Mit anderen Worten: GAUSS geht von einer bestimmten *Art und Weise* aus, durch die die Abbildung verwirklicht werden soll, und von bestimmten *Bedingungen*, unter denen das geschehen soll; er verallgemeinert dann die Bedingungen immer mehr und kommt so von der Abbildung in einem besonderen Falle zu einer allgemeinen Theorie der Abbildung. Diese Methode, die induktive, geht vom Besonderen zum Allgemeinen. — Ein so gefundenes Gesetz lernt man aber niemals vollkommen kennen: man weiß nie, wo die Grenzen für die Ver-

allgemeinerung, also auch für das durch Induktion gefundene Gesetz, liegen. Man kann daher auf diesem Wege, die Abbildungslehre zu behandeln, niemals zu Ergebnissen von wirklicher Allgemeinheit kommen. Die so gefundenen verallgemeinerten Ergebnisse beruhen ja auch immer auf besonderen Voraussetzungen, gelten also auch nur dann, wenn jene erfüllt sind. Die Beziehungen zwischen Bildpunkt und Dingpunkt, die man so findet, können z. B. schon nicht mehr richtig sein, falls — ein extremer Fall — es sich herausstellen würde, daß jenes Brechungsgesetz nicht richtig ist, oder daß man es nicht mit Kugelflächen zu tun hat.

Einen ganz neuen Weg, die Abbildungslehre zu behandeln, hat ABBE eingeschlagen. Er spricht zunächst gar nicht davon, wie die Abbildung verwirklicht werden soll: er spricht zunächst weder von brechenden Flächen noch überhaupt von Brechung, geschweige denn von einem bestimmten Brechungsgesetz, er spricht nur: von geraden Linien und von dem Begriff „Abbildung“. Er behandelt die Abbildung als eine rein geometrische Aufgabe. Er setzt nur voraus, daß sie durch *gerade Linien* — auch *sie* heißen „Strahlen“ — *punktweise* zustande komme, so daß je einem Punkt des Objekts je ein (N. B. *nur ein*) Punkt des Bildes entspricht, und zwar derartig, daß einer Strahlengruppe, die durch einen Dingpunkt geht, Strahlen entsprechen, die sämtlich durch den zugehörigen Bildpunkt gehen, wie wir das von zwei konjugierten Punkten kennen. Das ist alles, was vorausgesetzt wird. — Gefordert wird von der Abbildung, daß ein gegebener *Punkt* des *Objekts* durch einen *Punkt* des *Bildes* wiedergegeben wird; daß Punkte, die im *Objekt* auf einer *geraden Linie* liegen, auch im *Bilde* auf einer geraden Linie; und zwar in derselben Reihenfolge nebeneinander liegen, und daß Punkte, die im *Objekt* auf einer *Ebene* liegen, auch im *Bilde* auf einer Ebene liegen. Von der Forderung ausgehend, daß einer Ebene im Objekt auch eine Ebene im Bilde entspricht, untersucht ABBE: Welche *mathematischen* Beziehungen bestehen dann zwischen den Bildpunkten und den Objektpunkten? ABBE findet vier Gleichungen, die *Abbildungsgleichungen*, Formeln, die die wesentlichen Bildeigenschaften zusammenfassen, d. h. die Lagen- und Größenverhältnisse der Bilder. Sie sind *stets* erfüllt, wenn eine *Abbildung* tatsächlich *vorhanden* ist, gleichviel, ob sie durch Brechung oder durch Spiegelung oder durch beides gleichzeitig oder sonstwie herbeigeführt worden ist. Also selbst wenn man einmal zu einem Instrument kommen sollte, das auf bisher unbekanntem Prinzipien beruht, das weder mit Spiegelung noch mit Brechung etwas zu tun hat, aber eine optische punktweise „Abbildung“ gibt, gelten auch für die Bilder in *diesem* Instrument die vier Abbildungsgleichungen. Denn sie gelten ja für *jede* Abbildung; ohne Beziehung auf irgendeine besondere Art, die Abbildung zu verwirklichen, geben sie das *Wesen* aller Abbildungen überhaupt wieder. (Sie zeigen auch, welche Ansprüche man an ein abbildendes Instrument äußerstenfalls stellen darf: offenbar nur solche, die nicht im Widerspruch mit den Abbildungsgleichungen stehen, da sie ja sonst mit dem Wesen der optischen Abbildung nicht vereinbar sind.) Erst nachdem er die *allgemeinen* Abbildungsgleichungen gefunden und ihren Inhalt erörtert hat, geht ABBE an die Frage nach der *Verwirklichung* der Abbildung. In die *allgemeinen* Gleichungen führt er die jeweiligen besonderen Bedingungen ein, mit denen man in einem gegebenen Falle zu rechnen hat, z. B. die Kugelfläche, die unendlich engen Bündel, das bekannte Brechungsgesetz usw. ABBE geht also vom Allgemeinen zum Besonderen, d. h. er befolgt die *deduktive* Methode. Er erreicht dadurch über die frühere Art, die Abbildungslehre zu behandeln, dieselbe Überlegenheit, wie sie an Allgemeinheit und Sicherheit des Schließens die Deduktion der Induktion gegenüber gewährt — ein Gegenstand, den die Logik behandelt.

462. Darstellung eines Raumdinges im flächenhaften Bilde. Wenn die Abbildung im ABBESchen Sinne als mathematische Aufgabe gelöst ist, also jedem Punkt, jeder Geraden, jeder Ebene im Objekt ein Punkt, eine Gerade, eine Ebene im Bilde entspricht, so entspricht am Ende dem nach Höhe, Breite und Tiefe ausgedehnten Raumd*inge* ein nach Höhe, Breite und Tiefe ausgedehntes Raumb*ild*. Ein Raumbild! Aber in der Wirklichkeit sind die Bilder samt und sonders *Flächenbilder*, gleichviel ob Bilder von Menschenhand oder ob Bilder aus optischen Instrumenten wie der Photographenkammer und dem Bildwerfer. Trotzdem nehmen wir auf jedem „perspektivisch“ richtigen Bilde außer Höhe und Breite auch Tiefe wahr, also im *Flächenbilde* — fast immer ist die Fläche eine Ebene — den *Raum*. Also ist *doch* die Abbildung eines Raumdinges auf einer Fläche möglich?

Wir nehmen hier vorweg: Nein. Das flächenhafte Bild, in dem wir den Raum wahrnehmen, ist nur die Abbildung eines anderen flächenhaften Bildes, und dieses andere *stellt* den Raum nur in einem Projektionsbilde *dar*, es *vertritt* ihn in unserer Wahrnehmung *bis zu einem gewissen Grade*. Daß das möglich ist, hängt mit dem Bau unseres *Auges* zusammen und mit der Art, wie wir es gebrauchen. Das *optische Instrument* tut nichts weiter, als daß es jenes Projektionsbild (die stellvertretende *Darstellung* des Raumes) vergrößert oder verkleinert.

Das Bild auf der Ebene besteht, wie wir sehen werden, aus Punkten und Zerstreuungskreisen. Nur die *Punkte* sind strenge Abbildungen von gewissen Punkten des Raumdinges; die Zerstreuungskreise aber *vertreten* nur gewisse andere seiner Punkte. Die *Punkte* sind die Bilder von Punkten auf der zu der Bildebene konjugierten Ebene — man nennt sie nach M. v. ROHR, der sie in die Abbildungslehre eingeführt hat, die *Einstellebene* —, die Zerstreuungskreise auf der Bildebene *vertreten* diejenigen Punkte des Raumdinges, die (*nicht über eine gewisse Abbildungstiefe hinaus*) vor und hinter der Einstellebene liegen. Aber — und das ist entscheidend für die Verwertung des Bildes durch das Auge — solange die Zerstreuungskreise eine gewisse Größe nicht übersteigen, *empfindet* das Auge sie als Punkte, und *so lange* auch (d. h. solange jene „Tiefe“ nicht überschritten wird) erscheint die aus Punkten und Zerstreuungskreisen bestehende Figur lediglich als aus Punkten bestehend (*erscheint* daher scharf, obwohl sie es tatsächlich nicht *ist*) und *gilt* dem Auge als „Abbildung“ auch jener vor und jener hinter der Einstellebene liegenden Punkte. In *diesem* Sinne, und *nur* in diesem Sinne, darf man von einer Abbildung eines Raumdinges auf eine Ebene sprechen. Das *eigentliche* im Bilde dargestellte *Objekt* ist aber, wie wir sehen werden, eine auf der Einstellebene entstehende ebene Projektionsfigur, die selber aus Punkten und Zerstreuungskreisen besteht, und die dieses Raumd*ing* vertritt. Man nennt sie nach M. v. ROHR sein *objektseitiges Abbild*.

Wie entstehen nun die Zerstreuungskreise, und welche Beziehung besteht zwischen ihnen und den Punkten, als deren Vertreter sie gelten?

Wir beziehen uns zunächst einmal auf das Auge, das uns wichtigste und vertrauteste optisch abbildende Instrument, wir geben der Darstellung dadurch einen greifbaren Anhalt. Ein Dingpunkt ist der Mittelpunkt einer Strahlen*halbkugel*. In das Auge, das in die Strahlenhalbkugel eintaucht, treten aber nur diejenigen Strahlen, die durch seine Pupille gehen (genauer: durch die Öffnung, die als das Bild der Pupille anzusehen ist, das Hornhaut und Kammerwasser von ihr im Kammerwasser entwerfen). Die andern Strahlen blendet die Iris ab. Die Pupille *grenzt* aus der Strahlenhalbkugel einen Sektor aus, der als Strahlen*bündel*, als Strahlenkegel, in das Auge eintritt (treten mehrere Strahlenbündel gleichzeitig in das Auge ein, so haben sie in der Pupille einen gemeinsamen Querschnitt).

Man nennt eine Vorrichtung zur Strahlenbegrenzung allgemein eine *Blende*. — Wie das Auge nur begrenzte Strahlenbündel verwertet, so auch jedes andere optisch abbildende Instrument. Jede Linse hat ja doch nur eine begrenzte Größe und ist irgendwie „eingefaßt“. Jedes optische Instrument, gleichviel ob Auge oder Lupe oder Mikroskop oder Fernrohr usw., hat daher — wie das Auge — eine Blende und eine Pupille.

Diese Pupillen sind allgemeine Begriffe, die *abstrahiert* sind von einem Sonderfall, dem des menschlichen Auges. Sie haben ihre allgemeine Bedeutung auch losgelöst von jedem optischen Instrument, sie bedeuten die gemeinsamen Querschnitte aller derjenigen Strahlenbündel, die wirklich zum Bilde beitragen. Diejenige Pupille, die im Dingraume die von den einzelnen Dingpunkten herkommenden Strahlenbündel begrenzt, heißt *Eintrittspupille*. Sie ist der gemeinsame Querschnitt aller der von den einzelnen Dingpunkten ausgehenden für die Abbildung tatsächlich wirksamen Strahlenkegel. Die andere Pupille, die im Bildraume die zu den einzelnen Bildpunkten hingehenden zum Bilde wirklich beitragenden Strahlenkegel begrenzt, heißt die *Austrittspupille*. Sie ist der gemeinsame Querschnitt aller der zu den einzelnen Bildpunkten hingehenden, zum Bilde wirklich beitragenden Strahlenkegel. Wie sie relativ zu dem Objekt und dem Bilde liegen, muß für jedes optische Instrument besonders untersucht werden. Wir kommen in den einzelnen Fällen darauf zurück.

Um auf der Netzhautgrube den Punkt O wirklich abzubilden (Abb. 633), müssen alle Strahlen des Bündels zu einem Strahlenkegel zusammenlaufen,

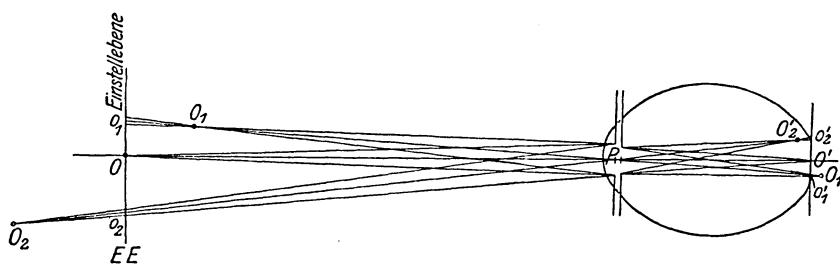


Abb. 633. Das aus Punkten O und Zerstreungskreisen $O_1 O_2 \dots$ zusammengesetzte Abbild auf der Einstellenebene eines stark kurzsichtigen, ruhenden, nichtakkommodierenden Auges.

dessen Spitze genau auf der Netzhaut liegt. Die Netzhautgrube ist die Stelle, auf der sich der Punkt O abbildet, wenn das Auge ihn ansieht. Man kann sich die Netzhautgrube in unmittelbarer Nähe der Augennachse als eine zu ihr senkrechte Ebene vorstellen. Schneiden die Strahlen einander schon *vor* oder erst *hinter* der Netzhaut, so schneiden die Strahlen die Netzhaut in einem Kreise, einem *Zerstreungskreise*. Denken wir uns das Netzhautstück als Ebene und im Dingraume die zu dieser Ebene konjugierte Ebene EE , so haben die in der EE liegenden Punkte, wie O , ihr Bild auf der Netzhaut (O'). Aber Punkte, die wie O_1 und O_2 *nicht* auf der Ebene liegen, haben ihr Bild *nicht* auf der Netzhaut, sondern *davor* oder *dahinter* (O'_1 und O'_2); sie werden gleichsam durch Zerstreungskreise O'_1 und O'_2 auf der Netzhaut *vertreten*. Wird die Pupille kleiner und kleiner, so werden es auch die Zerstreungskreise. Sie verkleinern sich mehr und mehr zu einem Punkt; er liegt dort, wo die Gerade, die durch die Pupillenmitte und die Kegelspitze geht — sie heißt *Hauptstrahl* des Bündels —, die Netzhaut durchstößt. Das aus Punkten und Zerstreungskreisen bestehende Bild auf der Netzhaut *nähert* sich also — was die Bildschärfe angeht — in Folge der Einengung der Strahlenbündel immer mehr einer wirklichen *Abbildung*, auch der vor und der hinter der EE liegenden Punkte.

Die Blende leistet aber noch viel mehr. Die Ausschneidung eines Kegels aus der Strahlenhalbkugel durch die Blende und die Einengung des Bündels durch Verkleinerung der Blendenöffnung fixiert auch eine *Richtung*. Vorher haben wir nur ganz allgemein und unbestimmt von „Lagenbeziehungen“ zwischen Ding und Bild sprechen können; jetzt haben wir bestimmte *Richtungen* auf die Blende und auf das Bild zu und von dem Bilde weg. Und das ist für die Art und Weise entscheidend, wie das Auge ein Bild auf seiner Netzhaut verarbeitet und Richtungen im Raum voneinander unterscheidet. Das Auge verlegt, „projiziert“ die Ursache des Reizes, den es bei O empfindet, auf der von O durch die Pupillenmitte gehenden Geraden nach vorn und außen. Dadurch wird das möglich, was man später als Perspektive bezeichnet. Wir nähern uns hiermit der Antwort auf die Frage: Wie ist die Abbildung — oder besser: wie ist die *Darstellung* — eines Raumdinges auf einer Fläche möglich?

463. Einstellebene. Wir wollen die eben erwähnte, der Blende eigene Wirkung näher untersuchen und gehen dazu von einer im ABBESchen Sinne *vollkommenen*

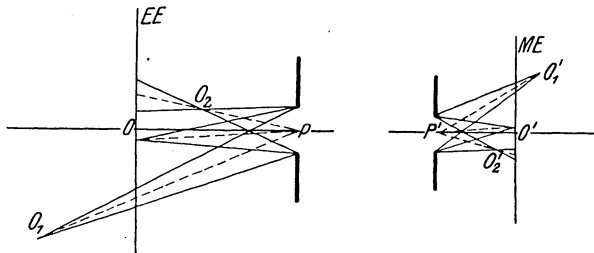


Abb. 634. Die Wirkung einer Blende und Auffangebene bei räumlicher Verteilung der Dingpunkte. Die Zerstreungsfigur auf der ME und die ihr ähnliche, die auf der EE konstruierbar ist.

Abbildung aus, die ohne Strahlenbegrenzung vor sich geht. Gegeben sei irgendwo ein Raumdng. Wir legen (Abb. 634) eine Ebene hindurch, und zwar, um eindeutig zu sein, eine vertikale, die *Einstellebene*¹⁾. Ihr Schnitt mit der Druckseite des Buches ist die Gerade EE , die auf ihr senkrechte horizontale Gerade ihre *Achse*.

Punkt O liegt in der Einstellebene, die Punkte O_1 und O_2 hinter und vor ihr. Dieser Ebene konjugiert ist irgendwo im Bildraume eine Ebene. Wir denken sie uns dadurch aufgefunden, daß wir sie uns parallel zu EE als Mattscheibenebene einer photographischen Kammer vorstellen und die Kammer auf den Punkt O gerichtet und so eingestellt, daß O in O' wirklich abgebildet wird. Wir finden so diejenige Ebene, deren Durchschnitt mit der Druckseite die Gerade ME bezeichnet. Wir nennen sie nach M. v. ROHR geradezu die *Mattscheibenebene*²⁾. (Die photographische Kammer sollte hier lediglich der Vorstellung des Lernenden einen Anhalt geben, nicht etwa als „Beispiel“ dienen!) Die Punkte O'_1 und O'_2 sind die zu O_1 und O_2 konjugierten Bildpunkte, aber O'_1 und O'_2 , und überhaupt die nicht auf ME liegenden Bildpunkte, sind durch nichts wahrnehmbar auf ME , auch nicht durch Zerstreungskreise angedeutet, denn von O_1 und O_2 gehen Strahlen nach allen Richtungen, also Strahlenbündel von unbegrenzter Öffnung. (Man denke sich einen Objektpunkt als Mittelpunkt einer Kugel und die Kugelradien als Strahlen.) Daher erzeugen die außerhalb EE liegenden Punkte auf ME unendlich große Zerstreungskreise, und deswegen sind sie auf ME auch nicht andeutungsweise bemerkbar. Von Abb. 633 und den anschließenden Erörterungen wissen wir: werden die Zerstreungskreise klein genug, so können sie die zugehörigen Bildpunkte auf der ME vertreten, und man kann sie beliebig klein machen, wenn man eine Blende mit einer entsprechend kleinen Pupille vor die

¹⁾ Zur Abkürzung die EE genannt.

²⁾ Zur Abkürzung die ME genannt.

ME setzt. Wir setzen sie parallel zur *ME* und symmetrisch zur Achse. Wir bekommen genau (wie in Abb. 633 auf der Netzhautfläche) auf *ME* eine Zeichnung aus wirklichen Punkten und genügend kleinen Zerstreuungskreisen (als Bildern der vor und der hinter *EE* liegenden Punkte). Abb. 634 ist im Anschluß an Abb. 633 und die Erörterungen darüber ohne weiteres verständlich. Wir haben damit zwar eine aus Punkten und genügend kleinen Zerstreuungskreisen bestehende Projektionsfigur auf der *ME*, die die Punkte auf der *EE* und die bis zu einer gewissen Tiefe davor und dahinter liegenden in gewissem Sinne vertritt. Aber eine *Abbildung* davon ist sie doch nicht. Wir suchen deswegen jetzt nach dem *eigentlichen* in der Projektionsfigur auf *ME* abgebildeten Objekt. Zu diesem Zweck fassen wir jetzt *ME* als *Ding* auf und die zu *ME* konjugierte *EE* als *Bild*, und dann verfolgen wir von der Figur auf *ME* ausgehend in rückkehrender Lichtrichtung durch die Pupille die Strahlen zur *EE* hin, um das zu der Figur auf *ME* konjugierte Gebilde zu finden. Zunächst vergegenwärtigen wir uns: der Pupille im Bildraum (Austrittspupille) ist konjugiert eine ebensolche im Dingraume (Eintrittspupille). Diese verhält sich zu der vor *ME* befindlichen ganz so wie sich ein Bild zu seinem Objekt verhält: die Mittelpunkte beider Pupillen sind einander konjugiert und auch die Ränder. Aber auch die von der Mitte der *Dingraumpupille* aus zu O und O_1 und O_2 gehenden Strahlen sind konjugiert den von der Mitte der Bildraumpupille aus zu O' und O'_1 und O'_2 gehenden. Werden diese Strahlen (Abb. 634) genügend verlängert, so kommt auf der *EE* eine aus Punkten und Zerstreuungskreisen bestehende Zeichnung zustande, die der auf der *ME* konjugiert ist und ihr bis auf den Maßstab völlig gleicht. *Diese Projektionsfigur* auf der *EE* ist also *das eigentliche im Bilde zur Darstellung kommende Objekt*. Es heißt nach M. v. ROHR das *dingseitige Abbild*, und die ihr konjugierte Projektionsfigur auf der *ME* die *Abbildskopie* oder das *Abbildsbild*. Das dingseitige Abbild *vertritt* im Hinblick auf die Schärfe das Raumrelief mit einer Annäherung an die im ABBESchen Sinne *vollkommene* Abbildung, die von der Größe oder besser: der Kleinheit der Zerstreuungskreise abhängt. *Die Leistung der optischen Instrumente besteht darin, das dingsseitige Abbild zu vergrößern oder zu verkleinern*. Im Hinblick auf die Wiedergabe der Form ist zu bemerken, daß der Zerstreuungskreis, den wir uns durch seinen Mittelpunkt vertreten denken können, in der Einstellebene ausgestoßen wird durch die (gegebenenfalls rückwärts verlängerte) Verbindungslinie der Pupillenmitte P mit dem Dingpunkt. Eine solche Darstellung nennt man aber *Zentralprojektion* oder *Perspektive*. Wir können also sagen: Setzt man die Eintrittspupille eines optischen Geräts vor einem Raumdinge fest, d. h. bestimmt man ihren Abstand und die Richtung der Gerätachse, so bestimmt man dadurch die Perspektive des Raumdinges.

Wir wissen jetzt: Das Bild ist nur die getreue Kopie eines flächenhaften Bildes aus Punkten und Zerstreuungskreisen (richtiger: aus Punkten und Flecken), das ein Raumrelief *vertritt*. Wie kommt es, daß das Auge in dem *flächenhaften* Bilde den *Raum* wahrnimmt? Das hängt mit dem Bau des Auges zusammen und mit der Art und Weise, wie es das Netzhautbild verwertet. Das Auge ist selber ein abbildendes Instrument; auf seiner Netzhaut entsteht von dem Objekt, das es *ansieht*, ein Flächenbild. Mit Hilfe dieses Bildes „sieht“ es das Objekt. Wohlgemerkt, es *sieht* nicht *das Bild* auf seiner Netzhaut, es sieht *mit Hilfe* des Bildes auf seiner Netzhaut. *Mit Hilfe* des flächenhaften Bildes nimmt es den Raum wahr. Nämlich so: Das Bild auf der Netzhaut besteht (S. 556) aus Punkten und Zerstreuungskreisen. Solange die Zerstreuungskreise eine gewisse Größe nicht übersteigen, empfindet das Auge auch sie als Punkte.

464. Perspektive. Den Reiz, den die Netzhaut an einem von Strahlen getroffenen Punkte empfindet (oder dem Flecke, den sie für einen Punkt gelten läßt), verlegt das Auge auf der Geraden, die durch den betreffenden Netzhautpunkt (resp. den Mittelpunkt des Zerstreungskreises) und die Pupillenmitte geht (Hauptstrahl), nach vorn und außen. Es „projiziert“ so das ganze Netzhautbild Punkt für Punkt nach außen *wie an eine Fläche* und konstruiert sich so Punkt für Punkt das objektseitige Abbild, dessen Abbildskopie das Netzhautbild ist, und daraus das Ding, das Raumrelief, das durch das objektseitige Abbild vertreten wird. Abb. 635 zeigt, wie es diese Konstruktion ausführt. Von dem Würfel *B*, den das Auge *a* ansieht, entsteht auf der Netzhaut ein flächenhaftes Bild. Die Netzhaut entspricht der Mattscheibenebene *ME* (Abb. 634),

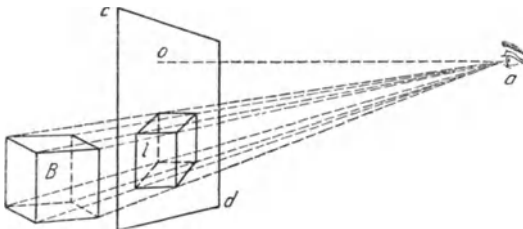


Abb. 635. Zur Abhängigkeit des perspektivischen Eindrucks von der Blickrichtung.

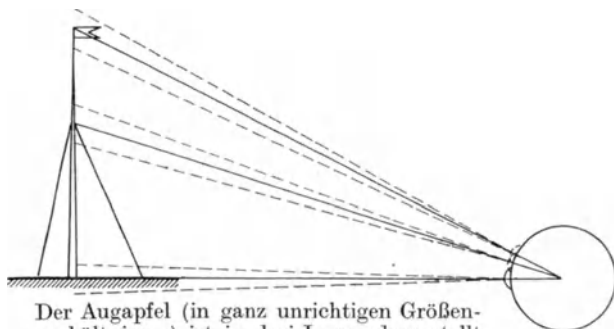
das Netzhautbild der Projektionsfigur darauf, die Ebene *cd* entspricht der Einstellebene *EE* in Abb. 634 und die Zeichnung *l* der Projektionsfigur auf der Einstellebene, die das Raumrelief — hier den Würfel *B* — vertritt. Indem das Auge das Netzhautbild, es ist jetzt die Abbildskopie von *l*, nach außen projiziert, bekommt es den *perspektivischen* Eindruck *l* des Würfels *B*.

Läge das Auge etwa höher oder tiefer oder weiter nach vorn oder nach hinten als in Abb. 635, so würden die Geraden, die von dem Auge zu den Würfecken oder zu den zwischen den Würfecken liegenden Punkten gehen, die Einstellebene *unter ganz anderen Winkeln* schneiden, es würde eine ganz andere Projektionsfigur als *l* entstehen und ebenso ein anderes Netzhautbild als unter den Verhältnissen der Abbildung. Wir sehen, die Lage des Auges relativ zu dem angesehenen Gegenstande ist für das jeweilig entstehende Netzhautbild und das dazu gehörige Projektionsbild auf der Einstellebene entscheidend. Aus diesem Grunde ist es auch entscheidend, unter welchen Winkeln das Auge die perspektivische Zeichnung, die der Projektionsfigur *l* entspricht, *ansieht*, um den Körper als dasjenige Raumrelief *wieder zu erkennen*, den das jeweilige Projektionsbild vertritt. Jeder weiß, wie verschieden ein Ding aussehen kann, je nachdem, von wo aus man es ansieht — was nichts anderes heißt als: wie das Auge relativ zu dem Dinge liegt, oder noch deutlicher: wie die *Pupille* zu dem Dinge liegt. Erst die durch die Blende und die Pupille eintretende *Strahlenbegrenzung* bringt eine bevorzugte *Richtung* zur Geltung und ermöglicht so überhaupt erst die *Darstellung* eines Raumreliefs auf einer Fläche. Und dadurch wird auch erst die *perspektivische* Wahrnehmung durch das Auge und die Erkennung des Raumes auf einem Flächenbilde zuwege gebracht.

Hier sind nun zwei prinzipiell verschiedene Fälle möglich. Je nachdem das Auge in seiner Höhle ruht oder sich bewegt — oder anders ausgedrückt: starrt oder umherblickt —, sind die Richtungen, die es wahrnimmt, und die Art und Weise, wie es diese verschiedenen Richtungen verwertet, ganz verschieden. Ruht es (Abb. 636, unten), so kann es nur Richtungen wahrnehmen, die sich in der *Mitte der Pupille* kreuzen. Bewegt es sich, blickt es umher, wobei es sich in seiner Höhle um den *Augendrehpunkt* (etwa 13 mm hinter dem Hornhautscheitel) dreht, so nimmt es alle Richtungen wahr, die sich in dem *Augendrehpunkt* kreuzen (Abb. 636, oben). Für das *ruhende* Auge ist daher der Mittelpunkt

der Pupille das Zentrum der Perspektive, für das *umherblickende* der Augendrehpunkt.

Um einen Punkt *anzublicken* (oder: zu fixieren), dreht man seinen Augapfel so, daß das Bild des angesehenen Punktes auf einem bestimmten Punkte der Netzhaut (der Netzhautgrube) entsteht. Und das Auge „sieht“ ihn in der Richtung (eigentlich: es sieht ihn in *die* Richtung), die von dem Netzhautbilde durch die Mitte der Pupille nach außen geht. Das *ruhende* Auge sieht *nur* den angesehenen fixierten Punkt scharf, alles andere nur unscharf (im indirekten Sehen). Das sich *bewegende* Auge wird ruckweise auf die verschiedenen angeblickten Punkte gerichtet und sieht dann den *jeweils* angesehenen Punkt scharf. Die Gerade durch den Augendrehpunkt und den fixierten Punkt heißt *Blicklinie*. Fällt sie mit der Augenachse zusammen, eine Voraussetzung, die wir hier als erfüllt ansehen wollen, so schneiden sich alle Blicklinien im Augendrehpunkt, und deswegen dient für das umherblickende Auge der *Augendrehpunkt* als *Zentrum der Perspektive*.



Der Augapfel (in ganz unrichtigen Größenverhältnissen) ist in drei Lagen dargestellt worden, wenn nacheinander Fuß, Mitte und Spitze des Flaggenstocks fixiert wurden.

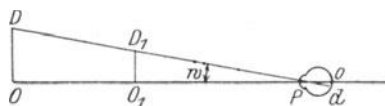


Abb. 636. Zur Perspektive des ruhenden Auges.

„Man kommt also zu der Einsicht, daß für unsere Gesichtswahrnehmung eines körperlichen Objekts von beträchtlicher scheinbarer Größe in jedem Augenblicke zwei perspektivische Zentren maßgebend sind: ein wichtiges, ruhendes für die unsere Aufmerksamkeit erregenden fixierten Punkte — der Augendrehpunkt — und ein unwichtigeres, wanderndes — die bewegte Augenpupille —, demzufolge die nicht genauer beachteten Teile in der Umgebung der fixierten Punkte sich auf der Netzhaut darstellen. Diese ‚Füllperspektiven‘ überdecken sich an ihren Rändern gegenseitig, ohne indessen für die Gesichtswahrnehmungen größeren Schaden anzurichten, weil eben alle wichtigeren Punkte durch die Blicklinien bestimmt sind. Daß diese ziemlich verwickelten Verhältnisse bei der Betrachtung räumlicher Objekte nicht mehr auffallen, liegt an verschiedenen Ursachen: hauptsächlich fehlt wohl die Übung im indirekten Sehen, doch kommt auch hinzu, daß für etwas weiter entfernte Gegenstände der Abstand von einem Zentimeter, um den Pupille und Drehpunkt des Auges voneinander getrennt sind, nicht genügt, um die Folgen auffällig werden zu lassen.“ (M. v. ROHR, Die optischen Instrumente.)

Dadurch, daß man das Auge in eine bestimmte Lage relativ zu dem Objekt bringt, setzt man eine bestimmte Einstellebene fest. Sie ist ja konjugiert der durch die Stellung des Auges im Raume festgelegten Netzhaut, die hier die Mattscheibenebene vertritt. Aber auch das Projektionszentrum für die Figur auf der Einstellebene ist dadurch gegeben. Die Dingraumpupille fällt übrigens in das Auge selbst und ist von der Bildraumpupille nur um wenige Millimeter getrennt. [Die Eintrittspupille des Auges (kurz „Pupille“) ist das Bild der Irisöffnung, das nach der Objektseite hin das System Hornhaut — Kammerwasser entwirft]. Und nicht nur, wenn wir das unbewaffnete Auge auf ein Objekt richten, haben wir damit die Einstellebene festgelegt, sondern auch, wenn wir das Auge

mit einem optischen Instrument bewaffnen und es auf das Objekt richten. Die zu der Einstellebene gehörige Pupille liegt dann irgendwo in dem optischen Instrument, und zwar kann sie durch den Bau des Instruments ein für allemal gegeben sein (z. B. beim Mikroskop) oder erst dadurch bestimmt werden, daß man (z. B. beim Opernglase und bei der Brille) den Drehpunkt des Auges in den Bildraum des Instruments bringt.

Ist man sich klar darüber, daß die Projektionsfigur auf der Einstellebene, also auch seine Abbildskopie, durch die Lage des Auges relativ zu dem Objekt wesentlich bestimmt wird, so wird auch verständlich, daß man ein Bild, das man als eine Projektionsfigur *aufzufassen* hat, von einem bestimmten Punkte aus ansehen muß, um denselben Eindruck zu empfangen, den man beim unmittelbaren Anblick des Objektes gehabt haben würde. Die Winkel, unter denen die geraden Linien vom Auge zu den einzelnen Objektpunkten die Einstellebene schneiden, verlaufen anders, wenn wir das Auge höher oder tiefer oder seitlich verschieben; für die jeweilige Lage des Auges müssen also auch die Projektionsbilder andere werden. Aus der Abb. 635 ersehen wir aber auch, daß, wenn wir das Auge nur so verschieben, daß die Winkel dieselben bleiben oder nahezu dieselben bleiben, sich an dem Aussehen des Objektes nichts ändern kann. Es wird hieraus aber auch verständlich, daß man die einzelnen Bildpunkte unter denselben Winkeln *anblicken* muß, unter denen die vom Auge nach dem Objekt laufenden Geraden die Einstellebene geschnitten haben, d. h. unter denen das Projektionsbild auf der Einstellebene entstanden ist. Denken wir uns das Auge das eine Mal von der Mitte der dingseitigen Pupille aus das objektseitige Abbild — den Vertreter des Raumreliefs — anblickend, das andere Mal von dem gleichen Punkte aus das in den Dingraum in perspektivische Lage zum Abbilde gebrachte, streng ähnliche Abbildsbild betrachtend, so sind diese Bedingungen offenbar erfüllt. Unter diesen Bedingungen, aber auch *nur* unter diesen Bedingungen, kann das Auge, das das Bild ansieht, den vollen Eindruck empfangen, den das Objekt beim unmittelbaren Anblick gemacht hat. So erklärt es sich, daß die Projektionsfigur auf der Einstellebene für unsere Wahrnehmung das Raumrelief bis zu einem gewissen Grade, d. h. für einen bestimmten Gesichtspunkt, vertreten kann.

Wir wenden uns nun der Frage zu, wie man die Abbildungen verwirklicht.

465. Strahlenbegrenzung (ABBE). Man benützt die Linsen, um die Abbildung zu verwirklichen. Aber weder die Objekte noch die Strahlenbündel erfüllen die Bedingungen, die nötig sind, um damit einen *Punkt* genau in einen *Punkt* abzubilden; dazu sind unendlich enge Bündel erforderlich, und ferner, daß der Punkt in der optischen Achse liegt (axialer Punkt). Und eine Ebene können wir nur dann wieder als eine Ebene abbilden, wenn sie unendlich klein ist. Aber unendlich enge Strahlenbündel sind unbrauchbar, weil sie unendlich schwache Bilder geben (abgesehen davon, daß die Beugungserscheinungen [483.] sie unbrauchbar machen), und unendlich kleine Ebenen abzubilden ist zwecklos. Jene Bedingungen setzen also der Abbildung zu enge Grenzen. Man *kann* sie aber erweitern. — Vor allem: wir brauchen, um dem Auge ein ihm vollkommen *erscheinendes* Bild zu verschaffen, keineswegs mathematisch scharfe Punkte zu erzeugen: dazu genügen (s. S. 556) *Lichtflecke*, die allerdings eine gewisse Größe nicht übersteigen dürfen. Das überhebt uns der Verpflichtung, unendlich enge Bündel zu benützen. — Ferner: man erreicht durch Verbindung von mehreren optischen Systemen, was eines allein nie leisten kann. Man kann nicht alle darauf bezüglichen Fragen durch die Theorie beantworten; man muß vielmehr sehr oft empirisch vorgehen. Aber man hat dadurch optische Instrumente

geschaffen, die Objekte endlicher Ausdehnung durch Bündel von endlicher Weite sehr scharf abbilden — wenn sie auch nicht *beliebig* ausgedehnte Objekte abbilden und *beliebig* weite Bündel anwenden. Wenn man endlich weitgeöffnete Bündel anwendet und Objekte abbildet, deren einzelne Punkte endlich weit von der Achse abstehen, stellen sich zwei Fehler ein, die man so weit wie möglich einschränken muß: die sphärische Aberration und der Astigmatismus.

466. Sphärische Aberration. Die sphärische Aberration bei den Linsen kommt ebenso wie bei den Hohlspiegeln zustande. Fällt das monochromatische Strahlenbündel der Abb. 637 auf die Linse, so zielen nicht alle gebrochenen Strahlen nach demselben Punkte der Achse, sondern die der *Achse* näheren cc zu C , die dem *Rande* näheren rr zu R . Diese Abweichung der Schnittpunkte voneinander heißt die „Abweichung infolge der Kugelgestalt der Linse“ oder: *sphärische Aberration* (besser: *monochromatische*). Die zwischen Rand und Achse auf fallenden Strahlen zielen nach Punkten zwischen R und C . Es kann also kein punktförmiges Bild auf der Achse entstehen. Eine Ebene EE in C senkrecht zur Achse wird zwar in C von der Spitze eines Kegels getroffen, aber C ist von einer Kreisscheibe umgeben, die geschnitten wird von den Strahlen, deren Vereinigungspunkte zwischen R und C liegen, und die nun von diesen Punkten aus nach EE divergieren. Daher entsteht um C ein von Licht erfüllter *Zerstreuungskreis*. Als Folge der sphärischen Aberration entsteht auch eine Brennfläche. Sie entsteht ebenso wie bei den sphärischen Spiegeln (S. 515).

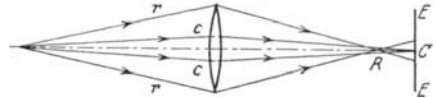


Abb. 637. Sphärische (monochromatische) Aberration. Mangelhafte Strahlenvereinigung einer einzelnen Farbe. (Kugelgestaltfehler; man kann ihn durch Abweichung einer Fläche der Linse von der Kugelgestalt heben.)

467. Astigmatismus. Die Aberration tritt nur bei Bündeln von endlicher Öffnung auf, der Astigmatismus dagegen auch bei Bündeln von unendlich kleiner Öffnung. Ein Punkt, der einen *endlichen* Abstand von der Achse hat, wie P in Abb. 638, schickt ein *schiefes* Bündel auf die Linse; ein solches wird *niemals* wieder zu *einem* Punkte hin gebrochen. Bei dem vorhin betrachteten Bündel wurden wenigstens die zu demselben Kegelmantel gehörenden Strahlen zu *einem* Punkte hin gebrochen, wenn auch die Strahlen der *verschiedenen* Kegelmantel (Randstrahlen, Zentralstrahlen usw.) zu *verschiedenen* Vereinigungspunkten hin.

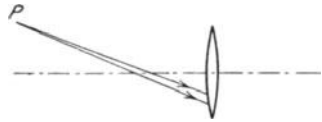


Abb. 638. Zur Entstehung des Astigmatismus.

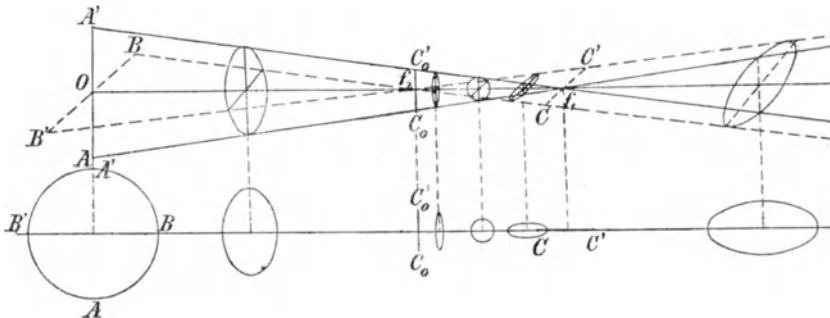


Abb. 639. Astigmatische Deformation eines unendlich dünnen Bündels. Obere Darstellung perspektivisch; untere: Aufriß der Schnittfiguren des Bündels mit einer achsensenkrechten Ebene. $O f_2 f_1$ Bündelachse. $C_0 C'_0$ und $C C'$ Brennlinien.

Bei dem *schiefen* Bündel aber ist auch *das* nicht der Fall. Es gibt hier keinen gemeinsamen Vereinigungspunkt, daher der Name *Astigmatismus* (\dot{a} = nicht und $\sigma\tau\gamma\mu\alpha$ = Punkt). Legt man durch ein gebrochenes astigmatisches Strahlenbündel Ebenen senkrecht zum Hauptstrahl, so entstehen je nach dem Ort des Schnittes und je nach der Begrenzung des Bündels auf der brechenden Fläche darauf Figuren verschiedener Gestalt. Abb. 639 zeigt die Formen, die der Querschnitt eines ursprünglich kreisförmig begrenzten Bündels hintereinander an-

nimmt. Als Bild eines Punktes kann man die zwei *Brennlinien* $C_0C'_0$ und CC' betrachten, zwei kurze *gerade Linien*, senkrecht auf der Achse des Bündels, und senkrecht zueinander, also kreuzförmig. Aber sie sind durch einen gewissen Abstand voneinander getrennt.

468. Zweck der Blenden. Man kann durch Verbindung von Linsen miteinander Aberration und Astigmatismus zwar so weit unterdrücken, daß sie die

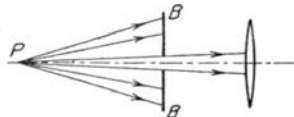


Abb. 640. Begrenzung der Öffnung eines einfallenden Bündels durch eine Blende BB .

Schärfe des Bildes kaum beeinflussen, selbst wenn die Bündel relativ weit geöffnet sind und das Objekt beträchtliche Ausdehnung hat. Aber man muß die Öffnung der Bündel und die Ausdehnung des abzubildenden Objekts doch auf eine gewisse Größe einschränken. Das geschieht durch die *Blenden* (S. 557 f.), undurchsichtige Kreisscheiben mit einer konzentrischen kreisförmigen Öffnung, die man in das optische System so einfügt, daß die Achse durch das Zentrum der Kreisöffnung senkrecht hindurchgeht. Abb. 640 zeigt, wie die Blende BB die Öffnung des vom Punkte P ausgehenden Bündels begrenzt.

Die Blenden dienen verschiedenen Zwecken. Schon ihr bloßes Vorhandensein fixiert (S. 558), eine *Richtung* im Bild- wie im Objektraum, und durch ihre Größe und ihre Lage machen sie die *Darstellung* eines räumlichen Objektes auf einer Ebene und seine *Wiedererkennung* aus dem flächenhaften Bilde möglich. Sie bestimmen durch ihre Lage und ihre Größe aber auch, welche Öffnungen die abbildenden Bündel haben, welche Neigung zur optischen Achse, und an welcher Stelle die brechenden Flächen von den abbildenden Strahlen getroffen werden. Und dadurch wieder bestimmen sie gewisse Eigenschaften der optischen Instrumente, wie den Umfang und die Sichtbarkeit des Bildes, die Korrektheit der Zeichnung des Bildes, die Vergrößerung und die Lichtstärke der Instrumente. Und erst der durch die Blenden gegebene Strahlengang unterrichtet vollständig über die Art der Wirksamkeit eines optischen Instrumentes. Zum Beispiel die Wirksamkeit des holländischen Fernrohres, das, obwohl es (außer der Brille) wohl das bekannteste und weitest verbreitete optische Instrument ist, ist bis zur Entwicklung der Lehre von der Strahlenbegrenzung stets mißverstanden worden, und seine Darstellung war stets von einer unzutreffenden — auch noch jetzt in den meisten Lehrbüchern zu findenden — Zeichnung begleitet. Die Lehre von der Strahlenbegrenzung gehört daher zu den Grundlagen der praktischen Optik. **ABBE** hat sie zuerst entwickelt und technisch verwertet. Die erste zusammenfassende Darstellung ist **CZAPSKI** zu danken (Grundzüge der Theorie der optischen Instrumente nach **ABBE**, 1895).

Man kann die Blende mit einem kreisrunden Fensterrahmen vergleichen. Nicht der Rahmen interessiert uns, sondern seine Öffnung. (Die Strahlen, die

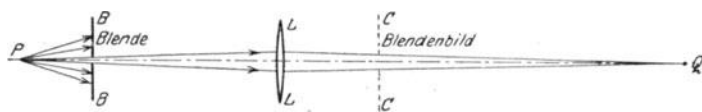


Abb. 641. Das Bild CC , das die Linse von der Blende BB entwirft, begrenzt die Öffnung des gebrochenen Strahlenbündels. Die Blende B ist in ihrer Funktion durch eine andere ersetzbar, die am Orte des Bildes C steht und mit dem Bilde kongruent ist.

auf den Rahmen treffen, werden zurückgehalten.)

Man macht ihn zu einem Bestandteil des optischen Systems und setzt ihn je nach der Zweckmäßigkeit

zwischen die Linsen oder auch ganz davor oder dahinter. *Wo* er aber auch steht, er ist *selber ein Objekt*, das System *muß* also ein *Bild* von ihm entwerfen. Das ist sehr wichtig, denn auch bei der Blende und ihrem Bilde sind die Objekt-

punkte den Bildpunkten konjugiert. Die Strahlen, die z. B. das *Bild* des *Öffnungsrandes* erzeugen, sind durch den *Öffnungsrand* gegangen; die Strahlen, die die *Blendenöffnung* abbilden, durch die *Blendenöffnung*. Andere Strahlen können gar nicht zu dem Bilde der *Blendenöffnung* hingelangen. Mit anderen Worten: das *Bild*, das das System von der Blende entwirft, *wirkt selber als Blende*. Abb. 641 zeigt: Mit dem *Bilde* C , das die Linse L von der *Blende* B entwirft, schafft sie selber *noch* eine Blende. Das *Blendenbild* vertritt eine körperliche Blende: nur solche Strahlen können zu Q gelangen, die durch die *Öffnung* des *Blendenbildes* C gegangen sind, äußerstenfalls die *Randstrahlen*. Das *Blendenbild* C orientiert uns über die *Öffnung* des *austretenden Strahlenbündels*, wie die *Blende* B selbst uns orientiert über die *Öffnung* des *einfallenden Bündels*.

Nehmen wir die *Blende* BB weg, und setzen wir an den Ort des *Blendenbildes* CC eine mit dem Bilde kongruente wirkliche *Blende*, so entwirft die Linse von dieser *Blende* ein Bild an *der* Stelle und in *der* Ausdehnung, die vorher die *Blende* BB eingenommen hat. Auf LL fällt dann ein Bündel, so weit geöffnet, wie die Linse selber. Aber Q erreichen äußerstenfalls wieder nur dieselben Strahlen wie vorher. *Blende* und *Blendenbild* haben ihre *Lagen* vertauscht, sonst hat sich nichts geändert.

469. Begrenzung der Strahlenbündel. Ob wir also die *einfallenden* oder ob wir die *gebrochenen* Strahlen durch eine *Blende* begrenzen, die *Wirkung* ist dieselbe: die Linse entwirft von der *Blende* ein Bild und schafft sich dadurch *noch* eine *Blende*; mit der *Begrenzung* des *einfallenden Bündels* ist dadurch auch die des *gebrochenen* gegeben und umgekehrt. — Benützen wir z. B. eine *Bikonvexlinse* L als *Lupe*, so bringen wir sie dicht vor das *Auge* (JJ ist die *Iris*, pp die *Pupille*) und den *Gegenstand* ab nahe vor die Linse (Abb. 642). Die von den *Objektpunkten*, z. B. von b auf die *Linse* fallenden Bündel (in der *Abbildung* punktiert) sind so weit geöffnet, wie die *Größe* der Linse es zuläßt. Die ganze dem *Objekt* zugewendete *Linsenfläche* empfängt Strahlen, und durch die ganze dem *Auge* zugewendete treten Strahlen aus; das *Auge* taucht ganz darin ein. Aber für das *Sehen* benützlich, also *wirksam*, werden von den *austretenden* Strahlen nur diejenigen, die die *Pupille* pp treffen. Die *Abbildung* zeigt nur die, die noch den *Pupillenrand* treffen; die *Iris* hinter der Linse ist eine wirkliche *Blende*. Welche von den aus der Linse *austretenden* Strahlen *wirksam* werden, d. h. zum Bilde beitragen, das übersieht man, wenn man zu a b das Bild $a' b'$ konstruiert (durch die als bekannt angenommenen *Kardinalpunkte*, das Bild ist *virtuell*, *aufrecht* und *vergrößert*, weil es um weniger als die *Brennweite* von der Linse absteht. Von jedem *Objektpunkt*, z. B. von b , gehen unendlich viele Strahlen zur Linse, in den ihnen konjugierten *Bildpunkten* schneiden sich also auch unendlich viele, denn jedem Strahl, der von b ausgeht, entspricht ja einer, der durch b' geht. (Sie schneiden einander rückwärts verlängert in dem *Bildpunkte* b' , dem *Auge* erscheint das Bild so, wie wenn die Strahlen von dort ausgingen.) Aber von den unendlich vielen sich in b' schneidenden Strahlen werden nur diejenigen *wirksam*, die durch die *Pupille* pp gehen, also nur der kleine *Strahlenkegel*, dessen Spitze der *Bildpunkt* b' und dessen *Basis* die *Pupillenfläche* ist; und was von b' gilt, gilt auch von allen anderen *Bildpunkten*. Die *gebrochenen Strahlenbündel*, die zum Bilde beitragen, d. h. im Bilde *wirksam* werden, sind dadurch charakterisiert: es sind *Kegel*, die ihre *Spitzen* in den einzelnen *Bildpunkten* haben und die *Augenpupille* zum *gemeinsamen Querschnitt*. (Den *gemeinsamen Querschnitt* der aus dem *brechenden System* *austretenden* *wirksamen Bündel* nennt $ABBE$ die *Austrittspupille*.) Die *wirksamen Bündel* sind die in der *Abbildung* *nicht* schraffierten.

So viel über die *Augenpupille* selber, und nun zu ihrem Bilde.

Die *Iris* greift unmittelbar erst in die aus der Linse kommenden Strahlen ein, mittelbar aber schon in die zu ihr hingehenden. Denn sie wirkt (Abb. 643) so, wie wenn aus den zur Linse hingehenden Strahlen alle abgeblendet worden wären, die hinter der Linse das *Auge* außerhalb des *Pupillenrandes* getroffen haben würden. Welche Strahlen z. B. unter den von a aus zu der Linse gehenden wirklich zum Bilde hinkommen, übersieht man, wenn man

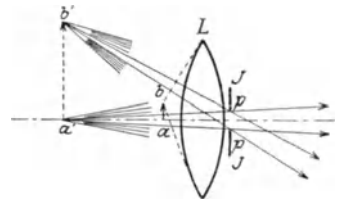


Abb. 642. Zur Begrenzung der Strahlenbündel.

(Abb. 643) zu JJ das Bild $J'J'$ konstruiert. (Die Iris JJ mit der Pupille ist für die Linse L ein abbildbares Objekt: ihr Bild ist auch aufrecht, virtuell und vergrößert, weil es auch der Linse näher liegt als der Brennpunkt. Ein Beobachter, der durch die Linse in das Auge sähe, würde die Pupille vergrößert sehen.) Die Randpunktbilder $p'p'$ sind den Randpunkten pp konjugiert, und folglich sind die aus der Linse austretenden Strahlen, die z. B. zu a' gehören und durch die Randpunkte pp gehen, denjenigen konjugiert, die von dem zu a' konjugierten Objektpunkt a ausgehen und nach den Randpunktbildern $p'p'$ zielen. Nach der Brechung treffen also die Pupille nur diejenigen Strahlen, die vor der Brechung nach dem Pupillenbilde, äußerstenfalls also nach dessen Rande zielen, z. B. unter den von a zur Linse gehenden nur der kleine Strahlenkegel, dessen Spitze a und dessen Basis das Pupillenbild ist. Alle anderen treffen nach der Brechung außerhalb der Pupille auf das Auge, und was von a gilt, gilt von allen Objektpunkten. Also dieses Pupillenbild ist der gemeinsame Querschnitt aller einfallenden Strahlenbündel, die *wirksam* werden, d. h. zum Bilde beitragen — in Abb. 642 der nicht schraffierten Strahlenkegel. (Den gemeinsamen Querschnitt der vom Objekt herkommenden wirksamen Bündel nennt ABBE *Eintrittspupille*.)

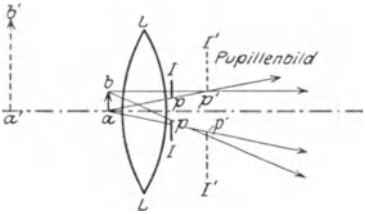


Abb. 643. Eine Blende hinter der Linse L — z. B. die Iris JJ des Auges mit pp als Pupille — begrenzt *unmittelbar* die Öffnung der durch L hindurchgegangenen Strahlenbündel, *mittelbar* bereits diejenigen zu L hingehenden Strahlenbündel, die *wirksam* werden, d. h. zum Bilde beitragen.

ABBE nennt (wie an dem voranstehenden Beispiel an der entsprechenden Stelle schon zur Erläuterung erwähnt) den gemeinsamen Querschnitt der vom Objekt zu einem optischen System hingehenden *wirksam* werdenden Bündel die *Eintrittspupille* des optischen Systems und den gemeinsamen Querschnitt der zum Bilde hingehenden wirksamen Bündel die *Austrittspupille*. Wir bezeichnen sie in Zukunft mit EP und AP Um den Strahlenverlauf durch das System hindurch zu übersehen, benützt man nur die Strahlen, die durch die Mittelpunkte der Pupillen gehen. ABBE nennt sie (in Abb. 644 stark ausgezogen) *Hauptstrahlen* und ihren Verlauf durch das optische System den *Strahlengang*. Der Winkel der Strahlen, die vom Achsenpunkt a (Abb. 643) nach zwei diametral einander gegenüberliegenden Randpunkten der $EP J'J'$ gehen, heißt *Öffnungswinkel*, und die Blende, die die Öffnung der abbildenden Bündel einschränkt, *Aperturblende*.

470. **Gesichtsfeld und Gesichtsfeldblende.** Um ein brauchbares Bild zu bekommen, müssen wir auch die Ausdehnung des abzubildenden Objekts begrenzen. Auch das geschieht durch Blenden. Wir setzen es aber bis auf weiteres so klein voraus, daß es keiner besonderen Abbildung bedarf. Nur um den Begriff *Gesichtsfeld* zu erläutern, kehren wir zu dem Beispiel Abb. 642 zurück und zeigen, wodurch die Größe des abbildbaren Objekts bestimmt wird.

Wir sahen: die von einem Objektpunkte auf die Linse treffenden Strahlen müssen, um wirksam zu werden, nach der EP hinzielen, sie müssen aber die Linse auch wirklich *treffen*. Die

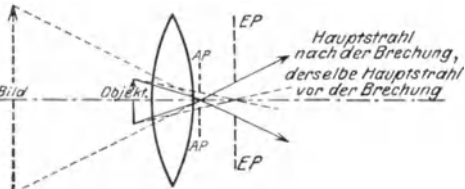


Abb. 644. Zur Veranschaulichung von Eintrittspupille, Austrittspupille, Hauptstrahlen, Strahlengang.

Größe der Linse ist jedoch begrenzt. Objektpunkte, die relativ zur Linse so liegen, daß die von ihnen nach der EP zielenden Strahlen an der Linse vorbeigehen, können auch nicht abgebildet werden. Punkte, die so liegen, daß nur ein *Teil* der von ihnen nach der EP zielenden Strahlen die Linse trifft, werden zwar noch abgebildet, aber *dunkler*, als diejenigen Bild-

punkte sind, zu denen *alle* von den zugehörigen Objektpunkten aus nach der *EP* zielenden Strahlen hingelangen. Diese *Helligkeitsverhältnisse* sind maßgebend für den Umfang des brauchbaren, d. h. genügend hellen Teiles des Bildes und — gerade dadurch — für das sog. *Gesichtsfeld*. Die Größe des Gesichtsfeldes hängt also davon ab, wie man es mit Bezug auf die in ihm herrschende Helligkeit definiert.

Das Gesichtsfeld der Lupe ist typisch dafür und so übersichtlich, daß wir es zur Erläuterung benutzen. Die *AP* der Lupe ist identisch mit der Pupille des Beobachters. Die zu der Pupille hingehenden Strahlen (Abb. 645) sind die vom Bilde $\alpha\beta$ her aus der Lupe kommenden, sie entsprechen Strahlen der *nicht* schraffierten Bündel der Abb. 642, die in *pp* eintreten. Das Auge sieht durch die Linsenfassung *S* wie durch eine kreisrunde Luke das Bild an. Wir nennen den Radius der Fassung *p*, den der Pupille π , den Abstand der Pupille von der Linse *d*. Es gilt dann folgendes: 1. Die Geraden, die (ohne einander zu kreuzen) den Pupillenrand und den Linsenrand verbinden und dabei den Winkel $2w$ bilden ($\operatorname{tg} w = \frac{p - \pi}{d}$), begrenzen in dem Bilde die Strecke *ab*. (Um die Verhältnisse im Raume zu übersehen, muß man sich Abb. 645 um die Blicklinie einmal ganz herumgedreht denken: die Gerade *ab* gibt dann eine Kreisebene, und der Winkel $2w$ wird zum Raumwinkel.) Von *jedem* Punkt der Zone *ab*, resp. des Kreises mit dem Durchmesser *ab*, empfängt die Pupille einen Strahlenkegel, dessen *Basis* sie ganz ausfüllt — d. h. dessen Öffnung gleich der der ganzen Pupille ist. Der zentrale Teil *ab* des Objektes $\alpha\beta$ erscheint daher *gleichmäßig hell* und *am hellsten*. Die Iris des Auges begrenzt die Öffnung der in die Pupille eintretenden von jedem Punkt der Strecke *ab* kommenden Bündel: die Iris ist AperturbLENDE.

2. Die Geraden, die von der Pupillenmitte durch den Linsenrand führen und dabei den Winkel $2W$ bilden ($\operatorname{tg} W = p/d$), begrenzen in dem Bilde beiderseits von *ab* die Stücke *aA* und *bB* (im Raumwinkel einen Kreisring um den Kreis *ab*): von jedem Punkte dieser Zone empfängt die Pupille einen Strahlenkegel, dessen Öffnung im *günstigsten Falle* (Punkte *a* und *b*) *gleich der der Pupille*, im *ungünstigsten Falle* (Punkte *A* und *B*) *gleich der der halben Pupille* ist — die *Helligkeit des Bildes* nimmt also von *a* nach *A* und von *b* nach *B* hin stetig ab, *A* und *B* sind nur noch halb so hell wie *a* und *b*.

3. Die Geraden, die *übers Kreuz* Pupillenrand und Linsenrand verbinden und dabei den Winkel 2ω bilden ($\operatorname{tg} \omega = \frac{p + \pi}{d}$), begrenzen in dem Bilde beiderseits von *A* und von *B* die Stücke *A\alpha* und *B\beta* (im Raumwinkel ein Kreisring um den vorigen): von jedem Punkte dieser Zone empfängt die Pupille einen Strahlenkegel, dessen Öffnung im *günstigsten Falle* (Punkte *A* und *B*) *gleich ihrer halben eigenen Öffnung* ist, im *ungünstigsten Falle* (Punkte α und β) *empfängt sie einen einzigen Strahl* — die *Helligkeit* nimmt von *A* nach α und von *B* nach β hin weiter ab bis zur *völligen Dunkelheit*.

Als *Gesichtsfeldwinkel* definieren wir nun den Raumwinkel zwischen den *Hauptstrahlen*, d. h. zwischen Strahlen, die durch den Mittelpunkt der Pupille gehen. Dann sind *A* und *B* in Abb. 645 Randpunkte des Gesichtsfeldes und der

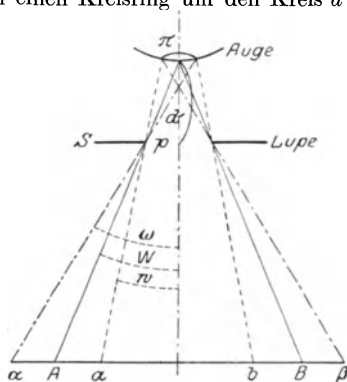


Abb. 645.

Strahlengang einer Lupe, deren freie Öffnung größer als die Augenpupille ist. Die Größe der Augenpupille bestimmt die Öffnung der Bündel, die Größe der Linsenöffnung das Gesichtsfeld.

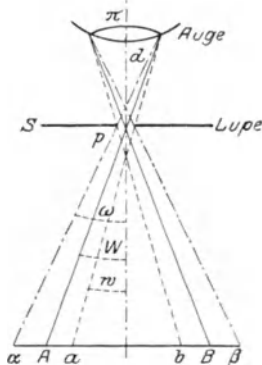


Abb. 646.

kleiner als die Augenpupille ist. Die Größe der Linsenöffnung bestimmt die Öffnung der Bündel, die Größe der Augenpupille das Gesichtsfeld.

Kreis, auf dem sie liegen, die Begrenzung der Gesamtheit der Bildpunkte, die mindestens noch halb so hell sind wie der zentrale Teil ($a b$). (Die Größe des Gesichtsfeldes hängt danach von der Definition ab: die Gesamtheit der mit *voller* Helligkeit gesehenen Bildpunkte ist eine andere als die Gesamtheit der mindestens noch mit halber Helligkeit des zentralen Teiles gesehenen Bildpunkte.) Bei dieser Definition bestimmt sich das Gesichtsfeld durch $\operatorname{tg} W = p/d$, d. h. durch den Durchmesser der Linsenöffnung, die Linsenfassung ist somit *Gesichtsfeldblende*. Das ist sie aber nur dann, wenn die Linsenöffnung wie in Abb. 645 größer ist als die Augenpupille. Ist sie kleiner (Abb. 646), so wird sie Aperturblende, und die Iris des Auges wird Gesichtsfeldblende. Auch hier bekommt man durch die geradlinige Verbindung des Pupillenrandes resp. der Pupillenmitte mit dem Linsenrande die drei Winkel w , W und ω , und die drei verschiedenen hellen Zonen. Aber, wie die Abbildung zeigt, kann kein Bündel, das von einem Bildpunkte herkommt, weiter geöffnet sein als die *Linsenfassung* — diese ist *jetzt* also *Aperturblende*. Der Gesichtsfeldwinkel W wird bestimmt durch $\operatorname{tg} W = \pi/d$, also vom Durchmesser der Pupille, d. h. *die Iris ist jetzt die Gesichtsfeldblende*. — *Beidemale* ist übrigens das Gesichtsfeld desto größer, je kleiner d ist, d. h. je näher man die Lupe dem Auge bringt.

471. Wirksame Blende eines optischen Systems. Bei *einer* Linse und *einer* Blende ist auch nur *ein* Blendenbild vorhanden; Lage und Größe der Eintrittspupille und der Austrittspupille und der Gesichtsfeldblende sind daher eindeutig.

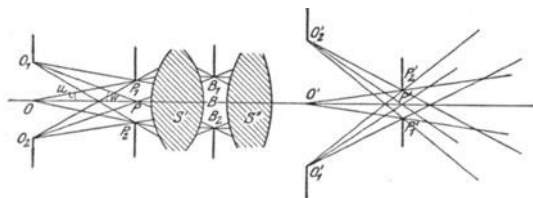


Abb. 647. Zur Ermittlung der wirksamen Blende eines optischen Systems.

Wie aber, wenn mehrere Linsen und mehrere Blenden, also auch mehrere Blendenbilder vorhanden sind? Es sei, Abb. 647, ein optisches System S gegeben, das wir durch S' und S'' wiedergeben (jede Linse als Vertreter eines *Teiles* des Systems S zu denken, evtl. also mehrerer Linsen und Blenden), die Blenden seien

zwischen den Linsen des Systems S irgendwo angeordnet. $B_1 B_2$ ist eine davon. S' repräsentiert dann denjenigen Teil des optischen Systems S , der dieser Blende nach der Objektseite hin vorangeht, S'' denjenigen Teil, der nach der Bildseite hin auf sie folgt.

Als Beispiel kann der optische Apparat des Auges dienen (Abb. 649). In diesem optischen Gesamtsystem S steht eine Blende, die Iris J mit der Pupillenöffnung als einzige hier vorhandene Blende; nach der Objektseite geht ihr voran das System Kammerwasser A —Hornhaut C (hier der Systemteil S'), und nach dem Bildraume hin folgt ihr das System Kristalllinse L —Glaskörper Q (als Systemteil S''). Das Bild, das Kammerwasser und Hornhaut von ihr nach der Objektseite entwerfen, ist die Eintrittspupille des Auges, das Bild das Kristallwasser und Glaskörper von ihr (im Glaskörper) entwerfen, die Austrittspupille des Auges. — Um ganz streng zu sein, müssen wir „Eintrittspupille“ des Auges sagen, wo wir kurz von „Pupille“ sprechen.

Wie findet man nun diejenige Blende, die über die Öffnung der abbildenden Bündel entscheidet, die *wirksame* Blende? Antwort: Man denkt sich jede vorhandene Blende durch das ihr zugehörige S' nach der Objektseite hin abgebildet, nämlich nach $P_1 P_2$. Dann ist die für die Öffnung der abbildenden Bündel maßgebende Blende diejenige, deren *Bild* $P_1 P_2$ von dem zentralen *Objektpunkt* O aus unter dem kleinsten Schwinkel erscheint. Dieser Winkel ($2u$) heißt der *Öffnungswinkel* des Systems und die zu dem Raumwinkel $2u$ gehörige Basis des Strahlenkegels (mit O als Spitze) ist die *Eintrittspupille*. Alle im Objektraum nach ihr zielenden Strahlen können dann durch alle anderen objektseitigen Blenden-

bilder hindurch. Das durch S'' nach der Bildseite erzeugte Bild $P_1 P_2$ erscheint dann von dem zentralen *Bildpunkte* aus ebenfalls unter kleinerem Schwinkel als jede andere, es ist die *Austrittspupille* des Systems. Alle aus der Eintrittspupille in die Austrittspupille gehenden Strahlen können durch die bildseitigen Blendenbilder hindurch.

Um ein brauchbares Bild zu bekommen, muß man aber auch das abzubildende Objekt begrenzen — ebenfalls durch Blenden. (Bisher bedurfte es nach unserer Voraussetzung S. 566 keiner besonderen Ablendung.) Um die in dem optischen System dafür maßgebende Blende zu finden, verfährt man wie soeben beschrieben. Diejenige Blende, deren Bild von dem Mittelpunkt der *Eintrittspupille* P aus unter dem kleinsten Schwinkel erscheint, ist die hierfür maßgebende. Dieser Schwinkel selbst ($= 2w$) heißt der *Gesichtsfeldwinkel* des Systems. Die Blende wird die *Gesichtsfeldblende* genannt und begrenzt die äußersten Hauptstrahlen. Das Bild derselben Blende, durch den ihr nachfolgenden Teil des Systems nach dem Bildraume hin projiziert, erscheint dann von dem Mittelpunkt der Austrittspupille P aus ebenfalls unter kleinerem Schwinkel als alle anderen. — Das objektseitige Bild der Gesichtsfeldblende heißt nach M. v. ROHR die *Eintrittsluke* (EL), das bildseitige die *Austrittsluke* (AL), denn sie spielen für das optische Instrument dieselbe Rolle wie Luken oder Fenster für ein aus dem Zimmer ins Freie blickendes Auge. Fällt die Eintrittsluke mit dem Objekt zusammen und die Austrittsluke in die Ebene des Bildes, dann ist das Bild scharf begrenzt. Liegt aber das Objekt um einen gewissen Abstand von der Eintrittsluke entfernt, wie z. B. in Abb. 645, wo der Lupenrand die Eintrittsluke vertritt, so ist das Bild in der Mitte am hellsten und dort gleichmäßig hell, wird aber von da an nach dem Rande zu allmählich immer dunkler.

6. Die optischen Instrumente.

472. Photographische Kammer. Zu den optischen Instrumenten, die durch Linsen Bilder erzeugen, gehört auch das Auge. Wir besprechen aber vorher die photographische Kammer (Camera obscura), weil der optische Apparat des

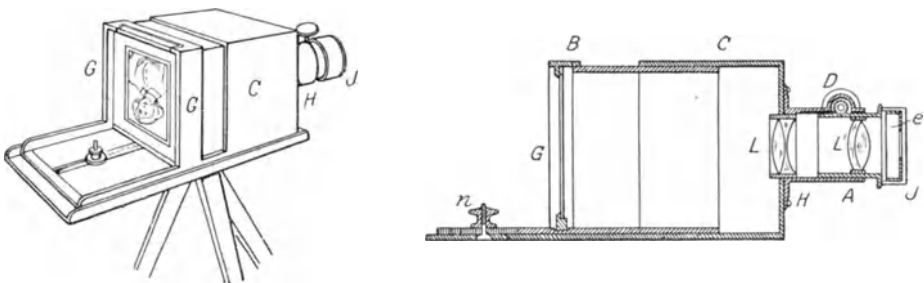


Abb. 648. Photographische Kammer einfachster Form.

(unbewegten) Auges eine natürliche Kamera ist, und weil sie einfacher ist. Die Abb. 648 zeigt die primitivste Form des Photographenkastens. Das Rohr HJ enthält die Linsen, die das Bild auf der Platte G erzeugen sollen. Da das Bild in anderem Abstände von der Linse entsteht, je nach dem Abstände des Objekts von ihr, muß man den Abstand der Platte G von der Linse ändern können. Deswegen ist die Länge des Kastens veränderbar, und die Linsen sind in dem Rohre verschiebbar angeordnet. Ist das Rohr auf den zu photographieren-

den Gegenstand gerichtet (sein Abstand von der Linse muß größer sein als deren vordere Brennweite), so rückt man *G*, eine mattierte Glasscheibe, so zur Linse, daß man auf ihr ein scharfes Bild des Gegenstandes sieht. Es ist ein verkleinertes Bild in den natürlichen Farben, steht aber auf dem Kopf und vertauscht rechts und links. Rückt der Gegenstand näher an die Linse, so entfernt sich das Bild von ihr; wenn wir die Platte *G* stehen lassen wollen, müssen wir die Linse von ihr weg und zu dem Objekt hinschieben, um auch *dann* das Bild scharf zu bekommen, und entsprechend, wenn sich der Gegenstand von der Linse entfernt. Ist die „Einstellung“ erledigt, so ersetzt man die Mattscheibe durch die lichtempfindliche Platte, auf der das Licht das photographische Bild hervorruft. — Die Photographenlinse war ursprünglich die einfache Bikonvexlinse. Von ihr hat eine lange Reihe von Verbesserungen zu photographischen Systemen (Anastigmaten) geführt, in denen die Fehler, die die Abbildungen stören, als beseitigt anzusehen sind. Aber kein System genügt allen Anforderungen *auf einmal*: Porträts z. B. verlangen, da sie in kürzerer Zeit aufgenommen werden müssen als Landschaften, lichtstärkere, also weiter geöffnete Bündel, für Landschaften genügen viel lichtschwächere, also engere Bündel, da man die Aufnahme viel länger ausdehnen kann.

473. Auge. Das (in seiner Höhle unbewegte) Auge wirkt wie eine natürliche Camera obscura. Dem innen geschwärzten Kasten entspricht der innen mit der schwarzen *Aderhaut* bedeckte *Augapfel* (Abb. 649). Seine äußerste Wand ist eine starke Haut *S*, die zum Teil als das „Weiße im Auge“ sichtbar ist. Dort, wo der

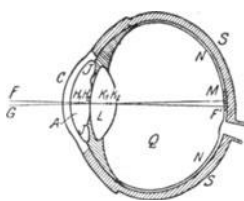


Abb. 649. Horizontalschnitt durch das rechte Auge.

Photographenkasten das Rohr mit den Linsen trägt, ist der Augapfel von der vollkommen durchsichtigen, wie ein Uhrglas gewölbten *Hornhaut C* abgeschlossen. Dahinter liegt (3,5 mm davon) die *Kristalllinse L*; sie bildet zusammen mit der Hornhaut den hauptsächlichsten Teil des brechenden Systems, das den Photographenlinsen entspricht. Der Blende vor der Linse im Photographenkasten, die die Schärfe des Bildes steigern soll, entspricht im Auge die *Iris J* oder Regenbogenhaut, nach deren Farbe man das Auge braun, blau usw. nennt. Die Öffnung in der Iris, die Pupille, erweitert

und verengt sich automatisch, je nachdem sie von schwächerem oder stärkerem Licht getroffen wird. Im Mittel ist ihr Durchmesser 4 mm; er vergrößert sich äußerstenfalls bis zu 10 mm. — Der lichtempfindlichen Platte entspricht die *Netzhaut N*, die den Augenhintergrund wie eine Tapete überzieht; zwischen ihr und der Kristalllinse, den ganzen Zwischenraum ausfüllend, liegt der Glaskörper *Q*. Der Raum zwischen der Kristalllinse und der Hornhaut ist mit Flüssigkeit angefüllt (vordere Augenkammer *A*). Das brechende System des Auges reicht somit von der Hornhaut bis zur Netzhaut und besteht aus sehr verschiedenen brechenden Medien. Für gewisse theoretische Untersuchungen kann man es durch ein homogenes, von *einer* brechenden Kugelfläche begrenztes Medium ersetzt denken, dessen Brechungsindex etwa $\frac{103}{77}$ ist, das *reduzierte Auge* (LISTING).

Wenn man einen Gegenstand „anblickt“, so entsteht auf der Netzhaut ein umgekehrtes verkleinertes Bild davon. Das Auge auf einen Gegenstand „richten“, heißt: dafür sorgen, daß sein Bild auf einen *bestimmten* Teil der Netzhaut fällt — auf die *Netzhautgrube*, die ihrer Farbe wegen *der gelbe Fleck* heißt. Aber etwas „ansehen“ heißt noch nicht es *scharf* sehen. *Dazu muß das Bild auf der Netzhaut selber scharf sein, und dazu wieder muß die Linse einen bestimmten Abstand von der Netzhaut und dem Objekt haben.* Im Photographenkasten kann man die *Linse* zwischen Platte und Objekt verschieben, um auf nähere

oder entferntere Gegenstände scharf „einzustellen“, oder man kann auch die *Platte* von der Linse weg und zu ihr hinschieben. Ganz anders das Auge! Es ändert die *Form* der Linse, je nachdem sie einen näheren oder einen ferneren Gegenstand abbilden soll. Die Vorderseite der Linse krümmt sich stärker, wenn sie einen nahen, und flacht sich ab, wenn sie einen fernen Gegenstand abbildet. Man nennt diese Einstellungsfähigkeit des Auges *Akkommodation*; die Grenzen, innerhalb deren es *akkommodieren* kann, seine *akkommodationsbreite*. Im normalen Auge kann die Linse durch die Veränderbarkeit ihrer Krümmung jede Linse zwischen 4 cm und 2 cm Brennweite ersetzen. (Wir fühlen die Formänderung als Anstrengung, wenn wir kurz hintereinander einen sehr nahen und dann einen sehr fernen Gegenstand ansehen.)

Der optische Apparat des Auges ist keineswegs vollkommen. Selbst das leistungsfähigste Auge leidet an mannigfachen Fehlern, und obendrein bleiben die meisten Augen in dem oder jenem Punkt hinter dem normalen Auge zurück. Erstens entwirft auch das beste Auge scharfe Bilder auf seiner Netzhaut nur von solchen Dingen, die ihm nicht näher als etwa 15 cm liegen (*Nähepunkt*), und zweitens kann sogar im Bereiche des sonst normalen

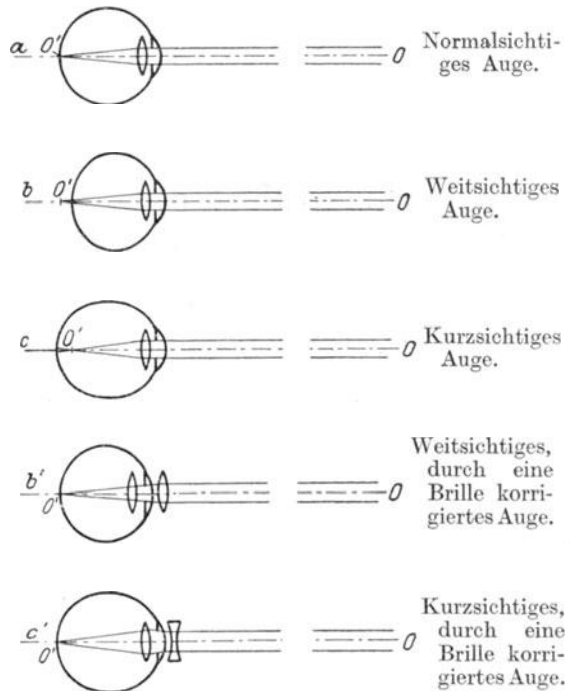


Abb. 650.

Sehens nicht *jedes* Auge ein Ding, z. B. den Punkt *O* in Abb. 650 *a*, *b*, *c*, scharf abbilden. Physikalisch heißt das: das (fehlsichtige, ametropische) Auge kann die Linse nicht so wölben, daß sie die Strahlen, die von *O* ausgehen, genau auf der Netzhaut vereinigt. Der Vereinigungspunkt *O'* liegt dann entweder vor (*c*) oder hinter (*b*) der Netzhaut. Auf der Netzhaut entsteht beide Male ein Zerstreungskreis (Abb. *b* und *c*). Solche Augen heißen *kurzsichtig* (*c*) oder *weitsichtig* (*b*): kurzsichtig, wenn der Schnittpunkt *O'* schon vor die Netzhaut, weitsichtig, wenn er erst dahinter fällt. Man muß also, um dem *kurzsichtigen* Auge zu helfen, dafür sorgen, daß die Strahlen *weniger stark* gebrochen werden — um dem *weitsichtigen* zu helfen, dafür sorgen, daß sie *stärker* gebrochen werden.

474. Brille. Zu dem Zweck setzt man vor das Auge eine Hilfslinse — eine Brille (Abb. 650 *b'* und *c'*). Sie wirkt so: Strahlen, die parallel einfallen, lenkt das normalsichtige Auge (*a*) so ab, daß sie nach ihrer Brechung ihren Vereinigungspunkt auf der Netzhaut haben; das kurzsichtige lenkt sie zu stark ab, das weitsichtige zu schwach. Um nun parallel einfallende Strahlen trotzdem auch in den beiden letzten Fällen auf der Netzhaut zu vereinigen, nimmt man ihnen, *ehe sie in das Auge eintreten*, ihren Parallelismus: man macht sie, ehe sie in ein

kurzsichtiges Auge eintreten, *divergent* (c'), ehe sie in ein weitsichtiges eintreten, *konvergent* (b') — das erste, indem man sie durch eine Konkavlinse gehen läßt [ihre Brennweite ist negativ, daher das Minuszeichen vor der Brillennummer¹⁾ der Kurzsichtigen]; das zweite, indem man sie durch eine Konvexlinse gehen läßt. Je nach dem Grade der Kurzsichtigkeit und der Weitsichtigkeit muß man die *Stärke* der Linse bemessen, die die Divergenz oder die Konvergenz der Strahlen groß genug macht, um den Vereinigungspunkt auf die Netzhaut zu bringen.

Ein anderer Fehler im optischen Apparat des Auges bewirkt, daß wir einen *Lichtpunkt strahlig* sehen, z. B. ferne Lichtflammen und besonders die Sterne. Wie allgemein der Fehler ist, zeigt die Bezeichnung einer strahligen Figur als einer sternförmigen. Augen, deren Linse durch Staroperation entfernt worden ist, sehen die Sterne *ohne* Strahlen. HELMHOLTZ schloß daraus, daß die Sternstrahlen in der Kristalllinse des Auges entstünden, und zwar sucht er den Grund im Gefüge der Linse. Nach GULLSTRANDS Ansicht lassen sich mit dieser Begründung wohl sechsstrahlige Sternfiguren erklären, nicht aber achtstrahlige, wie HELMHOLTZ sie beschreibt. GULLSTRAND hat bewiesen, daß die Strahlen mit den Richtungen gewisser Krümmungslinien zusammenfallen, die in einem Punkt auf der Achsenrichtung eines nichtastigmatischen Auges einmünden, und erklärt die entsprechende Beschaffenheit der Kristalllinse aus ihrer nicht spannungsfreien Aufhängung an dem Ziliarkörper.

Von der Beschaffenheit des Bildes auf der Netzhaut hängt auch die Deutlichkeit des Sehens ab. Die Fähigkeit des Auges, deutlich zu sehen, d. h. Einzelheiten eines Gegenstandes zu erkennen, seine *Sehschärfe*, ist begrenzt. Wir sehen z. B. den Mond in scharfen Umrissen, aber Einzelheiten auf seiner Oberfläche erkennen wir mit bloßem Auge nicht. Die Erkennung von Einzelheiten beruht auf der Unterscheidung der *einzelnen* Punkte eben *als* einzelner, mit anderen Worten: darauf, daß Punkte, die getrennt *sind*, auch als getrennt *erkannt* werden. Das Mosaik der Netzhaut bewirkt aber, daß das Auge zwei Punkte, die getrennt *sind*, nur unter einer bestimmten Bedingung auch getrennt *sieht*. Die Bedingung ist (durch die Mosaik-elemente der Netzhaut) im wesentlichen an die Größe des Gesichtswinkels geknüpft, unter dem der Abstand der beiden Punkte erscheint. Man denke sich von jedem aus eine Gerade zur Mitte der Pupille gezogen. Der Winkel, den sie bilden, ist der *Gesichtswinkel*, unter dem der Abstand der zwei Punkte erscheint: er muß eine bestimmte Größe haben (die für Augen verschiedener Beobachter sehr verschieden sein kann), damit die beiden Punkte eben noch als *getrennte*, also nicht in *einen* Punkt verschwommen, erscheinen. Zwei horizontal nebeneinander liegende Punkte, die 1 m vom Auge entfernt sind, müssen nach HELMHOLTZ mindestens etwa $\frac{1}{3}$ mm, und Punkte, die weiter vom Auge entfernt sind, entsprechend weiter auseinander liegen, um getrennt zu erscheinen, in 100 m Abstand $100 \cdot \frac{1}{3}$ mm, also etwa 33 mm. Ein Gegenstand, der unter einem noch kleineren Gesichtswinkel erscheint, zeigt dem *bloßen* Auge keinerlei Einzelheiten.

475. Lupe. Je näher wir den Gegenstand unserem Auge bringen, desto größer wird zwar der Gesichtswinkel, aber wenn der Gegenstand dem Auge näher liegt als der Nähepunkt, dann kann das Auge ihn nicht mehr *scharf* auf der Netzhaut abbilden (nicht *akkommodieren*) und bedarf dazu einer Hilfe. Das Hilfsmittel muß den Gegenstand, oder vielmehr sein Bild, in die Weite des

¹⁾ Man nennt den Bruch $1/f$ mit f als Brennweite der (gleichseitigen, dünnen) Brillenlinse die *Stärke* der Linse. Früher maß man f in Pariser Zoll und nannte die Brillennummer nach der Brennweite, z. B. ein Konkavglas von 10 Zoll Brennweite: —10. Jetzt nennt man die Stärke nach *Dioptrien*. Eine Dioptrie wird definiert durch eine Linse von 1 m Brennweite; eine Linse von $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{3}$, ..., $\frac{1}{n}$ m Brennweite nennt man eine Linse von 2, 3, ..., n Dioptrien. Genügend genau für die Praxis rechnet man die Zollzahl in die Dioptriezahl um, wenn man die Zahl 40 durch die Zollzahl dividiert. Der früheren Bezeichnung —8 entspricht z. B. die jetzige —5 Dioptrien.

deutlichsten Sehens (etwa 250 mm) rücken und gleichzeitig dem Gesichtswinkel die erforderliche Größe geben. Diese Aufgabe erfüllt die Lupe (das Vergrößerungsglas), eine Konvexlinse, die man dicht vor das Auge bringt, um das Objekt zu betrachten. Man bringt der Linse das Objekt näher, als ihr vorderer Brennpunkt liegt; sie entwirft dann von dem Objekt ein vergrößertes, aufrechtes Bild jenseits des vorderen Brennpunktes, also jenseits des Objektes (Abb. 651). Das Auge sieht das Objekt unter größerem Gesichtswinkel und scheinbar in größerem Abstände als ohne die Lupe. Das Verhältnis dieses größeren Gesichtswinkels, unter dem das Objekt im Abstände der deutlichsten Sehweite (250 mm) erscheint, zu dem kleineren, unter dem es dem bloßen Auge an demselben Orte erscheinen würde, heißt die subjektive Vergrößerung der Lupe. Die Vergrößerung des Bildes im Vergleich mit dem Objekt folgt aus der Linsenformel für die bikonvexe Linse $1/b + 1/a = 1/f$.

Wir nehmen die Linse wieder unendlich dünn an; da das Bild links von ihr liegt, ist der Bildabstand b , hier die deutliche Sehweite, *negativ*.

Aus

$$\frac{1}{a} - \frac{1}{b} = \frac{1}{f} \quad \text{folgt} \quad a = \frac{b \cdot f}{b + f}.$$

$$\text{Aus Abb. 651 folgt} \quad \frac{\text{Bild}}{\text{Objekt}} = \frac{b}{a} = \frac{b}{\frac{b \cdot f}{b + f}} = \frac{b(b + f)}{b \cdot f} = \frac{b}{f} + 1.$$

Ist z. B. die deutliche Sehweite $b = 25$ cm, die Brennweite $f = 3$ cm, so ist die Vergrößerung $= 9,3$. — Denkt man sich das Objekt an die Stelle gerückt, an der das Bild entsteht, und den Gesichtswinkel dazu konstruiert, dann erkennt man, wieviel größer der Gesichtswinkel ist, unter dem das Auge das Lupenbild sieht, als der, unter dem es am selben Orte das Objekt sehen würde. Mißt man die Größe dieses Winkels an seiner trigonometrischen Tangente, so bekommt man für die Vergrößerung denselben Ausdruck, den wir auf anderem Wege abgeleitet haben. — Die Formel für die Vergrößerungszahl der Lupe zeigt, daß die Lupe desto stärker vergrößert, je kürzer ihre Brennweite f ist. Macht man aber die Brennweite kleiner und kleiner, so kommt man bald zu Linsen, deren Bilder teils wegen zu starker Aberration, teils wegen ihrer Dunkelheit unbrauchbar sind. Man kann diese Mängel umgehen, wenn man mehrere Linsen kombiniert wie in Abb. 652, die (im Vierfachen der natürlichen Größe) eine alte Konstruktion von ZEISS von 2 mm Brennweite zeigt. — Man benützt im allgemeinen eine Lupe höchstens für 30 fache Vergrößerung, für stärkere ausschließlich das zusammengesetzte Mikroskop.

Wir haben hier zwei Arten von Vergrößerung benützt. Das erstemal haben wir die lineare Größe des Bildes im Verhältnis zu der des Objektes senkrecht zur Hauptachse gemessen. Diese Vergrößerung heißt *Lateralvergrößerung* oder auch *Vergrößerung* schlechtweg. — Das zweitemal haben wir die Vergrößerung an den Tangenten zweier Winkel gemessen, die zwei konjugierte Strahlen (Abb. 651) mit der Achse bilden: dieses Verhältnis der Tangenten konjugierter Strahlachsenwinkel heißt das Konvergenzverhältnis oder die *Angularvergrößerung*. — Es gibt eine dritte Art Vergrößerung: Man betrachte in Abb. 626 a die Objekte 5 und 6 und ihre Bilder $5'$ und $6'$. Bei der dort angenommenen Lage der Objekte zu dem Brennpunkt F der Bikonvexlinse hat sich ihr gegenseitiger axialer (longitudinaler) Abstand in den größeren Abstand $5' 6'$ abgebildet. Das Verhältnis der Abstände $5 6$ und $5' 6'$ zueinander ist die *Tiefenvergrößerung*. Die beiden Abstände sind einander konjugiert, daher die Definition: Das Verhältnis

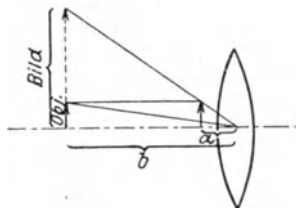


Abb. 651. Die Bikonvexlinse als Vergrößerungsglas (Lupe).



Abb. 652. Ein Dublet 120 fach; in vierfachem Maßstabe. (Einfaches Mikroskop.)

konjugierter Strecken im Objekt- und Bildraum heißt die Vergrößerung. Im speziellen heißt das Verhältnis von konjugierten Strecken auf der Hauptachse Longitudinal-, Axial- oder Tiefenvergrößerung (CZAPSKI). — Aus dem Eintreten der Tiefenvergrößerung folgt unmittelbar, daß bei einer Abbildung eines Objektes mit endlicher Tiefenausdehnung die Abbildung nur insoweit *scharf* ist, als die Objektpunkte in der der Bildebene konjugierten Ebene (Einstellebene) liegen. Davor oder dahinter liegende Objektpunkte werden durch ihre „Zerstreuungskreise“ (S. 556) im Bilde vertreten.

476. Mikroskop. Das zusammengesetzte Mikroskop (Abb. 653) — neben dem Metermaß, der Wage und dem Pendel wohl das wichtigste physikalische Instrument — heißt *zusammengesetzt* im Gegensatz zur Lupe, die man auch *einfaches* Mikroskop nennt. Es besteht aus zwei optischen Systemen *Ob* und *Oc*, räumlich getrennt und in der optischen Wirkung ganz verschieden (S. 577, Fußn.) voneinander, aber zu einem System verbunden, etwa so, wie die kleine Linse und die große Linse im Opernglase. Die beiden Systeme — sie heißen Objektiv und Okular, weil das eine dem Objekt, das andere dem Auge zugewendet ist — sitzen in einem zylindrischen Rohr an je einem Ende. Jedes besteht aus mehreren Linsen, beide haben aber eine gemeinsame optische Achse, und diese ist mit der Rohrachse identisch. Das Rohr, der *Tubus* (gewöhnlich aus Messing) ist innen matt geschwärzt, um Lichtreflexe zu vermeiden.

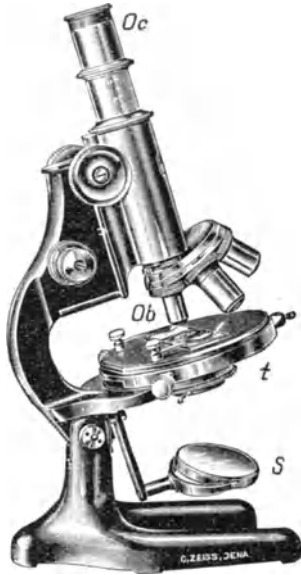


Abb. 653. Zusammengesetztes Mikroskop.

Die einander zugewendeten Brennpunkte, d. h. der obere des Objektivs und der untere des Okulars, bekommen einen gewissen Abstand voneinander, in den Mikroskopen von ZEISS einen Abstand von etwa 180 mm. ABBE nennt ihn die optische Tubuslänge. (Nicht zu verwechseln mit der Tubuslänge *selber*, d. h. der Länge des *Rohres*, in dessen Enden Objektiv und Okular sitzen, und das bei den ZEISS-Mikroskopen etwa 160 mm lang ist, übrigens aber von Land zu Land zwischen 150 und 300 mm schwankt.)

Schon diese Verbindung von zwei optischen Systemen und das Auseinanderrücken ihrer einander zugewandten Brennpunkte auf einen gewissen Abstand macht das zusammengesetzte Mikroskop der Lupe überlegen. Nennt man die Brennweite der beiden Systeme F und f und den Abstand ihrer Brennpunkte d , so haben sie verbunden die Brennweite $\frac{F \cdot f}{d}$.

Hat jedes System z. B. die Brennweite 15 mm, und ist die optische Tubuslänge 180 mm, so haben sie verbunden die Brennweite $\frac{5}{4}$ mm. (Um d noch vergrößern, also die Brennweite noch verkleinern zu können, macht man den Tubus wie ein Fernrohr ausziehbar.) Ein Instrument, das eine so kleine Brennweite haben soll, ist einfacher aus zwei Systemen zusammenzusetzen, von denen jedes eine viel größere Brennweite hat. — Die Auseinanderrückung der beiden Systeme verschafft dem Mikroskop noch einen Vorteil vor der Lupe: das Objekt liegt weiter weg vom Auge, und das ist beim Mikroskopieren zum Schutze des Auges oft erwünscht. — Ferner: man ist nicht an *ein* Objekt und auch nicht an *ein* Okular gebunden, sondern kann Objektive und Okulare von längerer oder von kürzerer Brennweite in den Tubus einsetzen, kann also mit demselben Mikroskop die verschiedensten Vergrößerungen erzielen.

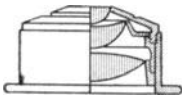


Abb. 654. ABBE'scher Kondensator.

Wie man das zu beobachtende Objekt beleuchten muß, richtet sich danach, ob es durchsichtig oder undurchsichtig ist. Undurchsichtige Objekte verlangen im wesentlichen keine

andere Beleuchtung als vor der Lupe, *durchscheinende* — das sind die meisten — muß man *durchleuchten*. Für gewöhnliche Beobachtungen genügt dazu der in allen Richtungen verstellbare Spiegel S unter dem Objektstisch t . Die starken Mikroskope aber und die bis an die Grenze der Mikroskopie gehenden Beobachtungen verlangen besondere Beleuchtungssysteme, namentlich den **ABBESCHEN** Kondensator (Abb. 654). Es sind im wesentlichen Objektive, die man unter dem Objektstisch so anbringt, daß sie ihre Linsen dem Lichte in umgekehrter Reihenfolge zum Durchlaufen darbieten wie das wirkliche Objektiv im Tubus.

Die Wirksamkeit des Mikroskops erklärt sich so: Das Objektiv (der Übersicht halber durch eine Linse ersetzt) verhält sich dem Objekt $O_1 O_2$ gegenüber — wir setzen es undurchsichtig und beleuchtet voraus¹⁾ — gerade so wie eine photographische Linse dem zu photographierenden Objekt gegenüber. Es entwirft (wenn wir zunächst von dem Okular absehen) von dem Objekt ein umgekehrtes Bild $O_2 O_1$, das reell, also evtl. auf einer Platte auffangbar ist (daher für die Mikrophotographie verwendbar — ein weiterer Vorteil des Mikroskops vor der Lupe). — Aber ein wesentlicher Unterschied besteht zwischen der Photographenlinse und dem Mikroskopobjektiv: die Photographenlinse entwirft unter normalen Verhältnissen ein *verkleinertes* Bild des Gegenstandes vor der Linse, das Objektivsystem des Mikroskops ein *vergrößertes*. Denn beim Mikroskopieren liegt das Objekt dem Objektiv so nahe, daß es nur um sehr wenig mehr als um die Brennweite davon absteht, aber beim Photographieren ist das Objekt um mehr als um die doppelte Brennweite von der Linse entfernt. (Siehe S. 550, über den Einfluß auf die Bildgröße.) Das von dem Objektiv entworfene, in der Luft schwebende reelle Bild dient nun dem *Okular* als *Objekt*. Das Okular — auch dieses der Übersicht halber durch eine Linse ersetzt — bekommt einen solchen Abstand, daß es dem vom Objektiv entworfenen Bilde $O_2 O_1$ gegenüber als Lupe wirkt: es entwirft ein aufrechtes, vergrößertes, virtuelles Bild $O'_2 O'_1$ davon. Da das Lupenbild dieselbe Lage hat wie das Lupenobjekt, so *bleibt* das von dem Mikroskopobjektiv entworfene Bild, das ja umgekehrt war, umgekehrt: was man also im Mikroskopbilde *rechts* sieht, liegt im Objekt links; was *vor* der Tubusachse zu liegen scheint, liegt tatsächlich dahinter.

Die Abb. 655²⁾ zeigt den Strahlengang, d. h. den Gang der *Hauptstrahlen* im Mikroskop, die von dem Objekt $O_1 O_2$ ein Bild $O'_2 O'_1$ entwerfen, das das Auge sieht: das Objektiv (hier aus zwei Linsen bestehend) würde, wenn das Okular nicht da wäre, ein reelles Bild bei $O_2 O_1$ entwerfen. Die untere Okularlinse bewirkt aber, daß es an die Stelle $O'_2 O'_1$ fällt. Dieses reelle Bild betrachtet das Auge durch die obere Okularlinse. Es sieht sein virtuelles Bild $O'_2 O'_1$. Begrenzt wird die Öffnung der vom Objekt kommenden Strahlenbündel stets im Objektiv. Bei dem Strahlengange der Abb. 655 liegt zu dem Zweck eine Blende BB zwischen den Objektiv-

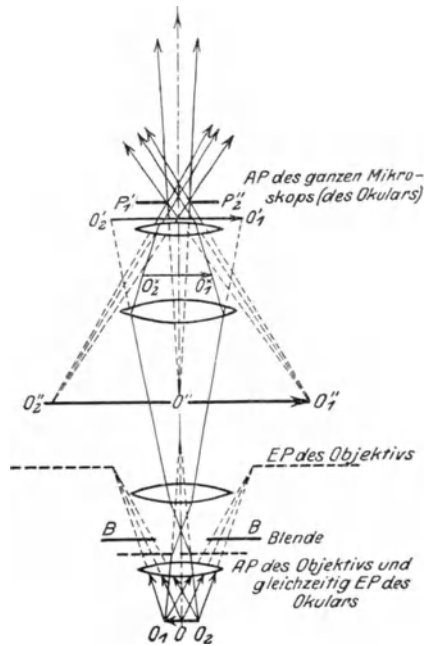


Abb. 655. Der Strahlengang im Mikroskop. Von den *Objektpunkten* $O_1 O_2$ sind Strahlen bis zur vordersten Linse hin angegeben; sie zielen nach den *Rändern* der *EP*. Von den *Bildpunkten* $O'_2 O'_1$ sind Strahlen nach den *Rändern* der *AP* des Okulars gezogen. Durch den Vergleich der Öffnung der vom Objekt und der vom Bild kommenden Strahlenbündel, unter gleichzeitiger Berücksichtigung der Größe des Objekts und der des Bildes, bekommt man eine Vorstellung von der Verschiedenheit der Objektiv- und der Okularfunktion. (Siehe Fußnote S. 577.)

Es sieht sein virtuelles Bild $O'_2 O'_1$. Begrenzt wird die Öffnung der vom Objekt kommenden Strahlenbündel stets im Objektiv. Bei dem Strahlengange der Abb. 655 liegt zu dem Zweck eine Blende BB zwischen den Objektiv-

¹⁾ Nur wenn das Objekt ein selbstleuchtendes ist, kommt sein Bild so zustande wie in der photographischen Kammer. Das mikroskopische Bild eines durchleuchteten Objektes ist nach der **ABBESCHEN** Theorie eine Beugungserscheinung [485].

²⁾ Aus **CZAPSKI-EPPENSTEIN**: Grundzüge der Theorie der optischen Instrumente nach **ABBE**.

linsen; ihr Bild (punktiert darüber) bildet die EP des Objektivs. Das ist nicht in jedem Mikroskop so. Bei den starken Mikroskopen geschieht die Begrenzung durch die unterste Objektivlinse (Frontlinse) oder auch durch die Fassung einer der anderen Linsen im Objektiv. — Bei $P_1' P_2'$ entsteht die AP des Mikroskops; bringt man das Auge hierhin, so treten die sämtlichen wirksamen aus dem Mikroskop kommenden Strahlen hinein. Wenn man aus einigem Abstände von oben auf das Okular sieht, sieht man die AP als einen hellen Kreis darüber. Das Gesichtsfeld, also die Größe des abgebildeten Objektteils, wird stets durch das Okular begrenzt, und zwar dadurch, daß man an die Stelle, an der das reelle Bild $O_2^* O_1^*$ entsteht, eine Blende legt, die so viel von dem Bilde frei läßt, wie bei der Beobachtung durch das Okular als Lupe gleichmäßig hell erscheint, die dunklere Randzone aber bedeckt (siehe [470.]).

Aus der Brennweite des Mikroskops $\frac{F \cdot f}{d}$ folgt für die *Gesamtvergrößerung* N durch das Mikroskop — wir übergehen den Beweis — die Formel: $N = \frac{d}{F} \cdot \frac{l}{f}$, worin l wie bei der Lupe die Weite des deutlichsten Sehens (250 mm) ist. Ein Objektiv von 2 mm Brennweite z. B. gibt zusammen mit einem Okular von 10 mm Brennweite die Vergrößerung

$$N = \frac{180}{2} \cdot \frac{250}{10} = 2250.$$



Die Vergrößerung muß in bestimmter Weise auf das Objektiv und das Okular verteilt werden, um zweckmäßig zu sein. Es ist aber zwecklos, die Vergrößerung über ein gewisses Maß hinaus (etwa $N = 1700$) zu steigern. Teilchen *unter* einer gewissen Größe (etwa 0,003 mm) sind auch unter den günstigsten Umständen nicht zu erkennen. Es hängt das mit der *Entstehung* des mikroskopischen Bildes als eines Beugungsbildes [485.] zusammen.

Berechnen kann man die Vergrößerung offenbar nur, wenn man F und f kennt. Andernfalls muß man die Vergrößerung *messen*, z. B. mit einem *Objektmikrometer*, einem in 0,01 mm geteilten Maßstab von 1 mm Länge als mikroskopisches Objekt. Betrachtet man dieses Millimetermaß im Mikroskop und zeichnet man mit einer Camera lucida (S. 526) sein Bild nach, so kann man den Abstand zweier Nachbarstriche des *Bildes* mit einem gewöhnlichen Maßstabe messen, man erfährt dann, wievielfach *dieser* Abstand ist als der entsprechende des Millimetermaßes im Mikroskop.

Abb. 656. Die Zusammensetzung eines Mikroskopobjektivs aus achromatischen, sphärisch korrigierten Einzellinsen.

Was wir im Mikroskop erreichen wollen, ist eine *möglichst starke* Vergrößerung des Objektes. Deswegen bekommen Objektiv und Okular möglichst kurze Brennweiten. Aber der Zweck des Mikroskops ist: die äußersten *Details* eines Objektes erkennbar zu machen, sie „aufzulösen“. Erfahrungsgemäß löst caet. par. dasjenige Mikroskop am stärksten auf, das den größten *Öffnungswinkel* hat, d. h. bei dem die Öffnung der von den Objektpunkten in das Objektiv geschickten Strahlenbündel am größten ist¹⁾.

Durch die Vergrößerung der Öffnung erhöht sich aber die Schwierigkeit, das Bild scharf zu machen, d. h. die Schwierigkeit, die *Aberrationen* zu beseitigen. Theorie und Erfahrung haben dazu geführt, für die starken Mikroskope das Objektiv im wesentlichen so auszuführen, wie die Abb. 656 zeigt. Diese Form ist der Ausgangspunkt für das moderne Mikroskopobjektiv (AMICI).

Der Objektpunkt F schickt ein weitgeöffnetes Strahlenbündel auf die *Frontlinse*. Sie bricht die Strahlen so, daß sie bei ihrem Austritt von dem Punkt F^1 herzukommen scheinen,

¹⁾ Die möglichste Vergrößerung dieses Winkels ist das erste Postulat bei der Konstruktion des Mikroskops für die Steigerung seiner Wirkung (CZAPSKI).

d. h. sie erzeugt das virtuelle Bild F^1 . Dieses Bild ist Objekt für die zweite Linse: sie entwirft von F^1 das virtuelle Bild F^2 , und erst die dritte Linse entwirft das *reelle* Bild, das der Beobachter durch das Okular betrachtet. Jede der drei Linsen vermindert die Divergenz der Strahlenbündel, wie die immer spitzer werdenden Winkel bei F , F^1 und F^2 zeigen. Die einzelnen Linsen sind achromatisch, sie bringen die Brennpunkte von zwei Farben des Spektrums an denselben Punkt; für die Beobachtung mit dem Auge Grün und Gelb, für die Photographie Blau und Violett. Sie beseitigen hierdurch (S. 553) die farbigen Säume, die das Bild undeutlich machen würden. — Weit übertroffen werden die *Achromate* durch die *Apochromate* Abb. 657 (ABBE, 1886). Sie bringen (S. 553) die Brennpunkte von *drei* Farben des Spektrums in *einen* Punkt und beseitigen die das Bild fälschende Färbung bis auf einen praktisch unschädlichen Rest. Überdies beseitigen sie die *sphärische* Aberration für *drei* und damit praktisch für alle Farben des sichtbaren Spektrums, in den anderen Objektiven ist sie nur für *eine* Farbe beseitigt.

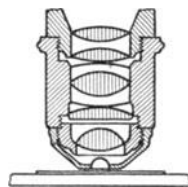


Abb. 657.
Apochromat.

Um die Leistung des Mikroskops möglichst zu steigern, muß man den Winkel der Strahlenbündel möglichst groß machen, die in die Frontlinse treten (S. 576). Aber dieser Winkel ist nicht das einzige Element, das die Leistung steigert. Eine theoretische Untersuchung (ABBE und HELMHOLTZ unabhängig voneinander, 1873 und 1874) hat gelehrt: ist d der *kleinste* Abstand zweier Punkte, die man mit einem optisch vollkommenen Objektiv noch als getrennt erkennt, so ist $d = \frac{\lambda}{n \cdot \sin \alpha}$. Hierin ist α der

halbe Öffnungswinkel (Abb. 658) der eintretenden Bündel, n der Brechungskoeffizient des Mediums, das das Objekt von der Frontlinse trennt (für *gewöhnlich* also der Luft, $n = 1$) und λ die Wellenlänge des Lichtes, das das Objekt beleuchtet und vom Objekt her in das Mikroskop tritt. Der Nenner $n \cdot \sin \alpha$ heißt nach ABBE die *numerische Apertur* — einer der *wichtigsten Begriffe in der Theorie des Mikroskops*. Kurz: Um die Leistungsfähigkeit des Mikroskops so weit wie möglich hinauszuschieben, muß man die *numerische Apertur* des Mikroskops $n \cdot \sin \alpha$ möglichst groß und die *Wellenlänge* λ möglichst *klein* machen.

Um die *numerische Apertur* $n \sin \alpha$ *möglichst groß* zu machen, muß man n und $\sin \alpha$ möglichst groß machen. Während α von 0° bis 90° wächst, wächst $\sin \alpha$ von 0 bis 1. Man kann aber — da zwischen Objektiv und Objekt ein gewisser Abstand bleiben muß — α höchstens ungefähr bis 70° , d. h. $\sin \alpha$ bis 0,95 steigern. *Noch* weiter steigern kann man also die Apertur nur dadurch, daß man n vergrößert. Man füllt zu dem Zweck den Raum zwischen Objekt und Objektiv durch ein Medium aus, das einen größeren Brechungsindex hat als die Luft. Man benützt dazu gewisse Flüssigkeiten, von denen man einen Tropfen zwischen Objektiv und Deckglas bringt (das das Objekt bedeckt), so daß er beide benetzt. So entsteht das *Immersionssystem* (Gegensatz: Trockensystem). — Zuerst benutzte man — ehe man die Bedeutung der numerischen Apertur erkannt hatte — als Immersionsflüssigkeit Wasser (AMICI, 1840) anstatt der Luft zwischen Objekt und Objektiv, weil das Licht, wenn es vom Objekt zum Objektiv geht, dann weniger Reflexion an der Frontlinse erfährt, also auch weniger geschwächt wird. Später (1878) führte ABBE die homogene Immersion ein, d. h. die Immersion, die in *optischer* Hinsicht *homogen* ist. Bei ihr ist der Brechungsquotient des Objektivs, der der Immersionsflüssigkeit (Zedernholzöl mit $n = 1,51$ — $1,52$) und der des Deckglases *gleich* groß, die schädliche Reflexion dadurch *vollkommen* vermieden, und der Brechungsindex des Mediums *noch* höher als der des Wassers. Die Apertur beträgt dann maximal 1,40 (für Wasserimmersion 1,25). Die stärkste Apertur, die bisher erzielt worden ist (CZAPSKI), beträgt 1,60 mit Monobromnaphthalin; sie ist nur für ganz besondere Fälle benutzbar. — Um die *Wellenlänge* λ *möglichst klein* zu machen, muß man rein blaues Licht benutzen. Kleinere Lichtwellen sind nicht mehr sichtbar. Man kann zwar das Bild noch photographisch aufnehmen, aber auch *dafür* ist eine Grenze gezogen, das Glas läßt Licht von einer gewissen Kleinheit der Wellenlänge nicht mehr hindurch. — Die Grenze des mit dem Mikroskop gegenwärtig Erreichbaren ist in gewissem Sinne erweitert worden durch die Sichtbarmachung ultramikroskopischer Teilchen [485.].

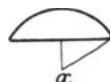


Abb. 658. Zur
numerischen
Apertur.

Das Objektiv ist entscheidend für die Leistung des Mikroskops. Aber auch das Okular muß bestimmte Anforderungen¹⁾ erfüllen, um die geforderte Bild-

¹⁾ Die Anforderungen an das Objektiv und an das Okular als Bilderzeuger unterscheiden sich so: das Objektiv soll ein Objekt abbilden, das sehr klein ist im Verhältnis zu seiner Brennweite, soll aber mit sehr weit geöffneten Bündeln arbeiten. Das Okular dagegen soll ein Objekt abbilden, das nur sehr enge Bündel auf die Linse schickt, das aber groß ist im Vergleich mit der Brennweite.

qualität zu liefern. Man benützt fast überall das HUYGHENSSche Okular (Abb. 659). Das von dem Objektiv entworfene Bild fällt *zwischen* die beiden Linsen. Die dem Objektiv zugewandte Linse, die *Kollektivlinse*, greift in einer bestimmten Art in den Gang der vom Objekt kommenden Strahlen ein, um das Bild an einen für die Beobachtung erwünschten Ort zu verlegen. Als Lupe wirkt nur die dem Auge zugewandte Linse, die *Augenlinse*.

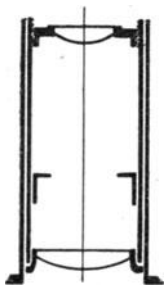


Abb. 659.
Okular nach
HUYGHENS.

477. **Fernrohr.** Lupe und Mikroskop machen dem Auge Dinge deutlich, die man ihm wegen ihrer *Kleinheit* zu nahe bringen müßte, um sie ihm unter genügend großem (S. 572) Gesichtswinkel zu zeigen, nämlich so nahe, daß seine Akkommodation nicht ausreicht (S. 572). Das Fernrohr dagegen macht ihm solche Dinge deutlich, die es, wie z. B. die Gestirne, ihrer *Ferne* wegen unter zu kleinem Gesichtswinkel sieht, die man ihm aber aus physikalischen Gründen nicht näher bringen kann.

Auch ein Fernrohr (wir sehen hier von den Spiegelfernrohren ab) besteht (Abb. 660) aus einer Sammellinse $O b$ als Objektiv und einem Okular $O c$ an den Enden eines Zylinderrohres, dessen Achse zugleich die optische Achse der Linsen ist. Das Objektiv verhält sich dem Dinge $A B$ gegenüber, auf das man es richtet, wie eine Photographenlinse: es entwirft von ihm nahe bei seinem hinteren Brennpunkte ein Bild $b a$, umgekehrt, reell und verkleinert (weil das Objekt sehr viel mal



Abb. 660. Astronomisches Fernrohr.

weiter von der Linse absteht als der vordere Brennpunkt). In dem von KEPLER (1611) stammenden Fernrohren wirkt das Okular dem Bilde $b a$ gegenüber (wie im Mikroskop) als Lupe: es entwirft von ihm ein Bild $b' a'$, virtuell, vergrößert und aufrecht. Das Fernrohrbild *bleibt* also umgekehrt. Man sieht daher durch dieses Fernrohr rechts in links und oben in unten verkehrt und benützt es deswegen nur als *astronomisches Fernrohr*.

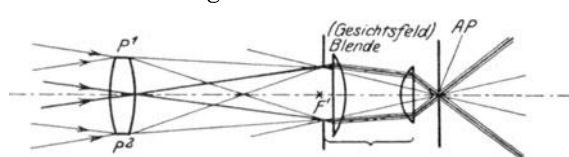


Abb. 661. Strahlengang im astronomischen Fernrohr.

Für terrestrische Beobachtungen benützt man ein Fernrohr, das das umgekehrte Bild noch einmal umkehrt, also dem Objekt gleich richtet. Ein Linsensystem (DOLLOND, FRAUNHOFER) zwischen Objektiv und Okular ist ein nahe liegendes Mittel dazu, aber es macht das *terrestrische Fernrohr* sehr lang und sehr schwer, terrestrische Fernrohre sollen aber als *Handfernrohre* dienen. Ein anderer Kunstgriff verhilft uns zu einem aufrechten Bilde (zuerst von dem Niederländer LIPPERHEY 1608, ein Jahr später, aber unabhängig, von GALILEI erfunden): man benützt (Abb. 662) als Okular eine Bikonkavlinse B , und zwar in solchem Abstand von dem Objektiv O , daß die daraus austretenden Strahlen das Okular treffen, *ehe sie einander kreuzen*. (Erst dadurch, daß Strahlen einander kreuzen, kehren sie das Bild um.) Dann entsteht nur ein virtuelles, aber ein aufrechtes Bild. Dieses holländische (oder GALILEISche) Fernrohr kennt jeder vom Opernglase her als binokulares, d. h. als Fernrohr für beide Augen gleichzeitig.

Im astronomischen Fernrohr legt man den hinteren Brennpunkt F' des Objektivs fast mit dem vorderen des Okulars zusammen, um das reelle Bild im Brennpunkt des Objektivs mit dem Okular als Lupe betrachten zu können. Seine Länge ist daher fast genau gleich der Summe der beiden Brennweiten. [Das Okular (Abb. 661 rechts) ist gewöhnlich das von RAMSDEN, ähnlich dem von HUYGHENS aus zwei plankonvexen Linsen. Man kann es für die folgenden Betrachtungen durch eine Bikonvexlinse ersetzt denken.] Im holländischen Fernrohr dagegen legt man den hinteren Brennpunkt des Objektivs fast mit dem vorderen des bikonkaven Okulars zusammen. Seine Länge ist daher fast genau gleich der Differenz der Brennweiten. NB! Der vordere Brennpunkt der Bikonkavlinse liegt rechts, wenn das Licht von links kommt (entgegengesetzt wie bei der Bikonvexlinse).

Dieser Unterschied im Bau der beiden Fernrohre hat für jedes ein unterscheidendes Merkmal zur Folge, das den Strahlengang in ihm bestimmt. In das Rohr gelangen die Strahlen nur durch das Objektiv. Dem Okular gegenüber ist die Objektivfassung ein Objekt, wie es jede Blende ist — und durch das Bild, das das Okular von dem Fassungsrande entwirft, müssen die aus dem Fernrohr austretenden Strahlen alle hindurch. (Ob sie alle in das Auge des Beobachters treten, ist eine andere Frage.) Dieses Bild ist im astronomischen Fernrohr reell und liegt diesseits des Okulars (bei AP), d. h. außerhalb des Rohres, so daß man seine Augenpupille hineinbringen kann. (Sieht man in der Richtung der Fernrohrachse aus einigem Abstand nach dem Okular hin, so sieht man es als helle Kreisscheibe vor dem Okular schweben.) Es ist kleiner als die Pupille, in das Auge treten daher, wenn es durch das Fernrohr sieht, *alle* in diesem Bilde einander schneidenden Strahlenbündel, also *alle* durch das Objektiv eintretenden Strahlen. Dieses Bild der Objektivfassung ist die Austrittspupille des astronomischen Fernrohres, die Objektivöffnung selber daher Eintrittspupille. Ihr Durchmesser bestimmt die Öffnung der vom Objekt kommenden zum Bilde beitragenden Strahlenbündel, und damit im Zusammenhange seine Helligkeit und sein Auflösungsvermögen, er ist für das astronomische Fernrohr das, was die Apertur für das Mikroskop ist. Daher die Riesenrefraktoren, wie der Refraktor der Yerkes-Sternwarte mit 102 und der Lick-Sternwarte mit 91 cm Objektivdurchmesser!

Im holländischen Fernrohr dagegen ist das Bild der Objektivöffnung virtuell und liegt (Abb. 662) jenseits des Okulars (bei P^1P^2), d. h. innerhalb des Rohres, man kann seine Augenpupille daher *nicht* an den Ort dieses Bildes bringen.

(Im Opernglase sieht man es scharf, wenn man aus angemessenem Abstand hindurchsieht, dagegen unscharf, wenn man, wie beim Gebrauch des Glases, das Auge an das Okular legt und eine helle Fläche, etwa

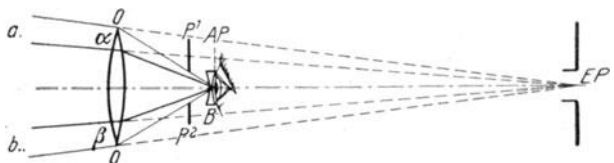


Abb. 662. Strahlengang im holländischen Fernrohr.

den Himmel, ansieht.) Das Bild der Objektivfassung ist im holländischen Fernrohr größer als die Augenpupille, sie taucht in den Lichtkegel ein und schneidet so viel aus ihm heraus, wie sie aufnehmen kann: daher wird die Augenpupille zur Austrittspupille des holländischen Fernrohres (nicht das Bild der Objektivfassung), und daher das Bild, das das Fernrohr von ihr erzeugt, seine Eintrittspupille, es ist virtuell und vergrößert und liegt weit hinter dem Auge bei EP . Der Strahlengang im holländischen Fernrohr (der Gang der Strahlen durch die *Mitte* von AP und EP) ist daher

so wie in Abb. 662 dargestellt. Er ist grundverschieden von dem des astronomischen Fernrohres. Eine Folge davon ist z. B.: Im astronomischen durchkreuzen einander die wirksamen Bündel paralleler Strahlen alle im Objektiv, im holländischen dagegen durchkreuzen sie einander im Bild der Augenpupille, sie durchschneiden daher das Objektiv an *verschiedenen* Stellen (α , β). [Der üblichen falschen Darstellung nach (vgl. S. 564) kreuzen sich im holländischen Fernrohr die eintretenden wirksamen Strahlenbündel wie beim astronomischen in der Mitte des Objektivs.]

Gesichtsfeld des Fernrohrs. Unter Gesichtsfeld des Fernrohrs schlechtweg versteht man gewöhnlich das *scheinbare* (bildseitige). Es ist der Winkel, unter dem das Auge das Bild im Fernrohr sieht. Aber es gibt auch ein wahres (objektseitiges) Gesichtsfeld. Es ist der Winkel, unter dem das Auge von der Mitte der Eintrittspupille aus das Objekt sehen würde. [Das Verhältnis des ersten Winkels zu dem zweiten (des *scheinbaren Gesichtsfeldes* zum wahren) gibt die Vergrößerung des Fernrohrs an.] Das bildseitige Gesichtsfeld des astronomischen Fernrohrs ist das Gesichtsfeld des Okulars, das als Lupe das reelle Bild im Brennpunkt des Objektivs vergrößert. Das Gesichtsfeld der Lupe ist aber (S. 567) nur in einer Kreisscheibe von einem gewissen Durchmesser gleichmäßig hell, es wird randwärts immer dunkler. Man legt deswegen dorthin, wo das reelle Bild entsteht, in Abb. 660 bei ba , eine Blende, die nur seinen mittleren (hellsten) Teil frei läßt, d. h. den, der durch das Okular *gleichmäßig* hell erscheint. Sie begrenzt das (scheinbare) Gesichtsfeld: das bildseitige Gesichtsfeld ist der Winkel, unter dem sie von der Austrittspupille aus erscheint. Der Strahlengang im astronomischen Fernrohr — es ist der Gang der (stark angegebenen) *Hauptstrahlen* durch die Mitte der Austrittspupille AP und der Eintrittspupille EP — ergibt sich danach so, wie ihn Abb. 661 zeigt.

Im holländischen Fernrohr ist das wahre Gesichtsfeld der Gesichtswinkel, unter dem die Objektivöffnung erscheint, wenn man sich das Auge in der Eintrittspupille denkt. Das *scheinbare* Gesichtsfeld, d. h. das dem Auge unmittelbar zur Kenntnis kommende, ist gegeben durch den Winkel, unter dem das Auge beim Gebrauch des Fernrohrs das *Bild* der Objektivöffnung sieht. Die Gesichtsfeldblende liegt nicht am Orte des Bildes selbst und hat daher (wie beim Gesichtsfelde der Lupe erörtert) einen zentralen kreisförmigen Teil von konstanter und maximaler Helligkeit und um diesen einen Ring, in dem die Helligkeit randwärts bis Null abnimmt. Der Strahlengang im holländischen Fernrohr zeigt die Größe des Gesichtsfeldes abhängig von der des Objektivs. Zwei voneinander getrennte Objektpunkte (Abb. 662) wie a und b nehmen zu ihrer Abbildung voneinander getrennte Objektivteile α und β in Anspruch. Soll also das Sehfeld nicht gar zu klein sein, so muß man das Objektiv groß machen. Aber aus Gründen, die das Okular angehen, ist die Grenze dafür bald erreicht.

Die Vergrößerung im Fernrohr ist im astronomischen wie im holländischen Fernrohr — wir übergehen den Beweis — gleich der Brennweite F des Objektivs dividiert durch die Brennweite des Okulars: F/f . Deswegen macht man F möglichst groß und f möglichst klein. Die Vergrößerung der Operngläser macht man etwa dreifach, die der Refraktoren bis 250 fach. Wir wollen aber auch ein möglichst inhaltreiches Bild im Fernrohr sehen, verlangen also das Gesichtsfeld des Glases möglichst groß. Und ferner soll das Bild nicht dunkler sein, als der Gegenstand uns mit bloßem Auge erscheint. Hierin unterscheiden sich das astronomische und das holländische Fernrohr sehr auffallend.

ZEISSsches Prismenfernrohr. Das Gesichtsfeld des holländischen Fernrohrs ist *ungleichförmig* hell und bei den gebräuchlichsten Vergrößerungen (für das Theater etwa dreifach) im Durchmesser etwa $2\frac{1}{2}$ mal kleiner als das eines gleich stark vergrößernden astronomischen Fernrohrs. Stärkere Vergrößerungen machen sein Gesichtsfeld unbrauchbar klein. Ein terrestrisches Fernrohr, das noch handlicher ist als das holländische, und dabei ein ebenso großes Gesichtsfeld hat und ebenso stark vergrößert wie das astronomische, ist das *ZEISSsche Doppelfernrohr* für den Handgebrauch (Abb. 665). Es ist ein astronomisches Fernrohr, in dem ein Prismensystem Abb. 663 (PORRO, 1850) das vom Objektiv erzeugte Bild in die für terrestrische Beobachtungen gewünschte Lage herumdreht. Sein Grundgedanke ist folgender. Ein *aufrecht* stehender rechtwinkliger Winkelspiegel spiegelt ein vor ihm stehendes Objekt so ab: seine rechte Hälfte liegt *im Bilde* links und die linke rechts, oben und unten bleiben oben und unten; er bildet also Abb. 664 *a* in Abb. *b* ab. Bringt man den Spiegel *horizontal* vor das Objekt, so vertauscht er oben und

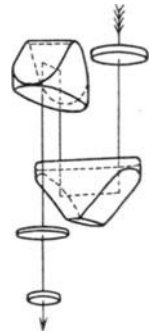


Abb. 663. Prismenumkehrsystem nach PORRO.

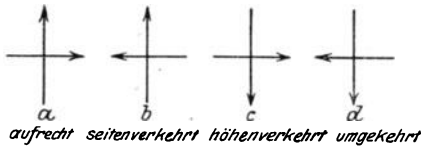


Abb. 664. Zur Wirkung des rechtwinkligen Winkelspiegels.

- a* Objekt.
- b* Bild zu *a*, wenn die Spiegelkante parallel zur Längsrichtung von *a*.
- c* Bild zu *a*, wenn die Spiegelkante quer zur Längsrichtung von *a*.
- d* Bild zu *a*, wenn *a* an einem parallel und an einem quergestellten rechtwinkligen Winkelspiegel gespiegelt wird.

unten, rechts und links bleiben rechts und links, er bildet also *a* in *c* ab. Spiegelt man daher das Objekt *a* erst an einem vertikalen, dann an einem horizontalen rechtwinkligen Winkelspiegel, so kommt es in die Lage *d*. Mit diesem Kunstgriff hat *ABBE* aus dem astronomischen Fernrohr ein terrestrisches gemacht: er spiegelt im astronomischen Fernrohr das durch das Objektiv erzeugte Bild an einer Verbindung von zwei solchen entsprechend gestellten Winkelspiegeln und betrachtet es dann durch das Okular. In Wirklichkeit erzeugt man aber nicht erst das umgekehrte Bild und spiegelt es dann,

sondern man läßt (Abb. 663) die Winkelspiegel die Richtung der aus dem Objektiv kommenden Strahlen entsprechend ändern, *ehe* die Strahlen das Bild erzeugen, so daß es aufrecht entsteht. Die Spiegel sind Ebenen in total reflektierenden Prismen, die Abb. 663 im einzelnen zeigt. Sie werfen die aus dem Objektiv kommenden Strahlen hin und her, um ihnen die erforderliche Richtung zu geben. Diese mehrfachen Spiegelungen machen den Strahlenweg \square -förmig, und das Rohr wird daher sehr kurz. Aber die Umformung des Strahlenweges verschiebt das Bild (und mit ihm das Okular) seitlich gegen die Achse des Objektivs. In einem Doppelfernrohr aus zwei solchen Rohren stehen die Objektive daher weiter auseinander als die Okulare; daher die Form Abb. 665. Das Auseinanderrücken der Objektive erhöht die Tiefenwirkung des Doppelfernrohrs wesentlich.

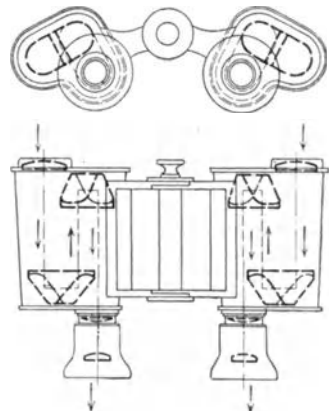


Abb. 665. Prismendoppelfernrohr nach *ABBE*.

B. Physikalische Optik.

Bisher hat uns nur der *Lichtstrahl* interessiert, seine Richtung und seine *Richtungsänderung* durch Spiegelung und durch Brechung. Der Strahl ist aber nur ein geometrischer Begriff, eine Gerade, die physikalische Bedeutung nur durch die Wellenfläche (S. 296) empfängt. Der bisher behandelte Teil der Optik heißt daher auch *geometrische* Optik.

Die bisherigen Ergebnisse beruhen auf der Voraussetzung, daß sich das Licht in gerader Linie fortpflanzt, nach einem bestimmten Gesetz gespiegelt und nach einem bestimmten Gesetz gebrochen wird. Eine Hypothese über die Mechanik des Lichtes wird daher nur dann lebensfähig sein, wenn sie mit *diesen* Gesetzen der Fortpflanzung, der Spiegelung und der Brechung vereinbar ist. Die *Wellentheorie* erfüllt diese Bedingung: die Gesetze für die Brechung und die Spiegelung werden durch das HUYGHENSsche Prinzip (S. 297) verständlich; die Geradlinigkeit der Fortpflanzung aus der Kleinheit der Wellenlänge (S. 500). — Wir haben bisher von den Lichtwellen nicht gesprochen, jetzt erst werden wir die *physikalische* Optik kennenlernen, die uns die Wellennatur des Lichtes zum Bewußtsein bringen wird.

1. Die Interferenzerscheinungen und die Beugung des Lichtes.

478. Interferenz des Lichtes. Die Vorstellung, daß das Licht eine Wellenbewegung ist, wird im besonderen dadurch gerechtfertigt, daß man planmäßig mit *Lichtwellen* denselben Vorgang herbeiführen kann, den die Abb. 293 an *Wasserwellen* beschreibt, und den wir auch vom Schall (S. 332 f.) kennen.

Kann man das nicht mit zwei beliebigen, voneinander getrennten leuchtenden Punkten erreichen, da ja jeder für sich ein System von Lichtwellen aussendet, das in das andere eingreift? Man kann das *nicht*, denn um die durch Abb. 293 beschriebene Erscheinung herbeizuführen, muß man an einem Punkte, der in Ruhe bleiben soll, die Ruhe in *jedem Augenblick* dadurch herbeiführen, daß die beiden Antriebe, die die Wellen dem Punkte erteilen, beide in *jedem Augenblick gleich* groß und einander entgegengesetzt gerichtet sind (und Entsprechendes gilt für die Punkte des Interferenzgebietes, an denen andauernd eine *doppelt* so große Senkung oder Hebung stattfinden soll, als wenn der Punkt nur von *einer* der Wellen ergriffen wird). Mit anderen Worten: um Interferenzerscheinungen zu geben, müssen die Wellensysteme *andauernd* derartig miteinander zusammenhängen, daß sie in jedem Moment völlig miteinander übereinstimmen, im besonderen so zusammenhängen, daß eine Änderung irgendwelcher Art, die in dem *einen* System eintritt, im *gleichen* Moment identisch auch in dem anderen eintritt (*Kohärenz* der Wellensysteme). Man kann diese Übereinstimmung zwischen Lichtwellen aber niemals herbeiführen, wenn sie aus zwei voneinander *unabhängigen* Lichtquellen herkommen¹⁾.

479. FRESNELScher Spiegelversuch. Man kann kohärente Lichtwellen erhalten, wenn man sie *derselben* Lichtquelle entnimmt. Abb. 666 und Abb. 667 zeigen eine von FRESNEL stammende Einrichtung dazu (Spiegelversuch von FRESNEL). *AS* und *AS'* bedeuten zwei Spiegel, die in sehr stumpfem Winkel

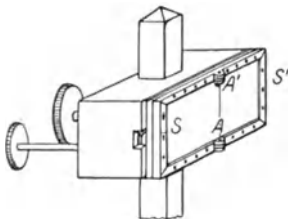


Abb. 666. Winkelspiegel für den Lichtwelleninterferenzversuch von FRESNEL.

¹⁾ Daß sie bei dem analogen Wasserwellenphänomen vorhanden ist, hängt mit der Länge der Wellen zusammen.

(fast einem gestreckten) scharf aneinanderstoßen, L bedeutet eine intensive, geradlinige Lichtquelle (Spalt). Die Lichtquelle sei monochromatisch, z. B. gelb. Die von L ausgehenden Lichtwellen, die die Spiegel treffen, werden so zurückgeworfen, wie wenn sie von den Spiegelbildern von L kämen: die von AS zurückgeworfenen, wie wenn sie von L' , die von AS' zurückgeworfenen, wie wenn sie von L'' herkämen. L' und L'' sind dadurch die Mittelpunkte von zwei kohärenten Wellensystemen, jede etwaige Änderung in dem einen findet im selben Moment auch im anderen statt, da beide von der Lichtquelle L abhängen. Die Wellensysteme mit L' und L'' als Mittelpunkten greifen in dem Winkelraum O ineinander über, hier ist das Interferenzgebiet. Man stellt einige Meter vom Spiegel einen Schirm¹⁾ auf, parallel zu der gemeinsamen Spiegelnkante und von den beiden Spiegelbildern gleich weit entfernt. Auf dem Stück nm des Schirmes, das in dem Interferenzgebiet liegt, zeigt sich dann — der Zweck der Versuchsanordnung — eine Reihe von schmalen vertikalen Streifen, helle und dunkle abwechselnd, symmetrisch zu beiden Seiten eines hellen Streifens OO , der in der Mitte zwischen n und m liegt.

Die Streifen sind nicht scharf begrenzt, die hellen sind in der Mitte am hellsten, die dunklen in der Mitte am dunkelsten, und von der hellsten Stelle des einen Streifens führt eine sanfte Abstufung zur dunkelsten des nächsten.

Nähert man den Schirm den Spiegeln, so nähern sich auch die Streifen einander. Je nach der Farbe der Lichtquelle, also auch der Spiegelbilder L' und L'' , haben die Streifen eine andere Breite. Lassen wir an einem feinen Spalt, der an der Stelle L in Abb. 667 als Lichtlinie dient, das Spektrum des Sonnenlichtes vorüberziehen, so daß der Spalt der Reihe nach in allen Farben leuchtet, so sind die Streifen am breitesten, wenn der Spalt rot leuchtet, werden bei jeder auf das

Rot folgenden Farbe schmaler und sind im Violett am schmalsten. (Anstatt des Schirmes kann man sein Auge in das Interferenzgebiet bringen und die Streifen unmittelbar durch eine Lupe betrachten wie im Mikroskop, in dem man das reelle Bild auch nicht erst auf einem Schirme auffängt.) Das sind die wesentlichsten Tatsachen, die der FRESNELSche Versuch kennen lehrt. Zu ihrer Deutung verhilft uns die Interferenz von zwei Wellensystemen, die sich auf derselben Wasserfläche (Abb. 293) ausbreiten. Die beschriebene Erscheinung wird mit jener fast identisch, wenn wir uns auch hier nur an das halten, was in einer

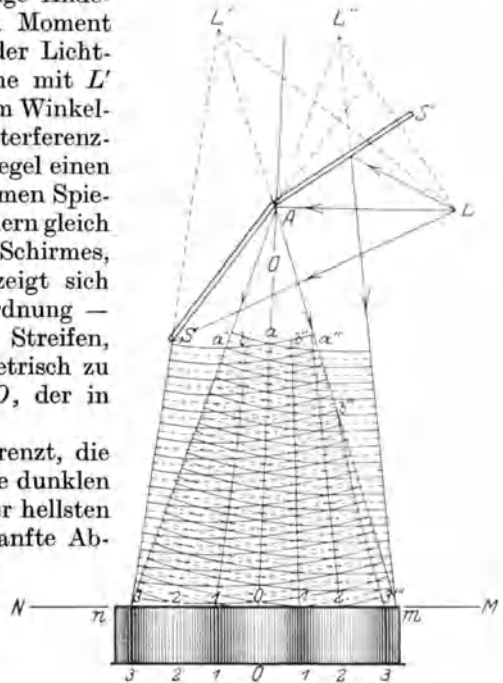


Abb. 667. Die Anordnung des Lichtwelleninterferenzversuchs von FRESNEL und seine Deutung. Die Abbildung zeigt einen Horizontalschnitt durch die Anordnung, aber der Schirm steht in Wirklichkeit senkrecht zur Ebene der Abbildung. L ist die primäre Lichtquelle, L' und L'' sind ihre an den Spiegeln S und S' erzeugten Bilder, 1 und 3 dunkle, 0 und 2 helle Interferenzstreifen auf dem Schirm.

¹⁾ In der Abbildung ist der Schirm in die Horizontalebene herumgeklappt, um die auf ihm entstehenden Streifen zu zeigen, die sich von oben gesehen nur als horizontale Linien (Abb. 668) darstellen würden.

horizontalen Ebene (analog dem horizontalen Wasserspiegel) vor sich geht, wie es Abb. 668 zeigt. Die Gerade NM , in der die Horizontalebene den Schirm schneidet, enthält eine Reihe von kurzen horizontalen Linien, helle und dunkle miteinander abwechselnd, symmetrisch zu einer hellen mitten



Abb. 668. Zur Interferenzfigur der Abb. 667.

zwischen n und m . Die Linien gehen ineinander über, entsprechend den vorhin beschriebenen Streifen. Nähert man den Schirm den Spiegeln, so rücken sie zusammen und vice versa. Bedeuten L' und L'' (Abb. 669) die Spiegelbilder, MN den Schirm, $a \dots b$ die Mitten jener Lichtlinien, so findet man: rückt der Schirm von MN nach $M'N'$, so rücken die Mitten der Linien aus der Lage $a \dots b$ in die Lage $a' \dots b'$ und bewegen sich dabei auf aa' , bb' usw., auf *Hyperbeln* mit den *Brennpunkten* L' und L'' . Und das zeigt die Identität dieser Erscheinung mit der früheren und kennzeichnet sie als Welleninterferenz.

Dieselben Kurven sieht man in Abb. 293 erstens als diejenigen Linien, die die dauernd ruhenden Punkte enthalten, und zweitens als diejenigen Linien, die die Punkte dauernd

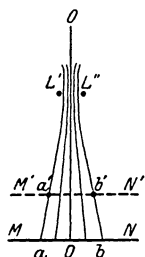


Abb. 669. Hyperbeln mit OO als Achse und mit L' und L'' als Brennpunkten.

stärkster Bewegung enthalten. Die Punkte L' und L'' der Abb. 667 entsprechen den Zentren A und B der Wellensysteme. Die Kurven liegen paarweise ($1\ 1\ 2\ 2\ 3\ 3 \dots$) symmetrisch zu einer Geraden OO mitten zwischen den Erregungszentren. Die Kurven $1, 3 \dots$ in Abb. 667 entsprechen den Kurven mit den ruhenden Punkten des Wasserspiegels Abb. 293, die Kurven $0, 2 \dots$ den Kurven mit den Punkten stärkster Bewegung. Charakteristisch ist für jede einzelne Kurve: Jeder ihrer Punkte steht von L' und L'' verschieden weit ab, aber die Verschiedenheit dieser Abstände ist für jeden Punkt derselben Kurve gleich groß, der Unterschied

beträgt für jeden Punkt der Kurve

1 . . .	$1/2$ Wellenlänge
3 . . .	$3/2$ Wellenlängen
5 . . .	$5/2$ Wellenlängen usw.
2 . . .	$2/2$ Wellenlängen
4 . . .	$4/2$ Wellenlängen
6 . . .	$6/2$ Wellenlängen usw.

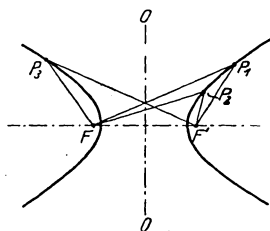


Abb. 670. Hyperbel.

Die ebene Kurve, deren Punkte diese Eigenschaft haben, ist die *Hyperbel* (Abb. 670) (wie Parabel und Ellipse ein Kegelschnitt), eine symmetrische Kurve mit zwei Ästen, die ins Unendliche gehen. F und F' sind ihre *Brennpunkte*; sie entsprechen den Punkten L' und L'' der Abb. 667. Die Kurve ist also dadurch charakterisiert, daß

$$P_1 F - P_1 F' = P_2 F - P_2 F' = P_3 F - P_3 F' = \dots = c,$$

wo $P_1 P_2$ usw. Punkte der Kurve bedeuten.

480. Die Wellennatur des Lichtes. Wir gehen zurück zu Abb. 669. Die Kurven sind Hyperbeln mit L' und L'' als Brennpunkten. Jeder Punkt derselben Kurve steht also von L' und L'' um dieselbe Größe verschieden weit ab. Die Punkte der Geraden OO stehen von L' und L'' gleich weit ab, d. h. die *Differenz* ihrer Abstände von L' und L'' ist Null. Der Punkt auf dem Schirm, den diese Gerade durchsetzt, ist hell, ebenso beiderseits der 2., der 4., der 6. Dagegen sind beiderseits der 1., 3., 5. dunkel. Die Wellentheorie des Lichtes sieht in dieser regelmäßigen Aufeinanderfolge von *Hell* und *Dunkel* auf dem Schirm ein Seitenstück zu der regelmäßigen Aufeinanderfolge von Stellen stärkster *Bewegung* und Stellen vollkommener *Ruhe* auf der Wasserfläche. Die Ähnlichkeit beider Phänomene wird noch größer, wenn man sich auf die Wasserfläche einen Schirm vertikal und parallel zu der Geraden FF' gestellt denkt (wie den

Schirm in Abb. 667). Man erhält dann dieselbe Gerade Abb. 668 und auf der Geraden dieselbe Abwechslung von Punkten stärkster Bewegung und vollkommener Ruhe.

Die Wellentheorie deutet die Erscheinung so: um L' und L'' als Erregungsmittelpunkte breitet sich je ein System von Ätherwellen aus (wie um A und B je ein System von Wasserwellen), wir *sehen* zwar nicht die *Wellen* des Äthers, wir nehmen aber die *Wirkung* der Wellen als Licht wahr, wenn sie in unser Auge dringen. Das „Auf und Ab“ der Ätherwelle (das Periodische des Vorganges) nehmen wir *überhaupt* nicht wahr. (Es geht in der Sekunde billionenmal vor sich. Unser Auge kann diesem *Wechsel* nicht folgen und erfährt von einer Lichtquelle einen einheitlichen Eindruck.) Breiten sich aber um zwei getrennte Punkte zwei kohärente (S. 582) Systeme von Ätherwellen aus, die ineinander greifen wie interferierende Wasserwellen, dann müssen sie einander gegenseitig verstärken und gegenseitig schwächen: wo sie mit gleicher Phase (S. 285) zusammentreffen, müssen sie einander verstärken, also dauernd den Eindruck *gesteigerter* Helligkeit hervorrufen; wo sie mit entgegengesetzter Phase zusammentreffen, müssen sie einander schwächen, also dauernd den Eindruck *geringerer* Helligkeit hervorrufen. Gesteigerte (verminderte) Helligkeit vertritt hier die stärkere (schwächere) Bewegung.

Die Punkte mit der stärksten Bewegung, also auch der größten Helligkeit (○), sind diejenigen, deren Abstände von L' und L'' sich um $0, 1, 2, 3 \dots$ ganze Wellenlängen (λ) unterscheiden — und die Punkte ohne Bewegung, also in völliger Dunkelheit (●), diejenigen, deren Abstände von L' und L'' sich um $1, 3, 5 \dots$, überhaupt um eine *ungerade* Anzahl von *halben* λ unterscheiden. An den Punkten zwischen je zwei benachbarten ○ und ● treffen die Wellen in solcher Phase zusammen, daß sie irgendeine Helligkeit *zwischen* ○ und ● hervorrufen. Zwischen dem ersten ○ und dem ersten ● liegen z. B. alle Punkte, deren Abstände von L' und L'' sich um mehr als 0 und um weniger als $\frac{1}{2}\lambda$ unterscheiden. Zwischen dem ersten ● und dem zweiten ○ alle diejenigen, deren Abstände von L' und L'' sich um mehr als $\frac{1}{2}\lambda$ und weniger als 1λ unterscheiden usw.

Zuletzt war nur von *Punkten* auf dem Schirme die Rede, vorher von *Streifen*, weil wir zuletzt nur von dem Vorgange in einer Horizontalebene gesprochen haben, die als Schnitt durch die Versuchsanordnung (Abb. 667) und durch den Schirm zu denken war. Was von *dieser* Horizontalebene gilt, gilt aber von *jeder* benachbarten Ebene, die parallel unter oder über ihr liegt. Die Punkte auf dem Schirm, von denen wir zuletzt gesprochen haben, finden sich daher in *jeder* Horizontalebene durch die ganze Versuchsanordnung *an derselben Stelle*, bilden zusammen also vertikale Geraden auf dem Schirm, die sich zu den zuerst beschriebenen Streifen gruppieren.

481. Entstehung von Farben durch Interferenz (Farben dünner Blättchen).

Der FRESNELSche Versuch lehrt: 1. es gibt Lichtwellen, 2. es gibt Lichtwellen von sehr *verschiedener Länge*, 3. je nach der *Farbe* des Lichtes ist die *Wellenlänge* verschieden, oder vielmehr umgekehrt, es hängt von der Länge der Welle ab, in welcher Farbe uns das Licht erscheint. Die Zahlenbeziehung zwischen der Wellenlänge λ und der Streifenbreite β gibt (mit einer hier genügenden Genauigkeit) folgende Formel wieder, die wir ohne Beweis anführen:

$$\lambda = \beta \cdot \frac{a}{d} \quad \text{oder auch} \quad \beta = \frac{d}{a} \cdot \lambda,$$

wo a den gegenseitigen Abstand der beiden Spiegelbilder bedeutet, d den Abstand des Schirmes von der Ebene der Spiegelbilder. Hieraus läßt sich die Wellenlänge berechnen, wenn a , d und β bekannt sind, andererseits, wenn a , d und λ bekannt sind, die zu erwartende Streifenbreite. Die Wellenlänge ist im Rot etwa 0,000760 mm, im Violett etwa 0,000390 mm, daher muß man a im Verhältnis

zu d sehr klein machen, um die Streifen beobachten zu können. Macht man $a = 1$ mm und $d = 5$ mm, so ist $\beta = 5000 \cdot \lambda$, d. h. im Rot etwa 3,8 mm, im Violett etwa 2 mm.

Das FRESNELSche *Biprisma* (Abb. 671) und die BILLETschen *Halblinsen* (Abb. 672) spalten die Lichtquelle L durch Brechung in zwei kohärente Lichtquellen L' und L'' und geben dieselben Interferenzerscheinungen wie der FRESNELSche Spiegelversuch.

Beleuchtet man den Spalt mit *weißem* Licht, so wirkt das genau so, wie wenn man ihn mit *allen* Farben des Spektrums *gleichzeitig* beleuchtete: die Systeme von Streifen verschiedener Breite und verschiedener Farbe legen sich auf dem Schirme *übereinander*, und auch ihre Wirkungen auf das Auge summieren sich. Die Mitte des Schirmes z. B. durchzieht ein weißer Streifen mit farbig gesäumten Rändern. Denn genau in der Mitte liegen *helle* Streifen von sämtlichen Farben übereinander, summieren sich also zu einem weißen. Die Streifen werden aber vom Rot bis zum Violett immer schmäler. Von der Mitte des roten Streifens an nach dem Rande zu summieren sich daher immer weniger Farben hinzu, so daß er sich randwärts immer weiter von Weiß entfernt und am Rande rot ist. Im ganzen entsteht eine verwickelte Aufeinanderfolge von Farben.

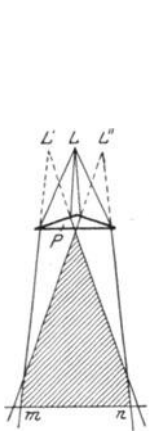


Abb. 671.

Biprisma
(FRESNEL)

Zur Erzeugung interferenzfähiger (kohärenter) Lichtquellen.

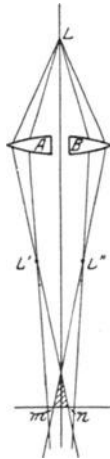


Abb. 672.

Halblinsen
(BILLET)

beleuchtet, und zwar von einem Bündel *paralleler* Lichtstrahlen. Der Lichtstrahl A , der Repräsentant des Bündels, wird von der Fläche 1 zurückgeworfen als Strahl A_1 — aber nur zum Teil; zum anderen Teil dringt er in das Blättchen ein, wird gebrochen, dann von der Fläche 2 zurückgeworfen und tritt schließlich parallel zu A_1 wieder aus der Platte aus als Strahl A_2 (das gilt auch von jedem zu A parallelen Strahl). Um den Vorgang deutlich zu machen, zeigt die Abbildung eine dicke Platte, tatsächlich handelt es sich immer nur um Dicken von einigen zehntausendstel Millimetern. A_1 und A_2 fallen dann beinahe zusammen. Sie sind wie beim FRESNELSchen Versuch aus demselben Strahl A hervorgegangen, sind also kohärent und daher interferenzfähig.

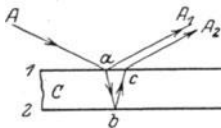


Abb. 673. Entstehung der Farben äußerster dünner durchsichtiger Schichten als Wirkung der Lichtwelleninterferenz. (Farben dünner Blättchen.)

tritt, hängt von folgendem ab. Die bei c austretende Welle tritt erst dann zu der bei a gespiegelten hinzu, nachdem sie den Weg abc durchlaufen hat. Ob sie am Ende dieses Weges gerade dieselbe Phase hat wie die von a ausgehende, oder nicht, das hängt von der Länge des Weges ab , d. h. von der Dicke des Blättchens und von dem Einfallswinkel

Jede durchsichtige Substanz erscheint im Tageslicht farbig, wenn sie eine genügend dünne Schicht bildet, z. B. die Seifenblasen, ein Öltropfen, der sich auf Wasser ausbreitet, Glas, das zu einer sehr dünnen Haut ausgeblasen ist. Man nennt diese Farben *Farben dünner Blättchen*: sie entstehen durch Interferenz. CD (Abb. 673) sei ein sehr dünnes durchsichtiges Blättchen, seine Grenzflächen 1 und 2 seien einander parallel (die Erscheinung hängt auch von der gegenseitigen Neigung der Grenzflächen ab). Das Blättchen werde von homogenem Licht, etwa rein rotem, beleuchtet, und zwar von einem Bündel *paralleler* Lichtstrahlen. Der Lichtstrahl A , der Repräsentant des Bündels, wird von der Fläche 1 zurückgeworfen als Strahl A_1 — aber nur zum Teil; zum anderen Teil dringt er in das Blättchen ein, wird gebrochen, dann von der Fläche 2 zurückgeworfen und tritt schließlich parallel zu A_1 wieder aus der Platte aus als Strahl A_2 (das gilt auch von jedem zu A parallelen Strahl). Um den Vorgang deutlich zu machen, zeigt die Abbildung eine dicke Platte, tatsächlich handelt es sich immer nur um Dicken von einigen zehntausendstel Millimetern. A_1 und A_2 fallen dann beinahe zusammen. Sie sind wie beim FRESNELSchen Versuch aus demselben Strahl A hervorgegangen, sind also kohärent und daher interferenzfähig. Treffen A_1 und A_2 ein für parallele Strahlen akkommodiertes Auge, d. h. sieht das Auge in der Richtung dieser interferierenden Strahlen die Stelle der Platte an, von der sie herkommen, so sieht es die Stelle der Platte in einer Helligkeit, die davon abhängt, wie die beiden Wellensysteme dort zusammentreffen, d. h. ob sie die Stelle zu einer solchen stärksten Bewegung oder völliger Ruhe oder mittlerer Bewegung machen. Heben sie einander ganz auf, so gelangt von dieser Stelle her überhaupt kein Licht in das Auge, und das Blättchen erscheint dort dunkel. Heben sie einander *nicht* auf, so liegt die Helligkeit jener Stelle zwischen völliger Dunkelheit und einem Helligkeitsmaximum, genau so wie beim FRESNELSchen Versuch. — Ob das eine oder das andere eintritt, hängt von folgendem ab. Die bei c austretende Welle tritt erst dann zu der bei a gespiegelten hinzu, nachdem sie den Weg abc durchlaufen hat. Ob sie am Ende dieses Weges gerade dieselbe Phase hat wie die von a ausgehende, oder nicht, das hängt von der Länge des Weges ab , d. h. von der Dicke des Blättchens und von dem Einfallswinkel

des Lichtes. Angenommen, die beiden Wellen haben entgegengesetzte Phasen, d. h. die Strahlen A_1 und A_2 löschen einander aus. Was von A gilt, gilt auch von jedem zu ihm *parallelen* Strahl. Ist also das Blättchen, wie wir annehmen, parallelwandig, so legt *jeder* Strahl, der zu A parallel in das Blättchen eintritt, in dem Blättchen dieselbe Weglänge zurück; *jeder* wird in zwei gespalten, die einander aufheben, und das *ganze Blättchen* erscheint vollkommen dunkel. Wohlgedenkt: nur bei *dieser* Richtung des einfallenden Lichtes. Ändert sie sich, so ändert sich auch die Weglänge in dem Blättchen, und die Strahlen brauchen einander nicht mehr zu vernichten. Ein durchsichtiges, dünnes, *parallelwandiges* Blättchen, das im homogenen Licht hin und her gedreht wird, spiegelt daher (je nach seiner Neigung zu dem einfallenden Lichte) zu dem Auge Licht hin oder nicht und erscheint je nachdem hell oder dunkel. Und ebenso muß ein dünnes Blättchen, das *nicht* parallelwandig ist, d. h. *ungleichförmig* dick ist, auch ohne daß es bewegt wird, an gewissen Stellen Licht reflektieren und hell erscheinen; an anderen nicht, also dunkel erscheinen.

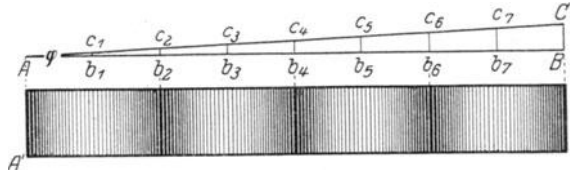


Abb. 674. Keilförmige Luftschicht als keilförmiges dünnes Blättchen.

Das sieht man leicht an einem sehr dünnen keilförmigen Blättchen, z. B. dem kontinuierlich von A nach B hin an Dicke zunehmenden Blättchen (Abb. 674). Die Stellen größter Dunkelheit und größter Helligkeit liegen parallel zur Kante AA' des Keiles, weil die zu ihr parallelen Schnitte cb die Stellen gleicher Dicke sind. — Der Einfluß der Schichtendicke wird sehr deutlich, wenn man (NEWTON) eine sehr schwach gekrümmte Konvexlinse von mehreren Metern Brennweite auf eine Glasplatte legt (Abb. 675) und von oben her betrachtet: man sieht ein System von konzentrischen abwechselnd hellen und dunklen Kreisringen um den Berührungspunkt als Zentrum (Abb. 676). Die Linse und die Platte sind nämlich durch eine Luftschicht voneinander getrennt, deren Dicke im Berührungspunkte E Null ist und von hier aus wie bei dem keilförmigen Blättchen nach außen sehr langsam zunimmt. Die dünne Luftschicht vertritt die Stelle eines dünnen Blättchens. Die Stellen *gleicher* Dicke stehen gleichweit von E ab, bilden also Kreise um E als Mittelpunkt, je dünner oder dicker die *Luftschicht*, desto kleiner oder größer ist der zugehörige *Kreis* (NEWTONSche Ringe). Ändert sich der Einfallswinkel des Lichtes, so ändert sich auch der Radius der Ringe (S. 588, unten). Man kann an den NEWTONSchen Ringen die Wellenlänge des Lichtes messen; man kann sie aus dem Radius der Ringe berechnen. Die praktische Optik prüft beim Linsenschleifen mit ihrer Hilfe (FRAUNHOFER, LÖBER), ob die (zu schleifende) Linsenfläche schon dieselbe Krümmung hat wie die als Norm dienende Probefläche oder nicht. Legt man beide aufeinander — die eine ist konvex, die andere konkav —, so treten die Ringe auf, wenn die Krümmung verschieden ist, sie bleiben aus, wenn die Krümmung beider an allen Punkten übereinstimmt.

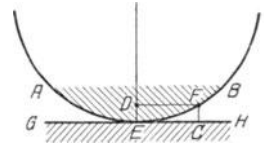


Abb. 675. NEWTONS Farbensglas. Eine Konvexlinse von großem Krümmungsradius auf einer ebenen Glasplatte. (Zur Erzeugung einer keilförmigen Luftschicht.)

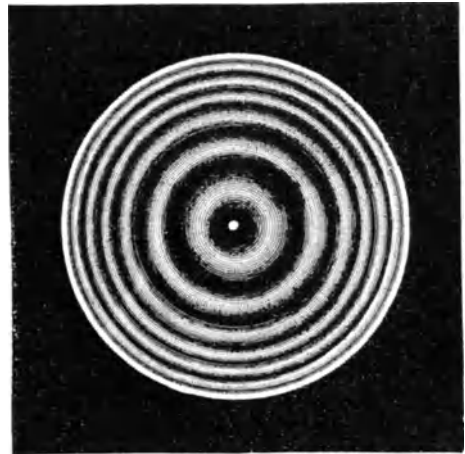


Abb. 676. NEWTONSche Ringe im homogenen reflektierten Licht.

Die Interferenzerscheinungen des *ein*-farbigen Lichtes (S. 586) an dünnen Blättchen, gleichviel ob an planparallelen oder an keilförmigen, ließen nur Abstufungen in der Helligkeit zu. Vernichtung oder Abschwächung dieses Lichtes einer Stelle bedeutet daher Vernichtung oder Abschwächung der Beleuchtung überhaupt. Anders bei der Anwendung des gewöhnlichen Tageslichtes. Das Tageslicht (*weißes Licht*) enthält Wellen von sämtlichen Längen, auf die

unser Auge reagiert. Wird das dünne parallelwandige Blättchen (Abb. 673) mit weißem Licht beleuchtet, und sind Einfallswinkel und Dicke des Blättchens derart, daß es in homogenem roten Licht schwarz aussieht, so wird im *weißen* Licht dieses Rot allerdings auch verschwinden, aber *nur das Rot* verschwindet, die anderen im Weiß enthaltenen Farben bleiben, und in der aus *ihnen resultierenden Farbe* erscheint nun das ganze Blättchen, d. h. in einer Farbe, die von der Dicke des Blättchens und dem Einfallswinkel des einfallenden Lichtes abhängt. Wenn wir es hin und her drehen, so erscheint es nacheinander in verschiedenen Farben; ist es *nicht* parallelwandig, so erscheint es, auch ohne daß wir es hin und her drehen, an den verschiedenen dicken Stellen verschieden gefärbt. — In derselben Weise erklärt sich, daß die Streifen des keilförmigen Blättchens und ebenso die NEWTONSchen Ringe nicht bloß abwechselnd hell und dunkel, sondern mannigfach gefärbt sind, wenn sie aus weißem Licht entstehen. Nur die Kante des Keiles und nur der Berührungspunkt zwischen Linse und Platte sind schwarz. Dort werden alle Wellen durch Interferenz vernichtet, wird also alles Licht ausgelöscht. — Warum erscheinen nicht auch dicke Platten im Tageslicht gefärbt? Die Antwort kann man mit Hilfe der NEWTONSchen Ringe geben. Werden die Ringe aus *einfarbigem* Licht erzeugt, so sind sie auch noch weit vom Berührungspunkt der Linse wahrnehmbar, also an Stellen, an denen die Luftschicht schon ziemlich dick ist. Aber je näher sie dem Rande der Linse liegen, d. h. je dicker die Schicht ist, bei deren Durchstrahlung die Interferenz entsteht, desto *enger* liegen die Ringe beieinander, um schließlich ineinander zu verschwimmen. Benützt man daher anstatt des einfarbigen Lichtes weißes Licht, das ja *alle* Farben enthält, so entstehen an jener Stelle Ringe von allen möglichen Farben eng beieinander, so daß ihr Gemisch zusammen den Eindruck des Weißen, des Farblosen ergibt. Ganz ähnlich erklärt sich, daß eine dicke

Abb. 677. Zur Entstehung der Interferenzstreifen an zwei (aus derselben Tafel geschnittenen) planparallelen, einander nicht ganz parallelen Glasplatten. (BREWSTERSche Streifen.)

durchsichtige Platte im Tageslicht farblos ist. Wendet man aber *einfarbiges* Licht an, so kann man auch bei beträchtlicher Dicke der Platte die Interferenz des Lichtes noch wahrnehmen, ja sie wird sogar zu einem wertvollen Hilfsmittel, wenn man untersuchen will, ob eine Glasplatte, die *angeblich* parallelwandig ist, es auch *wirklich* ist. Ist sie es *nicht*, so zeigt sie Interferenzlinien (FIZEAUSche Streifen) aus einem ähnlichen Grunde, den auch das keilförmige Blättchen sie zeigt.



Abb. 678. Zur Beobachtung der BREWSTERSchen Streifen.

482. Anwendung der Interferenzerscheinungen zu physikalischen Messungen. Man benützt die Interferenzkurven z. B. im JAMINSchen Interferenzrefraktometer, um sehr kleine Veränderungen von Brechungssexponenten zu messen, und in dem Dilatometer von FIZEAU-ABBE, um Wärmeausdehnungskoeffizienten fester Körper zu messen. Das Interferenzrefraktometer benützt die BREWSTERSchen Streifen. Stellt man zwei *gleich* dicke parallelwandige durchsichtige Platten einander parallel gegenüber und läßt man parallele Lichtstrahlen darauf fallen, so wird das Licht beim Durchgange durch die Platten mehrfach gebrochen und mehrfach gespiegelt (Abb. 677).

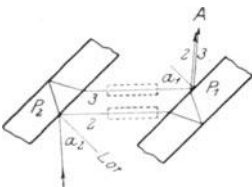


Abb. 679. Anwendung der BREWSTERSchen Streifen im Interferenzrefraktometer (JAMIN).

ferieren, sind sehr weit Instruments, und er wird durch besondere Kunstgriffe (MACH, ZEHNDER) noch weiter, bis zu 50 cm, vergrößert. Abb. 679 zeigt auch, wie man das in dem Instrument verwendet. JAMIN hat z. B. den Brechungsquotienten der Luft bei verschiedenen Temperaturen

damit untersucht. Man bringt zwei identische, mit Glasplatten verschlossene Röhren in den Gang der Lichtstrahlen. Solange die Übereinstimmung besteht, bleibt der Gangunterschied der Strahlen durch die Röhren hindurch unverändert, also auch die Interferenzfigur. Aber die geringste Änderung in einer der Röhren kündigt sich durch eine Verschiebung der Interferenzstreifen an. Man beobachtet sie von *A* aus mit einem Fernrohr.

Mit dem FIZEAU-ABBE'schen Dilatometer mißt man den Wärmeausdehnungskoeffizienten fester Körper. Das Prinzip stammt von FIZEAU, das Instrument und einige Verbesserungen der ursprünglichen Beobachtungsmethode von ABBE. Man benützt die Interferenzkurven, die eine keilförmige, sehr dünne Schicht in parallelem einfarbigem Licht zeigt. Der wesentliche Teil des Interferenzapparates ist das FIZEAUSCHE Tischehen (Abb. 680). Die stählerne Tischplatte *T* trägt das zu messende, mit nahezu parallelen Endflächen versehene Objekt *O*. Dicht darüber liegt die planparallele Glasplatte *P*, deren Abstand von dem Objekt man durch Schrauben reguliert. Man macht den Zwischenraum zwischen beiden keilförmig und kleiner als $\frac{1}{10}$ mm und beleuchtet den Luftkeil von oben her mit parallelem einfarbigem Licht. Dann entstehen (S. 587) Interferenzstreifen, die der Keilkante parallel sind. Dehnt sich das Objekt infolge der Erwärmung aus (die Ausdehnung der Schrauben wird besonders berücksichtigt), so ändert sich die Dicke des Keiles, und die Kurven verschieben sich. Man beobachtet die Streifen durch ein Fernrohr und benützt ihre mikrometrisch gemessene Verschiebung gegen die Marke *m* zur Berechnung des Koeffizienten.

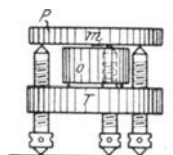


Abb. 680. Zum Dilatometer von FIZEAU-ABBE zur Messung von Wärmeausdehnungskoeffizienten fester Körper (in der Abbildung des Körpers *O*).

483. Beugung des Lichtes durch einen engen Spalt. Die Interferenzerscheinungen erklären auch (FRESNEL, 1819), warum sich das Licht für gewöhnlich in Strahlen fortpflanzt, d. h. in geraden Linien, die nicht um die Ecke biegen. Die Entstehung der geradlinigen Strahlen bot den Gegnern der Wellentheorie eine wirksame Handhabe. Ihre Enträtselung ist zu einem der stärksten Beweise für die Wellennatur des Lichtes geworden. Die Beugungserscheinungen liefern sogar die beste Methode, die Wellenlänge des Lichtes zu messen. Auch für die *angewandte* Physik haben sie größte Bedeutung: das Mikroskopbild eines durchleuchteten Objektes entsteht durch *Beugung*, und hieraus erklärt sich, wo die Grenze der Leistungsfähigkeit des Mikroskops liegt (ABBE, 1874).

Für die Beugung charakteristisch ist folgendes: In ein dunkles Zimmer trete durch einen feinen, scharf begrenzten, vertikalen Spalt im Fensterladen ein Bündel paralleler Lichtstrahlen, und in großem



Abb. 681 b. Durch Beugung des Lichtes entstandene Interferenzfiguren.



Abb. 681 c.

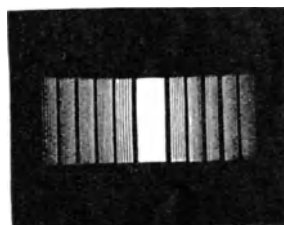


Abb. 681 a.

Abstände davon falle es auf eine dem Fenster parallele weiße Wand. Wir erwarten dann auf ihr einen scharf begrenzten hellen Streifen zu sehen. Die Wand zeigt (Abb. 681 a) aber zu *beiden Seiten* des Streifens noch parallele schmale Streifen, helle und dunkle abwechselnd. Ist das Licht einfarbig, so sind die Streifen einfarbig hell und dunkel; sonst sind sie mischfarbig. Abb. 682 ist ein horizontaler Schnitt durch den Spalt und den Schirm.

Es bedeutet s den Durchschnitt durch den Lichtstreifen, den wir allein erwartet haben, und s_1, s_2 den Durchschnitt durch andere Streifen. Beim Durchtritt durch den Spalt S sind die Strahlen also sowohl in ihrer Ein-

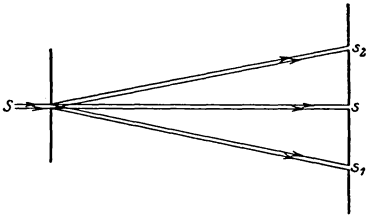


Abb. 682. Beugung des durch den Spalt S gehenden Lichtbündels s . (Horizontalschnitt durch die Versuchsanordnung.)

fallsrichtung weitergegangen, wie auch um die Spaltränder gebogen und weitergegangen. [Analog hierzu ist: Stellt man in den Gängen von parallelen Lichtstrahlen einen sehr schmalen undurchsichtigen Körper und läßt man ihn auf einen weit

entfernten Schirm einen Schatten werfen, so ist der Schatten nicht scharf, sondern beiderseits von sehr feinen, abwechselnd hellen und dunklen Streifen begrenzt.] — Diese Ablenkung des Lichtes vom ursprünglichen Wege heißt *Beugung*, der Spalt die *Beugungsöffnung*. Die Form der Beugungsfigur auf dem Schirm (Abb. 681 a, b, c) hängt von der der Öffnung ab, für die Folge nehmen wir sie stets als einen geraden, sehr engen, durch zwei Schneiden scharf begrenzten Spalt an. Die Lichtstrahlen nehmen wir parallel an, von der Lichtquelle bis zum Spalt und vom Spalt bis zum Schirm. — Die Beugungsfiguren aus parallelstrahligem Licht (FRAUNHOFER) sind viel leichter zu erklären als die anderen (FRESNEL).

Wie entstehen die Beugungsstreifen? Die Lichtstrahlen, die die Beugungsöffnung erreichen, sind parallel. Alle Ätherteilchen in der Spaltebene werden also *gleichzeitig* von der Wellenbewegung erfaßt. Dem HUYGHENSschen Prinzip zufolge (S. 297) wird jeder einzelne Punkt des Spaltes zum Mittelpunkt eines Wellensystems. Alle Wellensysteme entstehen *gleichzeitig*, haben also sämtlich stets dieselbe Phase, d. h. sie sind kohärent, somit interferenzfähig (S. 582, unten). Ob ein bestimmter Punkt des Schirmes erhellt wird oder nicht, hängt von seinem Abstand vom Spalt ab, nämlich davon, ob Wellen, wenn sie bei ihm ankommen, einander unterstützen oder einander mehr oder weniger aufheben. Das aber hängt von dem Winkel ab, unter dem ein vom Spalt ausgehendes Bündel den Spalt verläßt. Die Abbildungen zeigen alles sehr übertrieben, die als *Linien* gegebenen Stellen s bedeuten *Punkte*, in denen sich die zu ihnen hingehenden nahezu parallelen Strahlen schneiden. Der *Mittelpunkt* jeder Linie ss darf als Vereinigungspunkt des betreffenden parallelen Strahlenbündels gelten. Ist er

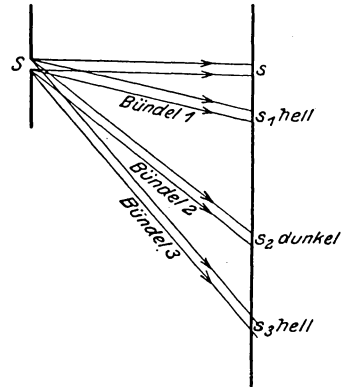


Abb. 683. Entstehung abwechselnder dunkler und heller Streifen als Interferenzfiguren durch Beugung homogenen Lichtes.

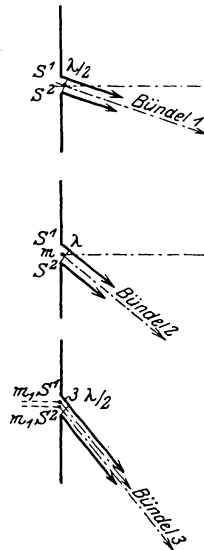


Abb. 684. Zerlegung der Abb. 683.

im Verhältnis zur Spaltbreite (ca. $\frac{1}{2}$ mm) sehr weit vom Spalt weg, etwa 2 m, so dürfen die Geraden von den Spalträndern zu ihm als parallel gelten.

Die Strahlen des Bündels s (Abb. 683), die in der Einfallrichtung des Lichtes weitergehen, durchlaufen vom Spalt S bis zu ihrem Vereinigungspunkt alle gleich lange Wege, kommen also alle in derselben Phase bei dem Schirm an und erzeugen daher den hellen Streifen s , die *Mitte* der Beugungsfigur. Anders ist es an dem Punkt s_1 , der dem einen Spaltrande um eine halbe Wellenlänge näher liegt als dem andern Rande. Ginge nur von jedem *Rande* eine Welle aus (so daß wie beim FRESNELSchen Spiegelversuch nur *zwei* kohärente Wellenzentren vorhanden wären), so wäre s_1 dunkel, da in ihm stets ein Wellenberg des einen Systems mit einem Wellental des anderen zusammenfiel. Aber auch die Punkte *zwischen* den Spalträndern senden ja Wellen aus. Daher wird s_1 auch von Wellen getroffen, deren Gangunterschied *weniger* als eine halbe Wellenlänge beträgt, die einander daher nicht *ganz* vernichten: in s_1 herrscht noch eine *gewisse* Helligkeit. Was von s_1 gilt, gilt auch von jedem vertikal über und jedem vertikal unter ihm liegenden, d. h. von jedem Punkte der vertikalen Geraden, auf der s_1 liegt; Abb. 683 ist ja ein Horizontalschnitt durch Spalt und Schirm. Diese Gerade ist der erste seitliche helle Streifen. Ihre Helligkeit ist 0,4 von der des mittleren hellen Streifens.

Punkt s_2 , der dem Rande S_2 um eine *ganze* Wellenlänge näher liegt als dem Rande S_1 , ist ganz dunkel. Die Welle, die (Abb. 684), von S_1 ausgehend, bei ihm ankommt, differiert nämlich von der entsprechenden, die von S_2 ausgeht, um eine *ganze* Wellenlänge. Kommt sie bei s_2 an, so differiert sie mit der, die von der *Mitte* m des Spaltes kommt, um eine *halbe* Wellenlänge; diese beiden Wellen vernichten einander daher, wenn sie auf dem Schirme zusammentreffen. Entsprechend existiert zu *jedem* Punkte zwischen S_1 und m ein um die halbe Spaltbreite davon absteher Punkt zwischen m und S_2 , so daß sich dieses ganze Bündel selber vernichtet. Daraus folgt: durch den Punkt, für den die Differenz seiner Abstände von den Spalträndern eine *ganze* Wellenlänge beträgt, geht der *erste dunkle* Streifen. — Wir gehen zu Punkt s_3 , der dem einen Spaltrande um *drei* halbe Wellenlängen näher liegt als dem anderen, und denken uns das Bündel β (Abb. 684) in drei gleiche Teile geteilt. Die *Randstrahlen* je zweier *aufeinander folgenden* Bündeldrittel,

$$\left. \begin{array}{l} \text{also der von } S_1 \text{ und der von } m_1 \text{ ausgehende} \\ \text{ferner „ „ „ } m_1 \text{ „ „ „ } m_2 \text{ „ „} \\ \text{„ „ „ } m_2 \text{ „ „ „ } S_2 \text{ „ „} \end{array} \right\} \text{ Strahl,}$$

differieren um je eine *halbe* Wellenlänge, und *deswegen* vernichten zwei davon einander, wenn sie bei dem Vereinigungspunkt ankommen, und nur das dritte, also nur *ein* Drittel vom ganzen Bündel, bleibt übrig. Der Vereinigungspunkt s_3 resp. die durch ihn gehende vertikale Gerade hat noch eine gewisse Helligkeit, aber sie ist nur noch 0,045, die des nächsten „hellen“ Streifens nur noch 0,016 von der des mittleren hellen Streifens. Kurz, sie wird bald so minimal, daß die „hellen“ Streifen in ganz kurzem Abstände von dem mittleren verschwinden, und nur noch der Schatten wahrnehmbar ist. Daher ist die Wirkung des Lichtes nur *in der geradlinigen Fortsetzung* der durch den Spalt tretenden Strahlen wahrnehmbar und entgeht das „um die Ecke“ gegangene Licht der alltäglichen Wahrnehmung.

484. **Beugungsspektrum. Messung der Wellenlänge des Lichtes.** Wie weit von der Mitte der Beugungsfigur jeder Streifen liegt, hängt von der Wellenlänge des Lichtes ab (Abb. 685). *Je kürzer (länger) die Welle ist, desto kürzer (länger)*

ist der Abstand des ersten hellen Streifens von der Mitte der Beugungsfigur. — Und ferner: auch der Winkel, unter dem das zu einem bestimmten Streifen gehörige Lichtbündel von dem Spalt wegbiegt, hängt von der Wellenlänge ab. Je länger (kürzer) die Welle ist, desto spitzer (weniger spitz) ist der Winkel, den das zum ersten hellen Streifen gehende Bündel mit der Spaltebene bildet.

Beleuchtet man den Spalt mit rotem Licht, so liegt der erste helle (rote) Streifen etwa bei *rot* (Abb. 685), beleuchtet man mit violetterm, so liegt der erste helle (violette) Streifen bei *violett*. Beleuchtet man mit Licht, dessen Wellenlänge zwischen

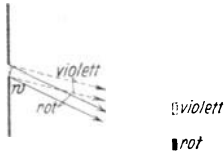


Abb. 685. Zur Entstehung eines Spektrums durch Beugung weißer Lichtes. Die roten Strahlen, d. h. die Strahlen größerer Wellenlänge, bilden einen spitzeren Winkel mit der Spaltebene als die violetten Strahlen, die Strahlen kleinerer Wellenlänge.

Rot und Violett liegt, so liegen die entsprechenden anderen farbigen Streifen zwischen beiden Marken. Beleuchtet man mit *weißem* Licht, so entstehen, da es Wellen von sämtlichen Längen zwischen Rot und Violett *gleichzeitig* enthält, von *r* bis *v* sämtliche farbige Streifen, die den im Weiß enthaltenen Farben entsprechen, *gleichzeitig* nebeneinander. Mit anderen Worten: es entsteht dann durch Beugung ein Spektrum, ein *Beugungsspektrum* (Abb. 687, III).

Wir können mit Hilfe der Beugung des weißen Lichtes ferner die Wellenlängen des Lichtes messen: In dem Dreieck *abc* (Abb. 686) ist $\frac{ac}{ab} = \sin abc$. Hier bedeutet *ac* die halbe Wellenlänge $\lambda/2$ und *ab* die Spaltbreite β , folglich ist $\lambda = 2\beta \cdot \sin abc$. Die Breite β kann man messen, und da Winkel *abc* gleich Winkel φ ist, so brauchen wir nur Winkel φ zu messen, um λ zu finden.

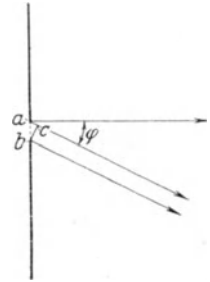


Abb. 686. Zur Messung der Wellenlänge aus der Breite des Spaltes und dem Winkel der zu einem bestimmten Streifen hingebogenen Strahlen.

Man verfeinert die Beobachtungsmethoden dazu, soweit sie den Spalt und den Schirm angehen, ganz außerordentlich. Man läßt die Beugungsfigur nicht erst auf einem Schirm entstehen, ehe man sie beobachtet, sondern man läßt die von dem Spalt kommenden parallelen Strahlenbündel in ein *Fernrohr* treten, das man auf den Spalt richtet. Die Beugungsfigur entsteht dann (weil die Strahlen parallel sind) in der Brennebene des Objektivs und wird durch das Okular vergrößert.

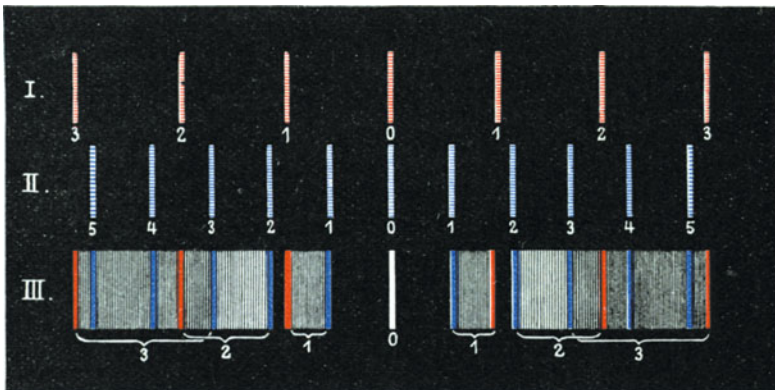


Abb. 687. Beugungsspektrum.

Als Beugungsöffnung benützt man nicht einen einzelnen Spalt, sondern ein *Gitter*, eine Vielheit von mikroskopisch engen Spalten, die durch ebenso schmale Gitterstäbe voneinander getrennt sind: gerade, parallele Linien auf eine Glasplatte eingeritzt, 300–400 auf 1 mm, bilden die Gitterstäbe, die die Spalten begrenzen. Sieht man durch ein auf unendlich eingestelltes Fernrohr nach einem solchen von parallelem einfarbigem Licht durchleuchteten

Gitter hin, so sieht man (Abb. 687) eine Reihe scharfer Lichtlinien: parallel zu den Gitterstreifen, gleichweit voneinander und symmetrisch zu einer in der Mitte, und desto lichtschwächer, je weiter sie von der Mitte entfernt sind. Eine streng durchgeführte Untersuchung lehrt: Durch ein Gitter markieren sich die Stellen größter Helligkeit scharf, durch einen einzelnen Spalt die Stellen größter Dunkelheit. Infolgedessen erhält man im weißen Licht mit einem Gitter reine Spektralfarben, mit einem einzelnen Spalt nur Mischfarben. Abb. 687 zeigt wieder im Rot die Streifen weiter auseinander als im Violett, und ferner im weißen Licht in der Mitte einen weißen Streifen (weil hier Streifen aller Farben aufeinander fallen) und symmetrisch dazu eine Anzahl Spektren. Das erste steht allein und ist daher rein, das zweite (Spektrum zweiter Ordnung) ist zum größten Teile rein, aber in sein rotes Ende greift schon der blaue Anfang des dritten, und von da an greifen sämtliche Spektren ineinander. Die breit ausgedehnten werden dadurch (z. B. III₃ in Abb. 687) für die Beobachtung unbrauchbar. (Um möglichst breite, aber reine Interferenzspektren zu erzielen, benützt MICHELSON eine Vorrichtung (Abb. 688) aus treppentartig aufgebauten planparallelen Glasplatten, einen *Staffelsatz*. Er erzielt damit Spektren, die einem Gitterspektrum außerordentlich hoher Ordnung entsprechen.)

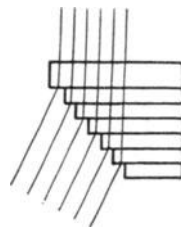


Abb. 688. Stufen-gitter nach MICHELSON.

Die zuverlässigsten Messungen (ROWLAND) der Wellenlänge haben ergeben für die FRAUNHOFERSche Linie:

A	0,0007594 mm	E	0,0005270 mm
B	6867 „	F	4861 „
C	6563 „	G	4308 „
D ₁	5896 „	H	3968 „
D ₂	5890 „		

Im Beugungsspektrum hängt der Ort einer bestimmten Farbe relativ zu den anderen Farben und relativ zu den Enden des Spektrums nur von ihrer Wellenlänge ab, im Brechungsspektrum dagegen auch von der Natur des brechenden (und farbenzerstreuenden) Stoffes. Deswegen nennt man das Gitterspektrum *das normale Spektrum*. Abb. 689 zeigt beide Spektren des Sonnenlichtes.

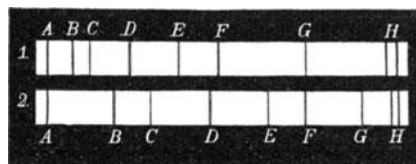


Abb. 689. Brechungsspektrum (1.) und Beugungsspektrum (2.) des Sonnenlichtes.

Außer den Glasgittern benützt man auch Metallgitter, deren Striche in eine stark spiegelnde Metallfläche eingeritzt sind (bis 1700 auf 1 mm, ROWLAND), und die reflektiertes Licht beugen (Reflexionsgitter), ferner *Konkavgitter*, d. h. zylindrische Reflexionsgitter, deren Striche in die konkave Seite eines stark reflektierenden Hohlzylinders der Achse parallel eingeritzt sind.

Gewisse natürliche Farben entstehen aus der Beugung des Lichtes an gitterartigen Flächen, z. B. die Farben der Schmetterlingsflügel und anderer Insektenflügel, die mit überaus feinen Riefen bedeckt sind; die Farbe der Perlmutter, der Perlen u. dgl. BREWSTER erzeugte Glanz und Farbe der Perlen dadurch, daß er die Oberfläche der Perle in Pech abdrückte und das Licht an den in Pech abgedrückten Riefen reflektieren ließ.

485. Entstehung des Mikroskopbildes durch Beugung (ABBE). Ultramikroskop. Für die praktische Optik ist die Beugung des Lichtes von größter Bedeutung. ABBE hat die *Entstehung des Bildes im Mikroskop* daraus erklärt. Die Objekte, die wir im Mikroskop betrachten, werden von fremdem Lichte durchleuchtet, wirken also nicht wie selbstleuchtende Objekte. Das mikroskopische Objekt läßt an gewissen Stellen das Licht hindurch, an anderen nicht, es ist eine Vielheit von übereinanderliegenden, höchst komplizierten Gittern. Das Bild in der Brennebene des Objektivs ist also eine Beugungsfigur. Aus dieser Auffassung des Mikroskopbildes hat ABBE erklärt, warum die Größe der numerischen Apertur für das Mikroskop so wichtig ist (S. 577), und warum man die Leistung des Mikroskops nicht beliebig dadurch steigern kann, daß man lediglich die Vergrößerung steigert — im wesentlichen,

weil bei der Abbildung ein Lichtpunkt infolge der Beugung nicht wieder einen Punkt gibt, sondern eine kleine Scheibe. Stehen nun zwei Lichtpunkte einander so nahe, daß die beiden Beugungsscheiben ineinander greifen, so können wir die beiden Punkte nicht mehr als getrennt erkennen, sondern nur ineinander verschwommen — daher die Grenze für die Leistungsfähigkeit des Auges, des Mikroskops und des Fernrohres. Nach ABBE und nach HELMHOLTZ sind Objekte, die kleiner als eine halbe Wellenlänge sind, nicht mehr auflösbar.

Diese Grenze haben SIEDENTOPF und ZSIGMONDY (1903) durch die Methode, *ultramikroskopische* Teilchen sichtbar zu machen, erheblich erweitert: man kann danach das Vorhandensein — allerdings nicht die wahre *Form* — von Teilchen erkennen, deren Durchmesser kaum 4 Millionstel Millimeter beträgt. Die Sichtbarmachung der Teilchen beruht auf der Erzeugung von Beugungsscheibchen (s. o.) an ihnen. Die Teilchen werden mit Hilfe besonderer Kondensoren ungeheuer stark beleuchtet (seitlich, d. h. senkrecht zum Tubus, von Sonnen- oder Bogenlampenlicht). Infolge ihrer Kleinheit beugen sie das Licht und umgeben sich mit Beugungsscheibchen, d. h. Lichtkreisen. Diese Lichtkreise, deren Gestalt unabhängig ist von der wahren Gestalt der ultramikroskopischen Teilchen (so daß sie also kein geometrisch ähnliches „Bild“ geben), sehen wir hell auf dunklem Grunde, so wie wir die Stäubchen im Sonnenlicht sehen. Vorausgesetzt ist dabei nur, daß die *Teilchen* so weit voneinander abstehen, daß das Mikroskop die Lichtpunkte, d. h. die *Scheibchen*, getrennt wiedergibt. Ein Haupterfordernis ist: nur das *gebogene* Licht darf in das Mikroskop gelangen und keine Spur von dem *beleuchtenden*. — Mit dieser Ultramethode kann man im Mikroskop z. B. scharf unterscheiden zwischen Medien, die völlig homogen und daher „optisch leer“ sind, und solchen, die durch mehr oder minder feine Suspensionen „getrübt“ erscheinen (kolloidale Lösungen, durch Goldteilchen gefärbte Rubingläser); man kann mikrochemische Fällungserscheinungen studieren, bei denen aus einem ursprünglich homogenen Gebilde ein heterogenes entsteht; sehr bequem die Brownsche Molekularbewegung der Flüssigkeiten u. dgl. m.

2. Die Polarisation des Lichtes.

Die Geradlinigkeit der Ausbreitung des Lichtes erklärt sich zwanglos aus den Interferenz- und den Beugungserscheinungen. Der Unterschied zwischen der Schallausbreitung und der Lichtausbreitung ist darnach kein *grundsätzlicher*,

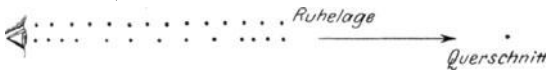


Abb. 690. Oben: Ruhelage einer Molekelreihe. Darunter: Dieselben Molekeln in einer Phase der Longitudinalwellenbewegung. Daneben: Querprojektion.

er hängt nur von gewissen Raumverhältnissen ab (S. 500 f.). Aber es *gibt* Lichterscheinungen, die kein Analogon unter den Schallerscheinungen haben und einen *grundsätzlichen* Unterschied zwischen beiden offen-

bar machen: die Erscheinungen der *Polarisation des Lichtes*. Sie sind für die Theorie des Lichtes von größter Bedeutung, haben aber auch praktische Bedeutung. Wie hat man sich einen „polarisierten“ Lichtstrahl vorzustellen?

486. Was heißt „polarisiert“? Wir erinnern an die *Longitudinalwelle*. Die schwingenden Teilchen — kurz: die Molekeln — schwingen *in* der Fortpflanzungsrichtung der Welle hin und her. Denken wir uns also eine geradlinige Reihe von Molekeln, die (Abb. 690) longitudinal schwingen, und eine Welle, die sich in der Pfeilrichtung fortpflanzt, und sieht man in dieser Richtung die Molekelreihe entlang (die optische Achse des Auges liegt in der Molekelreihe), so sieht man keine der Molekeln aus der Pfeilrichtung heraustreten, sondern immer in ihr vorwärts und rückwärts schwingen. Die Projektion der schwingenden Molekeln auf eine zur Fortpflanzungsrichtung senkrechte Ebene, die Querprojektion, ist also in jedem Moment ein Punkt.

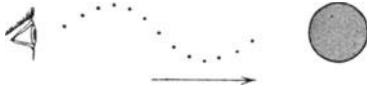


Abb. 691. Transversalwelle. Daneben: Querprojektion der Transversalwelle des natürlichen (*nicht* polarisierten) Lichtes.

Ganz anders die *Transversalwelle* Abb. 691. Gegeben sei dieselbe Reihe von Molekeln, dieselbe Fortpflanzungsrichtung und dieselbe Blickrichtung, aber die Molekeln *transversal* schwingend, d. h. senkrecht zur Fortpflanzungsrichtung, also auch zur Blickrichtung. „Senkrecht zur Fortpflanzungsrichtung“ sind unendlich viele Richtungen. Denken wir uns die Blicklinie als Achse, senkrecht durch das Zifferblatt einer Uhr gehend, nach dem das Auge hinsieht, so gibt jede Lage des Zeigers eine solche Richtung an, denn in jeder steht er senkrecht auf der Blicklinie. Angenommen, daß in der transversal schwingenden Molekelreihe

jede dieser möglichen Schwingungsrichtungen vertreten ist — wie sieht das Auge dann in einem gegebenen Moment die einzelnen Molekeln, die alle in Bewegung sind, angeordnet? Man vergegenwärtige sich: in jedem Moment ist jede einzelne Schwingungsrichtung vertreten und jeder Abstand von der Blicklinie, den innerhalb der größten möglichen Abweichung (Amplitude) eine Molekel erreichen kann. Man bedenke ferner: es sind unendlich viele Molekeln, die gleichzeitig schwingen, und die das Auge gleichzeitig auf das Zifferblatt projiziert sieht. Man erkennt dann: in jedem Moment sieht das Auge eine Kreisscheibe vom Radius der Schwingungsamplitude und jeden Punkt der Scheibe von einer Molekel besetzt. In jedem Moment treten natürlich andere Molekeln an einen gegebenen Punkt der Kreisscheibe; das ganze Bild erneuert sich in jedem Augenblick, aber jeden Augenblick in derselben Weise und erscheint dadurch zeitlich und räumlich unverändert. Die gerade Linie, in der die Molekeln ursprünglich lagen, bildet die Symmetrieachse, senkrecht zu der sie nach allen Richtungen schwingen. Der dadurch charakterisierte Strahl ist der gewöhnliche Lichtstrahl — man sagt: der natürliche Lichtstrahl.

Und nun zum geradlinig polarisierten. Wir denken uns von den unendlich vielen möglichen Schwingungsrichtungen des gewöhnlichen Lichtstrahles nur eine einzige vertreten (nur eine Lage des Uhrzeigers). Alle Schwingungen geschehen dann einem einzigen Durchmesser der Kreisscheibe parallel, und sie verlaufen daher alle in einer einzigen Ebene. Die Projektion der Welle ist dann nicht wie in Abb. 691 eine Kreisscheibe, sondern sie reduziert sich auf einen einzigen Durchmesser. Man kann dann gewissermaßen von Seiten des Strahles sprechen — was bei der Longitudinalwelle unmöglich ist —, nach gewissen Seiten gehen keine Schwingungen. Die Schwingungen werden auf einer bestimmten Geraden festgehalten, geradeso wie die mit zwei Polen versehene Magnetnadel. Von diesem Analogon rührt die Bezeichnung polarisiert her.

Man kann den Unterschied zwischen einem natürlichen (gewöhnlichen) und einem geradlinig polarisierten Strahl auch so erläutern: Man denke sich einen Kompaß horizontal aufgestellt, einen Lichtstrahl vertikal durch die Mitte (Aufhängung) der Kompaßnadel gehend und die Molekeln stets nur längs der Nadel hin und her schwingend. Steht die Nadel still, so schwingen die Molekeln nur nach einer Richtung und der ihr entgegengesetzten, z. B. nur von Nord nach Süd und von Süd nach Nord. Dadurch entsteht ein geradlinig polarisierter Lichtstrahl, seine Schwingungsebene ist eine Vertikalebene in der Nord-Südrichtung. (Man kann von einer Ost- und einer Westseite der Ebene sprechen.) Dreht man die Kompaßnadel, so ändert sich natürlich auch die Richtung der Schwingung und der Schwingungsebene. Dreht sich die Nadel andauernd, und zwar so schnell, daß sie die ganze Windrose millionenmal in der Sekunde durchläuft, so wechselt auch die Schwingungsrichtung entsprechend schnell, und die Molekeln schwingen in dieser Zeit nach allen möglichen Richtungen der Windrose senkrecht zum Strahl — genau der Vorgang, wie wir ihn uns in einem gewöhnlichen Lichtstrahl vorstellen. Durch einen entsprechenden Versuch (an einem genügend schnell rotierenden Kalkspat) hat DOVE gezeigt, daß die Wirklichkeit diese Vorstellung rechtfertigt.

Die Molekeln in einem polarisierten Strahl schwingen nicht stets auf einer Geraden, der Zusatz „geradlinig“ ist also hier notwendig. Die Schwingung kann auch krummlinig sein, die Punkte können auch Kreise beschreiben (Abb. 692), die mechanische Ursache dazu haben wir (S. 291/292) beschrieben. Jede Molekel beschreibt dabei einen Kreis um den Punkt, in dem sie ursprünglich in Ruhe war; einen Kreis, dessen Radius gleich der maximalen Abweichung der Molekel von der Ruhelage ist, und der senkrecht auf der Geraden steht, in der die Molekeln ursprünglich in Ruhe lagen. Jede Molekel beginnt ihre Kreisbahn etwas später als die ihr unmittelbar vorangehende, und dieses „etwas“ ist für je zwei Nachbarbarn die ganze Reihe entlang gleich groß. Infolgedessen bilden die die Gerade umkreisenden Molekeln zusammen schließlich eine Schlangenlinie, die sich um einen unsichtbaren Kreiszyylinder schlingt und wie eine Schlange an ihm entlang windet. Auch diese Spirale ist eine Welle. Ihre Wellennatur offenbart sich bei einer graphischen Umdeutung. Mißt man den Abstand jeder Molekel vom Anfang ihrer Kreisbahn längs des durchlaufenen Bogens (Abb. 692) und zeichnet man seine Länge als Ordinate zu der ursprünglichen Ruhelage der Molekelreihe als Abszissenachse, so bilden die Endpunkte der Ordinaten zusammen die bekannte Wellenform. — Der hypothetische Kreiszyylinder, an dem sich die Spirale entlang windet, hat seine Achse in der ursprüng-



Abb. 692. Gegenseitige Lage der Molekeln im rechts zirkular polarisierten Strahl nach Verlauf einer ganzen Periode.

lichen Molekelgeraden, und sein Durchmesser ist gleich dem Durchmesser der Kreisbahn der umlaufenden Molekeln. Das Auge, dessen Blicklinie in die ursprüngliche Ruhelage der Molekeln fällt, sieht natürlich nur eine Kreislinie aus den die Fortpflanzungsrichtung umkreisenden Punkten (Abb. 693). — Der so charakterisierte Strahl heißt *zirkular polarisiert*, und zwar — je nachdem — *rechts zirkular* oder *links zirkular*.



Abb. 693.
Querprojektion der zirkular polarisierten Welle.

Die Kreisbahn kommt dadurch zustande, daß *zwei* geradlinig polarisierte Transversalwellen sich gleichzeitig an der Molekelreihe entlang fortpflanzen, deren Phase um *ein Viertel* Wellenlänge verschieden ist, d. h. von denen die eine Welle der anderen um ein Viertel Wellenlänge voraus ist. Liegt dieser Phasenunterschied *zwischen Null und ein Viertel* Wellenlänge, so entsteht nicht ein Kreis, sondern eine Ellipse. Der Strahl heißt dann *elliptisch polarisiert*. Die um die ursprüngliche Gerade herumlaufenden Teilchen bilden dann zusammen eine Schraubenlinie um einen unsichtbaren Zylinder, der elliptischen Querschnitt hat, und an dem entlang sie sich in der Fortpflanzungsrichtung der Welle weiter windet. Das Auge, dessen Blicklinie in die ursprüngliche Ruhelage der Molekeln fällt, sieht eine Ellipse aus den um die Ruhelage herumlaufenden Teilchen. Anders als geradlinig, zirkular oder elliptisch polarisierte Strahlen sind uns nicht bekannt; wir beschäftigen uns zunächst nur mit geradlinig polarisierten.

487. Die Polarisation des Lichtes durch Doppelbrechung. Transversalität der Wellen. Wir gehen nun zu der Beschreibung der Tatsachen, die zu der Annahme *zwingen*, daß es „polarisierte“ Lichtstrahlen *gibt*. Entdeckt (HUYGHENS, 1688) wurde die Tatsache, daß es solche Lichtstrahlen gibt, die später als polarisiert erkannt und bezeichnet wurden (MALUS), an den beiden gebrochenen Strahlen, die aus dem isländischen Doppelspat austreten (S. 529). Davon gehen wir aus. Um den Überblick über die grundlegenden Polarisationserscheinungen zu erleichtern, benützen wir aber nicht einen natürlichen Kalkspatkristall, sondern ein NICOLSches Prisma (S. 533). Es läßt nur einen der beiden Strahlen austreten, dieser genügt aber, um die Eigenschaften eines polarisierten Lichtstrahles kennen zu lernen.

In den Fensterladen eines *dunklen* Zimmers, Abb. 694, setzen wir ein NICOLSches Prisma *N*. Licht kann in den Raum *nur* durch das Prisma hindurch eintreten. Wir stellen seinen Hauptschnitt vertikal, seine Kanten senkrecht zu dem Laden und der ihm parallelen Wand gegenüber, und lassen parallele Lichtstrahlen, den Kanten parallel, von außen darauf fallen. Es tritt ein Lichtbündel aus ihm aus, dem einfallenden parallel, und abgesehen von dem geringen Lichtverlust (durch Absorption) in dem Prisma, *halb* so hell wie das einfallende; auf der Wand entsteht ein Fleck von entsprechender Helligkeit. — Jetzt bringen wir auch in den Weg des austretenden Lichtbündels ein NICOLSches Prisma *N'*, seine Kanten denen des ersten parallel. Nunmehr tritt das ein, was uns hier interessiert: dreht man das zweite Prisma um das aus dem ersten kommende Lichtbündel als Achse, so beschreibt der Fleck auf der Wand einen Kreis, und gleichzeitig ändert sich (die Hauptsache!) seine Helligkeit. Bei einer gewissen Lage des Prismas ist er gerade so hell (*12*), wie wenn das Prisma nicht da wäre; dreht man es aber weiter, so wird er dunkler, bis er (die Wand ist ja finster) verschwindet (*3*). Dreht man immer weiter, so erscheint er wieder, wird heller, bis er wieder die ursprüngliche Helligkeit (*6*) hat, und so fort.

Wie liegt das zweite Prisma *N'* relativ zum ersten *N*, wenn der Fleck am hellsten ist, und wie, wenn er verschwindet? Antwort: der Fleck ist am hellsten (*12* und *6*) — oder anders — ein aus dem ersten Prisma kommender Strahl geht *ungeschwächt* durch das zweite, wenn die Hauptschnitte der Nicols einander *parallel* sind. Der Fleck verschwindet (*3* und *9*) — oder anders — der aus dem ersten Prisma kommende Strahl kann durch das zweite *überhaupt nicht hindurch*, wenn die Hauptschnitte *senkrecht* zueinander stehen. In den Zwischenstellungen

wird ein aus dem ersten Prisma kommender Strahl von dem zweiten zwar hindurchgelassen, aber mehr oder weniger *geschwächt*. — Das ist die grundlegende Tatsache. In Abb. 695 ist HH der Hauptschnitt des festen Prismas, $H'H'$ die jeweilige Lage des Hauptschnittes des sich drehenden, die auf HH Senkrechte PP seine Lage, bei der der Fleck finster ist — also auf der finsternen Wand *verschwindet* —, die mit HH zusammenfallende diejenige, bei der er am hellsten ist. Die Ebene PP , in der der

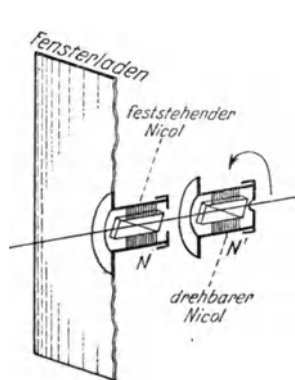


Abb. 694.

Der periodische Helligkeitswechsel (zwischen Hell und Finster) eines geradlinig polarisierten Lichtbündels beim Durchgange durch ein NICOLSches Prisma, das sich um das Bündel als Achse dreht. Die Kreise bedeuten den Durchschnitt des austretenden Bündels mit einer zu ihm senkrechten Wand.

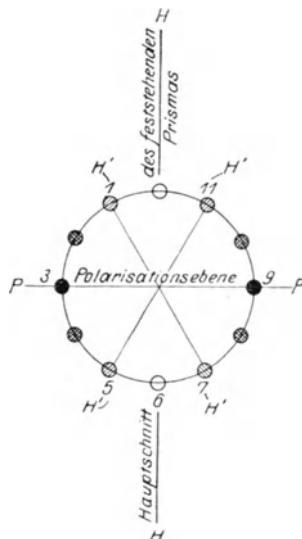
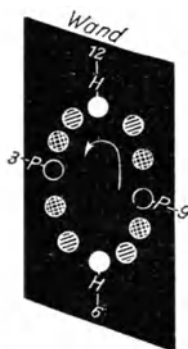


Abb. 695.

Hauptschnitt des sich drehenden Nicols in dem Moment liegt, wenn der Fleck verschwindet, bildet für die Helligkeitsänderung des Fleckes eine Symmetrieebene. Die Orte *gleicher* Helligkeit, z. B. die durch gleiche Schraffierung bezeichneten Orte 1, 5, 7, 11 der Abbildung liegen symmetrisch zu PP .

Der als Achse benützte Strahl ist der *außerordentliche*; das NICOLSche Prisma läßt ja nur diesen hindurch. Der zum *ordentlich* gebrochenen gehörende Fleck durchläuft dieselben Helligkeitsstufen, nur entgegengesetzt. Ersetzt man den Nicol N im Fensterladen durch ein *natürliches* Kalkspatprisma in derselben Lage, blendet man den außerordentlichen Strahl ab und dreht man ein zweites Kalkspatprisma um den *ordentlichen* als Achse, so verändert der von ihm erzeugte Fleck seine Helligkeit wie der andere, nur mit dem Unterschied: bei derjenigen Stellung des sich drehenden Prismas, bei der der außerordentliche Strahl die größte Helligkeit \circ (Dunkelheit \bullet) gibt, gibt der ordentliche die größte Dunkelheit \bullet (Helligkeit \circ).

Die Abb. 694 und 695 sagen somit: sind die Hauptschnitte einander *parallel*, oder besser, liegen sie in derselben Ebene — —, so geht der aus dem Kalkspat kommende *außerordentliche Strahl ungeschwächt* durch das NICOLSche Prisma hindurch, der ordentliche gar nicht; sind die Hauptschnitte *rechtwinklig gekreuzt* — \perp , so geht der *ordentliche ungeschwächt* hindurch, der außerordentliche gar nicht.

Daß sich die Helligkeit des Fleckes ändert, wenn sich der zweite Nicol N' um das in ihn eintretende Lichtbündel dreht, das verschuldet das Lichtbündel, nicht der Nicol. Setzt man das Prisma N' an Stelle des Prismas N in der *Fensterladen* (man hat dann also wieder nur *ein* NICOLSches Prisma) und dreht man es um das

Lichtbündel, das *dann* darin eintritt, so bleibt der Lichtfleck immer *gleich* hell. Die beiden Lichtbündel, die in den beiden Fällen *in das Prisma* treten, unterscheiden sich darin voneinander, daß das erste aus dem NICOLSchen Prisma *N* kommt, also von Doppelbrechung herrührt, das andere aber ein natürliches Lichtbündel ist.

Nun zur Deutung des Vorganges. Die Wellentheorie nimmt zu seiner Deutung an (FRESNEL): in den Lichtwellen schwingen die Äthermolekeln transversal, und *senkrecht* zur Fortpflanzungsrichtung; *für gewöhnlich* nach allen Seiten, aber gewisse Vorgänge (zu denen *auch* die Doppelbrechung gehört) beschränken die Schwingungen auf eine einzige Seite, d. h. *eine* Schwingungsrichtung (Abb. 696). Dadurch entsteht eine „geradlinig polarisierte“ Welle, wie es das Kompaß-

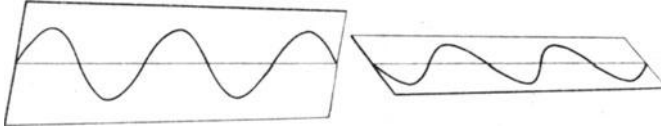


Abb. 696.

Zwei geradlinig polarisierte Wellen, deren Schwingungsebenen senkrecht zueinander liegen. Der Hauptschnitt des NICOLSchen Prismas muß parallel zu der Schwingungsebene der ersten (oder parallel der der zweiten) liegen, um die erste (oder die zweite) ungeschwächt hindurchtreten zu lassen.

nadelbeispiel S. 595 erläutert. Man nimmt nun an, daß die aus dem Kalkspat austretenden Lichtstrahlen *geradlinig polarisiert* sind, und aus der Polarisiertheit erklärt man dann den Helligkeitswechsel des Fleckes so: der

Lichtstrahl, der aus dem ersten Nicol kommt, hat als polarisierter eine bestimmte Schwingungsebene. Ob das zweite Prisma, wenn man es um ihn als Achse dreht, ihn ungeschwächt hindurchläßt oder nicht, das hängt davon ab (der Hauptpunkt unserer Annahme!), wie diese *Schwingungsebene* relativ zum *Hauptschnitt* des Prismas liegt. Da er ungeschwächt hindurchgeht, wenn die Hauptschnitte der Prismen *parallel* sind, so nimmt man an, daß in dieser Lage seine Schwingungsebene identisch ist mit dem Hauptschnitt. Man sagt: er schwingt *im Hauptschnitt* oder auch: er ist *im Hauptschnitt polarisiert* (Abb. 695). Man folgert nun: er wird *hindurchgelassen*

ungeschwächt,	„	„	„	„	parallel zueinander liegen,
gar nicht,	„	„	„	„	senkrecht zueinander liegen,
geschwächt,	„	„	„	„	einen anderen Winkel bilden.

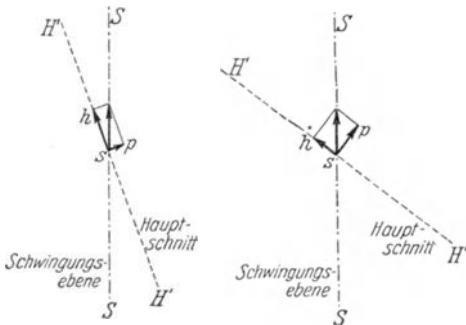


Abb. 697.

Abb. 698.

Mechanismus des Vorganges, der den in Abb. 695 beschriebenen Helligkeitswechsel herbeiführt.

488. Zerlegung der Lichtwellenschwingung in Komponenten. Das Verhalten des polarisierten Strahles dem Nicol *N'* gegenüber in den *Zwischenstellungen* muß man dann so deuten: In Abb. 697 bedeutet *SS* die Lage der Schwingungsebene des aus dem ersten Nicol *N* kommenden Strahles, also auch die Lage des Hauptschnittes des ersten Nicols, und *H'H'* den Hauptschnitt des zweiten Nicols *N'*. Wir zerlegen nun die Schwingung in zwei senkrechte Komponenten, *sh* in dem Hauptschnitt *H'H'*, und *sp* senkrecht dazu. Das heißt: wir nehmen an, der

ankommende Strahl wird in zwei gespalten, nur der im *Hauptschnitt* schwingende, sh , hindurchgelassen, der *senkrecht dazu* schwingende, sp , nicht. Je weniger der Hauptschnitt von der Schwingungsebene abweicht, desto *kleiner* ist die zurückgehaltene Komponente, desto kleiner also der Verlust an Helligkeit. Je mehr sich die Abweichung einem Rechten nähert (Abb. 698), desto *größer* wird demzufolge der Helligkeitsverlust. Er ist Null bei 0° Abweichung, der Fleck also so hell, wie wenn der zweite Nicol nicht da wäre, und total bei der Abweichung um 90° , der Fleck so finster, wie wenn der zweite Nicol überhaupt kein Licht hindurchließe.

Was von dem außerordentlichen Strahl gilt, gilt auch mit der S. 597 ange deuteten Abänderung von dem ordentlichen. Nannten wir den außerordentlichen Strahl, der *im* Hauptschnitt schwingt, *im* Hauptschnitt polarisiert, so müssen wir den ordentlichen Strahl *senkrecht* zum Hauptschnitt polarisiert nennen. Die Symmetrieebene, die zur Schwingungsebene des Strahles senkrecht ist, nennt man seine *Polarisationsebene*. Wir sagen kurz: *die durch Doppelbrechung entstehenden beiden Strahlen sind senkrecht zueinander polarisiert* — *der eine im Hauptschnitt, der andere senkrecht dazu*.

Die Zerlegung der Schwingungen in zwei Komponenten, von denen die eine in den Hauptschnitt fällt, die andere in die Ebene senkrecht dazu, wird durch das Folgende bewiesen: wir ersetzen in Abb. 694 das NICOLSche Prisma N' durch ein Prisma aus *natürlichem Kalkspat* in derselben Lage. Das Prisma stehe zunächst so, daß sein Hauptschnitt der Geraden $H6$, $12H$ entspricht. Dann erscheint — wie mit den NICOLSchen Prismen — nur *ein* Fleck, und zwar an derselben Stelle der Wand, und in voller Helligkeit. Drehen wir das Prisma, so tritt, während der Fleck wandert, ein zweiter Fleck neben ihm auf (Abb. 699), *viel dunkler als er selber*; drehen wir weiter, so wird der erste immer dunkler, der zweite immer heller. Bei einer bestimmten Stellung des Hauptschnittes sind beide Flecke gleich hell. Von da an ist der zweite der hellere, und gelangt der Hauptschnitt des sich drehenden Prismas in die Lage PP (auf der Wand in Abb. 694), so verschwindet der erste auf der finsternen Wand, d. h. er ist vollkommen dunkel; der zweite ist so hell, wie der erste im Anfang war. Dreht man weiter, so wiederholt sich der Vorgang, nur gilt dann von dem ersten Fleck, was bisher von dem zweiten galt, und umgekehrt.

Genauere Messungen zeigen, daß der *zweite* Fleck an Helligkeit *das gewinnt*, was der erste gleichzeitig verliert, die Summe der Helligkeit beider also konstant ist, und zwar gleich der Helligkeit des ganzen auf den Kalkspatkristall fallenden Lichtes. Das stimmt mit der Zerlegung der Schwingungen überein. Denn bezeichnet (Abb. 700) SS die Schwingungsebene des auf den Kristall fallenden Lichtes und HH den Hauptschnitt, also die Ebene, in der der außerordentliche Strahl schwingt; bezeichnet CD die senkrecht dazu stehende, also die Ebene, in der der *ordentliche* Strahl schwingt, bedeutet ferner $CA = a$ die Amplitude des auf den Kristall auffallenden außerordentlichen Strahles, wenn der Hauptschnitt HH parallel mit SS steht, so ist, wenn HH und SS den Winkel w bilden, die Komponente, die in den Hauptschnitt fällt, $a \cos w$. Sie wird durchgelassen. In die Ebene senkrecht zum Hauptschnitt fällt die Komponente $a \sin w$. Auch sie wird jetzt, wo der Kalkspatkristall ein natürlicher ist, durchgelassen, aber nach einer anderen Richtung, nämlich als *ordentlicher* Strahl. Was beim Drehen des Kristalls dem

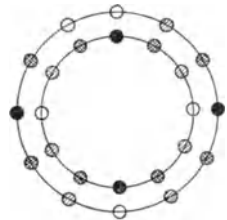


Abb. 699. Derselbe Helligkeitswechsel, wie in Abb. 694 beschrieben, aber das NICOLSche Prisma ist durch einen natürlichen Kalkspat ersetzt. Daher treffen jetzt *zwei* Bündel auf die Wand.

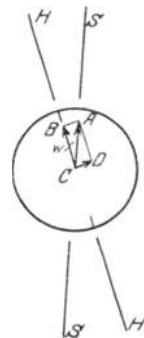


Abb. 700. Zum Mechanismus des durch Abb. 699 beschriebenen Vorganges.

außerordentlichen Strahl an Intensität der Schwingung *genommen* wird, wird dem *ordentlichen hinzugefügt*. (Die Intensität wird durch das Quadrat der Amplitude gemessen, hier durch a^2 . Die Summe der Quadrate der beiden Komponenten ist $a^2 \cdot \cos^2 w + a^2 \cdot \sin^2 w = a^2$, also die Intensität beider Strahlen konstant, wie es die Messung ja auch ergibt.) — Gleich hell sind die beiden Flecke dann, wenn Hauptschnitt und Schwingungsebene einen Winkel von 45° bilden, da dann die beiden Komponenten, $a \sin 45^\circ$ und $a \cos 45^\circ$, gleich groß sind.

Man kann das aus dem Kalkspat kommende Licht anstatt es auf eine Wand fallen zu lassen, in das Auge treten lassen, also die Wand durch die Netzhaut des Auges ersetzen. Legt man z. B. ein Kalkspatprisma mit einer natürlichen Endfläche auf einen weißen Fleck auf schwarzem Grunde, so sieht man den Fleck durch den Kristall doppelt. Legt man auf den Kristall einen zweiten und dreht ihn um die Blicklinie als Achse, so sieht man im allgemeinen vier Flecke, je *zwei* und *zwei* gleich hell; — alle *vier* gleich hell, wenn die Hauptschnitte einen Winkel von 45° miteinander bilden. Benützt man zwei NICOLSche Prismen dazu, so sieht man den Fleck einfach, und zwar solange man ihn nur durch *ein* Prisma betrachtet, immer in gleichbleibender Helligkeit, die gleich der halben Helligkeit ist, die er für das bloße Auge hat. Wenn man ihn durch beide hintereinander gestellt betrachtet, sieht man ihn in einer Helligkeit, die, zwischen einem Maximum und Null liegend, von dem Winkel zwischen den beiden Hauptebenen abhängt.

Da ein Nicol nur solches Licht ungeschwächt hindurchläßt, das geradlinig polarisiert ist, und dessen Schwingungsebene seinem Hauptschnitt parallel ist, so kann man durch ihn die Lage der Schwingungsebene (gegebenen) geradlinig polarisierten Lichtes ermitteln — d. h. ihn als *Analysator* benutzen. Und da er andererseits die im natürlichen Licht enthaltenen Schwingungen auf eine einzige bestimmte Richtung beschränkt, dient er auch als *Polarisator*. Uns interessiert er zunächst als Analysator.

489. Polarisation durch Spiegelung und durch Brechung. Polarisationswinkel. Vor allem lehrt das NICOLSche Prisma, wenn man es um die Blicklinie dreht, daß auch *einfach* gebrochenes Licht und *gespiegeltes* Licht Polarisationerscheinungen geben, nur sind sie weniger einfach zu beobachten. — Entdeckt hat die Polarisation des gespiegelten Lichtes MALUS (1810) an dem von einer Fensterscheibe zurückgeworfenen Sonnenlicht. Läßt man auf eine spiegelnde Glasplatte, etwa eine schwarze Glasplatte — wohlgemerkt, das *Glas* soll spiegeln, nicht etwa eine *Metallschicht* (S. 601) auf der Rückseite — parallele Lichtstrahlen fallen unter ungefähr 56° (der erforderliche Winkel hängt von dem Stoff ab, für Wasser z. B. ist er 53°), so hat das zurückgeworfene Licht dieselben Eigenschaften, wie wenn es aus Kalkspalt austräte. Läßt man es durch ein NICOLSches Prisma den Kanten parallel ins Auge treten, so gibt es *Helligkeit*, wenn der *Hauptschnitt des Nicols senkrecht* zur Einfallsebene, Dunkelheit, wenn er mit ihr parallel ist. Daraus folgt: die Schwingungen des unter 56° von dem Glase zurückgeworfenen Strahles geschehen *nur senkrecht* zur Einfallsebene (Abb. 701). Für den Übergang von Hell zu Dunkel und wieder zu Hell ist hier die Einfallsebene eine Symmetrieebene, wir bezeichnen sie daher als *Polarisationsebene des reflektierten Strahles*. Völlige Dunkelheit tritt aber nur dann ein, wenn das Licht gerade unter 56° einfällt, dem *Polarisationswinkel*.

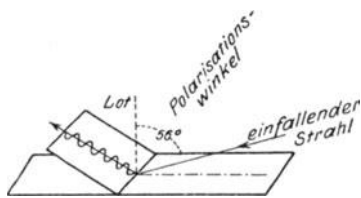


Abb. 701. Geradlinige Polarisation des Lichtes durch Spiegelung an Glas unter dem Polarisationswinkel.

Dunkelheit tritt aber nur dann ein, wenn das Licht gerade unter 56° einfällt, dem *Polarisationswinkel*.

Spiegelung unter dem Polarisationswinkel polarisiert also den Strahl, wie ihn der Durchgang durch ein NICOLSches Prisma polarisiert hat. Ein Strahl, der aus dem

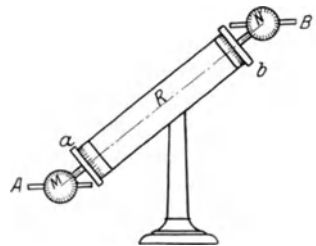


Abb. 702. Vorrichtung zum Nachweis der Eigenschaften eines durch Spiegelung polarisierten Lichtstrahles. *A* und *B* Glasspiegel, um *M* und um *N* als Achsen drehbar, ferner an den Fassungen *a* und *b* um *R* als Achse drehbar.

Nicol kommt, verhält sich aber ganz anders, wenn er auf einen zweiten Nicol trifft, als ein natürlicher Lichtstrahl. Und so ist es auch hier: ein Strahl, der von einem *Spiegel* unter dem Polarisationswinkel gespiegelt wird, verhält sich, wenn er auf einen *zweiten* Spiegel fällt, ganz anders als ein natürlicher. Wie wir den zweiten Nicol um den (vom ersten) polarisierten Strahl als Achse gedreht haben, so drehen wir jetzt den zweiten Spiegel um den (vom ersten) polari-

sierten Strahl. Man benützt dazu den Apparat Abb. 702. *A* und *B* sind zwei spiegelnde Glasplatten, die um die Achsen *M* und *N* drehbar sind. *R* ist ein zylindrisches Rohr, um dessen Achse die Fassungen *a* und *b*, an denen die Spiegel sitzen, ebenfalls drehbar sind. Man stellt zunächst die Spiegel einander parallel und läßt ein Bündel paralleler Strahlen unter dem Polarisationswinkel auf *A* und, von *A* reflektiert und polarisiert, der Rohrachse entlang auf *B* fallen. *B* reflektiert nun das auffallende Licht, solange die Spiegel parallel bleiben, d. h. solange (das Charakteristische) die Einfallsebenen beider Spiegel in derselben Ebene liegen, und gibt einen Lichtfleck von entsprechender Helligkeit, wenn das Licht von *B* aus auf eine Wand trifft. Dreht man aber an der Fassung *b* den Spiegel um *W*, d. h. um das vom Spiegel *A* reflektierte Bündel, das ja *R* entlang reflektiert wird, so wird der Fleck auf der Wand dunkler; und er ist völlig finster, wenn die Fassung *b* um 90° gedreht ist, d. h. wenn die beiden Einfallsebenen einen rechten Winkel bilden. Die Schwingungen des bei dem zweiten Spiegel unter dem Polarisationswinkel ankommenden Strahls geschehen dabei in der Einfallsebene, sie werden dann nicht reflektiert. (Aber gebrochen werden sie.) Wird das Licht unter einem anderen als dem Polarisationswinkel von dem Spiegel zurückgeworfen, so wird es nur zum Teil polarisiert.

Von dem polarisierten Teile ist es auch nur die zur Einfallsebene senkrechte Komponente, die zurückgeworfen wird, d. h. nur diejenige, die bei der Doppelbrechung der im Hauptschnitt schwingenden entspricht. Was wird nun aber aus der zur Einfallsebene parallelen Komponente, die bei der Doppelbrechung der senkrecht zum Hauptschnitt schwingenden entspricht? Sie findet sich, wie die Erfahrung lehrt, in dem gebrochenen Strahl, der gleichzeitig mit dem gespiegelten auftritt. Tatsächlich ist Licht, das schief durch eine Glasplatte geht, stets teilweise polarisiert, und zwar sind die Schwingungen, wie die Analyse durch das NICOLSche Prisma lehrt, parallel zur Einfallsebene. Das gebrochene Licht ist immer nur teilweise polarisiert; aber man kann den Teil vergrößern, wenn man das Licht durch eine größere Anzahl aufeinanderliegender paralleler Glasplatten (Glasplattensatz) schiebt (Abb. 703). Jede neue Brechung vergrößert den Teil. Im NÖRRENBURGschen Polarisationsapparat [496.] als Polarisorator benützt.

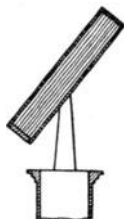


Abb. 703. Glasplattensatz zur Polarisation des Lichtes durch einfache Brechung.

Trifft ein geradlinig polarisierter Strahl unter dem Polarisationswinkel auf eine spiegelnde Glasfläche, und zwar so, daß seine Schwingungsebene mit der Einfallsebene identisch ist, so wird er nicht reflektiert, aber gebrochen wird er. Was geschieht aber, wenn der Strahl durch die brechende Fläche nicht hindurch kann wie bei der totalen Reflexion? (Abb. 704.) Er wird dann doch reflektiert, aber er ist nach der Reflexion zirkular polarisiert (FRESNEL) (S. 596). Es sind dann zwei Schwingungen in ihm vereinigt, eine in der Einfallsebene und eine senkrecht dazu, aber die eine ist der anderen um $\frac{1}{4}$ Wellenlänge voraus. — Wenn Licht, gleichviel ob natürliches oder linear polarisiertes, an Metallflächen reflektiert wird, oder an stark brechenden Substanzen, z. B. am Diamant, wird die Schwingung elliptisch. Deswegen wurde für die geradlinige Polarisation durch Spiegelung ausdrücklich gefordert

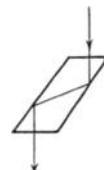


Abb. 704. FRESNELsches Parallelepiped, in dem ein Lichtstrahl zweimal an Glas total reflektiert wird und aus dem das Licht zirkular polarisiert austritt.

Aus der Reflexion an den Wasserbläschen und den Staubteilchen in der Luft erklärt sich auch, daß das diffuse Tageslicht polarisiert ist. Aus der Polarisation des Tageslichts erklärt sich dann die sehr auffällige Tatsache, daß eine ausgedehnte ruhende Wasserfläche, ein Teich oder ein See, bald als Spiegel glänzt, bald schwarz und glanzlos erscheint; das zweite dann, wenn wir in einer Richtung danach hinsehen, nach der die Fläche das Tageslicht wegen seiner Polarisiertheit nicht reflektiert.

Daß der Polarisationswinkel für jeden Stoff eine andere Größe hat, hat MALUS entdeckt, BREWSTER entdeckte dann die Gesetzmäßigkeit dieser Änderung. Er fand: für eine gegebene Substanz ist derjenige Einfallswinkel der Polarisationswinkel, bei dem der gebrochene und der gespiegelte Strahl senkrecht aufeinander stehen (Abb. 705). Der Polarisationswinkel hängt danach mit dem Brechungskoeffizienten zusammen durch die Beziehung $n = \operatorname{tg} i$, denn da i und r einander zu einem Rechten ergänzen, also $\sin r = \cos i$ ist, so ist $n = \frac{\sin i}{\sin r} = \frac{\sin i}{\cos i} = \operatorname{tg} i$. Das Gesetz gilt nicht streng, aber mit großer Annäherung. Man kann damit den Polarisations-

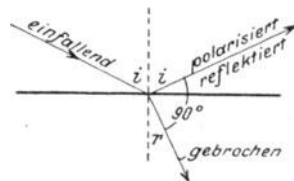


Abb. 705. Beziehung zwischen dem Polarisationswinkel und dem Brechungskoeffizienten.

winkel eines Stoffes für Licht einer bestimmten Farbe vorausberechnen, wenn man ihren Brechungsindex für diese Farbe kennt und umgekehrt. Das zweite ist wertvoll, wo es sich um Metalle, überhaupt um undurchsichtige Stoffe handelt.

490. Das natürliche Licht. Wir hatten an der rotierenden Kompaßnadel verdeutlicht, wie das *natürliche* Licht aus dem *geradlinig polarisierten* entstanden gedacht werden kann: das natürliche Licht war danach geradlinig polarisiertes, dessen Schwingungsebene ungeheuer schnell um den Strahl rotiert. Müßte man dann aber nicht, wenn natürliches Licht durch ein NICOLSches Prisma in das Auge tritt, immer dann das Licht *verlöschen* sehen, wenn die Schwingungsebene den Hauptschnitt senkrecht kreuzt? Nein! Unser Auge gebraucht *wenigstens* $\frac{1}{7}$ Sekunde, um einen Eindruck, hier das Verlöschen, zu *empfinden*, die Schwingungsebene wechselt aber ihre Lage wenigstens einige Millionen Male in der Sekunde. Diese Wechselzahl ist aber nicht unbegrenzt. Keinesfalls ist sie so groß, daß, wenn ein bestimmtes Ätherteilchen auch nur *einmal* hin- und hergeschwungen ist, die rotierende Kompaßnadel (also die Schwingungsebene) schon bei der *nächsten* Schwingung des Teilchens eine andere Richtung hat, d. h. schon die *nächste* Welle in einer anderen Ebene liegt als die vorhergehende. Denn dann gäbe es keine Interferenzerscheinungen des natürlichen Lichtes (S. 583f.): Berg und Tal zweier Wellenzüge von der Form Abb. 691 können einander doch nur dann vernichten, wenn die Schwingungen in *dieselbe* Ebene fallen. Und gerade aus den Interferenzerscheinungen folgt, daß *wenigstens* $2\frac{1}{2}$ Millionen Wellenlängen in *derselben* Ebene liegen (LUMMER) und einander vollkommen gleich sind, d. h. wenigstens $2\frac{1}{2}$ Millionen Schwingungen einander folgen, ehe die Schwingungsebene ihre Lage ändert. — Andererseits kann man diese Interferenzerscheinungen unterdrücken, wenn man die Schwingungsebenen der beiden Strahlen an der Interferenzstelle gegeneinander verdreht (ABBE und SOHNCKE).

491. Interferenz polarisierter Lichtstrahlen. Interferieren zwei polarisierte Lichtstrahlen, die *nicht in derselben Ebene* polarisiert sind, so müssen offenbar andere Interferenzerscheinungen eintreten als beim natürlichen Lichte. Um sie zu sehen, benützt man sehr dünne Blättchen von doppeltbrechenden Kristallen, gewöhnlich von Gips- oder Glimmerkristallen, da diese sich besonders dünn spalten lassen.

Wir schneiden das planparallele Blättchen parallel zur Achse und schicken *geradlinig polarisiertes* Licht senkrecht darauf — zu folgendem Zweck: der Strahl spaltet sich beim Eintritt in die Platte im *allgemeinen* (d. h. wenn nicht seine Schwingungsebene zufällig eine *bestimmte* Lage hat, die hier abgeschlossen sein soll) in zwei geradlinig polarisierte Strahlen, deren Schwingungsebenen senkrecht aufeinander stehen (Abb. 696). Beide Strahlen durchlaufen die Platte in derselben Richtung, *aber verschieden schnell*. Beim Austritt aus der Platte ist der eine dem anderen um einen gewissen Bruchteil einer Wellenlänge voraus, d. h. die Wellen haben verschiedene Phase. Diese Phasendifferenz bezwecken wir.

(Man nennt eine Platte, die eine Phasendifferenz von einer Viertel-Wellenlänge hervorruft, eine „ $\lambda/4$ -Platte“.) Wir haben dann (bereits S. 291 besprochen) zwei gleichzeitig an derselben Punktreihe entlang laufende transversale Wellen, deren Schwingungen senkrecht aufeinander stehen und die denselben Punkt ergreifen. Sie schwingen den Punkt gradlinig hin und her oder bewegen ihn in einer Ellipse oder in einem Kreise um die Ruhelage, je nach der Größe der Phasendifferenz, mit der die Wellen in ihm zusammentreffen. Wir denken sie

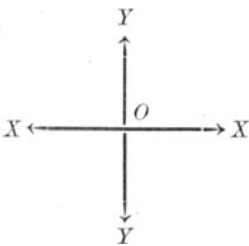


Abb. 706.

uns — wenn wir das Buch horizontal hinlegen — vertikal von unten kommend, die eine längs XX , die andere längs YY schwingend (Abb. 706). Sie bewegen dann den Punkt O in der Ebene des Buches je nach der Phasendifferenz, mit der sie in ihm zusammentreffen, im *allgemeinen* in einer Ellipse; unter besonderen Bedingungen geht die Ellipse in eine gerade Linie, unter anderen in einen Kreis über. Je nachdem wird das Licht elliptisch, geradlinig oder *zirkular* polarisiertes.

Daß wir eine greifbare Masse zwingen können, zwei Schwingungen gleichzeitig auszuführen, können wir beweisen (Abb. 288). Aber dürfen wir daraus auf die Lichtwellen schließen und annehmen, daß die Schwingungen geradlinig, kreisförmig oder elliptisch sind? Woran prüfen wir, welcher Fall vorliegt? Mit einem zweiten Nicol, mit dem wir durch die Platte sehen. Das Licht geht dabei (Abb. 707a) durch ein NICOLSches Prisma, durch die Platte und durch das zweite Prisma. Im ersten wird es polarisiert, in der Platte wird es in zwei (ebenfalls geradlinig polarisierte) Strahlen gespalten, und beim Austreten aus der Platte setzen sich die zwei zu geradliniger oder zu kreisförmiger oder zu elliptischer Schwingung zusammen, und dieses Licht trifft den anderen Nicol, den Analysator. Durch dieses NICOLSche Prisma geht nur Licht hindurch, dessen Schwingungsebene mit seinem Hauptschnitt zusammenfällt. Abb. 707b zeigt die Kristallplatte, vertikal von oben gesehen, O ist der Punkt, an dem der von unten kommende polarisierte Strahl in die Platte eintritt, resp. den darüberliegenden Punkt, an dem er aus der Platte austritt, OA ist seine Amplitude (in der Schwingungsebene, die durch den Hauptschnitt eines Nicols, vertikal unter der Platte, bestimmt ist), OX und OY sind die optische Achse der Kristallplatte und die dazu Senkrechte, zugleich die Schwingungsrichtungen der Komponenten, in die sich der Strahl von der Amplitude AO beim Eintritt in die Platte zerlegt; die *eine* Richtung ist gegeben durch die optische Achse des Kristalles. OB und OC sind die Amplituden der beiden geradlinig polarisierten Strahlen, die aus der Platte austreten und sich miteinander zu einem neuen Strahl zusammensetzen.

In welcher Weise der zu zweit durchlaufene Nicol, der obere (Abb. 707a), analysierend wirkt, zeige ein Beispiel. Angenommen, die beiden aus der Platte tretenden Lichtstrahlen hätten eine solche Phasendifferenz, daß sie bei der Zusammensetzung ihrer Bewegungen die Ätherteilchen zwingen müßten, Kreise um O zu beschreiben, also zirkular polarisiertes Licht zu erzeugen. Woran würden wir die Kreisform der Bahn erkennen? Wir wissen: wenn wir (Abb. 708) O nach irgendeiner Richtung, z. B. Nord-Süd, zu Pendelschwingungen antreiben und ihm, wenn er in einem Umkehrpunkt der Schwingungsbahn angekommen ist — d. h. in Nord oder in Süd, also nachdem er $\frac{1}{4}$ seiner Schwingungsbahn zurückgelegt hat — in einer zur ursprünglichen Schwingungsrichtung senkrechten Richtung, d. h. in der Richtung Ost-West, genau ebenso antreiben, so schwingt der Punkt nicht zur Ruhelage O zurück, sondern er läuft mit gleichförmiger Geschwindigkeit im Kreise um O als Mittelpunkt, und zwar *dauernd*, da die von

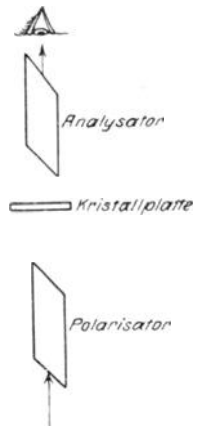


Abb. 707 a. Verbindung zweier NICOLScher Prismen mit einer Kristallplatte zur Analyse der Schwingungsform gegebenen polarisierten Lichtes.

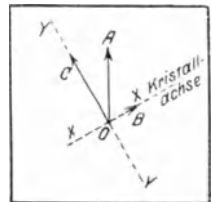


Abb. 707 b. Zerlegung eines geradlinig polarisierten Strahles in zwei zueinander senkrechte Komponenten (OA zeigt die Lage seiner Polarisationsebene, OB und OC die der Komponenten).

beiden Antrieben ihm erteilten Bewegungen infolge der Trägheit *beide* erhalten bleiben. Würde dem Punkt eine von den beiden Bewegungen plötzlich genommen, *irgendwo*, etwa wenn er in *P* angekommen ist, so gibt er die *Kreisbewegung auf* und *pendelt* von da an längs *PP*, dem ihm gebliebenen Antrieb entsprechend.

492. Der zirkular polarisierte Lichtstrahl. Die Ähnlichkeit dieses mechanischen Vorganges und des mutmaßlichen Vorganges im zirkular polarisierten Lichtstrahl ist klar: den senkrecht zueinander gerichteten Schwingungskomponenten am Pendel entsprechen die Schwingungen der geradlinig polarisierten Lichtstrahlen, deren Schwingungsebenen senkrecht zueinander stehen. Der Kreisbewegung des Pendels entspricht die — mutmaßliche — Kreisbewegung in der Strahlenresultante, d. h. in dem zirkular polarisierten Strahl. Entzieht man also dieser Kreisbewegung im Lichtstrahl die eine Komponente, so muß *stets* die andere übrigbleiben. Das heißt: der zirkular polarisierte Strahl muß in einen geradlinig polarisierten übergehen mit einer Schwingungsebene senkrecht zu der jener weggenommenen Komponente. *Das tritt tatsächlich ein, man kann es durch den zweiten Nicol beobachten:* Trifft der zirkular polarisierte Strahl auf diesen Nicol, so *spaltet* er sich in zwei Strahlen, einen, der *senkrecht* zum Hauptschnitt schwingt, und einen, der *im* Hauptschnitt schwingt; den ersten läßt der

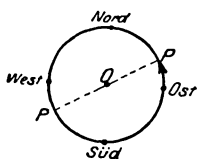


Abb. 708. Mechanischer Hergang bei der Zerlegung des zirkular polarisierten Strahles in zwei geradlinig polarisierte.

Nicol nicht durch, wohl aber den zweiten. Und genau so, wie die Kreisbewegung der Abb. 708 in die geradlinige übergeht, *gleichviel an welchem Punkte der Kreisbahn* man ihr die zweite Komponente wegnimmt, und die Richtung der übrigbleibenden Schwingung nur davon abhängt, an welchem Punkte der Kreisbahn das geschieht, so auch hier! Wie man auch den Nicol um die Achse des polarisierten Lichtstrahles dreht, das Gesichtsfeld ist stets gleichmäßig hell, dieser zweite Strahl ist also *stets* vorhanden, wie wenn *natürliches* unpolarisiertes Licht hineinfiele. Läßt man aber den zirkular polarisierten Strahl durch eine zweite $\lambda/4$ -Platte gehen, *ehe er in den Analysator tritt*, d. h. erhöht man die Phasendifferenz der im zirkular polarisierten Strahl enthaltenen Komponenten

auf $\lambda/2$, dann verwandelt sich der zirkular polarisierte Lichtstrahl in einen geradlinig polarisierten mit einer Schwingungsebene, deren Lage der analysierende Nicol anzeigt. Kurz: Natürliches Licht unterscheidet man von zirkular polarisiertem dadurch, daß man das zu untersuchende Licht durch eine $\lambda/4$ -Platte und einen Nicol wie in Abb. 706 ins Auge treten läßt und den Nicol dreht. Bleibt das Gesichtsfeld gleichmäßig hell, so ist das Licht natürliches; ändert sich die Helligkeit in der bekannten Weise, so ist es zirkular polarisiertes. Das NICOLSche Prisma leistet in diesem Sinne eine Analyse des Lichtes.

Die Interferenzerscheinungen des polarisierten Lichtes beim Durchgange durch Kristallplatten sind unendlich mannigfaltig. Die Mannigfaltigkeit wächst, wenn wir *weißes* Licht anwenden. Der Analysator kann dann nur *gewisse Farben*, für die die Phasendifferenz eine ungerade Anzahl von halben Wellenlängen beträgt, auslöschen. Infolgedessen wird die zu der ausgelöschten Farbe komplementäre Farbe *sichtbar* (chromatische Polarisation).

493. Drehung der Polarisationssebene. Ein Sonderfall der Zirkularpolarisation (wichtig für Physik und Chemie, für die Theorie und die Praxis) ist die *Drehung der Polarisationssebene*. Unter den optisch einachsigen Kristallen (S. 124) nimmt der Quarz (Bergkristall) eine Sonderstellung ein (entdeckt durch ARAGO). Schneidet man aus einem anderen optisch einachsigen Kristall, etwa Kalkspat, eine planparallele Platte *senkrecht* zur optischen Achse, bringt sie zwischen zwei Nicols als Analysator und Polarisator, und schickt paralleles Licht senkrecht hindurch, also parallel zur Achse — *einfarbiges* Licht, z. B. gelbes —, dann sieht

das Gesichtsfeld im Analysator geradeso aus, wie wenn die Platte nicht da wäre: bei rechtwinklig gekreuzten Nicols ist es finster. Ist aber die Platte aus Quarz, so müssen wir den Analysator aus der rechtwinkligen Stellung herausdrehen, um Dunkelheit zu bekommen, z. B. um ungefähr $21,7^\circ$, wenn die Platte 1 mm dick ist. Entsprechendes gilt für *jede* Farbe des Spektrums: jede fordert, daß der Analysator um einen bestimmten Winkel aus der rechtwinkligen Stellung herausgedreht wird, damit gerade sie erlischt. Die Größe des Winkels hängt von der Dicke der Platte ab, ist ihr proportional und ist bei einer Platte von 1 mm Dicke für die FRAUNHOFERSCHEN Linien:

Rot	Orange	Gelb	Grün	Blau	Indigo	Violett
<i>B</i>	<i>C</i>	<i>D</i>	<i>E</i>	<i>F</i>	<i>G</i>	<i>H</i>
$15,7^\circ$	$17,3^\circ$	$21,7^\circ$	$27,5^\circ$	$32,7^\circ$	$42,6^\circ$	$51,2^\circ$

Abb. 709 gibt sie für eine 3,75 mm starke Platte wieder. Ist das Licht *nicht* einfarbig, sondern weiß, so erlischt bei jeder Stellung des Analysators nur *eine* bestimmte Farbe *ganz*, das Gesichtsfeld erscheint daher in einer Mischfarbe aus allen *übrigen* Spektralfarben; ihre Helligkeit und ihr Farbenton bestimmen sich daraus, wieviel jede einzelne der (verschieden hellen) Spektralfarben zur Aufhellung des Gesichtsfeldes bei der betreffenden Stellung des Analysators und bei der jeweiligen Dicke der Quarzplatte beiträgt.

Das ist die grundlegende Erscheinung; FRESNEL (1823) hat sie so erklärt: Der aus dem Polarisator kommende *geradlinig* polarisierte Strahl *spaltet sich* bei seinem *Eintritt* in die Quarzplatte in zwei zirkular polarisierte, der eine rechts, der andere links zirkular. Der eine durchläuft die Platte schneller als der andere. Bei ihrem *Austritt* aus der Platte *setzen* sie sich wieder zu einem *geradlinig* polarisierten Strahl *zusammen*, gerade so wie sie daraus hervorgegangen sind. Aber weil der eine dem anderen vorausgeeilt ist, ist die Schwingungsebene des neuen Strahles nicht identisch mit der des ursprünglichen, sondern ist im Drehungsinne des schnelleren um einen gewissen Winkel gedreht. Die aus der Quarzplatte austretenden zirkular polarisierten Strahlen streben, den Äther im Kreise zu bewegen, der eine rechts, der andere links herum, beide gleichzeitig und beide gleich stark. Daher entsteht nicht eine Kreisbewegung, sondern eine geradlinige Schwingung, d. h. die beiden zirkular polarisierten Strahlen setzen sich zu einem geradlinig polarisierten zusammen. Aber da der eine zirkular polarisierte Strahl dem anderen vorausseilt, so hat das Ätherteilchen bereits einen Teil seines Kreises durchlaufen, also (Abb. 710) einen Kreisbogen *AB* beschrieben, ehe der andere Strahl zu dem ersten hinzukommt und ihn zwingt, die Kreisbewegung aufzugeben und mit ihm zusammen den geradlinig polarisierten Lichtstrahl *BB* zu bilden. Würden sie *gleichzeitig* aus der Platte austreten, wie sie beide gleichzeitig (im geradlinig polarisierten Strahl mit der Schwingungsebene längs *AA* vereinigt) *eingetreten* sind, so würden sie sich auch zu einem Strahl vereinigen, dessen Schwingungsebene dieselbe Lage hat wie *AA*. Die Phasendifferenz erklärt also die Drehung der

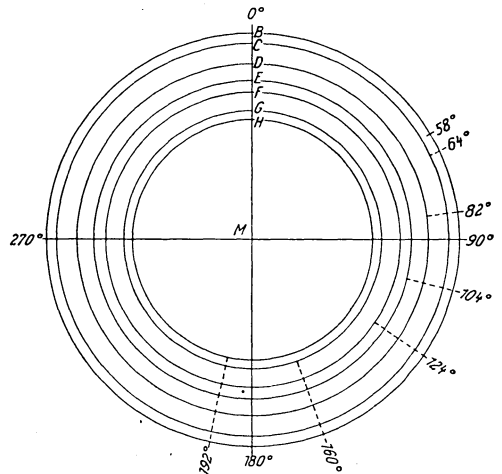


Abb. 709. Rotationsdispersion. Der Winkel zwischen dem vertikalen Durchmesser und — zum Beispiel — 58° (FRAUNHOFERSCHE Linie *B*) ist der Winkel, um den eine 3,75 mm dicke achsensrechte Quarzplatte die Polarisationssebene eines geradlinig polarisierten Strahles dieses roten Lichtes dreht. Bei der Anordnung wie in Abb. 707a muß der Analysator mit dem Polarisator einen Winkel von $90^\circ + 58^\circ$ bilden, um dieses Rot auszulöschen.

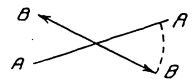


Abb. 710. Zur Mechanik der Drehung der Polarisationssebene.

Schwingungsebene und mit ihr die der Polarisationssebene. — Es ist genau so, wie wenn der Pendelkörper der Abb. 288 gleichzeitig zwei gleich große Antriebe zur Kreisbewegung bekäme — den einen im Uhrzeigersinne, den anderen entgegengesetzt. Dann würden die beiden Tangentialkomponenten einander vernichten, und das Pendel würde dann wieder über einen Durchmesser pendeln; über welchen, das hinge davon ab, an welchem Punkte der Kreisbahn der zweite Tangentialtrieb zu dem ersten hinzugetreten ist.

Außer dem Quarz drehen noch viele andere Kristalle die Polarisationssebene, z. B. Zinnober. Auch gewisse Kristalle des regulären Systems drehen sie, z. B. chlorsaures und bromsaures Natron, gleichviel in welcher Richtung zur Achse die Strahlen hindurchgehen; ebenso gewisse Flüssigkeiten, z. B. Terpentinöl und Lösungen von gewissen festen unkristallisierten Stoffen, z. B. von Zucker, von Dextrin und von anderen Substanzen (auch gewissen Chrom- und gewissen Kobaltsalzen), ja sogar Gase, z. B. der Dampf von Terpentinöl. Das Drehungsvermögen kristallisierter Stoffe erklärt man aus einer Unsymmetrie in der Anordnung der Moleküle. Das der Flüssigkeiten und das der Gase kann man nur aus einer Unsymmetrie im Bau des Moleküls selber erklären. Es gibt (LE BEL, VAN 'T HOFF) Beziehungen zwischen der chemischen Zusammensetzung und dem Drehungsvermögen. Die Beobachtung und die Messung der Drehung ist dadurch ein wertvolles Hilfsmittel der chemischen Analyse. Das Drehungsvermögen von Lösungen hängt auch von deren Konzentration ab, und man kann aus der Größe der Drehung auf die Konzentration schließen. (Anwendung z. B. in den Zuckerfabriken, um in einer gegebenen Lösung, ferner in der Medizin, um im Harn der Zuckerkranken den Gehalt an Zucker zu ermitteln.)

494. Saccharimeter. Die Instrumente dazu, die *Saccharimeter*, gehören zu den wichtigsten optischen Instrumenten. Das einfachste (MITSCHERLICH) ist eine Vorrichtung, deren einzelne Teile der Versuchsanordnung Abb. 707 a entsprechen, nur liegt sie horizontal, und zwischen den beiden Nicols liegt anstatt der Platte ein Rohr mit der zu untersuchenden Flüssigkeit. Man benutzt homogenes Licht und stellt, ehe man das Rohr einlegt, den Analysator so zu dem Polarisator, daß das Gesichtsfeld finster ist — die *Nullstellung*. Dann legt man das mit der Flüssigkeit gefüllte Rohr zwischen beide. Dadurch wird die Polarisationssebene des aus dem Polarisator kommenden Strahles gedreht, und das Gesichtsfeld wird hell. Man dreht dann den Analysator, bis es wieder finster ist — rechts herum oder links herum, je nachdem die Flüssigkeit nach rechts oder links dreht. Aus dem Drehungswinkel und der Länge der durchstrahlten Schicht (gewöhnlich 20 cm) berechnet man die Konzentration der Lösung. Man liest sie in Prozent der aufgelösten Substanz an dem empirisch geeichten Teilkreise ab. — Benutzt man weißes Licht, so wird das Gesichtsfeld farbig. Drehung des Analysators führt dann auch immer nur eine neue Farbe herbei (niemals Dunkelheit). Man dreht den Analysator, bis man diejenige bekommt, die zu Gelb komplementär ist, also in die Stellung, bei der das Natriumgelb auslicht. Das Gesichtsfeld zeigt dann die *Übergangsfarbe*, ein Blauviolett, das leicht zu finden ist, weil die geringste Drehung des Analysators aus dieser Stellung heraus das Gesichtsfeld rot oder blau färbt, je nach der Richtung der Drehung.

Zuverlässiger wird die Beobachtung, wenn man die *Übergangsfarbe als Nullstellung* benutzt, in der Anordnung der Abb. 711. Man stellt zwischen den Polarisator *P* und die Röhre *R* eine planparallele Platte *p* (Abb. 712), die aus zwei Quarzplatten zusammengesetzt ist, jede Platte senkrecht zur optischen Achse geschnitten, aber die eine aus einem rechts-, die andere aus einem linksdrehenden Kristall, jede so dick (3,75 mm), daß, wenn polarisiertes, weißes Licht zwischen den gekreuzten Nicols hindurchgeht, gerade die zur Übergangs-

farbe komplementäre Farbe erlischt. Man stellt demgemäß, ehe man die zu untersuchende Flüssigkeit in den Apparat Abb. 711 bringt, den Analysator *A* so, daß man das Gesichtsfeld in der Übergangsfarbe sieht. Legt man dann das Rohr *R* mit der rechtsdrehenden Zuckerlösung ein, so wird die Drehung nach

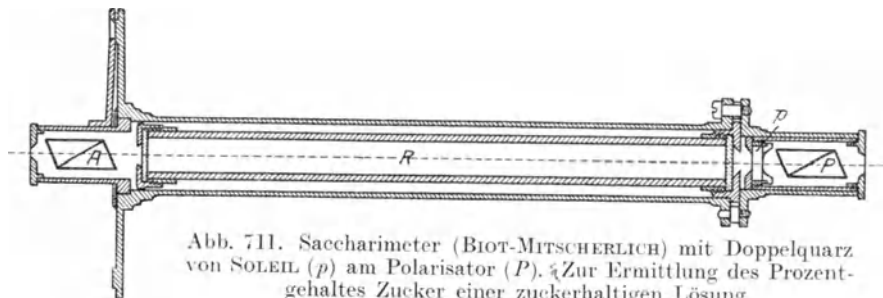


Abb. 711. Saccharimeter (BIOT-MITSCHERLICH) mit Doppelquarz von SOLEIL (*p*) am Polarisator (*P*). Zur Ermittlung des Prozentgehaltes Zucker einer zuckerhaltigen Lösung.

rechts *vermehrt*, nach links vermindert, die rechte Hälfte des Gesichtsfeldes neigt daher zum Blau, die linke zum Rot. Um zu erfahren, um wieviel sich die Polarisationssebene dabei gedreht hat, dreht man den Nicol so lange, bis man die Übergangsfarbe wiederfindet. — Bei diesen Instrumenten mißt man die Drehung dadurch, daß man der Polarisationssebene *mit dem Analysator nachgeht* und den früheren Zustand wieder herstellt. Man kann aber auch den Analysator stehen lassen und die Polarisationssebene *zurückdrehen* und feststellen, *um wieviel* man sie *zurückdrehen* muß, um den früheren Zustand wieder herzustellen. Wir wissen z. B., eine 3,75 mm dicke Quarzplatte dreht das *D*-Gelb um etwa 80° nach rechts oder nach links, je nach der Herkunft der Platte. Angenommen, die Polarisationssebene eines Strahles von gelbem Licht sei so stark gedreht worden, daß sie, sobald man den Strahl durch eine 3,75 mm starke *rechtsdrehende* Quarz-

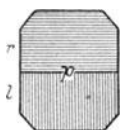


Abb. 712. Doppelquarz von SOLEIL. Zwei nebeneinander gekittete, 3,75 mm starke, rechts (*r*) und links (*l*) drehende, achsensenk-rechte Quarzplatten.

platte gehen läßt, gerade aufgehoben wird, d. h. wieder in ihre alte Stellung *zurückgedreht* wird, so heißt das: der Strahl war ursprünglich nach *links* gedreht um etwa 80°.

Eine solche Kompensation wendet das SOLEIL'sche Saccharimeter an. Es hat fast genau die Einrichtung wie der Apparat in Abb. 711, nur steht der Analysator fest, mit seinem Hauptschnitt parallel zu dem des Polarisators. — Die Kompensation einer stärkeren oder einer schwächeren Drehung fordert natürlich eine dickere oder eine dünnere Quarzplatte. Um *jede* Drehung kompensieren zu können, müßte man über eine Quarzplatte von beliebig variabler Dicke verfügen, die bald nach rechts, bald nach links dreht. Eine solche Platte

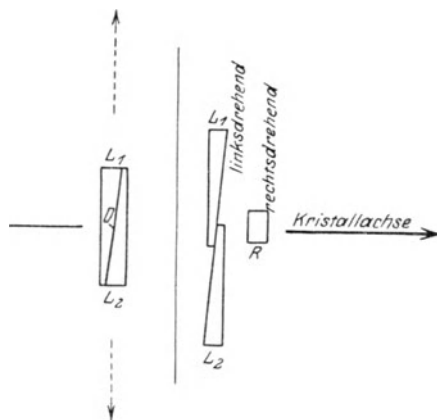


Abb. 713. Keilkompensation von SOLEIL. Eine rechts drehende Quarzplatte (*R*) und zwei links drehende Quarzkeile, die zusammen eine Platte von veränderlicher Dicke bilden.

verschafft man sich so: Man schneidet eine planparallele Platte L aus einem links drehenden Quarzkristall senkrecht zur optischen Achse und zerschneidet sie in der Diagonalebene D (Abb. 713) in die zwei keilförmigen Platten L_1 und L_2 . Verschiebt man die Keile in der Richtung der Pfeile gegeneinander, so bilden ihre einander deckenden Teile stets eine planparallele Platte, die senkrecht zur optischen Achse des Kristalles ist, und deren Dicke durch das Verschieben genügend variabel ist. Aber sie dreht nur nach links. Um eine Vorrichtung zu bekommen, die beliebig nach rechts *oder* nach links dreht, setzen wir vor die links drehende Keilplatte L die planparallele Platte R , die *auch senkrecht* zur Achse geschnitten ist, aber aus einem rechtsdrehenden Kristall, und die so dick ist wie die Platte, die die Keile in ihrer *mittleren* Stellung bilden. Bei dieser Stellung der Keile, der Nullstellung, heben die Drehungen durch R und durch $L_1 L_2$ einander auf, hat also das Gesichtsfeld, ehe die Röhre eingelegt ist, die Übergangsfarbe. Macht man die variable Keilplatte *dicker* als R , so drehen R und L zusammen nach links, macht man sie dünner, so drehen sie zusammen nach rechts. Man benützt den Apparat so: Man bringt den Keil auf die Nullstellung (das Gesichtsfeld hat die Übergangsfarbe), dann legt man das Rohr ein (die beiden Gesichtsfeldhälften haben verschiedene Färbung), dann verschiebt man die Keile, bis das Gesichtsfeld wieder die Übergangsfarbe hat; dann liest man die Stellung der Keilplatten an dem mit ihnen verbundenen Maßstabe ab.

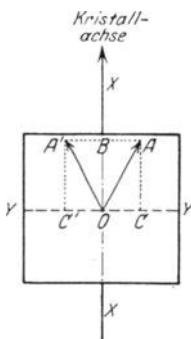


Abb. 714. Zur Erzeugung eines Gangunterschiedes von einer halben Wellenlänge durch eine achsenparallele Quarzplatte (für den Halbschattenapparat von LAURENT).

Die Polarisationsenebene des Strahles wird desto stärker gedreht, je länger und je konzentrierter die durchlaufene Flüssigkeitssäule ist; außerdem hängt die Drehung von der Temperatur der Flüssigkeit und von der Wellenlänge des angewendeten Lichtes ab. Enthält 1 cm^3 der Flüssigkeit 1 g gelöste Substanz, hat die Schicht 1 dm Länge und eine Temperatur von 20° C , benützt man D -gelbes Licht und mißt man dann die Drehung der Polarisationsenebene, so findet man einen bestimmten Winkel $[\alpha]_D^{20}$; er gibt das *spezifische Drehungsvermögen der Lösung*.

495. Die Halbschattenapparate übertreffen die beschriebenen Instrumente an Genauigkeit bei weitem. Die zu Abb. 707 a gehörige Versuchsanordnung erläutert ihren Grundgedanken. Wir benützen *homogenes* Licht, rein gelbes, und eine planparallele Quarzplatte, *parallel* zur optischen

Achse geschnitten. Ist (Abb. 714) XX' die optische Achse des Kristalls, YY' die dazu senkrechte Richtung, OA die Amplitude des aus dem Polarisator kommenden Strahles, so zerlegt sich OA beim Eintritt in die Platte in zwei geradlinig polarisierte Strahlen mit den Komponenten OB und OC . Sie gehen verschieden schnell durch die Platte, treten also mit einer Phasendifferenz aus. Die Größe der Differenz hängt von der Dicke der Platte und der Wellenlänge des angewendeten Lichtes ab. Man macht die Platte so dick, daß diese Differenz eine *halbe* Wellenlänge des angewendeten *gelben* Lichtes beträgt. Infolge ihrer Phasendifferenz von einer halben Schwingungsdauer setzen sich die Strahlen jetzt so zusammen, daß

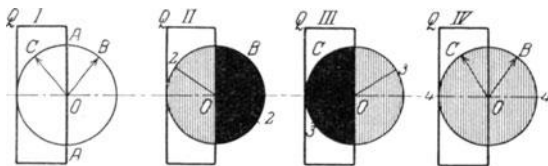


Abb. 715. Gesichtsfeld des Analysators im LAURENT'schen Halbschattenapparat bei verschiedenen Stellungen des Polarisators.

die Schwingungsebene des austretenden Strahles gegen die des eintretenden gedreht ist und die entstehende Schwingungsrichtung OA' mit OA symmetrisch zu XX' liegt. Eine Quarzplatte, die diese Phasendifferenz hervorruft — eine *Laurentplatte*, nach dem Urheber (LAURENT) des Halbschattenprinzips —, legen wir so zwischen die beiden Nicols, daß sie *das Gesichtsfeld zur Hälfte verdeckt* (Abb. 715). Der Kreis bedeutet das Gesichtsfeld

des Analysators, Q die Platte, ihr Rand AA zugleich die Kristallachse. Fällt die Schwingungsebene des Polarisators mit AA zusammen, also die Kristallachse in die Schwingungsebene, so wirkt die Platte, wie wenn sie gar nicht da wäre: beide Gesichtsfeldhälften sind gleich hell oder gleich dunkel, je nachdem man den Analysator parallel oder senkrecht zu AA stellt. Macht aber die Schwingungsebene des Polarisators einen Winkel mit der Kristallachse, hat sie z. B. die Lage OB , so geht das aus dem Polarisator kommende Licht durch die freie Hälfte des Gesichtsfeldes in der ursprünglichen Schwingungsrichtung OB , durch die von der Platte bedeckte Hälfte aber in der Schwingungsrichtung OC . Stellt man also den Analysator rechtwinklig auf OB in die Stellung 2 2, so wird das Licht der freien Hälfte des Gesichtsfeldes nicht durch den Analysator hindurchgelassen, diese Hälfte des Gesichtsfeldes also finster. Die linke, von der Platte bedeckte Hälfte wird nur etwas dunkel, denn die Schwingung OC wird zwar nicht ganz, aber die zu $O2$ parallele Komponente der Schwingung OC wird vom Analysator hindurchgelassen. Dreht man den Analysator in die Stellung 3 3, so wird aus dem analogen Grunde die bedeckte Hälfte finster und die freie nur etwas dunkel: In der Mittelstellung 4 4 werden beide Hälften etwas dunkel, aber beide gleich dunkel.

Abb. 716 zeigt den LAURENTSchen Halbschattenapparat. Das möglichst homogene Licht des Brenners a (Kaliumbichromat und eine wässrige Lösung von Uranosulfat vermischten Grün und Rot ganz) geht durch den Polarisator P , bei D durch die Laurentplatte,

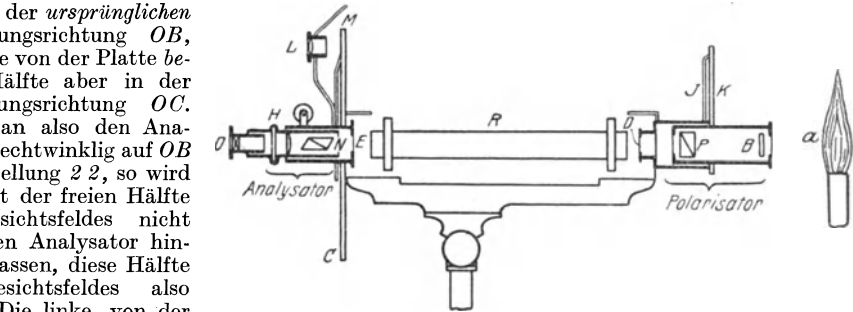


Abb. 716. Saccharimeter nach LAURENT (Halbschattenapparat).



Abb. 717. Zum Halbschattenapparat von LIPPICH.

durch die Flüssigkeit im Rohr R und durch den Analysator N ins Auge. Ehe man R einlegt, dreht man den Analysator so, daß beide Hälften des Gesichtsfeldes gleich stark beschattet sind: die Nullstellung. Bringt man nun die Flüssigkeit zwischen den Analysator und die Laurentplatte, so tritt — wie wenn man, ohne daß die Flüssigkeit dagewesen wäre, den Analysator aus der Nullstellung herausgedreht hätte — eine schroffe Helligkeitsänderung der beiden Gesichtshälften nach entgegengesetzten Seiten ein. Man muß den Analysator um einen bestimmten Winkel drehen, um beide Hälften des Gesichtsfeldes wieder gleichmäßig zu beschatten. Diesen Winkel, der auf dem Teilkreise M den Zuckergehalt der Flüssigkeit in Prozent angibt, liest man ab.

Die Halbschattenpolarimeter haben die zuerst beschriebenen Saccharimeter weit überflügelt, schon weil die Einstellung auf gleiche Helligkeit viel weniger anstrengt und daher viel genauer wird als die Einstellung auf gleiche Farbe. Der LAURENTSche Halbschattenapparat tritt aber hierin noch weit zurück gegen den von LIPPICH. Die Halbierung des Gesichtsfeldes bewirkt hier ein NICOLSches Prisma, das (Abb. 717) vor dem Polarisator, ihm parallel gerichtet, steht und ihm im Gesichtsfelde zur Hälfte verdeckt.

496. Polarisationsapparate. Das Verhalten eines gegebenen Körpers polarisiertem Lichte gegenüber zu kennen, ist für viele Zwecke wichtig. Man muß deshalb natürliches Licht durch einfache Apparate polarisieren und, nachdem es den zu untersuchenden Körper durchlaufen hat, analysieren können. Als Polarisationsapparat hierzu erwähnen wir außer der Zusammenstellung zweier NICOLSchen Prismen als Polarisator und Analysator nur den NÖRREBERGSchen Polarisationsapparat, in dem das natürliche Licht durch Brechung und

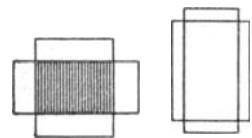


Abb. 718. Zwei aufeinanderliegende achsenparallele Turmalinplatten zur Polarisierung des hindurchgehenden Lichtes (Turmalinzange).

durch Spiegelung polarisiert wird, und die Turmalinzange (Abb. 718), in der das Licht polarisiert wird, indem es durch eine achsenparallele Turmalinkristallplatte geht, die nur den parallel zur Achse schwingenden Strahl austreten läßt, weil sie den anderen verschluckt. Weitaus am wichtigsten als Polarisator wie als Analysator ist das NICOLSche Prisma. Eine besonders handliche Vereinigung zweier Prismen gestattet der Mikroskoptubus. Der polarisierende Nicol wird unter das Objektiv gesteckt, der analysierende, bequem drehbare über das Okular gestellt (*Polarisationsmikroskop*, Abb. 719).

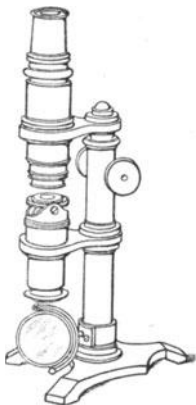


Abb. 719. Mikroskop zum Mikroskopieren im polarisierten Licht.

3. Absorption und Emission.

497. Absorption und Emission. Wir kehren zu der Erscheinung (S. 518 f.) zurück, die uns beweist, daß das Tageslicht ein Gemisch von unendlich vielen einfarbigen, nicht weiter zerlegbaren Lichtern ist. Wir halten uns nur daran, daß wir ein Spektrum vor uns haben, ohne nach der Ursache seiner Entstehung zu fragen. Wir sehen ein Farbenband von begrenzter Länge, am einen Ende rot, am anderen violett. Die *sichtbaren* Enden sind aber, wenn das Licht nicht etwa durch eine absorbierende Schicht gegangen ist, was wir hier ausschließen, nicht die *wirklichen* Enden des Spektrums. Wir *sehen* die Fortsetzungen über das Rot und über das Violett hinaus zwar nicht, können sie aber doch wahrnehmen. Ein empfindliches Thermometer, in die einzelnen Teile des Spektrums gebracht, zeigt, daß die Temperatur von dem violetten nach dem roten Ende hin steigt und jenseits des sichtbaren Endes — im *Ultrarot* — auch noch weiter steigt. Und photographiert man das Spektrum unter gewissen Vorsichtsmaßregeln, so entsteht ein Bild, das sich weit über das violette Ende — im *Ultraviolett* — fortsetzt.

Die von der „Licht“-Quelle ausgehenden Wellen erzeugen also Licht, Wärme und chemische Zersetzung (aktinische Wirkung). Aber es gibt nicht etwa dreierlei Arten Wellen, von denen jede anders wirkt, sondern nur die Art und Weise ist verschieden, in der wir die Wirkung *wahrnehmen*. Dasselbe Ultrarot, das, auf das Thermometer fallend, das Quecksilber in die Höhe treibt, würde, *wenn unser Auge dafür empfindlich wäre*, in ihm eine Lichtempfindung hervorrufen. Und dasselbe Ultraviolett, auf das die photographische Platte mit einer chemischen Zersetzung reagiert, würde unser Auge als Licht empfinden, wenn der Sehpurpur darauf reagieren würde, der für die Netzhaut ungefähr das ist, was die Silbersalze für die photographische Platte sind.

498. Entstehung der Körperfarben durch Absorption. Aber schon im *sichtbaren* Spektralgebiet können wir wahrnehmen, d. h. wir *sehen*, daß die Reaktion auf Wellen verschiedener Länge je nach der Natur des reagierenden Stoffes sehr verschieden ausfallen kann. Wir haben bisher stets angenommen, ein Körper, der von Licht getroffen wird, solle das Licht *ganz* hindurchlassen oder *ganz* zurückwerfen. Wäre diese Annahme streng erfüllt, so würden die Körper sämtlich ganz durchsichtig sein wie die Luft (die ja nach der gewöhnlichen Vorstellung *ganz* durchsichtig erscheint) oder ganz undurchsichtig. Und die undurchsichtigen würden, wenn sie auffallendes Tageslicht nur nach einer bestimmten Richtung zurückwerfen, vollkommen spiegeln, oder, wenn sie es nach allen Richtungen hin gleichmäßig zurückwerfen, vollkommen weiß aussehen. Aber weder sind die durchsichtigen Körper ganz durchsichtig, noch sind die undurchsichtigen Körper alle weiß. Die meisten sind farbig. Die Verschiedenheit des Aussehens erklärt sich zum größten Teil daraus, daß die Körper das auffallende Licht zum Teil verschlucken, zum Teil zurückwerfen und zum Teil hindurchlassen.

Das Tageslicht ist ein Gemisch von unendlich vielen verschiedenen einfarbigen Lichtern; ihr Unterschied zeigt sich uns darin, daß jedes den Eindruck einer *anderen* Farbe hervorruft. Dieser Unterschied ist aber nur für *das Auge* da. Objektiv unterscheiden sich die Lichter verschiedener Farbe, wie sich Töne verschiedener Höhe unterscheiden, nämlich durch die Schwingungsdauer und, was auf dasselbe herauskommt, durch die zu ihnen gehörige Wellenlänge. Das rote Licht hat die längste Welle, das Violett die kürzeste. Trifft weißes Licht auf die Oberfläche eines Körpers, so kommt eine Flut von Wellen aller möglichen Längen zwischen der des Rot und der des Violetts an. Die Verschiedenheit im Aussehen der Körper erklärt sich nun daraus, wie sich die Körper diesen Wellen von verschiedener Länge gegenüber verhalten. *Weiß* erscheinen uns die Flächen, die das Licht nach allen Richtungen zurückwerfen und dabei keine Wellenart bevorzugen oder benachteiligen. *Schwarz* erscheinen diejenigen Flächen, die von dem auffallenden Licht *alles* verschlucken. *Farbig* diejenigen, die beim Zurückwerfen oder beim Verschlucken der Farben eine oder mehrere bevorzugen (*selektive Absorption*).

Ein rein grün aussehender Körper, wir denken an einfarbiges Grün einer bestimmten Wellenlänge, ist danach ein Körper, der mit Ausnahme dieser grünen Strahlen alle anderen verschluckt und nur diese grünen zurückwirft. Die Körperfarbe wird somit im wesentlichen durch diejenigen Wellen bestimmt, die der Körper *verschluckt*, und nur die übrigbleibenden, die zurückgeworfen werden können, lassen uns den Körper in einem charakteristischen Licht erscheinen. Ein „grüner“ Körper ist ein solcher, der nur *grüne* Strahlen zurückwirft; beleuchtet man ihn mit *blauem* Licht, so sieht er schwarz aus, denn dann fallen keine Strahlen auf ihn, die er zurückwerfen könnte. Kurz — die Farbe, in der uns ein undurchsichtiger Körper im Tageslicht *erscheint*, ist diejenige, die die verschluckten Strahlen zu Weiß ergänzt. Ähnlich erklärt sich, warum farbige Körper bei verschiedener Beleuchtung verschiedenfarbig aussehen, im Tageslicht anders als bei Kerzenlicht oder bei Bogenlicht: in jeder ist das Gemisch von einfarbigen Lichtern anders; da nun der farbige Körper nur bestimmte Strahlen zurückwirft, so hängt sein Aussehen davon ab, ob und in welcher Stärke die betreffende Lichtquelle diese Strahlen enthält.

Ganz ähnlich erklärt sich die Farbe durchsichtiger Körper. Hier sind es aber die hindurchgelassenen Strahlen, die die Farbenempfindung hervorrufen. Rein blaues Glas erscheint blau, weil es eben nur diejenigen hindurchläßt, die im Auge den Eindruck des Blau hervorrufen. Es läßt aber *nur* blaue Strahlen hindurch. Halten wir daher zwischen das blaue Glas und die Lichtquelle ein rotes, so kommt überhaupt kein Licht in unser Auge; denn das rote Glas läßt nur rote Strahlen hindurch, diese werden aber von dem blauen nicht hindurchgelassen. Die beiden Gläser, von denen jedes für sich durchsichtig ist, sind daher aufeinandergelegt undurchsichtig.

Die Begriffe Durchlässigkeit und Undurchlässigkeit für Strahlen bezieht man als *Durchsichtigkeit* und *Undurchsichtigkeit* stets auf das Auge. Aber das ist ein Fehler. Denn das Auge ist nur ein Prüfungsmittel für *solche* Wellen, auf die es überhaupt *reagiert*. Wir dürfen, streng genommen, immer nur fragen, ob ein Stoff die *Wellen* hindurchläßt oder nicht. Wie man die Durchlässigkeit *erkennt*, ob daran, daß die Wellen auf die Netzhaut einwirken oder auf die photographische Platte oder auf das Thermometer oder wie sonst, das ist eine Frage für sich.

499. Schwächung des Lichtes durch Absorption. Die farbigen durchsichtigen Körper lassen also gewisse Strahlen hindurch, andere nicht, die Strahlen, die sie hindurchlassen,

bestimmen ihre Farbe. Aber auch die Durchlässigkeit für diese Farbe ist begrenzt. Die Energie der hindurchgehenden Wellen wird kleiner, je dicker die Schicht ist, die die Wellen durchlaufen (die verschluckte Energie wird in Wärme umgesetzt), und macht man die Schicht des durchsichtigen Körpers genügend dick, so wird er undurchsichtig. Die mit der Dicke zunehmende Absorption des Lichtes erklärt auch, warum Körper, die mischfarbiges Licht hindurchlassen, ganz verschieden gefärbt aussehen, je nachdem man durch eine mehr oder weniger dicke Schicht hindurchsieht: die dünnere Schicht läßt noch alle Farben hindurch, die eine dickere verschluckt (absorbiert).

Das Grundgesetz der Absorption lautet: die absorbierte Lichtmenge ist der auffallenden Lichtmenge proportional, und Schichten gleicher Dicke absorbieren gleiche Bruchteile des auffallenden Lichtes. Teilt man den Körper in gleich dicke Schichten und kennt man die Schwächung, die eine Schicht ausübt, so kann man daher die Intensität des aus dem Körper austretenden Lichtes aus der des eintretenden und der Dicke des Körpers berechnen. I sei die Intensität des auffallenden Lichtes, und I/n die des aus der ersten Schicht austretenden; n ist eine ganze Zahl. Wir setzen zur Abkürzung $I/n = I_1$. Dann ist I_1 die in die zweite Schicht eintretende und, da jede Schicht im selben Verhältnisse das Licht verschluckt, so ist $I_1/n = I/n^2$ die Intensität des aus der zweiten Schicht austretenden Lichtes, die aus der dritten Schicht austretende Intensität gleich I/n^3 . Hat der Körper d solche Schichten, so ist die Intensität des aus der letzten Schicht austretenden Lichtes $I = I/n^d$. Welche Wellen ein gegebener Stoff verschluckt, untersucht man an dem Spektrum, das das austretende Licht, durch ein Prisma gebrochen, gibt (Absorptionsspektrum).

500. Anomale Dispersion. Mit der Absorption hängt eng zusammen die (S. 521 erwähnte) *anomale* Dispersion. Man lösche aus dem Spektrum des weißen Lichtes Grünblau und Blau aus und bringe alles, was links von der Lücke übrigbleibt, an das rechte Ende, und was rechts übrigbleibt, an das linke. Dann entsteht die Reihenfolge: Blau, Violett, Schwarz (*Absorptionsbande*), Rot, Orange, Gelb — das ist ungefähr das Spektrum der alkoholischen Fuchsinlösung (Anilinrot), an der CHRISTIANSEN (1870) die anomale Dispersion entdeckt hat. — LE ROUX hatte sie (1860) am Joddampf entdeckt; allgemein anerkannt wurde ihre Bedeutung aber erst nach ihrer Neuentdeckung, zuerst von KUNDT (1871). Seit 1900 spielt sie eine Rolle in der Astrophysik durch die Sonnentheorie von JULIUS, die die Dunkelheit der Sonnenflecke, das Vorhandensein der Fackeln, das Licht der Chromosphäre, das anscheinend rapide Ansteigen der Protuberanzen u. a. m. aus der anomalen Dispersion glühender Gase erklärt.

Um den Verlauf der anomalen Dispersion zu übersehen, benützt man seit KUNDT die Methode der gekreuzten Prismen mit dem zu untersuchenden Stoff als zweitem Prisma (S. 521). Ein einfaches Brechungsspektrum genügt dazu nicht, denn falls mehrere Farben gleich stark gebrochen werden sollten — was bei der Unregelmäßigkeit dieser Brechung ja denkbar ist —, so fallen sie *aufeinander*. Bei dem Experimentum crucis aber, wo jede Stelle des Spektrums noch einmal rechtwinklig zur Längsrichtung des Spektrums *zerstreut*

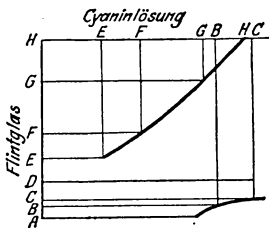


Abb. 720. Zur anomalen Dispersion einer Cyaninlösung.

wird (durch ein zweites Prisma, dessen Dispersionskraft von der des ersten *verschieden* ist), werden evtl. aufeinandergefallene Farben voneinander getrennt. Das Kreuzspektrum wird, wie zu erwarten, *krummlinig*, ist aber jetzt gleichzeitig in zwei gegeneinander verschobene Stücke auseinandergerissen, wie Abb. 720 in typischer Form für eine Cyaninlösung zeigt. Gewisse Farben fehlen ganz (hier das Gelb), und das nach der Rot-Seite benachbarte Licht (Rot, Orange) wird stärker (!) abgelenkt als das nach der Blau-Seite benachbarte (Grün, Blau) — das *Charakteristikum der anomalen Dispersion*. So oder ähnlich zerstreuen alle Stoffe, die stark gefärbt sind (Oberflächenfarben haben) und im Spektrum scharfe Absorptionsstreifen haben, z. B. Anilinfarben, Chlorophyll, auch die Metalle. Die Anomalie tritt immer in der Nähe eines Absorptionsstreifens auf: Von der Rot-Seite des normalen Spektrums kommend, wächst n mit abnehmender Wellenlänge zunächst normal, kurz vor dem Absorptionsgebiet aber sehr stark, und an dem Streifen selber springt n von einem ungewöhnlich *großen* Wert zu einem ungewöhnlich *kleinen*. Mit diesem setzt es hinter dem Streifen wieder ein, um dann zunächst mit abnehmender Wellenlänge sehr rasch und dann normal zu wachsen. (Dieses Verhalten wiederholt sich an *jedem* Absorptionsstreifen.) — Je schärfer ausgeprägt der Absorptionsstreifen ist und je näher an ihm man die Brechung beobachten kann, eine desto verzerrtere Form dieser Stelle des Kreuzspektrums sieht man. Hat ein Stoff mehrere (Karmin zwei, übermangansaures Kali fünf), so entspricht jedem Streifen eine Lücke in der Dispersionskurve. Die stärkst absorbierenden Stoffe sind die Metalle,

und die schärfst ausgeprägten Absorptionsstreifen haben die leuchtenden Gase — an beiden deckt die Brechung des Lichtes in der Tat ungewöhnliche Beziehungen auf:

In Schichten, deren Dicke weit unter der Wellenlänge des noch sichtbaren Violett bleibt, sind sogar die Metalle durchsichtig. An Prismen (nach dem Verfahren der NOBILISCHEN Ringe elektrolytisch hergestellt) mit einem Brechungswinkel, der nach Sekunden zählt, hat zuerst KUNDT Brechungsquotienten von Metallen gemessen und dabei gefunden, daß Silber, Gold und Kupfer Quotienten haben, die *kleiner als eins* sind, daß sich also das Licht in ihnen (im Silber viermal) schneller als im Vakuum fortpflanzt, ferner, daß die Dispersion in Gold und Kupfer normal ist, dagegen im Platin, Wismut, Eisen und Nickel anomal. — Man kann auch glühende Gase durch besondere Kunstgriffe in prismatische Form bringen und in einem Kreuzspektrum ausbreiten; ihre anomale Dispersion hat KUNDT 1880 entdeckt.

KUNDT erkannte die Dispersion durch absorbierende Körper als den Normalfall und die Dispersion durch völlig durchsichtige Körper als einen Sonderfall — mit anderen Worten: die anomale Dispersion als die Regel und die normale Dispersion als die Ausnahme. (Dieser nach KUNDT'S Auffassung singuläre Fall ergibt eine ununterbrochene Kurve als Kreuzspektrum, der nächste, weniger spezielle Fall ist durch zwei getrennte krummlinige Kurvenstücke charakterisiert, der allgemeinste Fall durch viele getrennte krummlinige Kurvenstücke.) Alle neuen Dispersionstheorien rechnen mit einem Zusammenhange zwischen Brechung und Absorption, sie unterstellen eine Wechselwirkung zwischen dem Äther und den Molekeln des absorbierenden Stoffes (resp. den sie beladenden Elektronen), unterstellen also einen Einfluß der Molekeln auf die Ätherbewegung, und für die anomale Dispersion besonders einen Zusammenhang zwischen der Absorption und einer Reibung zwischen den Teilen jeder absorbierenden Molekel. Die Dispersionsformel von SELLMIEIER-KETTELER-HELMHOLTZ gilt auch für die anomale Dispersion (S. 537 f.).

501. Phosphoreszenz und Fluoreszenz. Eine oft vorkommende Begleiterscheinung der Absorption der Lichtstrahlen ist die *Fluoreszenz* und die *Phosphoreszenz*. Es gibt Stoffe, die, wenn sie beleuchtet werden, selber *leuchten* und dabei Licht von anderer Farbe aussenden, als das erregende Licht hat, Die Fluoreszenz — nach dem leuchtenden Flußspat so genannt — hört auf, wenn die Einwirkung des erregenden Lichtes aufhört. Die Phosphoreszenz (der Ausdruck knüpft an das Leuchten des Phosphors im Dunkeln an) hält auch nachher noch an, bei manchen Stoffen viele Stunden. Die Fluoreszenz ist jedem bekannt von dem blauen Schimmer des Petroleums im Tageslicht, die Phosphoreszenz von dem Nachleuchten der Leuchtfarben. Beide Erscheinungen kommen nur von solchem Lichte her, das an der Oberfläche absorbiert wird, sind daher im reflektierten Lichte am deutlichsten. Fluoreszierende Stoffe sind z. B. Petroleum, Flußspat, schwefelsaures Chinin und das Äskulin der Roßkastanie, die alle blau strahlen, und das Baryumplatinzyanür, das grüngelb strahlt (von den Fluoreszenzschirmen der Röntgenstrahlentechnik her bekannt). — Besonders bemerkenswert ist: die fluoreszierende Substanz verwandelt das Licht, ehe sie es wieder ausstrahlt, in gewissem Sinne. Ist das einstrahlende Licht z. B. gelb, so sendet sie — falls sie im durchgehenden Licht farblos, schwach gelblich oder bräunlich ist, also nur die lichtschwachen Farben vom violetten Ende des Spektrums und die ultravioletten Strahlen absorbiert — nur solches Licht aus, das im Spektrum von Gelb *nach Rot hin* liegt, z. B. orangefarbenes. Ist es violett, so kann sie je nach ihrer Natur jede Farbe aussenden, die von Violett *nach Rot hin* liegt. Kurz: sie verwandelt das Licht in Licht von *geringerer Brechbarkeit* und verlangsamt seine Schwingungsdauer. — Vergleicht man die zur Fluoreszenz gebrachte Substanz mit einer durch Resonanz zum Tönen gebrachten Tonquelle, so heißt das: sie sendet einen Ton aus, der tiefer ist als der erregende. Ja sogar ultraviolettes Licht, das man nicht *sieht* (weil die Lichtwelle zu kurz ist, um das Auge erregen zu können), wird dadurch nachweisbar, daß eine fluoreszierende Substanz es in violettes oder blaues Licht verwandeln kann. (Analogon: ein Ton, der zu hoch ist, um noch gehört zu werden, kann durch

Verlangsamung seiner Schwingungsdauer zu einem hörbaren Ton vertieft werden.) Die Fluoreszenz ist daher ein Hilfsmittel zur Untersuchung des Ultravioletts. Nach der Quantentheorie ist die Fluoreszenz an einen Vorgang im Atom gebunden, der nur eintritt, wenn das betreffende Atom eine ganz bestimmte Energiemenge aufnimmt. Hat das ausgesandte Fluoreszenzlicht die Wellenlänge λ_a oder die Frequenz $\nu_a = c/\lambda_a$ (c = Lichtgeschwindigkeit), so muß diese Energie mindestens $h\nu_a$ sein (h das PLANCKSche Wirkungsquantum). Hat das eingestrahle Licht die Wellenlänge λ_e , so kann es einem einzelnen Atom nur die Energie $h\nu_e$ zuführen, da dies die Größe der Quanten ist, aus denen sich die Lichtenergie der Frequenz zusammensetzt. Es kann hiernach, in Übereinstimmung mit der Erfahrung, nur dann Fluoreszenz eintreten, wenn $h\nu_e > h\nu_a$ oder wenn $\nu_e > \nu_a$ und $\lambda_e < \lambda_a$ ist.

Die Fluoreszenz und die Phosphoreszenz interessieren uns auch deswegen, weil sie die betreffenden Körper zu selbständigen Lichtquellen machen (das Nachleuchten der Leuchtfarbe). Von den gewöhnlichen Lichtquellen unterscheidet sich eine solche *Lumineszenz-Lichtquelle* dadurch, daß sie bei verhältnismäßig niedriger Temperatur leuchtet: sie gibt Licht fast ohne Wärme. Andere Lumineszenzerscheinungen sind z. B. das Licht der Leuchtkäfer, das Licht, das elektrische Entladungen in verdünnten Gasen hervorrufen (GEISSLERSche Röhren), das Licht, das beim Erwärmen gewisser Kristalle (Flußspat) auftritt, u. dgl. Die von ihnen ausgehenden Wellen sind fast ausschließlich Lichtwellen im eigentlichen Sinne, die Lumineszenz-Lichtquellen also überaus ökonomisch.

Könnten wir die Lumineszenzerscheinungen intensiv genug machen, so würden wir die wirtschaftlichste künstliche Lichtquelle erreicht haben.

502. Die Strahlung unserer künstlichen Lichtquellen. Um Licht zu erzeugen, kennen wir aber keinen anderen Weg als den Umweg über die Materie, wir müssen den Körper, der zur Lichtquelle werden soll, erhitzen. Die Mannigfaltigkeit der Wellen, die ein Körper aussendet — Mannigfaltigkeit in der *Länge* der Wellen —, wächst mit seiner Erwärmung und gleichzeitig die Intensität jeder einzelnen Welle. Erwärmt man z. B. einen Platindraht durch einen elektrischen Strom, den man nach und nach verstärkt, so sendet er zunächst nur ganz lange Wellen aus, die nur Wärme erzeugen. Mit dem Ansteigen seiner Temperatur treten kürzere Wellen hinzu, er fängt schließlich zu leuchten an, aschfahl (die *Grauglut*, die man nur in einem ganz finsternen Raum bemerkt), allmählich rot, dann orangefarben, gelb und schließlich weiß, die Intensität jeder einzelnen Farbe wächst dabei für sich. Endlich kommen diejenigen Wellen hinzu, die zu kurz sind, um das Auge zu erregen, und die nur chemische Wirkungen hervorrufen. Kurz — von der Lichtquelle, dem leuchtenden Draht, kommen schließlich Wellen von allen möglichen Längen. *Alle* rufen Wärme hervor, aber nur ein kleiner Teil von ihnen sind *Lichtwellen*.

Wie vergeudend diese Art Licht zu erzeugen ist, zeigt ein Vergleich: Eine Orgel habe unendlich viele Pfeifen von allen möglichen Längen, die längsten so lang und die kürzesten so kurz, daß sie, angeblasen, zwar Luftwellen, aber keinen *Ton* geben. Bläst man *alle* Pfeifen nacheinander an, die längsten zuerst, die kürzesten zuletzt, so erhebt sich ein Meer von *Luftwellen* aller möglichen Längen — aber nur ein kleiner Teil davon wirkt auf das *Ohr*. Man wendet also eine ungeheure Energie auf, um *alle* Schwingungen zu erzeugen, nur damit man die wenigen *nutzbaren* bekommt. Diese energievergeudende Orgel gleicht den künstlichen Lichtquellen.

Das Sonnenlicht enthält *auch* alle *Nicht-Lichtwellen*; die Sonne hat aber nicht nur die Aufgabe zu leuchten. Eine künstliche Lichtquelle jedoch soll *nur* leuchten und ist daher desto ökonomischer, *je mehr* von ihrer gesamten Strahlungsenergie tatsächlich dem Auge wahrnehmbar ist. Das ist aber erschreckend wenig:

im Leuchtgas, Schnittbrenner	nur	0,24%
„ „ Auerglühlcht	„	1,63%
„ Petroleum, Normalbrenner	„	1,51%
„ elektrischen Glühlicht	„	4,7—6,3 %
„ elektrischen Bogenlicht (mit Glocke)	„	ca. 11 %
„ Nernstlicht	„ „	12 %

Und doch ist die Lichtentwicklung durch die Erzeugung sehr hoher Temperaturen in der Praxis vorläufig die allein mögliche. Bei Lichtquellen gleicher Art ist die Wirtschaftlichkeit desto größer, je höher die Temperatur ist. Zu einer Lichtquelle kann man durch Erwärmung jeden festen, flüssigen oder gasförmigen Körper machen. Nach einer von DRAPER stammenden Angabe nahm man an, daß alle festen und flüssigen Körper etwa bei 525°C Licht auszustrahlen beginnen. Nach neueren Untersuchungen von H. F. WEBER ist diese untere Grenze, die Grauglut, niedriger und für die verschiedenen Stoffe verschieden, z. B. für Platin 408° , für Gold 423° und für Eisen 405° (EMDEN). Diese Grenze liegt um so höher, je höher das Reflexionsvermögen des Stoffes ist.

503. Wärmestrahlung. Die durch Erhitzung zu Lichtquellen gemachten Stoffe sind in der Mannigfaltigkeit der von ihnen ausgehenden Wellen sehr verschieden. Aber für *alle* Lichtquellen gilt dasselbe Gesetz (KIRCHHOFF), das die *ausgesendeten* Wellen in Beziehung setzt zu denen, die die Stoffe auch *verschlucken* können. Das Gesetz ist der Sonderfall eines noch allgemeineren (PRÉVOST), das für die Wärmestrahlung gilt. Die *Lichtstrahlung* ist aufzufassen als ein Sonderfall der Wärmestrahlung, darum gilt jenes Gesetz dort wie hier. Wir gehen zu seiner Erläuterung von der Wärmestrahlung aus und ergänzen damit gleichzeitig die Darstellung auf S. 282f.

Rein physikalisch gesprochen, d. h. ohne Beziehung auf unsere Nerven, unterscheiden sich *Lichtwellen* und *Wärmewellen* nur quantitativ voneinander. Beides sind Ätherwellen, aber diejenigen, die wir *nur* als Wärme empfinden, sind viel länger als die, die wir *auch* als Licht empfinden (S. 494). Im übrigen sind sie ebenso wenig verschieden voneinander wie eine Wasserwelle, die ein fallendes Steinchen erzeugt, von einer, die ein Ozeandampfer erzeugt. — Treffen die verschieden langen Ätherwellen aber unseren Körper und erregen sie unsere Empfindungsnerven, so *empfinden* wir sie verschieden: erregen sie die Hautnerven, so erzeugen sie *alle* Wärmeempfindung; erregen sie den Sehnerven, so erzeugen die längeren gar keine Empfindung („dunkle“ Wärmestrahlen), die kürzeren aber Lichtempfindung (ihre Länge liegt zwischen $0,4$ und $0,8 \mu$). Kurz: die *Empfindungen* sind verschieden, mit denen die Tastnerven und die Sehnerven auf die verschieden langen Wellen reagieren, die Wellen *selber* sind aber gleicher Art. Genau so, wie das Licht durch Wellen im Raume verbreitet wird, so auch die „strahlende“ Wärme. Es gibt Wärmestrahlen, wie es Lichtstrahlen gibt; das Reflexions- und das Brechungsgesetz für Lichtstrahlen gelten auch für Wärmestrahlen. Die dunklen Wärmestrahlen geben dieselben Beugungserscheinungen wie die Lichtstrahlen und können doppelt gebrochen und polarisiert werden. Aus den Interferenzerscheinungen kann man die Länge der Wärmewellen ebenso messen wie die der Lichtwellen.

Man nennt (SCHEELE, 1777) die durch Strahlung übertragene Wärme gewöhnlich „strahlende Wärme“ — nicht ganz korrekt, denn *während* der Strahlung ist von *Wärmewirkung* nicht die Rede. Erst wenn die Strahlung auf einen Körper trifft, der sie *hemmt*, ist sie als Wärme nachweisbar. Ein Körper dagegen, der sie hindurchläßt, wie er Lichtstrahlen hindurchläßt, wird ebensowenig warm, so wenig er leuchtend wird. Wenn an einem Wintertage, an dem das Wasser gefriert, die Sonnenstrahlen unsere Haut treffen, fühlen wir sie als Wärme,

weil die Haut sie aufhält. Die Luft aber erwärmt sich *nicht*, weil sie sie hindurchläßt. Ein den Strahlen ausgesetztes Thermometer verhält sich wie unsere Haut, es zeigt daher eine höhere Temperatur an, als sie die Luft hat. [Um die wahre Lufttemperatur im Freien zu messen, muß man das Thermometer vor Strahlung schützen (S. 282, unten).] — Die Erfahrung lehrt nun: die Stoffe verhalten sich den Wärmestrahlen gegenüber so verschieden wie den Lichtstrahlen gegenüber: sie werfen sie zurück, lassen sie hindurch oder verschlucken sie mehr oder weniger. *Lampenruß* und *Platinmor* z. B. verschlucken fast alle auffallenden Strahlen, gleichviel von welcher Wellenlänge; poliertes *Silber* wirft fast alle zurück, Steinsalz und Flußspat lassen fast alle hindurch. Also: Wie es für *Licht* durchlässige (durchsichtige) und undurchlässige (undurchsichtige) Körper gibt, so auch für *Wärme*; die ersten heißen diatherman, die zweiten atherman.

Ob ein Körper „Licht“ hindurchläßt und ob er „Wärme“ hindurchläßt, hängt davon ab, wie *lang* die *Wellen* sind, die er hindurchläßt. Farbloses Glas z. B. läßt nur sehr wenig von den sehr langen Wellen hindurch, d. h. sehr wenig von den dunklen *Wärmestrahlen* (Ofenschirme aus Glasscheiben), von den Wellen mittlerer Länge, den *Lichtwellen*, fast alles, von den sehr kurzen Wellen, den ultravioletten (chemisch wirksamen, aktinischen) nichts. Zur Erzeugung des äußersten ultraroten und des ultravioletten Teiles des Spektrums ist daher ein *Glasprisma* unbrauchbar, man muß für den ersten Teil ein Flußspat- oder ein *Sylvinprisma* benutzen, für den zweiten ein *Quarzprisma*.

Wenn sich nun *Wärmewellen* um eine *Wärmequelle A* ausbreiten und auf einen Körper *B* treffen, so werden sie je nach seiner Beschaffenheit von ihm zurückgeworfen oder verschluckt oder hindurchgelassen. Aber der Körper *B* ist *selber* eine natürliche *Wärmequelle*, denn *jeder* Körper ist es, und zwar bei jeder Temperatur, weil seine Molekeln bei *jeder* Temperatur die Bewegungen ausführen, die wir als *Wärme* kennen. Der Körper *B*, der von den *Wärmewellen* aus *A* getroffen wird, strahlt also selber stets zu *A* *Wärmewellen* hin. (Das trifft z. B. selbst für Eis zu: Wenn man in einer Hohlspiegelanordnung wie der der Abb. 301 *B* durch die Kugel eines Quecksilberthermometers ersetzt und dann *A* durch ein Stück Eis, fällt das Quecksilber sofort.)

504. Austausch der Wärmestrahlung (Gesetz von PRÉVOST). Auf das wechselseitige Verhalten von Körpern, die einander Wärme zustrahlen, bezieht sich das von PRÉVOST entdeckte grundlegende Gesetz. Körper, die sich in einem geschlossenen Raum befinden (Abb. 721), dessen Wände Wärme weder hinein- noch hinauslassen, nehmen erfahrungsgemäß *alle* allmählich *die-selbe* Temperatur an. Sie strahlen einander nämlich Wärme zu, und dabei werden die anfangs kälteren Körper wärmer, die anfangs wärmeren kälter. Aber das ist nicht so zu verstehen, daß nur die wärmeren ausstrahlen und nur die kälteren Wärme aufnehmen; sondern da ein Körper bei *jeder* Temperatur strahlt, so strahlt auch der kältere, nur bekommt er mehr von dem wärmeren, als der wärmere von ihm empfängt. Ist die Temperatur schließlich die gleiche geworden, so *hören* auch die Körper *nicht auf* auszustrahlen,

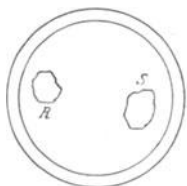


Abb. 721. Zur Veranschaulichung des PRÉVOST'schen Gesetzes vom Austausch der Wärmestrahlung.

nur verschluckt dann jeder, da seine Temperatur konstant bleibt, geradeso viel, wie er abgibt. („Er verhält sich wie ein See, in den es regnet, während gleichzeitig eine gleiche Quantität Wasser verdunstet.“) Und daraus folgt das PRÉVOST'sche Gesetz: Ein Körper *strahlt bei einer gegebenen Temperatur genau so viel aus*, wie er *bei derselben Temperatur verschluckt*.

Das heißt aber nichts anderes als: ein Körper, der viel (wenig) verschluckt, strahlt bei derselben Temperatur auch viel (wenig) aus. Lampenruß und Platinmor, die sehr viel verschlucken, strahlen daher sehr viel aus; poliertes Silber, das so gut wie nichts verschluckt, sehr wenig. Oder anders ausgedrückt: Bei gleicher Temperatur strahlt Lampenruß sehr viel mehr aus als poliertes Silber.

Das Temperaturngleichgewicht, das sich bei der gegenseitigen Bestrahlung der Körper so herstellt, ist ein *bewegliches* (PRÉVOST). Es seien z. B. in dem Raum mit den für Wärme undurchlässigen Wänden Lampenruß R und poliertes Silber S vorhanden, und die Temperaturngleichheit sei erreicht. Der Ruß strahlt dauernd sehr viel aus; um seine Temperatur konstant zu erhalten, muß ihm also sehr viel zugestrahlt werden. Das Silber strahlt aber sehr wenig aus, denn es verschluckt sehr wenig; dafür wirft es aber fast alles zurück, was darauf fällt. Die Temperaturngleichheit wird also dadurch konstant erhalten, daß der Ruß die von ihm ausgestrahlte Menge wieder vom Silber reflektiert zurückbekommt und verschluckt.

Für die Folge merke man sich: ein Körper, der bei gleicher Temperatur mehr (weniger) verschluckt als ein anderer, strahlt bei gleicher Temperatur auch mehr (weniger) aus als der andere. Solange er nur Wärmewellen ausstrahlt, kann man diese Behauptung natürlich nur mit wärmemessenden Instrumenten (Thermosäule, Bolometer) kontrollieren. Ist aber seine Temperatur so hoch, daß er auch Wellen ausstrahlt, die die Netzhaut erregen, d. h. Wellen, deren $\lambda < 0,8 \mu$ ist, so kann man den Unterschied in der Strahlung sehen: Wenn man z. B. ein poliertes Platinblech an einer Stelle schwärzt (durch Ruß oder Tinte) und in eine Bunsenflamme hält, so leuchtet der geschwärzte Teil viel heller als der nicht geschwärzte, oder wenn man eine hitzebeständige Platte (Porzellan, Steingut), die schwarz-weiß gemustert ist (Abb. 722), zur Rotglut erhitzt und dann im Dunkeln betrachtet, so sieht man die schwarzen Stellen heller als die weißen, gleichsam ein Negativ der kalten Platte (Abb. 723), sichtbare Beweise dafür, daß der geschwärzte Teil stärker strahlt als der andere bei der gleichen Temperatur.

Aber das PRÉVOSTsche Gesetz gilt nicht nur für die Gesamtstrahlung eines Körpers, es gilt auch für jede einzelne darin enthaltene Wellenart. Ein Körper, der Wellen einer bestimmten Länge (Farbe), die ihm zugestrahlt werden, verschluckt, strahlt auch Wellen dieser Länge (Farbe) aus, wenn er erhitzt wird. Ein farbloses Glas z. B., also ein Glas, das so gut wie nichts verschluckt, zu einer Temperatur erhitzt, bei der jeder undurchsichtige Körper rot glüht, leuchtet im Dunkeln kaum, d. h. es strahlt auch so gut wie nichts aus. Ganz anders ein farbiges Glas. Erhitzt man ein gelbes Glas, etwa ein Glas, das blaue Strahlen verschluckt (S. 611), genügend hoch, so leuchtet es im Dunkeln deutlich blau. — Bei derselben Temperatur glüht deshalb Metall lebhafter als Glas, und dieses mehr als ein Gas. Ein Körper, der bei den höchsten Temperaturen ganz durchsichtig bliebe, würde niemals glühen.

Und umgekehrt: ein Körper, der Wellen von einer bestimmten Länge (Farbe) ausstrahlt, verschluckt auch gerade Wellen dieser Länge. Drastisch erläutert wird dieser Teil des Gesetzes durch Flammen, die nur eine einzige Farbe, z. B. reines



Abb. 722.

Derselbe schwarz-weiße Körper sichtbare Strahlung absorbierend



Abb. 723.

Derselbe schwarz-weiße Körper sichtbare Strahlung emittierend.

Die schwarzen Stellen absorbieren von auffällender Strahlung mehr als — bei derselben Temperatur — die weißen, dementsprechend emittieren die schwarzen Stellen des (zum Leuchten erhitzten) Körpers mehr als — bei derselben Temperatur — die weißen.

Gelb, aussenden. (Bunsenflamme oder Spiritusflamme, die Kochsalz enthält.) Uns interessiert vor allem die Konsequenz daraus, daß eine Flamme, die gelbe Strahlen *aussendet*, auch gelbe Strahlen *verschluckt*, wenn sie ihr zugestrahlt werden. Wenn eine Flamme von sichtbaren Strahlen *nur* gelbe aussendet (die Wärmewellen interessieren uns jetzt nicht), so *leuchtet* sie nur, *solange* sie gelbe

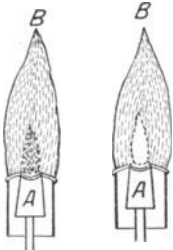


Abb. 724. Zwei glühende Gase (Flammen) im gegenseitigen Strahlungsaustausch, die beide nur *eine* und beide *die-selbe* sichtbare Strahlung (Farbe) emittieren.

Strahlen aussendet. Werden sie verschluckt, so sendet diese Flamme überhaupt keine *sichtbaren* Strahlen aus und *erscheint dunkel*. Wir stellen zwei solche Flammen hintereinander (Abb. 724) und sehen durch *A* nach *B* hin. Jede *sendet* gelbes Licht aus, jede kann also Gelb auch verschlucken, somit auch das Licht von der anderen Flamme. (Ungefärbt ist eine solche Flamme ziemlich durchsichtig: wenn man ihr Spiegelbild in einer unbelegten Glastafel betrachtet und dabei eine zweite hinter die erste schiebt, erkennt man die Umrisse der zweiten durch die erste hindurch ganz genau.) Die Strahlung desjenigen Teiles von *B*, der uns durch *A* verdeckt ist, muß auf dem Wege zu unserem Auge durch *A* hindurch. Sie wird dabei von *A* verschluckt, in dieser Blickrichtung bekommen wir also gar kein Licht von *B*, sondern nur von *A*. Ist nun *A* *ebenso* heiß wie *B*, so strahlt sie uns ebensoviel zu, wie die im Gesichtsfelde fehlende Partie von *B* uns zugestrahlt hätte, die verschluckte *B*-Strahlung wird also durch *A*-Strahlung gleicher Intensität ersetzt, daher sieht *A* genau so hell aus wie seine Umgebung und hebt sich daher auch von *B* als Hintergrund nicht ab. Ist *A* aber *heißer* als *B* (etwa

A eine Bunsenflamme, *B* eine Spiritusflamme), so strahlt sie mehr als die im Gesichtsfelde fehlende Partie von *B*, daher erscheint *A* hell auf *B* als dunklerem Hintergrunde. Ist *A* dagegen *kälter* als *B*, so strahlt sie weniger als die im Gesichtsfelde fehlende Partie von *B*, daher erscheint *A* dunkel auf *B* als hellerem Hintergrunde, ihr Licht ist viel schwächer als das der Umgebung: der Eindruck des Dunklen wird, wie vorher der des Hellen, durch den *Kontrast mit der Umgebung* hervorgerufen. (Dieser letzte Fall erklärt den Ursprung der FRAUNHOFERSCHEN Linien, s. [512].)

505. Verhältnis der Emission zur Absorption (Gesetz von KIRCHHOFF).

Schwarzer Körper. Das PRÉVOSTSche Gesetz sagt, daß ein Körper, der „viel“ emittiert, auch „viel“ absorbiert, sagt aber nicht „wie viel“. Das tut das KIRCHHOFFSche Gesetz und das STEFAN-BOLTZMANNsche Gesetz. Das KIRCHHOFFSche Gesetz sagt *erstens*: das Emissionsvermögen E_1 eines Körpers ist seinem Absorptionsvermögen A_1 *proportional* für dieselbe Wellenlänge und dieselbe Temperatur, d. h. es ist $E_1 = C \cdot A_1$ oder $E_1/A_1 = C$, einer Konstante. Es sagt *zweitens*: die Konstante C ist für alle Körper dieselbe, immer dieselbe Wellenlänge und dieselbe Temperatur vorausgesetzt — d. h.: bedeuten $E_1, E_2, E_3 \dots$ und $A_1, A_2, A_3 \dots$ Emissionsvermögen und Absorptionsvermögen der Körper 1, 2, 3 . . ., immer dieselbe Wellenlänge und dieselbe Temperatur vorausgesetzt, so ist $E_1/A_1 = E_2/A_2 = E_3/A_3 = \dots C$. Nennen wir bei der Temperatur ϑ für die Wellenlänge λ das Emissionsvermögen *irgendeines* Körpers $E_{\lambda, \vartheta}$ und sein Absorptionsvermögen $A_{\lambda, \vartheta}$, so heißt das KIRCHHOFFSche Gesetz $\frac{E_{\lambda, \vartheta}}{A_{\lambda, \vartheta}} = C$

oder $E_{\lambda, \vartheta} = C \cdot A_{\lambda, \vartheta}$. Das KIRCHHOFFSche Gesetz besagt *drittens* etwas sehr Wichtiges über die Konstante C . KIRCHHOFF führt den *vollkommen schwarzen Körper* ein, den Körper, der *bei unendlich kleiner Dicke alle* Strahlen, die auf ihn fallen, *vollständig* absorbiert. Sein Absorptionsvermögen — unter Absorptions-

vermögen das *Verhältnis* der Intensität der absorbierten Strahlen zu der der auffallenden verstanden — ist *stets* = 1, denn die Intensität der absorbierten Strahlen ist ja bei ihm *stets gleich* der der auffallenden. Auf den schwarzen Körper angewendet, für den also $A_{\lambda, \vartheta} = 1$ ist, ist $E_{\lambda, \vartheta} = C$. Nennen wir den schwarzen Körper S und sein Emissionsvermögen (für die Wellenlänge λ bei der Temperatur ϑ) $S_{\lambda, \vartheta}$, so besagt das KIRCHHOFFSche Gesetz drittens: $E_{\lambda, \vartheta} = S_{\lambda, \vartheta}$, d. h. die Konstante C ist gleich dem Emissionsvermögen des schwarzen Körpers. (Eigentlich muß es heißen $E_{\lambda, \vartheta} : A_{\lambda, \vartheta} = S_{\lambda, \vartheta} : 1$, d. h. das Emissionsvermögen irgendeines Körpers verhält sich zu seinem Absorptionsvermögen wie das Emissionsvermögen des schwarzen Körpers zu seinem — des schwarzen Körpers — Absorptionsvermögen; das letzte ist ja aber = 1.) Das KIRCHHOFFSche Gesetz sagt also: das Verhältnis des Emissionsvermögens eines Körpers zu seinem Absorptionsvermögen ist gleich dem Emissionsvermögen des schwarzen Körpers — überall dieselbe Wellenlänge und dieselbe Temperatur vorausgesetzt. — Emissionsvermögen und Absorptionsvermögen *sämtlicher* Körper sind so in Beziehung gesetzt zu dem *eines* bestimmten Körpers, des schwarzen Körpers.

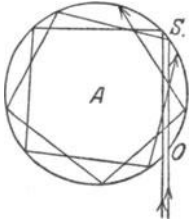
506. Fundamentale Gesetze der schwarzen Strahlung. Strahlungsformel von PLANCK. Die Zahl, die das Verhältnis des Emissionsvermögens zum Absorptionsvermögen eines Körpers für eine gegebene Wellenlänge angibt, ist nur für eine festgehaltene Temperatur eine Konstante. *Wächst* die Temperatur, so wächst auch diese Zahl, denn das Emissionsvermögen des schwarzen Körpers wächst mit der Temperatur. Will man also für *jede* Temperatur diese Zahl kennen lernen, so muß man wissen, wie das Emissionsvermögen des schwarzen Körpers mit der Temperatur wächst. Darüber belehrt uns das von STEFAN empirisch aufgestellte, von BOLTZMANN aus der Thermodynamik abgeleitete STEFAN-BOLTZMANNsche Gesetz: $S = \sigma \cdot T^4$, d. h. das Emissionsvermögen wächst proportional der 4. Potenz der absoluten Temperatur des schwarzen Körpers. Wächst also die Temperatur T auf das 2-fache, so wächst die Strahlung S auf das 16-fache. Die Konstante σ ist gleich $1,34 \cdot 10^{-12}$, sie bedeutet die pro Sekunde und cm^2 ausgestrahlte Wärmemenge in Grammkalorien (oder auch $5,45 \cdot 10^{-12}$ Watt/ cm^2).

Die Gleichung $S = \sigma \cdot T^4$ gibt die *Gesamtstrahlung* des schwarzen Körpers (*aller* von ihm ausgehenden Wellen zusammen). Um sein Strahlungsvermögen genau zu kennen, müßte man aber wissen, wie sich sein Emissionsvermögen für *jede einzelne* Wellenlänge λ mit seiner Temperatur T ändert. Die Erfahrung lehrt: der Energieinhalt der ganz langen und der ganz kurzen Wellen des Spektrums ist sehr gering, und der größte Anteil der Strahlungsenergie entfällt auf gewisse mittlere Wellenlängen. Diejenige Wellenlänge, λ_m , auf welche der größte Energiebetrag entfällt, heißt die Wellenlänge maximaler Energie. Da nun bei der Erwärmung eines Körpers die Intensität der kürzeren von ihm ausgesandten Wellen schneller zunimmt als die der längeren, so verschiebt sich die Wellenlänge maximaler Energie mit der Temperatur T . Beide hängen zusammen durch die Gleichung $\lambda_m \cdot T = A$ (WIENSches Verschiebungsgesetz, 1893), wo A eine Konstante ist. Und die maximale Energie E_m selbst hängt mit T zusammen durch die Beziehung $E_m = B \cdot T^5$, wo B eine Konstante ist. Aber alles das besagt nichts darüber, wie groß im Spektrum des schwarzen Körpers die Energie E für die Wellenlänge λ bei der Temperatur T ist. Das tut erst die PLANCKsche Gleichung:

$$E = \frac{C \cdot \lambda^{-5}}{e^{\frac{c}{\lambda T}} - 1},$$

worin C und c Konstanten sind.

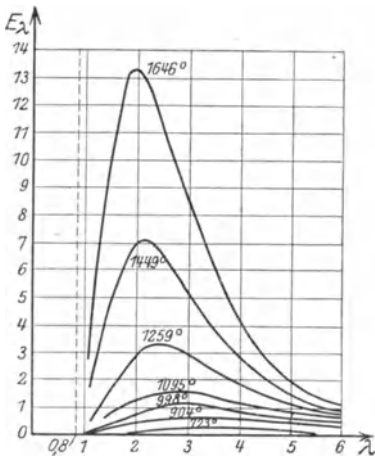
507. Verwirklichung des schwarzen Körpers. Ein vollkommen schwarzer Körper existiert in der Natur nicht, nicht einmal Ruß und Platinmor sind *vollkommen* schwarz. Trotzdem kann man sich (Abb. 725) einen nahezu idealen schwarzen Körper ohne künstliche



Schwärzung verschaffen: Die allseitig geschlossene Innenwand S eines Hohlkörpers A ist ein schwarzer Körper — eine Hohlkugel, deren Wand irgendwo eine kleine Öffnung hat. Selbst wenn die Innenfläche der Hohlkugel hochpoliert ist, sehen wir durch die Öffnung eine schwarze Fläche [ungefähr aus demselben Grunde, aus dem eine Pupille, in die wir hineinsehen (S. 516), schwarz erscheint]. Abb. 725 zeigt, wie selbst bei einer *regelmäßig* spiegelnden Oberfläche das durch die Öffnung O hineintretende Licht zahllosen Reflexionen unterliegt; es wird dadurch vollkommen von der Innenwand verschluckt, ehe es durch die Reflexion wieder die Öffnung erreicht. Überzieht man die Innenfläche mit Eisenoxyd oder dergleichen, so erzielt man durch die *diffuse* Reflexion des Überzuges und durch die erhöhte Absorption, daß aus der Öffnung dann die „schwarze“ Strahlung austritt. Ist die Öffnung sehr klein und erhitzt man die Hohlkugel so, daß sie *überall die gleiche Temperatur* hat, so strahlt aus der Öffnung die dieser Temperatur entsprechende „schwarze“ Strahlung; gemessen wird sie mit dem Bolometer (S. 376). LUMMER und PRINGSHEIM haben auf diese Weise die Gültigkeit des STEFAN-BOLTZMANNschen Gesetzes bis zu 2300° bestätigt, ebenso die des WIENSchen Verschiebungsgesetzes, und das für die maximale Energie bis 1650° . Sie haben die Konstante $A = 2940$ gefunden, für blankes Platin gleich 2630. Nach den Messungen von WARBURG und MÜLLER (1913) gilt für die Konstante c des PLANCKschen Gesetzes $c = 1,43 \text{ cm} \cdot \text{Grad}$. Die Konstante σ des STEFAN-BOLTZMANNschen Gesetzes ist (nach mehreren Autoren) $\sigma = 1,34 \text{ cal/sec} \cdot \text{cm}^2$.

Die Kurven Abb. 726 zeigen nach den Messungen von LUMMER und PRINGSHEIM die Energieverteilung im Spektrum der schwarzen Strahlung, man sieht, wie sich bei einer gegebenen Temperatur die Energie von Wellenlänge zu Wellenlänge ändert.

„Mit der Verwirklichung der schwarzen Strahlung durch gleichentemperte Hohlräume und der Auffindung ihrer Gesetze war insofern auch für alle anderen Strahler viel gewonnen,



als nach dem KIRCHHOFFschen Gesetze der schwarze Körper die *Maximalgesetze* der Körperwelt darstellt. Für jede Wellenlänge strahlt der schwarze Körper mehr als jeder reale Körper gleicher Temperatur, so daß seine Energiekurven diejenigen aller anderen Strahler *einhüllen*. Hieraus folgt der wichtige Satz: *Mit keiner, auf reiner Temperaturstrahlung beruhenden Lichtquelle kann man eine größere Helligkeit erzielen, als mit dem schwarzen Körper.* Gleichwohl ist dieser der *unökonomischste*, denn er sendet auch die maximale Energie im *unsichtbaren* Gebiet des Spektrums aus, und diese ist für das Auge unnützer Ballast.“ (LUMMER: Ziele der Leuchttechnik.)

Die Wellen, auf die das Auge reagiert, liegen zwischen $0,4$ und $0,8 \mu$. Beim schwarzen Körper ist aber die Emissionsenergie in diesem Gebiet selbst bei der höchsten erreichbaren Temperatur äußerst klein im Vergleich zur gesamten ausgestrahlten Energie. Beim Platin ist das Verhältnis zwischen sichtbaren und unsichtbaren Strahlen etwas günstiger für die sichtbaren. Auch für Platin gilt nach LUMMER und PRINGSHEIM das Gesetz $\lambda_m \cdot T = \text{konst.}$ mit großer Annäherung, nur ist die Konstante nicht wie beim schwarzen Körper 2940, sondern 2630.

Da bei allen undurchsichtigen Körpern der Betrag der auftreffenden Energie sich in absorbierte und reflektierte Strahlung scheidet, so ist die Summe ihres Absorptionsvermögens $A_{\lambda, \vartheta}$ und ihres Reflexionsvermögens $R_{\lambda, \vartheta}$ gleich 1 zu setzen: $A_{\lambda, \vartheta} + R_{\lambda, \vartheta} = 1$ oder $A_{\lambda, \vartheta} = 1 - R_{\lambda, \vartheta}$. Darum ist das Emissionsvermögen eines undurchsichtigen Körpers (in der früheren Bezeichnungweise) als $E_{\lambda, \vartheta} = A_{\lambda, \vartheta} S_{\lambda, \vartheta} = (1 - R_{\lambda, \vartheta}) S_{\lambda, \vartheta}$

Die Kurven Abb. 726 zeigen nach den Messungen von LUMMER und PRINGSHEIM die Energieverteilung im Spektrum der schwarzen Strahlung, man sieht, wie sich bei einer gegebenen Temperatur die Energie von Wellenlänge zu Wellenlänge ändert.

„Mit der Verwirklichung der schwarzen Strahlung durch gleichentemperte Hohlräume und der Auffindung ihrer Gesetze war insofern auch für alle anderen Strahler viel gewonnen,

als nach dem KIRCHHOFFschen Gesetze der schwarze Körper die *Maximalgesetze* der Körperwelt darstellt. Für jede Wellenlänge strahlt der schwarze Körper mehr als jeder reale Körper gleicher Temperatur, so daß seine Energiekurven diejenigen aller anderen Strahler *einhüllen*. Hieraus folgt der wichtige Satz: *Mit keiner, auf reiner Temperaturstrahlung beruhenden Lichtquelle kann man eine größere Helligkeit erzielen, als mit dem schwarzen Körper.* Gleichwohl ist dieser der *unökonomischste*, denn er sendet auch die maximale Energie im *unsichtbaren* Gebiet des Spektrums aus, und diese ist für das Auge unnützer Ballast.“ (LUMMER: Ziele der Leuchttechnik.)

darstellbar. Aus dem Emissionsvermögen des schwarzen Körpers ist hiernach das Emissionsvermögen jedes undurchsichtigen Strahlers berechenbar, wenn sein Reflexionsvermögen bekannt ist. Für Metalle gelten im sichtbaren Gebiet insofern besonders einfache Verhältnisse, als sich R_{λ} als unabhängig von der Temperatur ergeben hat. Aus dem bei Zimmertemperatur ermittelten Reflexionsvermögen kann man somit das Emissionsvermögen der Metalle im Glühzustand herleiten. Ist das Emissionsvermögen direkt gemessen, so ergibt sich die Möglichkeit, die Temperatur des glühenden Metalles zu bestimmen.

Im Spektrum der Sonne ist (ABBOT und FOWLE) $\lambda_m = 0,433 \mu$. Nimmt man an, daß die Strahlungseigenschaften der Sonne mit denen des schwarzen Körpers übereinstimmen, so ergibt sich die *wahre* Sonnentemperatur zu 6790° (abs.). — Aus der *Solarkonstante* und dem STEFAN-BOLTZMANNschen Gesetz ergibt sich die *effektive* Sonnentemperatur mit 6033° (abs.). Man nimmt die Sonnentemperatur daher neuerdings zwischen 6000 und 6800° (abs.) an. [Solarkonstante: die Wärmemenge in cal, die pro Minute auf 1 cm^2 an der Erdoberfläche von der Sonne im mittleren Erdbstande bei senkrechter Einstrahlung einfallen würde, wenn die Erde keine Atmosphäre hätte. Als wahrscheinlichster Wert gilt $1,939 \text{ cal}$ pro Minute und cm^2 (ABBOT, FOWLE, ALDRICH).]

Aus der Gesamtstrahlung des schwarzen Körpers interessiert uns wegen seiner Bedeutung für die Beleuchtungstechnik der Teil besonders, auf den unser Auge reagiert. Das heißt die Beleuchtungstechnik interessiert besonders die Frage, wie hängt die *Helligkeit* des Strahlers von seiner Temperatur ab, und zwar die Helligkeit einer bestimmten Farbe. Sie steigt rapide mit der Temperatur, viel schneller als die gesamte Strahlung, die mit der 4. Potenz, und als die maximale Energie, die mit der 5. Potenz der Temperatur fortschreitet. Die Helligkeit des Gelb steigt z. B. auf das Doppelte, wenn die Temperatur des schwarzen Körpers auch nur von 1800° (abs.) auf 1875° (abs.), d. h. um ca. 4% zunimmt, und noch schneller steigt die Helligkeit am violetten Ende des Spektrums, langsamer am roten. Auch die *gesamte* als *Licht* empfundene Energie wächst beim Platin und beim schwarzen Körper sehr viel schneller als die maximale Energie: sie wächst in der Nähe der Rotglut mit der 30. Potenz und bei hoher Weißglut mit der 14. Potenz der absoluten Temperatur. Auf die Abhängigkeit der Helligkeit von der Temperatur gründet sich eine sehr genaue Temperaturbestimmung mit *optischen Pyrometern* (HOLBORN und KURLBAUM, WANNER), die z. B. die Temperatur des Innern eines Ofens durch einen *Helligkeitsvergleich* (mit einem Lämpchen in dem Instrument) messen.

508. Das Spektrum der strahlenden Körper. Die Strahlung aller festen und flüssigen Körper erscheint bei hinreichender Temperatur dem Auge fast gleich. (Aber nur *dem Auge*, mit der Thermosäule findet man Unterschiede sowohl in dem Gesamtbetrage an ausgestrahlter Energie wie auch in den einzelnen Teilen des Spektrums.) Das Spektrum eines weißglühenden festen oder eines flüssigen Körpers verrät daher niemals, woraus der Körper besteht; es kann geadesot gut dem Licht weißglühender Kohle wie dem Licht weißglühenden geschmolzenen Platins oder eines anderen geschmolzenen Körpers angehören.

Ganz anders die glühenden *Gase* und Dämpfe. Sie geben nicht wie die flüssigen und festen Körper ein kontinuierliches Spektrum, sondern (Abb. 727)

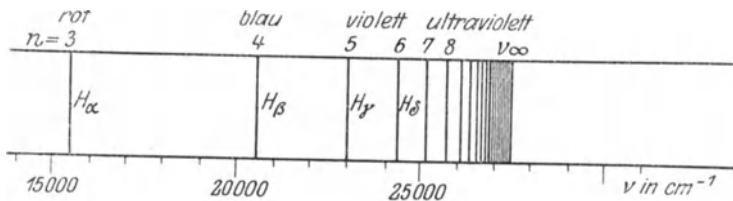


Abb. 727. Spektrum des Wasserstoffs.

ein Spektrum aus einzelnen durch lichtlose Zwischenräume scharf getrennten Lichtlinien. Glühender Natriumdampf (Kochsalz im Bunsenbrenner) gibt z. B. ein Spektrum, das mit zwei charakteristischen starken gelben Lichtlinien dicht beieinander anfängt; Wasserstoff in einer GEISSLER-Röhre, durch den elektrischen Funken zum Glühen gebracht, ein Spektrum, das mit drei charakteristischen starken Linien (Rot, Grünblau und Blauviolett) anfängt. Jedes glühende

Gas hat sein charakteristisches *Linienpektrum*, und das ist unter gewissen Bedingungen so feststehend, daß es zum Erkennungszeichen des Gases wird. Zu diesen Bedingungen gehört z. B. die, daß die Schicht des glühenden Gases nur dünn und die Dichte des Gases darin klein ist. Je dicker die Schicht und je dichter das Gas, desto mehr verbreitern sich die Linien des Spektrums zu Bändern. Bei gehöriger Drucksteigerung kann das Spektrum sogar in ein kontinuierliches übergehen, wie es die festen und flüssigen Körper haben. — Wegen ihrer Eigenschaft, einzelne Farben besonders stark auszusenden (auswählende Emission), sind die glühenden Dämpfe als Quellen einfarbigen Lichtes verwendbar, z. B. ein Natriumsalz im Bunsenbrenner für gelbes Licht, ein Kaliumsalz für violettes, ein Lithiumsalz für rotes. Bei der chemischen Analyse hat man von jeher, wenn die sonst farblose Flamme des Bunsenbrenners durch einen hineingebrachten Stoff charakteristisch gefärbt wird, auf die chemische Beschaffenheit des Stoffes geschlossen; aus der Gelbfärbung auf eine Natriumverbindung, aus der Violettfärbung auf eine Kaliumverbindung.



Abb. 728. GEISSLER-Rohr für die spektroskopische Untersuchung von Gasen und Dämpfen.

509. Spektralanalyse. BUNSEN und KIRCHHOFF entdeckten (1859), daß jeder glühende Dampf ein charakteristisches Spektrum hat. Auf dieser Tatsache beruht die Spektralanalyse, die aus dem Spektrum einer Lichtquelle ihre chemische Beschaffenheit ermittelt. Um feste und flüssige Stoffe spektralanalytisch untersuchen zu können, muß man sie in ein glühendes Gas verwandeln, leicht zu vergasende im farblosen Bunsenbrenner, schwerer zu vergasende im Knallgasgebläse oder im elektrischen Funken oder im elektrischen Lichtbogen. Gase untersucht man in Glasröhren von der Form Abb. 728. Man bringt sie zum Leuchten, indem man die Entladung der Sekundärspule eines Funkeninduktors durch sie hindurch schickt. Das kapillare Zwischenstück gibt dabei eine helle Lichtlinie, die als Lichtquelle dient.

Man beobachtet das Spektrum mit dem Spektralapparat (Abb. 729). Das zu untersuchende Licht der Flamme *B* geht durch einen Spalt in das Rohr *C*, trifft das Prisma *P*, geht durch das Prisma gebrochen in das Fernrohr *S* und in

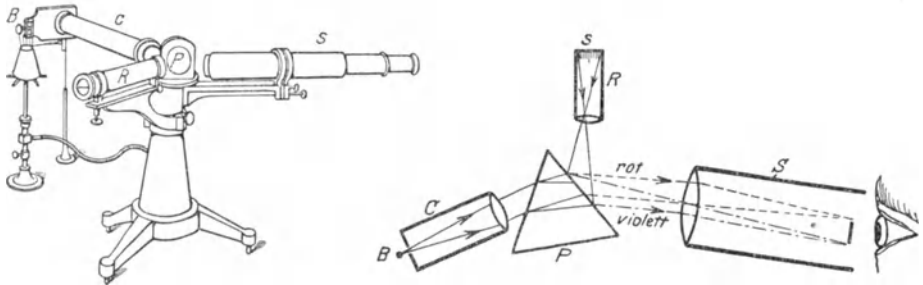


Abb. 729. BUNSENScher Spektralapparat mit Spaltrohr *c*, Skalrohr *R* und Beobachtungsfernrohr *S*.

das Auge des Beobachters. Um den Ort der Linien, die man in dem Spektrum sieht, bezeichnen und mit dem Orte der Linien *bekannt*er Spektren vergleichen zu können, benützt man einen Maßstab, den man im Fernrohr an das Spektrum angelegt sieht. Man erzeugt ihn mit dem Rohr *R*. In die Brennebene der Linse bringt man eine auf Glas photographierte verkleinerte Millimeterskala *s*. Man

projiziert sie auf die dem Fernrohr zugewandte Prismenfläche und spiegelt sie dadurch in das Fernrohr, so daß man sie mit dem Spektrum gleichzeitig sieht, die Lage der Linien also durch die bei ihnen sichtbaren Ziffern bezeichnen kann. Um das zu untersuchende Spektrum mit einem anderen vergleichen zu können, ist eine Vorrichtung getroffen, um gleichzeitig zwei übereinanderliegende Spektren zu erzeugen.

Um die Farben des Spektrums als möglichst langes Band auszudehnen, läßt man das Licht mehrere Prismen hintereinander durchlaufen (Abb. 730), ehe man es in das Beobachtungsfernrohr eintreten läßt. Jedes einzelne Prisma trägt zur Verlängerung des Lichtbandes bei. ROWLAND (1887) erzielte ein ca. 13 m langes Sonnenspektrum mit über 20 000 FRAUNHOFERSchen Linien.

Um eine Lichtquelle spektroskopisch beobachten zu können, die sich bewegt (Blitze, Meteore u. dgl.) oder gegen die sich der Beobachtungsort verschiebt, wie z. B. bisweilen bei astronomischen Spektroskopen, die der scheinbaren Bewegung des Fixsternhimmels folgen sollen, sind die Spektroskope, bei denen Spaltrohr, Prisma und Fernrohr voneinander getrennt sind, nicht anwendbar. Für diese Zwecke benützt man Spektroskope mit gerader Durchsicht. Abb. 731 zeigt ein Taschenspektroskop und seinen wesentlichsten Teil, das Prisma mit gerader Durchsicht. Es ist ein Prisma aus Kron- und Flintglasprismen, die zusammen die Ablenkung des gebrochenen Lichtes vermeiden, aber die Farbenzerstreuung bestehen lassen. [Vgl. die achromatisierten Prismen (S. 551 ff.), die die Farbenzerstreuung aufheben, aber die Ablenkung bestehen lassen.]

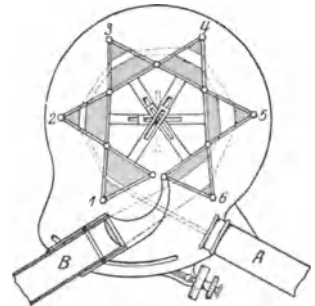


Abb. 730. KIRCHHOFFScher Spektralapparat mit sechs Flintglasprismen (zur Vergrößerung der Farbenzerstreuung) A Spaltrohr, B Beobachtungsrohr, 1... 6 Flintglasprismen.

Anstatt eines Prismas benützt man häufig ein Gitter (S. 592 f.). Die Ablenkung der einzelnen Farben ist dann proportional den ihnen entsprechenden Wellenlängen, das Spektrum (anders als das Prismenspektrum) also von der Beschaffenheit eines Prismas unabhängig. Dazu kommt der Vorteil, daß das Gitter kein Licht absorbiert; allerdings sind die Gitterspektren weniger hell als die prismatischen.

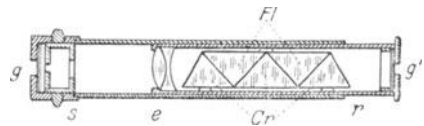


Abb. 731. Geradsichtiges Spektroskop.

510. DOPPLERSches Prinzip. Der Ort einer bestimmten Spektrallinie im sichtbaren Spektrum wird nach einer konventionell festgesetzten Skala angegeben. Der Ort hängt aber nicht allein von der chemischen Beschaffenheit der Lichtquelle ab, sondern auch von ihrer Geschwindigkeit relativ zum Spektroskop, d. h. zum Beobachter. Wir wissen (DOPPLER-Prinzip, S. 309, unten): die Tonhöhe, das Analogon zur Farbe, ist verschieden je nach der relativen Geschwindigkeit der Tonquelle und des Ohres. Ersetzt man das Ohr durch das Auge und die Schallquelle durch die Lichtquelle und bedenkt man, daß die Farbe (also die Brechbarkeit) des Lichtes von der Lichtwellenzahl abhängt, die das Auge pro Sekunde von ihm empfängt, wie die Höhe des Tones von der Schallwellenzahl abhängt, so begreift man, daß eine Lichtquelle, die ruhend z. B. rein gelb erscheint, zum Rot neigen müßte (einer Vertiefung des Tones entsprechend), wenn sie sich schnell genug von uns entfernte, dagegen zum Violett (einer Tonerhöhung entsprechend), wenn sie sich uns schnell genug näherte. Eine mit bloßem Auge wahrnehmbare Farbenänderung ist ein hypothetischer Fall, mit dem wir nicht zu rechnen brauchen, für die wirklich vorkommenden Änderungen ist das Auge nicht empfindlich genug. Aber das Spektroskop (eine Erweiterung unseres Sinnesorgans) verrät schon eine minimale Farbenänderung — das ist ja die Brechbarkeitsänderung — dadurch, daß es die Spektrallinien der betreffenden Lichtquelle an einer anderen Skalenstelle zeigt als sonst, zum Rot hin verschoben, wenn sich die Lichtquelle von uns entfernt, zum Violett hin, wenn sie sich uns nähert. Aus der Größe und der Richtung des Abstandes einer Linie von ihrem

normalen Ort kann man die Geschwindigkeit der Lichtquelle, ihre Annäherung und ihre Entfernung in der Blickrichtung berechnen. Das gilt für die hellen wie auch für die dunklen Linien, da sich ja ihre helle Umgebung auch verschiebt. — In der Nähe der *D*-Linie bedeutet eine Verschiebung um 1 Å.-E. schon eine Geschwindigkeit von 50 km/sec, mit den besten Spektroskopen kann man noch Geschwindigkeiten von 1 km/sec wahrnehmen. (Auf dem 13 m langen ROWLANDSchen Spektrum ist 1 Skalenteil = 1 Å.-E. und ist 3,34 mm lang, so daß man 0,01 Å.-E. leicht ablesen kann.) Die Geschwindigkeit, mit der sich z. B. der Sirius von uns weg bewegt, wurde von HUGGINS mit 67 km/sec berechnet. In diesen astronomischen Vorgängen wird das aus der Theorie gefolgerte DOPPLER-Prinzip a priori auch für Lichtwellen als zutreffend *angenommen*, den Beweis für seine Richtigkeit hat BELOPOLSKI (1900) an irdischen Lichtquellen und an den im Laboratorium verfügbaren Distanzen erbracht. Mit einer Reihe von Spiegeln, die sich sehr schnell gegeneinander verschieben und zwischen denen das Licht vielfach hin und her geschickt wird, hat er auf der photographischen Platte zwei Spektren mit FRAUNHOFERSchen Linien erzeugt, aus deren gegenseitiger Verschiebung die Messung und die Theorie in vollkommener Übereinstimmung gefunden werden. Das DOPPLERSche Prinzip hat, abgesehen von der Ermittlung von Sternengeschwindigkeiten (seit FIZEAU), im Spektroskop zur Lösung vieler Probleme der Astrophysik, besonders der Sonnenphysik, beigetragen, z. B. zur Ermittlung der Rotationsgeschwindigkeit der Sonne (VOGEL, 1872). Bei der Rotation um ihre Achse *nähert* uns die Sonne ihren Ostrand und *entfernt* uns ihren Westrand, und zwar am Äquator mit etwa 2 km/sec. Daher sieht man in einem Spektroskop von großer Dispersion die FRAUNHOFERSchen Linien des Ostrandes zum Violett hin, die des Westrandes zum Rot hin von ihrem normalen Ort verschoben, weil sich die absorbierende Gasschicht am Ostrande auf uns zu, am Westrande von uns weg bewegt. Aus der Größe der Verschiebung kann man die Geschwindigkeit der Stellen berechnen, aus denen die Linien stammen. — Diese Verschiebung entscheidet auch eine andere Frage: Gewisse FRAUNHOFERSche Linien entstehen erst aus der Absorption durch die *Erdatmosphäre*, nicht schon aus der durch die *Sonnenatmosphäre*; wie kann man die *tellurischen* Linien von den *solaren* unterscheiden? Antwort: Die Sonnenatmosphäre verschiebt sich relativ zum Beobachter, nicht aber die Erdatmosphäre; daher sind die tellurischen Linien diejenigen, die im Spektrum still stehen, gleichviel, ob das Sonnenlicht vom Ost- oder vom Westrande kommt, die solaren diejenigen, die sich dabei hin und her verschieben (CORUN, 1889). — Zu den größten Erfolgen des DOPPLERSchen Prinzips im Spektroskop gehört die Erklärung des periodischen Helligkeitswechsels gewisser Sterne aus dem Vorhandensein eines Doppelsternsystems, von denen der eine Teil finster ist: die periodische Helligkeitsabnahme des Algol z. B. kommt von seiner periodischen partiellen Verfinsterung durch einen fast gleich großen, und zwar *dunklen* Stern, der ihn umkreist und zur Bewegung um einen gemeinsamen Schwerpunkt zwingt. Die Bewegung des hellen Sternes auf die Erde zu und von der Erde weg verrät sich durch die Linienverschiebung im Spektroskop und zeigt sich in Übereinstimmung mit der Periode des Helligkeitswechsels.

511. Serienspektren. Zu den wichtigsten Ergebnissen der Spektralanalyse gehört die Entdeckung der *Serien* von Spektrallinien (BALMER, 1885), die an das Studium des Wasserstoffspektrums anknüpft. BALMER fand: multipliziert

man die Zahl 3645,6 mit $\frac{3^2}{3^2 - 4}$, $\frac{4^2}{4^2 - 4}$, $\frac{5^2}{5^2 - 4}$, $\frac{6^2}{6^2 - 4}$, so erhält man die

Wellenlängen der ersten vier Wasserstofflinien $H_\alpha \dots H_\delta$ in Ångström-Einheiten, d. h. in mm^{-7} . BALMERS allgemeine Formel für die Wellenlänge heißt:

$\lambda_m = h \cdot \frac{m^2}{m^2 - 4} \text{ mm}^{-7}$, worin $h = 3645,6$ und m eine ganze Zahl ist, aber nicht

kleiner als 3, da für $m = 2$ $\lambda_m = \infty$ wird und für $m = 1$ λ_m sogar negativ, also physikalisch sinnlos wird. Die Abweichung der so *berechneten* Wellenlängen von den durch ÅNGSTRÖM *gemessenen* beträgt noch nicht $\frac{1}{100000}$ Wellenlänge. Die Linien, die eine derartige Formel für ihre Wellenlängen vereinigt, bilden eine *Serie*. Die obige endet mit der Linie, für die $m = 6$ ist. Aber setzt man $m = 7, 8, 9, \dots$, so kann man sie *rechnerisch* fortsetzen, und zwar bis zu dem Werte $m = \infty$, dem eine Wellenlänge von 3645,6 Å.-E. entspricht,

also eine im Endlichen liegende, da $\lambda_m = h \frac{1}{1 - \frac{4}{m^2}}$ für $m = \infty$ zu $\lambda_m = h$

wird. Entsprechen aber den errechneten Wellenlängen auch wirklich vorhandene Spektrallinien? Alle Linien, deren Wellenlängen jener Formel bis zu $m = 31$ genügen, sind aufgefunden worden. Je größer m wird, desto dichter stehen sie nebeneinander (Abb. 727), und schließlich sind sie mit den bekannten Dispersionsvorrichtungen nicht mehr trennbar, sie bilden dann ein Kontinuum. Auch das ist beobachtet worden (EVERSHED): sein Anfang fällt wirklich mit der allerletzten (für $m = \infty$) berechneten Linie zusammen. Man benützt jetzt die Formel aus praktischen Gründen in der Form $\frac{1}{\lambda} = \nu = R \left(\frac{1}{2^2} - \frac{1}{k^2} \right)$, wo ν die Schwingungszahl ist, $R = 109\,677$ (RYDBERG-Konstante) und $k = 3, 4, 5, \dots$. Sie geht aus der ersten hervor, wenn man $h = 4/R$ setzt und k statt m schreibt. Die BALMER-Formel $\nu = R \left(\frac{1}{n^2} - \frac{1}{k^2} \right)$ führt zu der Frage, ob auch dem Wert $n = 3$ oder dem Wert $n = 1$ Linien entsprechen. Auch das ist der Fall. PASCHEN hat die erste (BERGMANN-Serie) im Ultrarot nachgewiesen, LYMAN die andere im Ultraviolett (LYMAN-Serie). Andere als die aus der Formel unter Anwendung ganzer Zahlen für n errechneten Linien kommen dem Wasserstoff nicht zu. *Eine der größten Leistungen der BOHRschen Atomtheorie und damit eine ihrer wesentlichsten Stützen ist ihre volle Übereinstimmung mit den experimentellen Ergebnissen der Spektralserienforschung, wie z. B. volle Übereinstimmung der aus der BOHRschen Theorie berechneten RYDBERG-Konstante mit der experimentell ermittelten.*

Auch bei vielen anderen Elementen sind Serien entdeckt worden, z. B. bei den Alkalien K, Na, Li, Rb, Cs und bei den alkalischen Erden Mg, Ca, Sr, Ba (KAYSER und RUNGE, RYDBERG). Im allgemeinen kommt man aber nicht mit *einer* Formel aus, es sind mehrere einander ähnliche erforderlich, um alle Linien zusammenzufassen. Die zu je einer Formel gehörigen bilden dann je eine Serie. Man unterscheidet danach die Hauptserie und zwei Nebenserien, dabei enthalten die Serien der Alkalien nur Doppellinien (wie die typischen zwei Natriumlinien), die der alkalischen Erden nur Tripellinien. Das Wichtigste ist die Entdeckung quantitativer Beziehungen zwischen den Schwingungszahlen der Linien und der chemischen Natur der Elemente. Im Natriumspektrum z. B. — sein Bau ist typisch für die Gruppe der Alkalien, die erste Gruppe des periodischen Systems der Elemente — sind die zu den beiden D -Linien gehörigen Schwingungszahlen um 17,2 verschieden: dieselbe Differenz besteht auch zwischen den Linien jedes Paares der ersten Nebenserie, und ebenso in der zweiten. Auch in der Gruppe der Erdalkalien (2. MENDELEJEFFSche Gruppe) finden sich konstante Schwingungsdifferenzen für die Nebenserien. Diese Zahl ist die wichtigste spektroskopische Konstante des betreffenden Elementes, weil sie mit seinem Atomgewicht zusammenhängt. Man hat z. B. aus dem Spektrum des Radiums und seinen Beziehungen zu denen des Kalziums, Strontiums und Baryums sein Atomgewicht berechnet, ehe man es anders ermitteln konnte; die chemische Methode hat später das Ergebnis der spektroskopischen fast vollkommen bestätigt.

512. Sonnenspektrum. Ursprung der FRAUNHOFERSchen Linien. Zwei Vorteile bietet das Spektrum vor anderen analytischen Hilfsmitteln: es verrät die Anwesenheit eines bestimmten Stoffes schon in Spuren, die der gewöhnlichen chemischen Analyse sehr leicht oder stets entgehen (oft nur 10^{-5} mg), und es offenbart die Zusammensetzung auch von Körpern, die wir nur *leuchten* sehen, die wir also der üblichen Analyse gar nicht unterwerfen können — es genügt

ja, daß uns ihr *Licht* erreicht. Der erste Vorteil hat es ermöglicht, vorher unbekannte Stoffe zu entdecken, z. B. Caesium, Rubidium und Thallium, der zweite, sogar die Gestirne zu analysieren.

Besonders interessiert uns das Sonnenspektrum. Das Spektrum ist kein lückenloses, es ist von feinen geraden schwarzen Linien, den FRAUNHOFERSchen Linien, durchzogen (bisher über 62 000 bekannt). Den Ursprung dieser Linien hat KIRCHHOFF aus dem Gesetze der Absorption und Emission erklärt. Die Erklärung wird verständlich, wenn man sich ins Gedächtnis zurückeruft, was S. 618 von den beiden Flammen gesagt worden ist, die beide Licht von derselben Wellenlänge aussenden, und von denen die eine heißer ist als die andere. Die Natriumflamme *A* sende, wie dort angenommen, *nur gelbes* Licht aus. Im Spektroskop zeigt *A* für sich allein dann zwei dicht beieinanderstehende gelbe Lichtlinien. *B* sei jetzt aber eine *weiße* Lichtquelle, etwa ein weißglühender Kalkzylinder, also eine Lichtquelle, die für sich allein im Spektroskop vom Rot bis zum Violett ein kontinuierliches Spektrum gibt. Da er *alle* Wellenlängen zwischen Rot und Violett aussendet, sendet er auch diejenige Wellenlänge aus, die *auch von A* ausgeht, und die *A* überhaupt sichtbar macht. Nur diese Wellen interessieren uns. Man kann sich die weiße Lichtquelle (das Orgelanalogon S. 614) ersetzt denken durch alle die monochromatischen Flammen, deren Strahlung zusammengenommen die Kalkzylinderstrahlung ersetzen kann. Unter diesen Flammen ist auch eine, die genau solche Strahlen aussendet wie *A*. Wir stellen nun *A* und *B* hintereinander vor das Spektroskop. Wenn *A* kälter ist als die ihr entsprechende Flamme, so haben wir den S. 618, Mitte, beschriebenen Fall. *A* verschluckt die gelben Wellen, löscht also aus dem weißen Licht gerade die gelben Strahlen, die ihren eigenen entsprechen, aus, läßt aber alle anderen durch sich hindurch. Wenn aber aus dem weißen Licht gerade diejenigen Wellen verschluckt werden, die im Spektrum jene zwei scharfen gelben Linien geben, so müssen im Spektrum die verschluckten Farben fehlen und an der entsprechenden Stelle zwei Lücken entstehen. *A* strahlt zwar selber Gelb aus, aber viel weniger intensiv als *B*; das im Gesichtsfeld fehlende Gelb von *B* wird also durch ein viel schwächeres ersetzt: dieses viel schwächere erscheint *im Kontrast mit der hellen Umgebung* dunkel und ruft den Eindruck der schwarzen Lücken hervor. (Umkehr der Spektrallinien.) Vom Rot bis zum Violett sieht man dann alle Farben, aber im Gelb zwei dunkle Linien. Entfernt man das weiße Licht *B*, so erscheinen die gelben Linien im Spektrum der Flamme *A* wieder ganz hell (weil sie dann von fast vollkommener Dunkelheit *umgeben* sind). Die schwarzen Linien sind also dadurch entstanden, daß aus der weißen Flamme gerade die Farben, die dorthin im Spektrum gehören, durch die kältere Flamme *A* verschluckt worden sind.

Und nun zur Anwendung dieser Tatsache. Im Spektrum der Sonne stehen dicht beieinander zwei dunkle Linien, genau an derselben Stelle, an der die gelbe Natriumflamme die zwei dunklen Linien auch im Spektrum des weißglühenden Kalkzylinders erzeugt, wenn man die Natriumflamme zwischen den Kalkzylinder und den Spalt des Spektroskopes bringt. KIRCHHOFF schloß nun: Die Sonne ist ein weißglühender fester Körper — dem Körper *B* entsprechend —, gibt für sich allein also ein kontinuierliches Spektrum; aber er ist von einer glühenden Gasatmosphäre umgeben — der Flamme *A* entsprechend —, die er infolge seiner hohen Temperatur an seiner Oberfläche entwickelt. Durch diese Atmosphäre muß die von ihm ausgehende Wärme- und Lichtstrahlung hindurch, um nach außen zu gelangen. Diese Atmosphäre ist kälter als der Sonnenkörper, strahlt aber selber Licht und Wärme aus. Da sie aber kälter ist, so verschluckt sie — darauf kommt es hier an — von dem Lichte des weißglühenden Sonnen-

körpers mehr, als sie selber ausstrahlt, genau wie die kältere Flamme *A*. Welche Wellenlängen sie verschluckt, zeigt sich an den Lücken in dem Sonnenspektrum, die ja alle bestimmten Wellenlängen entsprechen. Da nun die Lage der beiden charakteristischen Linien, die man durch *Natriumdampf* erzeugen kann, gerade der Lücke der FRAUNHOFERSchen *D*-Linie im Sonnenspektrum entspricht, so schließt man, daß im Sonnenkörper und der umgebenden Atmosphäre *Natrium* enthalten ist. Auf dieselbe Weise erklärt man die anderen FRAUNHOFERSchen Linien aus der Anwesenheit anderer chemischer Elemente. KIRCHHOFF schloß allgemein: die dunklen Linien des Sonnenspektrums entstehen durch diejenigen Stoffe in der Sonnenatmosphäre, die, in einer Flamme verdampfend, *helle* Linien an der entsprechenden Stelle ihres eigenen Spektrums haben. Man hat auf diese Weise festgestellt, daß die Sonnenatmosphäre die meisten der uns bekannten Metalle enthält.

513. Anomale Dispersion der Gase. Wie in festen und in flüssigen Körpern mit der Absorption des Lichtes anomale Dispersion verknüpft ist, so auch in glühenden Gasen:

jede FRAUNHOFERSche Linie und jede „umgekehrte“ Spektrallinie ist ein Absorptionsstreifen, gibt also Gelegenheit dazu. Tatsächlich hat KUNDT (1880) sie bei der Umkehrung der Natriumlinie (durch die S. 521 beschriebene Anordnung) entdeckt. [Gerade das beweist die Zuverlässigkeit der Methode der gekreuzten Prismen: die Querdispersion führt zu Verbiegungen des Spektrums von auffallender Form, und gerade die *Form* des Spektrums machte KUNDT hier, wo er an Kreuzung gar nicht dachte, auf eine *tatsächlich vorhandene* Kreuzung aufmerksam und weiter auf ihre Ursache, die Dispersionsanomalie.] Die Krümmung, die er ähnlich, wie in Abb. 732, beobachtete, erklärte er aus anomaler Dispersion des Natriumdampfes, der in einer prismatischen Schicht von dem Bunsenbrenner aufgestiegen sein müsse. Die Abb. 733 und 734 (BECQUEREL, 1898; JULIUS, 1900) zeigen deutlich, welche sonderbaren Formen das Kreuzspektrum des Natriumdampfes bei geeigneter Herstellung prismatischer Flammen annehmen kann. Das Spektrum zeigt den zwei Absorptionsstreifen entsprechend — solche *sind* ja die *D*-Linien — zwei Lücken, ist also in drei Teile zerrissen. Das Mittelstück der Abb. 733 bedeutet das Spektralgebiet zwischen den *D*-Linien, die Lücken zwischen ihm und den Seitenstücken bedeuten die *D*-Linien selber — alles sehr stark dispergiert und sehr stark vergrößert. Je schärfer die Absorptionsstreifen sind und je näher an ihnen man die Brechung messen kann, desto verzerrter zeigt sich das Spektralbild des beobachteten Gebietes. Abb. 734 zeigt eines, bei dem man bis auf 0,1 Å.-E. an die Streifen heran konnte (JULIUS, 1900). — Natriumdampf dispergiert anomal auch schon bei Temperaturen, bei denen er noch *nicht* leuchtet (WOON).



Abb. 732. Zur Umkehrung der Natriumlinie.

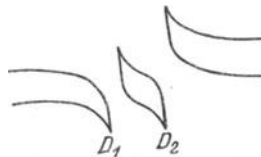


Abb. 733.

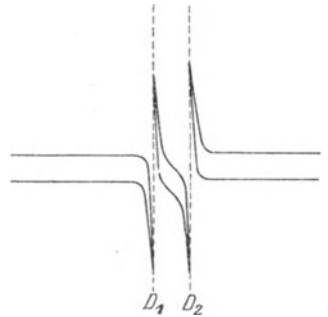


Abb. 734.

Zur anomalen Dispersion des Natriumdampfes.

50	1800	50	1900
75	25	75	25
			NICOL
			FOURIER, TH. SEEBECK
			HENRY, AMPÈRE
			YOUNG
			BROWN
			BIOT
			PRONY
			MALUS, RITTER
			ZAMBONI
			AVOGADRO, GAUSS
			OERSTEDT
			CAGNIARD LA TOUR, DESORMES
			DAVY
			GAY-LUSSAC
			SCHWEIGGER
			POISSON
			BREWSTER
			NOBILI
			DULONG
			PELTIER
			ARAGO, OHM
			AMICI
			FRAUNHOFER
			FRESNEL
			CAUCHY
			POUILLET, FARADAY
			DANIELL
			PETIT
			SAVART
			MORSE
			DESPRETZ
			MITSCHERLICH
			AUGUST
			E. H. WEBER, POGGENDORFF
			CARNOT
			HARRIS
			HERSCHEL
			MELLONI
			NEUMANN
			DUMAS
			PLÜCKER, MAGNUS
			PLATEAU
			AIRY
			WHEATSTONE
			DOPPLER
			RÜHMKORFF
			DOVE, MOHR
			W. WEBER
			LENZ, HAMILTON
			RIESS
			A. SEEBECK
			GRAHAM
			SÉNARMONT
			LISTING, REGNAULT, DRAPER
			JOLLY
			GROVE
			BUNSEN
			ANDREWS
			NATTERER
			J. R. MAYER
			GEISSLER

50	1800	50	1900
75	25	75	25
			ÅNGSTRÖM
			HIRN, C. ZEISS, W. v. SIEMENS
			JAMIN
			JOULE, HOFMANN, CLAUSIUS [HELMHOLTZ
			DUBOIS REYMOND, FIZEAU, TYNDALL, LOSCHMIDT,
			FOUCAULT
			STOKES
			CORTI
			QUINTUS ICIUS, KIRCHHOFF
			W. THOMSON
			HITTORF
			WIEDEMANN
			GRAMME
			RAOULT
			MAXWELL
			HUGHES
			R. KÖNIG
			CAILLETET
			CROOKES
			PLANTÉ
			STEFAN
			KETTELER
			HOLTZ
			KUNDT, PREYER
			v. ZEPPELIN
			ABBE
			F. KOHLRAUSCH
			BOLTZMANN, v. HEFNER-ALTENECK
			WROBLEWSKI
			RÖNTGEN
			VICTOR MEYER, LILIENTHAL
			ROWLAND
			BRAUN, EÖTVÖS
			HAGEN
			BECQUEREL, VAN 'T HOFF
			HERTZ
			DIESEL
			P. CURIE
			HALLWACHS
			CZAPSKI
			RUBENS

Namenverzeichnis.

- ABBE, Spaltokular, Spektrometer 510; Spektrometer 534; Refraktometer 535; Gang der Dispersion 537; Abbildungslehre 554; Strahlenbegrenzung 562; Austrittspupille, Eintrittspupille 566; Kondensor 575; Apochromat 577; Numerische Apertur 577; Homogene Immersion 577; Leistungsgrenze des Mikroskops 577; Prismendoppelfernrohr 581; Dilatometer 589; Entstehung des mikroskopischen Bildes 593.
- ABBOT und FOWLE, Solarkonstante 621.
- AIRY, Theorie des Regenbogens 520.
- D'ALEMBERT, Allgemeines Prinzip der Dynamik 100.
- AMICI, Begründer der modernen Mikroskopoptik 576; Immersionssystem 577.
- AMPÈRE, Schwimmregel 402; Gestell für elektrodynamische Versuche 403; Magnetische Molekularströme 404.
- ANDREWS, Kritische Temperatur 255.
- ÅNGSTRÖM, Einheit der Wellenlänge 522.
- ARAGO, Drehung der Polarisationssebene 604.
- ARCHIMEDES, Hydrostatisches Prinzip 133.
- ARRHENIUS, Dissoziation von Elektrolyten 252; Elektrolytische Dissoziation 385.
- D'ARSONVAL, Spiegelgalvanometer 413.
- ASSMANN, Psychrometer 262; Ansaugung der Luft bei Temperaturmessungen 283.
- ASTON, Isotopie, Massenspektrograph 479.
- ATWOOD, Fallmaschine zur Prüfung der Bewegungsgesetze 21.
- AUGUST, Hygrometer (Psychrometer) 262.
- AVOGADRO, Anzahl der Gasmolekeln in der Raumeinheit 170; Hypothese über die Molekülzahl 265.
- BALMER, Wasserstoffserie 475; Serienspektrum des Wasserstoffs 624.
- BAUMÉ, Aräometerskala 139.
- BECQUEREL, Radioaktivität 460.
- BEHM, Echot 302.
- BELOPOLSKI, Experimentelle Nachahmung des Doppler-Prinzips 624.
- BERNOULLI, DANIEL, Druckgleichung der Hydrodynamik 141.
- BERNOULLI, JOH., Prinzip der virtuellen Verschiebungen 99.
- BERTHELOT, Chemisches Gleichgewicht 272.
- BILLET, Halblinse 586.
- BIOT (mit SAVART), Elektrodynamisches Grundgesetz 410.
- BLAIR, Sekundäres Spektrum 553.
- BOHNENBERGER, Reversionspendel 92.
- BOHR, NIELS, Atommodell 473.
- BOLTZMANN, Konstante (Gaskonstante, dividiert durch Avogadro'sche Zahl) 170, Wahrscheinlichkeit des Zustandes als Maß der Entropie 212; s. STEFAN-BOLTZMANN 618.
- BORDA, Methode der doppelten Wägung 62.
- BOUGUER, Photometer 505.
- BOUTIGNY, Sphäroidaler Zustand 281.
- BOYLE (und MARIOTTE), Gasgesetz 166.
- BOYS, Schallwellen, photographiert 300.
- BRADLEY, Lichtgeschwindigkeit (Aberration der Fixsterne) 498.
- BRAGG, W. H., Röntgenstrahleninterferenzen 455.
- BRAHE, Marsbeobachtungen (Planetengesetze) 71.
- BRAMAH, Hydraulische Presse 127.
- BRAUN, Elektrometer 341; Kathodenstrahlenrohr 441.
- BRÉGUET, Metallthermometer 221.
- BREWSTER, Unveränderliches Pendel 222; Perlglanz, künstlicher durch Beugung 593; Beziehung zwischen Polarisationswinkel und Brechungsindex 601.
- BRODHUN s. LUMMER 527.
- BROWN, Molekularbewegung 195.
- BUNSEN, Wasserluftpumpe 144, 183; Messung der Gasdichte 191; Gasbrenner 191; Absorptionskoeffizient 193; Eiskalorimeter 227; Druck und Schmelztemperatur (Paraffin) 239; Gasbrenner 275; Galvanisches Element 395; Photometer 506; (und KIRCHHOFF), Spektralanalyse 622.
- CAGNIARD DE LA TOUR, Verflüssigung von Gasen 255; Sirene 304.
- CAILLETET, Zusammendrückbarkeit des Wassers 127; Verflüssigung von Gasen 256.
- CARNOT, Kreisprozeß 207.
- CARRÉ, Eismaschine 260.
- CASSEGRAIN, Spiegelteleskop 517.
- CAUCHY, Dispersionsformel 537.
- CAVENDISH, Versuch zur Prüfung der Gravitationshypothese 76; Oberflächenladung eines Leiters 357.
- CELSIUS, Festpunkte des Thermometers 199.
- CHARLES, Gasgesetz 200.
- CHLADNI, Klangfiguren 322.
- CHRISTIANSEN, Anomale Dispersion 612.

- CLARK, Galvanisches Element 397.
 CLAUDIUS, Entropiebegriff 211; Wärmetod 212; Translations- und Gesamtenergie der Gasmolekeln 231; Schmelztemperatur abhängig vom Druck (CLAPEYRON) 238.
 CLÉMENT (mit DÉSORMES), Spezifische Wärme der Gase (Verhältnis) 230.
 COHN, HERMANN: Helligkeit eines Arbeitsplatzes 508.
 COOLIDGE, Röntgenröhre 445.
 COPPET (mit RAOULT), reduzierte Gefrierpunktniedrigung 253.
 CORTI, Gehörorgan 316.
 COULOMB, Drehwage 342; Grundgesetz der Elektrizität 343; Grundgesetze des Magnetismus 407.
 CURIE, Radioaktivität 460.
 CURTIS, Dampfturbine 250.
 CZAPSKI, Zur geradlinigen Ausbreitung des Lichtes 500; Grundzüge der Theorie der optischen Instrumente nach ABBE 564; Größte numerische Apertur 577.
 DAIMLER, Benzinmotor 176.
 DALTON, Diffusion der Gase 173; Lösung eines Gasgemisches in einer Flüssigkeit 193; Sättigungsdruck des Dampfes über einer Flüssigkeit 243, 245.
 DANIELL, Hygrometer 261; Galvanisches Element 395.
 DARWIN, G. H., Zur harmonischen Analyse der Gezeiten (Zitat) 79.
 DAVY, Eisschmelzung durch Reibung 196; Grubenlampe 279.
 DEBYE, Quantentheorie der spezifischen Wärme 237.
 DÉSCARTES, Theorie des Regenbogens 520.
 DÉSORMES s. CLÉMENT 230.
 DEVILLE, ST. CLAIRE, Dissoziation 268.
 DEWAR, Verflüssigung von Wasserstoff 258; Thermosflasche 258.
 DÖBEREINER, Feuerzeug 194.
 DOLLOND, Terrestrisches Fernrohr 578.
 DOPPLER, Relativität der Tonhöhe (Prinzip) 309; Geschwindigkeit und Farbe einer Lichtquelle (Doppler-Prinzip) 623.
 DOVE, Beschaffenheit des künstlichen Lichtes 595.
 DRAPER, Untere Temperaturgrenze der Lichtstrahlung 615.
 DUFOUR, Siedeverzug des Wassers 247.
 DULONG (mit PETIT), Methode zur Messung des spezifischen Gewichtes des Quecksilbers 132; Messung der Wärmeausdehnung des Quecksilbers 222; Gesetz über die Atomwärme 229.
 DUMAS, Dampfdichtebestimmung 264.
 EARNSHAW, Chronometerkompensation 220.
 EDISON, Phonograph 316.
 EINSTEIN, Relativität der Gleichzeitigkeit 104; Prinzip von der Konstanz der Lichtgeschwindigkeit 104; Formulierung des speziellen Relativitätsprinzips 105; Relativistischer Begriff der Masse, Trägheit der Energie 106; Allgemeines Relativitätsprinzip 107; Bedeutung der Gleichheit von Trägheit und von Schwere eines Körpers für die Grundlagen der Mechanik 108; Äquivalenzprinzip 108; Quantentheorie der spezifischen Wärme 233, 234; Zum Nachweis der AMPÈRESchen Molekularströme 404; Die Gleichung $eV = h\nu$ 480.
 ELSTER und GEITEL, Photozelle 444.
 EMDEN, Strahlungstemperaturen 615.
 EÖTVÖS, Drehwage. Änderung der Schwerkraft richtung 96; Nachweis der Gleichheit von Trägheit und Schwere einer Masse 97.
 EUCKEN, Spezifische Wärme des Wasserstoffes 236.
 EULER, Trägheitsmoment 80.
 EWING, Energieverlust bei der Hysteresis 417.
 FAHRENHEIT, Gewichtsäräometer 138; Thermometerskala 200.
 FARADAY, Magnetisches Feld als Analogon zum Schwerefeld 19; Experimenteller Nachweis der Verschiedenheit des Gewichtes der Gase 174; Regulation des Eises 239; Verflüssigung der Gase 255; Erklärung von Savarts Klangfiguren 323; Gleichzeitiges Entstehen beider Arten Elektrizität 338; Anschauung über die Induktion 355; Dielektrikum 356; Eimer-versuch 358; Anion, Kation, Anode, Kathode 384; Elektrolyse 385; Elektrochemisches Äquivalentgesetz 386; Elektromagnetischer Rotationsapparat 402; Magnetische Kraftlinien 408; Paramagnetismus, Diamagnetismus 414; Induktion unabhängig von der Beschaffenheit der Leiter 423; Selbstinduktion, Extrastrom 427; Dunkler Raum 437; Wesensgleichheit zwischen elektrischen Schwingungen und Licht 485, 490.
 FAURE, Elektrischer Akkumulator (Verbesserung) 399.
 FIZEAU, Lichtgeschwindigkeit (terrestrische Methode) 498.
 FLAMMARION, Einwirkung der Erdrotation auf den fallenden Körper 29.
 FOUCAULT, Pendelbeweis für die Achsendrehung der Erde 91; Wirbelströme 428; Lichtgeschwindigkeit (terrestrische Methode im Wasser) 498.
 FOURIER, Zerlegung von Schwingungsformen 311.
 FRANCIS, Turbinenkonstruktion 158.
 FRANCK und HERTZ, Anregung des Quecksilberatoms 482.
 FRANZ s. WIEDEMANN 278.
 FRAUNHOFER, Linien im Sonnenspektrum 522; Minimumablenkung des gebrochenen Strahles 535; Optische Gläser 554; Terrestrisches Fernrohr 578; Linsenkrümmung, an den Newtonschen Ringen geprüft 587.

- FRESNEL, Wellentheorie des Lichtes 496; Spiegelversuch (Interferenz) 582; Biprisma 586; Beugung des Lichtes 589; Deutung der Polarisation des Lichtes 598; Erklärung der Rotationsdispersion 605.
- FROUDE, Modellregeln der Hydrodynamik 155.
- GAEDE, Quecksilberpumpe 181.
- GALILEI, Beweis der Fallgesetze an der schiefen Ebene 41; Terrestrisches Fernrohr 578.
- GALVANI, Berührungselektrizität 394.
- GARCIA, Kehlkopfspiegel 331.
- GAUSS, Abbildungslehre 554.
- GAY-LUSSAC, Alkoholometer (Skalenaräometer) 139; Gasgesetz 224.
- GEIGER s. RUTHERFORD 469.
- GEISSLER, Quecksilberpumpe 180.
- GOETHE, Verwirft Newtons Erklärung der Farbenzerstreuung 519.
- GOLDSTEIN, Kanalstrahlen 445.
- GRAHAM, Diffusionsgeschwindigkeit gelöster Stoffe 165; Dialyse 166; Ausflußgeschwindigkeit eines Gases, von der Dichte abhängig 191; Diffusion eines Gases durch eine poröse Platte 192; Okklusion von Gasen 194; Kompensationspendel 220.
- GRAMME, Dynamomaschine 433.
- GREGORY, Spiegelteleskop 517.
- GROVE, Erste Beobachtung der Dissoziation 268.
- v. GUERICKE, Baroskop 174; Kolbenluftpumpe 182.
- GULLSTRAND, Strahligkeit der Sternbilder 572.
- DE HAAS (mit EINSTEIN), Zum Nachweis der AMPÈRESCHEN Molekularströme 404.
- HADLEY, Sextant 511.
- HAGEN, Einwirkung der Erdrotation auf den fallenden Körper 29; Isotomeograph 85.
- HAHN, Mesothor 462.
- HALL, Einwirkung der Erdrotation auf den fallenden Körper 29.
- HALLEY, Barometrische Höhenmessung 179.
- HALLWACHS, Photoeffekt 443.
- HAMILTON, Die Begriffe Vektor und Skalar 31.
- HARRIS, Prinzip des Wageelektrometers 341.
- HARRISON, Kompensationspendel (Rostpendel) 220.
- HEFNER-ALTENECK, Trommelanker 434; Normalkerze, Lichteinheit 507.
- HELMHOLTZ, Gesetz von der Erhaltung der Energie (Zitat) 39; Wirbelbewegung 149; Die Sonne als kosmische Wärmequelle (Zitat) 276; Bezeichnung Dur und Moll 307; Schwingungszahlen der musikalisch verwendbaren Töne 309; Zerlegbarkeit der Schallschwingungen 312; Klangfarbe und Obertöne 312; Vokaltheorie 312; Einteilung der Musikinstrumente 313; Hören ein Resonanzphänomen 316; Resonatoren zur Klanganalyse 317; Schwingungsform der gezupften Saite 320; Vibrationsmikroskop zu ihrer Beobachtung 320; Rauigkeit des Zusammenklanges 335; Formulierung des elektrochemischen Äquivalentgesetzes, Atomistik der Elektrizität 387; Augenspiegel 516; (KETTLETER) Dispersionsformel 538; Sehschärfe 572; Leistungsgrenze des Mikroskops 577.
- HENRY, Löslichkeit der Gase 192.
- HERON v. ALEXANDRIEN, Prinzip des Windkessels 187; Arbeitsfähigkeit des Wasserdampfes 204.
- HERTZ, s. FRANCK 482.
- HERTZ, HEINRICH, Elektrische Wellen 483; Versuche mit elektrischen Wellen 487, 496.
- HESS, Gesetz der konstanten Wärmesummen 270.
- HIGGINS, Singende Flamme 332.
- HIRM, Mechanisches Wärmeäquivalent 204.
- HITTOFF, Überführungszahlen 384; Dunkelraum 438.
- VAN 'T HOFF, Der osmotische Druck dem Gasdruck vergleichbar 164; Osmotischer Druck verdünnter Lösungen mit Gasdruck verglichen 252; Drehungsvermögen und chemische Beschaffenheit der Stoffe 606.
- HOFMANN, A. W., Dampfdichtemessung 264.
- HOLBORN (und KURLBAUM), Optisches Pyrometer 621.
- HOLTZ, Influenzelektriermaschine 366.
- HOOKE, Gesetz der elastischen Formänderung 115.
- HOPE, Nachweis der Verschiedenheit der Dichte des Wassers bei verschiedener Temperatur 223.
- HOPKINS, Druck und Schmelztemperatur (Wachs) 239.
- HUGHES, Typendrucker 405.
- HUYGHENS, Pendeluhr 93; Ausbreitung der Wellenbewegung (H.sches Prinzip) 296; Wellentheorie des Lichtes 496; Mikroskopokular 578; Polarisation des Lichtes 596.
- JAMIN, Interferenzrefraktometer 588.
- JOHNSTON STONEY, Elektron 442.
- JOLLY, Veränderlichkeit des Gewichtes einer Masse 77; Doppelwage (Feder) zur Dichtemessung 137.
- JOULE, Mechanisches Wärmeäquivalent 202; Schutz des Thermometers gegen Strahlung 282; Umsetzung der elektrischen Energie in Wärme 379.
- JOULE (mit THOMSON), Drosselung eines Gases durch einen porösen Stopfen (Joule-Thomson-Effekt) 256.
- JULIUS, Anomale Dispersion 612; Anomale Dispersion der Gase 627.
- KAMERLINGH ONNES, Verflüssigung von Helium 258.
- KANT (mit LAPLACE), Entstehung des Planetensystems 73.
- KATER, Reversionspendel 92.

- KAYSER (und RUNGE), Serienspektren 625.
 KEPLER, Planetengesetze 71, 72, 73; Astronomisches Fernrohr 578.
 KETTLER (HELMHOLTZ), Dispersionsformel 538.
 KIRCHHOFF, Sätze zur Erweiterung des Ohmschen Gesetzes 374; Gesetz über Emission und Absorption. Schwarzer Körper 618; s. BUNSEN 622; Ursprung der Fraunhoferschen Linien 626.
 KOHLRAUSCH, Unabhängigkeit der Ionenwanderung 385; Wasservoltmeter 390.
 KÖNIG, RUDOLF, Manometrisches Verfahren (schwingende Luftsäulen) 327.
 KOPERNIKUS, Bewegung der Erde um die Sonne 71.
 KRIGAR-MENZEL (mit RICHARZ), Ermittlung der Erddichte 77.
 KRIGAR-MENZEL s. RAPS 320.
 KRÜSS, Photometer für Beleuchtungsstärke 508.
 KUNDT (mit WARBURG), Einatomigkeit des Quecksilberdampfes 231.
 KUNDT, Staubfiguren 328; Influenzelektriermaschine 365; Anomale Dispersion 612; Anomale Dispersion der Gase 627.
 KURLBAUM, Optisches Pyrometer 621.
 LAMBERT, Photometrisches Grundgesetz 503.
 LANGLEY, Bolometer, Strahlungsmesser 376.
 LAPLACE (mit KANT), Entstehung des Planetensystems 73; Schallgeschwindigkeit, theoretisch 300.
 v. LAUE, Kristallstruktur 121, 122; Interferenz der Röntgenstrahlen 454.
 LAURENT, Halbschattenapparat 608.
 LAVOISIER, Eiskalorimeter 227.
 LE BLANC, Zersetzungsspannung 397.
 LE CHATELIER, Thermoelement als Thermometer 383.
 LECLANCHÉ, Galvanisches Element 395.
 LEIDENFROST, Sphäroidaler Zustand (L. sches Phänomen) 280.
 LENARD, Fenster im Entladungsrohr 439; Messung des Photoeffekts 443; Aufbau des Atoms 470.
 LENZ, Bedingung für die Entstehung der Induktionsströme 423.
 LE ROUX, Anomale Dispersion 612.
 LILIENTHAL, Begründer der Flugtechnik 176.
 v. LINDE, Kälteerzeugung 256; Eismaschine 260.
 LINDEMANN, s. NERNST 236; Charakteristische Schwingungszahl und Schmelztemperatur 237.
 LIPPERHEY, Terrestrisches Fernrohr 578.
 LIPPICH, Halbschattenapparat (Polarimeter) 609.
 LISTING, $0,001 \text{ mm} = 1 \mu$ 522; Knotenpunkte 546; Reduziertes Auge 570.
 LITROW, Methoden des in sich zurückkehrenden Strahles 534.
 LÖBER, Linsenkrümmung, an den Newtonschen Ringen geprüft 587.
 LORENZ, L., Verhältnis des Wärmeleitvermögens zum elektrischen Leitvermögen 278.
 LOSCHMIDT, Molekülzahl in der Raumeinheit (Loschmidtsche Zahl) 172.
 LUMMER (und BRODHUN), Photometerschirm 527; (mit PRINGSHEIM), Verwirklichung des schwarzen Körpers 620.
 LYMAN, Wasserstoffserie 475, 625.
 MACH, Das Zentrifugalfeld ein Schwerfeld 107.
 MAGNUS, Zur Veranschaulichung der Gasgesetze 225.
 MALUS, Polarisation des Lichtes 596, 600.
 MARCONI, Drahtlose Telegraphie 490.
 MARIOTTE (und BOYLE), Gasgesetz 166.
 MARIOTTE, Gefäß zur Konstanterhaltung der Ausflußgeschwindigkeit 189.
 MAXWELL, Zum experimentellen Nachweis des ersten Bewegungsgesetzes (Zitat) 9; Definition der Arbeit (Zitat) 33; Prinzip der Erhaltung der Energie (Zitat) 39; Siedetemperatur des Wassers (Zitat) 247; Elektromagnetische Theorie des Lichtes 485, 496.
 MAYER, JULIUS ROBERT, Allgemeine Gültigkeit des Gesetzes von der Erhaltung der Energie 39; Mechanisches Wärmeäquivalent 203.
 MELDE, Schallgeschwindigkeit in festen Körpern (Stäbe) 324.
 MELLONI, Thermosäule 383.
 VAN DER MENSBRUGGHE, Oberflächenspannung 162.
 MEYER, O. E., Transpiration der Gase 192.
 MEYER, VIKTOR, Dampfdichtemessung 264.
 MEYERSTEIN, Spektrometer 535.
 MICHELSON, Lichtgeschwindigkeit unabhängig vom Bezugssystem 103; Stufengitter 593.
 MILLIKAN, Messung des Elementarquantums 450.
 MITSCHERLICH, Saccharimeter 606.
 MOHR, Wage zur Dichtemessung von Flüssigkeiten 138.
 MORSE, Schreibtelegraph 405.
 MOSELEY, Gesetz über Kernladung und Ordnungszahl der Elemente 476.
 NACHET, Zeichenapparat 527.
 NERNST, Dritter Hauptsatz der mechanischen Wärmetheorie 213; Vakuumkalorimeter (tiefe Temperatur) 229; Kupferkalorimeter (tiefe Temperatur) 229; (und LINDEMANN), Spezifische Wärme des Diamanten 236; Dissoziation des Wasserdampfes 267; Zwischenreaktionen zur Ermittlung der Wärmetönung 269; Elektrolytglühlampe 380; Elektromotorische Wirksamkeit der Ionen 391; Elektrolytischer Lösungsdruck 392; Theorie des galvanischen Elementes 393.

- NEUMANN, Gesetz über die Molekularwärme 230.
- NEWTON, Erstes Bewegungsgesetz 9; Zweites Bewegungsgesetz 13; Drittes Bewegungsgesetz (Gleichheit der Wirkung und der Gegenwirkung) 22; Bewegung des Mondes um die Erde 74; Allgemeine Massenanziehung, Gravitationsgesetz 75; Veränderlichkeit des Gewichtes einer Masse 77; Fluterzeugende Kraft 78; Festpunkte des Thermometers 199; Emissionstheorie des Lichtes 495; Sextant 511; Spiegelteleskop 517; Farbenzerstreuung 519; Methode der gekreuzten Prismen 521; Farbglas (Newtonsche Ringe) 587.
- NICHOLS, Dispersionsmessungen 538.
- NICHOLSON, Gewichtsaräometer 137.
- NICOL, Prisma zur Ablenkung des ordentlichen Strahles 533.
- NOLLET, Entdecker der Osmose 164.
- NÖRRENBURG, Polarisationsapparat 601, 609.
- ØRSTEDT, Zusammendrückbarkeit einer Flüssigkeit. Piezometer 127.
- OHM, G. S., Ohr und Pendelschwingung 312; Grundgesetz des elektrischen Stromes 369.
- PAPIN, Dampfkochtopf 247.
- PASCAL, Flüssigkeitsdruck 131.
- PASCHEN, Wasserstoffserie 475; Bergmann-Serie 625.
- PELTIER, Thermoelektrische Temperaturerniedrigung 382.
- PETIT (mit DULONG), Methode zur Messung des spezifischen Gewichtes des Quecksilbers 132; Messung der Wärmeausdehnung des Quecksilbers 222; Gesetz über die Atomwärme 229.
- PFEFFER, Messung des osmotischen Druckes 165.
- PITOT, Staugerät 145.
- PLANCK, Zweiter Hauptsatz der mechanischen Wärmetheorie 207; Strahlungsformel 619.
- PLANTÉ, Elektrischer Akkumulator (Erfindung) 399.
- PLATEAU, Flüssigkeitskugel 67; Flüssigkeitsmassen der Schwere entzogen 126.
- PLÜCKER, Kathodenstrahlen 438.
- POGGENDORF, Fallmaschine 24; Winkelmessung mit Spiegel und Skala 511.
- POISEUILLE, Reibung der Flüssigkeit 151.
- POISSON, Elastizitätszahl 116.
- PORRO, Umkehrendes Prismensystem 581.
- PRANDTL, Pitotrohr 145; Bedeutung der Grenzschicht für die Hydrodynamik 154.
- PRÉVOST, Gesetz über das bewegliche Temperaturgleichgewicht 617.
- PREYER, Klangfarbe von Stimmgabeln und Zungenpfeife 312.
- PRINGSHEIM, s. LUMMER 620.
- PRONY, Bremsdynamometer (Pronyscher Zaun) 44.
- PROUT, Aufbau der Elemente aus Wasserstoff 470.
- QUINTUS ICIUS, Mechanisches Wärmeäquivalent 203.
- RAMSDEN, Okular (Fernrohr) 579.
- RAOULT, Messung des Molekulargewichts 253.
- RAPS (und KRIGAR-MENZEL), Saitenschwingungen photographiert 320.
- RAYLEIGH, Einatomigkeit der Edelgase 231.
- RÉAUMUR, Thermometerskala 200.
- REGNAULT, Wasserkalorimeter 228; Sättigungsdruck von Dämpfen 246.
- REYNOLDS, Modellregeln der Hydrodynamik 152.
- RICHARZ (mit KRIGAR-MENZEL), Ermittlung der Erddichte 77.
- RICHMANN, Mischung von Stoffen gleicher spezifischer Wärme 229.
- RIESS, Verstärkungsapparat für elektrische Ladungen 360; Luftthermometer 368.
- RITCHIE, Photometer 506.
- RITTER, Elektrische Polarisation 398.
- v. ROHR, Einstellebene, Objektseitiges Abbild 556; Mattscheibenebene 558; Abbildskopie (Abbildsbild) 559; Austrittsluke, Eintrittsluke 569.
- ROMÉ DE L'ISLE, Konstanz der Kristallwinkel 123.
- RÖMER, OLAF, Lichtgeschwindigkeit (Jupitermonde) 497.
- RÖNTGEN, Strahlenart 438, 452.
- ROWLAND, Reflexionsgitter 593; Sonnenspektrum 623.
- RUBENS, Thermosäule 383; Dispersionsmessungen 538.
- RUDBERG, Siedepunkt, definiert durch Dampftemperatur 243.
- RUETE, Augenspiegel 516.
- RÜHMKORFF, Induktionsapparat 420.
- RUMFORD, Wesen der Wärme 196.
- RUNGE, s. KAYSER 625.
- RUTHERFORD, Wiedervereinigung der Ionen 448; Theorie des Atomzerfalles 461; Heliumnatur der α -Strahlen 466; (und GRIGNER), Zählung der α -Teilchen 469; Atommodell 471.
- RYDBERG, Konstante der Serienformel 625.
- SALCHER, Schallwellen, photographiert 300.
- SAUSSURE, Haarhygrometer 262.
- SAVART, Form des Flüssigkeitsstrahles (Knoten und Bäuche) 146; Klangfiguren 323: s. BIOT 410.
- SCHEELE, Wärmestrahlung 615.
- SCHOTT, Glas mit vorgeschriebenem Ausdehnungskoeffizienten 221; Neue optische Gläser 553.
- SCOTT, Schallschreiber 303.
- SCOTT RUSSELL, Schiffswellen 157.
- SEEBECK, Thermoelektrizität 381.

- SEEBECK, A., Sirene 304.
 SÉNARMONT, Wärmeleitung in Kristallen 279.
 SHORE, Erfinder der Stimmgabel 321.
 SIEDENTOPF (mit ZSIGMONDY), Ultramikroskop 594.
 SIEMENS, Dynamoelektrisches Prinzip 433.
 SIEMENS, FRIEDRICH, Regenerativofen 272.
 SNEELLIUS, Lichtbrechungsgesetz 523.
 SODDY, Theorie des Atomzerfalles 461.
 SOLEIL, Doppelquarz im Saccharimeter 607.
 SORGE (und TARTINI), Differenztöne 336.
 SPRENGEL, Quecksilberstrahlluftpumpe 183.
 STEFAN-BOLTZMANN, Strahlungsgesetz 618.
 STEVIN, Hydrostatisches Paradoxon 130.
 STOKES, Fall im Widerstand leistenden Medium (Wassertropfen in Luft) 154.
 STROUHAL, Töne der Orgelpfeife 329.
 THALES v. MILET, Erster Beobachter eines elektr. Vorganges 351.
 TAYLOR, Formel für Saitenschwingung 318.
 THOMSON s. JOULE 256.
 THOMSON, J. J., Verbesserung der Nebelmethode von Wilson 450.
 THOMSON, JUL., Wärmetönung 270.
 THOMSON, WILLIAM, Harmonische Analyse der Gezeiten 79; Druck und Schmelztemperatur (Erdinneres) 239; Temperatur der Sonne 276; Wageelektrometer 341; Quadrantelektrometer 342; Galvanometer für Untersee-telegraphie 405; Magnetische Permeabilität 415.
 TÖPLER, Quecksilberpumpe 181.
 TORRICELLI, Ausflußgeschwindigkeit einer Flüssigkeit 145; Nachweis des Druckes der Atmosphäre 176.
 TOWNSEND, Stoßionisation 452.
 TRAUBE, Halbdurchlässige Scheidewände 165.
 TYNDALL, Erklärung der singenden Flamme 332; Reibzeug, elektrisches 364.
 VENTURI, Praktische Anwendung der Saugwirkung strömender Flüssigkeit 144.
 VIDI, Aneroidbarometer 178.
 VOLTA, Der wirkliche Entdecker des nach Gay-Lussac genannten Gasgesetzes 224; Berührungselektrizität 394.
 VAN DER WAALS, Ergänzung der kinetischen Gastheorie 173.
 WAETZMANN, Kombinationstöne 336.
 WANNER, Optisches Pyrometer 621.
 WARBURG, Elastische Hysteresis 112; s. KUNDT 231; Magnetische Hysteresis 415; Konstante c der Planckschen Formel 620.
 WATT, Zentrifugalregulator der Dampfmaschine 67.
 WEBER, Monochord 318; Interferenzerscheinungen bei der Stimmgabel 333; Photometer für Beleuchtungsstärke 508.
 WEBER, E. H., s. WILHELM WEBER 287.
 WEBER, H. F., Untere Temperaturgrenze der Lichtstrahlung (Grauglut) 615.
 WEBER, WILHELM (mit E. H. WEBER), Wellenbewegung des Wassers 287.
 WEHNELT, Unterbrechungen am Induktionsapparat 420; Glühkathode 444.
 WEINHOLD, Thermosflasche 180, 258.
 WESTON, Galvanisches Element 397; Spannungsmesser, elektrischer 413.
 WHEATSTONE, Elektrische Schaltungsmethode zur Widerstandsmessung (Brücke) 376.
 WIEDEMANN (und FRANZ), Reihenfolge der Wärmeleiter und der Elektrizitätsleiter 278.
 WIEN, Verschiebungsgesetz 619.
 WILSON, Kondensation von Wasserdampfen 446.
 WOLLASTON, Kryophor 259; Elektrolyse des Wassers durch Funken 483; Reines Sonnenspektrum 520; Camera lucida (Zeichenapparat) 526.
 WOOD, Anomale Dispersion der Gase 627.
 WRIGHT, Flugzeug 176.
 YOUNG, Wellentheorie des Lichtes 496.
 ZAMBONI, Trockene elektrische Säule 396.
 ZEISS, Mikroskop 574; Prismenfernrohr 581.
 ZEPPELIN, Luftschiff 176.
 ZSIGMONDY, s. SIEDENTOPF 594.

Sachverzeichnis.

- Abbild, objektseitiges 556.
Abbildsbild 559.
Abbildskopie 559.
Abbildung 514.
— (GAUSS, ABBE) 554.
— unendlich kleiner Objekte 542.
Abbildungsgleichungen 555.
Aberration der Fixsterne 498.
— sphärische (monochromatische) 563.
Abgeleitete Einheit 8.
Ablenkbarkeit der Radiumstrahlen (magnetisch) 465.
Abplattung der Erde 94.
Absorption des Lichtes und der Wärme 610.
Absorptionskoeffizient (Gase) 193.
Absorptionsvermögen 618.
Achromasie 551.
Achromatische Linsen 553.
— Prismen 551.
Adsorption der Gase 194.
Äquipotentielle Fläche s. Niveaufläche 345.
Äquivalenz zwischen Wärme und Arbeit 38, 197.
Äquivalenzprinzip (EINSTEIN) 108.
Affinität 213.
Aggregatzustände 111.
Akkommodation 571.
Akkumulator, elektrisch 399.
Aktinische Wirkung 610.
Akustik, physikalisch und physiologisch 299.
Alkarazzas 259.
Alkoholometer 139.
Alpha-Strahlen, Ablenkung durch Atomkern 472.
— (Heliumatom) 461.
— (Heliumkerne) 465.
Alpha-Teilchen (Zählung) 467.
Alter, geologisches, von radioaktiven Mineralien 464.
Amorph 118.
Ampere, Einheit der Stromstärke 373.
Amplitude 285.
Analyse, harmonische 79.
Anamorphosen 515.
Angriffspunkt einer Kraft 48.
Angriffspunkt, verlegbar in der Krafrichtung 48.
— Parallelverlegung 53.
Anion 384.
Anisotrop 117.
Anker (Dynamomaschine) 433.
Anode 384.
Anomale Dispersion 612.
— der Gase 627.
Anregung des Quecksilberatoms 481.
Antenne 491.
Antikathode 453.
Anziehung, gegenseitige, der Sonne und der Planeten 72.
Apochromat 577.
Arbeit 32.
— ihre Größe 33.
— ihre Maßeinheit 33.
Astasiert 412.
Astigmatismus 563.
Atherman 282.
Atmolyse 192.
Atmosphäre, ihr Druck 176.
— Maß eines Druckes 246.
Atmosphärische Strahlenbrechung 518.
Atom 110.
Atombau 469.
Atombild (RUTHERFORD) 471.
Atomistik der Elektrizität 388.
Atomwärme, Gesetz 229.
— — versagt in tiefen Temperaturen 232.
Auftrieb in einer Flüssigkeit 128.
— in Gasen 174.
Auge, reduziertes Auge 570.
Augendrehpunkt 560.
Augenspiegel 516.
Ausdehnungskoeffizient, thermischer 219.
— thermischer, der Gase 224.
Ausgedehntheit der Materie 110.
Auskristallisierung 240.
Außerordentlich gebrochener Strahl 529.
Austausch der Wärmestrahlung (Gesetz von PRÉVOST) 616.
Austrittsluke 569.
Austrittspupille 557, 565.
Avogadro'sche Zahl 170, 265.
Bäuche s. Knoten 325.
Barometer 178.
Barometerprobe 185.
Baroskop 174.
Bedingungskraft 100.
Beharrungsvermögen 9.
Bergmann-Serie 625.
Beschleunigung 10.
Beschleunigungseinheit 11.
Beta-Strahl (Elektron) 461.
— Strahlen (Kathodenstrahlen) 465.
Beugung des Lichtes 589.
Beugungsfigur 589.
Beugungsspektrum 591.
Bewegung 3.
Bewegungsbeschränkung 39, 46.
Bewegungsfreiheit 46.
Bewegungsgesetze (NEWTON) 9, 13, 22, 24.
— am Versuch geprüft 20.
— ihr scheinbarer Widerspruch mit der Wirklichkeit 24.
Bewegungsgleichung des rotierenden Körpers 83.
Bewegungsgröße 21.
Bezugssystem 3.
Biegungselastizität 114.
Bifilare Aufhängung 57.
Bifilarwicklung 427.
Bikonvexlinse 548.
Bikonvexlinse 548.
Bindung der Elektrizität 353.
Biprisma 586.
Blasinstrumente 324.
Bleiakkumulator 399.
Blende 557, 564.
Blicklinie 561.
Blitzableiter 353.
Bodendruck 129.
Bogenlampe 380.
Bolometer 376.
Boratgläser 554.
Bouguer-Photometer 505.
Braun'sches Rohr 441.
Brechung 522.
— durch Kugelflächen 538.

- Brechung an Kugelflächen, Formel dafür 540.
 — des Lichtes 517.
 — elektrischer Wellen 490.
 — durch ein zentriertes System 543.
 Brechungsgesetz 522.
 Brechungskoeffizient 523.
 Brechungsquotient, Methoden zur Messung 534.
 Bremsdynamometer 44.
 Brennfläche (Hohlspiegel) 515.
 Brennpunkt (Konkavspiegel) 514.
 Brille 571.
 Brownsche Bewegung 195.
 Brückenwaage 63.
 Bunsenbrenner 275.
 Bunsenphotometer 506.
 Camera lucida (Zeichenapparat) 526.
 Camera obscura 569.
 Carnotscher Kreisprozeß 207.
 Chromatische Tonleiter 306.
 Cortisches Organ 316.
 Coulomb, elektrostatische Einheit der Elektrizitätsmenge 388.
 Coulombsches Gesetz, Elektrizität 343.
 Curtisrad 250.
 Dampfdichte 262.
 — und Molekulargewicht 265.
 Dampfdichtemessung (DUMAS, HOFMANN, V. MEYER) 264.
 Dampfdruckmessung 245.
 Dampfheizung 259.
 Dampfturbine 250.
 Deklination, magnetisch 406.
 Depolarisator, elektrisch 398.
 Destillation 247.
 Detektor (Funkentelegraphie) 492.
 Dezimalwaage 63.
 Dialyse 166.
 Diamagnetismus 414.
 Diamant, spezifische Wärme 236.
 Diatherman 282.
 Diatonisch 306.
 Dichte 136.
 — der Elektrizität 352.
 — der Gase (Messung) 191.
 Dichtemessung von Flüssigkeiten 138.
 Dielektrikum 356.
 Dielektrizitätskonstante 359.
 Differenzöne 336.
 Diffusion der Gase 173.
 Diffusion von Gasen durch poröse Körper 192.
 — von Lösungen 163.
 Diffusionsgeschwindigkeit der Gase 192.
 — (Kristalloide, Kolloide) 165.
 Dilatometer (Interferenz) 589.
 Dimension eines physikalischen Begriffes 7.
 Dimensionsformel 8, 15, 16.
 Dioptrie 572.
 Dispersion 156, 518.
 — anomale, der Gase 627.
 Dispersionsformel 537.
 Dissonanz (Konsonanz) 335.
 Dissoziation, Dissoziations-temperatur 267.
 — elektrolytische 385.
 Döbereinersches Feuerzeug 194.
 Dominante 306.
 Doppelbrechung 528.
 Doppelfernrohr 581.
 Doppelquarz (SOLEIL) 607.
 Doppelspat 528.
 Dopplerprinzip 309, 623.
 Drehachse, ihre Parallelverschiebung 83.
 Drehkristallmethode (Röntgenspektrum) 459.
 Drehspulengalvanometer 413.
 Drehstrom 435.
 Drehstrommotor 436.
 Drehung 46.
 — der Polarisationssebene 604.
 Drehungselastizität 114.
 Drehmoment 49.
 Drehwaage (Coulomb) 342.
 — von EÖTVÖS 96.
 Drosselspule 430.
 Druckelastizität 113.
 Dunkelraum 437.
 Dur und Moll 306.
 Durchsichtig 502.
 Dyn 14.
 Dynamik 32.
 Dynamomaschine 432.
 Dynamometer 63.
 Ebbe und Flut 78.
 Ebene Welle 296.
 Echo 301.
 Echolot 302.
 Effektive Stromstärke (effektive Spannung eines Wechselstroms) 429.
 Effektivkraft 100.
 Eigenschwingung, elektrische 431.
 Eimerversuch von FARADAY 358.
 Einfallslot 508.
 Einfallswinkel 508.
 Einheit der Arbeit 33.
 — der Beleuchtungsstärke (Lux) 504.
 — der Elektrizitätsmenge 343.
 — der elektromotorischen Kraft 425.
 — der Flächenhelle 504.
 — der Lichtstärke 504.
 — des Lichtstromes 504.
 — der Potentialdifferenz 347.
 — der Stromstärke 370.
 Einstellebene 556, 558.
 Eintrittsluke 569.
 Eintrittspupille 557, 566.
 Eiskalorimeter (LAVOISIER, BUNSEN) 227.
 Eismaschine 260.
 Eispunkt eines Quecksilberthermometers 217.
 Eisschmelzverfahren (Kalorimetrie) 227.
 Elastizität 112.
 Elastizitätsgrenze 112.
 Elastizitätskoeffizient 115.
 Elastizitätskonstanten 116.
 Elastizitätsmodul 115.
 Elastizitätszahl 116.
 Elektrische Wellen verschiedener Frequenz 494.
 Elektrisiermaschine für Reibung 363.
 — für Influenz 365.
 Elektrisierung durch Influenz (Induktion) 351.
 Elektrizität, beide Arten entstehen gleichzeitig 338.
 — positive, negative 339.
 — durch Reibung 336.
 — Ursprung der Bezeichnung 337.
 Elektrizitätszähler 390.
 Elektrochemisches Äquivalentgesetz 384.
 — — (FARADAY) 386.
 Elektrodynamische Wechselwirkung 402.
 — Grundgesetz 410.
 Elektrodynamometer 403.
 Elektrolyse 383.
 — Anwendungen 389.
 — des Wassers 389.
 Elektrolyt 374.
 Elektrolytische Dissoziation 385.
 Elektromagnet 404.
 Elektromagnetische Theorie des Lichtes 486, 497.
 Elektrometer 342.
 Elektromotor 434.
 Elektromotorische Kraft 378.
 Elektron 442.
 Elektronen verschiedenen Ursprungs 443.

- Elektrophor 364.
 Elektroskop 341.
 Element, galvanisches, verschiedene Formen 395.
 — — seine Theorie (NERNST) 393.
 Elementarquantum 449.
 — elektrisches 388.
e/m (spezifische Ladung) 442.
 Emission (Licht, Wärme) 610.
 Emissionstheorie 495.
 Emissionsvermögen 618.
 Endothermie, exotherme Reaktion 269.
 Energie 35.
 — kinetische 35.
 — potentielle 35.
 — Erhaltung 37.
 — der elektrischen Ladung 376.
 — ihre Trägheit 106.
 Entladungsrohr 437.
 Entropie 211.
 Entzündungstemperatur 279.
 Erde, Dichte 76, 77.
 Erdmagnetismus 406.
 Erg 34.
 Erhaltung des Drehmoments 84.
 — der Energie 37.
 — der lebendigen Kraft 36.
 — der Rotationsbahn 69.
 — des Schwerpunktes 55.
 Erstarrung 240.
 Expansionsdampfmaschine 250.
 Explosion 272.
 Extrastrom 427.
 Fall in einer Flüssigkeit 154.
 — freier 17.
 Fallmaschine von ATWOOD 21.
 Fallrichtung, Einwirkung der Erdrotation 29.
 Farad 362.
 Farben durch Interferenz 585.
 Farben dünner Blättchen 585.
 Farbenglas (NEWTON) 587.
 Farbenzerstreuung 518.
 Fernrohr, astronomisches 578.
 — holländisches 579.
 — terrestisches 578.
 — Gesichtsfeld 580.
 Festigkeit 112.
 Festpunkte (Thermometer) 199.
 Feuerspritze 187.
 Fieberthermometer 218.
 Flächenhelle 504.
 Flächensatz 84.
 Flageoletttöne 319.
 Flamme 274.
 Flammen, empfindliche 317.
 Flaschenzug 59.
 Flintglas 552.
 Flüssigkeit 124.
 — Druck im Innern 127.
 — Druckfortpflanzung im Innern 126.
 — ruhende, in Gleichgewicht 125.
 — strömende, Ausflußgeschwindigkeit 145.
 Flüssigkeitsstrahl 146.
 Flüssigkeitsströmung, Druck und Geschwindigkeit 142.
 Flugzeug 175.
 Fluoreszenz 613.
 Fluterzeugende Kraft 78.
 Formänderung und formändernde Kraft (Gesetz von HOOKE) 115.
 Fortpflanzungsgeschwindigkeit des Lichtes 497.
 — einer Welle 288.
 Fourierscher Satz 311.
 Fraunhofersche Linien 522.
 — — ihr Ursprung 625.
 Freiheitsgrade 232.
 Fresnelsches Parallelepiped 601.
 Funkenentladung 362.
 Funkentelegraphie 490.
 Funkentelephonie 490.
 Galvanometer 412.
 Gamma-Strahlen (Elektromagnetische Schwingungen) 465.
 Gang der Dispersion 537.
 Ganzzahligkeit der Atomgewichte 470.
 Gase, ihre Dichte 174.
 — einatomige 231.
 — ihr Gewicht 174.
 — Volumen und Temperatur 223.
 — spezifische Wärme 230.
 — Verhältnis der spezifischen Wärmen (konstanter Druck, konstantes Volumen) 230.
 Gasentladung 436.
 Gasgesetz von BOYLE-MARIOTTE, Abweichung davon 167.
 — Begründung durch die kinetische Gastheorie 168.
 — Ergänzung durch VAN DER WAALS 173.
 Gasgesetze 169.
 Gaskonstante 170.
 Gasmoleküle, ihre Größe 171.
 Gastheorie, kinetische 168.
 Gasthermometer 200, 216.
 Gedämpfte Schwingung 485.
 Gedecktes Rohr 326.
 Gefrierpunkt 218.
 Gegenstromapparat 257.
 Gegenwirkung 22.
 Gehörorgan 316.
 Gelber Fleck 570.
 Geoid 95.
 Geradlinige Ausbreitung des Lichtes 499.
 Geräusch 302.
 Geschwindigkeit 7.
 — bei ungleichförmiger Bewegung 9.
 — der Gasmoleküle 171.
 Geschwindigkeitseinheit 7.
 Geschwindigkeitspotential 150.
 Gesichtsfeldwinkel 567.
 Gestaltelastizität 112.
 Gestell (AMPERE) 403.
 Gewicht 18.
 — abhängig von d. Achsendrehung der Erde 94.
 — eines Körpers unter und über der Erdoberfläche 76.
 Gewichtsäräometer 137.
 Giftheber 188.
 Gitterkonstante (Kristall) 457.
 Glasplattensatz (Polarisation) 601.
 Gleichförmige Bewegung 6.
 Gleichgewicht, stabiles, labiles, indifferentes 56.
 Gleichheit der Fallbeschleunigung aller Körper 19.
 — der Trägheit und der Schwere einer Masse 19.
 — von Trägheit und Schwere einer Masse, experimenteller Nachweis 97.
 — von Wirkung und Gegenwirkung 22.
 — ihr Nachweis an der Fallmaschine von POGGENDORFF 24.
 Gleichzeitigkeit, ihre Relativität 103.
 Glimmlicht, negatives 437.
 Glocke 323.
 Glühkathode 444.
 Glühlampe (Kohlenfaden, Tantal, Wolfram) 380.
 Goldblattelektroskop 341.
 Gramm 13.
 Grauglut 614.
 Gravitationsfeld 19.
 Gravitationsgesetz (NEWTON) 75.
 Gravitationskonstante 76.
 Grenze, kurzwellige, der Röntgenspektren 482.
 Grenzwinkel 525.

Grubenlampe (DAVY) 279.
Grundton (Tonika) 306.

Haarhygrometer 262.
Haftintensität 387.
Haftungskoeffizient 43.
Halblinsen 586.
Halbschattenapparat (LAURENT) 608.
— (Polarimeter) 609.
Halbwertszeit 462, 468.
Hauptebenen 545.
Hauptpunkte 545.
Hauptsatz, erster 201.
— zweiter 205.
— dritter (Wärmethorem von NERNST) 213.
Hauptschnitt des Doppelspats 530.
Hauptstrahl eines Lichtbündels 557.
Hauptstrahlen 566.
Hauptstrommaschine 433.
Hauptträgheitsachse 83.
Hebel 59.
— als Wage 61, 62, 63.
— als Werkzeug 60.
Heber 188.
Hefnerkerze 507.
Heizapparate, elektrische 380.
Heizflamme 274.
Helligkeit 503.
Henry, Einheit der Selbstinduktion 428.
Heronsball 187.
Heterogen 117.
Hintereinander geschaltete Elemente 396.
Höhenmessung, barometrische 178.
— Grundformel 179.
— thermometrisch 245.
Hörbarkeit 309.
Hohlspiegel 513.
Homogen 117.
Homozentrisch 514.
Horizontalkomponente, magnetische 409.
Horror vacui 180.
Hydraulische Presse 127.
Hydrodynamik 125.
— Grundgleichung 140.
Hydrostatik 125.
Hydrostatische Waage 134.
Hygrometer 261.
Hygroskopisch 194.
Hyperbel 584.
Hypsothermometer 247.
Hysteresis, elastische 112.
— magnetische 415.

Ideales Gas 168.
Immersionssystem 577.
Imponderabilien 196.

Impuls 21.
Impulsatz der Hydrodynamik 141.
Indifferentes Gleichgewicht 56.
Indizesgesetz 120.
Induktion durch einen bewegten Magneten 417.
Induktiver Widerstand eines Leiters 430.
Induktionsapparat 420.
Induktionsgesetz (Stromentstehung) 423.
Inertialsystem 102.
Influenzelektriermaschine (KUNDT) 365.
— (HOLTZ) 366.
Inklination, magnetische 406.
Insichzurückkehrender Strahl 534.
Interferenz 292.
— des Lichtes 582.
— (Schallwellen) 332.
Interferenzrefraktometer 588.
Intervall 305.
Inversion, Inversionstemperatur 256.
Ionen, elektromotorische Wirksamkeit 390.
Ionenwanderung (Unabhängigkeit) 385.
Ionisation der Gase 446.
Ionisationskammer 448.
Ionisationsströme, Messung 447.
Irreversibel 210.
Irreversibilität, Grad 211.
Isolatoren 340.
Isotomeograph 85.
Isotope 477.
Isotrop 117.

Joule (als Maßeinheit) 171.
Joulesche Wärme 379.
Jupitermonde 497.

Kabel als Kondensator 361.
Kältemaschine 210, 257, 260.
Kältemischung 240.
Kalorie 202, 226.
Kammerton 309.
Kanalstrahlen 445.
Kapazität, elektrostatische 361.
Kapillarität 159.
Kapillarwellen 156.
Kathode 384.
Kathodenfall 438.
Kathodenstrahlen 438.
— Ablenkung (magnetische, elektrische) 440.
Kation 384.
Kehlkopf 331.

Kehlkopfspiegel 331.
Keil als Maschine 42.
Keilkompensation (SOLEIL) 607.
Kernladungszahlen 476.
Kilogrammkalorie 202.
Kinetische Energie 35.
Kirchhoffsche Sätze 374.
Klangfarbe 310.
— Analyse 312.
Klangfiguren 322, 323.
Klarinette 332.
Knoten und Bäuche eines Flüssigkeitsstrahles 146.
— (und Bäuche) in schwingenden Luftsäulen 325.
Knotenebenen 545.
Knotenpunkte 545.
Koeffizient der inneren Reibung einer Flüssigkeit 152.
Körperfarben 610.
Koerzitivkraft 415.
Kohärer 491.
Kohärenz von Wellensystemen 582.
Kohäsion 111.
Kolbendampfmaschine 248.
Kollektor (Dynamomaschine) 433.
Kolloide 165.
Kombinationstöne 336.
Kommunizierende Gefäße, Flüssigkeitsstand 131.
Kompaß 406.
Kompensationspendel 220.
Kompensationsunruhe 220.
Komplementärfarben 521.
Komponente 26.
Kompressionsmodul 116.
Kompressionspumpe 183.
Kondensation von Wasserdampf an Ionen 446.
Kondensatoren, elektrische 360.
Kondensator, elektrischer 354.
— der Elektrizität (Kugel) 359.
Kondensator (ABBE) 575.
Konjugiert 514.
Konkavgitter 593.
Konkavlinse 543.
Konkavspiegel 513.
Konstante, chemische 215.
Konvektion der Wärme 281.
Konvexlinsen 543.
Konvexspiegel 517.
Koordinatensystem 3.
Kräftepaar 52.
Kraft 7.
— (ihre Größe) 14.
Krafteinheit 14.
Kraftfeld 107.
Kraftlinien, elektrische 348.

- Kraftlinien im elektrischen Felde 345.
 Kreisel 69.
 Kreisprozeß 205.
 Kristall 118.
 Kristallachsen, -ebenen, -winkel, -klassen, -systeme 119.
 Kristalle, physikalische Eigenschaften 123.
 Kristalllinse 570.
 Kristallographische Grundgesetze 120.
 Kristalloide 165.
 Kristallstruktur 120.
 Kritische Temperatur 255.
 Kronglas 552.
 Krummlinige Bewegung 11.
 Kryophor 259.
 Kugellager 44.
 Kugelspiegel 513.
 Kugelwellen 300.
 Kupferkalorimeter (für tiefe Temperatur) NERNST 229.
 Kurzsichtig 571.

 Labiles Gleichgewicht 56.
 Ladung eines Leiters, nur an der Oberfläche 357.
 Längeneinheit 4.
 Längenmessung 4.
 Laktometer 139.
 Laminarbewegung 151.
 Last 33.
 Latente Wärme 244.
 Laurentplatte 608.
 Lebendige Kraft 36.
 Leidener Flasche 360.
 Leidenfrostphänomen 280.
 Leistung 34.
 Leiter der Elektrizität 339.
 Leitfähigkeit, elektrisch 371.
 Lenardsches Fenster 439.
 Lentz'sche Regel (Entstehung der Induktionsströme) 422.
 Leuchtflamme 274.
 Licht 495.
 Lichtbündel 501.
 Lichteinheit 507.
 Lichtelektrische Zelle s. Photozelle 444.
 Lichtgeschwindigkeit, ihre Konstanz 103.
 Lichtmessung 505.
 Lichtquellen, künstliche 614.
 Lichtstärke (Hefnerkerze) 503.
 Lichtstrom (Lumen) 503.
 Linienspektren 622.
 Linsen 543.
 Linsenformel 544.
 Lippenpfeife 329.
 Literatmosphäre 170.
 Löslichkeit der Gase 192.
 Lösung 162.
 Lösungen, Dampfdrucker-niedrigung, Siedepunkt-erhöhung, Gefrierpunkt-er-niedrigung 252.
 — Osmotischer Druck 252.
 Lösungsdruck, elektrolyti-scher 392.
 Lösungskälte 240.
 Longitudinalschwingungen (Saiten, Stäbe) 323.
 Longitudinalwelle 290.
 Luftdruck 177.
 Luftpumpe, Quecksilber-(GEISSLER) 180.
 — Quecksilber-(GAEDE) 181.
 — Quecksilber-(TÖPLER) 181.
 — Kolbenpumpe 182.
 — Flüssigkeitsstrahlpumpen (BUNSEN, SPRENGEL) 183.
 Luftsäulen 324.
 Luftschiff 175.
 Luftthermometer (RIESS) 368.
 Lumineszenz 614.
 Lupe (Gesichtsfeld) 567.
 — Vergrößerung 573.
 Lyman-Serie 625.

 Magnetische Erdpole 406.
 — Feldstärke 408.
 — Grundgesetz (COULOMB) 407.
 — Kraftlinien 407.
 Magnetismus 405.
 — Molekulartheorie 413.
 Magnetnadel 406.
 Manometer 184.
 Manometrische Flamme (RU-DOLF KÖNIG) 327.
 — Verfahren (schwingende Luftsäulen) 327.
 Mariottesches Gefäß (Aus-flußgeschwindigkeit kon-stant) 189.
 Maschinen 41.
 Masse 11.
 — ihr relativistischer Begriff 106.
 Massenanziehung, allgemeine 75.
 Masseneinheit 13.
 Massenmittelpunkt 54.
 Massenspektrograph 479.
 Materie 12.
 — ihre Eigenschaften 109.
 Materieller Punkt 3.
 Mattscheibenebene 558.
 Maximumthermometer 218.
 Mechanik 3.
 Membranen, Schwingungen 322.
 Membranöse Zungen 331.
 Meniscus 160.
 Meridian, magnetischer 406.

- Mesothor 462.
 Metallthermometer 221.
 Metazentrum 135.
 Meter 4.
 Meterkilogramm 33.
 Metronom 93.
 Mikrofarad 362.
 Mikrophon 419.
 Mikroskop, einfaches 573.
 — (Strahlengang) 575.
 — zusammengesetztes 574.
 Mikroskopbild, Entstehung 593.
 Minimumablenkung des ge-brochenen Strahles (FRAUN-HOFER) 535.
 Mischungsverfahren (Kalori-metrie) 228.
 Mittelpunkt paralleler Kräfte 54.
 Modellregeln (Zahl von FROUDE) 155.
 — (Zahl von REYNOLDS) 153.
 Mol 170.
 Molekulargewicht und che-mische Zusammensetzung 266.
 — Raoult'sche Methode 253.
 Molekularströme (AMPÈRE) 404.
 Molekularwärme 230.
 Moment, statisches 48.
 Momentankraft 21.
 Mond, Umlauf um die Erde 74.
 Monochord 318.
 Morsealphabet 405.
 Multiplikator 412.
 Musikalischer Klang 302.
 Musikalische Verwendbarkeit 309.
 Musikinstrumente, Einteilung 313.
 Muttersubstanz radioaktiver Substanzen 464.
 — von Radium (Ionium) 461.

 Nachwirkung, elastische 112.
 Näherung 571.
 Natriumdampf, anomale Dis-persion 627.
 Natürliches Licht 602.
 Nebelbildung durch Röntgen-oder Radiumstrahlen 446.
 Nebenschlußmaschine 433.
 Nebularhypothese (KANT, LAPLACE) 73.
 Negativ einachsige Kristalle 532.
 Nernstlampe 380.
 Netzhautgrube 557.
 Nicht umkehrbare Vorgänge 210.
 Nicolsches Prisma 533.

- Niederschläge, atmosphär. 260.
 Niveaulflächen der Erde 95.
 — im elektrischen Felde 345.
 Nonius 4.
 Normaldruck 184.
 Normalelement (CLARK, WESTON) 397.
 Normalkerze 507.
 Normalkilogramm 13.
 Normalton 309.
 Nullpunkt, absoluter 199.
 — — der Temperatur 217.
 — der Temperatur, absoluter 168.
 Numerische Apertur 577.
 Nutation 70.

Oberflächenspannung 162.
 Oberschlächtiges Wasserrad 158.
 Obertöne 312.
 Objektmikrometer (Mikroskop) 576.
 Objektseitiges Abbild 556.
 Öffnungsextrastrom 428.
 Ofen, elektrischer (Lichtbogenheizung) 380.
 Ohm, Einheit des Widerstandes 373.
 Ohmsches Gesetz 368.
 — — (Akustik) 312.
 Okklusion 194.
 Oktave 305.
 Optisch einachsig und optisch zweiachsig 123.
 Optische Täuschung (Brechung) 518.
 Ordentlich gebrochener Strahl 529.
 Ordnungszahl 476.
 Orgelzungenpfeife 332.
 Osmose 163.
 Osmotischer Druck 163.
 Oszillator 483.

 Papinscher Dampfkochtopf 247.
 Paraboloidspiegel (Scheinwerfer) 515.
 Paradoxon, hydrostatisches 130.
 Parallel geschaltete Elemente 396.
 Parallele Kräfte, entgegengesetzt gerichtet 52.
 — — gleichgerichtet 51.
 Parallelkreis 47.
 Parallelogramm der Bewegungen 25.
 — der Kräfte 27.
 Parallelverlegung einer Kraft 53.
 Paramagnetismus 414.

 Partialwellen 79.
 Peltiereffekt 382.
 Pendel, mathematisches 86.
 — — seine Schwingungsdauer 88.
 — physisches 87.
 — — reduzierte Pendellänge 91.
 — unveränderliches (aus Marmor) 222.
 Pendeluhr 93.
 Permeabilität 414.
 Perpetuum mobile 39.
 — — erster Art 201.
 — — zweiter Art 205.
 Perspektive 559, 560.
 Pferdekraft 34.
 Phase (Schwingung) 285.
 Phasenwinkel (Wechselstrom) 429.
 Phlogiston 196.
 Phonautograph 311.
 Phonograph 315.
 Phosphatgläser 554.
 Phosphoreszenz 613.
 Photoeffekt 443.
 Photographische Kammer 569.
 Photometerschirm (LUMMER, BRODHUN) 527.
 Photometrie 505.
 Photozelle (Lichtelektrische Zelle) 444.
 Piezometer 127.
 Pipette 189.
 Pitotrohr 145.
 Pizzicato 320.
 Plancksche Konstante 234.
 Planeten, Umlaufzeit (drittes Keplersches Gesetz) 73.
 Planetenbahnen, Form 71.
 Planetenbewegung 70.
 Planetengeschwindigkeit 72.
 Planetensystem, Entstehung 73.
 Platten, Schwingungen 322.
 Polarisation, dielektrische 356.
 — galvanische 397.
 — des Lichtes durch Doppelbrechung 596.
 — durch Spiegelung 600.
 — durch einfache Brechung 600.
 Polarisationsapparate 609.
 Polarisationsebene 599.
 — Drehung 604.
 Polarisationswinkel (Beziehung zum Brechungsindex) 601.
 Polarisiert (geradlinig) 595.
 — (zirkular) 595.
 — (elliptisch) 596.
 Pole eines Magneten 406.

 Positiv einachsige Kristalle 532.
 Potential, elektrisches 344.
 — Null 346.
 Potentielle Energie 35.
 Präzession 70.
 Präzisionswage 62.
 Presse, hydraulische 127.
 Prinzip von Archimedes 133.
 — der Dynamik (D'ALEMBERT) 100.
 — dynamoelektrisches 433.
 — der Erhaltung der Energie 37.
 — der virtuellen Verschiebungen 98.
 — — — — erläutert am Hebel 99.
 — — — — erläutert am Differentialflaschenzuge 100.
 Prisma mit gerader Durchsicht 623.
 Prismen, gekreuzte 521.
 Prismenfernrohr (ZEISS) 581.
 Pronscher Zaum 44.
 Proton 471.
 Psychrometer 262.
 Punktnetz 120.
 Pyrheliometer 276.
 Pyrometer 221.
 — optisches 621.

 Quadrantelektrometer 342.
 Quarte, Quinte 306.
 Quecksilber, Messung seiner Ausdehnung 222.
 Quecksilberluftpumpe s. Luftpumpe.
 Quecksilberthermometer 200, 217.

Rad an der Welle 58.
 Radioaktives Gleichgewicht 463.
 Radioaktivität 460.
 Raumgitter 120.
 Reaktionsgeschwindigkeit 268, 272.
 Reduktionsfaktor 412.
 Reelles Bild 515.
 Reflexion elektrischer Wellen 490.
 — der Röntgenstrahlen 454.
 Reflexionsgitter 593.
 Reflexionswinkel 508.
 Refraktometer (ABBE) 536.
 — (Interferenz) 588.
 Regulation des Eises 239.
 Regenbogen 520.
 Regenerativofen 272.
 Reibung als Bewegungshindernis 43.
 — der Flüssigkeiten (Gesetz von POISEUILLE) 151.

- Reibung, innere, der Gase 171.
 Reibungselektrifiziermaschine 363.
 Reibungskoeffizient 43.
 Relativität der Bewegung 5, 101.
 Relativitätsprinzip, allgemeinen 107.
 — der klassischen Mechanik 102.
 — spezielles (EINSTEIN) 105.
 Relaxation 112.
 Remanenz 415.
 Resonanz 314.
 — elektrische 432.
 Resonanzboden, -kasten 318.
 Resonator, elektrischer 489.
 Resonatoren, Akustik 317.
 — akustische 312.
 Resultante 26.
 Reversibel 210.
 Reversionspendel 92.
 Richmannsche Regel 228.
 Richtung der Bewegung 5.
 Ringe (NEWTON) 587.
 Ritchie-Photometer 505.
 Röntgenspektre 458, 475.
 Röntgenstrahlen 452.
 Rolle 58.
 Rotation einer Flüssigkeit 67.
 Rotationsachse, freie 70.
 Rotationsapparat, elektromagnetischer 402.
 Rotationsdispersion 605.
 Rotationszeit 64.
 Rotor 435.
- Saccharimeter 606.
 Sättigungsdruck 243.
 Sättigungsspannung 449.
 Sättigungsstrom 448.
 Saiten 318.
 — (Schwingungsformel) 318.
 Sammellinsen 543.
 Saugwirkung eines Gasstrahles 191.
 Schädlicher Raum 183.
 Schall, Entstehung und Ausbreitung 300.
 — Fortpflanzungsgeschwindigkeit (Staubfiguren) 328.
 Schallbewegung 298.
 Schallempfindung 298.
 Schallschatten 501.
 Schatten 501.
 Schiefe Ebene 39.
 Schiffswellen 156.
 Schirmwirkung, elektrische 358.
 Schlagende Wetter 279.
 Schließungsextrastrom 428.
 Schmelzpunkt 237.
 — abhängig vom Druck 238.
- Schmelzwärme, latente 238.
 Schmiermittel 154.
 Schnee 261.
 Schraube als Maschine 42.
 Schreibtelegraph 405.
 Schubelastizität 113.
 Schwarzer Körper 618.
 — — seine Verwirklichung 620.
 Schwebungen 334.
 — beim Stimmen von Instrumenten 335.
 — Einfluß auf Konsonanz 335.
 Schwere 76.
 Schwerfeld 19.
 Scherwellen 156.
 Schwerkraft 18.
 — ihre Änderung 95.
 Schwerpunkt 54.
 — seine Erhaltung 55.
 Schwimmen der Fische 135.
 Schwimmregel (AMPÈRE) 401.
 Schwingung 283.
 — elektrische 431.
 Schwingungen, elektrische 483.
 — elektrische (HERTZ) 487.
 Schwingungsbäuche und Schwingungsknoten 294.
 Schwingungskreis, elektrischer 483.
 Schwingungslinie, mit Drehachse vertauschbar 91.
 Schwingungspunkt 91.
 Schwingungsweite 285.
 Schwingungszahl eines Tones 304.
 Sehpurpur 610.
 Seitendruck 132.
 Sekundärelement, elektrisches 399.
 Sekundäres Spektrum 553.
 Sekundärstrom 398.
 Sekunde 7.
 — Septime, Sexte 306.
 Sekundenpendel 93.
 Selbstinduktion 427.
 Selbstinduktionskoeffizient 427.
 Selektive Absorption 611.
 Semipermeable Membran 164, 165.
 Serienschaltung von Elementen 396.
 Serienspektren 624.
 Sextant 511.
 Siedepunkt, abhängig vom Druck 243.
 — definiert abhängig vom Druck 244.
 — einer Flüssigkeit 241.
 — eines Quecksilberthermometers 217.
- Sieverzug 247.
 Siemens, Einheit des Widerstandes 373.
 Singende Flamme 332.
 Siphonflasche 187.
 Sirene 304.
 Skalar 31.
 Skalenärometer 138.
 Solarkonstante 276.
 Solenoid 404.
 Sonne (allgemeine Wärmequelle) 275.
 Sonnenspektrum 625.
 Sonntag 6.
 Spaltbarkeit 122.
 Spaltokular (ABBE) 510.
 Spannungsmesser, technisch 413.
 Spektralapparat 622.
 Spektrometer (ABBE) 510, 534.
 Spektrum 519.
 — normales (Beugung) 593.
 — der strahlenden Körper 621.
 — des Wasserstoffs 621.
 Spezifische Wärme 226.
 — — Quantentheorie 233.
 — — Wasserstoff 236.
 — — ältere Theorie 232.
 Spezifisches Gewicht 136.
 Sphäroidaler Zustand 280.
 Spiegel 502, 508.
 Spiegelbilder 509.
 Spiegelgalvanometer 413.
 Spiegelgesetz 508.
 Spiegelteleskop 516.
 Spiegelversuch (FRESNEL) 582.
 Spitzenwirkung, elektrostatische 352.
 Spritzflasche 187.
 Stab, Schwingungszahl von der Befestigung abhängig 321.
 Stabiles Gleichgewicht 56.
 Stäbe 320.
 — (Zug, Druck, Biegung) 117.
 Stärke einer Linse 572.
 Standfestigkeit beim Schwimmen 135.
 Starrer Körper 46.
 Starrheit 124.
 Statik 32.
 Stationärer Strom, elektrisch 378.
 Statisches Moment 48.
 Stator 435.
 Staubfiguren (KUNDT) 328.
 Staudruck 143.
 Staugerät 145.
 Stehende Wellen 294.
 Sternstrahlen 572.

- Stimmbänder 331.
 Stimmgabel 320, 321.
 — Interferenzphänomen 333.
 Stoß 21.
 Stoßionisation 451.
 Strahlenbegrenzung 562.
 Strahlenfläche 123.
 Strahlengang 566.
 Strahlig 572.
 Strahlung (Wärme) 282.
 Strahlungsformel von
 PLANCK 619.
 Streichinstrumente 320.
 Strom, elektrischer 367.
 Stromeinheit, elektrisch 411.
 Stromlinien 148.
 Strommesser, technisch 413.
 Strommessung, absolute 411.
 Stromstärke, elektrisch 369.
 Stufengitter 593.
 Summationstöne 336.
 Superposition s. Übereinanderlagerung.
 Symmetriegesetz (Kristalle) 120.
 Synchronmotor 436.
 Tag 6.
 Tangentenbussole 409.
 Taschenspektroskop 623.
 Taupunkt, Taupunkthygrometer 261.
 Teilbarkeit der Materie 110.
 Telegraph 405.
 Telefon 419.
 Temperatur, absolute 168.
 — Definition 199.
 Temperierte Tonleiter 306.
 Tertiäres Spektrum 553.
 Thermochemische Vorgänge 267.
 Thermodynamik 198.
 Thermoelektrizität 381.
 Thermoclement 382.
 Thermograph 218.
 Thermometer (Quecksilber-, Gas-) 200.
 Thermometrie 216.
 Thermosäule 382.
 Thermosflasche 258.
 Tiefenmessung, submarine, in der Taucherglocke 179.
 Tiefenwirkung (Doppelfernrohr) 581.
 Tonhöhe 304.
 Tonika 306.
 Tonleiter 305.
 Tonstärke 303.
 Torsionselastizität 114.
 Totalreflexion 525.
 Träge Masse 12.
 Trägheit der Energie 106.
 Trägheitsellipsoid 83.
 Trägheitsfeld 107.
 Trägheitshalbmesser 82.
 Trägheitskraft 101.
 Trägheitsmoment 80.
 — und Parallelverschiebung der Drehachse 83.
 — eines Querschnitts 117.
 Trägheitsvermögen 9.
 Transformationsformeln 103.
 — des speziellen Relativitätsprinzips 105.
 Transformator 420.
 Transpiration 192.
 Transversalität der Lichtwellen 596.
 Transversalschwingungen, Zusammensetzung zweier 291.
 Transversalwelle 286.
 Trockene Säule 396.
 Trommelanker 434.
 Turbulenzbewegung 151, 154.
 Turmalinzange 610.
 Typendrukker 405.
 Übereinanderlagerung von Schwingungen 292.
 Überführungszahl 385.
 Übergangsfarbe 606.
 Überhitzter Dampf 254.
 Übersetzungsverhältnis des Transformators 421.
 Ultramikroskop 594.
 Ultrarot 610.
 Ultraviolett 610.
 Umkehrbare Vorgänge 210.
 Umkehrbarkeit der Strahlenwege 524.
 Undurchsichtig 502.
 Ungleichförmige Bewegung 6.
 Unterkühlung 240.
 Unterschlächtiges Wasserrad 158.
 Uran-Radiumreihe 461.
 Urnormale für Längenmessungen 4.
 Urstoff (Atombau) 470.
 Vakuum 177.
 Vakuumkalorimeter (für tiefe Temperatur. NERNST) 229.
 Vakuummeter 185.
 Vektor 31.
 Vena contracta 147.
 Verbindungswärme, Verbrennungswärme 268.
 Verbrennung, langsame 272.
 Verbrennungskraftmaschine 273.
 Verbrennungswärme (Heizmaterialien) 271.
 Verdampfungswärme 258.
 Verdunstung 241.
 Verflüssigung von Helium, Wasserstoff 258.
 Verflüssigungswärme, Verdunstungskälte 258.
 — technische Anwendung 259.
 Vergrößerung 573.
 Verstärkungsapparat, elektrischer 355.
 Versuch von Torricelli 176.
 Verzögerung 10.
 Virtuelles Bild 514.
 Virtuelles Moment 99.
 Vokalflamme 317.
 Vokaltheorie (HELMHOLTZ) 312.
 Volt 347, 373.
 — technische Einheit der Spannung 425.
 Voltainduktion 418.
 Voltmeter (Silber, Kupfer, Wasser) 390.
 Voltmeter, statisches 347.
 Volumelastizität 112.
 Wägung, Reduktion auf den leeren Raum 175.
 Wärme, spezifische 226.
 Wärmeäquivalent, mechanisches 202.
 — Methoden zur Entwicklung 203.
 Wärmeausbreitung 276.
 Wärmeausbreitung (Leitung, Konvektion, Strahlung) 276.
 Wärmeempfindung 197.
 Wärmekapazität 197.
 Wärmeleitfähigkeit 277.
 — (Anisotrope) 279.
 — Flüssigkeit, Gase 280.
 — (Gesetz von WIEDEMANN und FRANZ) 278.
 Wärmeleitung 277.
 Wärmepumpe 209.
 Wärmestrahlung 615.
 Wärmesummen, Gesetz der konstanten 270.
 Wärmethorem von NERNST 213.
 Wärmetheorie 194,
 — molekulare 198.
 Wärmestönung 268.
 Wage, Gleichgewichtsbedingung, Empfindlichkeit 62.
 — hydrostatische 134.
 — (MOHRsche) 138.
 Wageelektrometer 341.
 Wahrscheinlichkeit eines Zustandes 212.
 Wasser, größte Dichte 223.
 Wasserdampf 242.
 Wasserdruckpumpe 186.
 Wasserkalorimeter 228.

- Wasserluftpumpe (BUNSEN) 144.
 Wasserrad 157.
 Wassersaugpumpe 186.
 Wasserstoff, spezifische Wärme 236.
 Wasserstoffatom, Bau und Spektrum 473.
 Wasserturbine 158.
 Wasserwellen 155.
 Wattloser Strom 430.
 Wattsekunde (Leistung des elektrischen Stromes) 379.
 Wechselstrom 429.
 Wechselstrommaschine 435.
 Wechselstrommotor 436.
 Weglänge, freie, der Gas-
 moleküle 171.
 Weitsichtig 571.
 Welle 287.
 Wellenausbreitung 296.
 Wellenberg, Wellental 287.
 Wellenbewegung 283.
 Wellenfläche 296.
 Wellengruppe 156.
 Wellenlänge des Lichtes (Mes-
 sung) 591.
 Wellenlängen von Röntgen-
 strahlen 457.
 Wellennatur des Lichtes 584.
 Wellentheorie des Lichtes
 496.
 Wellenwiderstand 155.
 Wheatstonesche Brücke 376.
 Wiederhall 301.
 Widerstand 33.
 Widerstand, elektrischer 371.
 Widerstandseinheiten 372.
 Widerstandskasten, elek-
 trisch 426.
 Widerstandsmessungen, elek-
 trisch 426.
 Wiedervereinigung von Ionen
 448.
 Windkessel 187.
 Winkelgeschwindigkeit 64.
 Winkelmessung (Spiegel) 510.
 — mit Spiegel und Skala 511.
 Winkelspiegel 512.
 Wirbel (Wirbelfaden, Wirbel-
 röhre) 148.
 Wirbelring 149.
 Wirbelströme (FOUCAULT)
 428.
 Wirksame Blende 568.
 Wirkung 22.
 Wirkungsquantum, elemen-
 tares 235.
 Wirkungssphäre, molekulare
 160.
 Wurf 27.
 — vertikal nach oben 28.
 — horizontal 28.
 — schräg nach oben 29.
 Wurfbahn 28.
 — Einfluß der Erdrotation
 29.
 Zähigkeit einer Flüssigkeit
 125.
 Zähligkeit der Kristallachsen
 119.
 Zeichenapparat 526.
 Zeigerwaage 62.
 Zeiteinheit 6.
 Zentralbewegung 70.
 Zentralprojektion 559.
 Zentriertes System 543.
 Zentrierung 120.
 Zentrifugalkraft 65.
 — ihre Größe 68.
 Zentrifugalregulator der
 Dampfmaschine 67.
 Zentripetalkraft 65.
 Zentrum der Perspektive 561.
 Zerfallskonstante 462.
 Zerfallstheorie 461.
 Zerlegung von Kräften 30.
 Zerstreung von Alpha-Strah-
 len 472.
 Zerstreungskreis 551.
 Zerstreungslinsen 543.
 Zirkular polarisierter Licht-
 strahl 604.
 Zirkulation 148.
 Zugelastizität 113.
 Zungenpfeife 330.
 Zurückwerfung des Lichtes
 502.
 — der Welle (Reflexion)
 298.
 Zusammendrückbarkeit einer
 Flüssigkeit 127.
 — von Gasen 166.
 Zusammensetzung von Kräf-
 ten 30.
 Zwischenreaktionen 269.
 Zyklode 70.

Verlag von Julius Springer in Berlin W 9

Physikalisches Handwörterbuch

Unter Mitwirkung von

O. Baschin-Berlin, H. Boegehold-Jena, W. Borinski-Berlin, K. F. Bottlinger-Neubabelsberg, H. Cassel-Berlin, C. Cranz-Berlin, R. Dittler-Leipzig, O. v. Eberhard-Essen a. R., J. Eggert-Berlin, H. Erfle †-Jena, H. Esau-Berlin, M. Ettisch-Berlin, Ph. Frank-Prag, E. Freundlich-Potsdam, A. Gehrts-Berlin, W. Gerlach-Frankfurt a. M., R. Grammel-Stuttgart, L. Grebe-Bonn, H. Gröber-München, E. Gumlich-Berlin, P. Günther-Berlin, H. Hartinger-Jena, F. Henning-Berlin, V. F. Hess-Wien, F. Hoffmann-Berlin, L. Hopf-Aachen, G. Jaeger-Wien, R. Jaeger-Berlin, W. Jaeger-Berlin, H. Kallmann-Berlin, P. Klein-Berlin, K. W. F. Kohlrausch-Wien, W. Kruse-Bergedorf, R. Ladenburg-Breslau, E. Liebenthal-Berlin, F. Löwe-Jena, O. Martiensen-Kiel, G. Marx-München, A. Meißner-Berlin, W. Merté-Jena, A. Nippoldt-Potsdam, F. Noether-Berlin, W. Pauli jr.-Hamburg, A. Prey-Prag, H. Reichenbach-Stuttgart, M. v. Rohr-Jena, E. Rother-Kiel, H. Rukop-Berlin, R. Schaller-Jena, E. Schiebold-Berlin, R. Schmidt-Berlin, L. Schneider-München, O. Schönrock-Berlin, A. Smekal-Wien, G. Stüve-Kiel, O. Tetens-Lindenberg, E. Waetzmann-Breslau, W. Westphal-Berlin, W. Zerkowitz-München

Herausgegeben von

A. Berliner und **K. Scheel**

Mit 573 Textfiguren. (909 S.) 1924

Gebunden 39 Goldmark / Gebunden 9.30 Dollar

Das Physikalische Handwörterbuch soll über die Einzelheiten der Physik und der physikalischen Technik eine erste Belehrung geben, und zwar auf kürzerem Wege, als auf dem oft unbequemen der Lehrbücher, Handbücher, Einzeldarstellungen und dergl. Es ist nicht in erster Linie für die Physiker bestimmt, aber es soll auch dem Physiker ermöglichen, sich schnell über Gebiete zu unterrichten, die seinem eigenen Arbeitsgebiete fern liegen. Noch mehr als für die Physiker ist das Buch für diejenigen bestimmt, die die Physik als Hilfsfach gebrauchen: für die Physiologen, die Chemiker, die physikalischen Chemiker, die Ingenieure und besonders für die Lehrer der höheren Lehranstalten.

Naturwissenschaftliche Monographien und Lehrbücher

Herausgegeben von

der Schriftleitung der „Naturwissenschaften“

Die Bezieher der „Naturwissenschaften“ erhalten die Monographien zu einem dem Ladenpreise gegenüber um 10% ermäßigten Vorzugspreise.

1. Band: **Allgemeine Erkenntnislehre.** Von **Moritz Schlick.**
Zweite Auflage. In Vorbereitung
2. Band: **Die binokularen Instrumente.** Nach Quellen und bis zum Ausgang von 1910 bearbeitet. Von Dr. phil. **Moritz von Rohr**, wissenschaftlichem Mitarbeiter der Optischen Werkstätte von Carl Zeiss in Jena und a. o. Professor an der Universität Jena. Zweite, vermehrte und verbesserte Auflage. Mit 136 Textabbildungen. (320 S.) 1920.
8 Goldmark; geb. 11 Goldmark / 1.95 Dollar; geb. 2.65 Dollar
3. Band: **Die Relativitätstheorie Einsteins** und ihre physikalischen Grundlagen. Elementar dargestellt. Von **Max Born.** Dritte, verbesserte Auflage. Mit 135 Textabbildungen. (280 S.) 1922.
7.35 Goldmark; geb. 10 Goldmark / 1.75 Dollar; geb. 2.40 Dollar
4. Band: **Einführung in die Geophysik.** Von Professor Dr. **A. Prey** in Prag, Professor Dr. **C. Mainka** in Göttingen, Professor Dr. **E. Tams** in Hamburg. Mit 82 Textabbildungen. (348 S.) 1922.
12 Goldmark; geb. 13 Goldmark / 2.90 Dollar; geb. 3.10 Dollar
5. Band: **Die Fernrohre und Entfernungsmesser.** Von Dr. phil. **A. König**, Beamten des Zeiss-Werkes. Mit 254 Abbildungen. (215 S.) 1923.
7.50 Goldmark; geb. 9.50 Goldmark / 1.80 Dollar; geb. 2.30 Dollar
6. Band: **Kristalle und Röntgenstrahlen.** Von Dr. **P. P. Ewald**, Professor der Theoretischen Physik an der Technischen Hochschule zu Stuttgart. Mit 189 Abbildungen. (335 S.) 1923.
25 Goldmark; geb. 26.50 Goldmark / 6 Dollar; geb. 6.35 Dollar

Einführung in die Mathematik für Biologen und Chemiker. Von Dr. **Leonor Michaelis**, a. o. Professor an der Universität Berlin. Zweite, erweiterte und verbesserte Auflage. Mit 117 Textabbildungen. (324 S.) 1922. 9 Goldmark / 2.15 Dollar

Praktikum der physikalischen Chemie insbesondere der Kolloidchemie für Mediziner und Biologen. Von Dr. med. **Leonor Michaelis**, a. o. Professor an der Universität Berlin. Zweite, verbesserte Auflage. Mit 40 Textabbildungen. (191 S.) 1922. 5 Goldmark / 1.20 Dollar

Einführung in die physikalische Chemie für Biochemiker, Mediziner, Pharmazeuten und Naturwissenschaftler. Von Dr. **Walther Dietrich**. Zweite, verbesserte Auflage. Mit 6 Abbildungen. (117 S.) 1923. 2.80 Goldmark / 0.70 Dollar

Fachausdrücke der physikalischen Chemie. Ein Wörterbuch. Von Dr. med. **Bruno Kisch**, a. o. Professor an der Universität Köln a. Rh. Zweite, vermehrte und verbesserte Auflage. (104 S.) 1923. 4 Goldmark / 0.95 Dollar

Grundbegriffe der Kolloidchemie und ihre Anwendung in Biologie und Medizin. Einführende Vorlesungen. Von Dr. **Hans Handovsky**, Privatdozent an der Universität Göttingen. Mit 6 Abbildungen. (72 S.) 1923. 2.20 Goldmark / 0.55 Dollar

Anleitung zur organischen qualitativen Analyse. Von Dr. **Hermann Staudinger**, Professor für Anorganische und Organische Chemie, Leiter des Laboratoriums für allgemeine und analytische Chemie an der Eidgenössischen Technischen Hochschule Zürich. (108 S.) 1923. 3.60 Goldmark / 0.90 Dollar

Ernst Schmidt, Anleitung zur qualitativen Analyse. Herausgegeben und bearbeitet von Dr. **J. Gadamer**, o. Professor der Pharmazeutischen Chemie und Direktor des Pharmazeutisch-Chemischen Instituts der Universität Marburg. Neunte, verbesserte Auflage. (120 S.) 1922. 2.50 Goldmark / 0.60 Dollar

Der Gang der qualitativen Analyse. Für Chemiker und Pharmazeuten bearbeitet von Professor Dr. **Ferdinand Henrich**, Erlangen. Mit 4 Textfiguren. (48 S.) 1919. 1.20 Goldmark / 0.30 Dollar

Die quantitative organische Mikroanalyse. Von **Fritz Pregl**, Dr. med. und Dr. phil. h. c., o. ö. Professor der Medizinischen Chemie und Vorstand des Medizinisch-Chemischen Instituts an der Universität Graz, korrespondierendes Mitglied der Akademie der Wissenschaften in Wien. Zweite, durchgesehene und vermehrte Auflage. Mit 42 Textabbildungen. (226 S.) 1923. Gebunden 12 Goldmark / Gebunden 2.90 Dollar

Lehrbuch der organisch-chemischen Methodik. Von Dr. **Hans Meyer**, o. ö. Professor der Chemie an der Deutschen Universität zu Prag. Erster Band: **Analyse und Konstitutions-Ermittlung organischer Verbindungen.** Vierte, vermehrte und umgearbeitete Auflage. Mit 360 Figuren im Text. (1227 S.) 1922. 56 Goldmark; gebunden 60 Goldmark / 13.35 Dollar; gebunden 14.30 Dollar

Die Naturwissenschaften

Herausgegeben von

Arnold Berliner

Unter besonderer Mitwirkung von **H. Braus** in Würzburg

Organ der Gesellschaft Deutscher Naturforscher und Ärzte

Die Naturwissenschaften

erscheinen in wöchentlichen Heften. Preis vierteljährlich für das In- und Ausland 7.50 Goldmark (1 Gm. = $\frac{10}{42}$ Dollar nordamerikanischer Währung). Hierzu tritt bei direkter Zustellung durch den Verlag das Porto bzw. beim Bezuge durch die Post die postalische Bestellgebühr. Einzelheft 0.80 Goldmark zuzüglich Porto.

Die Naturwissenschaften berichten über die Fortschritte der reinen und der angewandten Naturwissenschaften, und zwar nur durch zuständige, auf dem jeweiligen Gebiete selber schöpferische Mitarbeiter. Die Verfasser wenden sich durch die Form ihrer Darstellung nicht wie z. B. die Mitarbeiter der Zentralblätter in erster Linie an die eigenen Fachgenossen, sondern vor allem an die auf den Nachbargebieten Tätigen, um ihnen den Überblick über den Zusammenhang ihres eigenen Faches mit den angrenzenden Fächern zu vermitteln. Die dauernd fortschreitende Teilung der wissenschaftlichen Arbeit hat den Begriff des Grenzgebietes völlig verändert. Sie hat das Arbeitsfeld des einzelnen so eingengt und die Grenzgebiete so vermehrt, daß für jeden die Notwendigkeit vorliegt, ihre Entwicklung zu verfolgen. — Von den Fortschritten der Mathematik bespricht die Zeitschrift die der angewandten, sofern sie, auf die Naturwissenschaften angewandt, Fortschritte in der mathematischen Behandlung der Naturwissenschaften bedeuten. Die Philosophie behandelt sie, soweit sie eine Anwendung naturwissenschaftlicher Entdeckungen oder soweit sie eine Verschärfung oder eine Erweiterung naturwissenschaftlicher Grundbegriffe darstellt.

Ergebnisse der exakten Naturwissenschaften. Herausgegeben von der Schriftleitung der „Naturwissenschaften“.

Erster Band: Mit 35 Abbildungen. (407 S.) 1922.

12.50 Goldmark; gebunden 14 Goldmark / 3 Dollar; gebunden 3.35 Dollar

Zweiter Band: Mit 38 Abbildungen. (252 S.) 1923.

8.40 Goldmark; gebunden 9.65 Goldmark / 2 Dollar; gebunden 2.30 Dollar

Dritter Band: Mit 100 Abbildungen. (404 S.) 1924.

18 Goldmark; gebunden 19.20 Goldmark / 4.30 Dollar; gebunden 4.60 Dollar

Die Bezieher der „Naturwissenschaften“ erhalten die „Ergebnisse der exakten Naturwissenschaften“ zu einem dem Ladenpreise gegenüber um 10 % ermäßigten Vorzugspreis.